

Б. В. КЛИМОВИЧ

**ТОЧНАЯ КАЛИБРОВКА БИНС НА ГРУБЫХ СТЕНДАХ**

*Предложен метод калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), в котором удалось совместить преимущества подходов, основанных на применении фильтра Калмана, с одной стороны, и на оценках изменения кажущегося ускорения в плоскости горизонта до и после вращения поворотного стенда – с другой.*

*В отличие от известных методов калибровки БИНС, осуществляемой по изменению кажущегося ускорения в плоскости горизонта с модельной матрицей измерения при итерационных расчетах поправок к смещениям нулей, масштабным коэффициентам и углам рассогласования акселерометров и гироскопов, предложенный подход позволяет учитывать не заданные для поворотного стенда углы одноосного вращения и положения БИНС, а фактические вращения и положения с учетом предыдущих итераций.*

*Проведено сравнение на одних и тех же экспериментальных данных предлагаемого метода и метода с модельной матрицей измерений. Показано, что результирующая погрешность БИНС, откалиброванной с помощью предлагаемого метода, меньше погрешности, полученной методом с модельной матрицей измерений, а число необходимых итерационных уточнений меньше.*

*Предложенный метод позволяет проводить калибровку БИНС навигационного класса точности на грубых стендах, в том числе с учетом неточности вращения модуля чувствительных элементов БИНС в амортизаторах.*

**Ключевые слова:** калибровка, БИНС, поворотный стенд, инерциальный режим, навигационный класс точности.

**Введение**

Калибровка БИНС является частью технологического процесса их изготовления и предназначена для устранения несовершенств реальных чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров), таких как нелинейность, неортогональность установки, неточность их масштабных коэффициентов и т.п. [1, 2]. Для калибровки БИНС в диапазоне температур ее эксплуатации используют специальные поворотные стенды, как правило оснащенные температурной камерой.

Существующие в настоящее время методы калибровки БИНС можно условно разделить на три группы. К первой относятся методы, в которых неортогональность установки, смещения нулей и масштабные коэффициенты гироскопов и акселерометров находят путем усреднения их показаний при некотором наборе статических по-

---

**Климович** Борис Владимирович. Кандидат физико-математических наук, главный научный сотрудник НП ООО «ОКБ ТСП» (Республика Беларусь, г. Минск). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

ложений и вращений [1–5], в их числе скалярная [5] и векторная калибровки [4]. Их отличительной чертой является применение усредненных показаний гироскопов и акселерометров, при этом калибруемые параметры определяются на основе сравнения показаний датчиков с эталонными значениями: при векторной калибровке – определяемыми по показаниям датчиков угла стенда; при скалярной – по модулю измеряемого вектора. Инерциальный навигационный алгоритм БИНС при этом не используется.

Ко второй группе относятся методы, базирующиеся на применении чистого оценивания либо фильтра Калмана [6–14]. В них в качестве источника исходных данных для вычисления поправок к смещениям нулей, масштабным коэффициентам и углам рассогласования акселерометров и гироскопов выступают показания гироскопов, акселерометров либо линейная скорость в горизонтном базисе, вычисляемая навигационным алгоритмом БИНС (калибровка по навигационному решению [9, 10, 14]). Достоинствами этих методов являются простота реализации и слабая зависимость результатов калибровки от погрешности отработки поворотным стендом заданной скорости вращения и угловых положений до и после поворота. Это позволяет проводить калибровку на грубых стендах. Смещения нулей акселерометров, масштабных коэффициентов и углов рассогласования акселерометров и гироскопов становятся наблюдаемыми только во время вращения БИНС, при котором проявляются и другие источники погрешности навигационного алгоритма – запаздывания показаний от акселерометров и гироскопов и size-эффект [11, 12].

Следует отметить, что часто применяемая модель компенсации size-эффекта с учетом разнесения единственных центров чувствительности акселерометров [7, 12, 14] содержит 9 неизвестных параметров. Тем не менее стандарт [15] рекомендует для каждого акселерометра высокоточных БИНС применять более сложную двухточечную модель с разнесением центров чувствительности от 0,3 до 3 см. Это увеличивает общее число неизвестных параметров для компенсации size-эффекта до 18. Число неизвестных параметров для компенсации запаздываний от акселерометров и гироскопов – в общем случае 6 [11].

Объединение в одном оцениваемом векторе погрешностей всех перечисленных выше параметров понижает обусловленность оценок погрешностей.

Таким образом, результирующая погрешность БИНС, калибровка которой осуществляется с применением чистого оценивания либо фильтра Калмана, может содержать дополнительные систематические погрешности, обусловленные оценкой погрешностей калибруемых параметров во время вращения стенда.

К третьей группе относятся методы калибровки БИНС, основанные на оценке изменения кажущегося ускорения БИНС в горизонтном базисе до и после совершения некоторого поворота стенда [2, 16–22]. Впервые они были предложены в работе [16].

Идея метода заключается в том, что БИНС, не имеющая систематических погрешностей смещений нулей, масштабных коэффициентов и углов рассогласования акселерометров и гироскопов с ориентацией в связанной системе координат, совпадающей с горизонтной, будет сохранять эту ориентацию и первоначальное положение сколь угодно долго. Это означает, что направление вектора кажущегося ускорения, вычисляемого навигационным алгоритмом БИНС по показаниям гироскопов и акселерометров, совпадает с направлением местной вертикали. После произвольного поворота БИНС совпадение указанных векторов должно сохраниться в силу отсутствия упомянутых выше систематических погрешностей.

Наличие ненулевых систематических погрешностей приведет к тому, что направление вектора кажущегося ускорения, вычисляемого навигационным алгоритмом БИНС по показаниям гироскопов и акселерометров после поворота, не совпадет с направлением местной вертикали, а значит, навигационный алгоритм БИНС после поворота будет показывать уже непостоянную во времени линейную скорость, т.е. присутствие ненулевого кажущегося ускорения БИНС в горизонтном базисе.

Исходя из сделанного выше предположения о точном соответствии связанной системы координат с горизонтной перед началом теста, допустим наличие некоторого малого рассогласования между ними. Из изложенного выше следует, что при отсутствии указанных систематических погрешностей кажущиеся ускорения БИНС в горизонтном базисе до и после поворота станда равны, а их наличие, напротив, приводит к неравенству кажущихся ускорений БИНС в горизонтном базисе до и после поворота.

Сценарий положений и вращений поворотного станда при указанной калибровке содержит начальный и конечный неподвижные участки, между которыми станд совершает заданное вращение. Время нахождения в начальном и конечном участках, как правило, невелико по сравнению с периодом Шулера, следовательно, кажущиеся ускорения на неподвижных участках можно считать постоянными, но различными величинами.

Значения кажущихся ускорений на неподвижных участках рассчитываются методом наименьших квадратов по величине скорости БИНС в горизонтном базисе, а их разницы до и после поворота служат элементами вектора измерений для итерационной оценки поправок к смещениям нулей акселерометров и масштабным коэффициентам и углам рассогласования акселерометров и гироскопов.

В работах [16–22] при выводе аналитических формул для элементов матрицы измерения предполагаются одноосные вращения станда на заданные величины. При калибровке БИНС на грубом станде либо при использовании амортизаторов [24] для модуля чувствительных элементов условия применения аналитических выражений в [16–22] могут быть нарушены, что, возможно, приведет к появлению систематических погрешностей в откалиброванной БИНС.

В настоящей статье описывается метод калибровки БИНС, объединяющий достоинства перечисленных выше подходов, относящихся к второй и третьей группам, и устраняющий недостатки обоих. Используется правая горизонтная сопровождающая система координат  $ENU$  с осями:  $E(X)$  – на восток,  $N(Y)$  – на север,  $U(Z)$  – вверх по геодезической вертикали места.

### **Калибровка смещений нулей акселерометров и масштабных коэффициентов и углов рассогласования гироскопов и акселерометров**

Мы полагаем, что нелинейные эффекты в акселерометрах и гироскопах прокалиброваны в соответствии с [15, 25, 26]. Под показаниями акселерометров и гироскопов мы понимаем выходные данные, скомпенсированные с учетом указанной выше калибровки на нелинейность. Для учета нестационарности внешних температурных условий при необходимости следует выполнить предварительную калибровку [27].

Целью калибровки в настоящей работе является нахождение таких векторов смещений нулей  $B_i^a$  [3],  $B_i^g$  [3] и матриц  $M_{i,j}^a [3 \times 3]$ ,  $M_{i,j}^g [3 \times 3]$ , чтобы по показаниям ак-

селерометров  $a_i$  [3] и изменениям ориентации от гироскопов  $\Delta\Phi_i$  [3] за малое время  $\Delta t$  (период счета инерциального алгоритма) можно было получить свободные от систематических погрешностей значения кажущегося ускорения  $A_i$  [3] и малых углов поворота  $\Delta\Phi_i$  [3] модуля чувствительных элементов БИНС в соответствии с уравнениями:

$$A_i = B_i^a + \sum_{j=1}^3 M_{i,j}^a a_j + v_i, \quad (1)$$

$$\Delta\Phi_i = B_i^g \Delta t + \sum_{j=1}^3 M_{i,j}^g \Delta\Phi_j + \chi_i, \quad (2)$$

где  $i = 1, 2, 3$  (соответственно оси  $X, Y, Z$ );  $M_{i,j}^a$  ( $M_{i,j}^g$ ) – при  $i = j$  – масштабные коэффициенты соответствующих акселерометров (гироскопов), при  $i \neq j$  – углы рассогласования оси чувствительности  $i$ -го акселерометра (гироскопа) с  $j$ -й осью связанной системы координат; случайные величины  $v_i, \chi_i$  обладают свойством  $\langle v_i \rangle = \langle \chi_i \rangle = 0$ .

В начале итерационной процедуры калибровки полагаем в уравнениях (1), (2) значения смещений нулей  $B_i^a$  и  $B_i^g$  равными нулю, а матрицы  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$  – единичными. Учитывая произвольность ориентации связанной системы координат, в выражении (1) положим:

$$M_{1,2}^a = M_{2,3}^a = M_{3,1}^a = 0.$$

Рассмотрим алгоритм определения погрешностей смещений нулей акселерометров и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$ .

Алгоритм калибровки предполагает выполнение 9-ти тестов, в каждом из которых производится запись выходных данных от акселерометров и гироскопов на частоте работы навигационного алгоритма в файл на внешний компьютер. Каждый тест состоит из трех частей: начального неподвижного положения, вращения вокруг указанной оси на указанный угол и конечного неподвижного положения.

Здесь следует отметить, что в предлагаемом методе источником оценки указанных выше погрешностей являются разницы кажущихся ускорений в плоскости горизонта, но не сами ускорения. Этим устраняется влияние нескомпенсированности БИНС по запаздываниям показаний от акселерометров и гироскопов и size-эффекту на оценку упомянутых выше матриц и смещений нулей. Известно, что максимальная наблюдаемость погрешностей чувствительных элементов возникает при вращении БИНС вокруг горизонтально лежащей оси [6, 7].

Схема начальных положений и поворотов для калибровки смещений нулей акселерометров и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$  приведена на рис. 1. Углы поворотов вокруг горизонтально лежащих осей  $90^\circ + 360^\circ n \rightarrow 180^\circ + 360^\circ n \rightarrow 90^\circ + 360^\circ n$  обеспечивают максимальную обусловленность задачи оценки указанных выше параметров [18].

Целое число  $n$  выбирается исходя из требования к погрешности масштабных коэффициентов гироскопов (см. ниже). В настоящей работе было выбрано значение  $n = 5$ .

Обработка на компьютере каждого из 9-ти сохраненных файлов позволяет воспроизвести работу навигационного алгоритма, с помощью которого по сохраненным показаниям акселерометров и гироскопов определяются изменение ориентации и величина линейной скорости БИНС в горизонтном базисе. При инициализации работы навигационного алгоритма матрица перехода от связанной системы координат к горизонтной  $C_{i,k}$  может быть выбрана модельной, например, единичной для первого теста (рис. 1), ниже мы обсудим этот вопрос более подробно.

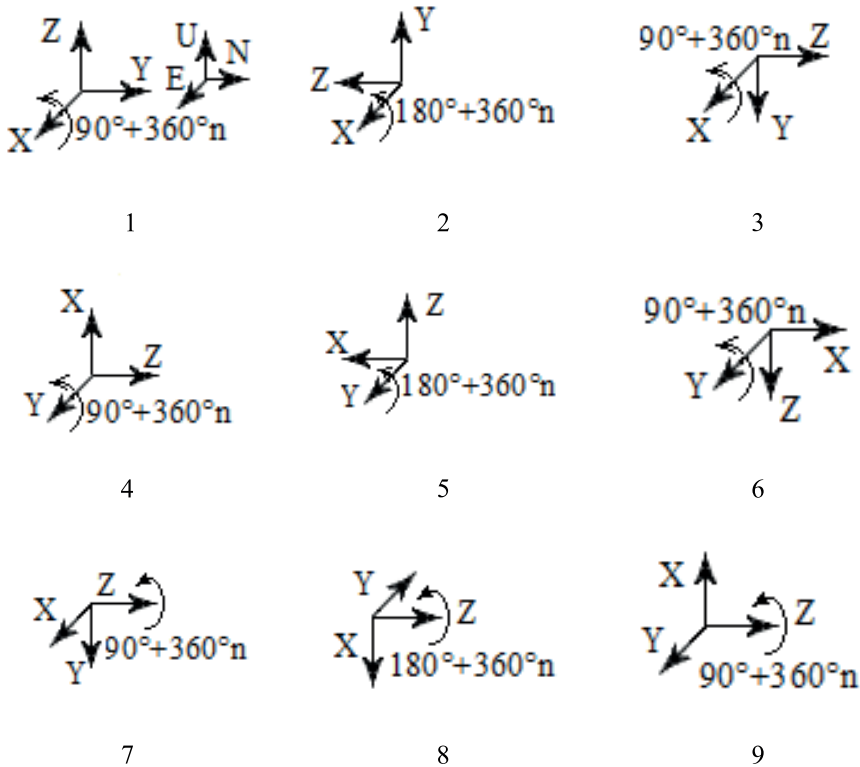


Рис. 1. Схема начальных положений и поворотов

Координаты БИНС инициализируются известными координатами поворотного стенда, линейные скорости – нулевыми значениями.

Известно [16–22], что изменение кажущегося ускорения в плоскости горизонта до и после вращения  $\delta\dot{V}_1, \delta\dot{V}_2$  состоит из двух слагаемых: одно обусловлено погрешностью калибровки акселерометров  $\delta\alpha_1, \delta\alpha_2$ , второе определяется погрешностью калибровки гироскопов и приводит к погрешностям ориентации  $\theta_1, \theta_2$ :

$$\delta\dot{V}_1 = \delta\alpha_1 - g_0\theta_2, \tag{3}$$

$$\delta\dot{V}_2 = \delta\alpha_2 + g_0\theta_1, \tag{4}$$

где  $g_0$  – ускорение силы тяжести в месте проведения калибровки.

Левые части уравнений (3, 4) определяются оценками изменения кажущегося ускорения в плоскости горизонта на неподвижных участках теста – интервалах времени от 0 до  $t_1$  и от  $t_2$  до окончания теста ( $t_{\text{finish}}$ ):

$$\delta\dot{V}_i = \dot{V}_i(t_2) - \dot{V}_i(t_1). \tag{5}$$

Их значения, полученные по результатам навигационного счета в режиме пост-обработки методом наименьших квадратов на указанных выше интервалах времени, дают элементы вектора измерений  $Z$  [21]:

$$Z_{2N-1} = \delta\dot{V}_1, \tag{6}$$

$$Z_{2N} = \delta \dot{V}_2, \quad (7)$$

где номер теста  $N = 1 \dots 9$ .

Правые части уравнений (3, 4) определяются погрешностями калибровки  $b^a[3]$ ,  $m^a[3 \times 3]$ ,  $m^g[3 \times 3]$  смещений нулей акселерометров и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$  соответственно. Для них справедливы выражения:

$$\delta \alpha_i = \alpha_i(t_2) - \alpha_i(t_1), \quad (8)$$

$$\alpha_i(t_{1(2)}) = \sum_{p=1}^3 C_{i,p}(t_{1(2)})(b_p^a + \sum_{j=1}^3 m_{p,j}^a \bar{A}_j(t_{1(2)})), \quad (9)$$

$$\theta_i = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{k,j=1}^3 C_{i,k}(t) m_{k,j}^g \omega_j(t) dt, \quad (10)$$

где  $i = 1, 2; j = 1, 2, 3; \bar{A}_j(t_{1(2)}) = \langle A_j \rangle_{0 \rightarrow 1(t_2 - t_{\text{finish}})}$  – средние значения показаний акселерометров на интервалах времени от 0 до  $t_1$  (от  $t_2$  до  $t_{\text{finish}}$ ) с учетом предыдущих итераций;  $\omega_j(t)$  – проекция мгновенной скорости вращения на  $j$ -ю координату связанного базиса. Представив интеграл в виде конечной разности и изменив порядок суммирования, получим

$$\theta_i \cong \sum_{k,j=1}^3 \left( \sum_{p=t_1/\Delta t}^{t_2/\Delta t} C_{i,k}(p) \Delta \Phi_j(p) \right) m_{k,j}^g = \sum_{k,j=1}^3 \Theta_{i,k,j} m_{k,j}^g, \quad (11)$$

где величины  $\Theta_{i,k,j}$  определяются суммой на интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  и означают проекции фактических углов поворота модуля чувствительных элементов БИНС вокруг осей  $k$  и  $j$  на ось  $i$ :

$$\Theta_{i,k,j} = \sum_{p=t_1/\Delta t}^{t_2/\Delta t} C_{i,k}(p) \Delta \Phi_j(p), \quad (12)$$

где  $i = 1, 2; j, k = 1, 2, 3$ .

Таким образом, формируется задача оптимальной оценки вектора состояния  $X$  [15], образованного из оценок погрешностей трех элементов матрицы  $M_{i,j}^a$ , матрицы  $M_{i,j}^g$  и смещений нулей акселерометров:

$$X^T = [m_{1,3}^a, m_{2,1}^a, m_{3,2}^a, m_{1,1}^g, m_{1,2}^g, m_{1,3}^g, m_{2,1}^g, m_{2,2}^g, m_{2,3}^g, m_{3,1}^g, m_{3,2}^g, m_{3,3}^g, b_1^a, b_2^a, b_3^a]. \quad (13)$$

Выражения для матрицы измерений  $H[18 \times 15]$  следуют из выражений (8–12) и имеют следующий вид:

$$H_{2N-1,i} = C_{1,i}(t_2) \bar{A}_{q(i)}(t_2) - C_{1,i}(t_1) \bar{A}_{q(i)}(t_1), \quad (14)$$

$$H_{2N-1,3i+j} = g_0 \Theta_{2,i,j}, \quad (15)$$

$$H_{2N-1,(i+12)} = C_{1,i}(t_2) - C_{1,i}(t_1), \quad (16)$$

$$H_{2N,i} = C_{2,i}(t_2) \bar{A}_{q(i)}(t_2) - C_{2,i}(t_1) \bar{A}_{q(i)}(t_1), \quad (17)$$

$$H_{2N,3i+j} = -g_0 \Theta_{1,i,j}, \quad (18)$$

$$H_{2N,(i+12)} = C_{2,i}(t_2) - C_{2,i}(t_1), \quad (19)$$

где функция  $q(i)$  реализует перестановки:  $q(1) = 3, q(2) = 1, q(3) = 2; i, j = 1, 2, 3, N = 1, 2, \dots, 9$  – номер теста.

Полученные значения матрицы измерений  $H$  и вектора измерений  $Z$  позволяют сформулировать задачу оптимальной оценки вектора состояния  $X$ :

$$Z = HX + r, \tag{20}$$

где  $r$  [18] – случайный вектор, обусловленный остатками аппроксимации линейной зависимости скорости от времени  $Vreg_{1(2)}(\tau_i)$ :

$$e_i = V_{1(2)}(\tau_i) - Vreg_{1(2)}(\tau_i), \tag{21}$$

где  $V_{1(2)}(\tau_i)$  – значение линейной скорости, полученное по результатам навигационного счета, в начальном  $0 < \tau_i < t_i$  (конечном  $t_2 < \tau_i < t_{finish}$ ) неподвижном положении,  $i = 1, 2, \dots k$ . Предположим статистическую независимость остатков в начальном и конечном неподвижных положениях для всех тестов рис. 1, тогда ковариационная матрица  $R$  [18 × 18]

$$R_{ij} = \langle r^+ r \rangle \tag{22}$$

диагональна и ее элементы выражаются суммой по начальным и конечным неподвижным положениям для всех тестов рис. 1:

$$R_{ii} = R_{ii}(t_1) + R_{ii}(t_2). \tag{23}$$

Экспериментальные значения слагаемых выражения (23) могут быть вычислены с учетом известных значений остатков (21) по формулам [23]:

$$R_{ii}(t_j) = \frac{S(t_j)^2}{k(\overline{\tau^2} - \overline{\tau}^2)}, \tag{24}$$

где  $S(t_j)^2 = \frac{\sum_{i=1}^k e_i^2}{k-2}$ ,  $\overline{\tau^2} = \langle \tau^2 \rangle_{0-t_1(t_2-t_{finish})}$ ,  $\overline{\tau} = \langle \tau \rangle_{0-t_1(t_2-t_{finish})}$ .

Оценку вектора  $X$  по измерениям  $Z$  и известных матриц  $H$  и  $R$  получим методом наименьших квадратов [4]:

$$X = (H^+ R^{-1} H)^{-1} H^+ R^{-1} Z. \tag{25}$$

Погрешности масштабных коэффициентов акселерометров вычисляются с учетом средних значений оценки вертикального кажущегося ускорения при ориентации оси чувствительности акселерометра вверх и вниз [16–22]:

$$m_{p,p}^a = (\dot{V}_3(t_2) + \dot{V}_3(t_1)) / 2g_0, \tag{26}$$

где  $p=1,2,3$ .

Для  $p = 1$  величины справа определяются тестом 8, для  $p = 2$  – тестом 2, для  $p = 3$  – тестом 5 (см. рис. 1).

Полученную из выражений (25, 26) оценку погрешностей параметров калибровки  $b^a[3]$ ,  $m^a[3 \times 3]$ ,  $m^g[3 \times 3]$  необходимо вычесть из соответствующих элементов смещений нулей и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$ . Оценку среднеквадратичной погрешности (СКП)  $\delta X$  [18] элементов вектора  $X$  можно получить по известной формуле [6]

$$\delta X = \sqrt{diag(H^+ R^{-1} H)^{-1}}. \tag{27}$$



При планировании схемы поворотов (рис. 1) необходимо задать целое число поворотов  $n$ . Его значение можно оценить из величины диагональных элементов матрицы  $R_{ii}$  и требуемой погрешности оценки масштабных коэффициентов гироскопов  $\delta M_{ii}^g$ :

$$n \approx \sqrt{R_{ii}} / (2\pi g_0 \delta M_{ii}^g). \quad (28)$$

Выражения (6–26) дают возможность итерационного уточнения элементов калибровки – смещений нулей  $B_i^a$  и матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$ . Необходимое количество циклов определяется требованиями к погрешности элементов калибровки.

Приведем отличия рассмотренного алгоритма калибровки от подходов, предложенных в работах [16–22]. В представленных выше расчетах матрица перехода от связанной системы координат к горизонтной  $C_{ij}(t)$  выбиралась модельной только в начале теста. Ее изменение в ходе каждого теста от начала первого неподвижного участка до конца второго вычисляется с помощью навигационного алгоритма в соответствии с полученными от гироскопов и скорректированными в соответствии с уравнением (2) данными. Уточнение матриц  $M_{i,j}^g$  в процессе итераций приводит к тому, что в итоге для расчета изменения ориентации БИНС алгоритм использует истинные значения углов поворота  $\Delta\Phi_p$ , а не модельные, как в работах [16–22].

Выбор указанной матрицы перехода модельной в начале теста при линейном приближении зависимости скорости от времени не приводит к погрешности по той причине, что в качестве измеряемой величины выступают разности кажущегося ускорения  $\delta\dot{V}_i$ , а их общее фактическое значение, определяемое неточным заданием начальной матрицы перехода, в расчетах не участвует (см. пояснения ниже).

В отличие от [16–22] среднее значение кажущегося ускорения на первом и втором неподвижном положении полагается не модельным, а соответствующим показаниям акселерометров с учетом их фактической ориентации и калибровочных параметров выражения (1) на текущей итерации. Расчет погрешностей ориентации  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  по формуле (11) также производится с учетом фактического и необязательно одноосного поворота БИНС при вращении поворотного стенда.

Изложенное выше поясняет различие между предлагаемым методом и подходами, изложенными в [16–22]. Полагая элементы матрицы измерений  $H$  в уравнении (20) модельными и отличными от их фактических значений, как это сделано в [16–22], мы привносим систематическую погрешность в оценку вектора  $X$  по измерениям  $Z$  и этим увеличиваем результирующую погрешность калибровки БИНС, что будет показано ниже.

По окончании итерационного уточнения калибровочных параметров осуществляют привязку матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$  к осям вращения поворотного стенда [22]. Отметим, что неточность установки поворотного стенда относительно горизонта и сторон света, взаимная неортогональность осей вращения и погрешности углов поворота проявляются только в погрешности ориентации связанной системы координат откалиброванной БИНС относительно ее привалочных поверхностей, что может быть устранено на более точном и простом оборудовании.

## Применение предложенного метода калибровки БИНС

Рассмотрим применение изложенного выше метода калибровки БИНС и полученные с его помощью результаты в сопоставлении с методами калибровки, описанными в работах [16–22].



На рис. 2 и 3 приведены графики зависимости скоростей в плоскости горизонта  $V_x, V_y$  при выполнении теста 1 на первой (в инерциальном алгоритме при времени  $t_2$  линейные скорости обнулены) (рис. 2) и восьмой итерациях (рис. 3).

Из рис. 2 видно, что наклоны зависимостей скоростей  $V_x, V_y$  от времени до вращения значительно отличаются от соответствующих наклонов после вращения. Это означает, что в связанной системе координат вектор кажущегося ускорения изменил свою ориентацию, что обусловлено наличием погрешностей в параметрах  $B_i^a, M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$ .

Напротив, на рис. 3 видно, что наклоны зависимостей скоростей  $V_x, V_y$  от времени не изменились после вращения, что свидетельствует о сходимости итерационной процедуры. Колебания скорости во время вращения обусловлены нескомпенсированностью size-эффекта и запаздываниями показаний гироскопов и акселерометров.

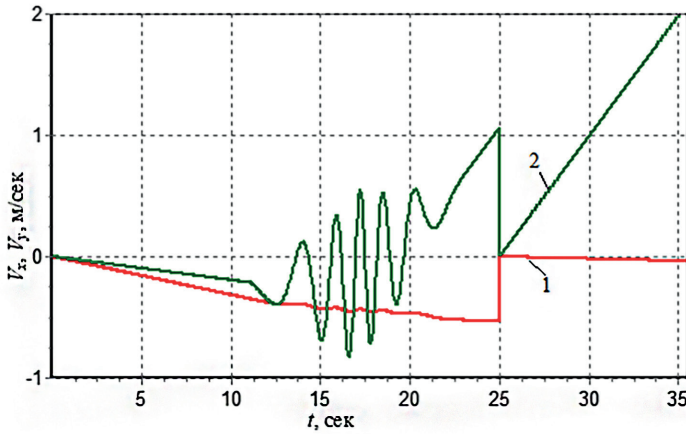


Рис. 2. Зависимость скоростей  $V_x$  (кривая 1),  $V_y$  (кривая 2) в плоскости горизонта от времени выполнения теста на первой итерации

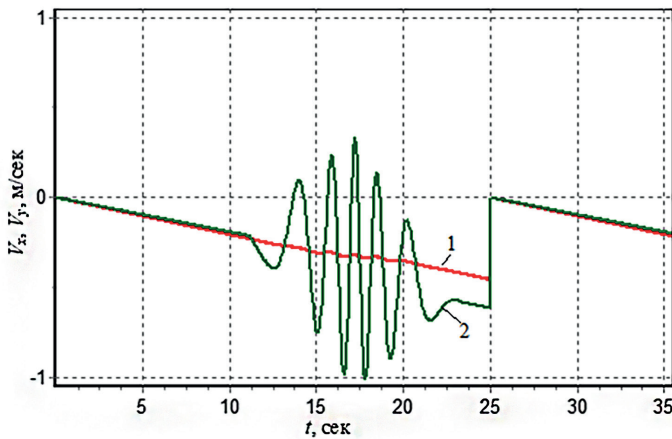


Рис. 3. Зависимость скоростей  $V_x$  (кривая 1),  $V_y$  (кривая 2) в плоскости горизонта от времени выполнения теста на восьмой итерации

На рис. 4 представлена зависимость СКП измерений  $rms_z = \sqrt{\langle Z^2 \rangle} = \left( \sum_{i=1}^{18} Z_i^2 / 18 \right)^{1/2}$  от номера итерации. Кривая 1 рассчитана для матрицы измерений  $H$  согласно [16–22] (см. приложение). Кривая 2 рассчитана в соответствии с методом, изложенным в настоящей работе.

Из рис. 4 видно, что скорость сходимости итераций благодаря предложенному методу выше, чем при использовании подходов, описанных в [16–22], а остаточная

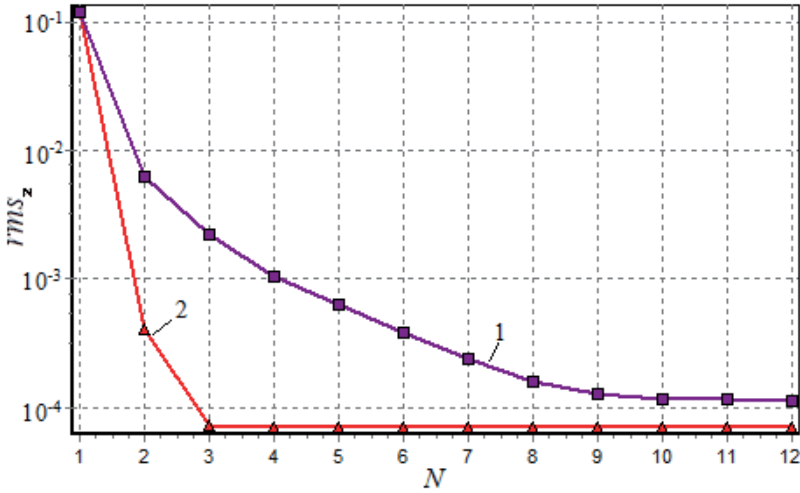


Рис. 4. Зависимость СКП измерений  $rms_z$  от номера итерации  $N$ :  
1 – согласно [16–22], 2 – согласно настоящей работе

погрешность измерений – меньше. Неубывающее значение СКП в настоящем методе (кривая 2 на рис. 4) обусловлено неполной компенсацией нелинейных эффектов чувствительных элементов.

На рис. 5 представлены зависимости СКП корректирующих поправок параметров:

акселерометров  $rms\_m^a = \sqrt{((m_{1,3}^a)^2 + (m_{2,1}^a)^2 + (m_{3,2}^a)^2) / 3}$  (кривые 1 и 4),

гироскопов  $rms\_m^g = \sqrt{(\sum_{i,j=1}^3 (m_{i,j}^g)^2) / 9}$  (кривые 2 и 5),

а также смещения нулей акселерометров  $rms\_b^a = \sqrt{(\sum_{i=1}^3 (b_i^a)^2) / 3}$  (кривые 3 и 6, м/с<sup>2</sup>)

согласно [16–22] и настоящей работе соответственно.

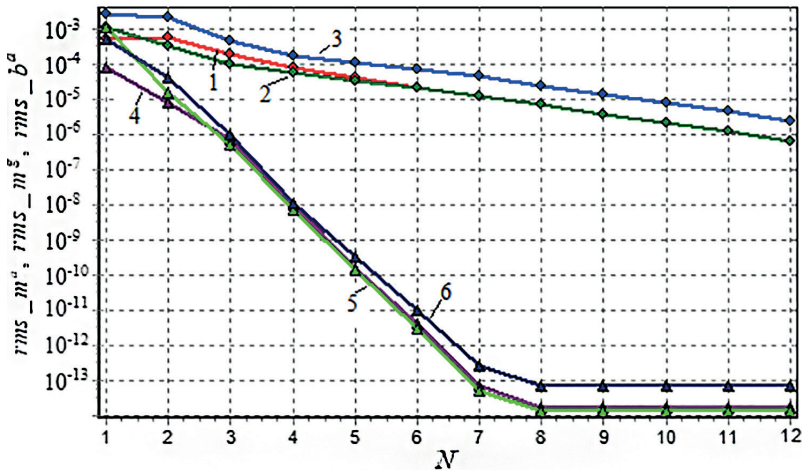


Рис. 5. Зависимость СКП корректирующих поправок от номера итерации: 1 –  $rms\_m^a$ , 2 –  $rms\_m^g$ , 3 –  $rms\_b^a$  – согласно [16–22], 4 –  $rms\_m^a$ , 5 –  $rms\_m^g$ , 6 –  $rms\_b^a$  – согласно настоящей работе

Постоянство корректирующих поправок (линии 4, 5, 6) начиная с итерации 8 обусловлено конечной разрядностью арифметических вычислений и не изменяет результирующую точность, поскольку, как видно на рис. 4, остаточная погрешность измерений  $rms_z$  на итерациях  $N > 3$  не убывает.

Оценки СКП калибровки смещений нулей акселерометров и элементов матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$  по формуле (21) приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Оценки СКП калибровки смещений нулей акселерометров и элементов матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$**

Углы рассогласования гироскопов					
$M_{1,2}^g$	$M_{1,3}^g$	$M_{2,1}^g$	$M_{2,3}^g$	$M_{3,1}^g$	$M_{3,2}^g$
4,89"	1,17"	1,18"	4,83"	4,88"	1,18"
Масштабные коэффициенты гироскопов					
$M_{1,1}^g$		$M_{2,2}^g$		$M_{3,3}^g$	
0,538 ppm		0,552 ppm		0,466 ppm	
Смещения акселерометров					
$B_1^a$		$B_2^a$		$B_3^a$	
$1,082 \cdot 10^{-4}$ м/с <sup>2</sup>		$1,080 \cdot 10^{-4}$ м/с <sup>2</sup>		$1,079 \cdot 10^{-4}$ м/с <sup>2</sup>	
Углы рассогласования акселерометров					
$M_{1,2}^a$		$M_{2,1}^a$		$M_{3,2}^a$	
4.37"		4.40"		4.39"	
Масштабные коэффициенты акселерометров*					
$M_{1,1}^a$		$M_{2,2}^a$		$M_{3,3}^a$	
2,5 ppm		3,2 ppm		5,4 ppm	

\*Примечание: приведены значения модуля разностей вертикального кажущегося ускорения  $\delta m_{p,p}^a = \text{abs}(\dot{V}_3(t_2) - \dot{V}_3(t_1)) / 2g_0$ , см. (26).

### Калибровка смещений гироскопов

Калибровка смещений гироскопов проводится после окончания итерационного уточнения смещений нулей акселерометров и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$ .

Отметим, что, так же как и для тестов, представленных на рис. 1, вычисление поправок к смещениям гироскопов выполняется в режиме постобработки по сохраненному файлу, поэтому удобно проводить тестирование БИНС на стенде и запись файлов последовательно для всех тестов, определяющих смещения нулей  $B_i^a$ ,  $B_i^g$  и матрицы  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$ .

Тест для оценки погрешности смещений гироскопов состоит в установке БИНС в положение 1 (рис. 1). После выдержки в начальном положении времени  $T$  делается

поворот вокруг вертикальной оси на  $180^\circ$  и повторно выдерживается время  $T$  с записью файла выходных данных на частоте работы навигационной задачи в ходе всего теста. Время  $T$  определяется при помощи анализа методом вариации Аллана случайных составляющих гироскопов и акселерометров, с одной стороны, и техническими требованиями к БИНС – с другой [28].

Оценка погрешностей смещений нулей гироскопов  $b_i^g$ [3] может производиться по формулам:

$$b_1^g = (\ddot{V}_2(2) - \ddot{V}_2(1)) / 2g_0, \tag{29}$$

$$b_2^g = -(\ddot{V}_1(2) - \ddot{V}_1(1)) / 2g_0, \tag{30}$$

$$b_3^g = -(Y\dot{a}w(2) + Y\dot{a}w(1)) / 2, \tag{31}$$

где  $\ddot{V}_i(1)$  ( $\ddot{V}_i(2)$ ) – оценка второй производной линейной скорости в горизонтной системе координат,  $Y\dot{a}w(1)$  ( $Y\dot{a}w(2)$ ) – оценка скорости изменения азимута на первом (втором) неподвижном участке теста при помощи метода наименьших квадратов.

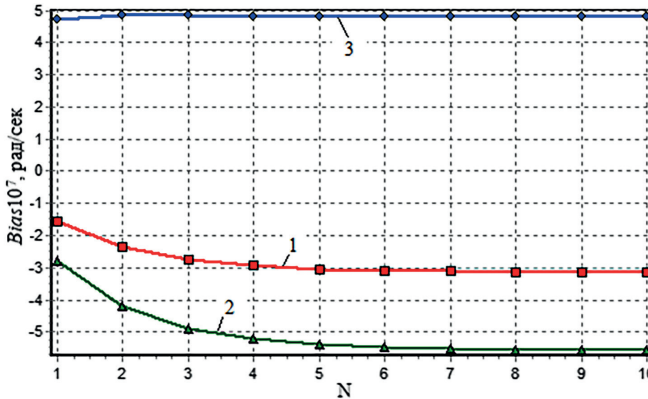


Рис. 6. Зависимость оценки смещений нулей гироскопов от номера итерации  $N$ :  
1 – гироскоп X, 2 – гироскоп Y, 3 – гироскоп Z

Полученные значения погрешностей  $b_i^g$  итерационно вычитаются из соответствующих величин  $B_i^g$ .

На рис. 6 представлена зависимость оценки величины смещений гироскопов от номера итерации  $N$ . Время  $T$  было выбрано 3 мин.

В табл. 2 приведены результаты калибровки смещений гироскопов, а также погрешности определения азимута БИНС методом гирокомпасирования в течение 5 мин при различных положениях поворотного стенда.

Таблица 2

**Определение азимута методом гирокомпасирования при заданных положениях стенда**

№ п.п	Заданный угол азимута	Разность между заданным углом азимута и БИНС
1	0°	-0,00721°
2	45°	0,01279°
3	90°	-0,01021°
4	135°	0,00679°
5	180°	0,01769°
6	225°	-0,01621°
7	270°	0,00709°
8	315°	-0,01071°
	<b>СКО</b>	<b>0,0118°</b>

## Оценка погрешности калибровки

При расчетах погрешности калибровки смещений нулей акселерометров и элементов матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$  предполагалась линейная зависимость скоростей  $V_x$ ,  $V_y$  от времени. Оценим возможные источники, опровергающие это предположение, и их влияние на результирующую точность калибровки.

Пусть смещения нулей гироскопов содержат некоторые некомпенсированные величины  $B_{error}^g$ . Тогда при выполнении тестов на рис. 1 и итерационном вычислении погрешностей смещений нулей акселерометров и матриц  $M_{i,j}^a$  и  $M_{i,j}^g$  появятся дополнительные погрешности скорости в плоскости горизонта с квадратичной зависимостью от времени  $t$ :

$$V_{error} \approx \frac{1}{2} g_0 B_{error}^g t^2 \approx a_{error} t. \quad (32)$$

При обработке экспериментальных данных и определении наклона линейной регрессионной зависимости скоростей  $V_x$ ,  $V_y$  от времени квадратичная погрешность (32) может привести к погрешности углов рассогласования матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$  на величину  $\gamma_{error}$  в радианной мере:

$$\gamma_{error} \approx \frac{a_{error}}{g_0} \approx \frac{1}{2} B_{error}^g t. \quad (33)$$

При  $t = 35$  с,  $B_{error}^g = 2 \cdot 10^{-7}$  рад/с формула (33) оценивает погрешность  $\gamma_{error} = 0,7''$ .

Если величина  $\gamma_{error}$  неприемлемо велика, необходимо последовательно повторять калибровку смещений нулей акселерометров и масштабных коэффициентов и углов рассогласования гироскопов и акселерометров и калибровку смещений гироскопов, описанные в настоящей работе, до получения требуемой величины  $\gamma_{error}$ . Для контроля необходимости дополнительных итераций по  $\gamma_{error}$  при расчете величин  $\delta \dot{V}_1$ ,  $\delta \dot{V}_2$  (формулы (6), (7)) следует использовать полином второй степени.

Рассмотрим источник погрешности, обусловленный неточным заданием матрицы перехода  $C_{ij}$  от связанной системы координат к горизонтной в начале каждого теста. Возникающая при этом погрешность ориентации с течением времени  $t$  будет показывать периодические колебания с частотой Шулера:

$$\gamma_{error} = \gamma_0 \cos(\omega_{Sh} t), \quad (34)$$

где  $\gamma_0$  – погрешность задания начального углового положения,  $\omega_{Sh} = 1,256 \cdot 10^{-3}$  рад/с – круговая частота Шулера. Разлагая косинус в формуле (34) в ряд по малому аргументу и оставляя первый зависящий от времени член, получим:

$$\gamma_{error} \approx \gamma_0 \frac{(\omega_{Sh} t)^2}{2}. \quad (35)$$

Формула (35) дает возможность оценить погрешность углов рассогласования матриц  $M_{i,j}^a$ ,  $M_{i,j}^g$  как функцию погрешности задания начального углового положения  $\gamma_0$  и времени всего теста  $t$ . Так, при  $\gamma_0 = 0,1^\circ$  (см. рис. 3)  $t = 35$  с,  $\gamma_{error} = 0,36''$ .

В случае больших углов  $\gamma_0$  и (или) времени выполнения теста  $t$  начальное значение матрицы  $C_{ij}$  следует рассчитывать по сохраненным данным первого неподвижного участка для каждого теста на рис. 1.

## Заключение

В предложенном в настоящей работе методе калибровки для оценки погрешности смещений нулей акселерометров и матриц акселерометров и гироскопов используется оценка изменения кажущегося ускорения на неподвижных участках до и после вращения стенда. Таким образом исключается влияние неточности калибровки запаздывания показаний от акселерометров и гироскопов и size-эффекта на погрешность смещений нулей акселерометров и масштабных коэффициентов и углов расогласования гироскопов и акселерометров.

Для оценки погрешности смещений нулей гироскопов используются оценки второй производной линейной скорости и скорости изменения азимута.

В то же время в отличие от методов калибровки, относящихся к третьей группе (см. введение), предложенный подход позволяет исключить предположение о модельных значениях конечной матрицы поворота, кажущегося ускорения и одноосных углов вращений, задаваемых поворотному стенду. Вместо них в предлагаемом методе используются соответствующие фактические величины, получаемые на основе данных гироскопов и акселерометров. С учетом ранее проведенных итераций эти данные приближаются к своим реальным значениям с увеличением номера итерации.

В результате погрешность работы стенда и (или) упругость амортизаторов модуля чувствительных элементов с увеличением числа итераций перестают влиять на погрешность результирующей калибровки БИНС, проявляясь только в конечном общем повороте ориентации гироскопов и акселерометров.

Калибровка БИНС предлагаемым методом выполняется с использованием навигационного алгоритма. Как всякий вычислительный процесс, с учетом конечной разрядности представления действительных чисел, конечного значения периода навигационного счета и приближенности алгоритмов вычислений изменения ориентации и линейных скоростей БИНС он сам привносит конечную, хотя и малую, погрешность в выходные величины линейной скорости.

Пример применения предложенного метода калибровки БИНС показывает его работоспособность.

### Приложение. Модельная матрица измерения по плану рис. 1

Приводится матрица измерения  $H[18 \times 15]$  при точных поворотах по плану рис. 1 при  $n = 5$  (указаны индексы матрицы).

	$H_{0,0} = g_0$	$H_{0,6} = g_0$	$H_{0,9} = -g_0$	
	$H_{1,13} = -1$	$H_{1,14} = -1$	$H_{1,2} = -g_0$	$H_{1,3} = -10,5 \pi g_0$
Вращение	$H_{2,6} = -2g_0$			
вокруг оси $X$	$H_{3,14} = 2$	$H_{3,3} = -11\pi g_0$		
	$H_{4,0} = g_0$	$H_{4,6} = g_0$	$H_{4,9} = g_0$	
	$H_{5,13} = 1$	$H_{5,14} = -1$	$H_{5,2} = g_0$	$H_{5,3} = -10,5\pi g_0$



	$H_{6,1} = -g_0$	$H_{6,4} = -g_0$	$H_{6,10} = g_0$	
	$H_{7,12} = -1$	$H_{7,14} = -1$	$H_{7,5} = -g_0$	$H_{7,7} = -10,5\pi g_0$
Вращение вокруг оси Y	$H_{8,10} = -2g_0$			
	$H_{9,12} = 2$	$H_{9,7} = -11\pi g_0$		
	$H_{10,1} = g_0$	$H_{10,10} = g_0$	$H_{10,4} = g_0$	
	$H_{11,14} = 1$	$H_{11,12} = -1$	$H_{11,0} = g_0$	$H_{11,7} = -10,5\pi g_0$
Вращение вокруг оси Z	$H_{12,12} = -1$	$H_{12,13} = -1$	$H_{12,1} = g_0$	$H_{12,11} = 10,5\pi g_0$
	$H_{13,2} = g_0$	$H_{13,5} = -g_0$	$H_{13,8} = g_0$	
	$H_{14,13} = 2$	$H_{14,11} = 11\pi g_0$		
	$H_{15,5} = 2g_0$			
	$H_{16,12} = 1$	$H_{16,13} = -1$	$H_{16,1} = -g_0$	$H_{16,11} = 10,5\pi g_0$
	$H_{17,2} = -g_0$	$H_{17,5} = -g_0$	$H_{17,10} = -g_0$	

Остальные элементы матрицы измерения  $H$  имеют нулевое значение.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. IEEE Recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis, *IEEE Aerospace and Electronic System Society*, IEEE Std., 1554–2005.
2. Titterton, D.H., Weston, J.L., *Strapdown Inertial Navigation Technology*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2<sup>nd</sup> Edition, 2004, p. 558.
3. Aggarwal, P., Syed, Z., Sheimy, N., Thermal Calibration of Low Cost MEMS Sensors for Land Vehicle Navigation System, *Vehicular Technology Conference*, 2008, VTC Spring IEEE, doi: 10.1109/VETECS.2008.623.
4. Водичева Л.В., Парышева Ю.В. Оценка точностных параметров датчиков бесплатформенного инерциального измерительного блока с помощью относительно грубого поворотного стола // Гироскопия и навигация. 2019. №2 (105). С. 162–177. DOI: 10.17285/0869-7035.2019.27.2.162-178.
5. Измайлов Е.А., Лепе С.Н., Молчанов А.В., Поликовский Е.Ф. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Гироскопия и навигация. 2019. №2 (105). С. 162–177.
6. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть II / 2-е изд. испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2012. 172 с.
7. Вавилова Н.Б., Васинева И.А., Голован А.А., Козлов А.В., Папуша И.А., Парусников Н.А. Калибровка в инерциальной навигации // Фундаментальная и прикладная математика. 2018. Том 22. № 2. С. 89–115.
8. Климкович Б.В. Калибровка БИНС в инерциальном режиме. Объединение скоростного и скалярного методов // Гироскопия и навигация. 2014. №3 (86). С. 29–40.
9. Емельянец Г.И., Драницына Е.В., Блажнов Б.А. О калибровке бескарданного инерциального измерительного модуля на ВОГ // Гироскопия и навигация. 2012. №3 (78). С. 55–63.
10. Емельянец Г.И., Блажнов Б.А., Драницына Е.В., Степанов А.П. О калибровке измерительного модуля прецизионной БИНС и построении связанного с ним ортогонального трехгранника // Гироскопия и навигация. 2016. №1 (92). С. 36–48.
11. Климкович Б. В. Толочко А.М. Определение запаздываний гироскопов и акселерометров при калибровке БИНС в инерциальном режиме // Гироскопия и навигация. 2015. № 4. С. 55–66.
12. Климкович Б. В. Толочко А.М. Учет size-эффекта при калибровке БИНС // Гироскопия и навигация. 2015. № 1. С. 81–92.

13. Wei, Q., Jianli, L., Xiaolin, G., Jiancheng, F., *INS/CNS/GNSS Integrated Navigation Technology*, Springer, Beijing, 2015, p. 372, doi: 10.1007/978-3-662-45159-5.
14. Емельянец Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. Санкт-Петербург: ГИЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» 2016. С. 394.
15. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers, IEEE Std 1293™, 2018.
16. Savage, P.G., Calibration Procedures For Laser Gyro Strapdown Inertial Navigation Systems, *9th Annual Electro-Optics / Laser Conference and Exhibition*, Anaheim, California, October 25–27, 1977.
17. Rogers, R.M., *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, p. 334.
18. Brown, A., Ebner, R., Mark, J., A calibration technique for laser gyro strapdown inertial navigation system, *DGON Proceedings, Gyro Technology Symposium*, Stuttgart, 1982.
19. Diesel, J.W., Calibration of a ring laser gyro inertial navigation system, *Proc. of the 13th Biennial Guidance Test Symposium*, Holloman AF, New Mexico, 1987, vol. 1, pp. SO1A.1-SO.1A.37.
20. Wei, G., Gao, C., Wang, Qi., Wang, Q., Xiong, Z., Long, X., A new systematic calibration method of ring laser gyroscope inertial navigation system. *Electro-Optical and Infrared Systems, Proc. of SPIE*, 2016, vol. 9987, doi: 10.1117/12.2241253.
21. Lee, T.G., Sung, C.K., Estimation Technique of Fixed Sensor Error for SDINS Calibration, *International Journal of Control, Automation, and System*, 2004, vol. 2, no. 4, pp. 536–541.
22. Savage, P.G., *Strapdown analytics*, Second Edition, Strapdown Associated, Minnesota, Part 2, 2000.
23. Любимцев О.В., Любимцева О.Л. Линейные регрессионные модели в эконометрике: методическое пособие. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2016.
24. Тихомиров В.В., Дзуев А.А., Голиков В.П., Требухов А.В. Калибровка БИНС с блоком инерциальных датчиков, закрепленным на амортизаторах // Гироскопия и навигация. 2019. № 1 (104). С. 33–45.
25. IEEE Recommended Practice for Precision Centrifuge Testing of Linear Accelerometers, IEEE Std., 836–1991.
26. Ван Л., Пань В.У.С. Компенсация динамической погрешности БИНС с лазерными гироскопами в условиях вибрации // Гироскопия и навигация. 2017. №3 (98). С. 60–77.
27. Климович Б.В. Влияние случайной погрешности температурных датчиков на качество температурной компенсации смещения нуля ВОГ нейронной сетью // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 4 (111). С. 53–67.
28. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации. С.-Петербург, 2012. С. 417.

---

**Klimkovich, B.V.** (OKB TSP Scientific Production LLC, Minsk, Belarus)  
Precise Calibration of Strapdown INS using Low-Accuracy Turntables, *Гироскопия и Навигация*, 2022, vol. 30, no. 4 (119), pp. 54–70.

**Abstract.** A method for calibration of strapdown inertial navigation systems (SINS) is proposed which combines the advantages of the approached based on the application of the Kalman filter, on the one hand, and estimates of changes in specific force in the horizon plane before and after rotation of the turntable, on the other.

In contrast to the known methods of SINS calibration that take into account the changes in the horizon components of acceleration with a model measurement matrix in iterative calculations of corrections to biases, scale factors, and misalignments of accelerometers and gyroscopes (hereinafter called gyros), the approach described in this paper uses actual rotations and positions of the SINS with account for previous iterations rather than SINS uniaxial rotation angles and positions specified to a turntable.

The same experimental data were used to compare the proposed method with the one using the model measurement matrix. The results have shown that the overall error of the SINS calibrated by the proposed method is less than in the other case; in addition, the number of required iterative refinements is less.

The proposed method allows navigation-grade SINS to be calibrated on low-accuracy turntables, with proper consideration for the inaccuracy of the SINS inertial measurement unit (IMU) rotation in shock absorbers.

**Key words:** calibration, SINS, turntable, navigation-grade accuracy.

Материал поступил 21.09.2022