На правах рукописи

Тупысев Виктор Авенирович

МЕТОДЫ СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ С ГАРАНТИРОВАННЫМ КАЧЕСТВОМ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Специальности: 05.11.03 – Приборы навигации
05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Санкт-Петербург
2011

Работа выполнена в ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»

Научный консультант
доктор технических наук О.А. Степанов.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук, профессор А.Е. Барабанов,
доктор физико-математических наук, профессор Ю.К. Жбанов,
доктор технических наук, профессор Р.И. Ивановский.

Ведущая организация
ОАО «Государственный научно-исследовательский навигационно-гидрографический институт» МО РФ

Защита состоится 1 ноября 2011г. в 15^{00} на заседании диссертационного совета ДС 411.007.01 при ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» по адресу: 197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»

Автореферат разослан   августа 2011г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор технических наук, профессор   Н.В. Колесов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Для высокоточных систем навигации подвижных объектов, в частности, надводных кораблей и подводных лодок, важнейшее значение имеет проблема совершенствования методов выработки навигационных параметров объекта: координат, скорости, курса, углов ориентации. Для решения этой проблемы широко используются методы комплексирования и статистической оптимизации навигационных систем (НС). Общепризнанной теоретической основой для выработки навигационных параметров являются методы оптимальной калмановской фильтрации, предполагающие, что параметры стохастических марковских моделей погрешностей НС известны точно, вычисления при выработке оценки проведены без ошибок, а вычислительные возможности НС таковы, что позволяют обеспечить реализацию фильтра Калмана (ФК) с вектором состояния, включающим как вектор оцениваемых параметров, так и векторы состояния формирующих фильтров, используемых для описания небелошумных возмущений и ошибок измерений. Несомненным преимуществом этих методов, является простота реализации рекуррентных процедур, используемых при выработке оценки. Кроме того, крайне важным для навигационных приложений является тот факт, что наряду с выработкой оценки в фильтре вырабатывается ковариационная матрица ошибки оценки, рассматриваемая как мера ее точности. Однако при решении задач обработки навигационной информации приходится учитывать, что параметры стохастических моделей, описывающих возмущения и ошибки измерений, точно неизвестны, а возможности бортовых вычислительных средств, используемых для выработки оценки, ограничены. При этом сами вычислительные средства распределены между измерительными модулями и обеспечивают выработку частных оценок по измерениям, проведенным в этих измерительных модулях. В последнем случае возникает задача выработки комплексных оценок навигационных параметров с использованием методов федеративной фильтрации, предполагающих их получение путем взвешенного осреднения частных оценок, выработанных в измерительных модулях.

В литературе с учетом отмеченных ограничений предложены и развиваются различные подходы к решению задач оценивания, которые часто формулируются как задачи оценивания состояния стохастической динамической системы. Проблема, связанная с оцениванием в условиях неопределенности параметров моделей, рассматривается в многочисленных работах отечественных и зарубежных авторов. Развитие происходит по нескольким основным направлениям, среди которых аппроксимация областей достижимости состояния динамических систем с использованием эллипсоидов, вероятностно-гарантирующий подход, робастное оценивание, включая минимаксный подход. В рамках этих подходов введено понятие гарантированного оценивания, понимаемое в том или ином смысле. Следует, однако, отметить, что ограниченные возможности вычислительных средств не позволяют в полной мере провести практическую реализацию этих методов при решении задач обработки навигационной информации. Более того, даже в случае, когда стохастическое описание поведения динамической системы, возмущений и ошибок измерений известно точно, возможности бортовых вычислительных средств часто таковы, что позволяют провести реализацию только редуцированных фильтров калмановского типа, вектор состояния которых меньше вектора состояния оптимального ФК. В работах отечественных и зарубежных авторов рассматривается два принципиально разных подхода к синтезу таких фильтров. В рамках первого подхода производится аппроксимация моделей, описывающих реальное поведение динамической системы, возмущений и ошибок измерений, с последующей реализацией фильтров калмановского типа, использующих такую модель. При этом матрица, рассчитываемая в ковариационном канале таких фильтров, не является более ковариационной матрицей ошибки оценки и, как следствие, возникает проблема оценки качества проведенного оценивания, весьма важного для навигационных приложений. В рамках второго направления при синтезе редуцированного фильтра решается задача минимизации, как правило, следа действительной ковариационной матрицы ошибки оценки, однако реализация таких фильтров связана со значительным объемом вычислений, в общем случае превышающим объем вычислений, необходимых для реализации оптимального ФК. Последнее обстоятельство существенно снижает ценность такого подхода для навигационных приложений и требует дальнейших исследований применительно к синтезу редуцированных фильтров.

Развитие вычислительных средств и возможность их включения в состав измерительных модулей позволяет проводить разработку навигационных систем, используя модульный принцип их построения. В этом случае выработка навигационных параметров обеспечивается методами федеративной фильтрации с перезапуском и без перезапуска частных фильтров, предполагающими выработку комплексной оценки состояния путем взвешенного осреднения оценок, полученных в измерительных модулях. В рамках работ по федеративной фильтрации установлено, что в общем случае комплексная оценка, выработанная таким образом, не является оптимальной. При этом, как и в случае редуцированных фильтров, возникает проблема оценки точности проведенного оценивания.

Другой характерной особенностью, вытекающей из требований навигационной практики, является необходимость решения задачи оценивания в постановке, когда ошибки измерений отсутствуют либо содержат только небелошумные (медленноменяющиеся) составляющие. В частности, к такой постановке задачи сводятся задачи калибровки инерциальных систем (ИНС) на неподвижном основании, комплексирования нескольких ИНС, ошибки которых имеют коррелированный во времени характер, обработки измерений о нулевой скорости при применении ZUPT (zero velocity up-date) коррекций. Как правило, решение таких задач проводится с использованием субоптимальных фильтров калмановского типа в предположении, что измерения также содержат белошумные ошибки малой интенсивности. Следует, однако, отметить, что такие субоптимальные фильтры при неверно выбранной интенсивности белошумных ошибок измерений оказываются весьма чувствительными к вычислительным ошибкам, приводящим к тому, что матрица, рассчитываемая в ковариационном канале фильтра, теряет свойство положительной определенности и, как следствие, к расходимости фильтра. С другой стороны, известны методы решения задач оценивания при наличии только медленноменяющихся составляющих ошибок измерений, рассмотренные, в частности, в работах А. Брайсона, Дж. Медича, и обеспечивающие выработку оптимальной оценки. Однако наличие в рамках предложенного в этих работах подхода ограничений на структуру формирующих фильтров, описывающих эти ошибки, и необходимость использования модифицированного ФК, учитывающего коррелированность возмущений и ошибок измерений, привели к ограниченному использованию этих методов при решении задач обработки навигационной информации.

С учетом приведенных доводов и исходя из требований навигационной практики, представляется актуальным дальнейшее развитие теоретических основ и методов синтеза алгоритмов с гарантированным качеством оценивания. Решению этой проблемы и посвящена настоящая диссертационная работа, в которой синтез субоптимальных алгоритмов производится на базе удобных для реализации фильтров калмановского типа (ФКТ). Настройка этих фильтров проведена таким образом, чтобы матрица, рассчитываемая в ковариационном канале фильтра, являлась оценкой сверху для действительной ковариационной матрицы ошибки субоптимальной оценки и в этом смысле обеспечивалось гарантированное качество выработанной оценки в реальном времени. В диссертации также исследован ряд аспектов оптимального оценивания – предельного варианта гарантированного оценивания.

Цель работы: Развитие теоретических основ и методов синтеза алгоритмов с гарантированным качеством оценивания с учетом специфики задач обработки навигационной информации.

Основные задачи

1. Анализ возможности упрощения оптимальных алгоритмов оценивания состояния динамических систем с учетом специфики задач обработки навигационной информации.
2. Развитие теоретических основ синтеза субоптимальных алгоритмов с гарантированным качеством оценивания состояния динамической системы.
3. Синтез редуцированных ФКТ с гарантированным качеством оценивания состояния динамической системы.
4. Синтез фильтров с гарантированным качеством оценивания в условиях интервальной неопределенности параметров формирующих фильтров, используемых для описания небелошумных возмущений и ошибок измерений.
5. Развитие теоретических основ федеративной фильтрации с перезапуском и без перезапуска частных фильтров и определение условий настройки банка фильтров, обеспечивающих гарантированное качество оценивания навигационных параметров.
6. Разработка методов оптимального оценивания при отсутствии белошумных составляющих ошибок измерений.

Методы исследований В работе использован аппарат теории вероятностей, теории оценивания в байесовской постановке, калмановской и федеративной фильтрации, теории матриц, математического моделирования.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Методы синтеза субоптимальных фильтров калмановского типа с гарантированным качеством оценивания, в которых параметры фильтра выбираются таким образом, чтобы матрица, рассчитываемая в ковариационном

канале фильтра, являлась оценкой сверху для действительной ковариационной матрицы ошибки оценки.

2. Принцип репродукции измерений, позволяющий рассматривать одни и те же измерения при решении задач оценивания, как независимые.

3. Принцип репродукции оцениваемых процессов, позволяющий рассматривать один и тот же процесс в расширенном пространстве состояний как совокупность независимых процессов.

4. Методы оценивания навигационных параметров по измерениям, не содержащим белошумную составляющую ошибок измерений.

5. Методы синтеза редуцированных фильтров с гарантированным качеством оценивания.

6. Методы синтеза ФКТ с гарантированным качеством оценивания в условиях интервальной неопределенности параметров формирующих фильтров, используемых для описания возмущений и ошибок измерений.

7. Условия настройки и перезапуска банка фильтров, обеспечивающих гарантированное оценивание навигационных параметров методами федеративной фильтрации.

8. Формулировка и доказательство теоремы о свойствах прямоугольных матриц.

Научная новизна

1. Сформулирована задача гарантированного оценивания, особенность которой заключается в том, что действительная ковариационная матрица ошибки оценивания ограничена сверху матрицей, рассчитываемой в ковариационном канале ФКТ.

2. Предложен подход к синтезу субоптимальных фильтров калмановского типа с гарантированным качеством оценивания, позволяющий, в отличие от известных, проводить синтез таких фильтров с использованием средств бортовой вычислительной техники для задач с вектором состояния большой размерности.

3. Получены аналитические соотношения для определения параметров редуцированных ФКТ, обеспечивающих гарантированное качество оценивания.

4. Получены аналитические соотношения для определения параметров ФКТ, обеспечивающих гарантированное качество оценивания в условиях параметрической неопределенности описания возмущений и ошибок измерений процессами первого и второго порядка.

5. Сформулирован и доказан принцип репродукции измерений, позволяющий при решении задач оценивания рассматривать одни и те же измерения как независимые.

6. Сформулирован и доказан принцип репродукции оцениваемых процессов, позволяющий рассматривать эти процессы в расширенном пространстве состояний как независимые.

7. Получены аналитические соотношения для определения параметров банка фильтров калмановского типа и условия их перезапуска, обеспечивающие гарантированное оценивание методами федеративной фильтрации.

8. Сформулирована и доказана теорема о некоторых свойствах прямоугольных матриц, позволившая получить в рамках диссертационной работы ряд новых результатов.

9. Предложены методы синтеза оптимальных фильтров при отсутствии белошумных ошибок измерений, позволяющие в отличие от известных решить задачу оценивания при сложном описании небелошумных ошибок измерений.

Практическая значимость

Предложенный подход к гарантированному оцениванию позволяет:

- разрабатывать практически реализуемые и экономичные в вычислительном отношении фильтры для большинства навигационных приложений;
- использовать как меру точности выработанной оценки матрицу, рассчитываемую в ковариационном канале фильтра;
- разрабатывать фильтры в условиях параметрической неопределенности описания возмущений и ошибок измерений;
- разрабатывать редуцированные фильтры в условиях ограниченных возможностей вычислительных средств навигационных комплексов;
- создавать алгоритмы гарантированного оценивания при построении навигационных комплексов по модульному принципу;
- разрабатывать алгоритмы оптимального оценивания для случая, когда белошумные составляющие ошибок измерений отсутствуют, а описание небелошумных ошибок имеет сложный характер.

Применение результатов. Методы гарантированного оценивания использованы при разработке математического обеспечения в навигационных комплексах третьего и четвертого поколений: «Симфония-0102», «Андромеда - 1914», «Симфония-3», «Аппассионата-ЭКМ» и др., а также в изделиях типа

«Ладога-М» и «Алеут Э.1». Методы федеративной фильтрации с настройкой банка фильтров, обеспечивающих гарантированное оценивание, реализованы в задаче комплексной обработки информации. Результаты исследований в области синтеза редуцированных фильтров и фильтров с гарантированным качеством оценивания в условиях неопределенности описания возмущений использованы при выборе моделей уходов гироскопов в изделиях типа «Ладога-М»и «Алеут-Э1». Алгоритмы обработки информации при отсутствии белошумных составляющих ошибок измерений использованы в изделиях «NAV», «Геомер», «Ладога –М».

Апробация работы. Результаты исследований докладывались на I, II, IV, VI, IX, XI, XVI, XVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам (С.-Петербург, 1994, 1995, 1997, 1999, 2002, 2004, 2009, 2011); XIII, XIV, XXVII научно-технической межотраслевой конференции памяти Н.Н.Острякова (С.-Петербург, 1983, 1985, 2010), AIAA Guidence, Navigation and Control Conference(Boston, USA, 1998), XIV International Symposium of Mathematical Theory of Networks and Systems (Perpignan, France, 2000), IX Международной Четаевской конференции "Аналитическая механика, устойчивость и управление движением" (Иркутск, 2007), III IEEE Multi-conference on Systems and Control (С.-Петербург, 2009), на Общероссийском семинаре «Современные методы навигации и управления движением» (Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2010).

Публикации. Положения диссертации опубликованы в 31 печатной работе, среди которых 12 статей в журналах, рекомендованных ВАК и два патента.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, перечня используемой литературы из 152 наименований и приложений. Общий объем работы составляет 240 страниц, включая 15 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы, отражена научная новизна и практическая ценность полученных результатов.

В первой главе приводятся постановка и общее решение исследуемой задачи оптимального оценивания, а также рассматриваются некоторые ее частные случаи. Формулируются принципы репродукции измерений и оцениваемых процессов, исследуется влияние линейных преобразований измерений на точность оценивания. Полученные в первой главе результаты используются в последующих главах диссертации.

В § 1 приводится постановка задачи оптимального оценивания и ее решение для случая, когда поведение динамической системы и процесс измерений описываются уравнениями

$$X(k) = \Phi(k)X(k-1) + w(k), \tag{1.1}$$

$$Y(k) = \varphi(X(k),k) + v(k), \tag{1.2}$$

где $X(k)$-вектор состояния размерности n; $Y(k)$-вектор измерений размерности m; $w(k)$, $v(k)$-центрированные гауссовские векторы белошумных возмущений и ошибок измерений с ковариационными матрицами $Q(k)$ и $R(k)$ соответственно, $\varphi(X(k),k)$-многомерная, в общем случае, нелинейная функция; $X(0)$-гауссовский вектор начальных условий, $X(0) \in N\{\bar{X}(0), D(0)\}$. Последовательности $w(k)$ и $v(k)$ здесь и далее предполагаются гауссовскими и взаимно независимыми между собой и от вектора $X(0)$, т.е. $\xi(k) \in N\{0, Q(k)\}$, $v(k) \in N\{0, R(k)\}$.

Задача оптимального оценивания сформулирована следующим образом. Пусть $\hat{X}(k)$-произвольная оценка вектора состояния $X(k)$, полученная по совокупности всех измерений, проведенных к k-му моменту времени, а $D(k)$-ковариационная матрица ошибки этой оценки $e(k) = X(k) - \hat{X}(k)$. Требуется найти такую оценку $\hat{X}^*(k)$ вектора состояния $X(k)$, называемую далее оптимальной, для которой выполняется неравенство в смысле неравенства квадратичных форм $\Delta D(k) = D(k) - D^*(k) \geq 0$, где $D^*(k)$-ковариационная матрица ошибки оптимальной оценки $\hat{X}^*(k)$.

В §2 формулируется и доказывается следующий принцип репродукции измерений. Модель измерений

$$Y(k) = \varphi(X(k),k) + v(k), \qquad v\ (k) \in N\{0, R\ (k)\}, \tag{1.3}$$

и модель измерений

$$Y_i(k) = \varphi(X(k),k) + v_i(k), \qquad v_i(k) \in N\{0, R_i(k)\}, \qquad i \in \overline{1,N}, \tag{1.4}$$

в которых $v_i(k)$- независимые между собой белошумные ошибки измерений, при выполнении условий:

$$\sum_{i=1}^{N} R_i^{-1}(k) = R^{-1}(k)\,, \qquad \sum_{i=1}^{N} R_i^{-1}(k) Y_i(k) = R^{-1}(k) Y(k)\,, \tag{1.5}$$

обеспечивают одинаковые оптимальные оценки вектора состояния $X(k)$. В соответствии с этим принципом информация от одних и тех же измерителей может рассматриваться как полученная от различных источников информации, что, в свою очередь, позволяет при построении алгоритмов оценивания многократно использовать одни и те же измерения, считая их независимыми.

В §3 формулируется и доказывается следующий принцип репродукции оцениваемых процессов. Модель, описываемая уравнениями

$$X(k) = \Phi(k) X(k-1) + w(k)\,, \qquad X(0) \in N\{\bar{X}, P(0)\}\,, \quad w(k) \in N\{0, Q(k)\}\,,$$

$$Y_j(k) = \varphi_j(X(k), k) + v_j(k)\,, \qquad v_j(k) \in N\{0, R_j(k)\}\,, \qquad j \in \overline{1, N} \tag{1.6}$$

и модель в расширенном пространстве состояний

$$X_j(k) = \Phi(k) X_j(k-1) + w_j(k)\,, \quad X_j(0) \in N\{\bar{X}, P_j(0)\}\,, w_j(k) \in N\{0, Q_j(k)\}\,, \quad j \in \overline{1, N}\,,$$

$$Y_j(k) = \varphi_j(X_j(k), k) + v_j(k)\,, \qquad v_j(k) \in N\{0, R_j(k)\}\,, \tag{1.7}$$

в которых $w_j(k)$ и $v_j(k)$-независимые между собой белошумные ошибки измерений и порождающие шумы, при выполнении условий:

$$\sum_{j=1}^{N} Q_j^{-1}(k) = Q^{-1}(k)\,, \qquad \sum_{j=1}^{N} P_j^{-1}(0) = P^{-1}(0) \tag{1.8}$$

и учете соотношений

$$0 = X_{j+1}(k) - X_j(k)\,, \qquad j \in \overline{1, N-1}\,, \tag{1.9}$$

рассматриваемых, как измерения без ошибок, обеспечивают совпадение оптимальных оценок, т.е. $\hat{X}(k) = \hat{X}_j(k)$. Этот принцип при построении алгоритмов оценивания позволяет рассматривать одни и те же процессы в расширенном пространстве состояния как независимые и используется при синтезе федеративных фильтров.

В §4 рассматривается задача оптимального оценивания состояния динамической системы в линейной постановке, когда модель измерений имеет вид

$$Y(k) = H(k) X(k) + v(k)\,. \tag{1.10}$$

В этом случае оптимальная оценка $\hat{X}(k)$ и ковариационная матрица ошибки оценки $P(k)$ могут быть выработаны с использованием известных рекуррентных процедур оптимального ФК:

$$\tilde{X}(k) = \Phi_{\Phi}(k) \hat{X}(k-1)\,, \tag{1.11}$$

$$L(k) = \Phi_\Phi^T(k) P(k-1) \Phi_\Phi^T(k) + Q_\Phi(k) \quad , \tag{1.12}$$

$$\hat{X}(k) = \tilde{X}(k) + K(k)(Y_\Phi(k) - H_\Phi(k)\tilde{X}(k)), \tag{1.13}$$

$$P(k) = L(k) - L(k) H_\Phi{}^T(k)(H_\Phi(k) L(k) H_\Phi{}^T(k) + R_\Phi(k))^{-1} H_\Phi(k) L(k), \tag{1.14}$$

$$K(k) = L(k) H^T(k)(H_\Phi(k) L(k) H_\Phi{}^T(k) + R_\Phi(k))^{-1}, \tag{1.15}$$

с параметрами фильтра: $\Phi_\Phi(k) = \Phi\ (k)$, $H_\Phi(k) = H\ (k)$, $R_\Phi(k) = R\ (k)$, $Q_\Phi(k) = Q\ (k)$, $Y_\Phi(k) = Y\ (k)$.

Используя в этих выражениях блочное представление векторов и матриц: $X(k) = \left|X_0^T, X_1^T\right|^T$, $H(k) = \left|H_0, H_1\right|$, $L(k) = \begin{vmatrix} L_0 & L_2 \\ L_2^T & L_1 \end{vmatrix}$, в §§ 4, 5 рассматривается ряд задач, характерных при обработке навигационной информации и, в частности, показывается, что оценки $\hat{X}_0(k)$ и $\hat{X}_1(k)$ могут быть получены одновременно с использованием двух ФК меньшей размерности, с параметрами фильтров, соответствующих размерности векторов $X_0(k)$ и $X_1(k)$. Такой подход к оцениванию вектора состояния $X(k)$ оказывается полезным при решении прикладных задач, так как позволяет снизить размерность обращаемых матриц и, как следствие, уменьшить вычислительные ошибки, возникающие при реализации процедур оценивания.

В § 6 для случая, когда измерения описываются уравнением

$$Y(k) = H(k)X(k) + v(k) = H_0(k)X_0(k) + H_1(k)X_1(k) + v(k), \tag{1.16}$$

а матрица прогноза $L(k)$ блочнодиагональна, рассмотрена последовательная процедура, при которой вначале формируется оценка $\hat{X}_0(k)$ и ковариационная матрица $P_0(k)$, а затем с их использованием вырабатывается оценка $\hat{X}_1(k)$ и ковариационная матрица $P_1(k)$.

Полученные соотношения использованы для решения задачи оценивания, когда уравнение (1.1) рассматривается как нулевое «измерение» состояния динамической системы на текущем и предыдущих шагах оценивания. В такой постановке модель измерений имеет вид

$$\begin{vmatrix} 0 \\ Y(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Phi(k) & -E \\ 0 & H(k) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X(k-1) \\ X(k) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \xi(k) \\ v(k) \end{vmatrix}, \tag{1.17}$$

В работе показано, что задача оценивания вектора состояния $X(k)$ может быть сведена к выработке вначале сглаженной оценки вектора состояния $X(k-1)$ и вычислению оптимальной оценки вектора $X(k)$ путем прогноза сглаженной оценки.

В практическом плане рассмотренный подход к задаче оптимального оценивания вектора состояния $X(k)$ с выработкой вначале сглаженной оценки вектора состояния оказывается полезным в случае, когда матрица ошибок измерений $R(k)$ мала, т.к. сглаженная оценка вырабатывается с использованием процедур ФК с увеличенной на величину HQH^T матрицей ошибок измерений.

В § 7 исследуется влияние линейных особых и неособых преобразований измерений на точность оценивания и доказывается следующая теорема о свойствах прямоугольных матриц, широко используемая в работе.

Теорема Для любых прямоугольных матриц U размерности $q \times g$, $(q < g)$ ранга q и V размерности $(g-q) \times g$ ранга $g-q$, удовлетворяющих условию:

$$UV^T = 0, \tag{1.18}$$

справедливо тождество

$$U^T(U R U^T)^{-1}U = R^{-1} - R^{-1}V^T((VR^{-1}V^T)^{-1}VR^{-1}, \tag{1.19}$$

где R -квадратная невырожденная матрица размерности $g \times g$.

Предметом рассмотрения в § 7 являются исходная и преобразованная модели измерений вида:

$$Y(k) = HX(k) + v(k), \tag{1.20}$$

$$AY(k) = AHX(k) + Av(k), \tag{1.21}$$

где $X(k)$ и $Y(k)$ -векторы размерности n и m. Предполагается, что $m > n$, а матрица преобразований A имеет размерность $s \times m$ ($s < m$).

С использованием приведенной теоремы в работе доказывается неравенство $P(k) \le P'(k)$ для ковариационных матриц ошибок оптимальных оценок, соответствующих исходным и преобразованным измерениям, устанавливающее в общем случае факт возможных потерь в точности оценивания при использовании преобразованных измерений. Однако показано, что при $A = H^T R^{-1}$ обеспечивается равенство $P(k) = P'(k)$, что оказывается полезным при решении прикладных задач, поскольку с помощью такого преобразования можно без потерь в точности снизить размерность вектора измерений.

Как правило, особое преобразование проводится с целью исключения зависимости измерений от части компонент вектора состояния. Для модели измерений, представленой в виде (1.16), исключение, например, вектора $X_1(k)$

может быть достигнуто преобразованием этих измерений с матрицей преобразований A, удовлетворяющей условию $AH_1 = 0$.

В работе показано, что точность оценивания подвектора состояния $X_0(k)$ с использованием преобразованных измерений одинакова для всего множества матриц A размерности $(m-n_1)\times m$, удовлетворяющих этому условию, и в этом смысле инвариантна к такому преобразованию.

Во второй главе исследуется задача оптимального оценивания состояния динамической системы с использованием измерений, не содержащих белошумных составляющих ошибок. Суть предлагаемых подходов к решению таких задач заключается в учете особенностей измерений, передаваемых видом матрицы измерений, а также того факта, что ранг ковариационной матрицы после обработки безошибочных измерений уменьшается на величину, равную размерности вектора измерений.

Решение указанной выше задачи рассматривается в постановке, когда оцениваемый вектор состояния $X(k)$ и медленноменяющиеся составляющие ошибок измерений $C(k)$ описываются уравнениями вида (1.1), а модель измерений имеет вид

$$Y(k) = H_0(k)X(k) + H_1(k)C(k). \tag{2.1}$$

В § 1 анализируются известные подходы, при которых задача сводится к оцениванию $X(k)$ по разностным измерениям

$$Y'(k) = Y(k) - A(k)Y(k-1), \tag{2.2}$$

в которых матрица $A(k)$ удовлетворяет условию

$$H_1(k)\Phi_C(k) - A(k)H_1(k) = 0. \tag{2.3}$$

В работе, однако, показано, что не всегда удается выбрать матрицу $A(k)$, удовлетворяющую условию (2.3). В этой связи предложен ряд алгоритмов, учитывающих особенности решаемых прикладных задач. В § 2 рассмотрена задача оценивания вектора состояния, описываемого уравнением

$$\begin{vmatrix} X_0(k) \\ X_1(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \Phi_0 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_0(k-1) \\ X_1(k-1) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} w_0(k) \\ w_1(k) \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} w_0 \\ w_1 \end{vmatrix} \in N\left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} Q_0 & Q_2 \\ Q_2^T & Q_1 \end{vmatrix} \right\}, \tag{2.4}$$

по измерениям

$$Y(k) = H_0(k)X_0(k), \tag{2.5}$$

в которых $w_0(k), w_1(k)$-взаимно независимы, т.е. для случая $Q_2(k) = 0$. Матрица $H_0(k)$ предполагается квадратной и невырожденной, при этом очевидно, что

$\hat{X}_0(k) = H_0^{-1}(k)Y(k)$. Из выражений ФК (1.13-1.15) при $R_\Phi = 0$ и $H_\Phi(k) = \left| H_0(k), 0 \right|$ следует, что блоки $P_0(k), P_2(k), P_2^T(k)$ ковариационной матрицы $P(k) = \left| \begin{matrix} P_0 & P_2 \\ P_2^T & P_1 \end{matrix} \right|$ будут равны нулю, а оценка вектора состояния $X_1(k)$ и ковариационная матрица ее ошибки $P_1(k)$ определяются выражениями

$$\hat{X}_1(k) = \tilde{X}_1(k) + L_2^T L_0^{-1}\left(\hat{X}_0(k) - \tilde{X}_0(k)\right), \quad P_1(k) = L_1(k) - L_2^T(k)L_0^{-1}(k)L_2(k) = (L_1^{(-1)}(k))^{-1}, \tag{2.6}$$

где $\tilde{X}_0(k)$-прогноз оценки с $k-1$-го на k-й шаг, а $L_1^{(-1)}(k)$-блок обратной ковариационной матрицы прогноза $L^{-1}(k)$, соответствующий вектору $X_1(k)$. В работе показано, что выражения (2.6) можно преобразовать к виду

$$\hat{X}_1(k) = \Phi_3 \hat{X}_0(k-1) + \Phi_1 \hat{\hat{X}}_1(k-1), \qquad P_1(k) = \Phi_1 \tilde{P}(k-1)\Phi_1^T + Q_1(k), \tag{2.7}$$

где $\hat{\hat{X}}_1(k-1)$ и $\tilde{P}(k-1)$ сглаженная оценка вектора состояния $X_1(k-1)$ и ковариационная матрица ее ошибки, вырабатываемые с использованием ФК при $H_\Phi = \Phi_2(k)$, $Y_\Phi = \hat{X}_0(k) - \Phi_0 \hat{X}_0(k-1)$, $L_\Phi = P_1(k-1)$, $\tilde{X}_\Phi = \hat{X}(k-1)$, $R_\Phi = Q_0(k)$.

Таким образом, задача оценивания вектора состояния $X(k)$ сводится к вычислению точного значения $X_0(k)$ и использованию процедур ФК для подвектора $X_1(k)$ соответствующей размерности с ненулевой матрицей ошибок измерений, что позволяет использовать стандартное программное обеспечение и для случая проведения измерений без ошибок.

В §§ 3, 4 проводится обобщение полученных результатов для матрицы возмущений общего вида ($Q_2 \neq 0$) и матрицы измерений $H(k) = \left| H_0(k), H_1(k) \right|$. Такое обобщение достигается в результате оценивания вспомогательного вектора состояния, связанного с вектором $X(k)$ линейным преобразованием с последующим расчетом оценки и ковариационной матрицы для вектора $X(k)$.

В § 4 также рассмотрен подход к решению задачи оценивания вектора $X(k)$ при отсутствии белошумных составляющих ошибок измерений, использующий теорему о свойствах прямоугольных матриц. В основе подхода лежат преобразования выражений ФК (1.13)-(1.15) при $R_\Phi = 0$ к следующему эквивалентному виду:

$$P(k) = S(S^T L^{-1}(k)S)^{-1}S^T, \qquad \hat{X}(k) = Y'(k) + PL^{-1}(\tilde{X}(k) - Y'(k)), \tag{2.8}$$

где $S(k)$-любая матрица размерности $n \times (n-m)$, ранга $n-m$, удовлетворяющая условию $H(k)S(k) = 0$, а $Y'(k)$ - любой вектор, такой, что $HY'(k) = Y(k)$.

Из (2.8) следует, что оптимальную оценку $\hat{X}(k)$ и ковариационную матрицу $P(k)$ можно получить как

$$\hat{X}(k) = Y'(k) - S\hat{u}(k), \quad P(k) = SP_u(k)S^T, \tag{2.9}$$

где $\hat{u}(k)$ и $P_u(k)$-определяются с использованием выражений

$$P_u(k) = (S^T L^{-1}(k)S)^{-1}, \quad \hat{u}\ (k) = P_u(k)S^T L^{-1}(k)(Y'(k) - \tilde{X}\ (k)). \tag{2.10}$$

Показано, что эти параметры, в свою очередь, могут быть также получены как результат выработки сглаженной оценки $\hat{\tilde{u}}(k-1)$ и ковариационной матрицы ее ошибки $\tilde{P}_u(k-1)$ для вектора $u(k)$, размерности $n-m$, с последующим расчетом параметров $\hat{u}(k)$ и $P_u(k)$.

В § 5 рассмотрена задача оптимального оценивания вектора состояния $X(k)$ в условиях, когда обратная ковариационная матрица прогноза имеет вид: $L^{-1}(k) = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & L_1^{-1} \end{vmatrix}$, что можно трактовать как отсутствие априорной информации о векторе состояния $X_0(k)$ при обработке измерений на k-м шаге.

Примером такой задачи является задача комплексирования информации от трех ИНС

$$\xi_i(k) = X_0(k) + BX_1^i(k), \qquad i \in \overline{1,3} \tag{2.11}$$

где $X_0(k)$-вектор основных навигационных параметров (ОНП), стохастическое описание которого не определено; $\xi_i(k)$-вектор показаний ИНС; $BX_1^i(k)$-вектор ошибок выработки ОНП с использованием i-й ИНС.

В рамках известного инвариантного подхода к решению таких задач измерения (1.16) преобразуются таким образом, чтобы исключить параметры, априорная информация о которых отсутствует, т.е.

$$AY(k) = AH_0X_0(k) + AH_1X_1(k),$$

с матрицей $A(k)$, удовлетворяющей условию $A(k)H_0(k) = 0$.

В рассматриваемом примере исключение вектора ОНП достигается, например, формированием попарных разностей, путем вычитания из двух последних уравнений первого уравнения. При этом такая модель измерений становится неравноценной относительно использования информации от различных ИНС при формировании оценки вектора ОНП, что затрудняет организацию вычислительного процесса при выработке комплексных оценок вектора состояния $X_1(k)$.

Для устранения этого недостатка в работе получены выражения для оценок $\hat{X}_0(k)$, $\hat{X}_1(k)$ и ковариационных матриц их ошибок $P_0(k)$ и $P_1(k)$ в которых используются параметры исходной модели измерений (1.16), что обеспечивает равноценность использования информации от различных ИНС.

В § 6 полученные результаты использованы для решения задачи выработки оптимальной оценки вектора ОНП по показаниям трех ИНС и измерениям от средств внешней коррекции.

В третьей главе рассмотрены особенности решения задачи оценивания навигационных параметров методами федеративной фильтрации. Суть этих методов заключается в использовании банка частных фильтров калмановского типа, реализуемых в составе измерительных модулей и предназначенных для первичной обработки полученных в них измерений. Комплексная оценка вектора состояния формируется с использованием выработанных в этих фильтрах частных оценок путем их взвешенного осреднения в блоке безынерционного осреднения. Рассматриваются два случая: в одном из них предполагается, что имеются только белошумные составляющие ошибок измерений, а в другом, помимо них, содержатся еще и медленноменяющиеся составляющие ошибок измерений. Для второго случая получены условия, обеспечивающие гарантированное оценивание вектора состояния.

В § 1 исследуются особенности методов федеративной фильтрации в предположении, что поведение динамической системы описывается уравнением вида (1.1), а измерения, проведенные в i-ом измерительном модуле содержат только белошумные составляющие ошибок измерений, т.е.

$$Y_i\ (k) = H_i\ (k)X(k) + v_i\ (k), \qquad v_i\ (k) \in N\left\{0, R_i\ (k)\right\}, \qquad i \in \overline{1,m}. \tag{3.1}$$

Очевидно, что в такой постановке оптимальная оценка $\hat{X}(k)$ вектора состояния $X(k)$ и ковариационная матрица ее ошибки $P(k)$ могут быть получены с использованием централизованного ФК (1.11)-(1.15) с $H_Ф(k) = \left|H_1^T, H_2^T, \ldots H_m^T\right|^T$, $R_Ф(k) = diag\left\{R_i\ (k)\right\}$ и вектором измерений $Y_Ф(k) = \left|Y_1^T, Y_2^T, \ldots Y_m^T\right|^T$, включающим измерения $Y_i\ (k)$, полученные во всех измерительных модулях.

Показано, что при выполнении условий

$$L^{-1}(k) = \sum_{i=1}^{m} L_i^{-1}(k), \qquad L^{-1}(k)\tilde{X}(k) = \sum_{i=1}^{m} L_i^{-1}(k)\tilde{X}_i\ (k), \tag{3.2}$$

где $L_i(k), \tilde{X}_i(k)$-расчетная ковариационная матрица прогноза и оценка прогноза частных фильтров, оптимальная оценка $\hat{X}(k)$ и ковариационная матрица ошибки оценки $P(k)$ могут быть сформированы в блоке безынерционного осреднения с использованием выражений

$$P(k) = (\sum_{i=1}^{m} P_i^{-1}(k))^{-1}, \quad \hat{X}(k) = P(k)\left(\sum_{i=1}^{m} P_i^{-1}(k)\hat{X}_i(k)\right). \tag{3.3}$$

Здесь

$$\hat{X}_i(k) = P_i(k)\left(L_i^{-1}(k)\tilde{X}_i(k) + H_i^T R_i^{-1} Y_i(k)\right) = \tilde{X}_i(k) + K_i(k)\left(Y_i(k) - H_i \tilde{X}_i(k)\right), \tag{3.4}$$

$$P_i(k) = \left(L_i^{-1}(k) + H_i^T R_i^{-1} H_i\right)^{-1}, \quad K_i(k) = P_i(k) H_i^T(k) R_i^{-1}(k), \tag{3.5}$$

представляют собой оценки и расчетные ковариационные матрицы частных ФКТ. Выражения (3.3)-(3.5) по сути и определяют федеративный фильтр.

В работе рассматриваются два типа ФФ: без перезапуска частных фильтров (ФФБП) и с их перезапуском на каждом шаге оценивания (ФФП). В ФФБП в качестве прогнозируемой информации с $k-1$шага на k-й шаг в i-м частном фильтре используются оценка и расчетная ковариационная матрица, полученные в этом фильтре. В ФФП перед выполнением этапа прогноза осуществляется перезапуск частных фильтров, в результате которого $\hat{X}_i(k)$, и $P_i(k)$ заменяются значениями $\hat{X}_i''(k)$, $P_i''(k)$, удовлетворяющими условиям перезапуска:

$$\sum_{i=1}^{m} \left[P_i''(k)\right]^{-1} = P^{-1}(k), \qquad \hat{X}_i''(k) = \hat{X}(k), \tag{3.6}$$

где $\hat{X}(k)$, $P(k)$ - комплексные параметры, вычисленные с использованием выражений (3.3). Прогноз в частных фильтрах осуществляется с использованием процедур ФК (1.11), (1.12) при $Q_Ф(k) = Q_i(k)$, $\hat{X}_Ф(k-1) = \hat{X}_i(k-1)$, $P_Ф(k-1) = P_i(k-1)$ для ФФБП и $Q_Ф(k) = Q_i(k)$, $\hat{X}_Ф(k-1) = \hat{X}_i''(k-1)$, $P_Ф(k-1) = P_i''(k-1)$ для ФФП, при этом предполагается, что параметры $Q_i(k)$, используемые в частных фильтрах, удовлетворяют условию:

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i^{-1}(k) = Q^{-1}(k). \tag{3.7}$$

В § 2 исследуется принципиальная возможность выполнения условий (3.2), и, как следствие, возможность выработки оптимальной оценки вектора состояния $X(k)$ методами федеративной фильтрации. Отмечено, что для выработки оптимальной оценки вектора состояния $X(k)$ в ФФБП должны выполняться оба условия (3.2), в то время как для ФФП достаточно выполнения первого из этих условий, так как второе условие, с учетом (3.6), всегда выполняется.

В работе показано, что оптимальное оценивание вектора состояния $X(k)$ с использованием ФФП может быть обеспечено при выполнении одного из следующих условий их согласованной настройки:

$$Q_i\,(k) = \Phi P_i''\,(k-1)P^{-1}(k-1)\Phi^{-1}Q(k)\,, \tag{3.8}$$

$$Q_i\,(k) = Q(k)\Phi^{-T}P^{-1}(k-1)P_i''\,(k-1)\Phi^{T}\,. \tag{3.9}$$

Применительно к ФФБП условием получения оптимальной оценки является выполнение соотношения (3.8), из которого следует, что матрицы $Q_i\,(k)$, удовлетворяющие этому соотношению, не являются симметрическими матрицами. Использование при синтезе ФФБП симметрических матриц $Q_i\,(k)$, что, как правило, имеет место на практике, приводит к тому, что ФФБП не являются оптимальными.

В § 3 исследуются особенности методов федеративной фильтрации в предположении, что имеются как белошумные, так и медленноменяющиеся составляющие ошибок измерений, т.е. для модели

$$X_0(k) = \Phi_0 X_0(k-1) + w_0(k)\,,\ w_0(k) \in N\left\{0, Q_0(k)\right\},\ X_0(0) \in N\left\{\bar{X}_0(0), P_0\,(0)\right\}, \tag{3.10}$$

$$C_i(k) = \Phi_{Ci} C_i(k-1) + w_{Ci}(k)\,,\ w_{Ci}(k) \in N\left\{0, Q_{Ci}(k)\right\},\ C_i(0) \in N\left\{0, P_{Ci}(0)\right\}, \tag{3.11}$$

$$Y_i(k) = H_{0i}(k)X_0(k) + B_i C_i(k) + v_i(k)\,,\ \ v_i\,(k) \in N\left\{0, R_i(k)\right\}, \tag{3.12}$$

с использованием в частных фильтрах векторов состояния $X_i(k) = \left|X_{0i}^T, C_i^T\right|^T$.

Выражения для комплексной оценки вектора состояния $X_0(k)$ и расчетной ковариационной матрицы ошибки оценки в этом случае принимают вид:

$$\hat{X}_0(k) = P_0\,(k)\sum_{i=1}^{m}\left[P_{0i}(k)\right]^{-1}\hat{X}_{0i}(k)\,, \qquad P_0\,(k) = \sum_{i=1}^{m}\left[P_{0i}(k)\right]^{-1}, \tag{3.13}$$

где $\hat{X}_{0i}(k)$, $P_{0i}(k)$-оценки и расчетные ковариационные матрицы частных фильтров, соответствующие вектору $X_{0i}(k)$.

Для выявления свойств ФФ в такой постановке рассмотрена задача оптимального оценивания вектора $X\ = \left|X_0^T, C_1^T, C_2^T, \ldots, C_m^T\right|^T$ для модели (3.10)-(3.12) и задача оценивания в расширенном пространстве вектора состояния $X_P = \left|X_{01}^T, C_1^T, X_{02}^T, C_2^T, \ldots X_{0m}^T C_m^T\right|^T$ при использовании для настройки ФК следующей модели, описывающей поведение компонент этого вектора:

$$X_{0i}(k) = \Phi_0 X_{0i}(k-1) + w_{0i}(k)\,,\ w_{0i}(k) \in N\left\{0, Q_{0i}(k)\right\},\ X_{0i}(0) \in N\left\{\bar{X}_0(0), P_{0i}(0)\right\}, \tag{3.14}$$

$$C_i(k) = \varPhi_{Ci} C_i(k-1) + w_{Ci}(k), \quad w_{Ci}(k) \in N\left\{0, Q_{Ci}(k)\right\}, \quad C_i(0) \in N\left\{0, P_{Ci}(0)\right\}, \tag{3.15}$$

$$Y_i(k) = H_{0i}(k) X_{0i}(k) + B_i C_i(k) + v_i(k), \tag{3.16}$$

$$\sum_{i=1}^{m} Q_{0i}^{-1}(k) = Q_0^{-1}(k), \quad \sum_{i=1}^{m} P_{0i}^{-1}(0) = P_0^{-1}(0), \tag{3.17}$$

где $w_{0i}(k)$ предполагаются независимыми между собой.

Показано, что оптимальная оценка вектора состояния $X_P(k)$ обеспечивается при учете на каждом шаге уравнений связей между параметрами:

$$0 = X_{0i+1}(k) - X_{0i}(k), \qquad i \in \overline{1, m-1}, \tag{3.18}$$

которые трактуются как дополнительные нулевые «измерения», проведенные без ошибок.

Установлено, что оптимальные оценки и ковариационные матрицы ошибок оценок векторов состояния $X(k)$ и $X_P(k)$ связаны соотношениями:

$$\hat{X}_P(k) = S\hat{X}(k), \qquad P_P(k) = SP(k)S^T, \tag{3.19}$$

где $\hat{X}(k)$, $P(k)$-оценка и ковариационная матрица централизованного ФК, настроенного на модель (3.10)-(3.12), а матрица S такова, что отображает вектор $\left| X_0^T, C_1^T, \ldots C_m^T \right|^T$ в вектор $\left| X_0^T, C_1^T, X_0^T, \ldots C_m^T \right|^T$.

Проведенный в работе анализ показывает, что выработка параметров $\hat{X}_0(k)$ и $P_0(k)$ в ФФ с использованием (3.13) является результатом обработки безошибочных «нулевых» измерений (3.18) только на одном текущем шаге. Это позволяет сделать вывод, что потери в точности оценивания вектора $X_0(k)$ методами федеративной фильтрации вызваны отказом от части информации, содержащейся в уравнениях связей на предшествующих шагах обработки измерений.

В § 4 анализируются особенности ФФП, имеющих векторы состояния частных фильтров разной размерности. Условия их перезапуска определены следующим образом:

$$S^T \left[P_P''(k) \right]^{-1} S = P^{-1}(k) = S^T \left[P_P'(k) \right]^{-1} S, \qquad \hat{X}_P''(k) = S\hat{X}(k), \tag{3.20}$$

где $P_P'(k)$ и $P_P''(k)$-блочнодиагональные матрицы, состоящие из расчетных ковариационных матриц частных фильтров после обработки измерений и их перезапуска соответственно; $P_P''(k)$-блочнодиагональная матрица, состоящая из расчетных ковариационных матриц частных фильтров после их перезапуска;

$\hat{X}(k)$-комплексная оценка вектора состояния $X(k)$; $\hat{X}''_P(k)$-вектор, состоящий из оценок частных фильтров после их перезапуска.

С учетом этих условий получены выражения для оценок подвекторов и блоков расчетных ковариационных матриц частных фильтров после их перезапуска.

Принимая во внимание тот факт, что при проведении в модулях измерений, содержащих медленноменяющиеся составляющие ошибок измерений, методы федеративной фильтрации не являются оптимальными, в §§ 5, 6 доказывается, что ФФБП обеспечивают гарантированное качество оценивания при выборе параметров частных фильтров $Q_i(k)$ и $P_i(0)$, удовлетворяющих условиям (3.17). Этим же свойством обладают ФФП при выполнении условий (3.17) и условий перезапуска (3.20).

В § 7 исследуется возможность повышения точности ФФ. Показано, что это может быть сделано, если на каждом шаге обрабатывать как «нулевые» измерения, уравнения вида (3.18), связывающие векторы состояния частных фильтров на текущем и предыдущих шагах. В целях построения таких фильтров получены рекуррентные выражения, описывающие поведение векторов состояния частных фильтров $X_{Pi}(k,r) = \left| X_i^T(k), X_i^T(k-1), \ldots X_i^T(k-r+1) \right|^T$ и процесс измерений. Для случая $r = 2$ эти выражения для настройки частных фильтров имеют вид

$$X_{Pi}(k,2) = \Phi_{Pi}(k,2) X_{Pi}(k-1,2) + \xi_{Pi}(k,2), \; \xi_{Pi}(k,2) \in N\left\{0, Q_{Pi}(k,2)\right\}, \; X_{Pi}(0) \in N\left\{\bar{X}_P(0), P_{Pi}(0)\right\}$$

$$Y_i(k) = H_{Pi}(k,2) X_{Pi}(k,2) + v_i(k), \qquad \text{где } \Phi_{Pi}(k,2) = \begin{vmatrix} 0 & -E \\ 0 & \Phi(k) \end{vmatrix}, \; H_{Pi}(k) = \left| 0, H_i(k) \right|.$$

В § 8 рассмотрены примеры применения методов федеративной фильтрации для решения задач обработки навигационной информации. В частности, рассмотрена задача выработки навигационных параметров по показаниям двух ИНС и относительного лага (рисунок 1), имеющая важное практическое значение. Выработка навигационных параметров обеспечивается безынерционным осреднением оценок двух частных фильтров, в каждом из которых обрабатываются показания одной ИНС и одного и того же относительного лага. Для получения параметров настройки фильтров применен принцип репродукции измерений, позволяющий использовать в двух фильтрах измерения, полученные от лага, предполагая их независимыми. Результаты моделирования представлены на рисунке 2.

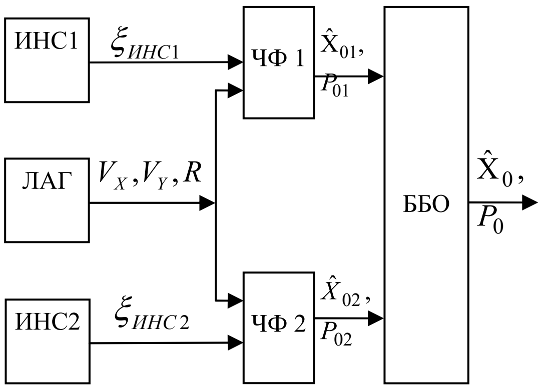

Рис. 1.

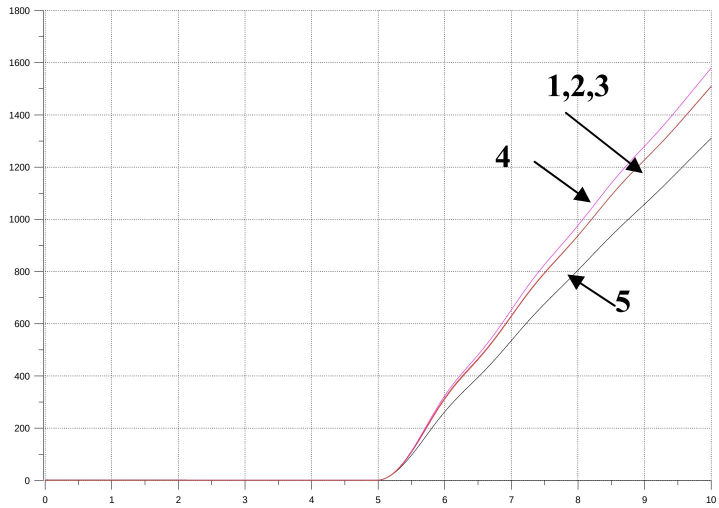

Рис. 2.

На рисунке 1: $\xi_{ИНСi}$-показания i-й ИНС; $\hat{\xi}_i$, P_{0i}- оценки ОНП и расчетные ковариационные матрицы, выработанные в частных фильтрах; $\hat{\xi}$, P_0-комплексные параметры. На рисунке 2: 1,2,3-оптимальная, действительная и расчетная средние квадратические погрешности выработки долготы в ФФ с гарантированным качеством оценивания; 4,5-действительная и расчетная погрешности выработки долготы без согласованной настройки частных фильтров.

Приведенные в §8 эти и другие результаты моделирования подтверждают, что полученные в рамках диссертационной работы условия настройки частных фильтров обеспечивают достаточную гарантированную точность выработки навигационных параметров методами федеративной фильтрации. При этом значения действительных и расчетных дисперсий навигационных параметров практически совпадают.

Четвертая глава посвящена проблеме синтеза редуцированных фильтров калмановского типа, обеспечивающих гарантированное качество оценивания состояния динамической системы. Суть предложенного подхода к синтезу таких фильтров заключается в использовании для выбора параметров фильтра вспомогательного дифференциального уравнения, решение которого является оценкой сверху для действительной ковариационной матрицы ошибки оценки в любой момент времени. Существенным для получения такого решения является выбор начальных условий и матриц интенсивностей возмущений и шумов измерений. В этой связи исследуется проблема выбора этих параметров и рассматривается задача повышения гарантированной точности редуцированного фильтра на начальном этапе оценивания.

Решение проблемы синтеза редуцированных ФКТ, обеспечивающих гарантированное качество оценивания, рассматривается применительно к задаче оценивания с непрерывным временем, когда вектор состояния, включающий два подвектора $X(t)=\left|X_0^T(t), X_1^T(t)\right|^T$, и процесс измерений описываются уравнениями

$$\dot{X}(t)=\begin{vmatrix}\dot{X}_0\\ \dot{X}_1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}F_0 & F_2\\ 0 & F_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}X_0\\ X_1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\xi_0\\ \xi_1\end{vmatrix}=F(t)X(t)+\xi(t), \tag{4.1}$$

$$Y(t)=H_0(t)X_0(t)+H_1(t)X_1(t)+v(t)=H(t)X(t)+v(t), \tag{4.2}$$

в которых $\xi_0(t)\in N\{0,Q_0(t)\}$, $\xi_1(t)\in N\{0,Q_1(t)\}$, $X(0)\in N\{\bar{X},D(0)\}$, $v(t)\in N\{0,R(t)\}$; подвектор $X_0(t)$ описывает поведение подлежащих оцениванию компонент вектора состояния динамической системы, а $X_1(t)$-вектор состояния формирующих фильтров, используемых для описания небелошумных возмущений и ошибок измерений. Рассмотрение задачи оценивания для непрерывного времени позволяет наиболее просто изложить особенности предлагаемого в работе подхода к синтезу редуцированного фильтра.

Известно, что в такой постановке оптимальная оценка вектора состояния $X(t)$ может быть получена с использованием ФК. Однако, при решении задач обработки навигационной информации, оптимальный ФК в силу ограниченных возможностей вычислительных средств не всегда может быть реализован. В этой связи ставится задача синтеза редуцированного фильтра с гарантированным качеством оценивания, в котором требуется найти оценку только подвектора $X_0(t)$ вектора состояния $X(t)$. Такая задача формулируется как задача синтеза фильтра вида

$$\dot{\hat{X}}_0(t)=F_0(t)\hat{X}_0(t)+K_\Phi(Y(t)-H_0(t)\hat{X}_0(t)), \tag{4.3}$$

$$K_\Phi(t)=(P(t)+F_2U_\Phi)H_0^TR_\Phi^{-1}, \tag{4.4}$$

$$\dot{P}=(F_0-F_2U_\Phi R_\Phi^{-1}H_0)P+P(F_0-F_2U_\Phi R_\Phi^{-1}H_0)^T-PH_0^TR_\Phi^{-1}H_0P+Q_\Phi \tag{4.5}$$

с параметрами $Q_\Phi(t), R_\Phi(t), U_\Phi(t)$ и $P(0)$, выбранными таким образом, чтобы для любого t выполнялось неравенство $P(t)\ge D_0(t)$, где $D_0(t)$-действительная ковариационная матрица ошибки $e_0(t)=X_0(t)-\hat{X}_0(t)$ субоптимальной оценки $\hat{X}_0(t)$.

Для проведения исследований в § 1 устанавливается тот факт, что при использовании выражения (4.3) с некоторым коэффициентом фильтра $K_\Phi(t)=K_0(t)$

действительная ковариационная матрица $D(t)$ ошибки оценки вектора $X(t)$ описывается уравнением

$$\begin{vmatrix} \dot{D}_0 & \dot{D}_2 \\ \dot{D}_2^T & \dot{D}_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{F}_0 & \tilde{F}_2 \\ 0 & F_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_0 & D_2 \\ D_2^T & D_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} D_0 & D_2 \\ D_2^T & D_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{F}_0^T & 0 \\ \tilde{F}_2^T & F_1^T \end{vmatrix} + \left|\begin{array}{c|c} K_0 R K_0^T & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right| + \left|\begin{array}{c|c} Q_0 & 0 \\ \hline 0 & Q_1 \end{array}\right|, \quad (4.6)$$

в котором $\tilde{F}_0(t) = F_0(t) - K_0(t) H_0(t)$, $\tilde{F}_2(t) = F_2(t) - K_0(t) H_1(t)$.

Суть предлагаемого подхода к синтезу редуцированных фильтров с гарантированным качеством оценивания в рамках сформулированной постановки заключается во введении в рассмотрение вспомогательного уравнения

$$\begin{vmatrix} \dot{D}_0^* & \dot{D}_2^* \\ \dot{D}_2^{*T} & \dot{D}_1^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tilde{F}_0 & \tilde{F}_2 \\ 0 & F_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} D_0^* & D_2^* \\ D_2^{*T} & D_1^* \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} D_0^* & D_2^* \\ D_2^{*T} & D_1^* \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \tilde{F}_0^T & 0 \\ \tilde{F}_2^T & F_1^T \end{vmatrix} + \left|\begin{array}{c|c} K_0 R K_0^T & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right| + \left|\begin{array}{c|c} Q_0 & 0 \\ \hline 0 & Q_1 \end{array}\right| + \begin{vmatrix} S_0 & S_2 \\ S_2^T & S_1 \end{vmatrix}, \quad (4.7)$$

отличающегося от уравнения (4.6) наличием в правой части матрицы $S(t) = \begin{vmatrix} S_0 & S_2 \\ S_2^T & S_1 \end{vmatrix} \geq 0$ и начальными условиями

$$D^*(0) = \begin{vmatrix} D_0^*(0) & D_2^*(0) \\ D_2^{*T}(0) & D_1^*(0) \end{vmatrix} \geq \begin{vmatrix} D_0(0) & D_2(0) \\ D_2^T(0) & D_1(0) \end{vmatrix} = D(0). \quad (4.8)$$

Для удобства дальнейшего изложения уравнение (4.7) представлено в виде уравнений для блоков:

$$\dot{D}_0^* = (F_0 - K_0 H_0) D_0^* + D_0^* (F_0 - K_0 H_0)^T + \tilde{F}_2 D_2^{*T} + D_2^* \tilde{F}_2^T + Q_0 + S_0, \quad (4.9)$$

$$\dot{D}_2^* = (F_0 - K_0 H_0) D_2^* + D_2^* F_1^T + \tilde{F}_2 D_1^* + S_2, \quad (4.10)$$

$$\dot{D}_1^* = F_1 D_1^* + D_1^* F_1^T + Q_1 + S_1. \quad (4.11)$$

В работе показано, что решения уравнений (4.6) и (4.7) удовлетворяют неравенству $D^*(K_0, t) = \begin{vmatrix} D_0^*(t) & D_2^*(t) \\ D_2^{*T}(t) & D_1^*(t) \end{vmatrix} \geq \begin{vmatrix} D_0(t) & D_2(t) \\ D_2^T(t) & D_1(t) \end{vmatrix} = D(K_0, t)$, справедливому для любого $K_0(t)$ при $t \geq 0$ и, как следствие, неравенству $D_0^*(K_0, t) \geq D_0(K_0, t)$.

Так как выбор матриц $S(t)$ и $D^*(0)$, удовлетворяющих (4.8), произволен, синтез редуцированного фильтра рассматривается вначале, когда блоки $S_2(t)$ и $D_2^*(0)$ таковы, что обеспечивают решение (4.10) в виде: $D_2^*(K_0, t) = 0$. Это фактически означает, что оценка сверху для матрицы $D(t)$ отыскивается в классе блочнодиагональных матриц, при этом уравнение (4.9) для $D_0^*(K_0, t)$ упрощается, поскольку

$$\dot{D}_0^* = \left(F_0 - K_0 H_0\right) D_0^* + D_0^* \left(F_0 - K_0 H_0\right)^T + K_0 R K_0^T + Q_0 + S_0. \quad (4.12)$$

Из (4.10) следует, что $D_2^*(K_0,t)=0$, когда $D_2^*(0)=0$, а блок $S_2(t)$ на решениях для $D_1^*(t)$ удовлетворяет уравнению

$$S_2(t)+\tilde{F}_2(t)D_1^*(t)=0. \tag{4.13}$$

Для выполнения неравенства $D_0^*(K_0,t)\ge D_0(K_0,t)$ выбор блоков матриц $S(t)$, $D^*(0)$ должен производиться таким образом, чтобы выполнялись неравенства:

$$S(t)\ge 0,\ D^*(0)=\begin{vmatrix} D_0^*(0) & 0 \\ 0 & D_1^*(0)\end{vmatrix} \ge \begin{vmatrix} D_0(0) & D_2(0) \\ D_2^T(0) & D_1(0)\end{vmatrix} = D(0). \tag{4.14}$$

В работе в качестве $S(t)$ предложено использовать положительно полуопределенную матрицу вида $S(t)=\begin{vmatrix} S_2S_1^{-1}S_2^T & S_2 \\ S_2^T & S_1\end{vmatrix}$, с блоком $S_0(t)$, определяемым, с учетом (4.13), выражением $S_0(t)=S_2S_1^{-1}S_2^T=\tilde{F}_2D_1^*S_1^{-1}D_1^*\tilde{F}_2^T=(F_2-K_0H_1)J(F_2-K_0H_1)^T$, где $J(t)=D_1^*S_1^{-1}D_1^*$, а $D_1^*(t)$-решение уравнения (4.11). При этом уравнение (4.9) принимает вид

$$\dot{D}_0^*=\tilde{F}_0D_0^*+D_0^*\tilde{F}^T+K_0RK_0^T+Q_0+S_0=(F_0-K_0H_0)D_0^*+D_0^*(F_0-K_0H_0)^T+K_0RK_0^T+Q_0+$$
$$F_2JF_2^T-K_0H_1JF_2^T-F_2JH_1^TK_0^T+K_0H_1JH_1^TK_0^T. \tag{4.15}$$

В работе показано, что, проводя минимизацию решения этого уравнения по $K_0(t)$, гарантированное оценивание вектора $X_0(t)$ обеспечивается при выборе $S_1(t)>0$, $D_0^*(0)$ и $D_1^*(0)$, удовлетворяющих условию (4.11), и использовании параметров фильтра**:** $P(0)=D_0^*(0)$, $U_Ф(t)=J$, $R_Ф(t)=R+H_1JH_1^T$**,** $Q_Ф(t)=Q_0+F_2(J-JH_1^T(H_1JH_1^T+R)^{-1}H_1J)F_2^T$. Очевидно, что гарантированная точность оценивания, характеризуемая матрицей $P(t)$, зависит от выбора $S_1(t)>0$ и $D_1^*(0)$, что является предметом обсуждения в § 4.

В § 3 рассматривается частный случай, когда матрицы $F_2(t)$ и $H_1(t)$ имеют вид $F_2=|F_{2\xi},0|$, $H_1=|0,H_{1v}|$. Как следствие, матрица $J(t)=D_1^*S_1^{-1}D_1^*$ становится блочнодиагональной: $J=diag\{J_\xi,J_v\}$, а $F_2JH_1^T=0$. В этом случае выражения для редуцированного фильтра упрощаются, при этом матрицы $Q_Ф(t)$ и $R_Ф(t)$ будут определяться как

$$Q_Ф(t)=Q_0+F_{2\xi}J_\xi F_{2\xi}^T,\quad R_Ф(t)=R+H_{1v}J_vH_{1v}^T. \tag{4.16}$$

С учетом того, что решение $P(t)$, являющееся оценкой сверху для $D_0(t)$, зависит от $J(t)$, в § 4 рассматривается задача оптимизации настройки редуцированных фильтров с гарантированным качеством оценивания для случая, когда на систему воздействуют N независимых возмущений, описываемых стационарными процессами с известными корреляционными функциями $K(\tau)$. В такой постановке ковариационная матрица D_1 является блочнодиагональной с блоками, удовлетворяющими уравнениям

$$0 = F_{1i}D_{1i} + D_{1i}F_{1i}^T + Q_{1i}. \qquad i \in \overline{1,N}. \tag{4.17}$$

С использованием вспомогательных уравнений вида

$$0 = F_{1i}D_{1i}^* + D_{1i}^*F_{1i}^T + Q_{1i} + S_{1i}, \qquad i \in \overline{1,N}, \tag{4.18}$$

в работе получены следующие выражения для блоков матриц J и S_0:

$$J_i = \left(-D_{1i}^{-1}F_{1i} - F_{1i}^T D_{1i}^{-1} - D_{1i}^{-1}Q_{1i}D_{1i}^{-1}\right)^{-1}, \quad i \in \overline{1,N}, \tag{4.19}$$

$$S_{0i} = \sum_i^N F_{2i}J_i F_{2i}^T = \sum_i^N f_{2i}J_{0i}f_{2i}^T, \qquad i \in \overline{1,N}, \tag{4.20}$$

где J_{0i} -диагональный элемент матрицы J_i, соответствующий возмущению $X_{1i}(t)$ при описании возмущения процессом первого порядка, либо первой компоненте $x_{1i}(t)$ подвектора $X_{1i}(t)$ при описании возмущения процессом более высокого порядка; $F_{2i}(t)$-блок матрицы $F_2(t)$, соответствующий подвектору $X_{1i}(t)$; $f_{2i}(t)$-столбец матрицы $F_{2i}(t)$, соответствующий i-му возмущению.

С учетом представления (4.20), задача оптимизации матрицы дополнительных шумов возмущений $S_0(t)$ для установившегося значения $D_1^*(t)$ сведена к задаче минимизации скалярных параметров J_{0i}, не зависящих от времени.

Такая задача подробно рассмотрена для случая, когда возмущения представляют собой широко используемые для описания возмущений при решении навигационных задач стационарные процессы с известными корреляционными функциями $K(\tau)$ вида: $K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}$, $K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}\left(\cos\beta\tau + \dfrac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau|\right)$.

В § 5 обсуждаются особенности выбора блочнодиагональной матрицы $D^*(0)$, удовлетворяющей (4.14), для обеспечения решения $D_2^*(t) = 0$.

С целью повышения гарантированной точности редуцированного фильтра на начальном этапе оценивания в § 6 рассмотрена задача синтеза редуцированного фильтра для случая, когда матрица $D^*(t)$ содержит ненулевой блок $D_2^*(t)$, что позволяет использовать в качестве начальных условий для вспомогательного уравнения матрицу $D(0)$ и, как следствие, повысить гарантированную точность фильтра. В целях упрощения синтеза такого фильтра выбор матрицы $S_2(t)$ проведен таким образом, чтобы ненулевое решение $D_2^*(t)$ не зависело от $K\ (t)$.

Пятая глава посвящена проблеме синтеза субоптимальных фильтров калмановского типа, обеспечивающих гарантированное оценивание вектора состояния $X(t)$ в условиях интервальной неопределенности параметров формирующих фильтров, используемых для описания возмущений и ошибок измерений. В частности, применительно к задачам обработки навигационной информации такая неопределенность характерна для моделей, описывающих параметры течения, и дрейфы чувствительных элементов. Суть предложенного подхода к синтезу таких фильтров, как и в Главе 4, заключается в использовании для выбора параметров фильтра вспомогательного дифференциального уравнения, решение которого является оценкой сверху для действительной ковариационной матрицы ошибки оценки в любой момент времени.

Решение указанной проблемы рассматривается применительно к задаче, когда вектор состояния, включающий два подвектора $X(t) = \left| X_0^T(t), X_1^T(t) \right|^T$, и процесс измерений описываются уравнениями (4.1) и (4.2). Предполагается, что блоки $F_0(t)$ и $F_2(t)$ известны точно, однако в отличие от постановки, рассмотренной в Главе 4, значение элементов матрицы $F_1(t)$ и $Q_1(t)$ известны с точностью до интервалов неопределенности $F_{1\min}[i,j] < F_1[i,j] \le F_{1\max}[i,j]$, $Q_{1\min}[i,j] < Q_1[i,j] \le Q_{1\max}[i,j]$.

Как пример такой постановки задачи оценивания, может быть рассмотрена задача оценивания ошибок инерциальной системы, где в качестве возмущений выступают уходы гироскопов, описываемые случайными процессами с корреляционными функциями, вид которых известен, а параметры принадлежат некоторым интервалам их возможных значений.

В § 1 показано, что при использовании для выработки оценки вектора состояния $X(t)$ уравнения

$$\dot{\hat{X}} = F_P \hat{X} + K\ (Y(t) - H\hat{X}),$$

где $F_P(t)$ - некоторая матрица динамики с блоком $F_{1P}(t) \ne F_1(t)$, а $K(t)$ -некоторый коэффициент фильтра,

действительная ковариационная матрица $D_P(t)$ вектора состояния $X_P(t) = \left| e^T(t), X_1^T(t) \right|^T$ описывается уравнением

$$\begin{vmatrix}\dot D & \dot D_2\\ \dot D_2^T & \dot D_1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\tilde F & -\Delta F\\ 0 & F_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}D & D_2\\ D_2^T & D_1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}D & D_2\\ D_2^T & D_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\tilde F^T & 0\\ -\Delta F^T & F_1^T\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}K\ RK^T & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}Q & Q_2\\ Q_2^T & Q_1\end{vmatrix}, \tag{5.1}$$

в котором $\tilde F\ (t)=F_P(t)-K\ (t)H\ (t)$, $\Delta F\ (t)=F_P(t)-F\ (t)$, и $D\ (t)$-действительная ковариационная матрица ошибки оценки $e(t)=X(t)-\hat X(t)$, $D_1(t)$-ковариационная матрица вектора состояния $X_1(t)$, $D_2(t)$-взаимная ковариационная матрица векторов $e(t)$ и $X_1(t)$.

Задача синтеза фильтра с гарантированным качеством оценивания вектора состояния $X\ (t)$ формулируется как задача синтеза фильтра вида

$$\dot{\hat X}\ (t)=F_\Phi(t)\hat X\ (t)+K_\Phi(Y\ (t)-H\ (t)\hat X\ (t)), \tag{5.2}$$

$$K_\Phi(t)=(P\ (t)+F_\Phi U_\Phi)H^T R_\Phi^{-1} \tag{5.3}$$

$$\dot P=(F_\Phi-F_\Phi U_\Phi R_\Phi^{-1}H)P+P(F_\Phi-F_\Phi U_\Phi R_\Phi^{-1}H_0)^T-PH^T R_\Phi^{-1}HP+Q_\Phi \tag{5.4}$$

с параметрами $F_\Phi(t)$ $Q_\Phi(t)$, $R_\Phi(t)$, $U_\Phi(t)$ и $P(0)$, выбранными таким образом, чтобы для любого t для всей области неопределенности параметров выполнялось неравенство $P(t)\ge D(t)$, где $D\ (t)$-удовлетворяющая уравнению (5.1) действительная ковариационная матрица ошибки $e\ (t)=X\ (t)-\hat X\ (t)$.

Суть предлагаемого подхода к синтезу фильтров с гарантированным качеством оценивания в условиях неопределенности параметров формирующих фильтров, используемых для описания возмущений и ошибок измерений, в рамках сформулированной постановки заключается во введении в рассмотрение вспомогательного уравнения вида

$$\begin{vmatrix}\dot D^* & \dot D_2^*\\ \dot D_2^{*T} & \dot D_1^*\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\tilde F & -\Delta F\\ 0 & F_1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}D^* & D_2^*\\ D_2^{*T} & D_1^*\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}D^* & D_2^*\\ D_2^{*T} & D_1^*\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\tilde F^T & 0\\ -\Delta F^T & F_1^T\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}K\ RK^T & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}Q & Q_2\\ Q_2^T & Q_1\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}S_0 & S_2\\ S_2^T & S_1\end{vmatrix}, \tag{5.5}$$

отличающегося от уравнения (5.1) наличием в правой части положительно полуопределенной матрицы $S(t)=\begin{vmatrix}S_0 & S_2\\ S_2^T & S_1\end{vmatrix}$ и начальными условиями

$$D_P^*(0)=\begin{vmatrix}D^*(0) & D_2^*(0)\\ D_2^{*T}(0) & D_1^*(0)\end{vmatrix}\ge\begin{vmatrix}D\ (0) & D_2\ (0)\\ D_2^T(0) & D_1\ (0)\end{vmatrix}=D_P(0). \tag{5.6}$$

Из (5.5) вытекают следующие, используемые далее уравнения для блоков:

$$\dot D^*=(F_P-K\ H\ )D^*+D^*(F_P-K\ H\ )^T-\Delta F\ D_2^{*T}-D_2^*\Delta F^T+Q\ +S_0, \tag{5.7}$$

$$\dot D_2^*=(F_P-K\ H\ )D_2^*+D_2^*F_1^T-\Delta F\ D_1^*+Q_2+S_2, \tag{5.8}$$

$$\dot D_1^*=F_1\ D_1^*+D_1^*F_1^T+Q_1+S_1. \tag{5.9}$$

В работе показано, что решения уравнений (5.1) и (5.5) удовлетворяют неравенству

$$D_P^*(t) = \begin{vmatrix} D^*(t) & D_2^*(t) \\ D_2^{*T}(t) & D_1^*(t) \end{vmatrix} \geq \begin{vmatrix} D\ (t) & D_2\,(t) \\ D_2^T(t) & D_1\,(t) \end{vmatrix} = D_P(t)\,, \tag{5.10}$$

справедливому для любого t и любого $K\ (t)$, и как следствие, неравенству

$$D^*(K\ ,t) \geq D\ (K\ ,t)\,. \tag{5.11}$$

Как и в Главе 4, синтез фильтра с гарантированным качеством оценивания рассматривается вначале, когда блоки $S_2(t)$ и $D_2^*(0)$ таковы, что обеспечивают решение (5.8) в виде: $D_2^*(K\ ,t) = 0$. Это фактически означает, что оценка сверху для матрицы $D_P(t)$ отыскивается в классе блочнодиагональных матриц, при этом уравнение (5.7) для $D^*(K,t)$ принимает вид:

$$\dot{D}^* = \left(F_P - K\ H\ \right)D^* + D^*\left(F_P - K\ H\ \right)^T + K\ RK^T + Q + S_0\,. \tag{5.12}$$

Из (5.8) следует, что $D_2^*(K,t) = 0$, когда $D_2^*(0) = 0$, а блок $S_2(t)$ на решениях для $D_1^*(t)$ удовлетворяет уравнению

$$-\Delta F\ \ (t)D_1^*(t) + Q_2\,(t) + S_2\,(t) = 0\,. \tag{5.13}$$

Для выполнения неравенства $D^*(K\ ,t) \geq D\ (K\ ,t)$ выбор блоков матриц $S(t)$ и $D_P^*(0)$ производится таким образом, чтобы выполнялось условие $S(t) \geq 0$ и неравенство:

$$D_P^*(0) = \begin{vmatrix} D^*(0) & 0 \\ 0 & D_1^*(0) \end{vmatrix} \geq \begin{vmatrix} D\ (0) & D_2\,(0) \\ D_2^T(0) & D_1\,(0) \end{vmatrix} = D_P(0)\,. \tag{5.14}$$

В качестве $S(t)$ используется положительно полуопределенная матрица вида $S(t) = \begin{vmatrix} S_0 & S_2 \\ S_2^T & S_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_2S_1^{-1}S_2^T & S_2 \\ S_2^T & S_1 \end{vmatrix}$ с блоком $S_0(t)$, определяемым теперь, с учетом (5.13), выражением

$$S_0\,(t) = S_2S_1^{-1}S_2^T\ = (\Delta F D_1^* - Q_2)S_1^{-1}(\Delta F D_1^* - Q_2)^T\,, \tag{5.15}$$

где $D_1^*(t)$ - решение уравнения (5.9), зависящее от положительно определенной матрицы $S_1\,(t)$.

В рамках рассматриваемого подхода к синтезу фильтра с гарантированным качеством оценивания далее предлагается выбрать матрицы $Q_\Phi(t)$ и $D^{**}(0)$, удовлетворяющие неравенствам

$$Q_\Phi(t) \geq Q(t) + S_0(t)\,, \quad D^{**}(0) \geq D^*(0) \tag{5.16}$$

во всей области неопределенности элементов матриц F_1, Q_1 и решить задачу минимизации по $K(t)$ решения $D^{**}(K\ ,t)$ уравнения

$$\dot{D}^{**} = \left(F_P - KH\right)D_0^{**} + D_0^{**}\left(F_P - KH\right)^T + KRK^T + Q_\Phi . \tag{5.17}$$

Решение такой задачи обеспечивается использованием ФКТ (5.2)-(5.4) с параметрами $Q_\Phi(t)$, $F_\Phi(t) = F_P(t)$, $U_\Phi(t) = 0$, $R_\Phi(t) = R\ (t)$, $P(0) = D_0^{**}(0)$. Очевидно, что гарантированная точность оценивания зависит от выбора $S_0(t)$, что является предметом рассмотрения в §§ 3, 4.

В §3 рассматривается возможность синтеза фильтра, обеспечивающего гарантированное оценивание при нулевой матрице $S_0(t)$. Показано, что в случае описания возмущений и ошибок измерений стационарными процессами, уравнения которых имеют вид (4.17), синтез такого фильтра возможен при выполнении следующих условий:

$$\begin{cases} \Delta F_{1i} D_{1i}^* - Q_{1i} = 0, \\ F_{\Sigma 1i} D_{1i}^* + D_{1i}^* F_{\Sigma 1i}^T < 0, \end{cases} \tag{5.18}$$

где $\Delta F_{1i} = F_{P1i} - F_{1i}$, $F_{\Sigma 1i} = F_{P1i} + F_{1i}$, а F_{P1i}-расчетная и F_{1i}-действительная матрицы динамики i-го формирующего фильтра.

Для иллюстрации принципиальной возможности синтеза фильтра с нулевой матрицей S_0 рассмотрены примеры, когда возмущения описаны процессами с корреляционными функциями вида: $K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}$, $K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}\left(\cos\beta\tau + \dfrac{\alpha}{\beta}\sin\beta|\tau|\right)$, подтверждающие возможность синтеза фильтра, обеспечивающего гарантированное качество оценивания с нулевой матрицей S_0.

С учетом того, что выполнение условий (5.18) для процессов с другими корреляционными функциями не всегда может быть обеспечено, в §4 рассматриваются особенности синтеза фильтра с гарантированным качеством оценивания с ненулевой матрицей дополнительных шумов возмущений S_0.

Показано, что синтез такого фильтра можно упростить, если ограничиться выбором матрицы S_{1i} в классе матриц вида $S_{1i} = \varepsilon Q_{1i}$. Использование такого приема проиллюстрировано на примере описания возмущений процессами с корреляционной функцией $K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}\cos\beta\tau$.

С целью повышения гарантированной точности фильтра на начальном этапе оценивания в § 5 рассмотрена задача синтеза фильтра при снятии ограничения

$D_2^*(0)=0$, что позволяет аппроксимировать матрицу $D_P(t)$ матрицей $D_P^*(t)$ общего вида и, как следствие, повысить гарантированную точность фильтра на начальном этапе оценивания. Суть подхода к синтезу такого фильтра во многом аналогична подходу, использованному при синтезе редуцированного фильтра, а именно, для упрощения синтеза фильтра выбор матрицы $S_2(t)$ проводится таким образом, чтобы решение $D_2^*(t)$ не зависело от $K\ (t)$.

С учетом того, что условия (5.18), обеспечивающие синтез фильтра с нулевой матрицей интенсивности дополнительных шумов возмущений при описании возмущений процессами второго порядка и выше при сохранении вида матрицы динамики не всегда могут быть выполнены, в § 6 рассматривается задача выбора расчетной матрицы динамики формирующего фильтра, имеющей отличный от действительной матрицы динамики вид. При этом элементы расчетной матрицы выбираются таким образом, чтобы обеспечивалось выполнение условия (5.18). Использование такого подхода проиллюстрировано на примере описания возмущений процессами с корреляционной функцией $K(\tau)=\sigma^2 e^{-\alpha|\tau|}\cos\beta\tau$.

Заключение

1. Предложены методы синтеза субоптимальных фильтров калмановского типа с гарантированным качеством оценивания, в которых параметры фильтра, выбираются таким образом, чтобы матрица, рассчитываемая в ковариационном канале фильтра, являлась оценкой сверху для действительной ковариационной матрицы ошибки оценки. Такое свойство фильтров позволяет использовать эту матрицу как меру точности выработанной субоптимальной оценки, что весьма актуально для задач обработки навигационной информации.
2. Сформулированы и доказаны принципы репродукции измерений и оцениваемых процессов, использование которых позволяет проводить синтез различных федеративных фильтров с гарантированным качеством оценивания.
3. Получены условия настройки и перезапуска банка фильтров, обеспечивающих выработку навигационных параметров с гарантированным качеством оценивания методами федеративной фильтрации.
4. Предложен метод повышения точности федеративных фильтров, основанный на включении в вектор состояния компонент, отражающих состояние динамической системы как на текущем, так и на предыдущих шагах.
5. Предложены методы синтеза редуцированных фильтров калмановского типа, обеспечивающие гарантированное качество оценивания. Получены

аналитические соотношения для определения параметров настройки таких фильтров.

6. Предложены методы синтеза фильтров калмановского типа, обеспечивающие гарантированное качество оценивания в условиях интервальной неопределенности параметров формирующих фильтров, используемых для описания возмущений и ошибок измерений. В частности, получены аналитические соотношения для определения параметров фильтров при наличии возмущений и ошибок измерений, описываемых стационарными процессами первого и второго порядка, широко используемых при обработке навигационной информации.

7. Предложены новые, простые в реализации методы оценивания по измерениям, не содержащим белошумную составляющую ошибок измерений, что является характерным при решении ряда задач обработки навигационной информации.

Таким образом, в диссертации развиты теоретические основы и на их базе предложены методы синтеза алгоритмов фильтрации с гарантированным качеством оценивания навигационных параметров в реальном времени, что является необходимым для повышения эффективности их использования потребителями навигационной информации.

Результаты диссертационных исследований использованы при разработке математического обеспечения для навигационных комплексов третьего и четвертого поколений.

Публикации по теме диссертации в журналах, рекомендованных ВАК

1. *Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Обработка информации при модульной структуре навигационного комплекса. // Судостроение, 1984, №8, с. 29-31.

2. *Вайсгант И.Б., Окон И.М., Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Измерение взаимного положения судовых устройств с использованием гироскопических датчиков // Судостроение, 1994, №1, с. 30-32.

3. *V.A.Tupysev*. Federated Kalman Filtering Via Formation of Relation Equations in Augmented State Space //. Journal of Guidance, Control, and Dynamics vol.23 N 3, May-June 2000, vol.23, № 3, p. 391-398.

4. *Крайнов В.И., Тупысев В.А*. Об экстраполяции вырабатываемых значений углов качки корабля // Гироскопия и навигация, 1994, № 1 (4), с.58-64.

5. *Окон И.М., Вайсгант И.Б., Тупысев В.А.* Опыт использования гироазимутгоризонта для контроля рельсовой колеи на железнодорожном полигоне // Гироскопия и навигация 1995, № 2, с.59-66.

6. *Тупысев В.А*. Приближенное оценивание погрешностей федеративных фильтров // Гироскопия и навигация, 1996, №3(14), с.68-73.

7. *Берман З.М., Вайсгант И.Б., Канушин В.М., Короленко А.В., Тупысев В.А., Шарыгин Б.Л.* Преимущества инерциальной навигационной системы с фильтром калмановского типа в замкнутой схеме коррекции. // Гироскопия и навигация, 1999, № 1(24), с.46-55.

8. *Тупысев В.А.* Использование винеровских моделей для описания уходов гироскопов и ошибок измерения в задаче оценивания состояния инерциальных навигационных систем // Гироскопия и навигация, 2002, № 3(38) с. 23-33.

9. *Тупысев В.А*. Гарантированное оценивание состояния динамических систем в условиях неопределенности описания возмущений и ошибок измерений // Гироскопия и навигация, 2005, № 2(49), с.47-55.

10. *Тупысев В.А*. Синтез редуцированного фильтра калмановского типа с гарантированным качеством оценивания состояния динамической системы // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2010, № 2, с.33-39.

11. *Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Комплексная обработка информации инерциальной и радионавигационной систем при модульной структуре навигационного комплекса. // Судостроение, 1987, № 9, с.34.

12. *I.B. Vaisgant , Yu.A. Litvinenko, V.A. Tupysev*, Verification of EM Log Data in Marine Inertial Navigation System Correction. // Gyroscopy and Navigation, V.2, №1, p34-39.

Патенты по теме диссертации

1. *Тупысев В.А., Вайсгант И.Б.* Патент РФ №2140059 Способ коррекции инерциальной гироскопической системы, используемой для контроля состояния рельсовой колеи.

2. *Берман З.М., Вайсгант И.Б., Канушин В.М., Короленко А.В., Тупысев В.А.,Шарыгин Б.Л.* Патент РФ №2193754 от 27.11.2002, “Инерциальная навигационная система”.

Основные публикации по теме диссертации в других изданиях

1. *Тупысев В.А*. Упрощенный алгоритм оптимальной фильтрации измерений, содержащих систематические ошибки // Вопросы кораблестроения, сер. Навигация и гироскопия, 1980, вып.49, 1980 г. с.68-75.

2. *Тупысев В.А*. Оптимальная поканальная обработка измерений с безынерционным взвешиванием оценок. // Вопросы кораблестроения, сер. Навигация и гироскопия, 1982, вып.64. с.77-87.

3. *Иванова З.А., Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Поканальная обработка измерений в системах коррекции местоположения объекта // Вопросы кораблестроения, сер. Навигация и гироскопия, 1983, вып.68, с.11-17.

4. *Тупысев В.А.* Поканальная обработка информации с гарантированной точностью выработки оценок. // Вопросы кораблестроения, сер. Навигация и гироскопия, 1985, вып.82, с.54-61.

5. *Тупысев В.А., Тюменева Г.В*. Коррекция ИНС полуаналитического типа с использованием метода безынерционного осреднения частных оценок // Судостроительная промышленность, сер. Навигация и гироскопия, 1987, №1, с.18-28.

6. *Иванова З.А., Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Обработка данных инерциальных навигационных систем полуаналитического типа при модульной структуре навигационного комплекса. // Судостроительная промышленность, сер.Навигация и гироскопия, 1986, вып.2, с.3-13.

7. *Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Субоптимальный алгоритм с безынерционным осреднением для задачи коррекции счисления. // Материалы XШ межотраслевой научно-технической конференции памяти Н.Н.Острякова,1983 г. ЦНИИ «РУМБ», с.174.

8. *Тупысев В.А., Тюменева Г.В.* Алгоритм обработки измерений при модульном построении навигационного комплекса, содержащего ИНС // Материалы XIV межотраслевой научно-технической конференции памяти Н.Н. Острякова. 1985 , ЦНИИ "Румб". с. 143-144.

9. *Окон И.М., Вайсгант И.Б., Тупысев В.А*. Инерциальная угловая система для скоростного железнодорожного вагона-путеизмерителя // Труды I Санкт-Петербургской международной конференции по гироскопической технике и навигации. 1994г., С.-Петербург, с. 96-113.

10. *Тупысев В.А., Вайсгант И.Б.* Выявление деформаций железного пути с использованием измерений вариаций трассы. Труды II Санкт-Петербургской международной конференции по гироскопической технике и навигации, 1995г., С.-Петербург, с. 195-201.

11. *Тупысев В.А., Вайсгант И.Б.* Обобщенный подход к решению задач выставки и калибровки ИНС полуаналитического типа (опыт практической

реализации) // Труды IV Санкт-Петербургской конференции по интегрированным навигационным системам, С.-Петербург, 1997г., с.72-79.

12. *V.A.Tupysev*. Using the Principle of Measurement Reproduction in Federated Filtering // Book of Abstracts Mathematical Theory of Networks and Systems. June 19-23, 2000, Perpignan, France.

13. *V.A.Tupysev*. A Generalized Approath to the Problem of Distributed Kalman Filtering // Proc. of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Boston, 1998, Part 2, p. 1097-1116.

14. *V.A.Tupysev* .The Synthesis jf Federated Filters by Analogy with Transformation of Electric Circuits // Proc. of VI Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 1999, Saint Petersburg, Russia, paper 24.

15. *Тупысев В.А*. Использование винеровских моделей для описания уходов гироскопов и ошибок измерения в задаче оценивания состояния ИНС // Труды IX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2002 г., С.Петербург, с. 139-142.

16. *Тупысев В.А.* Гарантированное оценивание состояния динамических систем в условиях неопределенности описания возмущений и ошибок измерений // Труды XI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2004 г., С.Петербург, с. 64-66.

17. *Тупысев В.А*. Синтез алгоритма с гарантированным качеством оценивания на базе редуцированного фильтра калмановского типа // Труды IX международной Четаевской конференции “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением”, 2007г., Иркутск, том 3, с. 247-252.

18. *Лопарев А.В., Степанов О.А.,Тупысев В.А., Тосикова Т.П.* Синтез алгоритмов обработки навигационной информации с гарантированным качества оценивания // Труды XVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2009 г., С.Петербург, с. 207-210

19. *V.A. Tupysev, O.A. Stepanov, A.V. Loparev, J. A. Litvinenko*. Guaranteed Estimation in the Problems of Navigation Information Processing // III IEEE Multi-conference on System and Control, 2009, St. Petersburg, Russia, p 1672-1677.