

Е. В. БАРИНОВА, И. В. БЕЛОКОНОВ, Н. А. ЕЛИСОВ, А. В. КРАМЛИХ, И. А. ЛОМАКА,
П. Н. НИКОЛАЕВ, И. А. ТИМБАЙ

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МАЛОРАЗМЕРНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НАНОКЛАССА НА НИЗКИХ ОРБИТАХ

В статье обобщаются результаты исследований коллектива авторов в области динамики углового движения и проблем управления малоразмерными космическими аппаратами (МКА) нанокласса. Описаны особенности динамики пассивного движения наноспутников стандарта CubeSat, выявлены и исследованы условия возможного возникновения резонансных режимов. Приводятся рекомендации, благодаря которым на этапе проектирования формулируются требования к инерционно-массовым характеристикам и начальным условиям движения наноспутника. Это, в свою очередь, позволяет обеспечить устойчивое движение относительно требуемого положения равновесия для широкого класса высот орбит. Предложены алгоритмы переориентации и стабилизации движения на основе решения обратной задачи динамики и выбора оптимальных номинальных программ управления угловым движением. Результаты работы применяются на практике и полезны для разработчиков МКА.

Ключевые слова: наноспутник, особенности динамики, управление, положение равновесия, резонанс, переориентация, стабилизация, программа управления.

Барина Елена Витальевна. Кандидат технических наук, доцент межвузовской кафедры космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева.

Белоконов Игорь Витальевич. Доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Елисов Николай Алексеевич. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НИЛ «Перспективные фундаментальные и прикладные космические исследования на базе наноспутников» Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева.

Крамлик Андрей Васильевич. Кандидат технических наук, доцент, межвузовская кафедра космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Ломака Игорь Андреевич. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НИЛ «Перспективные фундаментальные и прикладные космические исследования на базе наноспутников» Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева.

Николаев Петр Николаевич. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, НИЛ «Перспективные фундаментальные и прикладные космические исследования на базе наноспутников» Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева.

Тимбай Иван Александрович. Доктор технических наук, профессор, межвузовская кафедра космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Введение

В настоящее время МКА нанокласса активно применяются в космических миссиях по исследованию и освоению космического пространства. Наибольшей популярностью пользуется стандарт CubeSat, который позволяет создавать полнофункциональные наноспутники при сравнительно невысоких материальных затратах. Спецификации стандарта CubeSat были разработаны в 1999 г. Калифорнийским политехническим и Стэнфордским университетами [1, 2], чтобы упростить создание сверхмалых спутников. Стандартная единица 1U представляет собой куб со стороной 10 см ($10 \times 10 \times 10$ см³) массой до 1,33 кг [3]. После успехов в создании наноспутников форматов 1U и 3U было предложено задействовать более крупные CubeSat, предоставляющие значительно большие возможности, такие как 6U, а также 12U и 27U, которые уже относятся к классу микроспутников [4].

Наноспутники (НС) стандарта CubeSat изначально применялись в образовательных целях, а также в качестве платформ для тестирования новых технологий и инновационных решений, которые можно было разработать и запустить в течение года или двух [1, 2, 5]. При этом достигнутые успехи и прогресс в развитии космических технологий позволили достаточно быстро перейти к их использованию для выполнения недорогих научных миссий, а также для решения коммерческих задач. В работе [6] приведен список миссий малоразмерных аппаратов стандарта CubeSat на начало 2017 года, сопровождаемый такими сведениями, как размер аппарата, ведущая организация, основные цели и статус запуска.

По данным интернет-ресурса Nanosats Database [7] по состоянию на 1 января 2023 года в 80 странах было изготовлено и запущено 2138 НС (из них 1960 стандарта CubeSat), включая 15 межпланетных. На Россию приходится 76 аппаратов, выведенных на орбиту. По прогнозам экспертов [7], в ближайшие шесть лет будет запущено более 2000 НС. Если в строке поиска интернет-ресурса ScienceDirect [8] набрать ключевое слово «nanosatellite», система выдаст 965 ссылок (см. табл. 1 и 2), из которых на научные статьи приходится 703, на обзорные – 80, на главы в книгах – 86.

Т а б л и ц а 1

Распределение упоминаний термина «nanosatellite» по журналам интернет-ресурса ScienceDirect

Название журнала	Количество ссылок
Журналы первого квартиля (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition, по SJR	
Acta Astronautica	275
Aerospace Science and Technology	29
Sensors and Actuators A: Physical	22
Chinese Journal of Aeronautics	13
Progress in Aerospace Sciences	12
Журналы второго квартиля (Q2)	
Advances in Space Research	92
Space Policy	15
Planetary and Space Science	9

Распределение упоминаний термина «nanosatellite» по годам по журналам интернет-ресурса ScienceDirect

Год	Количество ссылок
1999	4
2000–2004	51
2005–2009	60
2010–2014	143
2015–2019	348
2020–2023	350

В результате поиска на сайте Научной электронной библиотеки [9] по ключевому слову «наноспутник» находим 346 публикаций, из которых на научные статьи приходится 195 ссылок, на труды конференций – 151.

Согласно [7, 10], в настоящее время чаще всего запускаются НС формата CubeSat 3U, однако ожидается [10], что в следующую волну запусков на орбиту будут выводиться спутники CubeSat 6U и 12U, которые обеспечивают баланс между достаточно сложной полезной нагрузкой и ограниченными финансовыми затратами на производство и запуск.

Для большинства научных и прикладных исследований в космосе необходима определенная ориентация углового положения МКА в пространстве. Чтобы ее обеспечить, ввиду сравнительно малых размеров таких аппаратов и жестких ограничений на запас энергии часто используются пассивные или комбинированные (пассивные в сочетании с активными) системы стабилизации, которые не требуют расхода запасенных на борту рабочего тела и энергии или требуют в незначительной степени. При этом важной задачей при создании любой пассивной системы пространственной ориентации является исследование неуправляемого движения МКА относительно центра масс. Дело в том, что расчетные условия углового движения могут быть выполнены только на этапе проектирования путем выбора его конструктивных параметров, а также за счет задания ограничений на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения. При использовании комбинированной системы стабилизации расчетные условия углового движения могут быть выполнены за счет задания ограничений на величины угловых скоростей на момент окончания работы активной системы предварительного успокоения.

Начиная с 2012 года в Самарском национальном исследовательском университете имени академика С.П. Королева (ранее Самарский государственный аэрокосмический университет) не только ведутся работы по проектированию и изготовлению НС, но и комплексно изучаются вопросы, касающиеся повышения эффективности космических миссий с их использованием.

Чтобы повысить эффективность космических миссий, необходимо учитывать особенности динамики углового движения НС [11, 12]. Усложнение задач, решаемых с их использованием, потребовало разработки алгоритмов управления их угловым движением [13–18], которые могут быть реализованы на борту при наличии ограничений бортовой цифровой вычислительной машины (БЦВМ) за счет применения недорогих исполнительных устройств.

Особенности пассивного движения МКА формата CubeSat

В работе [19] был выделен ряд особенностей пассивного движения МКА стандарта CubeSat на низких орбитах.

1. Значение баллистического коэффициента МКА, как правило, выше, чем у космических аппаратов (КА) с большими размерами и массой (при одинаковой объемной плотности), следовательно, срок существования МКА на орбите меньше (обычно от полугода до года). Это дает возможность эффективно использовать достаточно низкие орбиты и избегать засорения околоземного космического пространства.

2. Угловое ускорение МКА, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем у аппарата с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности). Это расширяет диапазон высот, на которых действующий на МКА аэродинамический момент является значимым и его можно задействовать для пассивной стабилизации аппарата по вектору скорости движения центра масс.

3. Следует принимать во внимание, что существующие коммерческие транспортно-пусковые устройства отделения МКА могут порождать большие величины начальной угловой скорости. Например, системы отделения, которые использовались в международном проекте QB50, придавали МКА угловую скорость после выхода из контейнера до $50^\circ/\text{с}$ [20]. Кроме того, при запуске МКА с платформ с неконтролируемым движением необходимо дополнительно учитывать случайный характер их углового движения. Так, верхняя ступень ракеты-носителя «Союз» после отделения основной полезной нагрузки переходит в режим регулярной прецессии [21].

4. Следует отметить, что вероятно возникновение резонансных режимов движения у МКА, совершающих полет на низких орбитах. Для МКА стандарта CubeSat, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, аэродинамический момент зависит от пространственного угла атаки и угла собственного вращения. Это создает предпосылки для возникновения резонанса, который проявляется в резком изменении амплитуды колебаний по углу атаки, когда целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю [19].

Возникновение резонанса во время выполнения целевых задач может привести к ухудшению результатов миссии и повышению энергозатрат на управление угловым движением. С другой стороны, после завершения миссии возможно принудительное приведение МКА к резонансному режиму для усиления торможения МКА и сокращения времени до схода его с орбиты с целью предотвращения засорения космоса.

Указанные особенности движения МКА на низких орбитах необходимо учитывать как при исследовании неуправляемого движения относительно центра масс, так и при разработке алгоритмов управления угловым движением.

Математическая модель движения относительно центра масс

Рассмотрим модель движения относительно центра масс. Пусть оси связанной с МКА системы координат (СК) $Ox_k Y_k Z_k$ являются главными центральными осями инерции МКА. Предметом нашего внимания будут круговые орбиты, в этом случае орбитальная СК совпадает с траекторной $Ox_k Y_k Z_k$. Ориентацию СК $Ox_k Y_k Z_k$ относительно траекторной

$OX_k Y_k Z_k$ определим с помощью углов Эйлера: угла прецессии ψ , угла нутации – пространственного угла атаки α_n (угол между продольной осью МКА и вектором скорости центра масс) и угла собственного вращения φ (угол между плоскостью угла атаки и поперечной осью МКА). Взаимное расположение выбранных СК показано на рис. 1. Промежуточные СК: $OX_a Y_a Z_a$ – скоростная, $OX_n Y_n Z_n$ – связанная с пространственным углом атаки.

На рассматриваемых высотах движения принято считать, что обтекание МКА является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий. В этом случае аэродинамическая сила представляет собой силу сопротивления, которая определяется площадью проекции МКА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока [22].

В случае МКА формата CubeSat с тремя различными линейными размерами ($l_x > l_z > l_y$), например CubeSat 6U (рис. 1), выражение для площади проекции МКА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, будет иметь вид [12]:

$$S_x \cdot \tilde{S}(\alpha_n, \varphi) = S_x \cdot \left(|\cos \alpha_n| + \sin \alpha_n \left(\frac{l_x}{l_y} |\sin \varphi| + \frac{l_x}{l_z} |\cos \varphi| \right) \right), \quad (1)$$

где $S_x = l_y \cdot l_z$ – характерная площадь МКА (в данном случае площадь наименьшей грани).

При выбранном расположении осей связанной с МКА СК, если массы распределены равномерно или близко к нему, будут выполняться следующие неравенства для моментов инерции: $J_x < J_z < J_y$ (J_x, J_y, J_z – главные центральные моменты инерции МКА).

В случае МКА с квадратным поперечным сечением ($l_z = l_y$), например формата CubeSat 1-3U, 12U, выражение для площади проекции МКА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, упрощается:

$$S_x \cdot \tilde{S}(\alpha_n, \varphi) = S_x \cdot \left(|\cos \alpha_n| + k_s \sin \alpha_n (|\sin \varphi| + |\cos \varphi|) \right),$$

где $k_s = \frac{l_x}{l_y}$ – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади.

Уравнения пространственного движения МКА относительно центра масс под действием аэродинамического, гравитационного, а также управляющего моментов на круговой орбите можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_{ynp} + \mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{gp}, \quad (2)$$

где \mathbf{I} – тензор инерции МКА; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости МКА; \mathbf{M}_{ynp} – управляющий момент исполнительных устройств; \mathbf{M}_a – аэродинамический момент; \mathbf{M}_{gp} – гравитационный момент.

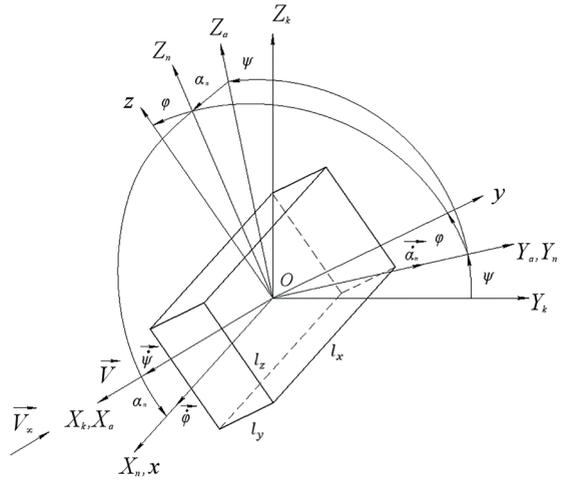


Рис. 1. Используемые системы координат

Выражения для проекций $M_{грx}$, $M_{грy}$, $M_{грz}$ гравитационного момента на оси Ox , Oy и Oz связанной с МКА СК имеют вид:

$$\mathbf{M}_{грx} = \frac{3\mu}{r^3}(J_z - J_y)b_{23}b_{33}, \quad \mathbf{M}_{грy} = \frac{3\mu}{r^3}(J_x - J_z)b_{33}b_{13},$$

$$\mathbf{M}_{грz} = \frac{3\mu}{r^3}(J_y - J_x)b_{13}b_{23},$$

где μ – гравитационный параметр Земли; $r = R_3 + H$ – длина радиус-вектора центра масс МКА; H – высота полета; R_3 – радиус Земли; b_{ij} – элементы матрицы перехода от траекторной СК к связанной.

Проекции момента аэродинамической силы лобового сопротивления относительно центра масс равны:

$$M_{ax} = -c_0 q S_x \cdot \tilde{S}(\alpha_n, \varphi)(y_d b_{31} - z_d b_{21}),$$

$$M_{ay} = -c_0 q S_x \cdot \tilde{S}(\alpha_n, \varphi)(z_d b_{11} - x_d b_{31}),$$

$$M_{az} = -c_0 q S_x \cdot \tilde{S}(\alpha_n, \varphi)(x_d b_{21} - y_d b_{11}),$$

где x_d, y_d, z_d – положение центра давления (геометрического центра) МКА относительно центра масс; $c_0 = 2,2$ – коэффициент со значениями от 2 до 3 в зависимости от физических свойств газа и поверхности МКА, который для проектных проработок принимается равным 2,2; $q = \rho V^2/2$ – скоростной напор; $V = \sqrt{\mu / (R_3 + H)}$ – скорость полета; ρ – плотность атмосферы.

Положения равновесия МКА стандарта CubeSat

В зависимости от целевых задач конкретной миссии формируются требования к точности ориентации и стабилизации углового движения МКА. На начальном этапе создания НС разработчики не стремились добиться того, чтобы аппараты сохраняли постоянную ориентацию в пространстве. В результате спутники по большей части совершали неориентированное движение относительно центра масс. В связи с усложнением задач, решаемых МКА, возросли и требования к точности их ориентации и стабилизации движения.

Так как на высотах до 700 км (предельная высота гарантированного схода с орбиты за предельное время, согласно рекомендациям комитета по космосу ООН не превышающее 25 лет, при отсутствии специальных средств увода) основные моменты внешних сил – аэродинамический и гравитационный, то целесообразно использовать больший из них в качестве восстанавливающего, а другой момент рассматривать как возмущающий. В связи с этим наиболее популярными являются ориентация МКА по вектору скорости набегающего потока (аэродинамически стабилизированное угловое движение) и по местной вертикали (гравитационно стабилизированное движение).

В условиях жестких массогабаритных и энергетических ограничений при создании МКА необходимо целенаправленно формировать у них такие масс-инерционные и аэродинамические характеристики, при которых устойчивые положения относительного равновесия совпадают со штатной ориентацией, а небольшие отклонения от положений равновесия приводят к колебаниям допустимой амплитуды. В этой связи одной из важных задач является определение положений относительного равновесия МКА и изучение движения в их окрестности.

Ввиду весьма ограниченных размеров и массы МКА стандарта CubeSat предпочтение отдается пассивным или комбинированным (пассивным в сочетании с активными) системам стабилизации, так как они не требуют расхода рабочего тела и энергии или этот расход незначителен [23–26]. При проектировании пассивных систем стабилизации используется информация об устойчивых положениях равновесия под действием внешних моментов и анализируется неуправляемое движение МКА относительно центра масс. Влияние аэродинамического и гравитационного моментов на движение спутника относительно центра масс тщательно исследовано, например, в [22, 27–29].

В работах [30–32] определены положения равновесия углового движения динамически симметричного НС формата CubeSat 1U – 3U на круговой орбите под действием аэродинамического и гравитационного моментов для двух частных случаев смещения центра давления:

- динамически симметричного НС относительно его центра масс по трем координатам;
- НС с тремя разными главными моментами инерции относительно его центра масс по одной из главных осей инерции.

Положения равновесия в случае динамически симметричного МКА ($J_x = J_y = J_z$) при смещении центра давления по трем координатам ($x_d \neq 0, y_d \neq 0, z_d \neq 0$) приведены в табл. 3 [30, 31].

Таблица 3

Положения относительного равновесия для случая динамически симметричного МКА

			$x_d < 0$ ($x_d > 0$)		
			$ \vartheta < \frac{u}{3}$	$\frac{u}{3} < \vartheta < u$	$u < \vartheta $
$\psi_1 = 0$ ($\psi_3 = \pi$)	φ_1	$\vartheta > 0$	α_3 (α_1)	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ($\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$)	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ($\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$)
		$\vartheta < 0$	α_3 (α_1)	α_3 (α_1)	α_3 (α_1)
	φ_2	$\vartheta > 0$	α_6 (α_8)	α_6 (α_8)	α_6 (α_8)
		$\vartheta < 0$	α_6 (α_8)	$\alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$ ($\alpha_5, \alpha_6, \alpha_8$)	$\alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$ ($\alpha_5, \alpha_6, \alpha_8$)
$\psi_2 = \frac{\pi}{2}$ ($\psi_4 = \frac{3\pi}{2}$)	φ_1	$\vartheta > 0$	α_{11} (α_9)	α_{11} (α_9)	α_{11} (α_9)
		$\vartheta < 0$	α_{11} (α_9)	α_{11} (α_9)	$\alpha_9, \alpha_{10}, \alpha_{11}$ ($\alpha_9, \alpha_{11}, \alpha_{12}$)
	φ_2	$\vartheta > 0$	α_{14} (α_{16})	α_{14} (α_{16})	$\alpha_{14}, \alpha_{15}, \alpha_{16}$ ($\alpha_{13}, \alpha_{14}, \alpha_{16}$)
		$\vartheta < 0$	α_{14} (α_{16})	α_{14} (α_{16})	α_{14} (α_{16})
Число положений равновесия			8	12	16

Здесь $w = k_s (|y_d| + |z_d|)$; $u = (\sqrt{w} + \sqrt{|x_d|})^2$; $\vartheta = \frac{\omega_{opb}^2 (J_n - J_x)}{c_0 q S_x}$; $\omega_{opb} = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$ – орбитальная угловая скорость;

$$\varphi_1 = \begin{cases} \arctg \frac{y_d}{z_d}, & z_d > 0 \\ \arctg \frac{y_d}{z_d} + \pi, & z_d < 0 \end{cases}; \quad \varphi_2 = \varphi_1 + \pi;$$

$$\alpha_i = \arccctg \left(\frac{-r_i \pm \sqrt{r_i^2 + 4x_d q_i w}}{2q_i \sqrt{y_d^2 + z_d^2}} \right); r_i = q_i w + p_i \vartheta - x_d \text{ при } i = 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14;$$

$$\alpha_i = \arccctg \left(\frac{-r_i \pm \sqrt{r_i^2 - 4x_d q_i w}}{-2q_i \sqrt{y_d^2 + z_d^2}} \right); r_i = q_i w + p_i \vartheta + x_d \text{ при } i = 3, 4, 7, 8, 11, 12, 15, 16,$$

верхний знак перед квадратным корнем соответствует нечетному индексу α_i , нижний знак – четному;

$$p_i = \begin{cases} -3, & i = 1, \dots, 8 \\ 1, & i = 9, \dots, 16 \end{cases}; \quad q_i = \begin{cases} 1, & i = 1, \dots, 4; 9, \dots, 12 \\ -1, & i = 5, \dots, 8; 13, \dots, 16 \end{cases}.$$

Положения равновесия в случае динамически несимметричного МКА при смещении центра давления только по оси Ox ($J_x \neq J_y \neq J_z, x_d \neq 0, y_d = 0, z_d = 0$) представлены в табл. 4 [32]. В зависимости от соотношения проектных параметров приведено число положений углового равновесия, а в скобках указаны номера комбинаций углов прецессии, собственного вращения и атаки, соответствующие положениям углового равновесия.

Таблица 4

Число положений равновесия (в скобках указаны номера комбинаций углов, соответствующие положениям равновесия)

	$0 < \vartheta_2 < \frac{ x_d }{3}$	$\frac{ x_d }{3} < \vartheta_2 < x_d $	$ x_d < \vartheta_2 $
$0 < \vartheta_1 < \frac{ x_d }{3}$	8 (1, 2)	12 (1, 2, 3)	16 (1, 2, 3, 4)
$\frac{ x_d }{3} < \vartheta_1 < x_d $	12 (1, 2, 5)	16 (1, 2, 3, 5)	20 (1, 2, 3, 4, 5)
$ x_d < \vartheta_1 $	16 (1, 2, 5, 6)	20 (1, 2, 3, 5, 6)	24 (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Комбинации углов прецессии ψ , собственного вращения φ и атаки α , соответствующие положениям углового равновесия относительно центра масс, определяются по следующим формулам:

(1) $\alpha_1 = 0$ при $\varphi + \psi = \{0, \pi / 2, \pi, 3\pi / 2\}$ – 4 положения равновесия при любых соотношениях $x_d, \vartheta_1, \vartheta_2$;

(2) $\alpha_2 = \pi$ при $\varphi + \psi = \{0, \pi / 2, \pi, 3\pi / 2\}$ – 4 положения равновесия при любых соотношениях $x_d, \vartheta_1, \vartheta_2$;

(3) если $\frac{|x_d|}{3} < |\vartheta_2|$: $\psi_1 = 0, (\psi_3 = \pi), \varphi_1 = 0, (\varphi_3 = \pi), \alpha_3 = \text{arccctg}\left(\frac{x_d k_s}{-3\vartheta_2 + \text{sign}(\vartheta_2)|x_d|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(4) если $|x_d| < |\vartheta_2|$: $\psi_2 = \frac{\pi}{2}, (\psi_4 = \frac{3\pi}{2}), \varphi_1 = 0, (\varphi_3 = \pi), \alpha_4 = \text{arccctg}\left(\frac{x_d k_s}{\vartheta_2 - \text{sign}(\vartheta_2)|x_d|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(5) если $\frac{|x_d|}{3} < |\vartheta_1|$: $\psi_1 = 0, (\psi_3 = \pi), \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, (\varphi_4 = \frac{3\pi}{2}), \alpha_5 = \text{arccctg}\left(\frac{x_d k_s}{-3\vartheta_1 + \text{sign}(\vartheta_1)|x_d|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(6) если $|x_d| < |\vartheta_1|$: $\psi_2 = \frac{\pi}{2}, (\psi_4 = \frac{3\pi}{2}), \varphi_2 = \frac{\pi}{2}, (\varphi_4 = \frac{3\pi}{2}), \alpha_6 = \text{arccctg}\left(\frac{x_d k_s}{\vartheta_1 - \text{sign}(\vartheta_1)|x_d|}\right)$ – 4 положения равновесия,

$$\text{где } \vartheta_1 = \frac{\omega_{орб}^2 (J_y - J_x)}{c_0 q S_x}, \vartheta_2 = \frac{\omega_{орб}^2 (J_z - J_x)}{c_0 q S_x}.$$

Выбор и обоснование предпочтительной ориентации МКА в зависимости от высоты рабочей орбиты

Анализ внешних моментов, создаваемых окружающей средой, показывает, что при соответствующем проектировании за счет выбора формы, размеров и распределения масс можно создать такие условия, когда эти моменты будут оказывать стабилизирующее влияние на угловое движение МКА. В этом случае совмещение связанных осей с осями базовой системы отсчета осуществляется под действием указанных моментов без специальных управляющих устройств.

Целесообразность применения того или иного метода пассивной стабилизации (того или иного внешнего момента) обусловлена выбранной базовой системой отсчета, так как каждый момент стабилизирует угловые движения МКА относительно определенной системы координат. Гравитационный момент стабилизирует аппарат в орбитальной СК, аэродинамический – в скоростной, магнитный – в магнитной. С другой стороны, возможность использования конкретного метода пассивной стабилизации зависит от условий полета МКА, в частности от высоты, поскольку каждый метод применим в определенном диапазоне высот, в котором соответствующий внешний момент будет доминировать.

В работе [26] приведена классификация пассивных систем стабилизации для МКА стандарта CubeSat, совершающих полет по круговой орбите: аэродинамическая, аэродинамически-гравитационная, гравитационная и гравитационно-аэродинамическая, которые можно использовать применительно к диапазону высот, в ко-

тором доминирует определенный тип момента внешних сил, и виду стабилизации (одноосная и трехосная).

Необходимость такой классификации обусловлена тем, что у МКА величина углового ускорения, порождаемого аэродинамическим моментом, на два порядка выше, чем у классических аппаратов с большей массой и размерами (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности) [19]. Это позволяет расширить диапазон высот, на которых аэродинамический момент является значимым и его можно использовать совместно с гравитационным моментом для стабилизации углового положения. Следует отметить, что угловое ускорение МКА, обусловленное гравитационным моментом, незначительно меняется от высоты и зависит от отношения разности моментов инерции относительно двух осей к моменту инерции относительно третьей оси. Данное отношение не может превышать единицы, что ограничивает максимально возможное угловое ускорение, обусловленное гравитационным моментом.

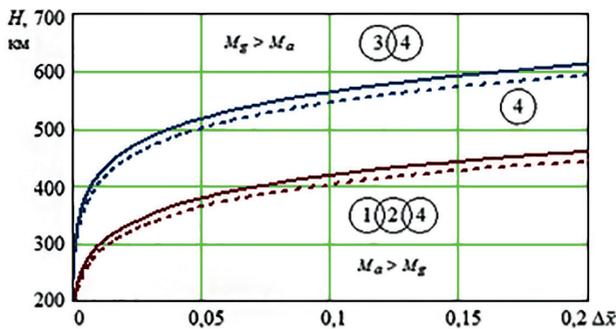


Рис. 2. Области предпочтительного применения пассивной стабилизации МКА CubeSat 3U (сплошные линии), CubeSat 12 U (пунктирные линии) в зависимости от значений высот H и относительного запаса статической устойчивости $\Delta\bar{x}$

гравитационный, т.е. $M_a \geq M_g$); 2 – трехосная аэродинамически гравитационная система стабилизации (область, где $M_a \geq M_g$); 3 – одноосная и трехосная гравитационные системы стабилизации по местной вертикали (область, где $M_g \geq M_a$); 4 – трехосная гравитационно-аэродинамическая система стабилизации (области любого отношения аэродинамического и гравитационного моментов). Расчеты проводились для стандартной атмосферы [33]. Следует отметить, что размеры областей могут изменяться в зависимости от уровня солнечной активности.

Проектно-динамическое проектирование МКА

Различные пассивные системы стабилизации МКА стандарта CubeSat находят широкое применение на практике. В ряде публикаций рассматривается детерминированная постановка задачи ориентации МКА. Например, в [34–36] предлагается обеспечить аэродинамическую стабилизацию МКА стандарта CubeSat путем развертывания солнечных панелей под определенным углом к его продольной оси после отделения от транспортно-пускового контейнера. При этом начальная угловая скорость гасится с помощью гистерезисных стержней или средствами актив-

На рис. 2 для МКА форматов CubeSat 3U (однородный параллелепипед массой 3 кг с габаритами $0,1 \times 0,1 \times 0,3 \text{ м}^3$) и CubeSat 12U (однородный параллелепипед массой 12 кг, имеющий габариты $0,2 \times 0,2 \times 0,3 \text{ м}^3$) выделены области высот H и относительного запаса статической устойчивости $\Delta\bar{x} = |x_d / l_x|$ для различных типов пассивной стабилизации: 1 – одноосная аэродинамическая система стабилизации по вектору скорости (область, где аэродинамический момент превосходит

ной магнитной системы управления (на основе алгоритма B-dot). В [37] приводится подробный обзор основных разработанных в последнее время алгоритмов активной магнитной ориентации спутников. В [24, 38–40] для достижения трехосной стабилизации наряду с пассивной аэродинамической системой стабилизации предлагается использовать маховики или активную магнитную систему, в [41, 42] – пассивную гравитационную и активную магнитную.

В [19, 26, 43–46] задача обеспечения определенной ориентации МКА нанокласса в пространстве относительно углового движения после его отделения от носителя рассматривается в вероятностной постановке. При этом учитывается, что существующие коммерческие пусковые устройства отделения НС порождают большие неопределенности величины начальной угловой скорости. Рассмотрены два варианта законов распределения компонентов вектора начальной угловой скорости (равномерное и Рэлея). Для них получены аналитические функции распределения максимальных углов отклонения осей НС от требуемых направлений (вектора орбитальной скорости и местной вертикали). На основе этих функций выведены формулы для выбора проектных параметров (геометрических размеров, запаса статической устойчивости, моментов инерции). При движении на круговых орбитах они обеспечивают отклонения осей МКА от требуемых направлений меньше допустимых с заданной вероятностью на нужной высоте полета при заданных погрешностях начальной угловой скорости, формируемой системой отделения. Разработан практический инструментарий в виде номограмм, которые позволяют выбрать основные проектные параметры МКА стандарта CubeSat, чтобы обеспечить его необходимую стабилизацию на низких круговых орбитах применительно к диапазону высот доминирования определенного типа момента внешних сил. На предлагаемый подход к выбору проектных параметров аэродинамически стабилизируемого МКА стандарта CubeSat получен евразийский патент [46].

Условия возникновения резонансных режимов и возможные подходы к их предотвращению

При пассивной одноосной аэродинамической стабилизации МКА важно учитывать возможность возникновения резонансных режимов движения, которые проявляются в резком изменении амплитуды колебаний по пространственному углу атаки. В этом случае линейная целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю. Учет вероятности появления резонансов позволит повысить эффективность работы системы ориентации МКА при решении им целевых задач на низких орбитах.

Резонансные режимы движения осесимметричных космических аппаратов с малой инерционно-массовой и геометрической асимметрией неоднократно были предметом исследования отечественных и зарубежных ученых [47–49].

В работах [50, 51] анализируется влияние параметров спутника на возникновение резонанса элементов конструкции. Появление резонанса при движении осесимметричных ракет с малой асимметрией при совпадении скорости вращения вокруг оси симметрии с частотой крена рассмотрено в [52, 53]. В [54, 55] исследуется устойчивость резонансных вращений спутника на эллиптической орбите под действием гравитационного момента. Нелинейные резонансы при колебаниях заряженного спутника в гравитационном и магнитном полях описываются в [56, 57].

Хорошо изучены резонансные режимы при неуправляемом спуске космических аппаратов в атмосфере Земли [47–49] и Марса [58–60]. Такие аппараты, как правило, относятся к классу осесимметричных тел вращения, и соответствующий им аэродинамический момент зависит только от угла атаки. Конструктивные особенности, неточность изготовления, обгар теплозащитного покрытия приводят к малой инерционно-массовой и геометрической асимметрии, наличие которой и создает предпосылки возникновения резонанса.

Поскольку МКА стандарта CubeSat имеют форму прямоугольного параллелепипеда, аэродинамический момент зависит не только от пространственного угла атаки, но и от угла собственного вращения. Это порождает условия для появления резонанса за счет формы аппарата даже без малой асимметрии. Такие резонансные режимы были рассмотрены авторами ранее в [19]. В работе [61] анализируется возможность возникновения резонансных режимов движения при орбитальном полете у динамически симметричных МКА стандарта CubeSat, обусловленных форм-фактором прямоугольного параллелепипеда, а также смещением центра масс относительно продольной оси. В работах [62, 63] исследуется возможность возникновения резонансных соотношений при наличии малой динамической несимметричности и центробежных моментов инерции. В [63] комплексно рассматриваются причины возникновения резонансных режимов движения и предлагаются способы предотвратить их для низковысотных МКА формата CubeSat 1-3U. Работа [12] посвящена резонансным режимам движения МКА CubeSat 6U.

В зависимости от соотношения проекций вектора кинетического момента на продольную ось МКА (R) и на направление скорости центра масс (G) реализуются различные типы прецессионного движения. При выполнении условия $R > G$ реализуется обратная прецессия, при $G > R$ – прямая [64].

В табл. 5 приведены резонансные соотношения частоты колебаний по углу атаки ($\tilde{\omega}$) и средней частоты по углу собственного вращения (λ) для случаев прямой и обратной прецессий и указаны виды инерционно-массовой асимметрии, порождающие резонансные соотношения частот для МКА формата CubeSat 1-3U и 6U. В скобках указаны виды инерционно-массовой асимметрии, которые появляются только для МКА формата CubeSat 6U.

Здесь J_{xy}, J_{xz}, J_{yz} – центробежные моменты инерции, которые являются малыми,

$$y_d \ll x_d, z_d \ll x_d; \Delta_i = (J_z - J_y) / J_n; J_n = (J_y + J_z) / 2.$$

Выражения для определения критического значения продольной угловой скорости (ω_x) МКА, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения, имеют вид:

$$\omega_{skr} = d \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \left(\frac{J_x}{J_n}\right) + \frac{1}{4}(1 - d^2)\left(\frac{J_x}{J_n}\right)^2}},$$

где $\omega_a = \sqrt{-m_1(H) \cdot \Delta x \cdot m_{nk}}$; $m_1(H) = -c_0 S_x q(H) / J_n$; Δx – смещение центра масс относительно геометрического центра; $q(H)$ – скоростной напор; $m_{nk} = \frac{4}{3\pi} + \frac{24}{\pi^2}$; $d = 2k_{res} + 1 > 0$ в случае прямой прецессии, $d = 2k_{res} - 1 > 0$ в случае обратной; k_{res} – в табл. 5 коэффициент в резонансных соотношениях частот перед $\tilde{\omega}$.

Резонансные соотношения частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения

Для прямой прецессии		Для прямой и обратной прецессий	
Соотношение частот $\lambda = k_{res} \tilde{\omega}$	Обуславливающий фактор	Соотношение частот $\lambda = k_{res} \tilde{\omega}$	Обуславливающий фактор
$\lambda = 0$	форма, $J_{xy}, J_{xz}, J_{yz}, \Delta_i, y_d, z_d$	$\lambda = \frac{3}{5} \tilde{\omega}$	y_d, z_d
$\lambda = \pm \frac{1}{6} \tilde{\omega}$	J_{yz}, Δ_i	$\lambda = \frac{2}{3} \tilde{\omega}$	y_d, z_d
$\lambda = \pm \frac{1}{5} \tilde{\omega}$	y_d, z_d	$\lambda = \frac{3}{4} \tilde{\omega}$	форма (J_{yz}, Δ_i)
$\lambda = \pm \frac{1}{4} \tilde{\omega}$	форма (J_{yz}, Δ_i)	$\lambda = \tilde{\omega}$	$J_{xy}, J_{xz}, J_{yz}, \Delta_i, y_d, z_d$ (форма)
$\lambda = \pm \frac{1}{3} \tilde{\omega}$	$J_{yz}, \Delta_i, y_d, z_d$	$\lambda = \frac{3}{2} \tilde{\omega}$	J_{yz}, Δ_i (форма)
$\lambda = \pm \frac{2}{5} \tilde{\omega}$	y_d, z_d	$\lambda = 2\tilde{\omega}$	J_{xy}, J_{xz}, y_d, z_d (J_{yz}, Δ_i)
$\lambda = \frac{1}{2} \tilde{\omega}$	форма, J_{yz}, Δ_i	$\lambda = 3\tilde{\omega}$	J_{xy}, J_{xz}, y_d, z_d (J_{yz}, Δ_i)

В результате исследований для случая прямой прецессии найдено 19 соотношений частот, соответствующих резонансу, для случая обратной – семь резонансных соотношений. По сравнению с CubeSat 1U-3U у МКА CubeSat 6U большее количество резонансных соотношений частот порождается исключительно формой НС. При прямой прецессии у МКА CubeSat 6U выявлено семь соотношений частот ($\lambda = 0, \lambda = \pm \frac{1}{4} \tilde{\omega}, \lambda = \frac{1}{2} \tilde{\omega}, \lambda = \frac{3}{5} \tilde{\omega}, \lambda = \tilde{\omega}, \lambda = \frac{3}{2} \tilde{\omega}$) по сравнению с пятью вариантами соотношений частот ($\lambda = 0, \lambda = \pm \frac{1}{4} \tilde{\omega}, \lambda = \frac{1}{2} \tilde{\omega}, \lambda = \frac{3}{4} \tilde{\omega}$) для МКА CubeSat 1U-3U. При обратной прецессии у МКА CubeSat 6U выявлено 3 соотношения частот ($\lambda = \frac{3}{4} \tilde{\omega}, \lambda = \tilde{\omega}, \lambda = \frac{3}{2} \tilde{\omega}$) по сравнению с единственным случаем ($\lambda = \frac{3}{4} \tilde{\omega}$) для CubeSat 1U-3U. Кроме того, для соотношений частот $\lambda = \pm \frac{1}{4} \tilde{\omega}, \lambda = \frac{3}{4} \tilde{\omega}, \lambda = 2\tilde{\omega}, \lambda = 3\tilde{\omega}$ добавилось влияние таких факторов, как J_{yz}, Δ_i .

Для предотвращения резонансных режимов движения, обусловленных инерционно-массовой асимметрией, рекомендуется максимально ее уменьшать, при этом полностью ее убрать ввиду неточности ее определения нельзя. Кроме того, МКА формата CubeSat 6U практически невозможно изготовить динамически симметричным из-за его формы (неравные линейные размеры). Следует также учитывать, что часть резонансных соотношений обусловлена только формой аппарата. В связи

с этим для исключения возможности возникновения резонансных режимов предлагается задавать ограничения на величину продольной угловой скорости при отделении от пускового устройства, а также заблаговременно включать систему стабилизации, чтобы достичь рассогласования резонансного соотношения частот.

Использование данных об орбитальном движении МКА для формирования гипотез о характере углового движения

Выше было отмечено, что значение баллистического коэффициента МКА стандарта CubeSat больше, чем КА с большими размерами и массой (при одинаковой объемной плотности), и, следовательно, меньше срок его существования на орбите. Эта особенность подтверждена экспериментально.

НС SamSat-218D формата CubeSat 3U, разработанный студентами и учеными Самарского университета, одновременно с двумя другими спутниками – «Михайло Ломоносов» (MVL-300) и «Аист-2Д» (AIST-2D) – был выведен 28 апреля 2016 года на околокруговую орбиту со средней высотой 486 км в ходе первой стартовой кампании

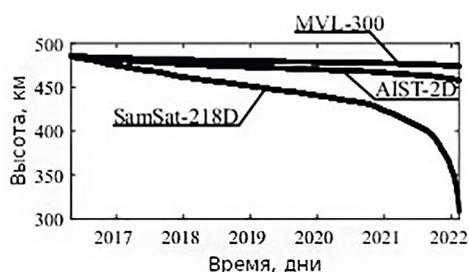


Рис. 3. Изменения высот спутников, рассчитанные по файлам TLE: MVL-300, AIST-2D и SamSat-218D

с космодрома «Восточный» [65]. SamSat-218D вошел в плотные слои атмосферы 2 марта 2022 года. В это время «Аист-2Д» находился на высоте 449,9 км, а «Михайло Ломоносов» – на высоте 466,6 км. На рис. 3 показаны изменения высот орбит этих спутников, рассчитанные по файлам TLE (Two-Line Element Set – двухстрочный формат данных, представляющий собой набор элементов орбиты для спутника Земли) системы NORAD [66].

В работе [67] показано, что характер движения относительно центра масс низкоорбитального МКА стандарта CubeSat 3U можно определить по орбитальным измерениям (файлы TLE системы NORAD). Это становится необходимым в том случае, если нельзя установить радиосвязь с НС после вывода его на орбиту. По существу такая обратная задача является некорректной, однако ее решение позволит разработчикам спутника понять причину возникновения сложившейся нештатной ситуации и найти выход из нее. Предложена методика косвенного определения характера движения относительно центра масс МКА стандарта CubeSat, прекратившего работу в ходе летного эксперимента, с использованием двигающихся в том же эшелоне орбит спутников, баллистический коэффициент которых известен и которые могут быть приняты за эталонные с целью уточнения состояния плотности атмосферы. Знание аэродинамики МКА стандарта CubeSat позволяет оценить характер его возможного движения относительно центра масс по изменению баллистического коэффициента, который, в свою очередь, оценивается по орбитальным данным.

С помощью этой методики анализировалось движение НС SamSat-218D относительно центра масс, связь с которым установить не удалось после вывода на орбиту [67]. Отношение максимального значения баллистического коэффициента SamSat-218D к минимальному составляет 4,75, что позволило получить данные об ориентации и динамике его движения из информации об изменении значения баллистиче-

ского коэффициента. Режим движения SamSat-218D относительно центра масс был определен как пространственное вращение с угловой скоростью более двух градусов в секунду.

Проблемы управления угловым движением МКА

Особенности построения контура управления перспективных МКА

Управление угловым движением позволяет успешно реализовать современную космическую миссию, для которой необходимо определенное положение осей связанной с МКА СК в пространстве. При угловом движении НС требуется учитывать внешние моменты, так как их величина сравнима с величиной управляющего момента, который могут создать исполнительные органы МКА. Кроме этого, современные космические миссии НС повсеместно предполагают использование трансформируемых конструкций (например, раскрывающихся панелей солнечных батарей, научных приборов на выносных штангах, сложных антенных систем [68] и т.п.), что существенно изменяет тензор инерции и положение центра масс МКА. Упомянутые факторы, а также возможное изменение массы МКА при наличии на борту корректирующей двигательной установки, расходующей рабочее тело, требуют новых подходов к разработке алгоритмов управления и формированию контура управления угловым движением в целом, учитывающего переменность массы и основных проектных параметров в процессе полета.

На рис. 4 представлен контур управления угловым движением, позволяющий решать задачу идентификации масс-инерционных характеристик.

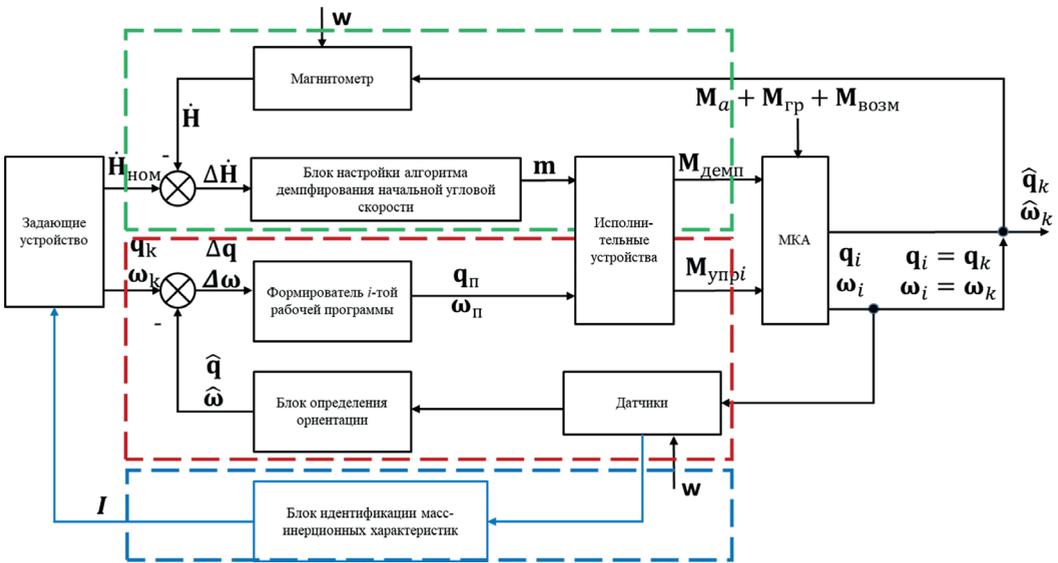


Рис. 4. Структурная схема контура управления угловым движением НС:

\mathbf{H} – вектор скорости геомагнитной индукции; \mathbf{q}_k, ω_k – требуемые конечные значения кватерниона и угловой скорости соответственно; \mathbf{q}_i, ω_i – требуемые конечные значения кватерниона и угловой скорости на i -м интервале скважности; $\mathbf{q}_\pi, \omega_\pi$ – программные кватернион и угловая скорость; $\mathbf{M}_{\text{возм}}$ – неучтенный внешний момент; m – сигнал для формирования демпфирующего момента $\mathbf{M}_{\text{демпи}}$; $\mathbf{M}_{\text{упри}}$ – управляющий момент на i -м интервале скважности; $\hat{\mathbf{q}}, \hat{\omega}$ – оценки кватерниона и угловой скорости; \mathbf{w} – шум измерений

На рисунке зеленым цветом обозначен контур гашения начальной угловой скорости, приобретаемой МКА после выхода из транспортно-пускового контейнера, красным – контур приведения МКА в требуемую пространственную ориентацию, синим – дополнительный контур уточнения параметров бортовой модели движения (тензора инерции).

Измерительные средства, используемые на МКА, можно разделить на две группы по типу измеряемых величин: инерциальные и векторные измерители. К инерциальным относятся датчик угловой скорости и акселерометр, к векторным – магнитометр, построитель местной вертикали, датчик Солнца, звездный датчик. Перечисленные измерительные средства, выполненные в основном с использованием МЭМС-технологий, отличаются невысокой стоимостью, приемлемой точностью и малыми габаритами.

Математическую модель векторного измерителя (магнитометра, датчика освещенности и т.д.) можно записать в виде

$$\mathbf{C}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\mathbf{t})\mathbf{v}_{orb}(\mathbf{t}) + \mathbf{w}(\mathbf{t}), \quad (3)$$

где $\mathbf{A}(\mathbf{t})$ – матрица перехода от орбитальной СК к связанной, которая может быть параметризована углами Эйлера или кватернионом; $\mathbf{v}_{orb}(\mathbf{t})$ – измеряемый вектор в орбитальной СК, рассчитанный по соответствующей модели (модель вектора напряженности магнитного поля Земли, модель вектора направления на Солнце и др.); $\mathbf{w}(\mathbf{t})$ – шум измерений.

Математическую модель измерений датчиков угловых скоростей можно представить в виде

$$\mathbf{C}_{\omega}(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\omega}_{изм}(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\omega}(\mathbf{A}(\mathbf{t}), \mathbf{t}) + \mathbf{w}_{\omega}(\boldsymbol{\sigma}_{\omega}, \mathbf{t}), \quad (4)$$

где $\boldsymbol{\sigma}_{\omega}$ – среднеквадратическое отклонение шума измерений; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости.

Из всех исполнительных органов системы ориентации и стабилизации МКА особое внимание следует обратить на магнитные системы, принцип действия которых основывается на взаимодействии магнитного поля, создаваемого магнитными исполнительными устройствами, с магнитным полем Земли, что приводит к возникновению управляющего механического момента [37, 39, 42].

Активные магнитные системы ориентации и стабилизации обладают следующими достоинствами: малыми габаритами и массой, низким энергопотреблением, высокой надежностью. К недостаткам относится ограничение на величину управляющего момента, которое не позволяет МКА быстро переориентироваться в пространстве, а также невозможность создать механический момент вдоль вектора геомагнитной индукции.

Синтез управления на этапе приведения МКА в требуемое угловое положение

Для построения программы управления ориентацией КА разработано множество подходов и алгоритмов, в основе которых лежит теория нечеткой логики [69, 70], решение обратных задач динамики (ОЗД) [71–73], псевдоспектральные методы

[74–76], метод роя частиц [77, 78] и др. На практике управление МКА осуществляется с помощью аналитических программ, не требующих больших вычислительных ресурсов БЦВМ. Например, в [18] предлагается алгоритм переориентации наноспутника, основанный на решении ОЗД. Аналитические решения были получены для осесимметричных [79, 80] КА и КА произвольной формы [81–83].

Вместе с тем в условиях реального космического полета допущения, заданные при формировании программ управления, не всегда реализуются, это приводит к тому, что фазовые переменные МКА не достигают требуемых значений. В результате появляется необходимость использовать на борту МКА сложные численные методы.

Для постановки и решения задачи переориентации МКА применяются орбитальная и связанная СК.

В случае описания углового движения МКА с помощью нормированного кватерниона кинематические уравнения в векторной форме записываются как

$$2\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{q} \circ \boldsymbol{\omega}. \quad (5)$$

Динамические уравнения Эйлера имеют вид (2).

При решении задачи переориентации предполагается, что угловые скорости МКА задемпфированы.

Для решения терминальной задачи управления угловым движением МКА на базе решения ОЗД необходимо рассчитать траекторию, назовем ее программной, по которой будет осуществляться поворот МКА из начального состояния

$$\mathbf{q}|_{t=0} = \mathbf{q}_0, \boldsymbol{\omega}|_{t=0} = \boldsymbol{\omega}_0 \quad (6a)$$

в конечное

$$\mathbf{q}|_{t=t_k} = \mathbf{q}_k, \boldsymbol{\omega}|_{t=t_k} = \boldsymbol{\omega}_k. \quad (6b)$$

Для того чтобы на интервале управления $[0, t_k]$ перевести МКА из начального состояния (6a) в конечное (6b), рассчитывается кинематическая траектория изменения элементов кватерниона в виде полиномов 5-й степени (полином минимальной степени, позволяющий удовлетворить принятым граничным условиям) для рассматриваемого интервала времени с начального t_0 до конечного t_k [84]:

$$\mu_i(t) = c_{i,1} + c_{i,2}t + c_{i,3}t^2 + c_{i,4}t^3 + c_{i,5}t^4 + c_{i,6}t^5, \quad (7)$$

где $\mu_i(t)$ – дважды дифференцируемая функция, удовлетворяющая условию

$$\sqrt{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)} \neq 0; i = \overline{0, 3} \text{ (индекс элемента кватерниона).}$$

С учетом нормировки кватерниона программный кватернион запишется в виде

$$q_i(t) = \frac{\mu_i(t)}{\sqrt{\sum_{i=0}^3 \mu_i^2(t)}}, \dot{q}_i(t) = \frac{dq_i(t)}{dt}, \ddot{q}_i(t) = \frac{d^2q_i(t)}{dt^2}. \quad (8)$$

Поиск неизвестных коэффициентов $c_{i,j}$ в (7) с учетом граничных условий сводится к решению системы шести линейных уравнений.

Подставив формулу (8) в (2) и разрешив ее относительно $\mathbf{M}_{\text{упр}}$, получим аналитическое выражение управляющего момента с учетом действия аэродинамического и гравитационного моментов:

$$\mathbf{M}_{\text{упр}} = \mathbf{I} \cdot \left[2 \cdot \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \ddot{\mathbf{q}}_n(t) + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{опб}}(t) - 2 \cdot \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) \circ \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) \right] + \left[2 \cdot \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) + \boldsymbol{\omega}_{\text{опб}}(t) \right] \times \mathbf{I} \cdot \left[2 \cdot \mathbf{q}_n^{-1}(t) \circ \dot{\mathbf{q}}_n(t) + \boldsymbol{\omega}_{\text{опб}}(t) \right] - (\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{\text{зр}}). \quad (9)$$

Пример реализации рассчитанной программной траектории для начального $\psi = 30^\circ, \varphi = 70^\circ, \alpha = 60^\circ$

$$(q_0 = 0,557, q_1 = 0,663, q_2 = 0,470, q_3 = -0,171) \quad (10a)$$

и конечного

$$\psi = 0^\circ, \varphi = 45^\circ, \alpha = 180^\circ \quad (10б)$$

$$(q_0 = 0,008, q_1 = 0,003, q_2 = 0,927, q_3 = -0,375)$$

положений представлен на рис. 5.

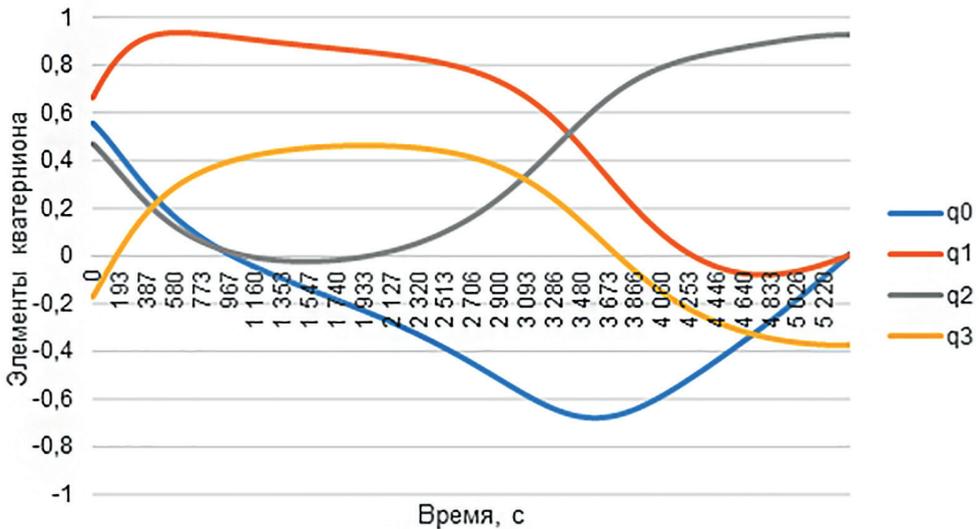


Рис. 5. Реализация программной траектории поворота МКА

Из-за погрешностей определения текущего вектора состояния МКА (к примеру, погрешность определения углов ориентации достигает 5° , определения угловых скоростей – $0,01^\circ/\text{с}$, неточность знания моментов инерции – 5%) и наличия неучтенного возмущающего момента (до 5% от учтенных моментов) реализация данной траектории по приведенному выше алгоритму невозможна (рис. 6).

Следовательно, для реализации данной траектории необходимо определить закон терминального управления угловым движением МКА $\mathbf{M}_{\text{упр}2}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\omega}, t)$ на основе предложенного метода ОЗД, который позволит корректировать программную траекторию в течение процесса переориентации.

Прежде чем перейти к синтезу закона управления угловым движением, введем меру погрешности переориентации МКА.

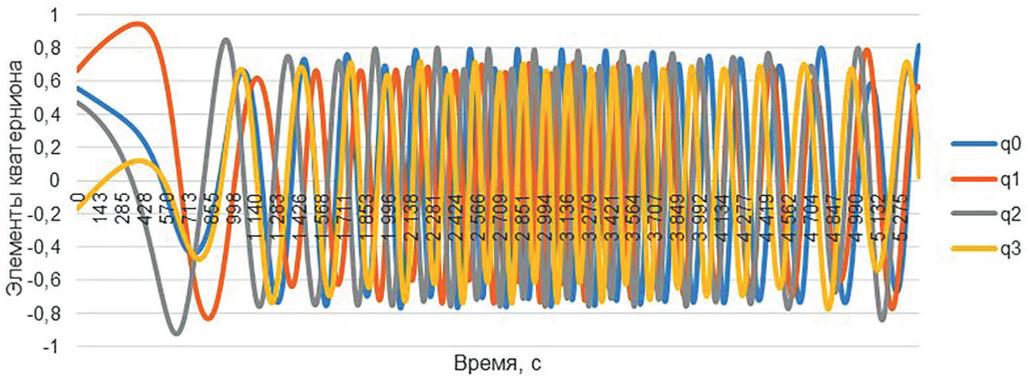


Рис. 6. Реализация программной траектории поворота МКА при наличии погрешностей определения текущего вектора состояния МКА и неучтенного возмущающего момента

Чтобы найти погрешность переориентации МКА, необходимо рассчитать две матрицы между связанной и орбитальной СК – по требуемому конечному кватерниону $\mathbf{q}_n(t_k)$ и по полученному кватерниону в конечный момент времени $\mathbf{q}(t_k)$. С учетом свойства ортогональности матрицы \mathbf{A} , т.е. $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = 1$, находится матрица

$$\mathbf{A}_{ou} = \mathbf{A}(\mathbf{q}(t_k))^T \mathbf{A}(\mathbf{q}_n(t_k)), \tag{11}$$

которая является матрицей поворота МКА из требуемого конечного положения в фактическое конечное. По формуле

$$\Phi = \arccos\left(\frac{1}{2}(\text{trace } \mathbf{A}_{ou} - 1)\right) \tag{12}$$

вычисляется пространственный угол Φ , который станет мерой погрешности переориентации МКА. В выражении (12) trace – след матрицы.

Для синтеза закона терминального управления угловым движением на основе решения ОЗД используется метод последовательных приближений терминального управления.

Рассмотрим процесс переориентации МКА из начального состояния \mathbf{q}_0 в конечное \mathbf{q}_{fk} со скважностью $T/n_{\text{СКВ}}$, где T – общее время переориентации, $n_{\text{СКВ}}$ – степень скважности или количество отрезков, на которые делится интервал переориентации $[0, t_k]$ (рис. 7). Продолжительность скважности управления $\Delta = t_{j+1} - t_j$ ($j = 0, 1, \dots, n_{\text{СКВ}} - 1$) – принятый интервал времени пересчета программной траектории и закона управления, выбираемый в зависимости от уровня действующих возмущающих моментов, погрешностей измерительных средств и возможности создания управляющих моментов.

В момент времени $t_0^{(0)} = 0$ (начальное время первого участка скважности) рассчитывается программная траектория для следующих начальных и конечных условий:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}|_{t=0} &= \mathbf{q}_0^{(0)}, \\ \mathbf{q}|_{t=t_k} &= \mathbf{q}_{t_k}, \\ t_0^{(0)} &= 0, \quad t_k = T. \end{aligned} \tag{13}$$

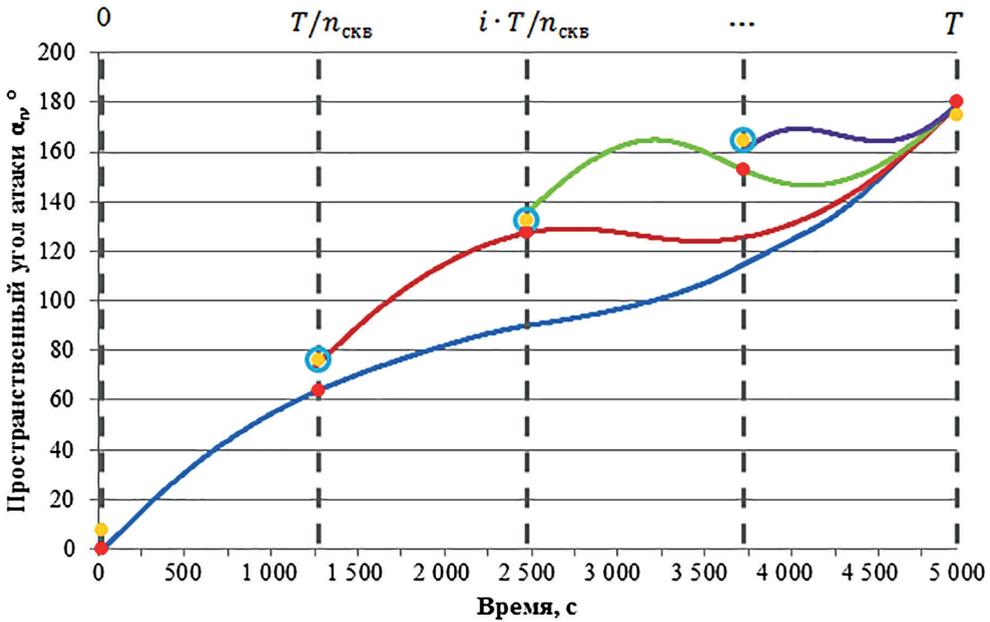


Рис. 7. Иллюстрация применения принципа скважности к решению задачи переориентации на основе решения ОЗД. Оранжевым цветом обозначены точки реальной траектории; красным – точки программной траектории; голубым – значение угла, полученное алгоритмом определения ориентации МКА. Синяя кривая – программная траектория, рассчитанная для начальных условий точки 0 и конечных условий точки T ; красная – программная траектория, рассчитанная для начальных условий точки $T/n_{скв}$ и конечных условий точки T ; зеленая – программная траектория, рассчитанная для начальных условий точки $i \cdot T/n_{скв}$ и конечных условий точки T ; фиолетовая – программная траектория, рассчитанная для начальных условий точки «...» и конечных условий точки T

При этом фазовые переменные МКА находятся в точке, не совпадающей с предполагаемым началом программной траектории из-за погрешностей определения ориентации. Соответственно, в момент времени $t_0^{(1)}$ (начало следующего участка скважности) МКА не приходит в заданную программной траекторией точку, а попадает в иную точку реальной траектории. Это обусловлено не только погрешностью знания начальной ориентации, но и возмущающими моментами, а также неточностью знания инерционных характеристик и погрешностью исполнительных устройств, создающих управляющие моменты. В этот момент времени $t_0^{(1)}$ определяется ориентация МКА и получается новая точка, не лежащая на рассчитанной программной траектории и являющаяся новым начальным условием

$$\begin{aligned} \mathbf{q}|_{t=0} &= \mathbf{q}_0^{(1)}, \\ \mathbf{q}|_{t=t_k} &= \mathbf{q}_{t_k}, \\ t_0^{(1)} &= t_1, t_k = T \end{aligned} \tag{14a}$$

для построения программной траектории и расчета закона управления для следующего участка скважности. Аналогично программная траектория перестраивается в последующих i -х точках:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}|_{t=0} &= \mathbf{q}_0^{(i)}, \\ \mathbf{q}|_{t=t_k} &= \mathbf{q}_{t_k}, \\ t_0^{(i)} &= t_i, t_k = T. \end{aligned} \tag{146}$$

Таким образом, реализованная программная траектория для случая переориентации из положения (10а) в положение (10б) с использованием метода последовательных расчетов программных траекторий при степени скважности 40 примет вид, как показано на рис. 8.

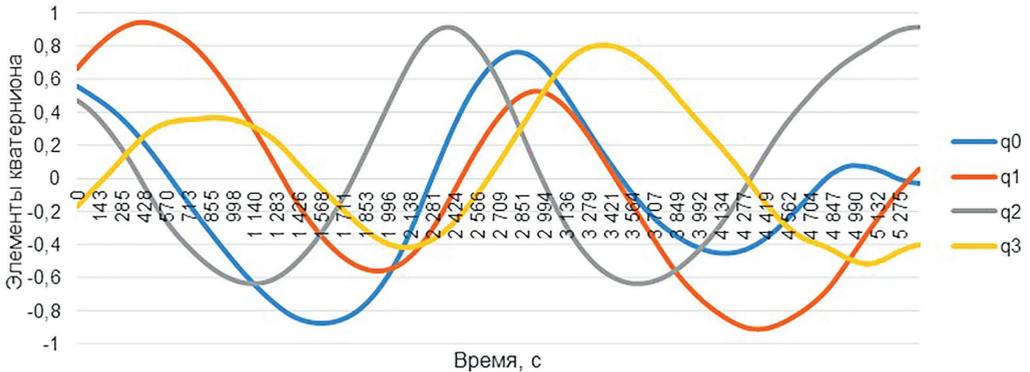


Рис. 8. Реализация программной траектории поворота МКА методом последовательного расчета программных траекторий из начального положения (10а) в требуемое (10б) при наличии погрешностей определения текущего вектора состояния МКА и неучтенного возмущающего момента

Погрешность переориентации в этом случае составит порядка 8° . Эта величина обусловлена тем, что на последней скважности в силу малости интервала $[t_{k-1}, t_k]$ коэффициенты программной траектории значительно увеличиваются.

Одним из возможных вариантов повышения точности решения задачи переориентации МКА с помощью данного алгоритма является расчет коэффициентов при условии приведения $t_0^{(i)}$ к 0 в начале каждой скважности и, как следствие, сокращения длительности переориентации на период времени, уже на нее потраченный. При этом полином (7) примет вид:

$$\mu_i(t) = q_i^0 + \dot{q}_i^0 t + \frac{\ddot{q}_i^0}{2} t^2 + c_{i,4} t^3 + c_{i,5} t^4 + c_{i,6} t^5. \tag{15}$$

В этом случае траектории переориентации МКА из положения (10а) в положение (10б) с использованием метода последовательных расчетов программных траекторий вида (15) при степени скважности 40 будут выглядеть, как показано на рис. 9, а погрешность переориентации составит порядка 3° .

В ходе рассмотрения переориентации МКА с использованием ОЗД не был затронут вопрос, оптимальна ли полученная траектория. Ниже обсудим задачу построения оптимальной траектории переориентации МКА, которая также учитывает внешние моменты при ограничениях на величину управляющего момента [13].

При постановке задачи оптимального управления переориентацией МКА, в рамках которой необходимо решить краевую задачу (6), воспользуемся уравнениями (2) и (5) при минимальных затратах энергии:

$$E = \int_0^{t_k} |\mathbf{M}_{\text{упр}}(t)| dt. \tag{16}$$

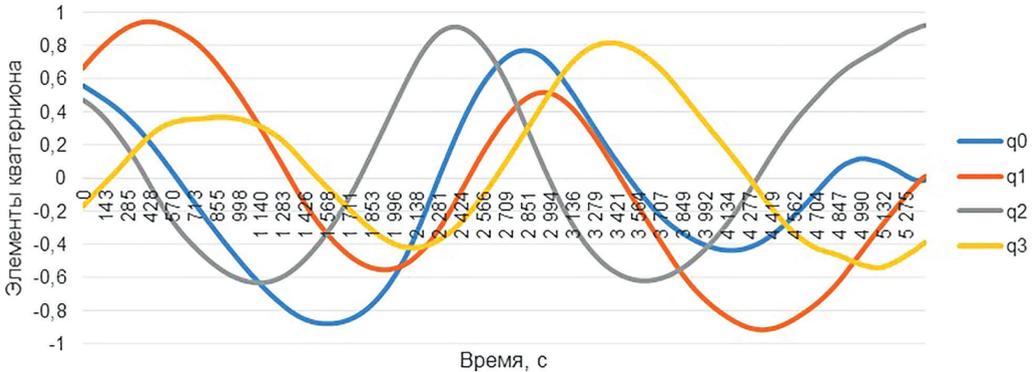


Рис. 9. Реализация программной траектории поворота МКА методом последовательного расчета программных траекторий (15) из начального положения (10а) в требуемое (10б) при наличии погрешностей определения текущего вектора состояния МКА и неучтенного возмущающего момента

Требуется найти оптимальный управляющий момент $\mathbf{M}_{\text{упр}}^{\text{опт}}(t)$, описываемый функциональным рядом, который минимизирует следующую целевую функцию с ограничением на величину управляющего момента $|\mathbf{M}_{\text{упр}}^{\text{лим}}|$:

$$f(\mathbf{A}, t_k) = t_k |\boldsymbol{\omega}(t_k)| + t_k^2 |\dot{\boldsymbol{\omega}}(t_k)| + \frac{1}{\pi} \Phi + \frac{1}{t_k |\mathbf{M}_{\text{упр}}^{\text{лим}}|} \int_0^{t_k} |\mathbf{M}_{\text{упр}}(\mathbf{A}, t)| dt, \tag{17}$$

где t_k – время переориентации; Φ – главный угол Эйлера, рассчитываемый по (12); $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_n, \tilde{\mathbf{a}}_n]_{3 \times (1+2m)}$ – матрица коэффициентов управления; m – количество слагаемых.

Структуру закона управления представим в виде четного ряда Фурье:

$$\mathbf{M}_{\text{упр}}(\mathbf{A}, t) = \frac{\mathbf{a}_0}{2} + \sum_{n=1}^m \mathbf{a}_n \cos\left(\frac{\pi n t}{t_k} + \tilde{\mathbf{a}}_n\right). \tag{18}$$

Коэффициенты \mathbf{A} найдем с помощью алгоритма дифференциальной эволюции [85].

Чтобы найти управление переориентацией в формуле (18), предлагается следующий алгоритм:

Шаг 1. Задаются начальные условия, структура управления $\mathbf{M}_{\text{упр}}(\mathbf{A}, t)$, время переориентации t_k , ограничения на управление $|\mathbf{M}_{\text{упр}}^{\text{лим}}|$, количество членов ряда $m = 2$ и величина энергии $E_1 = E_{\text{нач}}$.

Шаг 2. Выполняется процедура локализации.

Шаг 3. Уточняются коэффициенты управления \mathbf{a} с использованием алгоритма дифференциальной эволюции.

Шаг 4. Вычисляется относительная погрешность $\frac{|E_{m-1} - E_m|}{E_{m-1}}$ и сравнивается с δ_E .

Шаг 5. Если относительная погрешность меньше δ_E , значит, желаемое управление получено.

Шаг 6. В противном случае необходимо увеличить количество слагаемых m и перейти к шагу 2.

Для принятого вида закона управления (18) было определено минимальное количество членов ряда, при котором достигается желаемый результат. На рис. 10 приведена величина управляющего момента, полученная для различного числа членов ряда m .

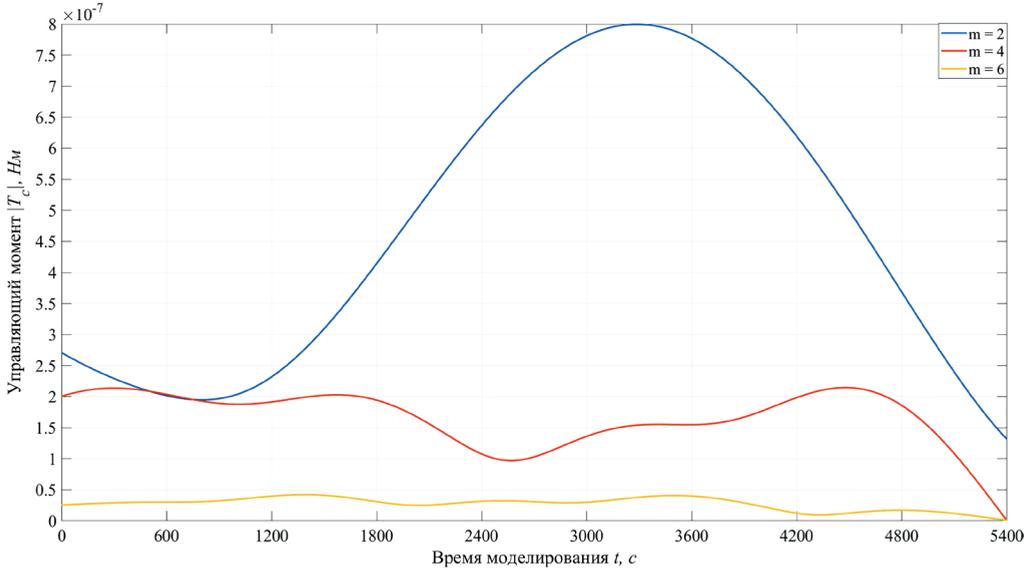


Рис.10. Сравнение управляющих моментов

На рис. 11 представлены зависимости модуля угловой скорости от времени для различного числа членов ряда.

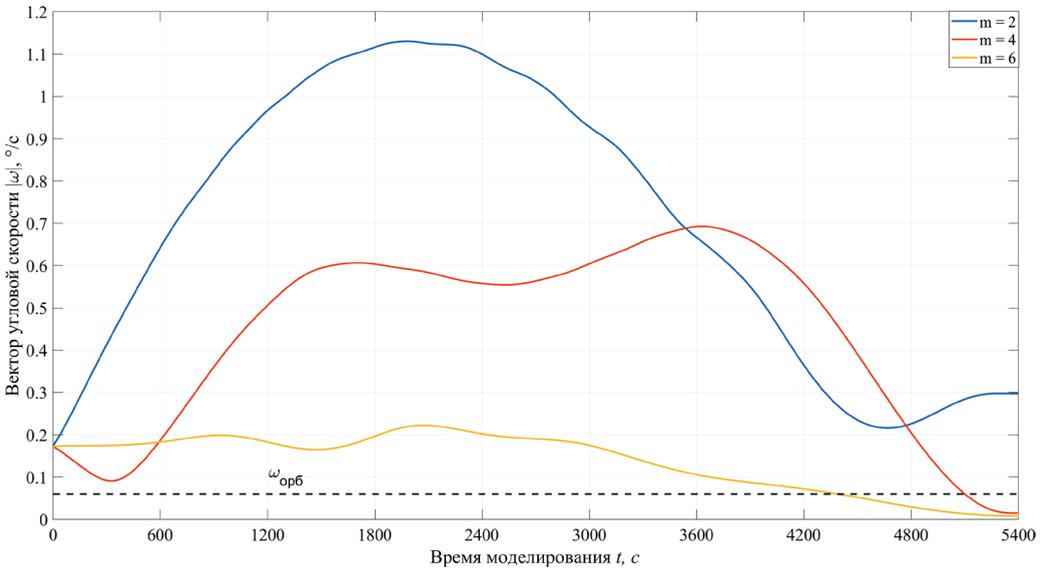


Рис.11. Сравнение угловых скоростей для разных m

Как видно на рис. 11, число членов $m = 2$ не дает требуемых значений для конечной угловой скорости. Следовательно, для решения задачи необходимо не менее четырех членов ряда. Поведение кватернионов для разных m показано на рис. 12.

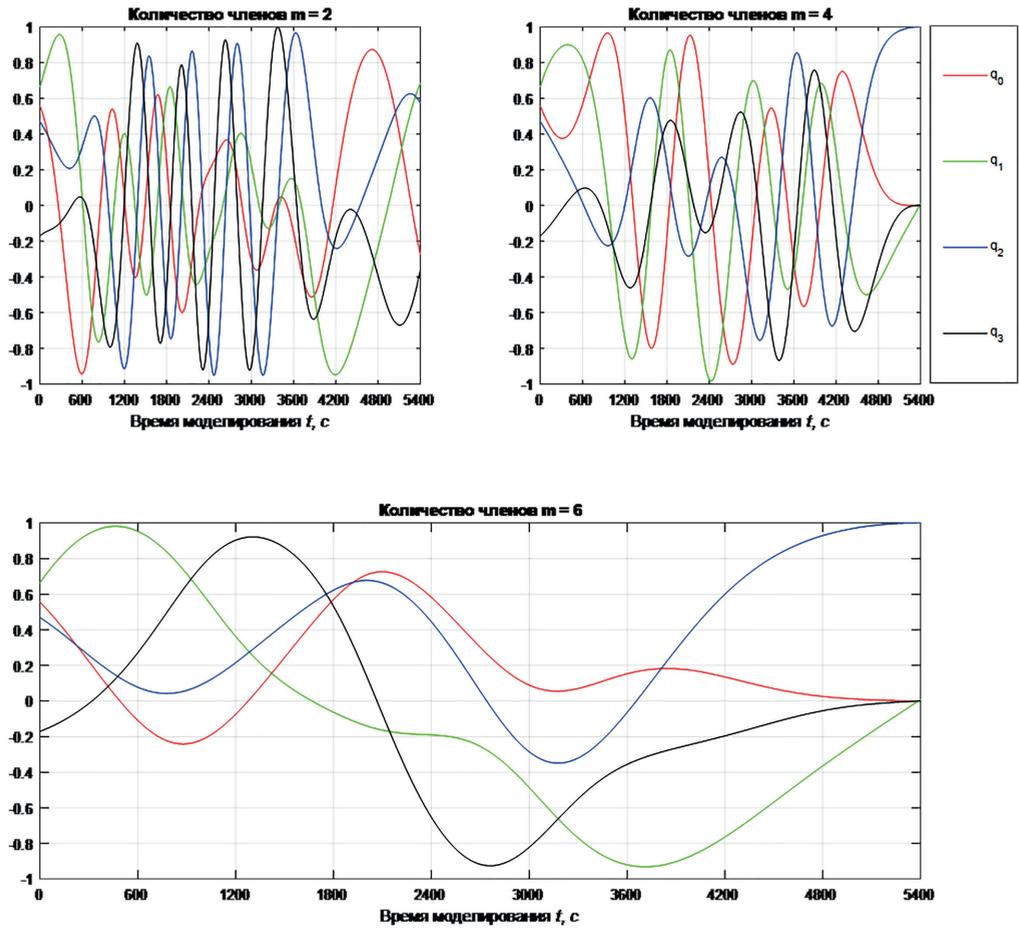


Рис. 12. Изменение кватернионов для разных m

Как видно из рис. 12, задача не решается при использовании двух гармоник ряда Фурье. При увеличении числа гармоник до четырех задача была успешно решена, однако в процессе переориентации НС совершал значительные колебания, что приводило к повышенному расходу энергии. Шесть гармоник обеспечивали плавный переход НС в требуемое положение. Затраты энергии для различных значений m приведены в табл. 6.

Таблица 6

Сравнение функционалов

Количество членов	Затраты энергии, мкДж·с
2	Задача не решается
4	896,85
6	147,71
8	145,62

Синтез обратной связи, обеспечивающей адаптацию бортовой математической модели к текущим условиям функционирования и состоянию МКА

Как указывалось ранее, в процессе полета может изменяться как конфигурация МКА, так и масс-инерционные характеристики. Изменения масс-инерционных характеристик может существенно сказаться на управлении угловым движением МКА, поэтому целесообразно адаптировать бортовую математическую модель к текущим условиям его функционирования и состояния.

Параметры модели углового движения МКА группируются следующим образом:

- вектор кинематических параметров, включающий компоненты угловой скорости в начальный момент времени: $\mathbf{W} = [\omega_x(t_0), \omega_y(t_0), \omega_z(t_0)]$;
- вектор параметров ориентации, включающий углы ориентации в начальный момент времени: $\mathbf{U} = [\psi(t_0), \alpha(t_0), \varphi(t_0)]$ (угол прецессии, угол атаки и угол собственного вращения);
- вектор инерционных характеристик МКА, включающий безразмерные коэффициенты инерции: $\mathbf{P} = [\lambda, \mu]$;
- вектор коэффициентов аэродинамического момента $\mathbf{K} = [K_{a_x}, K_{a_y}, K_{a_z}]$;
- вектор дополнительных параметров \mathbf{Q} , которые появляются в зависимости от постановки задачи (например, запас статической устойчивости, масса рабочего тела [86], приведенный коэффициент магнитного момента [87]).

Перечисленные векторы объединяются в вектор параметров модели углового движения МКА:

$$\mathbf{b} = [\mathbf{W}, \mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{K}, \mathbf{Q}]. \quad (19)$$

Необходимо также привести параметры математической модели движения и контролируемые проектные параметры.

Параметры модели (ПМ) углового движения непосредственно входят в модель углового движения МКА, к ним относятся, например, начальный кватернион ориентации и вектор угловой скорости МКА, безразмерные коэффициенты инерции, параметры внешних моментов.

Контролируемые проектные параметры (КПП) связаны с параметрами бортовой модели (ПБМ) и зависят от конкретной миссии и конструктивных особенностей МКА (запаса статической устойчивости, угла раскрытия солнечных панелей, уровня топлива в баке и др.). Знание этих параметров необходимо для контроля правильности функционирования МКА.

ПБМ определяются в результате процедуры идентификации вектора \mathbf{b} . Для вычисления КПП через ПБМ исследуется их взаимосвязь. Для этого записывается модель $\mathbf{b} = f(\gamma)$ и отыскивается обратная зависимость $\gamma = F(\mathbf{b})$, где γ – вектор контролируемых проектных параметров.

Для синтеза обратной связи авторами настоящей статьи была разработана методика контроля проектных параметров НС (рис. 13), которая состоит из следующих этапов [88]:

- 1) анализа специфики миссии и конструктивных особенностей МКА;
- 2) формирования вектора параметров бортовой модели углового движения \mathbf{b} , отражающего особенности миссии;

- 3) формирования вектора контролируемых проектных параметров γ , отражающе-го конструктивные особенности МКА;
- 4) создания модели $\mathbf{b} = f(\gamma)$ и вычисления области допустимых значений \mathbf{b} ;
- 5) исследования чувствительности ПБМ углового движения МКА к КПП, а также выбора параметров бортовой математической модели (ММ) углового движения, обеспечивающих наибольшую чувствительность (вычисление матрицы \mathbf{H}) к каждому из КПП;
- 6) исследования чувствительности параметров к целевой функции (вычисление $\frac{\partial J(\mathbf{b}, T)}{\partial b_i}$);
- 7) формирования требований к измерительным средствам σ и выбора интервала накопления информации T на основе вычисления Δv_{max} , а также формирования выборки измерений;
- 8) решения задачи идентификации ПБМ по измерениям бортовых средств МКА;
- 9) вычисления оценки вектора параметров бортовой ММ углового движения \mathbf{b} и погрешности его определения;
- 10) вычисления оценки вектора КПП γ и погрешности его определения.

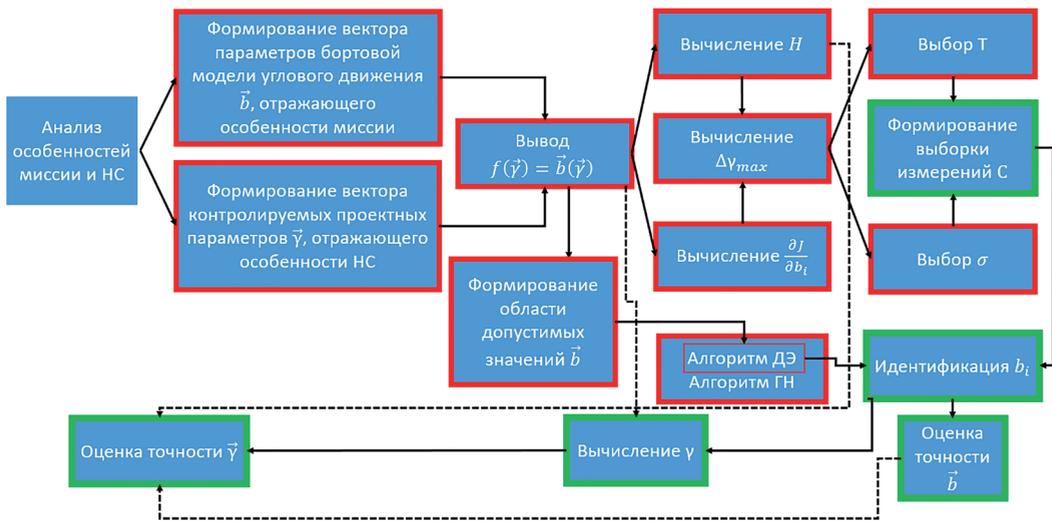


Рис. 13. Структура методики идентификации
(на рисунке алгоритм ДЭ – алгоритм дифференциальной эволюции,
алгоритм ГН – алгоритм Гаусса–Ньютона)

На базе предложенной методики разработан алгоритм КПП для МКА переменной массы, оснащенного двигательной установкой на жидком рабочем теле. Алгоритм заключается в выполнении следующих шагов:

- разработка модели связи между контролируемым уровнем топлива и параметрами бортовой модели углового движения;
- определение областей допустимых значений ПБМ углового движения и настройка алгоритма идентификации;
- формирование требований к условиям проведения измерений;

- формирование выборки измерений;
- проведение процедуры идентификации ПБМ углового движения;
- контроль величины уровня топлива (оценка уровня топлива и погрешности ее определения).

Эффективность алгоритма продемонстрирована на примере низкоорбитального НС SamSat-M, созданного в Самарском университете для летной отработки двигательной установки.

В миссии по летной отработке двигательной установки контролируемым проектным параметром является уровень топлива в баке – h_f . Низкоорбитальный НС SamSat-M не имеет на борту высокоточных измерительных средств и алгоритмов определения ориентации, однако его конструкция отличается значительным запасом статической устойчивости. По этой причине в вектор параметров бортовой ММ углового движения включены векторы динамических параметров, параметров ориентации и коэффициентов аэродинамического момента. Вектор параметров бортовой ММ движения имеет вид $\mathbf{b} = [\mathbf{W}, \mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{K}]$. Исследования показали, что для получения оценки уровня топлива с погрешностью порядка 5% (для НС SamSat-M погрешность составляет 0,0035 м) потребуется магнитометр с $\sigma_b = 8$ нТл и интервал времени 8500 с, что примерно соответствует полутора виткам движения по орбите. Кроме того, произведена оценка уровня топлива по показаниям датчика угловой скорости (ДУС с $\sigma_\omega = 0,025^\circ/\text{с}$) и сделан вывод о неэффективности его использования ввиду слабого влияния уровня топлива на измерения угловой скорости.

Погрешности определения вектора кинематических параметров \mathbf{W} составили порядка 0,1%, вектора параметров ориентации \mathbf{U} – 4%, вектора параметров инерции \mathbf{P} – 2%, вектора параметров аэродинамического момента \mathbf{K} – 5%.

На базе предложенной методики разработан алгоритм контроля проектных параметров МКА для низкоорбитального аэродинамически стабилизированного МКА переменной конфигурации. Эффективность алгоритма продемонстрирована на примере низкоорбитального НС SamSat-QB50, созданного в Самарском университете. Отличие алгоритма состоит в том, что рассматриваемый КПП – это запас статической устойчивости, который определяется через перемещение аэродинамического стабилизатора l_{stab} .

Низкоорбитальный НС SamSat-QB50 не оснащен высокоточными средствами определения ориентации, при этом благодаря своим конструктивным особенностям обладает значительным запасом статической устойчивости за счет компоновки бортовых систем и наличия раскрывающегося аэродинамического стабилизатора. Ввиду этого в вектор параметров бортовой ММ углового движения включаются векторы динамических параметров, параметров ориентации и коэффициентов аэродинамического момента. Вектор параметров бортовой ММ углового движения имеет следующий вид: $\mathbf{b} = [\mathbf{W}, \mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{K}]$.

Показано, что для оценки перемещения аэродинамического стабилизатора с погрешностью 5% (0,004 м) потребуется высокоточный магнитометр с $\sigma_b = 8$ нТл и сбор измерительной информации на интервале времени 10000 с. Произведена оценка величины перемещения аэродинамического стабилизатора по показаниям ДУС с $\sigma_\omega = 0,025^\circ/\text{с}$, и сделан вывод о неэффективности его использования ввиду недостаточно слабого влияния перемещения аэродинамического стабилизатора на измерения угловой скорости.

Погрешности определения вектора кинематических параметров **W** составили порядка 0,2%, вектора параметров ориентации **U** – 3,5%, вектора параметров инерции **P** – 3%, вектора параметров аэродинамического момента **K** – 4%.

Выводы

В статье рассмотрены особенности динамики углового движения и проблемы управления МКА стандарта CubeSat.

При неуправляемом движении по круговой орбите под действием аэродинамического и гравитационного моментов определены положения углового равновесия для двух частных случаев проектных параметров МКА. В вероятностной постановке проанализированы результаты применения пассивных систем стабилизации. Даны рекомендации, позволяющие на этапе проектирования сформулировать требования к инерционно-массовым характеристикам и начальным условиям движения для обеспечения устойчивого движения относительно необходимого положения равновесия. Кроме того, показано, что в случае одноосной аэродинамической стабилизации существует вероятность возникновения резонансных режимов движения, и даны рекомендации по их предотвращению. Продемонстрирована также принципиальная возможность определения характера движения относительно центра масс низкоорбитального НС стандарта CubeSat 3U по орбитальным измерениям.

Предложен алгоритм синтеза закона терминального управления угловым движением МКА, основанный на решении обратных задач динамики и последовательном расчете программных траекторий. Такой подход для МКА нанокласса, оснащенных типовыми измерительными средствами, позволяет обеспечить погрешность переориентации в пределах 3°. Если задействовать более точные измерительные средства, погрешность решения задачи может быть снижена.

Описан алгоритм построения оптимальной программы управления угловым движением с учетом действия внешних моментов и использованием четных рядов Фурье. При этом задача оптимального управления была сведена к поиску экстремума функции многих переменных, что было выполнено с помощью алгоритма дифференциальной эволюции.

Для повышения автономности и точности решения задачи управления угловым движением МКА был разработан алгоритм синтеза обратной связи, обеспечивающий адаптацию бортовой математической модели к текущим условиям функционирования и состоянию МКА. Алгоритм базируется на параметрической идентификации бортовой модели углового движения и отличается от других подобных тем, что в его структуру включен многоэтапный анализ чувствительности измерений к параметрам бортовой математической модели углового движения. Кроме того, построены и исследованы модели связи между параметрами бортовой модели углового движения и контролируемыми проектными параметрами, обоснован интервал времени накопления измерений. При этом процедура идентификации параметров бортовой математической модели углового движения реализуется на борту МКА.

В дальнейшем планируется рассмотреть вопросы построения оптимальных программ управления, в основе которых лежит решение обратных задач динамики, а также построения программ управления в условиях отказов одного или нескольких каналов управления. Чтобы сократить затраты энергии на процесс переориентации

МКА, планируется строить программные траектории переориентации, проходящие через точки равновесия.

Результаты исследования имеют прикладное значение и полезны для разработчиков МКА стандарта CubeSat.

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Puig-Suari, J., Turner, C., Twiggs, R.J.**, CubeSat: The Development and Launch Support Infrastructure for Eighteen Different Satellite Customers on One Launch, *AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2001.
2. **Bouwmeester, J. and Guo, J.**, Survey of worldwide pico- and nanosatellite missions, distributions and subsystem technology, *Acta Astronautica*, 2010, vol. 67, pp. 854–862.
3. **Puig-Suari, J., Coelho, R., Williams, S.**, CubeSat design specification Rev. 12, CubeSat program, Cal. Poly SLO, 2009.
4. **Hevner, R., Holemans, W., Puig-Suari, J., Twiggs, R.**, An Advanced Standard for CubeSats, *AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2011.
5. **Selva, D., Krejci, D.**, A survey and assessment of the capabilities of Cubesats for Earth observation, *Acta Astronautica*, 2012, vol. 74, pp. 50–68.
6. **Poghosyan, A., Golkar, A.**, CubeSat evolution: Analyzing CubeSat capabilities for conducting science missions, *Progress in Aerospace Sciences*, 2017, vol. 88.
7. **Nanosats Database**. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.nanosats.eu/> (дата обращения 11.02.2023).
8. **ScienceDirect**. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.sciencedirect.com/search?q=nanosatellite&lastSelectedFacet=publicationTitles> (дата обращения 11.02.2023).
9. **Научная электронная библиотека**. [Электронный ресурс]. URL: https://www.elibrary.ru/queue_results.asp (дата обращения 11.02.2023).
10. **IntechOpen**. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.intechopen.com/chapters/69962> (дата обращения 11.02.2023).
11. **Белоконов, И.В., Тимбай, И.А., Оразбаева, У.М.** Особенности движения низковысотного аэродинамически стабилизированного наноспутника // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59. №6. С. 507–512.
12. **Барина Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А.** Особенности движения аэродинамически стабилизированных наноспутников формата CubeSat 6U // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 117–120.
13. **Elisov, N.A., Kramlikh, A.V., Lomaka, I.A. etc.**, An attitude control by the functional series in the problem of nanosatellite reorientation, *Aerospace Science and Technology*, 2023, vol. 132.
14. **Елисов Н.А., Крамлих А.В., Ломака И.А.** Подход к управлению переориентацией продольной оси наноспутника // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 145–148.
15. **Sinicyn, L.I., Kramlikh, A.V.**, Synthesis of the optimal control law for the reorientation of a nanosatellite using the procedure of analytical construction of optimal regulators, *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1745, issue 1.
16. **Chekashov, A.S., Kramlikh, A.V.**, Research of optimality of the nanosatellite nominal reorientation trajectory, *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, vol. 1745, issue 1.
17. **Belokonov, I.V., Kramlikh, A.V., Melnik, M.E.**, Analysis of the influence of the error of the nanosatellite design and dynamic performances on the quality of angular motion control processes, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 984, issue 1.

18. Крамлих А.В., Мельник М.Е. Алгоритм переориентации наноспутника формата CubeSat // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 395–398.
19. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Николаев П.Н. Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизированных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26. № 3 (102). С. 69–91. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.3.069-091.
20. QB-50. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.qb50.eu/> (дата обращения 13.11.2020).
21. Белоконов И.В., Крамлих А.В., Тимбай И.А., Лагно О.Г. Проблемы спутниковой радионавигации и связи для наноспутников, запускаемых с орбитальных ступеней ракет-носителей // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 346–355.
22. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
23. He, L., Chen, X., Kumar, K. D., Sheng, T., Yue, C., A novel three-axis attitude stabilization method using in-plane internal mass-shifting, *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 92, pp. 489–500.
24. Chesì, S., Gong, Q., Romano, M., Aerodynamic Three-Axis Attitude Stabilization of a Spacecraft by Center-of-Mass Shifting, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, vol. 40, no. 7, pp. 1613–1626.
25. Belokonov, I., Timbai, I., The Selection of the Design Parameters of the Aerodynamically Stabilized Nanosatellite of the CubeSat Standard, *Procedia Engineering*, 2015 vol. 104, pp. 88–96.
26. Белоконов И.В., Тимбай И.А. Барина Е.В. Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat с пассивной системой стабилизации // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 1. С. 81–100.
27. Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Динамика спутника с пассивной аэродинамической системой ориентации // Космические исследования. 2016. Т. 32. № 6. С. 561–575.
28. Sarychev, V.A., Mirer, S.A., Degtyarev, A.A., Duarte, E., Investigation of equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques, *Celestial. Mech. Dyn. Astron.*, 2007, vol. 97, no. 4, pp. 267–287.
29. Сарычев В.А., Гутник С.А. Динамика спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Исследование устойчивости положений равновесия // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 5. С. 415–426.
30. Барина Е.В., Тимбай И.А. Исследование положений равновесия динамически симметричного наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 123–126.
31. Барина Е.В., Тимбай, И.А. Положения относительного равновесия динамически симметричного наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение, 2019. Т. 18. № 2. С. 21–32.
32. Барина Е.В., Тимбай И.А. Исследование положений равновесия динамически симметричного наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 148–151.
33. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1981-02-27. М.: Изд-во стандартов, 1981.
34. Rawashdeh, S.A., Lumpp, J.E., Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, *Journal of Small Satellites*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85–104.
35. Rawashdeh, S., Jones, D., Erb, D., Karam, A., Lumpp, Jr., J.E., Aerodynamic attitude stabilization for a ram-facing CubeSat, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2009, vol. 133, pp. 583–595.
36. Rawashdeh, S.A., Attitude analysis of small satellites using model-based simulation, *International Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 2019.
37. Ovchinnikov, M.Yu., Roldugin, D.S., A survey on active magnetic attitude control algorithms for small satellites, *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, vol. 109, 100546.
38. Armstrong, J., Casey, C., Creamer, G., Dutchover, G., Pointing Control for Low Altitude Triple Cubesat Space Darts, *Small Satellite Conference*, 2009, no. 202, pp. 1–8.

39. **Psiaki, M.L.**, Nanosatellite attitude stabilization using passive aerodynamics and active magnetic torquing, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, vol. 27, no. 3, pp. 347–355.
40. **Chesi, S., Gong, Q., Romano, M.**, Satellite attitude control by center-of-mass shifting, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2014, vol. 150, pp. 2575–2594.
41. **Grassi, M.**, Attitude determination and control for a small remote sensing satellite, *Acta Astronautica*, 1997, vol. 40, no. 9, pp. 675–681.
42. **Lovera, M., Astolfi, A.**, Global magnetic attitude control of spacecraft in the presence of gravity gradient, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, vol. 42, no. 3, pp. 796–805.
43. **Белоконов И.В., Тимбай И.А., Курманбеков М.С.** Пассивная гравитационно-аэродинамическая стабилизация наноспутника // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 412–415.
44. **Белоконов И.В., Тимбай И.А., Давыдов Д.Д.** Исследование возможности реализации пассивной трехосной стабилизации наноспутника на низких круговых орбитах // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 369–372.
45. **Белоконов И.В., Тимбай И.А., Давыдов Д.Д.** Пассивные системы стабилизации наноспутников формата CubeSat: Общие принципы и особенности построения // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 98–104.
46. **Белоконов И.В., Тимбай И.А., Устюгов Е.В.** Евразийский патент на изобретение (21) 201400132 (13) A1. Способ аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat и устройство его осуществления (варианты), опубл. 30.07.2015.
47. **Ярошевский В.А.** Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
48. **Асланов В.С., Бойко В.В.** Нелинейное резонансное движение асимметричного космического аппарата в атмосфере // Космические исследования. 1985. Т. 23. № 3. С. 408–415.
49. **Заболотнов Ю.М., Любимов В.В.** Применение метода интегральных многообразий для построения резонансных кривых в задаче входа КА в атмосферу // Космические исследования. 2003. Т. 41. №5. С. 481–487.
50. **García-Pérez, Á., Sanz-Andrés, A., Alonso, G., Chimenó Manguán, M.**, Dynamic coupling on the design of space structures, *Aerospace Science and Technology*, 2019, vol. 84, pp. 1035–1048.
51. **Fakoor, M., Mohammad Zadeh, P., Momeni Eskandari, H.**, Developing an optimal layout design of a satellite system by considering natural frequency and attitude control constraints, *Aerospace Science and Technology*, 2017, vol. 71, pp. 172–188.
52. **Liaño, G., Castillo, J.L., García-Ybarra, P.L.**, Nonlinear model of the free-flight motion of finned bodies, *Aerospace Science and Technology*, 2014, vol. 39, pp. 315–324.
53. **Xu, Y., Yue, B., Yang, Z., Zhao, L., Yang, S.**, Study on the chaotic dynamics in yaw–pitch–roll coupling of asymmetric rolling projectiles with nonlinear aerodynamics, *Nonlinear Dynamics*, 2019, vol. 97, no. 4, pp. 2739–2756.
54. **Bardin, B.S., Chekina, E.A.**, On the stability of resonant rotation of a symmetric satellite in an elliptical orbit, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2016, vol. 21, no. 4, pp. 377–389.
55. **Bardin, B.S., Chekina, E.A.**, On the Constructive Algorithm for Stability Analysis of an Equilibrium Point of a Periodic Hamiltonian System with Two Degrees of Freedom in the Case of Combinational Resonance, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2019, vol. 24, no. 2, pp. 127–144.
56. **Cheng, Y., Gómez, G., Masdemont, J.J., Yuan, J.**, Analysis of the relative dynamics of a charged spacecraft moving under the influence of a magnetic field, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, vol. 62, pp. 307–338.
57. **Aleksandrov, A.Y., Tikhonov A.A.**, Averaging technique in the problem of Lorentz attitude stabilization of an Earth-pointing satellite, *Aerospace Science and Technology*, 2020, vol. 104.
58. **Kurkina, E.V., Lyubimov, V.V.**, Estimation of the Probability of Capture into Resonance and Parametric Analysis in the Descent of an Asymmetric Spacecraft in an Atmosphere, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2018, vol. 12, no. 3, pp. 492–500.
59. **Lyubimov, V.V., Lashin, V.S.**, External stability of a resonance during the descent of a spacecraft with a small variable asymmetry in the Martian atmosphere, *Advances in Space Research*, 2017, vol. 59, no. 6, pp. 1607–1613.

60. **Заболотнов М.Ю.** Исследование колебаний вблизи резонанса при спуске КА в атмосферу // *Космические исследования*. 2003. Т. 41. № 2. С. 186–192.
61. **Барина Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А.** Исследование резонансных режимов движения наноспутника под действием аэродинамического момента // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 148–151.
62. **Барина Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А.** Исследование резонансных режимов движения наноспутника формата CubeSat с малой инерционно-массовой асимметрией под действием аэродинамического момента // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2021. С. 44–48.
63. **Барина Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А.** Предотвращение возможности возникновения резонансных режимов движения для низковысотных спутников класса CubeSat // *Гироскопия и навигация*. 2021. Т. 29. № 4 (115). С. 1–19.
64. **Platus, D.H.**, Dispersion of spinning missiles due to lift nonaveraging, *AIAA Journal*, 1977, vol. 15, no. 7, pp. 909–915.
65. **Роскосмос.** Новости [Электронный ресурс]. URL: <https://www.roscosmos.ru/22198/> (дата обращения 20.05.2023).
66. **NORAD Two-Line Element Sets Current Data.** [Электронный ресурс]. URL: <https://celestrak.com/NORAD/elements/> (дата обращения 11.05.2022).
67. **Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Nikolaev, P.N.**, Reconstruction of motion relative to the center of mass of a low-altitude nanosatellite from trajectory measurements, *Proceedings of 72nd International Astronautical Congress*, Dubai, IAC-21, 2021, vol. B4.
68. **Lomaka, I.A., Elisov, N.A., Boltov, E.A. etc.**, A novel design of CubeSat deployment system for transformable structures, *Acta Astronautica*, 2022, vol. 197, pp. 179–190.
69. **Xing, L., Zhang, J., Liu, C., Zhang, X.**, Fuzzy-logic-based adaptive event-triggered sliding mode control for spacecraft attitude tracking, *Aerospace Science and Technology*, 2021, vol. 108, 106394.
70. **Bello, Á., del Castañedo, Á., Olfe, K.S., Rodríguez, J., Lapuerta, V.**, Parameterized fuzzy-logic controllers for the attitude control of nanosatellites in low earth orbits. A comparative studio with PID controllers, *Expert Systems with Applications*, 2021, vol. 174.
71. **Song, C., Islas, G., Schilling, K.**, Inverse dynamics based model predictive control for spacecraft rapid attitude maneuver, *IFAC-PapersOnLine*, 2019, vol. 52, pp. 111–116.
72. **Boyarko, G.A., Romano, M., Yakimenko, O.A.**, Time-optimal reorientation of a spacecraft using an inverse dynamics optimization method, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, vol. 34, pp. 1197–1208.
73. **Yang, J., Stoll, E.**, Time-optimal spacecraft reorientation with attitude constraints based on a two-stage strategy, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2018, vol. 167, pp. 2967–2983.
74. **Wang, Z., Li, Y.**, Rigid spacecraft robust adaptive attitude Stabilization Using state-dependent indirect Chebyshev pseudospectral method, *Acta Astronautica*, 2020, vol. 174, pp. 94–102.
75. **Banerjee, A., Amrr, S.M., Nabi, M.A.**, Pseudospectral method based robust-optimal attitude control strategy for spacecraft, *Advances in Space Research*, 2019, vol. 64, pp. 1688–1700.
76. **Li, J., Xi, X.N.**, Time-optimal reorientation of the rigid spacecraft using a pseudospectral method integrated homotopic approach, *Optimal Control Applications and Methods*, 2015, vol. 36, pp. 889–918.
77. **Zhuang, Y., Huang, H.**, Time-optimal trajectory planning for underactuated spacecraft using a hybrid particle swarm optimization algorithm, *Acta Astronautica*, 2014, vol. 94, pp. 690–698.
78. **Fakoor, M., Nikpay, S., Kalhor, A.**, On the ability of sliding mode and LQR controllers optimized with PSO in attitude control of a flexible 4-DOF satellite with time-varying payload, *Advances in Space Research*, 2021 vol. 67, pp. 334–349.
79. **Молоденков А.В., Сапунков Я.Г.** Аналитическое квазиоптимальное решение задачи поворота осесимметричного твердого тела с комбинированным функционалом // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2020. № 3. С. 39–49.
80. **Молоденков А.В., Сапунков Я.Г.** Аналитическое решение задачи оптимального по быстродействию разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2018. № 2. С. 131–147.
81. **Молоденков А.В., Сапунков Я.Г.** Аналитическое квазиоптимальное решение задачи разворота произвольного твердого тела при произвольных граничных условиях // *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2019. № 2. С. 140–154.

82. Левский М.В. Оптимальное управление кинетическим моментом во время пространственного разворота твердого тела (космического аппарата) // *Механика твердого тела*. 2019. № 2. С. 115–140.
83. Lee, U., Mesbahi, M., Spacecraft reorientation in presence of attitude constraints via logarithmic barrier potentials, *Proceedings American Control Conference*, 2011, pp. 450–455.
84. Ермошина О.В. Синтез программных управлений ориентацией космического аппарата методом обратных задач динамики // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2000. № 2. С. 155–162.
85. Storn, K.P., Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization*, 1997, vol. 11, pp. 341–359.
86. Белоконов И.В., Ломака И.А. К вопросу идентификации проектных параметров наноспутника // *Космическая техника и технологии*. 2022. № 3 (38). С. 37–52.
87. Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков А.В., Лузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Филиппов А.С., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение опытного образца малого космического аппарата АИСТ // *Космические исследования*. 2017. Т. 55. № 2. С. 135–149.
88. Белоконов И.В., Ломака И.А. Методика параметрической идентификации модели углового движения наноспутника // *Космонавтика и ракетостроение*. 2020. № 6 (117). С. 134–145.

Barinova, E.V., Belokonov, I.V., Elisov, N.A., Kramlikh, A.V., Lomaka, I.A., Nikolaev, P.N., and Timbai, I.A. (S.P. Korolev Samara National Research University (Samara University))
Some Features of Dynamics and Attitude Control of Nanosatellites in Low Orbits, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2023, vol. 31, no. 3 (122), pp. 3–35.

Abstract. The paper summarizes the results of the research on angular motion dynamics carried out by the team of the authors and some problems of attitude control of nanosatellites (NS). The features of CubeSat NS passive motion dynamics are described. Conditions for the possible emergence of resonance modes are studied and discussed. Recommendations are given allowing the requirements for mass-inertia characteristics and initial conditions of NS motion to be formulated at the design stage, aimed at the NS stable motion with regard to the required equilibrium position for a wide range of orbital altitudes. Algorithms for reorientation and stabilization of motion are proposed based on the solution of the inverse problem of dynamics and optimal nominal attitude control programs. The results of this work are implemented in practice and may be useful to the developers of small spacecraft.

Key words: nanosatellite, dynamics features, control, equilibrium position, resonance, reorientation, stabilization, control program.

Материал поступил 07.06.2023