

А. В. ВЯЛКОВ, Т. П. ВЯЛКОВА

КАЛИБРОВКА MEMS-ДАТЧИКОВ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РУЧНОГО СТЕНДА

В статье предложен метод, который позволяет скорректировать результаты заводской калибровки инерциальных модулей измерительных систем. Он был разработан для исследований штопора свободно летающих моделей самолетов в вертикальной аэродинамической трубе. Калибровка выполняется непосредственно перед проведением цикла испытаний. Метод основан на использовании специального ручного полноповоротного стенда и обеспечивает коррекцию погрешностей выходных сигналов триад инерциальных MEMS-датчиков и триады магнитометров.

Ключевые слова: инерциальные системы, калибровка инерциальных датчиков.

Введение

Режимы штопора самолетов с помощью геометрически и динамически подобранных свободно летающих моделей в рабочей части вертикальной аэродинамической трубы сегодня исследуются с применением устанавливаемых внутри модели малогабаритных инерциальных измерительных систем [1]. Такие системы позволяют в реальном времени автономно находить углы ориентации модели, отклонять рули управления и оценивать эффективность методов и законов управления в штопоре. Расчет углов ориентации выполняется с помощью фильтров Калмана, где в качестве измерений используются данные об ускорении и угловой скорости от встроенных триад MEMS-акселерометров, датчиков угловой скорости, и методов, описанных в [2]. В настоящее время изучается возможность применения триады магнитометров, измеряющих вектор индукции магнитного поля Земли или геомагнитный вектор. Данные спутниковой навигации для систем, расположенных внутри рабочей части аэродинамической трубы, недоступны.

Инерциальная измерительная система для исследования штопора условно делится на модуль инерциальных датчиков с триадой магнитометров и бортовой вычислитель. Датчики дают информацию о векторе ускорения, угловой скорости и геомагнитном векторе, вычислитель обрабатывает данные и задает углы отклонения органов управления моделью. Корректная работа системы возможна только после предварительной калибровки модуля инерциальных датчиков.

Цель калибровки – определить инструментальные погрешности датчиков для их последующей коррекции во время полета модели. Поскольку в инерциальном модуле установлены MEMS-датчики, необходимо выполнить первичную калибровку

Вялков Андрей Викторович. Кандидат технических наук, начальник отдела, доцент кафедры АЛЭ, ФАЛТ, МФТИ, Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского (ФАУ «ЦАГИ») (г. Жуковский, Московская область).

Вялкова Татьяна Петровна. Ведущий инженер, ФАУ «ЦАГИ».

после изготовления системы, а затем периодически проводить вторичную непосредственно перед циклами испытаний. В литературе первичная калибровка часто называется лабораторной, вторичная – полевой.

Вторичная калибровка предназначена для настройки параметров инерциальных датчиков за счет коррекции неточностей первичной калибровки и погрешностей, возникающих при хранении. Она проводится в полевых условиях и не должна требовать больших трудовых затрат и дорогого специального оборудования.

Разработанные методы полевой калибровки предполагают применение вектора силы тяжести, который измеряется акселерометрами в стационарном состоянии, производной вектора силы тяжести при поворотах модуля и дополнительных средств наблюдения за положением, таких как магнитометры, GPS-приемник, видеокамера и высокоточные модули инерциальных датчиков. В [3] калибровка датчиков осуществляется за счет измерений вектора силы тяжести при установке модуля в стационарные положения и при вращении модуля. Во втором случае вектор угловой скорости определяется при помощи последовательности видеок кадров, полученных от закрепленной на нем видеокамеры.

Метод, предложенный в [4], основан на ручной установке разных статических положений при непрерывной регистрации показаний акселерометров и датчиков угловой скорости. При обработке сначала определяются калибровочные параметры триады акселерометров, затем путем минимизации разности углов, полученных по скорректированным данным акселерометров и по зарегистрированному вектору угловой скорости, рассчитываются калибровочные параметры датчиков угловой скорости. Погрешности ортогональности триады датчиков угловой скорости при этом не учитываются. Кроме того, в работе показано, что многопозиционные методы калибровки модулей инерциальных MEMS-датчиков с использованием вращающихся стендов и ручных поворотов дают равноценные результаты. К аналогичному выводу также пришли и авторы статьи [6].

В [5] описывается алгоритм калибровки триады магнитометров, который предполагает накопление промежуточных матриц и определение момента перехода к расчету калибровочных параметров. В ходе процедуры оператор держит калибруемый модуль в руках и выполняет произвольные повороты.

В [7] рассмотрен метод полевой калибровки триады датчиков угловой скорости, основанный на фильтре Калмана и медленном ручном вращении модуля. Системные уравнения фильтра описывают динамику погрешности ориентации триады в навигационной системе координат, а уравнения наблюдения позволяют отслеживать параметры триады с помощью регистрируемых показаний акселерометров. В [8] и [9] калибровку предлагается осуществлять посредством многократных вращений инерциального модуля с последующей его установкой в статические положения. По существу, это многопозиционные методы, которые авторы дополняют разными схемами вращения и даже свободным падением модуля с последующей его поимкой руками. В работе [10] также рассматривается многопозиционный метод калибровки, но с учетом температурных погрешностей датчиков. Показания датчиков предлагается регистрировать как при постоянной температуре, так и при прогреве инерциального модуля.

Оригинальный метод калибровки предложен в [11]. Для определения параметров математической модели датчиков используется держатель в виде икосаэдра с 22 гра-

нями с усечением двух вершин, изготовленный посредством 3D-печати из АБС-пластика, внутри которого размещается настраиваемый инерциальный модуль. В основе метода калибровки лежит регистрация показаний датчиков при последовательной установке держателя на все грани и выдержка его в статическом положении не менее одной секунды. Затем из данных, полученных в статических положениях, итерационно находятся параметры акселерометров и значения углов крена и тангажа. Далее из данных угловой скорости, соответствующих поворотам держателя, и найденных углов крена и тангажа определяются параметры датчиков угловой скорости и матрица привязки осей чувствительности к триаде акселерометров. В [12] рассматривается задача учета рассогласования осей чувствительности триад акселерометров и датчиков угловой скорости.

В настоящей статье описывается метод калибровки бортовых инерциальных систем, используемый с 2017 года при подготовке к испытаниям на штопор моделей в вертикальной аэродинамической трубе. Метод предполагает применение контейнера в виде разъемной пластиковой сферы, внутри которой размещаются инерциальная система с калибруемым модулем датчиков и источник питания. Сфера устанавливается на трех опорах на специальной подставке, что позволяет выполнять случайные повороты с переходом в стационарное состояние без перемещения центра вращения в пространстве. Данные датчиков инерциального модуля передаются с помощью цифрового радиоканала. Непрерывные и разнонаправленные повороты сферы дают возможность калибровать магнитометры, повороты с переходом в стационарное состояние – акселерометры, датчики угловой скорости и корректировать неортогональность и рассогласование осей чувствительности. Предлагаемый способ калибровки можно полностью отнести к полевым методам. Рассматривается также математическая модель датчиков, аппаратные средства и методы расчета калибровочных параметров триад датчиков.

Системы координат

Для описания процедуры калибровки датчиков воспользуемся следующими системами координат (СК): ортогональными неподвижной нормальной и подвижными связанной и приборной, а также неортогональными СК триад датчиков. Первые три определим как правые прямоугольные декартовы.

Неподвижную нормальную земную СК $O_o X_g Y_g Z_g$ обозначим индексом «н» и определим согласно [13]: ось $O_o Y_g$ направим вверх по местной вертикали, а оси $O_o X_g$ и $O_o Z_g$ разместим в горизонтальной плоскости в произвольном направлении.

Подвижную связанную СК $OXYZ$ обозначим индексом «св» и зададим фиксированными осями, направленными вдоль продольной оси OX , нормальной оси OY и поперечной оси OZ модели летательного аппарата. Начало связанной СК разместим в центре масс модели.

Приборную подвижную СК обозначим индексом «пр», ее оси OX и OZ разместим в плоскости основания модуля инерциальных датчиков, а ось OY дополним ее до правой декартовой системы координат. В рабочем положении оси приборной и связанной систем координат совпадают.

Неортогональные СК триад составим из векторов, ориентированных вдоль осей чувствительности датчиков. Обозначим их по вектору внешнего воздействия: для

линейного ускорения – «а», угловой скорости – «ω», индукции магнитного поля – «м», в общем случае – просто «х». Матрицы, выполняющие пересчет векторов между СК, обозначим как $\mathbf{M}_{\text{пр}}^{\text{пр}}$. Индексы указывают направление пересчета – от нижнего к верхнему. В общем случае это неортогональные матрицы.

Математическая модель датчиков

Инструментальные погрешности датчиков характеризуют их отклонение от моделей идеальных систем, измеряющих инерциальные параметры движения. Под идеальной системой инерциальных датчиков традиционно [14] понимаются триады акселерометров и датчиков угловой скорости, оси чувствительности которых совпадают с осями приборной системы координат, а датчики без искажений воспроизводят измеряемые величины.

Каждая реальная система датчиков характеризуется случайными и детерминированными или систематическими погрешностями, полнота учета которых обуславливается ее математической моделью. К случайным погрешностям относятся шум датчиков, долговременный дрейф и погрешность смещения нуля при включении питания. Систематические погрешности вызваны неточным знанием масштабных коэффициентов, неортогональности осей чувствительности датчиков, смещений нуля и их температурных зависимостей. Причиной систематической погрешности датчиков угловой скорости может быть также воздействие линейного ускорения и силы тяжести.

Погрешности масштабных коэффициентов и ориентации осей чувствительности в приборной системе координат триад датчиков описываются матрицами 3×3 , смещение нуля – вектором, температурные зависимости – полиномами. Матрица определяет взаимное положение осей чувствительности триады и осей приборной СК и учитывает масштабные коэффициенты. Полностью заполненная матрица предполагает отклонение всех осей триады от приборных осей. Нижняя треугольная матрица обуславливает совмещение оси OX триады с приборной осью OX и отклонение других осей триады от приборных.

Для триад датчиков инерциальной измерительной системы примем следующую упрощенную модель:

$$\mathbf{x}^x = \mathbf{M}_{\text{пр}}^x \mathbf{x}^{\text{пр}} + \mathbf{b}^x + \mathbf{w}^x, \quad \mathbf{b}^x = \mathbf{b}_0^x + \mathbf{k}^x \cdot (T - 25^\circ\text{C}). \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{x}^{\text{пр}}$ – измеряемый триадой вектор, заданный в приборной СК; \mathbf{x}^x – вектор, зарегистрированный датчиками триады; \mathbf{b}^x – вектор смещения нуля; \mathbf{b}_0^x – вектор смещения нуля при 25°C ; $\mathbf{M}_{\text{пр}}^x$ – матрица преобразования из приборной СК в СК триады; \mathbf{k}^x – вектор, составленный из коэффициентов температурной зависимости смещения нуля; T – температура триады, $^\circ\text{C}$; \mathbf{w}^x – вектор шумов датчиков, который будем считать широкополосным белым шумом с нормальным законом распределения и нулевым математическим ожиданием. Чтобы упростить изложение материала, с учетом возможности осреднения результатов измерения на протяженном интервале времени вектором шумов датчиков в дальнейшем пренебрежем.

Первое равенство в модели (1) определяет результат измерения датчиками триады, второе – линейную зависимость смещения нуля от температуры. Будем считать,

что температурная зависимость полностью учтена после первичной калибровки и в дальнейшем сохраняется. Вычитание из значения температуры 25°C позволяет легко рассчитать смещение нуля в лабораторных условиях. При $T = 25^{\circ}\text{C}$ температурная коррекция в (1) обнуляется.

Матрица \mathbf{M} зависит от точности первичной калибровки и стабильности триады датчиков в течение длительного времени. В случае если после первичной калибровки параметры изменились несущественно, диагональные элементы матрицы соответствуют погрешности масштабных коэффициентов, а все остальные элементы – погрешностям ориентации осей чувствительности триады. Для триады магнитометров матрица учитывает также местное искажение геомагнитного вектора. Для идеальной триады датчиков и идеальной первичной калибровки \mathbf{M} является единичной диагональной матрицей.

Из модели (1) следует простое выражение коррекции результатов измерения вектора \mathbf{x} :

$$\mathbf{x}^{\text{пр}} = \mathbf{M}_x^{\text{пр}} (\mathbf{x}^x - \mathbf{b}^x). \quad (2)$$

Практическое применение такой коррекции требует определения 12 или 15 параметров. В первом случае это 6 неизвестных членов нижней треугольной матрицы чувствительности \mathbf{M} , три компоненты вектора смещения нуля \mathbf{b}_0^x и три компоненты вектора \mathbf{k}^x , во втором – 9 членов полной матрицы чувствительности и вектор смещения нуля \mathbf{b}^x (1).

В зависимости от типа датчиков и точности их первичной калибровки модель может быть упрощена. Например, если нет температурной зависимости, то вектор \mathbf{k}^x является нулевым, и число определяемых параметров уменьшается на 3.

Ручной полноповоротный стенд

Опыт подготовки первых инерциальных систем [1] к испытаниям на штопор показал, что необходимо выполнить случайный набор поворотов настраиваемой системы без переноса центра вращения в пространстве и перейти к состоянию покоя после завершения каждого поворота.

Если при поворотах оператор держит систему в руках, то он перемещает ее в пространстве. Это вызывает изменение искажений геомагнитного вектора, обусловленных воздействием искусственных источников – любых магнетиков и электрических приборов. Кроме того, переход в состояние покоя при таком способе вращения затруднителен. Если поворот выполняется на автоматизированном стенде, то такой стенд не должен искажать магнитное поле, что трудно совместить с его автоматизацией.

С целью устранения указанных недостатков был разработан пластиковый ручной полноповоротный стенд (рис. 1) в виде разъемной сферы диаметром 200 мм, размещенной на трех опорах на специальной



Рис. 1. Ручной полноповоротный стенд

подставке. Опоры представляют собой фетровые накладки, которые препятствуют самопроизвольному повороту сферы в состоянии покоя. Внутри сферы расположена крестовина для крепления инерциальной системы и аккумулятора питания. Все детали стенда изготовлены на 3D-принтере. На рисунке показан стенд с открытой сферой и установленной внутри инерциальной системой и аккумулятором. Данные от системы передаются по цифровому радиоканалу.

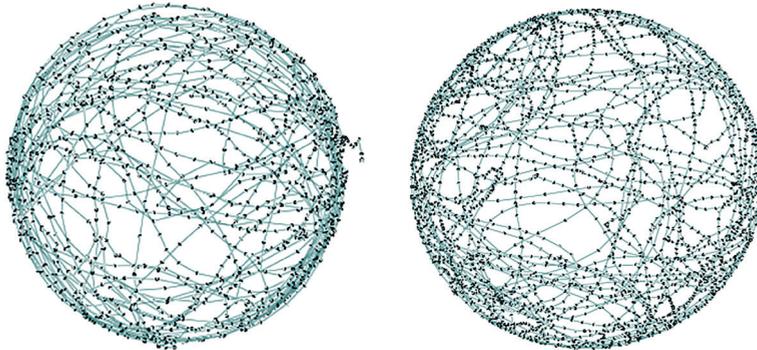


Рис. 2. Измерение геомагнитного вектора

Продемонстрировать преимущества использования стенда можно с помощью рис. 2. На рисунке показана поверхность, по которой перемещается конец измеренного геомагнитного вектора при многократных произвольных поворотах системы, выполненных вручную без стенда (изображение слева) и с помощью стенда (изображение справа). Поскольку геомагнитный вектор является постоянным, то его конец должен описывать сферу с радиусом равным модулю вектора, а центр сферы – размещаться в точке смещения нуля триады магнитометров. На рисунке слева благодаря перемещению системы в пространстве видно расслоение поверхности сферы, справа положение системы в пространстве не менялось, и расслоения поверхности нет. Расслоение поверхности указывает на изменение модуля геомагнитного вектора магнитного склонения и наклонения, что затрудняет его применение в качестве опорного вектора при калибровке.

Порядок калибровки

Чтобы установить порядок калибровки, распределим триады датчиков по точности и достоверности результатов измерения.

На первое место поставим триаду акселерометров. Ее типовая погрешность ортогональности осей чувствительности равна $\pm 0,05^\circ$, а погрешность положения осей относительно корпуса составляет $\pm 1,0^\circ$. На результаты первичной калибровки триады акселерометров влияет погрешность установки стенда по местной вертикали. При этом установку стенда производитель может выполнить с высокой точностью. При калибровке используется местный вектор силы тяжести, который принимается как постоянный опорный вектор.

Второе место отведем триаде датчиков угловой скорости. Ее первичная калибровка обычно выполняется с использованием трехосевого вращающегося стенда,

ортогональность осей вращения которого выверена производителем. Вектор угловой скорости задается с точностью, обусловленной характеристиками станда. Погрешности ортогональности осей чувствительности и положения осей относительно корпуса триады датчиков аналогичны.

Третье место занимает триада магнитометров. Погрешность взаимной ориентации ее осей чувствительности составляет $\pm 0,25^\circ$, а погрешность положения осей – $\pm 0,5^\circ$. Увеличенная погрешность ортогональности обусловлена влиянием электрических цепей модуля датчиков на смещение нуля магнитометров.

Таким образом, иерархия триад датчиков при калибровке следующая: акселерометры, датчики угловой скорости и магнитометры. По аналогии с [4] сначала проведем калибровку акселерометров, затем, воспользовавшись скорректированными результатами измерения вектора силы тяжести, выполним калибровку магнитометров и датчиков угловой скорости. В итоге все триады датчиков оказываются привязанными к СК триады акселерометров, которая формирует приборную СК. К определяемым параметрам триад отнесем: $k^a, k^m, k^\omega, b_o^a, b_o^m, b_o^\omega, M_a^{pp}, M_m^{pp}, M_\omega^{pp}$.

Порядок калибровки внутримодельных инерциальных систем установим в соответствии с принятой моделью (1) триад датчиков. Первым определяемым параметром являются векторы k^x температурной чувствительности всех триад. Затем в указанной выше последовательности находятся все искомые параметры калибровки.

Определение зависимости смещения нуля от температуры

Чтобы определить зависимость смещения нуля от температуры, используются режим саморазогрева датчиков после включения и линейная модель температурной зависимости (1). Конечно, посредством саморазогрева нельзя установить температурные зависимости инструментальных погрешностей, но в ходе подготовки к испытаниям на штопор можно быстро оценить температурный дрейф при переменной температуре. Именно в таких условиях оказывается система, установленная внутри модели, штопорящей в вертикальном потоке воздуха.

Прогрев датчиков после включения питания регистрируется в течение одного часа. Температура датчиков за счет саморазогрева повышается примерно на 20°C . Во время прогрева модуль датчиков находится в статическом состоянии. Для регистрации используются осредненные за 1 с результаты измерения.

Смещение нуля и температурная чувствительность для (1) рассчитываются рекурсивным методом наименьших квадратов для статических систем с использованием идентификационного [15] фильтра Калмана. Вектор состояния фильтра содержит 6 компонент – три компоненты вектора начального смещения нуля b_o^x и три компоненты вектора температурной чувствительности k^x :

$$Y = \left(b_{o,x}^x \quad b_{o,y}^x \quad b_{o,z}^x \quad k_x^x \quad k_y^x \quad k_z^x \right)^T.$$

Уравнения состояния определяют постоянное значение вектора состояния

$$\frac{dY}{dt} = \mathbf{0}$$

и отсутствие системных шумов, что обуславливает нулевую ковариационную шумовую матрицу Q . Для идентификационного фильтра переходная матрица F и началь-

ная ковариационная матрица \mathbf{P} погрешностей оценки вектора состояния являются единичными диагональными матрицами размером 6×6 .

В уравнениях наблюдения используются полученные результаты измерения от анализируемой триады датчиков, регистрирующей параметр x , и температура T :

$$x_i = \mathbf{H}_i Y_i + \mathbf{R}, \quad \mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & T_i - 25 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T_i - 25 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T_i - 25 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{pmatrix}.$$

Здесь \mathbf{H} – матрица чувствительности и \mathbf{R} – ковариационная матрица шумов измерения, в которой диагональные элементы равны дисперсии σ^2 шума.

Структура представленного фильтра полностью соответствует системе, содержащей триаду датчиков угловой скорости. Когда триада находится в состоянии покоя, результат измерения x^x соответствует дрейфу смещения нуля, а найденная оценка вектора состояния Y – параметру b^x коррекции результатов измерения (1). В случае магнитометров и акселерометров первые три компоненты вектора состояния Y не имеют смысла, поскольку представляют собой сумму проекций геомагнитного вектора или вектора силы тяжести на оси чувствительности триад и смещения нуля датчиков. Тогда первые три компоненты оценки вектора состояния игнорируются, а смещение нуля датчиков b_0^x находится во время калибровки триады.

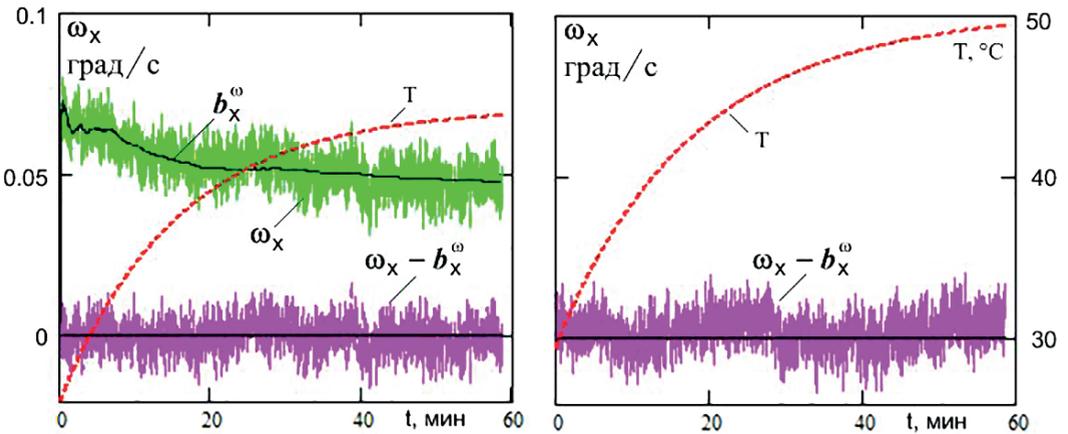


Рис. 3. Коррекция компоненты угловой скорости

Пример коррекции смещения нуля датчика угловой скорости приведен на рис. 3. Зеленый график на изображении слева обозначает зарегистрированное смещение нуля ω_x датчика, наложенная на него черная линия – результат расчета корректирующего смещения нуля b_x^ω , график цвета фуксии соответствует скорректированному результату измерения $\omega_x - b_x^\omega$. Пунктирной линией показано изменение температуры модуля. С учетом выполненной коррекции смещение нуля датчика, зарегистрированное через 24 часа, показано на изображении справа. Разная температура самоподогрева объясняется открытой и закрытой сферой ручного стенда, в которой был размещен модуль.

Калибровка акселерометров и магнитометров

Для калибровки триад акселерометров и магнитометров воспользуемся двумя естественными опорными векторами – силы тяжести \mathbf{g} и геомагнитным \mathbf{B} . Отнесение этих векторов к опорным обусловлено их стабильностью и постоянством в месте проведения калибровки и испытаний на свободный штопор. Оба вектора нормируем на единичное значение модуля и для нормальной системы координат зададим как

$$\mathbf{g}^n = (0 \ 1 \ 0)^T, \quad \mathbf{B}^n = (0,319 \ -0,948 \ 0)^T. \quad (3)$$

Вектор силы тяжести \mathbf{g}^n характеризуется наличием только вертикальной составляющей, геомагнитный вектор \mathbf{B}^n – горизонтальной и вертикальной. Вектор силы тяжести представляет собой кажущееся ускорение, направленное вертикально вверх, а геомагнитный вектор обусловлен углом магнитного склонения, т.е. углом между направлением геомагнитного вектора и горизонтальной плоскостью. Для северного полушария вектор направлен вниз, и его горизонтальная составляющая указывает на магнитный север. В (3) компоненты геомагнитного вектора указаны для Москвы, где типовой угол магнитного склонения равен $71,4^\circ$ и для случая, когда направление оси $O_g X_g$ нормальной системы координат совпадает с направлением на магнитный север. Следует заметить, что компоненты нормированного геомагнитного вектора внутри помещений могут принимать значения, отличные от указанных в (3).

Процедуру калибровки триад датчиков разделим на две задачи – коррекцию неортогональности и погрешности чувствительности датчиков и поворот скорректированных осей триады до совпадения с осями приборной системы координат инерциального модуля. Для решения первой задачи используем метод расчета [16, 17] эллиптических искажений и смещения сферической поверхности, по которой перемещается конец регистрируемого триадой опорного вектора. С помощью эллиптических искажений рассчитаем корректирующую матрицу $\mathbf{M}_x^{\text{пр}}$ и смещение сферической поверхности, которое определяет смещение нуля \mathbf{b}^x датчиков. Здесь применяется хорошо известный многопозиционный метод калибровки. В данном случае задействуются случайные положения триад датчиков относительно опорных векторов (3), которые задаются ручными поворотами стенда (рис.1) и переходом в состояние покоя. К задаваемым положениям стенда предъявляются следующие требования: отсутствие пустых зон на сферической поверхности, по которой перемещается регистрируемый опорный вектор, наличие не менее 200 произвольных позиций, которые должны равномерно покрывать полный телесный угол.

Целью второй задачи является устранение поворота скорректированной сферы относительно приборной СК и устранение искажений масштаба, обусловленных коррекцией сферической поверхности. Калибровка триад датчиков выполняется после прогрева системы при постоянной внешней температуре.

В качестве модели триады акселерометров используем выражения (1), из которых уберем шум датчиков и температурную зависимость смещения нуля. По аналогии с (2) запишем формулу коррекции измеренного триадой вектора силы тяжести \mathbf{g}^a :

$$\mathbf{g}^{\text{пр}} = \mathbf{M}_a^{\text{пр}} (\mathbf{g}^a - \mathbf{b}^a). \quad (4)$$

Неизвестными здесь являются корректирующая матрица $\mathbf{M}_a^{\text{пр}}$ и смещение нуля \mathbf{b}^a датчиков.

В качестве модели триады магнитометров примем детализированную [18] по сравнению с (1) модель магнитометра:

$$\mathbf{m}^M = \mathbf{M}_{\text{пр}}^M \cdot (\mathbf{C}^{\text{пр}} \cdot \mathbf{B}^{\text{пр}} + \mathbf{O}^{\text{пр}}) + \mathbf{o}^M. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{o}^M – вектор смещения нуля датчиков при отсутствии магнитного поля, в том числе и постоянного подмагничивания внутри магнитометра; $\mathbf{O}^{\text{пр}}$ – вектор магнито жестких искажений измеряемого магнитного поля, возникающих из-за магнитных полей внутри системы от протекающих токов и намагниченности отдельных элементов, неподвижных относительно триады; $\mathbf{C}^{\text{пр}}$ – матрица магнитомягких искажений, вызванных разной магнитной проницаемостью элементов конструкции системы; $\mathbf{M}_{\text{пр}}^M$ – матрица, учитывающая неортогональность осей чувствительности и погрешность масштабных коэффициентов датчиков триады.

Модель (5) показывает, что к результату измерения, независимо от внешнего поля, добавляется смещение нуля \mathbf{o}^M . При этом на внешнее магнитное поле накладываются магнитомягкие искажения $\mathbf{C}^{\text{пр}}$ и внешнее подмагничивание $\mathbf{O}^{\text{пр}}$. Затем магнитное поле проецируется на неортогональные оси чувствительности датчиков и измеряется ими с некоторыми коэффициентами, заданными матрицей неортогональности и чувствительности $\mathbf{M}_{\text{пр}}^M$. Матрица $\mathbf{C}^{\text{пр}}$ – симметрическая, $\mathbf{M}_{\text{пр}}^M$ – несимметрическая.

При использовании ручного стенда невозможно создать магнитомягкие и магнито жесткие искажения геомагнитного вектора, которые действуют внутри модели самолета. В связи с этим, переписав (5) и введя обозначение $\mathbf{b}^M = \mathbf{M}_{\text{пр}}^M \mathbf{O}^{\text{пр}} + \mathbf{o}^M$, упростим формулу коррекции до вида, аналогичного (4):

$$\mathbf{B}^{\text{пр}} = \mathbf{C}^{\text{пр}^{-1}} \mathbf{M}_{\text{пр}}^M (\mathbf{m}^M - \mathbf{b}^M) = \tilde{\mathbf{M}}_M^{\text{пр}} (\mathbf{m}^M - \mathbf{b}^M). \quad (6)$$

Здесь $\tilde{\mathbf{M}}_M^{\text{пр}}$ и \mathbf{b}^M являются постоянной матрицей и вектором, которые необходимо вычислить при калибровке триады магнитометров. Всеми искажениями, которые обусловлены конструкцией модели летательного аппарата в результате измерения, пренебрежем.

Из сравнения (4) и (6) видно, что корректирующая матрица и смещения нуля определяются на основе наблюдений за опорными векторами аналогично для триад акселерометров и магнитометров. Расчет смещения нуля датчиков выполним как в [17], корректирующую матрицу определим последовательно – путем коррекции эллиптических искажений, поворота и коррекции масштаба сферы.

Найдем неизвестные, используя формулу коррекции (2). Обозначив опорный вектор как \mathbf{x} , объединим неизвестные в матрице 3×4 и перепишем (2):

$$\mathbf{x}^{\text{пр}} = (\mathbf{M}_x^{\text{пр}} - \mathbf{M}_x^{\text{пр}} \mathbf{b}^x) \begin{pmatrix} \mathbf{x}^x \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_x^{\text{пр}} & \Delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}^x \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{v}^x. \quad (7)$$

Здесь \mathbf{C} – матрица, построенная на основе искомой корректирующей матрицы и пересчитанного в приборную СК вектора смещения, \mathbf{v}^x – четырехкомпонентный вектор, содержащий результат измерения опорного вектора.

При известных значениях $\mathbf{x}^{\text{пр}}$ выражение (7) дает набор линейных уравнений и позволяет применить метод наименьших квадратов для определения неизвестных. Вместе с тем, чтобы задать известные значения $\mathbf{x}^{\text{пр}}$, необходима точная установка системы в нормальной СК, что сводит задачу к многопозиционному методу кали-

бровки с использованием прецизионного оборудования. Описанный выше ручной стенд позволяет задать множество статических случайных положений системы и использовать постоянство модулей опорных векторов (3) вне зависимости от их ориентации в приборной СК. Преобразуем (7) в выражение квадрата единичного модуля:

$$1 = (\mathbf{x}^{\text{пп}})^T \mathbf{x}^{\text{пп}} = (\mathbf{v}^x)^T \mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{v}^x = (\mathbf{v}^x)^T \mathbf{D} \mathbf{v}^x = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 v_i^x v_j^x D_{i,j}. \quad (8)$$

Опишем матрицу \mathbf{D} подробно:

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_x^{\text{пп}T} \\ \Delta^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_x^{\text{пп}} & \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_x^{\text{пп}T} \mathbf{M}_x^{\text{пп}} & \mathbf{M}_x^{\text{пп}T} \Delta \\ \Delta^T \mathbf{M}_x^{\text{пп}} & \Delta^T \Delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D0} & \mathbf{D1} \\ \mathbf{D1}^T & \mathbf{D2} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Из (9) видно, что это симметрическая матрица, которая построена на основе 4 элементов – матрицы $\mathbf{D0}$, вычисляемой с учетом искажения измеряемого опорного вектора, вектора $\mathbf{D1}$ и транспонированного вектора $\mathbf{D1}^T$, расчет которых зависит от смещения нуля датчиков триады и скаляра $\mathbf{D2}$, пропорционального сумме квадратов смещения нуля датчиков.

Симметрическая матрица \mathbf{D} содержит 10 неизвестных элементов, из которых с учетом (8) можно составить линейное уравнение для метода наименьших квадратов. Введем векторы

$$\mathbf{d} = (D_{0,0} \ D_{1,0} \ D_{1,1} \ D_{2,0} \ D_{2,1} \ D_{2,2} \ D_{3,0} \ D_{3,1} \ D_{3,2} \ D_{3,3})^T, \\ \mathbf{s} = (v_0^{x^2} \ 2v_0^x v_1^x \ v_1^{x^2} \ 2v_0^x v_2^x \ 2v_1^x v_2^x \ v_2^{x^2} \ 2v_0^x \ 2v_1^x \ 2v_2^x \ 1)^T$$

и перепишем (8) в виде скалярного уравнения

$$1 = \mathbf{s}_k^T \cdot \mathbf{d}. \quad (10)$$

Здесь индекс k указывает на вектор, составленный для k -го измерения. В развернутом виде уравнение (10) примет вид:

$$v_0^{x^2} D_{0,0} + 2v_0^x v_1^x D_{1,0} + v_1^{x^2} D_{1,1} + 2v_0^x v_2^x D_{2,0} + 2v_1^x v_2^x D_{2,1} + \\ + v_2^{x^2} D_{2,2} + 2v_0^x D_{3,0} + 2v_1^x D_{3,1} + 2v_2^x D_{3,2} + D_{3,3} = 1.$$

Простейшее решение этого уравнения можно получить, если принять элемент $D_{3,3}$ равным единице, а другие компоненты вектора \mathbf{d} равными нулю. Если принять равным нулю элемент $D_{3,3}$, решение уже не будет тривиальным. Аналогичный результат можно получить, если пренебречь скаляром $\mathbf{D2}$ в (9) как величиной второго порядка малости. Отсюда изменятся и векторы линейного уравнения (10):

$$\mathbf{d} = (D_{0,0} \ D_{1,0} \ D_{1,1} \ D_{2,0} \ D_{2,1} \ D_{2,2} \ D_{3,0} \ D_{3,1} \ D_{3,2})^T, \ D_{3,3} = 0, \\ \mathbf{s} = \begin{pmatrix} v_0^{x^2} & 2v_0^x v_1^x & v_1^{x^2} & 2v_0^x v_2^x & 2v_1^x v_2^x & v_2^{x^2} & 2v_0^x & 2v_1^x & 2v_2^x \end{pmatrix}^T. \quad (11)$$

Теперь, объединив строки, составленные из транспонированных векторов \mathbf{s}_k , в матрицу \mathbf{V} и введя вектор \mathbf{G} , содержащий K единичных компонент, получим систему линейных уравнений (10), которая соответствует осредненным измерениям опорного вектора в состоянии покоя в установленных K положениях стенда: $\mathbf{G} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{d}$.

Оценка искомого вектора \mathbf{d} методом наименьших квадратов будет иметь вид:

$$\hat{\mathbf{d}} = (\mathbf{V}^T \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{G}. \quad (12)$$

С учетом оценки $\hat{\mathbf{d}}$ и условия (11) определим значение всех элементов матрицы \mathbf{D} . Найдем искомые параметры.

Из (9) и (7) однозначно рассчитывается искомый вектор смещения нуля \mathbf{b}^x :

$$\mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \Delta = \mathbf{D} \mathbf{1}, \quad -\mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \mathbf{M}_x^{\text{пр}} \mathbf{b}^x = \mathbf{D} \mathbf{1}, \quad \mathbf{b}^x = -\left(\mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \mathbf{M}_x^{\text{пр}} \right)^{-1} \mathbf{D} \mathbf{1} = -\mathbf{D} \mathbf{0}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{1}. \quad (13)$$

Теперь вычислим корректирующую матрицу $\mathbf{M}_x^{\text{пр}}$. Предварительно рассмотрим вопрос однозначности ее определения из симметрической матрицы $\mathbf{D} \mathbf{0}$. Из (9) следует, что:

$$\mathbf{D} \mathbf{0} = \mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \mathbf{M}_x^{\text{пр}}. \quad (14)$$

Результат умножения в (14) не изменится, если матрицу $\mathbf{M}_x^{\text{пр}}$ умножить на любую ортогональную матрицу \mathbf{O} . То есть если $\tilde{\mathbf{M}}_x^{\text{пр}} = \mathbf{O} \mathbf{M}_x^{\text{пр}}$, то при условии $\mathbf{O}^T \mathbf{O} = \mathbf{I}$, где \mathbf{I} – единичная диагональная матрица, получим:

$$\mathbf{D} \mathbf{0} = \tilde{\mathbf{M}}_x^{\text{пр}T} \tilde{\mathbf{M}}_x^{\text{пр}} = \mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \mathbf{O}^T \mathbf{O} \mathbf{M}_x^{\text{пр}} = \mathbf{M}_x^{\text{пр}T} \mathbf{M}_x^{\text{пр}}.$$

Таким образом, матрица $\mathbf{D} \mathbf{0}$ не изменится и решений вида $\mathbf{O} \mathbf{M}_x^{\text{пр}}$ может быть множество. Найдем матрицу, удовлетворяющую (14), с помощью разложения Холецкого – разложения симметричной матрицы \mathbf{A} на нижние треугольные матрицы \mathbf{L} :

$$\mathbf{A} = \mathbf{L} \mathbf{L}^T, \quad \mathbf{L} = \begin{pmatrix} \sqrt{A_{0,0}} & 0 & 0 \\ A_{1,0}/L_{0,0} & \sqrt{A_{1,1} - L_{1,0}^2} & 0 \\ A_{2,0}/L_{0,0} & \frac{A_{2,1} - L_{2,0}L_{1,0}}{L_{1,1}} & \sqrt{A_{2,2} - L_{2,0}^2 - L_{2,1}^2} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Отсюда \mathbf{L} можно принять за грубую оценку корректирующей матрицы. Теперь если с учетом погрешности масштабных коэффициентов и неортогональности триады акселерометров принять, что конец измеренного опорного вектора при разных положениях системы будет находиться на поверхности смещенного и наклоненного эллипсоида, то найденная путем разложения матрица \mathbf{L} будет описывать трансформацию сферы в эллипсоид, а неизвестная ортогональная матрица даст информацию о его наклоне. Таким образом, за оценку корректирующей матрицы следует принять выражение

$$\hat{\mathbf{M}}_x^{\text{пр}} = \beta \mathbf{R}_x^{\text{пр}} \mathbf{L}^T. \quad (16)$$

Сомножитель \mathbf{L}^T корректирует эллиптические искажения сферы. Ортогональная матрица $\mathbf{R}_x^{\text{пр}}$ корректирует угол поворота сферы в приборной СК. Скалярный сомножитель β вносит поправки в общее изменение масштаба, вызванное обнулением в (11) углового элемента матрицы \mathbf{D} . Для вычисления матрицы поворота $\mathbf{R}_x^{\text{пр}}$ и сомножителя β используем опорные векторы (3).

После выполнения случайных поворотов разместим инерциальный модуль на горизонтальной плоскости (приборной осью OY вверх) и путем осреднения най-

дем измеренный триадой вектор силы тяжести \mathbf{g}^a . Применение негоризонтальной плоскости приводит к повороту приборной СК в нормальной земной СК и систематической погрешности при расчете углов крена и тангажа модели. При исследованиях режимов штопора погрешность горизонтальности не должна превышать $0,1^\circ$. С учетом найденного смещения нуля (13) и коррекции эллиптических искажений (15) получим оценку вектора на сфере

$$\hat{\mathbf{g}}^{\text{пп}} = \mathbf{L}^T(\mathbf{g}^a - \mathbf{b}^a) \quad (17)$$

и вычислим корректирующий сомножитель и наклон сферы по углам крена γ^a и тангажа ϑ^a :

$$\beta = \frac{1}{|\hat{\mathbf{g}}^{\text{пп}}|}, \quad \gamma^a = -\text{arctg}\left(\frac{\hat{g}_2^{\text{пп}}}{\hat{g}_1^{\text{пп}}}\right), \quad \vartheta^a = \arcsin(\hat{g}_0^{\text{пп}}). \quad (18)$$

Найденный наклон сферы по углам крена и тангажа позволяет рассчитать оценку матрицы поворота $\hat{\mathbf{R}}_a^{\text{пп}}$ (матрицы направляющих косинусов [13]), которая преобразует векторы из СК, связанной с частично скорректированной триадой (17), в приборную.

Последнее, что необходимо сделать, – найти угол поворота сферы вокруг оси OY приборной СК. Для этого направим ось OX приборной СК вертикально вверх и найдем осредненный результат измерения $\bar{\mathbf{g}}^a$. Следует заметить, что невертикальная установка приборной оси OX приведет к погрешности поворота сферы и систематическим погрешностям при расчете углов ориентации модели. Как и ранее, допускаются отклонения не более чем на $0,1^\circ$. Последующий расчет оценки вектора с неполным учетом (16)

$$\hat{\mathbf{g}}^{\text{пп}} = \beta \hat{\mathbf{R}}_a^{\text{пп}} \mathbf{L}^T(\bar{\mathbf{g}}^a - \mathbf{b}^a)$$

позволит найти искомый угол поворота сферы

$$\psi^a = \text{arctg}\left(\frac{\hat{g}_2^{\text{пп}}}{\hat{g}_0^{\text{пп}}}\right) \quad (19)$$

и оценку искомой корректирующей матрицы $\hat{\mathbf{R}}_a^{\text{пп}}$.

Окончательная формула коррекции результатов измерения ускорений \mathbf{a}^a триадой акселерометров примет вид:

$$\mathbf{a}^{\text{пп}} = \beta \hat{\mathbf{R}}_a^{\text{пп}} \mathbf{L}^T(\mathbf{a}^a - \mathbf{b}^a). \quad (20)$$

Здесь смещение нуля датчиков \mathbf{b}^a и матрица \mathbf{L} , корректирующая эллипсоидальные искажения, рассчитываются по результатам обработки случайных положений системы методом наименьших квадратов с помощью выражений (13) и (15). Коррекция угла поворота восстановленной сферы и ее масштаба (18) и (19) выполняются по результатам измерения при вертикальных положениях оси OY и оси OX приборной системы координат.

Для определения корректирующего поворота сферы в приборной СК $\mathbf{R}_x^{\text{пп}}$ триады магнитометров и скалярного сомножителя β в (16) воспользуемся наклоном геомагнитного вектора (3). Очевидно, что скалярное произведение опорных векторов (3) сохранит свое значение в приборной СК и не будет зависеть от ее ориентации относительно нормальной СК, т.е. $\mathbf{g}^{\text{пп}} \mathbf{B}^{\text{пп}} = \mathbf{B}_1^{\text{н}}$.

Отсюда для каждого результата многопозиционных измерений на ручном поворотном стенде можно записать равенство

$$\left(\mathbf{g}_k^{\text{pp}}\right)^{\text{T}} \beta \mathbf{R}_M^{\text{pp}} \hat{\mathbf{B}}_k^{\text{pp}} = \mathbf{B}_1^{\text{H}}. \quad (21)$$

Здесь \mathbf{g}_k^{pp} – рассчитанный по (20) для k -го измерения вектор силы тяжести для приборной СК, $\hat{\mathbf{B}}_k^{\text{pp}}$ – найденная по аналогии с (17) оценка геомагнитного вектора, \mathbf{B}_1^{H} – скаляр, равный значению вертикальной составляющей геомагнитного вектора в нормальной СК, β и \mathbf{R}_M^{pp} – искомый скаляр и матрица. Следует заметить, что компоненты нормированного геомагнитного вектора зависят от местного угла магнитного наклона δ :

$$\mathbf{B}^{\text{H}} = (\cos \delta \quad -\sin \delta \quad 0)^{\text{T}},$$

который при выполнении калибровки магнитометров внутри помещений должен быть вычислен отдельно.

Временно пренебрегая масштабом β и вводя два вектора, составленных из элементов матрицы \mathbf{R}_M^{pp} и рассчитанных оценок опорных векторов $\hat{\mathbf{B}}_k^{\text{pp}}$ и $\hat{\mathbf{g}}_k^{\text{pp}}$, а именно

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= (\mathbf{R}_{0,0} \quad \mathbf{R}_{0,1} \quad \mathbf{R}_{0,2} \quad \mathbf{R}_{1,0} \quad \mathbf{R}_{1,1} \quad \mathbf{R}_{1,2} \quad \mathbf{R}_{2,0} \quad \mathbf{R}_{2,1} \quad \mathbf{R}_{2,2})^{\text{T}}, \\ \mathbf{m} &= (\hat{\mathbf{B}}_0 \hat{\mathbf{g}}_0 \quad \hat{\mathbf{B}}_1 \hat{\mathbf{g}}_0 \quad \hat{\mathbf{B}}_2 \hat{\mathbf{g}}_0 \quad \hat{\mathbf{B}}_0 \hat{\mathbf{g}}_1 \quad \hat{\mathbf{B}}_1 \hat{\mathbf{g}}_1 \quad \hat{\mathbf{B}}_2 \hat{\mathbf{g}}_1 \quad \hat{\mathbf{B}}_0 \hat{\mathbf{g}}_2 \quad \hat{\mathbf{B}}_1 \hat{\mathbf{g}}_2 \quad \hat{\mathbf{B}}_2 \hat{\mathbf{g}}_2)^{\text{T}}, \end{aligned} \quad (22)$$

и переписав (21) в виде $\mathbf{m}_k^{\text{T}} \mathbf{r} = \mathbf{B}_1^{\text{H}}$, сформируем систему линейных уравнений, соответствующую осредненным измерениям опорного вектора в состоянии покоя в установленных K положениях стенда:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{r}.$$

Здесь в матрице \mathbf{V} объединены K строк, составленных из транспонированных векторов \mathbf{m}_k , а в векторе \mathbf{V} – K компонент, равных значению \mathbf{B}_1^{H} . Оценка искомого вектора \mathbf{r} методом наименьших квадратов примет вид:

$$\hat{\mathbf{r}} = (\mathbf{V}^{\text{T}} \mathbf{V})^{-1} \mathbf{V}^{\text{T}} \mathbf{V}. \quad (23)$$

Оценка искомой матрицы $\hat{\mathbf{R}}_M^{\text{pp}}$ составляется из компонент оценки вектора $\hat{\mathbf{r}}$ в соответствии с порядком их указания в (22).

Для определения масштаба β найдем среднее значение модуля $\hat{\mathbf{B}}_k^{\text{pp}}$ по всем измерениям. Отсюда

$$\beta = K / \sum_{k=0}^{K-1} \hat{\mathbf{B}}_k^{\text{pp}}. \quad (24)$$

Окончательную формулу коррекции результатов измерения геомагнитного вектора \mathbf{B}^{M} триадой магнитометров запишем как

$$\mathbf{B}^{\text{pp}} = \beta \hat{\mathbf{R}}_M^{\text{pp}} \mathbf{L}^{\text{T}} (\mathbf{B}^{\text{M}} - \mathbf{b}^{\text{M}}). \quad (25)$$

Здесь смещение нуля \mathbf{b}^{M} и матрица \mathbf{L} рассчитываются по результатам обработки измерений геомагнитного вектора в случайных положениях стенда методом наименьших квадратов аналогично калибровке акселерометров с помощью выражений (13)

и (15). Благодаря известному значению угла магнитного наклоения и единичному модулю геомагнитного вектора коррекция поворота сферы (23) и масштаба (24) не требует дополнительных измерений. Погрешность коррекции поворота (23) зависит от того, насколько точно указана вертикальная составляющая геомагнитного вектора. Неучтенный поворот сферы по углу рыскания приведет к погрешности определения направления на магнитный север, что может быть скорректировано отдельно через задание приборного магнитного склонения.

Калибровка датчиков угловой скорости

При калибровке триады датчиков угловой скорости будем считать, что триада акселерометров откалибрована и регистрируемый вектор силы тяжести достоверен.

Датчики угловой скорости также будем калибровать с использованием многопозиционного метода путем последовательных поворотов стенда из одного статического положения в другое. Статическое положение позволит точно определить вектор силы тяжести датчиками инерциального модуля и его ориентацию в нормальной СК, а за счет непрерывной регистрации угловой скорости при выполнении поворота оценить параметры триады датчиков, требующие коррекции. Благодаря предложенному подходу можно скорректировать погрешности масштабных коэффициентов и неортогональности и привязать оси чувствительности триады к осям чувствительности акселерометров.

Примем для датчиков угловой скорости простую модель

$$\boldsymbol{\omega}^{\text{п}} = \mathbf{M}_{\omega}^{\text{п}} (\boldsymbol{\omega}^{\circ} - \mathbf{b}^{\circ}) . \quad (26)$$

Неизвестными здесь являются матрица $\mathbf{M}_{\omega}^{\text{п}}$, выполняющая коррекцию погрешностей масштабных коэффициентов и неортогональности датчиков, и смещение нуля \mathbf{b}° . Поскольку до и после поворота триада находится в состоянии покоя, то показания датчиков угловой скорости в статическом положении позволят рассчитать величину смещения нуля, которая может быть вычтена из результатов измерения. В таком случае задача калибровки будет заключаться в вычислении корректирующей матрицы $\mathbf{M}_{\omega}^{\text{п}}$ по данным акселерометров, связанных с ориентацией в нормальной СК, и в оценке углов поворота по показаниям датчиков угловой скорости.

Для определения корректирующей матрицы используем формулу Родрига [19], описывающую связь исходного и повернутого единичного вектора с величиной угла поворота и направлением оси вращения. За единичный вектор примем зарегистрированный акселерометрами и скорректированный согласно (20) вектор силы тяжести. Для n -го поворота формула Родрига будет иметь вид (номера поворотов и измерений обозначим нижним индексом):

$$\mathbf{g}_n^{\text{п}} + \mathbf{Y} \times \mathbf{g}_n^{\text{п}} = \mathbf{g}_{n-1}^{\text{п}} + \mathbf{g}_{n-1}^{\text{п}} \times \mathbf{Y} . \quad (27)$$

Здесь \mathbf{Y} – вектор, равный половине вектора конечного поворота:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{e} \operatorname{tg} \frac{\chi}{2} ,$$

\mathbf{e} – единичный вектор, вокруг которого выполнен поворот, χ – величина угла поворота. Вектор \mathbf{Y} определяется угловой скоростью и лежит в плоскости, относительно

которой исходный и повернутый векторы силы тяжести симметричны. Равенство (27) будет выполняться всегда, если при определении вектора Y не были допущены ошибки. Для этого, в свою очередь, требуется, чтобы оси триады датчиков угловой скорости совпали с ортогональными осями скорректированной триады акселерометров и не было погрешностей масштабных коэффициентов. Равенство (27) будет справедливо, если воспользоваться результатами измерения угловой скорости после их коррекции, выполненной с помощью достоверной матрицы M_{ω}^{pp} .

При малых углах поворота вектор Y может быть заменен приближенной оценкой, за которую примем линейный член разложения тангенса в ряд

$$Y = e \operatorname{tg} \frac{\chi}{2} = e \left(\frac{\chi}{2} + O\left(\frac{\chi^3}{24}\right) \right) = e \frac{\chi}{2}, \quad (28)$$

и суммой всех векторов конечных поворотов и, соответственно, значений вектора угловой скорости:

$$\hat{Y} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} e_k \chi_k = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{\omega_k^{pp}}{|\omega_k^{pp}|} \Delta T |\omega_k^{pp}| = \frac{\Delta T}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \omega_k^{pp}. \quad (29)$$

Здесь K – число мгновенных значений угловой скорости, зарегистрированных во время поворота, ω_k^{pp} – действующее значение угловой скорости, ΔT – период дискретизации угловой скорости. Такое упрощение допустимо для малых углов поворота. Например, при повороте на 5° погрешность упрощения в (28) составит $2,8 \times 10^{-5}$.

Найдем вектор Y из равенства (27). Для этого перепишем равенство в виде

$$\left(\mathbf{g}_n^{pp} + \mathbf{g}_{n-1}^{pp} \right) \times Y = \mathbf{g}_n^{pp} - \mathbf{g}_{n-1}^{pp}$$

и решим его относительно Y . Решение запишем как [20]

$$Y = A \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right) + B \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right).$$

Найдем неизвестные скаляры A и B . Умножим скалярно обе части равенства на сумму векторов:

$$Y \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right) = A \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right) \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right) + B \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2 = B \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2.$$

Отсюда

$$B = \frac{Y \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right)}{\left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2}.$$

Теперь эти же величины умножим на их векторное произведение:

$$Y \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right) = A \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2 + B \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp} \right) \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right) = A \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2.$$

Тогда

$$A = \frac{Y \cdot \left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right)}{\left(\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp} \right)^2}.$$

В результате получим выражение для вектора поворота по двум векторам силы тяжести:

$$Y = \frac{Y \cdot (\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp})}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp}|} \cdot \frac{\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp}}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp}|} + \frac{Y \cdot (\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp})}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp}|} \cdot \frac{\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp}}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp}|}. \quad (30)$$

Введем два единичных вектора – C , образованный векторным произведением, и S , образованный суммой:

$$C = \frac{\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp}}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} \times \mathbf{g}_n^{pp}|}, \quad S = \frac{\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp}}{|\mathbf{g}_{n-1}^{pp} + \mathbf{g}_n^{pp}|}.$$

Получим векторное уравнение

$$Y = (C^T \cdot Y) \cdot C + (S^T \cdot Y) \cdot S.$$

Теперь с помощью векторного равенства $(a^T \cdot b) \cdot a = (a \cdot a^T) \cdot b$ векторное уравнение можно переписать в виде

$$(C \cdot C^T + S \cdot S^T - I) \cdot Y = O, \quad (31)$$

где I – единичная диагональная матрица, O – нулевой вектор. В использованном векторном равенстве первый сомножитель в левой части – скаляр, поэтому можно поменять порядок умножения и преобразовать выражение в произведение матрицы и вектора.

Важно заметить, что найденный по двум векторам силы тяжести вектор поворота Y в выражении (30) определен с точностью до скалярного множителя. Действительно, равенство не изменится, если обе его части умножить на произвольный скаляр. Отсюда следует, что оценку вектора поворота (29) для уравнения (31) можно упростить и использовать в нем измеренную угловую скорость, скорректированную искомой матрицей M_{ω}^{pp} :

$$\hat{Y} \approx M_{\omega}^{pp} \sum_{k=0}^{K-1} \omega_k^{\omega} = M_{\omega}^{pp} \tilde{Y}.$$

Теперь с учетом (31) можно записать векторное равенство, содержащее результаты измерения и элементы искомой матрицы:

$$(C \cdot C^T + S \cdot S^T - I) \cdot M_{\omega}^{pp} \tilde{Y} = G M_{\omega}^{pp} \tilde{Y} = O. \quad (32)$$

Здесь матрица G имеет вид:

$$G = \begin{pmatrix} C_0^2 + S_0^2 - 1 & C_0 C_1 + S_0 S_1 & C_0 C_2 + S_0 S_2 \\ C_0 C_1 + S_0 S_1 & C_1^2 + S_1^2 - 1 & C_1 C_2 + S_1 S_2 \\ C_0 C_2 + S_0 S_2 & C_1 C_2 + S_1 S_2 & C_2^2 + S_2^2 - 1 \end{pmatrix}.$$

Полученное уравнение имеет нулевое тривиальное решение $M_{\omega}^{pp} = 0$. Чтобы этого избежать, примем искомый элемент $M_{0,0}$ равным единице. В результате в уравнении (32) появится свободный член и потребуются последующая коррекция найденной матрицы путем расчета угла поворота по крену с использованием измеренного вектора силы тяжести. При $M_{0,0} = 1$ уравнение примет вид

$$G \begin{pmatrix} M_{0,1} \tilde{Y}_1 + M_{0,2} \tilde{Y}_2 \\ M_{1,0} \tilde{Y}_0 + M_{1,1} \tilde{Y}_1 + M_{1,2} \tilde{Y}_2 \\ M_{2,0} \tilde{Y}_0 + M_{2,1} \tilde{Y}_1 + M_{2,2} \tilde{Y}_2 \end{pmatrix} = -\tilde{Y}_0 \begin{pmatrix} G_{0,0} \\ G_{1,0} \\ G_{2,0} \end{pmatrix},$$

откуда получим три скалярных равенства, которые можно записать как произведение восьмикомпонентных векторов:

$$\mathbf{m} = (\mathbf{M}_{0,1} \quad \mathbf{M}_{0,2} \quad \mathbf{M}_{1,0} \quad \mathbf{M}_{1,1} \quad \mathbf{M}_{1,2} \quad \mathbf{M}_{2,0} \quad \mathbf{M}_{2,1} \quad \mathbf{M}_{2,2})^T, \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_0 &= (\tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{0,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{0,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{0,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{0,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{0,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{0,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{0,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{0,2})^T, \\ \mathbf{v}_1 &= (\tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{1,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{1,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{1,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{1,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{1,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{1,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{1,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{1,2})^T, \\ \mathbf{v}_2 &= (\tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{2,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{2,0} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{2,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{2,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{2,1} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_0 \mathbf{G}_{2,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_1 \mathbf{G}_{2,2} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_2 \mathbf{G}_{2,2})^T. \end{aligned} \quad (34)$$

Таким образом, уравнение (32) примет следующий вид:

$$-\tilde{\mathbf{Y}}_0 \begin{pmatrix} \mathbf{G}_{0,0} \\ \mathbf{G}_{1,0} \\ \mathbf{G}_{2,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_0^T \\ \mathbf{v}_1^T \\ \mathbf{v}_2^T \end{pmatrix} \cdot \mathbf{m}. \quad (35)$$

Объединив результаты измерения после выполнения многих поворотов для левой части системы (35) в вектор \mathbf{Z} и тройки транспонированных векторов (34) в матрицу \mathbf{H} , получим уравнение для МНК $\mathbf{Z} = \mathbf{H} \mathbf{m}$, откуда можно найти оценку $\hat{\mathbf{m}}$ неизвестного вектора (33), содержащего 8 элементов искомой матрицы $\mathbf{M}_{\omega}^{\text{pp}}$:

$$\hat{\mathbf{m}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z}.$$

Поскольку изначально значение элемента $\mathbf{M}_{0,0}$ было принято равным единице, то найденная оценка матрицы

$$\hat{\mathbf{M}}_{\omega}^{\text{pp}} = \begin{pmatrix} 1 & \hat{m}_0 & \hat{m}_1 \\ \hat{m}_2 & \hat{m}_3 & \hat{m}_4 \\ \hat{m}_5 & \hat{m}_6 & \hat{m}_7 \end{pmatrix} \quad (36)$$

требует дальнейшего масштабирования.

Для определения масштаба оценки выполним одиночный поворот по углу крена, поскольку элемент $\mathbf{M}_{0,0}$ обуславливает масштабный коэффициент датчика триады для оси OX приборной системы координат. Для этого установим модуль в вертикальное положение так, чтобы нормированная составляющая \mathbf{g}_1^{pp} регистрируемого вектора тяжести примерно равнялась единице, а другие составляющие были близки к нулю. Далее, регистрируя измеренные векторы ускорения и угловой скорости, плавно повернем модуль датчиков по углу крена не более чем на 90° . После поворота получим околонулевые значения \mathbf{g}_0^{pp} , \mathbf{g}_1^{pp} и $\mathbf{g}_2^{\text{pp}} \approx -1$. По осредненным скорректированным значениям компонент вектора силы тяжести, зарегистрированным до и после поворота, найдем начальное и конечное значения угла крена, а также угла поворота $\Delta\gamma$. Затем, интегрируя скорректированный матрицей $\hat{\mathbf{M}}_{\omega}^{\text{pp}}$ вектор угловой скорости, с помощью кватернионов или вектора конечного поворота найдем оценку угла поворота $\Delta\hat{\gamma}$, которая позволит рассчитать масштаб матрицы по формуле

$$\beta = \frac{\Delta\gamma}{\Delta\hat{\gamma}}.$$

В конечном итоге корректирующая матрица примет вид

$$\mathbf{M}_{\omega}^{\text{pp}} = \beta \hat{\mathbf{M}}_{\omega}^{\text{pp}}. \quad (37)$$

Значение смещения нуля датчиков триады b^a при многопозиционной калибровке определяется как среднее до и после каждого поворота в состоянии покоя модуля. Коррекция результатов измерения вектора угловой скорости выполняется по формуле (26).

Моделирование калибровки акселерометров

Чтобы проверить эффективность представленного метода калибровки, была построена математическая модель триады акселерометров, в которой неортогональность осей чувствительности была задана в пределах $\pm 3^\circ$, погрешность масштабных коэффициентов – в пределах $\pm 5\%$ и поворот триады в приборной системе координат – на углы в пределах одного градуса. К результатам измерения были добавлены смещение нуля и случайная погрешность с нормальным законом распределения и среднеквадратическим отклонением $\sigma = 0,5$ mg. Результаты измерения рассчитывались с помощью упрощенной модели (1), где

$$\mathbf{M}_{\text{пр}}^a = \begin{pmatrix} 0.947 & 0.059 & -0.045 \\ -0.068 & 1.046 & 0.058 \\ 0.06 & -0.047 & 1.017 \end{pmatrix}, \mathbf{b}^a = (0.01 \quad -0.05 \quad 0.02)^T, \mathbf{w}^a = N(0, \sigma_a).$$

Точность калибровки триады акселерометров оценивалась методом Монте-Карло. Для этого было задано 100 наборов из N случайных позиций с равномерным законом распределения положений в полном телесном угле. На каждой позиции с помощью модели триады рассчитывались результаты измерения, по которым определялись неизвестные члены формулы коррекции (20). Чтобы оценить точность калибровки, рассчитывались погрешности оценки смещения нуля датчиков (13) и коррекции (20) измеренного триадой вектора силы тяжести $\mathbf{g}^{\text{пр}}$, действующего вдоль осей OX и OZ приборной СК. Результаты расчета представлены в табл. 1–3: указаны значения математического ожидания и 95-процентный доверительный интервал оценок. В табл. 2 и 3 в столбце, где $N = 0$, приведены результаты измерения триадой вектора силы тяжести. Результаты коррекции вдоль оси OY здесь не приводятся, поскольку коррекция масштаба матрицы и углов наклона сферы (18) выполняется именно при таком положении инерциального модуля. Типовая погрешность коррекции при этом составила 0,003 mg.

Т а б л и ц а 1

Погрешность оценки смещения нуля [mg]	Число позиций N				
	10	50	200	500	1000
b_0^a	$-0,6 \pm 17$	$-0,1 \pm 0,15$	$0,05 \pm 0,08$	$0,04 \pm 0,04$	$0,01 \pm 0,03$
b_1^a	$0,8 \pm 17$	$-0,1 \pm 0,28$	$0,05 \pm 0,14$	$0,04 \pm 0,09$	$0,01 \pm 0,06$
b_2^a	$1,0 \pm 15$	$-0,1 \pm 0,28$	$0,06 \pm 0,13$	$0,04 \pm 0,07$	$0,01 \pm 0,05$

Т а б л и ц а 2

Погрешность коррекции вдоль оси OX [mg]	Число позиций N					
	0	10	50	200	500	1000
a_0^{np}	0,957	2,1 ± 36	±0,66	±0,27	±0,20	±0,13
a_1^{np}	-0,118	0,8 ± 24	0,1 ± 0,73	±0,34	±0,20	±0,15
a_2^{np}	0,08	0,1 ± 0,01	-0,001	-0,001	-0,001	-0,001

Т а б л и ц а 3

Погрешность коррекции вдоль оси OZ [mg]	Число позиций N					
	0	10	50	200	500	1000
a_0^{np}	-0,035	0,2 ± 27	0,1 ± 0,78	-0,1 ± 0,38	-0,1 ± 0,22	±0,14
a_1^{np}	0,008	-1,0 ± 41	0,1 ± 0,81	-0,1 ± 0,34	-0,1 ± 0,23	±0,16
a_2^{np}	1,037	0,4 ± 27	±0,89	±0,35	±0,22	±0,16

На основании приведенных в таблицах данных можно сделать вывод, что при калибровке число позиций N должно быть не менее 200. Следует заметить, что значительное влияние на точность расчета параметров калибровки оказывает случайная погрешность измерений, обусловленная собственным шумом датчиков. Использование осредненных результатов позволяет существенно повысить точность калибровки.

Точность калибровки магнитометров и датчиков угловой скорости также может быть оценена на основе математической модели. Моделирование калибровки магнитометров проводится аналогично калибровке акселерометров. Что касается датчиков угловой скорости, то в этом случае требуется равномерное распределение векторов конечного поворота в полном телесном угле, поэтому моделирование их калибровки будет рассмотрено отдельно.

Пример калибровки

Проиллюстрируем изложенную методику на примере инерциальной измерительной системы (рис. 1), содержащей модуль [21] MEMS-датчиков, первичная калибровка которого была проведена в 2014 году. Вторичная калибровка выполнялась на ручном поворотном стенде поэтапно: вначале определялась зависимость смещения нуля датчиков от температуры, затем вычислялись параметры коррекции триад акселерометров и магнитометров, наконец, осуществлялась коррекция триады датчиков угловой скорости.

Температурные коэффициенты смещения нуля датчиков рассчитывались по результатам трехкратной регистрации выходных данных неподвижного модуля, зарегистрированных в течение одного часа при прогреве после включения. При расчете

использовался фильтр Калмана. Результат коррекции одной компоненты триады датчиков угловой скорости показан на рис. 3.

Для вычисления параметров коррекции триад акселерометров и магнитометров на ручном поворотном стенде были заданы 340 статических положений (рис. 4, а). В каждом положении показания датчиков усреднялись в течение 5 с. Параметры коррекции триады акселерометров определялись путем последовательного расчета всех членов формулы (20), а магнитометров – путем расчета всех членов формулы (25).

Результаты коррекции триады акселерометров приведены на рис. 4, б. Красным цветом обозначены погрешности единичного модуля вектора силы тяжести для заданных положений стенда до коррекции, синим – погрешности после коррекции.

На рис. 4, в показаны результаты определения угла магнитного наклона в месте проведения калибровки с учетом локальных искажений геомагнитного вектора. При повороте основания стенда на горизонтальной поверхности на 360° и неподвижном модуле датчиков внутри стенда геомагнитный вектор описывает окружность (А или В на рисунке) на поверхности единичной сферы. Окружности А и В получены при разной ориентации модуля внутри стенда. Осреднение их N радиусов R позволяет вычислить величину угла магнитного наклона:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \right).$$

После коррекции (25) триады магнитометров погрешности нормированного модуля геомагнитного вектора для всех положений стенда не превысили $\pm 0,01$.

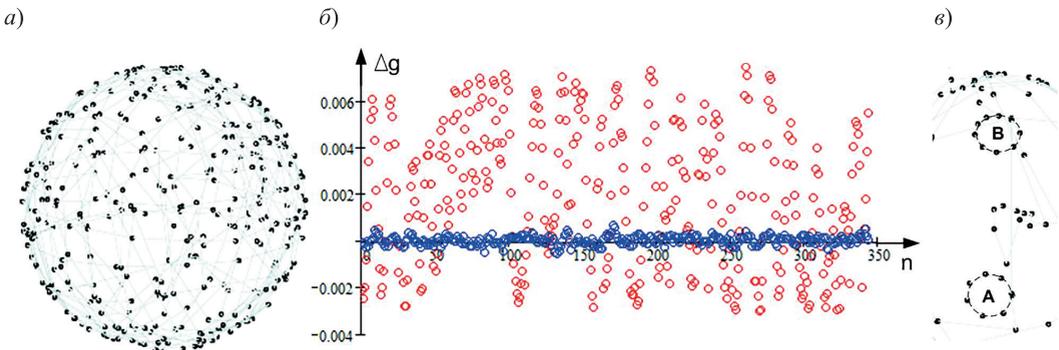


Рис. 4. Пример калибровки акселерометров и магнитометров: а) заданные положения стенда, б) погрешности единичного модуля вектора силы тяжести, в) регистрация магнитного наклона

Для определения параметров коррекции триады датчиков угловой скорости на поворотном стенде было выполнено 288 малых поворотов. Каждый из них осуществлялся из одного статического положения в другое. Величина угла поворота не превышала 5° . В статических положениях согласно (20) регистрировались и корректировались вектор силы тяжести и смещение нуля датчиков угловой скорости. Во время поворота в соответствии с (29) рассчитывался вектор Y . Для каждого поворота определялась погрешность формулы Родрига (27), на основании которой оценивалась погрешность угла поворота.

Если за погрешность принять нарушение равенства в формуле Родрига (27)

$$E = \left(\mathbf{g}_n^{np} - \mathbf{g}_{n-1}^{np} \right) + Y \times \left(\mathbf{g}_n^{np} + \mathbf{g}_{n-1}^{np} \right) \quad (38)$$

и учесть, что она обусловлена неортогональностью осей чувствительности триады датчиков угловой скорости и их отклонением от осей чувствительности триады акселерометров, то ее источником будет погрешность расчета вектора Y . Это повлечет за собой погрешности Δe определения единичного вектора e и ε угла поворота χ . Для простоты будем считать, что с погрешностью найден только угол поворота. Тогда, приняв для малых углов

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\chi + \varepsilon}{2}\right) = \frac{\varepsilon}{2} + \operatorname{tg}\left(\frac{\chi}{2}\right),$$

выражение погрешности (38) запишем следующим образом:

$$E = \frac{\varepsilon}{2} \cdot e \times (g_n^{\text{np}} + g_{n-1}^{\text{np}}).$$

Умножив скалярно обе части равенства на векторное произведение, получим скалярную оценку погрешности угла поворота:

$$\varepsilon = 2 \frac{E \cdot e \times (g_n^{\text{np}} + g_{n-1}^{\text{np}})}{|e \times (g_n^{\text{np}} + g_{n-1}^{\text{np}})|^2}. \quad (39)$$

Записанная оценка погрешности угла поворота приводит к погрешности расчета произвольного угла поворота, выполняемого с использованием данных триады датчиков угловой скорости, и обуславливает качество коррекции их погрешностей.

Оценки погрешностей угла поворота в градусах приведены на рис. 5. Красным цветом обозначены погрешности для исходных данных калибровки, синим – после коррекции вектора угловой скорости согласно (26) и (37). Наибольшие погрешности возникали при поворотах вокруг оси OY приборной системы координат.

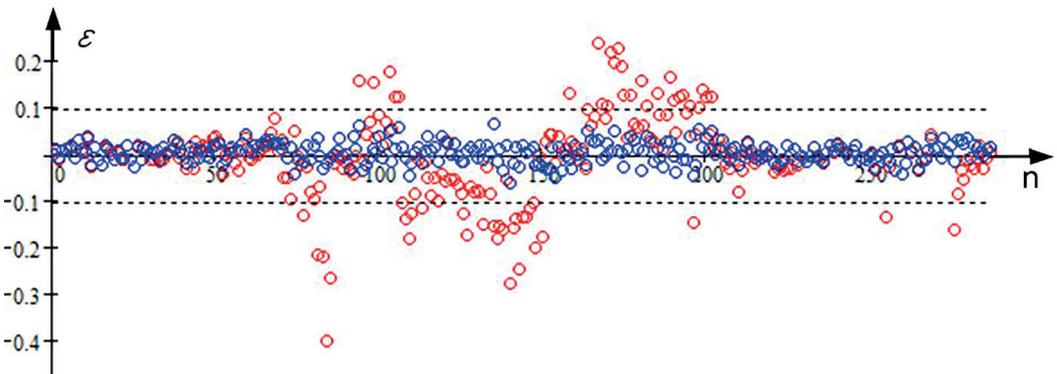


Рис. 5. Погрешность угла поворота до и после калибровки

Чтобы подтвердить достоверность полученной корректирующей матрицы M_{ω}^{np} после калибровки, определялись погрешности расчета углов поворота с использованием зарегистрированного и скорректированного вектора угловой скорости и скорректированных данных триады акселерометров. Для контроля достоверности коррекции ω_0^{np} и ω_2^{np} повороты выполнялись при вертикальной ориентации оси OY , достоверность коррекции ω_1^{np} контролировалась с помощью угла поворота при горизонтальной ориентации оси OY . Полученная погрешность углов поворота не превысила $0,1^\circ$.

Указанная погрешность характеризует суммарный вклад неточности определения параметров акселерометров и датчиков угловой скорости предложенным методом.

Заключение

Представленный ручной полноповоротный стенд позволяет в полевых условиях оценить параметры упрощенной модели погрешностей триад MEMS-датчиков, входящих в состав инерциального модуля. Использование ручного стенда без возможности точного задания положения инерциального модуля обусловлено предложенным вариантом многопозиционного метода калибровки.

Калибровка модуля инерциальных датчиков может быть выполнена в три этапа: вначале калибруется триада акселерометров, затем магнитометров и, наконец, датчиков угловой скорости. На каждом этапе с помощью ручного стенда устанавливается множество (более 300) стационарных позиций и регистрируется массив данных, на основании которого рассчитываются параметры калибровки соответствующей триады.

Калибровку можно осуществить и в один этап. При этом порядок установки позиций должен удовлетворять требованиям калибровки датчиков угловой скорости: покой в течение 5 с, установка следующей позиции путем поворота на угол не более 5° за время 5 с, покой 5 с и непрерывная регистрация показаний всех датчиков. Из собранных данных выделяется часть, соответствующая стационарным положениям модуля. Из нее, в свою очередь, определяются осредненные за 5 с результаты измерения, с помощью которых рассчитываются параметры калибровки акселерометров и магнитометров, а также смещение нуля датчиков угловой скорости. Параметры калибровки датчиков угловой скорости рассчитываются на основе оценки вектора конечного поворота (29), что выполняется с использованием исходных данных, полученных при непрерывной регистрации.

Первый подход требует значительных затрат времени, второй предполагает работу с большим массивом данных. В обоих случаях масштабирование и поворот корректирующих матриц (20), (25) и (37) выполняются отдельно.

Перед калибровкой инерциальная система прогревается в течение одного часа с посекундной регистрацией показаний датчиков, на основании которых определяются коэффициенты зависимости смещения нуля от температуры для каждого датчика. Последующая калибровка триад датчиков и контроль достоверности рассчитанных параметров калибровки акселерометров и датчиков угловой скорости осуществляются после прогрева модуля.

Особое внимание следует уделить калибровке триады датчиков угловой скорости. Поскольку расчет угла поворота выполняется путем интегрирования измеренной угловой скорости, то для обеспечения погрешности не более $0,1^\circ$ смещение нуля датчиков должно быть определено с точностью не менее $0,01^\circ/\text{с}$. В описанном примере калибровки это условие реализовано за счет осреднения результатов измерения на интервале времени 10 с, что соответствует состоянию покоя в течение 5 с до и 5 с после перехода в следующую позицию.

После расчета параметров калибровки смещение нуля датчиков триад, температурные коэффициенты и корректирующие матрицы сохраняются в энергонезависимой памяти вычислителя бортовой системы и используются для расчета параметров движения модели в реальном времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Вялков А.В.** Инерциальная технология штопорного эксперимента // Ученые записки ЦАГИ. 2016. Т. XLVII. №5. С. 58–69.
2. **Вялков А.В.** Определение углов ориентации по наблюдениям за векторами в задаче исследования штопора модели самолета // Гироскопия и навигация. 2020. №3. С. 43–59. DOI 10.17285/0869-7035.0040.
3. **Yao Xiao, Xiaogang Ruan, Jie Chai etc.,** Online IMU self-calibration for visual-inertial systems, *Sensors*, 2019, 19, 1624.
4. **Ranjbaran, S., Roudbari, A., Ebadollahi, S.,** A simple and fast method for field calibration of triaxial gyroscope by using accelerometer, *J. Elec. Eng. Innovations*, 2018, 6(1): 1–6.
5. **Василюк Н.Н.** Рекуррентная реализация алгоритма калибровки интегрального магнитометра с использованием измерений трехосного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №3 (106). С. 87–102. DOI 10.17285/0869-7035.0002.
6. **Yongjun Wang, Zhi Li, Xiang Li,** A cross product calibration method for micro-electro mechanical system gyroscope in unmanned aerial vehicle attitude determination system, *Measurement and control*, 2020, pp. 1–8.
7. **Qifan Zhou, Guizhen Yu, Huazhi Li etc.,** A novel MEMS gyroscope in-self calibration approach, *Sensors*, 2020, 20, 5430.
8. **Xin Zhang, Changle Zhou, Fei Chao etc.,** Low-Cost IMU calibration with nonlinear scale factors, *IEEE Transactions on industrial informatics*, DOI 10.1109/TII.2021.3077296, 2021.
9. **Shaobing Liu, Xinchun Ji, Dongyan Wei etc.,** A stepwise simple self-calibration method for low-cost MEMS-IMU, *IPIN 2021 WiP Proceedings*, November 29 – December 2, 2021, Lloret de Mar, Spain.
10. **Tongxu Xu, Xiang Xu, etc.,** Low-Cost and Efficient Thermal Calibration Scheme for MEMS Triaxial Accelerometer, *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, 2021, vol. 70.
11. **Миков А.Г.** Алгоритмы навигации автотранспорта с использованием МЭМС-датчиков грубого класса точности. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. ФГБОУ «Петрозаводский государственный университет», Петрозаводск, 2021.
12. **Hongliang Zhang, Yuanxin Wu, Wenqi Wu etc.,** Improved multi-position calibration for inertial measurement units, *Measurement Science and Technology*, 2010, 21, 015107.
13. **ГОСТ 20058-80.** Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. Москва, 1980.
14. **Вавилова Н.Б., Васинева И.А., Голован А.А. и др.** Калибровка в инерциальной навигации // Фундаментальная и прикладная математика. 2018. Т. 22. №2. С. 89–115.
15. **Grewal, M.S., Andrews, A.P.,** *Kalman filtering: Theory and Practice using MATLAB*, Second edition, 2001.
16. **Cheng Chi, Jun-Wei Lv and Dan Wang,** Calibration of triaxial magnetometer with ellipsoid fitting method, *IOP Conf. Series: Earth Environ. Sci.*, 2019, 237, 032015.
17. **DT0059 Design tip. ST life augmented.** Ellipsoid or sphere fitting for sensor calibration, October 2018.
18. **Kok, M., Hol, J.D., Schon, Th.B. etc.,** Calibration of a magnetometer in combination with inertial sensors, *15th International Conference on Information Fusion*, 2012.
19. **Лурье А.И.** Аналитическая механика. Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
20. **Суслов Г.К.** Теоретическая механика. Москва: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1946.
21. **Вялков А.В.** Современный штопорный эксперимент // Материалы III Отраслевой конференции по измерительной технике и метрологии для исследований летательных аппаратов. Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, 2018. С. 476–494.

Vyalkov, A.V. and Vyalkova, T.P. (N.E. Zhukovsky Central Aerohydrodynamic Institute (TsAGI), Moscow) Calibration of IMU MEMS Sensors with the Use of a Manual Calibration Rig, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2023, vol. 31, no. 2 (121), pp. 26–50.

Abstract. The paper presents a method for correcting the results of factory calibration of inertial measurement units for measurement systems. It was developed to study the spin of free-flying aircraft models in a vertical wind tunnel. Calibration is performed immediately before the test cycle. The method is based on the use of a special manual rotary calibration rig which provides correction of errors in the output signals of triads of inertial MEMS sensors and a magnetometer triad.

Key words: inertial systems, calibration of inertial sensors.

Материал поступил 15.12.2022