УДК 531.383-11:681.7 DOI 10.17285/0869-7035.0057

#### Н. Г. ШАРМА, СУНДАРАРАДЖАН Т., Г. С. СИНГХ

## ГИБРИДНЫЙ РЕЗОНАТОР ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА С ВЫСОКОЙ ДОБРОТНОСТЬЮ: КОНСТРУКЦИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕРМОУПРУГОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ, ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК

Важнейшим элементом твердотельного волнового гироскопа является механический резонатор, обладающий высокой добротностью. В работе рассматривается влияние термоупругого демпфирования на добротность. Для решения данной многогранной эксплуатационной задачи, относящейся к области колебаний, механики твердого тела, теплопередачи и термодинамики, используется метод конечных элементов. Основное внимание в статье уделяется зависимости добротности от свойств материала, рабочей температуры и размеров, позволяющих получить требуемую конфигурацию резонатора. По результатам изучения рабочих параметров, таких как эффективная масса и коэффициент преобразования угловой скорости в кориолисово ускорение, предложена гибридная полусферически-цилиндрическая конфигурация резонатора. Уникальность данной работы состоит в исследовании влияния на добротность ультратонкопленочного покрытия (объемная концентрация 0,01%), вариантов и различных комбинаций покрытий. Покрытие способно снижать добротность на несколько порядков в сравнении с непокрытым резонатором. Выяснилось, что выбор материала покрытия и его конфигурация являются очень важными факторами. Другой значимый аспект данной работы – изготовление и подробное описание характеристик гибридного резонатора из кварцевого стекла, на трехмерные поверхности которого наносится тонкопленочное золотое покрытие для получения прецизионных характеристик. После нанесения покрытия производится сверхтонкая балансировка до уровня единиц мГц. Измерение добротности резонатора с нанесенным покрытием выполнено методом лазерной доплеровской виброметрии. Достигнутый уровень добротности окончательной версии функционального гибридного резонатора составляет несколько миллионов единиц.

**Ключевые слова:** твердотельный волновой гироскоп, эллиптические моды колебаний, добротность, термоупругое демпфирование, тонкопленочное покрытие.

Шарма Н. Гириш. Научный сотрудник, Индийская организация космических исследований, подразделение инерциальных систем (г. Тируванантапурам, Керала, Индия).

Сундарараджан Т. Научный сотрудник, Космический центр им. Викрама Сарабхаи (г. Тируванантапурам, Керала, Индия).

Сингх Гаутам Сачин. Старший преподаватель, Индийский технологический институт (г. Гувахати, Индия).

#### 1. Введение

Кориолисовы вибрационные гироскопы (КВГ) представляют собой наиболее быстроразвивающийся тип гироскопической технологии в инерциальной навигации. Твердотельный волновой гироскоп (ТВГ) с полусферическим резонатором в форме «рюмки» является разновидностью КВГ и удовлетворяет самым высоким требованиям навигационных систем в части размера, сверхвысокой разрешающей способности и точности, ударостойкости и высокой надежности в течение срока службы при наличии малого количества конструктивных элементов [1]. Таким образом, ТВГ – наиболее подходящий прибор среди инерциальных датчиков для длительных дорогостоящих межпланетных космических полетов.

Важнейшим функциональным элементом конструкции ТВГ является механический резонатор. Порог чувствительности гироскопа определяется эквивалентным уровнем механического (или броуновского) шума (mechanical noise equivalent rotation – MNER, ЭУМШ) и рассчитывается по формуле [2]

$$\Im \text{YMIII} = \frac{1}{NA_g x_d} \sqrt{\frac{k_b T}{\omega m_{s\phi\phi} Q_{s\phi\phi}}} \sqrt{\Pi \Pi} , \qquad (1)$$

где  $A_g$  – коэффициент преобразования угловой скорости в кориолисово ускорение (далее – коэффициент преобразования угловой скорости),  $x_d$  – амплитуда колебаний по оси возбуждения резонатора,  $k_b$  – постоянная Больцмана, T – рабочая температура,  $\omega$  – собственная резонансная частота угловых колебаний,  $m_{_{3\phi\phi}}$  – эффективная масса, участвующая в *n*-й моде колебаний,  $Q_{_{3\phi\phi}}$  – эффективная добротность, ПП – полоса пропускания (bandwidth).

Эффективная добротность  $Q_{_{sd\phi}}$  определяется отношением количества энергии, содержащейся в вибрирующем резонаторе, к количеству энергии, рассеянной резонатором за один цикл. Следовательно, для повышения порога чувствительности прибора необходимо в первую очередь повышать  $Q_{_{sd\phi}}$ , а также эффективную массу и коэффициент преобразования угловой скорости. Основными механизмами демпфирования колебаний резонатора являются термоупругое демпфирование (ТУД), конструкционное демпфирование в опоре резонатора, поверхностное рассеяние, внутреннее трение в материале, демпфирование за счет влияния среды и демпфирование, вызванное рассеянием энергии в электронике системы съема [3]. Поскольку датчик одновременно подвержен влиянию нескольких различных механизмов демпфирования, эффективная добротность может быть выражена в виде отдельных составляющих, описывающих различные источники потери энергии: термоупругое демпфирование ( $Q_{_{rvд}}$ ), конструкционное демпфирование среды и демпфирование ( $Q_{_{nonepphi}}$ ), внутреннее трение ( $Q_{_{BT}}$ ), демпфирование среды ( $Q_{_{cpeda}}$ ) и электронное демпфирование ( $Q_{_{satemphi}}$ ) [4]:

$$\frac{1}{Q_{\rho\phi\phi}} = \frac{1}{Q_{TVA}} + \frac{1}{Q_{\kappa oncmp}} + \frac{1}{Q_{noBepxh}} + \frac{1}{Q_{BT}} + \frac{1}{Q_{cpeda}} + \frac{1}{Q_{\rho,rekmp}}.$$
(2)

Выделить отдельные источники потери энергии в реальной конструкции очень трудно. В связи с этим при проектировании резонатора необходимо предусматривать минимизацию всех возможных механизмов рассеяния энергии. ТУД – это рассеяние энергии колебаний вследствие взаимодействия механических и тепловых

свойств материала при динамических (тепловых и инерционных) воздействиях. Под конструкционным демпфированием понимается механизм потери механической энергии в опоре резонатора в виде упругих волн; свести к минимуму данные потери можно путем грамотного конструирования и прецизионного изготовления.

Поверхностное рассеяние вызвано наличием примесей и повреждениями поверхности при изготовлении. Потери вследствие внутреннего трения в материале можно снизить путем использования материалов высокой чистоты. Демпфирование среды (газодинамическое демпфирование) вызвано взаимодействием рабочей среды с резонатором. Исключить этот эффект можно путем вакуумирования резонатора. Электроника возбуждения и съема данных также приводит к потере некоторой части энергии резонатора, называемой электронным демпфированием. Минимизировать эту потерю можно правильным выбором электрических параметров. ТУД представляет собой внутренний механизм демпфирования. Так как коэффициент теплового расширения материала отличается от нуля, ТУД ограничивает величину  $Q_{эф\phi}$  резонатора даже при идеальной конструкции и прецизионном изготовлении. Таким образом, при исследовании резонатора ТВГ основное внимание в данной работе уделяется механизму ТУД.

В работе [5] изучаются различные причины ТУД твердого тела. Теоретический анализ ТУД на основе теории гибких упругих стержней и сравнение полученных результатов с измерениями выполнено в [6]. Зависимость демпфирования от материала и геометрии резонатора рассматривается в статье [7] на примере измерений характеристик микроконсолей из кремния и нитрида кремния. Авторы [8] вывели строгие выражения для ТУД тонких прямоугольных стержней на основе точного моделирования поперечного температурного профиля. В работе [9] сравниваются модели из [5] и [8] и выявлено, что известная аппроксимация Зенера [5] с одним временем тепловой релаксации слегка отличается от точных выражений. В работе [10] рассматривается влияние различных опор и тепловых граничных условий. Авторы [11] изучали данную проблему применительно к кольцевым резонаторам, рассматривая толщину стержня как радиальную толщину кольца. Статья [12] посвящена объемному и поверхностному термоупругому рассеянию в полусферических микрорезонаторах. Авторы [13] проводили измерения демпфирования микроконсолей с золотым покрытием. В работе [14] авторы исследовали термоупругие потери в МЭМС-гироскопах при колебаниях резонаторов с оболочкой в форме перевернутой «рюмки». В [15] рассматривается эффект влияния геометрии оболочки резонатора, обкалывания краев и тонкопленочных покрытий.

Анализ литературы показывает, что теоретические и экспериментальные исследования проводились по большей части для МЭМС-резонаторов. Численные модели и экспериментальные исследования относятся в основном к полусферическим оболочкам в форме «рюмки», изготавливаемым методами микроэлектронной промышленности и микровыдувкой стекла. Нам не удалось обнаружить исследований ТУД для гибридных полусферически-цилиндрических конфигураций резонаторов миллиметровых размеров с внутренним установочным стержнем. Влияние тонкопленочных покрытий изучалось для полусферических оболочек микронной толщины с объемной концентрацией 0,1%. При этом, по всей видимости, попыток исследования чувствительности ультратонких покрытий (с объемной концентрацией 0,01%) для гибридных резонаторов не производилось. Насколько известно авторам, экспериментальная оценка параметров гибридной конфигурации резонатора не проводилась. Для МЭМС-резонаторов, в отличие от высокопрецизионных макрорезонаторов, задачи достижения большой постоянной времени затухания при снижении механического шума, обеспечения малого рассогласования частот вырожденных мод с целью получения высокой чувствительности к скорости и работы в режиме датчика угла, а также высокой стабильности смещения нуля все еще остаются нерешенными. В свете этого задача настоящей работы состоит в изучении ТУД, включая влияние материала, размеров резонатора, ультратонкопленочного проводящего покрытия, вариантов и конфигураций покрытий на  $Q_{TYZP}$  конструирование с учетом ТУД. Вторая задача заключается в представлении характеристик резонатора прецизионного макрогироскопа с увеличенными эффективной массой и коэффициентом преобразования угловой скорости с высокой  $Q_{s\phi\phi}$  (в сравнении с традиционной полусферической конфигурацией с низкой разрешающей способностью).

Статья структурирована следующим образом. В разделе 2 описывается теория ТУД и его применение в ТВГ, а также оценка требуемой добротности. В разделе 3 исследуется кольцевой резонатор и его применение в конструкции ТВГ с учетом ТУД. В разделе 4 рассматривается влияние материала, размеров резонатора, тонкопленочного покрытия и его вариантов на добротность полусферической конфигурации резонатора. В разделе 5 обсуждаются преимущества гибридной конфигурации резонатора в части эксплуатационных характеристик и влияния конфигурации покрытия на ТУД. Раздел 6 посвящен изготовлению высокопрецизионного резонатора, тонкопленочного покрытия, описанию характеристик покрытия, точной балансировке и оценке добротности. В разделе 7 приводятся выводы.

## 2. Термоупругое демпфирование

В резонаторе ТВГ наблюдается градиент деформации: при изгибных модах колебаний одна часть структуры испытывает растяжение, а другая – сжатие. Такой градиент деформации приводит к периодическому температурному градиенту. Температурная деформация не совпадает по фазе с упругой, и происходит рассеяние энергии при необратимой теплоотдаче вследствие температурного градиента. В результате в системе возникает энтропия, которая обеспечивает релаксацию, приводящую к равновесию резонатора. Такой процесс потери энергии называется ТУД. Если постоянная времени теплопереноса близка к периоду смещения упругой деформации,  $Q_{TYZ}$  сильно снижается и резонатор испытывает значительную потерю энергии.

## 2.1. Теория ТУД и постановка задачи

Уравнение движения с дополнительной тепловой деформацией вследствие термоупругого взаимодействия представлено в [16]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 u + (\mu + \lambda) \nabla (\nabla \cdot u) \frac{E \alpha}{3(1 - 29)} \nabla T , \qquad (3)$$

где  $\rho$  – плотность, *u* – общее смещение,  $\mu$  и  $\lambda$  – параметры Ламе,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $\nabla$  – оператор градиента, *E* – модуль Юнга,  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения,  $\vartheta$  – коэффициент Пуассона. Уравнение теплопроводности для тепловыделения вследствие термоупругого взаимодействия представлено ниже [16]:

$$k\nabla^2 T = \rho C_P \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{E\alpha T_0}{3(1-2\vartheta)} \nabla \cdot \frac{\partial u}{\partial t}, \qquad (4)$$

где k – коэффициент теплопроводности, T – рабочая температура,  $C_p$  – удельная теплоемкость,  $T_0$  – абсолютная равновесная температура. Последний член уравнения (4), описывающий дополнительный источник тепла, связывает проблему разработки конструкции с проблемой теплопередачи. Уравнения (3) и (4) описывают термоупругие свойства изотропного твердого материала. Эти связанные уравнения решаются относительно комплексных собственных значений, мнимая часть которых представляет рассеяние вследствие термоупругих явлений. Далее дается подробное аналитическое решение для простой стержневой структуры при действии поперечной вибрации на частоте первой моды колебаний с использованием стандартной модели неупругого твердого тела [8]:

$$\sigma + \tau_{\varepsilon} \dot{\sigma} = E_R (\varepsilon + \tau_{\sigma} \dot{\varepsilon}), \qquad (5)$$

где  $\sigma$  – напряжение;  $\tau_{\epsilon}$  – время релаксации напряжения, которое изменяется экспоненциально при постоянной деформации;  $\dot{\sigma}$  – скорость изменения напряжения;  $E_R$  – изотермический модуль Юнга при релаксации;  $\epsilon$  – деформация;  $\tau_{\sigma}$  – время релаксации деформации, которая изменяется экспоненциально при постоянном напряжении;  $\dot{\epsilon}$  – скорость изменения деформации. Параметр  $E_U$  – адиабатический модуль Юнга без учета релаксации:

$$E_U = E_R \left( \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{\varepsilon}} \right). \tag{6}$$

Величина релаксации  $\Delta_{E}[8]$  определяется по формуле

$$\Delta_E = \frac{E_U - E_R}{\sqrt{E_U E_R}} \,. \tag{7}$$

При гармонической вибрации напряжения и деформации выражаются через частотно-зависимый комплексный модуль Юнга  $E_{(\omega)}[8]$ :

$$E_{(\omega)} = E_R \left[ \frac{1 + \omega^2 \tau_{\varepsilon} \tau_{\sigma} + i\omega(\tau_{\sigma} - \tau_{\varepsilon})}{1 + \omega^2 \tau_{\varepsilon}^2} \right], \tag{8}$$

где  $\omega$  – резонансная угловая собственная частота. Модуль  $E_{(\omega)}$  можно записать в виде функции усилия релаксации и резонансной угловой собственной частоты [8]:

$$E_{(\omega)} = E_R [1 + \Delta_E (1 + f(\omega))].$$
(9)

Если значения  $\omega$  велики, то  $f(\omega) \rightarrow 0$  и модуль Юнга стремится к адиабатическому значению без учета релаксации. Если значения  $\omega$  малы, то  $f(\omega) \rightarrow -1$  и модуль Юнга возвращается к изотермическому значению  $E_R$  без учета релаксации.

Для промежуточных частот  $E_{(\omega)}$  имеет комплексное значение. Соответственно, резонансная угловая собственная частота также имеет комплексное значение:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 + \Delta_E \left( 1 + f(\omega) \right)} , \qquad (10)$$

где  $\omega_0$  – изотермическая резонансная угловая собственная частота с учетом релаксации. Действительная часть  $Re(\omega)$  определяет новые значения собственных частот стержневого резонатора в присутствии термоупругого взаимодействия, а мнимая часть  $Im(\omega)$  определяет релаксацию колебаний. Величина ТУД, выражаемая как параметр, обратный добротности, определяется как соотношение мнимой и действительной частей собственной частоты [8]:

$$Q_{TYZ}^{-1} = 2 \left| \frac{Im(\omega)}{Re(\omega)} \right|.$$
(11)

Следующее соотношение в замкнутой форме получено в работе [8] для стержневого резонатора при поперечных колебаниях:

$$Q_{TVA}^{-1} = \Delta_E \frac{\omega_{mech} \tau_{th}}{1 + (\omega_{mech} \tau_{th})^2} = \frac{E\alpha^2 T_0}{\rho C_P} \frac{\omega_{mech} \tau_{th}}{1 + (\omega_{mech} \tau_{th})^2}, \qquad (12)$$

где

$$\tau_{th} = \frac{\rho C_P h^2}{\pi^2 k}; \qquad (13)$$

$$Q_{mat} = \frac{\rho C_P}{E\alpha^2 T_0}; \qquad (14)$$

$$Q_{freq} = \frac{1 + (\omega_{mech} \tau_{th})^2}{\omega_{mech} \tau_{th}}; \qquad (15)$$

$$Q_{TVA} = Q_{mat} \times Q_{freq}, \qquad (16)$$

где  $\omega_{mech}$  – механическая резонансная угловая собственная частота;  $\tau_{th}$  – время тепловой релаксации; h – толщина стержня, в котором происходит тепловая релаксация;  $Q_{mat}$  – добротность, ограниченная свойствами материала;  $Q_{freq}$  – добротность, ограниченная рабочей частотой. Добротность  $Q_{mat}$  зависит только от температуры и свойств материала. Добротность  $Q_{freq}$  является функцией частоты  $\omega_{mech}$  и времени  $\tau_{th}$ , которые зависят от геометрии и размеров резонатора. Уравнение (12) используется для разработки предварительной конфигурации кольцевого резонатора с соответствующими модификациями [11].

Значение величины рассеяния энергии выражается по аналогии с функцией Лоренца и определяется как функция  $\omega_{mech} \tau_{th}$ , которая достигает максимального значения  $\Delta_E/2$  при  $\omega_{mech} \tau_{th} = 1$ , как показано на рис. 1. Пик рассеяния называется пиком Дебая. Когда механическая частота ниже скорости релаксации, т.е.  $\omega_{mech} \tau_{th} << 1$ , колебания являются изотермическими и величина рассеяния невелика. Когда механическая частота выше скорости релаксации, т.е.  $\omega_{mech} \tau_{th} <> 1$ , колебания являются адиабатическими и рассеяние тоже мало. Следовательно, рабочий диапазон резонатора следует выбирать вдали от пика Дебая, где  $\omega_{mech} \tau_{th} = 1$ . Резонатор может работать в изотермической или адиабатической зоне при низком ТУД.



(максимальное рассеяние) наблюдается при  $\omega \tau = 1$ 

2.2. Конфигурация ТВГ и ТУД

Базовая конфигурация резонатора включает полусферическую часть и стержень для крепления резонатора к опорной конструкции гироскопа. Полусферическая часть представляет собой зону функциональных колебаний резонатора. Форма моды колебаний соответствует собственной частоте. Ниже обсуждаются особенности ТУД при таком режиме работы. В настоящей статье оценка термоупругого демпфирования проводится с помощью численного решения методом конечных элементов в программе COMSOL с использованием мультифизического подхода [17]. Имеются две функциональные эллиптические моды колебаний N = 2, разнесенные по окружности на угол 45° и имеющие одинаковую частоту. В резонирующей полусферической оболочке ТВГ возникает градиент деформации: при эллиптических модах колебаний одна часть структуры испытывает растяжение, а другая - сжатие. Такой градиент деформации приводит к периодическому изменению температуры. Нормированное отклонение температуры от температуры равновесия, вызванное термоупругим напряжением, и траектории теплопередачи показаны на рис. 2. В таком режиме колебаний наблюдаются различные градиенты температуры. Тогда в системе возникает энтропия, которая обеспечивает релаксацию, приводящую к равновесию резонатора. Это влечет за собой термоупругое рассеяния в ТВГ.





# 2.3. Оценка требуемого значения $Q_{_{ m obb}}$

Проведем численное оценивание значения добротности  $Q_{s\phi\phi}$  при заданных типовых конструктивных и входных параметрах. Выбор этих входных параметров основан на конструктивных расчетах и эксплуатационных требованиях. Эквивалентный уровень шума был рассчитан для различных  $Q_{s\phi\phi}$  при следующих расчетных параметрах: амплитуда возбуждения – 10 микрон, номинальная рабочая температура – 293 K, резонансная частота – 5550 Гц, коэффициент преобразования угловой скорости – 0,32, эффективная масса – 0,54×10<sup>-3</sup> кг и полоса пропускания датчика – 10 Гц. При этом было выявлено, что для достижения порога чувствительности на уровне  $10^{-3}$  °/ч требуется добротность не менее  $Q_{s\phi\phi} = 10^6$  (один миллион). Для получения таких значений необходимо создавать макрорезонатор, так как добиться заданной добротности в микромеханических резонаторах с учетом всех механизмов рассеяния энергии при соответствии всем эксплуатационным параметрам весьма сложно. При этом конструкция должна обеспечить величину добротности Q свыше 10<sup>6</sup>. Основным механизмом демпфирования резонатора таких габаритов является ТУД, так как оно оказывает влияние на добротность во всем рабочем диапазоне.

## 3. Параметрический анализ кольцевого резонатора

Выбор предварительных размеров резонатора основывается на выборе собственной частоты рабочей моды и ее  $Q_{TVД}$  [18]. Сначала рассмотрим простую кольцевую структуру. Параметрический анализ выполняется путем изменения среднего радиуса и радиальной толщины кольца и численной оценки собственной частоты эллиптической моды и рассеяния энергии. При определении размеров резонатора также учитывается требование к площади поверхности для размещения электростатических емкостных силовых элементов и датчиков съема. Из уравнения (14) для  $Q_{mat}$  ясно, что для увеличения доли  $Q_{mat}$  в добротности  $Q_{TVД}$  следует выбирать материал с низким коэффициентом теплового расширения, к таковым относится кварцевое стекло, которое и было выбрано. Свойства материалов, используемых в данном исследовании, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материал	<i>Е</i> (ГПа)	α (×10 <sup>-6</sup> 1/K)	<i>С<sub>р</sub></i> (Дж/кгК)	θ	<i>k</i> (Вт/мК)	ρ (кг/м <sup>3</sup> )
Кварц	73	0,55	703	0,17	1,30	2203
Золото	70	14,20	129	0,44	317	19300
Хром	279	4,90	448	0,21	93,7	7150

Свойства используемых материалов [17]

Аналитическая оценка частоты и добротности  $Q_{TM}$  выполнена для резонатора со средним радиусом 14,6 мм и радиальной толщиной 1 мм, проведено ее сравнение с результатами численного моделирования.

Механическая собственная резонансная угловая частота  $\omega_{mech}$  задается равенством [19]

$$\omega_{mech} = \frac{N_r \left(N_r^2 - 1\right)}{\sqrt{N_r^2 - 1}} \frac{t}{r^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}} = 20918 \,, \tag{17}$$

где N<sub>v</sub> – количество мод колебаний кольцевого резонатора, t – радиальная толщина, r – средний радиус кольцевого резонатора. Для кольцевого резонатора рассматривается эллиптическая мода формы N<sub>r</sub> = 2, аналогичная функциональной моде ТВГ, и соответствующая частота  $f_{mech}$ , равная 3331 Гц. Время тепловой релаксации, рассчитанное по уравнению (13), составляет 0,12 с в направлении радиальной толщины кольца и 63,5 с в направлении по окружности. Времени тепловой релаксации в направлении радиальной толщины кольца соответствует частота 1,3 Гц, что гораздо меньше, чем механическая частота. Времени тепловой релаксации в направлении окружности соответствует частота 2,5 мГц, что, соответственно, гораздо меньше, чем частота для радиальной толщины. Таким образом, для расчета рассеяния энергии в наихудшем случае далее учитывается время тепловой релаксации только в радиальном направлении. Поскольку механическая частота выше скорости релаксации  $\omega_{mech} \tau_{th} >> 1$ , колебания являются адиабатическими. Механическая резонансная частота рабочей эллиптической моды и частота, соответствующая тепловой постоянной времени, сильно разнесены. Добротность  $Q_{TVII}$  рассчитывается аналитически по уравнению (12) и составляет 6,0×108. Поскольку такое значение далеко от пика максимального рассеяния Дебая, термоупругое рассеяние весьма незначительно.

Численное моделирование выполнялось с использованием 3D-моделей и применением метода конечных элементов с анализом чувствительности к разрядности сетки. Под отклонением температуры понимается отклонение от абсолютной температуры равновесия 293 К. Относительный вклад различных каналов теплопередачи в общее термоупругое рассеяние зависит от размеров резонатора и моды рабочей резонансной механической частоты. Для того чтобы понять, как ТУД влияет на собственную частоту, одновременно проводится модальный анализ без его учета. Увеличение модуля Юнга при ТУД по сравнению с изотермическим состоянием релаксации составляет всего 7 мГц. Увеличение модуля Юнга при переходе от релаксационного изотермического к нерелаксационному адиабатическому состоянию зависит от рабочей частоты и степени релаксации материала. Поскольку для имеющегося макрорезонатора рабочая частота находится в диапазоне нескольких кГц, частотно-зависимый модуль Юнга меняется очень незначительно, и значение модуля остается близким к изотермическому релаксационному значению. Таким образом, частота при ТУД также повышается очень незначительно. Величина адиабатического модуля Юнга для кварцевого материала, рассчитанная по уравнению (9), составляет 73,67 ГПа в сравнении с изотермическим модулем Юнга величиной 70 ГПа. Следовательно, максимальное увеличение частоты для кварцевого материала при очень высокой рабочей частоте составляет 15 Гц. Аналитически рассчитанная частота точно соответствует числовому значению 3331,1 Гц. Численное решение для  $Q_{TVR}$  дает значение 5,0×108. Параметрический анализ кольцевого резонатора выполняется путем изменения среднего радиуса и радиальной толщины кольца для оценки частоты и добротности  $Q_{TVIP}$  результаты представлены на рис. 3.

Значение частоты возрастает при увеличении толщины оболочки, что, в свою очередь, приводит к росту теплостойкости и радиальной тепловой постоянной времени. Поскольку резонатор работает в адиабатической зоне, при увеличении часто-

ты и тепловой постоянной времени рабочий диапазон сдвигается относительно пика Дебая. Более высокая добротность  $Q_{TYZ}$  достигается при более высокой радиальной толщине. При высокой частоте резонатора при определении толщины оболочки следует также учитывать прочие условия эксплуатации. При уменьшении среднего радиуса кольца частота возрастает, и поведение резонатора становится более адиабатическим, что приводит к росту добротности  $Q_{TYZ}$ . Следует отметить, что при увеличении радиальной толщины происходит более интенсивное возрастание  $Q_{TYZT}$ .



Рис. 3. Изменение частоты и добротности  $Q_{_{TY\!M}}$  при изменении среднего радиуса кольца при различной радиальной толщине

Для рассматриваемых геометрических параметров кольца можно получить два наименьших значения  $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$  (пика максимального рассения Дебая) для данного среднего радиуса кольца и для толщины кольца соответственно. Для кварцевого кольца с радиальной толщиной 1 мм минимальная добротность  $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$  достигается при среднем радиусе кольца 734 мм. Для кварцевого кольца среднего радиуса 14,6 мм минимальная добротность  $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$  достигается при среднем радиусе кольца 734 мм. Для кварцевого кольца среднего радиуса 14,6 мм минимальная добротность  $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$  достигается при радиальной толщине 0,073 мм. Таким образом, сочетание среднего радиуса кольца 14,6 мм и радиальной толщины кольца 1 мм дает более высокое значение добротности  $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$ . Резонатор с такими размерами можно изготовить с использованием обычных методов обработки стекла. Таким образом, размеры полусферического резонатора получены по результатам исследования резонатора кольцевой формы.

## 4. Параметрический анализ полусферического резонатора

Полусферическая конфигурация резонатора обладает наивысшей добротностью  $Q_{TYJZ}$  среди различных трех- и двухмерных конфигураций. Изначально рассматривалась структура в виде полусферической оболочки равномерной толщины. Трехмерное моделирование резонатора выполнено методом конечных элементов с заданным граничным условием размещения установочного стержня в центре. Используются следующие номинальные размеры: внутренний радиус оболочки – 14,1 мм, наружный радиус оболочки – 15,1 мм, толщина оболочки – 1 мм, радиус стержня – 3,2 мм, высота стержня – 14 мм. Был проведен анализ связи собственной частоты и ТУД, чтобы получить частоту N = 2 и  $Q_{TYJZ}$ . Как и в случае с кольцевым резонатором, увеличение собственной частоты при ТУД вследствие частотно-зависимого модуля Юнга составило всего 3 мГц. Для полусферического кварцевого резонатора с номинальными размерами собственная частота та N = 2 составляет 5459 Гц, а добротность  $Q_{TYJZ} - 3,7 \times 10^9$ . Добротность  $Q_{TYJZ}$  составляет

несколько сотен миллионов единиц вследствие низкого теплового расширения кварца и миллиметровых размеров резонатора ТВГ без какого-либо покрытия. Аналогичный результат получен для кварцевого резонатора в работе [20].

Приведем результаты некоторых исследований по измерению внутреннего трения кварцевого стекла. Пенн и др. [21] измеряли рассеяние энергии в образце кварцевого стекла марки Suprasil 2 фирмы Heraeus и получили добротность, связанную с трением ( $Q_{BT}$ ), на уровне 5,7×10<sup>7</sup>. В работе [22] проводились измерения добротности поперечных колебаний стержней из кварцевого стекла марки Suprasil 312 и было получено значение  $Q_{BT}$  4,3×10<sup>7</sup>. Таким образом, ТУД не ограничивает эффективную добротность резонатора без покрытия.



#### 4.1. Влияние свойств материала резонатора

Кварцевое стекло – удачный материал с точки зрения минимизации ТУД. По этой причине оно выбрано в качестве базового материала для изучения влияния свойств материала резонатора. На каждом этапе исследования мы меняли только один параметр, варьируя его по отношению к кварцевому стеклу и оставляли все остальные неизменными. Некоторые свойства, как показано на рис. 4, оказывают весьма значительное влияние на величину  $Q_{TVЛ}$ . Наиболее значимый параметр – коэффициент теплового расширения  $\alpha$  – связывает тер-

мические и механические диапазоны; следует выбирать материал с низким α.

Как и в случае кольцевого резонатора, полусферический резонатор работает в околоадиабатическом диапазоне, так как частота колебаний резонатора гораздо выше скорости тепловой релаксации. Снижение коэффициента теплопроводности k приводит к увеличению времени теплопереноса, снижению необратимой теплопередачи и росту  $Q_{TVДT}$  С другой стороны, модуль Юнга E и  $\alpha$  вызывают разный эффект. Увеличение E приводит к усилению термомеханического взаимодействия и снижению  $Q_{TVДT}$ . Оно также увеличивает частоту колебаний и сдвигает рабочий диапазон к адиабатической зоне, тем самым повышая  $Q_{TVДT}$ . Вместе с тем более значимый эффект, как видно из моделирования, – это снижение  $Q_{TVДT}$  при повышении E. Увеличение произведения плотности и удельной теплоемкости  $rC_p$  позволяет снизить необратимую теплопередачу. При этом увеличение r снижает частоту колебаний и отодвигает рабочий диапазон резонатора от адиабатической зоны. Параметр  $C_p$  немного более значителен, чем r. Влияние коэффициента Пуассона мало в сравнении с другими.

## 4.2. Влияние рабочей температуры

При увеличении температуры *T* структурно-термическое взаимодействие усиливается из-за повышенного выделения тепла. Оно приводит к отклонению температу-

Рис. 4. Влияние различных свойств материалов на  $Q_{TVII}$  (базовый материал – кварцевое стекло)

ры от температуры равновесия и снижает добротность  $Q_{TVЛ}$  вследствие усиленной 🛱 теплопередачи. Изменение параметров E,  $\beta$ ,  $\rho$ ,  $\vartheta$ ,  $\alpha$ ,  $C_p$  и k кварцевого стекла составляет соответственно 141,4; 0; 588,1; 8800; 2130 🖁 и 1570 ppm/°С [15]. Влияние рабочей тем- \$ пературы на добротность  $Q_{TVЛ}$ , связанное ≚ с температурно-зависимыми свойствами материала, показано на рис. 5. Температурная чувствительность  $Q_{TVII}$  составляет 1,5%/°С. Такая высокая чувствительность на добротность  $Q_{TVZP}$  связанное с температурновызвана главным образом сильной зави-





симостью параметра α от температуры. В связи с этим с точки зрения термоупругого рассеяния для работы датчика предпочтительна низкая температура. Тем не менее при приближении рабочей температуры к отрицательным значениям наблюдается рост внутреннего трения, что резко ухудшает эффективную добротность. Следовательно, рабочий диапазон резонатора должен быть выбран в области положительных температур.

## 4.3 Влияние размеров резонатора

Был проведен параметрический анализ размеров резонатора. Его результаты – средний радиус и толщина оболочки – представлены на рис. 6. При снижении среднего радиуса наблюдается рост частоты, и поведение резонатора становится более адиабатическим, что приводит к более высокой добротности  $Q_{TVIT}$ . Если толщина оболочки постоянна, тепловая постоянная времени для радиального направления также остается неизменной. Кроме того, как обсуждалось выше, тепловая постоянная времени для полярного и окружного направления имеет меньшее влияние на добротность  $Q_{\tau v \pi}$  для резонатора данного размера. Вместе с тем теплопередача от ободка оболочки в полярном и окружном направлении оказывает воздействие на *Q*<sub>тул</sub> при уменьшении размеров оболочки.



Рис. 6. Влияние размеров оболочки на добротность  $Q_{_{TV\!I\!I}}$  и частоту

При увеличении толщины оболочки частота и тепловая постоянная времени в радиальном направлении увеличиваются. Рабочий диапазон оболочки становится более адиабатическим. Оба эти эффекта приводят к увеличению  $Q_{TVT}$ . Увеличение толщины оболочки влияет на рост  $Q_{TYZ}$  сильнее, чем увеличение среднего радиуса оболочки. При работе резонатора в изотермическом диапазоне увеличение толщины оболочки снижает  $Q_{TYZ}$ . Минимальная добротность  $Q_{TYZ}$  наблюдается при более низких частотах при увеличении толщины оболочки. Это связано с ростом времени теплопереноса при увеличении толщины оболочки.

### 4.4. Влияние тонкопленочного покрытия

Для обеспечения электростатического возбуждения рабочих мод резонатора и измерения прецессии в гироскопическом режиме работы необходимо, чтобы резонаторы обладали электрической проводимостью. По этой причине нужно нанести на конструкцию тонкий слой металлического покрытия. Вместе с тем большинство материалов с высокой электрической проводимостью имеет высокий коэффициент теплового расширения и низкое ТУД. В качестве основного материала для покрытия выбрано золото в силу его высокой электропроводности.





тонкопленочного покрытия на *Q*<sub>туд</sub> кольцевого резонатора при наличии и отсутствии адгезионного подслоя

Первоначально моделирование покрытия выполнялось для резонатора кольцевой конструкции, чтобы выявить влияние на ТУД толщины покрытия и получить результат численного моделирования для различных значений толщины покрытия, представленный на рис. 7. Наименьшая толщина покрытия при моделировании составляла 1000 А°, то есть 0,01% от базовой толщины оболочки. Установлено, что ТУД уменьшается по мере уменьшения толщины покрытия. В настоящее время

изучается возможность применения покрытия толщиной 1000 A° с учетом функциональных электрофизических требований и наличия соответствующего оборудования для нанесения покрытия. Собственная частота уменьшается на 3 Гц только при наличии тонкослойного покрытия толщиной 1000 А°. Это объясняется тем, что влияние массы золотой пленки на собственную частоту сопоставимо с влиянием на нее жесткости. Обычно между базовым кварцевым материалом и функциональным золотым материалом наносят тонкий (400 А°) подслой хрома для повышения адгезии золота [23].

Из рис. 7 видно, что присутствие металлического золотого покрытия снижает  $Q_{TYZ}$  на порядок по сравнению с примером, когда покрытие отсутствует. Влияние золотого покрытия на микрорезонатор в форме «рюмки» проанализировано в работе [14], где также отмечается уменьшение добротности на порядок. Аналогичная чувствительность наблюдалась в ходе исследования резонаторов с золотым покрытием, выполненного в работе [13]. Поскольку коэффициент теплового расширения у золота на порядок больше, чем у кварцевого стекла, образуется более сильная термомеханическая связь, что приводит к повышенному выделению тепла. Более высокий коэффициент теплового расширения золота существенно уменьшает  $Q_{max}$  в соответствии с квадрати-

ческой зависимостью в (14) и, соответственно, снижает  $Q_{TNM}$ . Кроме того, из-за более высокой теплопроводности золота увеличивается перенос тепла, и датчик работает за пределами адиабатической области. Оба описанных явления приводят к снижению  $Q_{TNM}$ . По мере увеличения толщины покрытия происходит повышение ТУД за счет формирования более высокой энтропии. Вместе с тем первоначальное уменьшение  $Q_{TNM}$  происходит более равномерно при меньших значениях толщины покрытия. Это связано с высоким уровнем напряжения на стыке базового материала и покрытия [13]. Было также изучено изменение собственной частоты исследуемого резонатора с покрытием под влиянием частотно-зависимого модуля Юнга. Установлено, что собственная частота резонатора с покрытием толщиной 1000 А° увеличивается на 40 мГц, и это изменение возрастает по мере увеличения рассеяния.

Кроме того, можно заметить, что  $Q_{TYJ}$  немного уменьшается при наличии подслоя, поскольку произведение параметров термомеханической связи E и а у хрома выше, чем у золота. Чем меньше толщина золотого покрытия, тем значительнее это уменьшение, а при больших значениях толщины покрытия значительного уменьшения  $Q_{TYJ}$  не происходит. Тем не менее уменьшение  $Q_{TYJ}$  при наличии тонкого подслоя незначительно по сравнению со случаями, когда золотое покрытие наносится непосредственно на материал резонаторов.

На рис. 8 показаны отклонения температуры в большую и меньшую сторону от абсолютной температуры равновесия, а также направление теплопередачи из горячей области в холодную на разрезе кольцевых резонаторов с покрытием и без него. По всей площади сечения резонатора из цельного кварцевого стекла без покрытия перепад температуры, как показано на рис. 8, *a*, относительно равномерен. На рис. 8, *б* золотое покрытие нанесено на правую и левую боковые поверхности. Максимальные и минимальные абсолютные значения температуры нормированы, чтобы продемонстрировать разницу температурного градиента по разрезу при наличии и отсутствии покрытия. Поскольку коэффициент теплового расширения у золота намного (более чем на порядок) больше, чем у кварцевого стекла, образуется более сильная термомеханическая связь, что приводит к повышенному выделению тепла на участках с покрытием по сравнению с чистым кварцем. Таким образом, вблизи внутренней (слева) и внешней (справа) поверхностей с покрытием наблюдается гораздо более выраженный температурный градиент, чем в толще кварцевого стекла. При наличии покрытия происходит значительное уменьшение  $Q_{mar}$ .





## 4.4.2 Моделирование покрытия для полусферического резонатора

Рассмотрим влияние покрытия на добротность  $Q_{TYZ}$  на примере полусферического резонатора. Для изучения влияния толщины покрытия внешняя поверхность полусферы покрыта тонким слоем золота. В связи с высокой плотностью золота собственная частота уменьшается на 2,5 Гц при значении толщины покрытия 1000 А°. Данные о влиянии толщины покрытия на  $Q_{TYZ}$  представлены в табл. 2.

Таблица 2

Толщина покрытия (А°)	$\mathcal{Q}_{\scriptscriptstyle T\!N\!\!\!\!\!\mathcal{A}}$
1000	$3,75 \times 10^{6}$
2000	3,67×10 <sup>6</sup>
5000	3,47×10 <sup>6</sup>
10000	$3,18 \times 10^{6}$

Влияние толщины покрытия на базовую полусферическую конструкцию

При значении толщины покрытия 1000 А° (толщина покрытия составляет 0,01% от толщины оболочки, равной 1 мм) показатель  $Q_{TV\!/\!\!R}$  уменьшается. При дальнейшем уменьшении толщины покрытия на порядок показатель  $Q_{TV\!/\!\!R}$  уменьшается на 16%. Как и в случае кольцевого резонатора, ТВГ работает в адиабатической области, а из-за покрытия с высокой теплопроводностью резонатор начинает работать с сильным отклонением от адиабатических условий. Таким образом, чтобы обеспечить минимальное ТУД, предпочтительнее выбирать тонкопленочное покрытие толщиной порядка 1000 А°. Установлено, что собственная частота резонатора с покрытием толщиной 1000 А° увеличивается на 24 мГц по сравнению с собственной частотой, соответствующей изотермическому модулю Юнга. Как и в кольцевом резонаторе с покрытием, частотно-зависимый модуль Юнга в случае ТВГ тоже изменяется (увеличивается) по мере увеличения рассеяния.

## 4.4.3 Внутреннее рассеяние в материале покрытия

В работе [24] авторы применяли покрытие толщиной менее 1000 A° на микрорезонаторах типа «рюмка». В [25] были изучены процессы рассеяния в микроконсолях в зависимости от металлического покрытия. В результате обнаружили, что при более высоких значениях толщины золотого покрытия порядка 2000 А° помимо ТУД в материале наблюдается дополнительное внутреннее рассеяние. Учитывая значение внутреннего рассеяния в золотом покрытии, указанное в работе [15], расчетное значение добротности резонатора такого типа составляет порядка нескольких миллионов для толщины около 1000 А°. В связи с этим предпочтительно наносить тонкопленочное покрытие, поскольку ТУД и внутреннее рассеяние в материале покрытия увеличиваются с увеличением толщины покрытия.

# 4.4.4 Влияние неравномерной толщины покрытия на $Q_{TYZ}$

В реальном процессе нанесения покрытия толщина последнего будет изменяться в полярном и окружном направлениях в связи с трехмерной конфигурацией резонатора. Толщина покрытия на полусферической поверхности реального изделия будет неоднородной, поскольку равномерное трехмерное нанесение покрытия труд-

ноосуществимо в реальности. Ввиду этого факта проведен анализ чувствительности добротности  $Q_{TV\!T}$  к неоднородной толщине покрытия. Изменение толщины покрытия от 1000 А° в области экватора до 500 А° у полюса не оказывает существенного влияния на  $Q_{TVT}$  Это связано с тем, что изменение толщины покрытия в направлении от экватора к полюсу симметрично по окружности, по крайней мере в случае моды N = 2. Влияние неравномерной толщины покрытия по окружности изучено с точки зрения функциональных требований к датчику; результаты представлены в табл. 3.

Таблица З

Толщина покрытия (А°)	$Q_{_{TY\!\mathcal{I}}}$ для двух мод $N=2$	Конфигурация изменения покрытия
1000	3,75×10 <sup>6</sup> 3,75×10 <sup>6</sup>	1000 А° по длине окружности 360°
1000	$1,0 \times 10^{7}$ $1,1 \times 10^{7}$	1000 А° по длине окружности 180°
1000	$9,7 \times 10^{6}$ $1,0 \times 10^{7}$	1000 А° в каждом втором секторе длиной 90°
1000	$7,0 \times 10^{6}$ $1,9 \times 10^{7}$	1000 А°в каждом втором секторе длиной 45°

Влияние неравноме	рности толщины	тонкопленочного	покрытия в о	окружном на	правлении
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	4 · · · · · · · ·		· · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	<b>P</b>

Влияние на добротность зависит от наложения покрытия измененной толщины по окружности и формы эллиптической моды N = 2. Добротность  $Q_{TYJI}$  у двух вырожденных мод N = 2 различается. Максимальная разница наблюдается при чередовании значений толщины покрытия с шагом 45°, поскольку вырожденные моды отстоят друг от друга на 45°. Таким образом, необходимо обеспечить минимальную неоднородность толщины покрытия по окружности для соответствия функциональному требованию к однородной добротности  $Q_{TYJI}$  по окружности, то есть для обеспечения симметрии демпфирования, которая является функциональным требованием для минимизации дрейфа смещения нуля датчика.



Рис. 9. Влияние различных свойств материала покрытия на  $Q_{TVJI}$  в сравнении с эталонным материалом (золотом)

4.4.5 Влияние свойств материала покрытия на добротность  $Q_{TVJ}$ 

Проведено исследование влияния свойств материала тонкопленочного покрытия на добротность  $Q_{TVIT}$ . При этом золото выбрано в качестве эталонного материала. В ходе экспериментов изменяли только одно свойство материала, остальные оставались без изменений. Свойства материала варьировались по отношению к аналогичным свойствам золота. Некоторые свойства материала значительно влияли на добротность, как показано на рис. 9. Наиболее значимыми параметрами являются E и  $\alpha$ , тогда как параметры k и  $C_p$  не критичны. Этот же эффект E и  $\alpha$  наблюдается и в отношении термомеханического взаимодействия. Меньшее влияние теплопроводности указывает на то, что тепловое сопротивление играет менее важную роль, чем повышенная выработка тепла в материале покрытия.

## 5. Гибридная конфигурация резонатора

Как отмечалось выше, улучшить эксплуатационные характеристики датчика можно также за счет повышения эффективной массы и коэффициента преобразования угловой скорости. Добавление цилиндрического участка под полусферическим повышает эффективную массу, участвующую в моде вибрации N = 2, и коэффициент преобразования угловой скорости. Короткий наружный стержень добавляется, чтобы



обеспечить надежность крепления и свести к минимуму вибрацию в процессе изготовления для достижения высокого уровня точности. Кроме того, в соответствии с технологическими требованиями в конечной конфигурации резонатору придается требуемая обтекаемая форма. Таким образом, резонатор с гибридной конфигурацией состоит из полусферической и цилиндрической частей, длинного внутреннего стержня, короткого внешнего стержня и элементов для сглаживания перехода между ними. Для полученного образца выполнено моделирование методом конечных элементов, результат которого представ-

Рис. 10. Модель резонатора с гибридной функциональной конфигурацией, полученная методом конечных элементов лен на рис. 10.

## 5.1. Эксплуатационные характеристики

Эффективная масса *m*<sub>эфф</sub> представляет собой долю от общей массы резонатора, участвующей в определенной моде колебаний, и рассчитывается с учетом кинетической энергии моды колебаний и скорости их пучности.

$$m_{_{9\phi\phi}} = \frac{2 \times \text{Кинетическая энергия}}{(\text{Скорость пучности } N=2)^2} \,.$$
(18)

Коэффициент преобразования угловой скорости  $(A_g)$  – параметр, характеризующий способность гироскопа преобразовывать вынужденные колебания оболочки в измерительный сигнал по оси чувствительности с использованием кориолисова ускорения. Кориолисова сила, индуцированная входной угловой скоростью ( $\Omega$ ) оболочки, приводит к расщеплению собственной частоты моды колебаний N = 2 невращающейся оболочки [26]:

$$A_g = \frac{\pi \Delta f}{N\Omega} \,. \tag{19}$$

Следующим этапом исследований было изучение влияния цилиндрической части на эффективную массу и коэффициент преобразования угловой скорости. При этом было установлено, что оба эти параметра возрастают с увеличением высоты цилиндрической

части резонатора. Вместе с тем при увеличении высоты цилиндрической части увеличиваются размеры резонатора и всего датчика. В связи с этим высота цилиндрической части ограничена до 3 мм при радиальной толщине 1 мм. В табл. 4 представлены значения эффективной массы и коэффициента преобразования угловой скорости для чисто полусферической и гибридной полусферически-цилиндрической конфигурации.

Таблица 4

#### Сравнение значений эффективной массы и коэффициента преобразования угловой скорости для полусферической и гибридной конфигураций

Конфигурация	Эффективная масса (g)	Коэффициент преобразования угловой скорости	
Полусферическая	0,467	0,275	
Гибридная полусферически- цилиндрическая	0,543	0,317	

Как видно из табл. 4, эффективная масса и коэффициент преобразования угловой скорости у резонатора гибридной конструкции на 15% превышают соответствующие показатели для резонатора с чисто полусферической конфигурацией из-за наличия цилиндрической части. Коэффициент преобразования угловой скорости был также рассчитан для рабочей моды N = 3 и составил 0,16 и 0,18 соответственно для полусферической и гибридной конфигураций, что на 75% меньше по сравнению с модой N = 2. По результатам исследования эксплуатационных параметров была выбрана гибридная конфигурация с функциональной модой N = 2 с коэффициентом добротности  $Q_{TVД}$  моды N = 2, равным 2,9×10°. В табл. 5 представлены первые четыре значения собственной частоты и формы моды для окончательного варианта функционального гибридного резонатора.

Таблица 5

#### Первые четыре значения собственной частоты и формы моды для окончательного варианта резонатора гибридной конфигурации

Мода №	Частота, Гц	Форма моды	Примечания
1	3696	Полносимметричные колебания оболочки	Частота первой моды поддерживалась на уровне, значительно превышающем 2000 Гц, для устранения вибрационной нагрузки при запуске
2	4097	Наклон оболочки	Частота сдвинута относительно рабочей моды датчика
3	5567	N = 2, эллиптическая	Рабочая мода датчика
4	6364	Наклон стержня	Частота сдвинута относительно рабочей моды датчика

# 5.2. Исследование покрытия гибридного резонатора

Следующим шагом стало изучение тонкого покрытия на гибридной конфигурации резонатора. Прежде всего проанализировано влияние покрытия толщиной 1000 А° на

отдельные участки – цилиндрическую и полусферическую части. Кроме того, изучен эффект частичного покрытия.

## 5.2.1 Влияние покрытия на отдельные части резонатора

Влияние покрытия на отдельные части резонатора – цилиндрическую и полусферическую – исследовали в двух вариантах: при покрытии внутренней и внешней поверхностей. Кроме того, изучено влияние золотого покрытия на нижнюю грань (радиальная толщина грани – 1 мм) цилиндрической части. Полученные результаты представлены в табл. 6. На рис. 11 показан график изменения температуры при наружном и внутреннем нанесении покрытия.

Таблица б

## Коэффициент добротности $Q_{_{TY\!\mathcal{A}}}$ при различных вариантах нанесения тонкопленочного покрытия

Варианты нанесения покрытия	$\mathcal{Q}_{\scriptscriptstyle T\!V\!\!\mathcal{A}}$
Наружная поверхность только цилиндрической части	8,3×10 <sup>7</sup>
Наружная поверхность только полусферической части	4,5×10 <sup>6</sup>
Наружная поверхность цилиндрической и полусферической частей	4,4×10 <sup>6</sup>
Внутренняя поверхность только цилиндрической части	7,3×10 <sup>7</sup>
Внутренняя поверхность только полусферической части	4,8×10 <sup>7</sup>
Внутренняя поверхность цилиндрической и полусферической частей	3,1×10 <sup>7</sup>
Поверхность только нижней грани радиальной толщиной 1 мм	2,8×10 <sup>9</sup>
Все поверхности	4,0×10 <sup>6</sup>



Рис. 11. Профиль изменения температуры при наружном и внутреннем нанесении покрытия

Можно заметить, что  $Q_{TNZ}$  снижается даже в случае нанесения покрытия только на цилиндрическую часть и еще больше – при нанесении покрытия на обе части. Характер изменения температуры, вызывающего конструкционное напряжение в резонаторе, различается в случае нанесения покрытия на наружную и внутреннюю поверхности. В первом случае дополнительное напряжение возникает в области полюса полусферы. Время тепловой релаксации в области полюса уменьшается по окружности. Резонатор с наружным покрытием сильнее отклоняется от адиаба-

тического диапазона из-за дополнительной теплопередачи. Вследствие этого  $Q_{TVA}$  снижается сильнее в случае нанесения наружного покрытия. Влияние покрытия на нижней грани радиальной толщины на  $Q_{TVA}$  пренебрежимо мало. Из сказанного можно сделать вывод, что  $Q_{TVA}$  зависит от конфигурации покрытия.

### 5.2.2 Влияние частичного покрытия в направлении полюса резонатора

Теперь рассмотрим влияние частичного покрытия в направлении полюса резонатора при наружном и внутреннем нанесении путем изменения угла покрытия от плоскости экватора. Результаты экспериментов представлены на рис. 12. Можно заметить, что уменьшение площади покрытия приводит к уменьшению рассеяния, а начальное снижение  $Q_{TYZ}$  увеличивается вследствие более сильного напряжения в области экватора для функциональных мод.



Рис. 12. Влияние частичного покрытия в направлении полюса

### 6. Реализация и определение характеристик гибридного резонатора

В качестве основного материала для гибридного резонатора выбрано кварцевое стекло высокой чистоты Suprasil 312, чтобы свести к минимуму вклад внутреннего трения в материале резонатора ( $Q_{BT}$ ) в  $Q_{3\phi\phi}$ . Анализ влияния дефектов изготовления на потери энергии в опоре резонатора (конструкционное демпфирование) был выполнен ранее в работе авторов [27], в результате которого были найдены технологические допущения, позволяющие добиться значения добротности  $Q_{констр}$  свыше нескольких миллионов. Гибридный прецизионный резонатор, представленный на рис. 13, реализован с применением ультразвукового оборудования. Полученный образец прошел тщательное метрологическое исследование, в результате кото-



Рис. 13. Образец прецизионного гибридного резонатора с ультразвуковой шлифовкой поверхности

рого были достигнуты размерные и геометрические допуски в пределах 10 микрон. Таким образом, вклад  $Q_{_{констр}}$  для данного образца симметричного высокоточного резонатора удалось минимизировать. В работе [27] была также выполнена оценка повреждения поверхности материала в результате ультразвуковой обработки, которая является основной причиной поверхностного рассеяния. Установлено, что поверхностное рассеяние, связанное с технологией изготовления, существенно влияет на добротность резонатора без покрытия.

## 6.1. Нанесение покрытия на резонатор

Золотое покрытие нанесено на резонатор методом высокоэнергетического электронно-лучевого распыления, поскольку именно этот метод позволяет получить

покрытие с высокой плотностью, улучшенными показателями адгезии, твердости и шероховатости, а также с более высокой устойчивостью по сравнению с методом термического испарения в вакууме [28]. Этот метод подходит для нанесения сверхтонких покрытий. Имеющаяся установка для нанесения покрытий общего назначения непригодна для трехмерного нанесения покрытий на сферические поверхности. Существующая установка была дополнена специальным механизмом для трехмерного нанесения покрытия на все сферические поверхности. Резонатор с покрытием показан на рис. 14.



Рис. 14. Гибридный резонатор из кварцевого стекла с тонкопленочным золотым покрытием, нанесенным методом высокоэнергетического электронно-лучевого распыления

## 6.2 Определение характеристик покрытия

Определение поверхностных характеристик тонкопленочного покрытия заключается главным образом в оценивании свойств тонкой пленки, толщины покрытия и его сцепления с материалом основы с точки зрения функциональных требований. Поскольку методы определения всех этих характеристик являются контактными, их нельзя применять в случае реального высокоточного резонатора, поэтому эта работа была выполнена на испытательном образце. Для определения характеристик покрытия оно наносилось и на резонатор, и на образец из полированного кварца. Значения шероховатости поверхности измерялись до нанесения покрытия с помощью атомно-силового микроскопа фирмы Park. Измерения производились в диапазоне 2-4 A°, что значительно меньше планируемой толщины тонкопленочного покрытия, составляющей 1000-2000 А°. Таким образом, было обеспечено соответствие профиля поверхности требованию к тонкопленочному покрытию. Толщину покрытия измеряли с помощью оптического профилометра фирмы Bruker; результаты измерений представлены на рис. 15. Общая толщина покрытия составила 1545 А°, включая подслой хрома толщиной порядка 400-500 А°. Толщина золотого покрытия, следовательно, составляла около 1000 А°. Значения шероховатости поверхности после нанесения покрытия варьировались в пределах 10-20 А°.



Рис. 15. Измерение толщины тонкопленочного покрытия с помощью оптического профилометра

Для определения механических свойств поверхности с нанесенным покрытием выполнено наноиндентирование с различными вертикальными нагрузками с использованием наноиндентора Hysitron. Значения нагрузки подбирали так, чтобы обеспечить нужную глубину индентирования с учетом толщины пленки и шероховатости поверхности тонких пленок [29]. Результаты исследования представлены в табл. 7.

Таблица 7

Вертикальная нагрузка (×10 <sup>-6</sup> H)	Глубина индентирования (×10 <sup>-6</sup> м)	Модуль Юнга (ГПа)	Твердость (ГПа)
100	0,028	43,5	1,91
200	0,042	48,7	2,83
500	0,070	52,6	3,01

Результаты испытаний методом наноиндентирования с различными вертикальными нагрузками

Из таблицы видно, что по мере увеличения глубины индентирования значения модуля Юнга и твердости увеличиваются и приближаются к объемным характеристикам золота. При малой глубине индентирования более значимым является влияние шероховатости поверхности. При индентировании практически на всю толщину покрытия преобладает влияние основного материала. Для оценки сцепления тонкой пленки с подслоем был проведен склероскопический тест с измерением коэффициента трения. При этом осуществлялся контроль нагрузки. Наноцарапина, нанесенная на покрытие, показана на рис. 16. График коэффициента трения, полученного на интервале времени нанесения царапины, представлен на рис. 17. Результаты склероскопического теста с различными вертикальными нагрузками приведены в табл. 8.



Рис. 16. Царапина, нанесенная на тонкопленочное золотое покрытие



Рис. 17. Коэффициент трения в ходе проведения склероскопического теста

Из рис. 17 видно, что на интервале нанесения царапины коэффициент трения не претерпевает резких изменений. Это говорит о том, что даже при значении вертикальной нагрузки 5000 мкН адгезия покрытия не нарушается. При тестировании с другими вертикальными нагрузками коэффициент трения изменяется в пределах 10%. По мере увеличения вертикальной нагрузки возрастают глубина индентирования и ширина царапины.

Таблица 8

Вертикальная нагрузка (заданная) (×10 <sup>-6</sup> H)	Боковое усилие (измеренное) (×10 <sup>-6</sup> H)	Коэфф. трения	Глубина индентирования (×10 <sup>-6</sup> м)	Ширина индентирования (×10 <sup>-6</sup> м)
100	26	0,26	0,020	0,16
200	50	0,25	0,026	0,25
500	126	0,25	0,060	0,60
1000	263	0,26	0,090	0,85
2000	504	0,25	0,137	1,20
5000	1148	0,23	0,180	1,60

Результаты склероскопического теста с различными вертикальными нагрузками

#### 6.3. Тонкая балансировка



Рис. 18. Чувствительность двух мод  $N = 2 (\omega_1 \ u \ \omega_2)$ , обусловливающая частоту и местоположение соответствующих осей по окружности

Несбалансированное распределение массы может привести к расщеплению частоты моды N = 2, что также влияет на эффективность работы датчика. Следовательно, после нанесения покрытия необходимо провести тонкую балансировку резонатора. Точное расположение осей высокой и низкой жесткости определяют методом лазерной доплеровской виброметрии (ЛДВ), как показано на рис. 18. Золото наносится в виде четырех равных масс необходимого количества, которое определяется в результате анализа несбалансированной масс-частотной чувствитель-

ности, в четырех точках с максимальной амплитудой колебаний на высокочастотной оси на кромке с помощью высокоточной установки для нанесения покрытий. Начальное расщепление частоты 1,2 Гц уменьшается до 30 мГц в три этапа в соответствии с требованиями тонкой балансировки.

#### 6.4. Оценка добротности

Измерение добротности Q выполняется методом ЛДВ, при этом резонатор помещают в вакуумную камеру. Для определения характеристики резонатор возбуждают до резонансной частоты с помощью низкоамплитудной пьезоэлектрической виброподставки, которая вибрирует на частоте N = 2. Это позволяет исключить вклад  $Q_{_{3лектр}}$  из-за электростатического возбуждения в общий показатель  $Q_{_{3\phi\phi}}$  во время определения характеристик. После достижения устойчивого резонанса вычисляется

собственная частота резонатора методом преобразования Фурье для сигнала скорости, полученного при ЛДВ. Затем виброподставку выключают, после чего происходит естественный спад и затухание амплитуды колебаний. Наилучшим методом оценивания демпфирования резонаторов с высокой добротностью является внутрирезонаторная спектроскопия, при которой измерения выполняются на кромке цилиндрической части резонатора.

Коэффициент добротности *Q* вычисляется по следующей формуле [30]:

$$Q = \pi \tau_r f, \tag{20}$$

где  $\tau_r$  – постоянная времени затухания, f – резонансная частота колебаний.

Определение характеристики  $Q_{_{3\phi\phi}}$  для резонатора с нанесенным покрытием производится в окружном направлении, как показано на рис. 19; в данном случае ее среднее значение составляет 2,4×10<sup>6</sup>. Изменения от пика к пику варьируются в пре-

делах 15%, что свидетельствует об асимметричном демпфировании. Наиболее вероятной причиной этого является изменение поверхностного рассеяния после изготовления изделия, а также неоднородность покрытия в окружном направлении на трехмерной поверхности.

Был проведен эксперимент по оценке влияния демпфирования при различных значениях давления внутри вакуумной



камеры для определения уровня рабочего давления датчика с резонатором исследуемой конструкции. При давлении менее 1  $H/m^2$  ( $10^{-2}$  мбар) существенного улучшения показателя  $Q_{_{s\phi\phi}}$  не выявлено. Целесообразно проводить определение характеристик резонатора и использовать датчик при давлении гораздо ниже 1  $H/m^2$ , чтобы исключить вклад  $Q_{_{cpeda}}$  в  $Q_{_{sd\phi}}$ .

По результатам приведенных исследований можно сделать вывод о том, что без нанесения покрытия добротность  $Q_{_{3\phi\phi}}$  высокоточного резонатора миллиметровых габаритов ограничивается внутренним трением материала резонатора и поверхностным рассеянием, связанным с технологией изготовления. При нанесении покрытия добротность  $Q_{_{3\phi\phi}}$  резонатора ограничивается эффективным коэффициентом добротности для  $Q_{_{TVД}}$  (с покрытием), внутренним рассеянием в материале покрытия и  $Q_{_{nosepxw}}$ . В настоящей работе удалось достичь значения расщепления частоты менее 50 мГц и значения добротности  $Q_{_{3\phi\phi}}$  свыше 1 млн для окончательного варианта гибридного резонатора, отвечающего установленным техническим требованиям.

## 7. Выводы

В настоящей работе получены количественные требования к добротности механического резонатора ТВГ на основе эквивалентной номинальной характеристики механического шума. Проведена оценка термоупругого демпфирования путем численного решения тесно связанных уравнений полей по мультифизическому методу конечных элементов. В результате достигнутого высокого значения  $Q_{TYJ}$  и других

эксплуатационных параметров, в частности более высокой эффективной массы и коэффициента преобразования угловой скорости, получена конструкция макромасштабного гибридного резонатора из кварцевого стекла. Проведено моделирование влияния различных размеров резонатора и свойств материалов на  $Q_{_{TV\!T\!}}$ . Влияние увеличения толщины оболочки на увеличение  $Q_{_{TV\!I\!I}}$  сопоставимо с влиянием среднего радиуса оболочки на этот параметр. Наиболее значимыми для  $Q_{_{TV\!\Pi}}$  свойствами материала покрытия являются Е и а. Выполнено исследование влияния тонкопленочного электропроводящего покрытия, неоднородности и конфигураций покрытия на ТУД. При нанесении тонкопленочного покрытия толщиной 1000 А° (толщина покрытия составляет 0,01% от толщины оболочки, равной 1 мм) наблюдается уменьшение  $Q_{_{T\!Y\!M}}$ . По мере увеличения толщины покрытия ТУД усиливается. Вместе с тем увеличивается первоначальное снижение  $Q_{TVIT}$  Была также рассмотрена роль внутреннего трения в материале резонатора и материале покрытия. Влияние неоднородной толщины покрытия зависит от наложения покрытия измененной толщины по окружности и от формы эллиптической моды N = 2. Частотно-зависимый модуль Юнга увеличивается по мере возрастания рассеяния.

Реализован прецизионный резонатор с нанесением тонкопленочного покрытия методом высокоэнергетического электронно-лучевого распыления. Определение характеристик покрытия с помощью атомно-силового микроскопа, оптического профилометра, наноиндентора и наносклероскопических приборов позволило получить требуемую толщину пленки и хорошую адгезию. После нанесения покрытия была проведена тонкая балансировка резонатора до уровня 30 мГц методом точечного добавления массы. Определение добротности резонатора с тонкопленочным покрытием выполнено с помощью ЛДВ. Для гибридной конфигурации резонатора достигнуто значение добротности в несколько миллионов и определены параметры тонкой балансировки. При этом, однако, установлено, что изменение добротности от пика к пику варьируется в пределах 15%, что свидетельствует об асимметричном демпфировании. Чтобы установить точную причину этого явления, требуются более сложные и глубокие исследования отдельно взятых факторов. Эти исследования лягут в основу дальнейшей работы по улучшению рабочих характеристик резонатора для использования в высокоэффективных ТВГ.

## Благодарность

Авторы выражают глубокую признательность А. Джорджу, Р. Сивакумарану, доктору А. Анилкумару, С.П. Падиану и доктору Д.С.Д. Деву из отдела инерциальных систем Индийской организации космических исследований (IISU, ISRO) за их ценную поддержку в проведении исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Xu, W., Wenqi, W., Bing, L., and Yun, L., The modelling of hemispherical gyro and its space applications, *Proceedings of 7th International Symposium on Precision Engineering Measurements and Instrumentation*, 2011, 8321(1), 4–9.
- 2. Choudhary, V. and Iniewski, K., MEMS: Fundamental technology and applications, CRC Press, 2013.
- **3.** Joshi, S., Hung, S., and Vengallatore, S., Design strategies for controlling damping in micromechanical and nanomechanical resonators, *EPJ Techniques and Instrumentation*, 2014, 1(5), 1–14.

- 4. Imboden, M. and Mohanty, P., Dissipation in nanoelectromechanical systems, *Physics Reports*, 2014, 534(3), 89–146.
- 5. Zener, C., Internal friction in solids. I. Theory of internal friction in reeds, *Physical Review*, 1937, 52(3), 230–235.
- 6. Roszhart, T.V., The effect of thermoelastic internal friction on the Q of micromachined silicon resonators, *IEEE 4th Technical Digest on Solid-State Sensor and Actuator Conference*, 1990, 13–16, S.C., U.S.A.
- 7. Yasumura, K.Y., Stowe, T.D., Chow, E.M., Pfafman, T., Kenny, T.W., Stipe, B.C., and Rugar, D., Quality factor in micron and submicron thick cantilevers, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2000, 9(1), 117–125.
- 8. Lifshitz, R. and Roukes, M.L., Thermoelastic damping in micro and nano mechanical systems, *Physical Review B*, 2000, 61(8), 5600–5609.
- 9. De, S.K. and Aluru, N.R., Theory of thermoelastic damping in electrostatically actuated microstructures, *Physical review B*, 2006, 74(14), 144305\_1–13.
- 10. Sun, Y., Fang, D., and Soh, A.K., Thermoelastic Damping in micro-beam resonators, *International Journal of Solids and Structures*, 2006, 43(10), 3213–3229.
- Wong, S.J., Fox, C.H.J., McWilliam, S., Fell, C.P., and Eley, R., A preliminary investigation of thermo-elastic damping in silicon rings, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2004, 14(9), S108–S113.
- Sorenson, L., Shao, P., and Ayazi, F., Bulk and surface thermoelastic dissipation in micro hemispherical shell resonators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2015, 24(2), 486–502.
- **13.** Sandberg, R., Molhave, K., Boisen, A., and Svendsen, W., Effect of gold coating on the Q factor of a resonant cantilever, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2005, 15(12), 2249–2253.
- Darvishian, A., Shiari, B., Cho, J.Y., Nagourney, T., and Najafi, K., Investigation of thermoelastic loss mechanism in shell resonators, *Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Con*gress and Exposition, 2014, 39331–39336, Canada.
- 15. Darvishian, A., Nagourney, T., Cho, J.Y., Shiari, B., and Najafi, K., Thermoelastic dissipation in micromachined birdbath shell resonators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2017, 26(4), 758–772.
- Abdolvand, R., Johari, H., Ho, G.K., Erbil, A., and Ayazi, F., Quality factor in trench-refilled polysilicon beam resonators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2006, 15(3), 471–478.
- 17. ComsolMultiphysicsver 5.3, COMSOL Inc., Massachusetts, U.S.A.
- Sharma, N.G., George, A., Pandian, S.P., Sundararajan T., and Gautam S.S., Design of inertial class gyroscope resonator with ultra high quality factor for interplanetary space missions, Advances in Mechanical Engineering, Lecture notes in mechanical engineering, 2020, Springer, 1071–1084.
- 19. Wong, S.J., Fox, C.H.J., and McWilliam, S., Thermo elastic damping of the in-plane vibration of thin silicon rings, Journal of Sound and Vibration, 2006, 293(1–2), 266–285.
- Lunin, B.S., Basarab, M.A., Matveev, V.A., Yurin, A.V., Resonator materials for Coriolis vibratory gyroscopes, 22<sup>nd</sup> Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems proceedings, 2015, 383–386.
- Penn, S.D., Harry, G.M., Gretarsson, A.M., Kittelberger, S.E., Saulson, P.R., Schiller, J.J., Smith, J.R., and Swords, S.O., High quality factor measured in fused silica, *Review of Scientific Instruments*, 2001, 72(9), 3670–3673.
- 22. Ageev, A., Palmer, B.C., Felice, A.D., Penn, S.D., and Saulson, P.R., Very high quality factor measured in annealed fused silica, *Classical and Quantum Gravity*, 2004, 21(16), 3887–3892.
- Guzman, L., Miotello, A., Checchetto, R., and Adami, M., Ion beam induced enhanced adhesion of gold films deposited on glass, *Surface and Coatings Technology*, 2002, 158, 558–562.
- 24. Nagourney, T., Cho, J.Y., Darvishian, A., Shiari, B., and Najafi, K., Effect of metal annealing on the Q factor of metal coated fused silica micro shell resonators, *Proceedings of IEEE International Sympo*sium on Inertial Sensors and Systems, 2015, 1–5, Hapuna, U.S.A.
- 25. Li, T.J., and Bellon, L., Dissipation of micro-cantilevers as a function of air pressure and metallic coating, *Europhysics Letters*, 2011, 98(1), 14004\_1–4.
- Hwang, J.J., Chou, C.S., and Chang, C., Precession of vibrational modes of a rotating hemispherical shell, ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1997, 119(4), 612–617.
- **27.** Sharma, N.G., Sundararajan T., and Gautam S.S., Effect of geometric imperfections on anchor loss and characterization of a gyroscope resonator with high quality factor, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, 11(3), 206–213.

- 28. Martin, P.J., Ion enhanced adhesion of thin gold films. Gold bulletin, 1986, 19(4), 102–116.
- Nazemian, M. and Chamani, M., Experimental investigation and finite element simulation of the effect of surface roughness on nanoscratch testing, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, 33(5), 2331–2338.
- **30.** Jeanroy, A., Bouvet, A., and Remillieux, G., HRG and marine applications, *Gyroscopy and Navigation*, 2014, 5(2), 67–74.

Sharma, G.N. (ISRO Inertial Systems Unit, Thiruvananthapuram, Kerala, India), Sundararajan T. (Vikram Sarabhai Space Centre, Thiruvananthapuram, Kerala, India), and Singh, G.S. (Indian Institute of Technology, Guwahati, India)

Thermoelastic Damping Based Design, Sensitivity Study and Demonstration of a Functional Hybrid Gyroscope Resonator for High Quality Factor, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2021, vol. 29, no. 1 (112), pp. 70–96.

Abstract. The most critical element of Hemispherical Resonator Gyroscope (HRG) is the high quality factor (Q-factor) mechanical resonator. This paper discusses the role of thermoelastic damping (TED) on effective O-factor. Finite element method (FEM) is used to solve this highly coupled field problem involving vibration, solid mechanics, heat transfer and thermodynamics. The major contribution of this paper is the sensitivity analysis of the effect of material property, operating temperature and dimensions to arrive at macro scale resonator configuration. Hybrid hemispherical-cylindrical configuration is proposed by studying the performance parameters such as effective mass and angular gain. The uniqueness of the present work is the sensitivity study of ultra thin film coating (volume fraction of 0.01%), coating variations and different coating configurations. The coating can reduce the O-factor by a few orders compared to uncoated shell. It has been found that coating material selection and coating configuration are very important factors. Another significance of the present work is the realization and detailed characterization of the hybrid fused silica resonator. Thin film gold coating is done on the 3D surfaces of the realized precision resonator. Detailed coating characterization is carried out using sophisticated instruments. Very fine balancing to the order of a few mHz is achieved after coating. Q-factor measurement of the coated resonator is carried out using LDV and achieved a few millions in the final functional hybrid resonator.

Key words: hemispherical resonator gyroscope, elliptical modes, Q-factor, thermoelastic damping, thin film coating.

Материал поступил 10.10.2020