Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» Санкт-Петербург

4-6 октября 2022 г.

# 15 МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ (15 МКПУ-2022)



МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ РЯД КОНФЕРЕНЦИЙ, ОБЪЕДИНЕННЫХ ОДНОЙ ИДЕЕЙ:

ХХХІІІ КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н.Н.ОСТРЯКОВА

«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУИП-2022) «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ» (ИТУ-2022) «УПРАВЛЕНИЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ИМ. АКАДЕМИКА Е.А.МИКРИНА» (УАКС-2022)

«УПРАВЛЕНИЕ В МОРСКИХ СИСТЕМАХ» (УМС-2022)

МАТЕРИАЛЫ XXXIII КОНФЕРЕНЦИИ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н. Н. ОСТРЯКОВА

## 15-я МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ



## 4–6 октября 2022 г. ГНЦ РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР» Санкт-Петербург

## МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ВКЛЮЧАЕТ В СЕБЯ РЯД КОНФЕРЕНЦИЙ, ОБЪЕДИНЕННЫХ ОБЩЕЙ ИДЕЕЙ:

- XXXIII конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова
- «Информационные технологии в управлении» (ИТУ-2022)
- «Математическая теория управления и ее приложения» (МТУИП-2022)
- «Управление в аэрокосмических системах» (УАКС-2022) имени академика Е.А. Микрина
- «Управление в морских системах» (УМС-2022)

## Материалы XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов H. H. Острякова, 2022 г.

## 4-6 ОКТЯБРЯ

Санкт-Петербург 2022 УДК 681.51

Материалы XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. 207 с.

В настоящий сборник вошли расширенные рефераты докладов, состоявшихся на XXXIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. Расширенные рефераты публикуются в авторской редакции.

ISBN 978-5-91995-090-5

© Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022

#### ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ

- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ТЕРРИТОРИАЛЬНАЯ ГРУППА РОССИЙСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО КОМИТЕТА ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ
- ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР»
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ИНСТИТУТ ИНФОРМАТИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ РАН
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМЕНИ В.И.УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
- УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО
- САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ
- ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ РАН
- ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ ИМ. В.А.ТРАПЕЗНИКОВА РАН
- ВОЕННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР ВМФ «ВОЕННО-МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ АДМИРАЛА ФЛОТА СОВЕТСКОГО СОЮЗА Н.Г.КУЗНЕЦОВА»
- ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ («ГОСНИИАС»)
- РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ КОРПОРАЦИЯ «ЭНЕРГИЯ» ИМЕНИ С.П.КОРОЛЁВА
- АО «НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ СПЕЦИАЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ»

#### при поддержке:

- ОТДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИКИ, МАШИНОСТРОЕНИЯ, МЕХАНИКИ И ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ РАН
- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ»
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ»
- ЖУРНАЛА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ УПРАВЛЕНИЯ»

## ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ПРЕЗИДИУМА

## 15-Й МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИИ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ АО «КОНЦЕРН «ЦНИИ «ЭЛЕКТРОПРИБОР» АКАДЕМИК РАН **В.Г.ПЕШЕХОНОВ**

## ХХХІІІ КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ Н.Н.ОСТРЯКОВА

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА АКАДЕМИК РАН В.Г. ПЕШЕХОНОВ

ЗАМЕСТИТЕЛИ ПРЕДСЕДАТЕЛЯ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА: ЧЛЕН-КОРРЕСПОНДЕНТ РАН О.А. СТЕПАНОВ К.Т.Н. А.В. СОКОЛОВ

### КОНФЕРЕНЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ» (МТУиП-2022)

Сопредседатели программного комитета: академик РАН **Д.А. Новиков** член-корреспондент ран **Н.В. Кузнецов** 

### КОНФЕРЕНЦИЯ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В УПРАВЛЕНИИ» (ИТУ-2022)

Сопредседатели программного комитета: член-корреспондент РАН В.Н. Васильев д.т.н., проф. В.Н. Шелудько член-корреспондент РАН Р.М. Юсупов

### КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ В АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ» (УАКС-2022)

Сопредседатели программного комитета: академик РАН С.Ю. Желтов академик РАН В.А. Соловьев член-корреспондент РАН М.В. Сильников

### КОНФЕРЕНЦИЯ «УПРАВЛЕНИЕ В МОРСКИХ СИСТЕМАХ» (УМС-2022)

Сопредседатели программного комитета: академик РАН Е.И. Якушенко академик РАН С.Н. Васильев член-корреспондент РАН А.Ф. Щербатюк

## СОДЕРЖАНИЕ

#### ХХХІІІ КОНФЕРЕНЦИЯ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н.Н.ОСТРЯКОВА

#### Секция 1 ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ ДАТЧИКИ И СИСТЕМЫ

И.К. Гончаров	
его остаточной несбалансированности	9
И.В. Белоконов, А.С. Эспиноза В.	
Калибровка микроэлектромеханических датчиков угловой скорости с использованием робота-манипулятора	12
Ф.С. Капралов, А.В. Козлов	
Юстировка блока микроэлектромеханических инерциальных датчиков относительно двухантенной спутниковой системы	15
<b>Д.В. Фуртас, А.В. Некрасов, А.А. Дзуев, И.Х. Шаймарданов, Е.В. Бабаев</b> Методы построения гироскопических компасов на микромеханических датчиках	18
<b>Д.А. Егоров, Е.Л. Ключникова</b> Результаты сравнительных испытаний источников излучения для волоконно-оптических	
гироскопов	21
М.А. Тит, А.Ю. Филиппов, А.Г. Щербак	
Моделирование процесса корректировки параметров сферических роторов при нанесении функциональных покрытий	25
С.Н. Беляев, А.Г. Щербак	
Технологические аспекты формирования тонкопленочных электродов подвеса на узлах электростатического акселерометра	30
С.А. Волобуев, Е.А. Махаев, В.В. Святый, В.В. Сумароков Разработка и сравнительные испытания маятникового компенсационного акселерометра	34
П.А. Иванов, В.А. Лазарев, Е.Д. Бохман Способ повышения точности углового позиционирования поворотных испытательных стендов	37
А.В. Чернодаров, Н.П. Старостин	
Тестовый контроль программно-аппаратного модуля БИНС на основе решения обратной задачи инерциальной навигации	41
П.Ю. Кузнецов, А.В. Брагин	
Автономное определение углов ориентации объекта на основе инерциальных датчиков и магнитометров	44
С.В. Фетисов. А.В. Некрасов. П.Д. Козарь. А.С. Малюгин. Д.И. Мартыненко. И.Х. Шаймарданов	
Разработка бесплатформенных инерциальных навигационных систем на основе твердотельного волнового гироскопа для маневренных аппаратов	47
ОБРАБОТКА НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ	
А.В. Моторин, О.А. Степанов	
методы одновременнои навигации и картографирования при использовании различных карт	50
А.А. Голован, С.Н. Моргунова, И.В. Соловьев, М.А. Шатский	
Декомпозированный алгоритм оценки ориентации космического аппарата в режиме	55
	55

М.А. Колесникова, А.В. Крамлих, П.Н. Николаев, Е.И. Полухина, Д.В. Рылько, Д.Д. Соболев	
наноспутника SamSat-ION	59
А.В. Лопарев	
Метод оценивания параметров полигармонических последовательностей, основанный на гауссовской аппроксимации апостериорной плотности	62
В.В. Богомолов, Д.А. Кошаев Алгоритм позиционирования подводного аппарата по измерениям дальности до маяков	
при их недостаточном для одномоментного навигационного решения количестве	66
Д.А. Кошаев	
Относительное позиционирование и определение ориентации автономного необитаемого полводного аппарата по данным от гидроакустических маяков	70
<b>А.В. Лопарев</b> Алгоритм прогноза времени проведения обсерваций при навигации подводного аппарата	78
Идентификация параметров модели морского подвижного объекта с привлечением измерений	
спутниковой навигационной системы	81
А.Б. Куржанский, А.А. Усова	95
трупповое управление командои росотов	65
<b>Т.Н. Сирая</b> Показатели точности измерений и расширенные модели данных	89
к.а. Рыоаков О вариации Аллана для самоподобных случайных процессов	93
О.С. Амосов. С. Г. Амосова	
Оценивание состояния и параметров дробных динамических систем с использованием дробных фильтров калмановского типа	96
М.Б. Розенгауз	
К вопросу об учете влияния комплекта запасных частей, инструментов и принадлежностей на показатели надежности системы	100
В.М. Никифоров, А.А. Гусев, К.А. Андреев	
Комбинированное терминальное управление подвижным объектом	104
Г.М. Довгоброд, Д.С. Бахтин, К.А. Дворников	400
Настроика нелинеиного адаптивного авторулевого численными методами	108
Е.А. Борисоглебская, К.Д. Копылова, А.О. Чернов, О.Н. Граничин	
элементов системы	119
А.В. Небылов, В.А. Небылов, А.И. Панферов	
Относительная навигация и совместное управление воздушно-космическим самолетом	122
ЭЛЕКТРОНИКА, ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА БОРТОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛ И НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ	ЕНИЯ
И.Ю. Забавичев, И.А. Насеткин	
Разработка помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации, выполненной на отечественной элементной базе	125
	120
I.b. Анцев, В.А. Сарычев Сверхширокополосные сигналы в автомобильной радиоэлектронике	129

Н.А. Лукин	
Первичная обработка изображений с помощью бортовых функционально-ориентированных	404
процессоров с однороднои структурои	131
Н.А. Лукин, Л.С. Рубин	
Высокочувствительный широкодиапазонный преобразователь «ток–код» с нелинейной шкалой	134
А М Грузпиков Н.В. Колесов Е.Г. Питуненко Ю.М. Скоролумов	
Математическая модель информационного взаимодействия в сети автономных необитаемых	
подводных аппаратов.	139
А.М. I рузликов Минимизация среднего времени пребывания задания в системе с блокировками	
при (flow shop)-планировании	143
Н.В. КОЛЕСОВ, Е.І. ЛИТУНЕНКО, М.В. ГОЛМАЧЕВА Мицимиарция срояного вромони пробырания запания при (flow shop) планировании	
в распределенной системе со многими информационными выходами	147
- F F	
К.А. Насеткин, А.С. Пузанов	450
вычислительная платформа повышеннои радиационнои стоикости	150
Секция 4	
ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И НАВИГАЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПС	ЛЕЙ
П.С. Вазаянц, Г.И. Бровкин, С.Р. Контарович, Б.С. Вязьмин, А.А. Голован Методические особенности современных аэрогравиметрических съемок	154
В.С. Вязьмин, А.А. Голован, Ю.В. Болотин, Г.И. Бровкин, О.Р. Контарович	
Гехнологии и результаты обработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра	157
в площадных свемках с облетом рельефа на разных носителях	157
А.Д. Говоров, В.С. Вязьмин, А.В. Шаронов	
Предполетная калибровка блока акселерометров и контроль целостности первичных	101
данных бескарданного гравиметра	161
В.Н. Конешов, П.С. Михайлов, В.Н. Соловьев, Л.К. Железняк	
Современные глобальные модели гравитационного поля Земли в Мировом океане:	
оценки точности и перспективы практического применения	166
д.о. Бооров Метод повышения точности и детальности карт параметров гравитационного поля Земли	170
В.Ф. Фатеев, Д.С. Бобров, В.П. Лопатин	
транспортного средства	172
	172
А.В. Соколов, О.А. Степанов, А.В. Моторин, В.А. Васильев, А.А. Краснов	
Программно-алгоритмический комплекс обработки гравиметрических данных	174
В.П. Золотаревич. О.А. Степанов. А.П. Колеватов	
Моделирование полей вторых производных геопотенциала и оценка их навигационной	
информативности	177
Аномалии гравитационного и магнитного полей Охотского моря и их связь	
с геологическим строением	183
о. с. веркович, п.и. котов, а.в. шолохов Оценка объемов хранимых данных в задачах математического описания геофизических полей	
на основе ортогональных функций и регулярных сеток	193
М.М. Мурзабеков, Д.С. Бобров	
пример вычисления высот квазигеоида на основе измерении уклонении отвесной линий с использованием астроизмерителя	197
	101

В.Ф. Фатеев, Д.С. Бобров, Ф.Р. Смирнов, С.С. Донченко, Е.А. Рыбаков Квантовые нивелиры на высокостабильных квантовых часах и их испытания	200
К.В. Дунаевская, В.Б. Костоусов Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по полю высот рельефа местности	202
<b>А.С. Матвеев</b> К вопросу интерполяции местных гравиметрических аномалий высоты	204

#### Секция 1

### ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ ДАТЧИКИ И СИСТЕМЫ

И. К. ГОНЧАРОВ (МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва; АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса», г. Раменское)

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЬЦЕВОГО МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА ИНДУКЦИОННОГО ТИПА С УЧЕТОМ ЕГО ОСТАТОЧНОЙ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ

Рассмотрена конструкция кольцевого микромеханического гироскопа индукционного типа и принцип его работы. Найдены уравнения движения для кольцевого резонатора с учетом его остаточной несбалансированности. Создана математическая модель на основе полученных уравнений движения. Изучено влияние величины углового отклонения оси вынужденных колебаний на нулевой сигнал гироскопа.

**Введение.** Микромеханические инерциальные чувствительные элементы приобрели в последнее время широкую популярность. Производство подобных датчиков исчисляется миллионами штук. Такое распространение связано с их малыми габаритами (готовые блоки чувствительных элементов в корпусе имеют размеры порядка единиц миллиметров), малым энергопотреблением и низкой стоимостью изготовления (производство осуществляется по технологии, используемой при производстве полупроводниковых интегральных микросхем). Однако микромеханические чувствительные элементы обладают большими погрешностями. В этой связи использование их для создания инерциальных навигационных систем ограничено. Наиболее перспективной с точки зрения получаемых точностей (нестабильность смещения нуля 0,1°/ч) является конструкция кольцевого микромеханического гироскопа [1]. Предлагаемый доклад посвящен моделированию и анализу влияния погрешностей изготовления такого типа приборов, а именно остаточной несбалансированности кольцевого резонатора.

Объектом исследования в данной работе является кольцевой микромеханический гироскоп индукционного типа. По своему принципу действия этот датчик относится к волновым твердотельным гироскопам. В роли чувствительного элемента выступает кольцо, изготовленное из кремния (рис. 1). На его поверхность нанесены токопроводящие дорожки. Кольцо помещается в зазор магнитной системы и проводники на его поверхности начинают играть роль либо магнитоэлектрических датчиков силы, либо электромагнитных датчиков скорости.

При протекании переменного тока через датчики силы кольцевой резонатор совершает вынужденные колебания. При этом колебания создаются по второй моде. В соответствии с инерционными свойствами стоячей волны, возникающей в кольце, данный чувствительный элемент является датчиком угловой скорости.

В работе [2] рассмотрены уравнения движения кольцевого микромеханического гироскопа для идеального случая, а также выражения для расчета ЭДС, возникающей в датчиках скорости перемещения элементов кольца. Однако технологии изготовления чувствительных элементов из кремния несовершенны [3]. Погрешности формы приводят к появлению разнодобротности и

разночастотности резонатора по осям возбуждения и съема. Для уменьшения влияния неточностей в изготовлении кольца проводят процедуру его балансировки [4–7]. Она позволяет изменить разночастотность с десятков Гц до 0,1 Гц.



Рис. 1. Конструкция чувствительного элемента кольцевого микромеханического гироскопа

Однако вследствие различных ограничений методики балансировки в готовом кольцевом резонаторе присутствует остаточная несбалансированность. Она будет выражаться в отклонении оси колебаний от оси возбуждения на угол  $\varphi_0$ . Таким образом, решение уравнения динамики кольцевого волнового твердотельного гироскопа [8] будет искаться в виде

$$w(\varphi,t) = p(t)\cos(2(\varphi-\varphi_0)) + q(t)\sin(2(\varphi-\varphi_0)),$$

где w – нормальное перемещение точки кольца в произвольный момент времени (в радиальном направлении); p(t), q(t) – неизвестные коэффициенты, зависящие от времени.

Наличие угла  $\phi_0$  приводит к переносу части энергии с оси возбуждения колебаний на ось съема, что выражается в появлении сигнала гироскопа при отсутствии угловой скорости основания. Для найденных уравнений движения была построена модель кольцевого микромеханического гироскопа с использованием средств Matlab Simulink. На ней оценено влияние величины  $\phi_0$  на выходной сигнал. Данная модель может быть использована для проектирования и анализа схем управления гироскопа.

Заключение. Ограничения технологии производства чувствительных элементов микромеханических гироскопов приводят к наличию погрешностей формы. Это выражается в неоднородности распределения массы. Для минимизации данного эффекта проводят процедуру балансировки, однако определенный уровень остаточной несбалансированности остается. В представленной работе рассмотрена остаточная несбалансированность резонатора кольцевого микромеханического гироскопа, выраженная в отклонении картины колебаний на угол  $\phi_0$ .

Дальнейшая разработка данной проблемы представляется в поиске параметров, влияющих на величину  $\phi_0$ , с целью их минимизации при разработке кольцевого микромеханического гироскопа.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Kelly, A., Parrish, S., Fell, C., Evolution and capitalization of a family of MEMS vibrating structure gyros (VSG), DGON Inertial Sensors and Systems (ISS), IEEE, 2020, pp. 1–17.
- 2. Тимошенков С. П. и др. Разработка математического описания кольцевого микрогироскопа // Нано-и микросистемная техника. 2014. №5. С. 18–25.
- 3. Серёгин С. В. Влияние несовершенств формы на колебания кольцевого резонатора волнового твердотельного гироскопа // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2017. Т. 13. №3. С. 423–431.
- Косторной А. Н. Кольцевой микромеханический гироскоп. Специальность 05.11.03 Приборы навигации: дис. АО «ИТТ», 2018.
- 5. Северов Л. А. и др. Основные характеристики и балансировка микромеханических датчиков угловой скорости на основе кольцевого резонатора // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. №10. С. 41–52.
- 6. Тимошенков С. П. и др. Балансировка резонатора кольцевого микромеханического гироскопа // Нано-и микросистемная техника. 2011. №11. С. 37–44.
- 7. Тимошенков С. П. и др. Балансировка кремниевых датчиков угловой скорости в процессе изготовления // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2015. Т. 20. №1. С. 58–67.
- 8. Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология: монография. М.: Радиотехника, 2014. 176 с.

I.K. Goncharov (Bauman Moscow State Technical University, Moscow; JSC "Inertial technologies of "Technocomplex", Ramenskoye)

### Modelling a ring micromechanical induction-type gyroscope with regard to its residual imbalance

A ring micromechanical induction-type gyroscope and its working principle were considered. The equations of motion for the ring resonator were found, taking into account its residual imbalance. The mathematical model based on equations of motion have been created. The influence of the magnitude of angular deviation of the axis of forced oscillations on zero signal of gyroscope was studied.

#### И. В. БЕЛОКОНОВ, А. С. ЭСПИНОЗА В.

(Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара)

### КАЛИБРОВКА МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА

В работе предложена методика калибровки микроэлектромеханических (МЭМС) датчиков угловой скорости (ДУС) с использованием роботаманипулятора. Основная идея методики основана на использовании звеньев робота в качестве высокоточного поворотного устройства. Предложен модифицированный шестипозиционный метод в качестве последовательности выполнения лабораторной калибровки.

Описаны особенности результатов обработки экспериментальных данных измерений при испытаниях коммерческих МЭМС-датчиков угловой скорости с использованием методики. Применение разработанного подхода позволило снизить погрешности измерений при наземных испытаниях в 5 раз.

Введение. Определение ориентации и управление угловым движением являются традиционными задачами, решаемыми при эксплуатации космических аппаратов (КА). Для решения этих задач на малоразмерных КА, к которым относятся наноспутники, часто применяются датчики инерциальных измерений, выполненные на основе микроэлектромеханических систем (МЭМС) [1]. Инерциальные датчики МЭМС широко распространены благодаря их компактности, низкой стоимости и малому энергопотреблению. Однако МЭМС-датчики являются измерительными средствами средней и низкой точности, вследствие чего при их эксплуатации появляются систематические погрешности. Существует много методов лабораторной калибровки МЭМС-датчиков, при которых необходимо проводить измерения с высокой точностью при различной ориентации и динамике вращательного движения [2]. Одним из возможных решений данной задачи является предложенное в данной работе использование робота-манипулятора. Представленная работа посвящена методике калибровки и испытаний на роботе-манипуляторе для устранения систематических погрешностей коммерческих МЭМС-датчиков угловой скорости и её экспериментальной проверке.

Методика калибровки и испытаний на роботе для определения калибровочных коэффициентов. Целью испытаний является формирование набора экспериментальных данных для



последующей обработки алгоритмом калибровки с целью оценки калибровочных параметров и степени применимости данного стенда. Методика позволяет определить систематические погрешности выходных сигналов МЭМС-датчиков, в частности смещение нуля, коэффициенты масштабирования и неортогональности осей. В качестве объекта испытаний использован прототип бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) наноспутника, включающей два типа коммерческих трёхосевых датчиков угловой скорости (ДУС)

MPU-9250 и LSM6DS3, модуль связи и микроконтроллер (рис. 1).

Рис. 1. Модель БИНС

Согласно [3], для ДУСов модель выходных сигналов может быть представлена следующим выражением:

$$\boldsymbol{U}_{\text{Bbix}} = S_{\omega} N_{\omega} \boldsymbol{\omega}_{\text{Bx}} + \boldsymbol{B}_{\omega} + \boldsymbol{\xi}_{\boldsymbol{\omega}}, \tag{1}$$

где  $U_{\rm вых}$  – вектор измерений, поступающих по каждой измерительной оси МЭМС датчиков;  $\omega_{\rm вx}$  – вектор компонент истинных значений угловой скорости;  $B_{\omega}$  – вектор смещения нуля;  $\xi_{\omega}$  – вектор шумов измерений;  $S_{\omega}N_{\omega}$  – матрица, содержащая коэффициенты масштабирования и неортогональности осей

$$[S_{\omega}N_{\omega}] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xx}N_{xy} & S_{xx}N_{xz} \\ S_{yy}N_{yx} & S_{yy} & S_{yy}N_{yz} \\ S_{zz}N_{zx} & S_{zz}N_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix},$$

где  $S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}$  — масштабные коэффициенты по измерительным осям;  $N_{xy}, N_{xz}, N_{yx}, N_{yz}, N_{zx}, N_{zy}$  — коэффициенты неортогональности осей;  $b_{\omega x}, b_{\omega y}, b_{\omega z}$  — смещения нуля по измерительным осям.

В соответствии с [3] откалиброванные показания датчиков  $\omega_{\text{отк}}$  вычисляются по следующему выражению:

$$\boldsymbol{\omega}_{om\kappa} = \left(S_{\omega}N_{\omega}\right)^{-1} \left(\boldsymbol{U}_{obx} - \boldsymbol{B}_{\omega}\right).$$
(2)

**Технология использования робота манипулятора.** Для калибровки ДУСов необходимо использовать вспомогательное поворотное устройство, которое может обеспечивать стабильную опорную скорость вращения. С этой целью можно использовать робот-манипулятор, запрограммированный для реализации опорного движения [4]. Для решения задачи калибровки ДУС предлагается использовать модифицированный шестипозиционный метод, согласно которому робот вращает БИНС в пространстве в диапазоне угловых скоростях, измеряемых ДУС, для трех разных ориентаций осей. Схема необходимых вращений метода приведена на рис. 2. В режиме работы кинематические характеристики робота дают возможность управлять угловым движением конечного звена при частичном ограничении максимальной угловой скорости.



Рис. 2. Схема необходимых вращений модифицированного шестипозиционного метода

Результаты натурных испытаний. Приведены результаты экспериментальной проверки предложенной методики калибровки с использованием робота-манипулятора FANUC M-10iA



Рис. 3. Экспериментальная установка

(рис. 3). Для использованного робота-манипулятора значение максимальной угловой скорости составляет  $\omega_{max} = 600$  град/с. На первом этапе калибровки БИНС устанавливается на робот-манипулятор и задается безостановочное вращение конечного звена робота по часовой стрелке и против нее. При включении БИНС выполняется измерение формируемой угловой скорости. На втором этапе проводится обработка результатов испытаний.

В табл. 1 указаны полученные калибровочные коэффициенты МЭМС-датчиков. В табл. 2 приведены средняя квадратичная ошибка (СКО) и средняя относительная погрешность модуля угловой скорости датчиков до и после учета найденных погрешностей измерений.

Таблица 1

полученные калиоровочные коэффициенты						
Коэффициент/да	тчик	MPU-9250	LSM6DS3			
0	$b_x$	0,2517	2,6534			
Смещение	$b_y$	-0,5394	-3,6947			
нуля, трад/с	$b_z$	-1,6425	-2,6476			
	$S_x$	1,0378	1,0465			
Масштабный коэффициент	$S_y$	1,0489	1,0242			
	$S_z$	1,0459	1,0398			
	$N_{xy}$	0,0155	0,0116			
¥4. 1.1	$N_{xz}$	0,0251	0,0074			
Коэффициенты неортогональ- ности осей	$N_{yx}$	-0,0398	-0,0420			
	$N_{yz}$	0,0183	0,0063			
	$N_{zx}$	-0,0060	-0,0007			
	Nzy	-0,0044	0,0109			

#### Таблица 2

МЭМС-СКО, градус/с Средняя относительная погрешность, % датчик После калибровки До калибровки После калибровки До калибровки 2,5897 MPU-9250 0,5493 1,82 7,64 3,6591 0,8022 14,90 LSM6DS3 2,72





Рис. 4. Относительная погрешность модуля вектора угловой скорости

Рис. 5. Относительная погрешность модуля вектора угловой скорости а) MPU-9250 б) LSM6DS3

Заключение. Рассмотрена возможность применения робота-манипулятора для определения калибровочных параметров и характеристик датчиков угловой скорости. Предложенная методика калибровки проверена на натурных испытаниях с измерительными средствами на базе МЭМС. Данный метод обеспечивает уменьшение средней относительной погрешности в 3-5 раз по сравнению с начальными значениями.

### Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Мелешко В.В., Нестеренко О.И. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. Кировоград: ПО-ЛИМЕД, 2011. 164с.
- Шаврин, В.В. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах // Доклады ТУСУРа. Часть 2. 2012. С. 265–269.
- 3. Аврутов В.В. Испытания инерциальных приборов. К.: НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», 2016. 205 с.
- 4. Panchanand, J., Inverse kinematic analysis of robot manipulators, India, 2015. 336 p.

#### I.V. Belokonov, A.S. Espinoza V. (Samara National Research University, Samara) Calibration of microelectromechanical angular rate sensors using a robot manipulator

The paper proposes a method for calibrating MEMS-based angular rate sensors using a robot manipulator. The main idea of the technique is based on the use of robot links as a high-precision rotary device. A modified six-position method is proposed as a sequence for performing laboratory calibration. The features of the results of processing experimental measurement data of tests on MEMS angular rate sensors using the technique are presented.

#### СКО и средняя относительная погрешность модуля вектора угловой скорости

## Ф. С. КАПРАЛОВ, А. В. КОЗЛОВ (МГУ им. М.В. Ломоносова, Лаборатория управления и навигации, Москва)

# ЮСТИРОВКА БЛОКА МИКРОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ ОТНОСТИЛЬНО ДВУХАНТЕННОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

Работа посвящена исследованию задачи юстировки приборной системы координат низкоточной бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) относительно системы координат, связанной с объектомносителем, оснащённым двухантенной спутниковой навигационной системой (СНС). В последней заданы координаты антенн СНС относительно измерительного центра БИНС. Для решения задачи юстировки – определения параметров малого углового рассогласования между двумя системами координат – используются измерения инерциальных датчиков, кодовые и фазовые позиционные, доплеровские скоростные спутниковые измерения.

Предложены модели позиционных и скоростных спутниковых измерений для решения задачи юстировки при помощи фильтра Калмана. Проанализирована оцениваемость юстировочных параметров с помощью численного моделирования показаний БИНС в специальном эксперименте при наличии погрешностей инерциальных датчиков. В работе приведена методика юстировки и результаты обработки реальных данных юстировочных экспериментов.

**Введение.** Решение задачи определения ориентации объекта навигации главным образом зависит от используемого набора датчиков, их точностных характеристик и способа обработки измерений.

Известны способы решения задачи определения ориентации с помощью автономных бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС) так называемого навигационного класса точности. Однако из-за характерного размера, массы, потребляемой мощности и высокой рыночной стоимости их применение не всегда целесообразно и возможно [1]. Указанных недостатков можно избежать, если вместо БИНС навигационного класса точности использовать грубую микроэлектромеханическую БИНС. Платой за это являются существенное понижение точности (или даже невозможность) определения одного из углов ориентации объекта – угла истинного курса и, как следствие, необходимость привлечения дополнительной информации, например от глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС). Таким образом, можно рассматривать конфигурацию датчиков из одной низкоточной БИНС и двух ГНСС-антенн как минимальную по количеству датчиков, необходимую для решения задачи ориентации большого класса объектов-носителей и наиболее приемлемую по сложности и стоимости оборудования.

Задача счисления ориентации по измерениям от БИНС и нескольких спутниковых антенн имеет множество естественных приложений и актуальна на текущий момент, о чём, например, свидетельствуют работы [2, 3, 4].

Существуют способы определения ориентации и с помощью меньшего, чем исследуется в нашей работе, набора датчиков. Один из таких способов [5] основывается на использовании одной ГНСС-антенны и микроэлектромеханического трёхосевого гироскопа в предположении о существовании у объекта навигации неподвижной относительно Земли точки, относительно которой геометрическое положение спутниковой антенны считается известным. Несмотря на элегантность метода и подтверждение его работоспособности на реальных данных, указанное предположение ограничивает область применимости этого способа.

Поскольку непосредственно при установке малогабаритных низкоточных БИНС на объект считается нецелесообразным или технически невозможным точное приведение её приборных осей к строительным осям объекта, возникает задача юстировки. Она состоит в определении углового рассогласования двух систем координат: приборной, ассоциируемой с осями чувствительности датчиков БИНС, и второй, связанной с осями объекта-носителя. Без ограничения общности будем считать, что, во-первых, её начало совпадает с началом приборной системы и, во-вторых, координаты антенн в ней известны с пренебрежимо малыми погрешностями. Координаты антенн с высокой точностью могут быть вычислены, например, из конструкторской документации объекта-носителя. В работе полагается, что угловое рассогласование юстируемых систем координат можно описать вектором конечного малого поворота. Такое предположение о близости юстируемых систем координат в линейном приближении не ограничивает общности постановки задачи, поскольку с точностью до малых погрешностей угловое рассогласование можно, как правило, определить из того же источника, что и координаты антенн относительно приведенного центра БИНС, и, тем самым, свести задачу к указанной постановке.

Под решением задачи юстировки понимается построение соответствующей математической модели для оценивания трёх параметров малого углового рассогласования и определение экспериментов, т.е. механических движений, в которых эти параметры оцениваются, т.е. построение методики юстировки. Решение задачи юстировки позволит компенсировать угловое рассогласование осей юстируемых систем координат в режиме навигации и, как следствие, более точно определять ориентацию объекта.

Несмотря на то, что тема юстировки актуальна для низкоточных БИНС, ей посвящено мало публикаций в литературе. В [6, 7] описаны математические модели для реализации слабосвязанной интеграции [2] грубой БИНС с несколькими ГНСС-антеннами с помощью расширенного фильтра Калмана и приведены экспериментальные результаты решения задачи ориентации в различных сценариях видимости спутникового созвездия. Однако задача юстировки, необходимость которой указывается, а также учёт рассинхронизации инерциального и спутникового позиционных и скоростных решений не рассматриваются.

В нашей работе представлены линейные модели позиционных и скоростных спутниковых измерений для сведения задачи юстировки к стохастической калмановской постановке задачи оценивания. При этом модели учитывают наличие временных рассинхронизаций инерциального и спутниковых решений для каждой из ГНСС-антенн.

**Математическая постановка задачи.** В качестве методической основы построения стандартной линейной стохастической задачи оценивания принимаются уравнения ошибок БИНС в комбинированной форме с исключением вертикального канала [8], которые определяют динамическую модель:

$$\frac{dy}{dt} = Ay + Bq, \quad y = (\Delta x_E, \Delta x_N, \delta V_E, \delta V_N, \alpha_E, \alpha_N, \beta_U, \Delta f_Z^{0T}, \nu_Z^{0T})^T, \quad q = (\Delta f_Z^{sT}, \nu_Z^{sT})^T, \quad (1)$$

где A, B – матрицы известного вида,  $\Delta x_E, \Delta x_N$  – полные ошибки горизонтальных координат,  $\delta V_E, \delta V_N$  – динамические ошибки горизонтальных относительных линейных скоростей,  $\alpha_E, \alpha_N$  – ошибки построения модельной вертикали,  $\beta_U$  – азимутальная ошибка ориентации,  $\Delta f_z^0, v_z^0$  – постоянные смещения нулевых сигналов акселерометров и гироскопов,  $\Delta f_z^s, v_z^s$  – случайные составляющие ошибок измерений акселерометров и гироскопов типа стационарного белого шума известной интенсивности. Нижний индекс z у вектор-столбцов означает, что соответствующие вектор-столбцы содержат компоненты векторов, записанных в приборной системе координат. Модель инструментальных ошибок инерциальных датчиков выбрана с расчетом на применение предварительно откалиброванной грубой микроэлектромеханической БИНС, у которой нулевые сигналы изменяются от запуска к запуску и потому включены в оцениваемый вектор состояния *у*.

С помощью вторичных позиционных и скоростных спутниковых решений для каждой из ГНСС-антенн формируется модель измерений вида

$$z = Hy + r, \tag{2}$$

где *z* – известный вектор измерений, *H* – известная матрица, *r* – стационарный белый шум с известной ковариацией.

Далее в поставленной задаче оценивания (1), (2) учитывается наличие рассинхронизации позиционного и скоростного спутниковых решений для каждой антенны относительно инерциального решения; геометрическое отнесение антенн относительно приведённого центра БИНС  $l_z$  с учётом трёх компонент вектора малого поворота юстируемых систем координат относительно друг друга  $\varkappa = (\varkappa_1, \varkappa_2, \varkappa_3)^T$ . Таким образом, формируется математическая модель для решения задачи юстировки. Методика юстировки. В качестве механического движения, в которых параметры  $\varkappa$  оцениваются, рассматривается коническое движение, представляющее собой композицию двух гармонических вращений вокруг двух приборных осей одновременно. Исследована оцениваемость параметров  $\varkappa$  с помощью численного моделирования показаний БИНС и вторичных спутниковых позиционного и скоростного решений, а также повторяемость оценок  $\varkappa$  в реальных юстировочных экспериментах, повторяющих предложенное движение. Несмотря на нетривиальность математического описания движения в юстировочном эксперименте, его нетрудно реализовать на практике.

Заключение. Задача юстировки приборной и связанной систем координат сведена к решению линейной задачи стохастического оценивания. Предложены линейные модели позиционных и скоростных спутниковых измерений для решения задачи методом калмановской фильтрации. Оцениваемость параметров проверена с помощью численного моделирования показаний БИНС в специальном эксперименте при наличии погрешностей инерциальных датчиков и малого углового рассогласования между юстируемыми системами координат. В работе приведена методика юстировки, обоснование которой получено с помощью численного моделирования, и результаты обработки реальных данных из механических юстировочных экспериментов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кузнецов А.Г., Портнов Б.И., Измайлов Е.А. Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы двух классов точности // Журнал «Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами». 2014. №8. С. 24–32.
- Голован А.А., Козлов А.В., Никулин А.А. Модели интеграции БИНС и системы разнесенных спутниковых антенн // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 89–92.
- 3. Cai, Tijing, et al. A Short-baseline Dual-antenna BDS/MIMU Integrated Navigation System, E3S Web of Conferences, 2019, vol. 95, EDP Sciences.
- Henkel, P., Günther, C., Attitude Determination with low-cost GPS/ INS, Proceedings of the 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2013), Nashville, TN, September 2013, pp. 2015–2023.
- Пестерев А.В., Матросов И.В., Морозов Ю.В. Определение ориентации твердого тела по измерениям GNSS приемника и MEMS гироскопов // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019. М.: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2019. С. 460–464.
- 6. Vasilyuk, N., Vorobiev, M., Tokarev, D., Attitude determination with the aid of a triple-antenna GNSS receiver without integer ambiguity resolutions integrated with a low-cost inertial measurement unit, DGON Inertial Sensors and Systems (ISS), Braunschweig, Germany, 2019, pp. 1–18.
- Vasilyuk, N., Vorobiev, M., Tokarev, D., Heading and attitude determination system with low-cost IMU embedded inside one of multiple antennas, IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium (PLANS), Monterey, CA, USA, 2018, pp. 267–274.
- 8. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во МГУ, 2020.

#### F.S. Kapralov, A.V. Kozlov, (Moscow State University 'M. V. Lomonosov', Navigation and Control Laboratory, Moscow) Angular misalignment estimation between microelectromechanical inertial sensors and dual-antenna satellite navigation system

The research focuses on the study of the angular misalignment estimation problem between an instrumental frame of a low-grade strapdown inertial navigation system (SINS), and the body frame associated with the axes of the carrier object. In the latter frame, the coordinates of two satellite navigation antennas relative to the SINS centre are assumed known. Inertial sensor measurements, position and velocity GNSS solutions are used to solve the problem of aligning the two reference frames under specially applied rotations.

Observation models are proposed to solve the alignment problem by Kalman filtering. The result of their application and estimability properties are verified through numerical simulation of SINS measurements and GNSS solutions in a special experiment, with errors of inertial sensors and small angular misalignment between the two coordinate systems present. The paper presents alignment methodology and results of real data processing from mechanical alignment experiments.

Д. В. ФУРТАС, А. В. НЕКРАСОВ, А. А. ДЗУЕВ, И. Х. ШАЙМАРДАНОВ, Е. В. БАБАЕВ (АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса», г. Раменское)

### МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ КОМПАСОВ НА МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ДАТЧИКАХ

Гироскопический компас, построенный на микромеханических датчиках, позволяет определять угол истинного курса основания, на котором он установлен.

В выполненном исследовании были рассмотрены основные методы построения микромеханических гироскопических компасов. Для каждого из рассмотренных методов была разработана математическая модель и на основе модели были вычислены возможные точности в определении угла истинного курса. Полученные с помощью математического моделирования точности были экспериментально подтверждены.

**Введение.** Микромеханический гироскопический компас (ГК) предназначен для определения угла истинного курса основания, на котором он установлен. Конструктивно ГК представляет собой блок чувствительных элементов (БЧЭ), установленный на горизонтированную платформу с приводом, которая обеспечивает одну степень свободы (вдоль вертикальной оси) относительно корпуса системы. По принципу функционирования существующие на сегодняшний день микромеханические ГК можно условно разделить на две основные группы – микромеханические ГК, оснащенные приводом, обеспечивающим фиксированные повороты платформы, и микромеханические ГК, оснащенные приводом, обеспечивающим вращение платформы с заданной постоянной угловой скоростью [1, 2]. Исходя из указанных конструктивных особенностей построения ГК определяются требования к приводу. В частности, для ГК с фиксированными поворотами платформы предъявляются более жесткие требования к точности позиционирования, нежели к стабильности угловой скорости. Аналогично для ГК с вращением платформы – предъявляются более жесткие требования к точности обеспечиваемой угловой скорости вращения платформы.

Основными достоинствами микромеханических ГК являются дешевизна в изготовлении и малые габариты.

**Принцип работы вращающегося ГК.** В рассматриваемой задаче ГК конструктивно представляет собой БЧЭ, в состав которого входят два акселерометра и датчика угловой скорости (ДУС), установленные на платформу, которая приводится в движение посредством привода с заданной постоянной угловой скоростью. Таким образом, платформа с БЧЭ обладает одной степенью свободы относительно корпуса ГК. Процедура определения угла истинного курса базируется на измерении проекции вектора угловой скорости суточного вращения Земли на вторую ось географической системы координат, которая направлена в сторону севера. Измерение северной составляющей угловой скорости суточного вращения Земли на вторую ось географической системы координат, которая направлена в сторону севера. Измерение северной составляющей угловой скорости суточного вращения Земли осуществляется двумя горизонтальными ДУС в составе БЧЭ. Ввиду того что в ходе эксплуатации ГК может быть установлен произвольно относительно плоскости местного горизонта, измерения ДУС пересчитываются в оси географической системы координат с учетом известных значений углов тангажа и крена, которые, в свою очередь, определяются по измерениям двух горизонтальных акселерометров в составе БЧЭ.

В данной работе рассматривается математическая модель микромеханического ГК, в основе которого лежит оптимальный фильтр Калмана (ФК). Вектор состояния ФК включает в свой состав: параметры, характеризующие углы ориентации (истинный курс, тангаж, крен); параметры, характеризующие смещения нулей акселерометров и дрейфы гироскопов.

**Принцип работы ГК с фиксированными поворотами.** Блок чувствительных элементов устанавливается на поворотную планшайбу, плоскость которой по возможности близка к плоскости местного горизонта. При помощи шагового двигателя планшайба вместе с блоком чувствительных элементов поворачивается на известные фиксированные углы. В каждом угловом положении блок чувствительных элементов находится некоторое время для усреднения пока-

заний акселерометров и датчиков угловых скоростей. Усреднение производится с целью нивелирования шумовых погрешностей измерений акселерометров и датчиков угловых скоростей. После полагается, что усредненное показание каждого чувствительного элемента содержит полезный сигнал измерения плюс случайную составляющую инструментальной погрешности (ошибки от запуска к запуску), которые в дальнейшем определяются с помощью реализации алгоритма метода наименьших квадратов.

**Результаты** экспериментальных исследований ГК. Экспериментальное исследование предложенных математических моделей микромеханического гирокомпаса проводилось с использованием микромеханического БЧЭ, установленного на двухстепенный испытательный стенд. Кинематическая схема испытательного стенда с установленным на него микромеханическим БЧЭ представлена на рис. 1.



Рис. 1. Испытательный стенд

Погрешность установки испытательного стенда в плоскости горизонта и азимута не превышает ±15 угловых секунд. Микромеханический БЧЭ фиксируется на испытательном стенде посредством технологической оснастки, обеспечивающей погрешность установки в плоскости горизонта и азимута не более ±5 угловых минут.

В ходе проведения экспериментальных исследований вращающегося ГК было сформировано 4 набора измерений микромеханического БЧЭ (представлены в табл. 1).

Таблица 1

Условия проведения экспериментальных исследований							
№ Курс, град Угловая скорость вращения, град/сек Длительнос							
1	0	-6	600				
2	0	-6	600				
3	90	-6	600				
4	90	-6	600				

После проведения экспериментов и обработки полученных данных были получены следующие результаты (представлены в табл. 2). Из этих результатов видно, что в 4 наборах измерений минимальное и максимальное значение (по модулю) ошибки определения истинного курса за 600 секунд составляет 0,5474 и 2,06816 град. Среднеквадратическое отклонение ошибки определения истинного курса составляет 1,0821 град.

Таблица 2

10 moore onpegarenne normanore nypen spungaone en rit								
Эталон, град	0	0	90	90				
Оценка, град	-2,06816	-1,09586	89,27879	90,54739				
Ошибка оценки, град	-2,06816	-1,09586	-0,7212	0,5474				

Точность определения истичного курся врашающегося ГК

Для проведения экспериментальных исследований ГК с фиксированными поворотами были сформированы следующие наборы измерений: 5 полных оборотов с шагом в 5°, 10°, 30° и 60° со стоянками в каждом положении 15, 10, и 7 секунд. Начальный курс 0°.

Результаты обработки полученных в ходе экспериментальных исследований данных представлены в табл. 3. Из этих данных видно, что на точность определения курса сильно влияют выбор шага поворота и время стоянки.

-----

Т	а	б	Л	И	ц	а	3
---	---	---	---	---	---	---	---

Гочность опр	еделения истин	ного курса I К с ф	иксированнь	іми поворотами
Шаг поворота, град	5	10	30	60
Время стоянки, сек				
15	7,8	2,6	13,9	20,3
	8,3	1,9	10,4	16,2
10	8,4	4,9	17,3	23,1
	9,1	3,3	18,3	24,6
7	8,7	5,1	19,1	28,9
	9,2	5,6	21,9	29,6

Заключение. В данном исследовании были рассмотрены основные методы построения гироскопических компасов на основе микромеханических датчиков. Для каждого из методов были построены математические модели и экспериментально показана принципиальная возможность построения гирокомпасов на основе микромеханических датчиков. Были вычислены также возможные точности исследуемых ГК.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Lucian Ioan Iozan and others, Using a MEMS gyroscope to measure the Earth's rotation for gyrocompassing applications, Measurement Science and Technology, 2012.
- 2. Yongjian Zhang and others, A novel MEMS gyro north finder design based on the rotation modulation technique, Sensors, 2017.

D.V. Furtas, A.V. Nekrasov, A.A. Dzuev, I.H. Shaimardanov, E.V. Babaev (JSC "Inertial Technologies of Technocomplex", Rameskoye)

#### Methods for constructing gyroscopic compasses on micromechanical sensors

The gyroscopic compass, built on micromechanical sensors, allows you to determine the angle of the true course of the base which it is installed on.

In the study, the main methods for constructing micromechanical gyroscopic compasses were considered. For each of the considered methods, a mathematical model was developed and on the basis of the model possible accuracies in determining the angle of the true heading were calculated. Accuracy obtained with the help of mathematical modeling were experimentally confirmed.

## Д. А. ЕГОРОВ, Е. Л. КЛЮЧНИКОВА (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ

Одним из ключевых компонентов волоконно-оптических гироскопов является источник оптического излучения. Характеристики волоконнооптических гироскопов, в том числе стабильность масштабного коэффициента и смещения нуля, напрямую связаны с качеством выходного излучения источника. Хотя в настоящее время на рынке представлено множество моделей источников излучения, потенциально пригодных для применения в волоконно-оптических гироскопах, в свете необходимости импортозамещения задача выбора источника представляется достаточно актуальной. Целью данной работы являлось проведение сравнительных исследований ряда образцов источников излучения, включая измерение и анализ формы и ширины спектра, средневзвешенной длины волны, выходной оптической мощности и потребляемой мощности.

**Введение.** На протяжении последних десятилетий одной из важных целей исследований в области волоконной оптики является разработка инерциальных датчиков. Одним из таких датчиков является волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) на эффекте Саньяка, который составляет серьезную конкуренцию традиционным механическим и лазерным гироскопам ввиду высокой надежности, широкого динамического диапазона, большого срока службы, низкого энергопотребления, легкого веса и низкой стоимости.

Одним из ключевых компонентов ВОГ является источник оптического излучения. Предлагаемый доклад посвящен результатам сравнительных испытаний ряда образцов широкополосных источников излучения различных производителей.

Результаты сравнительных испытаний. Характеристики ВОГ, в том числе стабильность масштабного коэффициента и смещения нуля напрямую связаны с качеством выходного излучения источника [1–4]. При вращении ВОГ между световыми волнами, встречно распространяющимися в волоконно-оптическом контуре (катушке), возникает разность фаз Саньяка  $\Delta \varphi$ , рад, которая пропорциональна действующей угловой скорости  $\Omega$ , рад/с, и которую можно найти по следующей формуле [1]:

$$\Delta \varphi = \frac{4\pi RL}{\lambda c} \Omega \,, \tag{1}$$

где  $\lambda$  – средневзвешенная (центральная) длина волны источника излучения, м;  $c \approx 3.10^8$  м/с – скорость света; R – радиус катушки, м; L – длина волокна, м.

Средневзвешенную длину волны  $\lambda$  можно определить расчетным путем из спектра источника излучения  $P(\lambda)$  по формуле [4, 5]

$$\lambda = \left[ \sum \lambda_i P(\lambda_i) \right] / \left[ \sum P(\lambda_i) \right], \tag{2}$$

где сумма  $\Sigma$  берется по *n* интервалов разбиения анализируемого спектра (*i*=1...*n*), *P* – оптическая мощность, Вт.

При выборе источника оптического излучения для волоконно-оптического гироскопа обычно опираются на такие критерии, как центральная длина волны излучения (как правило, около 1550 нм), ширина и форма спектра излучения (должна быть близкой к гауссовскому распределению), достаточный уровень выходной оптической мощности (как правило, для обеспечения одним источником работы трёх ВОГ, входящих в инерциальный измерительный модуль навигационной системы), малая длина когерентности и неполяризованность выходного излучения (для снижения рассеяний и отражений и других паразитных эффектов в волоконном контуре ВОГ), а также долгий срок эксплуатации, соответствующий сроку эксплуатации ВОГ [2, 3]. Учитывая указанные критерии, наиболее подходящими источниками излучения для ВОГ являются широкополосные источники – суперлюминесцентные диоды (SLD) и источники на основе усиления спонтанной эмиссии (ASE) [1–3].

В результате исследований для нескольких образцов широкополосных источников оптического излучения (типов ASE, SLD) были сняты спектры излучения, исследованы форма и ширина спектров, рассчитана средневзвешенная длина волны, измерены потребляемая мощность и выходная оптическая мощность.

Исследованиям подвергались следующие источники: суперлюминесцентные диоды SLD-1550-14BF-5мBT, условные №№SLD 216, SLD 217, SLD 218, в корпусе 14-pin «butterfly» производства компании «Нолатех»; суперлюминесцентные диоды ELED-1550-1-T-9-SM1-FA-CW-0.5, условные №№ELED 57, ELED 58, в корпусе 14pinDIL производства компании ООО «Лазерском», Беларусь (далее – SLD); источники широкополосного некогерентного излучения на основе усиления спонтанной эмиссии LC-ASE-C-10-T-2-SM1-FA-CW-0.5, условные №№ASE 59, ASE 60, производства компании ООО «Лазерском», Беларусь (далее – ASE), эрбиевый источник ESS типа ASE, условный №01, зарубежного производства (далее – ESS) и эрбиевый источник ErBBLS-35-CF-PDA-FC/APC типа ASE, условный №02, компании HЦBO «Фотоника» (далее – ErBBLS).

Спектральные характеристики источников излучения снимались с помощью оптического спектроанализатора. На рис. 1 показана схема для измерения спектров оптического излучения. Выходная оптическая мощность измерялась либо с помощью измерителя оптической мощности, либо встроенными средствами (АЦП) проверяемого источника.



Рис. 1. Схема установки для измерения спектров оптического излучения (ДР – лабораторный драйвер, К – коммутационная колодка, ИС – источник оптического излучения, ОВ – оптическое волокно, С – спектроанализатор)

На рис. 2 показаны для сравнения графики спектров излучения нескольких образцов исследованных источников при комнатной температуре и паспортном значении тока накачки.



Рис. 2. Спектры оптического излучения нескольких образцов источников оптического излучения при комнатной температуре и паспортном значении тока накачки

По построенным спектрам определялись средневзвешенная длина волны, ширина спектра по заданному уровню. Далее исследовалась зависимость спектральных характеристик (ширина спектра, средневзвешенная длина волны) и выходной оптической мощности от величины тока накачки источников (кроме источников ESS и ErBBLS, у которых ток накачки не регулируется). На рис. 3, 4 показаны графики зависимости средневзвешенной длины волны излучения и

оптической мощности на выходе источников ASE (образцы ASE 59 и ASE 60), ELED (образцы ELED 57 и ELED 58) и SLD (образцы SLD 216, SLD 217, SLD 218) от тока накачки.



Рис. 3. Зависимость средневзвешенной длины волны излучения на выходе источников ASE (образцы ASE 59 и ASE 60), ELED (образцы ELED 57 и ELED 58) и SLD (образцы SLD 216, SLD 217, SLD 218) от тока накачки



Рис. 4. Зависимость выходной оптической мощности источников ASE (образцы ASE 59 и ASE 60), ELED (образцы ELED 57 и ELED 58) и SLD (образцы SLD 216, SLD 217, SLD 218) от тока накачки

По результатам всех испытаний был проведен комплексный сравнительный анализ полученных характеристик источников. Результаты исследований сведены в табл. 1. Необходимо отметить, что спектральные характеристики источников изменяются при воздействии изменений температуры, поэтому в дальнейшем планируется провести дополнительные исследования спектральных характеристик в широком температурном диапазоне. Кроме того, источники типа СЛД подвержены деградации с течением времени (изменяются форма спектра и средневзвешенная длина волны, величина выходной оптической мощности) [6–8], и их срок службы без заметного изменения характеристик не превышает 10000–40000 ч [8].

Заключение. В результате проведенных сравнительных испытаний для нескольких образцов широкополосных источников оптического излучения (типов ASE, SLD) различных производителей были исследованы спектральные характеристики, измерены потребляемая мощность и выходная оптическая мощность, проведен сравнительный анализ характеристик. Источники типа SLD имеют более широкий и более близкий по форме к гауссовскому распределению спектр, а центральная (средневзвешенная) длина волны их излучения примерно на 30 нм меньше, чем у источников типа ASE (в т.ч. ESS, ErBBLS). Кроме того, потребляемая мощность их в два-три раза ниже. К недостаткам исследованных SLD можно отнести то, что выходная оптическая мощность их не превышает 1-5 мВт, что недостаточно для обеспечения работы инерциального измерительного модуля навигационной системы и поэтому потребуется использовать три подобных источника. Кроме того, срок службы подобных источников без деградации спектральных характеристик (порядка 10000–40000 ч по данным публикаций) существенно ниже, чему у источников типа ASE (порядка 100000 ч).

Таблица 1

				Парам	етры источнико	В	
	Vanana×	Средне-	Ши-	Выходная		Ток	Срок
Производитель, модель источника	у словный номер	взвешен-	рина спек-	оптиче- ская	Потребляемая	накачки	служоы, лет. время
	- T	ная длина	тра,	мощность,	мощность, Вт	(паспорт-	наработки
		волны, нм	HM	мВт		ныи), мл	до отказа, ч
	SLD 216	1530	43	5		340	10000-
SUD 1550 1/BE 5MBT	SLD 217	1518	41	5	2,3	307	40000 ч
SED-1550-14BI-5MB1	SLD 218	1522	43	5		310	(по
ООО «Лазерском»	ELED 57	1529	25	1	13	73,7	данным публика-
ELED-1550-1-T-9-SM1-FA-CW-0.5	ELED 58	1526	25	1	1,5	75,5	ций)
ООО «Лазерском»	ASE 59	1558	29	10	13	100	нет
LC-ASE-C-10-T-2-SM1-FA-CW-0.5	ASE 60	1558	29	10	1,5	99	данных
ESS (зарубежного производства)	01	1555	26,8	26	6,5	920	12 лет; 100000 ч
НЦВО «Фотоника» ErBBLS-35-CF-PDA-FC/APC	02	1554	35	26	3,5-5,5 (в зависимости от температуры)	602	91135 ч

#### Основные параметры исследованных источников оптического излучения

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Lefevre, H.C., The Fiber Optic Gyroscope, Norwood, Artech House Publishers, 2014, 440 c.
- 2. Алейник А.С., Кикилич Н.Е., Козлов В.Н., Власов А.А., Никитенко А.Н. Методы построения высокостабильных эрбиевых суперлюминесцентных волоконных источников оптического излучения // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. №4 (104). С. 593–607.
- 3. Кикилич Н.Е. Стабилизация параметров оптического излучения суперлюминесцентного волоконного источника для применения в волоконно-оптическом гироскопе: дис... канд. тех. наук. СПб., 2018. 138 с.
- 4. Бурков В.Д., Губин В.П., Сазонов А.И. Волоконно-оптические гироскопы с эрбиевыми волоконными источниками излучения // Лесной вестник. 2007. №2. С. 8–13.
- 5. Салех Б., Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения: учебное пособие. Т. 1. Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2012. 760 с.
- Chen, X., Yang, J., Zhou, Y., Shu, X., An improved temperature compensation circuit for SLD light source of fiberoptic gyroscope, IOP Conf. Series: Journal of Physics, Conf. Series 916, 2017, 012027.
- Chen, X., Jiang, L., Yang, M., Yang, J., Shu, X., Research on the mean-wavelength drift mechanism of SLD light source in FOG, IOP Conf. Series: Journal of Physics, Conf. Series 1300, 2019, 012047.
- Андреева Е.В., Ильченко С.Н., Костин Ю.О., Лапин П.И., Мамедов Д.С., Якубович С.Д.. Изменение выходных характеристик широкополосных суперлюминесцентных диодов в ходе продолжительной работы // Квантовая электроника. 2011. Т. 47. №7. С. 595–601.

D.A. Egorov, E.L. Klyuchnikova (Concern "CSRI "Elektropribor", Saint-Petersburg). Results of comparative testing of light sources for fiber optic gyroscopes

One of the main components of fiber optic gyroscopes is a light source. The characteristics of fiber optic gyroscopes, including the scale factor and bias stability, are directly related to the light source parameters. The problem of choosing a light source seems to be quite relevant. The purpose of this paper was in comparative research of a number of light sources, including the measurement and analysis of the shape and width of the spectrum, central wavelength, output optical power and power consumption. A comprehensive comparative analysis of the obtained characteristics of the sources was carried out.

М. А. ТИТ, А. Ю. ФИЛИППОВ, А. Г. ЩЕРБАК (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОРРЕКТИРОВКИ ПАРАМЕТРОВ СФЕРИЧЕСКИХ РОТОРОВ ПРИ НАНЕСЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКРЫТИЙ

Рассмотрен комплекс технических решений по корректировке дисбаланса и формы сферических роторов, осуществляемой посредством напыления на поверхность ротора фрагмента заданной формы. Разработана модель и выявлены управляющие факторы и значимые параметры процесса корректировки. Представлена конструкция средств оснащения и приведены экспериментальные данные, показывающие возможности корректировки формы и дисбаланса роторов.

Введение. Перспективы развития шаровых гироскопов с неконтактным подвесом ротора – бескарданного электростатического (БЭСГ) и криогенного (КГ) – во многом определяются точностью обеспечения параметров сферического ротора [1, 2], из которых наиболее важными являются форма и дисбаланс. Требования по этим параметрам, нормируемые сотыми и тысячными долями микрометра (мкм) и обеспечиваемые на стадии балансировки, должны сохраняться на последующих операциях нанесения тонкопленочных покрытий – нитрида титана для БЭСГ и ниобия для КГ. При этом могут решаться задачи создания момента инерции ротора [3] и формирования оптических характеристик растрового рисунка [4]. При нанесении тонкопленочных покрытий толщиной 0,8-1,2 мкм методом конденсации ионной бомбардировкой основная проблема связана с получением равномерного покрытия с отклонениями по толщине не более сотых долей микрометра. Однако в существующей технологии элементы устройства для напыления экранируют участки ротора, что приводит к непрогнозируемому изменению как геометрии, так и дисбаланса, полученных на предшествующих стадиях обработки [5]. Это определяет актуальность исследований управления процессами формирования покрытий на роторах, обеспечивающих требования по точности на уровне сотых и тысячных долей мкм.

Постановка задачи. Цель работы заключалась в создании технологических методов и средств корректировки параметров ротора на стадии формировании функционального покрытия.

Для достижения цели решались следующие задачи:

- анализ схемы фиксации ротора в модуле для нанесения покрытия и определение зависимостей параметров ротора от условий фиксации при нанесении покрытий;
- разработка модели процесса корректировки с созданием средств математического обеспечения и выявлением оптимизируемых управляющих факторов процесса корректировки формы.

Оценка влияния схемы фиксации на параметры сферического ротора. В существующей технологии формирования покрытия элементы фиксации в устройстве для напыления экранируют участки ротора и приводят к изменению значений как геометрии, так и дисбаланса. Очевидно, что основным фактором при этом является степень отклонения от номинальной толщины покрытия  $\Delta h$  и область экранирования, определяемая сферическим сегментом в зоне размещения элементов фиксации [3] и характеризующаяся полярным углом  $\theta_{max}$ . Изменение толщины покрытия приводит к смещению дисбаланса ротора, величина которого для роторов БСЭГ и КГ не должны превышать 0,02 мкм.

Отклонение  $\Delta h$  определяет изменение третьей гармоники  $A_3$  (требования для ротора БЭСГ  $A_3 \leq 0,025$  мкм) амплитудного спектра формы ротора и описывает такой дефект, как треугольную аномалию. Это изменение связано с экранированием при напылении покрытия полюсной зоны ротора. При этом третья гармоника  $A_3$  является одним из наиболее критичных параметров в математической модели дрейфа для прибора БЭСГ и влияет на условия функционирования ротора в подвесе.

Изменение дисбаланса  $\Delta \varepsilon$  при этом зависит от полярного угла  $\theta_{\max}$ , толщины покрытия h, отклонения  $\Delta h$ , радиуса  $R_p$  и массы ротора  $M_0$ , плотности материала покрытия  $\rho_{nokp}$  и определяется выражением [5]

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_\kappa \approx \frac{1}{M_0} \rho_{no\kappa p} 2\pi \left( R_p + h \right)^3 \Delta h \frac{\pi^2 - \pi^2 \cos(\theta_{\max}) - 2\theta_{\max}^2}{8 \left( \pi^2 - \theta_{\max}^2 \right)}.$$
 (1)



Рис. 1. Изменение дисбаланса от величины Δh для ротора БЭСГ (покрытие *TiN*)

Можно представить (рис. 1) графические зависимости изменения дисбаланса от величины  $\Delta h$  при h=1,0 мкм для различных углов  $\theta_{max}$  для роторов БЭСГ (основа – бериллий плотностью 1,85 г/см<sup>3</sup> [6], материал покрытия – нитрид титана плотностью 5,44 г/см<sup>3</sup> [7]). Очевидно, что экранирующий эффект имеет большее влияние на ротор КГ, так как отношение плотности покрытия (ниобий – 8,5 г/см<sup>3</sup> [2, 8]) к плотности подложки (углеситалл – 1,8-2,1 г/см<sup>3</sup> [9]) в этом случае в 1,5 раза больше, чем для ротора БЭСГ. Из этих зависимостей можно оценить допустимые величины  $\Delta h$  и соответствующие изменения дисбаланса. Видно, что уменьшение полярного угла  $\theta_{max}$  минимизирует негативный эффект экранирования. Практически при уг-

ле  $\theta_{\text{max}}$ , равном 60°, величина  $\Delta h$ , равная 0,025 мкм, обусловливает изменение дисбаланса на 0,005 мкм для ротора БЭСГ (0,0075 мкм для ротора КГ).

Модель корректировки формы и дисбаланса ротора. Зону экранирования можно определить как поверхность сферического сегмента, имеющего исходный радиус  $R_c$  (рис. 2), а не заполненный материалом покрытия в результате экранирования фрагмент представить в виде ограниченного двумя сферическими поверхностями – радиуса  $R_c$  и требуемого радиуса R выпукло-вогнутого мениска. Значения отклонения  $\Delta h$ , полярного угла  $\theta_{\text{max}}$  и радиуса  $R_c$  определяются из профилограммы меридионального сечения ротора, а корректировка формы и дисбаланса сводится к заполнению указанного фрагмента материалом покрытия.

Комплексно рассматривая процесс формирования покрытия, можно сформулировать принципы построения управляемой технологии, основанный на двухэтапном напылении [10]:

- на первом этапе напыления осуществляется формирование покрытия требуемой толщины, а на втором этапе – корректировка геометрии покрытия в зоне экранирования. На втором этапе напыления между ротором *l* и источником *3* размещают экран *4* с отверстием *5* диаметра *d* (рис. 2), задавая угол θ<sub>max</sub> и, соответственно, диаметр D<sub>c</sub> формируемого сферического сегмента;
- 2) перемещение экрана 4 на втором этапе по направлению к источнику 3 до положения 4\*, изменяя расстояние между ротором 1 и экраном 4 от величины L<sub>1</sub> до величины L<sub>2</sub>, что позволяет регулировать кривизну формируемого покрытия с получением в конечном счете поверхности требуемого радиуса R.

Практическая реализация основана на том, что в начальный момент ротор 1 (рис. 2) устанавливают в приспособлении, ориентируя его динамической осью MN в сторону источника 3 и обеспечивая размещение точки испарения K источника на этой оси. Между ротором 1 и источником 3 размещают экран 4 на минимально возможном расстоянии  $L_1$ , составляющим 0,01-0,1 от радиуса R ротора 1. Экран 4 размещают, обеспечивая возможность его перемещения вдоль оси MN в сторону источника 3. В начале процесса напыления определяемый углом  $\psi_1$  поток испаряемого материала, проходя через отверстие 5 экрана 4, формирует на роторе 1 дополнительный слой покрытия, поверхность которого также определяется этим углом  $\psi_1$ . Очевидно, что угол  $\psi_1$  и напыляемая зона сегмента задаются диаметром d, расстоянием L и расстоянием  $L_1$ . Эта зона обозначена на рис. 2 точками a и b. Важным аспектом процесса формирования дополнительного слоя является синхронизация процесса нанесения покрытия и перемещения экрана 4. Поэтому перемещение экрана 4 в сторону источника 3 осуществляют до момента времени, определяемого формированием напыляемой зоны в виде сферической поверхности шарового сегмента 2. Эта зона задается углом  $\psi_2$ , который определяется диаметром d, расстоянием L и расстоянием  $L_2$ . Взаимосвязь между диаметром  $D_c$  и высотой H шарового сегмента 2, с одной стороны, и диаметром d расстояниями L и  $L_2$  – с другой определяется выражением  $D_c(L - L_2)$ 

 $d = \frac{D_c(L - L_2)}{L + H}$ , которое позволяет задать требуемую зону нанесения покрытия [10]. В данном

случае время напыления t соответствует времени перемещения экрана 4. Это обеспечивает условие формирования требуемой толщины  $\Delta h$  дополнительного слоя покрытия в точке  $c^*$ , которая является вершиной шарового сегмента 8, и монотонное убывание толщины по мере приближения к основанию этого сегмента 8 (к точкам  $a^*$  и  $b^*$  на рис.2), где толщина дополнительного слоя равна нулю, что и требуется для корректировки формы ротора.



Рис. 2. Схема процесса напыления: *1* – ротор; *2* – шаровой сегмент, соответствующий зоне экранирования; *3* – источник напыляемого материала; *4* и *4*\* – экран в начале и в конце напыления; *5* – отверстие в экране

Время t напыления и, соответственно, время перемещения экрана 4 определяется исходя из устанавливаемого эмпирическим путем значения скорости  $V_k$  осаждения покрытия с учетом геометрических параметров ротора l и шарового сегмента 2, что можно представить в виде вы-

ражения 
$$t = \frac{2R - 2H - \sqrt{4R^2 - D_c^2}}{V_k}$$

Целесообразно рассмотреть формирование корректирующего слоя для двух вариантов – с неподвижным экраном, определяющим зону напыления (угол  $\theta_{max}$ ), и подвижным, который задает и угол  $\theta_{max}$ , и требуемую толщину *h* слоя в пределах этого угла.

Рассматривая схему напыления с неподвижным экраном  $4^*$  (рис. 2), можно представить выражение для желаемого профиля, определяя его в виде зависимости толщины покрытия  $h(\theta)$  от полярного угла  $\theta \leq \theta_{max}$ :

$$h(\theta) = \Delta h \frac{\cos(\theta) - \cos(\theta_{\max})}{1 - \cos(\theta_{\max})}, \qquad (2)$$

и с учетом  $\tau(\theta) = \frac{h(\theta)}{V_k(\theta)}$  выражение для реального профиля напыления, определяемого скоро-

стью напыления  $V_k$  в зависимости от угла  $\theta$ :

$$V_{k} \sim \frac{(L+R_{c})\cos(\theta) - R_{c}}{((R_{c})^{2} + (L+R_{c})^{2} - 2(R_{c}+L)R_{c}\cos(\theta))^{3/2}}.$$
(3)

Видно, что функциональные зависимости от угла  $\theta$  в этих выражениях различны, поэтому ни при каких значениях параметров (L, R,  $\theta_{max}$ ) они не будут тождественны. Можно лишь подобрать значения, чтобы разница была минимальна. Примеры, где все зависимости нормированы на максимум, представлены на рис. 3 (сплошная линия – желаемый профиль).

Для перемещаемого экрана в результате преобразований для реального профиля имеем:

$$h(\theta) = \Delta h \cos \theta \frac{\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\sin \theta_{\max}}}{\frac{2R}{d} - \frac{1}{\sin \theta_{\max}}},$$
(4)

где угол  $\theta$  для текущего расстояния *x* определяется из соотношения  $\sin(\theta) = \frac{d}{2R} \frac{L}{L-x}$ 



Рис. 3. Изменение толщины покрытия при использовании неподвижного экрана

Рис. 4. Профили фрагмента при использовании перемещаемого экрана

На графике (рис. 4) представлены желаемый и фактически получаемый для варианта с перемещаемым экраном профили. Таким образом, использование неподвижного экрана позволяет обеспечить компенсацию толщины покрытия *h* на оси *MN* сферического сегмента, при этом толщина покрытия в основании сегмента отлична от нуля, что приведет к скачкообразному изменению покрытия на границе основания шарового сегмента и поверхности ротора вне зоны экранирования. Применение перемещаемого экрана позволяет обеспечивать компенсацию толщины покрытия на оси *MN* сферического сегмента и монотонное убывание толщины покрытия до нуля в основании сегмента. При этом управляя параметрами процесса напыления, возможно минимизировать рассогласование желаемого профиля и профиля реального покрытия до пренебрежимо малых значений.

Заключение. На основе анализа зависимостей параметров ротора от условий фиксации и режимов нанесения покрытий сформулированы принципы, определяющие создание управляемого процесса формирования покрытий. Разработана аналитическая модель альтернативных процессов корректировки дисбаланса и формы роторов, преимущественно определяемой отклонением амплитуды третьей гармоники, посредством напыления на поверхность сферического ротора сегмента, соответствующего отклонению форы ротора от сферы. Созданы средства математического обеспечения и выявлены оптимизируемые управляющие факторы и значимые параметры процесса корректировки. В целом это позволяет расширить технологические возможности процесса изготовления роторов шаровых гироскопов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Б.Е. Электростатический гироскоп со сплошным ротором. СПб.: ГНЦ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор, 2020. 150 с.

- Махаев, Е.А., Л.П. Рябова, П.А. Чесноков. Разработка конструкции и технологии изготовления ротора криогироскоп // Материалы XXX Конференции памяти Н.Н. Острякова. 2016. С. 116–123.
- Юльметова О.С. Ионно-плазменные и лазерные технологии в гироскопическом приборостроении. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. 244 с.
- Yulmetova, O.S., Scherbak, A.G., Contrast image formation based on thermodynamic approach and surface laser oxidation process for optoelectronic read-out system, Optics and laser technology, 2018, vol. 101, pp. 242–247.
- Юльметова О.С., Щербак А.Г., Туманова М.А. Исследование процесса корректировки дисбаланса сферического ротора на стадии напыления тонкопленочного покрытия // Научно–технический вестник ИТМО. 2017. Том 17. №6. С. 1045–1051.
- 6. Бериллий. Наука и технология /пер. с англ. под ред. Тихинского Г.Ф. и Папирова И.И. М.: Металлургия, 1984. 624 с.
- 7. Юрьев Ю.Н., Михневич К.С. и др. Свойства пленок нитрида титана, полученных методом магнетронного распыления // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. №4–3. С. 672–676.
- Дальский А.М., Арутюнова И.А., Барсукова Т.М. и др. Технология конструкционных материалов / под общ. ред. А.М. Дальского. М.: Машиностроение, 1985. 448 с.
- 9. Татаринов В.Ф., Виргильев Ю.С., Евдокимов С.В. Углеситалл и его свойства // Перспективные материалы. 1999. №4. С.41-45.
- Филиппов А.Ю., Тит. М.А., Ландау Б.Е., Щербак А.Г. Патент RU №2743492 «Способ изготовления ротора шарового гироскопа».

M.A. Tit (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg), A.Yu. Filippov (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg), A.G. Scherbak (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg)

#### Modeling of spherical rotor parameter correction process during functional coating formation

The set of technical solutions for imbalance and shape spherical rotor correction by sputtering a specified form fragment is considered. Controlling factors and significant parameters of correction process are revealed. The design of technical device and experimental data are presented. The obtained results show the possibilities of suggested method of spherical rotor parameter correction. С. Н. БЕЛЯЕВ, А. Г. ЩЕРБАК (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ ПОДВЕСА НА УЗЛАХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

Рассмотрены технологические аспекты формирования тонкопленочных электродов подвеса на гранях кварцевого инерциального тела, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, и на обращенных в сторону тела плоских поверхностях корпуса и крышек электростатического акселерометра. Приведен анализ возможных топохимических взаимодействий в зоне напыления и обоснована последовательность этапов процесса, обеспечивающих требуемую адгезию покрытий. Представлены результаты экспериментальных исследований.



Рис. 1. Узлы ЭСА: *1* – электроды, 2 – крышка, *3* – корпус, *4* – инерциальное тело

Введение. Функционирование чувствительного элемента электростатического акселерометра (ЭСА), входящего в электростатический гравитационный градиентометр (ЭГГ) [1], обеспечивается системой электродов подвеса. Электроды *l* (рис. 1) формируются в виде тонкопленочных покрытий на гранях инерциального тела 4, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, а также на поверхностях корпуса 3, в котором устанавливается это тело, и обращенных в сторону тела плоских поверхностей крышек 2. Указанные узлы ЭСА выполнены из кварцевого стекла КУ-1, и технология нанесения на них токопроводящего покрытия толщиной 1,5-2 мкм должна обеспечивать отклонения от указанной величины не более 0,3 мкм при шероховатости не хуже Ra0,04. На токопроводящем покрытии корпуса необходимо выполнение контактных площадок, обеспечивающих пайку медных проводов для подачи электрического потенциала на электроды. При этом должна обеспечиваться достаточная адгезия покрытия к основе (порядка 25 МПа), на которую влияет разность термических коэффициентов

линейного расширения (ТКЛР) материалов подложки и покрытия и возможные топохимические взаимодействия материалов [2].

**Постановка задачи.** Цель исследований заключалась в разработке технологии формирования тонкопленочных покрытий на узлах ЭСА, обеспечивающей требования по допустимым отклонениям от номинальной толщины, адгезии, электропроводности и возможности пайки коммутационных проводов. Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач:

- выбор материала электродов и разработка средств оснащения процесса напыления;
- выявление последовательности этапов процесса формирования покрытий и совокупности топохимических гетерофазных реакций в зоне контакта основы и покрытия;
- выявление значимых параметров процесса напыления и выбор режимов напыления покрытия.

**Разработка технологии нанесения тонкопленочных покрытий на кварцевые узлы.** Исходя из таких показателей, как удельное электросопротивление покрытия, устойчивость материала к окислению на воздухе, влияющая на стабильность его электрических и механических свойств, сравнительно меньшая по сравнению с другими материалами разница (ТКЛР) с кварцем, выявленная на основе термодинамического анализа возможность топохимических взаимодействий с оксидом кремния в *SiO*<sub>2</sub>, для обеспечения адгезии покрытия в качестве материала покрытия выбран титан. В качестве материала контактных площадок определена медь, которая образует с титаном соединения *Ti<sub>x</sub>Cu<sub>y</sub>*, что обеспечивает требуемую адгезию, и отвечает условию последующей пайки контактных проводов.

Необходимым условием обеспечения процесса являлось создание комплекса средств технологического оснащения процесса напыления, позволяющих осуществлять как последовательное, так и одновременное за один термический цикл напыление титановых электродов последовательно на четыре грани инерциального тела ЭСА (рис. 2) и отдельно на две грани большей площади (рис. 3).



Рис. 2. Нанесение покрытия на тело, 1 этап

Рис. 3. Нанесение покрытия на тело, 2 этап

Обеспечение геометрии формы напыления осуществлялось системой масок и экранов [2]. На рис. 4 представлена схема нанесения покрытия на две грани и внутренние поверхности корпуса.



Рис. 4. Нанесение покрытия на корпус

При напылении покрытий учитывается зависимость скорости напыления *V* от параметров процесса [2, 3]:

$$V = \frac{A \cdot \cos^2 \Omega}{L^2},\tag{1}$$

где L – расстояние от детали до источника напыляемого материла,  $\Omega$  – текущий угол между направлением потока материала и напыляемой плоскостью, A – размерная константа, определяемая параметрами процесса напыления.

На основе указанной зависимости (1) разработаны кинематические схемы процессов формирова-

ния покрытий и методика расчета для определения размерных характеристик устройств для напыления:

$$\Delta h = A \cdot t \cdot \cos^2 \Omega \cdot \left(\frac{1}{L_1^2} - \frac{1}{L_2^2}\right). \tag{2}$$

В выражении (2)  $\Delta h$  определяет разнотолщинность покрытия и не должна превышать допустимого значения (как указано выше 0,3 мкм),  $L_1$  и  $L_2$  соответствуют наименьшему и наибольшему расстоянию точек напыляемой поверхности от источника напыляемого материала, t – время процесса напыления.

Формирования покрытий и топохимические реакции в зоне контакта основы и покрытия. Обеспечение требуемой адгезии покрытия к основе – титана к кварцу (оксид кремния) – возможно за счет протекания гетерофазных топохимических реакций, к которым на первой стадии можно отнести взаимодействие титана с оксидом кремния с образованием оксидов титана  $Ti_x O_y$  ( $TiO_2$ , TiO,  $Ti_2O_3$ ). На второй стадии образовавшийся оксид  $TiO_2$  может взаимодействовать

с оксидом *SiO*<sub>2</sub> [4]. Оценка вероятности конкретных взаимодействий определяется по знаку энергии Гиббса, рассчитываемой для этих взаимодействий по выражению [4, 5]

$$\Delta Z_T^0 = \Delta H_{298}^0 - T \cdot \Delta S_{298}^0 + \int_{298}^T C_p dt - T \cdot \int_{298}^T 1/t \cdot \Delta C_p dt , \qquad (3)$$

где  $\Delta S_{T}^{0}$  – изменение энтропии и  $\Delta H_{T}^{0}$  – изменение энтальпии процесса,  $C_{p}$  – теплоемкость при постоянном давлении; *T* – температура процесса. Эти взаимодействия формируют переходную зону, обеспечивая достаточную адгезию покрытия титана.

Для протекания реакций и обеспечения адгезии необходима температура (250-300)°С, причем толщина продуктов указанных топохимических реакций достаточна на уровне единиц нанометра. При формировании покрытия меди на титане температуры (250-300)°С вследствие разницы в ТКЛР этих материалов обусловливают возникновение напряжений, релаксация которых может приводить к разрушению электрода по поверхности титан–кварц. При этом очевидно, что напряжения пропорциональны температуре процесса. Проблема решалась двухэтапным процессом напыления меди. На первом этапе при температуре (250-300)°С обеспечивались условия протекания топохимических реакций для получения требуемой адгезии с получением переходного слоя толщиной в единицы нанометра. На втором этапе температура процесса составляла (100-120)°С и осуществлялось формирование необходимой толщины покрытия.

Аналогично обеспечивалось формирование двухслойных покрытий титан-медь со ступенчатым термическим циклом, обеспечивающим на первом этапе взаимодействие титана и меди с образованием в зоне контакта интерметаллидной прослойки  $Ti_xCu_y$  ( $Ti_2Cu$ , TiCu,  $Ti_3Cu_4$ ) толщиной единицы нанометра для обеспечения адгезии покрытия и последующего формирования на втором этапе основного слоя меди.

Результаты экспериментальных исследований качества поверхности покрытия показали, что шероховатость покрытия титана составляет примерно Ra 0,020 при шероховатости подложки Ra 0,015 (рис. 5). Отсюда можно сделать вывод, что покрытие титана конкретной толщины (~1,5 мкм), нанесенное магнетронным методом, незначительно изменяет шероховатость подложки, обеспечивая технические требования (Ra не хуже 0,04).



Рис. 5. Шероховатости Ra подложки из кварца (а) и покрытия титана на подложке (б)

Режим пайки проводов к медным площадкам толщиной 30 мкм: температура подогрева кварцевой крышки 150°С, температура пайки 190°С, время пайки 2-3 с, припой ПОС-61. Величина электросопротивления между любыми точками покрытия электродов составила 9-20 Ом при технических требованиях <30 Ом.

**Выявление значимых параметров и выбор режима процесса**. В результате экспериментально-исследовательских работ выбран оптимальный режим напыления покрытий, основными параметрами которого являются ток (4 A) и напряжение (450 B) разряда мишени, расстояние мишень–деталь (100-110 мм), время напыления (15 мин для неподвижной детали, 40-45 мин – для вращающейся детали), температура нагрева подложки при напылении титана 300°С, при напылении меди температура нагрева подложки 300°С на первом и 100°С на втором этапе процесса. Давление рабочего газа (1,4·10<sup>-3</sup> мм рт. ст.), степень вакуума в камере (5·10<sup>-5</sup> мм рт. ст.). Заключение. Осуществлен анализ и выбор материала покрытия по совокупности критериев. Разработан комплекс средств оснащения и кинематические схемы их функционирования для нанесения покрытий на инерционное тело, корпус и крышки прибора ЭСА. Проведана термодинамическая оценка возможных топохимических взаимодействий в системе SiO<sub>2</sub>-Ti-Cu. Выявлены значимые параметры процесса напыления покрытий на узлы с различной ориентацией напыляемых поверхностей относительно потока напыляемого материала. Обоснована эффективность и определены условия двухэтапного процесса формирования покрытий с минимизацией толщины переходной фазы покрытия, образуемой на первом этапе. Выбраны оптимальные режимы напыления покрытий. Представлены результаты экспериментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Джилавдари И.З., Ризнокая Н.Н. Этапы развития и состояние разработок гравитационных градиентометров // Приборы и методы измерений. 2016. Т.7. №3. С. 235–246.
- Беляев С.Н., Щербак А.Г. Средства оснащения процессов напыления покрытий на узлы гироприборов, имеющих форму тел вращения // Навигация и управление движением. Материалы юбилейной, Х конференции молодых ученых. Санкт-Петербург: ГНЦ РФ, ЦНИИ» Электроприбор, 2009. С. 68–73.
- Юльметова О.С. Ионно-плазменные и лазерные технологии в гироскопическом приборостроении. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. 244 с.
- 4. Третьяков Ю.Д. Твердофазные реакции. М.: Химия, 1967. 359 с.
- 5. Морачевский А.Г. и др. Прикладная химическая термодинамика. Санкт-Петербург: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 254 с.

## S.N. Belyaev, A.G. Scherbak (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint-Petersburg). Technological aspects of making tin-film suspension electrodes on the nodes of an electrostatic accelerometer

The paper considers the technological aspects of making thin-film suspension electrodes on the edges of a quartz inertial body which has the shape of a rectangular parallelepiped and the flat surfaces of the case and covers of an electrostatic accelerometer which are oriented towards the body. An analysis of possible topochemical interactions in the deposition zone is given, and the sequence of process stages providing the required adhesion of coatings is substantiated. The results of experimental researches are presented.

С. А. ВОЛОБУЕВ, Е. А. МАХАЕВ, В. В. СВЯТЫЙ, В. В. СУМАРОКОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

### РАЗРАБОТКА И СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ МАЯТНИКОВОГО КОМПЕНСАЦИОННОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

Для решения навигационных задач в системах средней точности ишрокое применение получили акселерометры с кварцевым и керамическим подвесом. В докладе приведены результаты разработки и испытаний маятникового компенсационного акселерометра на торсионном подвесе со встроенной обратной связью. Для получения достоверных результатов испытания проводились совместно с прибором AK-15-1. Полученные результаты показали, что разработанный акселерометр по своим характеристикам не уступает акселерометру AK15-1 и после корректировки КД и проведения подготовки производства может быть использован в навигационных системах среднего класса точности.

Введение. Наше предприятие имеет большой опыт в разработке и изготовлении прецизионных акселерометров маятникового типа на торсионном подвесе. Изготовление таких акселерометров требует применения высокотехнологичного оборудования и привлечения высококвалифицированного персонала для выполнения сложных и трудоемких операций по балансировке поплавка, выставке поплавка в корпусе, заполнению демпфирующей жидкостью. Для навигационных систем среднего класса точности использование таких акселерометров не является необходимым и невыгодно из-за их высокой цены. В связи с этим была поставлена задача выполнить разработку менее точного, но недорогого маятникового компенсационного акселерометра (AKM).

Результаты разработки. Конструктивно акселерометр состоит из двух частей – чувствительного элемента и платы обратной связи, установленных на едином корпусе, чувствительный элемент закрыт крышкой. В качестве датчика угла чувствительного элемента акселерометра используется оптическая пара (светодиод/фотодиод) и шторка на маятниковом элементе. В качестве маятникового элемента используется катушка с обмоткой магнитоэлектрического датчика момента, подвешенная на растяжке. Для подачи питания в обмотку используются растяжки, концы которых распаяны на монтажные платы.

В плате обратной связи предусмотрена коррекция АЧХ, обеспечивающая устойчивую работу обратной связи и полосу пропускания не менее 100 Гц. Выходной сигнал акселерометра отнормирован в диапазоне 1±0,1 В/g.

При разработке и сборке чувствительных элементов проработаны нескольких вариантов конструкции чувствительного элемента акселерометра, отличающихся конструкцией узла и способом крепления растяжки в корпусе. Изготовлены чувствительные элементы с коромыслом и без коромысла. Сборка акселерометров показала отсутствие сложных и трудоемких операций. Для проведения испытаний были изготовлены два прибора АКМ с ЧЭ с коромыслом. На рис. 1, 2 приведены модели двух вариантов конструкция чувствительного элемента без корпуса акселерометра.



Рис. 1. Модель ЧЭ с коромыслом без корпуса:

*I* – растяжка; *2* – катушка-маятник; *3* – стержень шторка; *4* – коромысло; *5* – керамические накладки; *6* – винт крепления растяжки в коромысле; *7* – винт крепления коромысла в корпусе; *8* – магнит ДМ;

<sup>9 –</sup> магнитопровод; 10 – втулка светодиода; 11 – фотодиод; 12 – монтажная плата



Рис. 2. Модель ЧЭ с креплением растяжки в корпусе без корпуса: 1 – растяжка; 2 – катушка-маятник; 3 – стержень шторка; 4 – крышка корпуса; 5 – керамические накладки; 6 – винт крепления растяжки в корпусе; 7 – винт крепления фотодиода; 8 – магнит ДМ; 9 – магнитопровод; 10 – втулка светодиода; 11 – фотодиод; 12 – монтажная плата

**Результаты испытаний.** Проведены испытания изготовленных акселерометров совместно с акселерометром АК-15-1 для определения их характеристик. На рис. 3 приведены графики по-грешностей измерения в зависимости от ориентации приборов.



Рис. 3. Графики изменения погрешности измерения

Видно что, погрешность измерения задаваемых ускорений для акселерометра AK-15 -1 не более 0,00005 ед. g, для акселерометров AKM – не более 0,000065 ед. g. В процессе испытаний обнаружено, что акселерометрам типа AKM присуще наличие перекрестных связей, которые учитываются при обработке выходных сигналов.

Для оценки влияний изменения параметров испытываемых акселерометров от изменения температуры проведены климатические испытания. По результатам испытаний на рис. 4, 5 построены графики изменения коэффициента преобразования и смещения нуля от температуры.



Рис. 4. Графики изменения коэффициента преобразования от температуры
Для приборов АКМ зависимость коэффициента преобразования линейная со значениями ТКИ 0,00013 g/°C для прибора АКМ №21, 0,00015 g/°C – для прибора АКМ №32. Для прибора АК-15-1 по ТУ – 0,00020 g/°C.



Рис. 5. Графики изменения смещения нуля от температуры

Для приборов АКМ зависимость смещения нуля линейная со значениями температурного коэффициента изменений (ТКИ) 0,000014 g/°C для прибора АКМ №21, 0,000005 g/°C – для прибора АКМ №32. Для прибора АК-15-1 по ТУ – 0,000045 g/°C.

При проведении испытаний акселерометров АКМ были проведены испытания при нормальных климатических условиях (изменение окружающей температуры ±2°C) на стабильность в пуске и от пуска к пуску.

Результаты испытаний показали, что при отсутствии ускорения нестабильность в пуске до трех суток не более  $\pm 0,00004$  ед. g, нестабильность от пуска к пуску  $\pm 0,00002$  ед. g без учета изменения температуры. Для прибора AK-15-1 по ТУ нестабильность в пуске за 10 часов не более  $\pm 0,00003$  ед. g.

Результаты испытаний показали, что при действии ускорения 1 g наблюдается зависимость изменения выходного сигнала от изменения температуры. Введя линейную математическую термокомпенсацию с коэффициентами ТКИ, определенными при климатических испытаниях, нестабильность в пуске до трех суток не более ±0,00003 ед. g, нестабильность от пуска к пуску ±0,00003 ед. g.

Заключение. Результаты разработки и испытаний приборов АКМ показали, что разработанный прибор по своим характеристикам не уступает акселерометрам АК-15-1 и может быть использован в навигационных системах средней точности

В дальнейшем имеется возможность разработать трехканальный блок акселерометров в едином корпусе с трехканальной платой обратной связи и платой котроллера с использованием отечественных ЭРИ.

S.A. Volobuev, E.A. Makhaev, V.V. Svyatyy, V.V. Sumarokov (State Research Center of Russia Federation CSRI Electropribor JSC, Saint-Petersburg)

#### Design and Comparative Tests of Pendulum Compensating Accelerometer

In navigation systems of average accuracy accelerometers with ceramic or quartz suspension got broad application. The results of the development and tests of the pendulum compensating accelerometer with torsion suspension and integrated feedback are presented in this report. For getting valid results the test were conducted together with AK-15-1. The results show that designed accelerometer does not inferior in characteristics to AK-15-1, thus after correction of design documents preparation of manufacturing the accelerometer can be used in navigation systems of average accuracy.

П. А. ИВАНОВ, В. А. ЛАЗАРЕВ (Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет им. В.И. Ульянова (Ленина), СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия) Е. Д. БОХМАН (ООО ИНЕРТЕХ, Санкт-Петербург, Россия)

# СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ УГЛОВОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПОВОРОТНЫХ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ СТЕНДОВ

Описан способ повышения точности углового позиционирования поворотных стендов, предназначенных для калибровки и испытаний инерциальных чувствительных элементов и систем на их основе. Способ основан на компенсации систематической составляющей погрешности углового позиционирования. Выявлены возможные источники данной погрешности. Результаты применения предложенного способа на двухосном поворотном стенде СДА-2.50 показали существенное снижение погрешности углового позиционирования стенда.

Введение. Основой современных навигационных комплексов для управления движением различных подвижных объектов являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) [1-3]. Требования по повышению уровня точности современных навигационным систем [4] влекут за собой необходимость повышения точностных характеристик поворотных стендов, на которых испытываются и калибруются данные системы.

В докладе представлен способ повышения точности углового позиционирования платформы поворотного стенда, основанный на выявлении и компенсации систематической погрешности данной характеристики. Стоит отметить, что компенсацию следует проводить только для тех систематических ошибок, чьи источники известны, следовательно, перед корректировкой следует провести анализ источников систематических погрешностей и включить в модель систематических ошибок только те погрешности, которые ожидаемо не изменятся в процессе эксплуатации стенда.

Определение источников систематической погрешности углового позиционирования стенда. Угловое позиционирование платформы стенда вокруг заданной оси происходит посредством оптоэлектронного преобразователя угловых перемещений (датчика угла), расположенного на данной оси. Систематические погрешности в показаниях датчика могут быть связаны с погрешностями градуировки его лимба и с неточностью его установки на ось стенда [5]. При этом способ установки датчика на ось зависит от конструктивных особенностей его исполнения (модульная конструкция или конструкция со встроенным подшипником).

В конструкции со встроенным подшипником используется соединительная муфта, которая компенсирует смещение оси вращения стенда относительно оси вращения выходного вала датчика, предотвращая износ подшипников. Однако муфта не устраняет погрешность измерения угла поворота, возникающую при наличии эксцентриситета или углового смещения между осью вращения стенда и осью чувствительности датчика.

В модульной (встраиваемой) конструкции датчик не имеет внутренней механики и корпуса. В такой конструкции отсутствуют погрешности передачи углового положения, вызываемые использованием муфты. Лимб устанавливается на ось стенда с помощью посадки с натягом или винтов. Основным фактором, влияющим на точность данной измерительной системы, является точность базирования лимба на валу оси. Для достижения минимальных значений эксцентриситета и углового смещения между осью вращения стенда и осью чувствительности датчика в качестве основной установочной базы применяется фланец с соединительным выступом на валу оси стенда.

Апробирование способа. Апробирование предлагаемого способа реализовано на примере двухосного поворотного стенда СДА-2.50 (рис. 1). На обеих осях стенда установлены оптоэлектронные датчики угла со встроенным подшипником производства компании «СКБ ИС» ЛИР-3200А. Данные датчики имеют полый выходной вал со встроенной муфтой. Предел допускаемой абсолютной погрешности датчика составляет ±2 ".



Рис. 1. Двухосный поворотный стенд СДА-2.50

Измерения проводились с использованием 24-гранной призмы 0-го класса точности (неопределенность измерений ±0,1 ") и цифрового автоколлиматора с погрешностью измерения угла ±0,25 ". Для повышения репрезентативности выборки были произведены измерения по 10 оборотам для каждой оси стенда.

Результаты оценки погрешности позиционирования при измерении угла относительно внутренней оси стенда представлены на рис. 2.



а) – по каждому обороту; б) – среднее по 10 оборотам

Анализ случайной составляющей погрешности показал, что она распределена по нормальному закону, СКО равно 0,7 ". При этом систематическая составляющая погрешности изменяется по гармоническому закону с максимальным значением погрешности 3 ". Спектральный анализ показал, что преобладающими по амплитуде являются первая (1,8 ") и вторая (2,1 ") гармоники. Данная погрешность была скорректирована путем введения поправок в систему управления стендом, после чего были проведены контрольные измерения, результаты которых представлены на рис. 3.



Рис.3. Погрешность позиционирования вокруг внутренней оси (после коррекции) *a) – по каждому обороту; б) – среднее по 10 оборотам* 

В результате корректировки максимальная систематическая составляющая погрешности уменьшилась с 3,0 " до 1,2 ".

Результаты оценки погрешности позиционирования при измерении угла относительно внешней оси представлены на рис. 4. Наблюдается хорошая повторяемость результатов измерения и наличие 1-ой оборотной гармоники. СКО случайной составляющей равно 0,7 ". Максимальное значение систематической составляющей погрешности составляет 2,7 ". Данная погрешность является типичной для стендов подобной конструкции. Рама стенда, образует «вилку», концы которой соединены с валом внешней оси. Во время поворота рама стенда подвергается деформациям, приводящим к изменению геометрического положения вала внешней оси, что приводит к гармонической погрешности с одним периодом на оборот.



a) - по каждому обороту; б) - среднее по 10 оборотам

После внесения соответствующих поправок были проведены контрольные измерений. Результаты измерений представлен на рис. 5.



Рис.5. Погрешность позиционирования вокруг внешнеи оси (после коррекции) a) – по каждому обороту; б) – среднее по 10 оборотам

В результате корректировки максимальная систематическая составляющая погрешности уменьшилась с 2,7 " до 1,0 ".

Заключение. В докладе представлен способ повышения точности углового позиционирования поворотных стендов, основанный на компенсации систематической погрешности углового позиционирования. Способ апробирован на двухосном поворотном стенде СДА-2.50. Для данного стенда были проведены измерения погрешности углового позиционирования до и после корректировки погрешности, анализ которых показал эффективность предложенного способа (максимальное значение систематической погрешности позиционирования вокруг внешней оси снизилось с 3,0 " до 1,2 ", вокруг внутренней – с 2,7 " до 1,0 "). Для определения источников систематических погрешностей углового позиционирования проведен анализ априорных данных о конструктивных особенностях конкретного стенда.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ №20-19-00412

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Titterton D., Weston J., Strapdown Inertial Navigation Technology, Institution of Engineering and Technology, 2005.
- О. Н. Анучин, Г.И. Емельянцев. Интегрированные системы ориентации и навигации (БИНС и БИСО)/ Под общ. ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 1999.
- 3. Матвеев В.В., Распопов В.Я., Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем, СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2009.
- 4. Колотилов Е.Д., Данилин П.Е., Зайцева Н.А. Особенности проектирования и разработки современных систем самолётовождения // Навигация и управление летательными аппаратами. 2018 вып. № 23 с. 2-11.
- 5. Официальный сайт компании «Heidenhain». [Электронный pecypc]. URL: https://www.heidenhain.com/ (дата обращения: 15.04.2022).

P.A. Ivanov, V.A. Lazarev (Saint Petersburg State Electrotechnical University «LETI», St. Petersburg, Russia), E.D. Bokhman (INERTECH, St. Petersburg, Russia).

### Method for increasing accuracy of angular positioning of rotary testing stands

**Abstract:** The method of increasing the angle positioning accuracy of the rotary testing stands intended for calibration and testing of inertial sensing elements and systems based on them is described. The method is based on the angle positioning systematic error compensation. The possible sources of this error are revealed. The test results of proposed method applied with dual-axis rotary stand SDA-2.50 have shown the significant reduction of the stand angle positioning error.

А. В. ЧЕРНОДАРОВ (ООО «Экспериментальная мастерская НаукаСофт», Университет МАИ, Москва)

> Н. П. СТАРОСТИН (АО «РПКБ», г. Раменское, Московская область)

# ТЕСТОВЫЙ КОНТРОЛЬ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО МОДУЛЯ БИНС НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

Сформулирована обратная задача инерциальной навигации. Показано решение такой задачи для имитации сигналов датчиков первичной информации (ДПИ): измерителей угловых скоростей и акселерометров. Сформированы процедуры тестового контроля программно-аппаратного модуля (ПАМ) БИНС по имитируемым сигналам ДПИ. Приведены результаты математического моделирования процедур тестового контроля ПАМ.

**Введение.** Потенциальные возможности бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) опираются на правильное функционирование датчиков первичной информации (ДПИ) – гироскопов и акселерометров, а также программно-аппаратного модуля (ПАМ). В ПАМ решаются основные уравнения инерциальной навигации. Обеспечение надежной работы БИНС во многом зависит от качества предполетной подготовки, которая должна включать функциональный контроль ПАМ. В настоящее время предполетный контроль, как правило, связан только с проверкой наличия электрических связей между элементами БИНС. В то же время актуальной является задача предполетного контроля ПАМ по имитируемым сигналам ДПИ.

Цель работы – расширение возможностей функционального контроля ПАМ БИНС на основе имитируемых сигналов ДПИ, соответствующих реальному маневрированию летательного аппарата (ЛА) в полете.

Моделирование сигналов ДПИ предлагается выполнять на основе решения обратной задачи динамики. Для этого по заранее заданной модельной траектории и соответствующим ей параметрам полета ЛА относительно земной поверхности формируются сигналы ДПИ. При прохождении имитируемых сигналов через ПАМ проверяется правильность программной реализации математического обеспечения БИНС, а также состояние интерфейсов и протоколов информационного взаимодействия. Работоспособное состояние БИНС оценивается по совпадению контрольных сумм или числовых значений выходных параметров БИНС.

**Обратная задача динамики и тестовый контроль ПАМ**. В классической постановке прямую и обратную задачи динамики можно интерпретировать следующим образом:

- прямая задача для заданных начальных условий и входных воздействий определить траекторию движения системы в фазовом пространстве;
- обратная задача [1] определить входные воздействия, обеспечивающие движение системы по заданной траектории в фазовом пространстве. Применительно к БИНС такую процедуру можно рассматривать как обратную задачу инерциальной навигации.

Для акселерометров обратная задача динамики вытекает из основного уравнения инерциальной навигации [2] и имеет вид:

$$\overline{a}_{xyz} = B \left[ \dot{\overline{V}} - \overline{g}_{\mathrm{rp}} + 2\overline{\Omega} \times \overline{V} + \overline{\omega} \times \overline{V} + \overline{\Omega} \times (\overline{\Omega} \times \overline{R}) \right]_{ENH}, \qquad (1)$$

где  $\bar{a}_{xyz} = [a_x, a_y, a_z]^{\rm T}$  – вектор кажущегося ускорения в проекциях на оси инерциального измерительного модуля (ИИМ);  $\bar{\omega}$  – вектор относительной угловой скорости, связанной с облетом ЛА вокруг Земли;  $\bar{V}$  – вектор относительной скорости; B – матрица направляющих косинусов (МНК), характеризующая ориентацию ИИМ относительно сопровождающего трехгранника (СТ); R – радиус-вектор местоположения ЛА;  $\bar{g}_{\rm rp}$  – вектор гравитационного ускорения. Параметры в правой части уравнения (1) рассматриваются в проекциях на оси сопровождающего трехгранника  $\sigma ENH$  геодезической системы координат. В частности, вектор угловой скорости вращения Земли имеет вид:  $\bar{\Omega}_{ENH} = [0 \\ \vdots \\ \Omega \cos \phi \\ \vdots \\ \Omega \sin \phi \]^{\rm T}$ .

Математическая модель правой части уравнения (1) должна соответствовать движению ЛА по заданной траектории.

Вычисление параметров ориентации опирается на математическую модель сигналов датчи-ков угловой скорости:

$$\dot{\overline{\Theta}}_{ENH}(t) = [\overline{\Omega}(t) + \overline{\omega}(t) + \dot{\overline{\delta}}(t)]_{ENH}; \ \dot{\overline{\Theta}}_{xyz}(t) = B(t)\dot{\overline{\Theta}}_{ENH}(t) \text{ при } \dot{\overline{\Theta}}_{ENH}(t_0) = \overline{\Omega}_{ENH}(t_0),$$
(2)

где  $\dot{\Theta}_{ENH} = [\dot{\Theta}_E \dot{\Theta}_N \dot{\Theta}_H]^T$ ,  $\dot{\Theta}_{xyz} = [\dot{\Theta}_x \dot{\Theta}_y \dot{\Theta}_z]^T$  – вектор абсолютной угловой скорости вращения ИИМ в проекциях на оси соответственно СТ *оЕNH* и ИИМ *охуz*;  $\dot{\overline{\delta}}(t)$  – вектор угловой скорости вращения ИИМ вокруг центра масс.

Для решения обратной задачи инерциальной навигации (1) формируются параметры полета ЛА относительно земной поверхности. С учетом сформированных параметров во внешнем вычислителе определяются сигналы ДПИ, обеспечивающие движение по заданной траектории. Далее сигналы ДПИ подаются в ПАМ, а также в модель эталонной БИНС.

При моделировании задаются параметры полета в *j*-х узлах траектории:  $t_j$  – время;  $V_j = V(t_j)$  – величина траекторной скорости;  $\psi_j = \psi(t_j)$  – истинный курс;  $h_j = h(t_j)$  – высота над земным эллипсоидом. На основе указанных параметров с учетом законов аэромеханики и начальных условий определяются остальные параметры движения ЛА. Аппроксимация заданных дискретно параметров траекторного движения между узлами может быть выполнена с помощью математического аппарата кубических сплайнов. Традиционно сплайн-аппроксимация предусматривает сглаживание параметров по всему массиву данных [3]. Для упрощения алгоритмов сплайн-сглаживания введены следующие дополнительные условия: нулевые значения первых производных сглаживаемых параметров в узлах траектории, что не нарушает плавный характер аппроксимации; рекуррентное вычисление сплайнов – от одного узла к другому.

Для решения обратной задачи БИНС формируются относительные скорости  $V_E$ ,  $V_N$ ,  $V_H$ , а также линейные  $\dot{V}_{E_1}$ ,  $\dot{V}_{N_1}$ ,  $\dot{V}_{H_1}$  и вращательные  $\dot{V}_{E_2}$ ,  $\dot{V}_{N_2}$ ,  $\dot{V}_{H_2}$  составляющие вектора относительного ускорения  $\dot{V}_{ENH}$  в проекциях на оси сопровождающего трехгранника *oENH* геодезической системы координат:

$$\dot{V}_{E_{1}} = -\dot{V}_{S} \sin \psi_{S} \cos \vartheta_{S}; \ \dot{V}_{N_{1}} = \dot{V}_{S} \cos \psi_{S} \cos \vartheta_{S}; \ \dot{V}_{H_{1}} = \dot{V}_{S} \sin \vartheta_{S}; \dot{V}_{E_{2}} = \dot{\delta}_{N} V_{H} - \dot{\delta}_{H} V_{N}; \ \dot{V}_{N_{2}} = \dot{\delta}_{H} V_{E} - \dot{\delta}_{E} V_{H}; \ \dot{V}_{H_{2}} = \dot{\delta}_{E} V_{N} - \dot{\delta}_{N} V_{E}; \dot{V}_{E} = \dot{V}_{E_{1}} + \dot{V}_{E_{2}}; \ \dot{V}_{N} = \dot{V}_{N_{1}} + \dot{V}_{N_{2}}; \ \dot{V}_{H} = \dot{V}_{H_{1}} + \dot{V}_{H_{2}},$$

$$(3)$$

где  $\dot{\delta}_E = \dot{\Theta}_S \cos \psi_S - \dot{\gamma}_S \sin \psi_S \cos \Theta_S$ ;  $\dot{\delta}_N = \dot{\Theta}_S \sin \psi_S + \dot{\gamma}_S \cos \psi_S \cos \Theta_S$ ;  $\dot{\delta}_H = \dot{\psi}_s + \dot{\gamma}_s \sin \Theta_s$ ; индекс *S* соответствует параметру, сформированному с помощью сплайн-аппроксимации.

С учетом соотношения (3) определяются проекции вектора относительной угловой скорости сопровождающего трехгранника, а также геодезические широта  $\varphi$  и долгота  $\lambda$ :

$$\omega_E = -\dot{\varphi} = -\frac{V_N}{Q}; \ \omega_N = \dot{\lambda}\cos\varphi = \frac{V_E}{G}; \ \omega_H = \dot{\lambda}\sin\varphi = \frac{V_E}{G}tg\varphi$$

где G, Q – радиусы соответственно первого вертикала и меридианного сечения земного эллипсоида [2]; МНК В определяется путем решения следующего уравнения:

$$B = \Pi_0 B - B \Pi_1,$$

$$^{\Gamma \mathcal{A} \mathbf{e}} \Pi_{0} = \begin{bmatrix} 0 & \Theta_{z} & -\Theta_{y} \\ -\dot{\Theta}_{z} & 0 & \dot{\Theta}_{x} \\ \dot{\Theta}_{y} & -\dot{\Theta}_{x} & 0 \end{bmatrix}, \ \Pi_{1} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{H} + \Omega_{H} & -(\omega_{N} + \Omega_{N}) \\ -(\omega_{H} + \Omega_{H}) & 0 & \omega_{E} \\ \omega_{N} + \Omega_{N} & -\omega_{E} & 0 \end{bmatrix}.$$

Формируемые сигналы ДПИ передаются в ПАМ с использованием интерфейсов, реализуемых в БИНС. Следует отметить, что на «модельные» сигналы ДПИ могут накладываться детерминированные возмущения, имитирующие некоммутативные вращения ИИМ.

**Результаты исследований.** При моделировании прямая и обратная задачи инерциальной навигации решались с разной частотой: в эталонной БИНС – 800 Гц, в реальной БИНС – 400 Гц.

На рис. 1 и 2 представлены характерные результаты тестового контроля ПАМ. Можно видеть, что при одинаковой частоте счисленные параметры траектории совпадают. В то же время при решении уравнений в реальной БИНС с меньшей частотой сформированная траектория не совпадает с эталонной. Такое несовпадение может быть связано, например, с неправильной реализацией протоколов обмена данными или недостаточным быстродействием ПАМ.







Рис. 2. Результаты тестового контроля исправного ПАМ

Заключение. Реализация представленной технологии тестирования ПАМ БИНС позволяет выполнять предполетный контроль БИНС, а также проводить испытания ПАМ в процессе его стендовой отработки.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Харьков В.П. Адаптивное управление динамическими системами на основе обратных задач динамики // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1994. № 4. С. 115–124.
- 2. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
- 3. Чернодаров А.В. Контроль, диагностика и идентификация авиационных приборов и измерительновычислительных комплексов. М.: Научтехлитиздат, 2017. 300 с.

A.V. Chernodarov ("NaukaSoft" Experimental Laboratory, Ltd., MAI University, Moscow), N.P. Starostin ("RPKB", JSC, Ramenskoe, Moscow Region)

# Test control of the softdware-and-hardware module of SINS based on the solution of the inverse problem of inertial navigation.

The inverse problem of inertial navigation is formulated. The solution of such a problem is shown to simulate the signals of sensors: angular velocity meters and accelerometers. Procedures for test control of the SINS software-and-hardware module (SHM) based on simulated signals of sensors have been formed. The results of mathematical modeling of SHM test procedures are presented.

### П. Ю. КУЗНЕЦОВ, А. В. БРАГИН (Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, г. Москва)

# АВТОНОМНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ И МАГНИТОМЕТРОВ

Рассматривается задача определения параметров ориентации объекта на основе бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) и трехосного магнитометра. Описывается один из возможных подходов решения задачи. В работе описывается алгоритм автономного определения углов ориентации, учитывающий тип движения объекта-носителя, с последующим отсечением недостоверной корректирующей информации, а именно измерений акселерометров во время ускоренного движения и измерений магнитометров в моменты детектирования наведенных магнитных полей, не являющихся магнитным полем Земли.

Введение. Задача определения ориентации объекта состоит в нахождении параметров ориентации (матрица, кватернион, углы Эйлера–Крылова) приборной системы координат БИНС относительно географической системы координат. Данная задача является полезной для различных сфер применения, начиная от беспилотных летательных аппаратов и заканчивая подводными глайдерами [2, 3]. Когда точность датчиков не позволяет применять алгоритмы гирокомпасирования в статике, а также время и условия начальной выставки сильно ограничены, полезно привлекать измерения магнитометров, содержащих в себе информацию о магнитном курсе.

Для корректной работы алгоритма необходимо точное знание карт магнитного поля Земли. Это с приемлемой точностью позволяет определять необходимые параметры для работы алгоритма, а именно угол склонения и значение модуля вектора магнитной индукции. Данные параметры позволяют не только получать истинный курс, но и отсекать недостоверную информацию магнитометров. Например, в данной работе используется международная модель среднего глобального магнитного поля IGRF [4].

Важным для практических применений является тот факт, что динамика объекта влечет за собой сильные погрешности вычислений углов крена и тангажа на основе только измерений акселерометров. Данные углы являются достоверными только при равномерном прямолинейном движении. В случае с магнитометрами такие погрешности вносят наведенные магнитные поля, например проезд рядом автомобиля. Для компенсации данного факта используются датчики угловой скорости.

На практике датчики обладают погрешностями различного рода, а именно: нестабильностью масштабного коэффициента, нелинейностью масштабного коэффициента, нестабильностью смещения нуля, температурными зависимостями и т.д. Все это ведет к накоплению ошибки ориентации, которую необходимо компенсировать, привлекая дополнительные измерения в виде измерений акселерометров и магнитометров.

Необходимо правильно отличать достоверную корректирующую информацию, данная часть алгоритма является наиболее важной. Это связано с тем, что при правильном отсечении недостоверных измерений, оценка углов ориентации не будет возмущена. Простыми словами, алгоритм основан на интегрировании показаний ДУС с последующей коррекцией на основе только достоверных измерений акселерометров и магнитометров.

**Постановка задачи.** Возможно определять ориентацию объекта только при помощи показаний акселерометров и магнитометров. Данная связка плохо работает на динамичных объектах. Результаты сильно подвержены возмущениям как инерциального происхождения (удары, толчки, ускоренное движение), так и неинерциального (наведенные магнитные поля, отличающиеся от естественного магнитного поля Земли). Для компенсации данных возмущений предлагается использовать связку БИНС и блока магнитометров, которая позволит значительно снизить описанные выше возмущения. Считается, что БИНС является откалиброванной. **Решение.** Решение задачи можно разделить на несколько этапов. Каждый из этапов является неотъемлемой частью алгоритма:

- калибровка блока магнитометров;
- начальная выставка;
- непрерывное счисление ориентации;
- коррекция.

Калибровка магнитометров представляет собой отдельный алгоритм, в результате которого измерения магнитометров не только калибруются, но и приводятся к осям измерения акселерометров. Описание данного алгоритма является темой отдельного доклада.

Начальная выставка представляет собой этап инициализации начальных значений матрицы ориентации. На основе показаний акселерометров определяются углы крена и тангажа. Показания магнитометров дают информацию об угле магнитного курса. Знание координат места и карты магнитного поля земли позволяет вычислить угол склонения, который учитывается во время начальной выставки. После строится начальное значений матрицы ориентации в нулевой момент времени:

$$A_{zx^{0}}(t_{0}) = A_{zx^{0}}^{init},$$
(1)

где  $A_{zx^0}(t_0)$  – значение матрицы ориентации в начальный момент времени  $t_0$ ,  $A_{zx^0}^{init}$  – матрица ориентации, построенная в результате начальной выставки.

Дальнейший алгоритм состоит из интегрирования уравнения Пуассона:

$$\dot{A}_{zx^0} = \omega_z A_{zx^0},\tag{2}$$

где  $\dot{A}_{zx^0}$  – производная матрица ориентации,  $\omega_z$  – показания ДУС,  $A_{zx^0}$  – матрица ориентации.

В реальности измерения ДУС подвержены ошибкам различного рода, что влечет нарастание ошибки определения ориентации в результате решения уравнения Пуассона. В работе рассматривается следующая модель показаний ДУС:

$$\omega_z' = \omega_z + \nu_z + \nu_z^s, \tag{3}$$

где  $\omega'_z$  – реальные измерений ДУС,  $\omega_z$  – идеальные показания ДУС,  $v_z$  – вектор смещения нуля ДУС,  $v_z^s$  – вектор случайных процессов типа белого шума. Наличие вектора  $v_z$  в показаниях ДУС является основной причиной нарастания ошибки ориентации. Данный вектор подлежит оцениванию в результате решения задачи коррекции.

На этапе коррекции ставится задача оценивания вектора состояния *x* линейной динамической системы при помощи измерений *z*:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + q, \qquad (4)\\ z &= Hx + r, \qquad (5) \end{aligned}$$

где 
$$x$$
 – вектор состояния динамической системы,  $A$  – матрица уравнений ошибок,  $z$  – вектор измерений,  $H$  – матрица уравнений измерений,  $q$  и  $r$  – векторы случайных процессов типа бе-

лого шума с известными характеристиками. Вектор состояния *x* содержит в себе вектор ошибок ориентации и вектор смещения нуля гироскопов [1].

На рис. 1 показан один из примеров, когда некорректная информация от магнитометров не используется в алгоритме коррекции (185-190 и 195-202 секунды). Алгоритм успешно справляется с наличием краткосрочных наведенных магнитных полей, и решение не возмущается. Также курс от магнитометров является более шумным, а его сглаживание приводит к неминуемому появлению запаздывания в информации.



Заключение. Рассмотрена задача определения ориентации на основе блока БИНС и блока магнитометров. Показан один из возможных подходов к решению данной задачи, который является не чувствительным к возмущениям в корректирующей информации.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть І. Математические модели инерциальной навигации / 3-е изд., испр. и доп. М.: Изд-во МГУ, 2011.
- Каршаков Е.В. Система ориентации, корректируемая при помощи ускорений, вычисленных по фазовым измерениям спутниковой навигационной системы в стандартном режиме. СПб.: Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2010. С. 160–168; Рапопорт Л.Б., Грибков М., Хвальков А.А., Матросов И., Пестерев А.В., Ткаченко М.Я. Control of Wheeled Robots Using GNSS and Inertial Navigation: Control Law Synthesis and Experimental Results, Fort Worth, 2006, pp. 2214–2221.
- Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В. Aeromagnetic Gradiometry and Its Application to Navigation, Automation and Remote Control, 2018, vol. 79, no. 5, pp. 897–910.
- 4. Thébault, E. et al., International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation, Earth, Planets and Space, 2015, vol. 67, no. 79.

P.Yu. Kuznetsov, A.V. Bragin (V.A. Trapeznikov institute of control sciences of Russian academy of science, Moscow) Autonomous determination of object orientation angles based on inertial sensors and magnetometers

We consider the problem of determining the orientation parameters of an object based on inertial sensors and a triaxial magnetometer. The paper describes an algorithm for autonomous determination of orientation angles, taking into account the type of movement of the carrier object, followed by "cutting off" unreliable corrective information. Namely, measurements of accelerometers during accelerated motion and measurements of magnetometers at the moments of detection of induced magnetic fields that are not the earth's magnetic field.

С. В. ФЕТИСОВ, А. В. НЕКРАСОВ, П. Д. КОЗАРЬ, А. С. МАЛЮГИН, Д. И. МАРТЫНЕНКО, И. Х. ШАЙМАРДАНОВ (АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса», г. Раменское)

# РАЗРАБОТКА БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА ДЛЯ МАНЕВРЕННЫХ АППАРАТОВ

В работе представлены результаты практического проектирования инерциальных систем навигации и ориентации на базе волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Показаны применяемые в рассматриваемых системах конструкции разработанных в АО «ИТТ» гироскопов и акселерометров, а также блок-схемы их контуров управления. Рассмотрено оборудование и технологические процессы для изготовления и балансировок гироскопов. Представлены типы разработанных систем на базе ВТГ, их технические характеристики. В работе показаны основные направления по улучшению характеристик ВТГ и систем на его основе, включающие уменьшение габаритов блока электроники, уменьшение габаритов, массы и энергопотребления гироскопа, повышение технологичности изготовления гироскопа.

**Введение.** Создание систем для решения задач навигации определяет высокие требования к используемым инерциальным навигационным системам. Требования, предъявляемые к точности платформенных и бесплатформенных инерциальных систем (ИНС, БИНС) обеспечиваются характеристиками используемых акселерометров и гироскопов, такими как точность, надежность, ресурс работы, время готовности, габаритно-массовые характеристики, стоимость и др. Последние годы характеризуются появлением и активным развитием ряда практических применений систем на основе волновых твердотельных гироскопов (ВТГ).

Системы навигации и ориентации на интегрирующем ВТГ. Этап активного развития ВТГ и создания систем на его основе в России и мире связан с рядом преимуществ ВТГ, таких как простота конструкции и отсутствие вращающихся механических частей гироскопа, позволяющих более качественно решать задачи и обеспечивать требования к надежности, точности, габаритам, массе и энергопотреблению, работе при низких и высоких температурах, высоких перегрузках и вибрациях. Работа ВТГ основана на свойстве инертности упругой волны во вращающемся осесимметричном теле [1]. Для использования в точных БИНС проектируют ВТГ с полусферическим резонатором, которые могут работать в режиме интегрирующего гироскопа и в режиме датчика угловой скорости (ДУС). Интегрирующий ВТГ применяется в БИНС для высокоманевренных объектов, где требуется измерение больших угловых скоростей. Рост количества разработок ВТГ определяется их преимуществами: высокой наработкой на отказ, простотой конструкции и высокой точностью [2].

Сводная характеристика зарубежных и отечественных инерциальных навигационных систем, применяемых в серийных и разрабатываемых образцах техники, приведена в табл. 1.

Таблица 1

N⁰	Тип системы, шифр системы	Тип ги- роскопа	Масса си- стемы, кг	Погрешность гироскопа, °/час	Наработка на отказ, час	Разработчик
1	SIGMA-95 N	ЛГ	15	0,003	5000	Sagem
2	SIRU Northrop Grumman	ВТГ	7,1	0,0015	130000	Northrop Grumman
3	BlueNaute	ΒΤΓ	4,5	0,01	100000	Sagem
4	ASTRIX 1000	ВОГ	12	0,01	130000	iXBlue
5	TOTEM 3000 PIXYZ 22 TopFlight ADIRU	ЛГ	11	0,005	40000	Thales Avionics

Сводная характеристика зарубежных и отечественных навигационных систем, и применяемых гироскопов

N⁰	Тип системы, шифр системы	Тип ги- роскопа	Масса си- стемы, кг	Погрешность гироскопа, °/час	Наработка на отказ, час	Разработчик
6	БИНС-РТ	ЛГ	17,7	0,005	7000	ИТТ
7	БИНС-РС	ЛГ	6	0,01	5000	ИТТ
8	БИНС-СП-2	ЛГ	15	0,005	10000	МИЭА
9	ИНС-2000	ДНГ	23	0,01	2000	ИТТ, РПКБ
10	БИНС на основе ВТГ	ΒΤΓ	5	0,03	50 000	ИТТ

Спектр использования ВТГ чрезвычайно широк – от чувствительных элементов в системах автоматического управления подвижными наземными объектами до инерциальных систем.

Наибольших успехов в разработке ВТГ за рубежом достигли фирмы Northrop Grumman (США) и Sagem (Франция). Они обладают технологиями, производственной базой для изготовления гироскопов данного типа. Фирмой Northrop Grumman на базе HRG (ВТГ) создана БИНС «Scalable SIRU», широко применяемая для решения задач космического применения. Фирма Sagem на базе ВТГ разработала системы средней и высокой точности для морского, авиационного и наземного применения. Разработкой ВТГ и БИНС на его основе в России занимается ИЭМЗ «Купол» (г. Ижевск), АО «Медикон» (г. Миасс), МИЭА (г. Москва) и АО «ИТТ» (г. Раменское). ИЭМЗ «Купол» разрабатывает БИНС низкой точности для широкого применения, АО «Медикон» – инклинометр для использования при бурении нефтяных скважин на основе грубого ВТГ с диаметром резонатора 30 мм. Созданием точного ВТГ и БИНС на его основе для маневренных объектов занимается АО «ИТТ».

Целью данной работы является представление достигнутых результатов практического проектирования систем на ВТГ в АО «ИТТ», возникших проблем и направлений по их решению.

Развитие систем навигации и ориентации на интегрирующем ВТГ в АО «ИТТ». В АО «ИТТ» ведутся работы по созданию инерциальных измерительных блоков на основе ВТГ для высокоманевренных объектов, имеющих большую угловую скорость вращения и обеспечивающих создание на его основе навигационных систем. Измерение таких скоростей вращения объектов определило тип разрабатываемого ВТГ. Из-за практической трудности реализации управления прецессией упругой волны ВТГ при больших угловых скоростях было выбрано направление создания интегрирующего ВТГ.

Чувствительным элементом гироскопа является тонкостенный полусферический резонатор диаметром 30 мм, изготовленный из кварцевого стекла, закреплённый с помощью ножки с основанием прибора. При работе в резонаторе возбуждаются и поддерживаются эллиптические колебания кромки резонатора, скорость прецессии которых позволяет определить угол поворота основания.

В работе представлены результаты практического проектирования инерциальных систем на базе твердотельного волнового гироскопа. Показаны применяемые конструкции разработанных гироскопов ДВГ-1, ДВГ-2, ДВГ-30, блок-схемы их контуров управления, направления совершенствования конструкции. Представлены образцы разработанных систем на базе ВТГ. Рассмотрено оборудование и технологические процессы для изготовления и балансировки гироскопов.

Результаты экспериментальных исследований стабильности скорости дрейфа в запуске и от запуска к запуску образцов твердотельного волнового гироскопа в диапазоне температур от минус 40°C до плюс 70°C позволили определить основные причины погрешностей ВТГ, основными из которых являются:

- способ закрепления ВТГ на основании;
- качество управления упругой волной колебаний резонатора;
- условия теплоотдачи от элементов БЧЭ;
- неоднородности изготовления резонатора.

Проводимые работы по совершенствованию конструкции, технологических процессов изготовления и алгоритмов компенсации погрешностей за последние 3-5 лет позволили повысить

точность разрабатываемых гироскопов. В настоящее время разработана линейка волновых твердотельных гироскопов со следующими характеристиками:

- нестабильность скорости дрейфа не более 0,03 °/ч (1σ);
- погрешность масштабного коэффициента не более 50 ppm (1σ);
- спектральная плотность мощности шума не более 0,001°/√ч;
- потребляемая мощность 5 Вт;
- напряжение питания- ±27 В;
- габариты Ø65Х82 мм.

Заключение. В работе показаны основные направления по улучшению характеристик ВТГ и БИНС на его основе, включающие уменьшение габаритов блока электроники, совершенствование цифрового контура управления гироскопом, повышения качества балансировки резонатора волнового твердотельного гироскопа и, как следствие, уменьшение габаритов, массы и энергопотребления гироскопа, повышение технологичности изготовления. Рассмотрена конструкции ВТГ с диаметром резонатора 30 мм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985.

2. Джанджгава Г.И., Бабиченко А.В., Требухов А.В., Некрасов А.В. Нейросетевой алгоритм калибровки волнового твердотельного гироскопа // Инженерная физика. 2010. №9.

3. Джанджгава Г.И., Бахонин К.А., Виноградов Г.М., Требухов А.В. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа // Гироскопия и навигация. 2008. №1.

4. Требухов А.В., Бахонин К.А., Редькин С.П., Некрасов А.В. Разработка БИНС на основе твердотельного волнового гироскопа // Материалы конференции «Навигация, гидрография и океанография». Санкт-Петербург, 2011.

S.V. Fetisov, A.V. Nekrasov, P.D. Kozar, I.H. Shaimardanov, A.S. Malugin, D.I. Martynenko (JSC "Inertial Technologies of Technocomplex", Rameskoye)

### Development of SINS based on a solid-state wave gyroscope for highly maneuverable vehicles

The paper presents the results of practical design of inertial navigation and orientation systems based on a wave solidstate gyroscope. The designs of gyroscopes and accelerometers developed at ITT JSC and used in the discussed systems as well as block diagrams of their control loops are shown. The equipment and technological processes of the manufacturing and balancing of gyroscopes are considered. The types of developed systems based on a solid-state wave gyroscope and their technical characteristics are presented. The paper shows the main directions for improving the characteristics of a solid-state wave gyroscope and systems based on it, including reduction of size of the electronics unit and reduction of size, weight and power consumption of the gyroscope along with the increasing of the gyroscope manufacturability.

#### Секция 2

### ОБРАБОТКА НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ И УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ

А. В. МОТОРИН, О. А. СТЕПАНОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

# МЕТОДЫ ОДНОВРЕМЕННОЙ НАВИГАЦИИ И КАРТОГРАФИРОВАНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ КАРТ

Рассматривается общая байесовская постановка задачи одновременной навигации и картографирования. Приводится обзор возникающих из такой постановки алгоритмов и анализируются их особенности в зависимости от типа используемых карт. Обсуждается вычислительная сложность алгоритмов и описываются соответствующие практические задачи, решаемые с их использованием.

**Введение.** С развитием автономных подвижных роботов все большую актуальность приобретает решение задачи совместной навигации и картографирования (картирования), в англоязычной литературе известной как SLAM (Simultaneous Localization And Mapping). Востребованность таких алгоритмов в том числе обусловлена необходимостью решения задач навигации и ориентации робота в неизвестном районе совместно с отображением и картированием окружающей обстановки. Такая необходимость возникает в настоящее время при выполнении роботами широкого спектра исследовательских, спасательных, военных, производственных и даже бытовых задач [1–21].

Для решения задачи SLAM необходимо наличие двух систем: автономной навигационной системы, позволяющей вырабатывать параметры навигации и ориентации объекта (в дальнейшем будем называть их вектором состояния объекта), и датчиков внешней информации – камер, сонаров, радаров, датчиков геофизических полей, предоставляющих возможность измерять один или несколько параметров окружающей среды и (или) обстановки и, таким образом, позволяющих ее картировать, т.е. «привязывать» измеряемые параметры, как правило, к местной системе координат. Отметим, что при наличии точной автономной навигационной системы задача SLAM редуцируется к задаче съемки карты и, наоборот, при наличии карты и отсутствии точной навигационной системы – к задаче уточнения координат с использованием информации об окружающей обстановке, например навигации по геофизическим полям или точечным ориентирам [1–12]. В отличие от этих частных случаев задача SLAM возникает в условиях, когда точности навигационной системы недостаточно для картографирования и при этом карта отсутствует. Принципиальной особенностью решения задачи SLAM является невозможность уточнения начальной неопределённости местоположения объекта в абсолютной системе координат. Поэтому зачастую говорят об «относительной навигации» или старте из заранее известной точки [1, 5–7, 10].

Как правило, все алгоритмы решения задачи SLAM условно разделяются на две части [1]: алгоритмы предварительной обработки внешней информации, включая так называемые алгоритмы ассоциации данных [1, 21], и алгоритмы комплексирования данных. В английской литературе эти алгоритмы соответственно называются front-end и back-end. Первые решают задачу получения измерений от датчиков окружающей обстановки и их предварительной обработки (например, выделение особых точек), вторые – задачу комплексной обработки данных от датчиков окружающей обстановки и автономной навигационной системы с целью получения оценок вектора состояния объекта и параметров карты.

Настоящая работа нацелена на исследование особенностей алгоритмов решения задачи SLAM в зависимости от типа используемой информации об окружающей среде или обстановке и вида ее представления.

Большинство известных алгоритмов SLAM основывается на байесовской постановке этой задачи. Она предполагает введение условных функций плотностей распределения вероятностей (ф.п.р.в.) вектора состояния подвижного объекта и параметров карты. При этом численное представление и непосредственно алгоритмы вычисления оценок с использованием таких ф.п.р.в. во многом зависят от способа представления карты. Так, выделяют feature-based SLAM, в котором карта представлена координатами набора хорошо идентифицируемых отдельных ориентиров, и featureless SLAM, при котором отдельные ориентиры не выделяются, а карта задана значениями одного или нескольких параметров на сетке [4–7]. Сформулируем кратко обобщенную байесовскую постановку задачи и обсудим различные вытекающие из нее алгоритмы.

**Постановка и алгоритмы решения задачи.** Для постановки задачи введем следующие обозначения: M – вектор параметров карты,  $M = [m^1, ..., m^k]^T$ , k = 1...K, число которых K для простоты предполагается постоянным;  $x_i$  – вектор состояния объекта в момент времени i, i = 0..N,  $X_i = [x_0, ..., x_i]^T$  – составной вектор состояния для всех моментов времени;  $u_i$  – вектор входных сигналов датчиков автономной навигационной системы,  $U_i = [u_0, ..., u_i]^T$  – составной вектор входных сигналов для всех моментов времени;  $z_i$  – измерения датчиков внешней информации,  $Z_i = [z_0, ..., z_i]^T$  – составной вектор измерений для всех моментов времени. Решение задачи SLAM в рамках байесовской постановки задачи может быть сведено к вычислению оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки искомого вектора  $[X_i, M]^T$  в виде

$$\left[\hat{X}_{i},\hat{M}\right]^{T} = \iint \left[X_{i},M\right]^{T} p\left(X_{i},M/Z_{i},U_{i}\right) dX_{i} dM , \qquad (1)$$

где  $p(X_i, M / Z_i, U_i)$  – апостериорная ф.п.р.в. При этом предполагаются известными статистические свойства и взаимосвязь для всех используемых параметров объекта и карты  $[X_i, M]^T$ , связанных с ними измерений  $Z_i$  и известных значений  $U_i$ . Зачастую при решении задачи SLAM вместо среднеквадратической оценки, отыскиваемой путем вычисления многомерного интеграла (1), отыскивают оценку, соответствующую максиму апостериорной ф.п.р.в.

Методы решения задачи. Рассмотрим теперь частные случаи построения алгоритмов вычисления оценок (1). В первом случае представим, что карта представлена набором из K точечных ориентиров (feature-based SLAM). Такие ориентиры могут быть выделены на видеоизображениях, данных сканирующих лазерных дальномеров и сонаров. Задача выделения и ассоциации ориентиров [1, 2, 20] решается отдельно и относится к алгоритмам front-end SLAM, поэтому здесь подробно рассматриваться не будет. Ограничимся тем, что в этом случае  $m^k$  – вектор координат ориентира с индексом k, а измерения представляют собой измерения дальностей или пеленгов до этих ориентиров. В случае если ориентиры неподвижны, можно поставить задачу в виде оценивания вектора состояния:

$$m_{i}^{1} = m_{i-1}^{1}$$
...
$$m_{i}^{K} = m_{i-1}^{K}$$

$$x_{i} = f(x_{i-1}, u_{i}, w_{i})$$

$$y_{i} = s_{i}(M, x_{i}) + v_{i},$$
(2)
(2)
(3)

по измерениям

где  $f(x_{i-1}, u_i, w_i)$ ,  $s_i(M, x_i)$  – известные нелинейные многомерные функции. Такая задача является классической байесовской нелинейной задачей оценивания и может быть решена стандартными методами. Наиболее прост в реализации обобщенный фильтр Калмана, который предполагает линеаризацию функций  $f(x_{i-1}, u_i, w_i)$ ,  $s_i(M, x_i)$  путем разложения в ряд Тейлора. Такие алгоритмы появились одними из первых и получили название EKF-SLAM [1, 15, 21]. В то же время в ряде ситуаций алгоритм EKF-SLAM может расходиться из-за многоэкстремального характера апостериорной плотности в задаче SLAM. Однако основной проблемой реализации является вычислительная сложность. Размерность оцениваемого вектора состояния пропорциональна K – количеству ориентиров, а вычисление матрицы ковариаций в обобщённом фильтре Калмана требует операций с матрицей размерностью  $K \times K$ . Таким образом, сложность алгоритма растет квадратично с увеличением количества ориентиров и практически делает не-

Решение поставленной выше задачи напрямую с применением численных методов, таких как метод сеток или метод Монте-Карло, также практически невозможно ввиду ее чрезвычайно большой размерности. Однако структура вектора состояния позволяет использовать для ее решения так называемый Fast-SLAM [1, 2, 15, 20] – метод, основанный на методе интегрирования по части переменных (МИЧП) [12, 13]. Проведем линеаризацию измерений (3) по переменным карты, представляя нелинейную функцию в виде [2, 15, 16]

возможным его применение при больших значениях К.

$$\tilde{s}_{i}(x_{i},M) \approx s_{i}(x_{i},M_{\pi}) + \frac{\partial s(x_{i},M)}{\partial M^{T}} \bigg|_{M=M_{\pi}} (M-M_{\pi}).$$

$$\tag{4}$$

Представление (4) логично назвать процедурой линеаризации по части переменных. Особенность заключается в том, что в этом случае в явном виде можно записать функцию правдоподобия измерений (3) при фиксированных значениях координат объекта, что и создает предпосылки для применения МИЧП. Фиксируя x<sub>i</sub> в этой линеаризованной задаче, получим линейную задачу оценивания, которая может быть решена с использованием фильтра Калмана размерности пропорциональной К. Однако, так как координаты ориентиров независимы между собой [3], то вместо одного фильтра Калмана большой размерности при определенных предположениях можно использовать К фильтров, каждый из которых оценивает координаты одного ориентира. Можно рассматривать эту задачу как многоальтернативную задачу картографирования со множеством L гипотез  $X_i^j$   $j = \overline{1.L}$  о пути объекта. В результате вычислительная сложность решения этой задачи с ростом К будет возрастать уже лишь линейно. Отметим, что в рассматриваемой задаче линеаризацию можно было провести и относительно вектора x<sub>i</sub>. Применяя МИЧП в подобных задачах, выбирать нужно те переменные, линеаризация относительно которых приводит к меньшим ошибкам. В этой связи можно заметить, что в силу относительного характера решения задачи навигации погрешности вектора состояния объекта в начальный момент времени можно принять нулевыми [2], а потребность в снижении вычислительной сложности критична, из-за чего выбирают именно указанный выше вариант линеаризации. Заметим, что задача нахождения оценки, соответствующей максимуму апостериорной ф.п.р.в., может быть сведена к задаче оптимизации на графе [8, 14]. Зачастую в этих случаях поиск максимума апостериорной ф.п.р.в. оказывается вычислительно более выгоден, нежели вычисление интеграла (1).

Другим частным случаем задачи SLAM, является так называемый featureless SLAM, при котором отдельные ориентиры не выделяются, а  $m^k$  – это значения некоторого параметра на сетке. Широко распространенный вариант такой постановки – так называемая карта занятости (осcupancy grid map) [5, 6, 10], когда в каждой точке равномерной сетки карта может принимать одно из двух значений, соответствующих отсутствию или наличию препятствия. Такое представление карты удобно в том случае, когда речь идет о восстановлении стен и перегородок в помещении [3, 4, 10, 15, 16, 20]. В этом случае задача также может быть решена в представленной выше постановке с тем отличием, что функция измерений и вектор состояния имеют гораздо большую размерность. Если представить эту задачу как многоальтернативную задачу картографирования со множеством гипотез о пути объекта, то очевидно, что каждая гипотеза о пути объекта порождает собственную карту, в результате чего требуется достаточно много памяти для реализации алгоритма. Оптимизация этого процесса и, что не менее важно, возможность отказа от отдельной процедуры ассоциации точек карты описаны в работе [4].

Более сложный случай возникает, когда задача SLAM решается по данным о карте геофизического поля [1, 7, 17, 18], так как здесь функция измерений не может быть задана аналитически, как это принято в задаче навигации по геофизическим полям. В этом случае необходимо использовать стохастическое описание поля.

В такой постановке, опираясь на так называемую обобщенную постановку задачи навигации по геофизическим полям [19], вектор измерений можно представить в виде

$$y_i = x_i + \Delta_i, \tag{5}$$

$$z_i = \psi(x_i) + \xi_i, \tag{6}$$

где  $y_i$  – вектор измерений координат объекта по данным автономной навигационной системы,  $\Delta_i$  – вектор погрешностей навигационной системы,  $z_i$  – вектор измерений поля,  $\xi_i$  – вектор шумов измерений,  $\psi(x_i)$  – случайное поле с известными стохастическими свойствами. Задача SLAM сводится к оценке векторов  $X_i$ ,  $M = [\psi(x_1^*)..., \psi(x_k^*)]$  по измерениям  $Z_i, Y_i$ . Важно отметить, что точки, в которых оценивается поле, не совпадают с точками, в которых оно измеряется  $\psi(x_i) \neq \psi(x_k^*)$ , а также

$$p(Z_{i} / X_{i}, Y_{i}) = p(Z_{i} / X_{i}),$$
(7)

так как  $Y_i$  не несет дополнительной информации об  $X_i$  при их известных значениях.

Учитывая это, для апостериорной ф.п.р.в. координат можно записать:

$$p(X_i \mid Z_i, Y_i) \propto p(X_i) p(Z_i \mid X_i) p(Y_i \mid X_i).$$
(8)

При гауссовском характере погрешностей навигационной системы и измерений ее можно представить в виде

$$p(X_i / Z_i, Y_i) \propto \exp\left(X_i^T P_X^{-1} X_i + (Z_i)^T \left[P_z^{-1}(X_i)\right] (Z_i) + (Y_i - X_i)^T P_{\Delta}^{-1} (Y_i - X_i)\right), \quad (9)$$

где  $P_X$ ,  $P_z(X)$ ,  $P_{\Delta}$  – матрицы ковариаций составных векторов координат, погрешностей измерений поля и погрешностей навигационной системы соответственно. Математическое ожидание такой ф.п.р.в может быть рассчитано с использованием численных методов, тем самым будет решена задача навигации. Важно отметить, что такое решение непосредственно не включает в себя задачу построения карты. Задача же картографирования при использовании, например, метода Монте-Карло сводится к многоальтернативной задаче построения карты со множеством гипотез о пути объекта. Заметим, что можно привести аналогичную постановку задачи SLAM и описать предлагаемый алгоритм ее решения и в том случае, когда карта представлена значениями нескольких геофизических полей, свойства которых задаются с помощью корреляционных функций.

Заключение. Описана общая байесовская постановка задачи SLAM и приведен обзор алгоритмов ее решения. Отмечается, что все алгоритмы SLAM можно разделить на алгоритмы, использующие представление в виде точечных ориентиров и непрерывных карт. Приводится описание практических задач, решаемых такими алгоритмами при разном характере используемой информации. В частности, приводится постановка задачи SLAM и описание алгоритма ее решения в том случае, когда карта представлена значениями одного или нескольких геофизических полей, свойства которых задаются с помощью корреляционных функций.

> Работа проводилась при поддержке гранта РНФ 18-19-00627, https:// https://rscf.ru/project/18-19-00627/

#### ЛИТЕРАТУРА

 Montemerlo, M., Thrun, S., Koller, D., and Wegbreit, B., FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem, Eighteenth National Conference on Artificial Intelligence, 2002, pp. 593–598.

<sup>1.</sup> Cadena, C. et al., Past, Present, and Future of Simultaneous Localization and Mapping: Toward the Robust-Perception Age, IEEE Transactions on Robotics, Dec. 2016, vol. 32, no. 6, pp. 1309–1332.

- 3. Murphy, K.P., Bayesian Map Learning in Dynamic Environments, Proceedings of the 12th International Conference on Neural Information Processing Systems, 1999, pp. 1015–1021.
- Eliazar, A.I. and Parr, R., DP-SLAM 2.0, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004, Proceedings, 2004, vol.2, pp. 1314–1320, doi: 10.1109/ROBOT.2004.1308006.
- Fairfield, N., Kantor, G., and Wettergreen, D., Towards particle filter SLAM with three dimensional evidence grids in a flooded subterranean environment, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006, pp. 3575–3580.
- Barkby, S., Williams, S., Pizarro, O., and Jakuba, M., An efficient approach to bathymetric SLAM, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009, pp. 219–224.
- Kok, M. and Solin, A., Scalable Magnetic Field SLAM in 3D Using Gaussian Process Maps, 21st International Conference on Information Fusion (FUSION), 2018, pp. 1353–1360.
- Thrun, Sebastian & Montemerlo, Michael, The Graph SLAM Algorithm with Applications to Large-Scale Mapping of Urban Structures, I. J. Robotic Res., 2006, 25, 403–429, doi 10.1177/0278364906065387.
- Zhao, WenLong & He, Tao & Sani, Abdou & Yao, TingTing, Review of SLAM Techniques For Autonomous Underwater Vehicles, RICAI, 2019: Proceedings of the 2019 International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence, pp. 384–389.
- Doer, C., Scholz, G. & Trommer, G.F. Indoor laser-based SLAM for micro aerial vehicles, Gyroscopy Navig., 2017, 8, pp. 181–189.
- Бикмаев Р.Р. Глобально согласованное решение для одновременной локализации и отображения с использованием ключевых кадров в качестве априорной информации // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. 2022
- 12. Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации при решении задач обработки навигационной информации, 3rd ed. Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003.
- Степанов О.А., Торопов А.Б. Применение последовательных методов Монте-Карло с использованием процедур аналитического интегрирования при обработке навигационной информации // Материалы XII Всероссийского совещания по проблемам управления. 2014. С. 3324–3337.
- 14. Dunik, J., Biswas, S.K., Dempster, A.G., Pany, T., Closas, P., State Estimation Methods in Navigation: Overview and Application, IEEE A&E Systems Magazine, 2020, vol. 12, no. 35, pp. 16–31.
- 15. Sasiadek, J.Z., Monjazeb, A., and Necsulescu, D., Navigation of an autonomous mobile robot using EKF-SLAM and FastSLAM, 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2008, pp. 369–374.
- Dissanayake, G., Newman, P., Clark, S., Durrant-Whyte, H.F., Csorba, M., A Solution to the Simultaneous Localization and Map Building (SLAM) Problem, IEEE Transactions on Robotics and Automation, June 2001, vol. 17, no. 3, pp. 229–241.
- Vallivaara, I., Haverinen, J., Kemppainen, A., Roning, J., Simultaneous Localization and Mapping Using Ambient Magnetic Field, IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems, 2010, pp. 14–19.
- 18. Taylor N. Lee Aaron J. Canciani, MagSLAM: Aerial simultaneous localization and mapping using Earth's magnetic anomaly field, ION NAVIGATION, 2020, pp. 1–13.
- 19. Степанов О.А. Методы оценки потенциальной точности в корреляционно-экстремальных навигационных системах. Санкт-Петербург, 1993.
- Wen Long Zhao, Tao He, Abdou Yahouza M. Sani, and Ting Ting Yao, Review of SLAM Techniques For Autonomous Underwater Vehicles, Proceedings of the International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence (RICAI 2019), Association for Computing Machinery, 2019, New York, NY, USA, pp. 384–389.
- Dissanayake, M.W.M.G., Newman, P., Clark, S., Durrant-Whyte, H. F., and Csorba, M., A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem, IEEE Transactions on Robotics and Automation, June 2001, vol. 17, no. 3, pp. 229–241.

A.V. Motorin, O.A. Stepanov (State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, ITMO University, Saint-Petersburg)

#### SLAM for different map representation

The general Bayesian statement for the problem of simultaneous navigation and mapping (SLAM) is considered. A review of the algorithms arising from the statement is given and their features are analyzed depending on the type of used maps. The computational complexity of the algorithms is discussed and the corresponding practical problems solved with their use are described.

# А. А. ГОЛОВАН (Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва)

С. Н. МОРГУНОВА, И. В. СОЛОВЬЕВ, М. А. ШАТСКИЙ (МОКБ «Марс» – филиал ФГУП «ВНИИА», г. Москва)

## ДЕКОМПОЗИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В РЕЖИМЕ АСТРОКОРРЕКЦИИ

Рассматривается задача оценки ориентации космического аппарата путем комплексирования измерительной информации информационно-избыточного гироприбора и астросистемы. Традиционные методы решения основаны на использовании фильтра Калмана порядка n+3, где n > 3 – количество измерительных каналов. Численная реализация соответствующего алгоритма на бортовом вычислителе требует значительных вычислительных затрат. Предлагается способ декомпозиции фильтра порядка n+3 на три фильтра второго порядка u - 3 фильтра 1 порядка, позволяющий существенно сократить вычислительную сложность алгоритма без потери точности.

**Введение.** Оценка ориентации космического аппарата в режиме астрокоррекции осуществляется путем комплексной обработки информации информационно-избыточного гироприбора, число *n* измерительных осей которого больше трех, и астродатчика, обеспечивающего измерение трех параметров ориентации. Существующие методы решения задачи основаны на использовании фильтра Калмана порядка n + 3 для оценки трех параметров ориентации и *n* дрейфов гироскопов [1]. Численная реализация соответствующего алгоритма на бортовом вычислителе требует значительных вычислительных затрат. В настоящем докладе предлагается способ декомпозиции фильтра порядка n + 3 на три фильтра второго порядка и m = n - 3 фильтров первого порядка для приборов с n = 4 и n = 6, используемых на космическом аппарате «Арктика-М» №2, что позволяет существенно сократить вычислительные затраты практически без потери точности решения задачи ориентации.

#### Декомпозированный алгоритм оценки ориентации

**Постановка задачи**. Обозначим q кватернион ориентации приборной системы координат (ПСК) гироприбора относительно инерциальной системы координат,  $\omega$  – вектор угловой скорости ПСК,  $\omega'_{n\times 1}$  – показания n измерительных каналов,  $b_{n\times 1}$  – вектор дрейфов гироскопов,  $g_i$ , i = 1, ..., n –

единичные векторы, задающие направления измерительных осей в ПСК,  $G_{n\times 3} = (g_1^T, ..., g_n^T)^T$ . Предполагая равноточность измерительных каналов, примем следующую модель измерений гироприбора:

$$\omega' = G\omega + b + v, \ \dot{b} = w, \tag{1}$$

где v = v(t), w = w(t) – белые гауссовские шумы с заданными априорными характеристиками:

$$M\{v\} = 0_{n \times 1}, M\{v(t + \tau)v(\tau)\} = \sigma_v^2 I_{n \times n}\delta(\tau),$$

 $M\{w\} = 0_{n \times 1}, M\{w(t+\tau)w(\tau)\} = \sigma_w^2 I_{n \times n} \delta(\tau),$ 

где  $M \{ \ldots \}$ - символ математического ожидания, I – единичная матрица.

Из (1) следует выражение для оценки угловой скорости:

$$\omega = G^+(\omega' - b - v),$$

где  $G^+ = (G^T G)^{-1} G^T$  – псевдообратная матрица для матрицы *G*. Поскольку матрица  $G^+$  имеет размерность  $3 \times n$ , можно ввести ортонормированный базис  $N_{m \times n} = (n_1^T, ..., n_m^T)^T$  левого нульпространства матрицы *G*, m = n - 3. Существует *m* линейных комбинаций проекций угловой скорости на измерительные оси, тождественно равные нулю, которые определяются уравнениями  $N_{m \times n}(\omega - b - \nu) = 0_{m \times 1}$ .

Эволюция кватерниона ориентации определяется кинематическим уравнением

$$q(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G^+(\omega'(t) - b(t) - v(t)) \\ 0 \end{pmatrix} \otimes q(t),$$

где знак 🛇 обозначает композицию кватернионов.

В моменты  $t_k$ ,  $k = 0, 1, ..., t_k - t_{k-1} = \Delta t$  производятся измерения астродатчика, в результате обработки которых формируются кватернионы  $q_k^a$ . Предположим, что ось визирования астродатчика совпадает с осью *z* ПСК, а ошибки угловых измерений представляют собой белый шум с ковариационной матрицей  $R = diag \{\sigma_{xy}^2, \sigma_{xy}^2, \sigma_z^2\}$ . Требуется построить алгоритм оценивания вектора состояния  $x_k = (q_k, b_k)^T$  по измерениям  $q_k^a$ .

**Полная модель задачи оценивания.** Можно показать, что решение сформулированной задачи обеспечивает следующий фильтр Калмана для оценки вектора ошибок  $\delta x_k$  в варианте с введением обратных связей:

$$\delta x_k = \Phi_{k|k-1} \delta x_{k-1} + C \xi_k$$

$$\delta x_{(3+n)\times 1} = \begin{pmatrix} \delta \theta_{3\times 1}^T & \delta b_{n\times 1}^T \end{pmatrix}^T, \quad \xi_k = \begin{pmatrix} v_{k,n\times 1}^T & w_{k,n\times 1}^T \end{pmatrix}^T, \quad C_{(3+n)\times 2n} = \begin{pmatrix} -G_{3\times n}^+ & 0_{3\times n} \\ 0_{n\times n} & I_{n\times n} \end{pmatrix}$$

Переходная матрица фильтра:

$$\begin{split} \Phi_{k|k-1,(3+n)\times(3+n)} &= \begin{pmatrix} \Phi_{11,3\times3} & \Phi_{12,3\times n} \\ 0_{n\times3} & I_{n\times n} \end{pmatrix}, \\ \Phi_{11,3\times3} &= I_{3\times3} + \frac{\sin\omega\Delta t}{\omega}\hat{\omega} + \frac{1-\cos\omega\Delta t}{\omega^2}\hat{\omega}^2, \\ \Phi_{12,3\times n} &= -\left(I_{3\times3}\Delta t + \frac{1-\cos\omega\Delta t}{\omega^2}\hat{\omega} + \frac{\omega\Delta t - \sin\omega\Delta t}{\omega^3}\hat{\omega}^2\right)G_{3\times n}^+, \\ \omega &= |\omega_k|, \quad \hat{\omega} &= \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad l &= \frac{G^+\left(\omega_{k-1}' - b_{k-1|k-1}\right)}{\left|G^+\left(\omega_{k-1}' - b_{k-1|k-1}\right)\right|}, \quad \Omega &= \begin{pmatrix} \hat{\omega} & l \\ -l^T & 0 \end{pmatrix}, \\ Q_{k,(3+n)\times(3+n)} &= M\left\{(C\xi_k)(C\xi_k)^T\right\} &= \begin{pmatrix} \sigma_v^2 G^+\left(G^+\right)^T & 0_{3\times n} \\ 0_{n\times3} & \sigma_w^2 I_{n\times n} \end{pmatrix} \Delta t \,. \end{split}$$

Уравнение измерений:

$$z_{k,n\times 1} = H_{n\times(3+n)} \delta x_{k,(3+n)\times 1} + r_{n\times 1}^{*},$$
$$z_{k,n\times 1} = \begin{pmatrix} 2\delta q_{k,3\times 1}^{a} & z_{k,m\times 1}^{(0)} \end{pmatrix}^{T}, \ \delta q_{k}^{a} = q_{k}^{a} \otimes q_{k|k-1}^{-1}, \ z_{k,m\times 1}^{(0)} = N_{m\times n} \left( \omega'_{k} - b_{k|k-1} \right) = 0_{m\times 1}$$

Случайной погрешности измерения  $r^*$  соответствует матрица интенсивности  $R_{n \times n}^*$ :

$$R_{n\times n}^* = \begin{pmatrix} diag \left\{ \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_z^2 \right\} & 0_{3\times m} \\ 0_{m\times 3} & \left( G_{m\times 3}^{+T} G_{3\times m}^+ \right)_{m\times m} \sigma_v^2 \end{pmatrix}.$$

Вычисление оценок:

$$\begin{split} \delta x_{k|k} &= K_k z_k ,\\ \delta q_{k|k} &= \left( \delta \theta_{k|k} / 2 \quad 1 \right) / \sqrt{1 + \left| \delta \theta_{k|k} \right|^2 / 4} ,\\ q_{k|k} &= \delta q_{k|k} \otimes q_{k|k-1} ,\\ b_{k|k} &= b_{k|k-1} + \delta b_{k|k} ,\\ \omega_k &= G^+ \left( \omega'_k - b_{k|k} \right) . \end{split}$$

Декомпозированный алгоритм. Обозначим  $\gamma_1^T$ ,  $\gamma_2^T$ ,  $\gamma_3^T$  строки матрицы  $G^+$ . Введем новые переменные  $\mu_1 = \gamma_1^T b$ ,  $\mu_2 = \gamma_2^T b$ ,  $\mu_3 = \gamma_3^T b$ ,  $\nu_i = n_i^T b$ , i = 1, ..., m, и составим из них вектор  $\beta_{n\times 1} = (\mu_1 \quad \mu_2 \quad \mu_3 \quad \nu_1 \quad ... \quad \nu_m)^T$  и соответствующий вектор ошибок  $\delta\beta_{n\times 1}$ . Тогда  $\beta = Bb$ , где матрица  $B_{n\times n} = (\gamma_1^T \quad \gamma_2^T \quad \gamma_3^T \quad n_1^T \quad ... \quad n_m^T)^T$ .

Введем три фильтра второго порядка для оценки векторов состояния  $\delta x_i = (\delta \theta_i \quad \delta \mu_i)^T$  по измерениям  $z_i = 2\delta q_{i,k}^a$  i = 1,2,3, u m фильтров первого порядка для оценки величин  $\delta v_j$  по измерениям  $z_j^{(0)} = n_j^T \omega' - v_j$ , j = 1,...,m. Эти фильтры на каждом шаге по времени выполняются последовательно, один за другим. Уравнения динамической системы для фильтров второго порядка имеют вид:

$$\delta \theta_i = u_i - \delta \mu_i + v_i, \ \delta \mu_i = w_i, \ i = 1, 2, 3,$$

где параметры  $u_1 = \omega_3 \delta \theta_2 - \omega_2 \delta \theta_3$ ,  $u_2 = -\omega_3 \delta \theta_1 + \omega_1 \delta \theta_3$ ,  $u_3 = \omega_2 \delta \theta_1 - \omega_1 \delta \theta_2$  рассматриваются как известные управления. При реализации фильтров в дискретной форме их значения на каждом шаге по времени формируются по оценкам угловых ошибок и угловой скорости, полученным на предыдущем шаге.

**Оценка точности декомпозированного алгоритма**. Введем относительные ошибки  $\Delta x_k$  как разности между ошибками полного и декомпозированного алгоритмов  $\Delta x_k = \delta x_k - \delta \tilde{x}_k$ , где  $\delta \tilde{x}_k$  – оценки, доставляемые декомпозированным алгоритмом. Тогда

$$\Delta x_{k|k} = \delta x_{k|k} - \delta \widetilde{x}_{k|k} = K_k z_k - \widetilde{K}_k z_k = \Delta K_k z_k ,$$

где  $\tilde{K}_{k} = \left( diag \left\{ \tilde{K}_{1,k}^{(1)} \quad \tilde{K}_{1,k}^{(2)} \quad \tilde{K}_{1,k}^{(3)} \right\} \quad diag \left\{ \tilde{K}_{2,k}^{(1)} \quad \tilde{K}_{2,k}^{(2)} \quad \tilde{K}_{2,k}^{(3)} \right\} \right\}^{T}$  – матрица коэффициентов усиления декомпозированного алгоритма,  $\tilde{K}^{(i)} = \left( \tilde{K}_{1,k}^{(i)} \quad \tilde{K}_{2,k}^{(i)} \right)^{T}$ , i = 1, 2, 3 – коэффициенты усиления фильтров второго порядка.

Введем ковариационную матрицу  $P_{\Delta}$  для вектора  $\Delta x$ :

$$P_{\Delta,k} = M \left\{ \Delta x_{k|k} \Delta x_{k|k}^T \right\}$$

Тогда

$$P_{\Delta,k} = \Delta K_k R_k \Delta K_k^T . \tag{2}$$

**Результаты отработки алгоритма на стенде математического моделирования**. На рис. 1 приведены некоторые результаты моделирования декомпозированного алгоритма на стенде математического моделирования, на рис. 2 – разность ошибок полной и декомпозированной моделей, вычисленная по ковариационной матрице  $P_{\Delta}$  (2).



Рис. 1. Ошибка оценки ориентации (слева) и оценки дрейфов шести измерительных каналов (справа)



5000

Заключение. Рассмотрена задача комплексной обработки информации информационноизбыточного гироприбора и астросистемы с целью оценки ориентации космического аппарата и дрейфов измерительных каналов гироприбора. Предложен метод декомпозиции фильтра Калмана порядка n + 3 на три фильтра второго порядка и n - 3 фильтра первого порядка, что позволяет существенно (на порядок) снизить вычислительную сложность алгоритма. Ковариационный анализ точности декомпозированного алгоритма показывает, что при его использовании потери точности оценок ориентации, характерные ошибки которых имеют порядок единиц угловых секунд, в типичных случаях имеют порядок  $10^{-5}$  угловой секунды, т.е. пренебрежимо малы, что доказывает состоятельность предложенного подхода. Алгоритм внедрен в состав бортового программного обеспечения космического аппарата «Арктика-М» №2, оснащенного двумя гироприборами (n = 4 и n = 6), и отработан на испытательных стендах.

#### ЛИТЕРАТУРА

A.A. Golovan (Moscow State University, Moscow), S.N. Morgunova, I.V. Solovyev, M.A. Shatskiy (Moscow Research and Design Bureau "Mars" – brunch of the Dukhov Automatics Research Institute (VNIIA)) Decomposed attitude estimation algorithm for "Arktika-M" №2 spacecraft in astrocorrection mode

A novel spacecraft attitude estimation algorithm is presented which combines measurements of redundant inertial measurement unit with n > 3 angular rate sensors and star sensor measurements. The Kalman filter with n+3 states is presently used for the solution of mentioned problem. A method of decomposition of this filter into three second order filters and n - 3 first order filters is proposed. The method makes it possible to substantially (approximately ten times) reduce the computational burden of the algorithm. Covariance analysis proves that decrease in accuracy of decomposed algorithm in comparison to the full model is negligible. The algorithm is implemented in the on-board software of "Arktika-M" No2 spacecraft.

<sup>1.</sup> Ивонин А.Н., Камальдинова Р.А., Моргунова С.Н., Соколов В.Н., Соловьев И.В., Шатский М.А. Алгоритм оценки ориентации космического аппарата «Спектр-УФ» для режима прецизионного наведения оси телескопа // Авиакосмическое приборостроение. 2020. №12. С. 13–25.

# М. А. КОЛЕСНИКОВА, А. В. КРАМЛИХ, П. Н. НИКОЛАЕВ, Е. И. ПОЛУХИНА, Д. В. РЫЛЬКО, Д. Д. СОБОЛЕВ (Самарский университет, Самара)

# ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ БОРТОВОГО АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-ION

Описан состав измерительных средств и особенности структуры алгоритмического обеспечения решения задачи определения ориентации наноспутника SamSat-ION. Приводится методика калибровки комплекса магнитометров и описывается алгоритм комплексирования измерений различных датчиков освещенности для повышения точности определения вектора направления на Солнце. Предложено использовать фильтр Калмана, использующий только магнитометрические измерения в качестве основного алгоритма. Проведено моделирование работы алгоритма и сделаны выводы о характеристиках его эффективности

**Введение.** Наноспутник SamSat-ION, разработанный в Самарском университете, предназначен для изучения ионосферы и магнитосферы Земли. Для этих целей на наноспутнике (HC) установлен датчик параметров плазмы и высокоточный магнитометр на выносной штанге. Для пространственно-временной привязки научных измерений будет использоваться навигационный приемник собственной разработки, а для определения ориентации информация – от пяти трехосных магнитометров (три из которых установлены на плате бортового компьютера, а два – на выносной штанге), шести датчиков освещенности (ДО), работающих в видимом диапазоне, и двух инфракрасных датчиков угла (ДУ). Датчики освещенности установлены на каждой грани, а датчики угла – на торцевых сторонах HC SamSat-ION (рис. 1). При этом точность решения задачи определения ориентации должна быть не хуже 1°.



Рис. 1. Измерительные средства HC SamSat-ION, используемые в задаче определения ориентации

Структура алгоритма определения ориентации. На первом этапе корректируются измерения магнитометров посредством калибровочных коэффициентов, которые являются функциями температуры, а также производится согласование измерений всех магнитометров. На основе комплексирования измерений ДО и ДУ уточняется вектор направления на Солнце. На втором этапе производится грубое определение ориентации по одномоментным измерениям вектора геомагнитной индукции и вектора направления на Солнце с помощью известного алгоритма QUEST [1, 2]. Определение ориентации на данном этапе производится на освещенном участке орбиты при условии, что угол между вектором направления на Солнце и вектором геомагнитной индукции находится в диапазоне [20°, 160°]. Полученная оценка кватерниона является априорной информацией для третьего этапа – определения ориентации с помощью фильтра Калмана, использующего только показания магнитометра [3, 4] (рис. 2).



Рис. 2. Схема бортового алгоритма определения ориентации

**Результаты численного моделирования.** Было проведено статистическое моделирование работы алгоритма при следующих условиях: шум магнитометра  $\sigma = 300$  нТл, погрешность определения вектора направления на Солнце не превышает 10°. Оценка точности определения ориентации HC SamSat-ION приведена в табл. 1.

Таблица 1

у словия моделирования расоты алгоритма							
QUEST	Математическое ожидание погрешности определения ориентации						
Фильтр	Математическое ожидание времени сходимости						
Калмана	Математическое ожидание погрешности определения ориентации после сходимости	0,35°					

**x** 7

Заключение. По результатам математического моделирования работы предложенного алгоритма была получена точность определения ориентации не хуже  $0,4^{\circ}$  (*P*=0,95), время сходимости фильтра Калмана – менее 900 сек (*P*=0,95).

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Markley, L., Crassidis, J., Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control, Springer, 2014.
- 2. Cheng, Y., Shuster, M., Improvement to the Implementation of the QUEST Algorithm // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, vol. 37, no. 1, pp. 301–305.
- 3. Ivanov, D.S., Advanced numerical study of the three-axis magnetic attitude control and determination with uncertainties, Acta Astronautica, 2017, 132, pp. 103–110.
- 4. Ivanov, D., Ovchinnikov, M., Ivlev, N., Karpenko, S., Analytical study of microsatellite attitude determination algorithms, Acta Astronautica, 2015, 116.

# M.A. Kolesnikova, A.V. Kramlikh, P.N. Nikolaev, E.I. Polukhina, D.V. Rylko, D.D. Sobolev (Samara Univercity, Samara) Implementation features of the onboard attitude determination algorithm of the SamSat-ION nanosatellite

The measurement instruments and features of attitude determination algorithm structure of the SamSat-ION nanosatellite have been described. Calibration technique for a set of magnetometers is presented and an algorithm for combining measurements of various light sensors to improve the accuracy of the Sun vector calculation is described. We suggest to use the extended Kalman filter using only magnetometer measurements as a main algorithm for attitude determination. We performed the statistical simulation of the on-board attitude determination algorithm operation and made a conclusion about the performance of the suggested algorithm.

#### А. В. ЛОПАРЕВ

(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

# МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, ОСНОВАННЫЙ НА ГАУССОВСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ АПОСТЕРИОРНОЙ ПЛОТНОСТИ

Разработан алгоритм оценивания параметров случайных последовательностей, представляющих собой линейную комбинацию гармонических либо квазигармонических функций, характеризующихся медленными флуктуациями параметров. Идея построения алгоритма основана на концепции метода полиномиальной фильтрации, предполагающей гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности на каждом шаге обработки измерений. Рассмотрен пример оценивания параметров бигармонического сигнала.

Введение. Задача оценивания (идентификации) параметров гармонических и полигармонических сигналов имеет важное прикладное значение. Она возникает в радиолокационных системах, системах активной виброзащиты, системах управления морскими аппаратами при распознавании речевых сигналов в геофизике [1–5]. Среди существующих подходов к ее решению важное место занимают статистические методы, предполагающие случайный характер погрешностей измерений [3, 4, 6–10]. Ценность таких методов во многом обусловлена возможностью получения характеристик точности оценивания в виде среднеквадратических погрешностей (СКП), которые требуется знать во многих практических задачах. При этом априорная информация статистического характера об оцениваемых параметрах в рассмотрение, как правило, не вводится, что, с одной стороны, не требует дополнительных настроек фильтра, но в то же время может привести к потерям в точности оценивания при ее наличии. В работе [10] рассмотрен байесовский подход к решению задачи оценивания полигармонического или почти периодического сигнала и предложен многоальтернативный алгоритм, позволяющий получить искомые оценки с точностью, сопоставимой с точностью оптимального алгоритма, при сравнительно невысоких вычислительных затратах. Однако нетривиальность алгоритма все же оставляет сомнения относительно его привлекательности для рядового разработчика.

В настоящее время при решении нелинейных задач оценивания широко используются различные субоптимальные алгоритмы калмановского типа, основанные на гауссовской аппроксимации апостериорной плотности и имеющие структуру, подобную структуре фильтра Калмана. К таким алгоритмам относится, в частности, рассмотренный в работах [11, 12] алгоритм полиномиальной фильтрации, предполагающий полиномиальный характер правых частей уравнений динамики и (или) измерений. Идеи построения такого фильтра могут быть распространены и на другие, схожие по постановке задачи, в том числе на рассматриваемую далее задачу идентификации параметров гармонических и подобных им сигналов. При этом задача оценивания расширяет традиционную постановку и может быть решена, в частности, при медленных флуктуациях оцениваемых параметров. В настоящем докладе рассматривается общее решение этой задачи и анализируется эффективность его применения на примере задачи оценивания частот бигармонического сигнала.

**Постановка задачи оценивания.** Рассмотрим задачу оценивания  $n_x$ -мерной векторной марковской последовательности  $x_k = (\alpha_k^T \ \beta_k^T \ \omega_k^T \ \theta_k^T)^T$ , описываемой линейным разностным стохастическим уравнением

$$x_k = \Phi_k x_{k-1} + u_k + w_k, \ x_0 \in N\left\{\overline{x_0}, P_0\right\},\tag{1}$$

по скалярным нелинейным измерениям

$$y_k = \sum_{i=1}^n \left( \alpha_{ik} \sin \theta_{ik} + \beta_{ik} \cos \theta_{ik} \right) + v_k = \alpha_k^{\mathrm{T}} s(\theta_k) + \beta_k^{\mathrm{T}} c(\theta_k) + v_k , \qquad (2)$$

где  $\Phi_k$  – известная на каждом *k*-м шаге матрица размерности  $n_x \times n_x$ ;  $u_k$  – известный  $n_x$ -мерный вектор;  $\alpha_k$ ,  $\beta_k$ ,  $\theta_k$  – оцениваемые *n*-мерные последовательности;  $\omega_k$  – оцениваемая

последовательность размерности  $(n_x - 3n)$ ;  $w_k$ ,  $v_k$  – центрированные независимые друг от друга и от начального состояния  $x_0$  гауссовские белые шумы с матрицей ковариаций  $Q_k$  размерности  $n_x \times n_x$  и дисперсией  $R_k$  соответственно;

$$s(\theta_k) = \left(\sin \theta_{1k} \sin \theta_{2k} \dots \sin \theta_{nk}\right)^{\mathrm{T}}, \ c(\theta_k) = \left(\cos \theta_{1k} \cos \theta_{2k} \dots \cos \theta_{nk}\right)^{\mathrm{T}}.$$

**Описание алгоритма.** Алгоритм, предлагаемый для решения сформулированной задачи, основан на положениях, принимаемых во внимание при построении полиномиальных фильтров. На каждом шаге используется гауссовская аппроксимация апостериорной плотности в виде  $p(x_{k-1} | Y_{k-1}) = N(x_{k-1}; \hat{x}_{k-1}, P_{k-1})$ , причем, вообще говоря, как оценка  $\hat{x}_k$ , так и матрица ковариаций ошибок оценивания  $P_k$  зависят от накопленных к текущему моменту времени измерений  $Y_{k-1} = (y_1 y_2 \dots y_{k-1})^T$ . Указанное предположение в силу линейного уравнения (1) определяет гауссовский характер плотности прогноза  $p(x_k | Y_{k-1}) = N(x_k; \tilde{x}_k, S_k)$ , параметры которой могут быть определены следующим образом:

$$\tilde{x}_k = \Phi_k \hat{x}_{k-1} + u_k , \qquad (3)$$

$$S_k = \Phi_k P_{k-1} \Phi_k^{\mathrm{T}} + Q_k \,. \tag{4}$$

Параметры гауссовской аппроксимации апостериорной плотности  $\hat{x}_k$ ,  $P_k$  при поступлении очередного измерения  $y_k$  отыскиваются исходя из идеологии получения линейной оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки. С учетом принятой модели измерений вида (2) выражения для нахождения указанных параметров принимают следующий вид:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k \left( y_k - \tilde{y}_k \right), \tag{5}$$

$$K_k = S_k L_k P_{yk}^{-1}, (6)$$

$$P_k = S_k - K_k L_k^{\mathrm{T}} S_k \,, \tag{7}$$

где 
$$\tilde{y}_{k} = \sum_{i=1}^{n} \left( \left( \tilde{\beta}_{ik} + S_{iik}^{\alpha\theta} \right) \cos \tilde{\theta}_{ik} + \left( \tilde{\alpha}_{ik} - S_{iik}^{\beta\theta} \right) \sin \tilde{\theta}_{ik} \right) e^{-S_{ik}^{\alpha}/2};$$
  

$$L_{k} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \\ 0 & 0 \\ -\text{diag} \tilde{\beta}_{k} - \text{diag} S_{k}^{\alpha\theta} & \text{diag} \tilde{\alpha}_{k} - \text{diag} S_{k}^{\beta\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-\text{diag} S_{k}^{\theta}/2} s(\tilde{\theta}_{k}) \\ e^{-\text{diag} S_{k}^{\theta}/2} c(\tilde{\theta}_{k}) \end{pmatrix};$$

$$P_{yk} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( \frac{1}{2} \left( S_{ijk}^{\beta} - S_{ijk}^{\alpha} - \tilde{S}_{ijk}^{(1)} \tilde{S}_{jik}^{(1)} + \tilde{S}_{ijk}^{(2)} \tilde{S}_{jik}^{(2)} \right) \cos \left( \tilde{\theta}_{ik} + \tilde{\theta}_{jk} \right) + \left( S_{ijk}^{\alpha\beta} - \tilde{S}_{ijk}^{(1)} \tilde{S}_{jik}^{(2)} \right) \sin \left( \tilde{\theta}_{ik} + \tilde{\theta}_{jk} \right) \right) \times \\ \times e^{-\left( S_{ik}^{\theta} + S_{jik}^{\theta} + 2S_{ijk}^{\theta} \right)/2} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left( \frac{1}{2} \left( S_{ijk}^{\beta} + S_{ijk}^{\alpha} + \tilde{S}_{ijk}^{(3)} \tilde{S}_{jik}^{(3)} + \tilde{S}_{ijk}^{(4)} \tilde{S}_{jik}^{(4)} \right) \cos \left( \tilde{\theta}_{ik} - \tilde{\theta}_{jk} \right) + \\ + \left( S_{ijk}^{\alpha\beta} - \tilde{S}_{ijk}^{(3)} \tilde{S}_{jik}^{(4)} \right) \sin \left( \tilde{\theta}_{ik} - \tilde{\theta}_{jk} \right) \right) e^{-\left( S_{ik}^{\theta} + S_{jik}^{\theta} - 2S_{ijk}^{\theta} \right)/2} - \tilde{y}_{k}^{2} + R_{k}, \\ \tilde{S}_{ijk}^{(1)} = S_{iik}^{\beta\theta} + S_{ijk}^{\beta\theta} - \tilde{\alpha}_{ik}, \quad \tilde{S}_{ijk}^{(2)} = S_{iik}^{\alpha\theta} + S_{ijk}^{\alpha\theta} + \tilde{\beta}_{ijk} \\ = S_{iik}^{\alpha\theta} - \tilde{S}_{ijk}^{\alpha\theta} - \tilde{\alpha}_{ik}, \quad \tilde{S}_{ijk}^{(2)} = S_{iik}^{\alpha\theta} + S_{ijk}^{\alpha\theta} + \tilde{\beta}_{ijk} \\ = S_{iik}^{\alpha\theta} - S_{ijk}^{\alpha\theta} - \tilde{\alpha}_{ijk}^{\theta} - \tilde{\alpha}_{ijk} \\ = S_{iik}^{\alpha\theta} - S_{ijk}^{\alpha\theta} - \tilde{\alpha}_{ijk} \\ = S_{iik}^{\alpha\theta} - \tilde{\alpha}_{ijk} \\$$

ствующие блоки матрицы  $S_k$ ; функция diag Z возвращает диагональную матрицу, *ii*-й элемент которой равен  $Z_i$ , если Z – вектор, либо  $Z_{ii}$ , если Z – матрица; E – единичная матрица. Алгоритм оценивания, описываемый уравнениями (3)–(7), будем называть далее полигармоническим фильтром (ПГФ).

*Пример*. Проиллюстрируем работу ПГФ на примере оценивания параметров бигармонического сигнала:

$$y_k = \sum_{i=1}^2 \left( \alpha_i \sin(\omega_{0i} + \omega_i) t_k + \beta_i \cos(\omega_{0i} + \omega_i) t_k \right) + v_k , \qquad (8)$$

где  $\omega_{0i}$  – ожидаемое (априорное) значение частоты *i*-й составляющей сигнала;  $t_k = k\Delta t$  – текущее время,  $\Delta t$  – интервал дискретизации. Полагая постоянными значения неизвестных параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ , сформируем матрицу  $\Phi_k$  размерности 8×8, ненулевые элементы которой будут соответственно равны  $\Phi_{ii} = 1$ , i = 1, ..., 8,  $\Phi_{75} = \Phi_{86} = \Delta t$ , и вектор  $u_k = (0_{1\times 6} \quad \omega_{01}\Delta t \quad \omega_{02}\Delta t)^{\mathrm{T}}$ , приняв  $Q_k = 0$ .

На рис. 1 показаны действительные (кривые 1, 3) и расчетные (кривые 2, 4) СКП оценивания частот  $\omega_{1,2}$ , полученные методом статистических испытаний путем осреднения данных  $10^4$  реа-



лизаций. Кривые *I*, *2* на графиках соответствуют оценке точности частоты первой гармоники ( $\omega_1$ ), *3*, *4* – оценке точности частоты второй гармоники ( $\omega_2$ ). При этом были заданы следующие значения параметров модели:  $P_0 = \text{diag}(4; 4; 4; 4; 0, 04; 0, 04; 0; 0)$ ;  $R_k = 0,01; \omega_{01} = 2 \text{ c}^{-1}; \omega_{02} = 5 \text{ c}^{-1}; \Delta t = 1 \text{ с. Параметры}$  $a_{1,2}, b_{1,2}, \omega_{1,2}$  моделировались случайным образом с использованием датчика нормального распределения, при этом дисперсии случайных величин были равны соответствующим элементам матрицы  $P_0$ .

В рассмотренном примере ПГФ демонстрирует свою эффективность при оценивании неизвестных параметров гармонических сигналов. Несмотря на некоторое расхождение расчетных и действительных характеристик точности, степень адекватности

расчетных ковариаций действительным значениям погрешностей можно считать удовлетворительной. В то же время увеличение области априорной неопределенности приводит к деградации ПГФ, так как в этом случае начинает сказываться многоэкстремальность апостериорной плотности и ее существенное отличие от гауссовского распределения.

Заключение. В работе продемонстрирована принципиальная возможность построения полигармонического фильтра, основанного на гауссовской аппроксимации апостериорной плотности и предназначенного для оценивания параметров последовательностей полигармонического и квазигармонического типа (при медленных изменениях параметров гармоники). Алгоритм не позволяет произвести идентификацию параметров при существенной априорной неопределенности, но может быть использован с целью уточнения текущих значений искомых параметров.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Давыдочкин В.М. Методы снижения погрешности оценки параметров полигармонических сигналов в ближней частотной радиолокации // Вестник Рязанской государственной радиотехнической академии. 2006. №18. С. 63–70.
- 2. Никифоров В.О., Гутнер И.Е., Сергачев И.В. Система активной виброзащиты: разработка, результаты испытаний и перспективы развития // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004, №2. С. 13–18.
- Барабанов А.Е. Идентификация параметров полигармонической модели речевого сигнала // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. С. 3038–3049.
- 4. Сотникова М.В. Оценивание полигармонических внешних возмущений для автономного подводного аппарата // Системы управления и информационные технологии. 2017. №4 (70). С. 24–28.
- 5. Vediakova, A.O., Vedyakov, A.A., Pyrkin, A.A. et al., Finite Time Frequency Estimation for Multi-Sinusoidal Signals, European Journal of Control, 2021, vol. 59, pp. 38–46.
- So, H.C., Chan Kit Wing, Chan, Y.T., Ho, K.C., Linear Prediction Approach for Efficient Frequency Estimation of Multiple Real Sinusoids: Algorithms and Analyses, IEEE Trans. on Signal Processing, 2005, vol. 53, no. 7, pp. 2290–2305.

- Alessandro J.S. Dutra, Jose F.L. de Oliveira, Eduardo A.B. da Silva, Thiago de M. Pregoa, Sergio L. Nettoa, Highprecision frequency estimation of real sinusoids with reduced computational complexity using a model-based matchedspectrum approach, Digital Signal Processing, 2014, no 34, pp. 67–73.
- 8. Грузман И.С. Оценивание вектора частот двумерного гармонического сигнала с использованием трехточечных интерполяционных алгоритмов и сингулярного разложения // Автометрия. 2017. Т. 53. №3. С. 12–18.
- 9. Кагаленко М.Б. Оценка частот полигармонического сигнала методом редукции порядка параметрической модели // Вестник РГРТУ. 2018. № 63. С. 14–19.
- Кошаев Д.А. Многоальтернативное оценивание суммы гармонических сигналов с использованием локальных сплайнов и фиктивных измерений // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. 2018. С. 192–200.
- 11. Hernandez-Gonzalez, M., Basin, M., Stepanov, O.A., Discrete-time state estimation for stochastic polynomial systems over polynomial observations, International Journal of General Systems, 2018, vol. 47(5), pp. 512–528.
- Stepanov, O.A., Vasiliev, V.A., Toropov, A.B., Loparev, A.V., Basin, M.V., Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurement, Journal of the Franklin Institute, 2019, vol. 356, pp. 5573–5591.
- Степанов О.А., Литвиненко Ю.А., Васильев В.А., Торопов А.Б., Басин М.В. Алгоритм полиномиальной фильтрации в задачах обработки навигационной информации при квадратичных нелинейностях в уравнениях динамики и измерений. Ч. 1: Описание и сопоставление с алгоритмами калмановского типа // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. №3 (114). С. 3–33.

#### A.V. Loparev (Concern CSRI Elektropribor, ITMO University, St. Petersburg) The approach for parametric estimation of multiharmonic series based on Gaussian approximation of posterior PDF

The algorithm for parametric estimation of stochastic series such as a linear combination of harmonic or quasi-harmonic functions with slowly fluctuated parameters is developed. The principle of the algorithm design is based on the concept of polynomial filtering using Gaussian approximation of posterior PDF for each sampling unit processing. The example for estimation of biharmonic signal parameters is considered.

# В. В. БОГОМОЛОВ, Д. А. КОШАЕВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

# АЛГОРИТМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ДАЛЬНОСТИ ДО МАЯКОВ ПРИ ИХ НЕДОСТАТОЧНОМ ДЛЯ ОДНОМОМЕНТНОГО НАВИГАЦИОННОГО РЕШЕНИЯ КОЛИЧЕСТВЕ

Разработан алгоритм оценивания координат автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) по измерениям дальности до гидроакустических маяков при большой априорной неопределенности координат АНПА. На борту АНПА предполагается наличие системы счисления на основе лага и курсоуказателя. Количество одновременно наблюдаемых маяков может быть разным, но есть по крайней мере один момент, в который измерения поступают от не менее чем трех маяков, и именно в этот момент происходит запуск алгоритма. Все предыдущие накопленные измерения используются для уточнения координат АНПА. Приведены результаты моделирования, подтверждающие эффективность разработанного алгоритма.

Введение. Одним из перспективных методов навигации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) является метод определения координат по измерениям дальности до гидроакустических маяков (long baseline navigation), представляющий собой частный случай более общего метода определения координат подвижного объекта по измерениям дальностей до точечных ориентиров [1-6]. Его отличие от методов навигации по гравитационным и магнитным полям [7], а также батиметрическим данным [8] в том, что здесь используется ограниченный объем картографической информации (координаты маяков). При определении координат АНПА с использованием дальностей до маяков в случае большой априорной неопределенности координат измерения имеют существенную нелинейность, что приводит к негауссовской апостериорной плотности вероятности оцениваемого вектора, называемой далее просто апостериорной плотностью (АП). В этом случае при использовании итерационного фильтра Калмана (ИФК) оценка медленно сходится к максимуму АП, причем это может быть побочный максимум АП. Для преодоления этой проблемы в работе [9] разработан алгоритм модифицированного ИФК. Однако он может начать работу только в момент, когда имеются измерения как минимум от трех маяков. В настоящей работе предлагается алгоритм, позволяющий снять это ограничение и учесть полученные до указанного момента измерения с помощью процедуры сглаживания в обратном времени.

**Постановка задачи навигации АНПА.** Для дискретных моментов времени  $i \in \mathbb{Z}$  требуется оценить горизонтальные координаты АНПА  $x_i$ ,  $y_i$  в локальной прямоугольной системе координат по измерениям дальности до маяков, которые имеют вид:

$$Y_{i}^{j} = T_{i}^{j}\overline{c} = \sqrt{(x_{i}^{j} - x_{i})^{2} + (y_{i}^{j} - y_{i})^{2} + (z_{i}^{j} - z_{i})^{2} + \Delta c \cdot T_{i}^{j} + \delta_{i} + v_{i}^{j}},$$

где  $j = 1..n_i$  – номер маяка,  $\overline{c}$ ,  $\Delta c$  – априорная оценка скорости распространения звука в воде и ее ошибка,  $T_i^j$  – измеренное время прохождения сигнала,  $x_i^j$ ,  $y_i^j$  – известные горизонтальные координаты маяков,  $z_i^j$ ,  $z_i$  – известные глубины маяков и АНПА,  $\delta_i$  – общая для всех маяков и  $v_i^j$  некоррелированная для разных маяков ошибки. На момент начала решения *i*=0 имеются априорные оценки координат с ошибками  $\Delta x_0$ ,  $\Delta y_0$ .

Предполагается, что на борту АНПА используется система счисления по измерениям продольной и поперечной составляющих скорости относительного лага с инструментальными ошибками  $\Delta V_{\xi,i}$ ,  $\Delta V_{\eta,i}$  и измерениям курса от магнитного компаса с ошибкой  $\Delta K$ . При счислении используются значения географических составляющих скорости течения с ошибками  $\Delta V_x^T$ ,  $\Delta V_v^T$ .

Ошибки дальномерных измерений  $\delta_i$ ,  $v_i^j$  и ошибки лага  $\Delta V_{\xi,i}$ ,  $\Delta V_{\eta,i}$  считаются белошумными со среднеквадратическими отклонениями (СКО)  $\sigma_{\delta}$ ,  $\sigma_{v}$  и  $\sigma_{\Delta v}$ , ошибка скорости звука  $\Delta c$  – постоянная величина с СКО  $\sigma_{\Lambda c}$ , а ошибка курса  $\Delta K$  и ошибки течения  $\Delta V_x^T$ ,  $\Delta V_v^T$  – стационарные марковские процессы первого порядка с СКО  $\sigma_{\Delta K}$ ,  $\sigma_{\Delta V}$  и интервалами корреляции  $au_{\Delta K}$ ,  $au_{\Delta V}$ . СКО априорных ошибок координат  $\Delta x_0$ ,  $\Delta y_0 - \sigma_{\Delta xy}$  математическое ожидание ошибок равно нулю.

Вводится вектор состояния  $X = [x \ y \ \Delta c \ \Delta K \ \Delta V_x^T, \Delta V_y^T]^T$  и вектор измерений дальностей  $Y_i = (Y_i^1, ..., Y_i^{n_i})^{T}$  на момент *i*. Исходная задача оценки координат сводится к задаче стохастического оценивания вектора состояния  $X_i$  по всему набору поступивших измерений  $Y_i$ .

Описание предлагаемого алгоритма. Алгоритм оперирует с оценками и ковариационными матрицами их ошибок, которые определяют гауссовские аппроксимации АП X<sub>i</sub>. На рис. 1 приведена схема преобразования гауссовских аппроксимаций АП  $f(X_i | Y_j, ... Y_l)$ , условных по отношению к измерениям Y<sub>1</sub>,...Y<sub>l</sub>, на разных этапах работы алгоритма. Запуск алгоритма выполняется в момент *i*=0, в который впервые появляются единовременные измерения от трех или большего количества маяков, т.е.  $n_0 \ge 3$ , а для  $i = -1, -2, ..., n_i < 3$ . В этот момент имеется априорная плотность  $f(X_0)$ . Вектор измерений  $Y_0$  обрабатывается с помощью модифицированного ИФК, использующего на первой итерации множество точек линеаризации. Далее с помощью рекуррентной процедуры сглаживания в фиксированной точке обрабатываются измерения *Y*<sub>-1</sub>, *Y*<sub>-2</sub>...*Y*<sub>-M</sub> с оцениванием *X*<sub>0</sub>. В данном случае в роли фиксированной точки выступает момент *i*=0, а измерения обрабатываются в обратном порядке. Тем самым выполняется сглаживание в обратном времени. После оценивания  $X_0$  по всем поступившим вплоть до i=0 измерениям в действие вступает обычный ИФК, использующий на первой итерации одну точку линеаризации. Такой ИФК рекуррентно обрабатывает Y<sub>i</sub> и оценивает X<sub>i</sub> в прямом времени.



Рис. 1. Схема преобразования гауссовских аппроксимаций АП

Модифицированный ИФК описан в работе [9]. Выражения для оценки сглаживания и ковариационной матрицы ее ошибки в обратном времени для закрепленной точки *i*=0 имеют вид [11]:

$$\hat{X}_{0/i} = \hat{X}_{0/i+1} + B_i(\hat{X}_{i/i} - \hat{X}_{i/i+1}),$$
  $P_{0/i} = P_{0/i+1} + B_i(P_{i/i} - P_{i/i+1})B_i^T,$   
где  $i = -1, -2, ..., -M$ ;  $B_i = \prod_{j=0}^{i+1} P_{j/j}F_{j+1}^T P_{j+1/j}^{-1}, B_i$  можно вычислять рекуррентно:  $B_i = B_{i-1}P_{i+1/i+1}F_{i+2}^T P_{i+2/i+1}^{-1};$   
 $F_{j+1}$  – переходная матрица от  $X_{j+1} \ltimes X_j; \hat{X}_{i/j}$  – оценка  $X_i$  по измерениям  $Y_0, Y_{-1}, ..., Y_j; P_{i/j}$  – ковариационная матрица ошибки этой оценки.



Результаты моделирования. Для проверки эффективности алгоритма моделировались случайные ошибки измерений дальности, скорости и курса, а также ошибки априорных координат, знания скорости звука и течения. Задавались следующие параметры ошибок:  $\sigma_{\delta} = 5 \text{ м}$ ,  $\sigma_{v} = 10 \text{ м}$ ,  $\sigma_{\Delta c} = 3 \text{ м/c}$ ,  $\sigma_{\Delta xy} = 500 \text{ м}$ ,  $\sigma_{\Delta V} = 0,1 \text{ м/c}$ ,  $\sigma_{\Delta K} = 5^{\circ}$ ,  $\sigma_{\Delta V^{T}} = 0,25 \text{ м/c}$ ,  $\tau_{\Delta V^{T}} = \tau_{\Delta K} = 3600 \text{ c}$ . Решение проводилось при прямолинейном движении АНПА (рис. 2) со скоростью 5 м/с и фиксированном местоположении маяков. Значение  $T_{i}^{j}$  определятся как  $T_{i}^{j} = \frac{Y_{i}^{j}}{c}$ . Маяк считается наблюдаемым, если даль-

ность до него не превышает 1 км. Дискретность поступления измерений – 1 с.

По 1000 реализациям были вычислены действительные и расчетные значения среднеквадратической погрешности (СКП) [10] координат как со сглаживанием в обратном времени, т.е. с учетом измерений  $Y_i$  для i < 0, так и без сглаживания. Графики СКП приведены на рис. 3. Из



Рис. 3. Расчетная и действительная СКП оценок с использованием разработанного рекуррентного алгоритма.

графиков видно, что точность рекуррентного алгоритма со сглаживанием в обратном времени в два раза выше, чем без сглаживания. При этом действительная и расчетная СКП согласованы.

Заключение. Разработан рекуррентный алгоритм решения задачи определения координат движущегося АНПА с учетом разномоментных измерений дальностей до гидроакустических маяков при большой априорной неопределённости начальных координат. Количество одновременно наблюдаемых маяков может составлять менее трех – минимум для одномоментного навигационного решения. Но есть по крайней мере один момент, в который измерения поступают от не менее чем трех маяков. Установлено, что сглаживание в обратном времени позволяет повысить точность определения координат АНПА более чем в два раза по сравнению с результатами без него. При этом действительная и расчетная СКП согласованы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Paull, L., Saeedi, S., Seto M., Li H., AUV Navigation and Localization: A Review, IEEE Journal of oceanic engineering, 2014, vol. 39, no. 1, pp. 131–149.
- Кебкал К.Г., Машошин А.И. Гидроакустические методы позиционирования автономных 2016 №3 С 115 130.

необитаемых подводных аппаратов // Гироскопия и навигация. 2016. №3. С. 115–130. Ю.В. Матвиенко, А.В. Инзарцев, Л.В. Киселев, А.Ф. Щербатюк. Перспективы повышения эффективности ав-

- Ю.В. Матвиенко, А.В. Инзарцев, Л.В. Киселев, А.Ф. Щербатюк. Перспективы повышения эффективности автономных подводных роботов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2016. С. 123–141.
   Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации. СПб.: Университет ИТМО,
- 4. Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации. Спо.: Университет итмо, 2017. 196 с.
- 5. Кошаев Д.А. Многоальтернативный алгоритм одномаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 1. Математическое описание // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 109–130.

- Кошаев Д.А. Многоальтернативный алгоритм одномаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 2. Моделирование // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №3 (110). С. 76–94.
- Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 2. Современные тенденции развития // Гироскопия и навигация. 2015. № 4 (91). С. 147–159.
- 8. Клюева С.Ф., Завьялов В.В. Синтез алгоритмов батиметрических систем навигации // Владивосток: Мор. гос. ун-т, 2013. 132 с.
- Bogomolov, V.V. Test Results of the Long Baseline Navigation Solutions under a Large a Priori Position Uncertainty, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, International Workshop Navigation and Motion Control (NMC 2021), no. 1215.
- Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. 3-е изд. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, 2003.
- 11. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. М.: Энергия. 1977. С. 440.

#### V.V. Bogomolov, D.A. Koshaev, (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg) Algorithm for Underwater Vehicle Positioning Based on the Measurements of Distance to Beacons with Their Number Being Insufficient for an Instant Navigation Solution

An algorithm has been developed for estimating the coordinates of an autonomous underwater vehicle (AUV) using the measurements of distance to sonar beacons in the case of high a priori uncertainty of the AUV coordinates. The solution suggests a dead-reckoning system based on a log and a heading indicator available onboard the AUV. The number of beacons observed simultaneously may vary, but there is at least one moment when the measurements are received from at least three beacons, and the algorithm starts exactly at this moment. All previous accumulated measurements are used for refining the AUV coordinates. The paper presents the simulation results which confirm the efficiency of the proposed algorithm.

#### Д. А. КОШАЕВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

# ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА ПО ДАННЫМ ОТ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ МАЯКОВ

Предлагается пригодный для использования в реальном времени алгоритм относительного позиционирования и определения ориентации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) по дальномерным измерениям до гидроакустических маяков, расположенных неподвижно на небольших расстояниях друг от друга. Взаимное расположение АНПА и маяков априорно неизвестно, а их шкалы времени не синхронизированы. Предлагаемый алгоритм позволяет учесть нелинейный характер измерений и в то же время обойти трудности прямого поиска наиболее вероятного решения. Приводятся результаты численных экспериментов при различном положении АНПА относительно маяков.

Введение. Определение координат и углов ориентации АНПА может производиться с применением гидроакустических и оптических датчиков [1–3]. В настоящей работе предполагается использование на борту АНПА гидроакустических датчиков, обеспечивающих выработку измерений дальностей до маяков. Геометрические данные о расположении принимающих антенн на АНПА в системе координат (СК), связанной с АНПА, и о расположении излучающих антенн в СК, связанной с маяками, известны. Однако априорная информация о взаимном положении АНПА и маяков отсутствует. Кроме того, отсутствует синхронизация данных гидрофонов и маяков. Нужно найти координаты контрольной точки АНПА и углы его ориентации относительно СК, связанной с маяками. – всего шесть параметров. Залача в таких условиях рассмотрена в работе [4]. В ней предложено находить начальное приближение для шести искомых параметров на основе машинного обучения с учителем с последующим применением поискового алгоритма. Здесь же представлен экономичный алгоритм, в котором координаты контрольной точки АНПА и углы ориентации определяются не напрямую по измерениям дальностей, а по оценкам координат антенн АНПА в СК, связанной с маяками. Алгоритм предполагает получение начального аналитического приближения для координат отдельных антенн АНПА по ограниченным наборам измерений, совместное оценивание координат антенн по всем измерениям и последующее уточнение оценок координат по данным о расположении антенн на корпусе АН-ПА. Приводятся математическая постановка задачи, описание алгоритма решения, результаты моделирования решения с помощью предложенного алгоритма.

Постановка задачи оценивания относительных координат и углов ориентации АНПА. Пусть на борту АНПА расположена группа из  $n \ge 3$  гидрофонов, работающих по единой шкале времени. В то же время имеется  $m \ge 4$  неподвижных гидроакустических маяков, размещенных вблизи друг от друга. Маяки излучают сигналы, опираясь на единую шкалу времени, которая не совпадает со шкалой времени гидрофонов на АНПА. Неодинаковые паузы между моментами излучения сигналов разными маяками позволяют однозначно отнести принятый сигнал к конкретному маяку. Антенны гидрофонов расположены не на одной прямой, а антенны маяков – не на одной плоскости.

По принятым на АНПА сигналам маяков формируются относящиеся к одному моменту времени измерения дальности между приемными и излучающими антеннами:

$$Y_j^i = d_j^i + \delta + v_j^i, \tag{1}$$

где  $i = \overline{1, m}$  – номер маяка;  $j = \overline{1, n}$  – номер гидрофона;  $d_j^i$  – истинные значения дальностей;  $v_j^i$  – помехи,  $\delta$  – погрешность, вызванная несовпадением шкал времени маяков и гидрофонов. Помехи  $v_j^i$  представляют собой случайные взаимно некоррелированные величины, подчиняющиеся гауссовскому центрированному распределению со среднеквадратическим отклонением  $\sigma_v$ . Используемое при формировании измерений дальности значение скорости звука в воде счита-

ется точным. Известны координаты  $x^i$ ,  $y^i$ ,  $z^i$ ,  $i = \overline{1,m}$  излучающих антенн в осях x, y, z связанной с маяками прямоугольной СК, а также координаты  $\tilde{x}_j$ ,  $\tilde{y}_j$ ,  $\tilde{z}_j$ ,  $j = \overline{1,n}$  принимающих антенн в осях  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{z}$  связанной с АНПА прямоугольной СК. Для определенности полагаем, что y,  $\tilde{y} -$ продольные оси; x,  $\tilde{x} -$ оси, направленные вправо, z,  $\tilde{z} -$ вверх, если нет наклонов. По аналогии с ориентацией морского объекта относительно географических осей ориентацию АНПА относительно СК, связанной с маяками, будем определять с помощью углов курса K, дифферента  $\psi$  и крена  $\theta$ . Центр СК, связанной с АНПА, – контрольная точка АНПА. Ее координаты в связанной с маяками СК –  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ . Априорная информация о  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ , K,  $\psi$ ,  $\theta$  и  $\delta$  отсутствует – они являются неизвестными параметрами. Известно лишь, что  $z_0 > 0$ ,  $|\psi|, |\theta| < 90$  град.

Введем обозначения:  $s^i = (x^i, y^i, z^i)^{\mathrm{T}}, i = \overline{1, m}; \tilde{p}_j = (\tilde{x}_j, \tilde{y}_j, \tilde{z}_j)^{\mathrm{T}}, j = \overline{1, n}; p_j = (x_j, y_j, z_j)^{\mathrm{T}}, j = \overline{0, n};$   $A(K, \psi, \theta)$  – матрица перехода от осей  $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$  к осям x, y, z, вид которой можно найти, например, в [5]. С помощью этих обозначений для измеряемых дальностей можно записать выражения:  $d^i_j = |p_j - s^i| = |p_0 + A(K, \psi, \theta) \tilde{p}_j - s^i|.$  (2)

В то же время, согласно сказанному выше о количестве и расположении антенн,

$$r = \operatorname{rank}\left(\frac{\tilde{p}_1 \ \dots \ \tilde{p}_n}{1 \ \dots \ 1}\right) \ge 3, \qquad \operatorname{rank}\left(\frac{s^1 \ \dots \ s^m}{1 \ \dots \ 1}\right) = 4.$$
(3)

Первое из этих условий обеспечивает возможность определения всех трех углов ориентации АНПА относительно связанной с маяками СК по  $p_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , второе – возможность определения любого  $p_j$  по измерениям  $Y_j^i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , полученным с помощью одного *j*-го гидрофона. Без потери общности будем считать, что на АНПА при *r*=4 первые четыре антенны не лежат в одной плоскости, а при *r*=3 первые три антенны не лежат на одной прямой, т.е.

$$\operatorname{rank}\left(\frac{\tilde{p}_1 \mid \dots \mid \tilde{p}_r}{1 \mid \dots \mid 1}\right) = r.$$
(4)

Назовем эти первые *г* антенн АНПА базовыми.

Пользуясь измерениями (1) с учетом (2), (3) требуется оценить вектор  $p_0$  координат контрольной точки АНПА в связанной с маяками СК и углы K,  $\psi$ ,  $\theta$  ориентации АНПА относительно этой СК. Помимо оценок указанных параметров нужно также вычислить их среднеквадратические погрешности (СКП). Алгоритм оценивания должен быть достаточно простым для выполнения в бортовом вычислителе АНПА в реальном времени. Заметим, что в данной работе речь идет об одномоментной задаче, задача фильтрации не рассматривается.

Алгоритм решения. Априорная неопределенность параметров  $p_0$  и K,  $\psi$ ,  $\theta$ , нелинейно входящих в (2), не позволяет ограничиться для их оценивания методами на основе линеаризации измерений [6, 7]. В то же время применение в реальном времени метода сеток или метода точечных масс [6, 7], который является универсальным нелинейным методом оценивания, в данном случае вызывает трудности – требуется работа с шестимерной сеткой значений параметров. В докладе предлагается достаточно экономичный для применения в реальном времени алгоритм оценивания  $p_0$  и K,  $\psi$ ,  $\theta$ , в котором сочетаются элементы линейных и нелинейных методов оценивания в (2) для измеряемых дальностей. В нем оцениваются векторы  $p_j$ ,  $j = \overline{1, r}$  координат базовых антенн АНПА с использованием первого выражения в (2) и данных о взаимном расположении антенн. Оценки  $p_j$ ,  $j = \overline{1, r}$  и ковариационная матрица их погрешностей пересчитываются в оценки  $p_0$ , K,  $\psi$ ,  $\theta$  и соответствующие СКП. Оценивание координат базовых антенн АНПА включает три этапа.
<u>Первый этап</u> – предварительное оценивание  $p_j$ ,  $j = \overline{1, r}$  отдельно для каждого j. Оценка  $p_j$ формируется только по измерениям  $Y_j^i$ ,  $i = \overline{1, m}$  в предположении, что погрешность  $\delta$  известна – в ее роли выступает оценка, вытекающая из известных расстояний между приемными антеннами.

На данном этапе  $p_i$  представляется в виде функции  $\delta$ :

$$p_j = b_j + c_j \delta, \tag{5}$$

где  $b_j = \frac{1}{2}G(|s^1|^2 - (Y_j^1)^2| \cdots ||s^m|^2 - (Y_j^m)^2)^{\mathrm{T}}; c_j = G(Y_j^1| \cdots |Y_j^m)^{\mathrm{T}}; G = [F(s^1| \cdots |s^m)^{\mathrm{T}}]^+ F;$ + – операция псевдообращения матрицы [8];  $F = (-J_{m-1} | E_{m-1}); J_{m-1} - (m-1) \times 1$  – матрицастолбец, состоящая из единиц;  $E_{m-1}$  – единичная  $(m-1) \times (m-1)$ -матрица. Выражение (5) вытекает из системы уравнений  $(p_j - s^i)^{\mathrm{T}}(p_j - s^i) = (Y_j^i - \delta)^2, i = \overline{1,m}$ , предполагающих отсутствие помех, т.е.  $v_j^i = 0$ . Вычитая 1-е уравнение этой системы из остальных, получим систему уравнений  $-2(s^i - s^1)^{\mathrm{T}}p_j + |s^i|^2 - |s^1|^2 = (Y_j^i)^2 - (Y_j^1)^2 - 2(Y_j^i - Y_j^1)\delta, i = \overline{2,m}$ , решением которой в предположении, что погрешность  $\delta$  известна, и является (5). Отметим, что возможность необходимого при получении G псевдообращения матрицы обеспечивается вторым условием в (3). При m=4 псевдообращение совпадает с обращением.

Значение δ определяется исходя из равенств

$$(p_j - p_k)^{\mathrm{T}} (p_j - p_k) = L_{j,k}^2, \quad j \neq k$$
, (6)

где  $L_{j,k}^2 = |\tilde{p}_j - \tilde{p}_k|^2$  – известные величины. Равенства (6) передают неизменность расстояния между антеннами в двух системах координат. Подставляя (5) в (6), получаем квадратные уравнения для определения  $\delta$ :

$$\Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta c_{j,k} \delta^{2} + 2\Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta b_{j,k} \delta + \Delta b_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta b_{j,k} - L_{j,k}^{2} = 0, \qquad (7)$$

где  $\Delta b_{j,k} = b_j - b_k$ ,  $\Delta c_{j,k} = c_j - c_k$ . Решениями (7) с учетом физических ограничений являются

$$\overline{\delta}_{j,k} = \left( -\Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta b_{j,k} - \sqrt{\left(\Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta b_{j,k}\right)^2 - \Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta c_{j,k} \left(\Delta b_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta b_{j,k} - L_{j,k}^2\right)} \right) / \Delta c_{j,k}^{\mathrm{T}} \Delta c_{j,k} \quad (8)$$

Более точные  $\overline{\delta}_{j,k}$  получаются для пар *j*, *k*, которые соответствуют более удаленным антеннам. При сближении антенн все параметры уравнения (7) стремятся к нулю, и оно вырождается. Целесообразно использовать не все возможные пары *j*, *k*, а только те, которые соответствуют достаточно удаленным друг от друга антеннам. Сформировав из (8) единую оценку  $\overline{\delta}$ , например, в виде среднего значения или медианы и используя ее в (5) вместо истинного значения  $\delta$ , определяются начальные оценки векторов *p<sub>i</sub>*:

$$\overline{p}_j = b_j + c_j \overline{\delta}, \ j = \overline{1, r} \,. \tag{9}$$

Отметим, что приведенный способ определения координат приемных антенн при m=4 имеет сходство с аналитическим решением навигационной задачи по измерениям псевдодальностей от 4 спутников одной из спутниковых навигационных систем [9], где роль  $\delta$  играет смещение шкал времени спутниковой системы и приемника. Но там для определения  $\delta$  используется квадратное уравнение, которое получается подстановкой (5) в уравнение для псевдодальности от одного из спутников. В рассматриваемой задаче такой прием дает более грубую оценку  $\delta$ , чем оценки (8), которые получаются с применением точных расстояний  $L_{i,k}$  между антеннами.

<u>Второй этап</u> – совместное оценивание  $p_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  по всей совокупности измерений (1), но без учета известных геометрических взаимосвязей между антеннами АНПА. При n > r векторы  $p_j$ ,  $j = \overline{r+1,n}$ представляются в виде линейных функций от  $p_j$ ,  $j = \overline{1,r}$ . Для этого используются обозначения  $\Delta p_{j,1} = p_j - p_1$ ,  $\Delta \tilde{p}_{j,1} = \tilde{p}_j - \tilde{p}_1$ ,  $j = \overline{2,n}$ , с помощью которых для  $\Delta p_{j,1}$ ,  $j = \overline{r+1,n}$  можем записать равенство  $\Delta p_{j,1} = \sum_{k=1}^{r-1} \Delta p_{k+1,1} a_{j,k}$ , где при *r*=4 имеем  $(a_{j,1} \mid a_{j,2} \mid a_{j,3})^{\mathrm{T}} = (\Delta \tilde{p}_{2,1} \mid \Delta \tilde{p}_{3,1} \mid \Delta \tilde{p}_{4,1})^{-1} \Delta \tilde{p}_{j,1}$ , а при *r*=3 -  $(a_{j,1} \mid a_{j,2})^{\mathrm{T}} = (\Delta \tilde{p}_{2,1} \mid \Delta \tilde{p}_{3,1})^{+} \Delta \tilde{p}_{j,1}$ . Отсюда вытекает выражение

$$p_j = p_1 + \Delta p_{j,1} = (1 - \sum_{k=1}^{r-1} a_{j,k}) p_1 + \sum_{k=1}^{r-1} a_{j,k} p_{k+1}, \quad j = \overline{r+1,n} .$$
(10)

Заметим, что обращение  $(\Delta \tilde{p}_{2,1} \mid \Delta \tilde{p}_{3,1} \mid \Delta \tilde{p}_{4,1})$  при *r*=4 и псевдообращение  $(\Delta \tilde{p}_{2,1} \mid \Delta \tilde{p}_{3,1})$  при *r*=3 возможны благодаря условию (4).

Используя предварительные оценки (9) координат базовых антенн, выражения (10) для координат остальных антенн и первое выражение в (2) для дальностей, производится обработка всей совокупности nm измерений (1) с помощью метода наименьших квадратов [7, 8]. Общая для всех измерений составляющая погрешности  $\delta$  не оценивается. Она является мешающим параметром. Ее присутствие в каждом из nm измерений учитывается в обратной ковариационной матрице погрешностей измерений

$$R^{-1} = \lim_{\sigma_{\delta}^2 \to \infty} \left( \sigma_v^2 E_{nm} + \sigma_{\delta}^2 J_{nm} J_{nm}^{\mathrm{T}} \right)^{-1} = \frac{1}{\sigma_v^2} \lim_{\sigma_{\delta}^2 \to \infty} \left( E_{nm} - \frac{J_{nm} J_{nm}^{\mathrm{T}}}{\sigma_v^2 / \sigma_{\delta}^2 + J_{nm}^{\mathrm{T}} J_{nm}} \right) = \frac{1}{\sigma_v^2} \left( E_{nm} - \frac{J_{nm} J_{nm}^{\mathrm{T}}}{nm} \right),$$

где E и J – единичная матрица и состоящая из единиц матрица-столбец соответствующих размерностей. Матрица  $R^{-1}$  является вырожденной, поэтому матрица R, вообще говоря, не существует, но она в методе наименьших квадратов и не требуется. Альтернативным вариантом, позволяющим не добавлять  $\delta$  к оцениваемым параметрам, является обработка попарных разностей измерений (1), в которых  $\delta$  исключается. Измеряемые дальности представляются в линеаризованном относительно ранее полученных оценок виде. В результате вычисляются оценки координат базовых антенн АНПА  $\breve{p}_j$ ,  $j = \overline{1, r}$ , которые основаны на всей совокупности имеющихся дальномерных измерений, но они не учитывают априорные данные о взаимном расположении этих антенн. Вместе с оценками определяется ковариационная матрица  $\breve{P}$  для вектора  $\delta p = (\delta p_1^T | \cdots | \delta p_r^T)^T$  их погрешностей  $\delta p_i = p_i - \breve{p}_i$ .

<u>Третий этап</u> – уточнение результатов оценивания  $p_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  с помощью дополнительных измерений, значения которых равны известным из  $\tilde{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  геометрическим параметрам взаимного расположения базовых антенн АНПА. Как вариант такими параметрами могут быть квадраты расстояний между базовыми антеннами  $L_{j,k}^2 = |\tilde{p}_j - \tilde{p}_k|^2$ ,  $j = \overline{1,r-1}$ ,  $k = \overline{j+1,r}$ , и тогда

квадраты рисстолица дополнительные измерения – это  $\underbrace{Z_1 = L_{1,2}^2, Z_2 = L_{1,3}^2, Z_3 = L_{2,3}^2, Z_4 = L_{1,4}^2, Z_5 = L_{2,4}^2, Z_6 = L_{3,4}^2}_{\text{при } r = 4}$ либо

без указания конкретного r:

$$Z_{l} = L_{j,k}^{2}, l = \overline{1, r(r-1)/2}; \quad j = \begin{cases} 1, \text{ при } l \in \{1, 2, 4\}; \\ 2, \text{ при } l \in \{3, 5\}; \\ 3, \text{ при } l = 6; \end{cases} \qquad k = \begin{cases} 2, \text{ при } l = 1; \\ 3, \text{ при } l \in \{2, 3\}; \\ 4, \text{ при } l \in \{4, 5, 6\}. \end{cases}$$
(11)

Обращаем внимание, что разность между числом оцениваемых на втором этапе параметров – координат  $x_j, y_j, z_j, j = \overline{1,r}$  базовых антенн АНПА – и числом дополнительных измерений (11) составляет 3r - r(r-1)/2 = r(7-r)/2, т.е. и при r=3, и при r=4 разность равна 6. Это совпадает с количеством искомых независимых параметров в рассматриваемой задаче – трех координат  $x_0, y_0, z_0$  контрольной точки АНПА и трех углов  $K, \psi, \theta$ .

Поскольку расстояния между антеннами в разных системах координат одинаковы, то

$$Z_{l} = L_{j,k}^{2} = (p_{j} - p_{k})^{T} (p_{j} - p_{k}) =$$

$$= \underbrace{(\breve{p}_{j} - \breve{p}_{k})^{T} (\breve{p}_{j} - \breve{p}_{k})}_{\breve{Z}_{l}} + \underbrace{2(\breve{p}_{j} - \breve{p}_{k})^{T} (\delta p_{j} - \delta p_{k})}_{\delta Z_{l}^{1}} + \underbrace{(\delta p_{j} - \delta p_{k})^{T} (\delta p_{j} - \delta p_{k})}_{\delta Z_{l}^{2}}, \quad l = \overline{1, r(r-1)/2}.$$

$$(12)$$

В данном выражении  $Z_l$  – известные величины. Вектор погрешностей  $\delta p = (\delta p_1^T | \cdots | \delta p_r^T)^T$  считается случайным с центрированным гауссовским распределением и ковариационной матрицей P. Исходя из этого квадратичные (с точки зрения разностей погрешностей) составляющие  $\delta Z_l^2$  в (12) трактуются как случайные помехи измерений, которые имеют нецентрированное распределение и не коррелированы с линейными составляющими  $\delta Z_l^1$ , причем между собой  $\delta Z_l^2$  для разных *l* коррелированы. Для  $\delta Z_l^2$  справедливо представление  $\delta Z_l^2 = \delta p^T B^{(j,k)} \delta p$ , где  $B^{(j,k)} - 3r \times 3r$  -матрица, имеющая только четыре ненулевых  $3 \times 3$ -блока  $B_{j,j}^{(j,k)} = B_{k,k}^{(j,k)} = E_3$ ,  $B_{j,k}^{(j,k)} = B_{k,j}^{(j,k)} = -E_3$  (первый нижний индекс у  $B^{(j,k)}$  – номер блока по вертикали, второй – по горизонтали). Отсюда вытекают следующие выражения для математического ожидания  $\delta Z_l^2$  и ковариации между  $\delta Z_l^2$  и  $\delta Z_{l*}^2$  [7, 10]:

$$\delta \vec{Z}_{l}^{2} = \mathbf{M}[\delta Z_{l}^{2}] = \mathbf{Sp}[B^{(j,k)}\vec{P}] = \mathbf{Sp}[\vec{P}_{j,j} - 2\vec{P}_{j,k} + \vec{P}_{k,k}];$$

$$\vec{R}_{l,l} = \mathbf{M}[(\delta Z_{l}^{2} - \delta \vec{Z}_{l}^{2})(\delta Z_{l}^{2} - \delta \vec{Z}_{l}^{2})] = \mathbf{Sp}[B^{(j,k)}\vec{P} B^{(j^{*},k^{*})}\vec{P}] = \mathbf{Sp}[(\vec{P}_{j,j^{*}} - \vec{P}_{j,k^{*}} - \vec{P}_{k,j^{*}} + \vec{P}_{k,k^{*}})^{2}],$$
(13)

где 
$$\mathbf{M}[\cdot]$$
 – математическое ожидание;  $\mathbf{Sp}[\cdot]$  – след матрицы;  $l, l^* = \overline{1, r(r-1)/2}$ ; индексы  $j^*, k^*$  определяются по  $l^*$  так же, как в (11) индексы  $j, k$  определяются по  $l; \breve{P}_{j,k} - 3 \times 3$  –блоки матрицы  $\breve{P}$  ( $j$  – номер блока по вертикали,  $k$  – по горизонтали).

Составленные согласно (11) измерения  $Z_l$  с учетом выражений (12) и параметров помех (13) обрабатываются с помощью выражений фильтра Калмана [6, 7]. По существу речь идет об одношаговом применении фильтра второго порядка [7, 10], поскольку в  $Z_l$  учитывается квадратичная составляющая  $\delta Z_l^2$ . При этом в качестве оценок прогноза и ковариационной матрицы их погрешностей выступают полученные на втором этапе  $\breve{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  и  $\breve{P}$ . В результате вычисляются оценки  $\hat{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  координат базовых антенн АНПА, в которых наряду с измерениями дальностей учтены априорные данные о взаимном расположении антенн АНПА, учтены именно благодаря  $Z_l$ .

Можно использовать итерационную процедуру, где в рамках одной итерации последовательно определяются  $\breve{p}_j, j = \overline{1,r}$ ,  $\breve{P}$  (второй этап) и  $\hat{p}_j, j = \overline{1,r}$ . При этом начиная со второй итерации для линеаризации дальностей на втором этапе вместо оценок  $\overline{p}_j$  (полученных на первом этапе) используются  $\hat{p}_j, j = \overline{1,r}$  с предыдущей итерации.

Для финальных (если применяются итерации, то полученных на последней итерации) оценок  $\hat{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  вычисляется ковариационная матрица их погрешностей *P*, после чего рассчитываются искомые оценки  $\hat{p}_0$  вектора координат контрольной точки АНПА в осях *x*, *y*, *z* связанной с маяками СК и оценки  $\hat{K}, \hat{\psi}, \hat{\theta}$  углов ориентации АНПА относительно *x*, *y*, *z* с соответствующими СКП.

Отметим, что учет нелинейных составляющих в выражениях (12) для измерений  $Z_l$  актуален при сопоставимых с уровнем погрешностей  $\delta p_j = p_j - \breve{p}_j$  расстояниях между антеннами АНПА.

**Результаты моделирования.** Для проверки эффективности представленного алгоритма проведено моделирование решения задачи позиционирования и определения ориентации АН-ПА. Предполагалось, что на АНПА имеется 10 гидрофонов, принимающих сигналы от 4 маяков. Координаты антенн гидрофонов и маяков указаны в табл. 1 и 2. Они удовлетворяют условиям (3) – приемные антенны АНПА не лежат на одной прямой, а антенны маяков не лежат в одной плоскости. В данном случае антенны АНПА лежат в одной плоскости, т.е. *r*=3. Нетрудно видеть, что боковое разнесение антенн АНПА (по оси  $\tilde{x}$ ) на порядок меньше, чем продольное (по оси  $\tilde{y}$ ). Это предопределяет сравнительно низкую точность определения угла крена. Контрольная точка АНПА находится на продольной оси  $\tilde{y}$  вместе с антеннами 1 и 2. Это благоприятно сказывается на точности расчета координат контрольной точки  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ , поскольку для их получения не нужно использовать угол крена, который, как сказано, определяется с низкой точностью. Таблица 2

								1	аоли	ца І	K	оордина	ты из.	тучаюц	цих	
Координаты принимающих антенн АНПА, мм												антенн маяков, мм				
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	i	1	2	3	4	
$\tilde{x}_j$	0	0	-75	-75	75	75	0	0	0	0	$x^{i}$	0	0	-437	437	
$\tilde{y}_j$	-800	800	-800	800	-800	800	-875	725	-725	875	$y^i$	-797	803	424	424	
$\tilde{z}_i$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	_i	255	234	802	802	

Диаграмма направленности излучающих антенн ограничена углом 45 град относительно оси *z*. Рассмотрены примеры для различных углов *K*,  $\psi$ ,  $\theta$  ориентации АНПА при одном и том же смещении контрольной точки, т.е.  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ . При этом приемные антенны АНПА находятся вблизи границы зоны, позволяющей принимать сигналы маяков. В этих условиях геометрический фактор, т.е. отношение СКП оценок параметров к среднеквадратическому отклонению помех измерений дальностей  $\sigma_v$ , не является благоприятным. Для  $\sigma_v$  принято значение 10 мм, которое является условным и не отражает характеристики конкретных датчиков. Погрешность измерений  $\delta$ , вызванная рассинхронизацией гидрофонов и маяков, – неизвестный параметр, поэтому ее истинное значение не играет роли. Для каждого примера моделировалось  $10^4$  решений со случайными реализациями помех  $v_j^i$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $j = \overline{1,10}$ . По совокупности  $10^4$  решений рассчитывались действительные и расчетные значения СКП [7] оценок координат-контрольной точки АНПА и углов его ориентации. В алгоритме решения оценки  $\breve{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  и ковариационная матрица  $\breve{P}$  второго этапа и оценки  $\hat{p}_j$ ,  $j = \overline{1,r}$  третьего этапа определялись за две итерации. Применение двух итераций позволяет повысить точность оценок по сравнению с безытерационным решением, тогда как дальнейшее увеличение числа итераций не дает ощутимого эффекта.

Приведенные в табл. 3 результаты показывают, что действительная и расчетная СКП неплохо согласованы за исключением СКП крена в случаях  $\theta = -30$  град, K=0 и K=315 град (см. выделенные ячейки). В этих случаях расчетная СКП крена дает излишне оптимистичную оценку точности по отношению к действительной СКП. Но в целом расчетные СКП позволяют контролировать уровень реальных погрешностей оценок.

Из координат контрольной точки АНПА хуже всего оценивается  $z_0$ . Это связано с тем, что в рассматриваемых примерах  $z_0$  значительно превышает расстояния между антеннами и  $\partial d_j^i / \partial z_0 \approx 1$  для всех *j*, *i*. Получается, что координата  $z_0$  трудноразличима на фоне погрешности  $\delta$ , входящей во все измерения дальности, иначе говоря,  $z_0$  плохо наблюдаема. С координатами  $x_0, y_0$  такого не происходит. Хотя  $|\partial d_j^i / \partial x_0| \ll 1$ ,  $|\partial d_j^i / \partial y_0| \ll 1$ , производные  $\partial d_j^i / \partial x_0$ ,  $\partial d_j^i / \partial y_0$  для разных *j*, *i* более разнообразны по сравнению с  $\partial d_j^i / \partial z_0$ , и поэтому наблюдаемость  $x_0, y_0$  намного лучше.

Из углов хуже всего оценивается крен в из-за малого бокового разнесения антенн АНПА.

Ориентация АНПА по-разному влияет на точность оценок различных параметров. Так, точность оценок координат  $x_0$ ,  $y_0$  контрольной точки и курса K слабо зависит от углов ориентации АНПА. Влияние ориентации на точность оценок координаты  $z_0$  контрольной точки и угла дифферента  $\psi$  достаточно заметно – минимальная и максимальная СКП этих параметров отличаются в 1,5 раза. Больше всего ориентация АНПА влияет на точность оценки крена  $\theta$  – СКП этого угла в различных примерах отличаются в разы.

Таблица З

Истинные значения						Деиствительная СКП Расчетная СКП							
$x_0$	<i>Y</i> 0	$y_0 z_0 K \Psi \theta$		$x_0$ $y_0$		$z_0$	K	ψ	θ				
	м град				MM		град						
					30	23,6	16,2	53,4	1,11	0,44	3,10		
				0		23,7	16,3	53,1	1,10	0,43	3,01		
				Ũ	-30	23,8	16,4	53,4	1,10	0,43	6,23		
						23,7	16,3	53,1	1,10	0,43	4,48		
				20	30 -30	26,2	17,0	59,8	1,16	0,49	3,43		
			0			26,0	17.1	59.2	1,15	0.48	7.40		
						26,1	17,1	59 2	1 15	0.49	5 2.5		
				-20	30	23.4	17.2	52.3	1 15	0.42	2.98		
	1					23,3	16,9	51,3	1,16	0,42	2,92		
					-30	23,4	17,2	52,2	1,17	0,43	5,92		
						23,3	16,9	51,4	1,16	0,42	4,29		
1		3,5			30	24,2	19,8	66,8	0,90	0,31	2,47		
			45	0	50	24,1	19,6	65,8	0,89	0,31	2,45		
					-30	24,4	19,8	66,2	0,88	0,32	2,78		
						24,1	19,6	65,8	0,89	0,31	2,63		
				20	30	27,4	22,9	81,6	0,95	0,33	2,99		
					-30	27.8	22,9	83.8	0,93	0,33	2,95		
						27,0	22,0	80.8	0.95	0,33	3 20		
				-20	30	24,1	19,1	60,3	0,94	0,31	2,34		
						24,2	19,0	60,1	0,94	0,31	2,32		
					-30	24,4	19,2	60,8	0,95	0,31	2,61		
						24,2	19,0	60,1	0,95	0,31	2,47		
			315		30	23,8	18,3	56,3	0,93	0,49	2,58		
				0	-30	23,9	18,4	55,8	0,92	0,48	2,68		
						24,1	18,5	56,2	0,92	0,48	6,25		
						23,9	18,4	50 7	0,92	0,48	4,44		
				20 —	30	20,1	10,0	58.6	0,93	0,47	2,30		
						26.2	18.6	57.8	0.92	0.47	6.12		
					-30	26,1	18,8	58,6	0,92	0,47	4,41		
				-20	30	23,2	19,3	56,4	1,03	0,52	2,82		
						23,2	19,2	56,2	1,02	0,52	2,98		
					-30	23,2	19,2	56,6	1,04	0,52	7,33		
						23,2	19,2	56,2	1,02	0,52	5,15		

## СКП оценок координат контрольной точки АНПА и углов его ориентации \*

\* – Выделены ячейки с наиболее значительным расхождением действительной и расчетной СКП

Заключение. Сформулирована постановка задачи определения относительных координат контрольной точки-и углов ориентации АНПА по дальномерным мультиантенным измерениям как задача оценивания неизвестных параметров. Априорная неопределенность искомых параметров, нелинейно входящих в измерения, не позволяет обойтись для их оценивания методами на основе линеаризации измерений. Но и выполнение прямого поиска наиболее вероятного решения здесь проблематично из-за больших вычислительных затрат.

Предложен достаточно экономичный для работы в реальном времени алгоритм решения, в котором искомые координаты контрольной точки и углы ориентации АНПА определяются не напрямую, а по результатам оценивания координат базовых антенн АНПА. Если все антенны АНПА лежат в одной плоскости, в качестве базовых выбираются 3 антенны, не лежащие на одной прямой, а если антенны АНПА не лежат в одной плоскости – 4 антенны, не лежащие в одной плоскости. Координаты остальных антенн выражаются через координаты базовых. Оценивание координат базовых антенн АНПА состоит из трех этапов. На первом этапе с помощью простых аналитических выражений вычисляются начальные оценки координат каждой базовой антенны по измерениям, полученным только от рассматриваемой антенны. При этом погреш-

ность из-за рассинхронизации гидрофонов и маяков заменяется оценкой, вытекающей из известных расстояний между антеннами АНПА. На втором этапе с помощью метода наименьших квадратов оцениваются координаты базовых антенн АНПА по всей совокупности дальномерных измерений, представленных в линеаризованной форме. На третьем этапе оценки координат базовых антенн АНПА уточняются по данным о взаимном расположении антенн АНПА с применением выражений фильтра второго порядка. Предусматривается выполнение итерационной процедуры, охватывающей второй и третий этапы. Полученные таким образом оценки координат базовых антенн АНПА и ковариационная матрица их погрешностей пересчитываются в оценки координат контрольной точки АНПА и углов его ориентации относительно связанной с маяками СК с соответствующими СКП.

Проведено моделирование решения задачи с помощью предложенного алгоритма для АНПА с 10 гидрофонами и 4 маяками. Алгоритм показал способность эффективно оценивать координаты контрольной точки и углы ориентации при неблагоприятном геометрическом факторе, когда АНПА имеет значительное по сравнению с межантенными расстояниями смещение и несоосность относительно СК, связанной с маяками. Расчетные СКП позволяют адекватно оценивать уровень реальных погрешностей решения. Несоответствие между расчетной и действительной СКП возникает только для крена при сильной бортовой качке.

Очевидно, что представленный алгоритм с минимальными корректировками можно легко распространить на случай, когда не все антенны АНПА принимают сигналы от всех маяков, но имеется не менее 3 антенн АНПА, не лежащих на одной прямой, каждая из которых принимает сигналы от не менее 4 маяков, антенны которых не лежат в одной плоскости.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Palomeras, N., Ridao, P., Ribas, D., Vallicrosa, G., Autonomous I-AUV Docking for Fixed-base Manipulation, Proceedings of the 19th IFAC World Congress, Aug. 24-29, 2014, Cape Town, South Africa, pp. 12160–12165, https://doi.org/10.3182/20140824-6-ZA-1003.01878.
- Vallicrosa, G., Bosch, J., Palomeras, N., Ridao, P., Carreras, M., Gracias, N., Autonomous homing and docking for AUVs using Range-Only Localization and Light Beacons, IFAC-PapersOnLine, 2016, vol. 49, issue 23, pp. 54–60, https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.10.321.
- 3. Zhong, I., Li, D, Lin, M., Lin, R., Yang, C., A Fast Binocular Localisation Method for AUV Docking, Sensors (Basel), 2019, 19(7): 1735.
- Грузликов А.М. Навигация АНПА в ближнем поле в интересах решения задачи приведения к причальному устройству // Труды XXIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2022.
- 5. Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2016.
- 6. Дмитриев С.П. Высокоточная морская навигация. СПб.: Судостроение, 1991. 224 с.
- Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. 3-е изд. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, 2003.
- 8. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. М.: Наука, 1977. 224 с.
- Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич И.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / под ред. Шебшаевича В.С. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Радио и связь, 1993. 408 с.
- Степанов О.А., Литвиненко Ю.А., Васильев В.А., Торопов А.Б., Басин М.В. Алгоритм полиномиальной фильтрации в задачах обработки навигационной информации при квадратичных нелинейностях в уравнениях динамики и измерений. Часть 1. Описание алгоритма // Гироскопия и навигация. 2021. Т.29. №3 (114). С. 3–33.

### D.A. Koshaev (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, Russia) Relative Positioning and Attitude Determination of Autonomous Underwater Vehicle by Data from Acoustic Beacons

A solution is proposed for relative positioning and attitude determination of an autonomous underwater vehicle (AUV) with measurements of range to acoustic beacons located at a close distance from each other. The proposed algorithm is suitable for real-time applications. The clocks of the beacons and the receivers onboard the AUV are not synchronized. Relative location of the AUV and the beacons is a priori unknown. The proposed solution algorithm makes it possible to take into account the nonlinearity of measurements and, at the same time, to avoid the difficulties of direct search for the most probable solution in the conditions of a priori uncertainty. The results of numerical experiments for AUV different position relative to the beacons are presented.

## А. В. ЛОПАРЕВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

# АЛГОРИТМ ПРОГНОЗА ВРЕМЕНИ ПРОВЕДЕНИЯ ОБСЕРВАЦИЙ ПРИ НАВИГАЦИИ ПОДВОДНОГО АППАРАТА

Рассмотрена упрощенная модель погрешностей счисления пути по информации от относительного лага и системы курсоуказания с периодическим использованием данных абсолютного лага и эпизодическими позиционными коррекциями. На основании этой модели разработан алгоритм расчета времени превышения радиальной среднеквадратической погрешностью (СКП) определения места заданного значения. При этом вводится предположение о неизменности источника выработки скорости на рассматриваемом интервале времени. Алгоритм использует текущие значения радиальной СКП и некоторых вспомогательных величин, характеризующих точность источника выработки скорости, используемого при счислении, и не требует запоминания предыстории проведения обсерваций и переключения источников скорости.

Введение. Одной из задач, традиционно решаемых навигационными комплексами подводных аппаратов, является задача прогноза времени обсервации [1-3]. Такая задача может решаться как на этапе планирования миссии, так и в ходе ее выполнения. Планирование обсерваций сопряжено с рациональным распределением ресурсов аппарата (что особенно актуально для необитаемых подводных роботов) и повышением его скрытности [2, 4]. При использовании в качестве основного источника выработки координат места инерциальных навигационных систем (ИНС) время до обсервации может рассчитываться в соответствии с характеристиками точности, указанными в документации на систему. В то же время такие характеристики регламентируются для строго определенных условий плавания, зачастую приводятся с существенным запасом, не позволяют оценить точность определения места при несоблюдении периодичности выполнения позиционных коррекций, а также определить время коррекции при необходимости обеспечить повышенную точность определения местоположения. Большими возможностями обладает другой подход, основанный на использовании моделей погрешностей навигационных средств. Однако полная модель погрешностей ИНС, как правило, имеет высокий порядок (размерность вектора состояния достигает трех-четырех десятков [5, 6]) и попытка использовать ее для прогноза оборачивается неоправданными вычислительными затратами, притом что абсолютной достоверностью она также не обладает. В мореходной практике расчет и прогноз изменения погрешности определения местоположения принято вести при плавании по счислению по относительному лагу, когда основным источником погрешностей является неучтенное течение [1], однако и в этом случае ограничиваются простейшими моделями, не учитывающими ряда факторов, прежде всего – возможности эпизодического использования абсолютного лага. В настоящем докладе предлагается метод расчета допустимого времени плавания по счислению, не требующий значительных вычислительных затрат и использующий в качестве входных данных лишь текущую радиальную среднеквадратическую погрешность (СКП) места и три вспомогательные величины, рассчитываемые в алгоритме счисления. В то же время метод может быть распространен и на случай использования данных ИНС при соответствующей настройке параметров алгоритма.

Постановка задачи. Для описания погрешностей определения счислимого места будем использовать характерную при решении подобных задач стохастическую модель вида

$$\Delta \phi_{ck}^{lin} = \Delta \phi_{c \ k-1}^{lin} + \Delta V_{Nk} \Delta t,$$
  

$$\Delta w_{ck}^{lin} = \Delta w_{c \ k-1}^{lin} + \Delta V_{Ek} \Delta t,$$
  

$$\Delta V_{Nk} = e^{-\alpha \Delta t} \Delta V_{N \ k-1} + \xi_{1k},$$
  

$$\Delta V_{Ek} = e^{-\alpha \Delta t} \Delta V_{E \ k-1} + \xi_{2k},$$
  
(1)

где  $\Delta \varphi_{ck}^{lin}$ ,  $\Delta w_{ck}^{lin}$  – текущие погрешности счислимых координат, выраженные в линейной мере (разность широт и отшествие);  $\Delta V_{Nk}$ ,  $\Delta V_{Ek}$  – текущие погрешности определения северной и восточной составляющих скорости, аппроксимируемые марковскими процессами первого порядка ( $\alpha$  – величина, обратная интервалу времени корреляции);  $\Delta t$  – интервал дискретизации;  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  – центрированные дискретные белые шумы, ковариации которых зависят от используемого измерителя скорости; k – текущий шаг решения задачи.

В соответствии с моделью (1) изменение ковариации вектора состояния  $x_k = \left(\Delta \varphi_{ck}^{lin} \Delta w_{ck}^{lin} \Delta V_{Nk} \Delta V_{Ek}\right)^{\mathrm{T}}$  описывается соотношением

$$P_k = \Phi P_{k-1} \Phi^{\mathrm{T}} + Q \,. \tag{2}$$

Здесь  $\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$ ,  $d = e^{-\alpha \Delta t}$ ; Q – матрица ковариаций погрешностей измерения

скорости. Матрицы Ф, *Q* полагаем постоянными в предположении постоянства источника выработки скорости и его характеристик точности на горизонте прогноза.

**Оценка времени превышения радиальной СКП места допустимого значения.** В соответствии с моделью (1) изменение элементов матрицы ковариаций *P* описывается следующей системой разностных уравнений:

$$P_{11k} = P_{11 k-1} + 2P_{13 k-1}\Delta t + P_{33 k-1}\Delta t^{2}, P_{22k} = P_{22 k-1} + 2P_{24 k-1}\Delta t + P_{44 k-1}\Delta t^{2},$$

$$P_{13k} = d(P_{13 k-1} + P_{33 k-1}\Delta t), P_{24k} = d(P_{24 k-1} + P_{44 k-1}\Delta t),$$

$$P_{33k} = d^{2}P_{33 k-1} + Q_{33}, P_{44k} = d^{2}P_{44 k-1} + Q_{44}.$$
(3)

Закон изменения квадрата радиальной СКП счисления  $M_{ck}^2 = P_{11k}^2 + P_{22k}^2$  в соответствии с системой (3) будет иметь следующий вид:

$$M_{ck}^{2} = M_{c \ k-1}^{2} + 2\mu_{1 \ k-1} + \mu_{2 \ k-1},$$
  

$$\mu_{1k} = d(\mu_{1 \ k-1} + \mu_{2 \ k-1}),$$
  

$$\mu_{2k} = d^{2}\mu_{2 \ k-1} + \mu_{q},$$
(4)

где  $\mu_{1k} = (P_{13k} + P_{24k})\Delta t$ ;  $\mu_{2k} = (P_{33k} + P_{44k})\Delta t^2$ ;  $\mu_q = (Q_{33} + Q_{44})\Delta t^2$ .

Полагая k = 0 в текущий момент времени, можно получить решение системы (4) на момент времени k = n:

$$M_{cn}^{2} = M_{c}^{2} + 2\mu_{1} \frac{1-d^{n}}{1-d} + \left(\frac{1-d^{n}}{1-d}\right)^{2} \mu_{2} + \left(n - 2\frac{1-d^{n}}{1-d} + \frac{1-d^{2n}}{1-d^{2}}\right) \frac{\mu_{q}}{(1-d)^{2}}.$$
 (5)

В выражении (5) величины  $M_c$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_q$  соответствуют текущим значениям соответствующих параметров. Время до обсервации  $n\Delta t$  может быть получено путем нахождения минимального  $n \ge 0$ , при котором правая часть соотношения (5) окажется не меньше квадрата заданного допустимого значения радиальной СКП определения места. В докладе предлагается итерационный алгоритм решения этой задачи.

Заключение. Предложенный в докладе алгоритм расчета прогнозируемого времени превышения радиальной СКП определения места заданного значения не учитывает все факторы, влияющие на результирующую точность определения места, и позволяет получить лишь ориентировочные данные прогноза. В то же время, в отличие от традиционных простейших методов решения рассматриваемой задачи, основанных на анализе текущего коэффициента счисления, он учитывает не только текущие характеристики навигационных средств, но и наличие взаимной ковариации составляющих модели погрешностей. Это позволяет рассчитывать на повышение точности и адекватности прогноза. Алгоритм может быть использован для уточнения времени проведения очередной обсервации как на обитаемом, так и на необитаемом подводном аппарате.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Груздев Н.М. Оценка точности морского судовождения. М.: Транспорт, 1989. 191 с.
- Груздев Н.М., Зверев А.П., Истомин Е.И., Осипов Ю.В. Кораблевождение. СПб.: Изд-во Министерства обороны РФ, 2000. 386 с.
- 3. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Дубина В.А., Лучин В.А. Методология применения океанологических данных для высокоточной обсервации подводных объектов на большой дальности // Подводные исследования и робототехника. 2018. № 2. С. 49–54.
- Наумов Л.А., Илларионов Г.Ю., Лаптев К.З., Бабак А.В. К вопросу о принципах планирования и особенностях формирования глобальных маршругов автономных подводных роботов // Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. Вып. 11. Ч. 2. С. 82–90.
- Гусинский В.З., Лесючевский В.М., Литаманович Ю.А. Выставка и калибровка инерциальной навигационной системы с многомерной моделью погрешностей инерциальных измерителей // IV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 1997. С. 27–41.
- Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / под общ. ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.

#### A.V. Loparev (Concern CSRI Elektropribor, ITMO University, St. Petersburg) The algorithm for observations projection providing the underwater vehicle navigation

The simplified dead-reckoning error model provided for processing of water speed log data, compass data, occasional bottom speed log data, and one-time position corrections is considered. Using this model, the algorithm for estimation of time when DRMS will exceed the given value is designed. The speed data source is assumed to be permanent by the considered time interval. The algorithm uses current values of DRMS and some auxiliary parameters proper to the speed data source that is used for dead reckoning. The information on observations and speed data source switching is not required to store.

## А. Е. ПЕЛЕВИН (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ МОРСКОГО ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ ИЗМЕРЕНИЙ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Предложен подход к идентификации параметров модели подвижного объекта в условиях воздействия на него внешних возмущений с использованием измерений датчика курса, лага и спутниковой навигационной системы (СНС). Структура модели задается в пространстве состояний. Используется итерационная процедура, включающая оценку параметров методом наименьших квадратов и оценку вектора состояния с применением фильтра Калмана. В вектор состояния включено описание возмущений. При этом обеспечивается устойчивость идентификации параметров модели при различных внешних возмущениях. Приводятся результаты моделирования, позволяющие оценить точность идентификации. Предложенный подход опробован при натурных испытаниях гидрографического судна и высокоскоростного катера.

**Введение.** При разработке системы управления подвижного объекта используется его динамическая модель. Однако если динамические характеристики принятой модели существенно отличаются от характеристик реального объекта, то эффективность разработанной системы управления и оценок фильтра его навигационных параметров значительно ухудшается. В связи с этим параметры модели должны идентифицироваться для более точной адекватности вырабатываемых моделью параметров движения и измеренных параметров движения реального объекта. Таким образом, задача идентификации параметров модели заключается в следующем [1]: по зафиксированным данным управления и измерений, полученным при натурном функционировании объекта, оценить параметры модели так, чтобы выходные данные модели приблизились к наблюдаемым в соответствии с некоторым критерием.

В последних зарубежных работах [2, 3] по идентификации параметров модели надводных объектов анализируется оценки параметров модели судна без учета влияния внешних возмущений. Используется метод наименьших квадратов (МНК), рассматривается вопрос сокращения числа измеряемых параметров движения на основе их эмпирической зависимости, что позволяет повысить устойчивость идентифицированных параметров в различных экспериментах.

В отечественной литературе [4, 5] используется разложение в ряд Фурье правой части дифференциального уравнения для угловой скорости поворота судна с последующим уравниванием коэффициентов и с использованием методов, базирующихся на минимизации ошибки предсказания и применении эталонной модели, в условиях действия возмущений. Подход к описанию математической модели нелинейных и нестационарных аэродинамических характеристик предложен в [6], он основан на применении аэродинамических переходных функций, для которых фиксируются и подбираются входные сигналы, нелинейные по углу атаки и угловой скорости тангажа. В [7] для линейной стационарной модели разработан метод совместного решения задачи наблюдения и идентификации в процессе управления движением, в основу метода положен алгоритм точного размещения полюсов и математическая модель наблюдателя Люенбергера.

На судах валовой вместимостью свыше 500 регистровых тонн по требованию морского Регистра судоходства устанавливаются относительный лаг, измеряющий продольную скорость относительно воды, гирокомпас и навигационная аппаратура потребителя спутниковой навигационной системы (CHC), определяющей географические координаты, модуль скорости относительно грунта и путевой угол. Для решения задачи идентификации параметров модели измеряются только параметры движения, входящие в компоненты вектора состояния, описывающего динамический объект. Так, например, для модели Номото, описывающей изменение угловой скорости от угла перекладки руля, необходимо измерять угловую скорость рыскания и фиксировать угол перекладки руля. Однако если необходимо идентифицировать параметры бокового движения судна, которое связывает уравнения для боковой скорости и угловой скорости рыскания с углом перекладки руля, то обычно измерителя боковой скорости на судне нет. В данной работе развивается метод идентификации параметров подвижного объекта в части использования дополнительной информации от СНС для оценки неизмеримых компонент вектора состояния и идентификации параметров модели движения объекта в пространстве состояний, предложенный в [8].

**Постановка задачи.** Рассмотрим динамическую модель бокового движения судна в системе координат, связанной с судном, включающую следующие компоненты:  $\psi$  – угол рыскания,  $V_y$  – боковую скорость судна относительно воды,  $\omega$  – угловую скорость рыскания, F – боковую составляющую силы ветрового воздействия и  $V_{Ty}$  – составляющую течения. Система уравнений имеет вид [9, 10]:

$$\begin{split} \Psi &= \omega, \\ \dot{V}_{y} &= a_{11}V_{0}V_{y} + a_{12}V_{0}\omega + b_{1}V_{0}^{2}\delta + F, \\ \dot{\omega} &= a_{21}V_{0}V_{y} + a_{22}V_{0}\omega + b_{2}V_{0}^{2}\delta + lF, \\ \dot{F} &= -\mu_{F}F + \sigma_{F}\sqrt{2\mu_{F}} w_{1}; \\ \dot{V}_{Ty} &= -\mu_{V}V_{Ty} + \sigma_{v}\sqrt{2\mu_{V}} w_{2}, \end{split}$$
(1)

где  $a_{ij}$  и  $b_i$  – параметры модели, подлежащие идентификации,  $V_0$  – скорость относительно воды,  $\delta$  – угол перекладка руля, l – известное нормализованное значение плеча боковой составляющей силы ветрового воздействия (эмпирические формулы их расчета приводятся в справочниках по теории управления судами [10]). Последние две компоненты вектора состояния представляют возмущения – силу ветра и течение, они описываются марковскими процессами первого порядка с параметрами  $\sigma_i$  и  $\mu_i$ ,  $w_i$  – белошумные процессы. Здесь в (1) приняты следующие допущения: динамика судна аппроксимируется линейной моделью и малая изменчивость средних значений силы и направления ветра, балльности, угла набега волны, скорости и курса течения на временном интервале набора натурных данных.

Измерения. Имеем следующие измерения в дискретные моменты времени:

$$y_{\psi K} = \psi_K + v_{\psi K},$$
  

$$y_{VyK} = V_{GPSK} \sin(\Pi V_{GPSK} - K_K) + v_{VK}.$$
(2)

Первое измерение формируется по информации о текущем курсе от гирокомпаса и фиксированном курсе  $K_0$ , второе по информации о  $V_{GPS}$ ,  $\Pi Y_{GPS}$  – данные о скорости относительно грунта и путевом угле от СНС и о курсе K;  $v_{\psi}$ ,  $v_{V}$  – погрешности измерений, представляемые белошумными процессами. Далее также будем использовать информацию об относительной скорости  $V_{x0}$ , поступающую от относительного лага.

Покажем с измерений в (2) с компонентами вектора, для этого раскроем функцию синуса разности углов, а также учтем выражение для угла  $\psi = K - K_0$  и его малость:

$$V_{GPSK}\sin(\Pi Y_{GPSK} - K_K) = V_y + V_T \sin(K_T - K_0 - \psi_K) = V_{yK} + V_{Ty} - V_{Tx}\psi_K$$

где  $K_T$  – курс течения,  $V_{Tx}$  и  $V_{Ty}$  – составляющие скорости течения, определяемые выражениями  $V_T \sin(K_T - K_0) = V_{Ty}$  и  $V_T \cos(K_T - K_0) = V_{Tx}$ . Достаточно хорошей оценкой  $V_{Tx}$  является среднее значение  $\hat{V}_{Tx} = M \{V_{GPS} \cos(\Pi V_{GPS} - K_0) - V_{0x}\}$ , определяемое по данным зафиксированного набора о  $V_{GPS}$ ,  $\Pi V_{GPS}$  и  $V_{0x}$ , где  $V_{0x}$  – продольная скорость судна относительно воды, измеряемая лагом. Здесь учитывается симметричность тестового маневра по курсу относительно  $K_0$ .

Используем квадратичный критерий от разности измеренных и смоделированных значений параметров движения при одинаковом управлении для измеренного набора данных.

**Результаты.** Далее действуем в соответствии с [8]: проводим оценку вектора состояния на каждом *К*-м шаге с использованием ФК и уточняем параметры модели на каждой итерации.

Уточнение параметров модели в зависимости от числа итераций приведены на рис. 1, где графики a) соответствуют низкому уровню возмущений (ветру и течению),  $\delta$ ) – высокому уровню. Горизонтальные прямые линии на рис. 1 соответствуют истинным значениям параметров. Видно, что обеспечивается сходимость к истинным значениям при различных уровнях

ветрового воздействия и течения, но сходимость при высоком уровне возмущений значительно меньше, что потребует увеличение числа итераций. Точность идентификации параметров модели порядка 5...8% от номинальных значений.



Рис. 1. Уточнение параметров модели в зависимости от числа итераций

Описанный подход был апробирован при испытаниях канала управления в навигационноуправляющем комплексе на гидрографическом судне ГС-439. Параметры модели использовались для синтеза закона управления стабилизации судна на системе галсов (см. рис. 2). Из рис. 2 видно, что отклонения от заданного направления не превышают 4 м.



Заключение. Предложенный подход идентификации параметров модели морского судна в условиях внешних возмущений обеспечивает устойчивость выработки параметров при различных внешних возмущений и использовании информации о скорости и путевом угле от СНС, курса от гирокомпаса и скорости от относительного лага, что подтверждено результатами мореходных испытаний.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Льюинг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / под ред. Я.З. Цыпкина. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 432 с.
- 2. Luo, W., Parameter Identifiability of Ship Maneuvering Modeling Using System Identification, Mathematical Problems in Engineering, 2016, vol. 11, no. 17, pp. 110.
- 3. Xu, H., Hassani, V., Soares, C.G., Uncertainty analysis of the hydrodynamic coefficients estimation of a nonlinear maneuvering model based on planar motion mechanism tests, Ocean Engineering, 2019, vol. 173, pp. 450–459.
- 4. Пашенцев С.В. Параметрическая идентификация маневренных характеристик по результатам натурных испытаний вида «Зигзаг» в нелинейной модели управляемости судна // Вестник МГТУ. 2010. Т. 13. №4/1. С.730-735.
- Жабко Н.А. Параметрическая идентификация динамических моделей морских судов // Вестник ВГТУ. 2012. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/parametricheskaya-identifikatsiya-dinamicheskih-modeley-morskih-sudov (дата обращения: 14.08.2020).
- 6. Овчаренко В. Н., Поплавский Б. К. Идентификация нестационарных аэродинамических характеристик самолета по полетным данным // Изв. РАН. ТиСУ. 2021. №6. С. 24–34.
- Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш. и др. Идентификация положения равновесной ориентации международной космической станции как задача матричного пополнения с устойчивостью // Изв. РАН. ТиСУ. 2013. №1. С. 135–151.
- 8. Пелевин А.Е. Идентификация параметров модели объекта в условиях внешних возмущений // Гироскопия и навигация. 2014. №4. С. 111–120.
- 9. Дмитриев С.П., Пелевин А.Е. Задачи навигации и управления при стабилизации судна на траектории. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2004. 160 с.
- 10. Справочник по теории корабля. Т.3. Управляемость водоизмещающих судов. Гидродинамика судов с динамическими принципами поддержания / под ред. Я.И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985. 768 с.

A.E. Pelevin (CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg)

# Model Parameter Identification of Marine Craft Steering Dynamics with Attraction the Data of Satellite Navigation System

System identification techniques are applied to determine ship steering dynamics under external disturbances. The parameters of a linear time continuous model are determined using measurements of heading sensor, speed sensor and satellite navigation system. The parameters are estimated using the iterative procedure, including estimates of parameter by least-squares method and Kalman filter. Disturbances are included in state vector. Parameter identification robustness is assured by various levels of external disturbances. Application of suggested approach during full-scale test a hydrographic survey vessel and high-speed craft has been sampled.

А. Б. КУРЖАНСКИЙ (ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва)

## А. А. УСОВА (ИММ УрО РАН, Екатеринбург)

# ГРУППОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ КОМАНДОЙ РОБОТОВ

В работе рассматривается задача группового управления командой роботов, представляющих собой динамические системы, которые описываются уравнениям Эйлера–Лагранжа. Управление робототехническими системами строится таким образом, чтобы к заданному моменту времени привести команду на целевое множество, при этом движение системы стеснено условиями наличия внешних препятствий и требованиями к отсутствию внутригрупповых соударений. Решение опирается на методы динамического построения эллиптических трубок, учитывающих существование внешних препятствий, и алгоритм управления центрами и основными осями эллиптических тел.

**Введение.** Существует немало работ, посвященных управлению набором взаимосвязанных динамических систем, в частности широко изучены задачи управления, связанные с вопросами устойчивости сложных систем (см., например, [1, 2, 3, 4, 5]). Однако эти задачи не накладывают ограничений на временной диапазон сходимости, предлагая методы, зачастую гарантирующие выполнение неких асимптотических свойств решений. При этом на практике временной интервал всегда конечен, поэтому данная работа, применяя методы группового управления (см. [6, 7, 8, 9]), решает задачу управления командой роботов для вывода их к моменту времени на компактное целевое множество.

Итак, рассматривается группа из N робототехнических систем  $\Sigma_i$  (i = 1, ..., N), подчиняющихся динамике Эйлера–Лагранжа:

$$\boldsymbol{M}_{i}(\boldsymbol{x}^{(i)}) \ddot{\boldsymbol{x}}^{(i)} + \boldsymbol{C}_{i}(\boldsymbol{x}^{(i)}, \dot{\boldsymbol{x}}^{(i)}) \dot{\boldsymbol{x}}^{(i)} + \boldsymbol{G}_{i}(\boldsymbol{x}^{(i)}) = \boldsymbol{u}^{(i)}, \ i = 1, \dots, N,$$
(1)

где  $x^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^n$  – координаты положения робота (схвата),  $M_i(x^{(i)})$  – матрица инерции, которая является положительно определенной,  $C_i(x^{(i)}, \dot{x}^{(i)})$  – матрица, учитывающая центробежные и кориолисовые силы, а  $G_i(x^{(i)})$  – вектор влияния гравитационных сил. Параметр  $u^{(i)} \in \mathbb{P} \subset \mathbb{R}^p$  ( $\mathbb{P}$  – компакт) есть входной параметр для системы (1). В условиях, когда все параметры системы известны точно, линеаризация системы может быть осуществлена путем устранения ее нелинейностей, а именно за счет подстановки в систему (1) следующего выражения (Inverse Dynamic Control Algorithm [10]):

 $u^{(i)} = M_i(x^{(i)}) (A_i(t)x^{(i)} + C_i(t)\dot{x}^{(i)} + B_i(t)u^{(i)}) + C_i(x^{(i)}, \dot{x}^{(i)}) \dot{x}^{(i)} + G_i(x^{(i)})_{\rho}$  (2) в котором матрицы  $A_i(t), C_i(t)$  и  $B_i(t)$  таковы, что в рамках условия  $u^{(i)} \in \mathbb{P}$ , где  $\mathbb{P}$  – компактное множество, полученная система

$$\ddot{x}^{(i)} = A_i(t)x^{(i)} + C_i(t)\dot{x}^{(i)} + B_i(t)u^{(i)}$$
(3)

вполне управляема. Например, матрицы  $A_i(t)$  и  $C_i(t)$  могут быть выбраны постоянными положительно определенными матрицами (i = 1, 2, ..., N). Далее будем работать с системами (3), которые могут быть переписаны в виде системы первого порядка, где переменной величиной является вектор полного состояния системы  $\mathbf{x}^{(i)} = (\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(i)})^{\mathsf{T}}$ :

$$\ddot{\boldsymbol{x}}^{(t)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mathbb{O}} & \boldsymbol{\mathbb{I}} \\ A_i(t) & C_i(t) \end{pmatrix} \boldsymbol{x}^{(t)} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mathbb{O}} \\ B_i(t) \end{pmatrix} \boldsymbol{u}^{(t)}, \ i = 1, \dots, N.$$
(4)

Системы связаны между собой по входно-выходным параметрам. В частности, для реализации движения группы роботов без соударений друг с другом каждый робот должен получать на вход положение (и/или скорость) и, соответственно передавать аналогичную информацию остальным членам группы. Поэтому входной параметр  $u^{(i)}$  для *i*-й подсистемы содержит (учитывает) информацию о положении (или о полном состоянии) членов команды.

В текущей работе описывается подход к решению задачи достижения целевого множества  $\mathcal{M}$  группой роботов  $\Sigma_i$  (i = 1, ..., N) за конечный промежуток времени  $t \in [t_0, \theta]$   $(t_0 \leq \theta < +\infty)$  при наличии внешних препятствий и в отсутствие внешних и внутренних соударений между членами команды. Задача и алгоритм ее решения. Будем предполагать, что команды составлены из однотипных робототехнических систем (4). Каждый *j*-й объект в группе имеет свое рабочее пространство, которое можно аппроксимировать шаром радиуса  $r, \mathcal{B}_r^j[t] = \mathcal{B}_r(x^{(j)}(t)) = \mathcal{B}_r(0) + x^{(j)}(t)$ , где  $\mathcal{B}_r(q^0) = \{q: (q - q^0)^\top (q - q^0) \le r^2\}, (j = 1, 2, ..., N)$ . Введенные шары играют роль «зоны безопасности», которую необходимо учитывать для реализации движения без внутригрупповых соударений. В этой связи необходимо определять расстояние между двумя шарами радиуса r:

$$\begin{split} D_{ij}[t] &= \min\{ \left\| q^{(j)} - q^{(i)} \right\| : q^{(j)} \in \mathcal{B}_r^j[t], \ q^{(i)} \in \mathcal{B}_r^i[t] \} = \max\{0, \ \left\| x^{(j)}(t) - x^{(i)}(t) \right\| - 2r \}, \\ \text{где } i, j = l, 2, ..., N, \ (i \neq j). \end{split}$$

Таким образом, на движение команды робототехнических систем накладываются следующие требования:

- 1) избежание внутригрупповых контактов, что можно формализовать как  $D_{ij}[t] \ge 0$ , *i*, *j*=1, 2, ..., *N*, (*i*  $\neq$  *j*);
- обеспечить минимально возможное расстояние между «зонами безопасности» членов группы;
- 3) все «зоны безопасности» включенных в группу объектов можно объединить в *виртуальный контейнер* Q[t] минимального размера. При этом виртуальный контейнер Q[t] можно аппроксимировать эллипсоидальным телом (см. [8, 9]) следующей структуры:  $Q[t] = Q(q(t), Q(t)) = \{x : (x - q(t))^{\top} Q^{-1}(t) (x - q(t)) \le 1\}$ . Центр эллипсоида расположен в точке  $q(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ , а его конфигурация (основные оси) задается положительно определенной матрицей  $Q(t) = Q^{\top}(t) > 0$ .

Полное состояние всех объектов группы обозначим символом X, где первые nN элементов содержат информацию о положении каждого робота, а последующие nN компонент – об их скоростях. В свете введенной формализации задачу о достижении командой роботов целевого множества M можно сформулировать следующим образом.

Задача управления. Необходимо построить такой алгоритм управления и, который:

*i*. приводит команду роботов в момент времени **в** целевое множество **М**:

 $X_{s}[t_{0}] \to X_{s}[\theta] \subset \mathcal{M} + \varepsilon \mathcal{B}_{r}(0);$ 

- *ii.* обеспечит отсутствие внутригрупповых соударений  $D_{ij}[t] \ge 0$ ,  $\forall t \in [t_0, \theta]$ , *i*, *j*=1, 2, ..., N,  $(i \neq j)$ ;
- *iii.* гарантирует бесконтактное движение эллипсоидального тела с внешними препятствиями *E*<sub>*k*</sub>:

 $E_k \cap Q[t] = \emptyset, \ \forall \ t \in [t_0, \theta], \qquad k = 1, 2, \dots, K.$ 

Идея решения задачи состоит в построении такой траектории движения эллипсоида, включающего в себя все элементы команды роботов, чтобы перевести его (эллипсоид) из начального положения  $Q[t_0]$  в конечное положение  $Q[t] \subset M$ . Для выполнения требований (*ii*) и (*iii*) задачи управления при движении эллипсоида может потребоваться изменение не только его центра, но и конфигурации. При этом напомним, что конфигурация определяется матрицей Q(t) и зависит от положения  $E_{\mathbf{k}}$  (k = 1, 2, ..., K) внешних препятствий и «зон безопасности», то есть шаров радиуса r, объектов группы.

Для реализации движения центра эллипсоида в обход препятствий можно построить эталонную траекторию  $q_{ref}(t)$  и применить к системе (4) алгоритм управления, обеспечивающий следование эллипсоидального тела траектории  $q_{ref}(t)$ . Учет расстояния до препятствий осуществляется для того, чтобы выбрать такую конфигурацию эллипсоида в каждый момент времени, которая гарантирует бесконтактное прохождение этих препятствий. Этого можно достигнуть несколькими способами (см. [6, 7]).

Изменение конфигурации эллипсоида Q[t] осуществляется двумя линейными преобразованиями: поворотом главных осей  $R(t,t_0)$  (рис. 1) и/или растяжением/сжатием S(t) вдоль них (рис. 2). Поворот главных осей осуществляется при помощи ортогонального преобразования, а второе преобразование описывается диагональной матрицей с положительными элементами  $\sigma_{tt}(t)$  на главной диагонали (i = 1, 2, ..., n). Следовательно, конфигурация эллипсоидального тела в каждый момент времени задается матрицей  $Q(t) = T^{T}(t)Q(t_0)T^{T}(t)$ , где  $T(t) = S(t)R(t,t_0)$  есть матрица преобразования, учитывающая как поворот, так и сжатие/растяжение главных осей.



Рис. 1. Преобразование эллипсоида: поворот главных осей





Рис. 2. Преобразование эллипсоида: растяжение/сжатие

Пример. Рассмотрим движение эллипсоидального тела в **R**<sup>3</sup>. В условиях наличия препятствий в каждый момент времени может осуществляться сжатие эллипсоида путем умножения собственных значений матрицы конфигурации на некий коэффициент  $\tau_{ii}(t)$ , то есть диагональная матрица S(t) состоит ИЗ элементов  $\sigma_{ii}(t) = \tau_{ii}(t)\sigma_{ii}(t_0) \ (i = 1, 2, ..., n),$ стоящих на ее главной диагонали. Матрица поворота  $R(t, t_0)$  в момент времени t определяется так, что первая главная ось  $e_1(t)$  эллипсоида сов-

Рис. 3. Преобразование эллипсоида вдоль эталонной траектории

падает с направлением движения  $\dot{q}_{ref}(t)$  центра эллипсоидального тела вдоль эталонной траектории  $q_{ref}(t)$ , ортогональная ей ось  $e_2(t)$  есть вектор  $dist(E_l, E_k)$ , вдоль которого в данный момент времени измеряется расстояние между ближайшими препятствиями  $E_l$ ,  $E_k$ , а третья ось  $e_3(t)$  достраивается единственным образом до ортогонального базиса в  $\mathbb{R}^3$  (см. рис. 3).

Второй метод опирается на построение стратегий v(t) и V(t), которые определяют движение центра эллипсоида и изменение его матрицы конфигурации. При этом движение центра задается, как и прежде, эталонной траекторией  $q_{ref}(t)$ , а конфигурация корректируется существующими препятствиями. Каждое из управлений удовлетворяет следующим ограничениям:  $v \in \mathbb{P}_v = \{v \in \mathbb{R}^p : v^{\mathsf{T}}v \leq v_q^2(t)\}, \quad V \in \mathbb{P}_v = \{V \in \mathbb{R}^{p \times p} : tr (V^{\mathsf{T}}V) \leq v_Q^2(t)\}.$ 

Что касается целевого множества  $\mathcal{M}$ , на которое в момент времени  $\theta$  управления (v, v) должны вывести эллипсоидальное тело  $Q(\theta)$ , то для данного способа решения его удобно представить в виде эллипсоида с центром  $m_{\theta}$  и матрицей конфигурации  $M_{\theta}$ ,  $\mathcal{M} = Q(m_{\theta}, M_{\theta})$ .

Выбирая закон управления движением центра q(t) эллипсоида Q[t], который объединяет однотипные объекты команды роботов, подчиняющихся уравнению (3), в виде  $v(t) = \dot{q}(t) \equiv \dot{q}_{ref}(t)$ , получим систему

$$\begin{cases} \ddot{q}(t) = A(t)q(t) + C(t)v \\ \dot{Q}(t) = T(t)Q(t) + Q(t)T^{\mathsf{T}}(t) + B(t)VB^{\mathsf{T}}(t), \end{cases}$$
(5)

где  $t \in [t_0, \theta], q(t) \in \mathbb{R}^n, Q(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , матрица T(t) выбирается диагонального вида.

Решение системы (5) может быть найдено при помощи уравнения Гамильтона–Якоби– Беллмана следующего вида [7]:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + \min_{\substack{\mathcal{V} \in \mathcal{P}_{\mathcal{V}} \\ \mathcal{V} \in \mathcal{P}_{\mathcal{V}}}} \left\{ \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial q} \right)^{\mathsf{T}} \dot{q} + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial Q} \right)^{\mathsf{T}} \dot{Q} \right\} + \sum_{k=1}^{K} \left( \varepsilon^{2} - D^{2} \left( E_{k}[t], \mathcal{Q}(t) \right) \right)_{+} = 0,$$

решение которого должно удовлетворять граничным условиям  $\mathcal{V}(\theta, \mathcal{Q}[\theta]) = H_+(\mathcal{Q}[\theta], \mathcal{M})$ , где  $\mathcal{V}(\cdot) - \phi$ ункция цены:

 $\mathcal{V}(t_0, \mathcal{Q}_0) = \min_{\substack{v \in \mathbb{P}_v \\ v \in \mathbb{P}_v}} \{H_+(\mathcal{Q}[\theta], \mathcal{M})\}.$ 

Пара (q(t), Q(t)) удовлетворяет системе (5), в конечный момент времени  $t = \theta$  попадает в целевое множество  $Q[\theta] \subseteq \mathcal{M} + \varepsilon \mathcal{B}_{p}(0)$  и отвечает условию (*iii*) задачи управления, а также начальным данным  $Q[t_0] = Q_0$ .

Заключение. В работе предложена адаптация методов группового управления к движению команды однотипных робототехнических систем. Рассмотрен подход, позволяющий через построение эллипсоидальных тел, осуществлять движение всей команды с учетом возможных внешних препятствий и условием отсутствия внутригрупповых соударений с целью выведения всей команды на целевое множество в определенный (конечный) момент времени. Решение поставленной задачи можно конструировать двумя изложенными способами, первый из которых опирается на геометрический подход, а второй – на теорию уравнений Гамильтона–Якоби– Беллмана. В дальнейшем планируется получить численные реализации полученных методик решения задачи.

Исследование Усовой А.А. поддержано грантом Российского научного фонда № 19-11-00105, https://rscf.ru/project/19-11-00105/.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Willems, J.C., Dissipative dynamic systems. European Journal of Control, 2007, 13(2-3).
- Hill, D.J., Moylan, P.J., Connections between finite-gain and asymptotic stability, IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25, pp. 931–936.
- Willems, J.C., Takaba, K., Dissipativity and stability of interconnections, International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2007, 17(5–6), pp. 563–586.
- 4. Teel, A.R., Georgiou, T.T., Praly, L., Sontag, E.D., Input-output stability, W.S. Levine (ed.), The Control Handbook, CRC Press, Boca Raton, FL, 2nd edition, 2011, vol. 2, chapter 44, pp. 1–23.
- 5. Usova, A.A., Polushin, I.G., Patel, R.V., Scattering-based stabilization of complex interconnections of (Q,S,R)dissipative systems with time delays, IEEE Control Systems Letters, 3(2), 2019, pp. 368–373. doi: 10.1109/LCSYS.2018.2881150.
- 6. Kurzhanski, A., Varaiya, P., On synthesizing team target controls under obstacles and collision avoidance, Journal of the Franklin Institute, 2010, 347(1), pp. 130–145.
- 7. Kurzhanski, A., Varaiya, P., Dynamics and Control of Trajectory Tubes, Birkhauser, Boston, 2014.
- 8. Kurzhanski, A., Varaiya, P., Ellipsoidal technique for reachability analysis Part I: external approximations, Optimization methods and software, 17(2), 2002, pp. 177–206.
- 9. Kurzhanski, A., Varaiya, P., Ellipsoidal technique for reachability analysis Part II: internal approximations, Optimization methods and software, 17(2), 2002, pp. 207–237.
- 10. Craig, J.J., Introduction To Robotics: Mechanics And Control, 3 Ed., Pearson Education, 2009, 408 p.

# A.B. Kurzhanski (MSU, Moscow), A.A. Usova (IMM UbRAS, Yekaterinburg) Group control of a team of robotic systems

The paper investigates the problem of group control of a team of robots. Each robot is a dynamic system that are described by the Euler-Lagrange equations. The control of robotic systems is aimed at achieving a given target set by a command of robots at a fixed time instant, meanwhile the movement of the system is constrained by the conditions of the presence of external obstacles and the requirements for the absence of intragroup collisions. The solution is based on the methods of dynamic construction of elliptical tubes, which take into account the existence of external obstacles, and the algorithm for controlling the centers and major axes of ellipsoidal bodies.

#### Т. Н. СИРАЯ

(АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

# ПОКАЗАТЕЛИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСШИРЕННЫЕ МОДЕЛИ ДАННЫХ

Рассматриваются актуальные вопросы расширения моделей данных с целью получения эффективных оценок параметров и достоверного оценивания показателей точности. Приведены основные принципы и направления расширения моделей данных. Решение этих задач показано на практически важных примерах – оценивании параметров распределения по выборке и построении функциональных зависимостей.

**Введение.** Разнообразие измерительных задач в навигационном приборостроении, а также повышение требований к точности измерений обусловливают необходимость оценивания и сопоставления различных показателей точности измерений.

Особенностью измерений при создании и испытаниях навигационной аппаратуры является необходимость обеспечивать весьма высокие точности, близкие к эталонному уровню, в сложных условиях измерений. При аттестации испытательного оборудования, используемого при испытаниях навигационной аппаратуры, также возникают сложные измерительные задачи с высокими требованиями к точности. Все это требует корректного оценивания показателей точности измерений.

Эффективное решение указанных задач возможно лишь при использовании адекватных моделей данных. Если модель данных неадекватна, то не обеспечивается требуемая точность результатов измерений, но самое главное – получаются ошибочные оценки погрешностей измерений [1, 2]. В этом случае создается неправильное представление о качестве результатов измерений, что может приводить к неверным выводам при контроле аппаратуры.

На практике реальные данные не всегда соответствуют классическим моделям (или их соответствие трудно проверить); поэтому для обработки данных и оценивания точности результатов целесообразно переходить к расширенным моделям данных и использовать соответствующие методы обработки [1, 3, 4].

В докладе рассматриваются актуальные вопросы расширения моделей данных и оценивания показателей точности, в том числе принципы и направления расширения моделей и методы оценивания на их основе. Реализация методов показана на примерах практически важных задач обработки данных, включая оценивание параметров распределения в классической модели выборки и построение функциональных зависимостей.

Основные принципы и направления расширения моделей при обработке данных. Полную схему действий по обработке данных можно представить следующим образом [5]:

- а) сформировать исходную модель данных на основе постановки задачи и предыдущего опыта ее решения;
- б) проанализировать полученные данные на соответствие принятой модели, учитывая сведения о погрешностях средств измерений, при необходимости – уточнить модель;
- в) выбрать или уточнить алгоритм обработки данных;
- г) выполнить вычисления согласно алгоритму, включая оценки погрешностей результатов;
- д) провести итоговый анализ результатов, включая проверку соответствия принятой модели.

Обычно на практике реализуют схему не в полном объеме, считая, что подготовительные операции выполнены при разработке методик измерений или контроля. Однако, как показывает практика, небольшие, обычно незаметные отклонения от исходных моделей встречаются достаточно часто и приводят не только к снижению точности оценок, но и к значительным искажениям в оценках их погрешностей.

Поэтому в прикладной статистике рекомендуется использовать на практике методы обработки, основанные на расширенных моделях данных [3, 4]. Разумеется, в настоящее время разработаны методы проверки адекватности моделей для различных задач [1, 2], но в них также используют расширенные модели, учитывающие отклонения от исходных моделей. **Принципы расширения моделей при обработке данных.** Конкретные способы расширения моделей зависят от вида задачи обработки данных, однако прослеживаются общие условия и принципы формирования расширенной модели:

- преемственность вид и параметризация исходной модели сохраняются, но в нее вводятся дополнительные размерности (с аналогичной параметризацией);
- *непрерывность* дополнительные параметры должны отражать «степень» расширения модели, то есть расширение может быть малым или значительным;
- *измеримость* вводятся характеристики оценок, отражающие зависимость их погрешностей от «степени» отклонений данных от исходных моделей (в расширенной модели);
- конструктивность в расширенной модели можно получить оценки требуемых параметров, которые состоятельны и слабо зависят от нарушений исходной модели;
- *сопоставимость* можно оценить и сопоставить погрешности результатов, полученных в рамках расширенной модели и в предположении исходной модели.

Далее реализация этих принципов показана на примерах практически важных задач обработки данных.

**Оценивание параметров в классической модели выборки.** При оценивании постоянного параметра Q по выборке  $\{x_i = Q + w_i, i = 1...n\}$  чаще всего используют среднее арифметическое данных  $\overline{x}$ . Оценка  $\overline{x}$  оптимальна при гауссовском распределении погрешностей  $w_i$ , но быстро теряет оптимальность при отклонениях от него.

Более распространенным оказывается случай, когда распределение данных известно лишь приближенно. Тогда целесообразно перейти к расширенной модели, например *засоренного гауссовского распределения*, которое имеет плотность вида

$$P_{\varepsilon}(x) = (1 - \varepsilon)\phi(x) + \varepsilon h(x),$$

где є – уровень засорения;  $\varphi(x)$  – плотность гауссовского распределения; h(x) – плотность произвольного распределения. Тогда за результат измерения принимается усеченное среднее  $\overline{x}(\alpha)$ , получаемое после отбрасывания в упорядоченной выборке  $x'_1 \le ... \le x'_n$  первых  $k = [n\alpha]$  и последних k членов ( $\alpha$  – доля усечения) и усреднения остальных данных. Долю усечения  $\alpha$  выбирают в зависимости от уровня засорения:  $\alpha \ge \varepsilon$ . При небольшом уровне засорения рекомендуется принимать  $\alpha = 0,05$ ; при среднем –  $\alpha = 0,10$ ; при значительном –  $\alpha = 0,25$ .

Это простейший пример устойчивой оценки; имеется также много других оценок [1, 3]. Если распределение данных не удается определить приближенно, то целесообразно использовать непараметрические оценки, которые не зависят от вида распределения и основаны на упорядоченной выборке  $x'_i \leq ... \leq x'_n$ . Наиболее распространенной оценкой является выборочная медиана, которая определяется как центральный элемент в упорядоченной выборке.

На этом простом, но распространенном на практике примере ясно прослеживаются основные черты процедуры расширения моделей. При этом параметр  $\varepsilon$  характеризует степень отклонения модели от исходной (гауссовской), а параметр  $\alpha$  отражает свойства оценки (степень ее зависимости от возможных отклонений).

В докладе приводится краткая таблица эффективности ряда устойчивых оценок в сопоставлении с классической оценкой  $\overline{x}$ .

**Построение функциональных зависимостей.** Задачи построения функциональных зависимостей (ФЗ) по экспериментальным данным часто встречаются, например, при определении калибровочных характеристик устройств, при разработке методик измерений и контроля. Качество эмпирической ФЗ существенно влияет на точность измерений или достоверность контроля, что обусловливает значимость выбора алгоритмов построения и оценивания погрешностей ФЗ.

Традиционно при построении ФЗ основными являются регрессионные методы, прежде всего классический метод наименьших квадратов (МНК) [1, 4], который дает оптимальные оценки в случае строгой регрессионной модели (при точно заданных входных величинах  $X_i$ ). При нарушении этого условия МНК-оценки несостоятельны, поэтому для получения состоятельных оценок необходимо использовать расширенные конфлюентные модели и алгоритмы [1, 4].

При построении ФЗ  $Y = f(X) = f(X, a_1, ..., a_k)$ , где X и Y – входные и выходные величины,  $a_l$  – параметры, используется набор экспериментальных данных: { $x_{ij}, y_{ij}, i=1...n, j=1...m_i$ }.

Исходной является классическая регрессионная модель данных:

$$\Omega(R_0) = \{x_{ij} = X_i, y_{ij} = f(X_i) + \xi_{ij}, i = 1...n, j = 1...m_i\}$$

где  $X_i$  и  $Y_i = f(X_i)$  – истинные значения величин;  $\xi_{ij}$  – погрешности выходных величин  $y_{ij}$ .

Однако в общем случае имеются также погрешности входных величин *x*<sub>*ij*</sub>, то есть получается общая конфлюентная модель:

$$\Omega(C_0) = \{x_{ij} = X_i + \eta_{ij}, y_{ij} = f(X_i) + \xi_{ij}, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m_i\}.$$

В условиях общей модели  $\Omega(C_0)$  классические МНК-оценки несостоятельны (имеют асимптотические смещения). Необходимо построить конструктивные расширения регрессионной модели  $\Omega(C_p)$ , которые позволяют получать состоятельные оценки. Они основаны на дополнительной информации о данных, которая часто доступна на практике. Далее приводятся некоторые варианты конфлюентных моделей [1]:

- а) для входной и выходной величин выполняют многократные наблюдения, позволяющие оценить дисперсии погрешностей, D(ξ) и D(η);
- б) известна оценка дисперсии погрешностей одной из переменных, D(ξ) или D(η) (задана априори или оценена в независимой серии экспериментов);
- в) известно отношение дисперсий погрешностей переменных: λ = D(ξ)/D(η) (задано априори или оценено в независимой серии экспериментов);
- г) известен (задан априори или следует из физических условий опыта) порядок возрастания значений аргумента X<sub>i</sub>.

Кроме того, для некоторых классов ФЗ (например, для линейных ФЗ) конфлюентные модели можно получить на основе планируемого эксперимента [1, 4].

Выше описано одно из направлений расширения регрессионной модели, но возможны и другие – на основе робастного или непараметрического подхода, которые также приводят к корректным расширениям моделей. Такие расширения исходной модели позволяют получать эффективные эмпирические ФЗ и оценивать их погрешности.

В докладе приводится краткая таблица эффективности ряда конфлюентных оценок линейных ФЗ в сопоставлении с классической оценкой МНК.

*Расширение модели для обоснования оценок точности.* Методология расширения моделей полезна также при обосновании оценок точности измерений. В качестве примера можно привести вариацию Аллана (ВА), которая широко используется на практике [6].

ВА была введена и успешно используется как характеристика точности (нестабильности) для стационарных, а в особенности для ряда нестационарных моделей данных (винеровских и 1/*f*-шумов). Однако отсутствие базовой модели и формального определения ВА затрудняет интерпретацию получаемых результатов [5].

Для обоснования ВА следует расширить стационарную модель и перейти к процессам со стационарными приращениями [7], тогда ВА оказывается оценкой структурной функции [8]:

$$S(\tau) = M[X(t+\tau) - X(t)]^2$$

На основе такой модели можно объяснить свойства ВА и ее взаимосвязи с дисперсией, а также уточнить область ее применения.

### Выводы и рекомендации

1. Для получения эффективных оценок параметров и достоверного оценивания показателей точности целесообразно использовать расширенные модели данных, которые позволяют учитывать возможные отклонения реальных данных от исходных (классических) моделей.

2. Приведенные основные принципы расширения моделей отражают особенности получения моделей данных, полезных для практики. В рамках расширенных моделей можно контролировать отклонения данных от исходных моделей, оценивать погрешности получаемых оценок и сопоставлять их с классическими оценками.

3. Решение задач продемонстрировано на примерах практически важных задач обработки данных, включая оценивание параметров по выборке и построение эмпирических функциональных зависимостей.

4. Отмечена возможность использования расширенных моделей для обоснования новых показателей точности (на примере вариации Аллана).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лячнев В.В., Довбета Л.И., Сирая Т.Н. Метрологические основы теории измерительных процедур / под ред. В.В. Лячнева. СПб.: Элмор, 2011. 416 с.
- 2. Грановский В.А., Сирая Т. Н. Проблема адекватности моделей в измерениях // Датчики и системы, 2007, №10. С. 52-62.
- 3. Шуленин В.Н. Робастные методы математической статистики. Томск: Изд-во НТЛ, 2016. 260 с.
- 4. Айвазян С.А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: ЮНИТИ, 1998. 1022 с.
- 5. Сирая Т.Н. Методы обработки данных при измерениях и метрологические модели // Измерительная техника. 2018. №1. С. 3–12.
- 6. Аллан Д.У. Вариации Аллана: история создания, преимущества и недостатки, основные области применения // Гироскопия и навигация. 2015. № 4 (91). С. 3–20.
- 7. Yaglom, A.M., Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions, 1987, vol. 1, 2, Springer-Verlag, New York.
- 8. Сирая Т.Н. Статистическая интерпретация вариации Аллана как характеристики измерительных и навигационных систем // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 1. С. 3–18.

#### T.N. Siraya (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint-Petersburg) Accuracy indices of measurements and extension of data models

Topical issues related to extension of data models are considered. The basic principles and ways of model extension are outlined. Some specific cases of model extension are considered, including parameter estimation by random sample and construction of empirical functions.

#### К. А. РЫБАКОВ (Московский авиационный институт, Москва)

# О ВАРИАЦИИ АЛЛАНА ДЛЯ САМОПОДОБНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

В докладе рассматриваются самоподобные случайные процессы, устанавливается их связь с вариацией Аллана. Основное внимание уделено дробному броуновскому движению и дробному белому шуму. В качестве примера найдена вариация Аллана для суммы дробного броуновского движения и дробного белого шума.

**Введение.** Одним из подходов к идентификации математической модели случайного процесса является метод вариации Аллана [1–8]. Основные сферы его применения находятся в области измерений времени и частоты, а также в области навигационного приборостроения. Метод вариации Аллана применяется для выделения типовых составляющих шумов, которые стандартизованы и включают пять базисных случайных процессов: случайный наклон (тренд угловой скорости), винеровский процесс (случайное блуждание угловой скорости), фликкершум (нестабильность нуля), белый шум (случайное блуждание угла или белый шум угловой скорости), шум квантования (белый шум угла). Но, как отмечено в [7], целесообразно изучать и другие возможные составляющие шумов, там же предложены различные случайные процессы в контексте метода вариации Аллана. В этом докладе рассмотрены некоторые самоподобные случайные процессы и установлена их связь с вариацией Аллана.

Самоподобные случайные процессы. Случайный процесс X(t),  $t \ge 0$ , называется самоподобным (автомодельным, фрактальным) [9], если для любого a > 0 найдется такое b > 0, что Law(X(at)) = Law(bX(t)),

где Law(·) означает закон распределения. Для самоподобных случайных процессов изменение шкалы времени  $t \rightarrow at$  эквивалентно изменению фазовой шкалы  $x \rightarrow bx$ . При дополнительном условии  $b = a^H$  получаем

$$Law(X(at)) = Law(a^H X(t)),$$

где константа H называется показателем Хёрста, а 1/H - фрактальной размерностью случайного процесса <math>X(t). Моментные функции *n*-го порядка самоподобного случайного процесса X(t) -это однородные функции степени *nH*. Например, для математического ожидания и ковариационной функции имеем

$$m_{X}(at) = a^{H}m_{X}(t), \quad R_{X}(at, as) = a^{2H}R_{X}(t, s), \quad t, s \ge 0.$$

Типичный пример самоподобного случайного процесса – винеровский процесс W(t) (броуновское движение): Law(W(at)) = Law( $\sqrt{a} W(t)$ ), для него показатель Хёрста H = 1/2. Его обобщает дробное броуновское движение  $B_H(t)$  с показателем Хёрста  $H \in (0,1]$  – центрированный гауссовский случайный процесс с ковариационной функцией

$$R_{B_{H}}(t,s) = \frac{1}{2}(t^{2H} + s^{2H} - |t-s|^{2H}).$$

Функция такого вида появилась в [10], а позже как ковариационная функция случайного процесса  $B_H(t) - B$  [11]. Винеровский процесс  $W(t) - частный случай процесса <math>B_H(t)$  при H = 1/2:  $R_W(t,s) = R_{B_{L2}}(t,s) = \min\{t,s\}.$ 

Другие примеры самоподобных случайных процессов: субдробное броуновское движение  $\tilde{B}_{H}(t)$  – центрированный гауссовский случайный процесс с ковариационной функцией [12]

$$R_{\tilde{B}_{H}}(t,s) = t^{2H} + s^{2H} - \frac{1}{2} \Big( (t+s)^{2H} + |t-s|^{2H}) \Big),$$

а также обобщенное субдробное и бидробное броуновские движения  $\hat{B}_{H,K}(t)$  и  $\hat{B}_{H,K}(t)$  – центрированные гауссовские случайные процессы с ковариационными функциями [12, 13]

$$R_{_{\bar{B}_{H,K}}}(t,s) = (t^{^{2H}} + s^{^{2H}})^{K} - \frac{1}{2} ((t+s)^{^{2HK}} + |t-s|^{^{2HK}})), \quad K \in [1,2);$$
$$R_{_{\bar{B}_{H,K}}}(t,s) = \frac{1}{2^{K}} [(t^{^{2H}} + s^{^{2H}})^{K} - |t-s|^{^{2HK}}], \quad K \in (0,1].$$

Вариация Аллана. Вариацией Аллана называется следующая статистика [2, 4, 6]:

$$\sigma_{\mathrm{A}}^{2}(\tau) = \frac{1}{2} \left\langle \left( \overline{X}_{i+1}(\tau) - \overline{X}_{i}(\tau) \right)^{2} \right\rangle,$$

где  $\langle \cdot \rangle$  означает среднее по ансамблю, а  $\overline{X}_{i+1}(\tau)$  – среднее по времени на интервале  $(i\tau,(i+1)\tau)$ :

$$\overline{X}_{i+1}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{i\tau}^{(i+1)\tau} X(s) ds, \quad \tau > 0.$$

Для самоподобного случайного процесса *X*(*t*) с показателем Хёрста *H* ковариационная функция – это однородная функция степени 2*H*. Поэтому ковариационная функция случайного процесса

$$Y(t) = \int_{0}^{t} X(s) ds$$

также однородная, но степени 2H + 2. Отсюда следует, что статистика  $\sigma_A^2(\tau)$  – однородная функция степени 2H и для самоподобных случайных процессов она представляется в виде  $\sigma_A^2(\tau) = C\tau^{2H}$ , C > 0,

а девиация Аллана  $\sigma_A(\tau) = \sqrt{C} \tau^H$  – однородная функция степени *H*. Если построить график  $\sigma_A^2$ ( $\tau$ ) в логарифмическом масштабе, то получится прямая с угловым коэффициентом 2*H*. График  $\sigma_A(\tau)$  в таком же масштабе – прямая с угловым коэффициентом *H*.

Рассматривая задачу идентификации математической модели случайного процесса с помощью вариации Аллана  $\sigma_A^2(\tau)$ , обычно выделяют пять базисных процессов, которым соответствуют следующие угловые коэффициенты прямых (графиков  $\sigma_A(\tau)$  в логарифмическом масштабе): H = 1, 1/2, 0, -1/2, -1 (их наименования в соответствующем порядке перечислены во введении). Но можно рассматривать и непрерывное множество значений H. Так, значениям  $H \in (0,1]$  соответствует дробное броуновское движение  $B_H(t)$  с показателем Хёрста H, так как вариация и девиация Аллана для дробного броуновского движения имеют вид

$$\sigma_{\mathrm{A}}^{2}(\tau) = C_{H}\tau^{2H}, \quad \sigma_{\mathrm{A}}(\tau) = \sqrt{C_{H}}\tau^{H}, \quad C_{H} > 0,$$

в частности значение H = 1/2 отвечает винеровскому процессу. Например, в [1] упомянуты результаты наблюдений, соответствующие значению H = 2/3.

Для интеграла от случайного процесса X(t) степень однородности функций  $\sigma_A^2(\tau)$  и  $\sigma_A(\tau)$  увеличивается на 2 и 1 соответственно, а для производной – уменьшается на те же величины (отметим, что в [1] интегрирование и дифференцирование случайных процессов рассматриваются в терминах спектральных плотностей на основе свойств преобразования Фурье).

Траектории дробного броуновского движения не являются дифференцируемыми в обычном смысле. Но в обобщенном смысле получается дробный белый шум (обобщенный случайный процесс). Так как для производной случайного процесса X(t) степень однородности функций  $\sigma_A^2(\tau)$  и  $\sigma_A(\tau)$  уменьшается на 2 и 1 соответственно, получаем вариацию и девиацию Аллана для дробного белого шума:

$$\sigma_{\rm A}^2(\tau) = C'_H \tau^{2H-2}, \ \ \sigma_{\rm A}(\tau) = \sqrt{C'_H} \tau^{H-1}, \ \ C'_H > 0.$$

Для таких случайных процессов угловой коэффициент прямой (графика  $\sigma_A(\tau)$  в логарифмическом масштабе) равен H - 1. Например, для гауссовского белого шума получаем H - 1 = -1/2.

Если для некоторого случайного процесса по результатам оценивания вариации Аллана найден постоянный угловой коэффициент H для графика  $\sigma_A(\tau)$ , то фактически это не более чем параметр ковариационной функции (половина степени однородности), т.е. отличить дробное броуновское движение от субдробного вряд ли возможно. Если на графике есть несколько участков с постоянными наклонами, то это может указывать на сумму случайных процессов, для каждого из которых ковариационная функция является однородной.

Для автоматизированного вывода вариации Аллана в системе компьютерной математики Mathcad разработана программа на основе приведенных выше формул, использующая возможности символьного процессора. В качестве примера с ее помощью найдена вариация Аллана для дробного броуновского движения с параметром H = 2/3:

$$\sigma_{\rm A}^2(\tau) = \frac{18\sqrt[3]{2}-9}{35}\tau^{\frac{4}{3}},$$

а также для дробного белого шума – производной дробного броуновского движения с параметром H = 1/3:

$$\sigma_{\rm A}^2(\tau) = \frac{4 - \sqrt[3]{4}}{2} \tau^{-\frac{4}{3}}$$

Для суммы указанных процессов имеем

$$\sigma_{\rm A}^2(\tau) = \frac{18\sqrt[3]{2}-9}{35}\tau^{\frac{4}{3}} + \frac{4-\sqrt[3]{4}}{2}\tau^{-\frac{4}{3}}.$$

На рис. 1 изображен график соответствующей девиации Аллана  $\sigma_A(\tau)$  для суммы двух случайных процессов: дробного броуновского



Рис. 1. График девиации Аллана для суммы двух самоподобных случайных процессов

движения с параметром H = 2/3 (угловой коэффициент H = 2/3) и дробного белого шума с параметром H = 1/3 (угловой коэффициент H - 1 = -2/3).

В заключение отметим, что такие самоподобные случайные процессы, как дробное броуновское движение и дробный белый шум, можно эффективно моделировать с применением спектральной формы математического описания [14–16].

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Allan, D.W., Statistics of atomic frequency standard, Proc. IEEE, 1966, vol. 54, no. 2, pp. 221–230.
- 2. Barnes, J.A. et al., Characterization of frequency stability, IEEE Trans. Instrum. Meas., 1971, vol. IM-20, no. 2, pp. 105-120.
- Аллан Д.У. Вариации Аллана: история создания, преимущества и недостатки, основные области применения // Гироскопия и навигация. 2015. № 4. С. 3–28.
- Степанов О.А., Челпанов И.Б., Моторин А.В. Точность оценивания постоянной составляющей погрешности датчиков и ее связь с вариацией Аллана // Гироскопия и навигация. 2016. № 4. С. 63–74.
- 5. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации: Том 2. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
- Сирая Т.Н. Статистическая интерпретация вариации Аллана как характеристики измерительных и навигационных устройств // Гироскопия и навигация. 2020. № 1. С. 3–18.
- Кробка Н.И. О топологии графиков вариации Аллана и типовых заблуждениях в интерпретации структуры шумов гироскопов // Материалы XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2015. С. 457–481.
- Газарян И.Р., Таиров А.Ю., Пономарев В.К. Использование вариации Аллана для анализа случайных погрешностей систем гироскопической стабилизации // Известия ТулГУ. Технические науки. 2019. Вып. 8. С. 143–153.
   Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: ФАЗИС, 1998.
- Колмогоров А.Н. Спираль Винера и некоторые другие интересные кривые в гильбертовом пространстве // ДАН СССР. 1940. Т. 26. С. 115–118.
- 11. Mandelbrot, B.B., Van Ness, J.W., Fractional Brownian motions, fractional noises and applications, SIAM Review. 1968, vol. 10, no. 4, pp. 422–437.
- 12. Zili, M., Generalized fractional Brownian motion, Mod. Stoch.: Theory Appl., 2017, vol. 4, no. 1, pp. 15-24.
- 13. Russo, F., Tudor, C.A., On bifractional Brownian motion, Stoch. Proc. Appl., 2006, vol. 116, no. 5, pp. 830-856.
- 14. Rybakov, K., Yushchenko, A., Spectral method for solving linear Caputo fractional stochastic differential equations, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng., 2020, vol. 927, Id 012077.
- Рыбаков К.А. Применение ортогональных разложений случайных процессов в непрерывном фильтре частиц // Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 322–324.
- Rybakov, K., Modified spectral method for optimal estimation in linear continuous-time stochastic systems, J. Phys. Conf. Ser., 2021, vol. 1864, Id 012025.

#### K.A. Rybakov (Moscow aviation institute, Moscow) On the Allan variance for self-similar stochastic processes

The report considers self-similar stochastic processes and establishes their connection with the Allan variance. The main attention is paid to both the fractional Brownian motion and the fractional white noise. As an example, the Allan variance for the sum of the fractional Brownian motion and the fractional white noise is found.

## О. С. АМОСОВ, С. Г. АМОСОВА (Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, г. Москва)

# ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ И ПАРАМЕТРОВ ДРОБНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДРОБНЫХ ФИЛЬТРОВ КАЛМАНОВСКОГО ТИПА

Рассмотрены математические модели дискретных динамических систем дробного порядка. Представлены фильтры калмановского типа дробного порядка для оценивания состояния и параметров линейных и нелинейных дискретных систем дробного порядка. Приводится иллюстрирующий пример использования фильтра Калмана дробного порядка.

**Введение.** Создание современных высокоточных систем гражданского и военного назначения требуют разработки более точных моделей динамики систем и измерений, прогнозных моделей. Это в полной мере касается систем навигации и управления движением.

Одним из способов повышения адекватности математических моделей исследуемым объектам является использование теории дробного исчисления (Fractional Calculus). В основе дробного исчисления или исчисления нецелых порядков лежат понятия производной и интеграла нецелых порядков [1–3].

При обработке навигационной информации широкое применение получили методы оптимальной фильтрации [4–6]. Наиболее известными среди алгоритмов фильтрации являются фильтры калмановского типа. При этом для оценки состояния и параметров динамических систем дробного порядка существуют различные модификации фильтров Калмана дробного порядка для линейных и нелинейных дробных динамических систем [7–9]. Учет фрактальных свойств процессов позволяет добиться успеха при создании более качественных математических моделей систем и датчиков. В частности, это улучшение для обработки навигационной информации было предложено в наших работах [10–14].

Предлагаемый доклад посвящен анализу особенностей и возможностей применения фильтров калмановского типа дробного порядка для обработки навигационной информации.

Постановка и решение задачи оценивания. В таблице приведена постановка и решение задачи оценивания с использованием математических моделей для линейных стохастических традиционной [4, 5] и дробной динамических систем. Здесь же приведен пример модели стохастической системы для оценивания скалярной последовательности  $x_i$  по линейным измерениям  $y_i$ .

Для математического описания систем дробного порядка конечная разность первого порядка  $\Delta^{1} \mathbf{x}_{i} = \mathbf{x}_{i} - \mathbf{x}_{i-1}$  обобщена на разность любого нецелого порядка  $\Delta^{\mu} \mathbf{x}_{i}$  в соответствии со следующим определением разности дробного порядка Грюнвальда–Летникова [7–9]:

$$\Delta^{\mu} \mathbf{x}_{i} = \frac{1}{h^{\mu}} \sum_{j=0}^{i} (-1)^{j} {\mu \choose j} \mathbf{x}_{i-j} = \frac{1}{h^{\mu}} \left[ \mathbf{x}_{i} - \sum_{j=1}^{i} (-1)^{j} {\mu \choose j} \mathbf{x}_{i-j} \right], \quad \mathbf{x}_{i} = h^{\mu} \Delta^{\mu} \mathbf{x}_{i} - \sum_{j=1}^{i} (-1)^{j} {\mu \choose j} \mathbf{x}_{i-j},$$

где  $\mu \in \mathbb{R}$  – порядок дробной разности,  $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел, h – интервал выборки, который принимается в дальнейшем равным 1, и i – номер отсчета, для которого вычисляется разность. Параметр  $\binom{\mu}{i}$  может быть получен из выражения

$$\binom{\mu}{j} = \begin{cases} 1 & j = 0, \\ \frac{\mu(\mu-1)\dots(\mu-j+1)}{j!} & j > 0. \end{cases}$$

В случае когда число уравнений системы равно N, а дробные порядки уравнений µ<sub>1</sub>,...,µ<sub>N</sub>,

$$\Delta^{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{x}_{i} = \mathbf{\Phi}_{di} \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_{i}, \quad \mathbf{x}_{i} = \Delta^{\boldsymbol{\gamma}} \mathbf{x}_{i} - \sum_{j=1}^{l} (-1)^{j} \boldsymbol{\gamma}_{j} \mathbf{x}_{i-j} + \mathbf{w}_{i}$$

где 
$$\gamma_j = \operatorname{diag}\left[\begin{pmatrix}\mu_1\\j\end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix}\mu_N\\j\end{pmatrix}\right]; \quad \Delta^{\gamma} \mathbf{x}_i = \left[\Delta^{\mu_1} x_{1,i} \dots \Delta^{\mu_N} x_{N,i}\right]^T.$$

	Постан	ювка задачи о	рильтрации								
	Дискретная линейная стохасти- ческая система	Обобщенна	ая дискретная линейная стохаст ного порядка	гическая система дроб-							
Уравнение для векто- ра состоя- ния	$\mathbf{x}_i = \Delta^1 \mathbf{x}_i + \mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{\Phi}_i \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_i$	$\Delta^{\gamma} \mathbf{x}_i =$	$\mathbf{x}_i = \mathbf{\Phi}_{di} \mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{w}_i, \ \mathbf{x}_i = \Delta^{\gamma} \mathbf{x}_i - \sum_{j=1}^i (-1)^j \gamma_j \mathbf{x}_{i-j}$								
	$x_i = \Delta^1 x_i + x_{i-1} = x_{i-1} + w_i$	$\Delta^{\mu_1}$	$\Delta^{\mu_1} x_i = w_i, \ x_i = \Delta^{\mu_1} x_i - \sum_{j=1}^i (-1)^j \binom{\mu_1}{j} x_{i-j}$								
Измерения	змерения $\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i$										
$y_i = x_i + v_i$											
Начальные условия $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^N$ , $\mathbf{P}_0 = E[(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)(\hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0)^T]$											
Порождающ	ие шумы $\overline{\mathbf{w}}_i = 0$	, $E\{\mathbf{w}_i\mathbf{w}_j^T\}$	$\} = \delta_{ij} \mathbf{Q}_i$	$Q = \sigma_w^2$							
Шумы измер	$R = \sigma_v^2$										
Взаимная корреляция $E\{\mathbf{x}_0\mathbf{w}_i^T\} = 0; E\{\mathbf{w}_i\mathbf{v}_i^T\} = 0; E\{\mathbf{x}_0\mathbf{v}_i^T\} = 0$ $P_0 = \sigma_0^2$											
Матрицы Ф	Матрицы $\Phi_i, \Phi_{di} - n \times n,  \Phi_{di} = \Phi_i - \mathbf{I},  \mathbf{Q}_i - p \times p, \mathbf{H}_i - m \times n, \mathbf{R}_i - m \times m, \mathbf{I}$ –единичная матрица.										
Минимизируемый критерий $J_i = E_{\mathbf{x}_i, \mathbf{Y}_i} (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i (\mathbf{Y}_i))^T (\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i (\mathbf{Y}_i)), \ \mathbf{Y}_i = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T,, \mathbf{y}_i^T)^T$											
Решение задачи фильтрации											
	Линейный ФК		Дробный линейны	й ФК (ДФК)							
Прогноз		$\Delta^{\gamma} \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \mathbf{\Phi}$	$\Phi_{di}\hat{\mathbf{x}}_{i-1},$								
	$\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \Delta^1 \hat{\mathbf{x}}_i + \hat{\mathbf{x}}_{i-1} = \mathbf{\Phi}$	$i\hat{\mathbf{x}}_{i-1}$	$\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \Delta^{\gamma} \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} - \sum_{j=1}^{i} (-1)^{j} \gamma_{j} \hat{\mathbf{x}}_{i-j}$								
	$\hat{x}_{i/i-1} = \hat{x}_{i-1}$		$\hat{x}_{i/i-1} = \Delta^{\mu_1} \hat{x}_{i/i-1} - \sum_{j=1}^{i} \hat{x}_{j/i-1}$	$\sum_{i=1}^{j} (-1)^{j} {\mu_1 \choose j} \hat{x}_{i-j}$							
Матрица ков риаций ощи	a- 1-		$\mathbf{P}_{i/i-1} = (\mathbf{\Phi}_{di} + \gamma_1) \mathbf{P}_{i-1} (\mathbf{\Phi}_{di} + \gamma_1)^T + \mathbf{Q}_i$								
бок прогноз	a $\mathbf{P}_{i/i-1} = \mathbf{\Phi}_i \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{\Phi}_i^{\mathrm{T}} + \mathbf{O}_i^{\mathrm{T}}$	$\mathbf{Q}_i$	$+\sum_{j=2}^{i} \gamma_j \mathbf{P}_{i-j} \gamma_j^T$								
	$p_{i/i-1} = p_{i-1} + Q$		$p_{i/i-1} = p_{i-1} + Q + \sum_{j=2}^{i} {\binom{\mu_1}{j}}^2 p_{i-j}$								
Оценка	$\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} + \mathbf{K}_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i)$	$\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}$ )	$\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} + \mathbf{K}_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1})$								
	$\hat{x}_i = \hat{x}_{i/i-1} + k_i (y_i - \hat{x}_i)$	( <sub><i>i</i>-1</sub> )	$\hat{x}_i = \hat{x}_{i/i-1} + k_i(y_i - \hat{x}_{i/i-1})$								
Коэффициен усиления	<sup>T</sup> $\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i/i-1} \mathbf{H}_i^{\mathrm{T}} (\mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i/i-1} \mathbf{H}_i^{\mathrm{T}})$	$(\mathbf{R}_i)^{-1}$	$\mathbf{K}_{i} = \mathbf{P}_{i/i-1} \mathbf{H}_{i}^{T} (\mathbf{H}_{i} \mathbf{P}_{i/i-1} \mathbf{H}_{i}^{T} + \mathbf{R}_{i})^{-1}$								
	$k_i = p_{i/i-1}(p_{i/i-1} + R)$	$()^{-1}$	$k_i = p_{i/i-1}(p_{i/i})$	$(k-1+R)^{-1}$							
Матрица кон	$\mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i/i-1}$	-1	$\mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i/i-1}$								
бок оцения ния	$p_i = (1 - k_i) p_{i/i-1}$		$p_i = (1 - k_i)$	$p_{i/i-1}$							

Соотношения для алгоритма дискретного линейного фильтра Калмана

Таблица

Анализ решения. Сопоставление формул в левой и правой частях таблицы показывает, что при  $\mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_N = 1$  выражения для ФК и ДФК совпадают.

**Пример.** Для модели скалярной системы (формулы приведены в таблице под штриховой линией) проведено оценивание для различных значений нецелого порядка  $\mu = \mu_1$ : 0,5; 1; 1,5.  $\sigma_0 = 10$ ,  $\sigma_w = 3$ ,  $\sigma_v = 10$  (см. рисунок).



Рис. 1. Оценивание процесса с различным параметром нецелого порядка

Для указанных  $\mu$  представлены: 1) расчетные среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок оценивания  $\sigma_i^{\Phi K}$  и  $\sigma_i^{A\Phi K}$ , соответствующие дисперсиям ошибок оптимального оценивания  $\Phi K$  и  $\Delta \Phi K$ ; 2) выборочные СКО ошибок оценивания, вычисляемые как

$$\widetilde{\sigma}_{i}^{\eta} \approx \sqrt{\frac{1}{L}} \sum_{j=1}^{L} (e^{\eta} {}_{i}^{(j)})^{2}, e^{\eta_{i}^{(j)}} = \widetilde{x}_{i}^{\eta^{(j)}} (\mathbf{y}_{i}^{(j)}) - x_{i}^{(j)}, \eta = \Phi \mathbf{K}, \boldsymbol{\Box} \Phi \mathbf{K}, \ L = 3000$$

**Параметр**  $\mu = 1$ . При  $\mu = 1$  ФК совпадает с ДФК, фильтр Калмана позволяет получить оптимальное решение только для этого значения  $\mu$  и не является оптимальным при других значениях  $\mu$ . Результаты моделирования показали совпадение всех расчетных и действительных характеристик точности представленных линейных алгоритмов ФК и ДФК.

В общем случае, когда µ ≠ 1, оптимальная оценка и матрица ковариации для ошибки оценивания определяются с помощью выражений для фильтра Калмана дробного порядка.

**Параметр**  $\mu = 0,5$ . При этом  $\mu$  с помощью линейного алгоритма ДФК может быть достигнута более высокая точность оценивания в отличие от ФК.

**Параметр**  $\mu = 1,5$ . При этом  $\mu$  с течением времени для ФК в отличие от ДФК наблюдается заметный рост ошибки оценивания.

Для  $\mu = 0,5$  и  $\mu = 1,5$  наблюдается несовпадение расчетной и действительной характеристик для ФК и ДФК.

Дробный обобщенный ФК. Если процессы динамики и измерений описываются нелинейными уравнениями, то постановка и решение задачи оценивания может быть выполнена с помощью расширенного (РФК) и дробного расширенного (ДРФК) ФК с использованием таблицы, аналогичной вышеприведенной.

Отличительная особенность заключается лишь в том, что для прогноза состояния и измерения используются: 1) нелинейные уравнения динамики  $\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \mathbf{\Phi}_i(\hat{\mathbf{x}}_{i-1})$  для РФК и

$$\Delta^{\gamma} \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} = \mathbf{\Phi}_{i}(\hat{\mathbf{x}}_{i-1}), \quad \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} \cong \Delta^{\gamma} \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} - \sum_{j=1}^{i} (-1)^{j} \gamma_{j} \hat{\mathbf{x}}_{i-j} \quad \text{для ДРФК; 2) для измерений } \mathbf{y}_{i} = \mathbf{s}_{i}(\mathbf{x}_{i}) + \mathbf{v}_{i};$$

3) для оценок РФК и ДРФК  $\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i/i-1} + \mathbf{K}_i [\mathbf{y}_i - \mathbf{s}_i (\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1})];$  4) в уравнениях для матриц ковариаций и матрицы усиления используются матрицы Якоби  $\mathbf{\Phi}_{\mathbf{x}i}$  и  $\mathbf{H}_{\mathbf{x}i}$  вместо матриц динамики  $\mathbf{\Phi}_i$  и измерения  $\mathbf{H}_i: \mathbf{\Phi}_{\mathbf{x}i} \equiv \mathbf{\Phi}_{\mathbf{x}i}(\hat{\mathbf{x}}_{i-1}) = [\partial \mathbf{\Phi}_i(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}]_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{i-1}} - n \times n, \quad \mathbf{H}_{\mathbf{x}i} \equiv \mathbf{H}_{\mathbf{x}i}(\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}) = [\partial \mathbf{s}_i(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}]_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{i/i-1}} - m \times n, \quad \mathbf{\Phi}_i(\mathbf{x}_{i-1}), \mathbf{s}_i(\mathbf{x}_i) - n - u m$ -мерные нелинейные вектор-функции.

Заключение. Рассмотрены математические модели дискретных динамических систем дробного порядка. Представлены фильтры калмановского типа дробного порядка для оценивания состояния и параметров линейных и нелинейных дискретных систем дробного порядка.

В качестве направления дальнейших исследований можно указать сопоставление дробного ансцентного фильтра с традиционными фильтрами.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Летников А.В. Теория дифференцирования с произвольным указателем // Матем. сб. 1868. Т. З. Вып. 1. С. 1–68.
- 2. Oldham, K.B., Spanier, J., The Fractional Calculus, Academic Press, 1974, 234 p.
- 3. Васильев В.В., Симак Л.А. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Киев: НАН Украины, 2008. 256 с.
- Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.
- Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Изд. 3-е, исправленное и дополненное. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 428 с.
- 6. Stepanov, O.A, Amosov, O.S., and Toropov, A.V., Comparison of Kalman-type algorithms in nonlinear navigation problems for autonomous vehicles, IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline), 2007, 6(PART 1), pp. 493–498.
- 7. Sierociuk, D., Dzieliński, A., Fractional Kalman filter algorithm for the states, parameters and order of fractional system estimation, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2006, vol. 16, iss. 1, pp. 129–149.
- 8. Sierociuk, D., Macias, M., Triple Estimation of Fractional Variable Order, Parameters, and State Variables Based on the Unscented Fractional Order Kalman Filter, Sensors, 2021, vol. 21, 8159, doi: 10.3390/s21238159.
- 9. Xue, G., Xu, Y., Guo, J., and Zhao, W., The Fractional Kalman Filter-Based Asynchronous Multirate Sensor Information Fusion, Hindawi Complexity, Dec. 2018, vol. 2018, Article ID 1450353, 10 p., https://doi.org/10.1155/2018/1450353.
- Amosov, O.S., Amosova, S.G., Peculiarities and applications of stochastic processes with fractal properties, Sensors, 2021, vol. 21, iss. 17, no. 5960, doi: 10.3390/s21175960.
- Amosov, O.S., Peculiarities of stochastic processes with fractal properties and their applications in problems of navigation information processing. 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, Saint Petersburg, 28–30 May 2018, pp. 1–5, doi: 10.23919/ICINS.2018.8405867.
- Amosov, O.S., Baena, S.G., Wavelet based filtering of mobile object fractional trajectory parameters, 13<sup>th</sup> IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA, Ohrid, 3–6 July 2017, no. 8003045, pp. 118–123, doi: 10.1109/ICCA.2017.8003045.
- Amosov, O.S., Baena, S.G., Trajectory tracking while measuring distance and bearing with the use of fractal wiener process for the motion model, 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, Saint Petersburg. 29–31 May 2017, no. 7995599, doi: 10.23919/ICINS.2017.7995599.
- Амосов О.С., Баена С.Г. Выявление и оценивание динамических процессов с фрактальной структурой применительно к задачам обработки навигационной информации // Навигация и управление движением. Материалы XIX конференции молодых ученых с международным участием. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 124–126.

### O.S. Amosov, S.G. Amosova (V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow) Estimation the State and Parameters of Fractional Dynamical Systems Using Fractional Filters of the Kalman Type

Mathematical models of discrete dynamical systems of fractional order are considered. Filters of the Kalman type of fractional order are presented for estimating the state and parameters of linear and nonlinear discrete systems of fractional order. An illustrative example of using a fractional-order Kalman filter is given.

## М. Б. РОЗЕНГАУЗ (АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», Санкт-Петербург)

# К ВОПРОСУ ОБ УЧЁТЕ ВЛИЯНИЯ КОМПЛЕКТА ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ, ИНСТРУМЕНТОВ И ПРИНАДЛЕЖНОСТЕЙ НА ПОКАЗАТЕЛИ НАДЁЖНОСТИ СИСТЕМЫ

В докладе рассмотрено влияние комплекта запасных частей, инструментов и принадлежностей (ЗИП) на показатели надёжности технической системы. Показаны условия, при которых комплект ЗИП может рассматриваться как ненагруженный резерв. Для различных структурных схем надёжности приведены выражения, позволяющие определить показатели безотказности системы без учёта и с учётом комплекта ЗИП. На конкретном примере показано, что учёт комплекта ЗИП позволяет повысить показатели надёжности системы.

Введение. Предлагаемый доклад посвящён решению актуальной задачи – оценке надёжности технических систем, использующих комплект ЗИП. Данная задача рассматривалась в нескольких работах [1, 2]. Но до сих пор нет обоснованных методов прямого включения ЗИП в структурную схему надежности [3]. Это связано в первую очередь с несовершенством методик расчёта показателей безотказности системы при наличии ЗИП, которые используются и поддерживаются действующими нормативными документами [4].

Комплект ЗИП по существу представляет собой ненагруженный резерв. Но для этого должны выполняться следующие условия:

- 1) время замены отказавшего элемента резервным равно 0;
- 2) переключающее устройство подключения резервного элемента вместо отказавшего основного абсолютно надёжно.

Данный доклад посвящён одному из возможных вариантов учёта влияния комплекта ЗИП на показатели надёжности системы путем прямого включения ЗИП в структурную схему надежности.

Постановка задачи. Пусть структурная схема надёжности системы состоит из следующих составных частей, которые наиболее часто встречаются на практике:

- 1) составных частей без резервирования (таких частей К1 шт.);
- 2) составных частей, имеющих нагруженный резерв и не имеющих ЗИП (таких частей К2 шт.);
- 3) составных частей, имеющих нагруженный резерв и ЗИП (таких частей КЗ шт.);
- 4) составных частей, имеющих ненагруженный резерв (включая составные части, имеющие ЗИП, К4 шт.).

Структурные схемы надёжности каждой из этих составных частей представлены на рис. 1–4 соответственно.



Рис. 1. Составные части без резервирования



Рис. 2. Составные части с нагруженным резервом без ЗИП





Рис. 3. Составные части с нагруженным резервированием и ЗИП

Рис. 4. Составные части с ненагруженным резервированием и/или ЗИП

Введём следующие предположения:

- отказы элементов, входящих в составные части, являются внезапными, независимыми, и время до появления отказа любого элемента есть случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону с параметром распределения, равным интенсивности отказа λ<sub>i</sub>;
- каждая из составных частей резервируется такой же составной частью (с одинаковой интенсивностью отказов);
- количество резервных составных частей не более 2-х (что соответствует подавляющему большинству практических случаев).

Требуется определить среднюю наработку до отказа изделия.

Предлагаемый подход. Для всех составных частей средняя наработка до отказа рассчитывается по формуле

$$T_0 = \int_0^\infty P(t) dt, \qquad (1)$$

где P(t) – вероятность безотказной работы изделия за время t.

Для К1 составных частей без резервирования  $P_1(t) = EXP(-\lambda_{\Sigma} t)$ , где  $\lambda_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{K_1} \lambda_i - суммарная$ 

интенсивность отказов составных частей без резервирования;  $\lambda_i$  – интенсивность отказов *i*-й составной части.

C учётом (1) 
$$T_{0K1} = \frac{1}{\lambda_{\gamma}}.$$
 (2)

Для составных частей, имеющих нагруженный резерв и не имеющих ЗИП:

$$P_{2}(t) = \int_{0}^{\infty} \left[ 1 - \left( 1 - e^{-\lambda_{i} t} \right)^{m} \right] dt \approx 1 - \left( \lambda_{i} t \right)^{m+1} / (m+1)!$$
(3)

Отсюда с учётом (1) для каждой из К2 составной части при m=2  $T_{02i} = 1.5/\lambda_i$ ; при m=3  $T_{02i} = 11/6\lambda_i$ ; при m=4  $T_{02i} = 25/12\lambda_i$ .

Общая средняя наработка до отказа для К2 составных частей определяется по формуле [5]

$$1/T_{0K2} = \sum_{i=1}^{K2} 1/T_{02i}$$

Для каждой из составных частей, имеющих нагруженный резерв и ЗИП (М цепей основных, т.е. нагруженных, цепей и N–M – резервные ненагруженные цепи):

$$P_{3}(t) = EXP\left(-\lambda_{i} t\right)^{M} \times \left(1 + \sum_{j=1}^{N-M} \left(-M \ln\left(e^{-\lambda_{i} t}\right)^{j}\right) / j!\right).$$

$$\tag{4}$$

При M=2 и M-N=1, что наиболее часто встречается на практике, получаем  $P_3(t) = e^{-2\lambda_i t} (1+2\lambda_i t) = 4e^{-\lambda_i t} - 3e^{-2\lambda_i t} - 2\lambda t e^{-2\lambda_i t}$ . Откуда следует, что  $T_{03i} = 2.5/\lambda_i$ .

Как и в предыдущем случае, общая наработка до отказа КЗ составных частей составит

$$\frac{1}{T_{0K3}} = \sum_{i=1}^{K3} 1/T_{03i} .$$
<sup>(5)</sup>

Для составных частей, имеющих ненагруженное резервирование и/или имеющих ЗИП, рассчитываемый как ненагруженный резерв:

$$P_4(t) = 1 - 1/(l+1) \bowtie \left(1 - e^{-\lambda_t t}\right)^{l+1}.$$
(6)

Средняя наработка до отказа в этом случае равна:

$$T_{04} = T_{04i} \left( l + 1 \right). \tag{7}$$

Аналогично предыдущим случаям для К4 составных частей:

$$\frac{1}{T_{0K4}} = \sum_{i=1}^{K4} 1/T_{04i} .$$
(8)

Средняя наработка до отказа для системы в целом определяется по формуле

$$T_0 = 1/(1/T_{0K1} + 1/T_{0K2} + 1/T_{0K3} + 1/T_{0K4}).$$
(9)

**Пример.** Применение предлагаемого подхода рассмотрим на следующем примере. Пусть структурная схема надёжности изделия имеет следующий вид (рис. 5).



Рис. 5. Структурная схема надежности изделия

Сравним результаты расчета средней наработки до отказа изделия в случае без использования ЗИП со случаем, когда ЗИП рассматривается как ненагруженный резерв. Из рис. 5 следует, что элементы Э2 и Э3 имеют ЗИП в количестве 1 шт. каждый, а элемент Э4 – ненагруженный резерв. Пусть все элементы равно надежны и имеют интенсивность отказов  $\lambda$ . Требуется определить среднюю наработку до отказа изделия в случаях, когда ЗИП не рассматривается как ненагруженный резерв и когда ЗИП – ненагруженный резерв.

Вариант 1. ЗИП не рассматривается как ненагруженный резерв. Тогда:

- для элементов Э1 и Э5, используя формулу (2), получаем  $T_{01,5} = 1/(\lambda_{31} + \lambda_{35}) = 1/2\lambda$ ;
- для элемента Э2 в соответствии с формулой (3) получаем  $T_{02} = 1.5/\lambda$ ;
- для элемента ЭЗ по формуле (2) получаем  $T_{03} = 1/\lambda$ ;
- для элемента Э4 по формуле (7) имеем  $T_{04} = 2/\lambda$ .

Используя формулу (9), находим среднюю наработку до отказа всего изделия:  $T_0 = 0.24/\lambda$ .

Вариант 2. ЗИП считается ненагруженным резервом. Тогда:

- для элементов Э1 и Э5, используя формулу (2), получаем  $T_{01,5} = 1/(\lambda_{31} + \lambda_{35}) = 1/2\lambda$ ;
- для элемента 2 по формуле (4) имеем  $T_{02} = 2.5/\lambda$ ;
- для элементов ЭЗ и Э4 по формуле (7) имеем  $T_{03} = 2/\lambda$ ;  $T_{04} = 2/\lambda$ .

Таким образом, в соответствии с формулой (9) получаем значение для средней наработки до отказа изделия:  $T_0 = 0.294/\lambda$ ,  $T_0 = 1/(1/T_{01} + 1/T_{02} + 1/T_{03} + 1/T_{04})$ .

Это в 1,224 раза больше, чем для варианта 1. Следовательно, можно сделать вывод, что рассмотрение ЗИП как ненагруженного резерва существенно увеличивает показатели надёжности изделия. Заключение. В работе предлагается один из возможных алгоритмов расчёта показателей надёжности системы с учётом ЗИП в качестве ненагруженного резервирования путём прямого включения ЗИП в структурную схему надёжности изделия. Предложенный алгоритм может быть распространен и на другие распределения потока отказов, а также на другие виды соединения составных частей, например мажорирование, и на случай, когда резервирующий элемент имеет интенсивность отказов, отличную от основного. Следует отметить, что такой подход требует выполнения определённых условий.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Черкесов Г.Н. Проблема ЗИП и задача формирования нового раздела теории надежности восстанавливаемых систем // Научно-технические ведомости СПбГПУ 6-1. 2011. Информатика. Телекоммуникации. Управление. С. 136–153
- 2. Черкесов Г.Н. Оценка надёжности систем с учетом ЗИП. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 480 с.
- 3. Аналитические методы расчёта надёжности [Электронный ресурс].
- URL : http://all4study/ru/proizvodstvo/analiticheskie-metody-rascheta-nadezhnosti-tes-i-aes/html.
- 4. ГОСТ 27.507-2015. Надежность в технике. Запасные части, инструменты и принадлежности. Оценка и расчет запасов. М.: Стандартинформ, 2016. 49 с.
- Чуркин В.В. Оценка и оптимизация комплекта ЗИП с помощью метода статистического моделирования // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2015. №2. С. 79–92.

# M.B. Rozengauz (State Research Center of the Russian Federation - Concern CSRI Elektropribor JSC, Saint-Petersburg) To the question account effect of SPTA package to system dependability measures

The influence of SPTA package to system dependability measures is considered in the report. The conditions should me met for SPTA package is seen as cold reserve are shown. The expressions for determination system dependability measures with consideration and without consideration SPTA package are derived. Application of the procedure have been considered on the concrete example.

В. М. НИКИФОРОВ, А. А. ГУСЕВ, К. А. АНДРЕЕВ (АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина», Москва)

## КОМБИНИРОВАННОЕ ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОДВИЖНЫМ ОБЪЕКТОМ

В работе предложено комбинированное терминальное управление подвижным объектом при воздействии различных возмущений. Комбинированное терминальное управление позволяет обеспечить вектор параметров в конечной точке и за ее пределами неограниченное время, а также отсутствие автоколебаний и минимизацию статической ошибки управления. Проведено математическое моделирование подвижного объекта с комбинированным терминальным управлением, подтверждающее решение поставленной задачи и достижение цели работы. Приведены результаты математического моделирования, и сделан вывод по использованию комбинированного терминального управления.

Введение. Управление подвижными объектами различных технических систем подразумевает не только непосредственное перемещение объекта из одного положения в другое, но и удержание после приведения в конечное положение под воздействием различных возмущающих факторов. Законы управления, обеспечивающие требуемое качество в момент перемещения подвижного объекта, в общем случае могут не обеспечивать качество удержания подвижного объекта в конечный момент времени, то есть возможно возникновение автоколебаний системы, что отрицательно сказывается на качестве всей системы. В частности, в работе рассматривается терминальное управление, на входе которого используется фильтр Калмана. Эффективность и качество терминального управления, а также свойство «мягкости» перемещения объекта при терминальном управлении, рассмотрены в предыдущих работах по данной тематике [1-3]. Однако при использовании терминального управления возникают проблемы при удержании объекта в конечном положении – автоколебания системы и постепенное увеличение статической ошибки. Целью данной работы является повышение качества управления подвижным объектом. Поэтому данная работа посвящена комбинированному терминальному управлению, то есть при перемещении объекта в конечное положение, используется терминальный закон управления, при достижении конечного положения происходит переключение на классический ПИД-регулятор, обеспечивающий требование качества управления.

**Постановка задачи.** Для подвижного объекта с терминальным законом управления, представленного системой дифференциальных уравнений второго порядка в форме пространства состояний, необходимо обеспечить вектор параметров в конечной точке и за ее пределами неограниченное время. В качестве подвижного объекта может выступать чувствительный элемент приборов систем управления, таких как акселерометр, гиростабилизатор и т.д.

Система уравнений подвижного объекта:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw,\tag{1}$$

$$y = Cx + Du + Fw + v,$$

где *х* – вектор состояния системы, у – вектор измерений, *и* – вектор управления, w– вектор возмущений, *v* – вектор ошибок измерений, *A*, *B*, *C*, *D*, *G*, *F* – матрицы системы.

Терминальный закон управления:

$$M = \frac{c_{x_1} J[x_{1k} - x_1]}{(t_k - t)^2} + \frac{c_{x_2} J[c_{x_2k} x_{2k} - x_2]}{(t_k - t)},$$
(2)

где x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> – переменные вектора состояния, x<sub>1k</sub>, x<sub>2k</sub> – значения переменных вектора состояния в конечный момент времени, c<sub>x1</sub>, c<sub>x2</sub>, c<sub>x2k</sub> – коэффициенты терминального управления, J – момент инерции подвижного объекта, t<sub>k</sub> – время терминального управления.

На рис. 1–3 представлены изменения переменной вектора состояния (от 0 до 60), скорости изменения переменной вектора состояния и управляющего воздействия при терминальном за-

коне управления. При достижении конечного положения и за его пределами наблюдаются образование автоколебаний и постепенное изменение статической ошибки.



Рис. 1. Изменение переменной вектора состояния при терминальном законе управления



Рис. 2. Изменения скорости изменения переменной вектора состояния при терминальном законе управления



Рис. 3. Изменение управляющего воздействия при терминальном законе управления

**ПИД-регулятор.** Для решения поставленной задачи использован ПИД-регулятор для удержания подвижного объекта после достижения конечного положения. При достижении конечного положения происходит переключение управления от терминального закона управления на ПИД-регулятор. Коэффициенты регулятора рассчитаны с использованием среды динамического моделирования:

$$U(t) = P + I + D = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t)dt + K_d \frac{de(t)}{dt},$$
(3)

где  $K_p, K_i, K_d$  – коэффициенты усиления пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих регулятора соответственно; e(t) – ошибка управления. *Математическое моделирование.* В работе построена математическая модель с учетом различных возмущающих воздействий в среде динамического моделирования подвижного объекта с терминальным законом управления с фильтром Калмана и использованием ПИД-регулятора при достижении конечного положения.

Результаты математического моделирования подтвердили эффективность предлагаемого решения – при воздействии на подвижный объект различных возмущений обеспечен вектор параметров в конечной точке и за ее пределами неограниченное время, отсутствуют автоколебания и минимизирована статическая ошибка управления.

Результаты математического моделирования представлены на рис. 4-6.



Рис. 4. Изменение переменной вектора состояния при комбинированном терминальном управлении



Рис. 5. Изменение скорости изменения переменной вектора состояния при комбинированном терминальном управлении



Рис. 6. Изменение управляющего воздействия при комбинированном терминальном управлении

Заключение. Предлагаемое комбинированное терминальное управление подвижным объектом позволяет обеспечить вектор параметров в конечной точке и за ее пределами неограниченное

время, отсутствие автоколебаний и минимизацию статической ошибки управления. Таким образом, предлагаемое решение позволяет повысить качество управления подвижным объектом.

Комбинированное терминальное управление может быть применено не только для приборов систем управления, но и для технических систем различных направленностей.

## ЛИТЕРАТУРА

- Никифоров В.М., Сапожников А.И. Устранение последствий «чистого запаздывания» в конечной точке при терминальном управлении движением гиростабилизированной платформы посредством программного управления // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. 2008. №1(35). С. 59–68.
- 2. Никифоров В.М., Трунов Ю.В., Немкевич В.А., Сапожников А.И., Науменко А.В., Лисицин А.А. Терминальное управление движением гиростабилизированной платформы для устранения динамического «отскока» в режиме силовой стабилизации // Гироскопия и навигация. 2007. №3(58). С. 87–88.
- Никифоров В.М., Гусев А.А., Андреев К.А., Жукова Т.А., Ширяев А.С. «Сверхмягкое» терминальное управление одноосным гиростабилизатором в режиме «грубого» приведения // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 213–215.

V.M. Nikiforov, A.A. Gusev, K.A. Andreev (Academician Pilyugin Scientific-Production Center of Automatics and Instrument-Making, Moscow)

## Combined terminal control of a movable object

This article discloses the combined terminal control of a mobile object under the influence of various disturbances. The combined terminal control allows you to provide the vector of parameters at the final point and beyond the unlimited time, the lack of self-oscillations and minimizing a static control error. Mathematical modeling of a mobile object with a combined terminal control confirming the solution of the task and achieving the purpose of the work was carried out. The results of mathematical modeling are given and a conclusion on the use of a combined terminal control is made.
Г. М. ДОВГОБРОД, Д. С. БАХТИН, К. А. ДВОРНИКОВ (АО «ЦНИИ «Курс», Москва)

# НАСТРОЙКА НЕЛИНЕЙНОГО АДАПТИВНОГО АВТОРУЛЕВОГО ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

В работе представлены результаты испытания работоспособности процедуры поиска вычислительными методами наборов оптимальных коэффициентов обратной связи нелинейного закона управления для различных режимов работы адаптивного авторулевого. Была построена квадратичная функция потерь, которая обеспечивает учет показателей качества работы автоматической системы управления: время переходного процесса, перерегулирование, колебательность. Результаты вычислительных экспериментов демонстрируют значительное повышение эффективности работы авторулевого по сравнению с ручной настройкой.

**Введение.** Традиционные авторулевые для судов являются автоматизированной системой управления, использующей некоторый алгоритм управления, в котором алгоритм вычисления сигнала управления называется законом управления. В традиционных авторулевых предусматривается возможность ручной подстройки коэффициентов обратной связи закона управления (КЗУ). Некачественная настройка КЗУ может приводить к перерасходу горючего и преждевременному износу привода руля.

Для устранения недостатков ручной настройки современные авторулевые оснащаются блоками адаптации к текущим возмущающим воздействиям окружающей среды и текущим характеристикам динамики судна. Адаптивным авторулевым является система управления с настраиваемыми параметрами и алгоритмом для настройки этих параметров. Адаптивный авторулевой состоит из двух контуров управления: контура алгоритма текущего управления объектом с помощью закона управления движением и контура алгоритма адаптации для настройки параметров закона управления.

Алгоритмы адаптации можно разделить на два вида. К первому виду относятся алгоритмы адаптации, которые вырабатывают параметры в реальном масштабе времени. Для обеспечения устойчивости всей системы управления существует ограничение снизу на величину постоянной времени сходимости процесса адаптации к искомым параметрам [9]. Следовательно, выработка параметров алгоритма текущего управления в процессе адаптации в реальном масштабе времени происходит с некоторой неуменьшаемой задержкой и требует использования повышенной вычислительной мощности.

Ко второму виду относятся алгоритмы адаптации, которые выбирают параметры для загрузки в алгоритм текущего управления из заранее заготовленной таблицы по данным о текущей обстановке. В современной терминологии мгновенное переключение от одного набора параметров закона управления на другой в зависимости от состояния процесса управления называется гибридным управлением (Hybrid Control) [10]. Обновленные параметры будут загружаться с минимальной временной задержкой. Однако эти параметры могут не точно соответствовать текущей обстановке из-за ограниченности объема таблицы параметров. Метод табличного управления давно и широко используется в системах автоматизированного управления самолетами и судами [1]. Следующие материалы относятся к методу табличного управления. Для адаптивного авторулевого индексами таблицы параметров должны быть: скорость продольного движения, загрузка судна, состояние окружающей среды и глубина под килем.

Предполагается, что адекватная математическая модель объекта управления разработана и верифицирована на натурных испытаниях. Рассмотрим построение таблицы параметров для авторулевого с нелинейным законом управления, представленного в [2]. Элементами таблицы будут векторы коэффициентов обратной связи закона управления  $k = (k_1, k_2, k_3)^T$  (где T – символ операции транспонирования). В процессе управления по данным навигационной системы и заданным КЗУ закон управления вычисляет сигнал управления – угол перекладки руля  $\delta$ .

При эксплуатации необходимо обеспечивать баланс между точностью удержания судна на заданной траектории и загрузкой привода руля. Следовательно, задача поиска КЗУ для каждого набора индексов таблицы является оптимизационной. При разработке авторулевых в качестве целевой функции задачи оптимизации, как правило, используют функцию в форме квадратич-

ной функции потерь [1]. Целесообразность использования квадратичной целевой функции обусловлена тем, что она обеспечивает учет указанного баланса и существует широкий набор алгоритмов для решения оптимизационных задач с квадратичной целевой функцией [5, 6].

Процедура поиска вычислительными методами наборов оптимальных коэффициентов обратной связи нелинейного закона управления для различных режимов работы адаптивного авторулевого состоит из двух этапов. На первом этапе этой процедуры выполняется поиск подходящей целевой функции (ЦФ) Z(k), зависящей от вектора  $k = (k_1, k_2, k_3)^T$ . ЦФ учитывает отклонение судна от заданной траектории и затраты на управление. На втором выполняется поиск оптимальных КЗУ.

Для настройки КЗУ систем автоматического управления часто используют эталонное входное воздействие в форме ступенчатой функции. Далее поиск оптимального вектора КЗУ будет осуществляться для эталонного начального состояния судна, в котором центр масс смещен в боковом направлении от заданной траектории и путевой угол отклонен от направления траектории в начальной точке.

Основные обозначения, использующиеся в работе:

*Jk* – вектор непрерывных индексов предназначенный для вычисления соответствующего вектора *k*; *k* – вектор коэффициентов обратной связи закона управления;

 $k_0$  – базовый вектор КЗУ, относительно которого вычисляется вектор k, задаваемый вектором непрерывных индексов  $J_k$ ;

*k*<sub>00</sub> – начальный вектор КЗУ, который необходим для запуска алгоритма поиска минимума функции *Z*;

 $k_{Opt}$  – вектор КЗУ, на котором функция Z минимальна;

 $k_{calm}$  – вектор КЗУ для плаванья в условиях спокойного моря;

*k*<sub>rough</sub> – вектор КЗУ для плаванья в условиях неспокойного моря;

*k*<sub>Z</sub> – коэффициент, задающий долю оценки потребления энергии исполнительным механизмом привода руля в целевой функции *Z*;

*q* – дискретный индекс, предназначенный для упорядоченного перебора начальных векторов КЗУ;

 $t_{0_{-Z}}$  – время начала малоэффективного потребления энергии исполнительным механизмом привода руля;

*Z*(*k*) – целевая функция, описывающая качество процесса управления.

1. Построение целевой функции. Рассматривается построение ЦФ в форме квадратичной функции потерь для задачи стабилизации судна на заданной траектории, т.к. квадратичная функция потерь обеспечивает неплохую сходимость процессов поиска экстремума. Если в результате действия возмущающих воздействий судно сместилось с заданной траектории, то качество процесса возврата на заданную траекторию можно характеризовать четырьмя общепринятыми показателями: время переходного процесса, перерегулирование, колебательность и статическая ошибка [4]. Первые три показателя не являются ни дифференцируемыми, ни непрерывными в зависимости от k. Поэтому использование их в целевой функции нецелесообразно, т.к. отсутствуют эффективные числовые алгоритмы поиска экстремума недифференцируемых функций.

Уменьшение всех этих четырех показателей ведет к уменьшению среднего квадратического бокового отклонения судна  $D_{\text{XTE}}$  на интервале времени *T* парирования бокового отклонения:

$$D_{XTE} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} y_{XTE}^{2}(t) dt, \qquad (1)$$

где  $D_{XTE}$  – среднее квадратическое боковое отклонение судна,  $y_{XTE}(t)$  – текущее боковое отклонение центра масс судна от заданной траектории, T – интервал времени парирования бокового отклонения или в общем случае интервал времени, на котором рассчитывается ЦФ.

В процессе возврата на заданную траекторию потребление энергии исполнительным механизмом привода руля можно оценить интегралом от квадрата скорости перемещения руля на интервале парирования бокового отклонения. Этот показатель учитывает затраты энергии на регулирование и износ механизмов. Однако потребление энергии механизмом на начальном этапе процесса является необходимым, а на конечном этапе малоэффективным и может быть следствием излишней колебательности процесса. Учесть это обстоятельство можно умножением квадрата скорости перемещения руля на весовую функцию времени:

$$D_{\delta 1w} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} w(t) \,\delta_{1}^{2}(t) dt \,, \tag{2}$$

где  $D_{\delta 1 w}$  – взвешенный показатель загрузки привода руля,  $\delta_1(t)$  – угловая скорость перемещения руля, w(t) – весовая функция времени.

При  $w(t) \equiv 1$  показатель полной загрузки привода руля обозначается символом  $D_{\delta 1}$ .

В качестве весовой применяется непрерывная, но не дифференцируемая в момент  $t_{0_z}$  функция

$$w(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_{0_{Z}}}\right) & npu \ t \le t_{0_{Z}} \\ 1 & npu \ t_{0_{Z}} < t \le T \end{cases}$$
(3)

где  $t_{0_Z}$  – время окончания эффективного потребления энергии исполнительным механизмом привода руля.

Целевая функция Z может быть представлена следующим выражением:

$$Z(k) = k_Z D_{\delta 1} + \gamma D_{XTR}, \qquad (4)$$

где  $k = (k_1, k_2, k_3)^T$  – вектор коэффициентов закона управления,  $k_Z$  – коэффициент, задающий долю оценки потребления энергии исполнительным механизмом привода руля в целевой функции  $Z, \gamma$  – коэффициент, обеспечивающий соизмеримость  $D_{\delta 1}$  и  $D_{XTE}$ .

Увеличение  $k_Z$  дает возможность уменьшать колебательность и перерегулирование процесса управления. Увеличение  $t_{0_Z}$  дает возможность передавать большую энергию процессу управления на начальном этапе переходного процесса и за счет этого уменьшать время переходного процесса. Следовательно, перед выполнением поиска оптимальных КЗУ необходимо определить, при каких параметрах  $t_{0_Z}$  и  $k_Z$  вектор КЗУ, доставляющий минимум функции Z, обеспечивает удовлетворительное качество управления по показателям: время переходного процесса, перерегулирование, колебательность.

Численные методы дают решение задачи поиска оптимального вектора для заданной целевой функции в окрестности некоторого начального вектора, задаваемого в исходных данных. В качестве начального вектора для задачи минимизации с ЦФ Z можно использовать K3У из примера контура управления движением судна, приведенного в [2]:  $k_{00}$ =(0,0001, 0,005, 0,2)<sup>T</sup>. Было несколько попыток применить различные методы для поиска минимума функции Z. Метод сопряженных градиентов CG, квазиньютоновской метод BFGS и симплекс-алгоритм Nelder-Mead [5] не обеспечили решение задачи поиска оптимальных K3У. Метод Powell [5, 6] показал хорошую сходимость при поиске вектора оптимальных K3У.

**2.** Выбор параметров  $t_{0_z}$ , и  $k_z$  целевой функции, обеспечивающих удовлетворительное качество управления. В вычислительных экспериментах принималось, что возмущающие воздействия отсутствуют. Время переходного процесса – это момент вхождения траектории в зону допустимого отклонения при условии, что затем траектория навсегда остается в зоне допустимого отклонения [4]. Допустимое отклонение принято равной 5 м. Начальное состояние судна:

- координаты: x0 = -2500,0, y0 = -100,0;
- путевой угол: fi0 = 110°;
- угловая скорость корпуса в горизонтальной плоскости: 0;
- угол дрейфа: 0.

Интервал времени парирования бокового отклонения *T* принят равным 1000 с. Рассмотрим множество *M*:

 $M = [50, 100, \dots 400]_{t0} \ z \ x \ [50, 100, \dots 400]_{kZ},$ 

где [50, 100, … 400]<sub> $t_0_Z$ </sub> – множество значений параметра  $t_{0_Z}$  с шагом 50, [50, 100, … 400]<sub> $k_Z$ </sub> – множество значений параметра  $k_Z$  с шагом 50, х – символ декартового произведения множеств.

Для каждого элемента множества *M* решена задачи минимизации функции Z, и для каждого оптимального вектора K3У рассчитаны показатели качества процесса возврата на заданную траекторию. На рис. 1, 2 и 3 показаны контурные карты показателей: перерегулирование, время переходного процесса и колебательность соответственно – на множестве *M*.



Рис. 1. Контурная карта зависимости перерегулирования (метры) от параметров  $t_{0,Z}$  и  $k_{Z,Z}$  – метка параметров, принятых для дальнейшего использования



Рис. 2. Контурная карта зависимости от параметров *t*<sub>0\_Z</sub> и *k*<sub>Z</sub> времени переходного процесса в секундах, О – метка параметров, принятых для дальнейшего использования



Согласно рис. 2 время переходного процесса не превышает 360 с.

Рис. 3. Контурная карта зависимости колебательности от параметров  $t_{0_Z}$  и  $k_Z$ , О – метка параметров, принятых для дальнейшего использования

Для дальнейшего использования принимаются величины:  $t_{0_Z} = 200$  и  $k_Z = 300$ , т.к. в окрестности принятых параметров перерегулирование, время переходного процесса и колебательность минимальны во внутренней области *M*.

**3.** Поиск области существования решений задачи минимизации целевой функции. Перед началом численного решения оптимизационной задачи необходимо найти область, в которой существует решение. Известно, что для существования решения необходимо, чтобы в окрестности экстремума гиперповерхность целевой функции была близка к параболоиду. Сечения параболоида перпендикулярные его оси – это эллипсы. Признаком того, что форма гиперповерхности целевой функции близка к параболоиду к эллипсам на контурных картах функции *Z*.

Из [2] известно, что КЗУ должны быть положительными. Следовательно, область допустимых значений КЗУ – неограниченный конус K в  $R^3$ . Для более точной локализации области существования решения задачи оптимизации необходимо построить изображения участков гиперповерхности функции Z. Обычно пробные точки распределяют в пространстве равномерно. В нашем случае из-за значительной неопределенности в расположении области допустимых значений в K целесообразно распределять координаты пробных точек в геометрической прогрессии. При этом условие непресечения границ конуса K должно обеспечиваться автоматически. Пусть k – вектор коэффициентов в  $R^3$ . Тогда функция для получения пробных точек в  $R^3$ может задаваться следующим выражением:

$$k_i = k_{0i} 10^{2J_{ki} - 1} \, u \, J_{ki} \in [0, 1], \tag{5}$$

где  $k_i$  – элемент вектора  $k, i \in \{0, 1, 2\}, k_{0i}$  – элемент выбранного заранее вектора  $k_0, i \in \{0, 1, 2\}, J_{ki}$  – элемент вектора непрерывных индексов,  $i \in \{0, 1, 2\}$ .

В данной работе слова «точка» и «вектор» – синонимы. Соотношение (2) обеспечивает взаимно однозначное отображение векторов непрерывных индексов на пробные точки. Вектор  $k_0$ будем называть базовым. Пробные точки располагаются слева и справа от  $k_0$ . Функция (2) используется при поиске оптимальных КЗУ. Для контура управления продольным движением судна, описанного в разделе 4 статьи [2], было проведено исследование формы поверхности, образованной значениями функции Z в окрестности базового вектора КЗУ  $k_0$ . В качестве базо-



Рис. 4. Контурная карта функции Z для  $k_1=0,00006$ ,  $\bigcirc$  – проекция  $k_0$  на плоскость коэффициентов  $k_2$  и  $k_3$ ,  $\bigotimes$  – проекция  $k_{cp}$  (см. 2.1.4) на плоскость коэффициентов  $k_2$  и  $k_3$ 

вого был принят вектор  $k_0 = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$  из [2]. Вектор КЗУ (0,0001, 0,005, 0,2)<sup>T</sup> был найден вручную и использовался в статье [2] как обеспечивающий приемлемое качество управления. Для функции Z были приняты параметры:  $k_Z = 300$ ,  $\gamma = 0,001$ ,  $t_{0,Z} = 200$  с. В вычислительных экспериментах принималось, что возмущающие воздействия отсутствуют.

На рис. 5, 6 и 7 представлены контурные карты поверхности функции Z для  $k_1 = 0,00006$ ,  $k_1 = 0,0001$  и  $k_1 = 0,00016$  соответственно. Коэффициенты  $k_2$  и  $k_3$  принимают значения, показанные на рисунках. Области с наименьшими величинами функции Z помечены оттенками синего цвета. Очевидно, что в представленных рисунках присутствуют замкнутые области минимальных значений. Функция Z не гладкая и применение методов градиентной оптимизации нецелесообразно. На рис. 4, 5 и 6 показан квадратный корень из Z для более равномерного распределения линий уровня.

Области, помеченные оттенками синего цвета, лежат в окрестности минимума функции Z. Эти области замкнутые, почти выпуклые и по форме близки к эллипсу. Поэтому форма гиперповерхности целевой функции близка к параболоиду в окрестности точки минимума и решение задачи минимизации возможно.

Контурные карты могут быть полезны при выборе начального вектора *k*, необходимого для работы численного метода оптимизации.







4. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления. Контурные карты рис. 4, 5 и 6 показывают, что решение задачи минимизации возможно, но доступны только неградиентные методы. Возможно существование локальных минимумов, в которых могут останавливаться процессы поиска глобального минимума. Для проверки практической сходимости процесса минимизации будут выполнены расчеты оптимальных векторов КЗУ для нескольких различных начальных векторов. Естественно, полученные оптимальные векторы КЗУ будут разными для разных начальных векторов, но определяемые ими автоматические перемещения судна для эталонного начального состояния должны быть близкими. Близкими должны быть показатели качества процесса управления и разности между оптимальными векторами КЗУ.

Т.к. элементы векторов КЗУ отличаются на прядки, то для исключения доминирования одних элементов над другими для сравнения расстояния между двумя векторами КЗУ будет использоваться расстояние между двумя векторами непрерывных индексов соответствующих векторов КЗУ. В качестве расстояния используется евклидова норма в  $R^3$ .

Для того чтобы упорядочить перебор начальных векторов, введем дополнительные дискретные индексы и правило получения координат начального вектора из координат опорного вектора. Для базового вектора  $k_0$  вектор непрерывных индексов  $J_{kon}$  равен (0,5, 0,5, 0,5)<sup>T</sup>. Задача минимизации Z решается для 8 начальных векторов, расположенных вокруг **базового** вектора. Дискретные индексы *q* – это трехзначные двоичные целые числа и соответствующие восьмеричные. Для вычисления *i*-ого элемента вектора непрерывных индексов начального вектора принято правило:

$$J_{ki} = 0,5 + \Delta J_{k} \quad npu \ q_{i} = 1, J_{ki} = 0,5 - \Delta J_{k} \quad npu \ q_{i} = 0,$$
(6)

где  $\Delta J_k$  – положительное число не больше 0,5,  $i \in \{0, 1, 2\}$ .

Если рассматривать 8 начальных векторов непрерывных индексов и непрерывный индекс **базового** вектора как точки в  $R^3$ , то они будут располагаются в вершинах куба с центром в точке непрерывного индекса **базового** вектора.

Основные результаты расчетов оптимальных векторов КЗУ для 9 вариантов начальных векторов приведены в табл. 1, в которой используются обозначения:

*d*<sub>нс</sub> – расстояние от непрерывного **индекса** начального вектора до среднего оптимального непрерывного вектора КЗУ по евклидовой норме;

*d*<sub>oc</sub> – расстояние от непрерывного **индекса** оптимального вектора до среднего оптимального непрерывного вектора КЗУ по евклидовой норме.

1 a o	Л	И	Ц	а	I
-------	---	---	---	---	---

No	Начальный вектор k <sub>00</sub>	Перерегули-	Время пере-	Колебатель-	$Z(k_{00})$	$Z(k_{Opt})$	$d_{\text{HC}}$	$d_{\rm oc}$
		рование	ходного про-	ность $(k\_osc)$		_ *		
		(overSh), м	цесса (Трр), с					
1	$Jk_0 = [0,5, 0,5, 0,5]$	3,20	208	0	6,10	2,90	0,288	0,028
2	$Jk_{00} = [0,3,0,3,0,3]_{q=0}$	12,66	306	1	3,24	2,95	0,094	0,064
3	$Jk_{00} = [0,3,0,3,0,7]_{q=1}$	3,33	215	0	28,69	2,79	0,426	0,076
4	$Jk_{00} = [0,3,0,7,0,3]_{q=2}$	2,07	209	0	10,67	2,86	0,257	0,032
5	$Jk_{00} = [0,3,0,7,0,7]_{q=3}$	1,98	228	0	47,79	2,93	0,358	0,031
6	$Jk_{00} = [0,7,0,3,0,3]_{q=4}$	2,69	218	0	12,89	2,90	0,268	0,018
7	$Jk_{00} = [0,7, 0,3, 0,7]_{q=5}$	7,73	265	1	47,34	2,84	0,532	0,064
8	$Jk_{00} = [0,7, 0,7, 0,3]_{q=6}$	2,87	109	0	62,00	8,92	-*)	-*)
9	$Jk_{00} = [0,7, 0,7, 0,7]_{q=0}$	5,06	274	1	28,57	3,01	0,399	0,068

Результаты расчетов переходного процесса с оптимальными КЗУ

\*)  $T_{pp}$  и  $Z(k_{_{Opt}})$  из строки №8 резко отличаются от всех других, можно предположить, что алгоритм поиска минимума Z остановился в некотором локальном минимуме, поэтому результаты варианта №8 не надо учитывать при статистической обработке результатов вычислительных экспериментов.

Среднее арифметическое оптимальных векторов  $k_{calm} = (0,0000559, 0,00258, 0,07408)^{T}$ .  $k_{calm}$  рассчитан без использования  $k_{_{Opt}}$  с дискретным индексом q=6. Вектору  $k_{calm}$  соответствует непрерывный индекс  $J_{k_{_{calm}}} = (0,374, 0,357, 0,284)^{T}$ . Индекс *calm* указывает, что вектор  $k_{calm}$  предназначен для использования при спокойном состоянии моря.

Результаты моделирования работы контура управления движением судна на ступенчатом эталонном входном сигнале для найденного вручную вектора коэффициентов обратной связи закона управления  $k_0 = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$  [2] и усредненного оптимального вектора  $k_{calm}$  представлены на рис. 7 и 8.



Рис. 7. Зависимость угла перекладки руля  $\delta_a$  от времени для  $k_{00}$  и  $k_{Opt mean}$ 



Рис. 8. Зависимость бокового отклонения XTE от времени для  $k_{00}$  и  $k_{Opt\ mean}$ 

Рис. 7, 8 и табл. 2 показывают, что закон управления с усредненным коэффициентом  $k_{calm}$  обеспечивает лучшие показатели качества процесса управления по сравнению с коэффициентами  $k_0$ =(0,0001, 0,005, 0,2)<sup>T</sup>, найденными вручную.

Т	а	б	Π	и	п	а	2
1	u	υ	11	11	ц	u	-

Показатели качества процесса управления и загрузка привода руля							
N⁰	Перерегулирование	Время переходного	Колебательность	Загрузка привода			
	(overSh), м	процесса ( <i>Tpp</i> ), с	$(k\_osc)$	руля (D <sub>δ1w</sub> )			
$k_0$	8.09	358.0	1	0,01277			
k <sub>calm</sub>	4.38	213.0	0	0,00394			

Оценка потребления энергии исполнительным механизмом привода руля  $D_{\delta 1w}$  при использовании  $k_{calm} - 0,00394$  условных единиц. Оценка потребления энергии исполнительным механизмом привода руля при использовании  $k_{00} - 0,01277$  условных единиц. По загрузке привода руля коэффициенты  $k_{calm}$  обеспечивают преимущество в три раза.

Расстояния  $d_{oc}$  из табл. 1 показывают, что оптимальные векторы слабо зависят от начальных векторов (среднее  $d_{oc}=0.048$ ). Поэтому методика поиска оптимальных КЗУ, продемонстрированная в разделах 3, 4, может быть применена для настройки коэффициентов обратной связи законов управления движением судов.

Далее  $k_{calm}$  будет использоваться в качестве начального вектора  $k_{00}$  при поиске оптимальных КЗУ.

### 5. Ограничение нагрузки на привод руля при возмущающих воздействиях внешней среды

**5.1. Выбор параметров возмущающих воздействий.** На судно могут воздействовать постоянные и переменные возмущения. Постоянные возмущения могут создаваться течениями и ветром. Для судна гравитационные волны, вызванные ветром, являются основным переменным возмущением [7]. В контуре управления движением судна переменные возмущения могут вызывать перегрузку привода руля. Существует важная для практики задача: найти такие КЗУ, при которых исключается перегрузка привода руля и сохраняется допустимое качество управления, кода действуют эталонные возмущающие воздействия. Задача является оптимизационной и будет решаться численными методами для контура управления движением судна, представленного в [2] на прямом участке заданной траектории.

Возмущающие воздействия вызывают кинематические возмущения движения судна: постоянная дополнительная скорость перемещения центра масс в поперечном направлении  $V_{0d}$ , дополнительная периодическая скорость перемещения центра масс в поперечном направлении и дополнительная периодическая скорость поворота корпуса в горизонтальной плоскости. Для дополнительной постоянной скорости принимаем среднюю скорость курильского течения  $V_{0d}$ =0,626 м/с. В качестве периодических возмущающих воздействий будут использоваться синусоиды с подходящими амплитудами. Дополнительная скорость бокового смещения центра масс судна:

$$V_d(t) = A_{Vd} \sin(\omega_d t), \tag{7}$$

где *А<sub>Vd</sub>* – амплитуда,  $\omega_d$  – круговая частота.

Дополнительное ускорение угловой скорости поворота корпуса в горизонтальной плоскости:

$$\dot{\omega}_d(e) = A_{\omega d} \sin(\omega_d t), \qquad (8)$$

где  $A_{\omega d}$  – амплитуда,  $\omega_d$  – круговая частота.

Для того чтобы задавать числовые величины эталонных возмущающих воздействий, необходимо найти диапазон частот  $\omega_d$ , в котором возникает перегрузка привода руля и амплитуды  $A_{Vd}$ ,  $A_{\omega d}$ , при которых возмущения не являются форс-мажорными. Предполагается, что в условиях форсмажорных возмущений рассматриваемый контур управления движением судна отключается.

В данной работе принимаем  $A_{Vd}$  равным нулю. Периодическое боковое смещение центра масс судна приводит к периодическому боковому отклонению судна от заданной траектории, а боковое отклонение парируется авторулевым с самой большой постоянной времени. В данном случае авторулевой в диапазоне частот возмущающих воздействий работает как фильтр низких частот для сигнала управления рулем. Следовательно, в первом приближении можно принять  $A_{Vd} = 0$ .

Максимальная амплитуда ускорения угловой скорости поворота корпуса судна в горизонтальной плоскости, вызванная возмущающими воздействиями, при которой возмущения являются парируемыми для системы управления движением судна, может быть найдена из уравнения динамики судна [2]

$$\dot{\omega} = b\delta + \theta_1 \omega + \theta_2 \omega^3 , \qquad (9)$$

где b = 0,0018,  $\theta_1 = -0,00593$ ,  $\theta_2 = -0,017$ .

При ограничении на угол перекладки руля, равном 25 град, и угловой скорости  $\omega$ , равной нулю,  $A_{\omega a}=0.045$  град/с<sup>2</sup>.

5.2. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления при действии возмущений. Основными показателями качества процесса управления при возмущающих воздействиях являются затраты энергии на регулирование  $D_{\delta 1}$  и среднее квадратическое отклонение судна от заданной траектории  $D_{XTE}$ . Используем целевую функцию Z, задаваемую выражением (1), для поиска оптимальных КЗУ при возмущающих воздействиях. Коэффициенты  $k_Z$  и  $\gamma$  должны быть выбраны такими, чтобы обеспечивалась соизмеримость слагаемых целевой функции. Были использованы три значения  $k_Z = 2, 4, 8$  и  $\gamma = 0,01$ .

В качестве возмущающих воздействий были приняты: поперечное течение со скоростью  $V_{0d}=0,626$  м/с и периодические возмущения угловой скорости с амплитудой углового ускорения  $A_{od}=0,045$  град/с<sup>2</sup> и переменным периодом  $T_d$ . Использовались периоды волн  $T_d = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512.$ 

Поиск КЗУ, оптимальных при действии возмущений, производился с помощью метода Powell. В качестве начального вектора  $k_{00}$  использовался вектор  $k_{calm}$ , оптимальный для ступенчатого входного сигнала, который был найден в разделе 2.1.4.

Для каждого значения  $k_Z = 2$ , 4, 8 был выполнен цикл по периодам  $T_d$ . Для каждого значения  $T_d$  был найден оптимальный вектор КЗУ  $k_{Opt}$  и рассчитаны показатели  $D_{\delta 1}$  и  $D_{\text{XTE}}$ . Результаты расчетов  $D_{\delta 1}$  и  $D_{\text{XTE}}$  показаны на рис. 9 и 10.



Графики рис. 9 показывают, что для, исследуемого контура управления продольным движением судна, можно сделать выводы:

- нагрузка на привод руля при действии периодических возмущений увеличивается в диапазоне периодов от 4 с до 32–64 с;
- использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет от 2 до 4 раз снизить нагрузку на привод руля;
- нагрузка на привод руля в диапазоне периодов от 4 с до 64 с изменяется слабо вследствие ограниченности скорости перемещения руля судна.

Оптимальные векторы КЗУ  $k_{Opt}$  приведены в приложении 2. В диапазоне периодов от 4 с до 64 с при фиксированном  $k_Z$  оптимальные векторы КЗУ отличаются мало. Для каждого  $k_Z = 2, 4, 8$  можно

рассчитать средний оптимальный вектор  $k_{rough}$  как средний из векторов  $k_{Opt}$ , соответствующих  $T_d$  =4, 8, 16, 32, 64. В результате получаем три варианта КЗУ для неспокойного состояния моря:

- 1)  $k_{rough} = [0,00012655, 0,0021375, 0,053395]^{T}$  при kZ=2;
- 2)  $k_{rough} = [0,00010775, 0,002095, 0,04607]^{T}$  при kZ=4;
- 3)  $k_{rough} = [9.23500e-05, 2.08000e-03, 4.05975e-02]^{T}$  при kZ=8.

Графики рис. 10 показывают, что для исследуемого контура управления продольным движением судна можно сделать вывод: использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет от 1,7 до 2 раз снизить боковое отклонение судна от заданной траектории при действии бокового течения, которое имеет скорость, не превышающую 15% скорости судна.

Для подтверждения работоспособности всех трех вариантов  $k_{rough}$  был выполнен расчет зависимости загрузки привода руля  $D_{\delta 1}$  от  $T_d$ . В отличие от расчета при поиске оптимальных КЗУ, выполнявшегося для 9 точек, данный расчет выполнялся для 128 значений  $T_d$  в диапазоне от 2 с до 512 с. Результат представлен на рис. 11. В диапазоне периодов кажущегося волнения от 64 с до 128 с наблюдается повышение  $D_{\delta 1}$ . Когда период кажущегося волнения превышает 128 с, перегрузки привода руля волнением не происходит.



Рис. 11. Зависимость  $D_{\delta 1}$  от  $T_d$  и  $k_Z$ 

Заключение. Была построена квадратичная функция потерь, которая обеспечивает выполнение общепринятых показателей качества автоматической системы управления: время переходного процесса, перерегулирование, колебательность.

Для более точной локализации области существования решения задачи оптимизации координаты пробных точек распределялись в геометрической прогрессии.

В работе построены достаточно большие эталонные возмущающие воздействия, которые не являются форс-мажорными.

Выполненные испытания работоспособности процедуры поиска вычислительными методами коэффициентов обратной связи для нелинейного закона управления для различных режимов работы адаптивного авторулевого показали значительное повышение эффективности работы авторулевого по сравнению с ручной настройкой. На эталонном входном сигнале при оптимальных КЗУ перерегулирование уменьшается приблизительно в два раза, время переходного процесса – на 30%, загрузка привода руля – в 4 раза.

В случае неспокойного состояния моря должны использоваться специальные, предназначенные для этого КЗУ. Использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет от 2 до 4 раз снизить нагрузку на привод руля Использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет от 1,7 до 2 раз снизить боковое отклонение судна от заданной траектории при действии бокового течения, которое имеет скорость, не превышающую 15% скорости судна.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Astrom, K.J., Wittenmark, B., Adaptive Control. Second edition. Dover publications, Inc. Mineola, New York, 2008.
- Довгоброд Г.М. Стабилизация движения судна малым управлением // Гироскопия и навигация. 2020. №4. С. 106–122.

- 3. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. Москва: «Мир», 1987.
- 4. Лотош М.М. Основы теории автоматического управления. Математические методы. Москва: «Наука», 1979.
- 5. SciPy Reference Guide. Release 1.1.0. Written by the SciPy community. May 05, 2018.
- 6. Press, W.H. et al., Numerical recipes, Third edition, Cambrige.
- Лукомский Ю.А., Корчанов В.М. Управление морскими подвижными объектами. Санкт-Петербург: ЭЛМОР, 1996.
- Довгоброд Г.М. Опыт настройки нелинейного адаптивного авторулевого численными методами // Морские информационно-управляющие системы. 2021. №2 (20). С. 64–73.
- 9. Халил Х. Нелинейные системы. Москва: «Ижевск», 2009.
- 10. Joao P. Hespanha, Uniform Stability of Switched Linear Systems: Extensions of LaSalle's Invariance Principle.

#### G.M. Dovgobrod, D.S. Bakhtin, K.A. Dvornikov (CSRI Kurs, Moscov) Setting up a nonlinear adaptive autoroule by numerical methods

The paper presents the results of testing the operability of the search procedure by computational methods for sets of optimal feedback coefficients of the nonlinear control law for various modes of operation of the adaptive autoroule. A quadratic loss function was constructed, which takes into account the quality indicators of the automatic control system: transition time, overshoot, oscillation. The results of computational experiments demonstrate a significant increase in the efficiency of the autorun compared to manual adjustment. Е. А. БОРИСОГЛЕБСКАЯ, К. Д. КОПЫЛОВА, А. О. ЧЕРНОВ (СПбГУ, Санкт-Петербург)

О.Н. ГРАНИЧИН (СПбГУ, Институт проблем машиноведения РАН)

# УПРАВЛЕНИЕ НАСТРОЙКОЙ РОЯ ТЕЛЕСКОПОВ В КОСМОСЕ В УСЛОВИЯХ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПОМЕХ И ДЕФОРМАЦИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ

В докладе представлен метод, который может быть использован для настройки системы, состоящей из большого количества телескопов, в космосе в условиях помех, а также при деформациях отдельных элементов системы.

**Введение.** Все научные открытия, связанные с далекими галактиками, звёздами, туманностями и другими объектами, были бы невозможны без космических проектов [2]. В нашей стране в 2019 году завершил свою работу космический радиотелескоп в составе космического аппарата «Спектр-Р». В проекте «Радиоастрон» применение данного радиотелескопа позволяло получить самое высокое угловое разрешение, достигнутое в настоящее время в астрономии, что дало возможность изучать самые далекие части нашей Вселенной [1, 5]. Следующим шагом может быть запуск роя телескопов в дальний космос. Однако одной из проблем здесь является обеспечение высокой стабильности приемно-измерительных систем, соответствующего качества собирающей поверхности, оперативного их контроля и корректировки [6]. Подход, предлагаемый в данном докладе, возможно, поможет в решении данного вопроса.

Основная часть. Степень точности решения вышеуказанных проблем характеризует в частности качество фокусировки используемого прибора. Наиболее острой проблемой является фокусировка прибора при отсутствии идеальных условий: деформация элементов системы (столкновение небесных тел различной природы с элементами системы телескопа), обрыв связи, температурные перегрузки [6]. Основной сложностью реализации фокусировки в условиях роевого группового полета системы из радиотелескопов является навигация и управление взаимным относительным движением каждого отдельного аппарата [13]. Важно продолжение функционирования системы телескопов даже при повреждениях отдельных аппаратов и быстрое восстановление конфигурации роя с малыми потерями топлива. Для настройки телескопа, представляющего собой рой из независимых радиотелескопов [8], требуется подобрать оптимальные:

- 1) структуру роя [9, 10];
- 2) способы (алгоритмы) ориентации телескопов в рое [11, 17];
- 3) методы связи между телескопами в рое [15, 16];
- 4) методы управления роем [12-14];
- 5) настройку телескопов [1].

При построении движения роя телескопов необходимо учитывать особенности, связанные с коммуникационными ограничениями. Поскольку отделение спутников осуществляется с помощью некоторой пусковой системы (как правило, на основе специальных выталкивающих пружин), которая имеет ошибки исполнения, то это приведет к постепенному разрушению роя телескопов при отсутствии управления [7]. Основной целью работы является поиск метода, который сможет обеспечить сохранение конфигурации в условиях помех и при деформациях элементов зеркал телескопов. Разработка системы подстройки телескопов на основе метода SPSA (алгоритм стохастической аппроксимации с пробным одновременным возмущением на входе и с двумя на каждой итерации зашумленными измерениями минимизируемой функции) и Consensus [19], возможно, является одним из способов решения поставленной задачи. В работе также исследуется возможность построения роя с конфигурацией в форме параболоида.

**Результаты.** Для решения данной задачи была разработана математическая модель (на основе [18]) зеркальной системы радиотелескопа с большим количеством агентов-телескопов, которые перемещаются в пространстве относительно друг друга. Во время фокусировки зеркальной системы происходит настройка около 3000 параметров зеркальных поверхностей. Ко-

гда настраивается конфигурация роя, у телескопов есть связь только с соседними телескопами. На рис. 1 представлена сходимость используемого метода.



Заключение. Планируется в дальнейшем создать алгоритм оптимальной настройки конфигурации подобной системы радиотелескопов для компенсации влияния грубых ошибок наведения и деформаций их конструкций на качество приема радиосигнала.

## Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №21-19-00516 в ИПМАШ РАН

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ермаков А.Н., Ковалев Ю.А. Проект «РадиоАстрон». Калибровка космического телескопа в полете автоматизация обработки измерений // Труды Института прикладной астрономии РАН. 2020. Вып. 54.
- Моишеев А.А. Создание космических сегментов астрофизических обсерваторий // Вестник 2 НПО им. С.А. Лавочкина. Космонавтика и ракетостроение. 2018.
- 3. Droszcz, A., Jedrzejewski, K., Kłos, J., Kulpa, K., Pozoga, M., Beamforming of LOFAR Radio-Telescope for Passive Radiolocation Purposes, Remote Sens., 2021, 13, 810, https://doi.org/10.3390/rs13040810.
- Gurvits, L.I., Space VLBI: from first ideas to operational missions, Advances in Space Research, January 2020, vol. 65, iss. 2, 15, pp. 868–876.
- 5. Кардашев Н.С. и др. «РАДИОАСТРОН»: итоги выполнения научной программы исследований за 5 лет полета // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. № 3. С. 4–24.
- 6. Дубаренко В. В., Кучмин А. Ю., Артеменко Ю.Н., Шишлаков В.Ф. Радиотелескопы миллиметрового диапазона с регулируемыми поверхностями зеркал: монография. СПб.: ГУАП, 2019.
- Монахова У.В., Иванов Д.С. Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. №151. 32 с. doi:10.20948/prepr-2018-151.
- Bentum, M.J., Verma, M.K., Rajan, R.T., Boonstra, A.J., Verhoeven, C.J.M., Gill, E.K.A., van der Veen, A.J., Falcke, H., Klein, M., Monna, W.B., Engelen, S., Rotteveel, J., Gurvits, L.I., A Roadmap towards a Space-based Radio Telescope for Ultra-Low Frequency Radio Astronomy, doi.org/10.48550/arXiv.1909.08951.
- 9. Kai Matsukaa, Aaron O. Feldmana, Elena S. Lupua, Soon-Jo Chunga, Y. Hadaeghb, Decentralized Formation Pose Estimation for Spacecraft Swarms, Advances in Space Research, June 2021, vol. 67, iss. 11, 1, pp. 3527–3545, doi.org/10.1016/j.asr.2020.06.016.
- 10. Izzo, D., Pettazzi, L., Autonomous and Distributed Motion Planning for Satellite Swarm, Journal of guidance, control, and dynamic, March–April 2007, vol. 30, no. 2, doi: 10.2514/1.22736.
- 11. Kai Matsuka, Angel Santamaria, Vincenzo Capuano, Alexei Harvard, Collaborative Pose Estimation of an Unknown Target Using Multiple Spacecraft, IEEE Aerospace Conference, 2021, doi:10.1109/AERO50100.2021.9438352.
- 12. Кушнирук М.С., Иванов Д. С. Исследование алгоритмов управления движением группы спутников с помощью аэродинамической силы сопротивления // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. №28. 30 с.
- Кушнирук М.С., Иванов Д.С. Алгоритмы управления движением группы спутников с использованием аэродинамической силы сопротивления для предупреждения столкновений // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2015. №99. 30 с.
- 14. Rui Manuel Gomes Gondaró Decentralized Control of Electromagnetic ChipSat Swarm Formations, 2021.

- Andrievsky, B., Fradkov, A., Kudryashova, E., Control of Two Satellites Relative Motion over the Packet Erasure Communication Channel with Limited Transmission Rate Based on Adaptive Coder, Electronics, 2020, 9(12), 2032, https://doi.org/10.3390/electronics9122032.
- 16. Ju-Hyung Lee, Hyowoon Seo, Jihong Park, Mehdi Bennis, Fellow, and Young-Chai Ko, Learning Emergent Random Access Protocol for LEO Satellite Networks, 2021, doi.org/10.48550/arXiv.2112.01765.
- 17. Kai Matsuka, Angel Santamaria, Vincenzo Capuano Alexei Harvard, Collaborative Pose Estimation of an Unknown Target Using Multiple Spacecraft, IEEE Aerospace Conference, 2021, doi:10.1109/AERO50100.2021.9438352.
- Копылова К.Д., Граничин О.Н., Иванский Ю.В. Моделирование антенной системы радиотелескопа // XXIII конференция молодых ученых с международным участием «Навигация и управление движением». 2021. С. 268–270.
- Oleg Granichin, Victoria Erofeeva, Yury Ivanskiy, Yuming Jiang, Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation-Based Consensus for Tracking Under Unknown-But-Bounded Disturbances, IEEE Transactions on Automatic Control, Aug. 2021, vol. 66, iss. 8, pp. 3710–3717.

#### O.N. Granichin, K.D. Kopylova, E. Borisoglebskaya, A. Chernov (St. Petersburg State University, St. Petersburg) Tuning of a system consisting of a swarm of telescopes in space under conditions of arbitrary interference and deformations of system elements

The report presents a method that can be used to configure a system which consists of a large number of telescopes in space under interference conditions as well as under deformations of individual elements of the system.

А. В. НЕБЫЛОВ, В. А. НЕБЫЛОВ, А. И. ПАНФЕРОВ (Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург)

## ОТНОСИТЕЛЬНАЯ НАВИГАЦИЯ И СОВМЕСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКИМ САМОЛЕТОМ И ЭКРАНОПЛАНОМ С ЦЕЛЬЮ ИХ СТЫКОВКИ

Доклад посвящен особенностям выполнения такой стыковки, требованиям к системам абсолютной и относительной навигации, методам обеспечения требуемой точности и надежности относительной навигации с ошибкой позиционирования на заключительном этапе сближения и стыковки в 50 см.

Введение. Снижение удельной стоимости космических запусков является важнейшей задачей современной космонавтики. Эффективным способом удешевления космических запусков и посадок является обеспечение многоразовости элементов космической техники. Перспективы решения этой проблемы мы уже несколько лет связываем с построением интегрированной транспортной системы, содержащей кроме ВКС экраноплан, используемый как подвижный разгонный блок, а при посадке – подвижный посадочный модуль.

Посадка ВКС на экраноплан фактически включает выполнение стыковки с летящим экранопланом на заключительном этапе снижения до высоты порядка 10 м при скорости порядка 400 км/час.

Экраноплан должен вовремя прибыть в заданный для посадки ВКС район океана и к моменту стыковки иметь плоскопараллельную с ним траекторию движения. Это вызовет необходимость комбинированного управления тягой двигателей экраноплана, закрылками и др. элементами управления экранопланом. Траектория и график движения экраноплана после получения первой информации о времени и месте посадки ВКС должны оптимизироваться с учетом слабой маневренности тяжелого экраноплана. Возникает задача вероятностной оценки успешности операции «стыковка» с учетом всех факторов риска.

Считается необходимым построить трехуровневую систему взаимного позиционирования: на основе абсолютной навигации ВКС и экраноплана, системы относительной навигации ВКС и экраноплана и отдельной скоростной системы позиционирования элементов стыковки на борту экраноплана. Всего должно быть три стыковочных элемента, но только носовая часть должна иметь отдельную высокоточную высокоскоростную систему позиционирования. Для увеличения полезной нагрузки ВКС все атрибуты, необходимые для стыковки, должны быть размещены на борту экраноплана [1].

Анализируются следующие варианты стыковки ВКС с экранопланом:

- при выполнении космических полетов на орбите все топливо для двигателей ВКС израсходовано и создание управляющих воздействий на двигатели ВКС невозможно. ВКС движется в режиме планирования и может кратковременно сбрасывать вертикальную скорость, управляя закрылками;
- возможно использование тяги двигателей ВКС для продления сроков стыковки и даже повторной попытки стыковки.

Естественно, второй вариант более надежен в реализации. Этот вариант очень похож на решение проблемы сближения двух самолетов для дозаправки, хотя конструкция стыковочных элементов нужна совсем другая. Однако избыток топлива возможен только за счет снижения полезной нагрузки. В связи с этим преимущества варианта 1) или 2) не очевидны и требуют исследования по различным критериям

Значительная часть доклада посвящена системе навигации и управления экранопланом [2]. Решаются как частные задачи обеспечения устойчивости и безопасности полета экраноплана, так и задача планирования его маршрута для своевременного прибытия в район посадки космического корабля. Экраноплан находится на береговой базе, но должен вовремя прибыть в указанный для высадки ВКС район океана. К моменту стыковки экраноплан должен иметь плоскопараллельную с ним траекторию движения.

Экраноплан не должен изменять высоту полета над средним невозмущенным уровнем океана, но может немного контролировать свою путевую скорость, максимально долго выравнивая ее со скоростью ВКС. Это потребует комбинированного управления тягой двигателей экраноплана, закрылков и других органов управления экраноплана. При этом прецизионный контроль системы ВКС происходит при заходе на посадку и в процессе стыковки, что заставляет рассматривать интегрированную систему «ВКС + Экраноплан» как сложную многоаспектную многоконтурную цифровую систему управления. На завершающем этапе стыковки основным источником информации о взаимном расположении двух крылатых аппаратов является оптикоэлектронная система, включающая три видеокамеры. Также необходима инерциальная система и СНС, особенно на начальном этапе сближения,

Траектория и график движения экраноплана после получения первой информации, а также время и место посадки ВКС (может быть постепенно уточнено) должны быть оптимизированы с учетом плохой маневренности тяжелого экраноплана. Слишком раннее прибытие в заданный район не поощряется, так как длительное пребывание в штормовом океане может привести к снижению технических возможностей экраноплана. Но задержка абсолютно недопустима. Возникает проблема вероятностной оценки успеха операции с учетом всех факторов риска [2].

Для полной характеристики оптимальной структуры управления необходимо определить возможные экстремальные траектории, количество необходимых управляющих переключений и суммарный угол поворотов для каждой траектории. Из экстремальных траекторий просто выбирается единственная оптимальная траектория с простейшей структурой начинается с разворота от точки старта, отрезка прямой, второго разворота с выходом на конечную прямую до точки F1.

После однозначного определения структуры оптимального маневра, координат и курса, координат начальной и конечной точек график траектории движения можно рассчитать промежуточные точки места (ПМ) для занесения их в бортовой компьютер. Пример формирования оптимальной траектории движения показан на рис. 1.



Рис. 1. Сравнение оптимальной и одной из крайних траекторий

При сближении ВКС и экраноплана оптоэлектронная система относительной навигации принимает последовательность входных изображений с разрешением порядка 640х480 пикселей и выше, с глубиной цвета 8 бит (265 цветов). Необходимо не только конструктивно предотвратить выход из строя видеокамер из-за высокой температуры при аэродинамическом торможении, но и обеспечить многоразовость их использования.

Эффективным средством измерения параметров относительного движения и расстояний является также технология PMD, заключающаяся в измерении времени прохождения световым сигналом расстояния между камерой и отражающей свет поверхностью, находящейся в поле зрения прибора. Для этого камеры освещают сцену модулированным инфракрасным светом, который излучается с определенной частотой модуляции мод. Инфракрасный свет отражается от объектов сцены и измеряется светочувствительной матрицей камеры PMD. Должны быть задействованы и специальные радиотехнические системы ближней навигации.

Система управления абсолютным движением экраноплана должна обеспечивать его заданную траекторию и улучшать динамические свойства ЭК как объекта управления, особенно в отношении продольной устойчивости [3–7]. Нелинейный характер связей между отдельными каналами этой системы, интенсивные ветрово-волновые возмущения, необходимость особого режима дивергенции с надводными препятствиями и многие другие особенности придают специфику задаче оптимизации системы и повышают роль компьютерного моделирования в ее решении, хотя в постановке задачи используются обычные для теории автоматического управления категории. Большая инерционность тяжелого катамарана ЕК при маневрировании по ходу заставляет заблаговременно выводить его на заданную линию прямолинейного движения и активно управлять только продольной скоростью. Высота полета ЭК при посадке ВКС должна быть жестко стабилизирована. Тогда сближение АС и ВРУ по высоте и компенсация бокового смещения будут происходить при активной роли ВКС, а их сближение в продольной плоскости можно регулировать маневрированием скорости ЭК.

При сближении необходимо совмещать управление отклонением с управлением возмущением [7–9]. Открыть 3 стыковочных элемента (носовой – последний) и отправить АСП в самостоятельный полет.

На завершающем этапе захода на посадку ошибки взаимного позиционирования могут быть в пределах 2-3 м, а локальное позиционирование сопряженных элементов (особенно носового элемента) позволяет уменьшить ошибки до 20см.

Чтобы запустить ВКС, экраноплан должен сделать следующее:

- 1) доставить ЭК в выбранную точку пуска, для чего совершить с ним перелет длиной в сотни километров и даже иногда в несколько тысяч километров;
- 2) заправить ВКС топливными компонентами по его криогенной технологии непосредственно перед пуском;
- сообщить ВКС о начальную скорость порядка M=0,5-0,6 на высоте около 10 м. Для запуска и посадки ВКС могут использоваться либо один экраноплан, либо два разных экраноплана разных размеров и массы.

Заключение. Описан принцип реализации горизонтальной морской посадки воздушнокосмического самолета при помощи экраноплана, указываются возможные направления дальнейшего развития этого проектах. Проанализированы сложности построения систем управления движением двух крыльевых аппаратов и достоинства интегрированной транспортной системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Небылов А., Панферов А., Бродский С. Оптимизация системы управления сбором группы транспортных средств // 21-й симпозиум IFAC по автоматическому управлению в аэрокосмической отрасли. 2019. Крэнфилд, Великобритания.
- Княжский А.Ю., Небылов В.А. Оптимизация трехмерной траектории корабля с динамическим принципом поддержания по критерию минимальной средней истинной геометрической высоты // Достижения в области теоретической и вычислительной физики. 2020. Т. З. Вып. З. С. 78–85.
- 3. Аэрокосмические навигационные системы / под ред. Небылова А., Ватсона Дж. Дж. Уайли и сыновья, 2016.
- Небылов А.В., Небылов В.А. Российские экранопланы: новые перспективы международного сотрудничества // Российский инженер. 2013. № 4. С. 33–36.
- 5. Аэрокосмические датчики / под ред. Небылова А.В. Нью-Йорк: Momentum Press, 2012. 560 с.
- 6. Лян Юм, Алан Блио, Джонни Ду. Экраноплан и экраноплан. Спрингер, 2010. 468 с.
- 7. Аэрокосмические навигационные системы / под ред. Небылова А.В. и Уотсона Дж. John Wiley & Sons, Ltd., 2016. 420 с.
- Небылов А.В., Уилсон П.А. Экраноплан управляемый полет вблизи моря. Саутгемптон: WIT-press, Великобритания, 2001. 236 с.
- 9. Небылов А.В. Гарантирование точности управления. Берлин: Спрингер, 2004. П. 244.

A.V. Nebylov, V.A. Nebylov, A.I. Panferov (State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg) Relative Navigation and Joint Control of Aero-Space Plane and Ekranoplane for the Purpose of their Docking

The paper is devoted to the features of docking, the requirements for absolute and relative navigation systems, methods for ensuring the required accuracy and reliability of relative navigation with a positioning error of 50 cm at the final stage of rendezvous and docking.

### Секция 3

## ЭЛЕКТРОНИКА, ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА БОРТОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

## И. Ю. ЗАБАВИЧЕВ, И. А. НАСЕТКИН (Филиал РФЯЦ–ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова», Нижний Новгород)

# РАЗРАБОТКА ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ, ВЫПОЛНЕННОЙ НА ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ЭЛЕМЕНТНОЙ БАЗЕ

В работе рассмотрены вопросы, связанные с особенностями разработки помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации на отечественной элементной базе. Показано, что предложенная схемотехническая реализация в плане помехозащищенности не уступает зарубежным аналогам.

Введение. В настоящее время аппаратура спутниковой навигации (АСН) находит свое применение в различных сферах деятельности. Однако аппаратура спутниковых радионавигационных систем (СРНС) подвержена воздействию внешних помех, в том числе и преднамеренных, в силу малой мощности радионавигационного сигнала около поверхности Земли [1]. В качестве наиболее перспективного способа решения данной задачи выступают методы пространственной фильтрации сигналов, в основе которых лежит цифровое управление диаграммой направленности антенной решетки. Данные принципы успешно реализованы как в зарубежных [2], так и отечественных приборах [3] и позволяют увеличить предельное соотношение «помеха– сигнал» на десятки децибел. Однако даже в отечественных разработках зачастую используется элементная база импортного производства, особенно для цифровой обработки сигналов, что увеличивает зависимость от зарубежных микросхем. Представленный доклад посвящен разработке помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации, выполненной на специализированной отечественной элементной базе.

**Теоретическая часть.** Теоретические основы методов оптимальной обработки полезных сигналов на фоне помех различного происхождения активно развивались с конца 1940-х годов в разных странах. При всем многообразии этих методов все они основаны на использовании данных о различиях между параметрами полезных и помеховых сигналов. Целью использования этой информации является формирование минимумов в угловых, поляризационных или частотных характеристиках приемника в направлениях, соответствующих источникам помех, а также максимумов в направлении на полезный сигнал. В этом случае происходит подавление помеховых. Данный подход реализуется в системах угловой, поляризационной, частотной и т.п. селекции, различные виды которых широко представлены в литературе [4–6] и реализованы на практике. Учитывая реальные условия применения АСН, параметры источника помех, а также пространственная и временная динамика его характеристик неизвестны, что заставляет использовать методы с возможностью адаптации к постоянно изменяющейся сигнально-помеховой обстановке, функционирующих в условиях априорной неопределенности.

Пространственная фильтрация сигналов [5] основана на использовании отличий в угловых направлениях прихода полезного сигнала и сигнала помех. Большинство типов АСН используют одноэлементную антенну с фиксированной диаграммой направленности, главный лепесток которой ориентирован в верхнюю полусферу. Источники помех могут действовать с любых угловых направлений в пределах этой области. Для защиты от них в АСН применяются антенны в виде многоэлементных адаптивных антенных решеток, которые позволяют формировать минимумы диаграммы направленности в направлении на источники помех и максимумы – в направлении на полезный сигнал. Возможное количество минимумов диаграммы направленности на единицу меньше числа элементов антенной решетки. В современных приборах формирование диаграммы направленности происходит в цифровом виде, с помощью умножения входного сигнала на вектор весовых коэффициентов. Управление амплитудой и фазой комплексных весовых коэффициентов позволяет сформировать соответствующее направление и ширину главного луча, а также минимумы диаграммы направленности. Рассматриваемая система является адаптивной, если набор весовых коэффициентов изменяется с течением времени, подстраиваясь к изменению сигнально-помеховой обстановки. Необходимо отметить, что в силу малой мощности радионавигационного сигнала около поверхности Земли невозможно оценить направление прихода полезного сигнала без использования дополнительной информации, поэтому в данной работе рассмотрены алгоритмы формирования минимумов диаграммы направленности антенной решетки

В настоящее время существует несколько алгоритмов пространственной фильтрации, чья реализация является наиболее перспективной в аппаратуре спутниковой навигации. Наиболее простым, не требующим априорной информации об угловом расположении источника полезного сигнала и помех является алгоритм автокомпенсации помех [7].

Для алгоритма автокомпенсации помех один из элементов AP используется как опорный, а остальные – вспомогательные:

$$y = x_r - W_a^H X_a, \tag{1}$$

где выходной сигнал алгоритма *у* представляет собой разность сигнала опорной антенны  $x_r$  и суммы взвешенных сигналов вспомогательных антенн  $W_a^H X_a$ , а <sup>Н</sup> означает эрмитово сопряжение. В этом случае формирование весовых коэффициентов  $W_a$  производится на основе обращения ковариационной матрицы вспомогательных антенн [7]:

$$W_a = R_a^{-1} P_{ar}, (2)$$

(3)

где  $R_a$  – ковариационная матрица выходов дополнительных антенн

 $R_a = E\{X_a^H X_a\},$ где  $E\{\}$  означает математическое ожидание,  $\{\}^{-1}$  – матричное обращение.

Вектор  $P_{ar}$  – кросс-корреляционный вектор между комплексным сопряжением выхода основной антенны  $x_r$  и вектором наблюдений дополнительных антенн  $X_a$ :

$$P_{ar} = E\{X_a x_r^*\}.\tag{4}$$

Выражение (2) представляет собой аналитическое решение. Однако решать систему линейных уравнений можно и без обращения ковариационной матрицы с помощью одного из итерационных методов [8].

Устройство помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации. В состав помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации входят:

- антенная решетка, состоящая из четырех пространственно разнесенных антенных элементов, обеспечивающих преобразование электромагнитных волн диапазона L1 ГЛОНАСС в сигналы ультравысоких частот, их усиление и фильтрацию;
- четырехканальное радиоприемное устройство, обеспечивающее в каждом канале преобразование принятых сигналов СРНС ГЛОНАСС на промежуточную частоту (~20 МГц);
- четырехканальный аналого-цифровой преобразователь, осуществляющий преобразование принятых сигналов промежуточной частоты в каждом канале в четырнадцатиразрядный цифровой код;
- четырехканальный модуль цифровой обработки сигналов, в котором реализованы LMS алгоритм адаптации [8] и формирование выходного трехуровневого сигнала для дальнейшей навигационной обработки;

- модуль навигационного процессора, который осуществляет первичную (измерение радионавигационных параметров) и вторичную (решение навигационной задачи) навигационную обработку;
- 6) блок питания, предназначенный для формирования вторичных напряжений питания для описанных выше модулей.

Антенная решетка обеспечивает прием высокочастотных электромагнитных сигналов навигационных космических аппаратов СРНС ГЛОНАСС в частотном диапазоне L1: от 1592 до 1612 МГц. Для осуществления пространственной фильтрации полосовой помехи в диапазоне L1 ГЛОНАСС антенная решетка состоит из четырех керамических элементов, закрепленных на металлическом основании.

Основными элементами, входящими в состав каждого из четырех каналов радиоприемного устройства, являются:

- малошумящий усилитель, предназначенный для предварительного усиления принятых сигналов СРНС в диапазоне L1, коэффициент усиления по мощности 17 дБ, коэффициент шума не более 2 дБ;
- фильтр на поверхностно-акустических волнах, предназначенный для формирования полосы промежуточных частот каждого приемного канала;
- комплект микросхем производства филиала ФГУП РФЯЦ–ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова» (далее – филиала), предназначенный для двукратного переноса на промежуточную частоту и фильтрации сигнала.

Аналоговые сигналы с каждого канала радиоприёмного устройства поступают на микросхемы быстродействующего малопотребляющего 12/14-разрядного конвейерного аналогоцифрового преобразователя, осуществляющего преобразование дифференциального входного сигнала в цифровой код.

Основным элементом, отвечающим за адаптивную цифровую обработку, является программируемая логическая интегральная микросхема. Данная микросхема отвечает за разложение входных сигналов на синфазные и квадратурные составляющие, цифровую калибровку приёмных каналов, реализацию алгоритма автокомпенсации и преобразования выходного сигнала к трехуровневому виду. Последняя процедура необходима для корректной работы микросхемы 32-канального цифрового коррелятора производства филиала, которая осуществляет измерение радионавигационных параметров сигналов СРНС ГЛОНАСС. Решение навигационной задачи происходит с помощью специального программного обеспечения, которое выполняется в 32разрядном микроконтроллере производства филиала.

Эксперименты по исследованию помехозащищенности разработанной аппаратуры спутниковой навигации показали, что отношение «помеха–сигнал» увеличивается на 20 дБ по сравнению с аппаратурой без адаптивной обработки при воздействии гармонической помехи в полосе частот L1 ГЛОНАСС, что соответствует аналогичным показателям аппаратуры данного класса [2, 3].

Заключение. Таким образом, в докладе были рассмотрены вопросы, связанные с особенностями построения помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации на отечественной элементной базе с использованием специализированных микросхем разработки и производства филиала ФГУП РФЯЦ–ВНИИЭФ «НИИИС им. Ю.Е. Седакова». В качестве адаптивного алгоритма пространственной фильтрации была выбрана LMS реализация алгоритма автокомпенсации помех. Полученный прирост отношения «помеха–сигнал» не уступает показателям зарубежных аналогов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Интерфейсный контрольный документ (ICD) ГЛОНАСС Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2. Редакция 5.1 // Российские космические системы. 2008.
- 2. Marcos, E. P. et al., STAP as a solution for hardware imperfections in multi-antenna GNSS receivers, DLR, 2016.
- Соколов И.М. Метод многоканальной цифровой фильтрации помех для аппаратуры потребителей спутниковых радионавигационных систем. Диссертация на соискание ученой степени к.т.н., специальность 05.12.14. Москва, 2015.
- 4. Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Маляренко А.С. и др. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: справ. М.: Радиотехника, 2007. 512 с.
- 5. Chandran, Sathish, Adaptive Antenna Arrays, Trends and Applications, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004, 660 c.

- 6. Glennon, E.P., Dempster, A.G., Review of GPS Cross Correlation Mitigation Techniques, International Symposium on GNSS/GPS, December 2004, Sydney, Australia.
- 7. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
- 8. Haykin, S., Adaptive filter theory, 4th edition, Prentice-Hall Inc., 2002.

I.Yu. Zabavichev, I.A. Nasetkin (Branch of Russian federal nuclear center all-Russian research institute of experimental physics «Sedakov Scientific Research Institute of Measurement Systems», Nizhny Novgorod) Development of interference hardened satellite navigation receiver based on domestic microcircuits

The paper deals with issues, related to the development of interference hardened satellite navigation receiver based on domestic microcircuits. It is shown, that the proposed circuit implementation in terms of interference hardness is not inferior to foreign analogues Г. В. АНЦЕВ, В. А. САРЫЧЕВ (АО «НПП «Радар ммс»)

# СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ В АВТОМОБИЛЬНОЙ РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

Рассматриваются преимущества в навигационном обеспечении грузового (включая беспилотный) автотранспорта, которые гарантируются применением ими сверхширокополосных (СШП) радиолокационных систем. Обосновывается выбор в качестве СШП радиолокационных сигналов сверхкоротких видеоимпульсов. Дается характеристика научно-технического задела, накопленного в АО «НПП «Радар ммс» по созданию автомобильных СШП радиолокаторов вплоть до их успешных испытаний на предприятии ПАО «Камаз».

Для обеспечения навигации автомобильного транспорта сегодня часто предлагаются технологии, использующие сверхширокополосные (СШП) сигналы, которые открывают принципиально новые возможности по следующим причинам:

- СШП импульсное излучение имеет существенно большую проникающую способность, чем любые другие типы радиосигналов, в том числе сквозь покрытия, выполненные по технологии Stealth;
- практически отсутствует мёртвая зона;
- импульсные аналоги многоэлементных фазированных СВЧ решёток позволяют концентрировать во времени и пространстве слабые парциальные электромагнитные воздействия;
- допускается задействование импульсных сигналов с высокой (например, мегагерцовой) частотой повторения с соответствующей «пачечной» её вобуляцией;
- в рамках технологии программируемого радио SDR происходит унификация функционирования средств, входящих в автомобильную радиоэлектронику;
- информационные платформы СШП систем могут быть подавлены только СШП системами РЭБ.

СШП радиоэлектронная технология кардинально отличается от задействуемой в традиционной (узкополосной) радиоэлектронике.

Противопоставление нового СШП-направления радиоэлектроники традиционному является очень серьезным и многогранным, где АО «НПП «Радар ммс» пошло по самому трудному, но многообещающему пути – использование сверхкоротких (СКИ) импульсов. В радиолокационных приложениях пространственный размер этих импульсов должен быть меньше размера цели. Здесь требуются совершенно иные подходы к анализу и описанию радиоэлектронных систем, отталкивающиеся непосредственно от временных представлений, а не от спектральных. Здесь даже скорость цели измеряется совсем по-иному, как говорят – по огибающей. Самое важное и интересное, что здесь появляется возможность непосредственно оценить структуру и состав цели, что очень важно при проведении распознавания и идентификации целей. Насколько нам известно, предприятию удалось впервые в мире такие СШП технологии совместить с анализом поляризационной структуры, поскольку её изменения обусловлены только целью.

АО «НПП «Радар ммс» достигнуты следующие результаты:

- создан научно-технический и метрологический заделы, позволяющие в кратчайшие сроки выполнять тематические НИОКР с быстрым переходом к серийному производству на предприятии;
- получены новые обнадеживающие практические результаты по созданию СШП систем и получен практический опыт работы с мощными СШП-системами;
- подготовлены научно-технические и производственные квалифицированные кадры, специализирующиеся на разработке и изготовлении СШП-систем.

С участием Физтеха разработана новая технология, опирающаяся на использование твердотельных приборов, типа тиристоров, но очень своеобразно накапливающих электрическую энергию для генерации больших выходных уровней мощностей в требуемом временном диапазоне и с требуемым технологией уровнем точности контроля положения во времени – практически без джиттеров. Для излучения сверхкоротких импульсов созданы излучатели и антенны с резко выраженным фазовым центром, при этом потенциал радиосистемы увеличился за счет увеличения коэффициента усиления антенной решетки. Система синхронизации позволяет осуществлять уверенное управление диаграммой направленности решетки. Достижимая частота повторения в такой технологии может быть увеличена до десяти мегагерц при воздушном охлаждении модуля. В результате проведенных работ и экспериментальных исследований была определена наиболее эффективная структура СШП излучающей системы, предназначенной для формирования в пространстве электромагнитного поля с заданными характеристиками.

Основой такой системы является единичный малогабаритный излучающий модуль, состоящий из генераторной части с элементами управления и антенны. На основе унифицированных модулей производится построение антенной решетки, количество модулей которой определяет класс решаемых задач.

Гибкое управление позволяет осуществлять жесткую автоматическую синхронизацию всех модулей решетки, без чего невозможно создать образец, предназначенный для установки на различные типы носителей.

На предприятии выполнены исследования в области радиолокации: разработка алгоритмов для маневренных носителей, применение сигналов, частота которых меняется по определённому закону, применение сигналов сложной поляризационной структуры, применение интеллектуальных технологий в системах самонаведения, разработка многочастотных зондирующих сигналов, обеспечивающих высокую точность сопровождения цели, повышение скрытности и помехоустойчивости.

Бортовая СКИ РЛС способна использоваться как в составе комплексов машинного зрения на основе лидаров, радиолокационных датчиков других диапазонов, инфракрасных датчиков стереокамер, информация от которых обрабатывается с использованием нейросетевых технологий и элементов искусственного интеллекта. С другой стороны, бортовая СКИ РЛС может использоваться автономно как помощь водителю в информировании на выносном дисплее о развитии опасных ситуаций на дороге.

Неоспоримое преимущество разработанного изделия – возможность работы в сложных метеоусловиях, таких как дождь, туман, снежные и пылевые бури, работа в колонне тяжелой техники, обнаружение радиолокационных маркеров, автомобилей и людей под снежными заносами, что важно при нынешнем освоении Арктики. Существенным фактором и конкурентным преимуществом образца СКИ РЛС является сверхнизкая мощность излучения передатчиков СКИ, помехоустойчивость и скрытность работы, что немаловажно при движении в колонне военной техники.

Автомобильная СКИ РЛС, разработанная АО «НПП «Радар ммс», адаптирована также для использования в интересах железнодорожного транспорта как с увеличением дальности работы, так и расширением углов наблюдения (обнаружения радиолокационно-контрастных объектов). Технические предложения по формированию облика СКИ РЛС в интересах железнодорожного транспорта представлены по результатам совместных экспериментальных работ с учётом инфраструктуры объектов на железнодорожном транспорте.

Предприятие АО «НПП «Радар ммс» научилось варьировать структурой, поляризацией, частотой следования, амплитудой поражающих импульсов. Здесь удалось обеспечить надёжное электронное сканирование в достаточно широком секторе углов. Сегодняшнее состояние исследований на предприятии можно охарактеризовать как разработанный и созданный набор генераторов задающих сигналов и ППМов для антенных решеток, а также подобрать соответствующую динамику варьирования сигнальными параметрами.

G.V. Antsev, V.A. Sarychev (Radar-MMS Scientific and Production Enterprise, JSC) Ultra-Wideband Signals in In-Car Electronics

Application of ultra-wideband radar systems to navigation of truck transport (including driverless cars) provides a number of advantages. Ultrashort video pulses are selected as ultra wideband signals. Experience in creating the automobile UWB radars at Radar MMS up to their successful tests at Kamaz Production Company is described.

### Н. А. ЛУКИН

(Институт машиноведения УрО РАН, Уральский федеральный университет, Екатеринбург)

# ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПРОЦЕССОРОВ С ОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРОЙ

Рассмотрены архитектуры, микроэлектронная реализация и функционирование специализированных процессоров, предназначенных для первичной обработки изображений в реальном времени в составе систем управления высокоманевренных малогабаритных подвижных объектов. Особенностью рассматриваемых процессоров является однородная структура их вычислительных ядер, позволяющая реализовать максимально-возможную производительность за счет массового параллелизма обработки потоков пикселов, поступающих из оптических сенсоров. Однородность структуры дает возможность реализовать первичную обработку изображений в темпе выдачи пикселов из сенсоров, что является важным для применений, например, в составе БПЛА или мобильных роботов. Приводятся результаты исследований и разработок двух типов однородных видеопроцессоров.

**Введение.** Системы цифровой обработки изображений в реальном времени являются одним из основных компонентов бортовых систем управления подвижными объектами. В большинстве систем реального времени алгоритмы видеообработки состоят из двух основных этапов:

- предварительная (первичная, внутрикадровая) обработка, назначением которой является повышение достоверности изображения. На этом этапе реализуются алгоритмы коррекции геометрических искажений, повышения контрастности, усреднения, сглаживания, фильтрации, сегментации [1]. Их особенностью является значительное количество независимых потоков входных данных (до десятков млн.) и высокая степень внутреннего параллелизма вычислений. Так, например, для обработки двумерных изображений, получаемых с выходов ПЗС-матрицы размерностью 2Кх2К двухбайтовых пикселов за время не более чем 5 мс, требуется обеспечивать вычислительную производительность на уровне порядка 10<sup>12</sup> оп/сек в секунду;
- вторичная (межкадровая) обработка, назначением которой является идентификация параметров внешних объектов и в конечном счете их распознавание. На этом этапе реализуются алгоритмы вычисления признаков изображений, формальных инвариантов, определения положения и параметров движения объектов в различных системах координат, построения моделей проблемной среды [2]. Спецификой алгоритмов межкадровой обработки является существенно более низкая степень параллелизма, высокая связность алгоритмических графов. Для вторичной обработки характерны значительно меньшая скорость вычислений и их последовательный (итерационный) характер [3].

Исследования алгоритмов показывают, что вычислительная трудоемкость обработки данных и архитектурный облик бортовой системы видеообработки в значительной степени определяются алгоритмами <u>внутрикадровой</u> обработки изображений [4]. В работе рассматриваются принципы построения и функционирования специализированных процессоров, предназначенных для первичной обработки изображений в реальном времени в составе бортовых систем управления высокоманевренными малогабаритными подвижными объектами.

Особенности внутрикадровой обработки изображений. Специфика алгоритмов внутрикадровой обработки состоит в том, они обладают максимально-возможным параллелизмом, так как все элементы изображения могут обрабатываться независимо и параллельно. Например, для стандартных КМОП-сенсоров с матрицей чувствительных элементов размерностью 4М пикселов теоретически возможно реализовать параллельную обработку 4 млн потоков данных. Причиной этого является функциональная несвязность (независимость) пикселов матрицы сенсора.

Второй особенностью алгоритмов внутрикадровой обработки является потоковый характер обработки данных. Причиной этого является независимость результатов обработки i-го кадра изображения от результатов обработки (i-1)-го кадра. Это означает отсутствие циклов по дан-

ным в алгоритмических графах, что, в свою очередь, дает возможность вести внутрикадровую обработку изображений в темпе приема их из сенсора при произвольной частоте его работы.

Еще одной спецификой этого этапа видеообработки является малая длина последовательных вычислений, т.е. имеется практическое отсутствие накопленной погрешности для преобразований над каждым пикселом. Если учесть, что разрядность пикселов современных сенсоров, применяемых в бортовых системах, не превышает 16 бит, то с учетом данной специфики разрядность процессора также 16 бит.

Отмеченные особенности алгоритмов внутрикадровой обработки изображений определяют специфику архитектур соответствующих процессоров, главная из которых – обеспечение максимально возможного параллелизма при обработке большого числа потоков данных за счет реализации независимой обработки как можно большего числа пикселов изображения. Результаты многочисленных исследований, проводимых в России и за рубежом, показывают, что несомненным преимуществом в обеспечении минимального времени обработки изображений обладают функционально-ориентированные процессоры на основе однородных вычислительных сред (ОВС-ФОП).

Архитектура OBC-ФОП представляет собой массив процессорных элементов {PE<sub>ij</sub>}, i = 0,...,N; j = 0,...,M и является двумерной решеткой, каждый узел которой связан только с соседними:  $\forall i, j; (PE_{i,j} \Leftrightarrow PE_{i\pm 1,j}) \& (PE_{i,j} \Leftrightarrow PE_{i,j\pm 1})$ . К настоящему времени за рубежом создано множество процессоров с однородной структурой, успешно функционирующих в составе систем технического зрения. В нашей стране также были предприняты попытки исследования и разработки аналогичных процессоров [5]. В работе приведены результаты исследований и разработок ОВС-ФОП двух типов архитектур.

Тип 1. Это двумерная матрица PE, параметры которой определяются <u>геометрией чувствительных элементов датчика</u>. В процессе обработки изображений массив пикселов записывается во внутреннюю память каждого PE, а затем под управлением одного потока команд производится реализация алгоритма. Этот тип архитектуры принадлежит к классу «один поток команд – множество потоков данных» (SIMD). Основная задача – внутрикадровая обработка видеоизображений (контрастирование, оконтуривание, фильтрация шумов), поступающих из ПЗС-матрицы. В ходе проведения НИОКР были исследованы возможные варианты однородных архитектур и разработана СБИС систолического операционного устройства размерностью 8×8 PE. Сам ОВС-ФОП представляет собой матрицу СБИС. Реализация полного объема алгоритмов внутрикадровой обработки изображений размерностью 512×512 пикселов занимала не более 3 мс, а микроэлектронная реализация процессора на базе гибридной интегральной схемы по технологии «система в корпусе» обеспечивала массу не более 120 грамм.

Тип 2. Это двумерный массив РЕ произвольной конфигурации, которая определяется структурой алгоритмического графа, а их число – степенью внутреннего параллелизма алгоритмов. Каждый РЕ выполняет индивидуальный набор инструкций (команд). Это другой тип архитектуры параллельной обработки данных - «множество потоков команд - множество потоков данных» (MIMD). Основной принцип обработки изображений заключается в том, что на предварительном этапе каждый РЕ настраивается на выполнение конкретной команды, и после того как настроенными окажутся все РЕ, на внешние интерфейсы подаются потоки данных, которые сразу же начинают обрабатываться и перемещаться по всей ОВС. Обработка данных в этом случае совмещается с процессом их перемещения по массиву РЕ. Основная задача – внутрикадровая обработка массивов точечных изображений в реальном времени. Локальный массив РЕ размерностью 5×5 РЕ был также разработан в виде одного кристалла СБИС, из которых компонуется архитектура ОВС-ФОП [7]. Реализация алгоритмов внутрикадровой обработки изображений производится в темпе их выдачи с выходов оптического датчика. В ходе проведения работ был разработан макет ОВС-ФОП и создана компьютерная рабочая станция, на которой был разработан и отработан ряд прикладных программ цифровой обработки сигналов и изображений.

Результаты исследований и разработок показали, что OBC-ФОП предоставляют возможность достижения максимальной скорости обработки видеоизображений и могут являться базой для создания вычислительной части видеосистем реального времени. В работе приведены сравнительные оценки реализации некоторых алгоритмов и их базовых функциональных блоков для внутрикадровой обработки изображений с использованием разработанных ОВС-ФОП и ряда зарубежных и отечественных микропроцессоров.

Заключение. Внутрикадровая обработка изображений является одной из наиболее вычислительно трудоемких задач для мобильных видеосистем реального времени. Алгоритмы внутрикадровой обработки обладают максимально-возможным уровнем параллелизма, что создает предпосылки для достижения высокой производительности видеопроцессоров. Для обеспечения этого процессоры первичной обработки изображений должны реализовать производительность порядка десятков Gflops. Одним из возможных решений этой проблемы является применение функционально-ориентированных процессоров на основе однородных вычислительных сред – ОВС-ФОП, которые реализуют параллельную обработку на уровне отдельных слов данных. Процессоры с однородной структурой позволяют предельно минимизировать время внутрикадровой обработки изображений за счет организации обработки потоков пикселов на двумерных массивах процессорных элементов. Микроэлектронная реализация ОВС-ФОП подтверждает эффективность их использования как основных блоков видеопроцессоров мобильных систем.

Работа выполнена в рамках государственных заданий ИМАШ УрО РАН по теме № АААА-А18-118020790147-4.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Popescu, D., Stoican, F., Stamatescu, G., et al., Sensors, 2020, 20, 817, doi:10.3390/s20030817.
- 2. Hussain, M.A., Kharat, G.U., Motion Estimation Using Optical Flow, i-CORT 2012 Proceedings, 9–11 February 2012, Shikrapur, Pune, India, doi: 10.13140/RG.2.1.5021.0324.
- 3. Cassinis, L.P., Fonod, R. et al., IWSCFF 2019 Workshop, 16–19 July 2019, Glasgow, Scotland.
- 4. Jensen, J.R., Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective, Prentice Hall Press, 2015. 623 p.
- Прангишвили И.В., Абрамова Н.А., Бабичева Е.В., Игнатущенко В.В. Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств. М.: Наука, 1967. 228 с.
- Lookin, N.A., Function-oriented processors with homogenous architecture for data flow signal processing in the spaceborn control systems, 24nd Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2014), Sevastopol, 2014, Crimea, Russia, vol. 1, pp. 417–418.

#### N. A. Lookin (Institute of Engineering Science, Ural Federal University, Yekaterinburg) Intra-frame image processing using on-board functional-oriented processors with a homogeneous architecture

The architectures and operation of special-purpose processors designed for real-time intra-frame image processing as part of on-board control systems for highly maneuverable small-sized moving objects are considered. A feature of the processors under consideration is the homogeneous structure of their computing cores, which makes it possible to realize the maximum possible performance due to massive parallelism in processing pixel streams coming from optical sensors. The homogeneity of the structure makes it possible to implement intra-frame image processing at the rate of outputting pixels from sensors, which is important for onboard applications, for example, as part of UAVs or mobile robots. The results of research and development of two types of homogeneous video processors are presented. Н. А. ЛУКИН, Л. С. РУБИН (Институт машиноведения имени Э.С. Горкунова Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург)

# ВЫСОКОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ШИРОКОДИАПАЗОННЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ «ТОК–КОД» С НЕЛИНЕЙНОЙ ШКАЛОЙ

Описываются результаты проектирования одного из классов измерительной техники – высокочувствительных аналого-цифровых преобразователей (АЦП) «ток-код» на основе технологии двухтактного интегрирующего преобразования. Приведены результаты преобразования входных токов в диапазоне от 0 до 1000 нА с применением ЦАП для генерации разрядного тока интегратора, а также результаты сравнения основных параметров разработанного АЦП с микросхемами фирм «Миландр» и Texas Instruments. Результаты приведены для макета конкретного аналого-цифрового преобразователя, предназначенного для разработки прецизионного измерителя малых токов.

Введение. Прецизионные измерения малых токов в реальном времени становятся актуальными в широком спектре применений – от кремниевых кластеров СБИС в составе МЭМС до мобильных систем контроля и оперативного измерения токов утечки при изготовлении микроэлектроники. Обеспечение высокой точности измерения и устойчивой работы электроники измерителя являются одними из наиболее важных задач, стоящих перед разработчиками измерителей. Ранее было показано, что относительная суммарная погрешность измерения может быть уменьшена при замене линейной аналоговой шкалы на нелинейную [1]. Эффективность такой замены зависит от выбора вида нелинейности, а результат – от способа ее реализации. Например, реализация нелинейности путем известного кусочно-линейного преобразования, расширяя динамический диапазон, суммарную погрешность преобразования может даже ухудшить из-за неопределенностей в точках перемены крутизны преобразования. Если к АЦП предъявляются высокие требования к погрешности преобразования, то наиболее удачные реализации получаются, если выбирается двухтактное преобразования, то наиболее удачные реализации получаются, если выбирается двухтактное преобразования интегрирующего типа. В этом случае нелинейная аналоговая шкала преобразования обеспечивается изменением тока разряда интегрирующего конденсатора во втором такте преобразования.

При разработке электрической схемы АЦП и экспериментальных исследованиях важно принять такие схемные решения и выбрать параметры элементов, чтобы снизить влияние случайных факторов на результат преобразования. Если электрическая схема работоспособна, то действие случайных факторов, таких как технологический разброс параметров элементов, случайные шумовые эффекты в p-n переходах, изменения локальных температур и т.п., приводит к разбросу выходных кодов при неизменном входном сигнале. Разброс является очень чувствительным и легко наблюдаемым параметром, изменения которого позволяют сравнить разные технические решения какого-либо фрагмента схемы.

Одним из важных узлов нелинейного АЦП интегрирующего типа является генератор тока разряда, который можно реализовать как генератор аналогового изменяющегося во времени напряжения, так и генератор с использованием цифроаналогового преобразователя (ЦАП). На выходе ЦАП изменения выходного напряжения происходят «ступеньками», которые можно сгладить, используя фильтры низкой частоты. Однако необходимость применения такой фильтрации для формирования «гладкой» функции изменения разрядного тока интегрирующего конденсатора, который сам является фильтром, неочевидна. В настоящем докладе рассматривается применение нелинейной шкалы в высокочувствительном преобразователе «ток-код», создаваемого на основе технологии двухтактного интегрирующего преобразования, в котором нелинейность реализуется на основе цифроаналогового преобразования заданного нелинейного преобразования

**Основные результаты завершившихся этапов работ.** На предыдущих этапах были получены следующие результаты:

▶ предложена детерминированная модель измерения непрерывного сигнала. Показано, что применение нелинейной шкалы вида N = I<sup>m</sup>, где I – измеряемый сигнал, N – цифровой код, m < 1, обеспечивает суммарную относительную погрешность (показатель «шумсигнал») всегда меньшую, чем для линейной шкалы с m = 1. Это послужило основанием для разработки измерителя с описанной выше нелинейностью шкалы [2];

- разработан лабораторный макет «нелинейного» измерителя малых токов, значения которых находятся в диапазоне (0;1000) [нА]. Разработан метод непосредственного измерения любых токов указанного диапазона (60 dB) с использованием одной и той же шкалы вида N = k1<sup>0,5</sup> на всем диапазоне измерения без предварительного выбора поддиапазонов. Это дает возможность использования измерителя для таких систем, доступ к которым затруднен либо невозможен, а также для систем с требованием непрерывного измерения в реальном времени любых значений токов из диапазона, например в компьютерной томографии;
- проведены эксперименты с макетом:
  - многократные измерения фиксированных значений токов с оценкой суммарных погрешностей;
  - исследования влияния возмущающих факторов, в первую очередь температуры, на разбросы значений измеренных величин;
  - определения порога чувствительности к минимальным значениям входных токов

Основной результат экспериментов с макетом измерителя заключается в том, что использование нелинейной шкалы вида  $N = kI^{0,5}$  обеспечивает устойчивое измерение токов упомянутого диапазона с величинами суммарных относительных погрешностей от 1% для I = 1 нА до 0,003% для I = 1000 нА. При этом порог чувствительности измерителя определяется на уровне 10 пА. Вместе с тем, использование «аналоговой» шкалы в схеме выявило ограничения на пути дальнейшего повышения точности и стабильности работы измерителя в целом.

**Измеритель малых токов на основе цифрового формирования шкалы.** Вид измерительной шкалы определяется зависимостью вида i = f(t), где i – ток разряда измерительного конденсатора. Например, при зависимости вида i = kt в схеме устройства реализуется нелинейная шкала с m = 0,5. При разработке электрической схемы преобразователя для генерации тока разряда был выбран источник напряжения, линейно изменяющегося во времени как наиболее простой в реализации. Экспериментальная отработка схемы измерителя показала, что генератор линейно изменяющегося напряжения создает шум, который заметно влияет на разброс выходных кодов преобразователя. На величину разброса влияют нестабильности опорного источника напряжения и параметров резисторов и конденсаторов, а также шум, возникающий в p-n переходах полупроводниковых приборов. Дальнейшее снижение разбросов выходных кодов измерителя возможно с помощью применения цифровых компонент. Данная работа посвящена результатам разработки нелинейного измерителя малых токов на основе цифроаналогового преобразования, в котором заданная нелинейность характеристики N = f(I) реализуется за счет цифрового формирования линейного тока разряда измерительного конденсатора.

Реализация генератора на основе ЦАП. Особенностью такого генератора напряжения булет не глалкое изменение выходного напряжения, а ступенчатое в соответствии с выбранной частотой цифроаналогового преобразования, что может быть причиной появления дополнительной погрешности аналого-цифрового преобразования малого входного тока. Для оценки ошибок такого варианта реализации АШП был разработан вариант генератора линейно изменяющегося напряжения на основе цифроаналогового преобразования, в котором структура реализована на матрице R-2R. Для сравнения стандартного отклонения выходного кода в цифроаналоговом преобразователе реализован тот же диапазон изменения выходного напряжения, что и в генераторе линейно изменяющегося напряжения за то же время разряда интегрирующего конденсатора. Стабильность параметров цифроаналогового преобразователя обеспечивается стабильностью источника опорного напряжения, кварцевой стабилизацией частоты квантования, технологией изготовления матрицы R-2R. Величина каждой «ступеньки» изменения выходного напряжения составила 44.4 мВ. Всего за время разряда интегрирующего конденсатора формируется 94 ступеньки. В табл. 1 приведены значения стандартного отклонения выходного кода от среднего значения для аналоговой и цифровой пилы при преобразовании входных токов в начале шкалы.

#### Таблица 1

	интегрирующего конденсатора							
N⁰	Величина входного	СКО кодов	СКО кодов	Отношение				
п/п	тока в нА	(аналоговый источник ЛИН)	(цифровой источник ЛИН)	$\sigma_{\rm a}/\sigma_{\rm u}$				
		$\sigma_{a}$	$\sigma_{\mathrm{u}}$					
1	0	1,21	0,88	1,38				
2	0,5	1,22	0,98	1,25				
3	1,0	1,01	0,84	1,20				
4	1,5	0,94	0,79	1,19				
5	2,0	0,96	0,69	1,39				
6	2.5	0,86	0,71	1,22				
7	16	0.56	0,47	1,19				

Стандартные отклонения выходного кода аналого-цифрового нелинейного преобразователя при аналоговой и цифровой реализациях генератора пилообразного напряжения, формирующего разрядный ток

Испытания макета АЦП с генератором ступенчато изменяющегося выходного напряжения и постоянным значением величины «ступеньки» показали, что величина стандартного отклонения для всех значений входного тока в начале шкалы от 0 до 16 нА даже уменьшилась на ~20%. Уменьшение стандартного отклонения при реализации генератора разрядного тока на цифроаналоговом преобразователе определяется тем, что в цифровом генераторе удается добиться бо́льшей стабильности выходного напряжения, чем в аналоговом генераторе. Это получается за счет того, что разброс выходных параметров современных ЦАП определяется всего двумя факторами – стабильностью задающего генератора и стабильностью опорного напряжения.

Влияние ступенчато изменяющегося выходного напряжения цифрового генератора на разброс выходных кодов АЦП ослабляется тем, что разрядный ток, ступенчато изменяющийся во времени, подается на вход интегратора, который сам является фильтром низких частот, достаточно эффективно снижающим энергию высокочастотных составляющих в спектре сигнала генератора. Генератор тока разряда на основе ЦАП может служить основой для формирования произвольного вида нелинейности N = f(I), что в совокупности с интегрированием создает широкие возможности для обработки аналоговых сигналов до преобразования их в цифровую форму. Это открывает возможности для построения измерительной техники нового типа – аналого-цифровых функционально-ориентированных процессоров.

Сравнение с широкодиапазонными высокочувствительными микросхемами АЦП. Разработанная электрическая схема двухтактного преобразователя «аналог-код» интегрирующего типа с нелинейной шкалой преобразования и генератором непрерывно и равномерно изменяющимся ступенчатым напряжением на базе ЦАП для формирования тока разряда интегрирующего конденсатора при длительности одного цикла преобразования 10 мс реализована в виде макета, структурная схема которого приведена в [3]. Для испытаний макета в нормальных условиях в качестве источника входных токов использовался источник-измеритель SourceMeter, модель Keithley 2450, позволяющий задавать токи в интересующем нас диапазоне от 0 нА до 1000 нА. Некоторые результаты испытаний приведены в табл. 2. Для оценки результатов, достигнутых при разработке электрической схемы АЦП, в этой же таблице приведены данные из техописаний серийно выпускаемых микросхем 5101HB035 фирмы «Миландр» и DDC118 фирмы Texas Instruments, которые также предназначены для высокоточного преобразования малых токов и напряжений в цифровой код. Эти микросхемы, имея 7 поддиапазонов, переключаемых вручную, охватывают диапазон от 0 до 350 пК, что соответствует диапазону изменения входного тока для разработанного нами макета от 0 до 100 нА.

Из табл. 2 следует, что разработанный макет не уступает по стабильности измерений, превосходит по диапазону измерения входных токов, но является менее быстродействующим.

Из табл. 2 следует, что скорость передачи данных в нашем макете значительно меньше скорости передачи данных в рассмотренных микросхемах. Однако эти скорости указаны для одной микросхемы, в которой размещаются 8 независимых каналов, выходные коды которых поступают в последовательном коде. Если необходимо преобразовывать входные сигналы в бо́льшем числе каналов, то необходимо для них выделить временные интервалы, что в соответствующее число раз уменьшает скорость передачи данных по любому из каналов. В отличие от этих микросхем в разработанном нами макете предусматривается параллельное одновременное преобразование входных сигналов, при этом скорость передачи не зависит от числа преобразуемых каналов. Из-за этого преимущество микросхем в быстродействии с увеличением числа измеряемых каналов будет уменьшаться.

Т	а	б	л	И	ш	а	2
	u	•				u	~

No	Параметр	DDC118 фирмы	5101HB035	Макет
л. <u>–</u>	TupuneTp	Texas Instruments	фирми (Мидандру)	iviuker
1	Динамический диапазон	Имеется 8 поддиапазонов, каждый устанавливается извне управляющими сигна- лами 12,, 350 [пК]; поддиапазон №0: -0,048,, 12 [пК]; поддиапазон №7: -1,4,, 350 [пК]	Совпадает с DDC118	1 непереключаемый диапазон 0,,1000 [нА] (0,, 3500 [пК])
2	Скорость передачи	Максимум при минимизации энергопотребления – 2,5 тыс. изм./сек	Совпадает с DDC118	100 изм./сек
3	Стандартное отклонение	Емкость кабеля 50 пФ: 0 поддиапазон – 36,3 ppm 5поддиапазон – 5,1 ppm 7 поддиапазон – 4,4 ppm	0 поддиапазон – 252,5 EMP (240,803 ppm) 5 поддиапазон – 40,0 EMP (38,147 ppm) 7 поддиапазон – 30,0 EMP (28,610 ppm)	0 нА – 24.57 ppm 32 нА – 8.9 ppm 256 нА – 8.88 ppm 1 мкА – 7.54 ppm
4	Опорное напряжение для исходного уровня интегрирования	Внешний источник напряже- ния, схема и подключение рекомендуются	Внутренняя схема в составе микросхемы	Схемное решение преобразователя каж- дого канала

### Сравнение основных технических параметров разработанного макета АЦП с микросхемами, серийно выпускаемыми для преобразования малых входных токов в широком диапазоне их изменения

В заключение авторы выражают благодарность лаборанту А.Е. Толстых, который обеспечил настройку макета и оптимизацию некоторых элементов электрической схемы, позволившую уменьшить влияние аддитивных помех на разброс выходных кодов.

#### Выводы

1. Нелинейная шкала преобразования обеспечивает уменьшение стандартного отклонения выходного кода преобразователя с ростом входного электрического сигнала, что обеспечивает достижение требуемой суммарной относительной погрешности во всем диапазоне преобразования от 0 до 1000 нА, при этом разрешающая способность в начале шкалы не хуже 10 пА, а для выходного кода требуется не более 16 двоичных разрядов.

2. Применение ЦАП для генерации меняющегося во времени тока разряда интегрирующего конденсатора в АЦП интегрирующего типа с двухтактным преобразованием позволяет уменьшить стандартное отклонение выходных кодов от среднего значения при преобразовании малых токов не менее чем на 20% по сравнению с чисто аналоговой схемой.

3. Цифровое формирование измерительной шкалы открывает возможности для построения измерительной техники нового типа – аналого-цифровых функционально-ориентированных процессоров.

Работа выполнена в рамках государственных заданий ИМАШ УрО РАН по теме №АААА-А18-118020790147-4.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лукин, Н.А., Рубин Л.С. Применение нелинейного функционального аналого-цифрового преобразования для прецизионных измерений малых электрических величин в реальном // Гироскопия и навигация. 2014. №4(87). С. 131– 141.
- 2. Способ двухтактного аналого-цифрового преобразования интегрирующего типа и устройство для его осуществления. Патент России № 2564909. 2015. Бюл.28. Лукин Н.А., Рубин Л.С.
- 3. Аналого-цифровой преобразователь интегрирующего типа для измерения малых электрических сигналов. Патент России № 2693647. 2019. Бюл. 19. Лукин Н.А., Рубин Л.С.

N.A. Lookin (Institute of Engineering Science, Ural Federal University, Yekaterinburg), L.S. Rubin, (Institute of Engineering Sciences, Yekaterinburg)

# Highly Sensitive Wide-Range Nonlinear Converter "Current-Code" with Non-lineal Measurement Scale

The results of designing one of the classes of measuring equipment - highly sensitive analog-to-digital converters (ADC) "current - code" based on the technology of push-pull integrating conversion are described. The results of measuring currents in the range from 0 to 1000 nA using a DAC to generate the discharge current of the integrator are presented, as well as the results of comparing the main parameters of the developed ADC with microcircuits manufactured by Milandr (Russia) and "Texas Instruments" (US). The results are given for the layout of a specific analog-to-digital converter as a basis for precision low current meter.

А. М. ГРУЗЛИКОВ, Н. В.КОЛЕСОВ, Е. Г. ЛИТУНЕНКО, Ю. М. СКОРОДУМОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СЕТИ АВТОНОМНЫХ НЕОБИТАЕМЫХ ПОДВОДНЫХ АППАРАТОВ

Исследованы вопросы оптимизации информационных обменов в сети автономных необитаемых аппаратов. Предложены субоптимальные алгоритмы планирования последовательности обменов.

Введение. Проблемы и достижения подводной робототехники на протяжении последних десятилетий неизменно находятся в центре внимания специалистов [1, 2]. Обсуждение этих вопросов занимает важное место и в современной научно-технической литературе. Существенный интерес к этой области объясняется востребованностью автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) при решении целого ряда прикладных задач. Информационное взаимодействие между аппаратами осуществляется средствами звукоподводной связи (ЗПС) [3–6]. Реализация ЗПС сопряжена с рядом проблем, что приводит как к существенному ограничению скорости обмена (килобиты в секунду), так и к ограничению радиуса обмена информацией между аппаратами. В результате в общем случае сообщение достигает узла-адресата не напрямую, а через цепочку узлов-ретрансляторов. Кроме того, в силу подвижности аппаратов маршрут доставки сообщения может меняться из-за изменения топологии сети АНПА. В этих условиях существенно возрастают требования к организации информационных обменов, что делает необходимым оптимизацию для передаваемых сообщений не только используемых маршрутов, но и последовательности этих сообщений.

Постановка задачи. Предполагается, что рассматриваемая сеть имеет вид неориентированного графа и состоит из одинаковых узлов, функционирующих по одному и тому же алгоритму. Сеть стационарна, что гарантирует постоянство средних значений интенсивностей потоков обменов (заявок), обслуживаний и очередей. В результате взаимного обмена сообщениями каждому узлу известны координаты всех остальных узлов, что позволяет ему строить минимальные по расстоянию маршруты (пути в неориентированном графе) доставки сообщений. Доставка сообщений происходит с использованием некоторого известного алгоритма маршрутизации, опирающегося на таблицы маршрутизации. Для любого сообщения маршрут всегда существует, т.е. аппараты не расходятся слишком далеко друг от друга. В простейшем случае, когда узел-адресат находится на допустимом расстоянии, маршрут доставки одношаговый (не использующий ретранслирующих узлов). Каждый узел периодически излучает сформированную в нем последовательность сообщений, которая состоит из собственных сгенерированных в узле сообщений, а также из сообщений, поступивших в данный узел извне для ретрансляции к другому адресату. Понятно, что в общем случае различным упорядоченностям сообщений, передаваемых узлом, будет соответствовать различная оперативность доставки сообщений. Далее в качестве критерия оперативности будет использоваться либо суммарное время  $\Delta_{-}$  доставки всех сообщений из передаваемой последовательности, либо среднее по сообщениям время  $\overline{\Delta}$ доставки. При этом под временем доставки  $\Delta$  сообщения, находящегося на k-й позиции в очереди рассматриваемого узла, будем понимать сумму времени ожидания в очереди  $e_{[k]}^{w}$  передающего узла и времени переноса  $e_{1k}^{t}$  сообщения (время от момента начала передачи сообщения до момента конца его приема) между передающим узлом и узлом-адресатом

$$\Delta_{[k]} = e_{[k]}^{w} + e_{[k]}^{t}. \tag{1.1}$$

Для одношагового маршрута получаем

$$e_{[k]}^{t} = e_{[k]} + \frac{d_{[k]}}{v} = e_{[k]} + e_{[k]}^{d}.$$
 (1.2)

Здесь  $e_{[k]}$  – длительность сообщения на *k*-й позиции в очереди,  $e_{[k]}^d = \frac{d_{[k]}}{v}$  – время прохождения сигнала между передающим узлом и узлом-адресатом,  $d_{[k]}$  – расстояние между передающим узлом и узлом-адресатом для сообщения на k-й позиции в очереди, v – скорость распространения звука в заданной акватории.

В случае многошагового маршрута выражение для времени доставки сообщения принимает вид

$$\Delta_{[k]} = \sum_{i=1}^{r_{[k]}} (e_{[k],i}^w + e_{[k],i}^t), \qquad (1.3)$$

где  $r_{[k]}$  – общее число шагов маршрута, по которому передается сообщение, находящееся на k-й позиции в очереди, i – порядковый номер шага маршрута.

Преобразуем это выражение, выделив из общей суммы слагаемое, характеризующее первый шаг:

$$\Delta_{[k]} = e_{[k]}^{w} + e_{[k]}^{t} + \sum_{i=2}^{r_{[k]}} (e_{[k],i}^{w} + e_{[k],i}^{t}) .$$
(1.4)

Ясно, что в случае многошагового маршрута предсказать размер и содержание очередей сообщений в узлах-ретрансляторах на маршруте следования передаваемого сообщения невозможно. В связи с этим при дальнейшем анализе воспользуемся не точным значением для  $\Delta_{[k]}$ , а его оценкой  $\hat{\Delta}_{[k]}$ , где время ожидания на каждом последующем шаге кроме первого заменим на его верхнюю границу. Для этого обозначим через  $\overline{n}$  верхнюю границу для длины очередей, а через E – верхнюю границу длительности сообщений. В результате их произведение составит верхнюю границу времени ожидания на любом шаге для рассматриваемого сообщения. Тогда получаем:

$$\hat{\Delta}_{[k]} = e_{[k]}^{w} + e_{[k]}^{t} + (r_{[k]} - 1)\overline{n}E + \sum_{i=2}^{r_{[k]}} e_{[k],i}^{t} .$$
(1.5)

Понятно, что это выражение представляет собой верхнюю границу для времени доставки сообщения, находящегося на *k*-й позиции в очереди рассматриваемого узла.

Итак, задача состоит в разработке алгоритмов субоптимального упорядочения (планирования) выходной очереди сообщений, построенных с использованием прогнозных оценок для времен доставки сообщений. При этом при передаче сообщения по многошаговому маршруту алгоритм упорядочения применяется на каждом его шаге во всех ретранслирующих узлах сети с формированием новых прогнозов. Для этого далее предлагается идти по пути использования известных [7, 8] и разработки новых алгоритмов планирования.

Планирование неупорядоченных сообщений. Рассмотрим сначала случай, когда на множестве передаваемых сообщений отсутствует какая-либо предварительная упорядоченность. В качестве критерия будем использовать оценку (верхнюю границу)  $\hat{\Delta}_s$  для суммарного времени доставки всех сообщений, выражение для которой можно получить из (1.5):

$$\hat{\Delta}_{s} = \sum_{k=1}^{n} \hat{\Delta}_{[k]} = \sum_{k=1}^{n} \left[ e_{[k]}^{w} + e_{[k]}^{t} + (r_{[k]} - 1)\overline{n}E + \sum_{i=2}^{r_{[k]}} e_{[k],i}^{t} \right].$$
(2.1)

Тогда справедливо утверждение.

*Утверждение* 1. Верхняя граница  $\hat{\Delta}_s$  для суммарного времени доставки в системе связи *n* неупорядоченных сообщений минимальна, если сообщения упорядочены по неубыванию длительностей

$$e_{[1]} \le e_{[2]} \le \dots \le e_{[n]} \,. \tag{2.2}$$

Теперь предположим, что на множестве сообщений нужно задавать некоторые приоритеты. Тогда можно использовать в качестве критерия верхнюю границу  $\hat{\Delta}_{s}^{w}$  для суммарного взвешенного времени доставки сообщений:

$$\hat{\Delta}_{s}^{w} = \sum_{k=1}^{n} w_{[k]} \hat{\Delta}_{[k]} , \qquad (2.3)$$

где  $w_{[k]}$  – вес сообщения, расположенного на *k*-й позиции в очереди.

*Утверждение 2.* Верхняя граница  $\hat{\Delta}_{s}^{w}$  для суммарного взвешенного времени доставки неупорядоченных сообщений в системе связи минимальна, если выполняется

$$\frac{e_{[1]}}{w_1} \le \frac{e_{[2]}}{w_2} \le \dots \le \frac{e_{[n]}}{w_n} \,. \tag{2.4}$$

**Планирование частично упорядоченных сообщений.** Пусть планируемые для передачи сообщения частично упорядочены путем разбиения на p непересекающихся групп со строгим упорядочением сообщений внутри них и размером  $n_i$   $i = \overline{1, p}$ . Подобное упорядочение может потребоваться в силу разных дополнительных соображений, связанных с управлением передачей информации через сеть. Предполагается, что при составлении общего плана должен сохраняться зафиксированный в группе порядок передачи сообщений, а прерывания групп сообщений запрещены. Обозначим через  $e'_i$  суммарную длительность *i*-й группы сообщений:

$$e'_i = \sum_{j=1}^{n_i} e_{i,j}, \quad j = \overline{1, n_i}.$$

**Утверждение 3.** Верхняя граница  $\hat{\Delta}_{s}^{w}$  для суммарного времени доставки сообщений в системе связи с *p* строго упорядоченными группами при запрете прерываний групп минимально, если группы в плане упорядочены по неубыванию длительностей:

$$e'_{[1]} \le e'_{[2]} \le \dots \le e'_{[p]} \,. \tag{3.1}$$

Пусть необходимо задать приоритеты на множестве групп сообщений. Тогда, если  $\hat{\Delta}_{g[k]}$  – верхняя граница времени доставки для группы, находящейся на *k*-й позиции в очереди, то следует минимизировать критерий

$$\hat{\Delta}_{g}^{w} = \sum_{k=1}^{p} w_{[k]} \hat{\Delta}_{g[k]}$$
(3.2)

и группы сообщений с учетом утверждения 2 должны быть упорядочены по правилу

$$\frac{e'_{[1]}}{w_1} \le \frac{e'_{[2]}}{w_2} \le \dots \le \frac{e'_{[p]}}{w_p} \,. \tag{3.3}$$

Очевидно, что все описанные выше результаты остаются справедливыми, если в качестве критерия оптимальности использовать не верхнюю границу суммарного времени доставки, а среднюю по сообщениям верхнюю границу  $\overline{\hat{\Delta}}_{a}$  (утверждения 1 и 2) или среднюю по группам сообщений верхнюю границу  $\overline{\hat{\Delta}}_{a}$  (утверждение 3, а также (3.2)).

Ситуация усложняется, когда в условиях утверждения 3 требуется минимизировать среднюю по сообщениям верхнюю границу  $\overline{\hat{\Delta}}$  времени доставки. Тогда, если  $n_{[k]}$  – размер группы, находящейся на *k*-й позиции в очереди, то справедливо утверждение.

**Утверждение 4.** Верхняя граница  $\hat{\Delta}$  среднего времени доставки сообщений в системе связи с *p* строго упорядоченными группами при запрете прерываний групп минимально, если группы в плане упорядочены по неубыванию длительностей:

$$\frac{e'_{[1]}}{n_{[1]}} \le \frac{e'_{[2]}}{n_{[2]}} \le \dots \le \frac{e'_{[p]}}{n_{[p]}}.$$
(3.4)

Заключение. В настоящем реферате исследованы вопросы планирования информационных обменов в сети автономных необитаемых аппаратов. Предложены субоптимальные для текущей топологии сети алгоритмы планирования обменов, удовлетворяющие критериям минимума верхних границ либо суммарного, либо среднего времени доставки. При проведении дальнейших исследований планируется моделирование предложенных алгоритмов.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 22-29-00339

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Инзарцев А.В. и др. Подводные робототехнические комплексы: системы, технологии, применение. Владивосток: Дальнаука, 2018. 368 с.
- 2. Giger, G., Kandemir, M., Dzielski, J., Graphical Mission Specification and Partitioning for Unmanned Underwater Vehicles, Journ. of Software (JSW), 2008, vol. 3, no. 7, pp. 42–54.
- 3. Федосов В.П. и др. Сети связи для подводных автономных роботизированных комплексов. Таганрог: ЮФУ, 2018. 178 с.
- 4. Панкратов Ф.С., Малахов И.М. Актуальные и перспективные способы построения беспроводных гидроакустических сетей доступа // Управление большими системами. 2021. Вып. 91. С. 120–143.
- 5. Hamilton, A., Holdcroft, S., Fenucci, D., Mitchell, P., Morozs, N., Munafò, A., and Sitbon, J., Adaptable Underwater Networks: The Relation between Autonomy and Communications, Remote sensing, 2020, 12.
- 6. Кебкал К.Г., Машошин А.И., Мороз Н.В. Пути решения проблем создания сетевой подводной связи и позиционирования // Гироскопия и навигация. 2019. Том 27. №2 (105). С. 106–135.
- 7. Конвей Р.В., Максвелл В.Л., Миллер Л.В. Теория расписаний. М.: Наука, 1975. 282 с.
- Малашенко Ю.Е., Назарова И.А., Новикова Н.М. Анализ двухуровневых потоковых сетей ресурсообеспечения // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. № 3. С. 81–94.

A.M. Gruzlikov, N.V. Kolesov, E.G. Litunenko, Yu. M. Skorodumov (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, Russia)

#### Mathematical model of information interaction in a network of autonomous unmanned underwater vehicles

The questions of optimization of information exchanges in the network of autonomous unmanned vehicles are investigated. Suboptimal algorithms for scheduling the sequence of exchanges are proposed.

### А. М. ГРУЗЛИКОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## МИНИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ ЗАДАНИЯ В СИСТЕМЕ С БЛОКИРОВКАМИ ПРИ (FLOW SHOP)-ПЛАНИРОВАНИИ

Рассматривается подход к (flow shop)-планированию работ в распределенных вычислительных системах реального времени с минимизацией среднего по работам времени пребывания работы в системе. Особенностью рассматриваемой проблемы является предположение о том, что в системе могут возникать так называемые блокировки, при которых процессор, закончивший исполнение очередной операции, не может перейти к выполнению следующей, если процессор, использующий полученные результаты, занят. Этот эффект возникает при отсутствии в системе буферной памяти для хранения промежуточных результатов вычислений. В основе подхода лежит понятие разрешимого класса систем, для которого существует оптимальный алгоритм планирования полиномиальной сложности.

Введение. Проблема планирования возникает на практике в различных прикладных областях, а именно при планировании производства, составлении расписаний движения транспорта, планировании вычислений и многих других. В современной научной литературе проблеме планирования уделяется большое внимание. При этом разнообразие рассматриваемых задач весьма велико [1–4]. При решении проблемы планирования производства можно выделить, например, планирование для одной машины и для технологических линий ((flow shop)-планирование) [2, 4]. С этим базовым направлением на идейном уровне естественным образом переплетается планирование вычислений [5, 6]. В настоящей работе обсуждается проблема (flow shop)планирования, которая традиционно решается при минимизации общего времени выполнения плана, однако ниже в качестве критерия используется среднее по заданиям время пребывания задания в системе.

Оптимальное решение проблемы планирования может быть получено переборными алгоритмами, которые характеризуются экспоненциальной вычислительной сложностью, и в силу этого их применение в целом ряде приложений оказывается невозможным. По этой причине широкое распространение на практике получили субоптимальные алгоритмы, которые и рассматриваются далее. При этом если в классической постановке рассматриваемая система представляет собой конвейер с линейным графом информационных связей, то в настоящей работе этот граф – ациклический, причем фокусе статьи лежит подход, основанный на использовании так называемых разрешимых классов систем – РКС-алгоритм. Показывается, что базовая идея РКС-алгоритма, предложенного для (flow shop)-планирования с минимизацией общей длительности плана или максимального отклонения от заданных директивных сроков [6], оказывается эффективной и при минимизации среднего по заданиям времени пребывания задания в системе. Напомним, что это время складывается из двух составляющих – времени ожидания в очереди и времени исполнения. Дополнительной особенностью обсуждаемого ниже материала является то, что постановка задачи предполагает отсутствие у процессоров буферов для хранения промежуточных результатов. Это приводит к возникновению так называемых блокировок, при которых процессор, закончивший исполнение очередной операции, не может перейти к выполнению следующей, если процессор, использующий полученные результаты, занят.

**Предварительные сведения и постановка проблемы.** Опишем рассматриваемую далее постановку проблемы (flow shop)-планирования. Рассматривается система, которая включает процессоры, обменивающиеся результатами выполнения операций по их готовности. Предполагается, что рассматриваемое множество операций разбито на независимые группы операций, связанных отношением предшествования (далее задания). В результате планированию подлежат п независимых равноприоритетных заданий  $\tau = {\tau_j \mid j = \overline{1,n}}$ , обрабатывающих входные требования, находящиеся в очереди. Каждое j-е задание состоит из m операций  $\tau_{j,i}$  длительностью  $e_{j,i}$   $i = \overline{1,m}$ . Также предполагается, что значения длительностей известно точно. С практической точки зрения это означает, что используются, например, средние значения или верхние границы этих длительностей. Произведенное назначение заданий соответствует случаю (flow
shop)-системы. Требуется найти наилучший план  $\pi$  вычислений по критерию минимума среднего по заданиям времени пребывания в системе  $\overline{F}(\pi)$ , т.е.  $J = \min \overline{F}(\pi)$ .

**Основы РКС-алгоритма.** Приведем краткое описание теоретических основ предлагаемого и исследуемого ниже алгоритма (flow shop)-планирования – РКС-алгоритма. Этот алгоритм основан на использовании понятия разрешимого класса системы [7–9], обсуждаемого ниже. Важным следствием принадлежности системы к разрешимому классу является существование для нее оптимального алгоритма (flow shop)-планирования, который при использовании критерия минимума общего времени выполнения плана характеризуется линейной сложностью [8]. В рассматриваемой системе каждой входной процессор  $P_i$  связан с выходным процессором  $P_o$  хотя бы одним путем (последовательностью процессоров)  $p = P_i, P_j, ..., P_o$ . Назовем E(p) временем выполнения пути  $p^*$ . Определим его как сумму времен  $e_{j,i}$  выполнения операций всех заданий и на процессорах, принадлежащими этому пути. Назовем путь  $p^*$  критическим, если время его выполнения является максимальным среди всех остальных путей системы. Для определения разрешимых классов предварительно введем на множестве машин отношение доминирования «>».

Определение 1. Процессор  $P_q$  доминирует над процессором  $P_r$   $(P_q > P_r)$ , если  $\min_i e_{j,q} \ge \max_i e_{j,r}, (j = \overline{1,n})$ .

Определение 2. Первый разрешимый класс – множество машин критического пути представляет собой последовательность  $P_1 > P_2 > ... > P_{m^*}$ , убывающую по отношению доминирования.

Определение 3. Второй разрешимый класс – множество машин критического пути представляет собой последовательность  $P_1 < P_2 < ... < P_{m^*}$ , возрастающую по отношению доминирования.

О пределение 4. Третий разрешимый класс – множество машин критического пути представляет собой пару соединенных последовательностей  $P_1 < P_2 < ... < P_{h^*} > ... > P_{m^*}$ , первая из которых возрастает, а вторая убывает по отношению доминирования ( $h^*$  – номер машины стыковки двух последовательностей).

О пределение 5. Четвертый разрешимый класс – множество машин критического пути представляет собой пару соединенных последовательностей  $P_1 > P_2 > ... > P_{h^*} < ... < P_{m^*}$ , первая из которых убывает, а вторая возрастает по отношению доминирования ( $h^*$  – номер машины стыковки двух последовательностей).

Четвертый класс не является в полном смысле разрешимым, поскольку для него неизвестно оптимального алгоритма планирования линейной сложности, а известный алгоритм субоптимален.

Алгоритмы планирования по критерию минимума среднего времени пребывания задания в (flow shop)-системах из разрешимых классов. В настоящем разделе предлагаются оптимальные алгоритмы (flow shop)-планирования при использовании в качестве критерия минимума среднего по заданиям времени пребывания задания в системе.

**Теорема 1.** Минимальное значение среднего по заданиям времени пребывания работы в системе  $\overline{F_1}(\pi)$  для системы из класса 1 достигается в плане  $\pi$ , в котором работы упорядочены по неубыванию длительностей первых операций критического пути, т.е.

$$e_{1,1}^* \leq e_{2,1}^* \leq \ldots \leq e_{n,1}^*$$
.

*Теорема 2.* Минимальное значение среднего по заданиям времени пребывания задания в системе  $\overline{F}_2(\pi)$  для системы из класса 2 достигается в плане  $\pi$ , для которого выполняются:

1) задания упорядочены по неубыванию длительностей последних операций критического пути, т.е.

$$e_{1,m^*}^* \le e_{2,m^*}^* \le \ldots \le e_{n,m^*}^*;$$

2) первое задание плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg\min_{j} \sum_{i=1}^{m^*-1} e_{j,i}^*$$
.

**Теорема 3.** Минимальное значение среднего по заданиям времени пребывания задания в системе  $\overline{F_3}(\pi)$  для системы из класса 3 достигается в плане  $\pi$ , для которого выполняются:

1) задания упорядочены по неубыванию длительностей операций стыковки критического пути, т.е.

$$e_{1,h^*}^* \le e_{2,h^*}^* \le \dots \le e_{n,h^*}^*;$$

2) первое задание плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg\min_{j} \sum_{i=1}^{h^*-1} e_{j,i}^*$$

*Теорема 4.* Минимальное значение оценки среднего по заданиям времени пребывания задания в системе  $\hat{F}_4(\pi)$  для системы из класса 4 достигается в плане  $\pi$ , для которого выполняются:

1) задания упорядочены по неубыванию суммарных длительностей первых и последних операций критического пути, т.е.

$$(e_{1,1^*}^* + e_{1,m^*}^*) \le (e_{2,1^*}^* + e_{2,m^*}^*) \le \dots \le (e_{n,1^*}^* + e_{n,m^*}^*);$$

2) первое задание плана  $\pi$  удовлетворяет условию

$$j^* = \arg\min_{j} \sum_{i=h^*+1}^{m^*-1} e_{j,i}^*$$
.

Если в конкретном случае условия в утверждениях 2, 3 или 4 противоречат друг другу, то лучший из вариантов может быть определен перебором.

Алгоритм планирования по критерию минимума среднего времени пребывания работы в (flow shop)-системе общего вида. Очевидно, что на практике для (flow shop)-системы общего вида, описанной в постановке задачи, условия ее принадлежности к тому или иному разрешимому классу чаще всего не выполняются. В результате исчезают гарантии оптимальности описанных выше алгоритмов. В связи с этим предлагается пусть приближенный, но справедливый для любой из рассматриваемых систем рекурсивный алгоритм планирования, выполняемый за число шагов не большее, чем число заданий. На каждом шаге рекурсии определяется некоторый аналог критического пути, называемый псевдокритическим. Далее используется алгоритм планирования (теоремы 1–4), соответствующий тому разрешимому классу, к которому наиболее близка рассматриваемая на данном шаге система. При этом выбранная работа занимает первую позицию из интервала свободных позиций формируемого плана. После размещения эта работа исключается из исходного множества и осуществляется переход к следующей итерации, реализуемой уже для оставшегося множества работ на множестве свободных позиций плана. В результате алгоритм последовательно размещает в плане все рассматриваемые работы в направлении от начала плана к его концу.

Оценка эффективности. Для исследования эффективности РКС-алгоритма при минимизации среднего времени пребывания работы во (flow shop)-системе с блокировками осуществлен модельный эксперимент, основанный на случайной генерации примеров. При этом использована случайная генерация графов работ и длительностей составляющих их операций. В целях получения достоверного результата моделирования было сгенерировано порядка 300000 примеров, представленных тремя группами, а именно системами, представленные информационным взаимодействием в виде цепочки (конвейер), дерева и ациклического графа. Число работ в примерах варьировалось от 10 до 50, при числе машин равном 20. Длительности операций, измеряемые в условных единицах, формировались как случайные равномерно распределенные величины из интервала [10, 100]. Для каждого примера составлен план на основе предложенного алгоритма. Для сравнения полученной оценки эффективности моделированного алгоритма использовалась оценка нижней границы среднего времени на основе метода Тейларда [10] и его обобщение на системы с блокировками и для случая ациклического графа.

Заключение. По результату моделирования для трёх типов систем (цепочка, дерево, ациклический граф) показано, что средний проигрыш оценке нижней границы составил 6%, при этом наихудшие варианты соответствовали уровню 12%.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 22-29-00339.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Liu, J.W.S., Real-Time Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2000. 600, p.
- 2. Brucker, P., Scheduling Algorithms, Springer, 2007.
- 3. Лазарев А.А., Гафаров Е.Р. Теория расписаний. Задачи и алгоритмы. М.: МГУ, 2011. 222 с.
- Гафаров Е.Р., Лазарев А.А., Вернер Ф. Минимизация суммарного взвешенного запаздывания на одном приборе с равными продолжительностями обслуживания требований // АиТ. 2020. С. 119–138.
- 5. Minimization of Makespan in Flow Shop Scheduling Using Heuristics, International Conference on Mechanical, Industrial and Energy Engineering 2014, Khulna, Bangladesh.
- Nawaz, M., Enscore Jr., E.E., Ham, I., A Heuristic Algorithm for the m-Machine, n-Job Flow-shop Sequencing Problem, Omega – International Journal of Management Science, 1983, no.11, pp. 91–95.
- Wang, J.-B., Xia, Z.-Q., Flow shop scheduling with deteriorating jobs under dominating machines, Omega, 2006, 34, pp. 327–336.
- 8. Грузликов А.М., Колесов Н.В., Скородумов Ю.М., Толмачева М.В. Планирование заданий в распределенных системах реального времени // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. №2. С. 67–76.
- Грузликов А.М. Гибридный алгоритм планирования заданий в распределенных системах // XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления. Ростов-на-Дону, 2021. С. 99–102.
- 10. Taillard, E., Benchmarks for Basic Scheduling Problems, Europ. J. Operational Research, 1993, vol. 64, no.2, pp. 278-285.

#### A.M. Gruzlikov (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, Russia) Minimizing average time of job processing in the system with locking at (flow shop)-scheduling

An approach to (flow shop)-scheduling of jobs in distributed real-time computing systems with minimization of the job average time procwssing is considered. A feature of the considered problem is the assumption that so-called locks can occur in the system, in which the processor that has completed the execution of the next operation cannot proceed to the next one if the processor using the results obtained is busy. This effect occurs when there is no buffer memory in the system for storing intermediate results of calculations. The approach is based on the concept of a solvable class of systems for which there is an optimal planning algorithm of polynomial complexity.

Н. В. КОЛЕСОВ, Е. Г. ЛИТУНЕНКО, М. В. ТОЛМАЧЕВА (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург)

## МИНИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ ЗАДАНИЯ ПРИ (FLOW SHOP)-ПЛАНИРОВАНИИ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ СО МНОГИМИ ИНФОРМАЦИОННЫМИ ВЫХОДАМИ

В докладе исследуются вопросы организации вычислений в распределенной вычислительной системе реального времени. Обсуждаемый подход принадлежит к области так называемого (flow shop)-планирования, когда рассматриваемая система реализуется на совокупности вычислительных конвейеров.

Введение. В современных бортовых системах обработки информации и управления для повышения производительности обычно используются распределенные вычисления. При этом их планирование в реальном времени составляет достаточно сложную проблему, которой в научной литературе проблеме планирования уделяется большое внимание [1, 2]. Обсуждаемый подход принадлежит к области так называемого (flow shop)-планирования, когда рассматриваемая система реализуется на совокупности вычислительных конвейеров [3-5]. Эта задача традиционно решается при минимизации общего времени выполнения плана, однако ниже в качестве критерия используется среднее по заданиям время пребывания задания в системе. Оптимальное решение проблемы планирования может быть получено переборными алгоритмами, которые характеризуются экспоненциальной вычислительной сложностью, и в силу этого их применение в целом ряде приложений оказывается невозможным. По этой причине широкое распространение на практике получили субоптимальные алгоритмы, которые и рассматриваются далее. При этом если в классической постановке рассматриваемая система представляет собой конвейер с линейным графом информационных связей, то в настоящей работе этот граф – ациклический, причем в фокусе статьи лежит подход, основанный на использовании так называемых разрешимых классов систем – РКС-алгоритм. В работе [6] показывается, что базовая идея РКСалгоритма, предложенного для (flow shop)-планирования с минимизацией общей длительности плана или максимального отклонения от заданных директивных сроков, оказывается эффективной и при минимизации среднего по заданиям времени пребывания задания в системе. Напомним, что это время складывается из двух составляющих – времени ожидания в очереди и времени исполнения. Главной особенностью обсуждаемого ниже материала является то, что постановка задачи предполагает наличие у системы более одного информационного выхода. Подобное расширение постановки задачи, конечно, является естественным, однако при этом хотелось обратить внимание на ее прямую связь с проблемой энергоэффективного планирования [7].

**1.** Энергоэффективное планирование во (flow shop)-системах. Рассмотрим многоядерную вычислительную систему на кристалле. Известно [8], что потребляемая ядром мощность имеет две составляющие – динамическую  $P_d$  и статическую  $P_s$ . Выражения, описывающие эти составляющие без излишней для данного изложения детализации, имеют вид:

$$P_d = aNV^2 f , P_s = bN , \qquad (1)$$

где a, b – коэффициенты пропорциональности, зависящие от свойств кристалла, N – число процессоров (ядер) в системе, V – напряжение питания, f – тактовая частота. Поскольку вклад статической мощности в суммарную потребляемую мощность невелик, далее будем учитывать лишь динамическую составляющую. Для ее анализа полезна приближенная формула, определяющая задержку, вносимую схемой при напряжении питания V[3]:

$$D = cV, (2)$$

где с – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств кристалла.

При снижении частоты тактовых импульсов в обратной пропорции возрастает их период, ограничивающий допустимое время для переходных процессов, возникающих в системе при каждом срабатывании. При исходном значении напряжения питания фактическое время переходных процессов будет мало по отношению к новому увеличенному значению периода, а значит, возникает возможность пропорционально снизить напряжение питания с увеличением задержки в рамках периода тактовых импульсов в соответствии с (2). В результате выполнения этих двух шагов с одновременным введением в систему дополнительных ядер для сохранения на прежнем уровне времени решения задач может быть достигнуто существенное снижение потребляемой мощности (1). Описанный факт положен в основу подхода к энергоэффективному планированию.

В случае, когда безызбыточная реализация системы оказывается многоядерной (многопроцессорной), возникает вопрос о том, как наилучшим образом с точки зрения минимизации потребляемой мощности распорядиться дополнительными ядрами (запасом по площади кристалла) в рамках существующих ограничений. На этот вопрос отвечает алгоритм энергоэффективного планирования. Его особенность состоит в предварительном определении энергоэффективной архитектуры системы путем последовательного замены каждого исходного ядра несколькими ядрами с последующими распределением между ними решаемых задач. При замене выходного ядра несколькими неизбежно вместо одного информационного выхода появляется несколько. Таким образом, дальнейшее (flow shop)-планирование должно осуществляться в системе с несколькими информационными выходами.

**2. Постановка проблемы планирования и путь решения.** Рассматривается система, которая включает процессоры, обменивающиеся результатами выполнения операций по их готовности, и имеет *p* информационных выходов. Предполагается, что рассматриваемое множество операций разбито на независимые группы операций, связанных отношением предшествования (далее задания). В результате планированию подлежат *n* независимых равно приоритетных заданий  $\tau = \{\tau_j \mid j = \overline{1,n}\}$ , обрабатывающих входные требования, находящиеся в очереди. Каждое *j*-е задание состоит из *m* операций  $\tau_{j,i}$  длительностью  $e_{j,i}$  *i* =  $\overline{1,m}$ . Также предполагается, что значения длительностей известно точно. С практической точки зрения это означает, что используются, например, средние значения или верхние границы этих длительностей. Произведенное назначение заданий соответствует случаю (flow shop)-системы. Требуется найти наилучший план  $\pi$  вычислений по критерию минимума среднего по заданиям времени пребывания в системе  $\overline{F}(\pi)$ , т.е.

$$J = \min \overline{F}(\pi)$$

Предлагаемый алгоритм планирования включает два этапа. На первом этапе для каждого информационного выхода системы независимым образом формируется частный план вычислений с использованием модифицированного РКС-алгоритма [5], предназначенного для (flow shop)планирования. РКС-алгоритм основан на использовании понятия разрешимого класса системы. Важным следствием принадлежности системы к разрешимому классу является существование для нее оптимального алгоритма (flow shop)-планирования, который при использовании критерия минимума общего времени выполнения плана характеризуется линейной сложностью [5]. Далее на втором этапе эти частные планы интегрируются в общий план вычислений.

**3.** Алгоритм интегрирования частных планов в общий план вычислений. В результате выполнения первого этапа все задания оказываются разбитыми на непересекающиеся упорядоченные группы. Остается эти группы объединить в общий план. Для этого предлагается следующий оптимальный алгоритм.

Алгоритм 1

1. Для каждого задания *j* в *i*-й группе вычисляется условная верхняя граница среднего времени пребывания (верхняя граница среднего времени пребывания при условии размещения подгруппы заданий, предшествующей (*j*+1)-му заданию в *i*-й группе, в начале формируемого плана):

$$\overline{\widetilde{\Delta}}_{i,j} = \frac{\sum_{h=1}^{J} \widehat{\Delta}_{i,h}}{j}.$$

2. Для каждой і-й группы вычисляется

$$\overline{\widetilde{\Delta}}_{i,h_i} = \min(\overline{\widetilde{\Delta}}_{i,1}, \overline{\widetilde{\Delta}}_{i,2}, ..., \overline{\widetilde{\Delta}}_{i,n_i}).$$

3. Выбирается такая группа *i*\*, что

$$i^* = \arg \min \widetilde{\Delta}_{i,h_i}$$

и первые  $h_{i*}$  заданий составляют начало очереди.

- 4. Снова вычисляются величины  $\overline{\widetilde{\Delta}}_{i,h_i}$ , но без учета заданий, размещенных в плане.
- 5. Третий и четвертый шаги повторяются до упорядочения всех заданий.

Заключение. В докладе исследованы вопросы организации вычислений в распределенной вычислительной системе реального времени. Предложен алгоритм планирования, который обладает двумя особенностями, отличающими его от известных. Первая особенность состоит в использовании нового для задачи (flow shop)-планирования критерия оптимальности – минимума среднего времени пребывания задания в системе. Вторая особенность заключается в том, что рассматриваемая система может содержать более одного информационного выхода.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 22-29-00339

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Liu, J.W.S., Real-Time Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2000, 600,p.
- 2. Cottet, F., Kaiser, J., Mammeri, Z., Scheduling in Real-Time Systems, John Wiley & Sons Ltd., 2002.
- 3. Minimization of Makespan in Flow Shop Scheduling Using Heuristics, International Conference on Mechanical, Industrial and Energy Engineering, 2014, Khulna, Bangladesh.
- 4. Nawaz, M, Enscore Jr., E.E., Ham, I., A Heuristic Algorithm for the m-Machine, n-Job Flow-shop Sequencing Problem, Omega – International Journal of Management Science, 1983, no. 11, 91–95.
- 5. Грузликов А.М., Колесов Н.В., Скородумов Ю.М., Толмачева М.В. Планирование заданий в распределенных системах реального времени // ТиСУ. № 2. 2017.
- 6. Грузликов А.М. Минимизация среднего времени пребывания задания в системе с блокировками при (flow shop)-планировании // ТиСУ. № 2. 2017.
- Грузликов А.М., Колесов Н.В., Костыгов Д.В., Ошуев В.В. Энергоэффективное планирование в распределенных вычислительных системах реального времени // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3. 2019. С. 66–76.
- 8. Panda, P. R., Shrivastava, A., Silpa, B.V.N., Gummidipudi, K., Power-efficient System Design, Springer, New York, 2010. 260 p.

N.V. Kolesov, E.G. Litunenko, M.V. Tolmacheva (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint Petersburg, Russia) Minimizing the average task time for (flow shop)-scheduling in a distributed system with multiple information outputs

The report examines the issues of organizing calculations in a distributed real-time computing system. The discussed approach belongs to the field of so-called (flow shop) planning, when the system under consideration is implemented on a set of computational pipelines

К. А. НАСЕТКИН (АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», Санкт-Петербург)

А. С. ПУЗАНОВ (ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород)

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПЛАТФОРМА ПОВЫШЕННОЙ РАДИАЦИОННОЙ СТОЙКОСТИ

Рассматривается комплексный подход к проектированию вычислительной платформы повышенной радиационной стойкости. Выделяются уровни парирования радиационных эффектов – физический, схемотехнический и системный. На физическом уровне предложена компактная модель короткоканальной структуры «кремний на изоляторе» с учетом накопления заряда при воздействии низкоинтенсивных проникающих излучений. Для второго уровня предложена адаптация схемотехнического подхода, основанного на принципе автокомпенсации напряжения подложки. На системном уровне применены методы резервирования, парирующие одиночные сбои.

**Введение.** В настоящее время все более актуальной становится задача создания универсального навигационно-вычислительного оборудования с повышенной радиационной стойкостью на отечественной элементной базе.

Всего при анализе радиационной стойкости аппаратуры можно выделить 3 основных уровня: физический, который включает в себя технологический и топологический, схемотехнический и системный. На физическом уровне рассматриваются вопросы стойкости отдельных полупроводниковых структур, из которых состоят микросхемы. На схемотехническом уровне анализируется стойкость отдельных схемных решений, которые могут быть как в составе микросхемы, так и располагаться отдельно в виде какого-то модуля или платы. На системном уровне оценивают устойчивость аппаратуры в целом. На данный момент подход к проектированию аппаратуры повышенной радиационной стойкости ограничивается системным уровнем, когда происходит резервирование тем или иным способом основных функциональных узлов, и верхней частью схемотехнического уровня, без углубления в состав микросхем. Для создания же максимально надежной аппаратуры необходимо учитывать все уровни, что приводит к необходимости выработки новых подходов.

В данной работе рассматривается оригинальный комплексный подход, в основе которого лежит применение принципов повышения стойкости на всех уровнях проектирования, от топологии кристалла микросхемы до системного резервирования. Результатом применения подхода стала вычислительная платформа повышенной радиационной стойкости.

#### Комплексный поход к созданию вычислительной платформы

Физический уровень. Для моделирования как топологии, так и схемотехники необходима компактная модель транзисторов, изготовленных по технологии «кремний-на-изоляторе» (КНИ), учитывающая воздействие ионизирующего излучения. В настоящее время основной моделью, используемой в системах автоматизированного проектирования микроэлектроники, является BSIMSOI [1]. Эта модель непосредственно не содержит параметров, отвечающих за учет радиационного воздействия и короткоканальных эффектов, однако был разработан ряд дополнений, позволяющих учесть радиационное воздействие [2]. Такой подход дает хорошие результаты для схемотехнического анализа, однако дает неверные результаты при физическом моделировании, так как подвижность становится «перегруженным» параметром модели в силу одновременной зависимости от двух параметров. Альтернативное описание физического механизма – накопление заряда на неоднородностях структуры приводит к изменению порогового напряжения и емкости, индуцируемой зарядом.

Авторами была предложена новая компактная модель КНИ транзистора, учитывающая эти особенности. За основу модели была взята модель ультраквазигидродинамического электронного транспорта [3]. В качестве радиационно-чувствительного параметра модели приняли пороговое напряжение, изменение которого обусловлено накоплением положительного заряда дырок в за-

хороненном оксиде, и емкость подзатворного диэлектрика, включающая в себя индуцированную емкость [4]. В результате основное уравнение модели для тока насыщения имеет вид:

$$I \approx \frac{C(D)\mu(L)}{2} \frac{W}{L} \left( V_g - V_t(D) \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{35\varphi_T} , \qquad (1)$$

где I – ток насыщения, C – удельная емкость подзатворного диэлектрика,  $\mu$  – подвижность, W – ширина канала, L – длина канала транзистора,  $V_g$  – напряжение на затворе,  $V_t$  – пороговое напряжение,  $\varphi_T$  – тепловой потенциал.

Важно отметить, что емкость, так же как и подвижность, входит в качестве сомножителя в основное уравнение модели, что обуславливает эквивалентность предлагаемого подхода традиционному со схемотехнической точки зрения [5]. Однако с позиций физического моделирования предлагаемая модель обладает преимуществом по сравнению с традиционным подходом, так как учитываются короткоканальные эффекты и появляется возможность вычислить коэффициенты без проведения большого объема дорогостоящих калибровочных облучательных экспериментов, что дает предсказательную силу.

Авторами был проведен ряд экспериментов [6], который показал достаточную точность теоретических результатов, полученных на основе предложенной модели, а работа рекомендована к внедрению на базе Филиала ФГУП РФЯЦ–ВНИИЭФ «НИИИС им Ю.Е. Седакова». Заметим, что предложенную модель можно также использовать для оценки устойчивости структур к дозовым эффектам на этапе проектирования.

Таким образом, получен инструмент, который позволяет повышать стойкость микросхем, изготовленных по технологии КНИ, моделировать поведение структур при облучении в специализированных схемотехнических пакетах программ.

Схемотехнический уровень. Большинство отказов, связанных с накоплением заряда, являются параметрическими, они предсказуемы и возможен их расчет. С постепенной деградацией можно бороться, применяя схемы, которые отслеживают изменения параметров транзисторов при воздействии радиации и компенсируют их. Одним из методов, реализующих защиту от постепенной деградации, является схема автокомпенсации напряжения подложки [7]. При воздействии ионизирующего излучения происходит постепенное накоплении заряда в диэлектрике, нарушение условий эквипотенциальности и нарушение работы схемы. Примененная схема (рис. 1, *a*) компенсирует этот накопленный заряд.



Рис. 1. Схема автокомпенсации подложки: *a*) в применении к логической ячейке ИЛИ-НЕ; *б*) внутренняя логика функционирования

Блок автосмещения содержит (рис. 1, б) генератор отрицательного напряжения, включающий последовательно соединенные блок управления, реализующий функцию сравнения нормированных токов утечки подложечных Р-канальных и N-канальных транзисторов, пороговое устройство, формирователь тактовых импульсов и блок накачки заряда. Формирователь тактовых импульсов, имеющий управляющий вход, включает и выключает тактовые импульсы в зависимости от логического уровня напряжения на этом входе. Блок управления содержит источник нормированного тока утечки подложечных Р-канальных и N-канальных транзисторов, соединение которых в составе блока управления реализует функцию сравнения нормированных токов утечки и формирует результат сравнения в виде большего или меньшего уровня напряжения на выходе, который соединен с входом порогового устройства.

Данная схема была успешно апробирована [8]. В рамках схемотехнического анализа с учетом особенностей работы блоков автосмещения и воздействия ионизирующего излучения было смоделировано поведение микросхемы [9]. Затем были проведены облучательные эксперименты, результаты которых подтвердили эффективность схемы и корректность компактной модели КНИ [6].

Системный уровень. На данный момент существует несколько классических способов увеличения радиационной стойкости аппаратуры на системном уровне [10, 11]. Кратко опишем способы, интересующие нас для конкретного применения. Первый – полное дублирование систем. Такой вариант дает наибольшую защиту от сбоев и отказов, но требует больше места в корпусе изделия, так как дублируются системы датчиков. Также у него меньше вычислительная способность, потому что одна и та же задача решается 3 раза параллельно. Второй – распараллеливание вычислений с мажоритарной системой управления. В случае отказа любого из процессоров происходит переопределение ведущего процессора и распараллеливание вычислений на оставшиеся. Таким образом, отказ процессора ведет к снижению вычислительной мощности, но не приводит к отказу системы. Такой вариант дает меньшую защиту от сбоев, но занимает меньше места и дает большую производительность. Третий – защита данных кодом Хемминга. Данное кодирование позволяет корректировать одиночные ошибки и детектировать двойные. Четвертый – дополнительная корректировка алгоритма автосмещения подложки вычислителем и организация следящих систем, в том числе на основе сторожевых таймеров.

Применение подхода. Результатом работы стала резервированная радиационно-стойкая вычислительная система на полностью отечественной элементной базе. Данная система решает сложную инженерную задачу реализации всех вышеперечисленных решений. Это позволяет использовать разработку как универсальную платформу для широчайшего спектра применений, в том числе и в качестве высокопроизводительного вычислителя. На данный момент на ее основе спроектирована инерциальная навигационная система.

Заключение. В настоящем докладе предлагается комплексный подход, результатом применения которого стало создание вычислительной платформы повышенной радиационной стойкости. Применение способов парирования радиационных эффектов на всех уровнях и их сквозное взаимодействие позволяет повысить стойкость разрабатываемой аппаратуры.

## ЛИТЕРАТУРА

- Петросянц К.О., Самбурский Л.М., Харитонов И.А. Компактная макромодель КНИ/КНС МОП-транзистора, 1 учитывающая радиационные эффекты // Известия ВУЗов. Электроника. 2011. №1(87). С. 20-28.
- 2. Харитонов И.А. Модификация модели BSIMSOI для учёта эффектов суммарной поглощённой дозы в КНИ КМОП транзисторах // Электроника, микро- и наноэлектроника: сб. научных трудов. М.: МИФИ, 2006. С.242-245.
- 3. Гергель В.А., Мокеров В.Г., Тимофеев М.В., Федоров Ю.В. Ультраквазигидродинамический электронный транспорт в субмикронных полевых МДП-транзисторах и гетеротранзисторах // Физика и техника полупроводников. 2000. Т.34. №2. С. 239.
- 4. Потехин А.А., Насеткин К.А., Забавичев И.Ю., Пузанов А.С., Оболенский С.В., Козлов В.А. Моделирование реакции субмикронных структур «кремний на изоляторе» на воздействие низкоинтенсивных проникающих излучений // Труды XXIII Международного симпозиума. Нижний Новгород, 2019. С. 774-775.
- 5. Пузанов А.С. Насеткин К.А. Учет воздействия низкоинтенсивных проникающих излучений в структурах «кремний на изоляторе» с цепью автокомпенсации // Труды XXIV конференции «Нижегородская сессия молодых ученых». Нижний Новгород, 2019. С. 203-205.
- Забавичев И.Ю., Потехин А.А., Насеткин К.А., Муравьев М.С., Алимирзоев Г.М., Пузанов А.С. Моделирова-6 ние характеристик субмикронных структур «кремний на изоляторе» с учетом радиационных эффектов // Научно-технический вестник Поволжья. 2019. №7. С. 127–130. Лушников А.С., Мещанов В.Д., Рыбалко Е.С., Шепелин Н.А. КМОП КНИ интегральная микросхема с повы-
- 7. шенной радиационной стойкостью. Патент РФ 2545325 кл. H01L27/10.
- Насеткин К.А., Пузанов А.С. Реакция микросхем с целью автокомпенсации токов утечки на воздействие низ-8. коинтенсивных проникающих излучений //Труды XXII научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. 2018. С.66-68.

- Пузанов А.С., Насеткин К.А. Прогнозирование радиационной стойкости структур «кремний на изоляторе» с цепью автокомпенсации // Труды XXIII научной конференции по радиофизике. Нижний Новгород. 2019. С. 90– 92.
- 10. Иыуду К.А. Надежность, контроль и диагностика вычислительных машин и систем. М.: Высш. шк., 1989. 216 с.
- Бровкин А.Г., Бурдыгов Б.Г., Гордийко С.В. и др. Бортовые системы управления космическими аппаратами. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 304 с.

K.A. Nasetkin (Concern CSRI Electropribor, Saint Petersburg), A.S. Puzanov (N.I.Lobachevsky State University, Nizhny Nongorod)

#### Computing platform with increased radiation resistance

An integrated approach to the design of a computing platform with increased radiation resistance is considered. The authors distinguish the levels of radiation exposure parrying: physical, circuit engineering and system. For the physical level, a compact model of a short-channel silicon-on-insulator structure is proposed, taking into account the accumulation of charge under the influence of low-intensity penetrating radiation. For the circuit engineering level, an adaptation of substrate charge autocompensation scheme is proposed. At the system level, it is proposed to apply redundancy methods that fend off single failures.

## Секция 4

## ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И НАВИГАЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

П. С. БАБАЯНЦ, Г. И. БРОВКИН, О. Р. КОНТАРОВИЧ (АО «ГНПП «Аэрогеофизика»)

В. С. ВЯЗЬМИН, А. А. ГОЛОВАН (МГУ имени М.В. Ломоносова)

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ СОВРЕМЕННЫХ АЭРОГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ СЪЕМОК

Представлены результаты современных аэрогравиметрических съемок с применением бесплатформенных комплексов для решения геологических задач.

**Введение.** Начиная с 2000 г., АО «ГНПП «Аэрогеофизика» выполняет комплексные аэрогравиметрические съемки как на территории России, так и за рубежом. За это время только на территории России и ее шельфа комплексными аэрогравиметрическими съемками различного масштаба было покрыто более 3 000 000 км<sup>2</sup> [4]. Эти съемки были выполнены с применением аэрогравиметров серии GT (GT-2A, GT-3), оснащенных гиростабилизированной платформой. Работа с данным классом приборов потребовала учета особенностей ее поведения при измерениях в движении, в связи с чем была разработана специальная методика выполнения аэрогравиметрических съемок [3].

Методические сложности при выполнении аэрогравиметрических съемок с платформенной аппаратурой заключаются в довольно жестких ограничениях на характеристики движения носителя в полете, в частности, при проведении измерений необходимо избегать больших вертикальных ускорений и интенсивных изменений углов ориентации измерительных датчиков, вызванных эволюциями самолета [2]. В связи с этим, долгое время, съемки могли выполнятся только на одной барометрической высоте, либо же по предварительно рассчитанной гладкой поверхности полета в режиме активного пилотирования. В результате, измерения выполнялись при удалении воздушного судна от дневной поверхности, средняя величина которого зависит от особенностей рельефа и может составлять более 200-400 м. Полученные на таких высотах наблюдения поля силы тяжести кондиционны и могут быть использованы для решения широкого спектра практических задач, в том числе для геологических нужд. Одновременно с постепенной модернизацией навигационных и измерительных систем, а также алгоритмов постобработки данных происходило последовательное расширение методических возможностей аэрогравиметрических съемок. Тем не менее, существующие ограничения не позволяют выполнение наблюдений близко к дневной поверхности, то есть при существенном или даже полном обтекании рельефа.

Опыт работы с бескарданной аппаратурой. Современная тенденция в аэрогравиметрии заключается в создании и внедрении в практику съемок бесплатформенных гравиметрических комплексов. Аппаратура данного класса обладает несомненными преимуществами над карданными (платформенными) приборами: простота устройства и меньшие массогабаритные характеристики за счет отсутствия гиростабилизирующей платформы, а также возможность выполнения измерений при больших возмущающих ускорениях носителя. Перечисленные возможности дали основания для ряда методических экспериментов, ставящих своей задачей изучение методических возможностей нового бесплатформенного аэрогравиметра.

В 2020 году АО «ГНПП «Аэрогеофизика» успешно провела первые в России полевые испытания бесплатформенного аэрогравиметра на одном из производственных объектов в Иркутской области [1]. Съемка выполнялась с двумя гравиметрами (новым бескарданным прибором и GT-2A), установленными на одном авианосителе. Результаты сопоставления данных, полученных с двух гравиметров (бесплатформенный и GT-2A) показали, что аномалии силы тяжести, рассчитанные по показаниям каждого из приборов, очень близки. Продолжением данного эксперимента стало одновременное применение бесплатформенного аэрогравиметра и GT-2A при выполнении производственной съемки с генеральным обтеканием рельефа в Восточной Сибири. Съемка выполнялась двумя самолетами, на один из которых параллельно GT-2A был установлен бескарданный прибор. Анализ результатов показал, что точность аэрогравиметрических данных с нового бесплатформенного гравиметра близка к точностям, получаемым с GT-2A (порядка 0.28 мГал по внутренней сходимости [5, 8]). На основании испытаний был сделан вывод, что оба этих гравиметра пригодны для использования при аэросъемках для решения всего спектра актуальных геологических задач.



Рис. 1. Самолет Ан-3Т

Общий размах высоты полета на маршрутах съемки (рис. 2), продиктованный высотой рельефа местности площади работ, составляет порядка 900 м, а диапазон зарегистрированных аэрогравиметром ускорений 2300 Гал со среднеквадратическим отклонением по маршрутам съемки ±153 Гал. Для первичной обработки данных бескарданного комплекса были применены специально разработанные алгоритмы оценивания аномалий силы тяжести [6, 9]. После выполнения всех процедур окончательной обработки [7] были получены модели поля силы тяжести в редукции Буге с различными плотностями рельефообразующих масс (рис. 3, слева). Вычисленные трансформанты полученных моделей подтвердили отсутствие в них остаточных помех (рис. 3, справа). Оцененная по внутренней сходимости точность представленной цифровой модели поля силы тяжести [5, 8] составила ±0.52 мГал.

Наиболее впечатляющие результаты были получены после последнего эксперимента, в рамках которого бесплатформенный аэрогравиметрический комплекс, впервые в мировой практике, был установлен на борт самолета Ан-3Т (рис. 1), оборудованного для съемки методами аэромагниторазведки, аэроэлектроразведки и аэрогаммаспектрометрии. Комплексные аэрогеофизические работы проводились при соблюдении постоянного высотного удаления от рельефа и методически никак не изменялись для задач аэрогравиметрической съемки.



Рис. 2. Маршруты съемки на фоне высоты полетов

**Выводы.** В результате выполненных опытно-методических работ доказана возможность использования аэрогравиметрии с новым поколением аэрогравиметров в составе комплекса методов, обычно применяемого при изучении территорий, перспективных на твердые полезные ископаемые (магниторазведка, гамма-спектрометрия и электроразведка), без существенной модификации методики съемки (съемка с огибанием рельефа, т.е. на постоянном удалении от дневной поверхности).

Проведенные обработка и оценка качества данных свидетельствуют, что полученные материалы аэрогравиметрической съемки с бесплатформенным гравиметром, несмотря на выполнение полетов с огибанием рельефа, отвечают принятым в настоящее время требованиям, предъявляемым к аэрогравиметрическим съемкам.



Рис. 3. Цифровая модель аномалий силы тяжести в редукции Буге с плотностью 2.67 г/см<sup>3</sup> (слева) и ее локальная составляющая (фильтр Гаусса 20х20 км, справа).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бровкин Г.И., Контарович О.Р., Голован А.А., Вязьмин В.С. [2021]. Результаты первой в России аэрогравиметрической съемки с бесплатформенным гравиметром. ГеоЕвразия-2021, материалы конференции, с.107-111.
- Могилевский В.Е. [2009]. Методика и результаты аэрогравиметрической съемки в пределах влияния зоны новых центров нефтегазодобычи. Современные аэрогеофизические методы и технологии, вып. 1, т. 1, 15-48.
- Могилевский В.Е. [2014] Рекомендации по выполнению аэрогравиметрической съемки для создания современной геофизической основы Госгеолкарты 1000/3 и Госгеолкарты 200/2, под редакцией Бабаянца П.С. ЗАО «ГНПП «Аэрогеофизика».
- Могилевский В.Е., Бровкин Г.И., Контарович О.Р. [2015]. Достижения, особенности и проблемы аэрогравиметрии, Разведка и охрана недр, номер 12, 16-25.
- Могилевский В.Е., Бровкин Г.И., Смирнов А.С., Прозорова Г.В. [2018]. Оценка погрешности данных аэрогравиметрической съемки. Мониторинг наука и технологии. Науки о Земле. №3 (36) 2018, 6-17.
- 6. Bolotin Y.V., Golovan A.A. [2013]. Methods of inertial gravimetry. Moscow Univ. Mech. Bull. 68, 117–125. https://doi.org/10.3103/S0027133013050026
- Mogilevsky V., Kaplun D., Kontarovich O., Pavlov S. [2010] Airborne Gravity in Aerogeophysica Inc. // IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry: static and mobile measurements, Saint Petersburg, 42-43.
- 8. Sander S., Ferguson S. et al. [2002] Measurement of noise in airborne gravity data using even and odd grids, First break, volume 20.8.
- Vyazmin V.S., Golovan A.A., Bolotin Y.V. [2021]. New Strapdown Airborne Gravimetry Algorithms: Testing with Real Flight Data. 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS-2021), 1-7, doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470826.

G.I. Brovkin, P.S. Babayants, O.R. Kontarovich (Aerogeophysica Ltd., Moscow), A.A. Golovan, V.S. Vyazmin (MSU, Moscow)

#### Features of modern airborne gravity surveys

Results of modern airborne gravity surveys using strapdown gravimeter systems are presented.

В. С. ВЯЗЬМИН, А. А. ГОЛОВАН, Ю. В. БОЛОТИН (Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва)

## Г. И. БРОВКИН, О. Р. КОНТАРОВИЧ (АО «ГНПП «Аэрогеофизика», Москва)

## ТЕХНОЛОГИИ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ПЕРВИЧНЫХ ДАННЫХ БЕСКАРДАННОГО АЭРОГРАВИМЕТРА В ПЛОЩАДНЫХ СЪЕМКАХ С ОБЛЕТОМ РЕЛЬЕФА НА РАЗНЫХ НОСИТЕЛЯХ

В докладе обсуждаются инерциально-спутниковые технологии, используемые в алгоритмах разработанной методики постобработки первичных данных бескарданного инерциального гравиметра. Приводятся результаты обработки площадных аэрогравиметрических съемок, выполненных на разных носителях – самолетах различных серий и беспилотном летательном аппарате.

**Введение.** Современным трендом в аэрогравиметрии является переход к бескарданным аэрогравиметрам, в состав которых входят бескарданная инерциальная навигационная система (БИНС) навигационного класса, прецизионная система термостабилизации и приемники глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) (бортовой и наземные базовые станции) [1–3]. Преимуществами бескарданных гравиметров перед платформенными являются существенно меньшие вес, габариты, энергопотребление и стоимость [2]. Помимо этого, открывается потенциальная возможность для аэрогравиметрических съемок с облетом рельефа, а также для векторной аэрогравиметрии (см. недавние результаты в [4]).

Принципиальное значение в бескарданной аэрогравиметрии имеют алгоритмы (и соответствующее программное обеспечение) постобработки первичных данных гравиметра и ГНСС, которые должны учитывать, во-первых, высокую чувствительность инерциальных датчиков (акселерометров, гироскопов) БИНС гравиметра к внешним воздействиям (вибрациям) на его корпус; во-вторых, обеспечивать высокую точность калибровки инерциальных датчиков на протяжении полевых работ; в-третьих, рассчитывать спутниковое навигационное решение с учетом специфики приложения в аэрогравиметрии (требуется прежде всего высокоточное скоростное решение); наконец, выполнять экспресс-диагностику измерений в полевых условиях (важную для оперативного решения о повторном вылете в случае проблем в данных).

В настоящем докладе представлены методика и алгоритмы постобработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра, разработанные Лабораторией управления и навигации МГУ в 2020–2021 гг., и результаты обработки съемок, выполненных ГНПП «Аэрогеофизика» с бескарданными гравиметрами фирмы iMAR (ФРГ) на разных носителях, в том числе на беспилотном летательном аппарате (БПЛА, рис. 1).



Методика постобработки данных бескарданного гравиметра и численные результаты. Задача постобработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра заключается в определении аномалии силы тяжести  $\Delta g$  на траектории полета по измерениям [3, 4]:

• трех акселерометров БИНС гравиметра, измеряющих проекции внешней удельной силы  $\mathbf{f}_z$  на оси приборного трехгранника Mz ( $Mz_1z_2z_3$ ), образованного осями чувствительности акселерометров;

- трех датчиков угловой скорости (гироскопов) БИНС гравиметра, измеряющих проекции абсолютной (относительно инерциального пространства) угловой скорости вращения БИНС ω<sub>z</sub> на оси Mz;
- бортового и наземных (базовых станций) приемников ГНСС.

С точки зрения инерциальной навигации рассматриваемая задача относится к классу задач коррекции БИНС по внешней информации (координатам, скоростям ГНСС) [5]. Особенностью задачи является возможность декомпозиции – разделения на горизонтальные и вертикальный каналы БИНС, а также возможность решения в режиме постобработки.

*Методика постобработки первичных данных гравиметра и ГНСС.* Выделим основные этапы методики постобработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра:

- 1) экспресс-диагностика первичных измерений гравиметра (акселерометров, гироскопов, термодатчиков) и ГНСС;
- 2) определение координат и линейных относительных скоростей антенны бортового приемника ГНСС по первичным измерениям многосистемных приемников ГНСС;
- 3) начальная и конечная выставка БИНС гравиметра;
- 4) интеграция данных БИНС и ГНСС (горизонтальные каналы);
- 5) оценивание аномалии силы тяжести / вектора силы тяжести на траектории полета.

Первый этап является важной составляющей методики и программного обеспечения, в особенности при проведении полевых работ. На этом этапе выполняется проверка целостности данных, детектирование сбоев и пр. На втором этапе методики используется вся доступная первичная информация приемников ГНСС – кодовые позиционные, доплеровские скоростные и многочастотные фазовые измерения. По ней рассчитываются координаты и скорости антенны бортового приемника в стандартном и фазодифференциальном режимах с учетом специфики задачи аэрогравиметрии (высокоточное определение скорости на уровне первых см/с) [6].

На этапе начальной и конечной выставки БИНС гравиметра определяются углы ориентации корпуса БИНС на стоянках летательного аппарата до и после полета, а также линейный тренд в смещении нулевого сигнала вертикального акселерометра. Особенностью задачи являются неконтролируемые угловые движения корпуса гравиметра, обусловленные влиянием работы экипажа, включением и работой двигателей летательного аппарата, влиянием ветра и пр. Разработанный алгоритм выставки работоспособен в условиях вибраций [7].

На этапе интеграции БИНС–ГНСС определяются траекторные параметры (широта, долгота, восточная и северная проекции относительной скорости, углы ориентации) БИНС гравиметра, параметры инструментальных погрешностей инерциальных датчиков БИНС, возможная рассинхронизация информационных потоков, смещение антенны бортового приемника ГНСС относительно БИНС [8]. Математически задача интеграции ставится как задача стохастического оценивания и решается при помощи фильтра Калмана и сглаживания.

Последним этапом первичной обработки данных гравиметра является оценивание аномалии силы тяжести на траектории на основе решения основного уравнения аэрогравиметрии [3, 4]. Оценивание аномалии проводится совместно с определением остаточных систематических погрешностей гравиметра (остаточными угловыми ошибками определения вертикали, ошибкой масштабного коэффициента вертикального акселерометра, параметрами рассинхронизации потоков данных и пр.). Постановка и решение задачи выполняются в рамках калмановского подхода [4]. Кроме того, на данном этапе методики предусмотрено также оценивание вектора силы тяжести на траектории. Описание алгоритма оценивания и результатов изложено в [4].

Дальнейшая постобработка проводится по совокупности оценок аномалии силы тяжести со всех галсов съемки и состоит в уравнивании рядовых и опорных маршрутов съемки, пространственной фильтрации, построении цифровых моделей аномалии в редукции Буге [9].

**Результаты обработки данных бескарданного аэрогравиметра.** В 2020–2021 гг. компанией ГНПП «Аэрогеофизика» были выполнены три площадные съемки с бескарданным аэрогравиметром iMAR общим объемом порядка 40 000 пог. км. В качестве носителей использовались самолеты Cessna 208B, Ан-30, Ан-3Т. Сферой ответственности Лаборатории управления и навигации МГУ в этих съемках была обработка первичных данных гравиметра, а также разработка совместно со специалистами ГНПП «Аэрогеофизика» методики съемок с бескарданным гравиметром.

На рис. 2 представлены характеристики точности инерциального счисления БИНС гравиметра в автономном режиме (без ГНСС). Ошибки определения широты и долготы составили полмили за первый час полета и менее двух миль за пять часов полета, что свидетельствует о высокой точности БИНС и результатов начальной выставки.

Главным практическим результатом выполненной работы являются цифровые модели аномалии поля силы тяжести после всех процедур обработки (рис. 3–4). По своему качеству полученные материалы не уступают данным съемок с применением платформенных приборов и успешно применяются в различных геологических приложениях.



Рис. 2. Ошибки широты и долготы инерциального счисления БИНС в автономном режиме, м. Эталоном являются данные ГНСС

Результаты съемки с полным огибанием рельефа местности (рис. 4) отвечают современным требованиям, предъявляемым к аэрогравиметрическим материалам. Полученные после процедур окончательной обработки модели поля силы тяжести характеризуются высоким качеством и наглядно показывают возможность совместного применения аэрогравиметрии в наиболее полном (аэромагниторазведка, аэрогамма-спектрометрия, аэроэлектроразведка) комплексе аэрогеофизических методов. Применение аэрогравиметрии в качестве дополнительного информационного канала позволило наиболее эффективно решить поставленные геологические задачи без существенного изменения методики проведения съемки и стоимости работ.

Заключение. В 2020–2021 гг. Лабораторией управления и навигации МГУ были разработаны методика и алгоритмы постобработки первичных данных бескарданного



Рис. 3. Цифровая модель поля силы тяжести, съемка с генеральным обтеканием рельефа (Cessna 208B)



Рис. 4. Цифровая модель поля силы тяжести при съемке с полным обтеканием рельефа (Ан-3T)

инерциального гравиметра, завершается разработка программного обеспечения. Ключевым аспектом алгоритмов являются инерциально-спутниковые навигационные технологии. Многолетний опыт совместных работ с индустриальными партнерами в области интегрированных инерциально-спутниковых систем и приложений позволил выполнить данную работу в сжатые сроки.

При помощи разработанных алгоритмов была выполнена обработка первичных данных бескарданного гравиметра iMAR на трех площадных аэрогравиметрических съемках, проведенных ГНПП «Аэрогеофизика» на самолетах различных серий. Достигнутая точность результатов оценивания аномалий силы тяжести сопоставима с точностью платформенной аэрогравиметрии. Кроме того, была успешно выполнена обработка уникальной аэрогравиметрической съемки с детальным облетом рельефа (на Ан-3Т) и первой в России съемки на БПЛА.

Окончательный результат представленных процедур обработки – цифровые модели поля силы тяжести – может с успехом применяться для решения широкого спектра геологических задач.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ayres-Sampaio, D., Deurloo, R., Bos, M., Magalhaes, A., Bastos, L., A comparison between three IMUs for strapdown airborne gravimetry, Surv. Geophys., 2015, vol. 36, no. 4, pp. 571–586.
- 2. Jensen, T.E., Olesen, A.V., Forsberg, R., Olsson, P.-A., Josefsson, Ö., New results from strapdown airborne gravimetry using temperature stabilization, Remote Sens., 2019, 11, 2682.
- 3. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под общ. ред. Пешехонова В.Г., науч. ред. Степанов О.А. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.
- 4. Вязьмин В.С., Голован А.А., Болотин Ю.В. Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных // Сб. материалов XXVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам (МКИНС2021). СПб.: ЦНИИ Электроприбор, 2021. С. 48–55.
- Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020. 164 с.
- 6. Golovan, A.A., Vavilova, N.B., Satellite navigation. Raw data processing for geophysical applications, J. Math. Sci., 2007, vol. 146, no. 3, pp. 5920–5930.
- Баранцев Г.О., Голован А.А., Кузнецов П.Ю. Модели задачи начальной выставки бескарданной навигационной инерциальной навигационной системы при угловом движении основания // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2021. С. 12–16.
- Вавилова Н.Б., Голован А.А., Козлов А.В., Папуша И.А., Зорина О.А., Измайлов Е.А., Кухтевич С.Е., Фомичев А.В. Интеграция спутниковой и инерциальной навигационных систем с учетом рассинхронизации данных и смещения спутниковой антенны. Опыт практической реализации // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. № 3. С. 52–68.
- 9. Могилевский В.Е., Бровкин Г.И., Смирнов А.С., Прозорова Г.В. Оценка погрешности данных аэрогравиметрической съемки. Мониторинг // Наука и технологии. 2018. Т. 36. № 3. С. 6–17.

V. S. Vyazmin, A. A. Golovan, Yu. V. Bolotin (Lomonosov Moscow State University, Moscow), G. I. Brovkin, O. R. Kontarovich (GNPP Aerogeophysica JSC, Moscow)

## Technologies and results of strapdown airborne gravimeter data processing in draped surveys with different aircrafts

In the report, we discuss inertial and satellite navigation technologies used in the developed postprocessing algorithms for a strapdown inertial gravimeter based on a navigation-grade strapdown inertial measurement unit. We present new results from processing strapdown airborne gravimeter data acquired in several surveys with using different aircrafts: Cessna, An-30, An-3T and an unmanned aerial vehicle.

## А. Д. ГОВОРОВ, В. С. ВЯЗЬМИН (Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва)

#### А. В. ШАРОНОВ

(Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва)

## ПРЕДПОЛЕТНАЯ КАЛИБРОВКА БЛОКА АКСЕЛЕРОМЕТРОВ И КОНТРОЛЬ ЦЕЛОСТНОСТИ ПЕРВИЧНЫХ ДАННЫХ БЕСКАРДАННОГО ГРАВИМЕТРА

Доклад посвящен одному из этапов постобработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра. Рассматриваются задача калибровки акселерометров бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) гравиметра по измерениям на аэродроме и задача восстановления целостности первичных данных БИНС. Целью калибровки является определение смещений нулевых сигналов акселерометров. Предложен метод калибровки, основанный на определении ориентации корпуса БИНС при помощи алгоритма начальной выставки. Вторая задача состоит в восстановлении возможного пропуска в измерениях инерциальных датчиков БИНС. Описываются два подхода – на основе интерполяции измерений и на основе анализа оценок траекторных параметров движения из интеграционных решений БИНС–ГНСС в прямом и обратном времени.

Введение. Основу бескарданной аэрогравиметрии – метода измерения силы тяжести с борта летательного аппарата (ЛА) – составляет аэрогравиметр, включающий высокоточную бескарданную инерциальную навигационную систему (БИНС) и приемники сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Одну из ключевых задач постобработки первичных измерений бескарданного гравиметра составляет определение линейного тренда в смещении нулевого сигнала вертикального (то есть ось чувствительности которого направлена перпендикулярно плоскости пола ЛА) акселерометра БИНС гравиметра [1, 2]. Для этой цели во время стоянки ЛА на аэродроме перед взлетом выполняются измерения в опорной точке с известными координатами и значением силы тяжести. Аналогичные измерения выполняются после посадки ЛА.

Алгоритмически рассматриваемая задача может быть решена путем определения углов ориентации корпуса БИНС на стоянке (задача начальной выставки БИНС [3]) и последующего вычитания из измерений вертикального акселерометра проекции вектора силы тяжести на ось чувствительности акселерометра. Особенность задачи состоит в наличии неконтролируемых угловых движений основания БИНС, вызванных внешними воздействиями на корпус гравиметра во время стоянки ЛА (работа двигателей, регламентные работы экипажа, ветер и пр.). Поэтому требованием к алгоритму начальной выставки БИНС является обеспечение высокой точности определения ориентации при наличии указанных возмущений и вибраций. Помимо этого на точность результатов начальной выставки влияют также смещения нулевых сигналов горизонтальных акселерометров, которые в бескарданной аэрогравиметрии обычно не учитываются на данном этапе обработки [4].

В докладе рассматривается задача калибровки (определение смещений нулевых сигналов) блока акселерометров БИНС гравиметра на начальной стоянке ЛА на аэродроме. Калибровочный эксперимент включает измерения в трех статических положениях на разных гранях корпуса гравиметра. В каждом положении ось чувствительности одного из акселерометров близка по направлению к географической вертикали. Исследуется метод калибровки акселерометров, основанный на определении ориентации корпуса БИНС гравиметра в каждом статическом положении из начальной выставки БИНС. При этом алгоритм начальной выставки допускает неконтролируемые угловые движения корпуса БИНС [5]. Прочие систематические инструментальные погрешности акселерометров БИНС (ошибки масштабных коэффициентов, перекосы осей чувствительности и др.) предполагаются откалиброванными точно и в работе не рассматриваются.

Другим важным этапом постобработки является контроль целостности измерений инерциальных датчиков (акселерометров и гироскопов) БИНС гравиметра. Опыт обработки данных промышленных аэрогравиметричсеких съемок [6] показал, что при регистрации высокочастотных (~300-400 Гц) измерений инерциальных датчиков БИНС могут наблюдаться редкие пропуски данных длительностью от 0.05 до 0.5 с. Пропуск показаний инерциальных датчиков может приводить к значимым ошибкам в определении ориентации приборного трехгранника БИНС и далее к значимым ошибкам инерциального счисления, что недопустимо в аэрогравиметри. Поэтому актуальной становится задача контроля и поддержания целостности первичных данных инерциальных датчиков БИНС.

**Методика калибровки акселерометров БИНС гравиметра.** Введем следующую модель измерений трех акселерометров бескарданного аэрогравиметра, установленного на борту ЛА, обозначив через *М* приведенный центр блока акселерометров БИНС:

$$f'_{z} = f_{z} + b_{f} + q_{f}$$
, (1)

где  $f'_z$  – показания акселерометров,  $f_z$  – вектор внешней удельной силы в проекциях на оси приборного трехгранника Mz ( $Mz_1z_2z_3$ );  $b_f$  – вектор постоянных смещений нулевых сигналов трех акселерометров,  $q_f$  – вектор центрированных белых шумов с известными интенсивностями. Будем предполагать для определенности, что оси приборного трехгранника сонаправлены со строительными осями ЛА:  $Mz_1$  направлена в сторону правого крыла,  $Mz_2$  – в сторону носа,  $Mz_3$  – вверх от пола ЛА. На стоянке ЛА имеет место соотношение:

$$f_z = A_{zx}g_x, \tag{2}$$

где  $A_{zx}$  – матрица перехода от географического трехгранника Mx к приборному Mz,  $g_x$  – вектор силы тяжести в опорной точке, имеющий вид:  $g_x = (0,0,-g)^T$ , g – опорное абсолютное значение силы тяжести. Если известна матрица перехода  $A_{zx}$ , задаваемая углами курса, крена, тангажа БИНС, то, исходя из (1)–(2), может быть определено смещение нулевого сигнала вертикального акселерометра  $b_{f_3}$  из уравнения [3]:

$$f'_{z_3} = g \cos \theta \cos \gamma + b_{f_3} + q_{f_3}, \tag{3}$$

где  $\theta$ ,  $\gamma$  – углы тангажа и крена соответственно. Смещения нулевых сигналов двух других акселерометров определим аналогичным образом по измерениям на соответствующих гранях корпуса БИНС таких, что оси  $Mz_1$ ,  $Mz_2$  направлены перпендикулярно полу ЛА. Углы ориентации БИНС в статических положениях определим алгоритмом начальной выставки.

Алгоритм начальной выставки БИНС при угловом движении основания. Пусть точка M неподвижна относительно Земли, а приборный трехгранник Mz совершает неконтролируемые угловые движения. Требуется по показаниям акселерометров и датчиков угловой скорости БИНС, известным координатам и значению силы тяжести в точке M определить углы курса, крена, тангажа Mz. Основная идея рассматриваемого алгоритма выставки [5] состоит в аппроксимации показаний акселерометров в момент времени  $t \ge t_0$ , когда те проектируются на оси зафиксированной в инерциальном пространстве системы координат  $Mz_0=Mz(t_0)$ . Можно показать, что удельная внешняя сила в момент времени t в проекциях на оси  $Mz_0$  имеет вид [5]:

$$f_{z_0}(t) = a_0 \, \frac{1 - \cos ut}{u^2} + b_0 \, \frac{\sin ut}{u} + c_0, \tag{4}$$

где u – модуль угловой скорости вращений Земли,  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  – некоторые постоянные 3×1векторы. Последние могут быть найдены по измерениям акселерометров методом наименьших квадратов, откуда после перепроектировки  $f_{z_0}(t)$  на оси приборного трехгранника Mz(t) определяются оценки углов курса, крена и тангажа Mz(t). Матрица перехода находится из кинематического уравнения Пуассона по показаниям датчиков угловой скорости БИНС [3]. Отметим, что вместо (4) может также использоваться аппроксимация первого или второго интеграла от удельной внешней силы [5].

**Результаты обработки экспериментальных данных.** Калибровочный эксперимент (рис. 1) был проведен с бескарданным гравиметром iMAR (ФРГ) компанией ГНПП «Аэрогеофизика» (Москва) на борту самолета Ан-30 во время стоянки на аэродроме. Первичные данные гравиметра были переданы Лаборатории управления и навигации МГУ. Особенностью измерений являются возмущения от внешних механических воздействий на корпус гравиметра (рис. 1–2).



в трех статических положениях на стоянке ЛА, м/с<sup>2</sup>



Точность результатов исследуемого метода калибровки блока акселерометров гравиметра оценивалась путем сравнения с результатами другого метода, основанного на приравнивании нормы показаний откалиброванных акселерометров к опорному значению силы тяжести [7]. Задача калибровки в этом методе сводится к минимизации функционала:

$$J(b_f) = \sum \left( \left\| f'_z(t_i) - b_f \right\|^2 - g^2 \right)^2 \to \min.$$
 (5)

Нелинейная задача (5) может быть решена при помощи итерационного метода Ньютона с выбором начального приближения для вектора неизвестных b<sub>f</sub>.

Результаты двух методов калибровки – основного и проверочного (5) – приведены в табл. 1. Отличия в оценках смещений нулевых сигналов акселерометров составили от 2 до 8 мГал и вызваны неточностью определения ориентации корпуса БИНС в основном методе калибровки. Для повышения точности определения ориентации оценки смещений нулевых сигналов были вычтены из показаний акселерометров, после чего задача начальной выставки БИНС была решена повторно. Таким образом, были получены уточненные оценки углов ориентации БИНС и оценены остаточные смещения нулей акселерометров. Уточненные оценки смещений нулевых сигналов близки к результатам проверочного метода (5): отличия не превосходят 0,1 мГал.

Для оценки точности калибровки новым методом было также рассчитано отклонение нормы показаний откалиброванных акселерометров от опорного значения силы тяжести. До калибровки эта величина составила 122,37 мГал, после калибровки – 0,02 мГал, что свидетельствует о высокой точности калибровки и, в частности, начальной выставки БИНС.

]	
	]

Результаты определения смещений нулевых сигналов акселерометров двумя методами, мГал									
Акселерометры	Основной метод	Проверочный метод (5)							
Ax	-103,44	-107,56							
Ау	135,07	127,63							
Az	-124,31	-122,48							

Восстановление целостности первичных данных гравиметра. Рассматривается пропуск показаний инерциальных датчиков БИНС на частоте 400 Гц. Число пропущенных пакетов данных предполагается от 20 до 200, длина интервала пропуска – от десяти до сотен мс. Требуется устранить пропуск, восстанавливая равномерность шкалы времени, что связано с тем, что в штатном режиме программное обеспечение комплексной обработки данных настроено на равномерность шкал времени в соответствующих информационных потоках.

Способы решения. Первое очевидное решение состоит в линейной интерполяции показаний датчиков (акселерометров, гироскопов) и обеспечение равномерности шкалы времени данных:

$$f'_{z}(t_{j}) = f'_{z}(T_{k}^{f}) + \frac{f'_{z}(T_{k+1}^{f}) - f'_{z}(T_{k}^{f})}{T_{k+1}^{f} - T_{k}^{f}}(t_{j} - T_{k}^{f}),$$
(6)

$$\omega_{z}'(t_{j}) = \omega_{z}'(T_{k}^{f}) + \frac{\omega_{z}'(T_{k+1}^{f}) - \omega_{z}'(T_{k}^{f})}{T_{k+1}^{f} - T_{k}^{f}}(t_{j} - T_{k}^{f}),$$
(7)

где  $f'_{z}(t_{j})$  – восстановленные «показания» акселерометров в момент времени  $t_{j}$ ,  $f'_{z}(T^{f}_{k+1})$ ,  $f'_{z}(T^{f}_{k})$  – показания акселерометров в моменты времени  $T^{f}_{k+1}$  и  $T^{f}_{k}$ ,  $\omega'_{z}(t_{j})$ ,  $\omega'_{z}(T^{f}_{k})$ ,  $\omega'_{z}(T^{f}_{k+1})$  – аналогичные по смыслу параметры, относящиеся к показаниям гироскопов.

На рис. 3 представлены графики показаний датчиков, включающих пропуск записи длительностью 0,5 сек, с примененной линейной интерполяцией для восстановления.



Рис. 3. Акселерометры, м/с<sup>2</sup> (слева). Датчики угловой скорости, град/ч (справа)

Отметим, что на интервале времени пропуска возможно заметное маневрирование объекта (изменение вертикальной скорости более 1 м/с). Поэтому в дополнение к (6)-(7) предлагается модификация настроечных параметров задачи коррекции БИНС-ГНСС, являющейся одной из основных задач постобработки аэрогравиметрических данных. Задача коррекции БИНС-ГНСС ставится как задача оценивания вектора состояния *х* линейной динамической системы

 $\dot{x} = Ax + q$ 

$$z = Hx + r, \tag{9}$$

(8)

где A – матрица коэффициентов системы, q – вектор шумов, H – матрица в модели измерений, r – вектор погрешностей измерений. Компонентами вектора состояния x служат позиционные, скоростные, угловые ошибки ориентации БИНС, параметры инструментальных погрешностей инерциальных датчиков [2]. Вектор измерений z строится на основе позиционных и скоростных данных БИНС и ГНСС. Матрицы A, H строятся на основе уравнений ошибок БИНС и уравнений измерений БИНС–ГНСС. Векторы q, r предполагаются случайными процессами типа белого шума с заданными характеристиками. В (8) компоненты q порождаются моделями шумовых погрешностей акселерометров и гироскопов. Алгоритм оценивания вектора состояния в (8)–(9) – фильтр Калмана со сглаживанием.

При реализации алгоритма коррекции БИНС по данным ГНСС (8)–(9) на сбойном интервале предлагается на несколько порядков увеличить интенсивность шумов *q* измерений датчиков по сравнению с их априорными номинальными значениями. Это равносильно введению информации, что на сбойном интервале времени поведение фазового вектора и его ковариационных характеристик существенно возмущается шумами инерциальных датчиков.

*Второй способ решения.* Другой способ решения проблемы пропуска первичных данных основан на следующих алгоритмических действиях [8]:

путем решения задачи коррекции БИНС-ГНСС в прямом и обратном времени (с учетом решения задач выставки БИНС до и после полета) определяются значения траекторных и угловых параметров движения ЛА в моменты времени до и после сбоя регистрации T<sup>f</sup><sub>k</sub>, T<sup>f</sup><sub>k+1</sub>;

• по значениям координат, относительной скорости и углов курса, крена, тангажа в моменты времени  $T_k^f, T_{k+1}^f$  решается обратная задача определения на требуемой равномерной сетке времени внешней удельной силы и абсолютной угловой скорости («идеальных» показаний акселерометров и гироскопов), «переводящих» параметры инерциального счисления из точки в момент  $T_k^f$  в точку в момент  $T_{k+1}^f$ . При практических расчетах оба подхода позволили успешно восстановить целостность дан-

При практических расчетах оба подхода позволили успешно восстановить целостность данных без значимого ущерба для последующего оценивания аномалии силы тяжести и тем самым не браковать экспериментальный материал, следующий за сбоем регистрации.

Заключение. Предложен метод калибровки смещений нулевых сигналов акселерометров БИНС бескарданного аэрогравиметра, основанный на определении параметров ориентации корпуса БИНС при помощи алгоритма начальной выставки. Калибровочный эксперимент включает измерения на разных гранях корпуса гравиметра и технически легко осуществим на борту самолета во время стоянки на аэродроме. На экспериментальных данных показана высокая точность калибровки акселерометров бескарданного гравиметра iMAR на уровне 0,1 мГал. Достоинством метода является также высокоточное определение углов ориентации корпуса БИНС при наличии неконтролируемых угловых движений основания.

Рассмотрена также задача восстановления целостности первичных инерциальных данных гравиметра. Предложены способы решения задачи на основе:

- интерполяции показаний инерциальных датчиков в сочетании с увеличением параметров интенсивности шумов датчиков в настройках фильтра Калмана на сбойном интервале при решении задачи коррекции БИНС-ГНСС;
- использовании оценок траекторных параметров в прямом и обратном времени и моделировании «идеальных» показаний инерциальных датчиков на сбойном интервале.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Jensen, T.E., Forsberg, R., Helicopter test of a strapdown airborne gravimetry system, Sensors, 2018, vol. 18, no. 3121, pp. 1–16.
- Вязьмин В.С., Голован А.А., Болотин Ю.В. Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных // Сб. материалов XXVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам (МКИНС2021). СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2021. С. 48–55.
- 3. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020. 164 с.
- 4. Becker, D., Nielsen, J.E., Ayres-Sampaio, D., et al., Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple thermal correction, J. Geod., 2015, vol. 89, pp. 1133–1144.
- Баранцев Г.О., Голован А.А., Кузнецов П.Ю. Модели задачи начальной выставки бескарданной навигационной инерциальной навигационной системы при угловом движении основания // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2021. С. 12–16.
- Бровкин Г.И., Контарович О.Р., Голован А.А., Вязьмин В.С. Результаты первой в России аэрогравиметрической съемки с бесплатформенным гравиметром // Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки «ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях». 2021. Т. 2. С. 107–111.
- 7. Fong, W.T., Ong, S.K., Nee, A.Y.C., Methods for in-field user calibration of inertial measurement unit without external equipment, Meas. Sci. Technol., 2008, vol. 19, no. 8, pp. 1–12.
- Golovan, A.A, Mishin, V.Y, Molchanov, A.V., Chirkin, M.V., A Method for Analyzing the Influence of the Errors Induced by the Gyroscopic Channel of a Strapdown INS in the Autonomous Mode, J. Computer and Systems Sciences International, 2021, vol. 670, no. 4, pp. 627–638.

### A.D. Govorov, V.S. Vyazmin, A.V. Sharonov (Lomonosov Moscow State University, Moscow) Pre-flight calibration of accelerometers and recovering data gaps in strapdown airborne gravimeter measurements

We aim at calibrating accelerometer biases for a navigation-grade strapdown inertial navigation system (INS) of a strapdown airborne gravimeter. The calibration experiment is based on placing INS on its different sides and collecting inertial sensor measurements in the static mode at the aerodrome. We present the calibration method that is based on determining the INS attitude angles (using the INS initial alignment algorithm) and which is robust against angular movements of the INS. Secondly, we consider the problem of recovering gaps in inertial sensors measurements We describe two approaches, one of which is based on an interpolation of inertial sensor readings and the other on estimating aircraft's trajectory parameters at a data gap using INS-GNSS integration solutions in forward and backward time.

В. Н. КОНЕШОВ, П. С. МИХАЙЛОВ, В. Н. СОЛОВЬЕВ (Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва; Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, Владимир)

Л. К. ЖЕЛЕЗНЯК

(Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва)

## СОВРЕМЕННЫЕ ГЛОБАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ В МИРОВОМ ОКЕАНЕ: ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ

Доклад посвящен оценкам современных моделей гравитационного поля Земли в различных регионах Мирового океана и над различными геоморфологическими структурами. В связи с ростом точности и разрешающей способности современных моделей появляется больше возможностей их использования для решения региональных гравиметрических задач. При этом большее значение приобретают оценки имеющихся моделей в зависимости от региона и геоморфологии, а также способы прогнозирования достоверности данных в моделях с учетом масштаба и характера решаемой задачи.

**Введение.** Гравитационное поле Земли (ГПЗ) Мирового океана традиционно считается более изученным, чем на суше. Морские гравиметрические съемки обладают высоким разрешением, ограниченным только расстоянием между съемочными профилями, и позволяют с достаточно высокой точностью выявлять плотностные неоднородности и геологические структуры. Но в масштабах всего Мирового океана объем измерений, выполненных современными гравиметрами и с высокоточным навигационным обеспечением, остается незначительным. Измерения выполняются разными исполнителями для различных задач и, как следствие, не создают единого и равноточного покрытия. Поэтому в настоящее время все большее распространение получают ультравысокостепенные глобальные модели, предоставляющие данные об аномалиях ГПЗ на весь Мировой океан в виде наборов сферических коэффициентов или в виде регулярных сеток (гридов). С ростом разрешающей способности и общей достоверности новых моделей ГПЗ расширяется область их практического использования. При этом одной из особенностей современных моделей является разная пространственная достоверность данных. Настоящий доклад посвящен практическим оценкам современных моделей ГПЗ в различных регионах Мирового океана и над различными геоморфологическими структурами.

Практические оценки точности моделей гравитационного поля в разных регионах Мирового океана. Основным средством определения аномалий силы тяжести (АСТ) на акваториях Мирового океана в средних и коротких частотах (в пределах 60 км) в глобальных масштабах в настоящее время является спутниковая альтиметрия. Соответственно, погрешности этого метода являются основными источниками погрешностей данных в моделях в этих частотах, что во многом определяет географию и возможности их применимости. Наиболее эффективный и простой способ оценки модельных АСТ заключается в сравнении их с высокоточными прямыми площадными морскими съемками [2].

В ИФЗ РАН были выполнены масштабные площадные сравнения современных моделей ГПЗ с высокоточными морскими съемками в диапазоне широт от  $70^{\circ}$  ю.ш. до  $75^{\circ}$  с.ш. и над разными градиентными структурами. Задачей этих исследований было определение реальной точности наиболее актуальных глобальных моделей (EGM2008, WGM2012, Sandwell and Smith v29.1 (2020) и новейшей китайской модели SGG-UGM-2 (2020)), выявление основных трендов в их развитии и пространственных закономерностей в планетарном масштабе.

Оценки показали, что при значениях полного горизонтального градиента поля менее 2 мГал/км все сравниваемые модели показывают близкую точность относительно площадной морской гравиметрической съемки. Однако с ростом величины этого градиента и сложности поля расхождение между моделями ГПЗ увеличиваются и на сложных геоморфологических структурах, например срединно-океанических хребтах, достигают 20-30 % и более. Определе-

но, что наиболее точной и достоверной глобальной моделью ГПЗ в настоящее время является модель Sandwell and Smith v29.1 (2020) [5].

Характерным примером роста качества и достоверности альтиметрической информации в новых моделях ГПЗ является северо-восточная часть Черного моря. Регион, традиционно считающийся сложным для альтиметрических измерений в силу того, что влияние так называемого берегового эффекта здесь усиливается влиянием значительных аномалообразующих масс Кавказа [1]. Относительно морской съемки модель EGM2008 содержит СКО ±11,944 мГал с максимальными отклонениями от -93,9 до +31,4 мГал. Более современная модель Sandwell and Smith v29.1 имеет следующие оценочные характеристики: СКО ±3,663 мГал и максимальные отклонения от -25,4 до +16,7 мГал.

Было выявлено также, что погрешности современных глобальных моделей ГПЗ практически во всех акваториях зависят в большей степени от величины полного горизонтального градиента аномального поля и не зависят от широты.

Кроме того, необходимо отметить рост точности альтиметрических данных моделей ГПЗ в высоких и низких широтах. Так как новая китайская модель SGG-UGM-2 [6], которая характеризуется как наиболее перспективная именно на широтах выше  $81^{\circ}$  (альтиметрические модели Sandwell and Smith не представлены выше  $80,7^{\circ}$ ), были выполнены дополнительные сравнительные оценки в самых высоких широтах от  $80^{\circ}$  с.ш. и до  $88^{\circ}$  с.ш. Однако по результатам оценок моделей на профилях в этом диапазоне широт, приведенных в табл. 1, более хорошую точность продемонстрировала французская глобальная WGM2012 [4], которая на акваториях содержит данные альтиметрической модели DTU10 [3].

Таблица 1

Оценки моделей по результатам с	рависиил с і	високоширотны	ми гравим	стри ческий	ин профильтин
Съемка	Широта съемки	Модель	Мин. (мГал)	Макс. (мГал)	СКО (ст. откл.) (мГал)
Высокоширотная профильная мор- ская гравиметрическая съемка		EGM2008	-41,275	55,250	9,628
	80°–88° с.ш.	WGM2012 (DTU10)	-28,066	49,383	7,222
		SGG-UGM-2	-42,953	56,889	9,434

Оценки моделей по результатам сравнения с высокоширотными гравиметрическими профилями

Возможности районирования современных моделей. Сравнения с морскими съемками показали, что наибольшие погрешности моделей ГПЗ локализованы в наиболее градиентных участках поля, что еще раз демонстрирует, как ошибки метода спутниковой альтиметрии переходят в модельные данные.

На основании результатов этих исследований очевидным кажется подход, предполагающий на стадии планирования использовать значение полного горизонтального градиента поля определенной величины для предварительного районирования самой модели на предположительно более достоверную зону и градиентную зону, требующую инструментального уточнения. Определение порогового значения можно выполнить эмпирически, в зависимости от региона, конкретной модели или решаемой задачи. В соответствии с исследованиями ИФЗ РАН в первом приближении целесообразно использовать пороговую величину градиента 2 мГал/км.

Такой подход был использован для экспериментального районирования модели EGM2008 в Индийском океане. Из общей площади акватории, в границах Индийского океана составляющей 74 335 тыс. км<sup>2</sup>, площадь районов со значениями полного горизонтального градиента, превышающими 2 мГал/км, составляет только 8 067 тыс. км<sup>2</sup>, или 10,85%.

Особенности модельного гравитационного поля в зависимости от геоморфологии Мирового океана. Так как в районах с разной геоморфологией глобальные модели содержат ошибки разных величин и характеров, необходимо отдельно рассмотреть структуры аномального поля современных моделей по типам таких районов.

В результате выполненных оценок выявлено, что в абиссальных областях с относительно спокойным полем в модельных значениях присутствует высокочастотный шум с амплитудой от 1 до 3 мГал и периодом около 20 км. Такая же помеха, но с периодом около 15 км присутствует и в более новых моделях (Sandwell and Smith v29.1), что может быть обусловлено более высо-

ким разрешением альтиметрических данных новой модели. На рис. 1 показаны графики съемочных и модельных данных в абиссальной области океана.



Рис. 1. Профили морской гравиметрической съемки и моделей ГПЗ в абиссальной области

Иначе выглядит проблематика использования модельных аномалий в градиентных районах: амплитуды высоких частот реальных аномалий в моделях подавлены. Несмотря на то что каждая последующая модель содержит больший набор входящих альтиметрических данных и, соответственно, лучше описывает локальные аномалии, для эффективного практического использования значений модельных аномалий в этих областях необходимо дополнительное восстановление их амплитуд и высоких частот. На рис. 2 показаны графики съемочных и модельных данных в градиентной области срединно-океанического хребта.



Рис. 2. Профили морской гравиметрической съемки и моделей ГПЗ в градиентной области

Заключение. Современная глобальная модель гравитационного поля Земли – это важный и уже хорошо известный специалистам источник данных об аномалиях.

Именно на акваториях Мирового океана благодаря спутниковой альтиметрии имеющиеся модели наиболее достоверны и перспективны. Показанный в докладе рост точности глобальных моделей ГПЗ позволяет применять их для решения региональных практических задач, при этом экономическая целесообразность использования моделей вместо инструментальных съемок не вызывает сомнений. Однако большое значение приобретают методически правильные оценки модельных АСТ перед их дальнейшим использованием, выполняемые с учетом характера, масштаба решаемых задач и структуры гравитационного поля на исследуемой площади.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ № 22-17-20035.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дробышев Н.В., Железняк Л.К., Клевцов В.В., Конешов В.Н., Соловьев В.Н. Методы и проблемы изучения гравитационного поля океана // Геофизические исследования. 2006. №5. С. 32–52.

- Конешов В.Н., Михайлов П.С., Железняк Л.К., Соловьев В.Н. Оценка перспективности и разрешающей способности ультравысокостепенных моделей гравитационного поля Земли // Геофизические исследования. 2021. Том 22. № 1. С. 40–53.
- 3. Andersen, O.B., Knudsen, P., Berry, P., The DNSC08GRA global marine gravity field from double retracked satellite altimetry, Journal of Geodesy, 2010, vol. 84, no.3, pp. 191–199.
- 4. Balmino, G., Vales, N., Bonvalot, S., Briais, A., Spherical harmonic modelling to ultra-high degree of Bouguer and isostatic anomalies, Journal of Geodesy, 2012, vol. 86, no.7, pp. 499–520.
- Sandwell, D.T., Smith, W.H.F., Global marine gravity from retracked Geosat and ERS-1 altimetry: ridge segmentation versus spreading rate, Journal of Geophysical Research, 2009, vol. 114, issue B1. B0141, pp. 1–18.
- Wei Liang, Jiancheng Li, Xinyu Xu, Shengjun Zhang, Yongqi Zhao A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008, Research Geodesy and Survey Engineering. 2020, vol. 6, issue 8, pp. 860–878.

V. N. Koneshov, P.S. Mikhailov, V.N. Soloviev (Schmidt institute of physics of the earth of the Russian academy of sciences, Moscow; Vladimir State University named after Alexander and Nikolay Stoletovs), L.K. Zheleznyak (Schmidt institute of physics of the earth of the Russian academy of sciences, Moscow)

## Modern global models of the Earth's gravitational field in the World Ocean: accuracy estimates and prospects for practical application

The report is devoted to assessments of modern models of the Earth's gravitational field in various regions of the World Ocean and over various geomorphological structures. In connection with the increase in the accuracy and resolution of modern models, there are more opportunities for their use for solving regional gravimetric problems. At the same time, estimates of available models depending on the region and geomorphology, as well as methods for predicting the reliability of data in models, taking into account the scale and nature of the problem being solved, become more important.

# Д. С. БОБРОВ (ФГУП «ВНИИФТРИ», р.п. Менделеево, Московская обл.)

## МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ И ДЕТАЛЬНОСТИ КАРТ ПАРАМЕТРОВ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Разработанный метод относится к области гравиметрии и может быть использован при оперативной подготовке гравиметрических карт (карт ускорения свободного падения и гравитационных градиентов) в интересах разведки полезных ископаемых, подготовки строительства больших гидросооружений, подготовки карт для обеспечения навигации по гравитационному полю Земли и т.д.

**Введение.** Классический метод подготовки гравиметрических карт различной детальности основан на измерении параметров гравитационного поля Земли (ГПЗ) в узлах сетки размерами от первых десятков метров до пяти километров. Измерения выполняются с помощью абсолютных и относительных гравиметров (зарубежных Scintrex CG-6 Autograv, Microg LaCoste A-10, отечественных - ГНУ-КВ, ГАБЛ), а также гравитационных градиентометров, например E-60. В результате создаются карты масштабов от 1:5 000 до 1:500 000.

Недостатками такого метода являются:

- низкая оперативность измерений;
- высокая стоимость полевых работ;
- способ неприменим для создания карт на недоступных территориях.

Предлагаемый доклад посвящен использованию дополнительной информации о рельефе Земли и значениях плотности пород рельефа для повышения точности и детальности карт параметров ГПЗ.

**Метод повышения точности и детальности карт параметров ГПЗ.** Одним из традиционных вариантов повышения детальности карт параметров ГПЗ является метод, основанный на интерполяции значений в промежуточные точки. Например, по известной гравиметрической карте, подготовленной по модели ГПЗ с детальностью значений ускорения свободного падения (УСП) и гравитационных градиентов 20 км (масштаб 1:2 000 000), путем интерполяции вычисляют значения УСП и гравитационных градиентов в промежуточных точках, отстоящих на расстоянии 1 км и менее. Тем самым можно создать карты, обладающие большей детальностью, например более мелкого масштаба 1:200 000. Однако недостатком этого метода является низкая точность, поскольку значительные погрешности в интерполяцию вносят неопределенности в знании рельефа и плотности пород на дистанции между исходными узловыми точками. В зависимости от типа местности (равнинная, холмистая или горная) и аномальности гравитационного поля (слабо- и сильно аномальная) погрешность метода может достигать значений от 3 до 9 мГал и более, что является практически невостребованной величиной для всех типов потребителей.

Сущность предлагаемого метода повышения точности и детальности карт параметров ГПЗ состоит в дополнительном учете цифровой информации о рельефе Земли и значениях плотности пород рельефа при интерполировании текущих значений УСП. [1]

Заключение. Разработанный метод повышения точности и детальности создания гравиметрических карт проверен на экспериментальных гравиметрических данных и позволяет:

- при подготовке карт УСП на доступные территории повысить точность по отношению к традиционному методу от 3,3 до 0,7 мГал (до 5 раз);
- при подготовке карт УСП на недоступные территории повысить точность по отношению к традиционному методу от 3,3 до 1,9 мГал (до 1,5 раз);
- при подготовке карт гравитационных градиентов повысить точность по отношению к традиционному методу от 19 до 6 Этвеш (до 3 раз).

Для подготовки карт УСП и гравитационных градиентов для недоступных территорий необходима дополнительная информация о моделях (картах) УСП, о рельефе (модель SRTM) и о плотности пород (модель TopoDensT), которая имеется на открытых ресурсах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бобров Д.С. Разработка методов и средств создания навигационных гравитационных карт. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений. Менделеево, 2020.

#### D.S. Bobrov, (FSUE "VNIIFTRI", r.p. Mendeleevo, Moscow region) Method for improving the accuracy and detail of the Earth's gravity field maps

The developed method belongs to the field of gravimetry and can be used in the operational preparation of gravimetric maps (maps of free fall acceleration and gravitational gradients) in the interests of mineral exploration, preparation for the construction of large hydraulic structures, preparation of maps to ensure navigation over the Earth's gravitational field etc.

В. Ф. ФАТЕЕВ, Д. С. БОБРОВ, В. П. ЛОПАТИН (ФГУП «ВНИИФТРИ», р.п. Менделеево, Московская обл.)

## МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ НА БОРТУ НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Аннотация: Разработанный метод относится к области гравиметрии и может быть использован при оперативной подготовке гравиметрических карт в интересах разведки полезных ископаемых, подготовки карт для обеспечения навигации по гравитационному полю Земли и т.д. Учитывая более низкую скорость наземного транспортного средства, измерения могут иметь более высокое пространственное разрешение по сравнению с аэрогравиметрической съемкой.

**Введение.** В настоящее время гравиметрические данные необходимы для геофизических приложений, геодезических исследований, а также для решения задачи навигации по геофизическим полям Земли. Гравиметрические данные необходимы в геодезии для определения формы геоида и уточнения модели гравитационного поля Земли (ГПЗ). Для решения задачи навигации по геофизическим полям необходимо создание гравиметрических карт с погрешностью менее 1 мГал и пространственным разрешением единицы километров. При этом в настоящий момент глобальные модели ГПЗ, полученные из измерений, имеют пространственное разрешение не более 9 км, что не удовлетворяет условиям навигации по ГПЗ. Для подготовки навигационных гравиметрических карт используются наземная, воздушная и морская гравиметрическая съемка.

На протяжении многих лет аэро- и морская гравиметрия широко использовались благодаря развитию бортовых гравиметров и глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Гравиметры различных конструкций, такие как AIRGrav, GT-1A, GT-2A, GT-2M, GT-3, LCR, Чекан-AM, SISG, SGA-WZ широко применяются в аэро- и морской гравиметрии, но не могут использоваться на борту наземного транспортного средства (ТС) из-за влияния дорожных вибраций.

Вместе с тем гравиметрия на борту наземных TC имеет преимущество из-за возможности проведения измерений в непосредственной близости от поверхности Земли. Кроме того, измерение ускорения свободного падения (УСП) на борту наземного TC требует меньше времени и средств, чем точечные площадные наземные измерения и масштабные измерения при аэрогравиметрической съемке. Учитывая более низкую скорость наземного TC, измерения имеют более высокое пространственное разрешение в локальных регионах.

Метод повышения точности измерений УСП на борту наземного транспортного средства. Предлагаемый метод повышения точности измерений УСП на борту наземного ТС в условиях дорожных вибраций основан на использовании, кроме измерений действительных ускорений, дополнительных измерений кинематических параметров движения: вертикальной скорости и ускорения, скорости по направлению вдоль меридиана и параллели, координат транспортного средства, а также текущих углов наклона (крена, тангажа, рыскания). Ожидаемое отношение полезного сигнала (УСП) к шуму (кинематические ускорения) составляет менее –20дБ.

Метод проверен экспериментально на подвижном транспортном средстве. В качестве текущего измерителя УСП использовались акселерометры бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС). В качестве дополнительных бортовых измерителей кинематических параметров движения и вспомогательных средств использовались:

- навигационная аппаратура потребителя ГНСС GPS/ГЛОНАСС/Galileo/Beidou;
- лазерный измеритель скорости и пройденного пути (одометр);
- ультразвуковые датчики высоты ТС над дорожным полотном;
- гиростабилизированная платформа (ГСП);
- метеостанция.

Заключение. В процессе экспериментальных исследований оценивались следующие параметры созданного бортового гравиметрического комплекса:

- чувствительность при измерениях вертикального ускорения ТС ультразвуковым датчиком;
- чувствительность при измерениях вертикального ускорения ТС с помощью НАП ГНСС;
- погрешность вычисления поправки Этвеша по измерениям НАП ГНСС;
- точность измерения азимута направления движения при помощи НАП ГНСС с одной и двумя антеннами;
- точность вычисления поправки Этвеша по измерениям лазерного одометра и БИНС.

По результатам экспериментальной проверки были сформированы требования к допустимым (предельным) значениям параметров движения транспортного средства – носителя измерительного комплекса. Показано, что коэффициент компенсации дорожных кинематических вибраций при использовании дополнительных измерений составляет от 20 до 200 раз, погрешность вычисления поправки Этвеша составляет менее 0,7 мГал. Доказано, что дополнительные измерения позволяют обеспечить измерение УСП при движении ТС по дорогам общего пользования с погрешностью менее 1 мГал, что является достаточным для создания навигационных гравитационных карт высокого разрешения.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Yuan, Y., Gao, J., Wu, Z., et al., Performance estimate of some prototypes of inertial platform and strapdown marine gravimeters, Earth Planets Space, 2020, 72, 89.
- 2. Железняк Л.К. Особенности работы морского гравиметрического комплекса «Чекан-АМ» и обработка получаемых результатов // Геофизические исследования. 2020. Том 21. №4. С. 70–81.

## V.F. Fateev, D.S. Bobrov, V.P. Lopatin (FSUE «VNIIFTRI», Mendeleevo, Moscow region) Method for improving the accuracy of measuring acceleration of gravity on board a land vehicle

The developed method belongs to the field of gravimetry and can be used in the operational preparation of gravimetric maps in the interests of mineral exploration, preparation of maps to ensure navigation over the Earth's gravitational field etc. Given the lower ground vehicle speed, the measurements may have a higher spatial resolution compared to airborne gravimetric surveys.

А. В. СОКОЛОВ, О. А. СТЕПАНОВ, А. В. МОТОРИН, В. А. ВАСИЛЬЕВ, А. А. КРАСНОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», Санкт-Петербург)

## ПРОГРАММНО-АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ОБРАБОТКИ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Описан набор алгоритмов, обеспечивающий решение задачи обработки данных морской гравиметрической съемки и направленный на совместное оценивание аномалий силы тяжести и параметров вертикального движения морского подвижного объекта с использованием байесовской теории фильтрации. Отмечается, что разработанный набор алгоритмов по сути позволяет реализовать методику обработки измерений, в ходе которой удается вычислять и анализировать потенциальную точность оценивания аномалий силы тяжести и вертикального движения в режиме фильтрации и сглаживания при разном составе измерений, исследовать чувствительность предлагаемых алгоритмов к неточности задания параметров используемых моделей и при необходимости синтезировать алгоритмы, адаптивные к тем параметра, влияние которых оказывается наиболее существенным при решении задачи оценивания.

При обработке данных гравиметрической съемки на подвижных объектах одной из наиболее сложных задач является выделение полезного сигнала – аномалии силы тяжести (АСТ) на фоне вертикальных инерционных ускорений носителя. Поскольку спектры полезного сигнала и помехи применительно к морскому объекту в частотной области разнесены, задачу оценивания АСТ удается решить с приемлемой на сегодняшний день точностью путем фильтрации/сглаживания измерений гравиметра с использованием стационарных фильтров. Вместе с тем эту задачу можно сформулировать и решить в рамках байесовского подхода с использованием теории и методов оптимальной фильтрации. Такой подход открывает дополнительные возможности, реализация которых существенным образом повышает эффективность гравиметрической съемки на подвижном основании. В этом направлении имеются значительные успехи как в аэрогравиметрии, так и применительно к морской гравиметрической съемке [1-16]. Авторы предлагаемого доклада активно развивают указанный подход применительно именно к морским приложениям [1, 2, 11–16]. Для реализации отмеченных дополнительных возможностей необходимо разработать набор алгоритмов и соответствующих им программ, направленных на решение задачи оптимального оценивания АСТ на морских подвижных объектах. Описанию этих алгоритмов и посвящен предлагаемых доклад.

В докладе приводятся стохастические модели, используемые для описания АСТ и вертикального движения подвижного объекта, а также модель морского гравиметра, учитывающая его особенность, связанную с демпфированием чувствительного элемента гравиметра [1, 2, 12]. Наличие этих моделей создает предпосылки формулируемой далее постановки задачи совместного оценивания АСТ и вертикального движения в рамках байесовского подхода как задачи оценивания соответствующего вектора состояния по набору измерений, в качестве которых выступают как показания гравиметра, так и данные о координатах и скорости, поступающие от приемной аппаратуры (ПА) спутниковых навигационных систем (СНС). При этом в состав оцениваемого вектора состояния включаются компоненты, соответствующие выбранным моделям аномалий силы тяжести и вертикальных перемещений носителя, а также компоненты, учитывающие динамические свойства чувствительного элемента демпфированного гравиметра [16].

Следует отметить, что модели вертикальных перемещений и АСТ описываются как в виде вектора состояния при формировании калмановских алгоритмов фильтрации, так и с помощью передаточных и корреляционных функций, применяемых при построении стационарных алгоритмов. Это позволяет провести сравнение калмановских и традиционных стационарных алгоритмов, базируясь не только на анализе полученных оценок, но и на сопоставлении соответствующих весовых и передаточных функций фильтров.

При описании модели для измерений, используемых при решении задачи оценивания введенного вектора состояния и формируемых по данным, поступающим от гравиметра и ПА СНС, учитывается возможность рассматривать несколько вариантов их формирования, включая традиционный для морской гравиметрии вариант использования только измерений гравиметра и вариант совместного использования измерений СНС и гравиметра по аналогии с тем, как это делается в аэрогравиметрии [1, 7, 12, 13].

Отмечается, что ключевым среди описываемого набора алгоритмов является алгоритм линейного оптимального фильтра Калмана, используемого для решения рассматриваемой задачи совместного оптимального оценивания АСТ и вертикального движения в режиме реального времени с привлечением лишь измерений, накопленных к текущему моменту времени. Этот же алгоритм служит основой и при реализации режима сглаживания, позволяющего существенно повысить точность оценивания при получении оценок вектора состояния на измерительном галсе за счет привлечения всего набора накопленных измерений в режиме постобработки [1, 12, 13]. Подчеркивается, что сформулированная постановка и описанные алгоритмы создают возможность расчета потенциальной точности решения исследуемой задачи оценивания в режимах фильтрации и сглаживания при фиксированных моделях для измерений и вектора состояния.

Известно, что при обработке реальных данных возникают трудности, связанные с несоответствием используемых и действительных моделей, а также вопросы анализа точности работы алгоритмов в реальных условиях, когда используемые модели и параметры могут отличаться от действительных. В связи с этим в рамках байесовского подхода сформулирована постановка задачи анализа чувствительности и разработан алгоритм ее решения, с использованием которого можно выявить параметры, оказывающие наибольшее влияние на точность решения задачи при их расстройке [15].

Для преодоления проблемы чувствительности алгоритмов к неточности задания параметров используемых моделей предложен и в рамках байесовского подхода разработан адаптивный алгоритм [15, 16], основанный на методе многоальтернативной фильтрации. Отмечается, что на выходе адаптивного алгоритма вырабатываются не только оценки искомого вектора состояния, но и уточненные значения наиболее значимых параметров моделей.

В докладе также описаны традиционно применяемые стационарные алгоритмы [1, 2], используемые для решения задач фильтрации и сглаживания и основанные на винеровском (частотном) подходе, и обсуждается их взаимосвязь и отличия по сравнению с калмановскими алгоритмами. В качестве основных достоинств этих алгоритмов отмечается их более высокая точность при маневрировании и возможность получения не только оценок искомых ACT и вертикального движения, но и текущих характеристик точности, что весьма важно при решении ряда прикладных задач.

В заключение отмечается, что разработанный набор алгоритмов по сути позволяет реализовать методику обработки измерений, в ходе которой удается вычислять и анализировать потенциальную точность решения задачи совместного оценивания АСТ и вертикального движения с учетом демпфированного характера используемого гравиметра в режиме фильтрации и сглаживания при разном составе измерений, исследовать чувствительность предлагаемых алгоритмов к неточности задания параметров используемых моделей и при необходимости синтезировать алгоритмы, адаптивные к тем параметрам, влияние которых оказывается наиболее существенным при решении задачи оценивания.

> Работа проводилась при поддержке гранта РНФ 18-19-00627, https:// https://rscf.ru/project/18-19-00627/

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пешехонов В. Г., Степанов О.А., Августов Л.И. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля земли. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.
- Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Краснов А.А. Современное состояние и перспективы развития отечественной морской гравиметрии // 11-я Российская мультиконференция по проблемам управления: материалы пленарных заседаний. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 6–16.
- 3. Болотин Ю. В., Голован А. А. О методах инерциальной гравиметрии // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 2013. №5. С. 59–67.
- Cai, S., Wu, M., Zhang, K., Cao, J, Tuo, Z., Huang, Y., The first airborne scalar gravimetry system based on SINS/DGPS // China SCIENCE CHINA Earth Sciences, December 2013, vol. 56, no. 12: 2198–2208. DOI: 10.1007/s11430-013-4726-y.
- 5. Becker, M., Olesen, A.V., Nielsen, J.E., Forsberg, R., Latest results in strapdown airborne gravimetry using an iMAR RQH unit, 4th IAG symposium on Terrestrial Gravimetry, State Research Center of the Russian Federation, 2016, 19–25.

- 6. Becker, D., Advanced Calibration Methods for Strapdown Airborne Gravimetry, Technische Universität Darmstadt, 2016, Available from: http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/5691.
- 7. Голован А.А., Клевцов В.В., Конешов И.В., Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш. Особенности использования гравиметрического комплекса GT-2A в задачах аэрогравиметрии // Физика Земли. 2018. № 4. С. 127–134, doi: 10.1134/S000233371804004X.
- 8. Johann, F., Becker, D., Becker, M., Forsberg, R., Kadir, M., The Direct Method in Strapdown Airborne Gravimetry a Review, doi 10.12902/zfv-0263-2019.
- Вязмин В.С., Голован А.А., Болотин Ю.В. Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных // Сборник материалов XXVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2021. С.48–55.
- Бровкин Г.И., Голован А.А., Вязьмин В.С., Конторович О.Р. Результаты первой в России аэрогравиметрической съемки с бесплатформенным гравиметром // Международная геолого-геофизическая конференция и выставка «ГерЕвразия-2021. Георазведка в современных реалиях».
- 11. Степанов О.А., Кошаев Д.А., Моторин А.В. Идентификация параметров модели аномалии в задаче авиационной гравиметрии методами нелинейной фильтрации // Гироскопия и навигация. 2015. №3 (90). С. 95–101.
- Stepanov, O.A., Koshaev, D.A., Motorin, A.V., Krasnov, A.A., Sokolov, A.V., Algorithms for Integrated Processing of Marine Gravimeter Data and GNSS Measurements // IFAC-PapersOnLine, 2020, vol. 53, no. 2, pp. 500–505.
- Моторин А.В., Степанов О.А., Кошаев Д.А., Краснов А.А., Соколов А.В. Результаты использования высокоточных спутниковых измерений для решения задачи морской гравиметрической съемки // Сборник материалов XXVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2020. С. 356–359.
- 14. Titov, R.U, Motorin, A.V., Sensitivity analysis for filtering with preliminary processing of measurements, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 984(1), 012037.
- Соколов А.В., Степанов О.А., Моторин А.В., Краснов А.А. Идентификация параметров модели чувствительного элемента демпфированного гравиметра // Сборник материалов XXVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2021. С. 210–213.
- Соколов А.В., Степанов О.А., Моторин А.В., Краснов А.А. Решение задачи совместного оценивания аномалий силы тяжести и вертикального движения применительно к морскому объекту // Сборник материалов XXIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2022. С. 54–59.

A.V. Sokolov, O.A. Stepanov, A.V. Motorin, A.A. Krasnov (State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, ITMO University, Saint-Petersburg), V.A. Vasilev (State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, State Electrotechnical University "LETI", ITMO University, St. Petersburg),

#### Algorithmic and Software- for Gravimetric Data Processing

A set of algorithms is described that provides a solution the problem of processing marine gravimetric survey data and is aimed at joint estimation of gravity anomalies and parameters of vertical motion of a marine mobile object using the Bayesian filtering theory. It is noted that the developed set of algorithms, in fact, allows us to implement a measurement processing technique, during which it is possible to calculate and analyze the potential accuracy of estimation in the filtering and smoothing mode with different set of measurements, to investigate the sensitivity of the proposed algorithms to the inaccuracy of setting the parameters of the models used and, if necessary, to synthesize algorithms adaptive to those parameters whose influence is the most significant in solving the problem of evaluation. В. П. ЗОЛОТАРЕВИЧ, О. А. СТЕПАНОВ (АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, Санкт-Петербург)

А. П. КОЛЕВАТОВ (ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», Пермь)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ ВТОРЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ГЕОПОТЕНЦИАЛА И ОЦЕНКА ИХ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАТИВНОСТИ

Синтезирован алгоритм численного моделирования реализаций полей аномалий силы тяжести и вторых производных геопотенциала. Полученные реализации полей использовались для предварительной оценки эффективности их применения для решения задачи навигации. Оценка точности проводилась для простейших моделей ошибок корректируемой навигационной системы и ошибок измерителей полей с использованием процедуры приближенного вычисления нижней границы точности по Рао–Крамеру.

**Введение.** В последнее время на подвижных объектах различного типа широкое применение получают навигационные системы (HC), коррекция показаний которых основана на сопоставлении измеренных значений некоторого геофизического поля со значениями этого поля, вычисляемыми с использованием заранее снятой карты. Такой способ коррекции особо актуален в условиях недоступности спутниковых сигналов или их недостоверности [1].

Наибольшее применение здесь получили системы, в которых привлекается информация о рельефе подстилающей поверхности, поле аномалий силы тяжести и в ряде случаев магнитном поле Земли [2, 3]. В целях повышения эффективности такого метода коррекции важным представляется расширение набора геофизических полей, которые могут быть привлечены для коррекции показаний НС. В настоящее время разрабатываются измерители полей вторых производных геопотенциала [4, 5]. В этой связи представляется целесообразным оценить навигационную информативность этих полей, т.е. проанализировать эффективность их использования для целей навигации. Вместе с тем площадные съемки полей вторых производных геопотенциала на сегодняшний день отсутствуют. В то же время существуют так называемые согласованные модели, создающие основу для получения реализаций полей. Вопросу получения реализаций полей вторых производных потенциала и их использованию для анализа навигационной информативности и посвящен предлагаемый доклад.

Алгоритм моделирования случайного поля. В докладе рассматривается алгоритм получения реализаций полей аномалий силы тяжести и вторых производных геопотенциала, основанный на построении формирующего фильтра в двумерной области, на вход которого подается некоррелированный двумерный белый шум [6]:

$$T(x,y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h_T(\xi,\eta) W(x-\xi,y-\eta) d\xi d\eta,$$
(1)

где T(x, y) – двумерное изотропное поле,  $h_T(\xi, \eta)$  – весовая функция, W – гауссовское белошумное случайное поле.

Использование формирующего фильтра (1) позволяет для получения реализаций градиента поля  $T_x$ ,  $T_y$  и тензора вторых производных поля  $T_{xx}$ ,  $T_{yy}$ ,  $T_{xy}$  в качестве весовых функций использовать первые и вторые производные от весовой функции  $h_T(\xi, \eta)$  [7]:

$$h_{T_x} = \frac{\partial h_T(\xi,\eta)}{\partial \xi}, \quad h_{T_y} = \frac{\partial h_T(\xi,\eta)}{\partial \eta},$$
  
$$h_{T_{xx}} = \frac{\partial^2 h_T(\xi,\eta)}{\partial \xi^2}, \quad h_{T_{yy}} = \frac{\partial^2 h_T(\xi,\eta)}{\partial \eta^2}, \quad h_{T_{xy}} = \frac{\partial^2 h_T(\xi,\eta)}{\partial \xi \partial \eta}.$$
 (2)

Спектр  $H_T(\omega_x, \omega_y)$  весовой функции  $h_T(\xi, \eta)$  определяется спектром заданной корреляционной функции поля  $K_T(\xi, \eta)$  [9]:

$$S_T(\omega_x, \omega_y) = \iint K_T(\xi, \eta) \exp(-j\omega_x \xi - j\omega_y \eta) d\xi d\eta, \qquad H_T(\omega_x, \omega_y) = \sqrt{S_T(\omega_x, \omega_y)}. \tag{3}$$

Следуя [9], зададим корреляционную функцию поля возмущающего потенциала  $K_T(\xi,\eta)$  с использованием полиномов Лагерра  $L_n$  порядка n [9]:

$$K_T(\rho) = \sigma^2 \exp(-a^2 \rho^2) L_n(a^2 \rho^2), \qquad (4)$$

где  $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$ ,  $\sigma^2$  – дисперсия поля, 1/a – параметр, определяющий масштаб изменения корреляционной функции. Весовая функция равна:

$$h_T(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{2^{-2n-1}}{n!}} \frac{\sigma}{a^{n+1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{2\alpha^{\frac{n+2}{2}}} \Phi\left(\frac{n+2}{2}; 1; -\frac{\rho^2}{4\alpha}\right),\tag{5}$$

где Г – гамма функция, Ф – вырожденная гипергеометрическая функция.

Для прямоугольной сетки узлов  $x_i, y_j$  с шагом дискретизации по осям  $\Delta_x, \Delta_y$  алгоритм получения реализации поля (1) запишется в следующем виде:

$$T(x_i, y_j) = \Delta_x \Delta_y \sum_{k=-K}^{K} \sum_{l=-L}^{L} h_T(x_k, y_l) W_d(x_{i-k}, y_{j-l}),$$
(6)

где К, L – целые числа определяющие подмножество узлов сетки, на которой осуществляется дискретизация весовой функции, W<sub>d</sub> – значения дискретного белого шума с дисперсией  $1/(\Delta_x \Delta_v)$  в узлах сетки.

Моделирование реализаций полей возмущающего геопотенциала и аномалий силы тяжести. Разработанный алгоритм был использован для получения реализаций полей возмущающего геопотенциала Земли. Задание корреляционной функции возмущающего потенциала в виде (4) позволяет получить реализации следующих полей:

– высоты геоида над поверхностью референц-эллипсоида  $\zeta = \frac{T}{\gamma}$ , где  $\gamma$  – нормальное ускорение силы тяжести для области моделирования;

 $1 \partial T$ 

- уклонения отвесных линий в плоскости меридиана  $\gamma \overline{\partial y}$  и плоскости главного вертикала  $-\frac{1}{\gamma}\frac{\partial T}{\partial x};$ 

– тензора вторых производных возмущающего потенциала 
$$T_{xx}(x,y) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, T_{yy}(x,y) = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
  
 $T_{xy}(x,y) = \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}$ 

Для получения реализаций поля аномалии силы тяжести 8 и его градиента  $g_x$ ,  $g_y$  необходимо воспользоваться его связью с полем возмущающего потенциала Т. В случае приближения «плоской земли» эта связь определяется соотношением [9]

$$T(x,y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{g(u,v)}{\sqrt{(x-u)^2 + (y-v)^2}} \, du \, dv.$$
(7)

Последнее соотношение позволяет установить связь корреляционных функций возмущающего потенциала и аномалий силы тяжести. В случае задания корреляционной функции возмущающего потенциала с использованием полиномов Лагерра (4) легко получить следующее выражение для корреляционной функции поля аномалии силы тяжести [9]: K

$$\sigma_g^2(\rho) = \sigma_g^2 \exp(-a^2 \rho^2) L_{n+1}(a^2 \rho^2),$$
(8)

где  $\sigma_g^2 = 4a^2(n+1)\sigma_T^2$ . Видно, что корреляционная функция аномалии силы тяжести определяется полиномом Лагерра степени *n* + 1, что позволяет использовать для весовой функции поля аномалии силы тяжести выражение (5), в котором необходимо использовать соответствующие значения n и σg.

Следует отметить, что при использовании единого поля дискретного белого шума  $W_d$  для генерации полей полученные реализации полей будут самосогласованы. В данном случае самосогласованность понимается в том смысле, что полученные реализации полей будут удовлетворять соотношениям взаимно корреляционных функции для этих полей, которые легко могут быть получены на основе заданной корреляционной функции поля  $K_T(\xi, \eta)$  и  $Kg(\xi, \eta)$ . Для самосогласованности полей возмущающего потенциала T и его производных (уклонения отвесной линии, тензор вторых производных) с полем аномалии силы тяжести g и градиента аномалии также необходимо при получении их реализации использовать единое множество дискретных значений белошумного гауссовского поля  $W_d$  в узлах дискретизации. Это позволит получить реализации полей, которые будут удовлетворять взаимным спектральным функциям, которые могут быть получены из взаимной спектральной функции поля возмущающего потенциала и поля аномалии силы тяжести. В случае использования корреляционной функции поля возмущающего взаимная корреляционная функция полей T и g запишется в виде

$$R_{Tg}(\rho) = \sigma_T^2 \frac{2a}{n!} \Gamma\left(n + \frac{3}{2}\right) \Phi\left(n + \frac{3}{2}; 1; -a^2 \rho^2\right).$$
(9)



Рис. 1. Визуализация в виде линий постоянного уровня реализаций полей возмущающего потенциала (слева) и аномалии силы тяжести (справа)



Рис. 2. Взаимная корреляционная функция полей возмущающего потенциала и аномалии силы тяжести. Слева – рассчитанная по формуле (9). В центре и справа – оценки, полученные по двум реализациям полей

На рис. 1 приведены примеры визуализации реализаций поля возмущающего потенциала и аномалии силы тяжести. Реализации получены для квадратной области моделирования со стороной 100 км. Шаг дискретизации по осям 500 м. Среднеквадратичное отклонение аномалии силы тяжести  $\sigma_g = 20$  мГал, параметр изменчивости корреляционной функции 1/a = 10 км, степень полинома Лагерра n = 2.

На рис. 2 показаны линии постоянного уровня для взаимной корреляционной функции полей возмущающего потенциала и аномалии силы тяжести. Видно, что результаты оценки вза-
имной корреляционной функции близки к расчетным значениям (9), что подтверждает согласованность полученных реализаций поля.

Оценка информативности полей возмущающего потенциала. Полученные реализации полей возмущающего потенциала могут быть использованы для оценки потенциальной точности в задаче коррекции навигационной системы по показаниям датчика внешнего геофизического поля. Рассмотрим упрощенный вариант постановки этой задачи [11].

Пусть  $\tilde{x}_j$  и  $\tilde{y}_j$  дискретные значения траектории движения, полученные от корректируемой навигационной системы. Число измерений во время коррекции обозначим *m*. Примем, что ошибки навигационной системы постоянны за все время обсервации:

$$\tilde{x}_j = x_j + \Theta_x, \quad \tilde{y}_j = y_j + \Theta_y, \tag{10}$$

где  $x_j$ ,  $y_j$  – координаты траектории,  $\Theta = [\Theta_x, \Theta_y]^T$  – центрированный постоянный случайный вектор с нормальным законом распределения  $f(\Theta) = N(\Theta; [0, 0]^T, P_{\Theta})$ .

Предположим, что имеются измерения всех 8 полей, порождаемых возмущающим потенциалом:

$$y_{F,j} = s_{F,j}(x_i, y_j) + v_{F,j},$$
(11)

где  $F \in \{(1/g)T_x, -(1/g)T_y, T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}, g, g_x, g_y\}, v_{F,j}$  – некоррелированные между собой ошибки измерений полей с нормальным законом распределения  $N(v_{F,j}; 0, r_F^2), s_{F,j}$  – нелинейные функции, определяющие его значение в заданной точке плоскости.

Таким образом, можно сформулировать следующую задачу оценивания постоянного вектора  $\Theta$  на основе измерений:

$$Y = S(\Theta) + \Delta Y, \tag{12}$$

где  $Y = [y_F]$  – вектор измерений размерности 8*m*, в котором подвекторы  $Y_F$  определяются измерениями для отдельного поля (11),  $S(\Theta) = [[s_{F,j}(\tilde{x}_j - \Theta_x, \tilde{y}_j - \Theta_y)]^T]$  – нелинейная функция, определяемая картой поля,  $\Delta Y$  – центрированный вектор ошибок измерений с нормальным распределением  $N(\Delta Y; 0, R)$ . Для матрицы ковариаций вектора ошибок можно записать  $R = \text{diag} [r_F^2 E_m]$ , где  $E_m$  – единичная матрица размерности *m*.

Воспользуемся подходом из [10, 11] и будем оценивать потенциальную точность коррекции на основе неравенства Рао–Крамера. В этом случае нет необходимости в вычислении взаимных спектров полей, как это делается в работе [12]. Нижняя граница матрицы ковариации ошибок оценок вектора  $\Theta$  определяется следующими соотношениями:

$$G_{\Theta}^{\mathrm{sup}} = J_{\Theta}^{-1},\tag{13}$$

$$I_{\Theta} = P_{\Theta}^{-1} + \sum_{F} \frac{1}{r_{F}^{2}} I_{F},$$
(14)

$$I_{F} = \sum_{j=1}^{m} \int \begin{bmatrix} \left(\frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{x}}\right)^{2} & \frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{y}} \frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{y}} \\ \frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{y}} \frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{x}} & \left(\frac{dS_{F,j}}{d\Theta_{y}}\right)^{2} \end{bmatrix} f(\Theta)d\Theta.$$
(15)

Для вычисления интегралов в соотношении (15) использовалась процедура осреднения по нескольким траекториям с использованием метода Монте-Карло.

Под информативностью поля будем понимать значения среднеквадратичных отклонений оценок ошибок навигационной системы в продольном и поперечном направлениях, полученных для заданной карты. Для оценки информативности было разработано программное обеспечения. На рис. 3 показаны результаты расчета потенциальной точности коррекции при использовании поля аномалии силы тяжести. Из рисунка видно, что при длине траектории в 40 км с шагом 500 м потенциальная точность коррекции по двум координатным осям составляет 20 м.



Рис. 3. Результаты расчета точности коррекции для поля аномалии силы тяжести g. Верхняя часть: карта поля, *x* - составляющая градиента поля, *y* – составляющая градиента поля. Нижняя часть: поле вдоль траектории, компоненты градиента поля вдоль траектории, потенциальная точность (км) вдоль траектории



Рис. 4. Оценка точности коррекции навигационной системы по аномалии силы тяжести (пунктир) и при использовании измерений всех полей (сплошная линия) использовании измерений всех полей (сплошная линия)

Разработанное программное обеспечение также позволяет оценить потенциальную точность при использовании информации от нескольких измерителей полей. На рис. 4 приведены результаты расчетов потенциальной точности при использовании всех измерений и только измерений аномалии силы тяжести. Из рисунка видно, что уже при пяти измерениях достигается точность на уровне 30-40 м, что показывает перспективность комплексирования нескольких полей для коррекции показаний навигационной системы

Заключение. Разработаны алгоритмы и программное обеспечение, с помощью которого получены согласованные реализации полей аномалии силы тяжести и вторых производных потенциала для модели в форме корреляционной функции возмущающего геопотенциала Земли на основе полиномов Лагерра.

Полученные реализации полей использовались для предварительной оценки информативности применения полей геопотенциала для решения задачи навигации. Оценка точности проводилась для простейших моделей ошибок корректируемой навигационной системы и ошибок измерителей полей. Расчеты выполнялись с помощью процедуры приближенного вычисления нижней границы точности по Рао–Крамеру.

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ 18-19-00627, https://rscf.ru/project/18-19-00627/

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пешехонов В. Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 2022. Т. 30. №1(116). С. 3–11. DOI 10.17285/0869-7035.0084.
- 2. Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.
- Solin, A., Särkkä, S., Kannala, J., Rahtu, E., Terrain navigation in the magnetic landscape: Particle filtering for indoor positioning, Proceedings of the European Navigation Conference (ENC), Helsinki, Finland, 30 May-2 June 2016, pp. 1–9.
- Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под. общей редакцией В.Г. Пешехонова, редактор О.А. Степанов. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 р.
- Каршаков Е.В., Павлов Б.В., М.Ю. Тхоренко и И.А. Папуша Перспективные системы навигации летательных аппаратов с использованием измерений потенциальных физических полей // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. №1 (112). С. 32–51. DOI 10.17285/0869-7035.0055.
- 6. Быков В.В. Цифровое моделировние в статистической радиотехнике. М.: «Советское радио», 1971.
- 7. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: «Наука», 1968.
- Dmitriev, S.P., Kolevatov, A.P., Nesenyuk, L.P., Stepanov, O.A., Gravimetric data processing in marine navigation // Материалы международного симпозиума «Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях». СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2008.
- 9. Дмитриев С.П. Высокоточная навигация. СПб: Судостроение, 1991.
- Степанов О.А. Методы оценки потенциальной точности в корреляционно-экстремальных навигационных системах: Аналитический обзор. СПб.: Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор», 1993. 84 с.
- 11. Степанов О.А., Торопов А.Б., Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям // Гироскопия и навигация. 2015 № 3(90). С. 102–125.
- 12. Колеватов А.П. Определение вторых производных возмущающего потенциала по траекторным измерениям гравитационного вариометра. //Приборостроение: сборник научных трудов. Пермь: Изд-во ППИ, 1990.

V.P. Zolotarevich, O.A. Stepanov (Concern CSRI Elektropribor, JSC, Universiy ITMO, Saint Petersburg), A.P. Kolevatov (Perm Scientific and Production Instrument-Making Company, PJSC Perm)

### Modeling of field the second derivatives of the geopotential and estimate them of the navigation informativity

An algorithm for numerical simulation of the realizations of gravity anomaly fields and the second derivatives of the geopotential is synthesized. The obtained field implementations were used for preliminary evaluation of the effectiveness of using the fields of the geopotential to solve the navigation problem. Accuracy estimation was carried out for the simplest models of errors of the corrected navigation system and errors of field meters using the procedure of approximate calculation of the lower limit of accuracy according to Rao-Kramer. В. А. ЛЫГИН (АО «Южморгеология», Геленджик, Россия)

## АНОМАЛИИ ГРАВИТАЦИОННОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ ОХОТСКОГО МОРЯ И ИХ СВЯЗЬ С ГЕОЛОГИЧЕСКИМ СТРОЕНИЕМ

По результатам анализа съемок потенциальных полей и их составляющих, полученных в 2020–2021 гг., были составлены сводные карты полей, структурные схемы, схемы предполагаемых разрывных нарушений. Разрывные нарушения могут быть связаны с образованием и развитием кайнозойских тектонических систем – палеорифтогенных и рифтогенных прогибов, сформированных в результате эоцен-олигоценового рифтогенеза.

В 2020–2021 гг. АО «Южморгеология» были выполнены морские полевые работы в Охотском море, а в 2021 г. проведена обработка данных надводной гравиметрии и гидромагнитометрии общим объемом 8250 пог. км. Работы выполнялись совместно с сейсмическими исследованиями и дали очень ценный результат по особенностям строения региона. В первую очередь благодаря высокой точности и детальности выполненных гравимагнитных работ на профилях удалось существенно детализировать участки съемок. Для примера приведем карту аномалий гравитационного поля в свободном воздухе (рис. 1).



Рис. 1. Карта гравитационного поля Охотского моря (редукция в свободном воздухе)

Надо отметить, что гравитационное поле в редукции в свободном воздухе наиболее полно выявляет особенности, связанные с рельефом и плотностными неоднородностями. Более тонко эти неоднородности выделяются в производных поля.

Охотское море изучается начиная с 30-х годов 20 века. Надо отметить, что, несмотря на продолжительное время изучения данного региона, изученность его низкая, хотя прибрежные

части в районе острова Сахалин и Магадана и западной части полуострова Камчатки изучены достаточно хорошо.

Участок работ расположен в акватории Охотского моря в пределах развития Охотоморской плиты. Фундамент плиты сложен корой субконтинентального типа, перекрытой осадочным чехлом, нижняя часть которого датируются концом мелового периода. Структуры фундамента пересекаются крупными разломами – границами выделенных структурных элементов, которые хорошо трассируются на картах потенциальных полей и их трансформант. Центральная часть плиты – Охотский свод – наиболее поднята. Мощность осадочного чехла в этом месте составляет не более 1000 м. Краевые части плиты опущены и ограничены зонами разломов, преимущественно сдвигового типа.

Охотоморская плита представляет собой сложную мозаику мезозойских блоков, окончательно оформившуюся в позднемеловое время и перекрытую чехлом кайнозойских образований. Плита в докайнозойское время, вероятно, существовала из трех субширотных блоков: Северо-Охотского, Центрально-Охотского (Охотский свод) и Южно-Охотского. Кайнозойский рифтогенез привел к определенной структурной изоляции и разрушению отдельных сегментов Охотоморской плиты. В пределах окраин плиты в окнах разуплотнения фундамента и развития разломов различного уровня возникали рифтогенные прогибы, грабены, субокеанические троги и котловины.

На месте Северо-Охотского блока в палеоцене-эоцене в результате листрического раскалывания земной коры формируется сеть грабенов, превратившаяся в олигоцене в Северо-Охотскую рифтовую зону.

В кайнозое рифтовые процессы были характерны и для северо-восточной части Центрально-Охотского блока. Миоценовое пострифтовое опускание окончательно определило контуры Западно-Камчатского прогиба, и прогиб начал наполняться осадками. В палеоцене и эоцене рифтовые процессы стали распространяться и на северо-востоке Охотоморской плиты, которые привели к формированию Тинровского рифтогенного прогиба. В олигоцене перпендикулярно ему заложился глубокий трог Шелиховского грабена, входящего вместе с Тинровской субокеанической котловиной и Пьягинским грабеном в состав Тинровской рифтовой системы. Фундамент глубоководных котловин подвергся интенсивнейшей деструкции консолидированной коры с превращением её в уплотненную субокеаническую. Осадочная толща глубоководных котловин сформирована олигоцен-четвертичной терригенной толщей, которая частично формировалась in situ за счёт эрозии мезозойских аккреционных блоков фундамента.

Значительная часть Центрально-Охотского блока сохранилась в виде крупного поднятия – Охотского свода – блока литосферы с континентальной корой и мощностью более 100 км. На юго-западной окраине Охотоморской плиты расположен позднемеловой Дерюгинский рифтогенный прогиб, в пределах которого фиксируются субмеридиональные односторонние грабены. В данных структурах чрезвычайно высок уровень кайнозойской рифтогенной переработки коры.

В пределах блока, расположенного между Центрально-Охотским и Южно-Охотскими разломами, процессы разрушения проявились значительно меньше. Эти процессы выражены в образовании на поднятиях (Академии наук и Института океанологии) систем горстов и грабенов. Горсты прослеживаются вдоль сдвигов.

В процессе районирования потенциальных полей и их трансформант в пределах Охотоморской плиты были выделены структурные аномальные области и выполнено выделение разрывных нарушений отдельно для гравитационного и магнитного аномальных полей.

Для более детального анализа полей и их геофизической основы рассмотрим особенности аномалий на каждом профиле. В пределах отчетной съемки выполнено 12 профилей: три (okh2010, okh2009 и okh2005) субмеридиональные, пересекающие район съемки с севера на юг, остальные профили, 4 широтные (okh2001, okh2002, okh2003, okh2004), 4 простирания ЮЗ–СВ (okh2011, okh2012, okh2013, okh2016) и профиль okh2006 простирания ЮВ–СЗ.

Рассмотрим профиль okh2010 (рис. 2). Надо отметить, что на всех профилях наблюдаются значительные изменения значений гравитационного и магнитного полей. В южной части профиля 2010 (район Южно-Охотской впадины) отмечаются повышенные значения поля силы тяжести (до 120 мГал) и магнитная аномалия амплитудой более 400 нТл, это региональные значения. Более детальное рассмотрение этого участка показывает наличие детальных высокочастотных аномалий периодом от 100 м до 1 км и амплитудой от 1 до 12 мГал и от 4 до 20 нТл. Основными источниками этих аномалий является неоднородность земной коры, в условиях Южно-Охотской впадины, где осадочные породы имеют мощность более 2000 м, в них наблюдаются нарушения однородности, разрывные нарушения, внедрения интрузивных пород, которые отражаются как в гравитационном, так и в магнитном полях. Наиболее детальное рассмотрение полей возможно с применением данных дифференциальной магнитной съемки и высокочастотных составляющих гравитационной съемки (рис. 2). Надо отметить, что аномалии гравитационного и магнитного полей, зафиксированные при съемке, имеют период от 100 и более метров. Это при глубине моря более 3000м. Сравнивая эти аномалии с данными сейсморазведки, можем отметить значительную связь неоднородностей сейсмической записи и аномалий гравитационного и магнитного полей. Четко прослеживаются аномалии между отдельными частями прогиба. На расстоянии около 100 км, прослеженных комплексными записями сейсморазведки и гравимагниторазведки, на участке выделяется 4 гравиметрических аномалии амплитудой до 5 мГал и периодом от 15 до 25 км, осложненных высокочастотными аномалиями периодом от 200 м до 2 км и амплитудой от 5 до 12 мГал. Высокочастотные аномалии наблюдаются в зонах разрывных нарушений в толще осадочных и подстилающих их вулканических пород.



Более высокоамплитудные аномалии гравитационного поля проявляются в зоне сочленения Южно-Охотского прогиба и поднятия Академии наук, в зоне горста Зенне и северо-восточного борта мегапрогиба. Периоды аномалий гравитационного поля в этом районе изменяются от 3 до 15 км, а амплитуда – от 15 до 35 мГал. Магнитные аномалии в этом районе не связаны с аномалиями гравитационного поля, но отражают более крупны участки. Кроме того, отрицательные магнитные аномалии связаны с положительными гравитационными аномалиями. Выделяемые сейсморазведкой разрывные нарушения хорошо отмечаются в гравитационном поле значительными аномалиями от 5 до 35 мГал.

Северо-восточный борт мегапрогиба четко разделен на 5 основных блока, отделяемых друг от друга сериями нарушений. Практически все нарушения отражаются в гравитационном и магнитном полях. Высоко амплитудные аномалии, связанные с разрывными нарушениями, отмечаются на границе с горстом Зенне и поднятием Академии наук. Поднятие Академии наук состоит из нескольких крупных выступов, размеры которых – от 20 до 60 км, и более мелких – от 5 до 10 км. Над двумя основными блоками, зафиксированными на профиле 2010, практически отсутствует осадочный слой или он весьма незначителен. Между 1 и 2 блоками наблюдается значительное расстояние, заполненное осадочными толщами мощностью до 2,5 км. Блоки имеют значительную плотность и магнитную восприимчивость, что выражается в амплитудах аномалий над ними. В гравитационном поле аномалии составляют от 30 до 50 мГал, в магнитном поле – от 200 до 400 нТл над основными блоками.

К северу от поднятия Академии наук лежит Шмидтовская система поднятий и прогибов начиная с Большерецкого прогиба, Шмидтовского прогиба, переходящего в поднятие Института океанологии. Надо отметить, что уровень гравитационного и магнитного полей в пределах этой системы значительно меньше.

Начиная с поднятия Лебедя и до Журавского грабена магнитное поле на профиле 2010 изменяется незначительно – в пределах 50 нТл. Гравитационное поле на этом участке изменяется бо-

лее существенно. В пределах поднятия Лебедя гравитационное поле изменяется от 20 до 65 мГал. В пределах грабена Лебедя гравитационное поле понижается на 60 мГал, достигая значений 5 мГал. В пределах Центрально-Охотского поднятия наибольшие изменения гравитационного поля в районе блока 3, Восточного грабена и блока 2. Над Восточным грабеном гравитационное поле понижается на 40 мГал, достигая уровня 20 мГал, а над блоком 3 повышается до уровня 65 мГал.

В пределах Тинровско-Западно-Камчатского мегапрогиба изменения гравитационного поля менее интенсивные, но из-за значительных перепадов рельефа подошвы осадочной толщи наблюдаются гравитационные аномалии амплитудой до 15 мГал и магнитные аномалии до 200 нТл. Период аномалий составляет от 2-3 до 30 км.

Профиль okh2009 (рис. 3) проходит по центральной части Охотского моря с юга на север. На юге наименьшие изменения высокочастотной составляющей полей. Гравитационное поле в Южно-Охотском мегапрогибе изменяется в пределах 30 мГал. Магнитное поле на большей части Южно-Охотского мегапрогиба изменяется в пределах 25 нТл. На соединении Южно-Охотской впадины и северо-восточного борта мегапрогиба наблюдается значительная аномалия магнитного поля – более 400 нТл. В пределах поднятия Академии наук отмечается повышение амплитуд аномалий магнитного поля до 350 нТл. При этом гравитационное поле также изменчиво и аномалии достигают амплитуд от 5-25 мГал до 40 мГал. Довольно высокие аномалии магнитного поля указывают на внедрения магнитных пород. При этом в центрах магнитных аномалий отмечается ослабление гравитационных аномалий. Эти минимумы гравитационных аномалий достигают 15-20 мГал, что может быть связано с неоднородным составом внедряемых пород.



Возможно отметить, что аномалии магнитного и гравитационного полей на участках поднятия Академии наук и системы поднятий и прогибов Шмидта сложные, формировались на протяжении нескольких этапов. В северной части прогиба Шмидта при мощности осадочного чехла до одного километра наблюдается аномалия магнитного поля амплитудой до 400 нТл, при этом изменения гравитационного поля составляют около 10 мГал. Район сочленения поднятия Академии наук и Северо-Сахалинского мегапрогиба (район Пограничного прогиба) отмечается аномалиями магнитного поля более 100 нТл, а гравитационного – не более 10 мГал. По данным сейсморазведки, этот участок шириной около 40 км разбит примерно на 10 блоков шириной от 2 до 20 км. Аномалии по каждому блоку хорошо просматриваются на высокочастотных кривых гравитационного поля и на графиках магнитного поля.

В пределах Центрально-Охотской системы поднятий и прогибов магнитное поле изменяется от 50 до 500 нГл, гравиметрические аномалии сложные, их амплитуда превышают 30 мГал.

В районе прогиба Атласова магнитное поле изменяется на 500 нТл, а гравитационное поле – не более чем на 15 мГал. Над поднятием Атласова магнитное поле изменяется не более чем на 60 нТл, а гравитационное поле – на 30 нТл.

В северной части профиля okh2009 в районе поднятия Лебедя сформировалась сложная магнитная аномалия амплитудой более 800 нТл. Гравитационное поле на этом участке изменяется более чем на 30 мГал. Интересно отметить, что значительные поднятия, как горст Касатка и горст Афалина, имеют повышения гравитационного поля и небольшие изменения магнитного поля, что, возможно, связано с отсутствием внедрений пород с высоким содержанием магнитоактивных образований в этих районах. Значительные изменения магнитного и гравитационного полей происходят в северной части профиля 2009. Северно-Охотское поднятие отличается аномалией гравитационного поля над блоком 2, превышающей 30 мГал, а прогиб Дерюгина и Западный грабен – отрицательными аномалиями гравитационного поля с амплитудой до –30 мГал. В Северной части Охотского свода наблюдаются (в данных сейсмических записей) нарушения, которые отражаются в магнитном и гравитационном полях. В гравитационном поле выявляется отрицательная аномалия амплитудой более 20 мГал, а в магнитном поле – до 800 нТл.

Самый южный профиль, выполненный в этом районе, – профиль okh2013 (рис. 4). Этот профиль практически полностью проходит по Южно-Охотской впадине с юго-запада на северо-восток. Практически на всех отработанных профилях отмечаются значительные изменения гравитационного и магнитного полей. На участке в 10 км магнитное поле изменяется на 50 и более нТл, а гравитационное – на 10 и более мГал. Рассматривая совместно записи сейсмических наблюдений, гравитационного и магнитного полей, отмечаем значительную нарушенность осадочной толщи на всем протяжении от фундамента до современных отложений. Это говорит о неспокойном состоянии земной коры в регионе с конца палеогена до настоящего времени. Наиболее сильно подверглась нарушениям нижняя часть осадочной толщи, блоки верхней части имеют меньшую амплитуду вертикальных перемещений, в среднем наблюдается от 10 до 18 нарушений на 20 км.



С секущими профилями профиль okh2013 пересекается в районах SP 2401 (профиль okh2006), SP 6615 (профиль okh2005), SP15815 (профиль okh2009) и SP27815 (профиль okh2010). Пересечение профилей okh2013 и okh2006 происходит в районе подъема фундамента, которое не сопровождается значительными изменениями гравитационного и магнитного полей. Гравитационное поле имеет высокие значения (около 90 мГал), а магнитное поле – низкие (-80 нТл). Пересечение профилей okh2013 и okh2005 происходит в зоне Южно-Охотской впадины, гравитационное поле повышается до 105 мГал, а магнитное поле находится на уровне примерно –25 нТл. Пересечение с профилем okh2009 происходит в зоне относительного минимума магнитного поля (около –130 нТл) и максимума гравитационного поля (примерно 101 мГал). Пересечение профилей okh2013 и okh2013 в зоне значительного подъема фундамента и внедрения пород с содержанием магнитных минералов. В районе пересечения наблюдаются значения магнитного поля до 420 нТл. Гравитационное поле в точке пересечения, также очень высокое, достигает 96 мГал.

Профиль okh2012 (рис. 5) проходит несколько северней профиля okh2013 по самому северу Южно-Охотской впадины и на востоке пересекает южную часть поднятия Академии наук, которое очень четко выделяется в гравитационном и магнитном полях. Гравитационное поле над поднятием поднимается до 80 и более мГал, а магнитное поле опускается до –200 нТл и менее. На западе профиля в Южно-Охотской впадине выделяется значительный горст, который возвышается над дном более чем 1300 м, от фундамента более чем на 4000 м. Гравитационное поле над этим горстом образует аномалию амплитудой более 40 мГал. Магнитное поле над этим горстом изменяется более чем на 100 нТл, к востоку от этого горста происходит еще большее изменение магнитного поля на 400 нТл в положительную сторону и более чем на 20 мГал изменение гравитационного поля в отрицательную сторону.



Рис. 5. Профиль okh2012

Южно-Охотская впадина ниже осадочной толщи сильно нарушена, прослеживаются разрывные нарушения на расстоянии от 5-7 км до 1 км. Эти нарушения отражаются в гравитационном поле значительными аномалиями от 2 до 20 мГал и более, а в магнитном поле – от 100 до 400 нТл. Пересечение с профилем okh 2006 (рис. 13) проходит в зоне Южно-Охотской впадины с достаточно мощным осадочным чехлом, при этом гравитационное поле составляет 46 мГал, а магнитное –15 нТл. Пересечение okh2012 и okh2005 (рис. 12) профилей проходит в 40 км к северо-востоку от горста Терпения в районе Южно-Охотской впадины, гравитационное поле в точке пересечения составляет примерно 48 мГал, а магнитное поле – около 250 нТл. Пересечение okh2012 и okh2009 профилей происходит в зоне разломов, гравитационное поле в точке пересечения составляет около 53 мГал, а магнитное –25 нТл. Профиль okh2012 пересекает профиль 2010 в Южно-Охотской впадине с осадками мощностью более 2000 м, гравитационное поле имеет в этом районе минимальные значения около 47 мГал, близко к минимальному и магнитное поле: –30 нТл. Пересечение профилей okh2012 и okh2011 происходит в восточной части, в месте, где мощность осадков более 3000 м, магнитное поле имеет значение около 35 нТл, пересечения гравитационных полей не отмечено.

Профиль okh2011 (рис. 6) пересекает прогиб Терпения, прогиб Пограничный, поднятие Полевой, поднятие Академии наук и прогиб Атласова. Все перечисленные структурные элементы четко отражаются в гравитационном и магнитном полях. В западной части профиля okh2011 в районе прогиба Терпения наблюдаются по сейсмическим данным разрывные нарушения, которые и в гравитационном, и в магнитном полях хорошо отмечаются. Связанные с разрывными нарушениями прогибы характеризуются понижением и гравитационного и магнитного полей, зоны внедрений проявляются зонами высокочастотных аномалий магнитного поля. Амплитуды этих аномалий составляют 100 и более нТл. На границе прогиба Терпения проявляется высокоамплитудная сложная магнитная аномалия амплитудой более 600 нТл. Гравитационное поле в этом районе повышается более чем на 40 мГал. Отмечается сложная аномалия, связанная с особенностями геологического строения района.



Пограничный прогиб отличается низким общим значением магнитного поля и аномалиями гравитационного поля амплитудой около 20 мГал, связанными с отдельными блоками фунда-

мента. В районе поднятия Полевого повышается фон гравитационного поля, уровень магнитного поля понижается, над отдельными блоками амплитуда аномалии превышают 100 нТл, а основной уровень – 100 нТл. При переходе к району поднятия Академии наук четко повышается амплитуда гравитационных аномалий, достигая уровня 80 мГал и более. Магнитные аномалии резко возрастают. Над западной частью поднятия Академии наук (100 км) магнитное поле повышается, отдельные аномалии достигают значений 300 нТл, в восточной части магнитное поле значительно снижается, достигая уровня –300 нТл. В районе прогиба Атласова снижаются значения гравитационного поля от 80 мГал до 40-60 мГал; уровень магнитного поля повышается от –300 нТл до 150 нТл.

Немного севернее проходит профиль okh2004 (рис. 7). Этот профиль пересекает субмеридианальные профили okh2005 (рис. 12), okh2009 и okh2010. Пересечение с профилем okh2005 (рис. 12) проходит в районе поднятия Полевого, надо отметить, что гравитационное поле в этом районе имеет минимальное значение для профиля okh2004 около 0 мГал. Магнитное поле в точке пересечения находится на среднем уровне 0 нТл.



С профилем okh2009 пересечение происходит над поднятием Академии наук. Над этим поднятием повышаются как гравитационное, так и магнитное поле. Гравитационное поле повышается до значений 50 мГал, а магнитное поле – до 100 нТл. Оба поля над поднятием Академии наук имеют сложное строение. В центральной части поднятия имеем сочетающиеся аномалии, где положительной аномалии силы тяжести соответствует отрицательная магнитная аномалия, немного западнее положительная магнитная аномалия сочетается с отрицательной гравитационной аномалией. В первой паре амплитуда поля силы тяжести составляет 60 мГал, а магнитное поле около –50 нТл. Во второй магнитное поле достигает 450 нТл, а гравитационное – 40 мГал. Кроме того, оба поля имеют значительные высокочастотные изменения (поле силы тяжести амплитудой до 5 мГал, магнитное поле до 50нТл) периодом от нескольких сотен до 1-2 км.

Пересечение с профилем okh2010 происходит в восточной части поднятия Академии наук. Значения гравитационного поля в районе пересечения около 50 мГал, а магнитного поля – близкие к –50 нТл. Высокочастотные аномалии в большей степени связаны с неоднородностями, рельефом фундамента, для изучения которого необходимо выполнять специальную комплексную съемку более крупного масштаба.

Профиль okh2003 (рис. 8) пересекается с профилем okh2009 в западной части зоны Шмидтовского прогиба, значение магнитного поля менее –180 нТл, гравитационного поля – около 45 мГал. Надо отметить, что из-за значительных неоднородностей осадочной толщи, которая в этом районе имеет определенную нарушенность, высокочастотная составляющая гравитационного поля достигает от 0,2 до 2-3 мГал.

Пересечение с профилем okh2010 происходит в западной части поднятия Института okeahoлогии, над которым формируются положительные и отрицательные аномалии поля силы тяжести и магнитного поля. Район пересечения характеризуется значительным подъемом гравитационного поля (около 45 мГал) и минимумом магнитного поля (–180 нТл). Надо отметить, что в гравитационном и магнитном полях на профиле отмечаются аномалии всех неоднородностей фундамента и осадочной толщи.



Пересечение профиля okh2002 (рис. 9) и профиля okh2009 происходит на восточной границе стыковки Северо-Сахалинского мегапрогиба и Центрально-Охотской системы поднятий и прогибов в зоне резкого повышений магнитного и гравитационного полей. Магнитное поле на 10 км изменяется более чем на 300 нТл, а гравитационное поле повышается на 10 и более мГал. Пересечение профилей okh2010 происходит в восточной части Центрально-Охотской системы поднятий и проподнятий и прогибов в зоне спокойного магнитного поля, изменения поля в районе не превышают 10-20 нТл, поля силы тяжести – не более 10 мГал. Надо отметить, что эти изменения полей в большей степени связаны с неоднородностью фундамента, в том числе и его рельефа.



Пересечение с профилем okh2016 (рис. 10) к востоку от Центрально-Охотского поднятия при спокойном магнитном поле наблюдается значительное изменение поля силы тяжести более чем на 5 мГал. Пересечение профилей okh2010 и okh2001 проходит в центральной зоне Тинровско-Западно-Камчатского мегапрогиба, гравитационное поле находится в минимальной зоне значений 1мГал, магнитное поле на этом уровне –50 нТл.



Интересное наблюдение аномалий магнитного и гравитационного полей на профиле okh2016 (рис. 10) в районе пересечения с профилем okh2009 (okh2015). Пересечение происходит в месте существенных изменений магнитного и гравитационного полей, аналогичные аномалии наблюдались в районе профиля okh2001 в зоне Центрального грабена. Значения магнитного поля в зоне пересечения лежат в районе 300 нТл, а гравитационные – около 35 мГал. Пересечение с профилем okh2010 в Тинровско-Западно-Камчатском мегапрогибе происходит в спокойном состоянии полей: уровень магнитного поля – около 200 нТл, а гравитационного – около 15 мГал.

Пересечение профиля okh2001 (рис. 11) и okh2014 (okh2009) происходит в западной части Центрально-Охотского поднятия, точнее, в западной зоне Центрального грабена. В зоне значительных изменений магнитного и гравитационного полей (см. рис. 11 пр.okh2001), уровень магнитного поля – примерно100 нТл, а гравитационного – около 20 мГал.



По результатам анализа потенциальных полей и их составляющих были составлены схемы предполагаемых разрывных нарушений для АМП и АГП, среди которых выделяются две группы разломов – северо-западного и северо-восточного простираний. Разрывные нарушения отчетливо выделяются на картах горизонтальных градиентов АГП и АМП по максимумам, минимумам и градиентам полей.

Разрывные нарушения могут быть связаны с образованием и развитием кайнозойских тектонических систем – палеорифтогенных и рифтогенных прогибов, сформированных в результате эоцен-олигоценового рифтогенеза (Харахинов, 2018).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Харахинов В.В. Геодинамические условия нефтегазоносности Охотоморского региона // Геология нефти и газа. 2018. № 2. С. 25–39.

### V.A. Lygin (Yuzhmorgeologiya JSC, Gelendzhik, Russia) Anomalies of Gravity and Magnetic Fields in the Sea of Okhotsk and their Dependence on Subsurface geology

Based on the results of the analysis of surveys of potential fields and their components obtained in 2020-2021, summary maps of fields, structural diagrams, diagrams of alleged discontinuous violations were compiled. Discontinuous disturbances may be associated with the formation and development of Cenozoic tectonic systems - paleoriftogenic and riftogenic deflections formed as a result of Eocene-Oligocene rifting.

## С. Б. БЕРКОВИЧ, Н. И. КОТОВ, А. В. ШОЛОХОВ (Автономная некоммерческая организация «Институт инженерной физики», г. Серпухов)

## ОЦЕНКА ОБЪЕМОВ ХРАНИМЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ НА ОСНОВЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ И РЕГУЛЯРНЫХ СЕТОК

Рассматривается задача аналитического представления геофизических параметров с помощью ортогональных функций и сеток на локальных участках земной поверхности. Анализируется связь между числом членов ряда функций и шагом регулярной сетки при известных пространственной изменчивости геофизического параметра, уровне точности его вычисления в произвольной точке и характеристиках погрешностей доступных исходных данных. Показано, что использование ортогональных функций является более предпочтительным.

**Введение.** В аналитическом описании зависимостей геофизических параметров (ГФП) от координат точек на земной поверхности наибольшее распространение получили два подхода. Первый предусматривает формирование сетки, в узлах которой определяются координаты и значение параметра, и задание правила нахождения параметра в произвольной точке по её координатам. Этот подход используется в большинстве современных геоинформационных систем при математическом описании рельефа местности. Второй подход основан на использовании ортогональных функций (тригонометрических или степенных рядов двух аргументов – координат), а также аналогичных вейвлет-разложений. Он получил широкое применение, например, при описании параметров аномального гравитационного поля Земли.

Точность определяемого в произвольной точке ГФП существенно зависит от шага сетки (или числа узлов) и числа членов ряда: снижение погрешностей достигается путём соответственно увеличения числа коэффициентов разложения либо числа узлов сетки (уменьшения её шага). Однако хранение больших объёмов этих числовых данных может представлять трудность при решении прикладных задач, особенно с учётом повышающихся в настоящее время требований к пространственному разрешению и точности вычисления ГФП в локальных областях. В связи с этим предлагаемый доклад посвящён сопоставлению двух указанных подходов с позиций объёмов информации (значений параметров в узлах сетки или коэффициентов разложения) при определённой пространственной изменчивости ГФП, известных характеристиках погрешностей доступных исходных данных и требуемом уровне точности его расчёта в произвольной точке.

**Постановка задачи.** В произвольно заданной точке на земной поверхности измерено значение ГФП  $g_M$ , которое будем считать суммой истинного значения  $g_H$  и погрешности ГФП  $g_{\Pi}$ :

$$g^M = g^H + g^{\Pi}. \tag{1}$$

Пространственная изменчивость  $g_H$  и  $g_\Pi$  математически определяется соответствующими автоковариационными функциями (АКФ)  $k_H$  и  $k_\Pi$  с периодами корреляции существенно меньшими (на порядок) размеров локальной области, в которой аппроксимируется ГФП.

В случае использования регулярной сетки, имеющей шаг  $\Delta$ , точность вычисления ГФП характеризуем дисперсией  $D^{C}(\Delta)$ . Также и дисперсию  $D^{P}(n)$  будем считать мерой точности для тригонометрического ряда с числом гармоник *n*. Задача состоит в нахождении связи между числом членов ряда *n* и числом узлов сетки, зависящим от шага  $\Delta$ , и на этой основе рациональном выборе одного из сопоставляемых подходов для математического представления зависимости ГФП от координат.

Погрешность представления ГФП с помощью тригонометрического ряда. В случае представления  $g^{II}$  рядом, содержащим *n* членов (гармоник), может быть вычислено значение ГФП, которое обозначим  $g^{II}(n)$ . Аналогично значение ГФП, вычисляемое по доступным наблюдениям (1), определим как  $g^{IB}(n) = g^{II}(n) + g^{II}(n)$ , откуда

$$\sum_{i=0}^{n} D_{i}^{B} = \sum_{i=0}^{n} D_{i}^{H} + \sum_{i=0}^{n} D_{i}^{H} , \qquad (2)$$

где  $D_i^B, D_i^H, D_i^\Pi$  – соответствующие верхним индексам компоненты дисперсии, которые могут быть найдены с помощью спектрального разложения Фурье [1] или Ганкеля [2] АКФ  $k_H$  истинных значений ГФП и АКФ  $k_{\Pi}$  его погрешностей. Согласно (2) увеличение числа учитываемых гармоник *n* позволяет повысить точность за счёт большего числа коэффициентов  $D_i^H$  истинных значений ГФП. Однако с ростом *n* одновременно увеличивается и число коэффициентов  $D_i^\Pi$  погрешности  $g_{\Pi}$ , что сказывается на точности отрицательно. Дисперсия погрешности представления ГФП тригонометрическим рядом с *n* гармониками:

$$D^{P}(n) = \sum_{i=n+1}^{\infty} D_{i}^{H} + \sum_{i=0}^{n} D_{i}^{\Pi} = D^{H} - \sum_{i=0}^{n} D_{i}^{H} + \sum_{i=0}^{n} D_{i}^{\Pi} , \qquad (3)$$

где  $D^{H} = \sum_{i=0}^{\infty} D_{i}^{H}$  – характеристика пространственной изменчивости ГФП. Таким образом,

представление ГФП рядом, содержащим *n* ортогональных функций, характеризуется дисперсией погрешности согласно формуле (3) в произвольно заданной точке.

**Погрешность представления ГФП с помощью регулярной сетки.** Определим меру точности  $D^{C}(\Delta)$  ГФП в случае его нахождения по данным регулярной сетки, имеющей одинаковый для простоты шаг  $\Delta$  по каждой координатной оси x, y. Для этого необходимо конкретизировать правило вычисления  $g_{B}$  в произвольных точках (между узлами сетки). Будем считать, что в произвольно заданной точке с координатами  $x_{k}, y_{q}$ , расположенной внутри квадрата со стороной  $\Delta$  и вершинами – узлами сетки ( $x_{1} \le x_{k} \le x_{K}$  и  $y_{1} \le y_{q} \le y_{K}$ ), искомое значение параметра получают путём линейной интерполяции. Вычисленное в (k,q)-й точке значение ГФП  $g_{kq}^{B} = ax_{k} + by_{q} + c$ содержит погрешность аппроксимации  $\Delta g_{kq}$ :  $g_{kq}^{M} = g_{kq}^{H} + g_{kq}^{\Pi} = (ax_{k} + by_{q} + c) + \Delta g_{kq}$ . В  $\Delta g_{kq}$  входит погрешность  $\Delta g_{kq}^{H} = g_{kq}^{H} - (ax_{k} + by_{q} + c)$  представления ГФП с помощью регулярной сетки, найдём её дисперсию. Из условия минимума суммы квадратов  $\Delta g_{kq}$  легко оценить коэффициенты a, b и c по доступным на практике исходным данным  $g_{kq}^{M} = g_{kq}^{H} + g_{kq}^{\Pi}$ . Для трёх или более точек внутри указанного квадрата можно сформировать систему линейных уравнений:

Тогда полученная из (4) оценка коэффициентов  $\hat{z} = Q \cdot (g^{II} + g^{II})$ , где  $Q = (H^T (P^{II} + P^{II})^{-1} H)^{-1} H^T (P^{II} + P^{II})^{-1}$ , даёт погрешность аппроксимации истинных значений ГФП  $\Delta g^{II} = g^{II} - H\hat{z} = (I - HQ)g^{II} - HQg^{II}$  и её матрицу ковариации:

$$P^{\Delta H} = P^{H} - H \left( H^{T} \left( P^{H} \right)^{-1} H \right)^{-1} H^{T} + H \left( H^{T} \left( P^{H} \right)^{-1} H \right)^{-1} H^{T},$$
(5)

где *I* – единичная матрица,  $P^{II}$ ,  $P^{II}$  – соответственно, матрицы ковариации векторов  $g^{II}$ ,  $g^{II}$ , рассчитываемые с помощью АКФ  $k^{II}$  и  $k^{II}$  по величинам расстояний между всеми точками k и q

внутри указанного квадрата. Нетрудно видеть в (5), что дисперсии  $P_{1,1}^{\Delta H} \dots P_{K,K}^{\Delta H}$  соответствующих оценок  $\Delta g_{1,1}^{H} \dots \Delta g_{K,K}^{H}$  зависят от шага сетки  $\Delta$  и не являются одинаковыми в точках (k, q). Поэтому окончательно в качестве меры точности ГФП, определяемого в произвольно заданной точке на указанном локальном участке, примем среднее значение:

$$D^{\Delta U}(\Delta) \approx \frac{1}{K^2} \sum_{k=1}^{K} \sum_{q=1}^{K} P_{kq}^{\Delta U}$$
(6)

Таким образом, при одинаковой точности аналитического представления ГФП (3) и (6) связь

между числом членов ряда n и шагом сетки  $\Delta$  определена формулой  $D^{P}(n) = D^{\Delta H}(\Delta)$ .

**Числовой пример оценки объёмов** данных. В качестве ГФП, вычисляемого в произвольной точке на локальном участке местности со сторонами Y=X=200 км, рассмотрим аномалию силы тяжести (АСТ). В этом случае часто используется АКФ  $k^{\mu}$  вида [3, 4]

$$k^{H}(\Delta r) = \sigma_{H}^{2} \exp\left(-\frac{|\Delta r|}{r}\right) \left(1 + \frac{|\Delta r|}{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^{2}\right), \ r = 16 \cdot r_{H}/13,$$
(7)

где  $\Delta r$  – расстояние между двумя произвольными точками указанного участка,  $\sigma_H$  и  $r_H$  – среднеквадратичная погрешность (СКП) и период корреляции, соответственно. Погрешность  $g^H$  характеризуется АКФ  $k^H$  вида (7), но с параметрами  $\sigma_H$ ,  $r_H$ . Соответствующие этой АКФ дисперсии в (3) и итоговая  $D^P(n)$  рассчитываются на основе формул:

$$\frac{1}{15\pi\sigma_{H}^{2}r^{2}}\sum_{i=0}^{n}D_{i}^{H} = \frac{1}{4}\Omega_{0,0} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\Omega_{i,0} + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\Omega_{0,j} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\Omega_{i,j},$$

$$\Omega_{i,j} = \frac{\omega_{i,j}^{2}}{1 + \omega_{i,j}^{7/2}}, \quad \omega_{i,j}^{2} = \pi^{2}r^{2}\left[(i/X)^{2} + (j/Y)^{2}\right].$$
(8)

Для определённости примем уровень СКП  $\sigma_{II}=1$  мГал,  $r_{II}=r_{II}=5...15$  км, а значения  $\sigma_{II} >> \sigma_{II}$  конкретизируем непосредственно на графиках. Число узлов регулярной сетки определим формулой  $n_{\Delta} = X/\Delta + 1 = Y/\Delta + 1$  (X и Y кратны  $\Delta$ ) и сравним с числом *n* гармоник ряда Фурье.

Наибольший интерес представляет исследование связи  $n_{\Delta}$  и *n* с точностью вычислений  $\sigma^{\Delta H} = \sqrt{D^P} = \sqrt{D^{\Delta H}}$  при различных сочетаниях параметров  $\sigma_H$  и  $r_H$  пространственной изменчивости АСТ. На рис. 1 период корреляции  $r_H = 10$  км одинаковый, а разным значениям СКП  $\sigma_H = 10$  мГал и  $\sigma_H = 30$  мГал соответствуют зависимости 1, 2 числа узлов сетки  $n_{\Delta}$  и зависимости 3, 4 числа членов ряда *n* от точности представления АСТ. Наоборот, на рис. 2 одинакова СКП  $\sigma_H = 10$  мГал, а зависимости 1, 2 числа узлов сетки  $n_{\Delta}$  и 3, 4 числа членов ряда *n* показаны для разных периодов корреляции  $r_H = 6$  км и  $r_H = 16$  км.

Общим для обоих рассматриваемых подходов является то, что уменьшение *n* или  $n_{\Delta}$  (увеличение шага сетки  $\Delta$ ) приводит к возрастанию СКП  $\sigma^{\Delta H}$ . Нижней границей СКП является  $\sigma_{\Pi} < \sigma^{\Delta H}$  (вертикальная прерывистая линия). Менее изменчивое поле АСТ (меньше значения  $\sigma_{H}$  (рис. 1) или больше  $r_{H}$  (рис. 2)) требует для своего описания меньшего числа узлов сетки  $n_{\Delta}$ , либо гармоник тригонометрического ряда *n*. Основное различие графиков на рисунках состоит в том, что число  $n_{\Delta}$  узлов сетки на порядок превосходит число *n* гармоник тригонометрического ряда при прочих равных условиях. Оно увеличивается при повышении точности (при уменьшении  $\sigma^{\Delta H}$ ). Это подтверждает, что более предпочтительным с точки зрения объёмов

данных является аналитическое описание ГФП на локальных участках земной поверхности с помощью ортогональных функций.



Заключение. Цель работы состоит в теоретическом исследовании целесообразности использования ортогональных рядов или регулярных сеток для аналитического описания геофизических параметров на локальных участках земной поверхности. Её достижение потребовало нахождения связей между объёмом данных, по которым вычисляются значения ГФП, их пространственной изменчивостью, а также уровнями погрешностей исходных данных и результатов вычислений. На примере аномалии силы тяжести показано, что использование ортогональных функций позволяет минимизировать объём данных.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. М.: Главн. ред. физ.-матем. лит. изд-ва «Наука», 1968. 464с.
- Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды: в 3 т. Т. 2. Специальные функции / 2-е изд., исправ. М.: Физматлит, 2003. 664 с.
- 3. Jordan, S.K., Self-consistent statistical models for gravity anomaly and undulation of the geoid, Journal of Geophysical Research, 1972, vol. 77, №. 20, pp. 2156–2202.
- 4. Дмитриев С.П., Шимелевич Л.И. Стохастическое описание аномальных геофизических полей и ошибок их карторафирования. Л.: ЦНИИ «Румб», 1985. 60с.

A.V.Sholokhov, N.I.Kotov, S.B.Berkovich (Autonomous nonprofit organization «Institute of engineering physics», Serpu-khov)

## Assessment of the amount of long-term storage information in problems of mathematical representation of geophysical fields using meshes and orthogonal functions

The problem of analytical representation of geophysical parameters using orthogonal functions and meshes on local areas of the Earth's surface is considered. The relationship of the series terms number with the mesh step is analyzed. On this basis, the choice of one of these approaches is substantiated from the standpoint of the data amount needed to calculate the geophysical parameters. The solution of the problem takes into account: the spatial variability of the geophysical parameter, the required accuracy of its calculation at an arbitrary point and the characteristics of the errors for the available measurements, as well as increasing requirements for accuracy and spatial resolution. It is shown that the use of orthogonal functions is more advantageous for the analytical representation of geophysical parameters in local areas of the Earth's surface.

# М. М. МУРЗАБЕКОВ, Д. С. БОБРОВ (ФГУП «ВНИИФТРИ», р.п. Менделеево, Московская обл., Россия)

## ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЫСОТ КВАЗИГЕОИДА НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЙ УКЛОНЕНИЙ ОТВЕСНОЙ ЛИНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АСТРОИЗМЕРИТЕЛЯ

С появлением цифровых астроизмерителей появилась возможность определения составляющих уклонений отвесной линии (УОЛ) в точке размещения в режиме реального времени с погрешностью на уровне 0,2" и менее. При известных значениях составляющих УОЛ между точками измерений можно определить превышение высот квазигеоида (ВКГ) между ними. А при известном значении на одной из точек измерений абсолютной высоты квазигеоида можно восстановить профиль ВКГ исследуемой области. В работе представлены результаты вычислений превышений ВКГ для профиля Московской аттракции.

**Введение.** Метод астрономо-геодезического нивелирования позволяет определять превышения высот квазигеоида (ВКГ) между двумя или более точками измерений путем интегрирования значений уклонений отвесной линии (УОЛ) вдоль линии их соединения (например, [1]). Астрономо-геодезическое нивелирование требует плотного набора значений УОЛ (точек измерений) с достаточным пространственным разрешением вдоль профиля (сотни метров – единицы километров), для правильного представления формы ВКГ (уровенной поверхности). В прошлом астрономо-геодезические измерения УОЛ выполнялись визуально, требовали значительного времени и специально подготовленных операторов, в связи с чем измерения выполнялись на специальных астрономических пунктах, которые располагались на значительном расстоянии друг от друга.

В настоящее время с появлением цифровых астроизмерителей появилась возможность на новом уровне выполнять измерения УОЛ. Астроизмерители являются полностью автоматизированными и позволяют измерять текущие значения УОЛ с любой заданной дискретностью. Время измерений в точке составляет менее 1 часа, что позволяет за ночь выполнить измерения на 4-12 точках в зависимости от времени года [2].

**Теория астрономо-геодезического нивелирования**. При известных значениях полного значения УОЛ в азимуте *є* между точками измерений *A* и *B*, превышение ВКГ точки *B* над точкой *A* можно найти по следующей известной формуле [3]:

$$\zeta_B - \zeta_A = \Delta \zeta_{BA} = -\int_A^B \varepsilon \cdot ds_{BA},\tag{1}$$

где  $\Delta \zeta_{BA}$  – превышение ВКГ точки *B* над точкой *A*;  $ds_{BA}$  – расстояние между точками *A* и *B*;  $\varepsilon$  – среднее интегральное полное значение УОЛ по линии *AB*, которое вычисляется как

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B}{2},\tag{2}$$

где  $\varepsilon_A$ ,  $\varepsilon_B$  – полные значения УОЛ в азимуте в точках A и B, которые при известных составляющих УОЛ  $\eta$ ,  $\xi$  в каждой точке вычисляются как

$$\begin{cases} \varepsilon_A = \xi_A \cdot \cos\alpha + \eta_A \cdot \sin\alpha, \\ \varepsilon_B = \xi_B \cdot \cos\alpha + \eta_B \cdot \sin\alpha, \end{cases}$$
(3)

где *α* – геодезический азимут направления *AB*.

Так как измерения составляющих УОЛ выполняются точечно, интеграл (1) вычисляется по формуле трапеций

$$\Delta \zeta_{BA} \approx -\varepsilon \cdot \Delta s_{BA}. \tag{4}$$

В случае профиля состоящего из *n* точек, превышение ВКГ по формуле (4) перепишется в следующем виде:

$$\Delta \zeta \approx -\sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2} \cdot \Delta s_{i,i+1}.$$
(5)

где n – общее количество точек профиля;  $\Delta s_{i,i+1}$  – расстояние между соседними точками i и i+1.

На рис. 1. представлены графики зависимости погрешности вычислений ВКГ от погрешности УОЛ и расстояния между точками измерений.

Как видно из рис. 1, увеличение расстояния между точками измерений и погрешности измерений УОЛ приводят к повышению погрешности вычисления превышения ВКГ.



Рис. 1. Зависимость погрешности вычисления ВКГ от расстояния между точками измерений и погрешности УОЛ

**Обзор зарубежных работ**. Известны зарубежные работы по использованию астроизмерителей для определения ВКГ. Например, модель ВКГ Латвии была уточнена с помощью трех астроизмерителей в 2020 г. [4]. При этом использование астроизмерителей позволило получить точность высотной основы около 1 см на всей территории Латвии в отличие от старой модели, которая имела точность 3-4 см и была основана на использовании данных об аномалии силы тяжести (при этом, строго говоря, данные об аномалии силы тяжести должны быть известны по всей планете). В другой работе [5] в 2004–2005 гг. с использованием астроизмерителя выполнены измерения составляющих УОЛ на островах в Эгейском море и затем построена модель ВКГ с погрешностью на уровне единиц сантиметров.

Описание района исследований. В данной работе для расчета превышений ВКГ использовались результаты измерений составляющих УОЛ с помощью астроизмерителя ФГУП «ВНИИФТРИ» вдоль профиля, пересекающего известную Московскую аттракцию с севера на юг. Профиль состоит из 21 точки со средним расстоянием 4,5 км между ними. Длина профиля составляет примерно 93 км [2].

Результаты вычислений ВКГ по УОЛ сравнены с данными по цифровой модели высот квазигеоида на территории Московского региона (ЦМ ВКГ), которая построена на основе использования данных об аномалии силы тяжести по формулам Стокса с учетом поправок Молоденского [6], и с данными по модели геопотенциала EGM2008.

Для примера на рис. 2, *а* представлены графики превышений ВКГ относительно первой точки профиля аттракции, полученные по измерениям УОЛ, модели EGM2008 и ЦМ ВКГ. На рис. 2, *б* – погрешность превышения ВКГ по УОЛ.



Рис. 2. Результаты вычислений ВКГ: *a*) полученные по измерениям УОЛ, модели EGM2008 и ЦМ ВКГ; б) погрешность вычисления

Как видно из рис. 2, б, погрешность вычисления превышения ВКГ для профиля длиной 93 км составляет порядка 13 мм.

Заключение. Проведение измерений при помощи цифрового астроизмерителя позволяет напрямую определять составляющие УОЛ в точках измерений с высокой оперативностью и точностью и с любой заданной дискретностью, которые, в свою очередь, могут быть использованы для расчета высот квазигеоида. При передаче ВКГ на расстояние несколько десятков и более километров астрономический метод будет иметь неоспоримое преимущество по оперативности по сравнению с известными методами, ибо в наблюдательную ночь с астроизмерителем можно провести измерения на 4-12 и более точках. Другим важным преимуществом астрономического метода является возможность передачи ВКГ на удаленные острова, что позволит создать единую высотную основу.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Торге В. Гравиметрия / пер. с англ. М., Мир, 1999. 429 с.
- 2. Мурзабеков М.М., Фатеев В.Ф., Юзефович П.А. Измерения уклонений отвеса на известной Московской аттракции с помощью цифрового астроизмерителя // Астрономический журнал. 2020. Том 97. №10. С. 873–880.
- 3. Hirt, C. and Flury, J., Astronomical-topographic levelling using high-precision astrogeodetic vertical deflections and digital terrain model data, Journal of Geodesy, 82(4-5): 231-248, doi:10.1007/s00190-007-0173.
- Morozova, K., Jäger, R., Zarins, A., Balodis, J., Varna, I., Silabriedis, G., Evaluation of quasi-geoid model based on astrogeodetic measurements: case of Latvia, Journal of Applied Geodesy, 15(4), doi: 10.1515/jag-2021-0030.
- Somieski, A., Astrogeodetic Geoid and Isostatic Considerations in the North Aegean Sea, Greece. A dissertation submitted to the ETH Zurich for the degree of Doctor of Sciences, 2008.
- Плешаков Д.И., Черников А.Я. Опыт создания высокоточной цифровой модели высот квазигеоида // Навигация по гравитационному полю Земли и ее метрологическое обеспечение. Доклады научнотехнической конференции. 2017. С. 141–147.

### M.M. Murzabekov, V.F. Fateev, D.S. Bobrov (FSUE "VNIIFTRI", r.p. Mendeleevo, Moscow region, Russia) Example of Calculation of Quasi-Geoid Heights on the Basis of Measurements of Deflection of Vertical Line Using Digital Zenith Camera

With the advent of digital zenith camera, it became possible to determine the components of the deflection of vertical (DOV) at the location point in real time with an error of 0.2 "or less. With known values of the DOV components between the measurement points, it is possible to determine the excess of the quasi-geoid heights (QG) between them. And with a known value at one of the measurement points of the absolute height of the QG, it is possible to restore the QG profile of the study area. The paper presents the results of calculating the QG excesses for the profile of the Moscow attraction and the test site.

## В. Ф. ФАТЕЕВ, Д. С. БОБРОВ, Ф. Р. СМИРНОВ, С. С. ДОНЧЕНКО, Е. А. РЫБАКОВ (ФГУП «ВНИИФТРИ», р.п. Менделеево, Московская обл.)

## КВАНТОВЫЕ НИВЕЛИРЫ НА ВЫСОКОСТАБИЛЬНЫХ КВАНТОВЫХ ЧАСАХ И ИХ ИСПЫТАНИЯ

В докладе представлены результаты экспериментальных исследований разработанных макетов квантовых нивелиров на эффектах гравитационного замедления времени и гравитационного смещения частоты. В ходе последних экспериментов обнаружено удвоение эффекта гравитационного «красного» смещения частоты. Запланирован эксперимент на квантовом нивелире, основанном на использовании наземных и космических квантовых часов, а также лазерных систем сличения шкал времени по линии «Земля-космос».

Введение. Квантовые нивелиры предназначены для измерения разности гравитационных потенциалов и соответствующей разности ортометрических высот между двумя пространственно разнесенными точками на поверхности Земли. Эти приборы основаны на использовании сверхстабильных хранителей шкал времени (атомных, или квантовых, часов), а также высокоточных методов и средств сличения шкал времени разнесенных часов. Измеряемыми физическими эффектами являются два гравитационных эффекта, предсказанные А. Эйнштейном: эффект гравитационного замедления времени, а также эффект гравитационного смещения частоты. Квантовые нивелиры на основе радиочастотных квантовых часов (водородных, рубидиевых и др.) позволяют измерять оба этих эффекта.

**Результаты выполненных экспериментов.** Авторами созданы и испытаны на территории России макеты квантовых нивелиров на основе стационарных и мобильных квантовых водородных часов российского производства. При этом использовались различные методы и средства высокоточного сличения их шкал времени и частоты. Стационарные водородные квантовые часы имели нестабильность  $(5-6) \cdot 10^{-16}$ , мобильные –  $(1-3) \cdot 10^{-15}$ .

В экспериментах по определению разности гравитационных потенциалов между точками «Москва» и «Кавказ» (разность высот около 1800 м) [1], а также в эксперименте «Москва– Крым» (разность высот – минус 200 м) для сличения шкал времени использовались сигналы глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) ГЛОНАСС/GPS. В эксперименте «Москва – Нижний Новгород» (разность высот – минус 65 м) и «Москва–Крым» использовались сигналы ГНСС, а также новый предложенный авторами метод синхронизации, который назван методом релятивистской синхронизации [2]. Достижимая погрешность синхронизации – единицы-десятки пикосекунд. Этот метод основан на компенсации релятивистских и гравитационных эффектов смещения шкалы мобильных часов на основе сигналов ГНСС на пути «туда» и «обратно». Достижимая погрешность синхронизации – единицы-десятки пикосекунд.

В экспериментах с дуплексными квантовыми нивелирами, использующими двусторонние наземные линии волоконно-оптической связи (ВОЛС), при разности высот 34 м измерялись оба гравитационных эффекта. При измерении гравитационного смещения частоты использовались частотные компараторы [3], а при измерении гравитационного эффекта замедления времени – высокоточные измерители временных интервалов типа Agilent [4]. В обоих экспериментах на водородных часах обнаружено удвоение эффекта гравитационного «красного» смещения. Это объясняется тем, что в радиочастотных квантовых часах существует два гравитационных эффекта «красного» смещения: один – на частоте задающего генератора, другой – классический эффект в ВОЛС, соединяющей пару часов. Эффекты совпадают по величине, но имеют разные знаки. В условиях проведенных экспериментов оба эффекта складываются.

Запланированные на ближайшее время эксперименты. В настоящее время авторы планируют эксперимент на квантовом нивелире, основанном на использовании наземных и космических квантовых часов, а также лазерных систем сличения шкал времени по линии «землякосмос». На основе комплекса квантовых нивелиров с различными средствами сличения предлагается создание наземно-космической сети «Квантовый футшток».

## Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта №19-29-11023.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Фатеев В.Ф., Жариков А.И., Сысоев В.П., Рыбаков Е.А., Смирнов Ф.Р. Об измерении разности гравитационных потенциалов Земли с помощью перевозимых квантовых часов // ДАН. 2017. Т. 472. № 2. С. 206–209. Fateev V. F., Zharikov A. I., Sysoev V. P., Rubakov E. A., Smirnov F. R., Doklady Earth Sciences, 2017, vol. 472, pt. 1, pp. 91– 94. https://doi.org/10.1134/S1028334X17010147
- В.Ф. Фатеев, Е.А. Рыбаков. Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах // ДАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 496. № 1. С. 41–44. Fateev, V.F., Rybakov, E.A., Doklady Physics, 2021, vol. 66, pt. 1, pp. 17–19. <u>https://doi.org/10.1134/S1028335820110038</u>
   Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Рыбаков Е.А.. Измерение эффекта удвоения гравитационного смещения частоты с
- Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Рыбаков Е.А.. Измерение эффекта удвоения гравитационного смещения частоты с помощью квантового нивелира на водородных часах // Письма в ЖТФ. 2022. Том 48. Вып. 7. DOI:10.21883/0000000000. Готовится перевод статьи в журнале «Technical Physics Letters», 2022.
- Фатеев В.Ф., Смирнов Ф.Р., Донченко С.С. Измерение эффекта гравитационного замедления времени дуплексным наземным квантовым нивелиром // Измерительная техника. 2022. № 2. С. 22–27. <u>https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2022-2-22-27.</u> Готовится перевод статьи в журнале «Measurement Techniques», 2022.

V.F. Fateev, D.S. Bobrov, F.R. Smirnov, S.S. Donchenko, E.A. Rybakov (FSUE "VNIIFTRI", r.p. Mendeleevo, Moscow region)

#### Quantum levels based on highly stable quantum clocks and their testing

The report presents the results of experimental studies of the developed models of quantum levels on the effects of gravitational time dilation and gravitational frequency shift. In the course of recent experiments, a doubling of the effect of the gravitational "red" frequency shift has been discovered. An experiment is planned on a quantum level based on the use of ground and space quantum clocks, as well as laser systems for comparing time scales along the earth-space line.

## К. В. ДУНАЕВСКАЯ, В. Б. КОСТОУСОВ (Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского Отделения РАН г. Екатеринбург)

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ВЫЧИСЛЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОЧНОСТИ В ЗАДАЧЕ НАВИГАЦИИ ПО ПОЛЮ ВЫСОТ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

В докладе продолжается развитие и исследование предложенного ранее метода вычисления текущей характеристики точности поискового корреляционно-экстремального алгоритма решения задачи навигации по геофизическим полям. Предложенный метод основан на анализе отношения экстремальных значений используемого в поисковом алгоритме функционала сопоставления измеренного фрагмента поля и фрагментов, полученных из эталонной карты, и определении диаметра множества заданного уровня этого функционала. Развитие метода заключается в том, что вместо диаметра множества уровня вычисляется матрица ковариаций точек этого множества, которая затем приводится к диагональному виду. В докладе приводятся результаты сравнения исследуемого метода вычисления текущей характеристики точности и байесовского метода на примере задачи навигации по полю высот рельефа местности.

**Введение.** Ранее в работе [1] были приведены результаты исследования метода вычисления текущей характеристики точности поискового корреляционно-экстремального алгоритма решения задачи навигации [2–3] применительно к картам трёх геофизических полей: полю глубин моря, полю аномалий силы тяжести и аномальному магнитному полю. Цель исследования заключалась в сравнении результатов корреляционно-экстремального алгоритма, который был дополнен способом оценки ошибки коррекции, с результатами алгоритма, построенного на основе байесовской теории оценивания.

Затем аналогичное исследование было проведено применительно к полю микрорельефа [4], которое образовано высотами объектов, находящимися на рельефе, и которое используется для навигации маловысотных летательных аппаратов.

В вышеупомянутых работах в качестве текущей характеристики точности использовался диаметр множества уровня функционала сопоставления. В предлагаемом докладе рассматривается более точный способ вычисления текущей характеристики точности, который основан на вычислении матрицы ковариации точек данного множества. По аналогии с предыдущими исследованиями приводятся результаты сравнения исследуемого метода вычисления текущей характеристики точности и байесовского метода [5] на примере задачи навигации по полю высот рельефа местности.

Способ вычисления текущей характеристики точности коррекции с применением метода главных компонент. В данном докладе основным предметом исследования является усовершенствованный по сравнению с [1] способ вычисления текущей характеристики точности корреляционно-экстремального метода коррекции навигационных ошибок. Усовершенствование заключается в вычислении матрицы ковариации точек множества уровня функционала сопоставления вместо ранее вычисляемого диаметра данного множества. Исследование заключается в сравнении матрицы ковариации, полученной предлагаемым способом, с матрицей ковариаций, вычисляемой с помощью байесовской теории оценивания [5].

Постановка задачи оценивания координат по данным измерений поля аналогична [1]. Здесь рассматривается тот же поисковый корреляционно-экстремальный алгоритм. При этом оценка  $\tilde{x}_{\Pi}(\varphi)$  неизвестного вектора x по измеренному фрагменту поля  $\varphi(x)$  определяется в результате поиска минимума квадратичного функционала  $\Phi_{\varphi}(x)$  [1].

Приведем краткое описание метода вычисления текущей характеристики точности, применяемого в работах [1, 2]. Рассматриваемый способ оценки ошибки коррекции основан на анализе функционала сопоставления. Анализ функционала заключается в нахождении множества  $\Phi_p$ -уровня { $x: \Phi_{\varphi}(x) \le \Phi_p$ } для порога  $\Phi_p$  и вычислении диаметра этого множества (как максимального расстояния между точками множества):

$$2 \cdot \rho_{max} = D_{max} = diam\{x: \Phi_{\varphi}(x) \le \Phi_{p}\}.$$
(1)

Величина  $\rho_{max}$  называется  $D_{max}$ -оценкой. Порог  $\Phi_p$  вычисляется по формуле  $\Phi_p = \frac{\Phi(\tilde{x}_{\Pi}(\varphi))}{r_p}$ ,

где  $r_p$  – параметр метода (0 <  $r_p$  < 1), рассчитываемый заранее по карте поля (подробности см. в [1]).

Величина  $\rho_{max} = D_{max}/2$  служит оценкой точности коррекции поискового алгоритма, которая может быть вычислена на борту и использована для принятия решения о коррекции во время движения.

В данном докладе предлагается другой способ вычисления текущей характеристики точности ошибки оценивания. Идея данного способа заключается в применении метода главных компонент [6, гл. 11.4]. Для этого вычисляется ковариационная матрица точек x множества  $\Phi_p$ уровня

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{\varphi}) = E\{(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}})^T\},\$$

где  $m_x = E\{x\}$  – вектор математического ожидания для генеральной совокупности x.

Затем с помощью матрицы A, составленной из собственных векторов матрицы  $P_x(\varphi)$ , последняя приводится к диагональному виду:

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x}'}(\boldsymbol{\varphi}) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{\varphi})\boldsymbol{A}^T$$

Если учесть, что задача навигации решается на плоскости, т.е.  $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)^T$ , то преобразованная матрица ковариаций  $\boldsymbol{P}_{x'}(\boldsymbol{\varphi})$  имеет вид

$$\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\varphi}) = \begin{bmatrix} \sigma_{\boldsymbol{\chi}_1 \boldsymbol{\chi}_1}^2 & 0\\ 0 & \sigma_{\boldsymbol{\chi}_2 \boldsymbol{\chi}_2}^2 \end{bmatrix},$$

где  $\sigma_{x_1x_1}^2$  – дисперсия ошибки оценивания по  $x_1$ -координате,  $\sigma_{x_2x_2}^2$  – дисперсия ошибки оценивания по  $x_2$ -координате.

В таком случае *D<sub>max</sub>*-оценка вычисляется следующим образом:

$$\rho_{max} = \sqrt{\sigma_{x_1x_1}^2 + \sigma_{x_2x_2}^2}.$$

Экспериментально можно удостовериться, что данный способ вычисления  $D_{max}$ -оценки является более точным по сравнению с предыдущим способом (1).

Заключение. В дальнейшем на конференции планируется привести полученные путем моделирования задачи навигации по полю высот рельефа местности результаты сравнения метода, используемого в байесовском алгоритме решения задачи навигации, и исследуемого метода, который усовершенствован более точным вычислением текущей характеристики точности.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дунаевская К.В., Киселев Л.В., Костоусов В.Б. Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по картам геофизических полей // Гироскопия и навигация. 2021. №1(112). С. 52–69.
- Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.1. Обзор алгоритмов //Гироскопия и навигация. 2015. №3(90). С. 102–125.
- Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.2. Современные тенденции //Гироскопия и навигация. 2016. №1(91). С. 147–159.
- Костоусов В.Б., Дунаевская К.В. Метод коррекции навигационных ошибок по полю высот объектов местности // Материалы XXXI конф. памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 218–227.
- Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.
- 6. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений / 3-е изд., испр. и доп. М.: Техносфера, 2012. 1104 с.

#### K.V. Dunaevskaya, V.B. Kostousov (N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Yekaterinburg) Study of a method for calculating the current accuracy in the navigation problem over the field of terrain heights

The report continues the development and study of the previously proposed method for calculating the current accuracy characteristic of the search correlation-extremal algorithm for solving the navigation problem by geophysical fields. The proposed method is based on the analysis of the ratio of extreme values of the functional used in the search algorithm for comparing the measured fragment of the field and the fragments obtained from the reference map, and determining the diameter of the set of a given level of this functional. The development of the method consists in the fact that instead of the diameter of the level set, a matrix of covariances of points of this set is calculated, which is then presented to a diagonal form. The report presents the results of comparing the studied method for calculating the current accuracy characteristic and the Bayesian method, using the example of the navigation problem over the field of terrain heights.

## А. С. МАТВЕЕВ (ФГБОУ ВО ГУЗ, Москва)

## К ВОПРОСУ ИНТЕРПОЛЯЦИИ МЕСТНЫХ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ АНОМАЛИЙ ВЫСОТЫ

В работе рассмотрен способ учёта аномального гравитационного поля путём представления его в виде суммы двух составных частей. Одна, т.н. линейная, часть представляется линейным уравнением, а нелинейная часть моделируется методом точечных масс. Таким образом, влияние рельефа учитывается коэффициентами, используемыми при интегрировании по методу Стокса. На основе практических вычислений установлено, что методика может быть использована для косвенной интерполяции аномалий высоты с точностью, соответствующей нивелированию высоких классов.

**Введение.** Современные методы ГНСС (глобальные навигационные спутниковые системы) позволяют определить разности геодезических высот с точностью ≈1,5 см на расстоянии 2 км [1].

Таким образом, метод спутникового нивелирования может быть использован в качестве альтернативы традиционному высокоточному нивелированию при развитии и поддержании высотной основы страны.

Нормальные высоты связаны с геодезическими согласно выражению

$$H^{\gamma} = H - \zeta,$$

(1)

где *Н*<sup>*γ*</sup> – нормальная высота; *Н* – геодезическая высота; *ζ* – аномалия высоты.

Актуальным является вопрос определения аномалии высоты с точностью сравнимой с точностью геометрического нивелирования [2].

Линейное интерполирование аномалий высоты даже на небольшое расстояние будет сопряжено с неизбежными ошибками, вызванными влиянием локального аномального поля. Одним из решений учёта влияния локального поля является косвенная интерполяция с привлечением данных гравиметрической съёмки. Таким образом интерполируются разности астрономогеодезических и местных гравиметрических аномалий высоты ( $\zeta^{A\Gamma} - \zeta^{\Gamma p}$ ), которые меняются плавно между опорными пунктами [3].

Современная изученность гравитационного поля позволяет получить местные гравиметрические аномалии высоты с заданной точностью (порядка миллиметров) [4].

Согласно известной технике «удаления–восстановления» при вычислении элементов аномального поля, например аномалий высоты, из измерений сначала исключается влияние топографических масс, затем производится вычисление  $\zeta$  в определяемых пунктах интегрированием по формуле Стокса, на последнем этапе восстанавливают влияние топографических масс [3].

Влияние рельефа вносит существенный вклад в величину местной гравиметрической аномалии высоты. Их влияние учитывают поправкой Буге (поправкой за промежуточный слой постоянной плотности).

При этом средняя плотность Земной коры 2,67 г/см<sup>3</sup>, используемая для вычисления поправки Буге, не отражает реальное распределение подземных масс в исследуемом районе. Так, например, для территории Москвы необходимо использовать плотность 2,19, а в нескольких десятках километров к югу от столицы – 2,39 г/см<sup>3</sup> [5].

При некорректном подборе значения плотности для исследуемой области корреляция элементов аномального поля с высотой всё равно сохранится, что приведёт к значительным ошибкам интерполяции.

Методика представления локального поля. Предлагается представлять измеренную смешанную аномалию силы тяжести в виде суммы линейной и нелинейной составляющих. Линейная часть, вызванная плавным изменением поля, включает в себя интерполяционные коэффициенты, которые зависят от координат пункта. Таким образом, не требуется дополнительно вводить поправку Буге со средним значением плотности для всей Земли, поскольку интерполяционные коэффициенты учитывают зависимость  $\Delta g$  от топографической высоты пункта в исследуемом районе:

$$\Delta g = aX + bY + cH + d + v, \tag{2}$$

где *a*, *b*, *c* и *d* – интерполяционные коэффициенты, обусловленные линейным изменением аномалии; *X*, *Y*, *H* – плановые координаты и высота пункта; *v* –нелинейная часть аномального поля.

Переходя к вычислению гравиметрической аномалии высоты, преобразуем интегральную формулу Стокса с учётом выражения (2)

$$\zeta = \frac{1}{2\pi\gamma} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{aX + bY + cH + d}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx \, dy + \nu, \tag{3}$$

где ү – значение нормальной силы тяжести.

Следовательно, местная гравиметрическая аномалия высоты также представляется в виде суммы линейной и нелинейной составляющих.

Используя коэффициенты *a*, *b*, *c* и *d*, вычисленные по данным гравиметрической съёмки, находим линейную часть аномалии высоты методом численного интегрирования по локальной области.

Нелинейная часть *v* может быть аппроксимирована моделью поля методом точечных масс (метод Аронова В.И.).

В методе точечных масс реальное аномальное поле аппроксимируется полем точечных масс, которые расположены ниже уровня поверхности Земли на отсчётной поверхности. Метод позволяет учесть влияние локальных масс для применения в инженерных работах [6].

При практической реализации метода выбирается область учёта локальных аномалий силы тяжести приблизительно в 2-2,5 раза больше расстояния интерполяции. Затем исследуемая область разбивается на сетку квадратов со стороной ячейки приблизительно равной среднему расстоянию между гравиметрическими пунктами.

По значениям  $\Delta g$ , измеренным в каждой ячейке, методом наименьших квадратов вычисляются интерполяционные коэффициенты *a*, *b*, *c* и *d* для исследуемой области, а также моделируется нелинейная часть *v* методом точечных масс. Производится численное интегрирование согласно выражению (3) и вычисляется значение местной гравиметрической аномалии высоты на пункте с ГНСС измерениями. Затем выполняется косвенная интерполяция разностей астрономо-геодезических и местных гравиметрических  $\zeta$ .

Автором выполнено сравнение разностей аномалий высоты, вычисленных по предлагаемой методике с измеренными на пунктах. Также проведено сравнение с результатами линейной интерполяции без привлечения гравиметрических данных (табл. 1).

В качестве исходных данных использована карта аномалий в свободном воздухе масштаба 1:200000 со средним расстоянием между гравиметрическими пунктами около 2 км, а также топографическая карта.

Таблица 1

Среднее расстояние между	fh <sub>доп.</sub> II	Среднее значение ( $\zeta^{A\Gamma}_{\mu \mu \tau}$ - $\zeta^{A\Gamma}$ ), мм	
пунктами, км	класс, мм	Линейная интерполяция	Косвенная интерполяция
4	10	13	7
8	14	51	12
10	16	101	13

Сравнение вычисленных  $\zeta$  с известными

Исходя из результатов вычислений сделан вывод, что при косвенной интерполяции с применением методики разделения поля на детерминированную и недетерминированную части точность определения аномалии высоты практически не зависит от расстояния между исходными пунктами. Ошибка в пределах 1,5 см для расстояния 10 км сравнима с точностью геометрического нивелирования II класса [2].

Заключение. Метод косвенной интерполяции позволяет сократить ошибки определения аномалии высоты, вызванные локальным аномальным полем. В сравнении с линейной интерполяцией этот эффект достигается при передаче превышений на расстояния более 4 км.

В исследуемой области точность косвенной интерполяции аномалии не зависит от расстояния между опорными пунктами, следовательно дополнительного сгущения съёмки не требуется.

Разделение плавной и высокочастотной частей аномального поля позволяет с большей достоверностью учесть влияние местных притягивающих масс. Таким образом, предлагаемая методика интерполяции позволяет вычислять аномалии высот при проведении спутникового нивелирования при развитии высотных сетей.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: в 2 т. Т.2. М.: ФГУП «Картгеоцентр», 2006. 360 с.
- 2. Инструкция по нивелированию I, II, III, IV классов. ГКИНП-03-010-03. М.: ЦНИИГАиК, 2004. 226 с.
- 3. Огородова Л.В. Высшая геодезия. Часть III. Теоретическая геодезия: учебник для вузов. М.: Геодезкартиздат, 2006. 384 с.
- 4. Бровар В.В. Гравитационное поле в задачах инженерной геодезии. М.: Недра, 1983. 112 с.
- 5. Юзефович А.П. Поле силы тяжести и его изучение: учебное пособие. М.: МИИГАиК, 2014. 194 с.
- 6. Матвеев А.С. Представление и оценка аномального гравитационного поля при решении высокоточных задач инженерной геодезии на локальном участке земной поверхности // Инженерные изыскания. 2014. №8. С. 58–64.

### A.S. Matveev (State University of Land Use Planning, Moscow) To the question of interpolation of local gravimetric height anomalies

The paper considers a method for considering the gravity field anomalous by representing it as a sum of two components. One, the so-called. linear, the part is represented by a linear equation, and the non-linear part is modeled by the point mass method. Thus, the influence of the relief is taken into account by the coefficients used in the integration by the Stokes method. Based on practical calculations, it has been established that the technique can be used for indirect interpolation of height anomalies with an accuracy corresponding to the spirit leveling of high accuracy.

#### МАТЕРИАЛЫ ХХХІІІ КОНФЕРЕНЦИИ ПАМЯТИ ВЫДАЮЩЕГОСЯ КОНСТРУКТОРА ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ Н. Н. ОСТРЯКОВА, 2022

Верстка Е.А. Дубровская

Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» 197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30. Тел. (812) 499-82-93, факс (812) 232 33 76, e-mail: editor@eprib.ru http://www. elektropribor.spb.ru