УДК 531.383-11:531.714.7 DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.2.029-042

#### Ц. ЛЯН, Ю. А. ЛИТВИНЕНКО, О. А. СТЕПАНОВ

# МЕТОД ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ ОТ ДВУХ БЛОКОВ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОРИЕНТАЦИИ

Рассматривается система ориентации, состоящая из двух микромеханических инерциальных измерительных модулей, установленных на поворотных платформах. Предлагается алгоритм обработки информации на основе комплементарного фильтра, позволяющий снизить требования к точности датчиков углов модуляционного вращения платформ по сравнению с алгоритмом, предложенным в предыдущих работах авторов. Приводится математическая модель и результаты моделирования погрешностей рассматриваемой системы ориентации. Анализируются преимущества предлагаемого алгоритма по сравнению с алгоритмом, использующим данные об угловых скоростях модуляционного вращения.

Ключевые слова: микромеханический гироскоп, инерциальный измерительный модуль, комплементарный фильтр, поворотная платформа, модуляционное вращение.

#### Введение

В настоящее время актуальным является применение различных методов компенсации погрешностей систем ориентации и навигации, предназначенных для обеспечения требуемой точности позиционирования малых подвижных объектов на достаточно длительных интервалах времени при пропадании сигналов спутниковой навигационной системы (СНС) [1–3]. К таким объектам относятся, например, беспилотные летательные аппараты, передвигающиеся в условиях городских каньонов и в туннелях, или робототехнические системы, предназначенные для поиска подводных объектов, для которых даже при незначительной глубине погружения использование сигнала СНС является невозможным [4, 5]. Одним из часто применяемых методов повышения точности систем ориентации и навигации для подобных объектов является метод на основе поворотов или модуляционном вращении инерциальных измерительных модулей (ИИМ) [6, 7]. Вращение инерциального блока, в том числе в условиях подвижного объекта, обеспечивает повышение точности системы за счет того, что постоянные составляющие погрешностей чувствительных элементов, гиро-

Лян Цинь. Аспирант, Университет ИТМО.

**Литвиненко** Юлия Александровна. Кандидат технических наук, начальник сектора, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Университет ИТМО. Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Степанов Олег Андреевич. Доктор технических наук, профессор, начальник научнообразовательного центра, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Университет ИТМО. Вицепрезидент международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Статья по докладу на XIX конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» (с международным участием), 2017.

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

скопов и акселерометров, становятся переменными, что, в свою очередь, приводит к ограничению роста погрешностей параметров навигации и ориентации [8]. Кроме того, с целью повышения точности и надежности выработки навигационной информации достаточно распространенной практикой является одновременное использование нескольких инерциальных блоков [9–11]. В работах [12, 13] предложена система ориентации, построенная на основе двух вращающихся ИИМ. Принцип построения предложенной системы ориентации заключается в оценивании погрешностей одного ИИМ на фоне погрешностей другого ИИМ при неизвестной модели движения объекта. Построенный с учетом такой конструкции алгоритм обработки информации от датчиков угловой скорости (ДУС) ИИМ обеспечивает возможность оценивания всех составляющих погрешностей ДУС, включая смещения нулей, масштабные коэффициенты и углы рассогласования. Однако воплощение такого алгоритма на практике оказывается весьма трудной задачей, поскольку для его реализации требуется точная информация об угловых скоростях модуляционного вращения платформ, что приводит к необходимости разработки нового алгоритма, к которому не предъявляются такие требования.

В этой связи целью настоящей работы является синтез алгоритма обработки измерений двух ИИМ, не требующего знания угловой скорости поворота платформ. Рассматриваемая система навигации состоит из двух измерительных микромеханических модулей (всего 6 ДУС), установленных на отдельных платформах, оси вращения которых ортогональны. Модуль акселерометров расположен непосредственно на объекте. В данной статье для упрощения анализа будем рассматривать только задачу ориентации.

# Общие принципы обработки информации от двух измерительных источников

#### Комплементарный фильтр

При обработке избыточных навигационных измерений, в частности в условиях, когда один и тот же навигационный параметр измеряется несколькими датчиками, достаточно часто применяется комплементарный фильтр [14–17]. Особенно эффективным он оказывается в случае решения задачи оценивания погрешностей одного измерителя на фоне погрешностей другого измерителя, а искомый навигационный параметр формируется путем коррекции показаний одного из датчиков с учетом уточненных значений погрешностей. Преимуществом комплементарного фильтра является то, что при его построении не требуется модель динамики для оцениваемого вектора навигационных параметров.



Рис. 1. Схема построения алгоритма комплексной обработки с использованием комплементарного фильтра В настоящей работе в качестве измерительных источников применяются два ИИМ (рис. 1). Ключевой проблемой при использовании комплементарного фильтра является наблюдаемость вектора состояния  $\delta x = [\delta x_i^A, \delta x_i^B]^T$ . Очевидно, что если характер изменения погрешно-

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

стей обоих измерительных модулей  $\delta x_i^A$ ,  $\delta x_i^B$  одинаков, то оценить погрешности одного модуля на фоне погрешностей другого невозможно. В этом случае применение комплементарного алгоритма не имеет смысла. Как отмечалось во введении, модуляционное вращение ИИМ приводит к изменению характера погрешностей датчиков, что, в свою очередь, обеспечивает наблюдаемость и позволяет применить комплементарный фильтр.

Известно, что с помощью одноосного вращения погрешности датчиков, расположенных по осям, ортогональным оси вращения ИИМ, будут переменными,

тогда как погрешности датчиков, оси которых совпадают с осью вращения, останутся неизменными. Для того чтобы изменить характер погрешностей всех датчиков ИИМ, можно расположить один ИИМ на двухосной платформе, при этом второй ИММ может быть установлен непосредственно на объекте, либо расположить оба ИИМ на двух отдельных одноосных вращающихся платформах. Поскольку одноосная платформа проще, дешевле и имеет меньшие массогабаритные характеристики, чем двухосная, то в работах [12, 13] был предложен вариант построения системы навигации с двумя одноосными вращениями, показанный на рис. 2.





# Предложенная система на основе комплементарного фильтра

В предыдущих исследованиях [12, 13] для обработки измерений от двух ИИМ был предложен комплементарный алгоритм на основе обработки разности измерений угловых скоростей от двух ИИМ, функциональная схема которого показана на рис. 3, *a*.



Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018



Рис. 3. Функциональная схема при решении задачи ориентации

Из функциональной схемы на рис. 3, *а* видно, что в таком комплементарном фильтре обрабатываются разности угловых скоростей, вырабатываемых гироскопами  $\overline{J}_k, k = A, B$ , которые являются суммой угловой скорости объекта  $\overline{\omega}_b$ , скорости модуляционного вращения платформы  $\dot{\overline{\varphi}}_k, k = A, B$  и погрешностей датчиков угловой скорости  $\delta \overline{\omega}_k, k = A, B$ . Далее на основе данных об угловой скорости  $\overline{J}_B$ , с учетом полученных в фильтре оценок погрешностей  $\delta \hat{\overline{\omega}}_B$  для блока *B*, вырабатываются параметры ориентации. Подробно этот алгоритм изложен в работе [12]. Для его реализации необходима информация о скоростях модуляционного вращения платформ  $\dot{\varphi}_{A,B}$ .

С целью устранения указанного недостатка в настоящей работе предлагается другой вариант обработки измерений на основе сравнения данных решения задачи ориентации обоих ИИМ (рис. 3, б). В этом варианте на первом этапе показания гироскопов непосредственно поступают в блок реализации алгоритмов ориентации. Далее на основе решения уравнения Пуассона проводится расчет параметров ориентации, представляемых кватернионами  $Q_k, k = A, B$ , которые содержат три составляющих: кватернион  $Q_{ib}$ , описывающий абсолютное угловое положение объекта, кватернион  $Q_{\phi_k}, k = A, B$ , описывающий вращение k-ого ИИМ относительно объекта, и кватернион  $Q_{\phi_k}$ , k = A, B, описывающий погрешности построения расчетной инерциальной системы координат из-за погрешностей ИИМ А и В. Аналогично схеме, изображенной на рис. 3, а, для оценивания кватерниона ориентации объекта  $Q_{ib}$  с помощью комплементарного фильтра необходимо сначала формировать измерение, содержащее только  $Q_{\phi_k}$ ,  $Q_{\phi_k}$  и  $Q_k, k = A, B$ . Оно поступает на вход блока комплементарного алгоритма, и на основе фильтра Калмана оцениваются  $Q_{\phi_k}$ , k = A, B. На выходе кватернион  $Q_{ib}$  вычисляется с учетом полученных оценок  $Q_{\phi_k}$ , k = A, B. Далее на основе интегрирования показаний акселерометров при известных начальных значениях координат объекта получается кватернион  $Q_{in}$ , описывающий движение географического сопровождающего трехгранника. Углы ориентации объекта (угол курса  $\psi$ , тангажа  $\vartheta$  и крена  $\gamma$ ) определяется кватернионом  $Q_{nb}$  по выражению  $Q_{nb} = Q_{in}^*Q_{ib}$ . Рассмотрим предложенный алгоритм более подробно.

## Модель погрешностей системы

Для составления модели погрешностей предложенной системы введем необходимые системы координат (СК).

1. Связанная с объектом ортогональная СК  $ox_b y_b z_b$ : ось у совпадает с продольной осью объекта, ось x перпендикулярна плоскости симметрии объекта и направлена в правый борт, а ось z дополняет систему координат до правой. Введем угол  $\delta$ , характеризующий отклонения оси вращения ИИМ B от оси  $x_b$ связанной СК (рис. 4).



погрешность установки двух ИИМ

При этом положение оси вращения ИИМ B относительно связанной системы координат определяется матрицей  $C_{\delta}$ :

$$C_{\delta} = \begin{bmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Платформенная ортогональная система координат  $ox_p y_p z_p$  связана с осью вращения ИИМ *A* и *B* и отклонена от плоскости  $ox_b y_b$  на угол  $\varphi_k$ , k = A, B. В исходном положении плоскость  $ox_p y_p$  совпадает с плоскостью  $ox_b y_b$ . Соответственно, с двумя ИИМ *A* и *B* связаны две платформенные системы координат  $ox_{pA} y_{pA} z_{pA}$  и  $ox_{pB} y_{pB} z_{pB}$ .

3. Измерительная система координат  $ox_s y_s z_s$  связана с измерительными осями инерциальных датчиков. Положение измерительной и платформенной СК характеризуют углы рассогласования  $\alpha$  и  $\beta$  для ИИМ *A* и *B* соответственно. При

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

этом будем использовать следующие обозначения:  $\alpha^{\eta}_{\mu}$  и  $\beta^{\eta}_{\mu}$  ( $\mu = x, y, z; \eta = x, y, z$ ), где нижний индекс обозначает, к какой оси ИИМ относится этот угол, а верхний индекс показывает, вокруг какой оси производится поворот. Таким образом, можно записать матрицы перехода  $C_{pA}^{sA}$ ,  $C_{pB}^{sB}$  для двух ИИМ:

$$C_{pA}^{sA} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_x^z & -\alpha_x^y \\ -\alpha_y^z & 1 & \alpha_y^x \\ \alpha_z^y & -\alpha_z^x & 1 \end{bmatrix}, \qquad C_{pB}^{sB} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_x^z & -\beta_x^y \\ -\beta_y^z & 1 & \beta_y^x \\ \beta_z^y & -\beta_z^x & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь и далее при обозначении матрицы перехода ее верхний индекс соответствует СК, к которой осуществляется переход, а нижний – от которой этот переход выполняется. С учетом этих обозначений матрицы перехода между связанной и измерительной СК могут быть записаны в виде:

$$C_{b}^{sA} = C_{pA}^{sA} C_{b}^{pA} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{x}^{z} & -\alpha_{x}^{y} \\ -\alpha_{y}^{z} & 1 & \alpha_{y}^{y} \\ \alpha_{z}^{y} & -\alpha_{z}^{x} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{A} & 0 & -\sin \varphi_{A} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi_{A} & 0 & \cos \varphi_{A} \end{bmatrix},$$
$$C_{b}^{sB} = C_{pB}^{sB} C_{b}^{pB} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_{x}^{z} & -\beta_{x}^{y} \\ -\beta_{y}^{z} & 1 & \beta_{y}^{y} \\ \beta_{z}^{y} & -\beta_{z}^{x} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{B} & \sin \varphi_{B} \\ 0 & -\sin \varphi_{B} & \cos \varphi_{B} \end{bmatrix} C_{\delta}.$$

Учтем следующие погрешности датчиков угловой скорости: смещения нулей  $\overline{\varepsilon}_k = [\varepsilon_k^x, \varepsilon_k^y, \varepsilon_k^z]^T$ , масштабные коэффициенты  $\Delta K_k = diag([\Delta k_k^x, \Delta k_k^y, \Delta k_k^z])$  и измерительные шумы  $\overline{v}_k = [v_k^x, v_k^y, v_k^z]^T$ , k = A, B. В этом случае можно представить модель измерения ИИМ в следующем виде:

$$\begin{cases} \overline{J}_A = (E + \Delta K_A) C_b^{sA} (\overline{\omega}_b + \overline{\dot{\phi}}_A) + \overline{\varepsilon}_A + \overline{\nu}_A, \\ \overline{J}_B = (E + \Delta K_B) C_b^{sB} (\overline{\omega}_b + C_{\delta}^{\overline{T}} \overline{\dot{\phi}}_B) + \overline{\varepsilon}_B + \overline{\nu}_B, \end{cases}$$
(1)

где  $\overline{\omega}_b$  – угловая скорость объекта,  $\overline{\dot{\phi}}_A = [0, \dot{\phi}_A, 0]^T, \overline{\dot{\phi}}_B = [\dot{\phi}_B, 0, 0]^T$ ,  $\overline{v}_k = [v_k^x, v_k^y, v_k^z]^T, k = A, B$  – дискретные центрированные белые шумы, E – единичная матрица.

Запишем уравнение (1) как

$$\begin{cases} \overline{J}_A = \overline{\omega}_{Atrue} + \delta \overline{\omega}_A = C_b^{pA} \overline{\omega}_b + \overline{\dot{\phi}}_A + \delta \overline{\omega}_A ,\\ \overline{J}_B = \overline{\omega}_{Btrue} + \delta \overline{\omega}_B = C_b^{pB} \overline{\omega}_b + \overline{\dot{\phi}}_B + \delta \overline{\omega}_B, \end{cases}$$
(2)

где  $\overline{\omega}_{k true}$ , k = A, B — истинные угловые скорости ИИМ A и B,  $\delta \overline{\omega}_{k}$ , k = A, B — погрешности измерений ИИМ A и B, включая смещения нулей, масштабные коэффициенты и углы рассогласования. Вводя предположение о малости погрешностей датчиков и пренебрегая членами второго порядка, получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \delta \overline{\omega}_{A} = \overline{J}_{A} - \left[ (E + \Delta K_{A}) C_{pA}^{sA} \right]^{-1} (\overline{J}_{A} - \overline{\varepsilon}_{A} - \overline{\nu}_{A}) \approx C_{A} \overline{J}_{A} + \overline{\varepsilon}_{A} + \overline{\nu}_{A}, \\ \delta \overline{\omega}_{B} = \overline{J}_{B} - \left[ (E + \Delta K_{B}) C_{pB}^{sB} \right]^{-1} (\overline{J}_{B} - \overline{\varepsilon}_{B} - \overline{\nu}_{B}) \approx C_{B} \overline{J}_{B} + \overline{\varepsilon}_{B} + \overline{\nu}_{B}, \end{cases}$$
(3)  
rge  $C_{A} = \begin{bmatrix} \Delta k_{A}^{x} & \alpha_{x}^{z} & -\alpha_{x}^{y} \\ -\alpha_{y}^{z} & \Delta k_{A}^{y} & \alpha_{y}^{y} \\ \alpha_{z}^{y} & -\alpha_{z}^{x} & \Delta k_{A}^{z} \end{bmatrix}, \quad C_{B} = \begin{bmatrix} \Delta k_{B}^{x} & \beta_{x}^{z} & -\beta_{y}^{y} \\ -\beta_{y}^{z} & \Delta k_{B}^{y} & \beta_{y}^{y} \\ \beta_{z}^{y} & -\beta_{z}^{x} & \Delta k_{B}^{z} \end{bmatrix}.$ 

Расчетная система координат  $ox_c y_c z_c$  отклонена на углы  $\phi_{ix}, \phi_{iy}, \phi_{iz}, i = A, B$  от истинной инерциальной СК  $ox_i y_i z_i$ . Соответственно, с блоками ИИМ A и B связаны СК  $ox_{cA} y_{cA} z_{cA}$  и  $ox_{cB} y_{cB} z_{cB}$ , при этом матрица перехода  $C_i^c$  от истинной инерциальной СК к расчетной СК имеет следующий вид:

$$C_{i}^{c} = \begin{bmatrix} \cos \phi_{y} \cos \phi_{z} - \sin \phi_{y} \sin \phi_{x} \sin \phi_{z} & \cos \phi_{y} \sin \phi_{z} - \sin \phi_{y} \sin \phi_{x} \cos \phi_{z} & -\sin \phi_{y} \cos \phi_{x} \\ -\cos \phi_{x} \sin \phi_{z} & \cos \phi_{x} \cos \phi_{z} & \sin \phi_{x} \\ \sin \phi_{y} \cos \phi_{z} + \cos \phi_{y} \sin \phi_{x} \sin \phi_{z} & \sin \phi_{y} \sin \phi_{z} - \cos \phi_{y} \sin \phi_{x} \cos \phi_{z} & \cos \phi_{y} \cos \phi_{x} \end{bmatrix}$$

На рис. 5 показана взаимосвязь введенных СК для рассматриваемой системы при решении задачи ориентации.

Углы ориентации объекта ( $\psi$ ,  $\vartheta$  и  $\gamma$ ) определяются кватернионом  $Q_{nb} = Q_{in}^* Q_{ib}$  и начальной информацией, полученной при выставке по сигналам магнитометров и акселерометров [18]. В отношении исследуемых малых подвижных объектов было принято допущение, что объект перемещается на небольшие расстояния, что позволяет не учитывать изменение широты.



Рис. 5. Отношение между существующими СК предложенной системы, где  $Q_{ib}$  – кватернион, описывающий абсолютное угловое положение объекта;  $Q_k$ , k = A, B – кватернион, описывающий абсолютное угловое положение ИИМ A и B;  $Q_{\varphi_A} = \cos \frac{\varphi_A}{2} + \sin \frac{\varphi_A}{2} j$ ,  $Q_{\varphi_B} = \cos \frac{\varphi_B}{2} + \sin \frac{\varphi_B}{2} i$  – кватернион, описывающий вращение ИИМ A и B относительно объекта;  $Q_{\delta} = \cos \frac{\delta}{2} + \sin \frac{\delta}{2} k$  – кватернион, описывающий угол отклонения оси вращения ИИМ B от оси  $ox_b$ ;  $Q_{\varphi_k}$ , k = A, B – кватернион, описывающий углами отклонения  $\varphi_{kx}$ ,  $\varphi_{ky}$ ,  $\varphi_{kz}$ , k = A, B;  $Q_{in}$  – кватернион, описывающий движение географического сопровождающего трехгранника относительно инерциальной СК

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

# Модель для вектора состояний и измерений при построении комплементарного фильтра

В соответствии со схемой (рис. 3, б) измерения от двух ИИМ, содержащие информацию об угловом положении объекта, могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} Q_A = Q_{\phi_A}^* Q_{ib} Q_{\phi_A}, \\ Q_B = Q_{\phi_B}^* Q_{\delta}^* Q_{ib} Q_{\delta} Q_{\phi_B}, \end{cases}$$
(4)

где \* – операция сопряжения кватерниона.

Применяя принцип построения комплементарного фильтра, подставляем  $Q_{ib}$  из первого уравнения во второе (4) и получаем следующее уравнение для измерения фильтра:

$$Q_B = Q_{\phi_B}^* Q_{\delta}^* Q_{\phi_A} Q_A Q_{\phi_A}^* Q_{\delta} Q_{\phi_B}.$$
<sup>(5)</sup>

Для того чтобы пояснить суть полученного выражения, предположим, что угол  $\delta = 0$ , а углы  $\phi_{kx}, \phi_{ky}, \phi_{kz}, k = A, B$  – малые, тогда (5) можно записать в следующем виде:

$$Q_B (Q_A Q_{\phi_A}^* Q_{\phi_B})^* = Q_{\phi_B}^* Q_{\phi_A}, \ Q_{\phi_B}^* Q_{\phi_A} \approx 1 + \frac{\phi_{Ax} - \phi_{Bx}}{2} i + \frac{\phi_{Ay} - \phi_{By}}{2} j + \frac{\phi_{Az} - \phi_{Bz}}{2} k$$

Учитывая модель погрешностей системы ориентации [2], уравнения для  $Q_{\phi_A}, Q_{\phi_B}$  примут следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\mathcal{Q}}_{\phi_A} = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{\phi_A} \left[ -C_{pA}^{cA} \delta \overline{\varpi}_A \right] = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{\phi_A} \left[ -C_{pA}^{cA} (C_A \overline{J}_A + \overline{\varepsilon}_A + \overline{v}_A) \right], \\ \dot{\mathcal{Q}}_{\phi_B} = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{\phi_B} \left[ -C_{pB}^{cB} \delta \overline{\varpi}_B \right] = \frac{1}{2} \mathcal{Q}_{\phi_B} \left[ -C_{pB}^{cB} (C_B \overline{J}_B + \overline{\varepsilon}_B + \overline{v}_B) \right]. \end{cases}$$
(6)

Для упрощения будем полагать, что все составляющие погрешностей датчиков ИИМ постоянны:

$$\begin{cases} \dot{C}_A = 0, \ \dot{C}_B = 0, \\ \dot{\overline{\epsilon}}_A = 0, \ \dot{\overline{\epsilon}}_B = 0, \\ \dot{\overline{\delta}} = 0. \end{cases}$$
(7)

Введем вектор состояния  $x = \begin{bmatrix} Q_{\phi_A}, cs(C_A)^T, \overline{c}_A^T, Q_{\phi_B}, cs(C_B)^T, \overline{c}_B^T, \delta \end{bmatrix}^T$  размерности 33, где cs(A) – матричная функция, которая представляет элементы матрицы в виде столбца  $cs(A) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} & a_{12} & a_{22} & \dots & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}^T$ .

В итоге модель для вектора состояния и измерений при построении комплементарного фильтра может быть записана в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x} = \Phi(x, w, t), \\ y = h(x, v, t). \end{cases}$$
(8)

Здесь нелинейная функция  $\Phi(x, w, t)$  определяется уравнениями (6, 7), а в качестве порождающих шумов w выступают измерительные шумы, то есть  $w = \left[\overline{v}_A^T, \overline{v}_B^T\right]^T$ ; функция h(x, v, t), которая также является нелинейной, определяется уравнением (5), при этом в качестве измерительных шумов v выступают погрешности измерений датчиков углов  $v = \left[\Delta \varphi_A, \Delta \varphi_B\right]^T$ ; t – время, входящее в  $\Phi(\bullet)$  и  $h(\bullet)$ , поскольку функции  $\overline{J}_k$  и матрицы  $C_{pk}^{ck}, k = A, B$  зависят от него. Очевидно, что для построения эффективного комплементарного фильтра требуется учитывать нелинейный характер задачи. Поскольку получить выражения для производных модели (8) с вектором состояния размерности 33 достаточно трудно, в работе применяется сигма-точечный, или ансцентный, фильтр Калмана (Unscented Kalman filter, UKF) [19].

### Результаты моделирования

Как было отмечено в работах [12, 20], наблюдаемость всех неизвестных параметров зависит от угловых скоростей объекта и вращения обеих поворотных платформ. В этой связи для условий объекта полная наблюдаемость не всегда может быть обеспечена. Однако для микромеханических ИИМ погрешности смещений нулей гироскопов являются основной причиной накопления погрешности углов ориентации, наблюдаемость которых всегда может быть обеспечена за счет вращения двух ИИМ. С целью проверки работоспособности предложенной системы были заданы следующие законы управления поворотом платформ и движения объекта:

$$\begin{cases} \varphi_{A} = \frac{\pi}{2} \sin(\frac{2\pi}{20}t), \\ \varphi_{B} = \frac{\pi}{2} \sin(\frac{2\pi}{20}t). \end{cases} \begin{cases} \psi = 0, t < 300 c, \\ 9 = 0, t < 300 c, \\ \gamma = 0, t < 300 c, \end{cases} \begin{cases} \psi = 10^{o} \sin(\frac{2\pi}{14}t), t \ge 300 c, \\ 9 = 8^{o} \sin(\frac{2\pi}{13}t), t \ge 300 c, \\ \gamma = 6^{o} \sin(\frac{2\pi}{12}t), t \ge 300 c. \end{cases}$$
(9)

При моделировании погрешности измерений датчиков угла  $\Delta \phi_k$ , k = A, B были представлены дискретными белыми шумами с дисперсиями  $\sigma_{\Delta \phi A}^2 = \sigma_{\Delta \phi B}^2 = \sigma_{\Delta \phi}^2$ .

Для алгоритма, построенного по схеме 3, *a*, угловые скорости вращения ИИМ по показаниям датчиков угла вычисляются по следующим уравнениям:

$$\begin{cases} \hat{\phi}_A(t) = \frac{\phi_A(t+\tau) - \phi_A(t-\tau)}{2\tau}, \\ \hat{\phi}_B(t) = \frac{\phi_B(t+\tau) - \phi_B(t-\tau)}{2\tau}, \end{cases}$$

где  $\hat{\phi}_A(t), \hat{\phi}_B(t)$  – оценки угловых скоростей вращения ИИМ,  $\tau$  – шаг дифференцирования.

Для линейной скорости движения объекта была принята следующая модель:

$$V_{E,N} = 15\kappa M / 4ac, V_h = 0, V_{E,N,h} = 0.$$

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

При моделировании показаний ИИМ *A* и *B* была использована модель погрешностей (2), среднеквадратическое отклонение (СКО) которых, приведенное в табл. 1, было задано соответствующим погрешностям микромеханического датчика MPU6050 [21].

Таблица 1

	ИИМ А,В
СКО смещений нулей ДУС, °/с	0,15
СКО измерительных шумов $\sigma$ , °/c	0,033
СКО углов рассогласования, °	1
СКО масштабных коэффициентов	0,001
СКО угла б, °	1

Параметры моделирования показаний ИИМ

Моделирование проводилось для двух значений уровня шумов измерения датчиков угла:  $\sigma_{\Delta\phi} = 0,036^0$  и  $\sigma_{\Delta\phi} = 0,0036^0$ . На рис. 6 и 7 показаны результаты моделирования погрешностей определения углов ориентации  $\Delta\psi$ ,  $\Delta\vartheta$  и  $\Delta\gamma$  при использовании для построения системы ориентации одного ИИМ и двух ИИМ, при обработке данных по схеме 3, *a* и с учетом предложенной в работе схемы 3, *б*.

Из представленных результатов видно, что обработка данных от двух ИММ с применением комплементарного фильтра позволяет существенно повысить точность определения параметров ориентации по сравнению с использованием только одного ИИМ. Для алгоритма, построенного по схеме 3, *a*, существенное значение имеют погрешности датчиков угла вращения платформ, поскольку в измерениях, поступающих на вход фильтра, содержатся данные об угле и угловой скорости поворота платформ. Это подтверждают результаты моделирования, показавшие увеличение погрешности выработки углов ориентации более чем в 10 раз при использовании более грубого датчика угла. Применение алгоритма, построенного по схеме 3, *б*, позволяет существенно снизить требования к точности датчика угла. Так, из сравнения рис. 6 и 7 следует, что при использовании грубого и точного датчиков предложенный алгоритм, в отличие от алгоритма 3, *a*, позволяет получать параметры ориентации с приемлемой точностью.

На рис. 8 показаны погрешности оценок и их дисперсии для смещения нулей  $\varepsilon_A^x$ , погрешности масштабных коэффициентов  $\Delta k_A^x$  и угла рассогласований  $\alpha_x^y$  для ДУС *A* при погрешности измерения датчика угла  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,036^0$ . Видно, что на неподвижном основании дисперсия смещения нулей  $\varepsilon_A^x$  уменьшается, а дисперсии  $\Delta k_A^x$  и  $\alpha_x^y$  остаются неизменным. Начиная с 300 с, при наличии качки основания, заданной согласно (9), дисперсии всех составляющих погрешностей ДУС уменьшаются, поскольку в данном случае выполняется условие полной наблюдаемости [20]. На рис. 9 представлены результаты оценивания угла  $\delta$  для двух схем обработки, которые показывают, что при принятых условиях моделирования все составляющие погрешностей двух ИИМ успешно оцениваются. Необходимо отметить, что погрешности углов ориентации при обработке как по схеме 3, *a*, так и по схеме 3, *b* накапливаются со временем, что из-за наличия погрешности оценок ошибок ИИМ приводит к необходимости проведения периодических коррекций от внешних измерений.



Рис. 6. Погрешности углов ориентации (угла курса  $\Delta \psi$ , тангажа  $\Delta \vartheta$  и крена  $\Delta \gamma$ ) на основе датчиков угла с дисперсией измерительных шумов  $\sigma_{\Delta \phi}^2 = (0,036^o)^2$  в течение 600 с

(1 – при использовании одного ИИМ; 2 – при использовании двух ИИМ при обработке по схеме 3, *a*; 3 – при использовании двух ИИМ при обработке по схеме 3, *б*.)



Рис. 7. Погрешности углов ориентации (угла курса  $\Delta \psi$ , тангажа  $\Delta 9$  и крена  $\Delta \gamma$ ) на основе датчиков угла с дисперсией измерительных шумов  $\sigma_{\Delta \phi}^2 = (0,0036^o)^2$  в течение 600 с

(1 – при использовании одного ИИМ; 2 – при использовании двух ИИМ при обработке по схеме 3, *a*; 3 – при использовании двух ИИМ при обработке по схеме 3, *б*.)



Рис. 8. Погрешности оценок ошибок ИИМ А

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018



Рис. 9. Истинный угол δ и его оценки

(1 – истинное значение угла δ; 2 – оценка угла δ по схеме 3, a; 3 – оценка угла δ по схеме 3, б)

#### Заключение

Рассмотрена система ориентации, состоящая из двух измерительных микромеханических модулей, расположенных на отдельных поворотных платформах, оси вращения которых ортогональны. Предложен алгоритм обработки измерений, не требующий информации об относительных угловых скоростях модуляционного вращения платформ. Проведено сравнительное моделирование предложенного алгоритма и алгоритма на основе обработки разности данных об угловых скоростях объекта, вырабатываемых двумя модулями. Показана малая зависимость точности решения задачи от погрешностей датчика угла поворота платформ при использовании грубого датчика, что позволяет значительно снизить требования к элементной базе. Поскольку, как известно, в автономном режиме погрешности по углу курса накапливаются со временем, а по крену и тангажу погрешности подвержены шулеровским колебаниям, то в дальнейшем целесообразно исследовать способы коррекции погрешностей предложенной системы, в частности, за счет использования скорости от внешнего измерителя.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Зельдович С.М., Малтинский М.И., Окон И.М., Остромухов Я.Г. Автокомпенсация инструментальных погрешностей гиросистем- Ленинград: Судостроение, 1976. 255 с.
- Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 389 с.
- Литвиненко Ю.А. Оптимизация алгоритмов инерциальной навигационной системы морских объектов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005. 161 с.
- 4. Ishibashi, S., Tsukioka, S., Sawa, T., et al., The rotation control system to improve the accuracy of an inertial navigation system installed in an autonomous underwater vehicle, *Proceedings of the Symposium on Underwater Technology and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies*, April 2007, Tokyo, Japan, IEEE, pp. 495–498.
- Kang, L., Ye, L., Song, K., Zhou, Y., Attitude Heading Reference System Using MEMS Inertial Sensors with Dual-Axis Rotation, Sensors, 2014, vol. 14, pp. 18075–18095.
- Sun, F., Sun, W., Guo, Z., Auto-compensation method of SINS based on IMU rotation, *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, vol. 30, issue 12.
- 7. Yuan, Z., Zhao, L., Error Analysis of Rotray SINS Sensor, *Sensors & Transducers*, September 2013, vol. 156, issue 9.
- Емельянцев Г.И., Литманович Ю.А., Мошкин Н.Н. О повышении информационной автономности БИНС морского применения // Гироскопия и навигация. 2014. № 3 (86). С. 13–28.
- 9. Chen, J., Dong, J., Landry, R., and Chen, D., A novel optimal configuration form redundant MEMS inertial sensors based on the orthogonal rotation method, *Sensors*, 2014 Aug, 14(8), pp. 13661–13678.

- Guerrier, S., Waegli, A., Skaloud, J., and Victoria-Feser, Fault detection and isolation in multiple MEMS-IMUs configurations, *IEEE Aerosp. Electron*, 2015, vol. 48, issue 3.
- 11. Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Борзов А.Б., Меркулова И.И., Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Федоров И.В. Полунатурная отработка многопозиционных инерциальноспутниковых навигационных систем на базе волоконно-оптических и микромеханических измерителей // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб., 2017. С. 106–110.
- 12. Лян Ц., Литвиненко Ю.А. Алгоритм оценивания погрешностей инерциальных датчиков с использованием двух блоков микромеханических гироскопов // Навигация и управление движением: Материалы XVIII конференции молодых ученых с международным участием. 2016. С. 556–564.
- 13. Лян Ц., Литвиненко Ю.А. Алгоритм решения задачи ориентации с использованием двух блоков микромеханических гироскопов // Сборник трудов XXV Международной научнотехнической конференции «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации». 2016. С. 171.
- Euston, M., Coote, P., Mahony, R., Kim, J., and Hamel, T., A complementary filter for attitude estimation of a fixed-wing UAV, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, Nice, France, 2008, pp. 340–345.
- Степанов О. А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2010. 509 с.
- Vasconcelos, J.F., Cardeira, B., Silvestre, C., Oliveira, P., and Batista, P.T.M., Discrete-Time Complementary Filters for Attitude and Position Estimation: Design, Analysis and Experimental Validation, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, vol. 19, issue 1, pp. 181–198.
- Степанов О.А., Мансур М. Алгоритмы комплексной обработки в задаче коррекции показаний навигационных систем при наличии нелинейных измерений // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. № 6. С. 89–102.
- Chen, Y., Wang, L., Li ,K., A self-calibration method in single-axis rotational inertial navigation system with rotating mechanism, *Proc. SPIE 10463, AOPC 2017: Space Optics and Earth Imaging* and Space Navigation, 24 October 2017.
- 19. Julier, S.J., Uhlmann, J.K., Unscented filtering and nonlinear estimation, Proceedings of the IEEE, 2004, no. 92, pp. 401–422.
- Liang, Q., Litvinenko, Y.A., and Stepanov, O.A., Analyzing the error observability of an orientation system based on two rotation units of micromechanical gyroscopes, 2017 IEEE II International Conference on Control in Technical Systems (CTS), St. Petersburg, 2017, pp. 236–239.
- 21. https://store.invensense.com/datasheets/invensense/MPU-6050\_DataSheet\_V3%204.pdf.

Liang Q. (ITMO University, Saint-Petersburg), Litvinenko Yu.A., Stepanov O.A. (ITMO University, Concern CSRI Elektropribor, JSC, Saint-Petersburg).

Method of Processing Measurements from Two Units of Micromechanical Gyroscopes for Solving the Orientation Problem. *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2018. Vol. 26. No. 2 (101). P. 29–42.

*Abstract.* The data processing problem in attitude and heading reference system based on two units of micromechanical gyroscopes is considered as a special class of information processing problems from two measurement sources. A novel algorithm used for processing the measurements data from two units of micromechanical gyroscopes is proposed, which can improve orientation system performance while reducing the requirements for external sensors. A mathematical error model of micromechanical gyroscopes and orientation system is given, considering the rotation of the measurement units, and the advantages of the proposed method is analyzed in comparison with other algorithms.

Key words: micromechanical gyroscope, inertial measuring unit, complementary filter, turntable, modulation rotation.

Гироскопия и навигация. Том 26, №2 (101), 2018

### REFERENCES

- 1. Zel'dovich, S.M., Maltinskii, M.I., Okon, I.M. and Ostromukhov, Ya.G., *Avtokompensatsiya instrumental'nykh pogreshnostei girosistem* (Auto-compensation of Instrumental Errors in Gyro Systems), Leningrad, Sudostroenie, 1976.
- 2. Anuchin, O.N. and Emel'yantsev, G.I., *Integrirovannye sistemy orientatsii i navigatsii dlya* morskikh podvizhnykh ob"ektov (Integrated Systems of Orientation and Navigation for Marine Vehicles), St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2003.
- 3. Litvinenko, Yu.A., Optimization of algorithms of inertial navigation system of marine vehicles, *Cand. Sci. (Eng.) Dissertation*, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2005.
- 4. Ishibashi, S., Tsukioka, S., Sawa, T. et al., The rotation control system to improve the accuracy of an inertial navigation system installed in an autonomous underwater vehicle, *Proceedings of the Symposium on Underwater Technology and Workshop on Scientific Use of Submarine Cables and Related Technologies*, April 2007, Tokyo, Japan, IEEE, pp. 495–498.
- Kang, L., Ye, L., Song, K. and Zhou, Y., Attitude heading reference system using MEMS inertial sensors with dual-axis rotation, *Sensors*, 2014, vol. 14, pp. 18075–18095.
- 6. Sun, F., Sun, W. and Guo, Z., Auto-compensation method of SINS based on IMU rotation, *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, vol. 30, no. 12.
- 7. Yuan, Z. and Zhao, L., Error analysis of rotary SINS sensor, Sensors & Transducers, 2013, vol. 156, no. 9.
- Emel'yantsev, G.I., Litmanovich, Yu.A. and Moshkin, N.N., Improving information autonomy of marine SINS, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 1, pp. 9–15.
- 9. Chen, J., Dong, J., Landry, R. and Chen, D., A novel optimal configuration form redundant MEMS inertial sensors based on the orthogonal rotation method, *Sensors*, 2014, no. 14(8), pp. 13661–13678.
- Guerrier, S., Waegli, A., Skaloud, J. and Victoria-Feser, M.-P., Fault detection and isolation in multiple MEMS-IMUs configurations, *IEEE Aerosp. Electron*, 2015, vol. 48, no. 3.
- Chernodarov, A.V., Patrikeev, A.P., Borzov, A.B., Merkulova, I.I., Korkishko, Yu.N., Fedorov, V.A. and Fedorov, I.V., Seminatural development of multiposition inertial satellite navigation systems built around fiber-optic and micromechanical sensors, *Proceedings of the 24th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2017, pp. 148–151.
- 12. Liang, Q. and Litvinenko, Yu.A., Algorithms of inertial sensor errors estimation using two units of micromechanical gyroscopes, *Materialy XVIII konferentsii molodykh uchenykh "Navigatsiya i upravlenie dvizheniem"* (Proceedings of the 18th Conference of Young Scientists "Navigation and Motion Control"), St. Petersburg: Elektropribor, 2016, pp. 556–564.
- 13. Liang, Q. and Litvinenko, Yu.A., Algorithm for solving the orientation problem using two units of micromechanical gyroscopes, *Sbornik trudov XXV Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Sovremennye tekhnologii v zadachakh upravleniya, avtomatiki i obrabotki informatsii* (Proceedings of the 25th International Scientific and Technical Conference "Modern technologies in Control, Automation and Information Processing Applications"), 2016, p. 171.
- Euston, M., Coote, P., Mahony, R., Kim, J. and Hamel, T., A complementary filter for attitude estimation of a fixed-wing UAV, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, Nice, France, 2008, pp. 340–345.
- 15. Stepanov, O.A., Osnovy teorii otsenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoi informatsii (Fundamentals of the Estimation Theory with Applications to the Problems of Navigation Information Processing), Part 1, Vvedenie v teoriyu otsenivaniya (Introduction to the Estimation Theory), St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2010.
- Vasconcelos, J.F., Cardeira, B., Silvestre, C., Oliveira, P. and Batista, P.T.M., Discrete-time complementary filters for attitude and position estimation: design, analysis and experimental validation, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, vol. 19, no. 1, pp. 181–198.
- Stepanov, O.A. and Mansour, M., Integrated processing algorithms for correction of navigation system using nonlinear measurements, *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki* [Tula State University News Bulletin. Engineering Sciences], 2016, no.6, pp. 89–102.
- Chen, Y., Wang, L. and Li, K., A self-calibration method in single-axis rotational inertial navigation system with rotating mechanism, *Proc. SPIE 10463, AOPC 2017: Space Optics and Earth Im*aging and Space Navigation, October 2017.
- Julier, S.J. and Uhlmann, J.K., Unscented filtering and nonlinear estimation, *Proceedings of the IEEE*, 2004, no. 92, pp. 401–422.
- Liang, Q., Litvinenko, Y.A. and Stepanov, O.A., Analyzing the error observability of an orientation system based on two rotation units of micromechanical gyroscopes, 2017 IEEE II International Conference on Control in Technical Systems (CTS), St. Petersburg, 2017, pp. 236–239.
- InvenSense MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification, available at: https://store.invensense.com/ datasheets/ invensense/MPU-6050\_DataSheet\_V3%204.pdf