

УДК 621.396.988.6
DOI 10.17285/0869-7035.0083

Т. А. ТОРМАГОВ, А. А. ГЕНЕРАЛОВ, М. Ю. ШАВИН, Л. Б. РАПОПОРТ

ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ АВТОНОМНЫХ КОЛЕСНЫХ РОБОТОВ В ТОЧНОМ ЗЕМЛЕДЕЛИИ

В точном земледелии предполагается использование методов точной навигации, определения относительной ориентации и обнаружения препятствий в целях экономии определенных ресурсов и получения лучших результатов. Эффективное использование собранных данных о позиции и ориентации робота и о расположении препятствий позволяет создавать алгоритмы управления работой автономных сельскохозяйственных машин. Эти алгоритмы решают задачи планирования путей, маршрутизации роботов, стабилизации движения по заданным путям, объезда препятствий и обеспечения гарантированности поведения. В работе рассматриваются перечисленные задачи.

Ключевые слова: глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС), бесплатформенная инерциальная навигационная система, путевая стабилизация, область притяжения, метод потенциалов, линеаризация обратной связью, предотвращение соударений, расширенный фильтр Калмана, планирование покрывающих путей, маршрутизация сельскохозяйственных роботов.

Введение

Использование сельскохозяйственных машин позволило человечеству получать продукты питания при меньших затратах на их производство. В точном земледелии предлагается за счет применения высокоточных систем навигации совершенствовать технологии выращивания сельскохозяйственных культур. Это позволяет при меньших объемах определенных ресурсов (посевных площадей, рабочего времени) получить лучшие результаты. С помощью сельскохозяйственных роботов, оснащенных ГНСС и другими сенсорами, производится картографирование посадок растений, мониторинг урожайности, дифференциальное внесение удобрений и опрыскивание от вредителей, сбор урожая.

В статье приводятся математические постановки задач управления движением автономных колесных роботов (см. рис. 1) применительно к нуждам точного земледелия. На первом этапе производится построение покрытия поля почти параллельными путями. Затем определяются маршруты движения сельскохозяйственной тех-

Тормагов Тимофей Алексеевич. Инженер, Сколковский институт науки и технологий; ассистент, Московский физико-технический институт (Москва). ORCID 0000-0002-3717-4253.

Генералов Алексей Анатольевич. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (Москва). ORCID 0000-0002-5541-2606.

Шавин Михаил Юрьевич. Младший научный сотрудник, Сколковский институт науки и технологий. ORCID 0000-0001-6658-4326.

Рапопорт Лев Борисович. Доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН; профессор, Московский физико-технический институт. ORCID 0000-0002-9882-925X.

ники. В процессе движения решаются задачи путевой стабилизации, обнаружения препятствий и обеспечения гарантированного поведения. Статические (неподвижные) препятствия можно учесть уже на этапе планирования путей. Информация о препятствиях, которая не была известна до начала движения, должна соответствующим образом обрабатываться механизмом управления робота. Предполагается применение фазово-дифференциального режима позиционирования (РТК) с использованием сигналов коррекции (либо полных фазовых и кодовых изменений) от базовой станции. Это позволяет реализовать сантиметровую точность позиционирования рабочего инструмента. Детально эти методы описаны в работе [1].

Упомянутые задачи рассматриваются в применении к двум различным видам колесных роботов: с механизмом Аккермана в рулевом управлении и с дифференциальным приводом задних колес. В случае механизма Аккермана поворот во время движения робота осуществляется с помощью передних колес. Ограниченность угла поворота колес влечет за собой ограничение на нормальную кривизну u (проекцию вектора кривизны на нормаль к касательной плоскости) реализуемой траектории движения [2]:

$$\|u\| \leq \frac{\operatorname{tg} \alpha_{\max}}{L}, \quad (1)$$

где α_{\max} – максимально возможный угол поворота переднего колеса, L – расстояние между передней и задней осями робота. Если передних колес два, то их углы поворота могут отличаться, и тогда α_{\max} – это эффективный максимальный угол поворота. Нарушение ограничения (1) при планировании пути приводит к нереализуемым траекториям. В случае машины с дифференциальным приводом задних колес возможен разворот на месте и условие (1) не требуется учитывать.



Рис. 1. Сельскохозяйственный робот. В кабине присутствует оператор, следящий за безопасностью выполнения работ. Руление и управление навесным оборудованием выполняется автоматически

При применении одной антенны точное определение ориентации возможно в предположении отсутствия бокового проскальзывания колес машины. Такое ограничение называется неголономным. В общем случае, когда предполагается работа сельскохозяйственной техники на существенно неровных полях и боковое проскальзывание неизбежно, необходимо использовать двух- или даже трехантенный навигационный приемник, например ADM-1 производства компании TOPCON. Точность определе-

ния ориентации тем выше, чем больше расстояние между антеннами. Для дополнительного сглаживания угловой ориентации используется расширенный фильтр Калмана (EKF) или другие методы фильтрации, позволяющие интегрировать решение ГНСС с данными, полученными от бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), также входящих в состав оборудования.

Автономность функционирования предполагает использование лидара и оптической стереокамеры для анализа облака точек, полученных от препятствий, встреченных на пути робота и не учтенных на этапе планирования пути. Данные от дополнительных сенсоров, расположенных в различных точках машины, сводятся с учетом ориентации машины в единую локальную карту препятствий. На основе этой информации строится обобщенный искусственный потенциал, действие которого сводится к синтезу искусственной отталкивающей силы, модифицирующей ранее синтезированное управление рулем и скоростью движения таким образом, чтобы избежать столкновения с препятствием. В процессе движения робота алгоритмом управления анализируется принадлежность области притяжения, в которой возможно решение задачи путевой стабилизации.

Структура настоящей статьи следующая. Первый раздел посвящен задаче планирования покрывающих путей для поля, рассматривается вопрос построения его покрытия почти параллельными рядами с использованием координат границ поля и данных о высотах его отдельных точек. Во втором разделе описывается маршрутизация движения роботов по этим рядам. В третьем обсуждаются задачи стабилизации движения автономных колесных роботов по запланированным траекториям. В четвертом и пятом дается оценка областей притяжения и задачи объезда препятствий. В шестом разделе приводится описание навигационного оборудования.

I. Задача планирования покрывающих путей

Методы планирования покрывающих путей (англ. Complete Coverage Path Planning) применяются в различных приложениях, таких как точное земледелие [3–6], роботизированная окраска [7] и очистка [8] поверхностей, инспектирование объектов с помощью беспилотных летательных аппаратов [9]. В точном земледелии наибольшее распространение получил метод, который часто называют «*бустрофедоном*». Термин обозначает способ письма, при котором направление письма чередуется в зависимости от четности строки. В соответствии с этим методом все поле покрывается почти параллельными путями (дорожками, рядами), которые затем обрабатываются в двух различных направлениях. Построение почти параллельных путей производится относительно некоторого начального пути. На заданном расстоянии \bar{d} от исходного пути с одной стороны (или с обеих, если это возможно) строится следующий путь, который далее используется в качестве начального, затем процедура повторяется. Так происходит до тех пор, пока все поле не будет покрыто рядами.

Для двумерного (плоского) поля может быть применен простейший алгоритм планирования покрывающих путей, который описан, например, в работе [6]. Он заключается в том, что на поле выбирается некоторая точка и с заданным азимутом (углом с направлением на север) через нее строится начальный путь в виде прямой. Построение соседних дорожек становится тривиальной задачей, поскольку доста-

точно лишь нанести на карту поля параллельные линии и выполнить обрезку дорожек на пересечении с границей поля. В итоге все покрытие может быть задано координатами одной точки на поле и азимутом, определяющим направление дорожек. В дальнейшем можно оптимизировать, например, число точек разворота, варьируя азимут θ в пределах $(-90^\circ; 90^\circ)$ и начальную точку в окрестности диаметром \bar{d} . На рис. 2 показан пример применения простейшего алгоритма планирования покрытия для двумерного поля. Здесь и далее фиолетовым цветом обозначена граница поля, синим – пути. Слева показан пример неоптимального покрытия, число переходов между рядами в нем равно 52 (при обработке одной машиной). Справа отображен оптимальный случай из тех, которые можно получить при неподвижной начальной точке и изменениях азимута θ в указанных выше пределах с шагом 5° . Для оптимального случая число переходов значительно меньше и равно 32. В силу того что пути прямые, условие на нормальную кривизну траекторий (1) для простейшего алгоритма всегда выполняется.

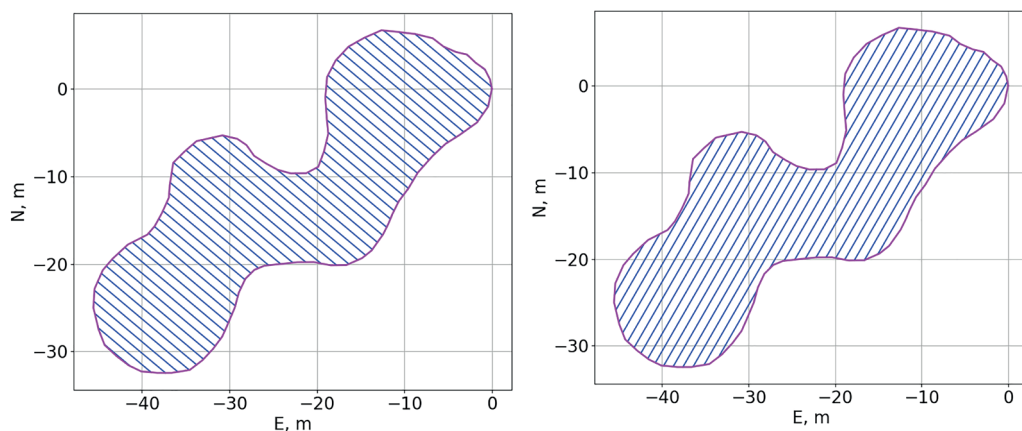


Рис. 2. Пример применения простейшего алгоритма планирования покрывающих путей

Если граница поля имеет криволинейную форму, то покрытие, полученное с помощью простейшего алгоритма, может оказаться неоптимальным по числу точек разворота. В таком случае можно выбрать некоторый сегмент границы поля и построить первый путь на расстоянии $\bar{d} / 2$ от этого сегмента. В отличие от двумерного поля в случае трехмерного необходимо учитывать, что расстояние между путями не сохраняется при их поточечном проецировании с некоторой плоскости на трехмерную поверхность. С помощью выбора криволинейного начального пути можно оптимизировать не только число точек разворота, но и другие параметры. Например, как показано в работе [3], в пахотном земледелии актуальна задача построения покрытия, приводящего к меньшей эрозии почвы.

При работе с трехмерной поверхностью можно перейти к локальной декартовой системе координат ENU (англ. East, North and Up), нулем которой является некоторая точка на поле, оси x и y направлены на восток и север соответственно, ось z – вверх по нормали к эллипсоиду используемой модели Земли. Чтобы определить поверхность, по которой требуется проложить пути, нужно задать функцию $z(x, y)$, позволяющую для известных координат (x, y) указать высоту точки на поверхности.

В практических применениях точно такую функцию задать нельзя, поэтому используются интерполяционные методы, которые определяются выбранной цифровой моделью высот. В работе [6], посвященной планированию путей по трехмерному ландшафту, для построения цифровой модели высот предлагается использовать билинейную или бикубическую интерполяцию. Вместе с тем нужно отметить, что для этих методов точки, в которых высоты известны, должны быть расположены в узлах равномерной сетки. Если карта высот строится на основе прореженных данных ГНСС RTK-измерений, полученных при проезде робота по полю, например, в ручном режиме, то можно использовать двумерную В-сплайновую интерполяцию, которая равномерной сетки не требует.

Для задания криволинейных путей в ряде приложений необходимы гладкие функции, например однородные кубические В-сплайны, у которых первая и вторая производные непрерывны. Особенности применения однородных кубических В-сплайнов для аппроксимации пути колесных роботов рассмотрены в работе [10]. В этом случае траектория полностью определяется набором из n контрольных точек $r_1, r_2, \dots, r_n \in \mathbb{R}^3$ и состоит из элементарных В-сплайнов $r^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^3, i = 1, 2, \dots, n$. Это построение приведено на рис. 3. Набор контрольных точек дополняется еще тремя точками: $r_0 = 2r_1 - r_2, r_{n+1} = 2r_n - r_{n-1}$ и $r_{n+2} = 3r_n - 2r_{n-1}$. Для компонент вектора контрольных точек $r_p, i = 0, 1, \dots, n + 2$ будем использовать обозначения x_p, y_i и z_p , такие что $r_i = (x_p, y_p, z_p)$. Каждый элементарный В-сплайн определяется четверкой соседних контрольных точек по формуле

$$r^{(i)}(t) = b_0(t)r_{i-1} + b_1(t)r_i + b_2(t)r_{i+1} + b_3(t)r_{i+2}, \quad (2)$$

где $t \in [0, 1]$ – параметр сплайна, $b_0(t) = (1 - t)^3/6, b_1(t) = (4 - 6t^2 + 3t^3)/6, b_2(t) = (1 + 3t + 3t^2 - 3t^3)/6, b_3(t) = t^3/6$. Элементарный В-сплайн, определенный по формуле (2), лежит в выпуклой оболочке контрольных точек $r_{i-1}, r_i, r_{i+1}, r_{i+2}$. Контрольные точки и сплайновая траектория могут лежать либо на поверхности, получаемой интерполяцией высот, либо вблизи нее. Будем считать, что контрольные точки сплайна расположены на приблизительно равных расстояниях друг от друга $D_s = \|r_{i-1} - r_i\| \approx \|r_i - r_{i+1}\|$. Тогда максимальное отклонение контрольной точки $r_p, i = 1, 2, \dots, n$ от начала соответствующего элементарного участка сплайна – точки $r^{(i)}(0)$ – можно оценить величиной $D_s^2 k_{\max} / 6$, где k_{\max} – максимальная кривизна траектории на этом участке. Выбрав расстояние D_s таким, чтобы указанное отклонение было приемлемым для соответствующего приложения, можно искать по начальной кривой следующий сплайн, откладывая его контрольные точки на расстоянии \bar{d} вдоль нормалей к некоторым точкам исходного пути. Пусть \bar{N}_i^x, \bar{N}_i^y – первые две координаты вектора нормали к сплайновой кривой в точке $r^{(i)}(0), i = 1, 2, \dots, n$, направленной в сторону построения следующего сплайна,

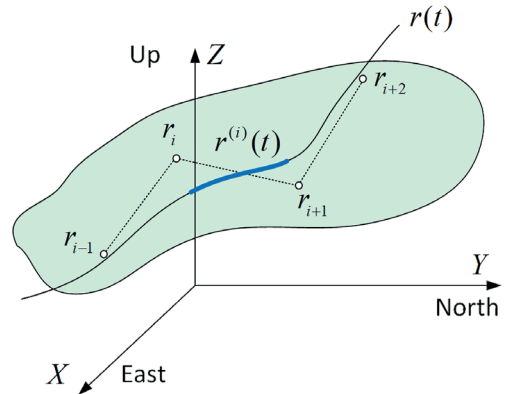


Рис. 3. Определение траектории $r(t) \in \mathbb{R}^3$ с помощью набора элементарных В-сплайнов $r^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^3, i = 1, 2, \dots, n$. Показаны четыре контрольные точки $r_{i-1}, r_i, r_{i+1}, r_{i+2}$, определяющие элементарный участок $r^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^3$

такие что вектор $\overline{N}_i^{xy} = (\overline{N}_i^x, \overline{N}_i^y, 0)$ имеет длину \overline{d} . Определим для каждой точки $r^{(i)}(0)$, $i = 1, 2, \dots, n$ величину \overline{N}_i^z следующим образом:

$$\overline{N}_i^z = z(x_i + \overline{N}_i^x, y_i + \overline{N}_i^y) - z(x_i, y_i). \quad (3)$$

Тогда координаты контрольных точек следующего пути нужно искать вдоль вектора $\overline{N}_i = (\overline{N}_i^x, \overline{N}_i^y, \overline{N}_i^z)$. Введем вектор единичной длины N_i , который сонаправлен с вектором \overline{N}_i , т.е. $N_i = \overline{N}_i / \|\overline{N}_i\|$. Здесь и далее нормы векторов евклидовы. В этом векторе выделим три компоненты, соответствующие его проекции на оси координат системы ENU $N_i = (N_i^x, N_i^y, N_i^z)$. Пусть контрольные точки нового пути задаются через переменные $d_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ так, что d_i соответствует расстоянию между контрольной точкой нового пути и точкой $r^{(i)}(0)$. Зафиксируем также значения $d_0 = d_{n+1} = \overline{d}$, которые позволяют определить смещение для дополнения сплайновой траектории.

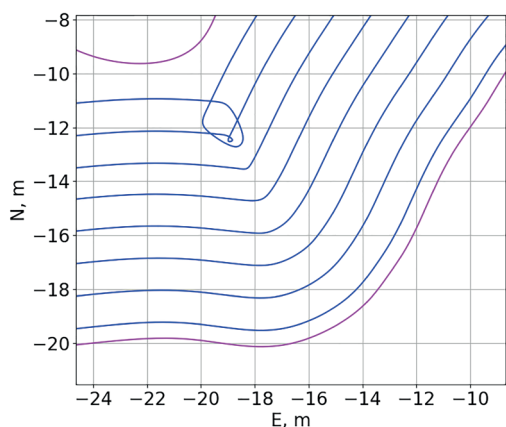


Рис. 4. Иллюстрация возникновения особенностей типа «ласточкин хвост» в процессе построения покрытия поля путями

Предположим, что в окрестности диаметром \overline{d} поверхность можно приблизить некоторой наклонной плоскостью. Тогда $d_i N_i$ – вектор, соединяющий точку $r^{(i)}(0)$ с контрольной точкой нового сплайна. Длина этого вектора не должна превосходить \overline{d} : $\|d_i N_i\| \leq \overline{d}$. В силу того что вектор N_i имеет единичную длину, это условие имеет более простой вид $d_i \leq \overline{d}$.

Если положить $d_i = \overline{d}$, то в определенных случаях может проявиться эффект вида «ласточкин хвост» [11, 12], который продемонстрирован на рис. 4. Для начального пути, кривизна которого достаточно большая в некоторых точках, соседний путь может самопересекаться. Помимо этого эффекта, условие (1) для нового пути может нарушиться.

В таком случае путь будет нереализуем машиной с механизмом Аккермана в рулевом управлении. Чтобы избежать указанных эффектов, в данной работе предлагается допускать ограниченное по ширине перекрытие соседних дорожек, что допустимо, например, для задачи автономной стрижки газона. Предположим, что допустимое перекрытие составляет $\eta\%$ от ширины дорожки. Определим параметр γ так, что $\gamma = 1 - \eta/100$. Тогда условие на переменные d_i , $i = 1, 2, \dots, n$ имеет вид

$$\gamma \overline{d} < d_i \leq \overline{d}. \quad (4)$$

Будем строить покрывающие пути, нормальная кривизна которых по модулю (или по норме вектора) ограничена величиной u_{\max} . Если далее они будут реализовываться машиной с механизмом Аккермана, то в соответствии с условием (1) $u_{\max} = \text{tg}(\alpha_{\max})/L$. Для машины с дифференциальным приводом u_{\max} не должно превышать величины $1/\overline{d}$, что является необходимым условием, чтобы избежать эффекта «ласточкин хвост». Вектор кривизны $k^{(i)}(t)$ трехмерной траектории $r^{(i)}(t)$ будет определяться как

$$k^{(i)}(t) = \frac{[r^{(i)''}(t) \times r^{(i)'}(t)]}{\|r^{(i)'}(t)\|^3}, \quad (5)$$

где $[r^{(i)''}(t) \times r^{(i)'}(t)]$ означает векторное произведение $r^{(i)''}(t)$ и $r^{(i)'}(t)$. Норма вектора кривизны трехмерной траектории $r^{(i)}(t)$ может быть определена по формуле

$$\|k^{(i)}(t)\| = \frac{\|r^{(i)''}(t)\| \sin \varphi(t)}{\|r^{(i)'}(t)\|^2}, \quad (6)$$

где $\varphi(t)$ – острый (или прямой) угол между векторами $r^{(i)''}(t)$ и $r^{(i)'}(t)$.

Для плоского поля ограничение на кривизну имеет вид $\|k^{(i)}(t)\| \leq u_{\max}$ для всех $t \in [0; 1]$, $i = 1, 2, \dots, n$. При этом можно показать, что для элементарного кубическо-го В-сплайна $r^{(i)}(t)$ максимальное значение $\|r^{(i)''}(t)\|$ достигается при $t = 0$ или $t = 1$. Доказательство этого факта следует из того, что $\|r^{(i)''}(t)\|^2$ как функция от параметра сплайна t представляет собой либо отрезок, либо сегмент параболы с ветвями вверх. Длина вектора первой производной отражает соответствие между малыми изменениями длины траектории и соответствующими изменениями параметра сплайна, и для элементарного сплайна она является примерно постоянной величиной. При равномерном распределении контрольных точек $\varphi(0) = \pi/2$. Перечисленные утверждения позволяют для практических реализаций учитывать лишь ограничение на кривизну в точках стыковки элементарных сплайнов, а значит ограничиться условием

$$\|u^{(i)}(0)\| \leq u_{\max}, \quad (7)$$

где $u^{(i)}(0)$ – нормальная кривизна сплайновой кривой в точке начала элементарного сплайна с индексом i , в случае плоского поля совпадающая с $k^{(i)}(0)$. Используя формулу (2) для сплайна, чье построение осуществляется, получаем:

$$r^{(i)'}(0) = -0,5r_{i-1} + 0,5r_{i+1}, \quad (8)$$

$$r^{(i)''}(0) = (r_{i-1} - r_i) + (r_{i+1} - r_i). \quad (9)$$

В случае эквидистантного набора контрольных точек сплайна, когда $D_s = \|r_i - r_{i-1}\| = \|r_{i+1} - r_i\|$, векторы $2r^{(i)'}(0)$ и $r^{(i)''}(0)$ являются диагоналями ромба (рис. 5), в трех вершинах которого находятся контрольные точки r_{i-1} , r_i и r_{i+1} . Длина стороны этого ромба равна D_s . Используя неравенство треугольника, получаем, что $\|r_{i+1} - r_{i-1}\| \leq 2D_s$, а значит,

$$\|r^{(i)'}(0)\|^2 \leq D_s^2. \quad (10)$$

Из (7) и (10) следует, что

$$\|r^{(i)''}(0)\| \leq u_{\max} D_s^2. \quad (11)$$

Условие (11) является необходимым, для того чтобы условие (7) выполнялось. Достаточное условие для выполнения (7) можно получить следующим образом. Введем новые переменные $q_i = \bar{d} - d_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. В силу (4) для новых переменных выполняется двухстороннее условие

$$0 \leq q_i \leq \bar{d} \frac{\eta}{100}. \quad (12)$$

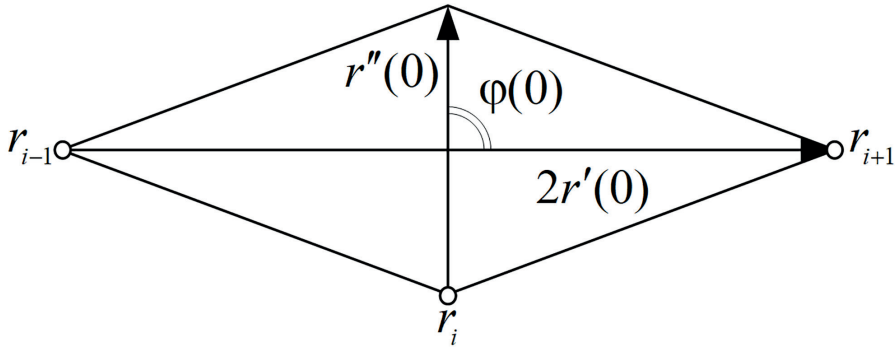


Рис. 5. Расположение векторов $r^{(i)'}(0)$ и $r^{(i)''}(0)$ в случае эквидистантного набора контрольных точек сплайновой траектории

Это означает, что значения q_i малы по сравнению с шириной дорожки \bar{d} . Через новые переменные для длины вектора первой производной можем записать:

$$\|r^{(i)'}(0)\|^2 - \hat{l}_i = \frac{1}{4} \left((N_{i-1}^x q_{i-1} - N_{i+1}^x q_{i+1})^2 + (N_{i-1}^y q_{i-1} - N_{i+1}^y q_{i+1})^2 \right), \quad (13)$$

$$4\hat{l}_i = (x_{i+1} + N_{i+1}^x - x_{i-1} - N_{i-1}^x)^2 + 2(x_{i+1} + N_{i+1}^x - x_{i-1} - N_{i-1}^x)(N_{i-1}^x q_{i-1} - N_{i+1}^x q_{i+1}) + (y_{i+1} + N_{i+1}^y - y_{i-1} - N_{i-1}^y)^2 + 2(y_{i+1} + N_{i+1}^y - y_{i-1} - N_{i-1}^y)(N_{i-1}^y q_{i-1} - N_{i+1}^y q_{i+1}), \quad (14)$$

где \hat{l}_i – нижняя оценка квадрата нормы вектора первой производной $r^{(i)'}(0)$, в которой отбрасываются слагаемые, квадратично зависящие от q_{i-1} и q_{i+1} . Как видно из формулы (14), эта оценка линейно зависит от переменных q_{i-1} и q_{i+1} , а значит, и от d_{i-1} и d_{i+1} . Условие

$$\|r^{(i)''}(0)\| \leq u_{\max} \hat{l}_i \quad (15)$$

является достаточным для выполнения (7).

В случае трехмерного поля вектор кривизны трехмерной траектории не соответствует тому, на который должен быть ограничен в соответствии с условием (1). Например, трехмерная траектория движения без поворота колес в гору, рельеф которой в разрезе представляет собой сегмент окружности, будет иметь ненулевую кривизну. Нужно учитывать нормальную кривизну кривой, которая соответствует векторной проекции кривизны трехмерной кривой на направление нормали к поверхности. Если предположить, что в окрестности радиусом $\max(D_s, \bar{d})$ поверхность можно аппроксимировать наклонной плоскостью, то значения $\|u^{(i)}(0)\|$ оцениваются модулем вектора кривизны сплайна, который формируется при проецировании четверки контрольных точек трехмерной кривой на эту наклонную плоскость. Пусть r'_i – вектор касательной единичной длины для точки исходной кривой, по которой строится первая контроль-

ная точка новой кривой. Запись $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначает скалярное произведение двух векторов. Введем двумерную систему координат, оси которой сонаправлены с векторами r'_i и N_i . В новой системе координат можно записать следующие условия:

$$\left\| \begin{array}{l} \tilde{x}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^x d_{i-1} + \tilde{x}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^x d_{i+1} \\ \tilde{y}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^y d_{i-1} - 2d_i + \tilde{y}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^y d_{i+1} \end{array} \right\| \leq u_{\max} D_s^2, \quad (16)$$

$$\left\| \begin{array}{l} \tilde{x}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^x d_{i-1} + \tilde{x}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^x d_{i+1} \\ \tilde{y}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^y d_{i-1} - 2d_i + \tilde{y}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^y d_{i+1} \end{array} \right\| \leq u_{\max} \tilde{l}_i, \quad (17)$$

$$4\tilde{l}_i = (\tilde{x}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^x - \tilde{x}_{i-1} - \tilde{N}_{i-1}^x)^2 + 2(\tilde{x}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^x - \tilde{x}_{i-1} - \tilde{N}_{i-1}^x)(\tilde{N}_{i-1}^x q_{i-1} - \tilde{N}_{i+1}^x q_{i+1}) + \\ + (\tilde{y}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^y - \tilde{y}_{i-1} - \tilde{N}_{i-1}^y)^2 + 2(\tilde{y}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^y - \tilde{y}_{i-1} - \tilde{N}_{i-1}^y)(\tilde{N}_{i-1}^y q_{i-1} - \tilde{N}_{i+1}^y q_{i+1}), \quad (18)$$

где для каждого отдельно взятого i константы $(\tilde{x}_{i-1}, \tilde{y}_{i-1})$, $(\tilde{x}_{i+1}, \tilde{y}_{i+1})$, $(\tilde{N}_{i-1}^x, \tilde{N}_{i-1}^y)$ и $(\tilde{N}_{i+1}^x, \tilde{N}_{i+1}^y)$ являются координатами (проекциями) соседних проектируемых точек исходной кривой r_{i-1} , r_{i+1} и векторов нормалей N_{i-1} , N_{i+1} в новой системе координат. Они могут быть определены по следующим формулам:

$$(\tilde{x}_{i-1}, \tilde{y}_{i-1}) = (\langle r_{i-1} - r_i, r'_i \rangle, \langle r_{i-1} - r_i, N_i \rangle), \quad (19)$$

$$(\tilde{x}_{i+1}, \tilde{y}_{i+1}) = (\langle r_{i+1} - r_i, r'_i \rangle, \langle r_{i+1} - r_i, N_i \rangle), \quad (20)$$

$$(\tilde{N}_{i-1}^x, \tilde{N}_{i-1}^y) = (\langle N_{i-1} - r_i, r'_i \rangle, \langle N_{i-1} - r_i, N_i \rangle), \quad (21)$$

$$(\tilde{N}_{i+1}^x, \tilde{N}_{i+1}^y) = (\langle N_{i+1} - r_i, r'_i \rangle, \langle N_{i+1} - r_i, N_i \rangle). \quad (22)$$

Отметим, что в формулах (19)–(22) индексы $i-1$ и $i+1$ относятся к предыдущей или следующей точке пути, при этом результаты вычислений по (19)–(22) могут использоваться в условиях (16) и (17) лишь для точки i , но не для последующих точек тех же проекций, поскольку у каждой такой точки своя наклонная плоскость. Условие (16) является необходимым для (7) (обобщение (11) для трехмерного случая). Точно так же (17) является достаточным для (7) (аналог (15) в трехмерном случае).

Новые соседние пути, которые бы удовлетворяли ограничениям на кривизну (7), могут быть получены путем решения следующей оптимизационной задачи:

$$\min_{u, d_1, \dots, d_n} \beta \|u\| - \sum_{i=1}^n d_i, \quad (23)$$

где $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ при ограничениях (4), (17) и

$$\left\| \begin{array}{l} \tilde{x}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^x d_{i-1} + \tilde{x}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^x d_{i+1} \\ \tilde{y}_{i-1} + \tilde{N}_{i-1}^y d_{i-1} - 2d_i + \tilde{y}_{i+1} + \tilde{N}_{i+1}^y d_{i+1} \end{array} \right\| \leq u_i D_s^2. \quad (24)$$

Данная оптимизационная задача принадлежит к классу задач конического программирования второго порядка – SOCP (от англ. Second Order Cone Programming) [13].

Задачи класса SOCP являются выпуклыми и допускают эффективные методы решения. Алгоритмы решения таких задач предлагаются, например, в работах [14, 15]. Параметр β в данной задаче имеет размерность квадрата длины и отвечает за компромисс между эффектом выпрямления траекторий и перекрытием соседних дорожек. После того как путь получен, он также подвергается повторной дискретизации и расширяется до границы поля. Новый путь строится относительно него. Процедура построения пути останавливается, когда покрывается все поле, затем осуществляется обрезка путей на границе поля.

Заметим, что задача SOCP может быть несовместна. В силу специфики задачи алгоритмы ее решения могут сразу выявить, что она не имеет решения при введенных ограничениях. Несовместность решения означает, что построение следующего пути при заданном параметре η невозможно. При этом очевидно, что при $\eta = 100$ задача будет совместной. Допустив больший процент наложения соседних дорожек по ширине (увеличивая η), мы можем перейти к совместной задаче. Вместе с тем, чтобы реализовать покрытие без нарушения условия (4) при исходном η , необходимо либо выбрать параметр спрямления β больше исходного, либо заменить начальную кривую и выполнить построение снова.

Пример построения покрытия поля путями с использованием криволинейного начального пути в виде сегмента границы поля приведен на рис. 6: слева – для плоского поля, а справа – для неровного трехмерного поля. В обоих случаях разрешилось перекрытие соседних дорожек $\eta = 17\%$, $\bar{d} = 1$ м, $\beta = 100/u_{\max}$. При этом наблюдается эффект спрямления путей, за счет которого условие (7) оказывается выполненным при криволинейной начальной траектории, даже если построение путей осуществляется внутри ее изгиба.

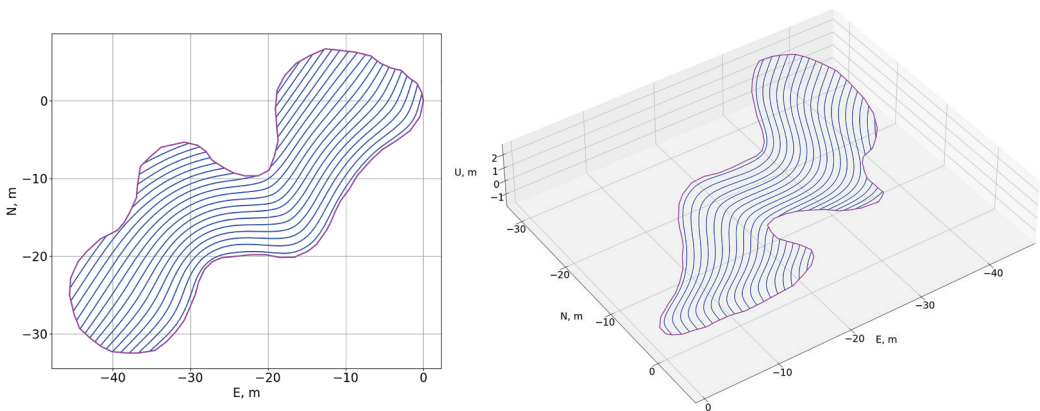


Рис. 6. Результаты построения покрытия плоского и трехмерного полей по криволинейному начальному пути

II. Задача маршрутизации сельскохозяйственных роботов

После построения покрытия необходимо проложить маршрут для сельскохозяйственных роботов, который позволит реализовать все спланированные пути. В общем случае это сводится к задаче построения маршрута и расписания движения по нему.

Предположим, что на одном поле одновременно начинают функционировать m роботов. На поле расположено N непрерывающихся дорожек (каждая из которых выходит на границу поля два раза). Требуется произвести обработку всех рядов за кратчайшее время, причем прерывать обработку ряда нельзя.

На первом этапе необходимо определить, как будут производиться переходы между рядами. Та или иная схема маневра выбирается с учетом времени его осуществления, наличия места для разворота, одновременного расположения соседних сельскохозяйственных машин и других факторов. Если машина оборудована дифференциальным приводом, то разворот может быть выполнен, например, на месте. Если машина оснащена механизмом Аккермана в рулевом управлении, то нормальная кривизна траектории разворота ограничена условием (1).

Сначала рассмотрим случай движения по плоскому полю. Заметим, что переход с одного ряда на другой – это перевод машины из граничной точки одного ряда в граничную точку другого ряда при заданной ориентации в начале и в конце пути. В работе Л.Э. Дубинса [16] показано, что при ограничении на кривизну кратчайшая по длине траектория, позволяющая осуществить такой маневр, состоит из трех элементарных траекторий, представляющих собой сегменты прямых и окружностей. При этом такие траектории можно описать набором из шести групп символов Дубинса « lrl », « sls », « lsr », « rlr », « rsr », « rsl », где « l » означает движение с колесами, максимально вывернутыми влево, « r » – с колесами, максимально вывернутыми вправо, « s » – по прямой. Таким образом, для выбора оптимального разворота можно рассчитать все шесть реализуемых траекторий и выбрать из них минимальную. При этом для определенных случаев некоторые из этих шести траекторий могут быть заведомо неоптимальными, и их можно не рассматривать.

Вопрос о выборе оптимальной траектории на основе групп символов Дубинса подробно анализируется в работе [17]. В [18] рассматривается возможность использования этих групп символов для построения траектории при движении задним ходом. В [19] описываются случаи разворота при ограничениях на геометрию области разворота, причем в отличие от описания разворотов группами символов Дубинса, где кривизна изменяется скачкообразно, осуществляется построение траекторий с непрерывно изменяющейся кривизмой, что позволяет учесть динамику приводов при повороте колес. В случае движения по трехмерному полю предположим, что развороты могут быть описаны плоскими кривыми, а значит, для практических применений можно воспользоваться проецированием траекторий Дубинса на некоторую поверхность.

После того как длины траекторий всех переходов на соседние ряды определены, можно приступать к построению траекторий обхода путей. Приведем математическую постановку задачи маршрутизации. Обозначим точки в начале каждого пути и точку депо (точка 0). Под точкой депо здесь и далее будем понимать начальное положение машин на поле. Точка депо может быть фиктивной (если не учитывать время выхода на начало пути), в таком случае время движения от нее до любой точки на поле равно нулю. Как будет показано далее, она нужна для разделения маршрутов разных машин. Переход из граничной точки i в граничную точку j обозначим как $i \rightarrow j$. Граничные точки N рядов пронумеруем в таком порядке, чтобы переходы $i \rightarrow j + N$ для $i = 1, \dots, N$ соответствовали проколу i -го ряда в направлении сплайновой траектории, полученной на этапе построения покрытия. Определим квадратную матрицу размера $2N + 1$,

состоящую из бинарных переменных $x_{ij} \in \{0, 1\}$, $i, j = 0, 1, 2, \dots, 2N$. Диагональные элементы матрицы зафиксируем равными нулю $x_{ij} \equiv 0$, $i = 0, 1, 2, \dots, 2N$. Для каждого внедиагонального элемента определим: $x_{ij} = 1$ означает, что переход $i \rightarrow j$ был реализован одной из машин, а $x_{ij} = 0$ – что перехода $i \rightarrow j$ ни одна из машин не осуществляла. Введем вспомогательные переменные τ_i , $i = 0, 1, \dots, 2N, 2N + 1$, которые для $1 \leq i \leq 2N$ обозначают время прибытия в точку i машины, $\tau_0 = 0$ – время начала работ на поле, τ_{2N+1} – время окончания работ на поле всеми роботами. Считаем, что роботы начинают функционировать одновременно. Через параметры t_{ij} зададим время перемещения из точки i в точку j по прямому пути. Это квадратная матрица размерности $2N + 1$ без диагональных элементов. Для задачи без возврата в точку депо определим $t_{i0} = 0$ для любой точки i . Рассмотрим задачу минимизации

$$\min \tau_{2N+1} \quad (25)$$

при ограничениях: $x_{ij} \in \{0, 1\}$ для $i, j = 0, \dots, 2N$; $x_{ij} \equiv 0$ для $i = 0, 1, 2, \dots, 2N$; $\tau_0 = 0$;

$$x_{i(i+N)} + x_{(i+N)i} = 1, \quad i = 1, \dots, N; \quad (26)$$

$$x_{ij} = x_{ji} = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad j \in \{N + 1, \dots, 2N\} / \{i + N\}; \quad (27)$$

$$\sum_{i \in \{0, \dots, 2N\} / \{j\}} x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, 2N; \quad (28)$$

$$\sum_{j \in \{0, \dots, 2N\} / \{i\}} x_{ij} = \sum_{j \in \{0, \dots, 2N\} / \{i\}} x_{ji}, \quad i = 0, \dots, 2N; \quad (29)$$

$$\sum_{j \in \{1, \dots, 2N\}} x_{0j} \leq m; \quad (30)$$

$$\tau_j \geq \tau_i + t_{ij}x_{ij} - T_{\max}(1 - x_{ij}), \quad i = 0, 1, \dots, 2N, \quad j = 1, \dots, 2N + 1, \quad j \neq i; \quad (31)$$

$$\tau_{2N+1} \leq T_{\max}. \quad (32)$$

В данной задаче критерий оптимизации (25) минимизирует время прибытия в последнюю точку пути последней машины. Ограничение (26) гарантирует, что каждый из рядов будет обработан (по одному из двух направлений движения). Условие (28) означает, что каждую границу ряда можно пересечь один раз. Равенство (29) задает условие сохранения потока: число входящих и выходящих машин для каждой точки поля должно совпадать. Неравенство (30) ограничивает число машин, работающих на поле, параметром m . Условие (31) позволяет гарантировать отсутствие траекторий в виде циклов, не содержащих точки депо. Оно реализуется только в случае перехода $i \rightarrow j$. По неравенству (32) время окончания всех работ ограничено величиной T_{\max} .

Рассмотренная задача оптимизации относится к классу задач целочисленного линейного программирования. Она обладает высокой вычислительной сложностью: уже для небольшого числа дорожек получить ее решение за приемлемое время нельзя. При этом она является частным случаем задачи VRP (Vehicle Routing Problem), для которой существуют эвристические алгоритмы решения, в частности основан-

ные на методе имитации отжига (SA, англ. Simulated Annealing). Примеры применения метода SA к задачам маршрутизации сельскохозяйственной техники можно найти в работах [20] и [21].

На рис. 7 показаны результаты применения алгоритма SA к построению маршрута для обхода покрывающих рядов, приведенных на рис. 2 (неоптимальный случай при прямолинейном начальном пути) и рис. 6 (криволинейный начальный путь), для двух роботов на одном поле. На рис. 7, а длины маршрутов с учетом маневров перехода с полосы на полосу составляют 677,6 и 677 м, на рис. 7, б – 550,2 и 548,6 м.

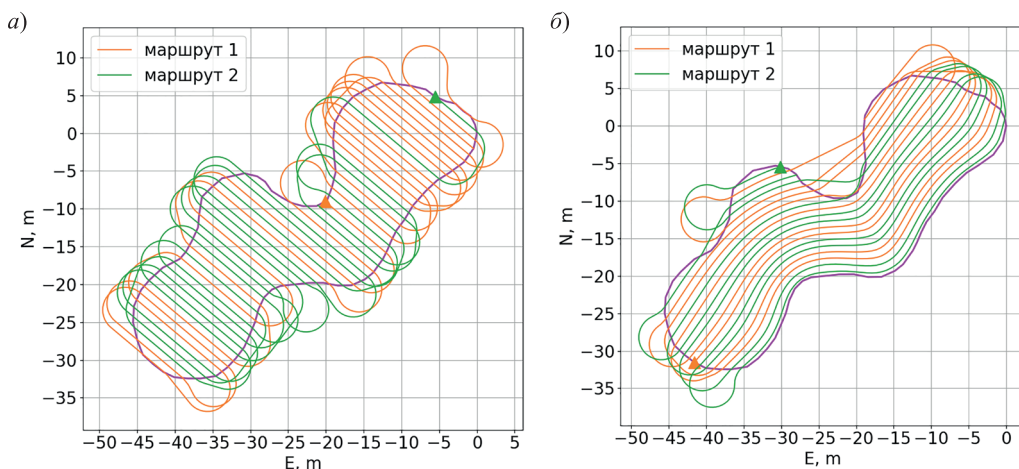


Рис. 7. Результаты применения алгоритма маршрутизации на основе SA для двух сельскохозяйственных роботов на одном поле

III. Задача путевой стабилизации

После того как пути построены, необходимо решить задачу следования по криволинейным путям с высокой точностью, часто – сантиметровой. Для синтеза закона управления требуется описать кинематическую схему робота в виде системы дифференциальных уравнений и сформулировать цель управления в виде алгебраического соотношения. Так, целью управления может быть равенство нулю бокового и углового отклонений от нужного пути. Удобно использовать какой-нибудь из известных методов синтеза управления нелинейными системами, например линеаризацию обратной связью [22]. При этом для формального синтеза контроллера подойдут методы компьютерной алгебры. Ниже описывается применение этого метода к колесному роботу, оснащённому механизмом Аккермана для руления передними колесами.

Итак, пусть $X \in \mathbb{R}^3$ – это позиция целевой точки в WGS-84 (World Geodetic System 1984), C – матрица поворота из связанной с роботом системы координат (body frame – BF) в WGS-84. Начало связанной системы координат лежит в рабочей точке. Первая ось BF направлена по центральной линии платформы вперед, вторая лежит в плоскости платформы и направлена вправо ортогонально первой. Третья ось направлена вниз ортогонально первым двум, дополняя их до правой тройки, как показано на рис. 8. Векторы считаются столбцами, и символ T далее обозначает транспонирование. Пусть рабочая точка находится в середине задней оси робота. Вектор скорости

рабочей точки в BF и WGS-84 имеет вид (если индекс опущен, то вектор относится к WGS-84):

$$V_{BF} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad V = CV_{BF}, \quad (33)$$

где v – это абсолютная величина линейной скорости рабочей точки. Для простоты считаем v константой. Пусть $e = (1, 0, 0)^T$. Тогда уравнения движения имеют следующий вид:

$$\dot{X} = vCe, \quad \dot{C} = C\Omega, \quad (34)$$

где

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}, \quad (35)$$

ω – вектор угловой скорости, измеренный гироскопом, который закреплен на платформе, выраженный в BF. Третья компонента ω_3 также выражается через линейную скорость и мгновенную кривизну траектории, описываемой рабочей точкой в плоскости, касательной к поверхности поля и совпадающей с плоскостью платформы:

$$\omega_3 = vu, \quad u = \frac{\text{tg}\alpha}{L}. \quad (36)$$

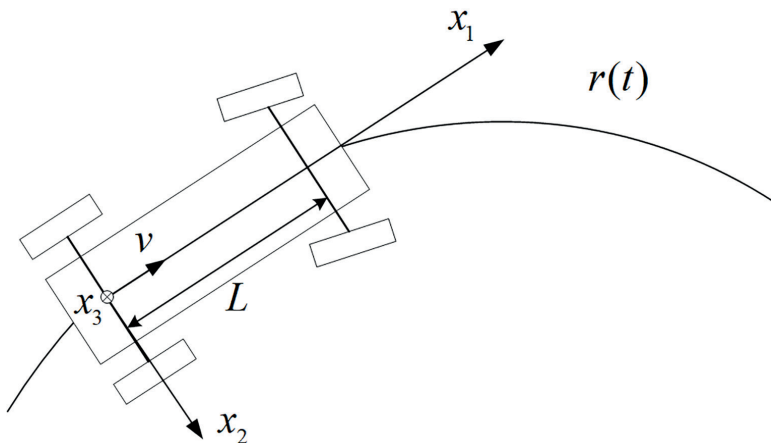


Рис. 8. Система координат, связанная с роботом (BF), следующим по траектории $r(t)$. Первая, вторая и третья координатные оси обозначены как x_1 , x_2 и x_3

Поверхность, по которой едет машина, заранее неизвестна. Для простоты изложения будем считать, что машина едет по ней без проскальзывания. То есть все четыре колеса касаются плоскости одновременно и катятся без скольжения, что позволяет записать уравнения движения в виде (34). Эта идеализированная ситуация имеет отношение к действительности только в том случае, когда линейные разме-

ры машины пренебрежимо малы по сравнению с величиной, обратной максимальной кривизне поверхности. Предположим, что путь (траектория, определенная на этапе маршрутизации роботов) имеет вид $p(s)$, где s – это путьевой параметр. Функция $p(s)$ считается дважды непрерывно дифференцируемой, что выполняется для однородного кубического В-сплайна. Путьевой параметр может быть безразмерным или иметь размерность длины пути. Расстояние от точки X до пути $p(s)$ определено выражением

$$\|\Delta\|, \quad \Delta = X - p(s^*), \quad (37)$$

где $p(s^*)$ – ближайшая к X точка пути, $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора. Считаем, что величина s^* определена однозначно, т.е. минимум $\|X - p(s)\|$ по s достигается в единственной точке. Обозначим

$$p'(s) = \frac{d}{ds} p(s), \quad p''(s) = \frac{d^2}{ds^2} p(s).$$

Тогда величина s^* определяется решением уравнения

$$\Delta^T p'(s) = (X - p(s))^T p'(s) = 0. \quad (38)$$

Дифференцирование последнего выражения по времени дает

$$\dot{X}^T p' + X^T p'' \dot{s} - \|p'\|^2 \dot{s} - p^T p'' \dot{s} = 0,$$

откуда с учетом (34) получаем

$$\dot{s}^* = \frac{ve^T C^T p'}{\|p'\|^2 - \Delta^T p''}. \quad (39)$$

Напомним, что все операции дифференцирования, решения уравнений и упрощения выражений можно делать с помощью средств компьютерной алгебры. Выражение (39) вычисляется в точке s^* , символ зависимости от s опущен.

Обозначим $\delta = \|\Delta\| = \sqrt{\Delta^T \Delta}$. Синтезируем управление методом линеаризации обратной связью для обеспечения экспоненциального убывания с требуемой скоростью $e^{-\lambda t}$ нормы бокового отклонения δ рабочей точки X от заданного пути. Для этого вычислим $\dot{\delta}$ и $\ddot{\delta}$ (относительная степень системы (34), (35) равна 2). Имеем

$$\dot{\delta} = \frac{\Delta^T \dot{\Delta}}{\delta} = \frac{\Delta^T (vCe - p'\dot{s})}{\delta}.$$

С учетом (38) выполняется $\Delta^T p' = 0$ и, окончательно,

$$\dot{\delta} = \frac{v\Delta^T Ce}{\delta}. \quad (40)$$

Далее с учетом уравнений (34), (35), (40) получаем:

$$\ddot{\delta} = \frac{v\dot{\Delta}^T Ce + v\Delta^T C\Omega e}{\delta} - \frac{v\Delta^T Ce}{\delta^2} \dot{\delta} = \frac{v(ve^T C^T - \dot{s}p'^T)Ce + v\Delta^T C\Omega e}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta}. \quad (41)$$

Заметим, что $C^T \Delta$ – это боковое отклонение Δ , выраженное в ВФ. При этом третья компонента этого вектора равна 0, поскольку вектор Δ лежит в плоскости, касательной к поверхности:

$$C^T \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{BF,1} \\ \Delta_{BF,2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

С учетом последнего выражения и (35) перепишем (41) в виде

$$\ddot{\delta} = \frac{v^2 - v\dot{s}p^{iT}Ce + v^2u(\Delta_{BF,2})}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta}. \quad (43)$$

Выражение (40) с учетом (42) примет вид:

$$\dot{\delta} = \frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta}. \quad (44)$$

Следуя схеме метода линеаризации обратной связью, запишем желаемое дифференциальное уравнение, обеспечивающее экспоненциальное убывание величины δ :

$$\ddot{\delta} + 2\lambda\dot{\delta} + \lambda^2\delta = 0. \quad (45)$$

Подстановка выражений (43) и (44) дает алгебраическое уравнение

$$\frac{v^2 - v\dot{s}p^{iT}Ce + v^2u(\Delta_{BF,2})}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta} + 2\lambda\frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta} + \lambda^2\delta = 0, \quad (46)$$

которое решается относительно u :

$$u^* = \frac{-\lambda^2\delta^2 - 2v\lambda\Delta_{BF,1} - v^2 + v\dot{s}p^{iT}Ce + \left(\frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta}\right)^2}{v^2\Delta_{BF,2}}. \quad (47)$$

В силу (1) управление u ограничено величиной \bar{u} . Определим операцию насыщения выражением

$$\text{sat}_{\bar{u}}(u) = \begin{cases} \bar{u} & \text{for } u > \bar{u}, \\ u & \text{for } |u| < \bar{u}, \\ -\bar{u} & \text{for } u < -\bar{u}. \end{cases} \quad (48)$$

Окончательно определим управление, удовлетворяющее ограничению (1):

$$u = \text{sat}_{\bar{u}}(u^*). \quad (49)$$

Мы показали, как формально может быть выведено выражение для контроллера на основе модели движения робота (34) и поставленной цели управления. Стоит отметить, что требуемая в законе управления кривизна обеспечивается рулевым меха-

низмом колесного робота. При низкой скорости, которая характерна для сельскохозяйственных роботов, переходные процессы, обусловленные динамикой приводов, незначительно влияют на движение робота. Управление (47) обеспечивает экспоненциальное убывание величины δ , однако дополнительное ограничение (49) может разрушить это свойство. В следующем разделе мы исследуем этот вопрос.

IV. Автономность, безопасность, гарантированное поведение и оценка области притяжения

Рассмотрим построение областей притяжения, обеспечивающих безопасное поведение автономного робота. В процессе движения состояние робота гарантированно принадлежит этим областям, удовлетворяющим наперед заданным геометрическим ограничениям. Подробно это рассмотрено в работе [23]. Роботы, используемые для сельскохозяйственных нужд, контактируют с обитаемой средой, неожиданно появившимися препятствиями и могут нанести ущерб из-за неисправности оборудования или проблем с программным обеспечением. Таким образом, повышая производительность, эти роботы становятся источником потенциальной опасности при неправильной работе.

Один из подходов, повышающих уровень безопасности и предсказуемости поведения робота, состоит в оценке инвариантной области, которой принадлежит фазовая траектория робота, в фазовом пространстве. Если движение начато внутри области, то там же и будет продолжено, поскольку она инвариантна. Инвариантная область является одновременно областью притяжения состояния равновесия, соответствующего рабочему режиму. В случае уравнений движения, описанных в предыдущем разделе, рабочий режим отвечает состоянию равновесия $\delta = 0$, $\dot{\delta} = 0$ системы дифференциальных уравнений (45). Наличие ограничений на управление, т.е. замена управления (47) на (49), приводит к тому, что траектории системы (34), (35), замкнутой управлением (49), перестают удовлетворять линейному дифференциальному уравнению (45). Замкнутая система становится нелинейной в силу нелинейности соотношения (49).

При стандартном подходе к построению таких оценок областей притяжения нелинейных динамических систем используются функции Ляпунова $V(z)$ из определенных параметрических классов. Здесь z – вектор фазового пространства, полученный после некоторой замены переменных. Примеры замены переменных в задачах стабилизации колесных роботов описаны в работах [24–26]. С помощью функции Ляпунова оценка области притяжения строится как

$$\Omega(\alpha) = \{z : V(z) \leq \alpha\} \quad (50)$$

при условии, что производная по времени в силу динамики системы отрицательна: $\dot{V} < 0$ [22]. Константа α управляет размером области притяжения. Чем больше константа, тем шире область. Таким образом, с помощью набора констант $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots$ генерируется набор областей притяжения $\Omega(\alpha_1) \subset \Omega(\alpha_2) \subset \Omega(\alpha_3) \subset \dots$, каждая из которых инвариантна и гарантирует притяжение к положению равновесия $z = 0$, отвечающему движению вдоль пути с нулевым боковым и угловым отклонениями. Самая

широкая область соответствует максимально возможной постоянной α . Каждому постоянному значению можно присвоить свой цвет индикации на дисплее в центре мониторинга. Самая широкая область определена таким образом, что внутри нее не нарушаются геометрические ограничения. В качестве одного из ограничений можно взять максимально возможное отклонение от пути, в качестве другого – тангенс угла между осью машины и касательной к пути в точке $p(s^*)$. Если тангенс угла конечен в начале движения, то он таковым и останется на протяжении всего движения в силу ограниченности области $\Omega(\alpha)$, машина при этом не встанет перпендикулярно пути и не поедет в обратном направлении. Ограниченность области притяжения обеспечивается тем, что в качестве функции Ляпунова берется строго положительно определенная функция, например квадратичная форма с положительно определенной матрицей [25] или функция Лурье–Постникова [27]. Предложенная нами оценка строится в фазовом пространстве $(\delta; \dot{\delta})$.

V. Обнаружение и объезд препятствий

Обнаружение препятствий на пути робота осуществляется с помощью дополнительных сенсоров, таких как лидар и стереокамера, которые формируют данные о попавших в их поле зрения преградах в виде облака точек.

Можно считать, что каждая i -я точка облака имеет координаты Y_i в связанной системе координат (BF). После преобразования в WGS-84 имеем $\tilde{X}_i = CY_i$ (см. начало раздела III). Искусственный потенциал, порожденный одной точкой облака, может быть определен разными способами, например так:

$$\Pi_i(X) = \begin{cases} \left(r_{\min} - \|X - \tilde{X}_i\| \right)^2, & \|X - \tilde{X}_i\| \leq r_{\min}; \\ 0, & \|X - \tilde{X}_i\| > r_{\min}. \end{cases}$$

Тогда потенциал, сгенерированный всем облаком, определяется как сумма элементарных потенциалов по всем точкам облака:

$$\Pi(X) = \sum_i \Pi_i(X).$$

Здесь r_{\min} – это радиус круга чувствительности, за пределами которого наличие препятствий игнорируется, X – это текущие координаты целевой точки робота. На рис. 9 приведены пример облака точек, сформированного двумерным лидаром, и искусственный потенциал, порожденный этим облаком.

Для синтеза контроллера методом линеаризации обратной связью теперь используется не величина δ , определенная в разделе III, а

$$\tilde{\delta} = \delta + \beta \Pi(X), \quad (51)$$

где β – положительный масштабный коэффициент. Использование функции (51) для синтеза контроллера позволяет реализовать функцию объезда препятствий.

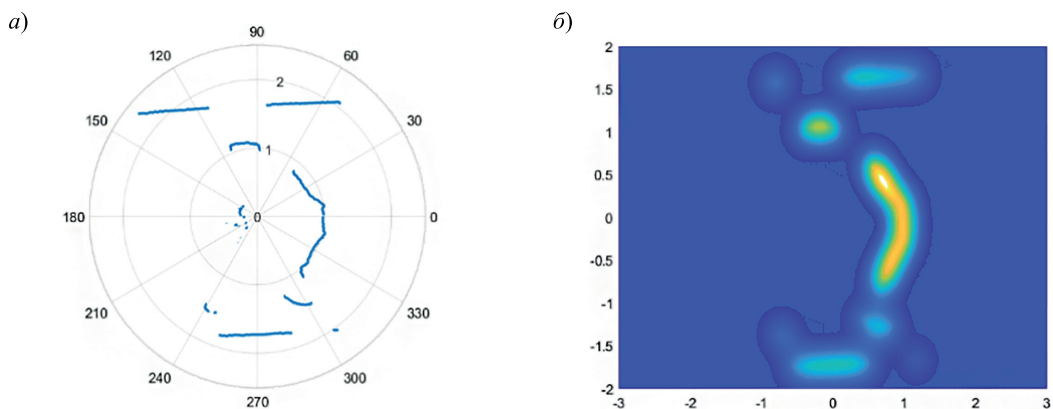


Рис. 9. Облако точек, полученное двумерным лидаром (а), и линии уровня порожденного им потенциала (б)

VI. Навигация, ориентация и навигационное оборудование

Для решения задач точной навигации и ориентации на крыше робота размещается одна, две или три ГНСС-антенны, соединенные со спутниковым навигационным приемником. При использовании трех антенн один из входов трехантенного приемника является многочастотным. В общем случае для достижения надежной работы в фазово-дифференциальном (RTK) режиме первый вход (который называют Master) должен принимать сигналы GPS (L1, L2, L5), ГЛОНАСС (L1, L2), Galileo (E1, E5a) и Beidou (B1, B3), т.е. быть многочастотным. В то же время достаточно, чтобы два других входа (их называют Slaves) были одночастотными, принимающими, например, сигналы GPS L1, ГЛОНАСС L1 и Beidou B1.

Кроме того, в состав навигационного оборудования включают бесплатформенную инерциальную навигационную систему (БИНС), измеряющую угловые скорости тела робота и линейные ускорения точки, в которой расположена БИНС.

Спутниковый приемник ГНСС решает задачу позиционирования фазового центра антенны Master и определения векторов Slave1 – Master и Slave2 – Master (b_1 и b_2 соответственно) в системе координат WGS-84. Считается, что представление этих векторов в координатах ВФ известно и равно b_1^0 и b_2^0 соответственно.

Стоит отметить, что использование БИНС не является обязательным, однако позволяет обеспечить более качественную оценку параметров движения. Интеграция измерений ГНСС и БИНС для получения сглаженной позиции целевой точки X и ориентации C делается с помощью расширенного фильтра Калмана, который в данной работе не описывается. Добавим только, что в модели измерений для решения задач ориентации используются соотношения

$$\begin{aligned} b_1 &= Cb_1^0, \\ b_2 &= Cb_2^0 \end{aligned}$$

в случае трех антенн и неголономное соотношение (33) в случае одной антенны. Алгоритм определения ориентации должен быть способен переключаться между одно-, двух- и трехантенным режимом, если потеряно фиксированное решение

при определении межантенных векторов b_1 и b_2 . Использование средств навигации, с помощью которых можно получить сантиметровую точность позиционирования, позволяет решать поставленные задачи управления.

Заключение

В работе рассмотрены задачи управления автономными колесными роботами при их применении в точном земледелии. Задача построения покрытия поля почти параллельными рядами рассмотрена применительно к прямолинейному и криволинейному начальным путям. Приведен метод учета ограничений на максимальную кривизну траектории при построении путей, который позволяет реализовать траектории машине с механизмом Аккермана в рулевом управлении и избежать эффекта «ласточкин хвост», приводящего к локальному самопересечению сдвинутого параллельного пути. Описаны задачи маршрутизации сельскохозяйственных роботов, для которых обычно за приемлемое время можно получить лишь приближенное решение. Рассмотрены также задача стабилизации движения колесного робота вдоль заданной траектории и вопросы оценки областей притяжения и объезда препятствий. Приведено описание навигационного оборудования, которым требуется оснастить сельскохозяйственные машины в точном земледелии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leick A., Rapoport L., Tatarnikov, D., *GPS Satellite Surveying*, Fourth Edition, 2015, 807 p.
2. Gilimyanov, R.F., Pesterev, A.V., Rapoport, L.B., Motion control for a wheeled robot following a curvilinear path, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, no.6(47), pp. 987–994, doi: 10.1134/S1064230708060129.
3. Jin, J., Tang, L., Coverage path planning on three-dimensional terrain for arable farming, *Journal of Field Robotics*, 2011, no. 3(28), pp. 424–440, doi: 10.1002/rob.20388.
4. Hameed, I.A., Intelligent coverage path planning for agricultural robots and autonomous machines on three-dimensional terrain, *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 2014, no. 3–4(74), pp. 965–983, doi: 10.1007/s10846-013-9834-6.
5. Oksanen, T., Visala, A., Coverage path planning algorithms for agricultural field machines, *Journal of Field Robotics*, 2009, no. 8(26), pp. 651–668, doi: 10.1002/rob.20300.
6. Hameed, I.A., La Cour-Harbo, A., Osen, O.L., Side-to-side 3D coverage path planning approach for agricultural robots to minimize skip/overlap areas between swaths, *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, no. 76, pp. 36–45, doi: 10.1016/j.robot.2015.11.009.
7. Atkar, P.N., Greenfield, A., Conner, D.C., Choset, H., Rizzi, A.A., Uniform Coverage of Automotive Surface Patches, *The International Journal of Robotics Research*, 2005, no. 11(24), pp. 883–898, doi: 10.1177/0278364905059058.
8. De Carvalho, R.N., Vidal, H.A., Vieira, P., Ribeiro, M.I., Complete coverage path planning and guidance for cleaning robots, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 1997, no. 2, pp. 677–682.
9. Cabreira, T., Brisolaro, L., Ferreira Jr., P.R., Survey on Coverage Path Planning with Unmanned Aerial Vehicles, *Drones*, 2019, no. 1(3), p. 4, doi: 10.3390/drones3010004.
10. Пестерев А.В., Гилимьянов Р.Ф. Планирование пути для колесного робота // Труды Института системного анализа Российской академии наук. 2006. №25. С. 205–212.
11. Rodrigues, R.T., Aguiar, A.P., Pascoal, A., A coverage planner for AUVs using B-splines, *2018 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicle Workshop (AUV)*, 2018, pp. 1–6, doi: 10.1109/AUV.2018.8729760.
12. Gálvez, A., Iglesias, A., Puig-Pey, J., Computing parallel curves on parametric surfaces, *Applied Mathematical Modelling*, 2014, no. 9–10(38), pp. 2398–2413, doi: 10.1016/j.apm.2013.10.042.

13. Lobo, M.S., Vandenberghe, L., Boyd, S., Lebret, H., Applications of second-order cone programming, *Linear Algebra and its Applications*, 1998, no. 1–3(284), pp. 193–228, doi: 10.1016/S0024-3795(98)10032-0.
14. O’Donoghue, B., Chu, E., Parikh, N., Boyd, S., Conic Optimization via Operator Splitting and Homogeneous Self-Dual Embedding, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2016, no. 3(169), pp. 1042–1068, doi: 10.1007/s10957-016-0892-3.
15. Domahidi, A., Chu, E., Boyd, S., ECOS: An SOCP solver for embedded systems, *2013 European Control Conference*, 2013, pp. 3071–3076, doi: 10.23919/ecc.2013.6669541.
16. Dubins, L.E., On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents, *American Journal of Mathematics*, 1957, no. 3(79), doi: 10.2307/2372560.
17. Souères, P., Boissonnat, J.-D., Optimal trajectories for nonholonomic mobile robots, *Robot Motion Planning and Control Springer-Verlag*, 2006, pp. 93–170.
18. Reeds, J.A., Shepp, L.A., Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards, *Pacific Journal of Mathematics*, 1990, no. 2(145), doi: 10.2140/pjm.1990.145.367.
19. Sabelhaus, D., Röben, F., Meyer zu Helligen, L.P., Schulze Lammers P. Using continuous-curvature paths to generate feasible headland turn manoeuvres, *Biosystems Engineering*, 2013, no. 4(116), pp. 399–409, doi: 10.1016/J.BIOSYSTEMSENG.2013.08.012.
20. Vahdanjoo, M., Zhou, K., Sørensen, C.A.G., Route Planning for Agricultural Machines with Multiple Depots: Manure Application Case Study, *Agronomy*, 2020, no. 10(10), p. 1608, doi: 10.3390/agronomy10101608.
21. Conesa-Muñoz, J., Bengochea-Guevara, J.M., Andujar, D., Ribeiro, A., Route planning for agricultural tasks: A general approach for fleets of autonomous vehicles in site-specific herbicide applications, *Computers and Electronics in Agriculture*, 2016 no.127, pp. 204–220, doi: 10.1016/j.compag.2016.06.012.
22. Халил Х.К. Нелинейные системы. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009. 812 с.
23. Generalov, A., Rapoport, L., Shavin, M., Attraction Domains in the Control Problem of a Wheeled Robot Following a Curvilinear Path over an Uneven Surface, *Optimization and Applications*, 2021, pp. 176–190.
24. Pesterev, A., Rapoport, L., Morozov, Y., Control of a wheeled robot following a curvilinear path, *6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference*, 2008, pp. 1–7.
25. Rapoport, L.B., Estimation of attraction domains in wheeled robot control, *Automation and Remote Control*, 2006, no.9(67), pp. 1416–1435, doi: 10.1134/S0005117906090062.
26. Thuilot, B., Cariou, C., Martinet, P., Berducot, M., Automatic guidance of a farm tractor relying on a single CP-DGPS, *Autonomous Robots*, 2002, no. 1(13), pp. 53–71, doi: 10.1023/A:1015678121948.
27. Rapoport, L., Generalov, A., Lurie Systems Stability Approach for Attraction Domain Estimation in the Wheeled Robot Control Problem, *Lecture Notes in Computer Science*, 2020 (12422 LNCS), pp. 224–238, doi: 10.1007/978-3-030-62867-3_17.

Tormagov, T.A. (Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia; Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow), Generalov, A.A. (Institute of Control Sciences, Moscow, Russia), Shavin, M.Yu. (Skolkovo Institute of Science and Technology), and Rapoport, L.B. (Moscow Institute of Physics and Technology; Institute of Control Sciences)

Motion Control of Autonomous Wheeled Robots in Precision Agriculture, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2022, vol. 30, no. 1 (116), pp. 39–60.

Abstract. Precision agriculture makes use of high-accuracy navigation, attitude determination, and obstacle detection methods to save resources and to obtain better results. The collected robot position and attitude, and obstacle location data can be effectively employed to

synthesize control algorithms for autonomous agricultural machines. These algorithms are applied for coverage path planning, route planning, motion stabilization along the specified paths, obstacle avoidance, and ensuring guaranteed behavior. These tasks are considered in the paper.

Key words: Global Navigation Satellite System (GNSS), strapdown inertial navigation system, path stabilization, attraction domain, artificial potential method, feedback linearization, collision avoidance, extended Kalman filter (EKF), coverage path planning, route planning for agricultural robots.

Материал поступил 17.11.2021