УДК 621.398.694 DOI 10.17285/0869-7035.2017.25.4.035-059

#### А. РАДИ, С. НАССАР, Н. ЭЛЬ-ШЕЙМИ

### МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ СМАРТФОНОВ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ДИНАМИКУ ДВИЖЕНИЯ

Проведено исследование стохастических погрешностей инерциальных датчиков на основе технологии микроэлектромеханических систем (МЭМС) в статических и динамических условиях. В качестве образцов использовались датчики инерциальных измерительных модулей (ИИМ) двух моделей смартфонов. Оценка характеристик стохастических погрешностей производилась двумя методами: методом вариации Аллана (ВА) и обобщенным методом моментов вейвлетов (ОММВ). Параметры модели, определенные в динамических условиях в лаборатории, сопоставляются с параметрами, полученными на неподвижном основании. В используемых для идентификации моделей реализациях исключены аномальные данные на основе доверительного интервала (ДИ). Предложен новый алгоритм инерциально-спутниковой навигационной системы ИНС/GPS, адаптивный к динамике движения. Представлен анализ эффективности использования различных стохастических моделей на основе ВА и ОММВ с применением смоделированных данных инерциально-спутниковой навигационной системы при пропадании сигналов GPS. Анализ выполнен с помощью предложенного алгоритма. Точность определения местоположения, полученная с помощью адаптивного алгоритма комплексирования ИНС/GPS, превосходит точность, достигнутую при использовании стандартного алгоритма комплексирования ИНС/GPS на основе статической модели погрешностей. Кроме того, модели стохастической погрешности, полученные на основе ОММВ, показывают лучшие результаты, чем модели на основе ВА.

Ключевые слова: стохастическая погрешность, калибровка инерциальных датчиков, инерциальный измерительный модуль, вариация Аллана, обобщенный метод моментов вейвлетов, комплексирование ИНС/GPS.

#### 1. Введение

Глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС) представляет собой точную систему позиционирования, которая применяется в различных условиях, позволяющих принимать сигналы навигационных спутников [1]. С другой стороны, инерциальная навигационная система (ИНС) обеспечивает точную

Ради Ахмед. Аспирант, факультет инженерной геоматики, Университет Калгари (Канада).

Нассар Самех. Научный сотрудник, факультет инженерной геоматики, Университет Калгари.

Эль-Шейми Насер. Доктор наук, профессор, факультет инженерной геоматики, Университет Калгари.

Научный редактор перевода д.т.н. Д. А. Кошаев.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

кратковременную навигационную информацию на высокой частоте. Тем не менее у нее есть серьезный недостаток, связанный с погрешностями инерциальных датчиков, которые приводят к снижению точности навигационной информации с течением времени [2]. В последние два десятилетия появились методы интеграции этих двух систем, которые позволяют построить точную, надежную и взаимодополняющую систему с более высокими характеристиками по сравнению с ИНС и ГНСС по отдельности. В инерциально-спутниковых системах ГНСС обеспечивает данные по абсолютному позиционированию, а ИНС позволяет определить ориентацию объекта. Однако данная система имеет некоторые ограничения, связанные с возможной блокировкой сигналов ГНСС, например, в тоннелях или в условиях городской застройки [3]. В таких случаях ИНС работает в автономном режиме до тех пор, пока снова не начнет поступать сигнал от ГНСС. Точность определения местоположения всей системой во время пропадания сигнала ГНСС зависит от погрешностей инерциальных датчиков и адекватности их моделей, использованных в интегрированной навигационной системе.

В последнее время широкое распространение получили ИИМ на основе МЭМС-датчиков. Несмотря на то что такие датчики различаются стоимостью, массогабаритными характеристиками и энергопотреблением, следует отметить некоторые ограничения, связанные с их точностью [4]. В частности, нельзя отрицать тот факт, что в некоторых применениях эти датчики неспособны обеспечить требуемый уровень точности [5]. Погрешности датчиков обычно подразделяют на детерминированные и стохастические [6]. Детерминированные погрешности, например смещение нуля датчика и масштабный коэффициент, можно компенсировать по результатам лабораторной калибровки [7]. В свою очередь, стохастические погрешности требуют определения адекватных моделей.

#### 1.1. Обзор предшествующих работ

В целом идентификация моделей погрешностей инерциальных датчиков является нетривиальной задачей, требующей больших временных затрат, особенно в случае дешевых МЭМС-датчиков. Это объясняется сложной структурой модели стохастической погрешности, которая может содержать один или несколько случайных процессов, таких как белый шум (БШ), коррелированный шум, винеровский процесс и т.д. Определение стохастических моделей выполняют различными методами как во временной области, так и в области частот.

В частности, в [8, 9] применялся метод автокорреляционной функции (АКФ) для исследования интервала корреляции погрешностей недорогих инерциальных датчиков, используемых для обеспечения алгоритма определения ориентации. Однако применение АКФ не всегда оправдано для широких динамических диапазонов или случайных процессов высокого порядка [10]. Кроме того, некоторые исследователи при построении модели погрешности инерциальных датчиков используют спектральную плотность мощности (СП), которая представляет собой АКФ, подвергнутую преобразованию Фурье [11, 12]. Однако данный метод не позволяет детально исследовать составляющие погрешностей инерциальных датчиков в области низких частот.

В середине 1960-х гг. был предложен еще один метод идентификации стохастических моделей – многоальтернативной фильтрации [13]. В классическом варианте этот метод предполагает применение банка фильтров Калмана (ФК), каждый из которых настроен на одну из предполагаемых моделей. Однако в ряде задач оказывается возможным использование более экономичных вычислительных процедур, не требующих реализации банка ФК. Метод многоальтернативной фильтрации используется, например, для разрешения фазовой неоднозначности измерений GPS [14] и для слежения за маневрирующими целями [15]. Однако построение банка ФК ведет к резкому увеличению вычислительной нагрузки на бортовой вычислитель, а использование более экономичных методов многоальтернативной фильтрации возможно только для ограниченного круга специфических задач.

Помимо вышеперечисленных методов самым распространенным подходом к исследованию характеристик стохастических погрешностей инерциальных датчиков является метод ВА, который изначально был предложен для изучения стабильности частоты точных генераторов [16]. Благодаря тому что метод ВА понятен, эффективен и прост в вычислениях, он использовался в многочисленных исследованиях для определения типов случайных процессов в показаниях инерциальных датчиков [10, 17–20]. Тем не менее при использовании ВА в случае дешевых МЭМС-устройств выявились значительные ограничения, одним из которых является возникновение неоднозначности, если график ВА в логариф-мическом масштабе представляет сумму двух и более случайных процессов.

Одним из методов оценивания, разработанных за последнее время, является OMMB [21], который сочетает в себе подход на основе вейвлетов и обобщенный метод наименьших квадратов и применяется для окончательной оценки так называемых «латентных» смешанных процессов временного ряда. В некоторых исследованиях OMMB применялся также для анализа моделируемых погрешностей инерциального датчика [22] и реальных данных от различных ИИМ [23, 24]. Реализация как BA, так и OMMB (методик без применения фильтра Калмана) сводится к определению наклонов участков графиков, что делает возможным их применение и в реальном времени.

Как правило, результаты исследования моделей инерциальных датчиков не отражают в полной мере зависимость характеристик стохастической погрешностей от окружающих условий. В частности, известно, что стохастические погрешности МЭМС-датчиков зависят от температуры и динамики движения. Так, при длительной регистрации показаний инерциального МЭМС-датчика для построения графика ВА происходит повышение температуры кремниевого чувствительного элемента (поскольку МЭМС изготавливают главным образом из кремния), что, в свою очередь, влияет на характеристики его погрешности [25]. Таким образом, модель стохастической погрешности МЭМС-датчиков, полученная на основе длительных реализаций при комнатной температуре, не может быть достоверной. Кроме того, необходимо помнить, что эксплуатация инерциальных датчиков происходит в разнообразных динамических условиях, поэтому важно исследовать взаимосвязь между характеристиками погрешности инерциального датчика и динамикой объекта. Идентификация модели стохастической погрешности на основе только статических данных не гарантирует достоверного результата.

Несмотря на эту особенность, лишь немногие исследователи изучали стохастические погрешности МЭМС-датчиков в различных условиях, в частности при изменении температуры [26, 27] и динамики движения [28, 29]. При этом построение и описание погрешностей для недорогих МЭМС-датчиков относятся к области, требующей более глубоких исследований. Необходимо также отметить, что ранее в [30] мы изучили влияние тепловых изменений на модель шума различных недорогих ИИМ на основе МЭМС, установленных в смартфонах, пользуясь длительными реализациями данных. Поскольку в настоящей работе используются относительно короткие массивы данных, влияние температурных изменений здесь не учитывается.

#### 1.2. Задачи и содержание исследований

Главная задача настоящей работы заключается в повышении точности инерциально-спутниковых систем на основе ИИМ на МЭМС-технологиях в смартфонах с применением моделей погрешностей, учитывающих динамику движения. Данная задача будет реализовываться посредством решения описанных ниже подзадач.

Во-первых, необходимо определить характеристики стохастических погрешностей МЭМС-датчиков и их зависимость от динамики движения, для чего используются эталонные сигналы одноосного поворотного стенда. Оцениваемый вектор состояния, как правило, содержит остаточные детерминированные погрешности датчиков (например, смещение нулей гироскопов и акселерометров, погрешности масштабных коэффициентов). Стохастические погрешности представляются в виде типовых стохастических процессов - марковского стационарного процесса 1-го порядка, случайного ухода, случайной константы. Параметры, формирующие матрицу шумов погрешности ИНС в используемом при комплексировании ИНС и ГНСС ФК с обратной связью, обычно задают на основании спецификации производителя датчиков. В рамках настоящего исследования выполнены многочисленные лабораторные тесты с двумя различными ИИМ. Результаты тестов представлены как для статических, так и для динамических условий. Кроме того, проанализирована необходимость использования более сложных стохастических моделей погрешностей датчиков в различных динамических условиях и выбраны различные настройки параметров в зависимости от динамики движения.

Во-вторых, с помощью соответствующих методов наблюдения необходимо выявить связь между погрешностями инерциального МЭМС-датчика и динамикой движения, чтобы установить, каким образом динамика влияет на погрешности исследуемого ИИМ. При этом применены два различных метода – наиболее распространенный метод ВА и недавно предложенный ОММВ. Таким образом, можно исследовать преимущества и ограничения метода ВА в определении моделей погрешностей недорогих МЭМС-датчиков в динамических условиях.

В-третьих, необходимо предложить адаптивный к динамике движения алгоритм комплексирования данных ИНС и ГНСС, являющийся расширенным вариантом алгоритма, предложенного в [31]. Алгоритм должен предусматривать автоматическую настройку параметров стохастической погрешности в зависимости от динамики движения.

Наконец, последней подзадачей является оценка эффективности расчетных параметров модели, полученных с помощью ВА и ОММВ, в предложенной адаптивной слабосвязанной схеме комплексирования ИНС/GPS, в том числе в периоды пропадания сигналов GPS. В работе поясняется, каким образом полученные стохастические модели погрешностей датчиков, связанные с предложенным адаптивным алгоритмом, позволяют получать более надежные навигационные решения с использованием недорогих МЭМС-устройств.

#### 2. Методика

#### 2.1. Типовые стохастические погрешности инерциальных датчиков

Детерминированные погрешности инерциальных датчиков, то есть смещения нуля и погрешности масштабных коэффициентов, определяются путем калибровки ИИМ на стенде [32]. К типовым стохастическим погрешностям инерциальных датчиков относятся:

- шум квантования [33];
- белый шум [34];
- нестабильность смещения нуля или фликкер-шум [34];
- случайное блуждание или винеровский процесс (ВП) [35], [10];
- линейный дрейф (ЛД);
- стационарный марковский процесс первого порядка (СМППП) [6].

Иногда СМППП служит для аппроксимации нестабильности смещения нуля [36].

#### 2.2. Вариация Аллана

ВА – это метод представления дисперсии погрешности случайного дрейфа как функции времени осреднения [16]. Этот метод был разработан Дэвидом Алланом в середине 1960-х гг. и изначально применялся для анализа стабильности частоты в часах, генераторах и усилителях. В дальнейшем данный метод стали применять для определения случайных процессов различных типов в измерительных системах [17]. ВА отличается простотой вычислений, а также ясным физическим смыслом [10].

Процедуру расчета для стандартной ВА можно проиллюстрировать следующим образом [37]:

- весь объем подлежащих анализу данных делится на некоторое количество кластеров одинаковой длины *T*, как показано на рис. 1;
- рассчитывается среднее значение данных для каждого кластера в отдельности;
- вычисляется разность между средними значениями каждой пары соседних кластеров;
- вычисляется средний квадрат этих разностей, а затем результат делится на определенный коэффициент, полученная величина называется ВА σ<sup>2</sup> относительно длины кластера *T*;
- выполняя указанные действия, получают график зависимости ВА от значения длины кластера *T*, для осей графика используются логарифмические шкалы.



Рис. 1. Структура данных, используемая для вычисления ВА

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

Таким образом, ВА определяется выражением

$$\sigma^{2}(T) = \frac{1}{2(N-2n)} \sum_{k=1}^{N-2n} \left[ \overline{\Omega}_{next}(T) - \overline{\Omega}_{k}(T) \right]^{2}, \qquad (1)$$

где  $\overline{\Omega}_k(T)$  – среднее значение данных *k*-го кластера; *next* = *k* + 1; *N* – общее количество анализируемых данных; *n* + 1 – количество данных в одном кластере. Значения *n* и *N* должны удовлетворять условию  $n < \frac{N}{2}$ .

ВА и спектральная плотность стохастического процесса связаны соотношением [10]

$$\sigma^{2}(T) = 4 \int_{0}^{\infty} S_{\Omega}(f) \frac{\sin \frac{\pi}{\pi}(fT)}{(\pi fT)^{2}} df , \qquad (2)$$

где  $S_{\Omega}(f)$  – спектральная плотность стохастического процесса  $\Omega(T)$ , а величина  $\sin^4 \frac{(\pi fT)}{(\pi fT)^2}$  представляет собой передаточную функцию применяемого

фильтра.

На рис. 2 показан график ВА для сигнала, состоящего из различных типов стохастических процессов, которые можно выделить в погрешностях инерциальных датчиков. Здесь также показаны наклоны соответствующих этим процессам участков ВА.



Рис. 2. Соответствие участков ВА типовым процессам (по данным [27])

Очевидно, что метод ВА весьма эффективен, поскольку различные виды процессов действуют на разных частотах. В настоящей работе сначала получена

характеристическая кривая путем применения алгоритма ВА ко всему массиву данных. Затем кривая проанализирована для определения типов и величин случайных погрешностей, которые, вероятно, содержатся в данных в соответствии с наклоном участка. И, наконец, выполнено моделирование случайных погрешностей. Данная операция производится в лабораторных условиях для статических данных, а затем повторяется для различных динамических условий с помощью одноосного поворотного стенда. Этапы математического расчета ВА подробно описаны в [38, 37].

#### 2.3. Обобщенный метод моментов вейвлетов

В основе ОММВ лежит идея применения обобщенного метода моментов [39] к дисперсии вейвлетов (ДВ), которая представляет собой дисперсию процесса после применения некоторого полосового фильтра. ОММВ предполагает минимизацию расхождения между эмпирической и рассчитанной в соответствии с моделью ДВ [21]. Процесс вычислений в ОММВ можно описать следующим образом:

• применяя вейвлет-фильтр  $h_{j,l}$ , где j = 1, ..., J – уровень вейвлет-фильтра длиной  $L_j = (2^j - 1)(L_1 - 1) + 1$ , под которым здесь понимается вейвлетфильтр Хаара, к стационарному или нестационарному процессу  $Y_t$ , получаем коэффициенты  $W_{j,t}$  дискретного вейвлет-преобразования с максимальным перекрытием (ДВПМП):

$$W_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j - 1} h_{j,l} Y_{t-l}, t \in \mathbb{Z} , \qquad (3)$$

 используя предыдущее уравнение, можно представить ДВ как дисперсию вейвлет-коэффициентов

$$v_j = \operatorname{var}\left(W_{j,t}\right);\tag{4}$$

 для конечных наблюдаемых процессов дисперсию вейвлетов, оцениваемую методом ДВПМП, можно рассчитать следующим образом [40]:

$$\hat{v}_{j} = \frac{1}{M_{j}} \sum_{t=L_{j}}^{N} W_{j,t}^{2} , \qquad (5)$$

где  $M_j = N - L_j + 1$  – общее число вейвлет-коэффициентов в исследуемой реализации процесса;

• расчетное значение ДВ для модели

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

где  $H_j(f)$  – передаточная функция фильтра  $h_{j,\emptyset}$ , F – модель, построенная с использованием одного или нескольких стохастических процессов, описывающих динамику последовательности наблюдаемой погрешности датчика, а  $S_{F_{\theta}}$  –

СП, соответствующая модели  $F_{\theta}$ ;

 ОММВ-оценка определяется исходя из минимума расхождения между эмпирической и расчетной ДВ [23]

$$\hat{\theta} = \operatorname{argmin}_{\theta \in \Theta} \left( \hat{v} - v(\theta) \right)^T \Omega\left( \hat{v} - v(\theta) \right), \tag{7}$$

где  $\theta$  представляет собой подлежащий оценке вектор параметров модели, который принадлежит компактному множеству  $\Theta$ , а  $\Omega$  – заданная симметричная положительная определенная весовая матрица [42]. Важно также отметить, что за основу данного метода можно было бы взять и ВА, поскольку вышеупомянутая ДВ Хаара – это всего лишь удвоенная ВА, имеющая дополнительные преимущества [43, 44]. Блок-схема расчетов в ОММВ представлена на рис. 3 [30].



Рис. 3. Блок-схема ОММВ [30]

Для получения достоверных результатов рассчитываются стандартная и робастная ДВ, которые сравнивают друг с другом, чтобы проверить наличие аномальных значений в наборе данных. Следующим этапом является оценка модельных параметров с возможностью рассмотрения нескольких моделей и их классификации с помощью информационного вейвлет-критерия (ИВК), о которых пойдет речь в разделе 3.4, чтобы определить, какая модель является наиболее достоверной. Математическое обоснование ОММВ подробно описано в [21] и [45].

## 3. Эксперименты и анализ статических и динамических данных с помощью ВА и ОММВ

Для определения основных параметров погрешностей МЭМС, установленных в смартфонах, были проведены испытания. Данные были собраны в Университете Калгари с помощью одноосного вращающегося стенда Animatics SmartMotor<sup>TM</sup>, серия 4 (рис. 4). Точность знания скорости вращения стенда составляет 0,02% (за 1 оборот); ось вращения стенда была предварительно выставлена по вертикали перед началом сбора данных. Кроме того, с учетом предыдущего опыта, связанного с определением местоположения внутренних инерциальных модулей по результатам разборки смартфонов [46], каждый смартфон был закреплен на поворотном стенде с максимально возможным совмещением осей чувствительности Z-гироскопа с осью вращения стенда для обеспечения приемлемой точности измерений. Сбор данных производился в двух разных режимах – статическом и динамическом. Наборы статических данных сначала получали при комнатной температуре с помощью ИИМ на основе МЭМС, встроенных в два разных смартфона, а именно в Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S. Смартфон Apple iPhone 5S оснащен трехкомпонентным акселерометром (Bosch Sensortec BMA220, Герлинген, Германия) и трехкомпонентным гироскопом (ST-Microelectronics, L3G4200DH, Женева, Швейцария), а смартфон Samsung Galaxy S4 – ИИМ InvenSense MPU-6500, который представляет собой шестиосное устройство, состоящее из трехосного гироскопа, трехосного акселерометра и цифрового процессора оценки перемещения, объединенных в небольшой блок размером 3 × 3 × 0,9 мм.

#### 3.1. Статические данные

Выборка статических данных ИИБ смартфонов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S производилась соответственно на частоте 20 и 100 Гц в течение примерно 15 мин при комнатной температуре. Выбор временного интервала обосновывается ниже.



Рис. 4. Одноосный позиционно-скоростной стенд Animatics SmartMotor<sup>TM</sup>, серия 4

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

Характеристики инерциальных датчиков того и другого ИИМ оценивались с помощью ВА и ОММВ для определения моделей их стохастических погрешностей. На рис. 5 показан график ВА для измерений, выполненных Z-гироскопами смартфонов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S в статическом режиме, а в табл. 1 приведены значения N квадратного корня из интенсивности белого шума гироскопов, вычисленные по результатам анализа ВА. Поскольку в одном и том же ИИМ содержатся идентичные датчики, ниже представлен анализ одного гироскопа (Z-гироскопа) для каждого модуля во избежание дублирования результатов.



Рис. 5. График ВА для показаний гироскопов смартфонов в статическом режиме: *a*) Z-гироскоп смартфона Samsung Galaxy S4; *б*) Z-гироскоп смартфона Apple iPhone 5S

Таблица 1

Параметры погрешности Z-гироскопов смартфонов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5	5S
в статическом режиме, вычисленные по результатам анализа ВА	

Эксп. №	Условия эксперимента	Кв. корень из интенсивности белого шума <u>N</u> °/\/ч
	Z-гироскоп Samsung S4	
0	$\omega_z = 0^\circ / c$	1,5511
	Z-гироскоп Apple iPhone 5.	S
0	$\omega_z = 0^\circ / c$	1,0978

Из данных табл. 1 и анализа наклона ВА становится очевидным, что преобладающей составляющей ухода гироскопов в обоих смартфонах является белый шум, проявляющийся при наклоне –1/2 на графике ВА. Для достоверного анализа низкочастотных составляющих, в частности коррелированного шума, требуются данные за более длительный период.

#### 3.2. Динамические данные

После выполнения анализа ВА на основе статических данных необходимо провести дополнительный анализ, чтобы выяснить, как меняются параметры

шума инерциального датчика в зависимости от динамики. Динамику движения можно охарактеризовать с помощью линейной скорости (v) линейного ускорения ( $\dot{v}$ ), линейного рывка ( $\ddot{v}$ ), угловой скорости ( $\omega$ ), углового ускорения ( $\dot{\omega}$ ) и углового рывка ( $\ddot{\omega}$ ) [47]. В этой статье исследуется влияние угловой скорости ( $\omega$ ) и углового ускорения ( $\dot{\omega}$ ) на параметры стохастической модели МЭМСдатчиков. С помощью указанного выше одноосного поворотного стенда можно обеспечить вращение ИИМ с постоянной или изменяющейся угловой скоростью, с которой сравниваются показания гироскопов, что позволяет определить интересующую погрешность. Данные в динамических условиях регистрировались с такой же частотой и при той же комнатной температуре, что и статические данные.

#### 3.2.1. Постоянные угловая скорость и угловое ускорение

Управление угловой скоростью и угловым ускорением стенда производилось в окне терминала SmartMotor. Во-первых, при этом удается обеспечить вращение поворотного стенда с пятью постоянными (фиксированными) угловыми скоростями 9, 18, 36, 72 и 120 °/с. Таким образом, испытания воспроизводят обычную рабочую угловую скорость смартфонов. Во-вторых, от нулевой начальной ( $\omega_{z_0} = 0$ ) угловая скорость затем изменялась с угловым ускорением 1 и 2 °/с<sup>2</sup>. Важно подчеркнуть, что и статические и динамические данные получены за одинаковые периоды времени в одной и той же лаборатории. Таким образом, единственным фактором, который подлежал изменению, были задаваемые динамические величины, что позволило, в свою очередь, получить объективную оценку их влияния. При каждой величине угловой скорости или углового ускорения данные получали дважды для обоих смартфонов, главным образом для того, чтобы убедиться в идентичности характеристик работы каждого из датчиков при повторных тестах.

Следует также добавить, что одной из наиболее серьезных проблем, связанных с методами калибровки инерциальных датчиков, является синхронизация времени между измерениями выходных данных ИИМ и опорного сигнала. Поскольку исследуемые ИИМ и поворотный стенд, которые считаются источниками эталонного сигнала, являются несвязанными системами, разница во времени может стать причиной рассогласования данных и сказаться на результате их сопоставления [48]. По этой причине из наборов данных, собранных при каждой заданной угловой скорости, удаляли данные, собранные в первые и последние 30 с измерений. Это делалось для того, чтобы исключить интервалы, в которых поворотный стенд ускоряется и замедляется, а также чтобы обеспечить постоянную заданную угловую скорость.

В экспериментах с угловым ускорением данные получали за более короткие промежутки времени, чем при измерении угловой скорости. Основная причина заключается в том, что у поворотного стенда Animatics SmartMotor<sup>TM</sup>, использу-емого для получения эталонного сигнала, имеется максимальный порог угловой скорости, который невозможно преодолеть. Данное ограничение позволяет получать данные в течение 225 с и 155 с для  $\dot{\omega}$ , равного соответственно 1 и 2 °/c<sup>2</sup>. При этом учитывались измерения гироскопа, начиная с нуля и до 225 с и 155 с для заданного углового ускорения 1 и 2 °/c<sup>2</sup> соответственно, чтобы обеспечить синхронность измерений.

На рис. 6 показан сигнал, измеренный Z-гироскопами смартфонов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S при различных заданных с помощью поворотного стенда угловых скоростях ( $\omega_z$ ). Из рис. 6 в целом видно, что гироскоп Apple iPhone 5S имеет более высокий уровень шума, чем гироскоп Samsung Galaxy S4. Кроме того, можно заметить, что у гироскопа Apple iPhone 5S уровни шума различаются при разных заданных угловых скоростях, тогда как в случае гироскопа Samsung Galaxy S4 это не столь очевидно.



Рис. 6. Показания гироскопов при различных угловых скоростях, задаваемых в течение 15 мин: *a*) Z-гироскоп Samsung Galaxy S4 (дискретность съема данных 0,05 с); *δ*) Z-гироскоп Apple iPhone 5S (дискретность съема данных 0,01 с)

Каждый набор данных формировался при фиксированной величине угловой скорости/ускорения. Это связано с особенностями анализа данных методом ВА и ОММВ. В частности, данные методы требуют стабильных условий для создания стохастической динамики [28], которую возможно получить лишь при фиксированных величинах динамических параметров для каждого эксперимента, например при фиксированной угловой скорости и угловом ускорении. На рис. 7 представлен измеренный Z-гироскопом Samsung Galaxy S4 сигнал при воздействии ускорения, создаваемого поворотным столом.

Из рис. 7 становится понятно, каким образом выходные данные гироскопа (показания угловой скорости) образуют треугольную или трапециевидную диаграмму изменения угловой скорости.



Рис. 7. Измеренный сигнал Z-гироскопа Samsung Galaxy S4 при заданном угловом ускорении в течение 225 с

Погрешности гироскопов определялись как разности их показаний и заданной на поворотном стенде угловой скорости. На рис. 8 представлена такая разность для Z-гироскопа Samsung Galaxy S4 при постоянной угловой скорости 9 °/с.



Рис. 8. Разность показаний Z-гироскопа Samsung Galaxy S4 и заданной угловой скорости 9 °/с

#### 3.3. Анализ методом ВА

На рис. 9 представлена ВА для показаний Z-гироскопов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S, а в табл. 2 приведены параметры их погрешностей, полученные по результатам анализа ВА.

Из табл. 2 видно, что динамика движения непосредственно влияет на значения параметров стохастической модели погрешностей, поэтому в навигационной системе важно использовать адаптивную к динамике движения стохастическую модель инерциальных датчиков. Выбор длительности реализации данных в 15 мин обусловлен тем, что во многих приложениях приходится иметь дело именно с кратковременными перерывами в поступлении информации от ГНССприемника, когда ИНС работает в автономном режиме. Для коротких интервалов времени доминирующей составляющей погрешности будет белый шум гироскопа, что совпадает с результатами анализа ВА для наборов статических данных.



Рис. 9. ВА погрешностей Z-гироскопов в динамическом режиме: *a*) Samsung Galaxy S4; *δ*) Apple iPhone 5S

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

Для оценки параметров других составляющих погрешности гироскопов, например коррелированного шума и линейного изменения дрейфа, требуются более длительные реализации данных [49]. В табл. 2 показано, что белый шум гироскопа является доминирующим для кластеров малой длины. Однако увеличение угловой скорости всегда влияет на уровень шума N гироскопов как в Samsung Galaxy S4, так и в Apple iPhone 5S. Однако параметр N белого шума гироскопов в смартфоне Apple iPhone 5S более чувствителен к величине измеряемой угловой скорости, чем в Samsung Galaxy S4. Прочие стохастические составляющие погрешностей гироскопов, например нестабильность смещения нуля, практически не поддаются распознаванию.

Таблица 2

Эксп. №	Условия эксперимента	N для БШ, °/√ч	Среднекв. значе- ние нестаб. сме- щения нуля, °/ч	
	Z-гироскоп Sams	sung S4		
1	$\omega_z = 9^{\circ} / c$	1,6087 (†)		
2	$\omega_z = 18^{\circ} / c$	1,7695 (†)	33,2482	
3	$\omega_z = 36^{\circ} / c$	1,8353 (†)		
4	$\omega_z = 72^{\circ} / c$	2,0574 (†)	23,8295	
5	$\omega_z = 120^\circ / c$	2,5242 (†)		
6	$\dot{\omega}_z = 1^\circ / c^2$	2,5656		
7	$\dot{\omega}_z = 2^{\circ} / c^2$	2,4189 (↓)		
Z-гироскоп Apple iPhone 5S				
1	$\omega_z = 9^{\circ} / c$	1,1788 (†)	66,3658	

Параметры ухода гироскопов, определенные по ВА для смартфонов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S на вращающемся основании

1	$\omega_z = 9^{\circ} / c$	1,1788 (†)	66,3658	
2	$\omega_z = 18^{\circ} / c$	1,702 (†)		
3	$\omega_z = 36^{\circ} / c$	2,4233 (†)		
4	$\omega_z = 72^{\circ} / c$	1,6711 (↓)	90,1593	
5	$\omega_z = 120^{\circ} / c$	2,5048 (†)	68,5729	
6	$\dot{\omega}_z = 1^\circ / c^2$	3,4811		
7	$\dot{\omega}_z = 2^{\circ} / c^2$	3,0855 (↓)		

(↑) – больше, (↓) – меньше по отношению к предыдущему эксперименту аналогичного характера (результаты эксперимента № 0 см. в табл. 1).

В экспериментах с угловым ускорением в показаниях гироскопах обоих смартфонов удалось выявить только белошумную составляющую. Причиной является малая продолжительность реализаций, которая ограничена механическими возможностями поворотного стенда. Результаты экспериментов 6 и 7 показывают, что в присутствии углового ускорения 1 и 2 °/с<sup>2</sup> уровень белошумного ухода гироскопов в обоих смартфонах всегда возрастает по сравнению со статическими данными (эксперимент № 0). Угловое ускорение влияет на уровень N белого шума сильнее, чем угловая скорость. При увеличении значения углового ускорения, в отличие от увеличения угловой скорости, у гироскопов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S был отмечен обратный эффект, более заметный у Apple iPhone 5S. Однако, чтобы убедиться в закономерности этого эффекта, требуются данные, полученные за более продолжительное время.

#### 3.4. Анализ с использованием обобщенного метода моментов вейвлетов

Относительно недавно некоторые исследователи предложили использовать ОММВ для определения модели случайных процессов. Чтобы получить достоверную модель процесса с помощью ВА, экспериментальные данные не должны содержать аномальных значений, а это сложно обеспечить на практике. В свою очередь, ОММВ позволяет решить данную проблему путем простой замены оценки ДВ на робастную М-оценку, предложенную в [43]. По сравнению с другими существующими алгоритмами оценки данный алгоритм обладает хорошо выраженными асимптотическими свойствами и более высокой эффективностью при обработке конечной выборки данных. Отметим, что алгоритм оценки ДВ, представленный уравнением (5), не является робастным, так как при наличии выбросов или других искажений в нем могут возникать систематические погрешности. Чтобы получить робастный алгоритм оценки ДВ, уравнение (5) следует переписать в виде М-оценки ( $\overline{v}_j$ ), использующей стационарный

и эргодический вейвлет-коэффициенты  $\overline{W}_{i,t}$ . Известно, что случайный процесс

является эргодическим, если его статистические свойства можно определить по одной достаточно длительной реализации. Если робастная и классическая оценки ДВ значительно отличаются (например, одна из оценок находится за пределами 95-процентного ДИ другой оценки), предпочтение отдается робастной оценке ДВ. В других случаях используется классическая оценка ДВ, при условии что имеющийся набор данных не содержит выбросов [22].

На рис. 10, *а* представлены результаты теста на наличие аномальных значений в разности сигнала Z-гироскопа Samsung Galaxy S4 и заданного значения угловой скорости 9 °/с. Очевидно, что и классическая и робастная ДВ здесь находятся в пределах ДИ друг друга. При этом следует отметить, что светлокоричневая область является наложением доверительных интервалов классической и робастной моделей. Такие данные считаются пригодными для использования классической оценки ДВ.

На рис. 10, б показан отрицательный результат теста на наличие выбросов среди данных Z-гироскопа Apple iPhone 5S при угловой скорости 72 °/с (эксперимент 4 в табл. 2). В области, обведенной красным кругом, робастная оценка ДВ находится за пределами ДИ классической оценки ДВ. Наличие выбросов в данных эксперимента 4 объясняет аномальное поведение значение параметра N в табл. 2, которое получено с помощью ВА. Результаты теста говорят о недостоверности ВА, полученной в эксперименте 4 для смартфона Apple iPhone 5S.

После проведения теста на наличие выбросов важно определить наиболее достоверную модель ухода для каждого набора данных в отдельности. Всего

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

рассматривалось девять возможных моделей ухода Z-гироскопов Samsung Galаху S4 и Apple iPhone 5S по каждому набору данных. Перечень моделей в виде условного обозначения составляющих ухода представлен в табл. 3.





Таблица 3

Модели ухода Z-гироскопов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S

Номер модели	Условное обозначение модели
1	БШ
2	БШ+СМППП
3	БШ+СМППП+ВП
4	БШ+СМППП+ЛД
5	БШ+СМППП+ВП+ЛД
6	БШ+СМППП <sub>1</sub> +СМППП <sub>2</sub>
7	БШ+СМППП1+СМППП2+ВП
8	БШ+СМППП1+СМППП2+ЛД
9	БШ+СМППП1+СМППП2+ВП+ЛД

Требуется найти такую модель, которая адекватно описывает стохастические процессы в исследуемых наборах данных гироскопа [44]. ОММВ опирается на ИВК, который показывает, насколько точно оцениваемая модель может спрогнозировать значения ДВ, полученные по другой реализации этого же процесса [23].

В математической форме данный критерий можно выразить следующим образом:

$$\mathsf{HBK} \bigoplus \left( \hat{v} \Omega v \begin{pmatrix} \hat{ } \end{pmatrix} \right)^{T} \varTheta \left( \hat{v} 2 v \begin{pmatrix} \hat{ } \end{pmatrix} \right) + tr \left( \varTheta v \begin{bmatrix} \hat{v} v \begin{pmatrix} \hat{ } \end{pmatrix} \right) \Omega \right). \tag{8}$$

Как видно, критерий образуют две аддитивные составляющие. Первая характеризует эффективность модели для прогноза ДВ. Эта составляющая обычно уменьшается по мере усложнения модели. Вторая составляющая ИВК характеризует сложность модели. Она возрастает по мере увеличения количества составляющих анализируемого процесса. В целом ИВК устанавливает компромисс между адекватностью модели и трудоемкостью ее описания [23]. Важно отметить, что значения  $v(\hat{\theta})$  рассчитываются по заданному количеству наблюдений и предполагаемой модели  $F_{\theta}$ . Отметим, что использование аналитического выражения для  $v(\theta)$  слишком усложняет реализацию OMMB [21]. Установлено, что наименьшим значением ИВК для Z-гироскопов Samsung Galaxy S4 и Apple iPhone 5S обладают модели 1 и 6 соответственно.

На основании ИВК оцениваемые параметры моделей погрешностей для Z-гироскопа Samsung Galaxy S4 и Z-гироскопа Apple iPhone 5S рассчитываются при разных значениях угловой скорости и углового ускорения. На рис. 11 для сравнения показаны эмпирическая и оцененная с использованием модели № 6 (БШ+СМППП<sub>1</sub>+СМППП<sub>2</sub>) ДВ для Z-гироскопа Apple iPhone 5S при угловой скорости 9 °/с. Оценки параметров составляющих ухода Z-гироскопов на основе моделей № 1 (БШ) для Samsung Galaxy S4 и модели № 6 (БШ+СМППП<sub>1</sub>+СМППП<sub>2</sub>) для Apple iPhone 5S, полученные в различных экспериментах, представлены в табл. 4. Оценки существенно зависят от динамики движения.



Рис. 11. Эмпирическая и рассчитанная по модели №6 (БШ+СМППП<sub>1</sub>+СМППП<sub>2</sub>) ДВ для Z-гироскопа Apple iPhone 5S при угловой скорости 9°/с

Увеличение угловой скорости приводит к увеличению квадратного корня из интенсивности белого шума N по сравнению с его значением в статических условиях. Такая тенденция прослеживается и в случае увеличения углового ускорения.

В табл. 4 представлены результаты анализа данных Z-гироскопов, полученные с использованием OMMB, для моделей с наименьшим значением ИВК: для Samsung Galaxy S4 это модель № 1, предполагающая наличие только БШ, для Apple iPhone 5S – модель № 6, предполагающая наличие БШ и двух СМППП. Для этих СМППП приведены значения величины β, обратной интервалу корреляции, а также дисперсии σ<sup>2</sup>.

Практически во всех экспериментах прослеживается тенденция к увеличению значения N и  $\sigma^2$  с увеличением угловой скорости. В отношении параметров  $\beta$  трудно заметить какую-либо явную закономерность. В обоих экспериментах с угловым ускорением значения параметров СМПП примерно одинаковы.

Данные в эксперименте 4 для Apple iPhone 5S содержат аномальные по уровню значения, поэтому результаты для этого эксперимента не представлены. Сравнение значений параметра N, характеризующего уровень БШ, из табл. 2 и 4 показывает, что ВА и ОММВ определяют зависимость дисперсии БШ от угловой скорости с некоторыми отличиями. В связи с этим требуется проверка адекватности моделей, полученных двумя методами.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

#### Таблица 4

Параметры составляющих уходов Z-гироскопов, полученные с использованием ОММВ
в модели № 1 (БШ) для Samsung Galaxy S4 и в модели № 6 (БШ+СМППП <sub>1</sub> +СМППП <sub>2</sub> )
для Apple iPhone 5S

Эксп. №	Условия экспе- римента	N для БШ град/√час	β, σ <sup>2</sup> для СМППП <sub>1</sub> 1/с, (град/√час) <sup>2</sup>	β, σ² для СМППП₂ 1/с, (град/√час) <sup>2</sup>	
	Z-ги	проскоп Samsun	g Galaxy S4		
0	$\omega_z = 0^{\circ} / c$	2,5342			
1	$\omega_z = 9^{\circ} / c$	2,7865 (†)			
2	$\omega_z = 18^\circ / c$	2,8379 (†)			
3	$\omega_z = 36^\circ / c$	2,8653 (†)			
4	$\omega_z = 72^\circ / c$	2,9579 (†)			
5	$\omega_z = 120^\circ / c$	3,0096 (†)			
6	$\dot{\omega}_z = 1^\circ / c^2$	3,1647			
7	$\dot{\omega}_z = 2^{\circ} / c^2$	3,1148 (↓)			
Z-гироскоп Apple iPhone 5S					
0	$\omega_z = 0^\circ / c$	1,034	1,7101, 7,049	9,7259e-3, 1,0601	
1	$\omega_z = 9^{\circ} / c$	1,483 (†)	1,812, 10,9602 (†)	1,5432e-2,	
2	$\omega_z = 18^\circ / c$	2,6197 (†)	(10,9002(1)) 6,9739, 17,709(1)	7,2487e-2, 1,7943	
3	$\omega_z = 36^\circ / c$	1,7224 (†)	1,8926, 18,4464 (↑)	1,4675e-2, 1,149188 (↑)	
4*	$\omega_z = 72^\circ / c$				
5	$\omega_z = 120^{\circ} / c$	3,4084 (†)	0,16507, 0,3293(↓)	1,6252e-2, 1,26445 (↑)	
6	$\dot{\omega}_z = 1^\circ / c^2$	2,3335	1,4157, 24,854		
7	$\dot{\omega}_z = 2^{\circ} / c^2$	1,6842 (↓)	1,4488 (↑), 23,8911 (↓)		

(†) – больше, (↓) – меньше по отношению к предыдущему эксперименту аналогичного характера, \*набор данных содержит аномальные значения.

# 4. Адаптивный к динамике движения алгоритм инерциально-спутниковой навигационной системы и его апробация

Данный раздел посвящен двум основным вопросам:

- анализу эффективности использования моделей ухода гироскопов на основе ВА и ОММВ для описания погрешностей ИНС;
- построению алгоритма комплексирования ИНС/ГНСС, предполагающего адаптацию параметров модели ухода гироскопов к динамическим условиям.
   Решение этих вопросов выполнялось применительно к ИИМ на Apple iPhone 5S.

Необходимо отметить, что техническая спецификация гироскопов ST-

Microelectronics, L3G4200D, установленных на Apple iPhone 5S, не содержит гарантированной информации о стохастических характеристиках этих датчиков.

Сначала производилась калибровка ИИМ с определением детерминированных смещений нуля и погрешностей масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров, для этого был выбран шестипозиционный статический калибровочный тест. Коротко говоря, для выполнения шестипозиционного теста инерциальный прибор устанавливают на выровненную поверхность так, чтобы его ось была поочередно направлена то вверх, то вниз. Имея триаду ортогональных датчиков, мы получаем в общей сложности шесть позиций. Чтобы определить смещение нулей и погрешности масштабных коэффициентов акселерометров и гироскопов требуется вычислить суммы и разности измерений. Более подробная информация и уравнения, описывающие данный метод, представлены в [2]. Полученные по результатам такой калибровки детерминированные погрешности компенсировались в показаниях гироскопов и акселерометров по формулам [2]:

$$\omega = \omega_{true} + b_{\omega} + S_{\omega}\omega + \varepsilon_{\omega} , \qquad (9)$$

$$f = f_{true} + b_f + S_f f + \varepsilon_f , \qquad (10)$$

где  $\omega$  – показания гироскопа,  $\omega_{true}$  – истинная скорость вращения вокруг оси чувствительности гироскопа,  $b_{\omega}$  – дрейф гироскопа,  $S_{\omega}$  – погрешность масштабного коэффициента гироскопа, f – показания акселерометра,  $f_{true}$  – истинное кажущееся ускорение по продольной оси акселерометра,  $b_f$  – смещение нуля акселерометра,  $S_f$  – погрешность масштабного коэффициента акселерометра,  $\varepsilon_{\omega,f}$  – стохастические погрешности датчиков. Как говорилось во введении, влияние температуры здесь не учитывается ввиду ограниченной продолжительности используемых данных.

Калибровочные значения погрешностей гироскопов и акселерометров и указанные в спецификации акселерометров Bosch Sensortec BMA220 характеристики их стохастических погрешностей использовались при моделировании инерциально-спутниковой системы. Для проведения моделирования исследовательской группой Университета Калгари был разработан имитатор ИИМ. Он позволяет моделировать показания ИНС с учетом характеристик погрешностей ИИМ, заимствованных из заводской спецификации или полученных по результатам собственных исследований, и заданного сценария движения. Помимо показаний ИНС предусматривается моделирование позиционных и скоростных измерений приемника GPS.

Для проведения тестов была построена траектория с четырьмя поворотами (рис. 13) для объекта, движущегося в горизонтальной плоскости. Имитатор ИИМ формирует «сырые» данные ИИМ и данные опорной траектории. Эти данные поступают в разработанный в Университете Калгари и представленный в [31] алгоритм инерциально-спутниковой слабосвязанной системы, предусматривающий адаптивный выбор моделей погрешностей инерциальных датчиков в зависимости от динамики движения.

На рис. 12 представлена схема моделирования инерциально-спутниковой системы с адаптацией модели стохастической погрешности ИНС к динамике движения. При этом происходит автоматический выбор модели на основании показаний инерциальных датчиков.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017



Рис. 12. Схема моделирования инерциально-спутниковой системы с адаптацией модели стохастической погрешности ИНС к динамике движения

Выбранная для тестирования траектория (см. рис. 13) содержит прямые участки и повороты с общим временем движения около 8 мин. Траектория предполагает



Рис. 13. Траектория для тестирования моделей

повороты на 90° с различными значениями угловой скорости вокруг вертикальной оси, a именно:  $\omega_{\tau} = 9^{\circ} / c$ длительностью 10 с на повороте 1 и повороте 3,  $\omega_z = 18^{\circ} / c$  длительностью 5 с на повороте 2 и повороте 4. Тем самым создана возможность оценить эффективность моделей в динамических разных условиях.

Эффективность моделей стохастических погрешностей ИНС оценивалась следующим образом:

- рассчитывалась эталонная траектория;
- к полезным сигналам инерциальных датчиков добавлялись стохастические погрешности, соответствующие полученным для ИИМ Apple iPhone 5S экспериментальным характеристикам;
- при прохождении четырех поворотов на 10 с моделировались перерывы в поступлении измерений GPS;
- показания координат ИНС перед возобновлением поступления измерений GPS сопоставлялись с эталонной траекторией.

Описанную проверку проходили три модели стохастических погрешностей уходов гироскопов:

- *М*<sub>стат</sub> белошумная модель, параметр N которой определен по приведенным в табл. 1 результатам эксперимента на неподвижном основании с использованием BA (см. табл. 1);
- $M_{\text{динам (BA)}}$  белошумная модель, параметр N которой зависит от динамики движения согласно приведенным в табл. 1 и 2 результатам экспериментов, полученным с использованием BA;
- *М*<sub>динам (ОММВ)</sub> модель, предполагающая наличие БШ и двух СМППП, параметры которых зависят от динамики движения согласно приведенным в табл. 4 результатам экспериментов, полученным с использованием ОММВ.

Две последние модели обеспечивают адаптацию обработки данных ИНС к динамическим условиям. Выбор параметров модели производится по показаниям угловой скорости от гироскопов (пунктирная фиолетовая линия на рис. 12) согласно табл. 5.

Таблица 5

Абс. значение показаний Z-гироскопа, °/с	$M_{ m динам}_{ m (BA)}$	$M_{ m динам~(OMMB)}$
0-5	Таблица 1, эксп. № 0	Таблица 4, эксп. № 0
5-15	Таблица 2, эксп. № 1	Таблица 4, эксп. № 1
15-25	Таблица 2, эксп. № 2	Таблица 4, эксп. № 2
25–55	Таблица 2, эксп. № 3	Таблица 4, эксп. № 3

Правило выбора параметров моделей

На рис. 14 проведено сопоставление эталонной траектории с траекториями, построенными по показаниям интегрированной системы в периоды 10секундного пропадания измерений GPS при использовании модели  $M_{\rm стат}$ , основанной на BA, в статическом режиме (черная линия),  $M_{\rm динам (BA)}$ , основанной на BA, в динамическом режиме (красная линия) и  $M_{\rm динам (OMMB)}$ , основанной на OMMB, в динамическом режиме (синяя линия).



Рис. 14. Сравнение эталонной траектории и рассчитанной по показаниям интегрированной системы траектории при использовании различных моделей стохастических погрешностей гироскопа

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

Отклонения траекторий, полученных по данным интегрированной системы, от эталонной траектории перед возобновлением поступления измерений GPS показаны пунктирными линиями. Длина этих отклонений характеризует погрешность интегрированной системы в выработке горизонтальных координат. Ее значения приведены в табл. 6. Там же указаны усредненные по четырем сценариям значения отклонений. Приведенные результаты показывают, что во всех сценариях кроме последнего модель  $M_{динам}$  (оммв) имеет преимущество перед  $M_{стат}$  и  $M_{динам}$  (ва). По сравнению с результатами использования модели  $M_{стат}$ усредненное отклонение от эталонной траектории с моделью  $M_{динам}$  (ва) уменьшилось на 24%, а с моделью  $M_{динам}$  (оммв) – на 37%. Следует отметить, что значения среднеквадратической погрешности местоположения, рассчитанные исходя из ковариационной матрицы ФК, соответствуют действительному уровню погрешностей.

Представленные результаты доказывают, что допущение о независимости характеристик стохастических погрешностей инерциальных датчиков от динамики движения является не вполне корректным. Важно и то, что применение ОММВ позволяет получить более достоверные модели стохастических погрешностей, чем ВА.

Таблица б

	Длина отклонений (м)				
Модель	Пропадание 1	Пропадание 2	Пропадание 3	Пропадание 4	Среднее
	(Поворот <sub>1</sub> )	(Поворот <sub>2</sub> )	(Поворот <sub>3</sub> )	(Поворот <sub>4</sub> )	значение
$M_{\rm crat}$	16,302	17,504	20.21	15,316	17,333
$M_{ m динам \ (BA)}$	14,401	12,822	16.101	9,104	13,107
$M_{ m динам  (OMMB)}$	9,866	11,214	11,761	10,681	10,881

Длина отклонений траекторий, полученных по данным интегрированной системы, от эталонной траектории перед возобновлением поступления измерений GPS при использовании различных моделей стохастических погрешностей Z-гироскопа

#### 5. Выводы

В данной работе проведено исследование зависимости от динамики движения характеристик стохастических погрешностей бюджетных ИИМ на МЭМС: InvenSense MPU-6500 из смартфона Samsung Galaxy S4 и ST-Microelectronics L3G4200DH из смартфона Apple iPhone 5S. Для определения характеристик стохастических погрешностей использовались вариация Аллана и обобщенный метод моментов вейвлетов.

Установлено, что классическая ВА позволяет эффективно определять уровень шума гироскопа и его зависимость от динамики вращения, но с ее помощью невозможно обнаружить аномальные значения в анализируемой реализации данных. Эта проблема была решена с помощью ОММВ на основе сочетания классической и робастной дисперсий вейвлетов. Кроме того, ОММВ позволяет успешно определять параметры коррелированных во времени составляющих, которые не идентифицируются посредством ВА. Была проведена оценка различных моделей с помощью информационного вейвлет-критерия, который позволяет найти компромисс между адекватностью модели и ее сложностью, и это еще одно достоинство ОММВ по сравнению с ВА. Результаты экспериментов показали, что структура модели стохастической погрешности исследуемых МЭМС-гироскопов не зависит от динамики движения. Динамика влияет только на значения параметров модели.

Эффективность моделей проверена путем моделирования инерциальноспутниковой слабосвязанной системы с погрешностями ИИМ из смартфона Apple iPhone 5S, характеристики которых определены по результатам экспериментов. При моделировании проиграно 4 сценария с поворотами и 10-секундными перерывами в поступлении измерений GPS. Было установлено, что во время автономной работы интегрированной системы наилучшая точность определения местоположения достигается при использовании алгоритма комплексирования, предусматривающего адаптивный выбор моделей погрешностей инерциальных датчиков в зависимости от динамики движения. Кроме того, выявлено преимущество ОММВ перед ВА в определении параметров модели в динамических условиях.

В дальнейшем предполагается исследование моделей погрешностей ИИМ более высокого класса точности, а также расширение перечня рассматриваемых моделей.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Jensen, A.B., GNSS satellite orbits, Technical University of Denmark, 2010.
- 2. **El-Sheimy, N.**, Lecture note 623 Inertial techniques and INS/DGPS integration, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, 2014.
- 3. Nassar, S., Syed, Z., Niu, X., and El-Sheimy, N., Improving MEMS IMU/GPS systems for accurate land-based navigation applications, *ION NTM*, 2006, pp. 523–529.
- 4. Woodman, O.J., An introduction to inertial navigation, University of Cambridge, Computer Laboratory, Tech. Rep. UCAMCL-TR-696, 2007, vol. 14, p. 15.
- Niu, X., Nasser, S., Goodall, C., and El-Sheimy, N., A universal approach for processing any MEMS inertial sensor configuration for land-vehicle navigation, *The Journal of Navigation*, 2007, vol. 60, no. 2, pp. 233–245.
- 6. **Nassar, S.**, Improving the inertial navigation system (INS) error model for INS and INS/DGPS applications, National Library of Canada, 2005.
- Li, Y., Georgy, J., Niu, X., Li, Q., and El-Sheimy, N., Autonomous calibration of MEMS gyros in consumer portable devices, *IEEE Sensors Journal*, 2015, vol. 15, no. 7, pp. 4062–4072.
- Niu, X., Gao, Z., Zhang, R., Chen, Z., and Dong, J., Micro-machined attitude measurement unit with application in satellite TV antenna stabilization, *Symposium Gyro Technology 2002*, Stuttgart, Germany, 2002, p. 2002.
- Li, Y., Lan, H., Zhuang, Y., Zhang, P., Niu, X., and El-Sheimy, N., Real-time attitude tracking of mobile devices, *Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, 2015 International Conference on, 2015, pp. 1–7.
- El-Sheimy, N., Hou, H., and Niu, X., Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2008, vol. 57, no. 1, pp. 140–149.
- 11. Evans, J.R. et al., Method for calculating self-noise spectra and operating ranges for seismographic inertial sensors and recorders, *Seismological Research Letters*, 2010, vol. 81, no. 4, pp. 640–646.
- 12. Petkov, P., and Slavov, T., Stochastic modeling of MEMS inertial sensors, *Cybernetics and Information Technologies*, 2010, vol. 10, no. 2, pp. 31–40.
- 13. Magill, D., Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1965, vol. 10, no. 4, pp. 434–439.
- Dmitriev, S., Koshaev, D., and Stepanov, O., Multichannel filtration and its application in removing ambiguity when positioning objects by using the GPS, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1997, vol. 36, no. 1, pp. 57–62.
- Li, X.R. and Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, vol. 41, no. 4, pp. 1255–1321.
- 16. Allan, D.W., Statistics of atomic frequency standards, *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 221–230, 1966.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017

- Zhang, X., Li, Y., Mumford, P., and Rizos, C., Allan variance analysis on error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system, *Proceedings of the International Symposium on GPS/GNNS*, 2008, pp. 127–133.
- Marinov, M. and Petrov, Z., Allan variance analysis on error characters of low-cost MEMS accelerometer MMA8451Q, *International conference of scientific paper AFASES*, 2014.
- Li, J.and Fang, J., Not fully overlapping Allan variance and total variance for inertial sensor stochastic error analysis, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2013, vol. 62, no. 10, pp. 2659–2672.
- Hussen, A. and Jleta, I., Low cost inertial sensors modeling using Allan variance, World Academy of Science, Engineering and Technology, International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering, 2015, vol. 9, no. 5, pp. 1237–1242.
- Guerrier, S., Skaloud, J., Stebler, Y., and Victoria-Feser, M.-P., Wavelet-variance-based estimation for composite stochastic processes, *Journal of the American Statistical Association*, 2013, vol. 108, no. 503, pp. 1021–1030.
- Balamuta, J., Molinari, R., Guerrier, S., and Yang, W., The gmwm R package: a comprehensive tool for time series analysis from state-space models to robustness, *arXiv preprint arXiv:1607.04543*, 2016.
- Balamuta, J., Guerrier, S., Molinari, R., and Yang, W., A computationally efficient framework for automatic inertial sensor calibration, arXiv preprint arXiv:1603.05297, 2016.
- Guerrier, S., Molinari, R., and Stebler, Y., Wavelet-based improvements for inertial sensor error modeling, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 65, no. 12, pp. 2693–2700, 2016.
- 25. Yuksel, Y., El-Sheimy, N., and Noureldin, A., Error modeling and characterization of environmental effects for low cost inertial MEMS units, *Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2010 IEEE/ION,* 2010, pp. 598–612: IEEE.
- Aggarwal, P., Syed, Z., Niu, X., and El-Sheimy, N., Cost-effective testing and calibration of low cost MEMS sensors for integrated positioning, navigation and mapping systems, *Proceedings of XXIII FIG Congress*, Munich, Germany, 2006, vol. 813.
- 27. El-Diasty, M., El-Rabbany, A., and Pagiatakis, S., Temperature variation effects on stochastic characteristics for low-cost MEMS-based inertial sensor error, *Measurement Science and Technology*, 2007, vol. 18, no. 11, p. 3321.
- 28. Wis, M. and Colomina, I., Dynamic dependency of inertial sensor errors and its application to INS/GNSS navigation, *Proc. NAVITEC Congr.*, 2010. pp. 1–7.
- Stebler, Y., Guerrier, S., Skaloud, J., Molinari, R., and Victoria-Feser, M.-P., Study of MEMS-based inertial sensors operating in dynamic conditions, *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium-PLANS 2014*, 2014, pp. 1227–1231: IEEE.
- 30. Radi, A., Elsheimy, N., and Li, Y., Temperature variation effects on the stochastic performance of smartphone sensors using Allan variance and generalized method of wavelet moments, ed. *Proceedings of the 2017 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Monterey, California, January 2017, pp. 1242–1255.
- 31. Shin, E.and El-Sheimy, N., Aided inertial navigation system (AINS<sup>™</sup>) toolbox for MatLab® software, *INS/GPS integration software, Mobile Multi-Sensors System (MMSS) research group, the University of Calgary* http://mms. geomatics. ucalgary. ca/Research/Tech% 20transfer/INS toolbox. htm, 2004.
- 32. Hayal, G., Static calibration of the tactical grade inertial measurement units, The Ohio State University, 2010.
- Savage, P.G., Analytical modeling of sensor quantization in strapdown inertial navigation error equations, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2002, vol. 25, no. 5, pp. 833–842.
- 34. **IEEE Standard** Specification format guide and test procedure for linear, single-axis, *Nongyroscopic Accelerometers*, IEEE, 1999.
- 35. Abdel-Hamid, W., Accuracy enhancement of integrated MEMS-IMU/GPS systems for land vehicular navigation applications. Library and Archives Canada, 2006.
- Guerrier, S., Molinari, R., and Stebler, Y., Theoretical limitations of Allan variance-based regression for time series model estimation, *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, vol. 23, no. 5, pp. 597–601.
- Niu, X. et al., Using Allan variance to analyze the error characteristics of GNSS positioning, GPS solutions, 2014, vol. 18, no. 2, pp. 231–242.
- 38. Hou, H., Modeling inertial sensors errors using Allan variance. Library and Archives Canada, 2005.
- 39. Vaccaro, R.J. and Zaki, A.S., Statistical modeling of rate gyros, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2012, vol. 61, no. 3, pp. 673–684.

- 40. Percival, D.B. and Guttorp P., Long-memory processes, the Allan variance and wavelets, *Wavelets in geophysics*, 1994, vol. 4, pp. 325–344.
- 41. Percival, D. B. and Walden, A.T., Wavelet methods for time series analysis. Cambridge university press, 2006.
- 42. Stebler, Y., Guerrier, S., Skaloud, J., and Victoria-Feser, M.-P., A framework for inertial sensor calibration using complex stochastic error models, *Position Location and Navigation Symposium (PLANS), 2012 IEEE/ION,* 2012, pp. 849–861: IEEE.
- Guerrier, S. and Molinari, R., Wavelet variance for random fields: an m-estimation framework, arXiv preprint arXiv:1607.05858, 2016.
- Guerrier, S., Molinari, R., and Skaloud, J., Automatic identification and calibration of stochastic parameters in inertial sensors, *Navigation*, 2015, vol. 62, no. 4, pp. 265–272.
- 45. Stebler, Y., Guerrier, S., Skaloud, J., and Victoria-Feser, M.-P., Generalized method of wavelet moments for inertial navigation filter design, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 2269–2283.
- 46. Ifixit, A., Apple iPhone 5s.
- 47. Kane, T.R. and Levinson, D.A., Dynamics, theory and applications. McGraw Hill, 1985.
- 48. Ding, W., Wang, J., Li, Y., Mumford, P., and Rizos, C., Time synchronization error and calibration in integrated GPS/INS systems, *ETRI journal*, 2008, vol. 30, no. 1, pp. 59–67.
- 49. Stebler, Y., Guerrier, S., and Skaloud, J., An approach for observing and modeling errors in MEMS-based inertial sensors under vehicle dynamic, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2015, vol. 64, no. 11, pp. 2926–2936.

Radi A., Nassar S., and El-Sheimy N. (Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Canada).

Stochastic Error Modeling of Smartphone Inertial Sensors for Navigation in Varying Dynamic Conditions. *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2017. Vol. 25. No. 4. P. 35–59.

Abstract. This paper aims at investigating and analyzing the behavior of Micro-Electromechanical Systems (MEMS) inertial sensors stochastic errors in both static and varying dynamic conditions using two MEMS-based Inertial Measurement Units (IMUs) of two different smartphones. The corresponding stochastic error processes were estimated using two different methods, the Allan Variance (AV) and the Generalized Method of Wavelets Moments (GMWM). The developed model parameters related to laboratory dynamic environment are compared to those obtained under static conditions. A contamination test was applied to all data sets to distinguish between clean and corrupted ones using a Confidence Interval (CI) investigation approach. A detailed analysis is presented to define the link between the error model parameters and the augmented dynamics of the tested smartphone platform. The paper proposes a new dynamically dependent integrated navigation algorithm which is capable of switching between different stochastic error parameters values according to the platform dynamics to eliminate dynamics-dependent effects. Finally, the performance of different stochastic models based on AV and GMWM were analyzed using simulated Inertial Navigation System (INS)/ Global Positioning System (GPS) data with induced GPS signal outages through the new proposed dynamically dependent algorithm. The results showed that the obtained position accuracy is improved when using dynamic-dependent stochastic error models, through the adaptive integrated algorithm, instead of the commonly used static one, through the non-adaptive integrated one. The results also show that the stochastic error models from GMWM-based model structure offer better performance than those estimated from the AV-based model.

Key words: stochastic error modeling, inertial sensors calibration, IMUs, Allan variance (AV), generalized method of wavelet moments (GMWM), dynamically dependent adaptive INS/GPS algorithm.

Материал поступил 28.10.2017

Гироскопия и навигация. Том 25, № 4 (99), 2017