ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
АО «КОНЦЕРН «ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
•ЭЛЕКТРОПРИБОР•

XXXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

3–4 июня 2025

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)
- НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИТМО, РОССИЯ
- КИТАЙСКОГО ОБЩЕСТВА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ (CSIT)
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ», РОССИЯ

В настоящем издании опубликованы на русском языке пленарные и стендовые доклады участников конференции, поданные на русском языке.
Полностью все доклады представлены в материалах конференции на английском языке – «32nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems».
Тексты докладов публикуются в авторской редакции.

Главный редактор
академик РАН В. Г. Пешехонов

ISBN 978-5-91995-109-4

© Государственный научный центр Российской Федерации
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАСЕДАНИЕ I – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ

П Л Е Н А Р Н Ы Е Д О К Л А Д Ы

О.А. Степанов, А.В. Моторин, В.П. Золотаревич
Алгоритмы байесовского оценивания в задаче одновременной навигации и картографирования 7

П.А. Хмарский, С.В. Цуприк
Траекторные измерители координат и параметров движения маневрирующего объекта по данным неподвижного пеленгатора: способы построения и оптимизации 12

С Т Е Н Д О В Ы Е Д О К Л А Д Ы

Н.Н. Василюк
Астрономическая калибровка бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы на простом опорно-поворотном стенде 15

С.В. Соколов, В.А. Погорелов
Принцип построения сильносвязанной инерциально-оптической навигационной системы 21

М.С. Селезнева, К.А. Неусыпин
Оценка достоверности результатов летного эксперимента с инерциальной навигационной системой 27

М.С. Селезнева, К.А. Неусыпин
Повышение степени параметрической идентифицируемости модели погрешностей навигационной системы беспилотного воздушного судна 31

А.А. Фролов, В.Б. Пудловский, И.С. Сильвестров
Метод испытаний комплексированной инерциально-спутниковой навигационной аппаратуры 35

Е.Г. Харин, А.В. Ясенок, В.А. Копелович, Е.Б. Горский
Общий подход к методам летных испытаний пилотажно-навигационного оборудования летательных аппаратов 39

О.С. Амосов, С.Г. Амосова
Адаптивный метод оценивания и навигации беспилотных аппаратов с использованием интеллектуальных технологий 44

А.Ф. Щербатюк
О способе обеспечения навигации группы АНПА с использованием КБ ГАНС 49

Л.А. Мартынова
Метод уточнения координат автономного подводного аппарата при наблюдении в северных широтах 52

И.М. Кузнецов, К.К. Веремеенко, М.В. Жарков, А.Н. Пронькин, Р.Ю. Зимин
Исследование влияния параметров архитектуры нейросети на характеристики навигационного комплекса 56

Н.И. Циоплиакис
Быстрый блочный LD-фильтр Калмана для задач визуально-инерциальной навигации 63

М.В. Курденева, Д.Х. Мухаметзянов
Численная устойчивость различных способов реализации дискретного фильтра Калмана при решении плохо обусловленной задачи 65

Е.А. Жирков, Е.Р. Муратов
Применение визуально-инерциального одометра для автономной навигации беспилотного летательного аппарата 69

М.А. Клюшин
Об управлении движением в задаче инспектирования космического аппарата 72

П.С. Яковлева, А.А. Кумарин
Оценка возмущающих моментов для космического аппарата формата CubeSat 6U с раскрываемыми солнечными панелями 75

М.Д. Репин, В.С. Вязьмин
Адаптивные алгоритмы построения карт аномалий силы тяжести по данным аэрогравиметрии на основе точечных масс на сфере и L2-регуляризации 80

П Л Е Н А Р Н Ы Й Д О К Л А Д

О.А. Степанов, Ю.А. Литвиненко
Методы федеративной фильтрации при нерекуррентной схеме обработки навигационной информации 84

С Т Е Н Д О В Ы Е Д О К Л А Д Ы

О.Н. Мальцева
Оценка походки пациента с модульным протезом стопы с использованием маркерного видеоанализа и электромиографии 89

Т.А. Бровко, А.П. Малышев, В.Б. Пудловский
Интегральная оценка эффективности системы ГЛОНАСС с использованием имитационной модели 92

В.И. Бабуров, Н.В. Васильева, Н.В. Иванцевич
Сравнение критериев выбора оптимального созвездия навигационных спутников при местоопределениях в условиях нештатного использования навигационного поля СРНС 95

Е.С. Земляный, М.В. Тектов, К.А. Кравцов
Расчёт вторичных навигационных параметров по данным радиотехнической системы ближней навигации 98

С.С. Голубев, А.В. Немов, К.Ю. Чередеев
О реализации функции пеленгации в бортовой ЦАР БНТС 100

Г.В. Смыков, К.К. Веремеенко
Исследование характеристик корреляционно-экстремальной навигационной системы, включающей радиовысотомер и цифровую карту местности 106

О.И. Саута, Е.П. Виноградова, А.В. Жмурин, И.В. Савельева
Метод автономной навигации при полете над горным и равнинным рельефом 109

А.В. Чернодаров, Н.П. Старостин
Адаптивная компенсация оценок ошибок в корректируемых бесплатформенных инерциальных навигационных системах между наблюдениями 112

Р.Р. Бикмаев
Алгоритм поиска местоположения наземного транспортного средства с применением геометрических примитивов для анализа траекторных полей, полученных спутниковой навигацией 116

П.К. Кузнецов, Е.А. Щелоков
Методика и система бесконтактного оптоэлектронного двулучевого времяпролетного определения вектора скорости движения микрометеороидов 120

М.Ю. Беляев, П.А. Боровихин, А.М. Есаков
Задачи и некоторые результаты наведения научной аппаратуры МКС на изучаемые объекты в экспериментах по изучению Земли 124

Е.В. Баринова, И.А. Тимбай, Е. Миронов, Н.А. Елисов, И.А. Ломака
Определение устойчивых положений равновесия малого космического аппарата «СамСат-Ионосфера» под действием гравитационного и аэродинамического моментов 128

Д.П. Аваряскин, И.В. Белоконов, М.С. Щербаков
Баллистическое проектирование инспекционных миссий космических аппаратов на круговых орбитах в нормальном поле притяжения 133

ЗАСЕДАНИЕ II – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ

П Л Е Н А Р Н Ы Й Д О К Л А Д

Ю.Ю. Брославец, Е.А. Полукеев, Ю.Н. Травина, А.А. Фомичев, В.Г. Семенов
Твердотельный лазерный гироскоп на YAG:Cr4+, особенности режима синхронизации мод при частотной подставке на основе фазового модулятора на KTP 137

С Т Е Н Д О В Ы Е Д О К Л А Д Ы

Д.М. Калихман, Е.А. Депутатова, Н.В. Тараканов, Д.С. Гнусарев, Л.Я. Калихман
Виброустойчивый кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью 148

В.М. Никифоров, А.А. Гусев, К.А. Андреев, А.Д. Шейко, Д.М. Калихман, Е.А. Депутатова, Н.В. Тараканов
Прогнозирование экспериментальных данных маятникового компенсационного акселерометра методом скользящего среднего посредством нейросети 152

С.А. Волобуев, Е.В. Драницына
Результаты испытаний маятниковых акселерометров компенсационного типа 155

В.В. Сумароков, Е.А. Махаев, Е.А. Якушина
Обеспечение устойчивости маятникового компенсационного акселерометра и разработка методики его настройки 158

Е.А. Якушина, С.Г. Романенко
О влиянии конструктивных особенностей устройства автокомпенсации на погрешности прецизионного измерителя малых углов наклона 161

Н.Л. Яворовская, Т.Н. Сирая
Определение характеристик имитаторов движения, применяемых при испытаниях навигационной аппаратуры 164

Д.М. Калихман Е.А. Депутатова, Н.В. Тараканов, Ю.В. Чеботаревский, В.М. Никифоров
Трехстепенной имитационно-калибровочный стенд с инерциальными чувствительными элементами по трем осям вращения 167

Н.А. Кизь
Методы калибровки QD-солнечного датчика для ориентации малых космических аппаратов 171

Л.С. Челышев, С.П. Тимошенков
Разработка методики и исследование эксплуатационных и функциональных характеристик микроэлектромеханических датчиков 176

В.В. Чалков, А.Н. Шевченко
Исследование стабильности коэффициента модуляции в магнитометрической системе квантового датчика вращения 179

Я.С. Савельева, Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева
Калибровка акселерометров в процессе эксплуатации системы управления для космических средств выведения 182

Н.В. Моисеев, Р.Г. Люкшонков, С.В. Павлова, А.А. Унтилов
Способ определения зоны нечувствительности ВОГ на неподвижном основании 186

Фань Лю, Фаньюй Сун, Юй Дин, Бинцзе Лин, Юейлань Ли, Цзыхань Ван
Исследование характеристик миниатюрного трехосного интегрированного волоконно-оптического гироскопа на основе специализированной интегральной микросхемы 189

М.А. Басараб, Б.С. Лунин, И.С. Строганов, Е.А. Чуманкин
Нейросетевые модели компенсации теплового дрейфа волнового твердотельного гироскопа 198

С.Е. Переляев, А.В. Алехин
Реализация преобразования Гильберта первичного сигнала волнового твердотельного гироскопа 202

С.Е. Переляев, С.Т. Лесной
Особенности реализация цифровых алгоритмов ВТГ на современных системах на кристалле 206

В.М. Котлов, С.Е. Переляев
Режим возбуждения с непрерывным восстановлением скоростей движения упругих деформаций одноосного твердотельного гироскопа 210

А.А. Маслов, Д.А. Маслов, И.В. Меркурьев, И.Г. Ниналалов
Повышение точности микромеханического гироскопа с кольцевым резонатором в многомодовом режиме функционирования 214

П Л Е Н А Р Н Ы Й Д О К Л А Д

Д.Б. Пазычев, А.С. Фадеев, В.Н. Герди
Сверхкомпактный датчик магнитного курса для БПЛА 218

С Т Е Н Д О В Ы Е Д О К Л А Д Ы

Д.Г. Грязин, Т.В. Падерина
Применение магнитного компаса с системой коррекции в контуре авторулевого судна 225

Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева, Я.С. Савельева, Д.И. Кабанова, Н.А. Шмаков
Калибровка бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости 229

А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, И.В.Митрофанов, А.П. Патрикеев
Адаптивно-робастная фильтрация и калибровка сигналов инерциальных МЭМС-датчиков 233

С.В. Топильская, А.О. Колесников, Ю.В. Бакин
Повышение точности БИНС на лазерных гироскопах при воздействии вибрации 237

Д.В. Акулин, М.В. Ментюков, К.О. Иванов
Система определения ориентации для сверхмалых спутников формата CubeSat, построенная на основе инфракрасных матриц 240

Е.С. Минченкова, Д.Д. Никеев, П.В. Гаенко, К.А. Каримулин
Модуль автономной навигации летательного аппарата 244

В.В. Матвеев, А.В. Каликанов, А.Н. Хомячкова
Метод TRIAD для решения задач ориентации 247

Н.А. Ефимов, И.А. Папуша, В.В. Сидельникова, В.Л. Хирная, А.А. Голован
Адаптация и внедрение алгоритма точной выставки БИНС в условиях корабельной качки 251

ЗАСЕДАНИЕ III – ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

П Л Е Н А Р Н Ы Й Д О К Л А Д

С.Е. Переляев, В.Ф. Журавлев
Об управлении пространственными упругими стоячими волнами в полной сферической оболочке 254

С Т Е Н Д О В Ы Е Д О К Л А Д Ы

Ю.Н. Челноков
Новые кватернионные алгоритмы БИНС в параметрах Эйлера для определения инерциальной ориентации движущихся объектов: использование структур методов Рунге–Кутты 264

А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков, Т.В. Молоденкова
Квазиоптимальное по быстродействию угловое ускорение космического аппарата, полученное в рамках кинематической интерпретации Пуансо 268

И.А. Панкратов, Ю.Н. Челноков
Задача оптимального перелёта космического аппарата на орбиту спутника Луны с использованием ограниченной тяги и новых регулярных кватернионных уравнений возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел в KS-переменных 273

А.Д. Шейко, В.М. Никифоров, А.А. Гусев, К.А. Андреев, М.Л. Симаков, А.В. Шевченко
Система управления движением квадрокоптера в условиях возмущений на основе нечеткой логики 277

▪ ЗАСЕДАНИЕ I – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ▪

Алгоритмы байесовского оценивания в задаче одновременной навигации и картографирования

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

А.В. Моторин
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
motorin.a@mail.ru

В.П. Золотаревич
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
zolotarevich@yandex.ru

***Аннотация*—В рамках байесовского подхода рассматривается задача одновременной навигации и картографирования и алгоритмы ее решения. Обсуждается их взаимосвязь с алгоритмами решения, где используются методы оптимизации на графах. Показано, что такие алгоритмы, по существу, основаны на комбинированном использовании байесовского подхода и методов оптимизации на графах.**

Ключевые слова—нелинейное оценивание, байесовский подход, фактор-граф, оптимизация, задача одновременной навигации и картографирования.

I. Введение

В работе [1] обсуждены взаимосвязь и отличия байесовских алгоритмов оценивания [2–7] и алгоритмов, основанных на использовании методов оптимизации на графах, называемых также алгоритмами фактор-граф оптимизации [8–12]. Настоящий доклад является результатом продолжения этих исследований, проводимых на примере решения задачи совместной навигации и картографирования, в литературе известной как SLAM (Simultaneous Localization and Mapping).

Доклад имеет следующую структуру. В разделе 2 приводится традиционная байесовская постановка и общее решение рассматриваемой задачи оценивания, обсуждается ее взаимосвязь с решением систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). В разделе 3 формулируется математическая постановка задачи SLAM в рамках байесовского подхода, обсуждаются отличия от традиционной постановки и отмечается ее вычислительная сложность, обусловленная высокой размерностью оцениваемого вектора состояния. Это, в свою очередь, и порождает необходимость применения новых алгоритмов получения оценки. Приводятся этапы их развития, в том числе основанные на переходе к информационному виду представления апостериорной плотности и целесообразности применения методов решения задачи СЛАУ, которые тесно связаны с методами оптимизации на графах. Выводы приводятся в разделе 4.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

II. Постановка и решение традиционных задач оценивания в рамках байесовского подхода

Традиционная задача комплексной обработки данных измерений от различных датчиков может быть сформулирована как задача нелинейного оценивания n-мерного случайного вектора, описываемого с помощью формирующего фильтра

$$x_k = f_k\left(x_{k-1}, u_k\right) + \Gamma_k w_k \qquad (1)$$

по m-мерным измерениям следующего вида:

$$y_k = h_k(x_k) + v_k. \qquad (2)$$

Здесь x_k – n-мерный случайный гауссовский вектор оцениваемых параметров с заданной априорной функцией плотности распределения вероятности (ФПРВ) $p(x_0) = N(x_0; \overline{x}_0, P_0)$; u_k – вектор известных входных сигналов управления и/или навигационных датчиков; w_k – центрированный дискретный гауссовский порождающий белый шум с известной матрицей ковариаций Q_k; y_k –p-мерный вектор измерений; v_k – центрированный дискретный гауссовский белый шум измерений с известной ковариационной матрицей R_k; Γ_k – известная матрица; $f_k(\bullet)$, $h_k(\bullet)$ – известные нелинейные вектор-функции, описывающие динамику вектора состояний и модели измерений; k – индекс дискретного времени.

Суть решения байесовской задачи оценивания заключается в получении оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки вектора состояний $\hat{x}_k^{opt}(Y)$ по измерениям $Y=(y_1^T,...,y_k^T)^T$ и соответствующей ей условной матрицы ковариаций погрешностей оценивания $P_k^{opt}(Y)$.

Такая оценка $\hat{x}_k^{opt}(Y)$ определяется как математическое ожидание апостериорной ФПРВ $p(x_k/Y)$ [2, 3, 6]:

$$\hat{x}_k^{opt}(Y)=\int x_k\, p(x_k/Y)\,dx_k\ . \qquad (3)$$

Вычисление оптимальной оценки (3) в нелинейных задачах (1), (2) зачастую не тривиально, однако для решения таких задач разработано множество методов рекуррентного оценивания, включая обобщенный фильтр Калмана (ОФК) и другие фильтры на основе гауссовской аппроксимации ФПРВ [3–5] (кубатурный, анцентный фильтр Калмана), решения на основе численного представления ФПРВ $p(x_k/Y)$ и вычисления интеграла **Ошибка! Источник ссылки не найден.** с использованием последовательных методов Монте-Карло (фильтр частиц), а также комбинированные методы, такие как метод частичного аналитического интегрирования [3–5, 13, 14].

В настоящей работе будем ориентироваться на простейший метод линеаризации, предполагающий разложение нелинейных функций из (1) в ряд:

$$\begin{aligned} f_k(x_{k-1},u_k) &\approx f_k(x_k^{\eta_1},u_k)+\Phi_k(x_{k-1}-x_k^{\eta_1}),\\ h_k(x_k) &\approx h_k(x_k^{\eta_2})+H_k(x_k-x_k^{\eta_2}), \end{aligned} \qquad (3)$$

где Φ_k, H_k, – матрицы Якоби функций $f_k(x_{k-1},u_k)$, $h_k(x_k)$, рассчитанные в точках линеаризации $x_k^{\eta_1}, x_k^{\eta_2}$.

В результате задача (1), (2) сводится к линейной гауссовской задаче оценивания.

В работе [1] показано, что при использовании набора измерений, обрабатываемых нерекуррентно, создаются предпосылки для повышения точности алгоритмов решения задачи, основанных на линеаризации, и обеспечения их состоятельности. С учетом этого в дальнейшем ориентируемся на использование в алгоритме набора измерений. В этом случае оценка **Ошибка! Источник ссылки не найден.** будет совпадать с оценкой, минимизирующей критерий вида

$$J(X)=\left(\begin{bmatrix}H\\ \Phi\end{bmatrix}X-\begin{bmatrix}Y\\ \tilde{u}\end{bmatrix}\right)^T\begin{bmatrix}R^{-1} & 0\\ 0 & G^{-1}\end{bmatrix}\left(\begin{bmatrix}H\\ \Phi\end{bmatrix}X-\begin{bmatrix}Y\\ \tilde{u}\end{bmatrix}\right), \qquad (4)$$

где $X=\begin{bmatrix}x_0^T & ... & x_k^T\end{bmatrix}^T$ – составной оцениваемый вектор, включающий вектора состояния x_k во все моменты времени; $G^{-1}=blkdiag\left(P_0^{-1}\ \ \left(\Gamma_1 Q_1 \Gamma_1^T\right)^{-1}\ \ ...\ \ \left(\Gamma_k Q_k \Gamma_k^T\right)^{-1}\right)$, $blkdiag(\bullet)$ – блочно-диагональная матрица, $\tilde{u}=\begin{bmatrix}\bar{x}_0^T & -\tilde{u}_1^T & ... & -\tilde{u}_k^T\end{bmatrix}^T$, $\tilde{u}_k=f_k(x_k^{\eta_1},u_k)-\Phi_k x_k^{\eta_1}$,

$Y=\begin{bmatrix}\tilde{y}_1^T & ... & \tilde{y}_k^T\end{bmatrix}^T$, $\tilde{y}_k=y_k-h_k(x_k^{\eta_2})+H_k x_k^{\eta_2}$,

$H=\begin{bmatrix}0 & blkdiag(-H_1 & ... & -H_k)\end{bmatrix}$, $R=blkdiag(-R_1 & ... & -R_k)$,

$$\Phi=\begin{bmatrix}E & 0 & ... & 0\\ -\Phi_1 & E & ... & 0\\ ... & ... & ... & ...\\ 0 & ... & -\Phi_k & E\end{bmatrix}.$$

Следуя [1], поясним связь с задачей решения СЛАУ. В [1] отмечается, что минимизация критерия (4) эквивалентна решению переопределенной СЛАУ, вида

$$AX=b\,, \qquad (5)$$

в которой

$$A=S\begin{bmatrix}H\\ \Phi\end{bmatrix},\ b=S\begin{bmatrix}Y\\ \tilde{u}\end{bmatrix}, \qquad (6)$$

где матрица S удовлетворяет уравнению

$$\begin{bmatrix}R^{-1} & 0\\ 0 & G^{-1}\end{bmatrix}=S^TS\ . \qquad (7)$$

Решение СЛАУ (5) методом наименьших квадратов (МНК) сводится к СЛАУ

$$\Omega X=\xi\,, \qquad (8)$$

где $\Omega = A^{\mathrm{T}}A$, $\xi = A^{\mathrm{T}}b$. При этом Ω представляет собой информационную матрицу апостериорной ФПРВ $p(X/Y)$, а ξ – ее информационный вектор [2,3]. Непосредственное получение обратной матрицы Ω^{-1} вычислительно сложно ввиду ее большой размерности. Решение СЛАУ (8) может быть найдено с помощью разложения Холецкого матрицы Ω (оно существует, т.к. матрица Ω симметричная и положительно определенная) :

$$\Omega = LL^{\mathrm{T}}, \qquad (9)$$

где L – нижняя треугольная матрица (множитель Холецкого). Решение СЛАУ при этом сводится к двухэтапной процедуре. На первом этапе (прямой ход) находится решение задачи

$$L\tilde{X}=\xi \qquad (10)$$

для $\tilde{X}=L^TX$, а на втором (обратный ход) вычисляется оценка $\hat{X}$ из соотношения

$$L^TX=\tilde{X}. \qquad (11)$$

Задачи (10), (11) решаются просто методом подстановки, так как L – треугольная матрица; в отечественной литературе такой алгоритм еще называют методом прогонки для блочных матриц [15]. Более того, в линейной задаче L будет блочно-двухдиагональной [16], что позволяет получить рекуррентный алгоритм оценивания. Рекуррентный алгоритм (10) будет совпадать с фильтром Калмана (ФК), а (11) – со вторым этапом алгоритма сглаживания Раух–Тюнг–Штрибеля [16]. В нелинейной задаче при выборе в качестве точек линеаризации $x_k^{\eta_1}, x_k^{\eta_2}$ точек прогноза (10) соответствует решению задачи с использованием ОФК. В результате в целом решение зада-

чи нахождения оценки $\hat{X}$ будет совпадать с решением задачи сглаживания для всех компонент вектора X. Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов решения задачи (1), (2) проведено в работе [1].

Отметим здесь также, что оптимальная оценка **Ошибка! Источник ссылки не найден.** в линейном или линеаризованном гауссовском случае совпадает с оценкой, соответствующей максимуму апостериорной ФПРВ:

$$\hat{x}_k(Y) = \arg\max_{x_k} p(x_k / Y). \qquad (12)$$

III. Постановка и решение задачи SLAM в рамках байесовского подхода и их взаимосвязь с методами оптимизации на графах

Задачу SLAM в общем виде можно представить как байесовскую задачу оценивания совместного вектора состояния $\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k^T & M^T \end{bmatrix}^T$, описываемого системой уравнений

$$\begin{aligned} x_k &= f_k(x_{k-1}, u_k) + \Gamma_k w_k, \\ M_k &= M_{k-1} = M, \end{aligned} \qquad (13)$$

по m-мерным измерениям вида

$$y_k = h_k(x_k, M) + v_k, \qquad (14)$$

где $M = \begin{bmatrix} m_1^T & \dots & m_j^T \end{bmatrix}^T$ – постоянный вектор, описывающий карту; x_k – вектор состояния робота.

Первой особенностью задачи SLAM и является наличие вектора карты M, состоящего из большого числа подвекторов m_j, не зависящих друг от друга. Они могут отличаться по физической природе и размерности в зависимости от описания карты окружающей среды, используемых для ее наблюдения датчиков и front-end-алгоритмов предварительной обработки. Подвектора могут представлять собой либо координаты отдельных ориентиров карты [17, 18], либо занятость ячеек сетки карты, если она представляется как как карта занятости (occupancy grid map) [19], либо параметры, определяющие рендеринг (отрисовку) изображения в случае использования техники NErF [20] или 3D gaussian splatting [21]. Однако общим для всех задач SLAM является то, что вектор M состоит из большого числа не зависящих друг от друга постоянных подвекторов m_j, количество j которых зависит от исследуемого размера карты. В процессе решения задачи, т.е. исследования карты, размерность вектора M также растет. Добавляются новые объекты карты, соответственно возрастает и количество подвекторов m_j, их описывающих. В настоящей работе на этом не заостряется внимание, так как введение новых элементов в задачу в процессе решения не составляет проблемы.

Второй особенностью задачи SLAM является то, что измерения (14) в отдельные моменты времени k зависят лишь от части компонент вектора M. Так как измерению в каждый момент времени подлежит, как правило, лишь малый участок карты, функция измерений $h_k(x_k, M)$ включает в себя относительно небольшое количество подвекторов m_j. Дополнительно к этому возникает задача ассоциации данных, т.е. определения, какие именно параметры карты сейчас измерены. Для упрощения следующих выводов решение этой задачи также оставлено за рамками настоящей работы.

Первая особенность делает применение рассмотренных выше рекуррентных алгоритмов, например ОФК (EKF-SLAM), вычислительно неэффективным для решения задачи (13), (14). Основной проблемой EKF-SLAM [17] является необходимость вычисления и хранения полной матрицы ковариаций для вектора $\mathbf{x}_k$, что обусловливает квадратичную зависимость вычислительной сложности алгоритма от размерности карты и делает такой алгоритм неприемлемым для больших пространств. Применение других рекуррентных методов решения нелинейных задач – например использование частичного аналитического интегрирования по x_k, получившего название Fast-SLAM [18], сохраняет квадратичную зависимость объема вычислений от количества объектов карты ввиду их постоянного присутствия в векторе состояния (13). Основной причиной отказа от EKF-SLAM и Fast-SLAM в настоящее время является их вычислительная сложность.

Вместе с тем эти же особенности задачи SLAM позволили получить вычислительно эффективные алгоритмы ее решения путем представления ее в нерекуррентной форме аналогично (4) и применения методов решения СЛАУ (5), (8).

Представляем критерий (4) для задачи (13), (14) в виде

$$J(\mathbf{X}) = \left(\begin{bmatrix} H \\ \mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ M \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y \\ \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \right)^T \begin{bmatrix} R^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} H \\ \mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ M \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y \\ \tilde{\mathbf{u}} \end{bmatrix} \right), \qquad (16)$$

где $\mathbf{X}=[X^T M^T]^T$,

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}, \ \mathbf{G}^{-1} = \begin{bmatrix} G^{-1} & 0 \\ 0 & P_M^{-1} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ 0 \end{bmatrix},$$

Φ, G, $\tilde{u}$ вычисляются аналогично (4) для модели (1), а P_M^{-1} – априорная матрица ковариаций вектора M. При этом соответствующие задаче **Ошибка! Источник ссылки не найден.** информационную матрицу и информационный вектор можно записать как

$$\Omega = \Phi^T \mathbf{G}^{-1} \Phi + H^T R^{-1} H, \qquad (15)$$

$$\xi = \Phi^T \mathbf{G}^{-1} \tilde{\mathbf{u}} - H^T R^{-1} Y. \qquad (16)$$

Таким образом, оптимальное байесовское решение также сводится к решению СЛАУ вида (8), с тем усложнением, что размерность матрицы (15) и вектора (16) увеличилась на j, так же как и размерность рекуррентной задачи на каждом шаге. Для упрощения решения в работе [8] предложена процедура, учитывающая первую особенность задачи SLAM, – тот факт, что вектор M состоит из набора независимых подвекторов. В силу того, что матрица (15) является информационной матрицей совместной ФПРВ векторов X и M $p(\mathbf{X}/Y) = p(X, M/Y)$, можно найти параметры частной ФПРВ: $p(X/Y) = \int p(\mathbf{X}/Y) dM$. Представим информационную матрицу (15) в блочном виде:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{XX} & \Omega_{XM} \\ \Omega_{XM}^T & \Omega_{MM} \end{bmatrix} - \quad (17)$$

и аналогичным образом представим информационный вектор (16):

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_X \\ \xi_M \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Информационные матрица $\tilde{\Omega}$ и вектор $\tilde{\xi}$ частной ФПРВ $p(X/Y)$ могут быть получены согласно соотношениям

$$\tilde{\Omega} = \Omega_{XX} - \Omega_{XM}\Omega_{MM}^{-1}\Omega_{XM}^T, \quad (19)$$

$$\tilde{\xi} = \xi_X - \Omega_{XM}\Omega_{MM}^{-1}\xi_M. \quad (20)$$

Учитывая, что Ω_{MM}^{-1} блочно-диагональная, в силу независимости подвекторов m_j (19), (20) можно также представить в виде

$$\tilde{\Omega} = \Omega_{XX} - \sum_j \Omega_{Xm_j}\Omega_{m_jm_j}^{-1}\Omega_{Xm_j}^T, \quad (21)$$

$$\tilde{\xi} = \xi_X - \sum_j \Omega_{Xm_j}\Omega_{m_jm_j}^{-1}\xi_{m_j}. \quad (22)$$

где $\Omega_{m_jm_j}^{-1}$ – диагональные блоки матрицы Ω_{MM}^{-1}, соответствующие подвекторам m_j; Ω_{Xm_j} – соответствующие строки матрицы Ω_{XM}; ξ_{m_j} – подвектора вектора ξ_M. Апостериорная матрица ковариаций вектора X (P_X) и его оценка $\hat{X}$ вычисляются согласно

$$P_X = \tilde{\Omega}^{-1}, \ \hat{X} = P_X\tilde{\xi}. \quad (25)$$

Отметим, что для решения (25) также могут быть применены методы решения СЛАУ (5), (8) (SparseSuite). Оценки $\hat{m}_j$ и матрицы ковариаций P_{m_j} векторов состояния для отдельных объектов карты m_j рассчитываются по уравнениям

$$\hat{m}_j = P_{m_j}\left(\xi_{m_j} + \Omega_{xm_j}^T\hat{X}\right), \ P_{m_j} = \Omega_{m_jm_j}^{-1}. \quad (23)$$

Вычислительная сложность алгоритма (21)–(23) линейно зависит от количества объектов карты j, так как в (21), (22) осуществляется только суммирование по этому параметру, а оценки (23) вычисляются индивидуально. Сокращение вычислительной сложности в алгоритме (21)–(23) относительно ОФК достигается за счет отсутствия необходимости вычислять и хранить коэффициенты корреляции компонент вектора M и коэффициенты корреляции векторов M и X.

Вместе с тем алгоритм (21)–(23) предполагает нерекуррентное решение задачи и квадратичный рост вычислительной сложности с увеличением времени k вследствие необходимости вычислять оценку (25). В практических задачах такое не всегда удобно, вследствие чего был разработан алгоритм инкрементального сглаживания [9, 11], позволяющий относительно быстро работать в реальном времени и широко применяемый сегодня.

Алгоритм использует методы линейной алгебры для инкрементного вычисления сглаженной оценки и основан на QR-разложении матрицы A из (5), заключающемся в ее представлении в виде

$$A = \mathbf{Q}\begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

где $\mathbf{Q}$ – ортогональная матрица; $\mathbf{R} = \mathrm{L}^T$ – верхний треугольник разложения Холецкого матрицы Ω.

Это позволяет свести решение системы (5) к решению верхнетреугольной системы меньшей размерности

$$\mathbf{RX} = d, \ \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix} = \mathbf{Q}^T b, \quad (25)$$

легко осуществляемому обратной подстановкой. Основная идея такого представления заключается в том, что при появлении новых измерений на шаге $k+1$ их можно добавить к (25) в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ S_{k+1}H_{k+1} \end{bmatrix}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} d \\ S_{k+1}y_{k+1} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

после чего задача (26) может быть снова приведена к виду (25). При этом поиск нового QR-разложения проще вследствие того, что $\mathbf{R}$ уже верхнетреугольная. Расширение вектора состояния при появлении новых векторов состояния карты осуществляется в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ m_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

а на новом шаге робота в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 \ldots -S_k\Phi_k & S_k \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{X}_{k-1} \\ x_k \\ x_{k+1} \end{bmatrix} = S_k\tilde{u}_{k+1}. \quad (28)$$

Таким образом, к матрице A в каждый момент времени будут добавлены только несколько строк, что позволит воспользоваться уже вычисленным ранее ее QR-разложением.

Ключевым вопросом алгоритма (25)–(28) с точки зрения вычислительной сложности является заполненность матрицы $\mathbf{R}$, так как эта матрица наряду с вектором b – единственное, что хранится в алгоритме и требует пересчета на каждом шаге. Возможность получения разреженной матрицы $\mathbf{R}$ физически обусловливается независимостью подвекторов m_j и тем, что лишь малая часть из них подлежит измерению в каждый момент времени, то есть озвученными в начале статьи особенностями задачи SLAM. Однако поиск QR-разложения, обеспечивающего минимальную заполненность $\mathbf{R}$, является нетривиальной задачей, решаемой с использованием графовых моделей [9, 11, 22].

Взаимосвязь алгоритмов SLAM с методами решения разреженных СЛАУ, вероятностными графовыми моделями и возможность их применения для сокращения вычислительной сложности алгоритма также обсуждаются в докладе.

IV. Заключение

Методы оптимизации на графах направлены на решение байесовской задачи сглаживания (в гауссовском случае – эквивалентной ей задачи максимизации апостериорной плотности), вследствие чего противопоставление этим методам байесовских алгоритмов, в частности ФК, зачастую некорректно.

Задача SLAM с точки зрения теории оценивания обладает специфической особенностью, заключающейся в наличии в векторе состояния наряду с марковской последовательностью, описывающей движение робота, постоянного вектора большой размерности, представляющего карту и состоящего из многих независимых подвекторов. Такая специфика делает применение ОФК и ряда других рекуррентных алгоритмов вычислительно не эффективным для ее решения. Вместе с тем учет специфики может быть выполнен с использованием вероятностных графических моделей, а вычисление оптимальной байесовской оценки можно получить путем использования методов вычислений с соответствующими разряженными матрицами. Это позволяет говорить о комбинированном использовании байесовского подхода и методов оптимизации на графах. В традиционных задачах такие алгоритмы, как правило, не имеют существенного преимущества перед рекуррентными методами решения задачи сглаживания.

V. Литература

[1] О.А. Степанов, В.П. Золотаревич, Ю.А. Литвиненко, А.М. Исаев, А.В. Моторин. Алгоритмы оптимизации на графах в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с байесовскими алгоритмами оценивания // XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник докладов. СПб., 2024. С. 336–344.

[2] Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управления. М.: Энергия, 1973. 440 с

[3] О.А. Степанов. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 370 с.

[4] Gibbs, Bruce P., Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook, John Wiley&Sons, Inc., 2011.

[5] Särkkä, S., Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.

[6] О.А. Степанов. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.

[7] О.А. Степанов Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 428 с.

[8] S. Thrun, M. Montemerlo, The GraphSLAM Algorithm with Applications to Large-Scale Mapping of Urban Structures, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 25, no. 5–6, 2006, pp. 403–429.

[9] Michael Kaess, Hordur Johannsson, Richard Roberts, Viorela Ila, John Leonard, and Frank Dellaert, iSAM2: Incremental Smoothing and Mapping Using the Bayes Tree, *International Journal of Robotics Research*, vol. 31, is. 2, 2011. pp. 216–235 https://doi.org/10.1177/0278364911430419

[10] Weisong Wen, Tim Pfeifer, Xiwei Bai Li-Ta Hsu, Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter, *NAVIGATION*, 2021;68:315–331.

[11] F. Dellaert and GTSAM Contributors, Georgia Tech Smoothing and Mapping library, https://github.com/borglab/gtsam, 2022.

[12] S.H. Quan, S.H. Chen, Y.L. Zhou S. Zhao, H.Z. Hu, Q. Zhu A Robust, IMU/GNSS/ODO Integrated Navigation System Based On Factor Graph. *31th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2024 – Proceedings*, 27, 2024.

[13] Doucet, A., Freitas, N., Gordon, N., Sequential Monte Carlo Methods in Practice, *Springer*, 2001, 590 p.

[14] Степанов О.А., Торопов А.Б. Применение последовательных методов Монте-Карло с использованием процедур аналитического интегрирования при обработке навигационной информации // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014: сборник. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2014. С. 3324–3337.

[15] А. Джордж, Дж. Лю. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир, 1984. 334 с.

[16] Aravkin Aleksandr, Bell Bradley, Burke James, Pillonetto Gianluigi, Kalman smoothing and block tridiagonal systems: new connections and numerical stability results, *Journal of Machine Learning Research*, 14, 2013.

[17] G. Dissanayake, P. Newman, S. Clark, H. F. Durrant-Whyte, M. Csorba, A Solution to the Simultaneous Localization and Map Building (SLAM) Problem, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 17, no. 3, june 2001, pp. 229–241.

[18] Montemerlo M., Thrun S., Koller D.,Wegbreit, B., FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem, *Proceedings of the National Conference on Artificial Intelligence*, 2002.

[19] O. Ozisik and S. Yavuz, An Occupancy Grid Based SLAM Method, *IEEE International Conference on Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications*, 2008, pp. 117–119,

[20] A. Rosinol, J.J. Leonard, and L. Carlone, NeRF-SLAM: Real-time dense monocular slam with neural radiance fields, *2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Detroit, MI, USA, 2023, pp. 3437–3444.

[21] N. Keetha et al., SplaTAM: Splat, Track & Map 3D Gaussians for Dense RGB-D SLAM, *2024 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Seattle, WA, USA, 2024, pp. 21357–21366.

[22] T. Davis, J. Gilbert, S. Larimore, and E. Ng, A column approximate minimum degree ordering algorithm, *ACM Trans. Math. Softw.*, 2004, vol. 30, no. 3, pp. 353–376.

Траекторные измерители координат и параметров движения маневрирующего объекта по данным неподвижного пеленгатора: способы построения и оптимизации

П.А. Хмарский
Институт прикладной физики
Национальной академии наук Беларуси
Минск, Республика Беларусь
https://orcid.org/0000-0003-3404-3917

С.В. Цуприк
Военная академия
Республики Беларусь
Минск, Республика Беларусь
https://orcid.org/ 0009-0006-0080-4713

***Аннотация*—Разработан адаптивный траекторный измеритель, основанный на IMM-фильтре с банком из пяти параллельно работающих фильтров, для сопровождения маневрирующих объектов по данным неподвижного пеленгатора. Моделирование показало повышение точности сопровождения на 24–65% по сравнению с фильтром Калмана третьего порядка.**

Ключевые слова—пеленгатор, траекторное сопровождение, IMM-фильтр, маневрирующий объект, фильтр Калмана, моделирование, обработка данных.

I. Введение

Задача траекторного сопровождения по данным угломерных измерений (bearing-only tracking) является сложной научно-технической проблемой, возникающей в различных практических приложениях, таких как пассивная локация, акустика и навигация [1-5]. Основные трудности обусловлены нелинейным характером измерений пеленга, существенной зависимостью точности определения координат от взаимного положения пеленгатора и объекта, необходимостью адаптации алгоритмов к изменяющейся динамике движения при маневрировании объекта, а также отсутствием информации о дальности до объекта. Традиционные методы траекторного сопровождения, основанные на использовании фильтров Калмана различных порядков с одной моделью движения (МД), при маневре (резкой смене характера движения) наблюдаемого объекта приводят к появлению значительных переходных процессов и росту суммарной ошибки измерения [6-10]. Для компенсации динамических ошибок перспективным подходом является применение многогипотезных измерителей с межобзорной памятью, известных как IMM-фильтры (Interactive Multiple Model), позволяющих учитывать различные МД объекта и адаптивно оценивать их апостериорные вероятности [8-14]. Предлагаемый доклад посвящен рассмотрению разработанного адаптивного траекторного измерителя координат и параметров движения маневрирующего объекта, основанного на использовании IMM-фильтра, и приводятся результаты исследования его эффективности в различных условиях наблюдения.

II. Постановка задачи

Дан неподвижный пеленгатор, реализующий первичное измерение пеленга объекта β с СКО не более σ_β и периодом обновления данных Δt. Наблюдаемый объект может совершать следующие типы движения: прямолинейное движение с постоянной скоростью; равноускоренное движение; разворот в горизонтальной плоскости с различными перегрузками. Требуется получить оценки вектора состояния наблюдаемого объекта $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k$, включающего фильтрованные оценки пеленга, скоростей и ускорений их изменения, а также значений соответствующей им ковариационной матрицы (КМ) ошибок их оценивания $\mathbf{R}_k$. Задача фильтрации решается в условиях неопределенности относительно МД сопровождаемого объекта. Считается, что задача отождествления уже сопровождаемых траекторий с разовыми оценками пеленгов решена, а сопровождаемый объект наблюдается и обнаруживается на каждом интервале обновления данных.

III. Алгоритм и структура траекторного измерителя

Использование траекторного измерителя, учитывающего только одну МД объекта, неизбежно приводит к появлению переходных процессов и росту суммарной ошибки измерения КиПД в момент смены МД. Для компенсации динамических ошибок разработан адаптивный измеритель на основе IMM, учитывающий несколько МД с вероятностями их взаимных переходов [8-15]. Чтобы охватить множество наиболее распространенных типов движения наблюдаемого объекта, были выбраны модели неподвижного объекта (полином 0-го порядка), движущегося равномерно (полином 1-го порядка) и равноускорено (полином 2-го) [9, 10, 14, 16]. На основе МД 0-го, 1-го и 2-го порядка с некоррелированными приращениями синтезированы фильтры Калмана 0-го, 1-го и 2-го порядка соответственно. Для обеспечения минимизации ошибок фильтрации на участках переходных процессов и в процессе маневров в структуру IMM-фильтра также вводятся фильтры Калмана с МД по Сингеру (фильтры Сингера 0-го и 1-го порядков) [14].

В соответствии с представленной схемой на рис. 1 алгоритм работы IMM следующий. Текущая оценка пеленга поступает во все каналы IMM, которые настроены на различные МД. На выходе каждого канала формируются условные оценки вектора состояния $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}(j)$ по уточненным априорным данным $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_k(j)$, $\tilde{\mathbf{R}}_k(j)$ с предыдущего шага измерений. В блоке расчета вероятностей осуществляет расчет апостериорных вероятностей МД $P_{k+1}(j|\mathbf{f}_k')$ и условных вероятностей перехода одной

модели в другую. Полученные вероятности $P_{k+1}(j|\mathbf{f}_k')$ используются для коррекции условных оценок вектора состояния и его КМ на следующем шаге, а также передаются на весовой сумматор для вычисления безусловной оценки вектора состояния $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{k+1}$ и его КМ ошибок $\mathbf{R}_{k+1}$ на текущем шаге.

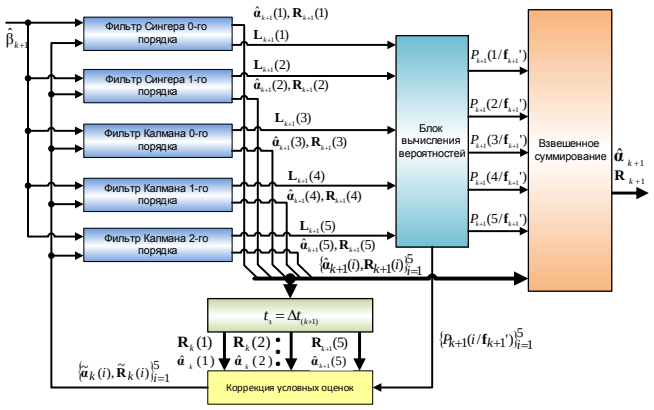


Рис. 1. Структурная схема адаптивного траекторного измерителя

IV. Результаты компьютерного моделирования

Для сопоставления суммарных ошибок измерений модификаций траекторных измерителей имитировались первичные измерения пеленгатора (σ_β=0.66°, Δt=10 с), наблюдающего объект, движущийся со скоростью 220 м/с на высоте 1 км и выполняющего развороты в горизонтальной плоскости на 180° (траектории 1-3), 270° (траектории 4-6) и 360°(траектории 7-9) с перегрузками 1.1g, 1.5g и 2.0g. Выполнялось сопоставление разработанного IMM-фильтра с фильтрами Калмана, настроенными на одну модель движения (1,2 и 3 порядков). Проведено по 1000 испытаний для каждого сценария.

Сравнительный анализ различных измерителей показал, что фильтры Калмана 1-го и 2-го порядка демонстрировали срыв сопровождения при маневрах. Фильтр Калмана 3-го порядка работал стабильно, но с динамическими ошибками, превышающими разовую ошибку в 2-3 раза. Разработанный IMM-фильтр существенное улучшил точность. При развороте на 180° выигрыш составил 24.4-44.1%, при развороте на 270° – выигрыш достиг 25.9-59.6% (см. рис.2, траектории 4,5,6), а при развороте на 360° - выигрыш составил от 10% до 65% по сравнению с фильтром Калмана 3-го порядка.

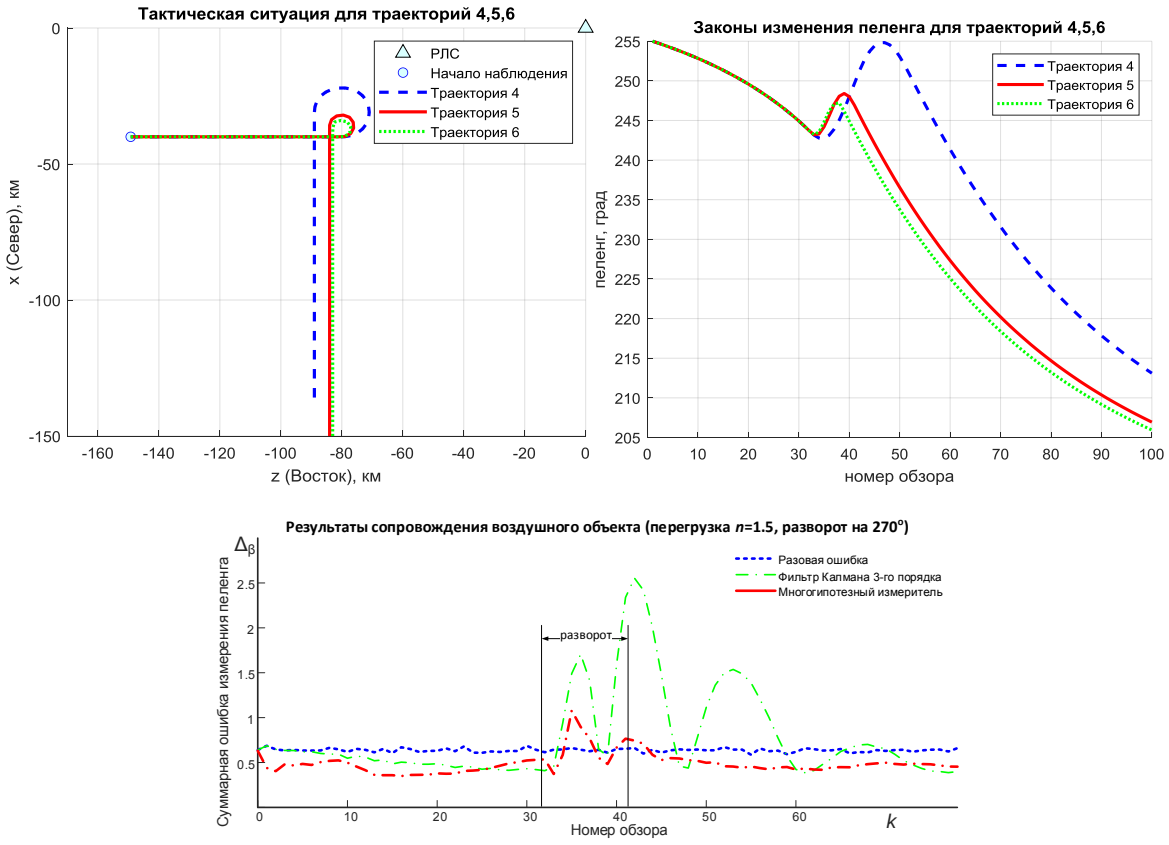


Рис. 2. Пример результатов компьютерного моделирования (траектории 4-6)

V. Заключение

В работе предложен и исследован адаптивный измеритель координат и параметров движения маневрирующего объекта по данным неподвижного пеленгатора. Описана структура измерителя, включающего 5 параллельно работающих фильтров различного порядка. Проведено компьютерное моделирование работы измерителя для различных траекторий движения объекта, включая развороты на 180°, 270° и 360° с перегрузками от 1.1g до 2.0g. Получены количественные оценки эффективности предложенного измерителя. При разворотах на 180° выигрыш составляет 24.4-44.1%, при разворотах на 270° выигрыш достигает 25.9-59.6%, а при разворотах на 360° выигрыш составляет 10-65% по сравнению с фильтром Калмана третьего порядка. Показано, что разработанный измеритель обеспечивает устойчивое со-

провождение объекта как на участках прямолинейного движения, так и при совершении различных маневров с перегрузками до 2g. Перспективными направлениями дальнейших исследований являются: оптимизация параметров измерителя для конкретных типов объектов, расширение набора моделей движения, адаптация алгоритма для работы в составе движущегося пеленгатора и многопозиционной системы пеленгации, исследование возможностей применения измерителя в условиях помех различного происхождения.

Литература

[1] Stepanov O.A., Isaev A.M., Motorin A.V., Litvinenko Yu.A., Zolotarevich V.P. Recursive and Nonrecursive Algorithms Applied to Navigation Data Processing: Differences and Interrelation with Factor Graph Optimization Algorithms // Proc. 31st Saint Petersburg Int. Conf. ICINS 2024, St. Petersburg, Russia, 2024, pp. 450–452.

[2] Воронина Н.Г. Решение задачи сопровождения траекторий морских объектов по угломерной информации // Подводные исследования и робототехника. 2019. №3(29). С. 13–23.

[3] Voronina N.G., Shafranyuk A.V. Algorithm for constructing trajectories of maneuvering object based on bearing-only information using the Basis Pursuit method // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. Vol. 1864.

[4] Воронина Н.Г., Шафранюк А.В. Кусочно-стационарная фильтрация в задачах траекторного анализа // Материалы конф. «Управление в морских системах». 2020. С. 30–33.

[5] Solonar A.S., Khmarski P.A., Naumov A.O., Juraev D.A., Muhammedov B.M. The use of numerical Monte Carlo integration to verify the physical feasibility of a trajectory based on surveillance radar data // Stochastic Modelling and Computational Sciences. 2023. 3(1). P. 59–73.

[6] Хмарский П.А., Солонар А.С. Особенности реализации адаптивных дискретных квазилинейных фильтров параметров траекторий // Докл. БГУИР. 2012. №8 (70). С. 57–64.

[7] Горшков С.А., Солонар А.С. Сопоставление методов адаптивной дискретной фильтрации координат маневрирующих целей // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2006. Т.4. №6. С. 14–30.

[8] Дмитриев С.П., Степанов О.А. Многоальтернативная фильтрация в задачах обработки навигационной информации // Радиотехника. 2004. № 7. С. 11–17.

[9] Бар-Шалом Я., Ли Х.Р. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. Ч. 2. М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2011. 239 с.

[10] Blackman S., Popoli R. Design and analysis of modern tracking systems. Boston: Artech House, 1999. 1230 p.

[11] Solonar A.S., Khmarskiy P.A., Mihalkovskiy A.A., Tsuprik S.V. Features of trajector measurement coordinates and parameters of movement of ground objects in on-board optical-location systems // 25th Saint Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, 2018, pp. 1–5. doi:10.23919/ICINS.2018.8405853.

[12] Солонар А.С., Хмарский П.А., Михалковский А.А. Особенности фильтрации координат и параметров движения объекта на этапе совершения установившегося разворота // Докл. БГУИР. 2013. №4 (74). С. 67–73.

[13] Blom H.A.P., Bar-Shalom Y. The Interacting Multiple Model Algorithm for Systems with Markovian Switching Coefficients // IEEE Trans. Automat. Control. 1988. V. 33. № 8. Aug. P. 780–783. doi:10.1109/9.1299

[14] Solonar, A.S., Khmarski, P.A., Tsuprik, S.V. Tracking Estimator of the Ground Target Coordinates and Motion Parameters Using Onboard Optical Location System Data // Gyroscopy Navig. 14, 244–258 (2023).

[15] Solonar A.S., Khmarski P.A. Main problems of trajectory processing and approaches to their solution within the framework of multitarget tracking // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. Vol. 1864. Art. ID 012004. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1864/1/012004

[16] Li X.R., Jilkov V.P. Survey of maneuvering target tracing. Part I: dynamic models // IEEE Trans. Aerospace Electronic Syst. 2003. V. 39. № 4. P. 1333–1364. DOI:10.1109/TAES.2003.1261132

Астрономическая калибровка бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы на простом опорно-поворотном стенде

Н.Н. Василюк
ООО «НПК «Электрооптика»
Москва, Россия
ORCID: 0000-0003-2317-8066

***Аннотация*—Под астрономической калибровкой понимается использование наблюдений звёзд для определения геометрических параметров бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы, систематически влияющих на погрешности определения её географических координат. Конструкция стенда для астрономической калибровки достаточно проста – от него требуется только поворачивать калибруемую систему и удерживать её ориентацию между поворотами. От стенда не требуется измерять ориентацию удерживаемой системы. Набор калибруемых параметров разбивается на три группы, которые калибруются последовательно, по общему набору астрономических наблюдений. Т.е. для полной калибровки системы астрономическим способом достаточно одного наблюдательного сеанса. Калибровка первой и второй группы параметров выполняется по результатам сравнения координат звёзд, обнаруженных в цифровых изображениях и рассчитанных из данных звёздного каталога. Калибровка третьей группы параметров выполняется по результатам сравнения приращений ориентации системы, рассчитанных из инерциальных и астрономических измерений. Погрешности астрономической калибровки параметров внутри каждой группы достаточно малы и составляют единицы угловых секунд.**

***Ключевые слова—астродатчик, астроориентация, астроинерциальная навигационная система, астрономическая калибровка, калибровка дисторсии, элементы внутреннего ориентирования*.**

I. Введение

Бесплатформенная астроинерциальная навигационная система (АИНС) состоит из астровизирующего устройства (АВУ), бесплатформенного инерциального измерительного модуля (ИИМ) и хранителя времени. Все компоненты АИНС собраны в единую конструкцию без движущихся частей (рис. 1). АВУ состоит из $I \geq 1$ однотипных цифровых камер с номерами $i = 1 \ldots I$, жёстко закреплённых на общем основании. Размер поля зрения каждой камеры – не менее 10°. Моменты начала экспозиции всех камер синхронизированы между собой. Механическое соединение АВУ и ИИМ обеспечивает неизменность их взаимной ориентации в течение всего времени эксплуатации АИНС.

АВУ получает изображения звёздного неба, обнаруживает и распознаёт наблюдаемые звёзды и определяет свою астроориентацию относительно небесной геоцентрической системы координат. Для распознавания с приемлемой вероятностью ошибки требуется наблюдать не менее четырёх звёзд. Из астроориентации АВУ рассчитывается астроориентация АИНС, которая используется для коррекции нарастающих погрешностей инерциальной навигации.

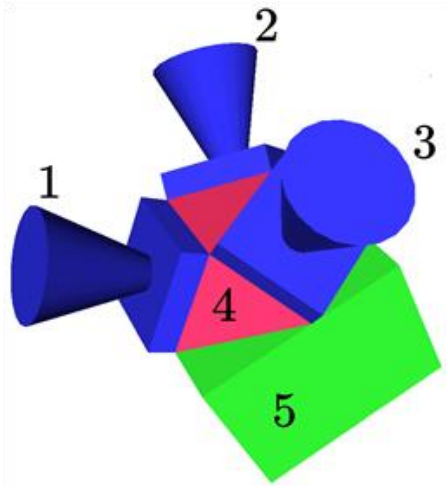


Рис. 1. Компоновка бесплатформенной АИНС. 1,2,3 – камеры АВУ; 4 – основание АВУ; 5 – ИИМ

Каждая цифровая камера АВУ получает изображение своего участка звёздного неба, в котором обнаруживаются изображения отдельных звёзд. Из этих изображений вычисляются координаты направляющих векторов обнаруженных звёзд в системе координат камеры. Для вычисления координат направляющих векторов используются параметры внутреннего ориентирования камеры: фокусное расстояние, координаты главной точки, коэффициенты дисторсии. Фактические значения этих параметров отличаются от проектных и должны определяться в результате индивидуальной калибровки камеры.

Распознавание звёзд выполняется по созвездию с расширенными угловыми размерами, собранному из звёзд, обнаруженных всеми камерами. Такой подход позволяет определять астроориентацию АВУ даже в случаях, когда каждая камера в отдельности наблюдает менее четырёх звёзд. Кроме этого, расширение угловых размеров созвездия улучшает точность определения астроориентации АВУ. Для сборки расширенного созвездия необходимо определить взаимные ориентации камер в составе АВУ. В этом случае АВУ можно рассматривать как одну виртуальную камеру со

сложным полем зрения, составленную из нескольких реальных камер.

АИНС должна определять свои координаты, вектор скорости и ориентацию относительно поверхности Земли. Этот набор навигационных параметров АИНС определяются для приборной системы координат ИИМ. АВУ определяет астроориентацию своей координат виртуальной камеры. Для определения астроориентации АИНС из астроориентации АВУ необходимо определить ориентацию виртуальной камеры относительно ИИМ. Эта ориентация отличается от проектной в силу погрешностей сборки АИНС.

Плотная компоновка конструкции АИНС мешает прямому измерению взаимных ориентаций камер в составе АВУ и ориентации АВУ относительно ИИМ. Поэтому эти ориентации определяются в результате калибровки. Здесь возникает затруднение, связанное с различной физической природой величин, измеряемых калибруемыми устройствами. АВУ определяет направления на бесконечно удалённые источники света. ИИМ измеряет компоненты векторов угловой скорости и кажущегося ускорения АИНС. Для калибровки взаимной ориентации АВУ и ИИМ эталонные источники света должны наблюдаться при всех калибровочных поворотах АИНС. Направления на эти источники должны быть заданы относительно осей вращения калибровочного стенда с погрешностью в единицы угловых секунд. Также с «секундной погрешностью» должны измеряться механические повороты АИНС. Такие исходные данные требуют построения достаточно сложного стенда для калибровки АИНС в сборе.

Требования к конструкции стенда калибровки АИНС можно существенно упростить, если принять во внимание, что ИИМ навигационного класса всегда калибруются при изготовлении. Для их калибровки используются высокоточные поворотные стендыs, на которые не накладываются требования по привязке к источникам оптического излучения. Откалиброванные ИИМ сам является устройством для точного измерения компонент вектора угловой скорости относительно своей приборной системы координат.

С другой стороны, звёзды можно рассматривать как бесконечно удалённые точечные источники света. Угловые координаты этих источников известны с очень высокой точностью, а их концентрация в верхней полусфере недостижима никакими техническими средствами. Алгоритмы обнаружения и распознавания звёзд являются штатными алгоритмами работы АВУ. Поэтому для калибровки АИНС имеет смысл рассмотреть астрономическую калибровку, когда вращение АИНС измеряется гироскопами ИИМ, а в качестве точечных источников света используются наблюдаемые звёзды. В этом случае поворотный стенд нужен только для обеспечения удобства выполнения поворотов и фиксации АИНС под звёздным небом в нужном направлении. К нему не предъявляются требования по точности углового вращения или позиционирования.

Астрономическая калибровка разделяется по группам параметров: элементы внутреннего ориентирования отдельных камер (1-я группа), параметры относительной ориентации камер в составе АВУ (2-я группа), параметры ориентации АВУ относительно ИИМ (3-я группа). Значения параметров в каждой группе определяются в отдельном алгоритмическом блоке, которые выполняются последовательно и обрабатывают общий набор первичных калибровочных данных. Т.е. для полной астрономической калибровки АИНС достаточно одного калибровочного сеанса.

II. Получение и подготовка калибровочных данных

Первичные данные для калибровки АИНС получают на простом опорно-поворотном устройстве (ОПУ). Координаты и точное время в месте выполнения калибровки получают от приёмника сигналов глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС) (рис.2.a). Калибровочная траектория АИНС содержит несколько последовательных статических положений, связанных поворотами. На последовательность поворотов АИНС накладываются определённые ограничения, которые будут обсуждаться далее.

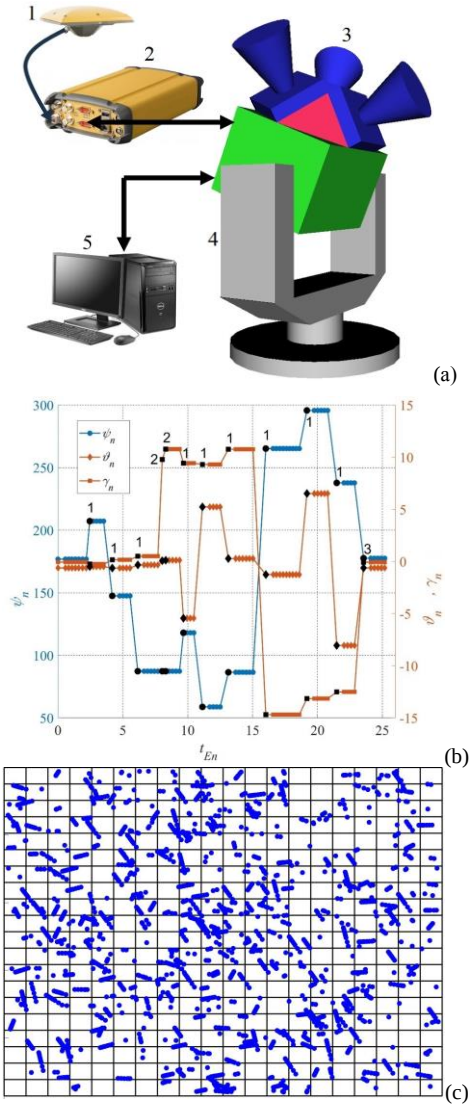


Рис. 2. Получение и подготовка данных для астрономической калибровки АИНС. (a) Схема калибровочного стенда: 1,2 – антенна и приёмник сигналов ГНСС; 3 – калибруемая АИНС; 4 – ОПУ; 5 – компьютер управления и сбора данных. (b) Типичная калибровочная траектория АИНС: tEn в минутах; ψn, ϑn, γn – в градусах. (c) Положения яркостных центров звёзд в плоскости изображения, обнаруженных и распознанных во всех кадрах, полученных одной камерой за время прохождения калибровочной траектории

За время выполнения калибровочных поворотов от каждой камеры на внешний носитель записываются N кадров с изображениями звёздного неба. Все камеры начинают экспонировать очередной кадр с номером n = 1…N синхронно, в один момент начала экспозиции t_{En}, определяемый по шкале времени UTC(SU). Ориентация АИНС в момент времени t_{En} описывается неизвестными углами курса ψ_n, тангажа ϑ_n и крена γ_n (рис.2.b.). Кадры с камер записываются одновременно с измерениями ИИМ. Изображения звёзд в каждом кадре сначала обнаруживаются, а потом распознаются (рис.2.c.).

После прохождения калибровочной траектории для каждой камеры АВУ оказывается записано N кадров с моментами начала экспозиции t_{En}. В каждом кадре содержится R_n^i распознанных звёзд, i = 1…I, n = 1…N. Общее количество звёзд R_Σ^i и R_Σ, распознанных во всех кадрах камеры i и во всех кадрах всех камер: $R_\Sigma^i = \sum_{n=1}^{N} R_n^i$, $R_\Sigma = \sum_{i=1}^{I} R_\Sigma^i$. Внутри кадра n камеры i звёздам присваиваются порядковые номера $r_n^i = 1...R_n^i$. При сквозной нумерации звёзд, обнаруженных во всех кадрах камеры i, звезде с номером r_n^i присваивается порядковый номер $r^i = r_n^i + \sum_{q=1}^{n-1} R_q^i$: сначала нумеруются звёзды первого кадра, затем – второго и т.д. При сквозной нумерации звёзд, обнаруженных во всех кадрах всех камер звезде с номером r^i присваивается порядковый номер $r = r^i + \sum_{q=1}^{i-1} R_\Sigma^q$: сначала нумеруются звёзды, обнаруженные во всех кадрах камеры 1, затем – камеры 2 и т.д. Положение яркостного центра обнаруженной звезды с номером r_n^i задаётся растровыми координатами $[\tilde{h}_{n,r_n^i}^i, \tilde{w}_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}$, содержащих дисторсию объектива [1].

Каждой обнаруженной звезде с номером r_n^i ставится в соответствие запись в звёздном каталоге, которая позволяет рассчитать координаты $\mathbf{b}_{BCRS\ n,r_n^i}^i$ её единичного направляющего вектора относительно системы координат BCRS (Barycentric Celestial Reference System). В этих координатах необходимо учесть релятивистскую аберрацию света, возникающую от орбитального движения Земли. Этот учёт выполняется путём преобразования вектора $\mathbf{b}_{BCRS\ n,r_n^i}^i$ в вектор $\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i$, заданный в системе координат GCRS (Geocentric Celestial Reference System). Массивы растровых координат $\{[\tilde{h}_{n,r_n^i}^i, \tilde{w}_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$ и каталожных координат $\{\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$, полученные для всех кадров всех камер, являются исходными данными для астрономической калибровки АИНС [1].

III. Обработка калибровочных данных

A. Калибровка 1-й группы параметров

Вектор $\mathbf{p}^i = [F^i\ h_O^i\ w_O^i\ k_1^i\ k_2^i]^\mathsf{T}$ элементов внутреннего ориентирования калибруется для каждой камеры i = 1…I в отдельности, где F^i - фокусное расстояние, h_O^i, w_O^i - растровые координаты главной точки изображения, k_1^i, k_2^i - коэффициенты радиальной дисторсии [1].

Звёзды наблюдаются через атмосферу и в результатах наблюдения необходимо учесть атмосферную рефракцию. Для калибровки 1-й групп параметров рефракция учитывается в каталожных координатах $\{\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$. Для этого, каждый вектор $\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i$ сначала проецируется на систему координат ITRS (International Terrestrial Reference System): $\mathbf{g}_{ITRS\ n,r_n^i}^i = \mathbf{S}_{ITRS}^{GCRS}(t_{En})\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i$, где $\mathbf{S}_{ITRS}^{GCRS}(t_{En})$ - матрица поворота Земли относительно GCRS, рассчитанная на эпоху наблюдения t_{En}. Затем, вектор $\mathbf{g}_{ITRS\ n,r_n^i}^i$ проецируется на локальную систему координат ENU (East-North-Up): $\mathbf{g}_{ENU\ n,r_n^i}^i = \mathbf{S}_{ENU}^{ITRS}(B,L)\mathbf{g}_{ITRS\ n,r_n^i}^i$, где $\mathbf{S}_{ENU}^{ITRS}(B,L)$ - матрица преобразования координат из ITRS в ENU; B, L – широта и долгота места выполнения калибровки. И, наконец, вектор $\mathbf{g}_{ENU\ n,r_n^i}^i$ преобразуется в вектор $\mathbf{p}_{ENU\ n,r_n^i}^i$, в котором учтена астрономическая рефракция на плоско-параллельной модели стандартной атмосферы. В результате этой цепочки преобразований из массива $\{\mathbf{g}_{GCRS\ n,r_n^i}^i\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$ каталожных координат получается массив $\{\mathbf{p}_{ENU\ n,r_n^i}^i\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$ эталонных значений направляющих векторов обнаруженных звёзд [1].

С каждой камерой i связана её собственная система координат CF^i, на которую должны быть спроецированы векторы $\{\mathbf{p}_{ENU\ n,r_n^i}^i\}_{r_n^i=1}^{R_n^i}$. Конструкция калибровочного стенда очень проста, поэтому ориентация CF^i относительно ENU в момент съёмки кадра n неизвестна. Для нахождения этой ориентации необходимо включить углы $\boldsymbol{\psi}_n^i = [\psi_n^i\ \vartheta_n^i\ \gamma_n^i]^\mathsf{T}$ поворота CF^i относительно ENU в момент t_{En} в вектор оцениваемых параметров, совместно с $\mathbf{p}^i$. Т.о. полный вектор $\mathbf{x}_{\{1\}}^i$ оцениваемых параметров для калибровки 1-й группы параметров АИНС будет содержать только 5 «полезных» параметров и 3N «мешающих» параметров, которые нужно оценить, чтобы получить полезные параметры: $\mathbf{x}_{\{1\}}^i = [\boldsymbol{\psi}_1^{i\mathsf{T}}\ \boldsymbol{\psi}_2^{i\mathsf{T}}\ ...\boldsymbol{\psi}_N^{i\mathsf{T}}\ \mathbf{p}^{i\mathsf{T}}]^\mathsf{T}$.

Для вычисления вектора $\mathbf{x}_{\{1\}}^i$ строится вектор невязок $\mathbf{e}_{\{1\}}^i(\mathbf{x}_{\{1\}}^i) = [\mathbf{e}_{1,1}^{i\mathsf{T}}...\mathbf{e}_{1,R_1^i}^{i\mathsf{T}}...\mathbf{e}_{N,1}^{i\mathsf{T}}...\mathbf{e}_{N,R_N^i}^{i\mathsf{T}}]^\mathsf{T}$ размерности $2R_\Sigma^i \times 1$ (рис.3.a.), где $\mathbf{e}_{n,r_n^i}^i = [\hat{x}_{n,r_n^i}^i - x_{n,r_n^i}^i\ \ \hat{y}_{n,r_n^i}^i - y_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}$; $[\hat{x}_{n,r_n^i}^i\ \ \hat{y}_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}$ - векторные координаты, рассчитанные из вектора $\mathbf{p}_{ENU\ n,r_n^i}^i$ с использованием значений ψ_n^i, ϑ_n^i, γ_n^i, $\mathbf{p}^i$; $[x_{n,r_n^i}^i\ \ y_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}$ - векторные координаты, рассчитанные из $[\tilde{h}_{n,r_n^i}^i, \tilde{w}_{n,r_n^i}^i]^\mathsf{T}$ с использованием значения $\mathbf{p}^i$ [1].

Результатами калибровки 1-й группы параметров является набор векторов $\{\hat{\mathbf{p}}^i\}_{i=1}^I$ и их ковариационных матриц $\{\mathbf{P}_{\delta\mathbf{p}}^i\}_{i=1}^I$, содержащихся в векторах $\hat{\mathbf{x}}_{\{1\}}^i = \arg\min_{\mathbf{x}}(\mathbf{e}_{\{1\}}^{i\mathsf{T}}(\mathbf{x}_{\{1\}}^i)\mathbf{e}_{\{1\}}^i(\mathbf{x}_{\{1\}}^i))$ и ковариационных матрицах $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{x}}^i$, i = 1…I [1]. В результате калибровки удаётся получить среднеквадратичные погрешности определения полезных параметров σ_F = 2 мкм, σ_{hO} = 0,7 пикселя,

$\sigma_{wO} = 0{,}6$ пикселя и мешающих параметров $\sigma_\psi = 11''$, $\sigma_\vartheta = 8''$, $\sigma_\gamma = 11''$ при угловом размере пикселя в $13''$ и остаточной навязке $|\mathbf{e}^i_{n,r^i_n}| \le 0{,}5$ пикселя (рис.3.b.).

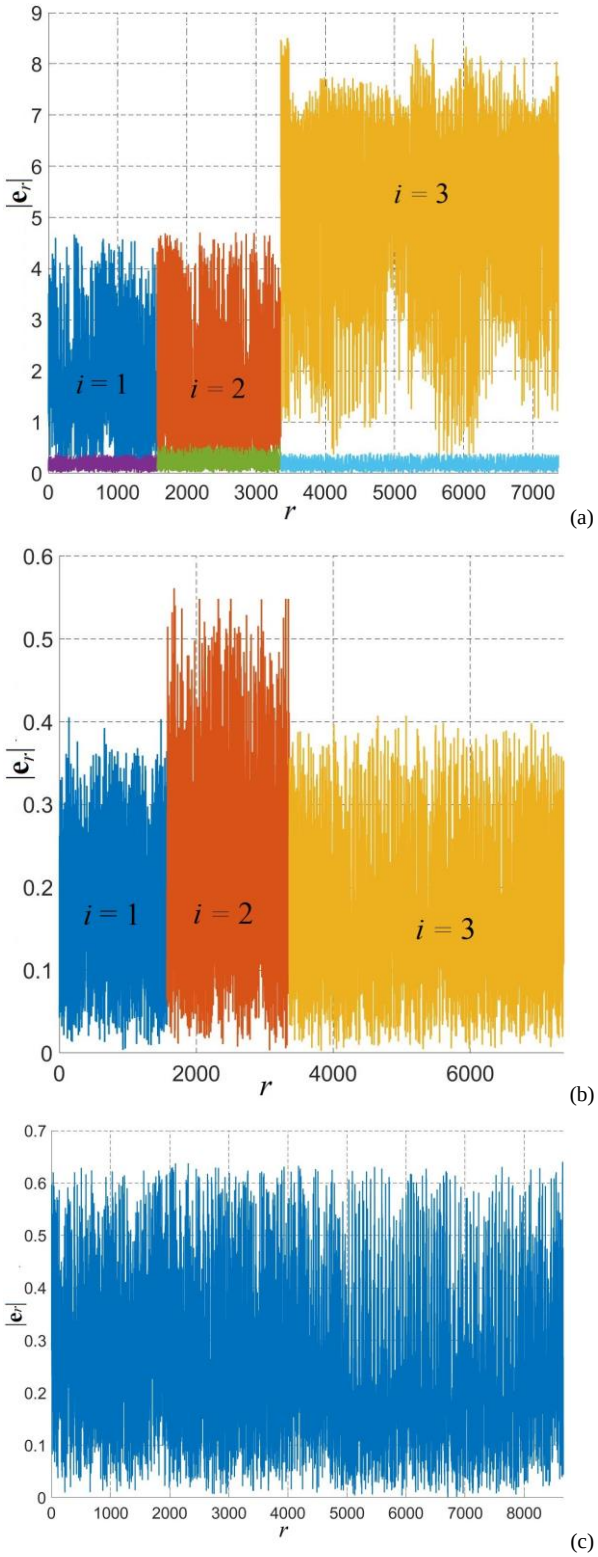


Рис. 3. Модули невязок $|\mathbf{e}_r| = |\mathbf{e}^i_{n,r^i_n}|$ в отдельных звёздах с порядковыми номерами $r = 1\ldots R_\Sigma$, выраженные в единицах размера пикселя, при калибровке 1-й и 2-й групп параметров АИНС для $I = 3$. (a) Невязки до (синий, оранжевый, жёлтый) и после (фиолетовый, зелёный, голубой) калибровки 1-й группы параметров. (b) Невязки после калибровки 1-й группы параметров в увеличенном масштабе. (c) Невязки после калибровки 2-й группы параметров

B. Калибровка 2-й группы параметров

Вторая группа калибруемых параметров состоит из наборов $\boldsymbol{\alpha}^i = [\alpha^i_\psi\ \alpha^i_\vartheta\ \alpha^i_\gamma]^\mathsf{T}$ углов ориентации камеры $i = 2\ldots I$ относительно камеры 1. При этом углы ориентации камеры 1 считаются нулевыми $\boldsymbol{\alpha}^1 = [0\,0\,0]^\mathsf{T}$ [2]. К моменту начала калибровки 2-й группы параметров 1-я группа уже откалибрована и получены массивы $\{\{\boldsymbol{\xi}^i_{n,r^i_n}\}^{R^i_n}_{r^i_n=1}\}^{R^i_\Sigma}_{n=1}$, $\boldsymbol{\xi}^i_{n,r^i_n} = [x^i_{n,r^i_n}\ \ y^i_{n,r^i_n}]^\mathsf{T}$, $i = 1\ldots I$ векторных координат яркостных центров изображений звёзд, в которых учтены откалиброванные значения элементов внутреннего ориентирования отдельных камер [2].

Для калибровки 2-й группы параметров АИНС, в качестве «мешающих» параметров, достаточно оценить только углы $\{\boldsymbol{\psi}^1_n\}^N_{n=1}$ ориентации камеры $i = 1$. Ориентация камеры с номером $i = 2\ldots N$ относительно ENU в момент t_{En} находится через шесть последовательных поворотов: сначала три поворота на переменные «мешающие» углы $\boldsymbol{\psi}^1_n$, а затем – три поворота на постоянные «полезные» углы $\boldsymbol{\alpha}^i$. Т.о. полный вектор $\mathbf{x}_{\{2\}}$ оцениваемых параметров для калибровки 2-й группы параметров АИНС содержит $3N$ «мешающих» параметров и $3(I-1)$ «полезных» параметров: $\mathbf{x}_{\{2\}} = [\boldsymbol{\psi}^{1\mathsf{T}}_1\ \boldsymbol{\psi}^{1\mathsf{T}}_2 \ldots \boldsymbol{\psi}^{1\mathsf{T}}_N\ \boldsymbol{\alpha}^{2\mathsf{T}} \ldots \boldsymbol{\alpha}^{I\mathsf{T}}]^\mathsf{T}$ [2].

Вектор $\mathbf{e}_{\{2\}}(\mathbf{x}_{\{2\}})$ невязок строится по всем обнаруженным звёздам во всех кадрах всех камер и имеет размерность $2R_\Sigma \times 1$. Вектор $\mathbf{e}_{\{2\}}(\mathbf{x}_{\{2\}})$ состоит из пар разностей координат $\mathbf{e}^i_{n,r^i_n} = \hat{\boldsymbol{\xi}}^i_{n,r^i_n}(\boldsymbol{\psi}^1_n, \boldsymbol{\alpha}^i) - \boldsymbol{\xi}^i_{n,r^i_n}$, где $\hat{\boldsymbol{\xi}}^i_{n,r^i_n}(\boldsymbol{\psi}^1_n, \boldsymbol{\alpha}^i) = [\hat{x}^i_{n,r^i_n}\ \ \hat{y}^i_{n,r^i_n}]^\mathsf{T}$ - векторные координаты центральной проекции направления, заданного вектором $\mathbf{p}^i_{ENU\ n,r^i_n}$, на плоскость кадра n камеры i. Искомое значение вектора калибруемых параметров находится минимизацией модуля вектора невязок: $\hat{\mathbf{x}}_{\{2\}} = \arg\min_{\mathbf{x}}(\mathbf{e}^\mathsf{T}_{\{2\}}(\mathbf{x}_{\{2\}})\mathbf{e}_{\{2\}}(\mathbf{x}_{\{2\}}))$. Результатами калибровки 2-й группы параметров являются наборы векторов $\{\hat{\boldsymbol{\alpha}}^i\}^I_{i=2}$ и их ковариационных матриц $\{\mathbf{P}^i_{\boldsymbol{\alpha}}\}^I_{i=2}$, содержащихся в векторе $\hat{\mathbf{x}}_{\{2\}}$ и его ковариационной матрице $\mathbf{P}_{\delta\mathbf{x}}$. В результате калибровки удаётся получить среднеквадратичные погрешности определения «полезных» параметров $\sigma_{\alpha\psi}$, $\sigma_{\alpha\vartheta}$, $\sigma_{\alpha\gamma} < 1{,}5''$ для $i = 2{,}3$ и «мешающих» параметров $\sigma_\psi = 1{,}1''$, σ_ϑ, $\sigma_\gamma < 0{,}6''$ при угловом размере пикселя в $13''$ и остаточной невязке $|\mathbf{e}^i_{n,r^i_n}| \le 0{,}6$ пикселя (рис.3.c.). Остаточные невязки после калибровки 2-й группы параметров включают в себя остаточные невязки после калибровки 1-й группы параметров.

При калибровке 2-й группы параметров погрешности определения «мешающих» параметров уменьшились. Это связано с увеличением углового размера обрабатываемого созвездия. Для калибровки 1-й группы параметров созвездия наблюдаются в пределах полей зрения отдельных камер и обрабатываются раздельно. Для калибровки 2-й группы несколько созвездий, наблюдаемых отдельными физическими камерами, вычислительно объединяются в одно созвездие. Эффек-

тивные угловые размеры обрабатываемого созвездия, при таком объединении, увеличиваются.

C. Калибровка 3-й группы переметров

Для определения 3-й группы калибруемых параметров АВУ рассматривается как виртуальная камера со сложным полем зрения, полученным объединением полей зрения реальных камер [3]. С виртуальной камерой связан базис VF (Virtual Frame). VF может быть как повёрнут относительно CF^1 на фиксированные, наперёд заданные углы $\boldsymbol{\psi}^{VF} = [\psi^{VF}\ \vartheta^{VF}\ \gamma^{VF}]^{\mathsf{T}}$, так и тождественно совпадать с CF^1. В этом случае $\boldsymbol{\psi}^{VF} = [0\ 0\ 0]^{\mathsf{T}}$. Угловые координаты звёзд, наблюдаемых отдельными физическими камерами $i = 1\ldots I$ и измеренные относительно CF^i, преобразуются к VF через преобразования, задаваемые матрицами направляющих косинусов $\mathbf{S}_{CF^1}^{CF^i}(\boldsymbol{\alpha}^i)$ и $\mathbf{S}_{VF}^{CF^1}(\boldsymbol{\psi}^{VF})$. ИИМ измеряет компоненты угловой скорости и кажущегося ускорения в своём измерительном базисе MF (Measurement Frame). Калибровка 3-й группы параметров – это определение ориентации VF относительно MF, которая задаётся тремя углами $\boldsymbol{\beta} = [\beta_\psi\ \beta_\vartheta\ \beta_\gamma]^{\mathsf{T}}$ [3]

При поворотах АИНС VF и MF совершают один и тот же поворот. Простой калибровочный стенд не измеряет величину и направление этого поворота. Откалиброванное АВУ определяет свою ориентацию относительно звёзд с высокой точностью. Ориентацию ИИМ относительно внешних ориентиров на простом стенде можно определить только гирокомпасированием. Гирокомпасирование – очень грубый метод, среднеквадратичная погрешность курса составляет около 2′, а крена и тангажа около 10″- 15″.

Однако, ИИМ навигационного класса является высокоточным измерителем вектора угловой скорости. Проинтегрировав эту скорость, можно получить приращение ориентации ИИМ на интервале времени между астрономическими измерениями АВУ. Приращение ориентации АВУ за этот же интервал времени рассчитывается из его собственных измерений. Таким образом, на простом стенде ориентация АВУ относительно ИИМ должна калиброваться не по измерениям ориентаций, а по их приращениям.

АВУ определяет ориентацию VF относительно GCRS в момент времени t_{En} по результатам наблюдений звёзд всеми камерами. Эта ориентация представляется в виде матрицы $\mathbf{S}_{GCRS}^{VF,n}$. Приращение ориентации АВУ за интервал времени $[t_{En-1},\ t_{En}]$: $\Delta\mathbf{S}_n^{avy} = (\mathbf{S}_{GCRS}^{VF,n-1})^{\mathsf{T}}\mathbf{S}_{GCRS}^{VF,n}$. Приращение ориентации ИИМ рассчитывается интегрированием измерений $\boldsymbol{\omega}(t)$, $t \in [t_{En-1}, t_{En}]$ на этом же интервале: $\Delta\mathbf{S}_n^{imu} = \mathbf{I}_3 + \int_{t_{En-1}}^{t_{En}} \Delta\mathbf{S}_n^{imu}(t)\,\boldsymbol{\omega}(t)\,dt$.

Для нахождения калибруемых значений углов $\boldsymbol{\beta}$ из них составляется матрица $\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta})$ преобразования координат из VF в MF. Эта матрица позволяет записать уравнение для нахождения $\boldsymbol{\beta}$, связывающее между собой приращения $\Delta\mathbf{S}_n^{avy}$ и $\Delta\mathbf{S}_n^{imu}$

$$\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta})\Delta\mathbf{S}_n^{avy} = \Delta\mathbf{S}_n^{imu}\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta})\ ,\ n = 2...N\ . \qquad (1)$$

Решение этого уравнения неоднозначно. Матрица $\Delta\mathbf{S}_n^{avy}$ описывает поворот АВУ вокруг своего собственного вектора $\mathbf{k}_{VF,n}$: $\Delta\mathbf{S}_n^{avy}\mathbf{k}_{VF,n} = \mathbf{k}_{VF,n}$. Если матрица $\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta})$ удовлетворяет этому уравнению, другая матрица $\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{Q}$ также будет удовлетворять этому уравнению, где $\mathbf{Q}$ - матрица поворота на произвольный угол вокруг вектора $\mathbf{k}_{VF,n}$ [3]. Поэтому ориентацию АВУ относительно ИИМ нельзя откалибровать по наблюдениям, записанным АИНС, неподвижной относительно Земли. Калибровочная траектория АИНС (рис.2.b.) должна содержать, минимум, два поворота с различными векторами $\mathbf{k}_{VF,n} \neq \mathbf{k}_{VF,q}$, где n, q – номера различных кадров АВУ (рис.4.a).

Повторение уравнения (1) для всех кадров $n = 2\ldots N$ позволяет записать переопределённую систему уравнений для нахождения $\boldsymbol{\beta}$:

$$\begin{cases} \mathbf{I}_3 = (\Delta\mathbf{S}_2^{avy})^{\mathsf{T}}(\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}))^{\mathsf{T}}\Delta\mathbf{S}_2^{imu}\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}) \\ \vdots \\ \mathbf{I}_3 = (\Delta\mathbf{S}_N^{avy})^{\mathsf{T}}(\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}))^{\mathsf{T}}\Delta\mathbf{S}_N^{imu}\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}) \end{cases},$$

где $\mathbf{I}_N$ – единичная матрица размером $N \times N$.

Невязка каждого уравнения этой системы представляет собой матрицу

$$\begin{bmatrix} f_{11n} & f_{12n} & f_{13n} \\ f_{21n} & f_{22n} & f_{23n} \\ f_{31n} & f_{32n} & f_{33n} \end{bmatrix} = \\ = (\Delta\mathbf{S}_N^{avy})^{\mathsf{T}}(\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}))^{\mathsf{T}}\Delta\mathbf{S}_N^{imu}\mathbf{C}_{MF}^{VF}(\boldsymbol{\beta}) - \mathbf{I}_3 \quad .$$

Из элементов матрицы для каждого значения $n = 2\ldots N$ строится вектор невязки в виде вектора малого поворота $\mathbf{f}_n(\beta) = [f_{n,x}\ f_{n,y}\ f_{n,z}]^{\mathsf{T}} = 0{,}5[f_{32n} - f_{23n}\ f_{13n} - f_{31n}\ f_{21n} - f_{12n}]^{\mathsf{T}}$. Полный вектор невязки для нахождения значений 3-й группы калибруемых параметров собирается из векторов $\mathbf{f}_n(\beta)$: $\mathbf{e}_{\{3\}}(\boldsymbol{\beta}) = [\mathbf{f}_2^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{\beta})\,\mathbf{f}_3^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{\beta})...\mathbf{f}_N^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{\beta})]^{\mathsf{T}}$. Искомое значение вектора калибруемых параметров находится минимизацией модуля вектора невязок $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg\min_{\boldsymbol{\beta}}(\mathbf{e}_{\{3\}}^{\mathsf{T}}(\boldsymbol{\beta})\mathbf{e}_{\{3\}}(\boldsymbol{\beta}))^{1/2}$.

Значения углов поворота φ_n^{avu} АВУ и φ_n^{imu} ИИМ, содержащиеся в приращениях $\Delta\mathbf{S}_n^{avy}$ и $\Delta\mathbf{S}_n^{imu}$, должны быть равны между собой:

$$\varphi_n^X = \arccos\frac{\mathrm{Tr}(\Delta\mathbf{S}_n^X) - 1}{2},\ X = avu, imu\ .$$

Однако, реальная разность $\varphi_n^{avu} - \varphi_n^{imu} \neq 0$ и обусловлена погрешностями измерения, погрешностями учёта рефракции и деформациями конструкции АИНС (рис.4.b.). Эту разность можно рассчитать до калибровки, сразу после получения приращений ориентации. Разность $\varphi_n^{avu} - \varphi_n^{imu}$ ограничивает остаточную невязку после за-

вершения калибровки – компоненты вектора остаточной невязки будут распределены в пределах разности углов поворота (рис.4.c.).

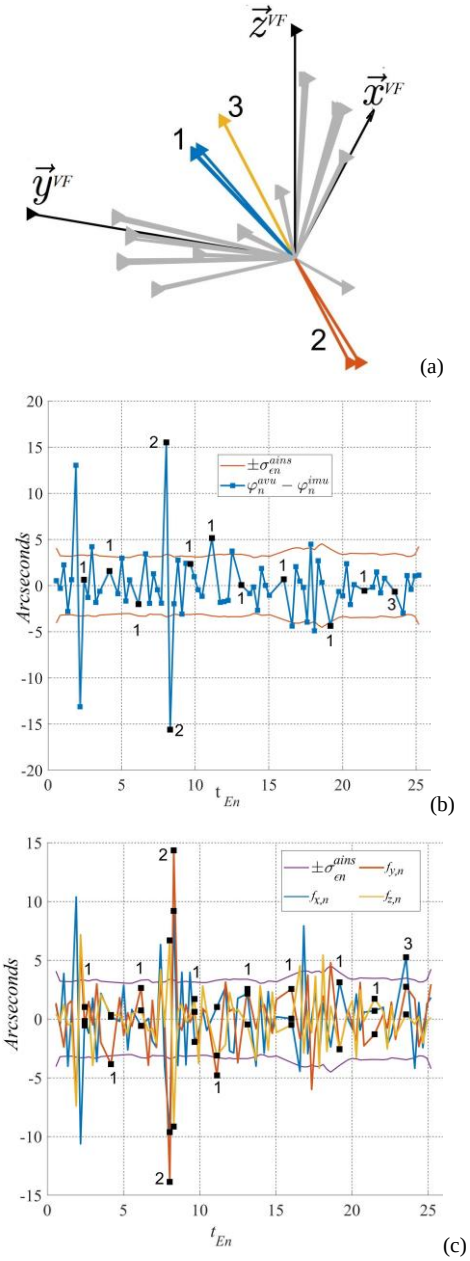


Рис. 4. Калибровка 3-й группы параметров АИНС, t_{En} – в минутах; номера стрелок и значений на графиках соответствуют номерам поворотов на рис.2.b.. (a) Единичные векторы $\mathbf{k}_{VF,\,n}$ для различных значений n; цветные стрелки – приращения ориентации АИНС за счёт вращения стенда, серые стрелки – приращения ориетации АИНС за счёт вращения Земли; $\vec{x}^{VF}, \vec{y}^{VF}, \vec{z}^{VF}$ - координатные оси VF. (b); $\sigma_{\varepsilon n}^{ains}$ [угл.сек] – среднеквадратичное отклонение разности $\varphi_n^{avu} - \varphi_n^{imu}$, рассчитанное по спецификации погрешностей АВУ и ИИМ. (c) Графики компонент векторов остаточных невязок $\mathbf{f}_n(\hat{\boldsymbol{\beta}})$

Результатами калибровки являются вектор $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ и его ковариационная матрица $\mathbf{P}_{\delta\boldsymbol{\beta}}$. Для вектора $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ удаётся получить среднеквадратичные погрешности определения углов ориентации АВУ относительно ИИМ $\sigma_{\beta\psi}$= 6,0″, $\sigma_{\beta\vartheta}$ = 0,6″, $\sigma_{\beta\gamma}$ = 0,6″ при угловом размере пикселя в 13″. Как и в случае с реальной камерой, здесь угол поворота вокруг оптической оси (угол β_ψ) откалибровался с большей погрешностью чем углы наклона оптической оси (углы β_ϑ и β_γ).

IV. Выводы

Калибровка бесплатформенной АИНС – обязательная технологическая процедура, которая должна выполняться после изготовления каждого образца. Для астрономической калибровки АИНС не требуется сложного стендового оборудования. Достаточно простого опорно-поворотного устройства, способного выдержать массу АИНС и зафиксировать её ориентацию в любом положении.

Астрономическая калибровка позволяет получить численные значения всех геометрических параметров АИНС, влияющих на погрешность определения её географических координат (широта и долгота) по наблюдениям звёзд. Эти параметры разбиваются на три группы, которые калибруются последовательно, по одному и тому же набору астрономических наблюдений. Т.е. для полной калибровки АИНС астрономическим способом достаточно одного сеанса астрономических наблюдений.

Первая группа параметров состоит из элементов внутреннего ориентирования каждой цифровой камеры в отдельности: фокусное расстояние, координаты главной точки, коэффициенты радиальной дисторсии. Эти элементы задают закон центрального проецирования пространства предметов на плоскость изображения.

Вторая группа параметров определяет относительную ориентацию отдельных цифровых камер в составе АВУ. При помощи эти параметров результаты астрономических наблюдений, выполненные несколькими физическими камерами, вычислительно объединяются и представляются как результаты наблюдения одной виртуальной камеры. Размер углового поля зрения виртуальной камеры превышает размеры полей зрения реальных камер. За счёт этого уменьшается погрешность определения ориентации АВУ относительно звёзд.

Третья группа параметров определяет постоянную ориентацию АВУ относительно ИИМ. Эта ориентация необходима для проецирования направления местной вертикали, полученного из измерений датчиков ИИМ, на систему координат виртуальной камеры. В результате совместной обработки этого направления и ориентации АВУ относительно звёзд получаются искомые географические координаты АИНС.

Литература

[1] Н.Н. Василюк, Г.А. Нефедов, Е.А. Сидорова, Н.О. Шагимуратова, “Калибровка элементов внутреннего ориентирования цифровой камеры астродатчика по наземным наблюдениям звезд: учет атмосферной рефракции и аберрации света,” Измерительная техника 2023, № 8, С. 42–52, DOI 10.32446/0368-1025it.2023-8-42-52. EDN LLSGQW.

[2] Н.Н. Василюк, Г.А. Нефедов, Е.А. Сидорова, Н.О. Шагимуратова, “Астрономическая калибровка бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы. Ч. 1: Калибровка относительной ориентации цифровых камер,” Гироскопия и навигация 2024, Т. 32, № 2(125), С. 66-84, EDN IDPTKO.

[3] Н.Н. Василюк, Г.А. Нефедов, Е.А. Сидорова, Н.О. Шагимуратова, “Астрономическая калибровка бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы. Часть 2: Калибровка относительной ориентации инерциальных и астрономических измерителей,” Гироскопия и навигация 2024, Т. 32, № 3(126), С. 66-85, EDN RYWYTS.

Принцип построения сильносвязанной инерциально-оптической навигационной системы

С.В. Соколов
Факультет компьютерных технологий
и информационной безопасности,
Ростовский государственный экономический университет
Ростов-на-Дону, Россия
s.v.s.888@yandex.ru

В.А. Погорелов
Факультет авиастроения,
Донской государственный технический университет
Ростов-на-Дону, Россия
vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

***Аннотация*—Одним из наиболее высокоточных методов решения задачи автономной навигации является обработка оптического потока, снимаемого в процессе движения объекта. Существующие методы обработки оптического потока, построенные на определении поля скоростей, позволяют оценить лишь проекции линейной и угловой скоростей объекта. В связи с этим предлагается комплексирование оптической системы навигации (ОСН) с бесплатформенными инерциальными навигационными системами (БИНС). Преимуществом такого подхода является устойчивое на произвольном интервале времени автономное оценивание всех навигационных параметров. В силу неизбежных помех различной физической природы синтез рассмотренной комплексированной инерциально-оптической системы навигации был осуществлен с использованием методов современной теории нелинейной стохастической фильтрации. В качестве алгоритма оценки вектора навигационных параметров был выбран расширенный фильтр Калмана, модифицированный с учетом корреляции шумов объекта и наблюдателя.**

Ключевые слова—оптический поток, поле скоростей, инерциально-оптическая навигационная система, расширенный фильтр Калмана.

I. Введение

В последнее десятилетие в военной и гражданской области значительное развитие получили беспилотные летательные аппараты (БПЛА). К основным областям их использования принято относить задачи мониторинга протяженных объектов, таких как нефте- и газопроводы, территории промышленных предприятий и пр.; доставку грузов, орошение сельскохозяйственных угодий и борьбу с вредителями, поиск людей в труднодоступной местности и их спасение, разведку, целеуказания и т.д.

Для успешного решения перечисленных выше задач современные БПЛА оснащаются системами автоматического управления (САУ), обеспечивающими их движение по заданному маршруту без участия оператора. Центральной проблемой создания подобного рода САУ является синтез их навигационных систем (НС).

Современные НС перспективных БПЛА должны отвечать ряду требований. Во-первых, они должны обеспечивать требуемую точность движения БПЛА по заданному маршруту, во-вторых, быть устойчивыми к действию помех различной физической природы, в-третьих, иметь малую массу и низкое энергопотребление. Также для малых БПЛА, выпускаемых большими сериями, весьма актуальным является стоимость НС.

На сегодняшний день обеспечить в полном объеме выполнение всех перечисленных требований в рамках одного типа НС не представляется возможным. Основным путем разрешения отмеченного противоречия является интеграция НС, построенных на различных физических принципах. Наиболее распространенным вариантом такой интеграции является комплексирование бесплатформенных инерциальных НС (БИНС) и глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [1-4].

Несмотря на то, что в настоящее время разработаны и широко используются различные схемы интегрирования (раздельная, слабо связанная, сильно связанная и глубоко интегрированная), проблема обеспечения требуемой точности навигации БПЛА остается до конца нерешенной. Более того, проблема защиты ГНСС существенно усугубляется в случае воздействия на них уводящих помех типа «спуфинг». Защита приемника сигналов ГНСС от уводящих помех существенно обострилась в последнее годы в связи с разработкой целого ряда новых методов создания интеллектуальных помех.

Анализ литературы позволяет выделить следующие основные способы интеллектуальной подмены истинных сигналов ГНСС [6-9]:

- излучение дальномерных кодов аналогичных сигналам ГНСС, приводящих к неправильным оценкам местоположения потребителя и времени;
- излучение сигналов несуществующих спутников;
- перекрытие сигнала видимого спутника шумом от сигнала ложного спутника;
- постановка помехи, сигнально-кодовая конструкция которой совпадает со структурой истинного сигнала ГНСС.

Естественной альтернативой интегрированию сигналов БИНС-ГНСС является создание полностью автономной системы навигации. Погрешности такой НС не зависят от времени ее функционирования и действия внешних возмущающих воздействий. На сегодняшний день наиболее широкое применение получили корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС)

[10-13]. Однако их использование в БПЛА неизбежно сталкивается с рядом проблем.

Так, при использовании КЭНС основной проблемой является невозможность их применения в течение всего времени полета. Это, в свою очередь, обусловлено необходимостью создания эталонных карт большой размерности и, соответственно, неизбежным длительным поиском экстремума выбранного функционала качества, в результате чего полученные координаты БПЛА устаревают. Кроме того, при движении над протяженными тундровыми, степными и пустынными территориями с участками относительно ровной поверхности, а также над акваторией морей и океанов, трудно найти зоны коррекции, имеющие требуемые идентификационные характеристики. Более того, при применении КЭНС возникает необходимость сохранения объектом постоянной угловой ориентации в течение всего времени съема внешней навигационной информации. Очевидно, что в процессе полета в силу возмущений различной природы заданную пространственную ориентацию объекта точно выдержать не удается. Также необходимо учитывать высокую стоимость КЭНС, что делает их применение в малых БПЛА нецелесообразным.

Альтернативным направлением создания полностью автономных высокоточных НС, получившим применение на практике, является комплексирование БИНС с системами технического зрения. Подобного типа НС получили название «оптические системы навигации» (ОСН) [14-19]. Устанавливаемые на БПЛА ОСН делятся на три типа: использующие эталонную карту, создающие карту в процессе движения и неиспользующие карту. К последним относятся системы, в которых реализованы алгоритмы визуальной одометрии. Частным, но перспективным, случаем использования алгоритмов визуальной одометрии является применение ОСН, использующих информацию об изменении интенсивности оптического потока, регистрируемого во время движения БПЛА.

В настоящее время применение данных систем сталкивается с двумя проблемами. Первая – большие вычислительные затраты при определении параметров поля скоростей, несущего информацию о линейной и угловой скоростях БПЛА. Вторая – невозможность позиционирования БПЛА и определения его угловой ориентации по найденному полю скоростей, зашумленному неизбежными помехами измерения с неизвестными вероятностными характеристиками.

Таким образом, разработка нового метода комплексирования БИНС и ОСН, учитывающего действия внешних и внутренних помех измерений и не накладывающего ограничений на характер движения БПЛА, является актуальной задачей.

II. Стохастические уравнения вектора состояния навигационной системы в форме «объекта»

Для решения поставленной задачи введем следующие системы координат (СК):

- $O\xi\eta\zeta$ – инерциальную СК (ИСК) I начало которой совпадает с центром Земли, ось $O\eta$ направлена по оси вращения Земли; $O\zeta$ совпадает в начальный момент времени с линией пересечения плоскости экватора и Гринвичского меридиана, $O\xi$ дополняет СК до правой;
- приборную СК (ПСК) $J\ Oxyz$ с началом в центре масс (ЦМ) объекта, оси которой направлены по взаимно ортогональным измерительным осям чувствительных элементов (ЧЭ) БИНС;
- сопровождающую геоцентрическую СК (ССК) $S\ OXYZ$ с началом в ЦМ объекта, ось OY которой лежит в плоскости местного меридиана, ось OZ направлена от центра Земли по геоцентрической вертикали, а ось OX дополняет систему координат до правой.

В состав измерительного комплекса БИНС входят три ортогональных акселерометра и три ортогональных датчика угловой скорости (ДУС), оси чувствительности которых направлены по соответствующим осям ПСК.

В качестве математической модели БИНС используем наиболее общую нелинейную форму уравнений БИНС [2]:

$$\dot{\mathbf{Y}}=\mathbf{F}(\mathbf{Y},t)+\mathbf{F_1}(\mathbf{Y},t)\mathbf{W_Y}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{Y}=[\alpha\ \beta\ \gamma\ \lambda\ \varphi\ V_X\ V_Y\ V_Z\ h]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{Y}(0)=\mathbf{Y}_0$

$$\mathbf{W_Y}=\left|\mathbf{W_d}^{\mathrm{T}}\ \ \mathbf{W_a}^{\mathrm{T}}\right|^{\mathrm{T}},$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{Y},t)=\begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}(\beta,\gamma)(\mathbf{Z_d}-\mathbf{m_d}) \\ \hline \begin{bmatrix} 0 & (\cos\varphi)^{-1} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -V_Y \\ V_X \end{bmatrix}(r+h)^{-1} \\ \hline \mathbf{C}^{\mathrm{T}}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\mathbf{Z_a}+ \\ +\left(\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 2\Omega\cos\varphi \\ \Omega\sin\varphi \end{bmatrix}+(r+h)^{-1}\begin{bmatrix} -V_Y \\ V_X \\ V_X\,\mathrm{tg}\varphi \end{bmatrix}\right)\times\begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}\right)- \\ -\begin{bmatrix} 0 \\ -\Omega^2(r+h)\cos\varphi\sin\varphi \\ \Omega^2(r+h)\cos^2\varphi+g \end{bmatrix} \\ \hline V_Z \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F_1}(\mathbf{Y},t)=\begin{bmatrix} -\mathbf{\Phi}(\beta,\gamma) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\mathbf{C}^{\mathrm{T}}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi(\beta,\gamma)=\begin{bmatrix} \sin\gamma/\cos\beta & \cos\gamma/\cos\beta & 0 \\ \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma\,\mathrm{tg}\beta & \cos\gamma\,\mathrm{tg}\beta & 1 \end{bmatrix},$$

где α,β,γ – углы Эйлера-Крылова, определяющие ориентацию ПСК относительно ИСК, $\mathbf{Z_d}=[Z_x\ \ Z_y\ \ Z_z]^{\mathrm{T}}$ - вектор измерений трёх ДУС, $\mathbf{W_d}=[W_x\ \ W_y\ \ W_z]^{\mathrm{T}}$ – аддитивный вектор помех измерения ДУС, аппроксимируемый далее белым гауссовским шумом (БГШ) с нулевым

математическим ожиданием и матрицей интенсивностей $\mathbf{D_d}$, $\mathbf{m_d} = \begin{bmatrix} m_{dx} & m_{dy} & m_{dz} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ - вектор постоянного смещения нуля ДУС, $\mathbf{V_S} = \begin{bmatrix} V_X & V_Y & V_Z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор скорости объекта относительно Земли, r – радиус Земли, h – высота объекта, g – гравитационное ускорение, $\mathbf{Z_a} = \begin{bmatrix} Z_{ax} & Z_{ay} & Z_{az} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ - вектор измерений трёх акселерометров, $\mathbf{W_a} = \begin{bmatrix} W_{a_X} & W_{a_Y} & W_{a_Z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – аддитивный вектор помех измерения акселерометров, аппроксимируемый БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивностей $\boldsymbol{D_a}$, $\mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) = \mathbf{D}(\alpha,\beta,\gamma)\mathbf{B}^{\mathrm{T}}(\lambda,\varphi)$ – матрица поворота 2-го рода ПСК относительно ССК, $\mathbf{D}(\alpha,\beta,\gamma)$ – матрица поворота 2-го рода ПСК относительно ИСК, $\mathbf{B}(\lambda,\varphi)$ – матрица поворота 2-го рода ССК относительно ИСК:

$$\mathbf{B}(\lambda,\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\lambda+\Omega t) & 0 & -\sin(\lambda+\Omega t) \\ -\sin(\lambda+\Omega t)\sin\varphi & \cos\varphi & -\cos(\lambda+\Omega t)\sin\varphi \\ \sin(\lambda+\Omega t)\cos\varphi & \sin\varphi & \cos(\lambda+\Omega t)\cos\varphi \end{bmatrix}.$$

Модель (1) полностью удовлетворяет возможности дальнейшего решения задачи стохастического оценивания вектора навигационных параметров БПЛА. Но при этом необходимо учитывать то обстоятельство, что измерения всех ЧЭ БИНС уже использованы при синтезе стохастических уравнений вектора состояния БИНС (1). В то же время использование современных методов нелинейной стохастической фильтрации предполагает построение еще и наблюдателя вектора состояния БИНС - измерений, содержащих информацию об оцениваемых переменных модели (1). В связи с этим рассмотрим далее возможность использования для ее синтеза показаний ОСН.

III. Информационная модель оптической системы навигации

Оценка параметров движения БПЛА в современных ОСН осуществляется на основе обработки различными методами информации, содержащейся в изменении интенсивности, контраста или цветовой гаммы светового излучения, отраженного от сканируемой поверхности [13-18]. Одним из основных подходов к оценке навигационных параметров объекта по временно̀й последовательности изображений является применение методов, основанных на вычислении поля скоростей оптического потока [17].

Данные методы позволяют оценить параметры движения по движению яркостной картины, состоящему в изменении освещенности земной поверхности. При этом не требуется установления соответствий между признаками на последовательных изображениях. Существо этих методов состоит в том, что движение «сцены» относительно наблюдателя порождает распределение скоростей на картинной плоскости (x,y) («поле скоростей»). Это выражается в изменении во времени значений яркости на плоскости изображений. При этом скорости точек изображения являются функциями параметров линейного и углового движения объекта.

Для построения модели измерений ОСН дополнительно введем СК $OX^*Y^*Z^*$, связанную с видеокамерой (ВСК).

В ВСК уравнения, связывающие параметры оптического потока u, v с проекциями линейной и угловой скоростей объекта, имеют вид [17]:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = f / Z^* \begin{bmatrix} -1 & 0 & x^* \\ 0 & -1 & y^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{X^*} \\ V_{Y^*} \\ V_{Z^*} \end{bmatrix} + f \begin{bmatrix} y^*x^* & -(x^{*2}+1) & y^* \\ (y^{*2}+1) & -y^*x^* & -x^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{X^*} \\ \omega_{Y^*} \\ \omega_{Z^*} \end{bmatrix} \quad (2)$$

где $x^* = fX^*/Z^*, y^* = fY^*/Z^*$ – координаты проекции точки сканирования P на плоскость изображения, f - фокусное расстояние, z^* - глубина изображения (проекции точки сканирования P), $V_{X^*}, V_{Y^*} V_{Z^*}$ – проекции вектора линейной скорости ЦМ объекта на оси ВСК, $\omega_{X^*}, \omega_{Y^*} \omega_{Z^*}$ – проекции вектора угловой скорости объекта на оси ВСК, ось OZ^* совпадает с линией визирования видеокамеры.

Использование ОСН предполагает съем оптической информации с поверхности Земли, при этом начало ВСК совпадает с началом ПСК, в начальный момент времени ось OX^* ВСК совпадает с направлением оси Oy ПСК, ось OY^* ВСК - с направлением оси Ox ПСК и ось OZ^* ВСК направлена противоположно оси Oz ПСК. Это позволяет записать уравнения параметров оптического потока в проекциях на оси ПСК в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = f / Z \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + f \begin{bmatrix} -(y^2+1) & yx & x \\ -yx & x^2+1 & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где x, y – координаты проекции точки сканирования P на плоскость изображения, $Z = Z(x,y)$ - глубина точки сканирования P, V_x, V_y, V_z – проекции вектора линейной скорости ЦМ объекта на оси ПСК, $\omega_x, \omega_y \omega_z$ – проекции вектора абсолютной угловой скорости объекта на оси ПСК.

Для возможности формирования наблюдателя вектора Y на основе уравнений (3) выразим входящие в них переменные в ССК. При отсутствии вращательного движения видеокамеры при сканировании поверхности Земли глубина изображения точки сканирования P определяется как $Z(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+h^2}$, следовательно, при ее вращении глубина изображения равна:

$$Z(x,y) = \sqrt{x^2+y^2+h^2 / c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)},$$

где $C_{33}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)$ - соответствующий элемент матрицы $C(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)$. Т.к. векторы линейной и угловой скоростей в ПСК могут быть представлены как:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = \mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{Z_d} - \mathbf{m_d} - \mathbf{W_d},$$

то окончательно уравнения поля скоростей оптического потока, выраженные в оцениваемых навигационных параметрах, принимают вид

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = f\left(x^2+y^2+h^2/c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\right)^{-\frac{1}{2}} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} + \qquad (4)$$
$$+ f \begin{bmatrix} -(y^2+1) & yx & x \\ -yx & x^2+1 & -y \end{bmatrix} (\mathbf{Z_d - m_d - W_d}).$$

В силу того, что вычисление вектора оптического потока по основному уравнению оптического потока представляет сложную вычислительную задачу – в отличие от измерения интенсивности освещенности $I(x,y,t)$ и вычисления ее частных производных $\partial I/\partial t$, $\partial I/\partial x$, $\partial I/\partial y$, наблюдатель вектора навигационных параметров объекта сформируем следующим образом.

Преобразуем уравнение оптического потока к виду

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

и рассмотрим далее в качестве выходного сигнала наблюдателя текущее значение скорости изменения измеренной интенсивности освещенности $I(x,y,t)$ во времени $\partial I/\partial t$, полагая при этом очевидную возможность определения в реальном времени частных производных $\partial I/\partial t$, $\partial I/\partial x$, $\partial I/\partial y$ в бортовом вычислителе.

В этом случае выходной сигнал наблюдателя Z_{It^*} вектора навигационных параметров Y с учетом (4) принимает вид

$$Z_{It^*} = \frac{\partial I}{\partial t} = -f\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \left[\left(x^2+y^2+h^2/c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(y^2+1) & yx & x \\ -yx & x^2+1 & -y \end{bmatrix} (\mathbf{Z_d - m_d - W_d}) \right]. \quad (5)$$

Исключая из правой части (5) детерминированную составляющую, получаем окончательно информационную модель наблюдателя вектора состояния Y:

$$Z_{It} = -f\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix} \left[\left(x^2+y^2+h^2/c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -(y^2+1) & yx & x \\ -yx & x^2+1 & -y \end{bmatrix} \mathbf{W_d} \right]. \qquad (6)$$

Очень часто вероятностные характеристики помех измерений интенсивности оптического потока W_{It} отличаются от гауссовских, что не позволяет применять хорошо отработанный аппарат современной теории нелинейной фильтрации. В подобных случаях для возможности применения данного аппарата используем следующий прием. Усредним полученные во всех N точках сканирования (x_i, y_i), i=1,.,N, сигналы наблюдения Z_{Iti} (7):

$$Z_\Sigma = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Z_{It_i} = -\frac{f}{N}\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \left\{ \left(x_i^2+y_i^2+h^2/c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y_i \\ 1 & 0 & -x_i \end{bmatrix} \mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} \right\} + \frac{f}{N}\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \begin{bmatrix} -(y_i^2+1) & y_i x_i & x_i \\ -y_i x_i & x_i^2+1 & -y_i \end{bmatrix} \mathbf{W_d} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} W_{It_i}. \quad (7)$$

Т.к. помехи измерений интенсивности освещенности равномощны для каждой точки сканирования, то в силу центральной предельной теоремы распределение помехи

$$W_{It^*} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} W_{It_i}$$

в новом наблюдателе (7) уже при $N \geq 3$ будет близко к гауссовскому, постоянно приближаясь к нему с ростом N. Это, в свою очередь, позволяет аппроксимировать помехи W_{It^*} центрированным БГШ с интенсивностью D_{It^*}.

В итоге искомый наблюдатель навигационных параметров подвижного объекта, обеспечивающий возможность использования разработанных методов нелинейной фильтрации, имеет вид

$$\mathbf{Z_\Sigma} = \mathbf{Q_1}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi,h,t)\mathbf{C}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi) \times \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q_2(t)} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W_d} \\ \mathbf{W_{It^*}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q_1}(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi,h,t) = -\frac{f}{N}\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \left(x_i^2+y_i^2+h^2/c_{33}^2(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi)\right)^{-\frac{1}{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y_i \\ 1 & 0 & -x_i \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q_2(t)} = \frac{f}{N}\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{bmatrix}_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \begin{bmatrix} -(y_i^2+1) & y_i x_i & x_i \\ -y_i x_i & x_i^2+1 & -y_i \end{bmatrix}$$

или

$$\mathbf{Z}_{\Sigma} = \mathbf{H}(\mathbf{Y},t) + \mathbf{H}_{\mathbf{0}}(t)\mathbf{W}_{\Sigma}, \mathbf{W}_{\Sigma} = \left[\mathbf{W}_{\mathbf{d}}{}^{\mathrm{T}} \quad \mathbf{W}_{\mathbf{It*}}\right]^{\mathrm{T}},$$

где

$$\mathbf{H}(\mathbf{Y},t) = \mathbf{Q}_{\mathbf{1}}\left(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi,h,t\right)\mathbf{C}\left(\alpha,\beta,\gamma,\lambda,\varphi\right)\begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_{\mathbf{0}}(t) = \left[\mathbf{Q}_{\mathbf{2}}(t) \quad 1\right].$$

Преимущественной особенностью наблюдателя (8) является явная зависимость его информационной части от всех компонентов оцениваемого вектора *Y*, что положительно влияет на сходимость и точность процесса фильтрации.

IV. Стохастическая оценка навигационных параметров в инерциально-оптической навигационной системе

С целью построения уравнения наблюдения, полученные в стандартной форме «объект-наблюдатель» уравнения (1), (8) обеспечивают возможность решения поставленной задачи стохастической оценки вектора *Y* на основе расширенного фильтра Калмана с коррелированными шумами объекта и наблюдателя [19-20]. Т.к. в случае коррелированных шумов при минимизации апостериорной ковариационной матрицы коэффициент фильтрации определяется как

$$\mathbf{K}(\hat{\mathbf{Y}},t) = \left(\mathbf{R}(\hat{\mathbf{Y}},t)\frac{\partial \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} + \mathbf{S}(\hat{\mathbf{Y}},t)\right)\mathbf{D}_{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{Y}},t),$$

где учет корреляции осуществляется за счет введения матрицы *S*, зависящей от параметров объекта и наблюдателя, и характеристик их шумов:

$$\mathbf{S}(\hat{\mathbf{Y}},t) = \mathbf{F}_{1}(\hat{\mathbf{Y}},t)\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{d}} \vdots \mathbf{0} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}\mathbf{H}_{\mathbf{0}}^{\mathrm{T}}(t),$$

то окончательно искомый фильтр принимает вид:

$$\dot{\hat{\mathbf{Y}}} = \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}},t) + \mathbf{K}(\hat{\mathbf{Y}},t)(\mathbf{Z}_{\Sigma} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}},t)),$$

$$\dot{\mathbf{R}}(\hat{\mathbf{Y}},t) = \left(\frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{Y}},t)\mathbf{D}_{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{Y}},t)\frac{\partial \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}}\right)\mathbf{R}(\hat{\mathbf{Y}},t) +$$

$$+\mathbf{R}(\hat{\mathbf{Y}},t)\left(\frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{Y}},t)\mathbf{D}_{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{Y}},t)\frac{\partial \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}}\right)^{\mathrm{T}} -$$

$$-\mathbf{R}(\hat{\mathbf{Y}},t)\frac{\partial \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}}\mathbf{D}_{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{Y}},t)\frac{\partial \mathbf{H}(\hat{\mathbf{Y}},t)}{\partial \hat{\mathbf{Y}}}\mathbf{R}(\hat{\mathbf{Y}},t) +$$

$$+\mathbf{F}_{\mathbf{1}}(\hat{\mathbf{Y}},t)\mathbf{D}_{\mathbf{Y}}\mathbf{F}_{\mathbf{1}}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{Y}},t) - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{Y}},t)\mathbf{D}_{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{Y}},t)\mathbf{S}^{\mathrm{T}}(\hat{\mathbf{Y}},t),$$

где $\hat{\mathbf{Y}}$ - оценка вектора навигационных параметров $\mathbf{Y}(t)$, $\mathbf{R}\left(\hat{\mathbf{Y}},t\right)$ - апостериорная ковариационная матрица,

$$\mathbf{D}_{\mathbf{Y}} = \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{d}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathbf{a}} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\Sigma}(\hat{\mathbf{Y}},t) = \mathbf{H}_{\mathbf{0}}(t)\begin{vmatrix} \mathbf{D}_{\mathbf{d}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{\mathbf{It*}} \end{vmatrix}\mathbf{H}_{\mathbf{0}}^{\mathrm{T}}(t)$$

Как правило, использование расширенного фильтра Калмана (9) обеспечивает компромисс по критерию «точность - вычислительные затраты» при реализации в вычислителях общего и специального назначения.

V. Заключение

Сравнение полученных результатов с известными [14-19] позволяет сделать вывод о том, что использование ОСН в качестве наблюдателя навигационных параметров объекта при интеграции с БИНС оказывается более эффективным, нежели непосредственное определение по параметрам оптического потока проекций линейной и угловой скоростей с последующим их интегрированием - как по объему вычислительных затрат, так и по точности оценки параметров движения объекта. Другими преимущественными особенностями рассмотренной инерциально-оптической НС являются ее автономность и возможность наблюдения всех параметров движения объекта, что чрезвычайно важно для обеспечения устойчивости и точности процесса оценки навигационных параметров. Простота технической реализации данной системы позволяет использовать ее для навигации БПЛА самого различного назначения.

Работа выполнена в соответствии с Госзаданием №1023080200012-3-2.3.4.

Литература

[1] Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г., Сыпало К.И., Черноморский А.И. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / Под ред. М.Н. Красильщикова, Г.Г. Себрякова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 556 с.

[2] Розенберг И.Н., Соколов С.В., Уманский В.И., Погорелов В.А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 305 с.

[3] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Под общей редакцией В. Г. Пешехонова. Государственный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» Национальный исследовательский университет ИТМО. – СПб.: Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2016. 394 с.

[4] G. Schmidt, R.Phillips, INS/GPS Integration Architectures, NATO RTO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Low-Cost Navigation Sensors and Integration Technology, Mar. 2011

[5] B. L. Stevens and F. L. Lewis, Aircraft Control and Simulation, John Wiley & Sons, Second edition, 2003.

[6] D. Shepard, J. Bhatti, T. Humphreys, “Drone Hack”, GPS World Aug. 2012, pp. 30-33.

[7] Congressional Budget Office. The Global Positioning System for Military Users: Current Modernization Plans and Alternatives., Oct. 2011.

[8] A. R. Baziar, M. Moazedi, M. R Mosavi, Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm, Journal of Wireless Personal Communications, 2015, vol. 83, no. 3, pp. 1955–1970.

[9] S. Mahmood, Analysis of Differential Global Positioning System (DGPS) Techniques and GPS Jamming on Precision Guided Munition (PGM), Performance, NATO/AGARD MSP Meeting, Technologies for Precision Air Strike Operations in Rapid Reaction and Localized Conflict Scenarios, Seville, Spain, AGARD CP-576, 1996.

[10] Pritchett J.E., Pue A.J, Robust Guidance and Navigation for Airborne Vehicles Using GPS/ Terrain Aiding // Position Location and

Navigation Symposium, IEEE 2000, San Diego, CA, USA, pp.457-463.

[11] Lee J., Chang-Ky Sung, Oh J., Han K., Lee S., Myeong-Jong Yu. A Pragmatic Approach to the Design of Advanced Precision Terrain-Aided Navigation for UAVs and Its Verification, Remote Sens. 2020, no. 12, p. 1396.

[12] Wang K, Zhu T, Wang J, Impact of terrain factors on the matching performance of terrain-aided navigation. NAVIGATION. 2019; no 66, pp 451–462.

[13] Pogorelov V.A., Multi-structural estimation of an integrated navigation system of a reusable spacecraft, Cosmic Research, 2008, no 46(3), pp.238–243.

[14] Mittal M., Mohan R., Burgard W., Valada A. Vision-Based Autonomous UAV Navigation and Landing for Urban Search and Rescue, Proceedings of the International Symposium on Robotics Research (ISRR), 2019.

[15] Geiger A., Lenz P., Stiller C., Urtasun R. Vision meets Robotics: The KITTI Dataset // International Journal of Robotics Research (IJRR), http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/ (2013)

[16] Raudies F., Neumann H. A review and evaluation of methods estimating ego-motion // Computer Vision and Image Understanding, 2012, vol. 116, pp.606–633.

[17] Baker S., Scharstein D., Lewis J.P., Roth S., Black M.J., Szeliski R. A Database and Evaluation Methodology for Optical Flow, International Journal of Computer Vision, 2011, pp.1–31.

[18] Fleet D.J., Weiss Y. Optical Flow Estimation. Mathematical Models in Computer Vision: The Handbook, 2005, pp.239-258.

[19] Pogorelov, V. A., Sokolov S.V., Algorithmic support for integrated navigation systems, Journal of Computer and Systems Sciences International. 2008, vol. 47, no. 2. pp 308-320.

[20] Соколов С.В., Погорелов В.А. Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: Физматлит, 2016. 264 с.

[21] I.Rusnak, Optimal State Estimation of Nonlinear Dynamic Systems, Nonlinear Systems - Modeling, Estimation, and Stability, InTech, 2018, pp 159-178.

Оценка достоверности результатов летного эксперимента с инерциальной навигационной системой

М.С. Селезнева
Кафедра систем автоматического упрвления
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

К.А. Неусыпин
Кафедра систем автоматического упрвления
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

***Аннотация*—Представлена методика оценки достоверности результатов летного эксперимента с навигационным комплексом. Исследован навигационный комплекс включающий инерциальную навигационную систему и приемник спутниковой навигационной системы. Навигационный комплекс установлен на дирижабле. Совместная обработка сигналов проводится с помощью линейного и нелинейного адаптивных фильтров Калмана. При использовании методики оценки достоверности предложено использовать нелинейную самоорганизующуюся модель погрешностей инерциальной навигационной системы.**

Ключевые слова—навигационный комплекс, дирижабль, погрешности навигационной системы, фильтр Калмана, самоорганизация, методика оценки.

I. Введение

Для определения навигационных параметров дирижабля используются навигационные комплексы различного состава. Базовой системой навигационного комплекса является инерциальная навигационная система. Часто используют инерциальную навигационную систему, построенную на микро-электро-механических (MEMS) элементах [1, 2]. MEMS-элементы имеют низкую стоимость и отличаются нестабильностью характеристик. Поэтому компенсация погрешностей инерциальной навигационной системы является ключевой для улучшения надежности и точности функционирования низколетающего дирижабля.

При использовании дирижабля для проведения летных испытаний с целью определения точностных характеристик навигационного комплекса или отдельных навигационных систем необходимо точно знать координаты дирижабля и углы ориентации в двух режимах: висения и движения по заданному маршруту. Для этого на борту дирижабля установлены точная инерциальная навигационная система на волоконно-оптических гироскопах и пять приемников ГНСС-сигналов. Инерциальная навигационная система и приемники ГНСС сигналов объединены в высокоточный НК, который является эталоном навигационных определений [3, 4].

При проведении летного эксперимента регистрировалась информация с грубой инерциальной навигационной системы, которая впоследствии обрабатывалась с помощью адаптивного алгоритма оценивания для определения погрешностей системы с целью последующей их компенсации в выходном сигнале инерциальной навигационной системы.

В качестве алгоритма оценивания использован адаптивный алгоритм, являющийся прямой модификацией фильтра Калмана с жесткой связью по обновляемой последовательности [4, 5].

Для оценки достоверности полученных результатов использована методика, предполагающая сравнение точной информации, получаемой с инерциальной навигационной системы, построенной на волоконно-оптических гироскопах с оценками параметров, полученных после обработки расчетных значений скоростей дрейфов вычисленных алгоритмом оценивания. Сравнительный анализ показал достаточно высокую точность адаптивного алгоритма оценивания в режиме висения дирижабля. При исследовании точностных характеристик в методике использована линейная математическая модель погрешностей инерциальной навигационной системы.

Для моделирования ФК использованы данные полунатурного эксперимента с реальной ИНС. При установке ИНС на неподвижном основании выходная информация о местоположении и скорости является ошибками ИНС. Ошибки СНС представляют собой дискретный аналог белого гауссового шума. На выходе ФК получаем оценки ошибок ИНС в определении скорости, углов отклонения ГСП от плоскости горизонта и горизонтальных дрейфов ГСП.

Ошибки ИНС в определении местоположения, полученные в ходе лабораторного эксперимента, сравнивались с расчётными ошибками в определении широты и долготы, которые вычислены с помощью ФК.

Ошибки реальной ИНС, установленной на неподвижном основании, обусловлены в основном дрейфами ГСП, поэтому для расчёта ошибок ИНС в определении пройденного пути воспользуемся известной формулой [6, 7]:

$$\delta x = -\varepsilon^* R_z(\mathrm{t} - \frac{\sin \nu t}{\nu}) \qquad (1)$$

где δx – оценки северной составляющих погрешностей в определении ИНС; ε^* – постоянный дрейф ГСП; R_z – радиус Земли; $\nu^2 = g/R_z$.

Оценки значений дрейфа, полученных ФК необходимо усреднить, так как формула получена при условии постоянной скорости дрейфа ГСП.

Полученный характер изменения горизонтальных дрейфов ГСП на интервале проведения лабораторных

экспериментов, позволяет провести осреднение на трёх интервалах: 0 - 100; 100 - 200; 200-325 мин.

Тогда получим:

$$\delta x = \varepsilon^* R_z \left(t - \frac{\sin \nu t}{\nu} \right) + \left(\varepsilon_2^* - \varepsilon_1^* \right) \left[(t - t_1) - \frac{\sin \nu (t - t_1)}{\nu} \right] + \quad (2)$$
$$+ \left(\varepsilon_3^* - \varepsilon_2^* \right) \left[(t - t_2) - \frac{\sin \nu (t - t_2)}{\nu} \right]$$

Для определения широты δL использована формула [15]:

$$\delta L = \frac{\delta x}{R_z} \quad (3)$$

где L – широта местоположения.

Расчётные значения ошибок по широте сравнивались с ошибками реальной ИНС в процессе лабораторного эксперимента. Аналогично вычисляются значения ошибок по долготе.

При проведении летного эксперимента в процессе движения по маршруту дирижабля оценка точностных характеристик с использованием принятой методики продемонстрировала низкую точность оценок погрешностей, что обусловлено неадекватностью используемой линейной математической модели и линейного адаптивного алгоритма оценивания. При оценивании погрешностей инерциальной навигационной системы в процессе полета по маршруту целесообразно использовать нелинейный адаптивный фильтр Калмана, в котором применяется нелинейная модель погрешностей инерциальной навигационной системы. Математическая модель инерциальной навигационной системы в алгоритме строится методом самоорганизации, что обеспечивает сохранение адекватности модели на каждом интервале полета.

Повышение точности навигационных определений летательного аппарата осуществляется алгоритмическим путем. Обычно для коррекции инерциальной навигационной системы используют различные алгоритмы оценивания, например нелинейный фильтр Калмана. В нелинейном фильтре Калмана используются ковариационные матрицы входного и измерительного шумов. От достоверности этих матриц зависит точность оценивания, поэтому исследование шумов и их влияния на точность алгоритмов оценивания представляет собой актуальную задачу. Известны подходы, в рамках которых реализация нелинейного фильтра Калмана сведена к решению стохастического дифференциального уравнения в частных производных, записанного в форме Ито или в форме Стратоновича [8, 9]. Однако такая практическая реализация сложна еще и потому, что при интегрировании этих уравнений необходимо применять специальные правила, не совпадающие с обычными правилами математического анализа.

Наиболее полно учесть все особенности характера изменения погрешностей инерциальной навигационной системы и, что особенно важно, конкретной инерциальной навигационной системы в условиях каждого конкретного полета возможно посредством построения нелинейной модели с помощью одного из эволюционных алгоритмов.

II. Алгоритм самоорганизации

Каждой базисной функции поставим в соответствие вектор параметров и исследуем двухмерный вектор $(a, f)^{\mathrm{T}}$, где a –амплитуда, f – частота. Параметризованное множество базисных функций имеет вид:

$$F_{\mathrm{n}} = \{ a_{ii}(f_i x) \mid i = 1, \ldots, N \}. \quad (4)$$

Алгоритм самоорганизации основан на гипотезе селекции моделей с использованием ансамбля критериев. Получаемая в результате модель имеет вид [10, 11]

$$M(x) = \sum_{i=1}^{N} a_i \mu_{ni}(f_i x), \quad (5)$$

где N – число базисных функций в модели; μ_{ni} – базисные функции из F_p.

Соответственно, в методике оценки достоверности данных необходимо использовать построенные нелинейные самоорганизующиеся модели на каждом интервале вычислений.

Рассмотрена инерциальная навигационная система, корректируемая сигналами ГНСС. Исследован способ алгоритмической коррекции интегрированной инерциальной навигационной системы с помощью адаптивного нелинейного фильтра Калмана. Для повышения точности навигационных определений проведены натурные испытания навигационной аппаратуры с целью более точного определения статистических характеристик, используемых в нелинейном фильтре Калмана. Для оценки достоверности проведенных летных экспериментов использована методика с применением линейных и нелинейных математических моделей погрешностей инерциальных навигационных систем, а также адаптивного линейного алгоритма оценивания, являющегося прямой модификацией фильтра Калмана и нелинейного адаптивного фильтра Калмана. В методике оценки достоверности соответственно использованы линейная и нелинейная модели погрешностей инерциальной навигационной системы. В качестве нелинейной математической модели применяются модели, построенные методом самоорганизации на основе измеренных данных грубой инерциальной навигационной системы.

Пользуясь идеей селекции при составлении математических алгоритмов, принимается гипотеза о том, что малоэффективные комбинации, отброшенные на первых рядах самоотбора, не могли бы дать оптимальные комбинации следующего ряда, если бы мы их пропустили дальше.

Модель, построенная при помощи алгоритма самоорганизации имеет вид:

$$y_1(\delta V) = b_{01} + b_{11}x_1 + b_{21}x_3 + b_{31}x^2{}_1 + b_{41}x^2{}_3 + b_{51}x_1x_3$$
$$y_2(\varphi) = b_{02} + b_{12}x_1 + b_{22}x_4 + b_{32}x^2{}_1 + b_{42}x^2{}_4 + b_{52}x_1x_4$$
$$y_3(\varepsilon) = b_{03} + b_{13}x_3 + b_{23}x_4 + b_{33}x^2{}_3 + b_{43}x^2{}_4 + b_{54}x_3x_4$$

В процессе летного эксперимента получены коэффициенты, которые вычисляются методом Гаусса:

$$b_{01} = 5,86; b_{11} = -3,27; b_{21} = 4,21;$$
$$b_{31} = 0,0013; b_{41} = -0,0804; b_{51} = 0,08.$$

Представленная модель используется в методике оценки точности ИНС.

Модель вычисляется на каждом этапе функционирования заново, так как вид модели на выходе алгоритма самоорганизации зависит от используемой конкретной измерительной выборки.

Здесь ошибки в определении скорости (δV); углы отклонения ГСП (φ); скорость дрейфа (ε).

Результаты моделирования по данным летного эксперимента продемонстрировали высокую эффективность разработанной методики оценки точности моделей ошибок ИНС. Точность навигационных определений при использовании в алгоритмическом обеспечении НК самоорганизующихся моделей повышается: скорости дирижабля в среднем повышается на 8%; угла отклонения ГСП – 10-12%; скорости дрейфа ГСП – 15%.

При проведении моделирования учитывалось, что характер исследуемого процесса приблизительно известен. Поэтому в качестве опорной функции, которая будет усложняться на последующих этапах, выберем гармоническую (синусоидальную) функцию вида: $Z = p\sin(\psi_k + wt)$. На предварительном этапе селекции определяем значение амплитуды и фазы опорной функции следующим образом:

– в качестве начального значения амплитуды выбираем среднее значение измерений, полученных путем отбрасывания максимального и минимального измерения из 20 значений обучающей последовательности; Заметим, что исходные данные для обучающей и проверочной последовательности будем брать в соотношении 2:1. Считаем, что в качестве исходных данных имеем 30 значений, полученные в период работы системы в режиме коррекции от спутниковой системы непосредственно перед переключением ее в автономный режим.

– в процессе предварительного выбора амплитуда варьируется до 14 значений. При этом значение изменяется на величину до 100%;

– фаза варьируется от 0 до ±90%. В результате также получаем 14 значений: 7 положительных и 7 отрицательных.

При проверке работоспособности и качества функционирования разработанных алгоритмов использованы результаты полунатурного моделирования реальной ИНС.

Определение точностных характеристик системы в статике осуществлялось при установке ИНС на основании стенда. Так как система установлена на неподвижном основании, выходная информация о местоположении и скорости является ошибками ИНС. Навигационная информация снималась с блока вывода и индикации визуально через 5 мин.

При моделировании по данным лабораторного эксперимента в алгоритме оценивания и алгоритме самоорганизации в качестве измерений использовались ошибки системы по скорости δV_x, δV_y.

На выходе алгоритма оценивания получаем оценки ошибок ИНС по скорости, углы отклонения ГСП от плоскости горизонта и горизонтальные дрейфы ГСП.

На Рис. 1 представлен результат оценки угла отклонения гиростабилизированной платформы (ГСП) относительно сопровождающего трехгранника выбранной системы координат.

Оценка проводилась посредством моделирования нелинейного фильтра Калмана и его модификации.

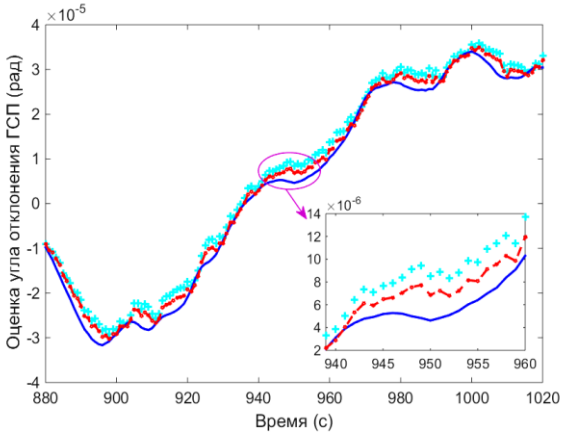


Рис. 1. Оценка угла отклонения ГСП реальной системы ИНС, полученная с помощью нелинейного фильтра Калмана и его модификации

На Рис. 1 представлены: лазурная пунктирная линия – угол отклонения ГСП, полученный в процессе лабораторного эксперимента; синяя сплошная линия – оценка угла отклонения ГСП, полученная с помощью классического нелинейного фильтра Калмана; красная пунктирная линия – оценка угла отклонения ГСП, полученная посредством модифицированного нелинейного фильтра Калмана.

В модифицированном фильтре Калмана использована самоорганизующаяся модель.

III. Выводы

Представлена методика оценки достоверности результатов летного эксперимента с навигационным комплексом, включающим в себя инерциальную систему и приемник спутниковой навигационной системы. Совместная обработка сигналов проводилась с помощью линейного и нелинейного адаптивных фильтров Калмана. Результаты полунатурного эксперимента продемонстрировали преимущество модифицированного фильтра Калмана. В условиях летного эксперимента это преимущество будет еще значительнее, так как априорная модель будет хуже отражать реальный процесс изменения погрешностей ИНС.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10028, https://rscf.ru/project/23-79-10028/

Литература

[1] Голощапов А. Применение МЭМС-технологии в навигации //Компоненты и технологии. – 2014. №. 4 (153). С. 65-69.

[2] Неусыпин К. А., Селезнева М. С. Коррекция навигационной системы летательного аппарата с помощью адаптивных фильтров Калмана //Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2022. №. 11. С. 25-36.

[3] Джанджгава Г. И. и др. Навигационный комплекс с повышенными характеристиками наблюдаемости и управляемости //Авиакосмическое приборостроение. 2016. №. 6. С. 18-24.

[4] Шэнь К., Пролетарский А. В., Неусыпин К. А. Исследование алгоритмов коррекции навигационных систем летательных аппаратов //Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение». 2016. №. 2 (107). – С. 28-39.

[5] Кай Ш. и др. Алгоритмические методы коррекции навигационной информации с использованием спутниковой радионавигационной системы в условиях аномальных измерений //Радиотехника и электроника. – 2019. – Т. 64. – №. 1. – С. 31-37.

[6] Пупков К. А., Неусыпин К. А. Вопросы теории и реализации систем управления и навигации. 1997.

[7] Селезнева М. С. и др. Алгоритмы обработки информации навигационных систем и комплексов летательных аппаратов. – 2018.

[8] Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. Рипол Классик, 1966.

[9] Шахтарин Б. И., Шэнь К., Неусыпин К. А. Модификация нелинейного фильтра Калмана в схеме коррекции навигационных систем летательных аппаратов //Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. №. 11. С. 1065-1072.

[10] Mueller J. A., Ivachnenko A. G., Lemke F. GMDH algorithms for complex systems modelling //Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems. 1998. Т. 4. №. 4. С. 275-316.

[11] Onwubolu G. C. et al. Self-organizing data mining for weather forecasting //IADIS European conference data mining. 2007. С. 81-88.

Повышение степени параметрической идентифицируемости модели погрешностей навигационной системы беспилотного воздушного судна

М.С. Селезнева
Кафедра систем автоматического управления,
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

К.А. Неусыпин
Кафедра систем автоматического управления,
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

***Аннотация*—Исследован способ улучшения качественных характеристик моделей, которые используются в алгоритмическом обеспечении летательных аппаратов. Эффективность функционирования многих объектов зависит от точности алгоритмического обеспечения. В алгоритмах используются математические модели, имеющие различные качественные характеристики. В статье исследована качественная характеристика моделей – степень параметрической идентифицируемости. Для определения качественной характеристики использован численный критерий степени параметрической идентифицируемости одного класса нелинейных моделей. К этому классу относятся нелинейные модели, представимые SDC-методом.**

Ключевые слова—беспилотное воздушное судно; навигационный комплекс; модель; SDC-представление; критерий степени параметрической идентифицируемости.

I. Введение

Беспилотные воздушные судна (БВС) нашли широкое применение в многообразных практических приложениях.

Во всем мире БВС играют все большую роль в оборонных программах и оборонной стратегии. Технологические достижения дали возможность развитию как крупных, так и малых БВС со все возрастающими возможностями.

Повышение точности БВС возможно осуществить путем использования новых более совершенных приборов и систем, но при этом необходимы большие финансовые и временные затраты. Более перспективный способ повысить точность с минимальными затратами предполагает использование алгоритмических подходов [1, 2, 3]. Так как первоисточником ошибок является навигационный комплекс (НК) БВС, то целесообразно корректировать НК с целью уменьшения ошибок определения навигационных параметров БВС.

Современное алгоритмическое обеспечение НК включает алгоритмы управления, оценивания, идентификации, построения моделей и комплексирования [4, 5]. Одним из направлений совершенствования алгоритмического обеспечения НК БВС является использование в нем моделей с улучшенными характеристиками, в частности моделей с повышенными степенями идентифицируемости.

Современные НК БВС исследуемого класса состоят из инерциальной навигационной системы (ИНС), приемника GNSS-сигналов и спецвычислителя, в котором реализуются алгоритмы обработки информации ИНС и GNSS, а также управления БВС. НК имеет погрешности. связанные с незащищенностью радиоканала и накапливающимися ошибками ИНС.

Повышение точности имеющегося НК целесообразно проводить алгоритмическим путем [6, 7].

Для повышения точности навигационных определений БВС применяется совместная обработка нескольких навигационных систем, объединенных в НК. Одной из конфигураций НК БВС является структура, включающая ИНС, GPS и нелинейного фильтра Калмана (НФК). С помощью НФК осуществляется оценка погрешностей ИНС и последующая их компенсация в выходном сигнале системы.

В условиях маневрирования БВС априорные нелинейные модели изменения погрешностей ИНС становятся неадекватными реальному процессу, поэтому применяют разнообразные модификации НФК [8, 9].

Алгоритмы построения моделей позволяют построить модель исследуемого процесса с высокой точностью, но эти модели являются нефизичными, их структура заранее неизвестна и в процессе построения модели постоянно изменяется. Алгоритмы построения моделей требуют повышенной производительности бортового вычислителя, поэтому их использование в ряде задач и в частности в рассматриваемой задаче затруднительно.

Упрощение бортовой реализации алгоритмов оценивания достигается с помощью идентификации моделей оцениваемого процесса, например, применением метода наименьших квадратов, но при этом точность оценивания снижается по сравнению с модификациями НФК.

Таким образом, при маневрировании БВС для сохранения адекватности модели погрешностей ИНС целесообразно осуществлять параметрическую идентификацию модели. Алгоритмы идентификации позволяют определить отдельные параметры матрицы модели, структура которой задана априори.

Точность определения параметров модели зависит от свойств матрицы модели и точности алгоритма идентификации. Выбор используемого алгоритма идентификации определяется из соображений возможностей реализации в имеющемся спецвычислителе БВС.

В практических приложениях некоторые параметры матриц этих моделей меняются и достоверно неизвест-

ны, поэтому осуществляется их идентификация. Определение качества идентификации параметров модели позволяет осуществить выбор наиболее точных моделей, оценить точность коррекции измерительных систем, т.е. представляет собой важную и актуальную задачу.

Одним из перспективных подходов при решении задачи повышения точности идентификации является использование моделей с повышенными характеристиками идентифицируемости.

Под степенью идентифицируемости понимается интервал времени, за который можно идентифицировать параметр с заданной точностью. Для вычисления степени идентифицируемости параметров нелинейной модели используют различные подходы линеаризации, в частности SDC-представление [10, 11].

Для уменьшения приведенного измерительного шума, так же, как и в линейной постановке задачи, предлагается увеличить степень параметрической идентифицируемости исследуемого параметра.

Для линейных стационарных и нестационарных систем разработаны численные критерии степени идентифицируемости. При описании динамического объекта нелинейными уравнениями для вычисления степени параметрической идентифицируемости используют различные подходы линеаризации исследуемой модели. Однако при проведении процедуры линеаризации точность представления динамического объекта существенно снижается, за исключением некоторых случаев, когда линеаризация осуществляется без потери точности. В связи с этим целесообразно разработать критерий степени идентифицируемости параметров нелинейных моделей, который бы являлся показателем качества идентификации.

II. Разработка численного критерия степени идентифицируемости параметров нелинейных моделей одного класса

Известные критерии степени идентифицируемости [12, 13, 14] предполагают анализ объектов, описываемых линейными уравнениями. Однако часто встречаются случаи, когда уравнения объекта имеют явно выраженный нелинейный характер.

Пусть уравнение для вектора состояния имеет вид:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_k\left(\mathbf{x}_{k-1}\right) + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

где $\mathbf{x}_k$ – вектор состояния, $\mathbf{\Phi}_k\left(\mathbf{x}_{k-1}\right)$ – вектор нелинейной модели, характеризующий динамику исследуемого процесса. Часть вектора состояния измеряется при помощи навигационных систем ИНС и GPS:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_\mathrm{k}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \tag{2}$$

где $\mathbf{z}_k$ – вектор измерений, $\mathbf{H}_k$ – матрица измерений, $\mathbf{w}_k$ и $\mathbf{v}_k$ – дискретные аналоги гауссовского белого шума с нулевыми математическими ожиданиями и матрицами ковариаций $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$ соответственно, некоррелированные между собой.

Уравнение объекта в SDC-представление и уравнение измерений имеют вид (1),(2). В этом случае вектор состояния $\mathbf{x}_{k+n}$ можно выразить его значением в начальный момент $\mathbf{x}_k$ времени в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+n} &= \mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_k \\ &+\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_{k+1},\mathbf{x}_{k+1})\mathbf{G}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{w}_k \\ &+\cdots+\mathbf{G}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\mathbf{w}_{k+n-1}.\end{aligned} \tag{3}$$

Подставив выражение для $\mathbf{x}_{k+n}$ в уравнение измерений $\mathbf{y}_{k+n}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{k+n} &= \mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_k \\ &+\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_{k+1},\mathbf{x}_{k+1})\mathbf{G}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{w}_k \\ &+\cdots+\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{G}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\mathbf{w}_{k+n-1}+\mathbf{v}_{k+n}.\end{aligned} \tag{4}$$

Подставив в это уравнение выражение $\mathbf{X}_k$, получим

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{k+n} &= \mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{O}_k^{+}\mathbf{y}_k^{*} \\ &-\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{O}_k^{+}\mathbf{v}_k^{*} \\ &+\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_{k+1},\mathbf{x}_{k+1})\mathbf{G}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{w}_k \\ &+\cdots+\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{G}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\mathbf{w}_{k+n-1}+\mathbf{v}_{k+n},\end{aligned} \tag{5}$$

где $\mathbf{O}_k^{+}=\left[\mathbf{O}_k^{*T}\mathbf{O}_k^{*}\right]^{-1}\mathbf{O}_k^{*T}$ – псевдообратная матрица $\mathbf{O}_k^{*}$.

Введём обозначения

$$\begin{aligned}&\left[\lambda_{1,k}\quad\lambda_{2,k}\quad\cdots\quad\lambda_{n,k}\right]= \\ &=\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{O}_k^{+}.\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_k^0 &= \gamma_{1,k}\mathbf{w}_k+\gamma_{2,k}\mathbf{w}_{k+1}+\cdots+\gamma_{n,k}\mathbf{w}_{k+n-1} \\ &-\lambda_{1,k}\mathbf{v}_k-\lambda_{2,k}\mathbf{v}_{k+1}-\cdots-\lambda_{n,k}\mathbf{v}_{k+n-1}+\mathbf{v}_{k+n} \\ &=\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{\Phi}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\cdots\mathbf{\Phi}(t_k,\mathbf{x}_k)\mathbf{O}_k^{+}\mathbf{v}_k^{*} \\ &+\cdots+\mathbf{H}_{k+n}\mathbf{G}(t_{k+n-1},\mathbf{x}_{k+n-1})\mathbf{w}_{k+n-1}+\mathbf{v}_{k+n}.\end{aligned}$$

Тогда постановка задачи сводится к определению неизвестных нестационарных элементов вектора-столбца $\left[\lambda_{1,k}\quad\lambda_{2,k}\quad\cdots\lambda_{n,k}\right]$ по вновь сформированным измерениям, т.е.

$$\begin{aligned}\lambda_{1,k} &= f_{1,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right)+v_k^{00}; \\ \lambda_{2,k} &= f_{2,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right)+v_{k+1}^{00}; \\ &\cdots\quad\cdots\quad\cdots \\ \lambda_{n,k} &= f_{n,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right)+v_{k+n-1}^{00},\end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\begin{bmatrix} f_{1,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right) \\ f_{2,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right) \\ \cdots \\ f_{n,k}\left(y_k,\cdots,y_{k+2n-1}\right)\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+n-1} \\ y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{k+n-1} & y_{k+n} & \cdots & y_{k+2n-2}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} y_{k+n} \\ y_{k+n+1} \\ \cdots \\ y_{k+2n-1}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_k^{00} \\ v_{k+1}^{00} \\ \cdots \\ v_{k+n-1}^{00} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_k & y_{k+1} & \cdots & y_{k+n-1} \\ y_{k+1} & y_{k+2} & \cdots & y_{k+n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{k+n-1} & y_{k+n} & \cdots & y_{k+2n-2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_k^{0} \\ v_{k+1}^{0} \\ \cdots \\ v_{k+n-1}^{0} \end{bmatrix}$$

Поэтому критерий степень идентифицируемости параметров модели динамических нестационарных систем имеет вид:

$$DI_{Nk}^{i} = \frac{E\left[\left(\lambda_{i,k}\right)^2\right] R_0}{E\left[\left(y_{i,k}\right)^2\right] \hat{R}_k^i}, \qquad (8)$$

где $E\left[\left(\lambda_{i,k}\right)^2\right]$ – дисперсия произвольной *i*-й компоненты вектора параметров λ; $E\left[\left(z_{i,k}\right)^2\right]$ – дисперсия непосредственно измеряемого вектора состояния; R_0 – дисперсия исходного измерительного шума; $\hat{R}_k^i$ – дисперсия приведённого измерительного шума.

Дисперсия исходного измерительного шума определяется из практических соображений в соответствии с режимом работы измерительной системы или принимается значение из паспорта измерительного прибора. Определённые сложности возникают при вычислении приведённого измерительного шума. Однако при использовании для идентификации адаптивного алгоритма оценивания дисперсия приведённого измерительного шума вычисляется на каждом шаге функционирования алгоритма. Разработанный численный критерий степени идентифицируемости имеет ясный физический смысл, отличается простотой, и позволяет вычислять качество идентификации параметров в виде скаляра. Критерий отличается простотой и удобен в практических приложениях.

Для сокращения вычислительных затрат при реализации алгоритмического обеспечения НК БВС используется скалярная форма представления алгоритмов. Для идентификации используются непосредственные и приведенные измерения исследуемой системы. Очевидно, что повысить точность идентификации можно путем улучшения точности этих измерений, т.е. уменьшения измерительного шума.

Применение скалярных алгоритмов идентификации предполагает полную параметрическую идентифицируемость исследуемой системы. Поэтому, прежде чем воспользоваться подобной идентификацией, необходимо удостовериться, что модель погрешностей ИНС, является идентифицируемой с использованием выбранных измерений.

При проверке работоспособности алгоритмов оценивания принимается классическая модель ошибок ИНС. Если полученные модели ошибок ИНС обладают достаточной точностью, то они могут быть использованы для коррекции навигационной информации. Проводилось полунатурное моделирование по данным лабораторного эксперимента с использованием классического фильтра Калмана и фильтра Калмана со скалярной идентификацией параметров.

Применение алгоритма идентификации дает возможность сформировать модели с улучшенными характеристиками параметрической идентифицируемости, использование которых в алгоритмическом обеспечении навигационного комплекса позволяет эффективно осуществлять коррекцию навигационной информации.

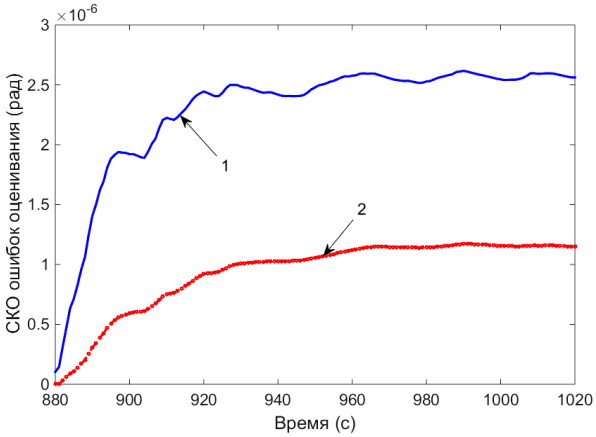


Рис. 1. СКО ошибок оценивания с помощью фильтра Калмана и фильтра Калмана с параметрической идентификацией

На Рис. 1 представлены: 1 – СКО ошибок оценивания посредством класического фильтра Калмана; 2 – СКО ошибок оценивания посредством фильтра Калмана с параметрической идентификацией.

В условиях реальной эксплуатации БВС можно предположить, что преимущество фильтров Калмана с параметрической идентификацией будет проявляться еще больше, так как степень адекватности математической модели, используемой в классическом фильтре Калмана, существенно снижается, особенно при интенсивном маневрировании БВС.

Результаты моделирования погрешностей НК продемонстрировали преимущества моделей с улучшенными качественными характеристиками.

III. Выводы

Для оценки качественных характеристик линейных моделей широко применяются известные качественные критерии, в частности критерий степени параметрической идентифицируемости. В статье представлены численный критерий степени параметрической идентифицируемости нелинейных моделей, представимых SDC-методом.

Таким образом, с помощью качественных критериев создаются модели с улучшенными характеристиками.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10028, https://rscf.ru/project/23-79-10028/

Литература

[1] Фам С. Ч., Неусыпин К. А., Селезнева М. С. Исследование системы маршрутной коррекции навигационной системы БЛА //XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2020. С. 346-348.

[2] Нин Т. Методы коррекции навигационных систем беспилотных летательных аппаратов //Политехнический молодежный журнал. 2019. №. 9. С. 6.

[3] Кай Ш. Разработка методов оценивания и прогнозирования навигационных систем летательных аппаратов //Автоматизация. Современные технологии. 2015. №. 7. С. 13-18.

[4] Шатилов А. Ю., Нагин И. А. Тесно связанный алгоритм комплексирования НАП СРНС и многоцелевой ИНС //Радиотехника. 2012. №. 6. С. 118-126.

[5] Неусыпин К. А., Пролетарский А. В., Селезнева М. С. Алгоритмы комплексирования инерциальной навигационной системы с датчиками угловых ускорений //Мехатроника, автоматизация, управление. 2023. Т. 24. №. 2. С. 107-112.

[6] Selezneva M. S., Neusypin K. A., Proletarsky A. V. Navigation complex with adaptive non-linear Kalman filter for unmanned flight vehicle //Metrology and Measurement Systems. – 2019. – Т. 26. – №. 3.

[7] Selezneva M. S. et al. Modification of the Federated Kalman Filter Using the Observability Degree Criterion of State Variables //2019 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). – IEEE, 2019. – С. 1-3.

[8] Simon D. Using nonlinear Kalman filtering to estimate signals //Embedded Systems Design. – 2006. Т. 19. №. 7. С. 38.

[9] Julier S. J., Uhlmann J. K. New extension of the Kalman filter to nonlinear systems //Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI. Spie, 1997. Т. 3068. С. 182-193.

[10] Afanasiev V. N. Guaranteed control of feedback linearizable nonlinear object //AIP Conference Proceedings. – American Institute of Physics, 2012. – Т. 1493. – №. 1. – С. 13-19.

[11] Афанасьев В.Н. Управление нелинейными неопределенными динамическими объектами. М.: Либроком/URSS, 2015. 224 с.

[12] Proletarsky A. V., Neusypin K. A., Selezneva M. S. Method for Improving Accuracy of INS using Scalar Parametric Identification //2019 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). IEEE, 2019. С. 1-4.

[13] Шэнь К., Неусыпин К. А. Исследование критериев степеней наблюдаемости, управляемости и идентифицируемости линейных динамических систем //Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. №. 11. С. 723-731.

[14] Цибизова Т. Ю., Пьо С., Селезнева М. С. Математическое моделирование динамических систем с использованием параметрической идентифицируемости //Современные наукоемкие технологии. 2018. №. 1. С. 54-60.

Метод испытаний комплексированной инерциально-спутниковой навигационной аппаратуры

А.А. Фролов
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Менделеево, Московская обл., Россия
frolov_aa@vniiftri.ru

В.Б. Пудловский
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Менделеево, Московская обл., Россия
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»,
Москва, Россия
pudlovskiy@vniiftri.ru

И.С. Сильвестров
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Менделеево, Московская обл., Россия
igsilv@vniiftri.ru

***Аннотация*—Целью работы является исследование нового метода испытаний комплексированной инерциально-спутниковой навигационной аппаратуры. Метод основан на воспроизведении опорной траектории движения трехосным наклонно-поворотным стендом с обеспечением для испытуемой навигационной аппаратуры приема реальных сигналов глобальных навигационных спутниковых систем. Приведены оценки погрешностей воспроизведения параметров опорной траектории, формируемой стендом (координаты местоположения, углы пространственной ориентации).**

Ключевые слова—инерциально-спутниковая навигационная аппаратура, испытания, трехосный стенд, радиопрозрачное укрытие.

I. Введение

Инерциальные навигационные системы (ИНС) широко применяются уже более полувека для расчета параметров траекторий движения и пространственной ориентации объектов [1, 2]. Для повышения точности расчета параметров траекторий движения ИНС комплексируют с навигационной аппаратурой потребителя (НАП) сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [3, 4].

Испытания НАП ГНСС с целью подтверждения её инструментальных погрешностей, как правило, проводятся с использованием имитаторов сигналов ГНСС [5].

Для испытаний комплексированной аппаратуры используются, как правило, испытательные лаборатории на колесных транспортных средствах [6]. Наиболее распространен метод непосредственного сличения с НАП, используемой в качестве эталонной, при натурных испытаниях с неповторяемыми траекториями. Основным недостатком указанного метода является то, что испытываемая комплексированная навигационная аппаратура и эталонная навигационная аппаратура являются равноточными средствами измерений.

Для испытаний чувствительных элементов ИНС и калибровки ИНС как законченного технического изделия, широко применяются различные стенды механических перемещений (одно-, двух- и трехосные наклонно-поворотные стенды, центрифуги и пр.) [7, 8].

Цель работы – исследование возможностей нового метода испытаний комплексированной инерциально-спутниковой навигационной аппаратуры (ИСНА) с использованием трехосного наклонно-поворотного стенда (далее – стенд), размещенного в навигационном поле сигналов ГНСС.

II. Предлагаемый метод испытаний комплексированной аппаратуры

A. Идея предлагаемого метода

Предлагаемый метод испытаний ИСНА можно считать аналогом натурного метода испытаний с использованием мобильных лабораторий, однако обладающего необходимым метрологическим запасом точности для оценки навигационных параметров (координат местоположения, углов пространственной ориентации и др.). Метод позволяет проводить испытаний ИСНА моноблочных конструкций, когда поэлементная проверка составных частей ИСНА (ИНС, НАП, вычислительный блок) недоступна.

Для реализации предлагаемого метода, трехосный стенд размещен в радиопрозрачном укрытии для защиты элементов конструкции стенда от неблагоприятного воздействия климатических факторов (в первую очередь осадков) (рис. 1). Радиопрозрачное укрытие дополнительно ослабляет радионавигационные сигналы ГНСС в L диапазоне частот не более чем на 0,5 дБ.



Рис. 1. Размещение трехосного наклонно-поворотного стенда в навигационном поле сигналов ГНСС

Движение в пространстве элементов конструкции испытуемой ИСНА (воспроизведение опорной траектории) осуществляется с помощью угловых перемещений осей трехосного стенда. При этом для увеличения линейной скорости движения, антенну для приема сигналов ГНСС, а также блок чувствительных инерциальных элементов, предлагается размещать на специальной

технологической оснастке, обеспечивающей вынос элементов испытуемой ИСНА от точки пересечения осей вращения стенда, как показано на рис. 2.

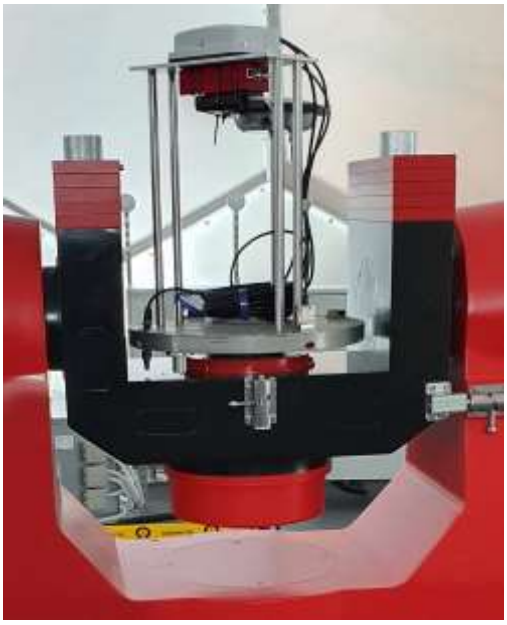


Рис. 2. Размещение элементов ИСНА на оснастке, установленной на планшайбе стенда

Другим вариантом конструкции оснастки может быть консоль (балка), закрепленная в плоскости планшайбы для обеспечения смещения элементов испытуемой ИСНА за границы планшайбы, как показано на рис. 3.

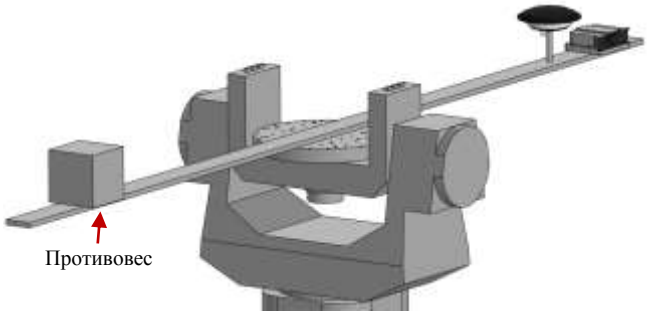


Рис. 3. Вариант конструкции оснастки для размещения ИСНА

Однако второй вариант конструкции оснастки не позволяет использовать вращение планшайбы, что несколько ограничивает возможности формирования опорных траектории в пространстве.

B. Использование стенда для испытаний ИСНА

Для оценки погрешностей определения навигационных параметров, сформированных данных от ИСНА, с помощью стенда необходимо:

- установить испытываемый образец ИСНА на оснастке, жестко связанной с планшайбой стенда;
- подключить испытываемый образец ИСНА к разъемам питания и интерфейсному кабелю;
- определить начальные условия для расчета действительных значений параметров траектории движения ИСНА;
- сформировать и воспроизвести единичные команды (или программу) угловых перемещений осей стенда;
- вычислить на совпадающие моменты времени разности между измеренными ИСНА навигационными данными и значениями параметров опорной траектории.

Начальные условия для расчета текущих значений параметров опорной траектории для ИСНА:

- координаты заданной точки конструкции ИСНА в геоцентрической системе координат (ГЦСК), для которой будут рассчитаны опорные значения параметров движения ИСНА;
- начальные значения углов пространственной ориентации осей ИСНА (курс, крен, тангаж). Начальные значения углов пространственной ориентации ИСНА должны определяться средствами измерений по методике измерений [9].

В качестве заданной точки конструкции ИСНА могут быть выбраны, например, фазовый центр антенны или начало приборной системы координат, задаваемой осями чувствительности акселерометров (определяется разработчиком ИСНА).

После воспроизведения команд угловых перемещений осей стенда, рассчитываются приращения координат заданной точки конструкции ИСНА в топоцентрической системе координат (ТЦСК) ENU относительно начала локальной системы координат 0*xyz* (ЛСК), связанной с центром планшайбы, как показано на рис. 4.

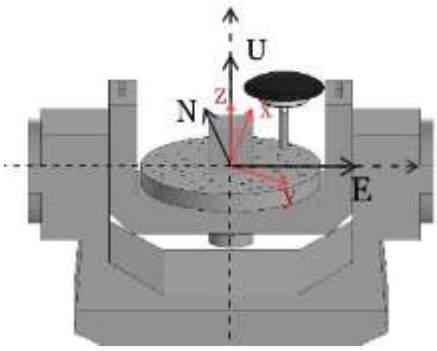


Рис. 4. Положение ИСНА в локальной системе координат стенда

С учетом известной ориентации ЛСК относительно осей ТЦСК, координаты местоположения и углы пространственной ориентации ИСНА в ЛСК могут быть пересчитаны в ГЦСК.

Таким образом, используя данные о текущих значениях углов поворота трех осей стенда можно рассчитать координаты местоположения в ГЦСК и углы ориентации в пространстве ИСНА, а также производные указанных навигационных параметров.

Для расчета параметров опорной траектории, воспроизводимой стендом, необходимо знать текущее значение углов пространственной ориентации ЛСК относительно местной ТЦСК ENU. По аналогии с известными выражениями для матрицы ориентации платформенного трехгранника стенда относительно базового трехгранника [10] можно записать:

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{L}_3 \cdot \mathbf{L}_2 \cdot \mathbf{L}_1,$$

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} \cos\varphi_2 & 0 & -\sin\varphi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi_2 & 0 & \cos\varphi_2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\mathbf{L}_3 = \begin{bmatrix} \cos\varphi_3 & -\sin\varphi_3 & 0 \\ \sin\varphi_3 & \cos\varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{L}_k$ - матрица поворота платформенного трехгранника стенда относительно *k*-й оси стенда на соответствующий угол φ_k.

Тогда текущее положение вектора опорной конструкции в ЛСК $\mathbf{D}_0$ преобразуется в ТЦСК как вектор $\mathbf{D}_{ENU}$:

$$\mathbf{D}_{ENU} = \mathbf{R}_M \cdot \mathbf{D}_0. \quad (2)$$

Углы пространственной ориентации (α – угол курса; β – угол крена; γ – угол тангажа) теперь можно пересчитать с учетом (1) как [11]:

$$\alpha = arctg\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right),\ \gamma = arctg\left(\frac{-r_{31}}{\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}}\right),\ \beta = arctg\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right), \quad (3)$$

где r_{ij} - соответствующие элементы матрицы $\mathbf{R}_M$.

Полученные таким образом текущие значения координат и углов пространственной ориентации ИСНА в ТЦСК могут быть пересчитаны в ГЦСК по известным алгоритмам [12].

C. Экспериментальная проверка алгоритмов расчета действительных значений углов ориентации ИНС

Проверка корректности формирования параметров опорной траектории в предлагаемом методе испытаний ИСНА проведена экспериментально. В экспериментах были использованы ИСНА типа NovAtel PwrPak7 [13] и макет ИНС на базе микромеханических измерителей. Размещение этих навигационных устройств на оснастке трехосного стенда показано на рис. 2 (ИСНА – сверху площадки, макет ИНС – снизу). Начальные значения углов пространственной ориентации ИСНА были определены по методике измерений [9]. Измерения ИСНА были использованы для сравнения углами ориентации, рассчитанными из показаний осей трехосного стенда.

В интерфейсном программном обеспечении стенда задавались угловые перемещения по осям стенда со скоростями до 5°/с. Графики изменения углов поворота стенда во времени приведены на рис. 5.

В результате одновременных поворотов осей стенда для опорной площадки оснастки была сформирована опорная траектория. Вид опорной траектории в виде приращения прямоугольных координат в ГЦСК представлен на рис. 6.

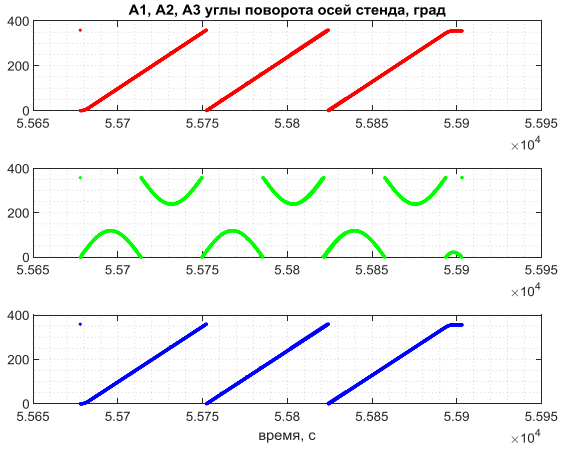


Рис. 5. Изменение углов поворота осей стенда во времени

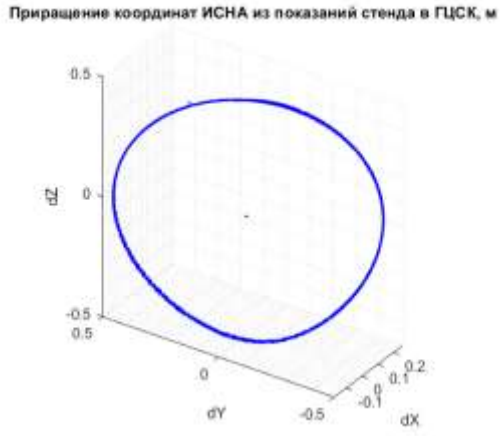


Рис. 6. Вид опорной траектории в пространстве

Текущие значения углов пространственной ориентации ИСНА и рассчитанных из показаний осей трехосного стенда представлены на рис. 7.

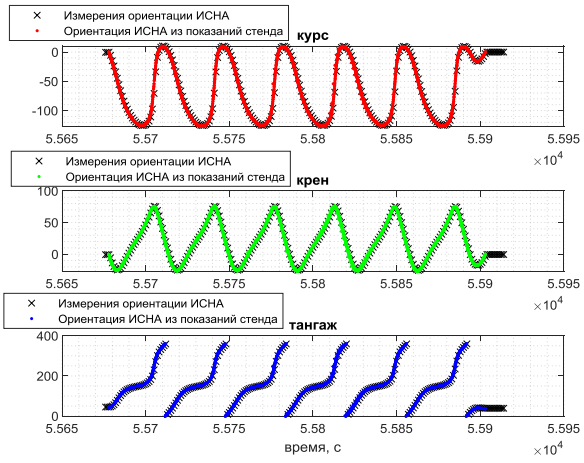


Рис. 7. Значения углов пространственной ориентации от ИСНА и полученные из углов поворота осей стенда

Разность полученных от ИСНА и от стенда значений углов пространственной ориентации не превысила ±1°, что в целом соответствует пределам погрешности ИСНА этого типа [13].

III. Оценка погрешностей воспроизведения параметров опорной траектории

Границы погрешности формирования координат опорной траектории в ГЦСК и углов пространственной ориентации ИСНА в области пространства в радиусе 1 м от центра расположения планшайбы получены методом Монте-Карло в соответствии с ГОСТ 34100.3.2-2017.

Исходные данные для расчетов:

- пределы допускаемой погрешности воспроизведения углового перемещения по каждой оси ±5″ [7];
- пределы допускаемой погрешности определения координат местоположения заданной точки конструкции ИСНА в ГЦСК ± 0,01 м;
- пределы допускаемой погрешности определения начальных значений углов пространственной ориентации ИСНА ±0,5'.
- закон распределения текущих значений погрешностей углов поворота осей стенда – равномерный.

В результате обработки смоделированного массива данных (100 опорных траекторий из 14400 точек каждая), получены следующие значения погрешностей формирования навигационных параметров: для координат местоположения в ГЦСК ±0,03 м; для углов пространственной ориентации ±0,6'.

Заключение

Предложен новый полунатурный метод для испытаний комплексированной инерциально-спутниковой навигационной аппаратуры. Метод основан на использовании трехосного наклонно-поворотного стенда, размещенного в навигационном поле ГНСС.

Метод позволяет воспроизводить в навигационном поле ГНСС повторяющиеся траектории линейно-угловых перемещений опорной площадки оснастки с закрепленной ИСНА общей массой до 15 кг.

Для реализации метода разработан математический аппарат расчета параметров опорной (эталонной) траектории движения.

Получены оценки границ погрешностей параметров воспроизводимой стендом опорной траектории для определения погрешностей измерений параметров траекторий, получаемых от испытываемой ИСНА.

Метод может быть использован для исследований перспективных методов тесного комплексирования измерений от инерциальных датчиков и схем слежения за параметрами сигналов ГНСС по следующим причинам: обеспечивается естественная синхронизация измерений разнородных датчиков и гарантируется погрешность воспроизведения параметров траектории движения в геоцентрической системе координат на уровне единиц сантиметров.

Литература

[1] Lawrence A. Modern Inertial Technology. Navigation, Guidance and Control / SpringerVerlag, 1993. – 259 p.

[2] Titterton D. Strapdown Inertial Navigation Technology / D. Titterton, J. Weston. - 2 nd Edition. – Institution of Electrical Engineers, UK, 2004. – 558 p.

[3] ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития; под ред. А.И. Перова. М.: Радиотехника, 2020. 1072 с.

[4] Кальченко А.О. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы: дис. … канд. физ.-мат. наук. М., 2016. 105 с.

[5] Денисенко О.В., Сильвестров И.С., Мазуркевич А.В., Голуб Д.А., Печерица Д.С., Фролов А.А. Изменения в обновленной Государственной поверочной схеме для координатно-временных средств измерений // Альманах современной метрологии. 2019. №3 (19). С. 25- 30.

[6] А.С. Мальцев, С.Ю. Бурцев, Д.С. Печерица Исследование влияния парамтеров базовой станции на погрешность определения относительных координат местоположения // Материалы XII Научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и специалистов. 2024. С. 54- 58.

[7] Стенд наклонно-поворотный 3Т-30. Руководство пользователя.

[8] Инчагов Ю.М., Шатилов А.Ю., Нагин И.А. Методика оценивания погрешностей инерциально-спутниковых навигационных систем // Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. Вып. 11. ч. 2. С. 197–208.

[9] Методика измерений углов пространственной ориентации тахеометром электронным (проект).

[10] Васинёва И.А. Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы в сборе на точных стендах: дис. … канд. физ.-мат. наук. М., 2017. 99 с.

[11] Robot Dynamics Lecture Notes [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/mavt/robotics-n-intelligent-systems/rsl-dam/documents/RobotDynamics2017/RD_HS2017script.pdf (дата обращения: 02.03.2025).

[12] Параметры Земли 1990 года (ПЗ-90.11): Специализированный справочник – М.: ВТУ ГШ ВСРФ. 2020. 64 с.

[13] PwrPak7 Family Installation and Operation User Manual [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://docs.novatel.com/OEM7/Content/PDFs/PwrPak7_Installation_Operation_Manual.pdf (дата обращения: 02.03.2025).

Общий подход к методам летных испытаний пилотажно-навигационного оборудования летательных аппаратов

Е.Г. Харин
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

В.А. Копелович
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

А.В. Ясенок
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Е.Б. Горский
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

***Аннотация*—Представлены современные методы и средства летных испытаний пилотажно-навигационного оборудования (ПНО) летательных аппаратов. Показана роль АО «Летно-исследовательский институт имени М.М. Громова» в развитии ПНО, в создании, разработке и внедрении технологии летных исследований и испытаний. Рассмотрен разработанный общий подход к методам летных испытаний ПНО на основе применения комплекса бортовых траекторных измерений (КБТИ) и спутниковых навигационных систем. Приведены примеры применения интегральной системы обеспечения летных испытаний ПНО.**

Ключевые слова—летательный аппарат, летные исследования и испытания, пилотажно-навигационное оборудование, спутниковые навигационные системы.

I. Введение

Пилотажно-навигационное оборудование (ПНО) летательных аппаратов непрерывно совершенствуется, отвечая возрастающим требованиям регулярности, безопасности и экономичности полетов. Объем задач, стоящих перед ПНО, и требования по их выполнению постоянно растут.

В состав ПНО летательного аппарата входит большое количество различных систем:

- средства измерения воздушно-скоростных параметров;
- инерциальные навигационные системы (ИНС);
- радиотехническое оборудование (РТО) навигации, посадки и управления воздушным движением;
- спутниковые навигационные системы (СНС);
- средства автоматического и автоматизированного управления полетом;
- средства индикации и сигнализации.

Компоновка ПНО на борту воздушного судна (ВС) прошла путь от разрозненной структуры к высоко интегрированной. Стоимость разработки авиационного оборудования и его программного обеспечения составляет 60 ÷ 80% от стоимости ВС.

Летные испытания занимают важное место в процессе создания новых образцов ВС. Особая значимость летных испытаний обусловлена тем, что они являются заключительным этапом создания авиационной техники, на котором выявляются недостатки всех предыдущих этапов – от конструкторских решений на стадии проектирования до производства и технологии изготовления объекта испытаний.

II. История летных испытаний пилотажно-навигационного оборудования

Коротко остановимся на некоторых этапах развития ПНО и роли Летно-исследовательского института им. М. М. Громова (далее ЛИИ) в создании, разработке и внедрении технологии летных испытаний и исследований ПНО [1].

В 1959 – 1970 годы были разработаны и испытаны первые отечественные системы «Полет», «Полет-1» и «Полет-1И» – пилотажно-навигационные комплексы (ПНК) для магистральных самолетов, самолетов военно-транспортной авиации и маневренных самолетов (Ил-62, Ан-22). ЛИИ принимал активное участие в разработке идеологии и принципов построения, летных исследованиях и испытаниях ПНК на летающих лабораториях и опытных самолетах.

В 1970 – 1980 годы разработаны унифицированные базовые комплексы – БНК-1П, БПК-1П (внедрены на самолет Як-42), БНК-2П, БПК-2П (внедрены на самолет Ил-86). Для их создания при головной роли ЛИИ выполнен ряд научно-исследовательских работ, сформированы идеология, облик и структура пилотажно-навигационного оборудования, проведена унификация систем ПНО, выполнены летные исследования и испытания.

В 1980 – 1990 годы испытано и введено в строй большое количество различных типов самолетов и воздушно-космический самолет ВКС «Буран». Разработанные в ЛИИ технология летных испытаний, методы и средства их обеспечения успешно применены при испытаниях ПНК самолетов и их систем.

В 1990 – 2000 годы испытаны и сертифицированы самолеты Ил-96-300, Ту-204 и ряд других. Сертифи-

кационные испытания обеспечивались ЛИИ с использованием разработанных методов и средств. Проведены работы по созданию комплекса бортовых траекторных измерений (КБТИ) и внедрению его в практику испытаний перспективных летательных аппаратов гражданской авиации и министерства обороны. Выполнен большой объем работ по внедрению спутниковых технологий в комплексы ПНО и в практику летных испытаний. В это же время на летающих лабораториях ЛИИ и опытных самолетах проведены государственные и квалификационные испытания ряда систем навигационной аппаратуры потребителей спутниковых навигационных систем, инерциальных систем и других систем ПНО.

В период с 2000 г. по настоящее время годы выполнен большой объем работ по внедрению созданных технологий в практику летных испытаний авиационной техники:

- проведен большой цикл исследований по совершенствованию КБТИ и программно-математического обеспечения обработки и анализа материалов летных испытаний (разработано более пятидесяти программных комплексов);
- повышена точность определения траекторных измерений за счет реализации дифференциального режима СНС, в том числе с использованием фазового метода;
- выполнены летные испытания на летающих лабораториях ЛИИ отечественной аппаратуры спутниковых навигационных систем (СНС-2, СНС-3, СН-3301, «Интер-А», «Лидер», А-737, А-744, «Авиа-П», ППА-С/В, ПНАП-ПЛА и др.), инерциальных навигационных систем (БИНС-85, БИМС-Т, ЛИНС-100РС и др.);
- обеспечены сертификационные испытания самолетов Ил-96-300, Бе-200, Ту-214, RRJ-95, МС-21-300, Ил-114-300 и др.

III. Современная технология проведения испытаний

Повышение эффективности летных испытаний представляет собой сложную организационную и научно-техническую задачу, решение которой имеет большое значение с точки зрения сокращения сроков внедрения ВС и связанных с этим материальных затрат. В ходе летных испытаний выполняются сотни испытательных полетов, что увеличивает продолжительность общего цикла создания ВС. Временные и финансовые аспекты подготовки и проведения летных испытаний определяются, в том числе, затратами на создание и использование необходимого методического и информационно-технического обеспечения, которое включает в себя: средства измерений, программы и методики испытаний, программно-математическое обеспечение обработки и анализа информации, полученной в испытательных полетах.

Летным испытаниям предшествует тщательная подготовка, при которой выполняется:

- анализ нормативно-технической документации (НТД) – технического задания (ТЗ), структуры ПНО, состава, характеристик, алгоритмов, норм летной годности (НЛГ), руководства по летной эксплуатации (РЛЭ) и т.д.;
- анализ требований к характеристикам ПНО - правильность функционирования, точностные характеристики, эргономические показатели, отказобезопасность, эксплуатационные характеристики и т.д.;
- выбор методов испытаний для оценки характеристик ПНО и его систем;
- выбор средств траекторных и бортовых измерений, определение перечня регистрируемых параметров и методов оценки;
- выбор методов траекторных измерений.

На основе проведенного анализа, выбора методов и средств проведения испытаний разрабатываются методики и программы наземных и летных испытаний ПНО.

Для ВС гражданской авиации методики могут базироваться на разработанных ранее методах определения соответствия и типовых методиках, используемых при испытаниях ПНО. Для летательных аппаратов государственной авиации – основываться на руководствах по испытаниям авиационной техники и типовых методиках. Система траекторных измерений и программно-математическое обеспечение (ПМО) обработки информации проходят адаптацию к конкретному ВС и ПНО.

Развертывание полнофункциональных СНС к середине 90-х годов, появление оборудования, обеспечивающего высокоточные режимы работы, создало предпосылки для обеспечения спутниковых траекторных измерений. На основе многолетнего опыта работ по оценке ПНО в ЛИИ создан единый цикл проведения испытаний, позволяющий регистрировать информацию ПНО, выполнять траекторные измерения, обрабатывать материалы полетов [1]. В ЛИИ им. М. М. Громова разработана и внедрена интегральная система обеспечения летных испытаний всех типов современных, модернизируемых и перспективных ВС и их бортового оборудования (рис. 1). Система предназначена для оценки и анализа характеристик пилотажно-навигационного и другого бортового оборудования в процессе летных испытаний, а также определения летно-технических характеристик.

В состав интегральной системы обеспечения летных испытаний входят:

- комплекс бортовых траекторных измерений (КБТИ), включающий бортовой блок, базовые контрольные станции (БКС), в том числе мобильную – МБКС, и другие устройства;
- летающие лаборатории;
- стенды сопровождения испытаний;
- методическое обеспечение;
- вычислительная сеть, автоматизированные рабочие места с программно-математическим обеспечением обработки и анализа материалов летных испытаний.

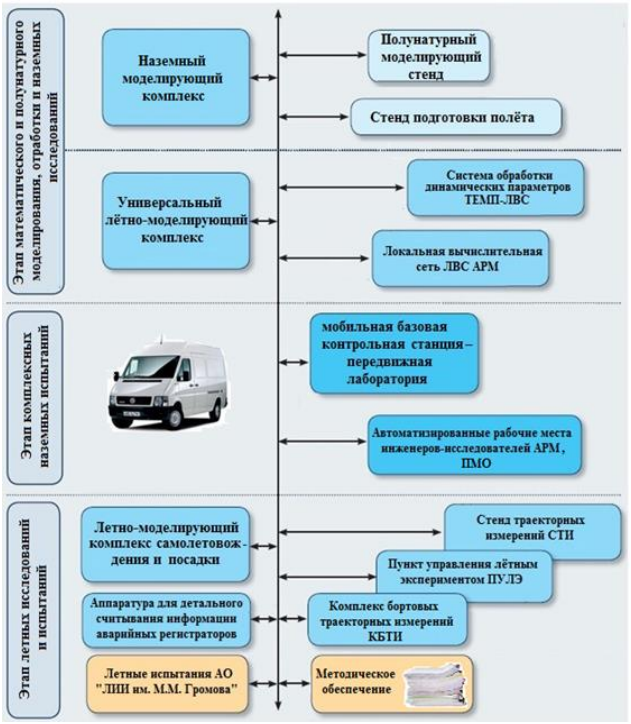


Рис. 1. Интегральная система обеспечения летных испытаний ЛА

Методическое обеспечение включает:

- регламентирующие документы;
- руководства по испытаниям авиационной техники;
- методики и программы наземных и летных испытаний;
- методы определения соответствия.

Комплекс КБТИ (рис. 2) создан для решения задачи оценки и анализа характеристик ПНО в реальном времени полета и в послеполетной обработке.

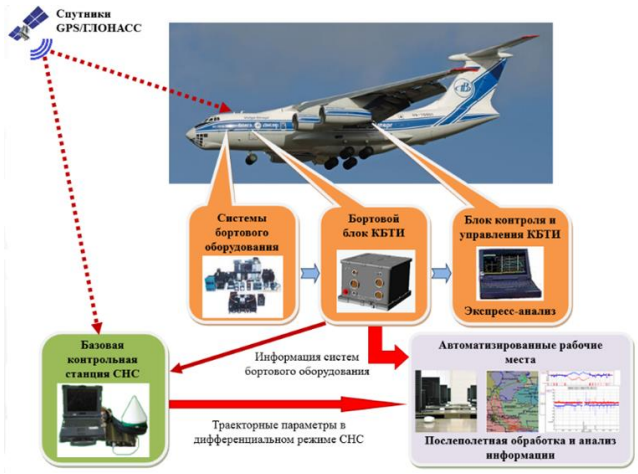


Рис. 2. Схема применения КБТИ в летных испытаниях

Бортовой блок комплекса КБТИ с антенной СНС устанавливается на борту ВС, сопрягается по линиям последовательного и мультиплексного интерфейсов с испытываемым бортовым оборудованием. При необходимости для экспресс-анализа информации ведущим инженером в темпе полета устанавливается блок контроля и управления.

По мере развития комплекса КБТИ внедрены высокоточные методы обработки спутниковой информации. В зоне полетов для обеспечения дифференциального режима устанавливается стационарная или мобильная базовая контрольная станция. Высокоточные параметры траекторного движения получаются после полета при совместной обработке бортовых и наземных данных.

Технологический цикл испытаний и оценки характеристик ВС и систем ПНО с применением КБТИ представлен на рис. 3.



Рис. 3. Технологический цикл испытаний и оценки характеристик и систем ПНО с применением КБТИ

Внедрение КБТИ позволило перейти на новый качественный уровень оценки характеристик различных систем ПНО:

- инерциальных навигационных систем [2];
- радиотехнического оборудования навигации и посадки (РТО НП) [3];
- спутниковых навигационных систем [4];
- вычислителя самолетовождения и др.

Наряду с испытаниями навигационных систем ПНО в ЛИИ разработаны и применены на практике следующие технологии проведения летных испытаний:

- анализ функционирования и оценки характеристик систем автоматического управления, в том числе при выполнении режима автоматической посадки по категории IIIA;
- определение относительного положения подвижных объектов (отработано при проведении испытаний посадки самолета на корабль и выполнении режима дозаправки в воздухе) [5];
- определение взлетно-посадочных характеристик;
- определение аэродинамических погрешностей приемников воздушных давлений и ряд других.

Ниже рассмотрены примеры летных испытаний с использованием интегральной системы обеспечения летных испытаний ПНО.

IV. Оценка схем полета зональной навигации и захода на посадку

Использование в составе ПНО специальных вычислителей самолетовождения позволило существенно повысить точность навигации и, соответственно, расширить круг выполняемых задач. Современные требования производства полетов методами зональной навигации предполагают переход от навигации, основанной на датчиках, к навигации, основанной на эксплуатационных характеристиках.

В результате применения методов зональной навигации (RNAV), основанных на радиотехнических (СНС, DME, VOR) и бортовых (ИНС, БИНС) средствах, повысилась эксплуатационная эффективность имеющегося воздушного пространства. Принятые в Европе методы оценки схем захода на посадку используют прецезионные радиолокаторы, поэтому на начальном этапе сертификационные полеты ВС приходилось выполнять в Финляндии. Применение КБТИ позволило оценивать общую погрешность самолетовождения, отдельно навигационную погрешность и погрешность пилотирования практически на всех этапах полета:

- полет по маршруту;
- выполнение полета по схемам SID и STAR (пример показан на рис. 4);
- заходы на посадку методами зональной навигации RNP Approach.

Специалисты ЛИИ участвовали в проведении испытаний Ил-96-300, Ту-214, RRJ-95 для оценки характеристик зональной навигации. В результирующих материалах приведены оценки погрешностей систем, погрешности пилотирования, отклонения от заданной схемы, параметры полета при выполнении схемы.

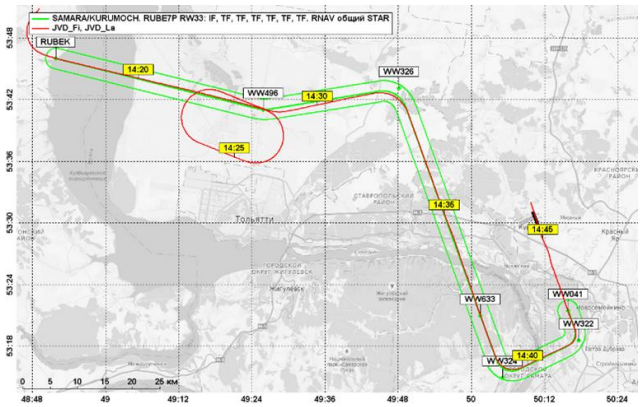


Рис. 4. Пример оценки выполнения схемы захода на посадку

V. Оценка инерциальных навигационных систем

Одной из основных систем, обеспечивающих задачи пилотирования и навигации ВС, является инерциальная навигационная система (ИНС). Специалистами ЛИИ разработан программный комплекс «Эталон», с помощью которого выполняется:

- оценка погрешностей пилотажных и навигационных параметров ИНС в автономном режиме;
- оценка инструментальных погрешностей чувствительных элементов ИНС;
- обработка с комплексированием избыточной информации от различных систем навигации с использованием фильтра Калмана при сглаживании в прямом и обратном ходе времени.

Разработанные в ЛИИ на основе спутниковых и информационно–компьютерных технологий методы, средства, методики летных исследований и испытаний обеспечили проведение квалификационных и сертификационных испытаний инерциальных и инерциально-спутниковых навигационных систем различных разработчиков. Выполнены испытания систем: БИНС-СП-2, БИНС-СП-2М, БИМС-Т, ИНС-2000-4, НСИ-2000, БИНС-1ДТ-01, СНВ-1А, БИНС-РТ-1, ЛИНС-100РС на большом количестве типов ВС. Пример анализа характеристик ИНС показан на рис. 5, 6.

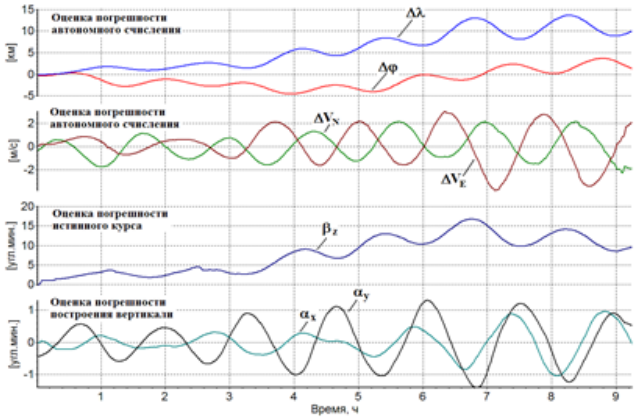


Рис. 5. Результат анализа характеристик ИНС по материалам одного полета

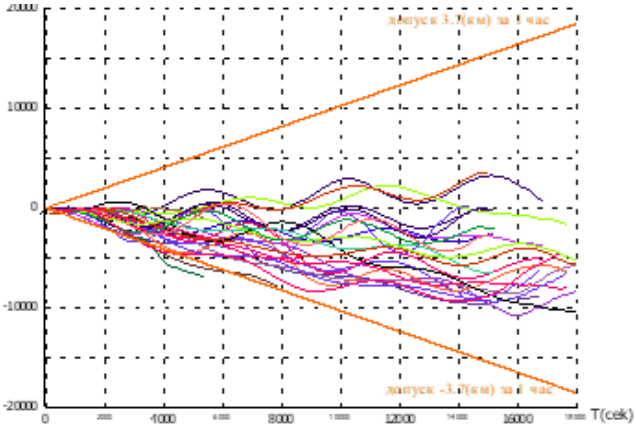


Рис. 6. Результат анализа характеристик ИНС по совокупности полетов

VI. Оценка характеристик радиотехнического оборудования навигации и посадки

В состав ПНО современных ВС входят различные типы бортового радиотехнического оборудования навигации и посадки:

- радиотехническая система ближней навигации (РСБН, VOR/ DME);

- радиомаячная система точного захода на посадку (ILS, ПРМГ);
- бортовое оборудование спутниковой навигации и посадки;
- автоматический радиокомпас (АРК);
- радиовысотомеры (РВ) малых и больших высот;
- доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС);
- радиотехническая система дальней навигации (РСДН).

Характеристики РТО НП оцениваются по точным количественным показателям, являются функциями параметров движения ВС: пространственных координат, составляющих вектора путевой скорости, углового положения. Поэтому эталонные значения параметров РТО НП в основном определяются по данным траекторных измерений. Пример анализа характеристик систем РТО показан на рис. 7, 8.

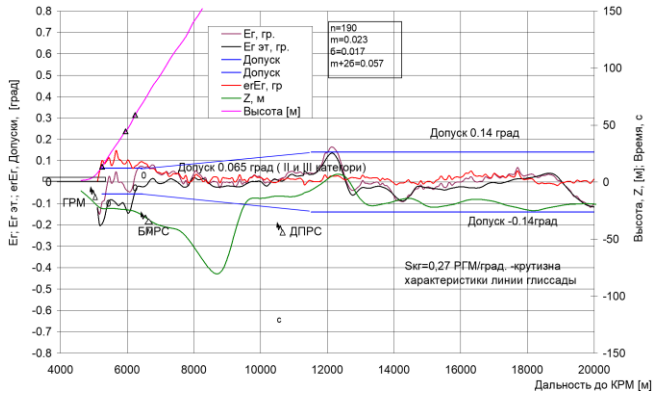


Рис. 7. Оценка сигналов отклонений от глиссады ILS

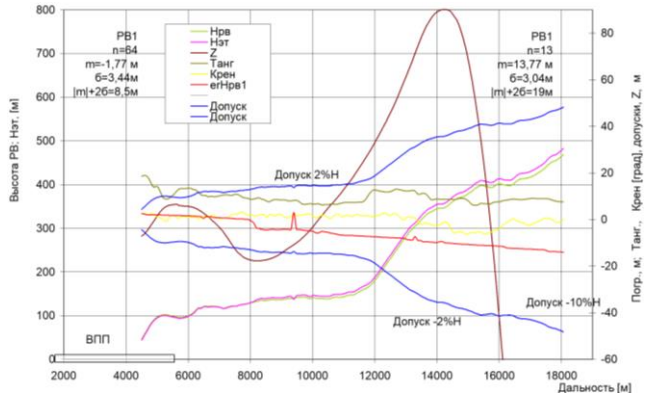


Рис. 8. Оценка радиовысотомера

Выводы

Современные методы и средства проведения испытаний, основанные на разработанном в АО «ЛИИ им. М. М. Громова» методическом и программно-математическом обеспечении, позволяют оперативно выполнять объективный анализ материалов летных исследований и испытаний ПНО.

Непрерывно совершенствуемые в ЛИИ методология и технология летных испытаний привели к формированию общего подхода к методам летных испытаний пилотажно-навигационного оборудования и к созданию интегральной системы обеспечения летных испытаний ПНО перспективных летательных аппаратов на основе комплекса бортовых траекторных измерений КБТИ.

Разработанные технологии успешно использованы при проведении испытаний маневренных, пассажирских и транспортных самолетов Ан-70, Ан-140, Ан-148, Ан-225, семейства Ил-76, Ил-96, Ил-38, Ил-114-300, Ту-204, Ту-214, Ту-334, Бе-200, RRJ-95, Ил-96-300, Ил-114-300, SSJ-NEW, МС-21-300.

Литература

[1] Харин Е.Г., Копылов И.А. Технология летных испытаний бортового оборудования летательных аппаратов с применением комплекса бортовых траекторных измерений. М.: МАИ-ПРИНТ, 2012. 360 с.

[2] Харин Е.Г., Копелович В.А., Копылов И.А., Ясенок А.В., Клабуков Е.В., Макарова А.Ю., Ильин В.Б., Якушев В.А. Методы и средства летных испытаний инерциальных и инерциально-спутниковых навигационных систем // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. 2015. Вып. 14. С. 26–44.

[3] Горский Е.Б., Копылов И.А., Харин Е.Г., Копелович В.А., Ясенок А.В. Траекторные измерения при проведении контроля и испытаний наземного и бортового посадочного радиотехнического оборудования летательных аппаратов // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2019. С. 91–94.

[4] Ильин В.Б., Харин Е.Г., Копелович В.А., Копылов И.А., Якушев А.Ф., Жабин П.Ю., Царев В.М. Летные исследования характеристик бортовой аппаратуры СНС при ее работе с различными глобальными навигационными спутниковыми системами // Новости навигации. 2022. № 1. С. 21–35.

[5] Ясенок А.В., Харин Е.Г., Копылов И.А., Копелович В.А., Якушев А.Ф. Траекторные измерения на основе инерциально-спутниковых навигационных систем при экспериментальных исследованиях возможности дозаправки от самолета-заправщика Ил-96-300Т // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2016. С. 234–240.

Адаптивный метод оценивания и навигации беспилотных аппаратов с использованием интеллектуальных технологий

О.С. Амосов
Лаборатория интеллектуальных систем управления и моделирования,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
osa18@yandex.ru

С. Г. Амосова
Лаборатория киберфизических систем,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
amosovasg@yndex.ru

***Аннотация*—Рассматривается подход к решению задачи адаптивного оценивания на основе интеллектуальных технологий. Формулируется постановка задачи при структурной и параметрической неопределенности. Обсуждаются синтетические алгоритмы для ее решения. Даются два иллюстрирующих примера для задачи адаптивного оценивания.**

Ключевые слова—адаптивное оценивание, навигация, беспилотный аппарат, нейронная сеть, нечеткая система, машинное обучение, интеллектуальная технология, комплексирование.

I. Введение

Сегодня при навигации беспилотных аппаратов (БА) одной из актуальных задач является обеспечение их автономности, скрытности и защищенности от помех. Это в значительной мере зависит от специфики бортового оборудования. БА обычно оснащены стандартным набором устройств и средств измерений, поэтому им присущи типичные проблемы навигации. Так, например, сигналы спутниковой навигационной системы (СНС) могут быть искажены (многолучевые искажения) или недоступны. Также требуется регулярная калибровка инерциальных и других сенсоров для поддержания точности навигации. Поэтому необходимы методы и алгоритмы для навигации, которые помогут эффективно объединять данные от различных сенсоров (инерциальные измерительные устройства, лидары, видеокамеры и др.) для повышения точности с учетом ограниченных вычислительных мощностей на борту и энергоресурсов, потери связи, интерференции и помех. Наряду с традиционными методами и алгоритмами при навигации подвижных объектов находят применение и нейросетевые методы и машинное обучение. Их основными достоинствами являются высокое быстродействие и способность к адаптации при изменении свойств окружающей среды. Для структурно-параметрической настройки систем эффективными являются системы нечеткой логики.

Поэтому целью данной статьи является изложение адаптивного метода оценивания и навигации БА с использованием интеллектуальных технологий на основе нейронных сетей, машинного обучения и систем нечеткого вывода для принятия решений при комплексировании измерений и адаптации системы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00671, https://rscf.ru/project/24-29-00671/

II. Постановка и решение задачи адаптивного оценивания

A. Виды неопределенностей

При обработке навигационной информации приходится сталкиваться с наличием априорной неопределенности, под которой понимается неполнота или недостоверность информации, влияние фактора случайности или противодействия. При этом рассматривают как параметрическую, так и структурную неопределенность [1–4]. При параметрической неопределенности математическая модель, описывающая используемые процессы, задана с точностью до неизвестных параметров и передается введением вектора сопровождающих, неизвестных параметров $\boldsymbol{\theta}(t) = (\theta_1(t), ..., \theta_l(t))^T$. При структурной неопределенности неизвестной является как сама математическая модель процесса $\mathbf{M}(t)$, так и конкретизирующие ее параметры $\boldsymbol{\theta}(t)$ [1–4].

Под адаптивными алгоритмами оценивания понимаются алгоритмы решения задач при наличии структурной и параметрической неопределенности. Будем рассматривать адаптивные задачи оценивания в дискретном времени.

B. Постановка задачи адаптивного оценивания

Необходимо оценить $(n+l)$ -мерную случайную последовательность $\mathbf{z}_i = (\mathbf{x}_i^T, \boldsymbol{\theta}_i^T)^T$, $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, ..., x_{ni})^T$, $\boldsymbol{\theta}_i = (\theta_{1i}, ..., \theta_{li})^T$ динамической системы по набору $\mathbf{Y}_i = [\mathbf{y}_1^T \ \ ... \ \ \mathbf{y}_{i-1}^T \ \mathbf{y}_i^T]^T$ m -мерных векторов измерений $\mathbf{y}_i = [y_{1i} \ \ ... \ \ y_{mi}]^T$, исходя из условия минимизации заданного критерия. Здесь $\mathbf{x}_i$ – n -вектор состояния системы, а $\boldsymbol{\theta}_i$ – l -вектор неизвестных сопровождающих параметров. Предполагается, что при наличии структурной неопределенности система представляется конечным числом моделей M^j, соответствующих заданному набору гипотез h^j:

$$M^j \to h^j, j = \overline{1, J}.$$

Рассмотрим случай, когда привлекаются уравнения динамики системы и измерений при наличии параметрических и структурных неопределенностей их моделей. Для случая аддитивных шумов $\mathbf{n}_i$ и $\mathbf{v}_i$

уравнения динамики и измерений в общем случае могут быть записаны следующим образом [2]:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{\Phi}_i(\boldsymbol{\theta}_{i-1})\mathbf{x}_{i-1} + \mathbf{\Gamma}_i(\boldsymbol{\theta}_{i-1})\mathbf{n}_i; \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{H}_i(\boldsymbol{\theta}_i)\mathbf{x}_i + \mathbf{\Psi}_i(\boldsymbol{\theta}_i)\mathbf{v}_i; \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\theta}_i = \boldsymbol{\theta}_{i-1} + \mathbf{n}_{\boldsymbol{\theta}i}. \quad (3)$$

Для каждой гипотезы j, $j = \overline{1,J}$, в уравнениях (1)–(3) $\mathbf{\Phi}_i$, $\mathbf{\Gamma}_i$, $\mathbf{H}_i$ и $\mathbf{\Psi}_i$ являются известными матрицами; $\mathbf{n}_i$, $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{n}_{\boldsymbol{\theta}i}$ – белошумные центрированные гауссовские последовательности соответствующих размерностей.

C. Общее решение задачи адаптивного оценивания

Можно выделить два подхода для решения поставленной задачи. В первой группе алгоритмов адаптации требуется определить номер гипотезы, максимизирующей апостериорную вероятность $P\{M^j / \mathbf{Y}_i\} \to h^j, j = \overline{1,J}$, и найти соответствующие этому номеру оптимальные байесовские оценки векторов $\mathbf{x}_i^j$, $\boldsymbol{\theta}_i^j$ [2]. В другой группе алгоритмов находятся апостериорные вероятности всех гипотез, а оптимальные байесовские оценки векторов $\mathbf{x}_i^j$, $\boldsymbol{\theta}_i^j$ находятся как взвешенные оценки этих векторов для всех гипотез [3–5]. Для реализации алгоритмов оценивания наиболее часто используется традиционный метод на основе банка фильтров Калмана (ФК) [2–4]. В этом методе применяется набор фильтров, каждый из которых настроен на конкретную гипотезу о модели, описывающей поведение процесса. Невязки фильтров используются для вычисления апостериорных вероятностей гипотез о различных состояниях.

D. Решение задачи адаптивного оценивания на основе интеллектуальных технологий

В альтернативном подходе используется банк так называемых синтетических фильтров (алгоритмов), построенных на основе машинного обучения и интеллектуальных технологий. Это нейросетевые фильтры [5–8], фильтры на основе нечетких систем [9, 10] и вейвлетов [9, 10]. Для вычисления апостериорных вероятностей гипотез о различных состояниях используется также синтетический алгоритм, где учитываются невязки фильтров.

Отличие подхода с использованием интеллектуальных технологий от известного на основе банка ФК состоит в том, что каждый из синтетических фильтров, настроенных с использованием обучения с учителем, может быть нелинейным. Характерной особенностью этого подхода является наличие обучающего множества.

Для решения задачи оценивания навигационных параметров предлагается использовать синтетические алгоритмы, которые обеспечивают точности оценок, такие же, как и традиционные алгоритмы при байесовском, небайесовском подходах и методе наименьших квадратов [6–10]. В рамках байесовского подхода, если в основе построения синтетических алгоритмов лежат те же предположения об априорной информации о моделях динамики объектов, помех и шумов, что и для традиционных алгоритмов, то синтетические алгоритмы тождественны традиционным [7]. Однако они могут дать преимущества с вычислительной точки зрения. Кроме того, в случае необходимости адаптации к изменениям моделей динамики или окружающей среды возможна настройка уже имеющихся синтетических алгоритмов на основе обучения с подкреплением в рамках метода наименьших квадратов [8, 10].

При комплексировании измерений можно использовать адаптивные свойства синтетических алгоритмов. В этой задаче для построения синтетических алгоритмов помимо текущих измерений имеется обучающая выборка. В качестве примеров можно указать на задачи обработки измерений в интегрированных инерциально-спутниковых системах [7]. В интегрированных системах при наличии спутниковых измерений они могут быть использованы как эталонные данные для обучения синтетической системы, предназначенной для воспроизведения поведения оцениваемых параметров (самих навигационных параметров или ошибок измерителей) в случае, когда спутниковые данные пропадают. Для решения задач оценивания могут использоваться нерекуррентные и рекуррентные синтетические и нейросетевые алгоритмы. Для повышения быстродействия предлагается использование декомпозиции алгоритмов [9, 10].

Для выбора схемы комплексирования и структурно-параметрической настройки системы оценивания предлагается использование системы нечеткой логики для принятия решения. Решение этой задачи требует создания банка моделей систем оценивания и комплексирования в зависимости от наличия разных систем измерения: бортовых инерциальных навигационных систем, датчиков геофизических полей Земли, маяков, спутниковых источников, видеосистем и других средств измерения.

Для формирования базы правил нечеткой системы необходимо предварительно определить входные и выходные лингвистические переменные [11]. В навигационных системах регистрируются диагностические параметры, которые позволяют прогнозировать техническое состояние системы. По значениям входных диагностических параметров $\mathbf{a} = a_1 \times \ldots \times a_p$ можно оценить исправность работы объекта или нарушение процесса его функционирования, т.е. состояние навигационной системы. По техническому состоянию происходит выбор схемы комплексирования и структурно-параметрической настройки системы оценивания.

Соответствующая база правил состоит из набора нечетких *If-then*-правил в следующей форме:

$$R_k: \textit{If } \mathbf{a} \textit{ is } \mathbf{A}_k, \textit{then } \mathbf{b} \textit{ is } \mathbf{B}_k \;;\; k = \overline{1.\lambda}, \quad (4)$$

где $\mathbf{a}$ – входной вектор для нечеткой системы, $\mathbf{A}_k = A_{k1} \times \ldots \times A_{kp}$ – нечеткие множества, заданные на декартовом произведении $\mathbf{X}$ универсальных множеств входных лингвистических переменных и имеющие функции принадлежности $\mu_{A_{ki}}(a_i)$, $k = \overline{1.\lambda}$, $i = \overline{1.p}$; $\mathbf{B}_k = B_{k1} \times \ldots \times B_{kq}$ – нечеткие множества, заданные на декартовом произведении $\mathbf{B}$ универсальных множеств выходных лингвистических переменных и имеющие функции принадлежности $\mu_{B_{ki}}(b_i)$, $k = \overline{1.\lambda}$, $i = \overline{1.q}$; λ – общее число нечетких *If-then* правил в базе правил.

Для выбора вариантов с помощью нечетких параметров используются различные методы: ранжирование альтернатив на множестве лингвистических оценок; многокритериальный выбор на основе нечеткого отношения предпочтения; нечеткий вывод на множестве правил-продукций. Заметим, что нечеткая система принятия решений может использоваться в альтернативном подходе для выбора гипотезы или назначения весов гипотезам при выборе математических моделей (1)–(3).

III. Примеры решения задач адаптивного оценивания

A. Задача фильтрации при комплексировании показаний СНС и ИНС на основе инвариантной схемы

Рассматривается задача уточнения координат инерциальной навигационной системы (ИНС) по данным спутниковой навигационной системы (СНС) [12], когда спутниковые данные могут пропадать. Здесь можно говорить о возможных адаптивных свойствах получающихся алгоритмов [7]. Простейшим примером может служить задача комплексной обработки для уточнения высоты БА с использованием измерений от СНС [12].

Следуя [12] предположим, что имеются измерения

$$y_i^I = X_i + \Delta y_i^I,\ y_i^{II} = X_i + \Delta y_i^{II},$$

где $X_i, y_i^I, y_i^{II}, \Delta y_i^I, \Delta y_i^{II}$ – скалярные последовательности, описывающие поведение истинных значений координаты, показаний ИНС (*I*=ИНС), спутниковой системы (*II*=СНС) и их ошибок. Будем считать, что ошибки ИНС $\Delta y_i^I = \varepsilon_i^I + v_i^I$ определяются суммой дрейфа, описываемого винеровским процессом, постоянной и белошумной составляющих, т.е.

$$x_i = x_{i-1} + \sigma_w^x w_i,\ x_0 = d_i = d_{i-1} = d, \varepsilon_i = d_i + x_i + v_i^I,$$

где x_i – дрейф координаты X_i; σ_w^x – коэффициент, определяющий СКО порождающего шума дрейфа; d – постоянная составляющая погрешности, v_i^I –белый шум измерений. Ошибки СНС содержат только белошумную составляющую $\Delta y_i^{II} = v_i^{II}$.

Ставится задача нахождения оценки дрейфа x_i координаты X_i на фоне белого шума. Следуя инвариантной схеме [12], искомую оценку можем сформировать в виде

$$\tilde{\tilde{X}}_i = y_i^I - \tilde{\tilde{\varepsilon}}_i^I,\ \tilde{\tilde{\varepsilon}}_i^I = H_i^I \tilde{\tilde{x}}_i,$$

которую отыскиваем с помощью линейного ФК. Исследования проведены при следующих параметрах: интервал дискретизации $T = t_i - t_{i-1} = 0{,}09$ с; начальная координата $X_0 = 1$ м; начальная скорость БА $V_0^X = 2$ м/с; ускорение $a^X = -0{,}06$ м/c^2; постоянная составляющая ошибки ИНС неизвестна, считаем, что ее математическое ожидание $m^d = 0$ и среднеквадратическое отклонение (СКО) $\sigma^d = 2$ м; коэффициент, определяющий СКО порождающего шума дрейфа $\sigma_w^X = 0{,}5$ м; СКО дискретного белого шума (д.б.ш.) измерений ИНС $\sigma_v^I = 1$ м; СКО д.б.ш. измерений СНС $\sigma_v^{II} = 0{,}5$ м. Будем считать, что измерения от СНС поступают с 1 по 100 отчет, с 101 по 200 отсчеты становятся недоступны и появляются с 201 отсчета. Пример реализации измерений и результаты решения алгоритма оценивания приведены на рис. 1–2.

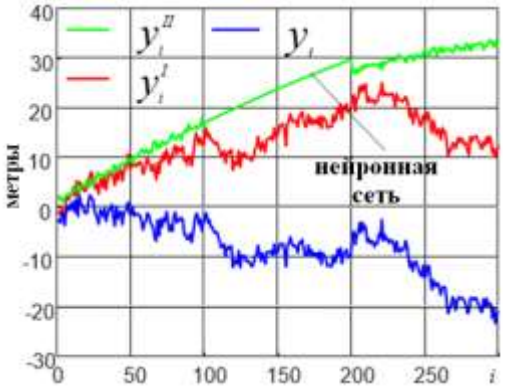


Рис. 1. Измерения

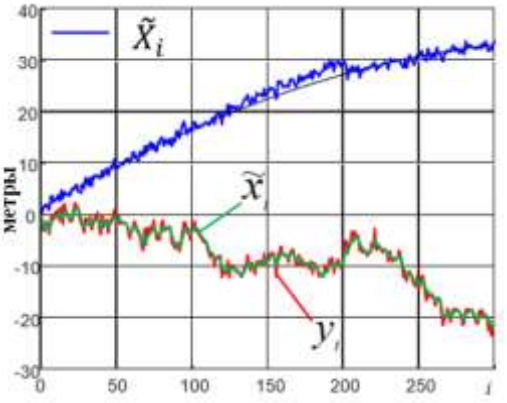


Рис. 2. Оценка координаты и ее дрейфа

Для прогнозирования поведения БА по данным СНС, когда данные от СНС становятся недоступными, используется двухслойная нейронная сеть с одним скрытым слоем с двумя нейронами. В скрытом слое нейронной сети используется сигмоидальная функция активации, а в выходном слое – линейная. Для сложных моделей поведения БА планируется для решения задачи прогноза временных последовательностей использовать глубокую нейронную сеть LSTM (Long Short-Term Memory), как это предложено нами в [13].

B. Задача фильтрации при комплексировании показаний гироскопов и акселерометров на основе неинвариантной схемы

Для иллюстрации применения адаптивного алгоритма проведен эксперимент с вращением вокруг осей беспилотного аппарата по трем углам: крена (ось *X*), тангажа (ось *Y*) и рыскания (ось *Z)*. Система измерений состоит из инерциального измерительного блока на основе интегральной микросхемы MPU-6050, содержащей 3-х осевой гироскоп и 3-х осевой акселерометр. Необходимо по измерениям составляющих угловой скорости $[\omega_X\ \omega_Y\ \omega_Z]^T$, поступающим от гироскопа и ускоре-

ний $[a_X\ a_Y\ a_Z]^T$ от акселерометра получить оценки углов Эйлера для БА. Оцениваемый вектор состояния по каждому из углов содержит угол φ и угловую скорость $\omega: \mathbf{x}_i = [x_{1i}\ x_{2i}]^T = [\varphi_i\ \ \omega_i]^T$. Неизвестный сопровождающий параметр $\boldsymbol{\theta}_i = \theta_{1i} = [\Delta\omega_i]$ определяет погрешность гироскопа, которая представлена математической моделью, описанной для ошибок ИНС в предыдущем примере. $\mathbf{z}_i = [x_{1i}\ x_{2i}\ \theta_{1i}]^T = [\varphi_i\ \ \omega_i\ \Delta\omega_i]^T$.

Модель динамики:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \omega_{i-1}\cdot T - \Delta\omega_{i-1}\cdot T + w_i^{\dot{\omega}} T^2/2;$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \Delta\omega_{i-1} + w_i^{\dot{\omega}} T;\ \ \Delta\omega_i = \Delta\omega_{i-1} + w_i^{\Delta\omega},$$

где $T = t_i - t_{i-1} = const.$

Модель измерений:

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ \omega_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1i} \\ v_{2i} \end{bmatrix}.$$

Для получения линейной модели измерений угла φ_i первичные измерения составляющих ускорений от акселерометра преобразованы и представлены в форме: $y_{1i} = \text{atan}\,2(a_i^X, a_i^Z)$ – для крена и $y_{1i} = \text{atan}\,2(a_i^X, a_i^Z)$ – для тангажа. Поставленная линейная задача может быть решена как с использованием фильтра Калмана, так и нейронной сети. В [6] показано, что алгоритм, в котором используется рекуррентная линейная нейронная сеть, при соответствующем выборе критерия обучения обеспечивает получение оценок, близких по своим свойствам к оценкам, вырабатываемым линейным ФК. В качестве априорной информации при построении ФК выступают уравнения (1)–(3) и функция плотности распределения вероятности (ф.п.р.в.) $f(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_{i,}, \mathbf{y}_i)$. При построении нейросетевого алгоритма уравнения (1)–(3) также считаются заданными, а вместо ф.п.р.в. $f(\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_{i,}, \mathbf{y}_i)$ используются наборы реализаций $\{\mathbf{z}_0^{(j)}, \mathbf{y}_1^{(j)}, \mathbf{z}_1^{(j)}, \ldots, \mathbf{y}_i^{(j)}, \mathbf{x}_i^{(j)}\}$, $j = \overline{1.N}$, которые необходимы при обучении нейронной сети.

Для решения задачи оценивания используется линейная однослойная нейронная сеть с тремя нейронами (по числу оцениваемых параметров – $x_{1i}, x_{2i}, \theta_{1i}$), с тождественной функцией активации, тремя выходами $\tilde{x}_{1i}, \tilde{x}_{2i}, \tilde{\theta}_{1i}$ для оценок и 5 входами $[\tilde{x}_{1i-1}, \tilde{x}_{2i-1}, \tilde{\theta}_{1i-1}, y_{1i}, y_{2i}]^T$. Исследования проведены при следующих параметрах: интервал дискретизации $T = 0{,}09$ с; СКО д.б.ш. измерений угла $\sigma^{\varphi} = \sqrt{0{,}03}$ град; СКО д.б.ш. измерений угловой скорости $\sigma^{\omega} = \sqrt{0{,}05}$ град/с; СКО порождающего шума дрейфа $\sigma^{\Delta\omega} = \sqrt{0{,}003}$ град/с, СКО порождающего шума для модели динамики $\sigma^{\dot{\omega}} = 0{,}3$ град/с/с. На рис. 3–4 показаны результаты решения задачи оценивания углового положения (крен) и погрешности гироскопа.

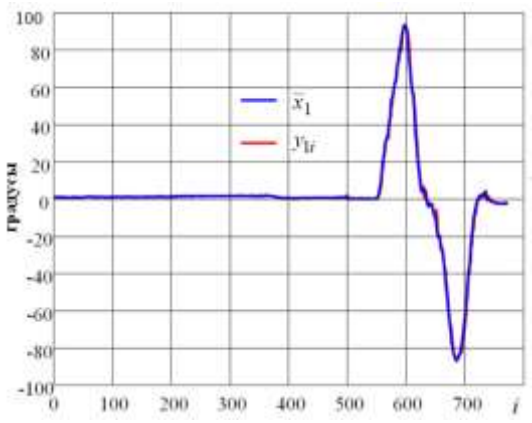


Рис. 3. Оценка угла (крен)

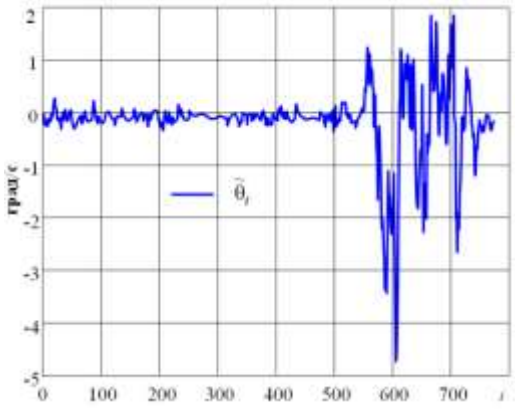


Рис. 4. Оценка погрешности гироскопа

Заметим, что для рассматриваемых задач обучающая выборка может быть получена экспериментальным путем [14]. Кроме того, такая выборка может быть получена, если использовать компьютерные модели с реальными характеристиками датчиков, которые известны.

IV. Заключение

Изложен подход к решению задачи адаптивного оценивания на основе интеллектуальных технологий. Формулируется постановка задачи при структурно-параметрической неопределенности. Для ее решения обсуждаются синтетические алгоритмы, построенные на основе машинного обучения и интеллектуальных технологий. Это нейросетевые фильтры, фильтры на основе нечетких систем и вейвлетов. При комплексировании измерений предложена система принятия решений на основе системы нечеткой логики.

Рассмотрена задача адаптации при уточнении координат ИНС по данным СНС, когда спутниковые данные пропадают. Для прогноза поведения подвижного объекта используется нейронная сеть. Решена задача адаптивного оценивания углов Эйлера и погрешности гироскопов, используемых для измерения угловой скорости на основе рекуррентного нейросетевого алгоритма.

Литература

[1] В.И. Тихонов, В.Н. Харисов, Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем, М.: Радио и связь, 1991.

[2] О.С. Степанов, А.В. Моторин, “Методы адаптивного оценивания в задачах обработки навигационной информации,” XIII

Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2019), Москва, 17-20 июня 2019, С. 1359–1366.

[3] С.З. Кузьмин, Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев: Издательство КВiЦ, 2000.

[4] Y. Bar-Shalom, X.-Rong Li, and Kirubarajan Thiagalingam, Estimation with Applications to Tracking and Navigation, New York: John Wiley & Sons, 2001.

[5] О.С. Амосов, С.Г. Амосова, “Адаптивное оценивание процессов с разладкой в навигационных приложениях с использованием машинного обучения,”XXVIII Межд. конф. по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2021, С. 325–328.

[6] О.А. Степанов, О.С. Амосов, “Оптимальная линейная фильтрация с использованием нейронной сети,” Гироскопия и навигация, 2004, № 3 (46), С. 14–29.

[7] О.А. Степанов, О.С. Амосов, “Применение нейронных сетей в нелинейных задачах обработки навигационной информации,” XIII Межд. конф. по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2006, С. 178–182.

[8] О.С. Амосов, С.Г. Амосова, “Машинное обучение с подкреплением для задач оптимального и адаптивного оценивания в навигационных приложениях,” XXIX Межд. конф. по интегрированным навигационным системам, Санкт-Петербург, 2022, С. 300–303.

[9] O.S. Amosov, S.G. Baena, “Decomposition Synthetic Approach for Optimum Nonlinear Estimation,” IFAC-PapersOnLine, 2015, Т. 48, no. 11, pp. 819–824.

[10] О.С. Амосов, С.Г. Амосова, “Интеллектуальные технологии совместной навигации и функционирования подвижных объектов в разных физических средах,” Информационные технологии, 2025, Т. 31, № 1, С. 24–34.

[11] О.С. Амосов, С.Г. Баена, Ю.С. Иванов, Со Хтайк, “Система автоматического управления шлагбаумом с использованием технологий нечеткого вывода и компьютерного зрения,” Интернет-журнал Науковедение, 2017, Т. 9, № 1, С. 42.

[12] О.А. Степанов, Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2017.

[13] О.С. Амосов, С.Г. Амосова, “Нейросетевое прогнозирование положения человека по непрерывному видеопотоку при совместной работе человека и кобота,” Датчики и системы, 2023, № 2 (267), С. 59–64.

[14] S.O.H. Madgwick S.O.H. AHRS algorithms and calibration solutions to facilitate new applications using low-cost MEMS. University of Bristol, 2014.

О способе обеспечения навигации группы АНПА с использованием КБ ГАНС

А.Ф. Щербатюк
ИАПУ ДВО РАН
Владивосток, Россия
alex-scherba@yandex.ru

***Аннотация*—В докладе рассмотрена задача навигационного обеспечения группы автономных необитаемых подводных аппаратов /АНПА/ на основе применения гидроакустической навигационной системы /ГАНС/ с короткой базой. Предложен вариант исполнения ГАНС с короткой базой, в котором блок обработки принятых сигналов для формирования измерений временных задержек на АНПА дополняется функцией измерения частоты принятого сигнала. Приведено описание предложенного алгоритма оценивания на основе фильтра частиц, а также некоторые результаты компьютерного моделирования его работы.**

***Ключевые слова — гидроакустическая навигационная система с короткой базой, групповая навигация, автономный необитаемый подводный аппарат*.**

I. Введение

Один из способов решения задачи определения координат группы автономных необитаемых подводных аппаратов основан на использовании гидроакустическая навигационная система с короткой базой /ГАНС КБ/. ГАНС КБ включает отдельный маяк, периодически излучающий акустический сигнал, и несколько (минимум две) приемные антенны на борту каждого АНПА.

Рассмотрим случай, когда имеются две приемные антенны, расположенные вдоль корпуса АНПА. Ими фиксируются моменты (t_1, t_2) приема сигналов от маяка в каждом такте его работы. Интервал времени $\Delta t_{12} = t_1 - t_2$ пропорционален разности расстояний между приемными антеннами и маяком. Разность расстояний связана с пеленгом θ на маяк и значением базового расстояния a между приемными антеннами ГАНС КБ на АНПА соотношением:

$$\Delta t_{12} = (a*\cos\theta)/c, \qquad (1)$$

где c - скорость распространения звукового сигнала в воде, θ - угол между линией, направленной вдоль корпуса АНПА, и линией, направленной на маяк [1].

В [2] описан метод оценки координат АНПА на основе ГАНС КБ с использованием модели движения АНПА. В нем предполагается, что на борту АНПА имеются датчики курса и глубины и отсутствуют дорогостоящие система высокоточного времени и датчик абсолютной скорости движения АНПА. С учетом того, что вертикальная координата измеряется с требуемой точностью, рассмотрена двумерная задача, когда АНПА движется на некотором участке траектории равномерно и прямолинейно в горизонтальной плоскости. Для решения данной задачи используется алгоритм на основе фильтра частиц.

Из-за отсутствия синхронизации часов АНПА и маяка отсутствует возможность непосредственного определения местоположения АНПА с помощью ГАНС КБ, так как невозможно рассчитать дальность между АНПА и маяком. Из-за отсутствия датчика скорости область неопределенности местоположения АНПА велика и процесс оценивания горизонтальных координат (x, y) и скорости v на начальном этапе требует значительного количества итераций для того, чтобы оценки параметров сошлись к истинным значениям. В течение этого времени ошибка в определении местоположения АНПА велика. Необходимость оценивания с использованием фильтра частиц на борту АНПА трех параметров – горизонтальных координат (x, y) и скорости v накладывает существенные ограничения на производительность бортового компьютера.

В настоящей работе предложен вариант исполнения ГАНС КБ, в котором блок обработки принятых сигналов дополняется функцией измерения частоты принятого сигнала. Реализация данной функции в блоке обработки связана с незначительной его модернизацией, так как основные необходимые для этого аппаратные модули уже имеются в устройстве и требуется лишь модифицировать алгоритм обработки входного сигнала.

В докладе приведены описание предложенного и реализованного алгоритма оценивания на основе фильтра частиц, также некоторые результаты модельных экспериментов его работы.

II. Описание алгоритма

Рассмотрим задачу оценивания координат одного АНПА из группы. С учетом того, что вертикальная координата (глубина) измеряется с требуемой точностью, для простоты изложения предположим, что АНПА движется в горизонтальной плоскости прямолинейно и равномерно. Без ограничения общности можно полагать, что маяк находится в фиксированной точке с координатами (x_a, y_a, z_a). Предполагается, что часы АНПА и маяка не синхронизированы, но известен период τ излучения навигационных сигналов маяком.

Для оценивания координат АНПА используются следующие измерения:

– разность времени прихода сигнала на первый и второй приемники ГАНС КБ на АНПА:

$$\Delta t_{12k} = (d_{1k} - d_{2k})/c, \qquad (2)$$

где d_{1k} и d_{2k} – расстояния от маяка до первого и второго приемника ГАНС КБ на АНПА, k -номер такта работы ГАНС КБ;

– разность $\Delta t_{k,k-1}$ времени прихода сигнала в $(k-1)$-ом и k -м тактах на первый приемник ГАНС КБ на АНПА:

$$t_k = t_{sk} + d_{1k}/c, \quad t_{k-1} = t_{sk-1} + d_{1k-1}/c, \quad t_{sk} - t_{sk-1} = \tau, \quad (3)$$

где t_{sk} и t_k – моменты времени излучения и приема сигнала в k-ом такте, t_{sk-1} и t_{k-1} – моменты времени излучения и приема (k -1)-ом такте, τ – известный период ее работы, откуда следует:

$$\Delta t_{k,k-1} = (d_{1k} - d_{1k-1})/c + \tau. \quad (4)$$

– частота принятого сигнала f_{ok}.

В соответствии с уравнением Доплера имеем:

$$f_{0k} = (1 \pm (v_k/c)sin\theta)*f_s \quad (5)$$

где f_s - известная частота сигнала источника, v_k - скорость приемника и θ_k - пеленг на источник сигнала. В соответствии с (1) пеленг θ_k на маяк связан со значением базового расстояния a между приемниками ГАНС КБ на АНПА в k-ом такте соотношением:

$$\theta_k = arccos\ (c*\Delta t_{12k}/a). \quad (6)$$

Используя выражения (5-6) можно определить неизвестную скорость v_k.

Требуется получить оценки местоположения каждого АНПА из группы, при условии, что измерения времен распространения и скорости распространения гидроакустических сигналов, а также измерения курса движения содержат случайные независимые ошибки.

Для решения данной задачи используется фильтр частиц. Формируется облако из N частиц, равномерно распределенных в 2-х мерном пространстве (x, y), где x и y – горизонтальные координаты АНПА. Веса всех частиц в начальный момент времени принимаются одинаковыми и равными $\omega_i = 1/N$.

Для счисления текущих координат на борту АНПА в каждом такте работы ГАНС КБ формируется информация о скорости его движения. На этапе экстраполяции работы фильтра частиц на текущем k-ом такте выполняется расчет предсказываемого местоположения АНПА (x^e_k, y^e_k). Для этого используются полученные на предыдущем (k-1)-ом такте оценки местоположения АНПА (x^p_{k-1}, y^p_{k-1}), а также перемещение АНПА:

$$x^e_k = x^p_{k-1} + \tau*v_k*cos(\varphi_k),\ y^e_k = y^p_{k-1} + \tau*v_k*sin(\varphi_k),$$

где v_k - рассчитываемая скорость и φ_k – измеренный курс движения АНПА.

На этапе коррекции работы фильтра частиц на текущем k-ом такте работы ГАНС КБ оценка местоположения (x^p_k, y^p_k) каждого АНПА из группы формируется с использованием максимума апостериорной вероятности, рассчитанной на основе рассогласования измеренных разности Δt_{k12} времени прихода сигналов на первый и второй приемники ГАНС КБ на АНПА, разности $\Delta t_{k,k-1}$ времени прихода сигнала в (k -1)-ом и k -ом тактах на первый приемник ГАНС КБ на АНПА и вычисленных разностей времени прихода сигналов для всех частиц с учетом их текущих координат.

III. Некоторые результаты моделирования навигации АНПА на основе данных ГАНС КБ

Оценка точности и работоспособности навигационного алгоритма определения местоположения АНПА выполнена в рамках численного моделирования. Модельные эксперименты выполнены в среде IDLE (Python). В процессе моделирования период работы ГАНС КБ составлял 10 с. Скорость распространения звукового сигнала принималась равной 1500 м/с.

Моделирование выполнялось методом Монте-Карло, при этом каждый эксперимент выполнялся в цикле по 100 раз с разными случайными ошибками и на основе полученных результатов рассчитывались среднее значение и дисперсия ошибок оценивания местоположения АНПА. Начальная область неопределенности местоположения АНПА представляла собой квадрат со стороной 20 м.

Полагалось, что измерения курса, частоты и времен прихода сигналов содержали случайные ошибки. Для сопоставления результатов работы предложенного способа с описанным в [2], была выбрана модельная траектория движения АНПА, аналогичная описанной в указанной работе. АНПА стартовал из точки с координатами (-3000, -2000, 500) м. Маяк был расположен в точке с координатами (0, 0, 0) м. Параметры движения АНПА в горизонтальной плоскости: скорость 1 м/с, курс 45 град. Пройденный в течении 50 тактов работы ГАНС КБ путь составил около 500 метров и время в пути – около 8.3 минут (рис. 1).



Рис. 1. Траектория движения АНПА (маяк расположен в точке с горизонтальными координатами 0.0, 0.0)

В ситуации, когда при моделировании случайные ошибки измерения курса АНПА находились в диапазоне (-0.5, 0.5) град., скорости - в диапазоне (-0.01, 0.01) м/сек, а случайные ошибки в измерениях времен прихода сигналов лежали в диапазоне (-10^{-3}, 10^{-3}) с, среднее значение ошибки определения местоположения АНПА составило 0.79 м, среднеквадратическое отклонение – 0.90 м.

Результат свидетельствует о снижении более чем на порядок ошибки по сравнению с результатом, приведенным в [2] при аналогичных условиях моделирования (рис. 2). При этом по полученным в процессе моделирования оценкам требуемое для реализации одного такта работы предложенного алгоритма на борту АНПА время уменьшается более чем в 30 раз по сравнению с реализации одного такта работы алгоритма, предложенного в [2].



Рис. 2. Ошибки оценивания местоположения АНПА (черная кривая – без измерения частоты входящего сигнала, серая кривая – с измерением частоты входящего сигнала)

Заключение

Результаты моделирования предложенного способа показали, что он позволяет оценивать местоположение АНПА на его борту в реальном времени с требуемой точностью при отсутствии на борту АНПА дорогостоящей системы точного времени. В данной ситуации вследствие рассинхронизации часов АНПА и маяка отсутствует возможность непосредственного расчета местоположения АНПА с помощью только ГАНС КБ.

Благодарности

Исследование выполнено за счет государственного задания ИАПУ ДВО РАН FWFW-2025-0002 (разработка усовершенствованного алгоритма групповой навигации АНПА на основе ГАНС КБ) и гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, https://rscf.ru/project/23-61-10024/ (моделирование работы алгоритма на основе фильтра частиц).

Литература

[1] Бородин В., Смирнов Г., Толстякова Н. и др. Гидроакустические навигационные средства. Л: Судостроение, 1983, 263 с.

[2] Dubrovin F., Rodionov A., Scherbatyuk A. On improving the accuracy of the acoustical positioning system with a short base line for AUV group positioning. Proceedings of the XXXIth International Conference on Integrated Navigation Systems, Saint Petersburg, 27 - 29 May 2024.

Метод уточнения координат автономного подводного аппарата при наблюдении в северных широтах

Л.А. Мартынова
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
martynowa999@bk.ru

***Аннотация*—Рассматривается обсервация автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) в северных широтах по сигналам спутниковых навигационных систем. В районе появления айсбергов из-за глобального потепления и сейсмической активности сигналы части навигационных космических аппаратов (КА) могут оказаться недоступны. Для оценки влияния количества КА и погрешности определения псевдодальности до расположенных низко над горизонтом КА на геометрический фактор и погрешность определения местоположения разработана математическая модель, с использованием которой проведены численные эксперименты. Полученные результаты подтвердили влияние взаимного положения КА на погрешность определения местоположения АНПА. Результаты моделирования могут быть использованы для прогнозирования места и времени проведения обсервации с наиболее благоприятной навигационной обстановкой, обеспечивающей определение местоположения АНПА с минимальной погрешностью.**

Ключевые слова—автономный необитаемый подводный аппарат, обсервация, спутниковые навигационные системы, айсберг, геометрический фактор точности.

I. Введение

При использовании АНПА [1, 2] в арктической зоне для измерения параметров морской среды, обследования льда [3] или дна [4] требуется периодическая обсервация на морской поверхности по сигналам спутниковых навигационных систем (СНС). Считается, что проблемы обсервации в северных широтах связаны исключительно с поиском системой управления АНПА [5] подходящей по размеру полыньи и проблем с определением местоположения по сигналам СНС не возникнет [6]. Однако в связи с глобальным потеплением и землетрясениями в российской Арктике [7] наблюдается откалывание больших массивов льда и их движение по морской поверхности в виде айсбергов в заранее неизвестном направлении и с неизвестной скоростью. Высота айсбергов может достигать нескольких метров, и при всплытии АНПА вблизи такого айсберга угол наблюдения навигационных КА возможно окажется выше 40°. Это способно привести к увеличению времени обсервации АНПА по сигналам СНС и потере точности определения его координат, так как в северных широтах КА расположены не выше 70° над горизонтом и преимущественно вблизи него [8]. Такое расположение при видимости полной группировки КА не оказывает существенного влияния на определение местоположения АНПА, а даже наоборот, улучшает геометрический фактор HDOP в горизонтальной плоскости.

В случае экранирования айсбергами сигналов низкорасположенных КА количество видимых КА сокращается, значение HDOP увеличивается, и процесс обсервации может затянуться, а определение координат местоположения АНПА может иметь большую погрешность. Для движения АНПА по маршруту погрешность определения координат не так критична. Однако движущийся АНПА выполняет определенные задачи, например поиск объектов, донных станций [9] для дозаправки или измерение параметров среды. В этом случае для идентификации места обнаружения или измерения АНПА должен иметь наиболее точную собственную координатную привязку.

Длительное нахождение АНПА на морской поверхности для получения более точных координат местоположения по сигналам СНС может ухудшить состояние аппарата, так как низкие температуры у поверхности воды приводят к ускоренному разряду аккумуляторной батареи, возможно повреждение корпуса АНПА льдами, судами и т.д. Кроме того, это демаскирующий признак – у водной поверхности АНПА доступен для наблюдений сверху с разведывательных КА, беспилотных воздушных судов, самолетов-разведчиков и т.д.

В связи с перечисленными особенностями обсервации в северных широтах в районах с айсбергами актуальным является определение влияния экранирования части сигналов КА на результаты обсервации. Ранее такие исследования не проводились, публикации по данному направлению исследований отсутствуют.

II. Постановка задачи

Пусть известны:

- период времени обсервации, обусловленный накоплением погрешности определения местоположения АНПА в подводном положении по бортовой инерциальной навигационной системе;
- координаты области обсервации в окрестности точки маршрутной траектории.

Необходимо оценить погрешность определения местоположения АНПА по сигналам СНС в этих точках.

При проведении исследований рассматриваются сигналы КА только ГЛОНАСС как наиболее достоверной из существующих систем (GPS, Бэйдóу, Galileo) для снижения риска определения ложного местоположения АНПА, особенно в период соперничества между странами за природные ресурсы.

III. Особенности спутниковой группировки в северных широтах

На точность определения местоположения АНПА по сигналам СНС влияние оказывают, прежде всего, прямая видимость КА, взаимное их расположение и задержки сигнала СНС в ионосфере [9]. Количественной характеристикой погрешности определения местоположения служит пространственный геометрический фактор HDOP, который показывает, во сколько раз уменьшается точность измерений. Погрешность измерения псевдодальности, обусловленная задержкой сигнала в ионосфере, может достигать 50 м [10, с. 93].

Поскольку заранее прогнозировать положение постоянно дрейфующих айсбергов невозможно, то вероятно всплытие АНПА вблизи айсберга (рис. 1), который будет экранировать сигналы СНС. Это может сократить количество видимых КА до критического значения (четыре), при котором еще доступно определение местоположения, но точность ухудшится. Выстраивание видимых КА в одну линию (рис. 2) также приводит к большой погрешности определения местоположения АНПА.



Рис. 1. Виды айсбергов в северных широтах



Рис. 2. Изменение количества КА с течением времени [11]

IV. Математическая модель для проведения исследований

Для проведения исследований по оценке влияния расположения КА на результаты обсервации АНПА в условиях экранирования сигналов СНС айсбергами специально разработана математическая модель, которая включает: математическую модель орбитального движения КА; алгоритм решения навигационной задачи; алгоритм определения геометрического фактора; алгоритм оценки погрешности определения координат АНПА.

A. Математическая модель орбитального движения КА

При формировании модели орбитального движения КА за основу взято невозмущенное (кеплеровское) движение КА под действием только сил притяжения Земли (одного притягивающего центра) [12]. С учетом второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения, а также того, что производная по времени понимается как полная производная в инерциальной системе координат, уравнение движения центра масс КА в инерциальной системе координат имеет вид

$$m(d^2r / dt^2) = \mathbf{F},$$

где m – масса КА; $\mathbf{F}$ – вектор силы притяжения; t – время; r – радиус-вектор, определяемый выражением

$$r=\sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)},$$

где x_0, y_0, z_0 – текущие координаты КА (проекция радиус-вектора r на оси координат).

Использование модели орбитального движения КА позволяет установить координаты всех КА и псевдодальности от точки фактического положения АНПА до каждого КА.

По полученным результатам определяется множество КА, видимых из точки фактического положения АНПА, и множество КА, угол места которых превышает 40° (в предположении, что КА с углами места ниже 40° экранированы айсбергами). По сформированному множеству КА, сигналы которых не экранированы, осуществляется решение навигационной задачи.

B. Алгоритм решения навигационной задачи

Для определения координат АНПА используются сигналы от всех КА, находящихся в зоне видимости АНПА [12, с. 523]. Для решения навигационной задачи методом наименьших квадратов введем вектор состояния АНПА $\mathbf{x} = |x\ y\ z\ Д|^{т}$ (Д – дистанция) и вектор наблюдений оценок псевдодальностей до k-го КА (k = 1, …, N):

$$\mathbf{y}_{\tau,\,k} = |\tau_{1,k}\,\tau_{1,k}\,\ldots\,\tau_{1,N}\,|^{т}.$$

где x, y, z – координаты; τ – псевдозадержки сигнала СНС; N – количество всех видимых КА [12, с. 194].

По этим данным с использованием выражений из [12, с. 523] вычисляются оценки вектора состояния АНПА. По результатам решения навигационной задачи определяются расчетные координаты местоположения АНПА.

C. Определение геометрического фактора

На этапе вторичной обработки навигационной информации оцениваются ошибки определения вектора состояния АНПА $x = |x\ y\ z\ Д|^{т}$ [12, с. 300]:

$$\Delta x = (\mathbf{H}^{т}\cdot\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{т}\cdot\Delta y_{Д}).$$

Здесь $\mathbf{H}$ – матрица направляющих косинусов; $\Delta y_{Д}$ – ошибка определения вектора псевдодальностей.

Пространственный геометрический фактор $K_{ПП}$ (PDOP) определяется выражением

$$K_{\text{ПП}} = \sqrt{\left(\sigma_x^{\,2} + \sigma_y^{\,2} + \sigma_z^{\,2}\right)},$$

где $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – дисперсии определения псевдодальностей. Фактор PDOP состоит из точности определения положения АНПА в вертикальной (VDOP) и горизонтальной (HDOP) плоскостях:

$$\text{PDOP}^2 = \text{HDOP}^2 + \text{VDOP}^2,$$

$$\text{HDOP}^2 = \sqrt{\left(\sigma_x^{\,2} + \sigma_y^{\,2}\right)},$$

$$\text{VDOP}^2 = \sigma_z^2.$$

D. Оценка погрешности определения местоположения по видимой группировке КА

Для оценки погрешности ΔL определения расчетного положения АНПА (x_0, y_0, z_0) по сравнению с фактическим (x, y, z) использовано выражение

$$\Delta L = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}.$$

V. Проведение численного эксперимента

В качестве исходных данных задавались:

- момент времени проведения обсервации;
- координаты фактического положения АНПА, неизвестные самому АНПА;
- координаты видимых КА из точки фактического положения АНПА;
- погрешности к псевдодальностям, вызванные ионосферными задержками времени прихода сигнала от КА к АНПА.

В ходе исследований определялись:

- координаты КА;
- количество видимых КА над заданной точкой фактического положения АНПА в текущий момент времени;
- КА с углом возвышения (наблюдения) выше 40°;
- расчетные координаты положения АНПА с использованием видимых КА (с учетом экранирования КА, расположенных низко над горизонтом);
- полный геометрический фактор PDOP и его составляющие в горизонтальной (HDOP) и вертикальной (VDOP) плоскостях;
- погрешности определения местоположения АНПА.

По результатам численных экспериментов и статистической обработки устанавливались:

- процентное отношение периодов с минимально необходимым для решения навигационной задачи количеством КА (четыре) ко всему периоду моделирования;
- влияние ионосферных погрешностей псевдодальностей на погрешность определения местоположения АНПА;
- влияния количества КА и HDOP на погрешность определения местоположения АНПА;
- ухудшение навигационных определений в условиях экранирования части сигналов от расположенных низко над горизонтом КА.

VI. Результаты численных экспериментов

В качестве тестовой выбрана точка положения залежей углеводородов с координатами 77° с.ш. и 90° в.д. [13]. Численный эксперимент длился непрерывно в течение 6 ч.

На рис. 3 приведено изменение количества видимых КА с течением времени. Верхняя линия показывает количество всех видимых КА, нижняя – с учетом экранирования и угла наблюдения выше 40°.

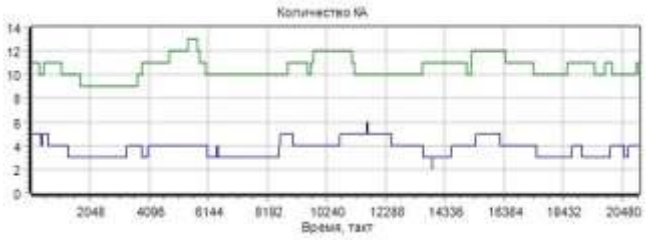


Рис. 3. Изменение количества видимых КА с течением времени

Из рис. 3 видно, что при отсутствии экранирования количество видимых КА менялось от 9 до 13; вместе с тем имеются интервалы, в которых при экранировании сигналов КА, расположенных ниже 40°, видимы были только 3 КА и кратковременно 2 КА. 3 КА были видимы в течение половины интервала наблюдения, что не позволяло решить навигационную задачу в принципе. В другом численном эксперименте 3 КА наблюдались подряд в течение 50 мин. Это говорит о том, что периоды с критически низким количеством КА существуют. Даже если были периоды с минимально необходимыми 4 КА, то, как показала практика, обсервация по такому количеству КА может длиться десятки минут.

Геометрический фактор PDOP при полной группировке видимых КА не превышает 2,5, при этом горизонтальный HDOP колеблется вблизи 1 – именно благодаря расположению большинства видимых КА низко над горизонтом (до 40°). Однако при экранировании низкорасположенных КА по результатам наблюдений выявлены выбросы значения PDOP (рис. 4) в течение 40 с, которые не оказали никакого влияния на погрешность определения местоположения из-за своей краткосрочности.

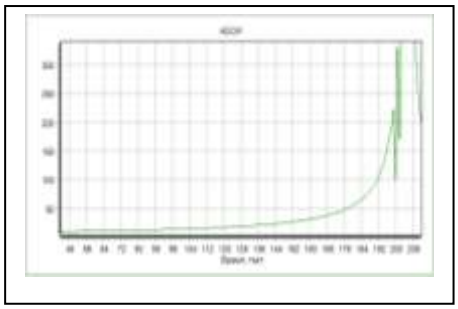


Рис. 4. Выбросы значения PDOP

В то же время наблюдались более длительные повышения значения HDOP до 200 при совпадении поло-

жения двух КА. Это объясняется тем, что при экранировании расположенных низко над горизонтом КА в определении координат участвуют только высоко расположенные КА.

При использовании сигналов от всей видимой группировки КА погрешность определения местоположения находилась в пределах 1 м. При экранировании части КА погрешность иногда кратковременно – на несколько секунд – увеличивалась до 395 м и выше.

Для исследования влияния псевдодальности на погрешность определения местоположения АНПА к псевдодальностям КА видимой группировки с углом места выше 40° добавлена погрешность 25 м к двум произвольно взятым КА.

Результаты моделирования показали, что погрешность определения местоположения АНПА составила от 410 м до 1,0–4,5 км, при этом геометрические факторы точности принимали значения: HDOP – 29, VDOP – 30, PDOP – 32; в этот момент менялось количество видимых КА с 4 до 3. В ходе расчетов наблюдались кратковременные (в пределах 1 мин) километровые значения погрешности определения координат АНПА.

VII. Заключение

Результаты численных экспериментов показали, что изменение состава группировки видимых КА и их угол места оказывают влияние на HDOP и погрешность определения местоположения АНПА. Выявлены интервалы от 1 до 50 мин, в которых количество видимых КА ниже допустимых четырех и решение навигационной задачи невозможно. При четырех КА вероятно повышение HDOP и увеличение погрешности определения местоположения АНПА от долей метра до километра, пусть и кратковременно.

В связи с этим предлагается на этапе формирования маршрутного задания АНПА проводить расчеты изменения орбитальной группировки КА, поскольку положение айсбергов заранее прогнозировать невозможно.

Предложенный метод уменьшения погрешности определения координат положения АНПА заключается в выборе места и времени обсервации с наиболее благоприятным спутниковым созвездием в предположении возможного появления айсбергов, экранирующих сигналы части КА. Такой подход – выбор благоприятного созвездия навигационных спутников – используется при проведении кадастровой навигационной съемки [14]. Исходными данными для прогнозирования являются координаты потенциально определенной точки обсервации, расположенной на траектории маршрута на интервале времени плановой обсервации, и текущая эфемеридная информация о КА. При прогнозировании на каждую дату предстоящей обсервации получают график числа доступных для наблюдения спутников и график значений PDOP (GDOP) в зависимости от времени суток. По этим данным находят периоды, оптимальные для наблюдения спутников в районе обсервации.

Литература

[1] Агеев М.Д., Киселев Л.В., Матвиенко Ю.В. и др. Автономные подводные роботы: системы и технологии / под общ. ред. М.Д. Агева. М.: Наука, 2005. 398 с.

[2] Инзарцев А.В., Киселев Л.В., Костенко В.В., Матвиенко Ю.В., Павин А.М., Щербатюк А.Ф. Подводные робототехнические комплексы: системы, технологии, применение / отв. ред. Л.В. Киселев; ФГБУН Ин-т проблем морских технологий ДВО РАН. Владивосток, 2018. 368 с.

[3] Боженов Ю.А. Использование автономных необитаемых подводных аппаратов для исследования Арктики и Антарктики // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2011. Т 4. № 1. С. 47–68.

[4] Мартынова Л.А. Метод согласованного поведения излучателя и автономных необитаемых подводных аппаратов для эффективного ведения сейсморазведки // Информационно-управляющие системы. 2017. № 1 (86). С. 83–92.

[5] Мартынова Л.А., Машошин А.И., Пашкевич И.В., Соколов А.И. Алгоритмы, реализуемые интегрированной системой управления АНПА // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1 (162). С. 50–58.

[6] Лаптев К.З., Багницкий А.В. Задача для АНПА дальнего радиуса действия по поиску полыней при плавании в Арктических районах // Известия ЮФУ. Технические науки. № 1 (203). 2019. С. 28–38. DOI 10.23683/2311-3103-2019.

[7] Почему в Арктике стало больше айсбергов. URL: https://rg.ru/2024/05/13/reg-szfo/plavuchie-tanki.html (дата обращения 20.01.2025).

[8] Challenges for Positioning and Navigation in the Arctic. URL: https://mycoordinates.org/challenges-for-positioning-and-navigation-in-the-arctic/ (дата обращения 20.01.2025).

[9] Колесников М.П., Мартынова Л.А., Пашкевич И.В., Шелест П.С. Метод позиционирования автономного необитаемого подводного аппарата в процессе приведения к причальному устройству // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2015. № 11-2. С. 38–49.

[10] Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., Collins, J., *Global Positioning System. Theory and Practice*, Springer-Verlag, Wien – New York, 1994, 356 p.

[11] Orbitron – Satellite Tracking System. URL: https://www.stoff.pl/ (дата обращения 20.01.2025).

[12] ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

[13] Арктическая зона Российской Федерации: риски и перспективы развития. URL: https://yakovpartners.ru/publications/arkticheskaya-zona-rf-riski-i-perspektivy/ (дата обращения 20.01.2025).

[14] Инструкция по развитию съемочного обоснования и съемке ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS. М.: ЦНИИГАиК, 2002. 56 с.

Исследование влияния параметров архитектуры нейросети на характеристики навигационного комплекса

И.М. Кузнецов
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
kuznetsovim@mai.ru

К.К. Веремеенко
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
nio3@mai.ru

М.В. Жарков
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
zharkovmv@mai.ru

А.Н. Пронькин
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
pronkinan@mai.ru

Р.Ю. Зимин
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
ziminry@mai.ru

***Аннотация*—Решая проблемы автономизации беспилотных воздушных судов (БВС), разработчики, как правило, ищут пути по улучшению характеристик их навигационных комплексов, и одним из относительно новых и потенциально перспективных подходов к построению алгоритмов навигационных комплексов (НК) БВС можно считать использование методов искусственного интеллекта. Представленные в литературе преимущества искусственных нейронных сетей (НС) (среди которых, в том числе, сохранение работоспособности комплекса с приемлемым уровнем точности в течение определенного времени отсутствия сигналов основного корректора – ГНСС) нереализуемы без соответствующим образом проведенного предварительного обучения, а выбор и дизайн архитектуры НС, равно как и подбор обучающих выборок и траекторий полета БВС является отдельной научной задачей, требующей детальной проработки. Зачастую, как это можно наблюдать по результатам других исследований, лучшее решение находится в плоскости эмпирики и подбора соответствующей комбинации всех упомянутых факторов. В статье приводится исследование влияния так называемых гиперпараметров нейросети на точность, время сходимости, время обучения, и эффективность работы комплексной системы в целом. Среди исследуемых параметров можно выделить следующие: архитектура нейросети, размерность скрытых слоев, размер пакетов (batch size), начальное значение скорости обучения и другие параметры. В целях поиска закономерностей проводится комплексное исследование влияния таких гиперпараметров нейросети на характеристики НК БВС. Исследования проводятся с использованием реалистичных сценариев применения таких НК – с использованием разработанного комплекса постобработки, имитируется как пропадание сигналов основного корректора – ГНСС, так и рассматриваются сценарии, в которых сигнал ухудшается существенным образом в результате воздействия преднамеренных помех. Приводятся сравнительные результаты, отражающие различные сценарии реализации навигационного комплекса в зависимости от значений рассматриваемых параметров, демонстрирующие достижимые уровни точностей навигационного комплекса.**

Ключевые слова—навигационный комплекс, искусственный интеллект, машинное обучение, расширенный фильтр Калмана, комплексная обработка информации, гиперпараметры.

I. Введение

Задача повышения точности навигации и уровня автономности беспилотных воздушных судов (БВС) остается одной из наиболее актуальных в современной авионике. Постоянно растущие требования к характеристикам навигационных комплексов (НК) БВС стимулируют разработчиков к поиску новых подходов и технологий [1–4]. Интеграция БВС в общее воздушное пространство, как отмечено в стратегических документах, таких как ФП БАС [6], требует не только высокой точности, но и надежности навигационного решения, в том числе в условиях противодействия, например, при подавлении или искажении сигналов ГНСС [5].

Традиционные методы комплексирования, основанные на оптимальной фильтрации, как правило, с использованием различных форм фильтра Калмана [1, 7], хорошо зарекомендовали себя, однако имеют ограничения, особенно при работе с нелинейными моделями или в условиях неопределенности. В последние годы значительный интерес вызывает применение методов искусственного интеллекта (ИИ) и, в частности, искусственных нейронных сетей (НС) для решения навигационных задач [8-11]. Их способность к аппроксимации сложных нелинейных зависимостей, адаптивность и отсутствие необходимости в априорных моделях погрешностей открывают новые возможности для построения НК БВС.

В предыдущей работе коллектива авторов, представленной на МКИНС-2024 [15], была предложена архитектура НК БВС с интегрированным модулем ИИ (НК БВС ИИ) на базе LSTM-сети. Были продемонстрированы предварительные результаты натурных испытаний, показавшие перспективность подхода: комплекс сохранял работоспособность с приемлемым уровнем точности в течение относительно длительных периодов отсутствия сигналов ГНСС, прогнозируя навигационные параметры. Однако были выявлены и недостатки: значительное время, требуемое для обучения нейросетевого модуля предложенной архитектуры, а также потенциальная зависимость точности прогнозирования от характера траектории движения БВС, использованной при обучении.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-20304, https://rscf.ru/project/24-29-20304/

Настоящая работа является продолжением предыдущей [15] и посвящена изучению влияния ключевых параметров нейросетевого модуля – так называемых гиперпараметров, на общую производительность НК БВС ИИ. Выбор архитектуры НС, ее конфигурации (размерность слоев, размер пакетов данных для обучения, скорость обучения и др.), а также подбор обучающих выборок являются нетривиальной задачей, часто решаемой эмпирически. Целью данной работы является систематическое исследование влияния этих факторов на точность навигационного решения, время сходимости алгоритма обучения и эффективность работы НК в целом, особенно в реалистичных сценариях эксплуатации, включая условия ухудшения или пропадания сигналов ГНСС.

II. Предлагаемый подход

В данном разделе описываются основные математические соотношения, лежащие в основе функционирования комплексной навигационной системы (КНС), структура КНС беспилотного воздушного судна (БВС) с интегрированным модулем искусственного интеллекта (ИИ), а также детализируется подход к исследованию влияния параметров этого модуля на общие характеристики системы.

A. Основные соотношения КНС

Объектом является комплексная инерциально-спутниковая навигационная система, включающая инерциальный измерительный блок (ИИБ) тактического класса точности и приемник ГНСС. Рассматривается совместная позиционно-скоростная и угловая коррекция погрешностей инерциальной навигационной системы (ИНС) с использованием оптимального фильтра Калмана (ОФК).

Уравнение состояния системы, описывающее динамику погрешностей, в общем виде имеет вид:

$$\dot{\bar{x}}(t) = F(t)\cdot\bar{x}(t) + G(t)\cdot\bar{w}(t), \qquad (1)$$

где $\bar{x}(t)$ – вектор состояния системы, $F(t)$ – матрица динамики, $\bar{w}(t)$ – вектор шумов системы, $G(t)$ – матрица их интенсивностей.

Оценка вектора состояния осуществляется по измерениям $\bar{z}(t_k)$, доступным в дискретные моменты времени t_k:

$$\bar{z}(t_k) = H(t_k)\cdot\bar{x}(t_k) + \bar{v}(t_k). \qquad (2)$$

где $H(t_k)$ – матрица шумов измерений, $\bar{v}(t_k)$ – вектор шумов измерений.

Вектор состояния $\bar{x}$ включает погрешности ИНС в определении координат $\delta\bar{P}$, проекций скорости $\delta\bar{V}$ и углов ориентации $\delta\bar{A}$, а также параметры модели погрешностей ее чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров) $\delta\bar{S}$ – постоянные составляющие дрейфов и смещений нулей:

$$\bar{x} = \left[\delta\bar{P}^T, \delta\bar{V}^T, \delta\bar{A}^T, \delta\bar{S}^T\right]^T. \qquad (3)$$

При необходимости модель погрешностей датчиков может быть расширена, что приведет к соответствующему увеличению размерности вектора состояния. Матрица динамики $F(t)$ строится на основе уравнений ошибок ИНС и модели погрешностей датчиков. Вектор шумов системы $\bar{w}(t)$ включает случайные компоненты погрешностей датчиков ИНС, а вектор шумов измерений $\bar{v}(t_k)$ – случайные компоненты погрешности корректора.

Вектор измерений $\bar{z}$ формируется как разность между показаниями ИНС и корректора (ГНСС) по координатам $\Delta\bar{P}$, проекциям скорости $\Delta\bar{V}$ и, при наличии соответствующей информации, углам ориентации $\Delta\bar{A}$:

$$\bar{z} = \left[\Delta\bar{P}^T, \Delta\bar{V}^T, \Delta\bar{A}^T\right]^T. \qquad (4)$$

Для оценки вектора состояния $\bar{x}$ используется расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter, EKF) в дискретной форме, в форме Джозефа [7], как и в предыдущей работе [15].

B. Структура КНС БВС с модулем ИИ

Общая структура КНС остается прежней: ИНС выступает ядром системы, обеспечивая непрерывную выдачу навигационных параметров, а приемник(и) ГНСС является основным корректором, информация от которого используется ОФК для оценки и компенсации накапливающихся погрешностей ИНС.

Ключевым элементом, развитие которого исследуется в данной работе, является модуль на основе искусственной нейронной сети (НС), интегрированный в структуру КНС. Как было показано в [15], такой модуль может использоваться для прогнозирования навигационных параметров (координат, скоростей, углов ориентации) в периоды отсутствия или ухудшения качества сигналов ГНСС, аппроксимируя выходные данные ОФК или непосредственно алгоритмы счисления ИНС (см. Рис. 1 и Рис. 2 из [15]). Нейросеть обучается на данных, полученных во время штатной работы КНС при наличии надежных сигналов ГНСС.

C. Исследование влияния гиперпараметров нейросети

Предыдущие результаты [15] показали принципиальную работоспособность НК БВС ИИ с использованием LSTM-архитектуры (Long Short-Term Memory), но также выявили необходимость оптимизации процесса обучения и повышения робастности нейросетевого модуля. Основной фокус текущего исследования направлен на систематическое изучение влияния так называемых гиперпараметров нейросети на характеристики всего комплекса. Гиперпараметры – это параметры, которые задаются до начала процесса обучения и определяют как структуру сети, так и сам процесс обучения.

В рамках данной работы исследуется влияние следующих ключевых гиперпараметров:

1) *Архитектура нейросети:* Хотя базовой остается LSTM, рассматриваются ее модификации (например, двунаправленные LSTM, GRU – Gated Recurrent Units) и другие типы рекуррентных сетей, адаптированных для временных рядов, с целью поиска оптимального баланса между способностью запоминать долгосрочные зависимости и вычислительной сложностью (пример архитектуры изображен на рис. 1).

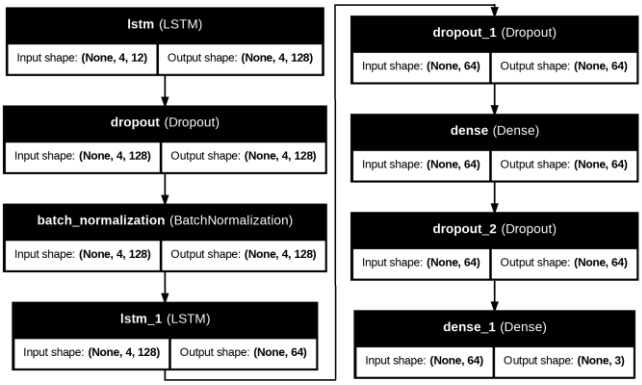


Рис. 1. Пример одной из рассматриваемых в рамках исследования архитектур нейросети

2) *Размерность скрытых слоев:* Количество нейронов в скрытых слоях LSTM или других рекуррентных ячеек напрямую влияет на "емкость" модели – ее способность запоминать и аппроксимировать сложные зависимости. Слишком малая размерность может привести к недостаточному обучению, а слишком большая – к переобучению и увеличению времени вычислений.

3) *Количество слоев:* Глубина сети (количество последовательных скрытых слоев) также влияет на ее «выразительные» возможности, но увеличивает риск затухания градиентов и усложняет обучение.

4) *Размер пакета (Batch Size):* Количество обучающих примеров, используемых для одного шага обновления весов сети. Параметр может влиять на её обобщающую способность.

5) *Начальная скорость обучения (Initial Learning Rate):* Определяет величину шага при обновлении весов сети в процессе градиентного спуска. Слишком высокая скорость может привести к нестабильности обучения и "перепрыгиванию" через оптимум, а слишком низкая – к чрезмерно долгому обучению. Исследуются также стратегии адаптивного изменения скорости обучения (например, Adam, RMSprop).

6) *Функция активации:* Тип нелинейной функции, применяемой в нейронах (например, *ReLU*, *sigmoid*, *tanh*), влияет на динамику обучения и способность сети апроксимировать нелинейности.

7) *Методы регуляризации:* Исследуется применение техник, направленных на предотвращение переобучения, таких как Dropout (случайное "выключение" части нейронов на итерации обучения) или *L1*/*L2*-регуляризация весов.

Целью этого исследования является не просто подбор оптимальных значений для конкретной задачи, а выявление общих закономерностей и взаимосвязей между гиперпараметрами и итоговыми характеристиками НК БВС ИИ: точностью прогнозирования навигационных параметров в автономном режиме, временем, необходимым для обучения нейросети до достижения заданной точности, и устойчивостью работы в различных сценариях, включая те, что отличаются от обучающих траекторий. Понимание этих зависимостей позволит более обоснованно подходить к проектированию нейросетевых модулей для навигационных комплексов.

III. Результаты эксперимента

Целью экспериментальной части работы является исследование влияния гиперпараметров нейросетевого модуля на точностные и эксплуатационные характеристики навигационного комплекса БВС с модулями ИИ (НК БВС ИИ), представленного в [15]. Эксперименты проводятся с использованием данных, полученных в ходе натурных испытаний с применением мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ [12, 13], и программного комплекса постобработки, разработанного авторским коллективом (пример тестовой траектории (движение в течении 34 минут) с проездом лаборатории по г. Москве изображен на рисунке 2).

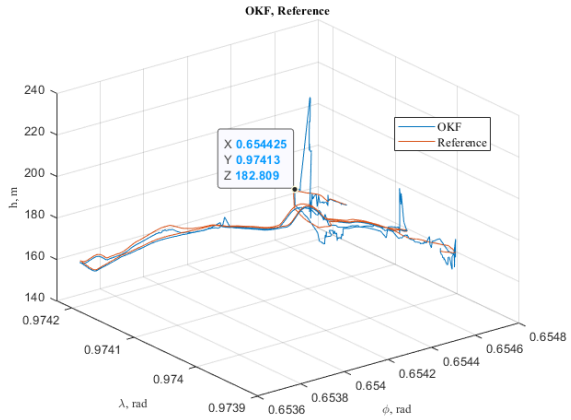


Рис. 2. Пример траектории движения мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ (на рисунке OKF – решение КНС, Reference – данные, полученные по результатам постобработки)

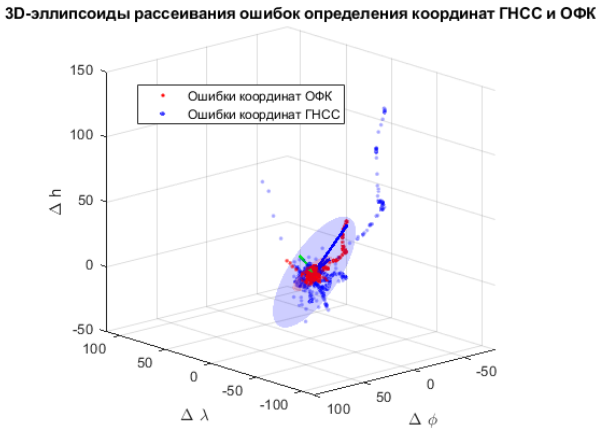


Рис. 3. Ошибки определения координат на тестовой траектории движения мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ (эллипсоиды рассеивания: синий – ГНСС, красный – ОФК)

D. *Методология экспериментального исследования*

Для систематического изучения влияния гиперпараметров, описанных в разделе II.C, применяется следующий подход:

1) *Формирование обучающих и тестовых выборок:* Используются данные, записанные в ходе проездов автомобиля, оснащенного ИИБ

тактического класса точности (характеристики аналогичны Таблице 1 из [15]) и приемниками ГНСС. Данные включают сырые измерения ИИБ (угловые скорости и линейные ускорения) и измерения ГНСС (кодовые, доплеровские, фазовые). Особое внимание уделяется включению в выборки данных, записанных в сложных условиях приема сигналов ГНСС (например, плотная городская застройка Москвы, проезды под мостами, в тунелях), для оценки робастности алгоритмов. Выходные данные эталонной траектории и параметры КНС (координаты, скорости, углы ориентации), полученные с помощью ОФК в периоды устойчивого приема ГНСС, используются для обучения нейросетевых модулей. Формируются отдельные, непересекающиеся наборы данных для обучения, валидации (подбора гиперпараметров) и тестирования (финальной оценки).

2) *Обучение нейросетевых модулей:* Для каждого исследуемого набора гиперпараметров (архитектура, количество слоев/нейронов, размер пакета, скорость обучения и т.д.) производится обучение соответствующей модели нейросети. В качестве входных данных для обучения используются параметры КНС и/или сырые измерения ИИБ, а в качестве целевых выходных данных – выходные параметры ГНСС/ОФК. Обучение проводится до сходимости или заданного числа эпох.

3) *Оценка производительности нейросети (performance):* Обученные модели оцениваются на тестовых выборках. Основной сценарий оценки включает имитацию пропадания сигналов ГНСС различной длительности. В эти периоды нейросетевой модуль работает в режиме прогнозирования, используя свои предыдущие выходные данные и текущие измерения ИИБ для выработки навигационного решения. Оцениваются следующие характеристики:

а) Точность прогнозирования: Вычисляются ошибки прогноза координат, скоростей и углов ориентации путем сравнения выхода нейросетевого модуля с эталонным решением (полученным с помощью ПО МАИ и Novatel Inertial Explorer [14] при обработке с непрерывными данными ГНСС). Используются метрики: среднеквадратическое отклонение (СКО), средняя абсолютная ошибка (САО), математическое ожидание (МО) ошибки.

б) *Время обучения:* Фиксируется время, необходимое для обучения каждой конфигурации нейросети до достижения заданного порога ошибки на валидационной выборке.

в) *Устойчивость к различным условиям:* Оценивается деградация точности при работе на траекториях и в условиях (характер динамики движения, уровень помех ГНСС), отличающихся от использованных при обучении.

E. Полученные результаты

По результатам проведенного комплексного исследования были получены количественные оценки влияния различных гиперпараметров на характеристики НК БВС ИИ. Ниже приводятся основные результаты.

Сравнительные графики ошибок: Аналогично Рис. 6 из [15], в рамках данной работы были построены графики ошибок определения координат, скоростей и углов ориентации во времени в режиме прогноза (рисунок 5) для различных конфигураций нейросетевого модуля, примеры которых приведены в таблице 1. Это позволяет оценить влияние гиперпараметров на динамику накопления ошибок.

ТАБЛИЦА 1. ПРИМЕРЫ КОНФИГУРАЦИЙ НЕЙРОСЕТЕВОГО МОДУЛЯ НК БВС ИИ (КУРСИВОМ ВЫДЕЛЕНА НАИЛУЧШАЯ ПО ПОЛУЧЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ КЛЮЧЕВЫХ МЕТРИК ОБУЧЕНИЯ МОДЕЛЬ)

model_ name	**test_mae**	**test_mse**	**training_ time_ sec**
kt_best_ trial_1	0,017	0,002	51,087
kt_best_ trial_2	*0,016*	*0,002*	*52,428*
kt_best_ trial_3	0,022	0,003	45,747
kt_best_ trial_4	0,039	0,005	56,523
kt_best_ trial_5	0,024	0,003	276,634
epochs_ to_ best_val_ loss	**architec- ture**	**units_l1**	**num_ recurrent_ layers**
58	GRU	0	1
44	*GRU*	*0*	*1*
42	GRU	0	1
30	GRU	0	1
35	LSTM	0	1
units_l2	**batch_size**	**learning_ rate**	**optimizer**
0	64	0,005	adam
0	*16*	*0,001*	*rmsprop*
0	32	0,001	rmsprop
0	32	0,01	adam
0	16	0,0005	rmsprop
dropout_ rate	**l2_reg**	**activation**	**batch_ norm**
0,1	0,001	tanh	0
0,4	*0,0001*	*relu*	*1*
0,3	0	tanh	0
0	1,00E-06	tanh	1
0,2	0,001	relu	1
bidirec- tional	**num_ dense_ layers**	**total_ dense_ units**	**has_ dense_ layers**
1	0	0	0
0	*0*	*0*	*0*
0	0	0	0
1	0	0	0
1	0	0	0

Для количественной оценки, а также для большей наглядности влияния каждого гиперпараметра на целевую метрику (например, test_mae) была обучена модель машинного обучения, построенная на базе *RandomForestRegressor*. При этом её признаками служили гиперпараметры моделей, а целевой переменной – соответствующая метрика (test_mae).

На основе обученной модели машинного обучения рассчитана значимость каждого гиперпараметра (feature_importances). Результаты визуализированы в виде столбчатой диаграммы, показывающей относительный вклад каждого гиперпараметра в предсказание целевой метрики (рис. 4).

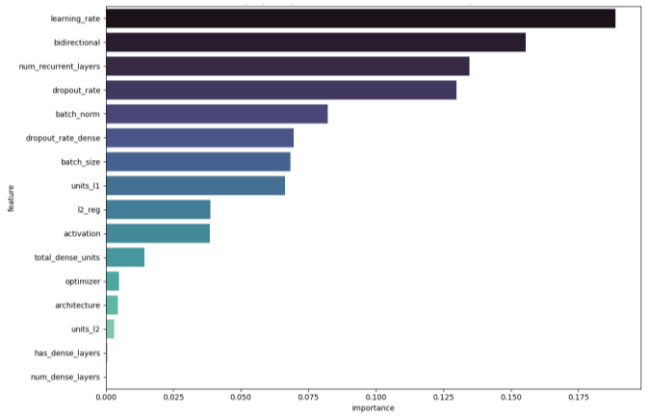


Рис. 4. Пример расчёта значимости гиперпараметров нейросети для предсказания целевой метрики Test MAE

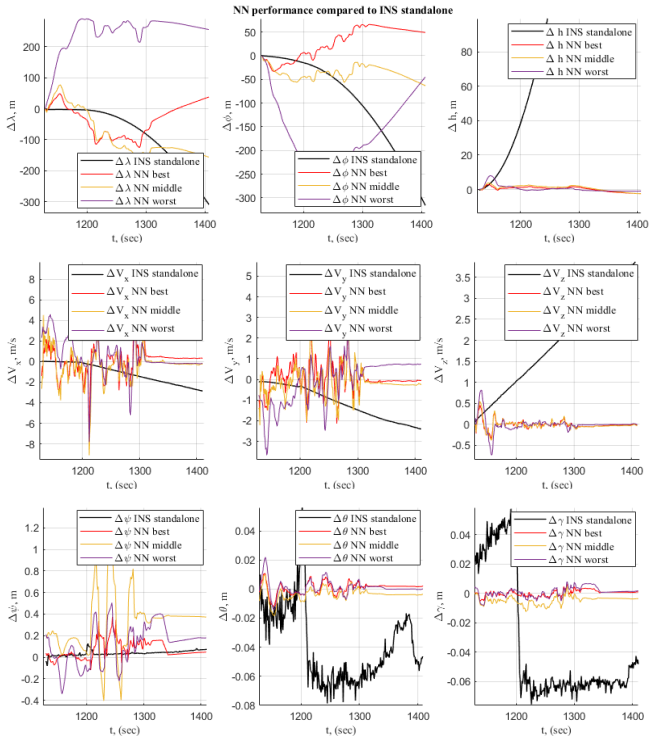


Рис. 5. Производительность КНС БВС ИИ в сравнении с автомномной ИНС (на графиках приводятся показания работы алгоритмов КНС БВС ИИ (для наилучшей/средней/худшей с точки зрения полученных значений метрик обучения подобранных по результатам исследований конфигураций нейросети (на графиках обозначенные красным/желтым/фиолетовым цветами соответственно), черным цветом – автономной ИНС, 1-й ряд (3 графика): ошибки определения долготы, широты и высоты, 2-й ряд (3 графика): ошибки определения проекций линейных скоростей по соответствующим осям, 3-й ряд (3 графика): ошибки определения курса, тангажа и крена соответственно

Таблицы с итоговыми метриками: Полученные результаты были для наглядности сведены в таблицу 2, при этом она отражает значения МО, СКО и среднюю абсолютную ошибку (САО) ошибок определения основных навигационных параметров для различных наборов гиперпараметров при прогнозировании на время отсутствия/искажения сигналов ГНСС (на рисунке 4 изображен именно такой момент времени длительностью порядка 300 с).

ТАБЛИЦА 2. ПОЛУЧЕННЫЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КНС БВС ИИ В СРАВНЕНИИ С АВТОМНОМНОЙ ИНС

Ошибка измерения параметра, ед. изм.	Источник НИ	МО	СКО	САО
Координат, м (долготы/ широты/ высоты)	Авт. ИНС	-85,53/ -100,6/ 185,73	94,5/ 97,44/ 164,2	-
	Лучш. НС	-32,4/ 28,4/ 0,19	50,25/ 31,9/ 1,32	22,1/ 16,3/ 0,74
	Сред. НС	-85,77/ -37/0.8	71,23/ 13,5/ 1,59	45,46/ 29,4/ 1.2
	Худш. НС	245,42/ -155,5/ 0,44	58,1/ 63,9/ 1,92	194,12/ 115,3/ 2,46
Проекций линейных скоростей, м/с (северной/ восточной/ вертикальной составляющих)	Авт. ИНС	-1,12/ -1,15/ 1,96	0,94/ 0,76/ 1,11	-
	Лучш. НС	0,06/ 0,08/ -0,008	1,34/ 0,7/ 0,09	1,9/ 0,97/ 0,06
	Сред. НС	-0,26/ -0,1/ -0,009	1,54/ 0,75/ 0,11	2,06/ 1,11/ 0,06
	Худш. НС	0,42/ -0,06/ 0,003	1,68/ 1,05/ 0,17	2,27/ 1,81/ 0,07
Углов ориентации, град. (курса/ крена/ тангажа)	Авт. ИНС	0,036/ -0,039/ -0,034	0,02/ 0,026/ 0,026	-
	Лучш. НС	0,07/ 0,009/ 0,0025	0,24/ 0,008/ 0,006	0,18/ 0,005/ 0,004
	Сред. НС	0,31/ -0,008/ -0,004	0,47/ 0,008/ 0,006	0,46/ 0,006/ 0,006
	Худш. НС	0,11/ 0,0094/ 0,0094	0,28/ 0,008/ 0,007	0,31/ 0,005/ 0,005

Графики зависимостей: Для удобства анализа взаимной корреляции, а также непосредственного влияния значений гиперпараметров на величины ключевых метрик были использованы тепловые карты и коробчатые статистические диаграммы (рисунок 6), иллюстрирующие зависимость ключевых метрик от значения конкретного гиперпараметра. При проведении исследований это значительно упростило задачу выявления оптимальных диапазонов значений гиперпараметров, а также возможные компромиссы при выборе конкретной модели.

Анализ влияния сложных условий: В рамках проведенных тестовых проездов с применением мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ были получены оценки точности для сценариев с преднамеренными/случайными помехами ГНСС в условиях плотной городской застройки. Полученные результаты продемонстрировали влияние выбора гиперпараметров на робастность системы.

Проведенное исследование позволило выявить комбинации гиперпараметров, обеспечивающие наилучший компромисс между точностью прогнозирования, скоростью обучения и устойчивостью работы нейросетевого

модуля в составе НК БВС ИИ. Так, например, по результатам проведенных исследований можно видеть, как увеличение сложности модели (большее количество слоев/нейронов) влияет на точность, но при этом увеличивает как время обучения, так и риск переобучения, и как методы регуляризации или подбор оптимального размера батча могут смягчить эти эффекты. Также было выявлено, что выбор конкретной архитектуры (как, например, рассмотренные в работе LSTM или GRU) в меньшей степени влияет на способность моделировать долговременные зависимости при прогнозировании навигационных параметров.

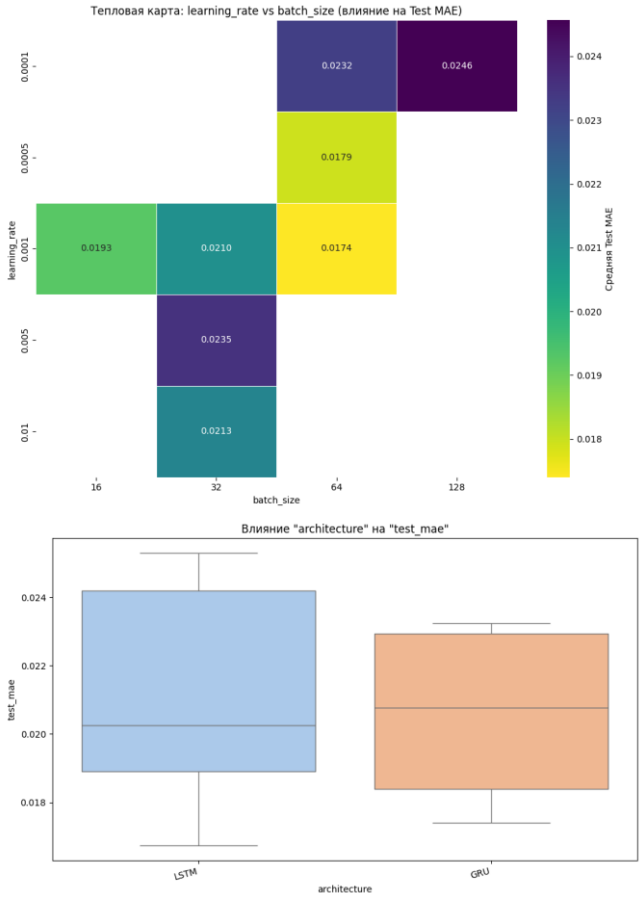


Рис. 6. Примеры вспомогательных инструментов анализа – тепловые карты, иллюстрирующие зависимость ключевых метрик от значения конкретного гиперпараметра, а также коробчатые статистические диаграммы

IV. Заключение

В настоящей работе представлено развитие исследования, посвященного применению методов искусственного интеллекта для повышения характеристик навигационных комплексов беспилотных воздушных судов (НК БВС ИИ) в условиях отсутствия или ухудшения сигналов ГНСС. Основываясь на результатах предыдущей работы [15], где была показана принципиальная возможность использования нейросетевых модулей (на примере LSTM-архитектуры) для прогнозирования навигационных параметров, данное исследование было сфокусировано на решении выявленных проблем, связанных с длительностью обучения и потенциальной зависимостью точности от специфики обучающих траекторий.

Ключевым аспектом представленного подхода является систематическое исследование влияния гиперпараметров нейросети (таких как архитектура, размерность и количество слоев, размер батча, скорость обучения, методы регуляризации) на итоговую производительность НК БВС ИИ. Была описана методология проведения экспериментальных исследований с использованием данных натурных испытаний и программного комплекса постобработки, позволяющая оценить не только точность прогнозирования в автономном режиме, но и время обучения, а также робастность работы системы в реалистичных сценариях эксплуатации, включая городские условия с нестабильным приемом сигналов ГНСС.

Результаты исследования позволили получить количественные оценки и выявить закономерности влияния различных гиперпараметров. Это позволит разработчикам более обоснованно подходить к выбору конфигурации нейросетевого модуля, находя оптимальный баланс между точностью, вычислительными затратами на обучение и эксплуатацию, а также устойчивостью к различным условиям полета.

Понимание этих зависимостей является критически важным шагом для перехода от концептуальных моделей к созданию эффективных и надежных НК БВС ИИ, способных удовлетворять строгим требованиям, предъявляемым к автономной навигации.

Дальнейшие исследования будут направлены на валидацию полученных выводов на более широком спектре полетных данных и сценариев БВС. Планируется также изучить возможность применения методов адаптивной настройки гиперпараметров и техник онлайн-обучения для повышения адаптивности нейросетевого модуля к изменяющимся условиям эксплуатации. Кроме того, перспективным направлением является исследование влияния разнообразия и репрезентативности обучающих выборок на обобщающую способность нейросети и разработка методик для снижения зависимости точности прогноза от конкретной траектории полета. Успешное решение этих задач откроет путь к созданию высокоавтономных навигационных систем нового поколения для БВС.

Результаты исследования демонстрируют возможность использования предложенного подхода для решения задач навигации и ориентации БВС, при функционировании комплексной системы с модулем искусственного интеллекта в ее структуре в условиях достаточно длительного пропадания сигналов ГНСС. В последующем планируется исследовать влияние траектории на работоспособность и достижимые уровни точности работы нейросети, структурно входящей в состав КНС БВС.

Литература

[1] O. Stepanov, A. Motorin «Models and methods in estimation tasks in the processing of navigation information» // Materials of the XI conference in memory of the outstanding designer of gyroscopic devices N. N. Ostryakov, St. Petersburg, pp. 285-288, October 2020

[2] K. Veremeenko, K. Sypalo, D. Kozorez «Modeling of the processes of functioning of integrated aircraft systems based on the methodology of object-oriented analysis and design» // Moscow, p. 93, 2010.

[3] Tang, Y.; Jiang, J.; Liu, J.; Yan, P.; Tao, Y.; Liu, J. A GRU and AKF-Based Hybrid Algorithm for Improving INS/GNSS Navigation Accuracy during GNSS Outage. Remote Sens. 2022, 14, 752. https://doi.org/10.3390/rs14030752

[4] M. Zharkov, K. Veremeenko, D. Antonov, I. Kuznetsov «Attitude determination using ambiguous GNSS phase measurements and absolute angular rate measurements» // Gyroscopy and navigation, Vol. 26, № 3(102), pp. 54-68, 2018.

[5] M. Zharkov, K. Veremeenko, I. Kuznetsov, A. Pronkin, «Global Navigation Satellite System Spoofing Detection in Inertial Satellite Navigation Systems» // Inventions p.8, 2023. https://doi.org/10.3390/inventions8060158

[6] Распоряжение правительства Российской Федерации от 21 июня 2023 г. № 1630-р «Об утверждении стратегии развития беспилотной авиации Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2035 года»

[7] Veremeenko, K.K., Zharkov, M.V., Kuznetsov, I.M. et al. «Strapdown Inertial Navigation System Transfer Alignment: Algorithmic Features and Simulation Performance Analysis» // Russ. Aeronaut. 63, 618–626 (2020).

[8] W. Fang, J. Jiang, S. Lu, Y. Gong, Y. Tao, Y. Tang, P. Yan, H. Luo, J. Liu «A LSTM Algorithm Estimating Pseudo Measurements for Aiding INS during GNSS Signal Outages» // MDPI Remote Sens, Switzerland, p.24, 2020.

[9] Sheng, Y.; Liu, H.; Li, J.; Han, Q. UAV Autonomous Navigation Based on Deep Reinforcement Learning in Highly Dynamic and High-Density Environments. Drones 2024, 8, 516. https://doi.org/10.3390/drones8090516

[10] Fang, W.; Jiang, J.; Lu, S.; Gong, Y.; Tao, Y.; Tang, Y.; Yan, P.; Luo, H.; Liu, J. A LSTM Algorithm Estimating Pseudo Measurements for Aiding INS during GNSS Signal Outages. Remote Sens. 2020, 12, 256. https://doi.org/10.3390/rs12020256

[11] H. Dai, H. Bian, R. Wang, H. Ma, An INS/GNSS integrated navigation in GNSS denied environment using recurrent neural network, Defence Technology, Volume 16, Issue 2, 2020, Pages 334-340, ISSN 2214-9147, https://doi.org/10.1016/j.dt.2019.08.011.

[12] M. Zharkov, K. Veremeenko, I. Kuznetsov, A. Pronkin «Experimental Results of Attitude Determination Functional Algorithms Implementation in Strapdown Inertial Navigation System» // Sensors 2022, 22, 1849

[13] Лаборатория исследований и разработки систем навигации и ориентации. Онлайн доступ: https://mai.ru/science/studies/equipment/index.php?ELEMENT_ID=167952 (дата обращения 20 апреля 2025)

[14] NovAtel Inertial Explorer. Онлайн доступ: https://novatel.com/products/waypoint-post-processing-software/inertialexplorer (дата обращения 20 апреля 2025)

[15] Навигационные комплексы беспилотных авиационных систем с модулями искусственного интеллекта / К. К. Веремеенко, И. М. Кузнецов, М. В. Жарков [и др.] // XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : Сборник докладов, Санкт-Петербург, 27–29 мая 2024 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2024. – С. 101-105. – EDN SMICKR.

Быстрый блочный LD-фильтр Калмана для задач визуально-инерциальной навигации

Н.И. Циоплиакис
Южно-Уральский государственный университет
Челябинск, Россия
ntsiopliakis@mail.ru

***Аннотация*—В докладе представлен быстрый блочный LD-фильтр Калмана для применения в визуально-инерциальной навигации. Фильтр оценивает полный вектор состояния, включая векторы состояния *N* визуальных признаков с вычислительной сложностью *O*(*N*). Реализация для многоядерного процессора показала возможность работы в реальном времени при отслеживании сотен признаков.**

Ключевые слова—визуально-инерциальная навигация, Калмановская фильтрация.

I. Введение

Коррекция навигационных систем по данным технического зрения требует совместной обработки данных множества отслеживаемых визуальных признаков. Для обеспечения работы в реальном времени комплексирующий фильтр должен функционировать быстро, однако вычислительная сложность традиционных фильтров, таких как обобщенный фильтр Калмана (ОФК), растет как $O(N^3)$ с увеличением числа признаков N. Для задач визуально-инерциальной навигации известны быстрые фильтры со сложностью $O(N)$ (такие как MSCKF, Multi-State Constraint Kalman Filter) [1-2], но они основаны на исключении векторов состояния признаков из уравнений измерений и вектора состояния фильтра, т.е. оценивание параметров признаков производится за рамками фильтра Калмана.

Особенность быстрого блочного фильтра Калмана (ББФК) состоит в том, он позволяет оценивать полный вектор состояния системы, являясь аппроксимацией ОФК сложности $O(N)$. ББФК является развитием фильтра, представленного в [3].

II. Модель системы

Модель системы, используемая в фильтре, подходит для описания линеаризованной модели ошибок визуально-инерциальной навигационной системы с признаками, параметризованными как в связанной, так и в опорной системе координат.

Невязка уравнения измерения i-того признака $\mathbf{Y}_i$ рассматривается как линейная комбинация шума измерений системы технического зрения $\mathbf{v}_i$, ошибок параметров БИНС $\mathbf{X}_s$ и ошибок параметров расположения i-того визуального признака $\mathbf{X}_i$:

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{H}_{is}\mathbf{X}_s - \mathbf{H}_i\mathbf{X}_i, \quad i = 1...N. \tag{1}$$

Шумы измерений для различных признаков не коррелированы. Модель динамики состоит из уравнения динамики ошибок БИНС и уравнений динамики ошибок визуальных признаков:

$$\begin{aligned} \breve{\mathbf{X}}_s &= \mathbf{F}_s\mathbf{X}_s + \mathbf{w}_s, \\ \breve{\mathbf{X}}_i &= \mathbf{F}_i\mathbf{X}_i + \mathbf{F}_{is}\mathbf{X}_s + \mathbf{w}_i + \mathbf{M}_{i\,ws}\mathbf{w}_s, \quad i = 1...N, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\breve{\mathbf{X}}_s$, $\breve{\mathbf{X}}_i$ – векторы состояния модели погрешности для прогнозируемых оценок; $\mathbf{w}_s$, $\mathbf{w}_i$, $i = 1...N$ – векторы динамического шума, не кореллированные друг с другом.

III. Устройство фильтра

Сразу после инициализации N новых визуальных признаков ошибки параметров i-го признака $\mathbf{X}_i^0$ представляют собой линейную комбинацию ошибок данных, использовавшихся для начального оценивания его расположения:

$$\mathbf{X}_i^0 = \mathbf{M}_{i\,s}^0 \cdot \mathbf{X}_s^0 + \boldsymbol{\gamma}_i^0, \quad i = 1...N, \tag{3}$$

где $\mathbf{X}_s^0$ – вектор состояния модели ошибок БИНС при инициализации; $\boldsymbol{\gamma}_i^0 = \mathbf{M}_{i\,v}^0\mathbf{v}_i^0$ – вклад шума измерений i-того признака, использовавшихся при его инициализации; $\boldsymbol{\gamma}_i^0$ не коррелированы с $\mathbf{X}_s$ и $\boldsymbol{\gamma}_j^0$, $j \neq i$.

Можно показать, что с учетом модели измерений (1) и строения $\mathbf{X}_i^0$ (3) оптимальная по Калману апостериорная оценка полного вектора состояния системы $\left[\bar{\mathbf{X}}_s^T \quad \bar{\mathbf{X}}_{1..N}^T\right]^T$ рассчитывается со сложностью $O(N)$, причем исходное строение $\mathbf{X}_i$ сохранится:

$$\bar{\mathbf{X}}_i = \bar{\mathbf{M}}_{i\,s} \cdot \bar{\mathbf{X}}_s + \bar{\boldsymbol{\gamma}}_i, \quad i = 1...N, \tag{4}$$

где $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_i$ – остаток, не коррелированный с $\bar{\mathbf{X}}_s$ и $\bar{\boldsymbol{\gamma}}_j$, $j \neq i$.

Для проведения этапа коррекции со сложностью $O(N)$ на произвольной итерации фильтра необходимо сохранить разложение $\mathbf{X}_i$ вида, аналогичного (3):

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{X}_c + \boldsymbol{\gamma}_i, \quad i = 1...N, \quad \mathbf{X}_c = \left[\mathbf{X}_s^T, \mathbf{X}_e^T\right]^T, \tag{5}$$

где $\mathbf{X}_c$ – общий вектор состояния (представляет компоненты, разделяемые между блоками фильтра); $\mathbf{X}_e$ – расширение общего вектора состояния (относительно начального значения $\mathbf{X}_c^0 = \mathbf{X}_s^0$); $\boldsymbol{\gamma}_i$ – остаток, не коррелированный с $\mathbf{X}_c$ и $\boldsymbol{\gamma}_j$, $j \neq i$.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России FENU-2024-0004 от 17.01.24.

Можно показать, что в условиях модели динамики (2) для сохранения разложения (5) точным, необходимо увеличивать размерность $\mathbf{X}_e$ на $n_q = \dim(\mathbf{w}_s)$ на каждом этапе прогноза. Для ограничения роста вычислительных затрат применяется аппроксимация $\mathbf{X}_e$ фиксированной размерности n_e (n_e – настраиваемый параметр). На каждом этапе прогноза в качестве $\mathbf{X}_e$ принимаются первые n_e правых сингулярных векторов матрицы $\mathbf{A}$ проекций нормированных векторов состояния признаков на подпространство $\mathcal{H}_{\mathbf{d}} = \mathcal{H}_{\mathbf{X}_c} \setminus \mathcal{H}_{\breve{\mathbf{X}}_s}$ ($\mathbf{d}$ – ортонормированный базис $\mathcal{H}_{\mathbf{d}}$):

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{d} = \mathcal{P}_{\mathcal{H}_{\mathbf{d}}}\left(\left[\tilde{\mathbf{X}}_1^T \ldots \tilde{\mathbf{X}}_N^T\right]^T\right) = \left[\mathbf{U}_e, \mathbf{U}_{\breve{\mathbf{d}}}\right]\left[\begin{pmatrix}\Sigma_e & \\ & \Sigma_{\breve{\mathbf{d}}}\end{pmatrix}\right]\left[\mathbf{V}_e, \mathbf{V}_{\breve{\mathbf{d}}}\right]^T,$$

$$\breve{\mathbf{X}}_e = \mathbf{V}_e\mathbf{d}, \quad \breve{\mathbf{d}} = \mathbf{V}_{\breve{\mathbf{d}}}\mathbf{d}, \qquad (6)$$

где $\mathcal{H}_{(.)}$ – подпространство в гильбертовом пространстве, порожденное случайной величиной (.), $\mathcal{P}_{(.)}$ – оператор проектирования на подпространство (.).

Проекции $\mathbf{X}_i$ на подпространство $\mathcal{H}_{\breve{\mathbf{d}}}$ включаются в $\boldsymbol{\gamma}_i$. При выборе n_e достаточно большим, чтобы $\mathrm{trace}\left(\Sigma_{\breve{\mathbf{d}}}\right) << \mathrm{trace}\left(\Sigma_e\right)$, (5) будет приближенно выполнено (метод главных компонент). Вычислительная сложность этапа прогноза – $O\left(N\cdot[n_q + n_e]^2\right)$; сложность этапа коррекции – $O\left(N\cdot[n_s + n_e]^2\right)$, где $n_s = \dim(\mathbf{X}_s)$.

IV. Реализация и оценка эффективности

LD-факторизованная версия ББФК (ББФК-LD) реализована на языке C++ с использованием библиотек Eigen 3.4.0 и OpenBLAS 3.29. На каждом шаге фильтр обновляет факторы матриц ковариаций блоков $\mathbf{L}_c$, $\mathbf{D}_c$, $\mathbf{L}_{\boldsymbol{\gamma}_i}$, $\mathbf{D}_{\boldsymbol{\gamma}_i}$, $\mathbf{M}_i$, рассчитывает корректирующие поправки к $\mathbf{X}_s$ и $\mathbf{X}_i$, $i = 1...N$.

Для ортогонализации применяется MWGS-LD (нижнетреугольный модифицированный взвешенный метод ортогонализации Грама-Шмидта) [4].

Компромисс между скоростью работы и точностью ББФК достигается выбором значения n_e. При n_e = 12 относительное расхождение между оценками ББФК и стандартного фильтра Калмана

$$c_x \triangleq \left\|\hat{x}_{ББФК} - \hat{x}_{ФК}\right\|_2 / \left\|\hat{x}_{ФК} - x\right\|_2$$

составило менее 0.05% в течении 15-секундной численной симуляции посадки подвижного объекта с БИНС, использующей МЭМС датчики, корректируемой по данным KLT-трекера признаков на изображениях с бортовой камеры. Среднее число одновременно отслеживаемых признаков составило 205; в ходе движения объект с камерой снижался с 20 м до 2 м.

На рис. 1 приведено время вычислений за шаг фильтра при числе признаков N = 200 и различном числе параллельных потоков. Время вычислений стандартного LD-фильтра Калмана составило $11{,}9\cdot10^5$ мкс для этапа коррекции и $5{,}4\cdot10^5$ мкс для этапа прогноза (параллелизация не использовалась), что на два порядка медленнее чем ББФК-LD. Размерности векторов системы приняты: n_s = 15, n_q = 12, n_e = 12, $n_{\mathbf{X}_i}$ = 3, $n_{\mathbf{Y}_i}$ = 2.

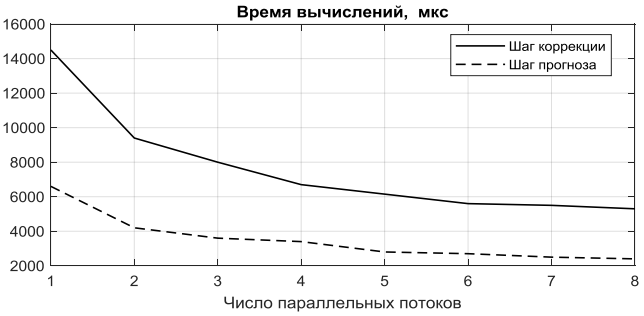


Рис. 1. Время вычислений ББФК-LD при N = 200 и n_e = 12

Заключение

В докладе представлен алгоритм ББФК-LD. Реализация фильтра для многоядерного процессора подходит для применения в реальном времени при отслеживании сотен признаков; в частности, при N = 200 фильтр способен обеспечить оценивание с частотой более 100 Гц.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России (гос. задание FENU-2024-0004 от 17.01.24).

Литература

[1] A. I. Mourikis and S. I. Roumeliotis, “A Multi-State Constraint Kalman Filter for Vision-aided Inertial Navigation,” in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (ICRA), Rome, Italy, 2007, pp. 3565-3572. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.364024.

[2] 2 G. Huang, “Visual-Inertial Navigation: A Concise Review,” in Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom. (ICRA), Montreal, QC, Canada, 2019, pp. 9572-9582. DOI: 10.1109/ICRA.2019.8793604.

[3] Циоплиакис, Н.И. Блочный фильтр Калмана с линейной вычислительной сложностью для комплексированных с техническим зрением инерциальных навигационных систем / Н. И. Циоплиакис // Вестн. ЮУрГУ. Серия: Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. – 2024. – Т. 24, № 4. – С. 43-56. – DOI 10.14529/ctcr240404.

[4] Цыганова Ю.В., Куликова М.В. О современных ортогонализованных алгоритмах оптимальной дискретной фильтрации, Вестн. ЮУрГУ. Серия. Матем. моделирование и программирование. – 2018. – Т. 11, № 4. – С. 5-30. DOI: 10.14529/mmp180401.

Численная устойчивость различных способов реализации дискретного фильтра Калмана при решении плохо обусловленной задачи

М.В. Курденева
ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания»
Пермь, Россия
mariya_kurd@mail.ru

Д.Х. Мухаметзянов
ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания»
Пермь, Россия
damirmyhamet@gmail.com

***Аннотация*—В данной статье рассмотрены различные способы реализации дискретного фильтра Калмана: скаляризованная форма фильтра Калмана, квадратно-корневой фильтр Поттера и *UD*-фильтр Торнтон-Бирмана. Проанализирована численная устойчивость рассматриваемых реализаций дискретного фильтра Калмана при решении плохо обусловленной задачи.**

Ключевые слова—дискретный фильтр Калмана, способы реализации дискретного фильтра Калмана, численная устойчивость, ошибки машинного округления, плохо обусловленная задача.

I. Введение

Дискретный фильтр Калмана (ФК) является одним из основных инструментов получения оптимальной в среднеквадратическом смысле несмещенной линейной оценки. Благодаря удобству и простоте использования данный фильтр получил широкое распространение в различных областях деятельности: от обработки изображений до навигации подвижных объектов. Однако применение дискретного ФК при решении прикладных задач может приводить к расходимости оценки фильтра в силу его неустойчивости к ошибкам машинного округления. Особенно критично данный недостаток ФК проявляется при плохой обусловленности решаемой задачи. Поэтому на практике следует использовать численно более устойчивые варианты реализации дискретного ФК. В данной статье исследуются точность и численная устойчивость различных способов реализации дискретного ФК при решении плохо обусловленной задачи.

II. Постановка задачи

Задана n-мерная дискретная линейная динамическая система

$$x_i = \Phi_i x_{i-1} + \Gamma_i w_i \tag{1}$$

и имеются m-мерные измерения

$$y_i = H_i x_i + v_i, \tag{2}$$

где x_i – n-мерный вектор состояния (x_0 – центрированный n-мерный вектор начальных условий с матрицей ковариаций P_0), Φ_i – переходная матрица системы, Γ_i – матрица порождающих шумов, w_i – p-мерный порождающий белый шум с матрицей ковариаций Q_i, H_i – матрица наблюдений, v_i – m-мерный белый шум измерений с матрицей ковариаций R_i.

Для оценки вектора состояния x по измерениям (2) применяют дискретный ФК [1]:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{i/i-1} &= \Phi_i \hat{x}_{i-1}, \\ P_{i/i-1} &= \Phi_i P_{i-1} \Phi_i^T + \Gamma_i Q_i \Gamma_i^T, \\ \hat{x}_i &= \hat{x}_{i/i-1} + K_i (y_i - H_i \hat{x}_{i/i-1}), \\ K_i &= P_{i/i-1} H_i^T (H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i)^{-1}, \\ P_i &= (E - K_i H_i) P_{i/i-1}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\hat{x}_{i/i-1}$ и $\hat{x}_i$ – оценка прогноза и текущая оценка соответственно, K_i – коэффициент усиления ФК, $P_{i/i-1}$ и P_i – ковариационные матрицы ошибок прогноза и ошибок оценивания соответственно, E – единичная матрица.

Как отмечено в множестве различных работ, например, в [2, 3, 4], алгоритм (3) теряет свою точность из-за накопления ошибок машинного округления.

III. Повышение численной устойчивости

Ошибки машинного округления невозможно устранить на аппаратном уровне в силу особенностей архитектуры ЭВМ и дискретного представления чисел. Поэтому основным способом повышения численной устойчивости дискретного ФК является его математическая модификация.

A. Поскалярная обработка вектора измерений

Одной из таких математических модификаций является поскалярная обработка вектора измерений [4]. Она заключается в том, что на каждой итерации ФК происходит последовательная обработка каждого элемента вектора состояния.

Данная математическая модификация позволяет исключить сопряженную с вычислительными сложностями операцию прямого вычисления обратной матрицы в алгоритме дискретного ФК.

B. Факторизация ковариационных матриц

Другой математической модификацией, использующейся для повышения численной устойчивости дискретного ФК, является факторизация (разложение на множители) ковариационных матриц. Она состоит в использовании в алгоритме дискретного ФК вместо самих ковариационных матриц их множителей.

Отметим, что существуют разные варианты факторизации матриц. Один из них – квадратно-корневое разложение, на основе которого в 1963 Джеймс Е. Поттер предложил свою реализацию дискретного ФК [5]. Другим вариантом факторизации матриц является *UD*-разложение (разложение на верхнетреугольную и диагональную матрицы). UD-разложение является модификацией метода квадратного корня, в отличие от которого не содержит операции извлечения квадратного корня, что уменьшает вычислительные затраты. Впервые реализация дискретного ФК, использующая UD-разложение, была предложена Джеральдом Дж. Бирманом [6].

Факторизация ковариационных матриц повышает точность вычислений в условиях ограниченного числа разрядов, использующихся для представления чисел на ЭВМ [7].

Также данная математическая модификация позволяет избежать потери ковариационными матрицами симметричности и неотрицательной определенности [7].

Важно, чтобы в процессе вычисления алгоритма ФК ковариационные матрицы оставались неотрицательно определенными. В [2] показано, что потеря ковариационной матрицей ошибок прогноза неотрицательной определенности может привести к тому, что коэффициент усиления ФК изменит свой знак на противоположный, что в итоге приведет к расходимости оценки. И даже если в ходе дальнейших вычислений коэффициент усиления примет верный знак, скорость сходимости оценки будет ниже, чем была до этого.

IV. Реализации дискретного фильтра Калмана

На основании указанных выше математических модификаций было разработано множество различных способов реализации ФК, описания некоторых из них приведены в работах [2, 4, 8].

В данной работе были рассмотрены следующие реализации дискретного ФК:

- KF – дискретный фильтр Калмана с прямым обращением матрицы;
- SKF – скаляризованная форма ФК [4];
- PSRF – квадратно-корневой фильтр Поттера с использованием алгоритма разложения Холецкого [7] для факторизации ковариационных матриц;
- MPSRF – квадратно-корневой фильтр Поттера с использованием процесса ортогонализации Грамма-Шмидта для факторизации ковариационной матрицы ошибок прогноза и явным вычислением квадратного корня из матрицы ковариаций ошибок оценивания [7];
- TBF – фильтр Торнтон-Бирмана с использованием алгоритма *UD*-разложения Холецкого [7] для факторизации ковариационных матриц;
- MTBF – фильтр Торнтон-Бирмана с использованием процесса взвешенной ортогонализации Грамма-Шмидта для факторизации ковариационной матрицы ошибок прогноза и явным вычислением *UD*-разложения матрицы ковариаций ошибок оценивания [7].

V. Плохо обусловленная задача

Обусловленностью задачи называют чувствительность ее решения к изменениям входных параметров [2]. Задача считается плохо обусловленной, если малые изменения в начальных условиях значительно влияют на конечный результат, и хорошо обусловленной в противном случае. Обусловленность задачи зависит от ошибок во входных параметрах и применяемых методов решения.

Согласно [2] основными факторами, влияющими на обусловленность задачи оптимальной фильтрации, решаемой с помощью дискретного ФК, являются:

- неопределенность обратной матрицы, возникающая при вычислении алгоритма дискретного ФК;
- большие размеры матриц-параметров ФК;
- ограниченность числа разрядов, использующихся для представления чисел на ЭВМ;
- плохая наблюдаемость системы.

В качестве контрольного примера для анализа точности и численной устойчивости различных способов реализации дискретного ФК была предложена задача, заданная выражениями (1) и (2) с матрицами-параметрами:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+\delta & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} \delta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta^2 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = E_4,\ \Gamma = E_4,\ P_0 = E_4,\ Q = O_4, \qquad (4)$$

$$x_0 = \left[1, 1, -1, 1\right]^{\mathrm{T}}, \quad y_1 = Hx_0 + \nu.$$

где E_4 и O_4 – единичная и нулевая матрицы 4 порядка, $\delta^2 < \varepsilon_{\text{окр}}$, $\delta > \varepsilon_{\text{окр}}$, $\varepsilon_{\text{окр}}$ – параметр машинного округления, то есть $\varepsilon_{\text{окр}} + 1 \neq 1$, но $\varepsilon_{\text{окр}} / 2 + 1 = 1$.

Покажем, что обусловленность данной задачи зависит от величины параметра δ, связанного со значением параметра машинного округления. Для этого найдем ковариационную матрицу невязки измерений [1] на первой итерации фильтра:

$$HP_{1/0}H^T + R = H(\Phi P_0 \Phi^T + \Gamma Q \Gamma^T)H^T + R =$$

$$= HH^T + R = \begin{bmatrix} \delta^2 + 4 & \delta + 4 & 4 \\ \delta + 4 & 2\delta^2 + 2\delta + 4 & \delta + 4 \\ 4 & \delta + 4 & \delta^2 + 4 \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Определитель данной матрицы равен

$$\left| HP_{1/0}H^T + R \right| = 2\delta^4(\delta^2 + \delta + 9). \qquad (6)$$

Заметим, что матрица, обратная данной, входит в выражение коэффициента усиления дискретного ФК, поэтому важно, чтобы данная матрица не была вырожденной. Однако в условиях машинного округления при $\delta \to \varepsilon_{\text{окр}}$ определитель (6) стремится к нулю, следова-

тельно, матрица (5) стремится к вырожденной матрице, что приводит к ошибкам вычисления в алгоритме ФК.

Аналитическое выражение для ковариационной матрицы ошибок оценивания после первой итерации фильтра имеет вид:

$$P_1 = (E - K_1 H)P_{1/0} = \frac{1}{2(\delta^2 + \delta + 9)} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 2\delta^2 + 2\delta + 13 & -5 & -(\delta + 3) & -5 \\ -5 & 2\delta^2 + 2\delta + 13 & -(\delta + 3) & -5 \\ -(\delta + 3) & -(\delta + 3) & \delta^2 + 9 & -(\delta + 3) \\ -5 & -5 & -(\delta + 3) & 2\delta^2 + 2\delta + 13 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Отметим, что данная матрица не стремится к вырожденной при $\delta \to \varepsilon_{\text{окр}}$, поэтому ее можно использовать в качестве эталона для оценки точности рассматриваемых реализаций дискретного ФК.

VI. Оценка точности и численной устойчивости реализаций фильтра Калмана

A. *Критерий оценки точности способов реализации фильтра Калмана*

Для сравнения точности различных реализаций дискретного ФК была введена относительная среднеквадратическая ошибка (СКО) вычисления ковариационной матрицы ошибок оценивания после первой итерации фильтра:

$$\Delta P^a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\left(p_{ij}^a - p_{ij}\right)^2}{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} p_{ij}^2}}, \quad (8)$$

где p_{ij}^a – элемент матрицы ковариаций ошибок оценивания P_1^a, полученной с помощью одного из перечисленных выше способов реализации ФК; a – индекс, обозначающий выбранную для вычислений реализацию ФК, $a \in \{KF, SKF, PRSF, MPRSF, TBF, MTBF\}$; p_{ij} – элемент найденной аналитически матрицы ковариаций ошибок оценивания P_1; i, j – номер строки и номер столбца матрицы.

Величина ΔP^a показывает, насколько точно с помощью реализации a дискретного ФК была вычислена ковариационная матрица ошибок оценивания, т. е. как близко численно полученное значение данной матрицы к аналитическому. Для лаконичности будем называть данную величину «точностью реализации a».

B. *Результаты*

Как видно из Рис. 1, точность дискретного ФК с прямым обращением матрицы (реализация KF) падает по мере ухудшения обусловленности решаемой задачи.

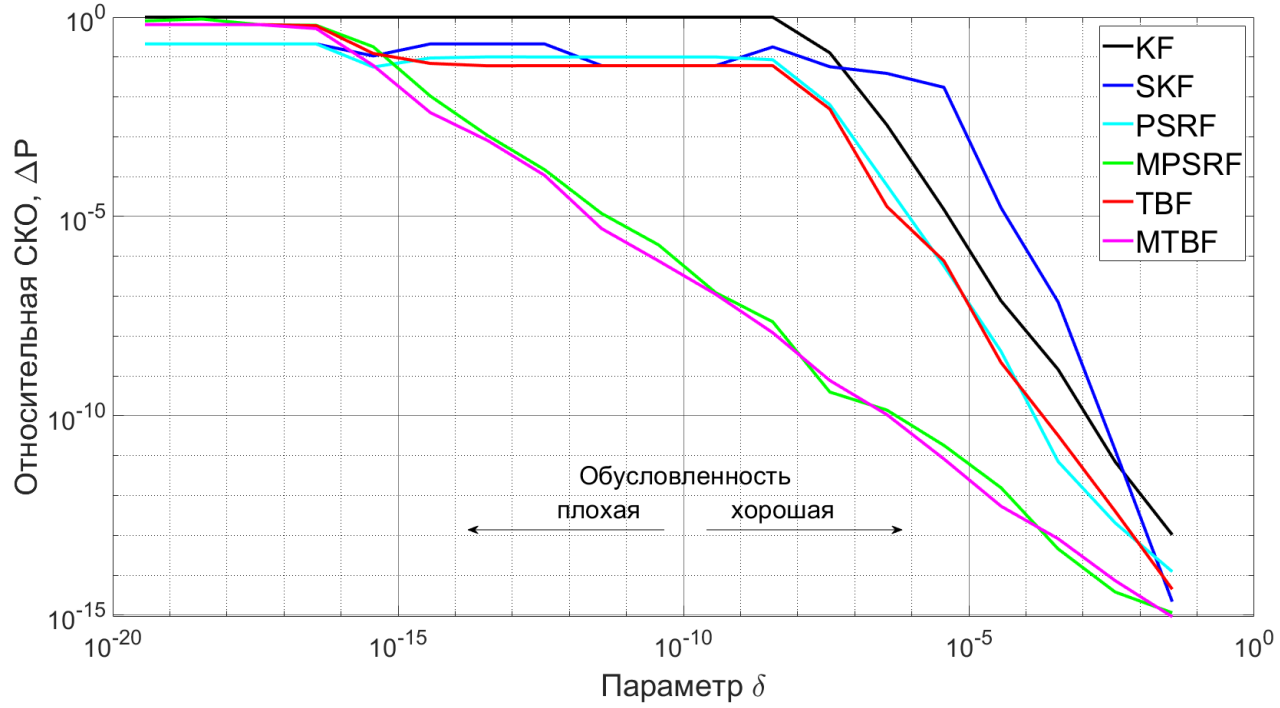


Рис. 1. Зависимость относительной СКО вычисления ковариационной матрицы ошибок оценивания от обусловленности задачи

Наилучшие результаты показали квадратно-корневой фильтр Поттера (реализация MPSRF) и фильтр Торнтон-Бирмана (реализация MTBF), так как относительные СКО вычисления ковариационной матрицы ошибок оценивания после первой итерации фильтра, вычисленные с помощью данных реализаций, растут медленнее при $\delta \to \varepsilon_{\text{окр}}$ по сравнению с результатами других способов реализации дискретного ФК. Так, например, при $\delta = 10^{-8}$ точность MPSRF и MTBF составляет порядка 10^{-8}-10^{-9}, тогда как другие реализации ФК показывают точность в районе 10^{-1},

таким образом, при значениях $\delta \le 10^{-8}$ они теряют свою работоспособность. MPSRF и MTBF же остаются устойчивы до значения $\delta = \varepsilon_{\text{окр}}$. Данные результаты согласуются с результатами, полученными для другой плохо обусловленной задачи, приведенной в [2], дополняя ее рассмотрением поведения реализаций SKF, MPSRF, TBF.

VII. Заключение

В ходе исследования были проанализированы точность и численная устойчивость различных способов реализации дискретного ФК. Проведенное численное моделирование показало, что дискретный ФК с прямым обращением матрицы (реализация KF) неустойчив к ошибкам машинного округления, поэтому его нежелательно применять при решении практических задач. Квадратно-корневой фильтр Поттера (реализация MPSRF) и фильтр Торнтон-Бирмана (реализация MTBF) продемонстрировали большую численную устойчивость по сравнению с другими рассматриваемыми реализациями дискретного ФК.

Дальнейший интерес представляет изучение поведения различных реализаций дискретного ФК при решении практических плохо обусловленных задач, а также навигационных задач с плохой наблюдаемостью.

Литература

[1] О.А. Степанов, Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.

[2] M.S. Grewal, A.P. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice. – New Jersey: Prentice-Hall, 2001. 410 p.

[3] M. Verhaegen, P. Van Dooren, Numerical Aspects of Different Kalman Filter Implementations. IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, vol. 31, №10, 1986, pp. 907-917.

[4] И.В. Семушин, Вычислительные методы алгебры и оценивания. Ульяновск: УлГТУ, 2011. 366 с.

[5] J.E. Potter, R.G. Stern, Statistical Filtering of Space Navigation Measurements. Proceedings of 1963 AIAA Guidance and Control Conference. New York: AIAA, 1963.

[6] G.J. Bierman, Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation. New York: Dover Publications. 1977. P. 241.

[7] Н.А. Парусников, А.А. Голован, Математические модели бортовых алгоритмов интегрированных инерциальных навигационных систем. М., 2005. 124 с.

[8] И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, К.В. Захаров, Устойчивые алгоритмы фильтрации – обзор и ноые результаты для систем судовождения. Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2013, сс.90-112.

Применение визуально-инерциального одометра для автономной навигации беспилотного летательного аппарата

Е.А. Жирков
ООО «Квантрон Групп»
Рязань, Россия
jirckow.evgeny@yandex.ru

Е.Р. Муратов
ООО «Квантрон Групп»
Рязань, Россия
e.muratov@kvantron.com

***Аннотация*—В работе исследована практическая реализация визуально-инерциальной одометрии для автономной навигации беспилотного летательного аппарата по данным аэроландшафта и измерениям бортовой инерциальной навигационной подсистемы. Приведены результаты исследования работы алгоритма по данным, полученным как в компьютерном симуляторе, так и в процессе лётных испытаний на аэродроме «Протасово» Рязанской области.**

Ключевые слова—автономное позиционирование, беспилотный летательный аппарат, визуальная одометрия, матрица гомографии, навигация, интегрированная навигационная система.

I. Введение

В наше время как никогда актуальна тема проектирования систем автономной навигации беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Одним из наиболее эффективных способов автономной навигации маловысотных БПЛА [1] является визуальная одометрия, подразумевающая наличие оптического сенсора в качестве источника навигационной информации. Эффективность визуальной одометрии проявляется в условиях, когда действие имитирующих и маскирующих помех в радиоволновом диапазоне оказывает негативное влияние на приём сигналов используемой глобальной спутниковой навигационной системы [2-4]. Метод, лежащий в основе навигации с использованием визуального одометра, заключается в определении координатного смещения и поворота по курсу ψ носителя с надир-ориентированной фото- или видеокамерой [5-7]. При этом смещение и угол поворота ищутся по ключевым точкам двух следующих друг за другом с интервалом времени Δt кадров с пересекающимися полями зрения [8, 9]. Методика определения смещения и угла поворота носителя за интервал времени Δt основывается на оценивании матрицы гомографии **H**, которая соотносит между собой однородные пиксельные координаты пар ключевых точек [8-11]. Кроме того следует учитывать высоту полёта h и текущие углы ориентации – тангаж θ и крен φ, поступающие от полётного контроллера.

Данная работа посвящена исследованию погрешности визуального одометра как на математической модели с высокой степенью абстрагирования, так и по результатам испытаний — в симуляторе полётов и на основе видеоматериалов, полученных малым БПЛА самолётного типа с надир-ориентированной цифровой видеокамерой.

II. Задачи исследования

A. Основная задача

Задачу оценивания погрешности визуально-инерциального одометра можно сформулировать следующим образом. При движении БПЛА по некоторой траектории, заданной множеством контрольных точек $\{\mathbf{A}_n\}$, необходимо апостериорно восстановить его трек по информации, поступающей только от надир-ориентированной камеры и бортовой инерциальной навигационной подсистемы, и оценить погрешность (абсолютную и/или относительную) собственного позиционирования в глобальной системе координат.

Следует учесть, что бортовую инерциальную навигационную подсистему БПЛА можно рассматривать, как 4-мерный сенсор, сообщающий вектор показаний (h, φ, θ, ψ). Высоту h полёта сообщает барометрический высотомер, а углы φ, θ и ψ текущей БПЛА — микроэлектро-механические сенсоры класса точности, соответствующего потребительскому.

Геометрическая же постановка задачи оценивания координатного смещения по двум кадрам с пересекающимися полями зрения при помощи надир-ориентированной камеры рассмотрена в [5].

B. Вспомогательные задачи

Проектирование визуального одометра сопровождается решением вспомогательных задач:

1) калибровка микроэлектромеханических сенсоров [12];
2) фотограмметрическая калибровка камеры [13].
3) компенсация оптических искажений от объектива камеры [13];
4) выбор удовлетворительных детектора и дескриптора особых точек [8, 11];
5) взаимная калибровка полётного контроллера и регистрирующей камеры [14].

Отдельно можно упомянуть проблему выбора алгоритмов фильтрации и комплексирования навигационных данных [15, 16].

Также необходимо учитывать синхронизацию датчиков бортовой инерциальной навигационной подсистемы, надир-ориентированной камеры и сигналов от глобальной спутниковой навигационной системы.

III. Основные аналитические выражения

Наравне с геометрической постановкой задачи [5] основное аналитическое выражение базируется на декомпозиции матрицы гомографии **H**. Исходные данные для расчёта складываются как результат выполнения следующих этапов:

- Определить нормаль к подстилающей поверхности **n** и вектор параллельного переноса **t**. При этом предполагается, что подстилающая поверхность строго горизонтальна [5];
- Задать матрицы $\mathbf{R}_{кам1}$ и $\mathbf{R}_{кам2}$ поворота камеры относительно глобальной системы координат для первого и второго кадра соответственно;
- Зная матрицы $\mathbf{R}_{кам1}$ и $\mathbf{R}_{кам2}$ поворота, вычислить матрицу $\mathbf{R}_{кам1}{}^{кам2}$ поворота камеры (в связанной с камерой системе координат) за время Δ;

$$\mathbf{R}_{кам1}{}^{кам2} = \mathbf{R}_{кам2}\mathbf{R}_{кам1}{}^{-1}. \quad (1)$$

- Матрицы $\mathbf{R}_{кам1}$ и $\mathbf{R}_{кам2}$ также позволяют получить выражения для вектора $\mathbf{n}_{кам1}$ нормали к подстилающей поверхности в системе координат камеры до её поворота и для вектора $\mathbf{t}_{кам2}$ параллельного переноса в системе координат камеры после её поворота:

$$\mathbf{n}_{кам1} = \mathbf{R}_{кам1}\mathbf{n}, \quad (2)$$

$$\mathbf{t}_{кам2} = \mathbf{R}_{кам2}\mathbf{t}; \quad (3)$$

- Знание матрицы внутренних параметров камеры **K** и матрицы взаимной калибровки камеры и полётного контроллера $\mathbf{R}_{ИНС->кам}$ вытекает из решения обозначенного выше списка вспомогательных задач;

Таким образом, декомпозиция оценки матрицы гомографии **H** принимает следующий вид:

$$\mathbf{H} = \mathbf{K}\mathbf{R}_{ИНС->кам}\,[\mathbf{R}_{кам1}{}^{кам2} + \\ + h^{-1}\mathbf{t}_{кам2}(\mathbf{n}_{кам1})^{T}]\,\mathbf{R}_{ИНС->кам}{}^{-1}\mathbf{K}^{-1} \quad (4)$$

Выражения (1)–(4) включены в обобщённую математическую модель с высокой степенью абстрагирования, которая предполагает задание аналитического выражения для траектории перемещения, нормали к плоскости подстилающей поверхности **n**, пространственных координат ключевых точек $\mathbf{M}_j$, априори известных внутренних параметров камеры (**K**, **R**, **t**), среднеквадратичной погрешности оценивания пиксельных координат особых точек σ.

Для оценивания матрицы гомографии по аналогии с [8, 11] выбран вычислительно эффективный метод ORB (от англ. *oriented FAST and rotated BRIEF*): сочетание быстрого детектора особых точек FAST (от англ. *Features from Accelerated Segment Test*) и дескриптора BRIEF (от англ. *Binary Robust Independent Elementary Features*). Оценивание матрицы **H** в работе выполнялось по 50-ти лучшим парам всех найденных соответствий.

IV. Имитационное моделирование

Авторами проверено успешное функционирование визуального одометра на обобщённой математической модели с высокой степенью абстрагирования, которая предполагает задание аналитического выражения для траектории перемещения [15], нормали к плоскости подстилающей поверхности, пространственных координат ключевых точек, априори известных внутренних и внешних параметров камеры, среднеквадратической погрешности оценивания пиксельных координат особых точек.

Имитация полёта летательного аппарата мультикоптерного типа проводилась в симуляторе *Microsoft Airsim*. Моделирование полёта предполагалось в светлое время суток, при отсутствии тумана и дымки. Траектории полёта — «вертикальный взлёт, полёт 300 м прямо, разворот на 180°, полёт 300 м прямо, вертикальная посадка». Время полёта составило 2 мин 10 с. Время обработки кадров — Δt = 0,5 с. Абсолютная погрешность оценивания визуально-инерциального одометра составила менее 25 м на момент посадки.

Таким образом, относительная ошибка позиционирования (4…5 %) в целом сопоставима с результатами восстановления траектории для метода ORB, приводимой в исследовании [8] (учитывая удвоенную величину среднеквадратической ошибки).

Следует отметить, что для симулятора более чем в 95 % случаев справедливо устойчивое правильное нахождение соответствий для всех пар ключевых точек.

V. Результаты обработки реальных полётных данных

Реальные полёты выполнялись над территорией аэродрома «Протасово» Рязанской области в схожих с симулятором условиях: светлое время суток и отсутствие тумана и дымки. Траектория представляла собой «8»-образную трёхмерную кривую.

Полёты производились на малом БПЛА самолётного типа с полётным контроллером *iNav*. В качестве надирориентированной камеры использовалась экшн-видеокамера GoPro с разрешением 1920×1080 пикселей. Среднее время каждого полёта составило 6,5 мин ± 20 с; средняя протяжённость траектории полёта — 6 км ± 0,5 км, угловая скорость при поворотах — не более 50 °/с.

На реальных полётных данных детектор особых точек ORB имеет абсолютную погрешность более чем на порядок выше, чем в симуляторе: её величина находится в диапазоне от 430 до 900 м, что объясняется, в первую очередь, в разы меньшей вероятностью правильного нахождения пар соответствий, их неоднородной плотностью, погрешностью оценивания мгновенных значений углов ориентации по сигналам инерциальных датчиков в полётном контроллере.

VI. Заключение

Согласно результатам, полученным в симуляторе и на реальных лётных испытаниях, очевидным является факт, что классические методы [9, 10] детектирования особых точек не дают относительную погрешность визуально-инерциального одометра порядка единиц процентов. В связи с этим предпочтительным вариантом развития работы становится обоснование робастных к масштабу и направлению съёмки детекторов пар особых точек, основанных на машинном обучении.

Благодарности

Авторы желают выразить свою благодарность коллективу компании ООО «Квантрон Групп» за участие в развитии проекта по автономной навигации беспилотного летательного аппарата.

Литература

[1] Мирошниченко А.П., Мухин И.Е. Методы навигации по данным аэроландшафта для малых БЛА. Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2023. Т. 14. № 3. С. 144–156.

[2] Пешехонов В.Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем. Гироскопия и навигация. 2022. Т. 30. № 1. С. 3–11.

[3] Макаренко С.И. Противодействие беспилотным летательным аппаратам. СПб.: Наукоемкие технологии, 2020. 204 с.

[4] Кащеев А.А., Кошелев В.И. Оценка эффективности подавления сигналов спутниковых радионавигационных систем преднамеренными помехами. Журнал радиоэлектроники. 2012. № 7. С. 1–12.

[5] Conte G., Doherty P. An integrated UAV navigation system based on aerial image matching. Proc. IEEE Aerospace Conference. 2008. P. 1–10.

[6] Lu Y., Xue Z., Xia G.-S., Zhang L. A survey on vision-based UAV navigation. Geo-spatial information science. 2018. Vol. 21. No. 1. P. 21–32.

[7] Yang T., Ren Q., Zhang F., Xie B., Ren H., Li J., Zhang Y. Hybrid camera array-based UAV auto-landing on moving UGV in GPS-denied environment. Remote Sensing. 2018. Vol. 10. P. 1829.

[8] Ян Г., Мэн В.-Д., Дун Х.-Г., Фэн Н.-Н. Использование ключевых точек и линий изображения в задаче визуально-инерциальной одометрии в реальном времени. Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31. № 4. С. 96–117.

[9] Ефимов А.И., Новиков А.И. Алгоритм поэтапного уточнения проективного преобразования для совмещения изображений. Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 2. С. 258–265.

[10] Szeliski R. Image alignment and stitching: a tutorial. Foundations and trends in computer graphics and vision. 2006. Vol. 2. No. 1. P. 1–104.

[11] Али Б., Садеков Р.Н., Цодокова В.В. Алгоритмы навигации беспилотных летательных аппаратов с использованием систем технического зрения. Гироскопия и навигация. 2022. Т. 30. № 4. С. 87–105.

[12] Тихомиров В.В., Дзуев А.А., Голиков В.П., Требухов А.В. Калибровка БИНС с блоком инерциальных датчиков, закрепленным на амортизаторах. Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 1. С. 33–46.

[13] Luhmann T., Robson S., Kyle S., Boehm J. Close-range photogrammetry and 3D imaging: 2nd edition. Berlin: De Gruyter, 2013. 684 p.

[14] Fleps M., Mair E., Ruepp O., Suppa M., Burschka D. Optimization based IMU camera calibration. Proc. IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems. San Francisco, 2011. P. 3297–3304.

[15] Степанов О.А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации. Гироскопия и навигация. 2002. № 1. С. 23–45.

[16] Аль-Мансур М., Шуаиб И., Джафар А., Потапов А.А. Аналитический алгоритм оценки пространственного положения и курса объекта. Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 1. С. 72–92.

Об управлении движением в задаче инспектирования космического аппарата

М.А. Клюшин
Кафедра теоретической и прикладной механики,
Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия
m.klyushin@spbu.ru

***Аннотация*—В докладе обсуждается движение группировки малых космических аппаратов (КА), один из которых обладает электрическим зарядом, в гравитационном и магнитном полях Земли. В рамках задачи инспектирования незаряженного целевого КА исследуется управление орбитальным движением заряженного КА-преследователя. В ходе анализа системы дифференциальных уравнений движения предлагается алгоритм управления расстоянием между КА, основанный на изменении электрического заряда. Проводится компьютерное моделирование рассматриваемой задачи, демонстрирующее работоспособность предложенного способа управления.**

Ключевые слова—группировка спутников, геомагнитное поле, управление движением, электрический заряд.

I. Введение

Стремительное развитие аэрокосмической промышленности и одновременное стремление к снижению стоимости космических миссий привело к созданию малых космических аппаратов (КА), не требующих существенных временных и финансовых затрат на их изготовление. Использование группировки КА позволяет значительно расширить спектр решаемых задач, а также приводит к появлению новых направлений исследований в механике и теории управления. Для должного взаимодействия и связи между КА необходимо нужным образом обеспечивать их взаимное расположение.

Размеры малых КА накладывают определенные ограничения на органы и системы управления движением. Например, использование реактивных двигателей затрудняется небольшими запасами рабочего вещества на борту. Чтобы обойти подобные ограничения, исследователи прибегают к разработке новых систем управления орбитальным движением КА, основанных на использовании внешних природных источников сил, что отражается в многочисленных работах различных авторов [1-3]. Предлагаемый доклад посвящен разработке способа управления движением группировки КА, основанного на использовании силы Лоренца в качестве источника малой тяги [4-7], и его применению в задаче инспектирования КА.

II. Математическое моделирование

A. Постановка задачи

Рассматривается движение группировки, состоящей из незаряженного КА-цели и КА-преследователя, обладающего переменным электрическим зарядом q, в гравитационном и магнитном полях Земли. В качестве модели магнитного поля Земли (МПЗ) принимается «прямой магнитный диполь». Предполагается, что оба КА имеют массу m. Положение центра масс КА-цели относительно неподвижной системы координат $Oxyz$, начало которой находится в центре Земли, определяется радиус-вектором $\boldsymbol{r}_C$, а положение центра масс КА-преследователя – радиус-вектором $\boldsymbol{r}_L$ (рис. 1).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-41-02031, https://rscf.ru/project/24-41-02031/.

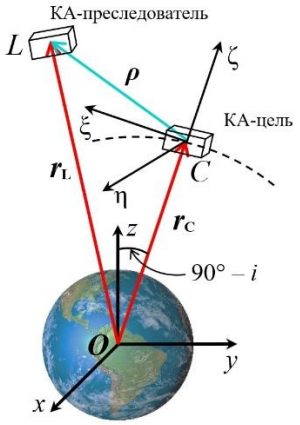


Рис. 1. Взаимное положение КА

Рассматривается случай движения КА-цели по круговой кеплеровой орбите радиуса r_C произвольного наклонения i с угловой скоростью орбитального движения ω_0. Вводится подвижная правая орбитальная система координат $C\xi\eta\zeta$ [8], с началом в центре масс КА-цели. Ось $C\zeta$ направлена вдоль радиус-вектора $\boldsymbol{r}_C$, а ось $C\xi$ – по положительной трансверсали к орбите КА-цели. Положение центра масс КА-преследователя относительно орбитальной системы координат определяется радиус-вектором $\boldsymbol{\rho}$. В рассматриваемой постановке задачи на КА-цель действует только гравитационная сила, а на заряженный КА-преследователь – гравитационная сила и, как результат взаимодействия с МПЗ, сила Лоренца.

B. Математическая модель

На основе применения второго закона Ньютона и теоремы о полной и локальной производной выводится нелинейная система дифференциальных уравнений движения заряженного КА-преследователя относительно КА-цели:

$$\begin{aligned}
\ddot{\xi} &= -\frac{\mu}{r_L^3}\xi - 2\omega_0\dot{\zeta} + \omega_0^2\xi + a_{L\xi},\\
\ddot{\eta} &= -\frac{\mu}{r_L^3}\eta + a_{L\eta},\\
\ddot{\zeta} &= -\frac{\mu}{r_L^3}\left(r_C + \zeta\right) + \frac{\mu}{r_C^2} + 2\omega_0\dot{\xi} + \omega_0^2\zeta + a_{L\zeta}.
\end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь $a_{L\xi}$, $a_{L\eta}$, $a_{L\zeta}$ – компоненты ускорения, вызванного силой Лоренца, которое определяется следующим равенством: $\boldsymbol{a}_L = (q/m)(\boldsymbol{v}_r \times \boldsymbol{B})$, где $\boldsymbol{v}_r$ – скорость КА-преследователя относительно МПЗ, $\boldsymbol{B}$ – вектор индукции МПЗ [7].

Далее вводятся малые безразмерные переменные $\xi_1 = \xi/r_C$, $\eta_1 = \eta/r_C$, $\zeta_1 = \zeta/r_C$ и выполняется линеаризация системы (1). В результате получается система уравнений типа Хилла-Клохесси-Уилтшира [9, 10], обобщающая эти уравнения с учетом силы Лоренца:

$$\begin{aligned} \xi_1'' &= -2\zeta_1' + a^1{}_{L\xi}, \\ \eta_1'' &= -\eta_1' + a^1{}_{L\eta}, \\ \zeta_1'' &= 3\zeta_1 + 2\xi_1' + a^1{}_{L\zeta}. \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь $\xi_1' = d\xi_1/d\tau$, где $\tau = \omega_0 t$ – безразмерное время. Аналогично для переменных η_1 и ζ_1. За $a^1{}_{L\xi}$, $a^1{}_{L\eta}$, $a^1{}_{L\zeta}$ обозначены компоненты ускорения, вызванного силой Лоренца, которые выражены через безразмерные переменные и линеаризованы.

В ходе анализа линеаризованной системы (2) предлагается следующий простой закон управления электрическим зарядом КА-преследователя, позволяющий изменять относительного расстояние до КА-цели:

$$q(t) = \pm q_0 \cdot \cos\left(\omega_0 \cdot t\right), \qquad (3)$$

где q_0 – амплитуда изменения заряда. Закон (3) со знаком «+» приводит к уменьшению относительного расстояния между КА. Закон (3) со знаком «–» соответствует закону со знаком «+» со сдвигом по фазе на π и приводит к увеличению расстояния между КА.

III. Инспектирование космического аппарата

На основе закона изменения заряда (3) предлагается алгоритм управления с прямой связью для уменьшения и увеличения относительного расстояния между КА. Применение данного алгоритма рассматривается на примере задачи инспектирования целевого КА с помощью КА-преследователя. В рамках рассматриваемой задачи требуется осуществлять маневр сближения КА, и, как следствие, переход КА-преследователя на новые относительные орбиты. Предлагается выполнение данного маневра в три этапа:

1. Движение КА-преследователя без заряда по начальной относительной орбите, представляющей собой эллипс с большой полуосью a, лежащий в плоскости орбиты КА-цели, в течение k_1 оборотов КА-цели вокруг Земли.
2. «Включение» заряда по закону (3) в конце k_1-го оборота КА-цели вокруг Земли, и движение КА-преследователя в течение $k_2 - k_1$ оборотов КА-цели вокруг Земли.
3. «Выключение» заряда в конце k_2-го оборота КА-цели вокруг Земли, и движение КА-преследователя по новой относительной орбите.

В качестве иллюстрации работоспособности алгоритма на рис. 2 и рис. 3 приводятся аналитически полученные траектории для параметров из таблицы 1.

ТАБЛИЦА I. Параметры для численного моделирования

Параметр	m, кг	r_C, км	ω_0, рад/с	i,°	q_0, Кл	a, км	k_1	k_2
Значение	20	6900	0.0011015	40	0.001	0.5	5	15

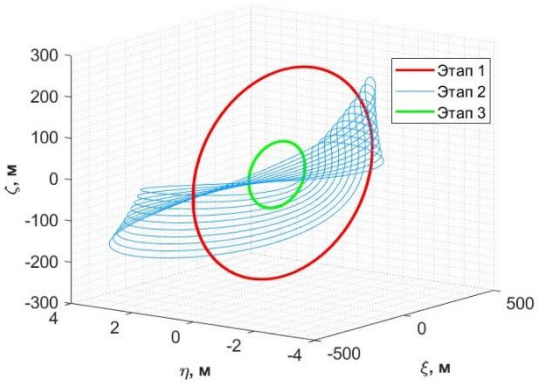


Рис. 2. Приближение к целевому КА

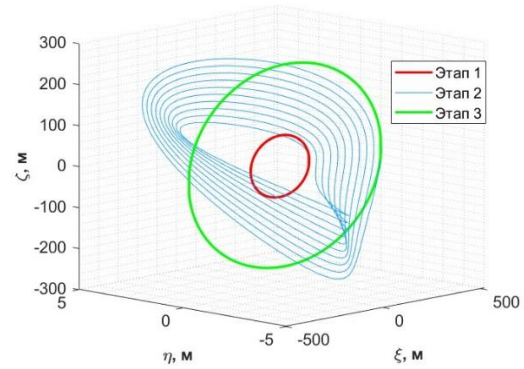


Рис. 3. Отдаление от целевого КА

Анализ графиков на рис. 2 и рис. 3 показывает, что за сравнительно небольшое время (около 15 часов) удается существенно изменить геометрические размеры относительной орбиты КА-преследователя. Стоит отметить, что предложенный способ не требует дополнительных органов и систем управления.

IV. Заключение

В результате выполненного исследования предложен алгоритм управления с прямой связью, основанный на изменении электрического заряда по простому гармоническому закону, для увеличения или уменьшения относительного расстояния между КА-преследователем и КА-целью. Проведенное аналитическое и численное моделирование демонстрирует работоспособность рассмотренной идеи управления. Предложенный алгоритм управления может использоваться в задачах инспектирования целевого КА, в рамках которой требуется изменение расстояния между КА-преследователем и целью.

Литература

[1] D. Ivanov, U. Monakhova, A. Guerman, and M. Ovchinnikov, "Decentralized Control of Nanosatellite Tetrahedral Formation Flying Using Aerodynamic Forces," Aerospace, 2021. Vol. 8, p. 199.

[2] Y. Mashtakov, M. Ovchinnikov, T. Petrova, and S. Tkachev, "Two-satellite formation flying control by cell-structured solar sail," Acta Astronautica, 2020. Vol. 170, pp. 592–600.

[3] M. Shouman, M. Bando, and Sh. Hokamoto, "Controllability Analysis of Propellant-Free Satellite Formation Flight," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2021. Vol. 44, pp. 1–11.

[4] G. Pollock, J. Gangestad, and J. Longuski, "Analytical solutions for the relative motion of spacecraft subject to Lorentz-force perturbations," Acta Astronautica, 2011. Vol. 68, pp. 204–217.

[5] X. Huang, Y. Yan, and Y. Zhou, "Optimal Lorentz-augmented spacecraft formation flying in elliptic orbits," Acta Astronautica, 2015. Vol. 111, pp. 37–47.

[6] M. Klyushin, A. Tikhonov, and D. Giri, "Orbital motion control of an electrically charged spacecraft," Acta Astronautica, 2025. Vol. 226, pp. 626–636.

[7] M. Klyushin and A. Tikhonov, "The Lorentz force-based control of a spacecraft formation flying using the harmonic charging law," Acta Astronautica, 2025. Vol 232, pp. 68–79.

[8] A. Tikhonov, "A method of semipassive attitude stabilization of a spacecraft in the geomagnetic field," Cosmic Research, 2003. Vol. 41, pp. 63–73.

[9] G. Hill, "Researches in the Lunar theory," American Journal of Mathematics, 1878. Vol. 1, pp. 5–26.

[10] W. Clohessy and R. Wiltshire, "Terminal guidance systems for satellite rendezvous," Journal of the Aerospace Sciences, 1960. Vol. 674, pp. 653–658.

Оценка возмущающих моментов для космического аппарата формата CubeSat 6U с раскрываемыми солнечными панелями

П.С. Яковлева
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
polina.ya03@yandex.ru

А.А. Кумарин
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
alky_samara@mail.ru

***Аннотация*—При моделировании и оценке углового движения наноспутника формата CubeSat обычно учитывается влияние только сил аэродинамического и гравитационного моментов. Однако, давление солнечного света также может оказывать значительное влияние на динамику полёта космического аппарата. Влияние момента силы давления солнечного света на угловое движение наноспутника является одним из самых недооценённых. Особенно в случаях, когда спутник оснащён различными раскрывающимися элементами значительной площади, например, солнечными панелями. В данной работе проводится сравнение значений аэродинамического и гравитационного моментов со значениями момента силы давления солнечного света для наноспутника формата CubeSat 6U с раскрываемыми солнечными панелями на различных низких околоземных орбитах.**

Ключевые слова—CubeSat, наноспутник, угловое движение, давление света, пассивная ориентация.

I. Введение

Согласно статистическим данным [1], количество запусков наноспутников за последние 10 лет увеличилось более чем вдвое, что показывает активный рост интереса аэрокосмической отрасли к данному направлению.

Наиболее популярными форматами наноспутников являются наноспутники формата CubeSat 6U и 3U, размеры которых в состоянии выведения не превышают 20x10x30 сантиметров и 10x10x30 сантиметров соответственно [1]. Одними из наиболее перспективных для реализации значительного числа различных научных миссий можно считать наноспутники формата CubeSat 6U, так как их размеры позволяют разместить уже более серьёзную научную аппаратуру чем, например, CubeSat-3U.

Но при моделировании и проработке миссий для космических аппаратов такого формата чаще всего используются достаточно упрощённые модели движения не учитывающие влияния большого количества внешних и внутренних моментов [2], которые в свою очередь, могут вносить значительные изменения в угловое движение наноспутника.

В качестве таких моментов можно рассматривать различные моменты от движущихся масс внутри спутника, дополнительные магнитные моменты, возникающие вследствие намагничивания космического аппарата, а также момент от силы давления солнечного света на космический аппарат [3].

Одним наиболее важных, но часто не учитываемых моментов является момент силы давления солнечного света, значения которого при некоторых конфигурациях космических аппаратов, как будет показано далее, могут быть сопоставимы со значениями гравитационного момента или даже превышать их.

Учёт момента силы давления солнечного света на начальном этапе разработки миссии космического позволит получить более чёткие представления о режимах движения разрабатываемого космического аппарата на орбите и позволит, например, вывести подробные требования к характеристикам систем управления движением.

II. Система координат

Математическая модель моментов сил, действующих на спутник, включает в себя ряд систем координат.

Орбитальная система координат OXYZ представлена на рисунке 1, в рассматриваемой модели задаётся следующим образом: начало координат O расположено в центре масс наноспутника, ось OZ направлена по радиусу-вектору космического аппарата, ось OX направлена по направлению скорости движения КА, а ось OY дополняет систему до правой.

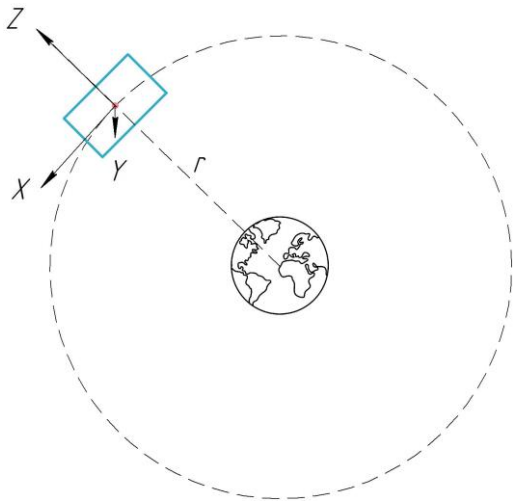


Рис. 1. Орбитальная система координат

В данной работе в качестве исследуемой модели рассматривается наноспутник формата CubeSat 6U с раскрываемыми солнечными панелями, расположенными под углом 90° к наибольшей грани космического аппарата.

Для связи орбитальной системы координат со связанной с космическим аппаратом системы координат используются три последовательных поворота на углы Эйлера.

Первый поворот происходит относительно оси OX на угол ψ , и происходит переход в скоростную систему координат $OX_aY_aZ_a$.

Второй поворот производится относительно оси OY_a на угол подъёма собственной оси аппарата α_n, промежуточная СК – $OX_nY_nZ_n$.

Третий поворот происходит относительно собственной оси КА - OX_n на угол собственного вращения ϕ. После этого система переходит в связанную систему Oxyz.

Все повороты системы координат для перехода от орбитальной системы координат в связанную показаны на рис. 2.

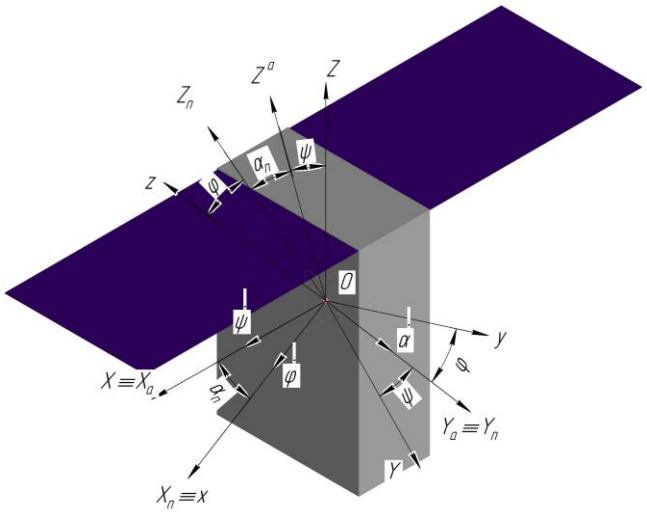


Рис. 2. Расположение систем координат

Матрица перехода от орбитальной системы координат в связанную будет выглядеть следующим образом [2]:

$$B=\begin{bmatrix} \cos\alpha_n & \sin\alpha_n\sin\psi & -\sin\alpha_n\cos\psi \\ \sin\alpha_n\sin\varphi & \cos\varphi\cos\psi-\cos\alpha_n\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi\sin\psi+\cos\alpha_n\sin\varphi\cos\psi \\ \sin\alpha_n\cos\varphi & -\sin\varphi\cos\psi-\cos\alpha_n\cos\varphi\sin\psi & -\sin\varphi\sin\psi+\cos\alpha_n\cos\varphi\cos\psi \end{bmatrix} \quad (1)$$

Направление падения солнечных лучей в данной работе принято противоположным направлению оси OY, а набегающий поток – противоположно оси OX.

III. Моменты, воздействующие на космический аппарат

A. *Гравитационный момент*

Для определения значений гравитационного момента, действующего на космический аппарат, воспользуемся следующей формулами [2]:

$$M_{gx}=\frac{3\mu}{r^3}\left(J_z-J_y\right)b_{23}b_{33},$$
$$M_{gy}=\frac{3\mu}{r^3}\left(J_x-J_z\right)b_{33}b_{13}, \quad (1)$$
$$M_{gz}=\frac{3\mu}{r^3}\left(J_y-J_x\right)b_{13}b_{23},$$

где μ – гравитационный параметр Земли; r – радиус-вектор космического аппарата; J_x, J_y, J_z – главные центральные моменты инерции; b_{13}, b_{23}, b_{33} – коэффициенты матрицы перехода B (выражение (1)).

B. *Аэродинамический момент*

Для расчёта значений аэродинамического момента, действующего на космический аппарат, воспользуемся формулой (3):

$$\mathbf{M}_a=\mathbf{r}_d\times\mathbf{Q}_{xv}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_d$ – радиус-вектор положения центра давления относительно геометрического центра спутника; $\mathbf{Q}_{xv}$ – аэродинамическая сила лобового сопротивления.

Аэродинамическую силу лобового сопротивления можно найти по формуле 4:

$$\mathbf{Q}_{xv}=-c_0\mathbf{A}q, \quad (3)$$

где c_0 = 2,2; **A** – вектор эффективной площади проекции геометрии КА на плоскость, перпендикулярную нормали скорости набегающего потока, (определяется с использованием САПР); $q=\frac{\rho(H)\left[v(H)\right]^2}{2}$ – скоростной напор; $v(H)=\sqrt{\frac{\mu}{R_з+H}}$ – скорость полёта; H – высота полёта; $\rho(H)$ – плотность атмосферы; $R_з=6371\ км$ – радиус Земли; $\mu=398600\cdot10^9\ м^3c^2$ – гравитационный параметр Земли [2], [4][2].

Площадь проекции спутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока определяется программным образом.

C. *Момент силы давления солнечного света*

Для определения давления солнечного света на поверхность при отсутствии отражения, воспользуемся формулой 5:

$$P = \frac{W}{c}, \tag{4}$$

где $W = 1368\ \text{Вт} / \text{м}^2$ – величина потока энергии Солнца, c – скорость света в вакууме.

Для идеально отражающей поверхности необходимо использовать удвоенное значение из формулы (3) ввиду закона сохранения импульса [5]. Для поверхностей с различными отражательными способностями используются коэффициенты в промежутке от 1 до 2. В данной работе производится учёт значения моментов силы давления солнечного света для оценки сверху, поэтому использовался коэффициент 2.

Сила давления солнечного света определяется по формуле:

$$\mathbf{F}_S = P \cdot \mathbf{A}, \tag{5}$$

где $\mathbf{A}$ – вектор эффективной площади КА (площадь проекции КА на плоскость перпендикулярную направлению движения фотонов). Эффективная площадь определяется программным образом.

Тогда момент силы давления солнечного света, действующий на КА можно вычислить по формуле:

$$\mathbf{M}_S = \mathbf{d} \times \mathbf{F}_S, \tag{6}$$

где $\mathbf{d}$ – вектор разности между проекцией центра масс КА и геометрическим центром фигуры, полученными при проецировании геометрии КА на плоскость, перпендикулярную потоку частиц [5].

IV. Результаты

Для численного моделирования моментов нами было написано программное обеспечение в математическом пакете MATLAB. Оно принимает файлы 3D модели исследуемого аппарата в формате STL и производит вращение модели во всех возможных положениях используя выборку углов.

Результаты численного моделирования значений гравитационного и аэродинамического моментов, а также момента силы давления солнечного света для всех возможных положений космического аппарата. Графики, полученные после моделирования моментов для орбиты высотой 500 км, представлены на рисунках 3–6.

Максимальные значения моментов для проведённого расчёта представлены в таблице 1.

Таблица 1. Максимальные значения моментов

Момент силы давления солнечного света, Н· м	**Гравитационный момент, Н· м**	**Аэродинамический момент, Н· м**
$8{,}5454 \cdot 10^{-8}$	$6{,}4639 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9734 \cdot 10^{-6}$

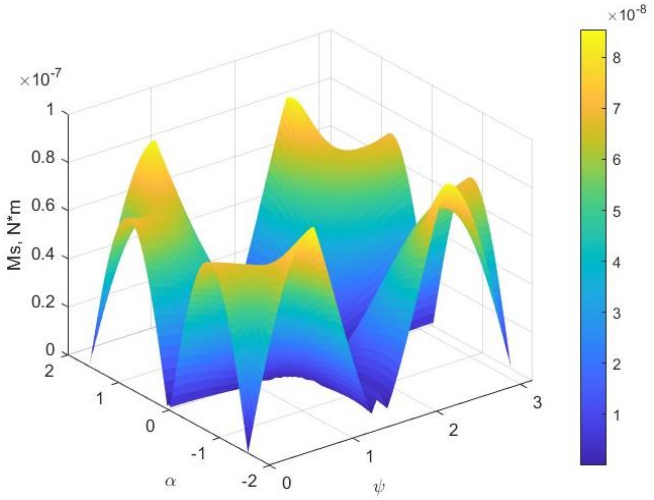


Рис. 3. График момента силы давления солнечного света

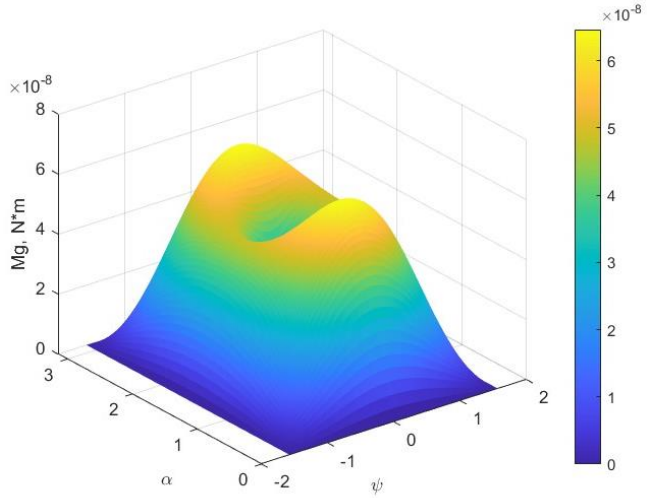


Рис. 4. График гравитационного момента при ϕ=π/4

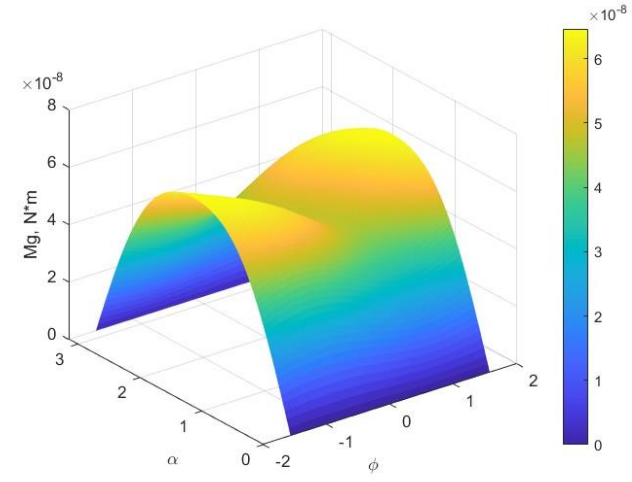


Рис. 5. График гравитационного момента при ψ=0

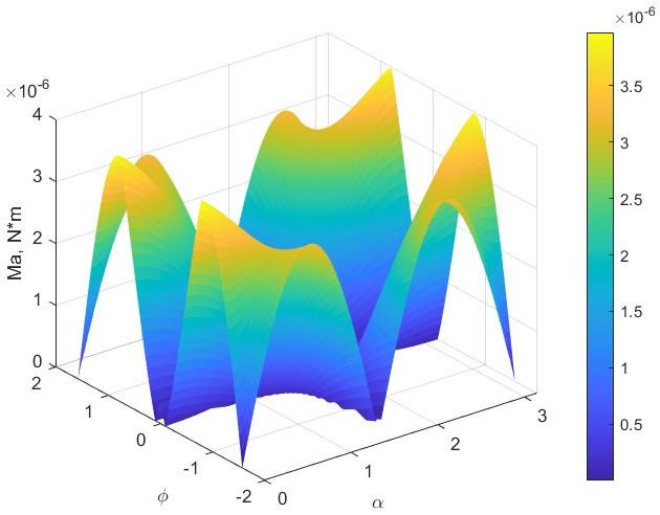


Рис. 6. График аэродинамического момента

Все представленные графики были рассчитаны для высоты орбиты в 500 км. Но с изменением высоты тип момента, оказывающий наибольшее влияние на угловое движение космического аппарата, может изменяться. Поэтому, был проведён расчёт максимальных значений моментов в диапазоне высот от 300 до 1200 километров для сравнения. Получившиеся значения представлены на рисунке 7.

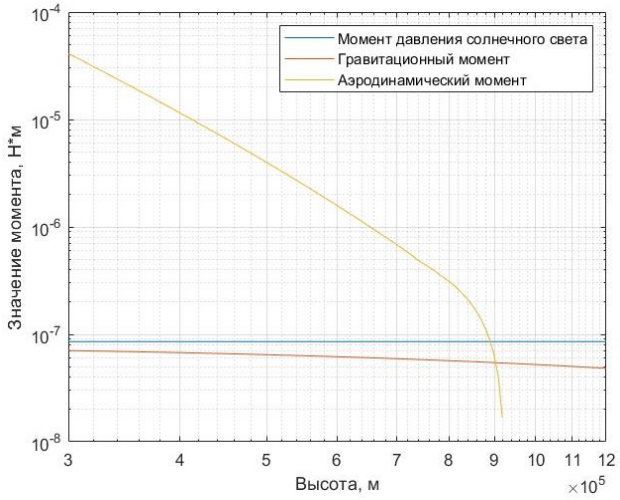


Рис. 7. Зависимость максимальных значений моментов от высоты

V. Обсуждение

Результаты численного моделирования различных моментов иллюстрируют все возможные значения рассматриваемых моментов. На графиках можно увидеть, что каждый момент имеет свои точки максимума и минимума. Анализ поведения наноспутника в этих точках, может позволить определить наличия точек равновесия при данных значениях моментов. Однако, стоит заметить, что на разных графиках приведена зависимость от разных углов, поэтому они не могут быть использованы напрямую для определения положений равновесия.

Аэродинамический момент и момент силы давления солнечного света имеют угол, от которого их значение не зависит. Это угол ϕ в случае момента силы давления солнечного света и угол ψ в случае аэродинамического момента.

Из графиков 3-7 можно увидеть, что значения момента давления солнечного света для рассматриваемого космического аппарата сопоставимы со значениями гравитационного момента. Для высоты в 500 километров значения момента давления солнечного света уже в почти два раза превышают значения гравитационного момента. А с увеличением высоты влияние, оказываемое моментом силы давления солнечного света на угловое движение космического аппарата, увеличивается в сравнении с другими, так как он не зависит от высоты орбиты. Таким образом, начиная с высот порядка 900 километров, момент давления солнечного света становится превалирующим при угловом движении наноспутника с раскрываемыми солнечными панелями.

Результаты численного моделирования могут быть использованы разными способами. Первый и самый простой вариант – определение максимальных значений всех оцениваемых моментов. Это позволит определить превалирующий момент и выяснить есть ли необходимость в учёте момента силы давления солнечного света в моделировании углового движения наноспутника, или им можно пренебречь.

Второй способ – определение положений равновесия космического аппарата. Оценка результатов всех возможных положений равновесия по всем трём углам и их последующий анализ могут позволить определить различные положения равновесия. Важно отметить, что при оценке всех трёх углов результаты уже невозможно представить в виде трехмерной поверхности, как представлено в работе.

Третий вариант использования приведённых расчётов моментов, воздействующих на космический аппарат – это использование этих значений для моделирования углового движения наноспутника. В данном случае из результатов можно сформировать трёхмерный массив и использовать его во время моделирования для ускорения и упрощения расчётов. Основной сложностью будет являться большая размерность такого массива. Но ее можно снизить с последующим использованием интерполяции данных. Однако, стоит отметить, что описанная модель момента силы давления солнечного света разработана с целью оценки значений момента сверху и не подходит для точных расчётов.

Заключение

В данной работе разработана математическая модель и программное обеспечение для оценки значений гравитационного, аэродинамического моментов, а также момента силы давления солнечного света для заданной модели наноспутника формата CubeSat. Данная модель и программное обеспечение не зависят от конфигурации космического аппарата и могут быть использованы для различных миссий спутников.

С использованием разработанного программного обеспечения, были вычислены значения моментов для наноспутника формата CubeSat-6U с раскрываемыми солнечными панелями. После анализа полученных значений, был сделан вывод, что значения момента силы давления солнечного света может оказывать значительно влияние на угловое движение космического аппарата, поэтому учётом этого момента не стоит пренебрегать и он может даже превалировать на высоких орбитах.

Оценка моментов, влияющих на угловое движение наноспутника может быть использована для определения режимов движения наноспутника с раскрываемыми элементами, при разработке систем управления движением. Кроме того, информация о моменте, оказывающем наибольшее влияние на угловое движение космического аппарата может быть использована для разработки пассивных систем стабилизации движения наноспутника.

Результаты численного моделирования, представленные в работе, позволят проводить моделирование углового движения космического аппарата с учётом различных начальных условий и особенностей миссии.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/

Литература

[1] E. Kulu, “CubeSats & Nanosatellites - 2024 Statistics , Forecast and Reliability,” *Int. Astronaut. Congr. (IAC 2024)*, vol. c, no. October, pp. 14–18, 2024, [Online]. Available: https://iafastro.directory/iac/archive/browse/IAC-24/B4/6A/83232/

[2] E. V. Barinova, I. V. Belokonov, and I. A. Timbai, “Technology for Designing the Angular Motion of CubeSat Nanosatellites with a Passive Stabilization System,” *Gyroscopy Navig.*, vol. 15, no. 4, pp. 346–355, 2024, doi: 10.1134/S2075108725700063.

[3] I. V. Belokonov *et al.*, “Lessons Learned of Nanosatellite SamSat-ION Mission: Preliminary Results,” in *IAF Space Systems Symposium*, Paris, France: International Astronautical Federation (IAF), 2024, pp. 683–697. doi: 10.52202/078372-0067.

[4] E. V. Barinova, E. A. Boltov, N. A. Elisov, and I. A. Lomaka, “Improved estimation of aerodynamic characteristics of a complex geometry nanosatellite,” *Eng. J. Sci. Innov.*, no. 10 (118), 2021, doi: 10.18698/2308-6033-2021-10-2116.

[5] R. Georgevic, “Mathematical Model of the Solar Radiation Force and Torques Acting on the Components of a Spacecraft,” AMERICAN ASTRONAUTICAL SOCIETY, 1971, pp. 33–494. [Online]. Available: http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Mathematical+Model+of+the+Solar+Radiation+Force+and+Torques+Acting+on+the+Components+of+a+Spacecraft#0

Адаптивные алгоритмы построения карт аномалий силы тяжести по данным аэрогравиметрии на основе точечных масс на сфере и L_2-регуляризации

М.Д. Репин
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
mikhail.repin@math.msu.ru

В.С. Вязьмин
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
vadim.vyazmin@math.msu.ru

***Аннотация*—Рассматривается задача построения карт аномалий силы тяжести по аэрогравиметрическим данным на основе параметризации аномального поля точечными массами на сфере. Задача состоит в определении амплитуд и глубины залегания точечных масс и сведена к безусловной нелинейной минимизации суммы квадратов невязок и L_2-регуляризации. Решение определяется итерационным алгоритмом на основе метода Ньютона. В работе рассмотрена также постановка задачи построения карты на основе последовательной минимизации исходного функционала (поиск амплитуд и затем поиск глубины залегания). Решение задачи сводится к методу наименьших квадратов и минимизации выпуклой гладкой функции одной переменной. Приведены результаты проверки и сравнения двух алгоритмов решения задачи на реальных данных аэрогравиметрических и наземных съемок.**

Ключевые слова—аэрогравиметрия, аномалия силы тяжести, L2-оптимизация, точечные массы.

I. Введение

Аэрогравиметрия – прикладная наука об измерении возмущения (аномалии) силы тяжести Земли с борта летательного аппарата. Измерения выполняются вдоль съемочных галсов и осуществляются с помощью специального прибора – аэрогравиметра (платформенного или бескарданного) [1, 2]. Конечной целью аэрогравиметрической съемки являются цифровые карты аномалий силы тяжести, построенные на основе измерений вдоль галсов, по которым далее выполняется геолого-геофизическая интерпретация.

Для построения карт по данным гравиметрических съемок разработано несколько методов – сплайн-интерполяция, метод коллокаций и др. [3-5]. В данной работе при разработке алгоритмов построения карт используется метод точечных масс, основанный на параметризации поля силы тяжести в районе съемки точечными массами на сфере [6]. Точечные массы являются гармоническими вне сферы функциями и имеют хорошую пространственную локализацию. Сложностью метода является большой ряд настроечных параметров (амплитуды и координаты точечных масс, глубина залегания). Возможность адаптивного подбора указанных параметров рассматривалась в [7, 8] применительно к данным спутниковой гравиметрии.

В [9, 10] исследовалась задача построения карт по данным аэрогравиметрии при помощи других базисных функций на сфере, при этом задача была сведена к методу наименьших квадратов.

В настоящей работе задача построения карты аномалий по данным аэрогравиметрии ставится как задача определения параметров модели поля (глубины залегания и амплитуд точечных масс) при заданных координатах их положения на сфере (в виде регулярной сетки). Задача сводится к оптимизации функционала качества (L_2-норма вектора невязки) с L_2-регуляризацией (по Тихонову) [11].

Предлагаются два подхода к решению оптимизационной задачи. Первый состоит в безусловной оптимизации функционала, а решение задачи определяется квазиньютоновскими алгоритмами [12]. Второй подход заключается в применении последовательной оптимизации по двум группам параметров. При этом между параметрами предполагается наличие связи. Решение задачи определяется методом наименьших квадратов (МНК) и оптимизацией выпуклого функционала по одной переменной (глубине залегания).

В докладе изложены этапы построения двух алгоритмов и обсуждаются особенности их численной реализации. Приводятся результаты обработки алгоритмами экспериментальных данных съемок с бескарданным аэрогравиметром iCORUS (ФРГ). Приводятся оценки точности алгоритмов на основе сравнения с эталонными наземными гравиметрическими данными.

II. Задача построения карты аномалий на основе точечных масс и L_2-регуляризации

Пусть даны измерения аномалии силы тяжести в свободном воздухе Δg, полученные в результате гравиметрической съемки в некотором районе Земли. Обозначим через $T(r)$ возмущающий потенциал в точке с радиус-вектором r.

Будем рассматривать сферическую аппроксимацию Земли. Поставим задачу определения поля силы тяжести по измерениям Δg в произвольной точке внешнего пространства аппроксимирующей сферы.

Введем представление возмущающего потенциала в виде разложения по точечным массам $\Phi_k(r)$ [6]:

$$T(r) = \frac{GM}{R} \sum_{k=1}^{K} c_k \Phi_k(r), \quad \Phi_k(r) = \frac{1}{\| r - r_k \|}, \qquad (1)$$

где G – гравитационная постоянная, M – масса Земли, R – радиус референц-сферы, r_k – радиус-вектор положения k-й точечной массы, $r_k=R–d$, d – глубина залегания (неизвестная) точечной массы, K – общее число точечных масс в модели, c_k – неизвестные коэффициенты разложения (амплитуды точечных масс). На основе (1) и связи аномалии с возмущающим потенциалом получим следующую модель аномалии силы тяжести:

$$\Delta g(r) = -\frac{GM}{R}\sum_{k=1}^{K} c_k \frac{\partial \Phi_k(r)}{\partial |r|}. \qquad (2)$$

Таким образом, задача построения карты сводится к определению амплитуд точечных масс c_k и глубины их залегания d при известных координатах (сферической широте и долготе) их положения. Заметим, что c_k и d являются размерными величинами (измеряются в метрах).

A. *Постановка задачи безусловной оптимизации*

Пусть N – число измерений аномалии силы тяжести в гравиметрической съемке (то есть число точек, в которых доступны измеренные значения аномалии), K – число точечных масс, образующих регулярную сетку в районе съемки. Определим матрицу $\breve{\Phi}_d \in \mathbb{R}^{N\times K}$, составленную из значений радиальной производной точечных масс в (2). Поставим задачу построения карты аномалий в виде задачи минимизации следующего нелинейного функционала с L_2-регуляризацией:

$$\min_{\mathbf{c},\, d}\left[\| \Delta\mathbf{g}' - \breve{\Phi}_d \mathbf{c}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|_2^2\right], \qquad (3)$$

где $\Delta\mathbf{g}' \in \mathbb{R}^N$ – вектор измерений аномалии во всей съемке, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^K$ – вектор -амплитуд точечных масс, λ – параметр регуляризации (настроечный параметр). Неизвестными в задаче являются амплитуды $\mathbf{c}$ и глубина залегания d (всего K+1 параметр).

Решение задачи определяется численно при помощи итерационного квазиньютоновского алгоритма [12], требующего начального приближения для неизвестных. Из анализа компонент градиента функционала в (3) можно вывести, что характерные значения его частной производной по параметру d имеют порядок 10^1. При этом частные производные функционала по амплитудам c_k принимают значения порядка 10^{10}. Однако порядок характерных значений параметра d составляет 10^3 и более, а порядок амплитуд точечных масс c_k – 10^{-5}. Поэтому при численном решении задачи (3) необходимо масштабировать значения параметров c_k и d с учетом указанных особенностей.

Решение задачи (3) определяет безусловный минимум функционала качества. Однако сходимость численного алгоритма поиска решения существенно зависит от выбора начального приближения и масштабирования искомых параметров, которое необходимо выполнять заново для каждой новой аэросъемки. Поэтому далее рассмотрим другую постановку задачи построения карты, решение которой будет определяться алгоритмом с более простым подбором настроечных параметров.

B. *Постановка задачи последовательной оптимизации*

Воспользуемся функционалом качества из (3) и поставим задачу построения карты в виде задачи последовательной оптимизации:

$$\min_{d}\min_{\mathbf{c}}\left[\| \Delta\mathbf{g}' - \breve{\Phi}_d \mathbf{c}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{c}\|_2^2\right]. \qquad (4)$$

Здесь внутренний минимум является задачей МНК при фиксированном значении параметра d. Внешний минимум является задачей нелинейной оптимизации функционала по одной переменной d.

Поскольку основной интерес при интерпретации результатов площадных аэрогравиметрических съемок представляют локальные аномалии (создаваемые источниками в верхнем слое земной коры), то поиск глубины залегания точечных масс в (4) можно свести к интервалу от 0 до 50 км [13]. В этом случае поиск внешнего минимума в (4) сводится к минимизации выпуклой гладкой функции одной переменной (рис. 1).

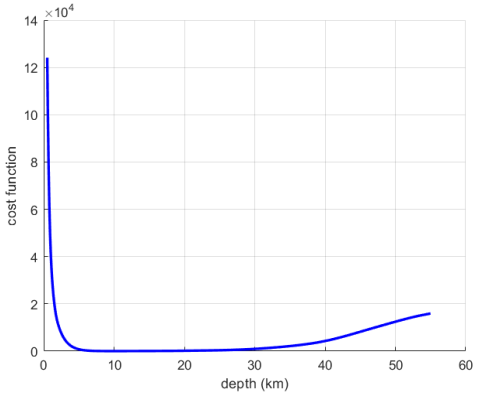


Рис. 1. Зависимость функционала качества от глубины залегания d

В силу того, что в выражение для оценки амплитуд точечных масс c_k, получаемой по МНК, входит глубина залегания d, решение задачи (4) определяется с учетом данной связи между параметрами.

Поэтому задача (4) является условной минимизацией функционала качества в пространстве параметров $\mathbf{c}$ и d, но, в отличие от задачи (3), ее решение определяется более простым и удобным для практического применения численным алгоритмом.

C. *Определение пространственного разрешения карты*

Важной характеристикой карты является ее пространственное разрешение. Определим его, исходя из разложения радиальной производной точечной массы в ряд по полиномам Лежандра [6], в котором коэффициенты разложения $k(n)$ имеют вид (рис. 2):

$$k(n) = (n+1)\left(\frac{R-d}{R}\right)^n, \qquad (5)$$

где n – степень полинома Лежандра. Тогда может быть определена максимальная значимая частота сферической гармоники точечной массы (при заданном d).

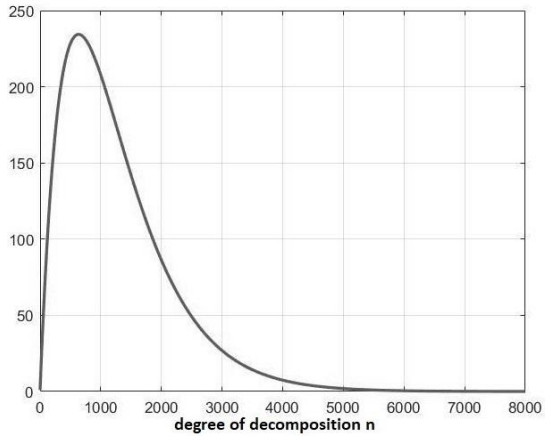


Рис. 2. Коэффициенты разложения точечной массы по полиномам Лежандра

III. Результаты обработки экспериментальных данных

Применим предложенные подходы к построению карт аномалий по данным высокоточной наземной гравиметрической съемки (рис. 3) и ее продолжению на высоту аэрогравиметрической съемки с целью оценки точности последней. Аэросъемка была выполнена в 2023 г. компанией ГНПП «Аэрогеофизика» (Москва) с использованием бескарданного аэрогравиметра iCORUS. Постобработка первичных данных выполнена алгоритмами МГУ им. М.В. Ломоносова (программные пакеты *INS-GNSS* и *IMU-GRAV*) [14].

При построении карты по наземной съемке была выбрана регулярная сетка точечных масс с шагом 1.2 км по долготе и 1.4 км по широте, что соответствует удвоенному шагу в исходных наземных данных (рис. 3).

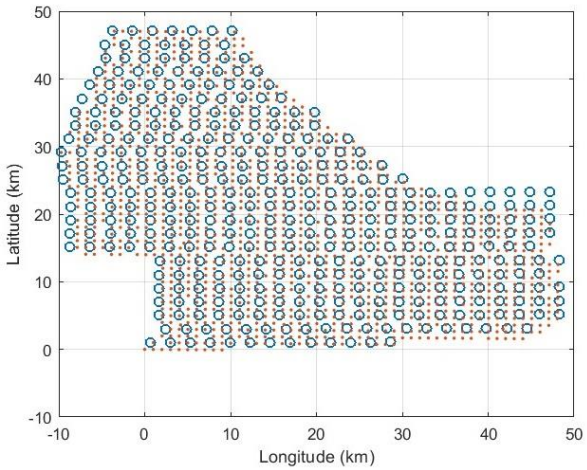


Рис. 3. Точки измерений в наземной съемке (красный цвет) и сетка точечных масс (синий цвет)

Значения параметров регуляризации в обоих подходах (3) и (4) выбраны путем подбора так, чтобы минимизировать ошибку восстановления аномалии в точках наземной съемки. Полученные значения для обоих подходов совпадают: λ=103.

Среднеквадратическое отклонение (СКО) невязки в первом подходе составило 0.10 мГал, во втором – 0.11 мГал. Среднее значение невязки в обоих подходах – 0.00 мГал. Оба решения дают одинаковое значение оптимальной глубины залегания точечных масс: d=10500 м. Оцененные амплитуды точечных масс на всей выбранной сетке имеют значимые ненулевые величины (рис. 4).

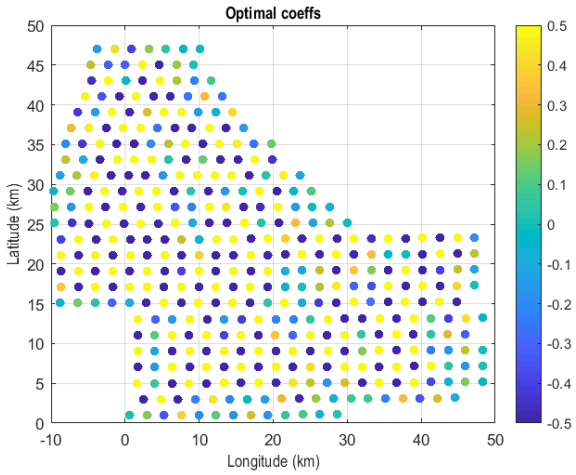


Рис. 4. Оцененные амплитуды точечных масс (мм)

Для сравнения предложенных алгоритмов рассмотрим карту разности продолжений аномалии в точках аэросъемки, построенных обоими подходами (рис. 5). СКО разности составило 1.2 мкГал, а среднее значение разности: 0.3 мкГал. Таким образом, карты аномалии, полученные по исходным наземным данным в обоих подходах (3) и (4), оказались практически идентичными. При рассмотрении следующих результатов ограничимся применением только одной из карт, а именно полученной в ходе решения задачи (3).

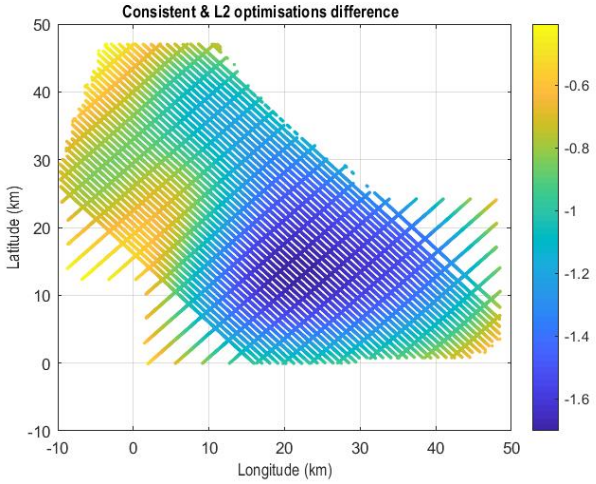


Рис. 5. Разность карт аномалий, построенных по наземным данным двумя алгоритмами, решающими задачи (3) и (4), мкГал

На рис. 6, А представлены данные аэрогравиметрической съемки – аномалии силы тяжести на галсах полетов, полученные в результате постобработки первичных данных аэрогравиметра [14].

На рис. 6, В представлена эталонная карта аномалий – результат продолжения наземных гравиметрических данных на высоту аэросъемки. Посчитана разность эталонных и аэрогравиметрических данных, СКО которой составило 2.3 мГал, среднее значение – 0.3 мГал (рис. 6, С). Это примерно соответствует оценке точности данных аэрогравиметрии, посчитанной по пересечениям галсов и составившей 1.9 мГал (СКО).

Пространственное разрешение построенной эталонной карты аномалий (рис. 6, B), рассчитанное по (5) для максимальной значимой сферической гармоники n=4500, составило примерно 4 км в обоих направлениях (вдоль и поперек галсов). Пространственное разрешение аэрогравиметрических данных в свою очередь определяется двумя значениями – формальной разрешающей способностью гравиметрического фильтра и межгалсовым расстоянием [1].

Для рассматриваемой съемки эти значения составили 2.5 км (вдоль галсов) и 1 км (поперек галсов). Таким образом, аэрогравиметрические данные имеют заметно более высокое разрешение в обоих направлениях по сравнению с эталонными наземными данными.

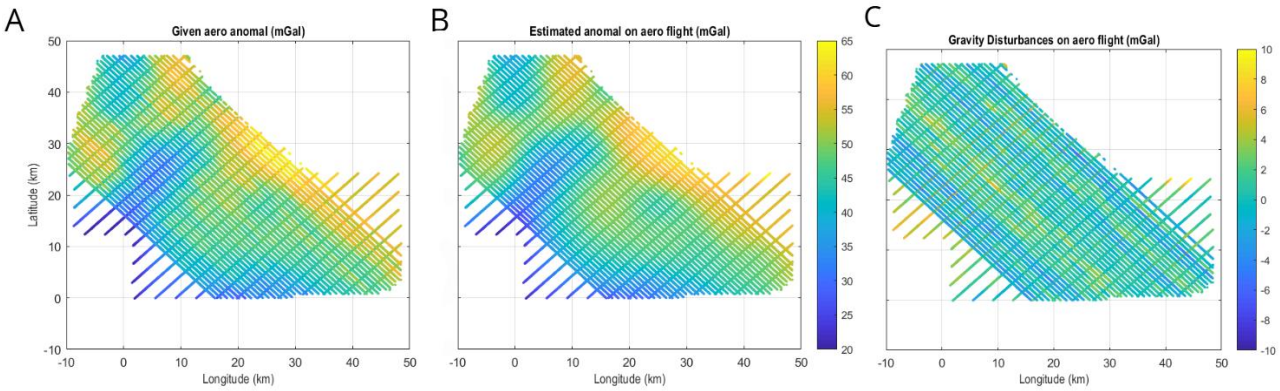


Рис. 6. (A): аномалии силы тяжести по измерениям аэрогравиметра, мГал. (B): результат продолжения наземных гравиметрических данных на высоту аэросъемки (эталонные данные), мГал. (C): разность данных аэросъемки с эталонными данными, мГал

IV. Заключение

Предложены два адаптивных подхода к построению карт аномалий силы тяжести по гравиметрическим данным на основе параметризации аномального поля точечными массами на сфере. Первый подход основан на оценивании неизвестных параметров точечных масс (амплитуд и глубины залегания) на основе квадратичного критерия и L_2-регуляризации. Задача является существенно нелинейной, а ее решение определяется итерационно квазиньютоновскими алгоритмами. Второй подход заключается в решении задачи условной оптимизации – учитывается связь между глубиной залегания и амплитудами точечных масс. Особенностью подхода является минимизация выпуклой функции одной переменной. Оба подхода проверены обработкой экспериментальных данных и показали близкую точность построения карты. Важным выводом из сравнения результатов двух подходов является получение одинаковых оценок глубины залегания точечных масс.

Литература

[1] Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли. Под общ. ред. Пешехонова В.Г., науч. ред. Степанова О.А. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.

[2] Вязьмин В.С., Голован А.А., Козлов А.В., Репин М.Д., Федоров С.А. Результаты испытаний макетного образца бескарданного аэрогравиметра в геофизических съемках. Сб. докладов XXXIV конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». С.-Петербург. 2024. С. 8–11.

[3] Боярский Э.А., Конешов В.Н., Курмаева А.Ш., Хачиян Т.П. Анализ морских гравиметрических съёмок с помощью двумерных кубических сплайнов. Гравиинерциальные приборы и измерения. М.: ИФЗ АН СССР, 1985. С. 72–82.

[4] Forsberg R. A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry. J Geophys Res Solid Earth. 1987. V. 92(B2). P. 1305–1310.

[5] Tscherning C.C. Geoid determination by 3D least-squares collocation. In: Sansò F, Sideris M (eds.) Geoid determination. Lecture notes in earth system sciences. V. 110. Springer, Berlin Heidelberg. 2013.

[6] Goossens S., Smith D.E. Gravity degree–depth relationship using point mass spherical harmonics. Geophysical Journal International. 2023. V. 233. P. 1878–1889.

[7] Lin M., Denker H., Müller J. A comparison of fixed- and free-positioned point mass methods for regional gravity field modeling. J. Geodyn. 2019. V. 125. P. 32–47.

[8] Klees R., Tenzer R., Prutkin I., Wittwer T. A data-driven approach to local gravity field modelling using spherical radial basis functions. 2008. J. Geod. V. 82. P. 457–471.

[9] Li X.P. Using radial basis functions in airborne gravimetry for local geoid improvement. J. Geod. 2018. V. 92. P. 471–485.

[10] Вязьмин В.С. Локальное определение аномалии силы тяжести по данным аэрогравиметрии с использованием сферического вейвлет-разложения. Дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук. Москва, 2014. 107 с.

[11] Naeimi M., Flury J., Brieden P. On the regularization of regional gravity field solutions in spherical radial base functions. Geophys. J. Int. 2015, 202, 1041–1053.

[12] Nocedal J., Wright S. Numerical optimization. Second edition. Springer New York, NY. 2006. 664 p.

[13] Торге В. Гравиметрия. М.: Мир, 1999. 428 с.

[14] Голован А.А., Вязьмин В.С. Методика проведения аэрогравиметрических съемок и обработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31, № 1. С. 58–75.

Методы федеративной фильтрации при нерекуррентной схеме обработки навигационной информации

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

Ю.А. Литвиненко
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
ya_litvinenko@mail.ru

***Аннотация*—Анализируются особенности построения алгоритмов федеративной фильтрации при нерекуррентной схеме обработки измерений. Показано, что в этом случае в отличие от рекуррентного алгоритма могут быть получены условия, обеспечивающие совпадение оценок, вырабатываемых федеративным фильтром, с оптимальной оценкой для широкого класса оцениваемых процессов. При этом вырабатываемая федеративным фильтром расчетная матрица ковариаций будет совпадать с действительной матрицей ковариации ошибок оценивания, т.е. алгоритм будет состоятельным. Полученные результаты иллюстрируются рассматриваемыми в докладе примерами.**

Ключевые слова—федеративная фильтрация, фильтр Калмана, нерекуррентный алгоритм.

I. Введение

Известно, что задача построения алгоритмов оценивания состояния динамической системы при наличии избыточности измерений может быть решена как на основе централизованной обработки, так и на основе децентрализованных схем.

Основное достоинство централизованной схемы заключается в возможности получения оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки с использованием централизованного фильтра Калмана (ФК), рекуррентно обрабатывающего весь набор измерений. В качестве недостатков централизованных схем обычно отмечают меньшую надежность и большую вычислительную загрузку [1, 2].

В децентрализованных схемах информация предварительно обрабатывается в отдельных модулях, в так называемых частных фильтрах (ЧФ), в которых рассчитываются частные оценки состояния динамической системы, а комплексная оценка рассчитывается путем осреднения частных оценок в блоке безынерционного осреднения (ББО). В измерительных комплексах с распределенной структурой измерителей широкое распространение получили децентрализованные методы на основе *рекуррентных алгоритмов* федеративной фильтрации (ФФ).

Особенности построения рекуррентных алгоритмов ФФ рассмотрены в работе [1]. Такие алгоритмы широко используются при решении задач оценивания, в частности применительно к задачам групповой навигации необитаемых аппаратов, навигации внутри помещений и построения интегрированных навигационных систем [3–6]. К их основным достоинствам обычно относят меньшую вычислительную загрузку по сравнению с централизованным ФК и устойчивость к ложным измерениям, полученным в одном из измерительных модулей [1, 2]. К основному недостатку этих алгоритмов можно отнести тот факт, что в общем случае они не обеспечивают получения оптимальных оценок, а характеристика точности, рассчитываемая в ББО, не является действительной ковариационной матрицей ошибки вырабатываемой оценки, т.е. алгоритмы не состоятельны. Для некоторых частных случаев сформулированы условия так называемой согласованной настройки ЧФ, при которой можно добиться получения в ББО оптимальной оценки [2, 7], однако общий ответ на вопрос об условиях, обеспечивающих совпадение оценок и расчетных матриц ковариаций, вычисляемых в ББО, с результатами, вырабатываемыми в оптимальном централизованном ФК, авторам не известен.

В последнее время возрос интерес и к нерекуррентным методам обработки, в том числе к алгоритмам, основанным на использовании методов фактор-граф оптимизации (Factor-graph optimization – FGO) [10]. Однако к настоящему времени алгоритмы ФФ исследованы только применительно к традиционным рекуррентным схемам обработки поступающих измерений.

В связи с этим целью настоящей работы является исследование особенностей построения алгоритмов ФФ при реализации нерекуррентных схем обработки измерений.

II. Постановка задачи. Рекуррентная схема вычисления оптимальной оценки

Сформулируем исследуемую в работе задачу оценивания. Полагаем, что задана n-мерная гауссовская марковская последовательность

$$x_k = \Phi_k x_{k-1} + \Gamma_k w_k,\ x_0 \in N\{x_0; \bar{x}, P_0\},$$
$$w_k \in N\{w_k; 0, Q\}, \qquad (1)$$

и в каждый k-й дискретный момент времени доступен следующий набор векторных измерений:

$$y_k^j = h_k^j x_k + v_k^j;\ v_k^j \in N\{v_k^j; 0, R^j\},\ j = 1...m, \qquad (2)$$

где Φ_k, Γ_k – известные матрицы размерности $n \times n$ и $n \times p$; y_k^j – «частные» j-е векторные измерения размер-

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

ности l; w_k – центрированные гауссовские векторы порождающих шумов размерности p с известными матрицами ковариаций Q; ν_k^j – центрированные гауссовские векторы шумов измерений размерности l с матрицами ковариаций R^j; h_k^j – матрицы измерений размерности $l \times n$. Предполагается, что ν_k^j, w_k – независимые друг от друга и от x_0 белошумные гауссовские последовательности. В целях упрощения, не нарушая общности, полагаем, что размерности всех j-х измерений, $j = 1...m$, одинаковы и равны l.

Задача заключается в определении в момент времени k оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки вектора x_k по измерениям (2), накопленным к текущему k-му моменту времени, и соответствующей ей матрицы ковариаций ошибок оценивания P_k.

Особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что в каждый момент времени k доступен набор из m измерений, вырабатываемых отдельными «частными» измерителями.

Введем составной вектор $y_k^{\text{Ц}} = \left(y_k^1, y_2^2 ... y_k^m\right)^T$ размерности lm, тогда измерения (2) можно записать как

$$y_k^{\text{Ц}} = h_k^{\text{Ц}} x_k + \nu_k^{\text{Ц}},\ \nu_k^{\text{Ц}} \in N\left\{\nu_k^{\text{Ц}}; 0, R^{\text{Ц}}\right\}, \qquad (3)$$

где $\nu_{\kappa}^{\text{Ц}} = \left(\nu_k^1, \nu_k^2 ... \nu_k^m\right)^T$ – вектор размерности lm;

$R^{\text{Ц}} = diag\left(R^1, ..R^m\right)$ – матрица размерности $lm \times lm$;

$h_k^{\text{Ц}} = (h_k^1 ... h_k^m)^T$ – матрица размерности $lm \times n$.

Оптимальная оценка вектора $\hat{x}_k$ и матрица ковариаций P_k могут быть найдены с использованием известных рекуррентных уравнений ФК [11].

Будем далее называть такую схему получения оптимальной оценки, предполагающую обработку всего набора измерений $j = 1...m$, централизованной.

III. Обзор рекуррентных алгоритмов федеративной фильтрации

Как отмечено во введении, основная идея ФФ сводится к получению частных оценок $\hat{x}_k^j$, вычисляемых с использованием только измерений y_k^j, $j = 1...m$, и последующему формированию комплексной оценки $\hat{x}_k^K$ путем взвешивания частных оценок в блоке ББО. Поясним алгоритм ФФ более подробно.

С целью получения частных оценок $\hat{x}_k^j$ в j-м ЧФ вместо уравнения (1) для x_k вводится частная модель для последовательности x_k^j:

$$\begin{gathered} x_k^j = \Phi_k^j x_k^j + \Gamma_k^j w_k^j, x_0^j \in N\left\{x^j; \bar{x}^j, P_0^j\right\}, \\ w_k^j \in N\left\{w_k^j; 0, Q^j\right\}, \end{gathered} \qquad (4)$$

где Φ_k^j, Γ_k^j – известные матрицы ЧФ размерности $n \times p$; w_k^j – центрированные гауссовские векторы порождающих шумов размерности p с известными матрицами ковариаций Q^j. Предполагается, что ν_k^j, w_k^j – независимые друг от друга и от x_0^j белошумные последовательности.

Далее в каждом ЧФ на основе соотношений ФК вырабатываются частные оценки и их ковариационные матрицы $\hat{x}_k^j, P_k^j$. Расчет комплексной оценки $\hat{x}_k^K$ и ее ковариационной матрицы P_k^K в ББО в момент времени k производится путем взвешивания:

$$P_k^K = (\sum_{j=1}^m \left(P_k^j\right)^{-1})^{-1}, \qquad (5)$$

$$\hat{x}_k^K = P_k^K \sum_{j=1}^m \left(P_k^j\right)^{-1} \hat{x}_k^j. \qquad (6)$$

Известно [1–9], что в общем случае оценка и ковариационная матрица, рассчитанные таким образом, будут отличаться от оптимальной оценки и матрицы ковариации ЦФ. В работах [1, 2] сформулированы условия настройки ЧФ, при выполнении которых комплексная оценка (6) и ковариационная матрица (5) будут совпадать с оптимальной оценкой и матрицей ковариации, вырабатываемыми в ЦФ. Для выполнения этих условий подбираются матрицы Φ_k^j, Γ_k^j, P_0^j и Q^j. Заметим, что обычно при рассмотрении рекуррентных алгоритмов ФФ по умолчанию предполагается, что для всех $j = 1...m$ $\Phi_k^j = \Phi_k$, $\Gamma_k^j = \Gamma_k$ и $\bar{x}^j = \bar{x}$, таким образом настройка ЧФ сводится к выбору матриц P_0^j и Q^j.

Заметим, что настройка ЧФ путем изменения матриц P_0^j и Q^j в (4) приводит к тому, что оценки, полученные в ЧФ, отличаются от оптимальных частных оценок.

Среди всех возможных настроек ЧФ обычно принято выделять так называемую согласованную настройку [2], при которой оценка $\hat{x}_k^K$ и матрица ковариаций P_k^K совпадают с оптимальной оценкой $\hat{x}_k$ и соответствующей ей матрицей ковариаций P_k, полученными с помощью централизованной схемы обработки.

Известно [1, 2], что обеспечить согласованную настройку за счет подбора матриц P_0^j и Q^j в общем случае невозможно. В связи с этим для уменьшения погрешностей ФФ по сравнению с оптимальным ЦФ рекомендуются условия настройки

$$\sum_{j=1}^m \left(P_0^j\right)^{-1} = P_0^{-1}, \qquad (7)$$

$$\sum_{j=1}^m \left(Q^j\right)^{-1} = Q^{-1}, \qquad (8)$$

которые хотя и не обеспечивают совпадения $\hat{x}_k^K$ с оптимальной оценкой, тем не менее гарантируют точность оценивания ФФ в смысле выполнения равенства

$$P_k^K > D_k^K \geq P_k, \qquad (9)$$

где D_k^K – действительная ковариационная матрица ошибки оценки ФФ; P_k – ковариационная матрица ЦФ.

Условия (7) и (8) можно записать в более удобной форме с использованием коэффициентов распределения информации β^j [1–9]:

$$\left.\begin{array}{l}\left(P_0^j\right)=\beta^j P_0\\ \left(Q^j\right)=\beta^j Q\end{array}\right\}, \tag{10}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\left(\beta^j\right)^{-1}=1. \tag{11}$$

Заметим, что условия (7), (8) (или (10), (11)) допускают определенную свободу выбора настроек ЧФ. Как отмечалось, в общем случае условия (7), (8) не обеспечивают согласованной настройки ЧФ, что нетрудно продемонстрировать на примере частного случая оценивания скалярной винеровской последовательности. Однако для частных случаев, например для оценивания постоянного вектора x_k, условия (7), (8) являются достаточными для получения оптимальной оценки с использованием алгоритмов ФФ.

Также в [2] для постановки задачи, рассмотренной в настоящей работе, показано, что для обеспечения согласованной настройки нужно в дополнение к (7), (8) выполнить условие

$$Q_k^j=\Phi_k P_k^j P_k^{-1}\Phi_k^{-1}Q\ . \tag{12}$$

Матрицы Q_k^j в этом случае будут не только переменными, но и несимметричными [2, 7], поэтому на практике выполнение дополнительного условия (12) затруднительно.

Отметим еще частный случай оценивания скалярного винеровского процесса по скалярным белошумным измерениям, для которого, как показано в [7], согласованная настройка ЧФ достигается при выполнении дополнительных к (7), (8) условий для коэффициентов распределения информации β^j:

$$\left(\beta^1\right)\left(r^1\right)^{-1}=\left(\beta^2\right)\left(r^2\right)^{-1}...=\left(\beta^m\right)\left(r^m\right)^{-1}, \tag{13}$$

где $r^j, j=1..m$ – дисперсии шумов измерений ЧФ.

Из сказанного следует, что в рассматриваемой задаче для получения оптимальной оценки в ФФ недостаточно соблюдать требования настройки (7), (8). Привлечение же дополнительных требований (12) или (13) либо сопряжено с трудностью практической реализации, либо приводит к необходимости учитывать дисперсии шумов измерений, что существенно сужает число вариантов возможных настроек ЧФ.

IV. Нерекуррентные алгоритмы федеративной фильтрации

Уточним теперь постановку рассматриваемой задачи оценивания применительно к нерекуррентной схеме.

Сначала рассмотрим ЦФ. Следуя работе [10], сформируем подлежащий оцениванию составной вектор состояния $X=(x_0^T,...,x_k^T)^T$ размерности $n(k+1)$, включающий значения x_k для всех моментов времени $i=\overline{0.k}$, а также составной вектор накопленных к моменту времени k измерений $Y=\left(\left(y_1^{И}\right)^T.....\left(y_k^{И}\right)^T\right)$ размерности lmk. В этом случае задачу оценивания ЦФ можно сформулировать так: оценить составной вектор X по измерениям, накопленным к моменту времени k:

$$Y=HX+V\ ,\ V\in N\left\{V;0,\mathbf{R}^{ЦР}\right\}, \tag{14}$$

где

$$H=\begin{vmatrix}0_{lm\times n} & h_1^{И} & 0_{lm\times n} & \cdots & 0_{lm\times n}\\ 0_{lm\times n} & 0_{lm\times n} & h_2^{И} & \cdots & 0_{lm\times n}\\ \vdots & & & \vdots & \cdots\\ 0_{lm\times n} & 0_{lm\times n} & 0_{lm\times n} & \cdots & h_k^{И}\end{vmatrix}$$ – блочная матрица размерности $mlk\times n(k+1)$;

$0_{c\times p}$ – нулевая матрица размерности $c\times p$;

$\mathbf{R}^{ЦР}=diag\left\{0_{lm\times lm},R^{И},..R^{И}\right\}$ – матрица размерности $lmk\times lmk$;

$V=(0,(v_1^{И})^T,...,(v_k^{И})^T)^T$ – вектор размерности lmk.

Оптимальная оценка составного вектора $\hat{X}\left(Y\right)$ и ее ковариационная матрица $\mathbf{P}$ в этом случае могут быть найдены как

$$\hat{X}\left(Y\right)=\bar{X}+\mathbf{P}H^T(\mathrm{R}^{ЦР})^{-1}\left(Y-H\bar{X}\right), \tag{15}$$

$$\mathbf{P}=\left(\mathbf{P}_X^{-1}+H^T(\mathbf{R}^{ЦР})^{-1}H\right)^{-1}, \tag{16}$$

где $\mathbf{P}_X,\bar{X}$ – априорные матрица ковариаций и математическое ожидание, соответствующие составному вектору X [11].

Необходимые нам оценку $\hat{x}_k$ и матрицу ковариаций P_k легко получить выделением соответствующей компоненты в векторе $\hat{X}$ и блока в матрице ковариаций $\mathbf{P}$.

Для дальнейшего важен тот факт, что задача оценивания n-мерной последовательности в k-й момент времени сведена к задаче оценивания постоянного вектора размерности $n(k+1)$.

Запишем теперь алгоритм ФФ применительно к нерекуррентной схеме. В этом случае в каждом ЧФ оцениванию подлежит составной вектор $X^j=((x_0^j)^T,...,(x_k^j)^T)^T$ размерности $n(k+1)$, включающий значения x_i^j для всех моментов времени $i=\overline{0.k}$, по векторному измерению $Y^j=((y_1^j)^T,...,(y_k^j)^T)^T$ размерности lk:

$$Y^j=H^jX^j+V^j\ ,\ V^j\in N\left\{V^j;0,R^{jp}\right\},\ j\in\overline{1,m}, \tag{17}$$

где $H^j=\begin{vmatrix}0_{l\times n} & h_1^j & 0_{l\times n} & \cdots & 0_{l\times n}\\ 0_{l\times n} & 0_{l\times n} & h_2^j & \cdots & 0_{l\times n}\\ \vdots & & & \vdots & \cdots\\ 0_{l\times n} & 0_{l\times n} & 0_{l\times n} & \cdots & h_k^j\end{vmatrix}$ – матрица размерности $lk\times n(k+1)$;

$V^j=((v_1^j)^T,...,(v_k^j)^T)^T$ – составной вектор размерности lk ошибок измерений с диагональной матрицей ковариаций $R^{jp}=diag(R_1^j....R_k^j)$ размерности $lk\times lk$.

Оптимальные оценки в ЧФ векторов $X^j(Y^j)$ по измерению Y^j и их ковариационные матрицы могут быть найдены с использованием выражений, аналогичных (15), (16):

$$\hat{X}^j(Y^j) = \bar{X}^j + \mathbf{P}^j (H^j)^T \left(R^{jp}\right)^{-1} \left(Y^j - H^j \bar{X}^j\right), \quad (18)$$

$$\mathbf{P}^j = \left(\mathbf{P}_{X^j}^{-1} + (H^j)^T \left(R^{jp}\right)^{-1} H^j\right)^{-1}, \quad (19)$$

где $\mathbf{P}_{X^j}, \bar{X}^j$ – матрицы ковариаций и математические ожидания, соответствующие составным векторам X^j [11].

Комплексную оценку составного вектора $X^K = ((x_0^K)^T, ..., (x_k^K)^T)^T$ можно найти аналогичным (5), (6) образом:

$$\mathbf{P}^{\mathbf{K}} = (\sum_{j=1}^{m} (\mathbf{P}^j)^{-1})^{-1}, \quad (20)$$

$$\hat{X}^K = \mathbf{P}^K \sum_{j=1}^{m} (\mathbf{P}^j)^{-1} \hat{X}^j. \quad (21)$$

Нетрудно убедиться, что для получения оптимальной оценки ФФ достаточно выполнения равенств

$$\sum_{j=1}^{m} \mathbf{P}_{X^j}^{-1} = \mathbf{P}_X^{-1}, \quad (22)$$

$$\bar{X}^j = \bar{X}, \quad (23)$$

что, в свою очередь, обеспечивается соблюдением условий

$$\left.\begin{aligned} \sum_{j}^{m} \left(P_0^j\right)^{-1} &= \left(P_0\right)^{-1}; \\ \sum_{j}^{m} \left(Q^j\right)^{-1} &= Q^{-1}; \end{aligned}\right\}. \quad (24)$$

Подчеркнем совпадение условий (24) для нерекуррентной схемы ФФ и условий (7), (8) для рекуррентной. Однако отметим, что (24) являются достаточными согласованными условиями только для нерекуррентного фильтра. Такое отличие рекуррентной схемы от нерекуррентной можно объяснить необходимостью расчета прогноза матрицы ковариации и оценки, при расчете которых учитываются не только матрицы P_0^j и Q^j, но и матрицы шумов измерений R^j. Ясно, что в случае нерекуррентной схемы расчет прогноза отсутствует.

V. Пример

В качестве иллюстрации рассмотрим задачу оценивания скалярной винеровской последовательности при белошумных погрешностях измерений

$$x_k = x_{k-1} + w_k, x_0 \in N\left\{x_0; 0, \sigma^2\right\}, w_k \in N\left\{w_k; 0, q\right\} \quad (25)$$

по измерениям

$$y_k^j = x_k^j + v_k^j; \quad v_k^j \in N\left\{v_k^j; 0, r^j\right\}; \; j = 1, 2, \quad (26)$$

где x, y^j – скалярные величины; σ^2, q, r^j – известные дисперсии.

При построении нерекуррентного ЦФ соответствующие вектора и матрицы записываются следующим образом:

$$X = (x_0, ..., x_k)^T, Y = (y_1^1, y_1^2, ..., y_k^1, y_k^2)^T, V = (v_1^1, v_2^2, ..., v_k^1, v_k^2)^T,$$
$$H = \left(0_{2k\times 1} \quad \tilde{h}\right),$$
$$\tilde{h} = diag\left(h^{II} ..... h^{II}\right), \; R^{IIP} = diag(0, 0, r^1, r^2 .... r^1, r^2)$$
$$h^{II} = (1 \quad 1)^T.$$

Соответственно для *j*-го ЧФ имеем:

$$X^j = (x_0^j, ..., x_k^j)^T, \bar{X}^j = 0, \; Y^j = (y_1^j, ..., y_k^j)^T,$$
$$V^j = (0, v_1^j, ..., v_k^j)^T, H^j = \left(0_{k\times 1} \quad \tilde{h}^j\right), \tilde{h} = diag\left(h^j ..... h^j\right),$$
$$h^j = 1, R^{jP} = diag\left(0 \;\; r^j ... r^j\right).$$

Тогда условие согласованной настройки (20) будет записано как

$$\begin{vmatrix} \sum_{j=1}^{2}\left(\left(\sigma^j\right)^{-2} + \left(q^j\right)^{-1}\right) & -\sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} & \cdots & 0 \\ -\sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} & \sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} & \ddots & -\sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} \\ \vdots & \ddots & & \\ 0 & \cdots & -\sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} & \sum_{j=1}^{2}\left(q^j\right)^{-1} \end{vmatrix} =$$
$$= \begin{vmatrix} (\sigma)^{-2} + (q)^{-1} & -(q)^{-1} & \cdots & 0 \\ -(q)^{-1} & (q)^{-1} & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -(q)^{-1} \\ 0 & \cdots & -(q)^{-1} & (q)^{-1} \end{vmatrix} \quad (27)$$

Ясно, что равенство (34) обеспечивается выполнением условий

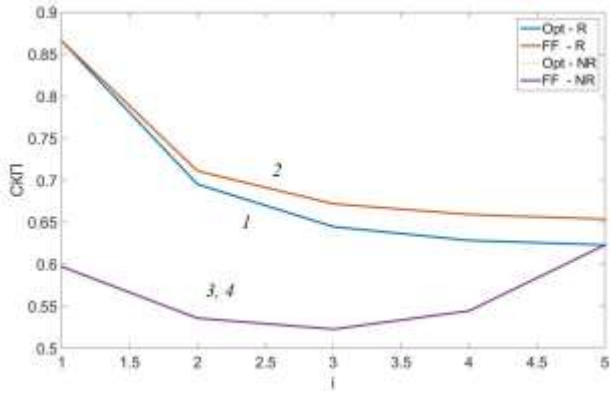
$$\frac{1}{(\sigma^1)^2} + \frac{1}{(\sigma^1)^2} = \frac{1}{(\sigma)^2}; \quad \frac{1}{q^1} + \frac{1}{q^2} = \frac{1}{q}. \quad (28)$$

Подчеркнем совпадение полученных условий согласованной настройки с условиями для рекуррентной схемы ФФ (7) и (8). Но при этом отметим, что рекуррентная схема в рассматриваемой задаче оценивания винеровской последовательности при использовании только условий (28) не обеспечивает оптимальное решение в отличие от нерекуррентной схемы, для которой эти условия являются достаточными.

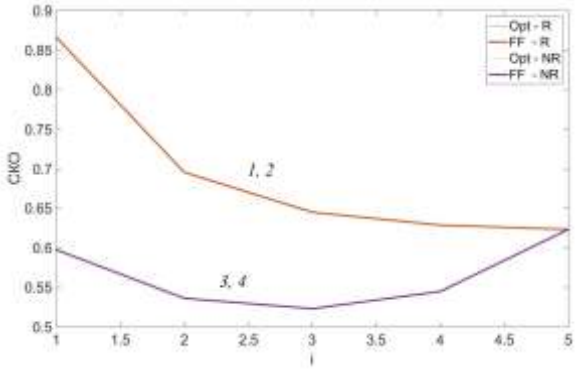
Для иллюстрации приведенного сравнения рекуррентного и нерекуррентного ФФ в задаче оценивания винеровской последовательности (25) по измерениям (26) проведем моделирование при следующих условиях: $\sigma = 10$, $q = 3$, $r^1 = 1$ и $r^2 = 10$. При построении ФФ рассмотрим два варианта зада́ния коэффициентов распределения информации β: равные коэффициенты (β = 2) и коэффициенты, удовлетворяющие условию (13) для рекуррентного ФФ $\frac{\beta^1}{\beta^2} = \frac{r^1}{r^2}$..

На рис. 1, *а* приведены графики СКО оценки для рекуррентной схемы обработки измерений централизованного ФК – кривая 1 (Opt-R) и ФФ – кривая 2 (FF-R), а также совпадающие между собой графики СКО погрешности оценивания централизованного ФК (Opt-

NR) и ФФ (FF-NR) для нерекуррентной схемы обработки – кривые 2, 3. Отметим, что для рекуррентного ФФ, как показано на рис. 1, *б*, СКО оценки ЦФ (Opt-R) совпадает с СКО ФФ (FF-R) только при выполнении дополнительного условия (13), тогда как при равных коэффициентах СКО ФФ отличается от СКО ЦФ.



а) $\beta^1 = \beta^2 = 2$



б) согласования настройка (13)

Рис. 1. СКП оценки для рекуррентного ЦФ (Opt-R) и ФФ (FF-R) и нерекуррентного ЦФ (Opt-NR) и ФФ (FF-NR) (совпадают)

Полученные результаты моделирования подтвердили выводы о возможности получения оптимальной оценки с использованием алгоритмов ФФ для нерекуррентной схемы. Важно также отметить, что нерекуррентный алгоритм является состоятельным, так как расчетная матрица ковариаций ФФ совпадает с действительной матрицей ковариации ошибок оценивания. Для рекуррентной схемы реализации ФФ возможность получения оптимальной оценки наступает только при учете дополнительных условий настройки ЧФ (13), учитывающей дисперсии шумов измерений в ЧФ.

В докладе полученные результаты иллюстрируются также примером задачи коррекции системы счисления пути с использованием данных о траектории объекта и измерений геофизических полей.

VI. Заключение

Приведен краткий обзор алгоритмов ФФ применительно к рекуррентной схеме обработки измерений.

Сформулирована задача оценивания с использованием алгоритмов ФФ применительно к нерекуррентной схеме реализации алгоритмов и приведены условия согласованной настройки частных фильтров, обеспечивающие совпадение вырабатываемых в фильтрах оценок с оптимальными оценками централизованного ФК. Показано, что при выполнении условий согласованной настройки оценка, полученная в нерекуррентном ФФ, в отличие от рекуррентного будет совпадать с оптимальной оценкой для марковских процессов, описываемых линейным формирующим фильтром при наличии порождающих шумов. При этом вырабатываемая федеративным фильтром расчетная матрица ковариаций будет совпадать с действительной матрицей ковариации ошибок оценивания, т.е. алгоритм будет состоятельным.

Отличия нерекуррентной схемы от рекуррентной, которые позволяют получить оптимальную оценку с использованием алгоритмов ФФ, объясняются тем, что в нерекуррентной схеме при вычислении комплексной оценки используются результаты решения задачи сглаживания в ЧФ на интервале $i = 0...k$, тогда как в рекуррентной схеме используются результаты решения задачи фильтрации при $k = 1$.

Полученные результаты проиллюстрированы рассмотренными в докладе примерами.

Литература

[1] Carlson N.A., Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation Systems, AGARDograph 331, *Aerospace Navigation Systems*, June 1995, pp. 265–280.

[2] Тупысев В.А. Методы синтеза алгоритмов фильтрации с гарантированным качеством оценивания параметров в задачах обработки навигационной информации: дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 2011.

[3] Weiwei Lyu, Xianghong Cheng, and Jinling Wang, Adaptive federated IMM filter for AUV integrated navigation systems, *Sensors*, 2020, 20, https://doi.org/10.3390/s20236806.

[4] Pengfei Zhang, Zhenhua Ma, Yin He, Yawen Li, and Wenzheng Cheng. Cooperative positioning method of a multi-UAV based on an adaptive fault-tolerant federated filter, *Sensors*, 2023, 23, https://doi.org/10.3390/s23218823.

[5] Tarık Ayabakan, Feza Keresteciogluu, Fault tolerant indoor positioning based on federated Kalman filter, *Journal of Signal Processing Systems*, 2024, pp. 273–285.

[6] Xu, X., Pang, F., Ran, Y., Bai, Y., Zhang, L., Tan, Z., Wei, C., & Luo, M., An indoor mobile robot positioning algorithm based on adaptive federated Kalman filter, *IEEE Sensors Journal*, 2021, pp. 23098–23107.

[7] Tupysev V.A. and Litvinenko Yu.A., The effect of the local filter adjustment on the accuracy of federated filters, *Proc. of MICNON-2015*, 2015, pp. 349–354.

[8] Selezneva M.S., Proletarsky A.V., Neusypin K.A., Zhang L., Modification of the federated Kalman filter using the observability degree criterion of state variables, *26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2019.

[9] Zhang H., Lennox B., Goulding P.R., Wang Y., Adaptive information sharing factors in federated Kalman filtering, *The 15th IFAC World Congress*, Barcelona, Spain, 2002, July 21–26, pp. 664–664.

[10] Степанов О.А., Исаев А.М., Моторин А.В., Литвиненко Ю.А., Золотаревич В.П. Рекуррентные и нерекуррентные алгоритмы в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами оптимизации на графах // XXXI С.-петерб. междунар. конф. по интегрированным навигационным системам: сб. тр., 2024. С. 336–344.

[11] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2025. 496 с.

Оценка походки пациента с модульным протезом стопы с использованием маркерного видеоанализа и электромиографии

О.Н. Мальцева
Научно-исследовательская лаборатория
«Системы захвата и моделирования движения»,
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
alise_maltceva@mail.ru

***Аннотация*—В данном исследовании представлен инструментальный анализ походки пациента со II-III уровнем активности в разработанном автором протезом стопы с модульными компонентами. Оценка проводилась с использованием маркерного захвата движения и поверхностной электромиографии для изучения биомеханического и нейромышечного воздействия модуля с эффектом накопления и отдачи энергии в средней части протеза стопы с различными механическими свойствами. Результаты показали, что конфигурация протеза с использованием более жесткого материала улучшила мощность голеностопного сустава и снизила мышечную активность в задней группе мышц бедра по сравнению с более гибким материалом, что указывает на потенциал индивидуальной оптимизации протеза на основе физиологических характеристик и функциональных потребностей пациента.**

Ключевые слова—Qualisys, протез стопы, захват движения, походка, силовая платформа, маркерный видеоанализ, электромиография, C-motion, биомеханика.

I. Введение

Системы видеозахвата движений - как маркерные, так и безмаркерные - широко применяются в биомеханических и реабилитационных исследованиях, включая оценку походки пациентов с церебральным параличом [1] и оценку носимых роботизированных систем [2]. Однако их применение для индивидуального подбора протезов остается недостаточно изученным.

Цель исследования - изучить влияние различных материалов, используемых в одном из модульных компонентов разработанного протеза стопы, на походку пациента с учетом их различных механических свойств.

В работе представлена экспериментальная оценка разработанного автором протеза с модулем средней части стопы с эффектом накопления и отдачи энергии с использованием видеоанализа на основе маркеров, силовых пластин и электромиографии (ЭМГ). Предыдущие работы, в том числе исследования автора по определению цикла шага пациентов с протезами нижних конечностей с использованием нескольких силовых пластин [3], а также биомеханическое моделирование и проектирование модульных протезов стопы на 3d-принтере [4,5], продемонстрировали возможность интеграции анализа движений как в клиническую оценку, так и в процессы по разработке протезов. Эти разработки заложили основу для текущего исследования, направленного на оценку зависящих от материала характеристик модульного элемента средней части стопы в реальных условиях походки.

II. Материалы и методы

A. *Оборудование и установка*

Система включает:

- 6 высокоскоростных инфракрасных камер (Qualisys Miqus M5), работающих со скоростью 340 кадров в секунду и обеспечивающих субмиллиметровую точность отслеживания маркеров;
- 2 силовые платформы (Kistler), встроенные в дорожку и работающие с частотой 1000 Гц для синхронной регистрации силы реакции на опорную поверхность;
- 2 видеокамеры, снимающие со скоростью 180 кадров в секунду для визуального контроля;
- беспроводная система ЭМГ Delsys Trigno;
- набор из 26 (+4 дополнительных) светоотражающих маркеров был установлен в соответствии с набором маркеров для нижней части тела Rizzoli [6].

Все компоненты синхронизированы с помощью программного обеспечения Qualisys Track Manager (QTM), обеспечивающего отслеживание маркеров в реальном времени, интеграцию с аналоговыми сигналами (например, ЭМГ) и экспорт данных в стандартные форматы для дальнейшего анализа. Qualisys Track Manager и C-Motion Visual3D для обработки данных. Такая конфигурация позволяет проводить высокоточный кинематический, кинетический и ЭМГ-анализ ходьбы.

В связи с продолжающимися процедурами патентной защиты подробная геометрия разработанного протеза стопы на данном этапе не может быть раскрыта.

B. *Участник исследования*

В исследовании добровольно участвовал 34-летний взрослый пациент с ампутацией левой нижней конечности и здоровой правой ногой. Вес пациента составлял 85 килограммов, а рост - 1,7 метра. Пациент демонстрировал относительно нормальный паттерн

ходьбы с оценкой профиля походки <8,0 (по шкале Gait Profile Score (GPS), разработанной компанией Qualisys, которая оценивает стабильность походки: более низкие значения свидетельствуют о более стабильной и менее вариативной походке). Этическое разрешение на проведение данного исследования не было получено, поскольку оно рассматривалось как часть обычного клинического обследования; однако пациент дал информированное согласие.

C. Протокол эксперимента

Были протестированы два сменных модуля с эффектом накопления и отдачи энергии для средней части протеза стопы с различными механическими характеристиками. Исходя из жесткости и амортизационных свойств, они были условно обозначены как Hflex (повышенная жесткость) и Mflex (умеренная жесткость).

Набор из 26 светоотражающих маркеров был размещен в соответствии с набором маркеров для нижней части тела Rizzoli, разработанным Istituto Ortopedico Rizzoli для детального кинематического анализа нижней конечности, как описано Cappozzo et al [6]. Кроме того, для повышения точности отслеживания сегментов таза и стопы использовались 4 дополнительных маркера (2 на тазу и 1 на каждой стопе).

Для обеспечения последовательности и надежности результатов анализа походки пациент выполнил 10 проходов с разработанным автором протезом с двумя различными модулями с эффектом накопления и отдачи энергии в средней части стопы. Каждое испытание проводилось на ровной поверхности, с достаточными периодами отдыха между испытаниями для предотвращения утомления.

Поверхностные ЭМГ-электроды накладывались согласно рекомендациями SENIAM [7] для регистрации активности двуглавой мышцы бедра. ЭМГ-данные регистрировались с помощью беспроводной ЭМГ-системы Delsys Trigno, обеспечивающей высокую точность сигналов для анализа биоэлектрического потенциала мышц.

Сигналы ЭМГ были нормированы на массу тела пациента (Вт/кг), что позволило провести корректное сравнение между условиями. Для оценки общей мышечной активности на протяжении цикла ходьбы использовался метод трапеции для расчета площади под кривой (AUC) ЭМГ-сигнала для каждого условия (использование протеза с материалом Hflex и Mflex).

Формула для расчета AUC:

$$AUC = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{EMG_i + EMG_{i+1}}{2} \cdot (\Delta t) \qquad (1)$$

где EMG_i и EMG_{i+1} – значения ЭМГ в точках i и i+1 соответственно; Δt – процентная разница между 2 точками.

Формула для расчета мышечной разгрузки (MU):

$$MU(\%) = \frac{AUC_{mflex} - AUC_{hflex}}{AUC_{mflex}} \cdot 100, \qquad (2)$$

где AUC_{mfelx} – AUC для условия Mflex; AUC_{hflex} – AUC для условия Hflex.

Формула для расчета среднего процента (AU) MU:

$$AU = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} MU_i \qquad (3)$$

где MU_i – процент нагрузки мышц в каждой отдельной точке цикла походки i; n – общее количество точек данных (0-100).

Исследование проводилось с использованием инструментального метода оценки походки и клинического анализа движений, предложенного доктором Д.В. Скворцовым [8], а также кинематического, кинетического и ЭМГ анализа, описанного доктором Дж. Перри [9].

D. Ограничения

В исследовании участвовал только один участник, что ограничивает обобщаемость полученных результатов. Необходимы дальнейшие исследования с большим объемом выборки. В связи с тем, что в исследовании использовался относительно нормальный (оценка профиля походки <8,0) паттерн походки, результаты могут отличаться в случаях патологических паттернов походки.

Исследование проводилось в течение короткого периода времени, и долгосрочные последствия использования протеза не оценивались.

Участник исследования имел уровень активности II-III. Результаты могут отличаться у людей с другим уровнем активности.

III. Результаты

Анализ гониограммы дорсифлексии голеностопа в сагиттальной плоскости показал, что при использовании материала Hflex дорсифлексия стопы в конце фазы опоры была меньше (25,8°) по сравнению с Mflex (28,5°), что является важным показателем для перехода от дорсифлексии к плантарфлексии.

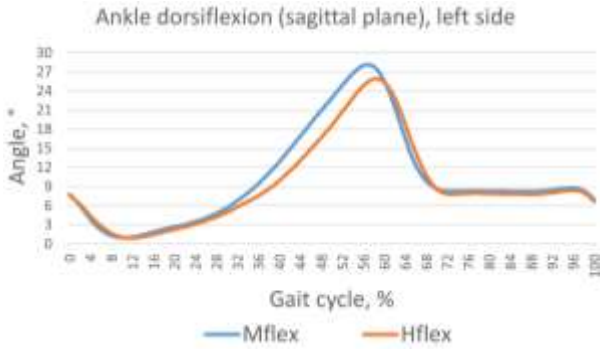


Рис. 1. Угол дорсифлексии голеностопного сустава (°) в сагиттальной плоскости на протяжении всего цикла ходьбы (%) для протезов с конфигурацией модулей Hflex и Mflex, аккумулирующих энергию в средней части стопы

Благодаря использованию в модульном элементе протеза материалов с различными физико-механическими свойствами удалось добиться увеличения мощности голеностопного сустава в сагиттальной плоскости в конце фазы опоры на 43%.



Рис. 2. Генерация энергии в голеностопном суставе (Вт/кг) в сагиттальной плоскости на протяжении всего цикла ходьбы (%) для протезов с конфигурацией модулей Hflex и Mflex, аккумулирующих энергию в средней части стопы

Задняя группа мышц, а именно m. biceps femoris, была разгружена во время тестирования с материалом Hflex. AU между условиями при использовании модуля с эффектом накопления и отдачи энергии Hflex по сравнению с модулем Mflex составил 50,1 %.

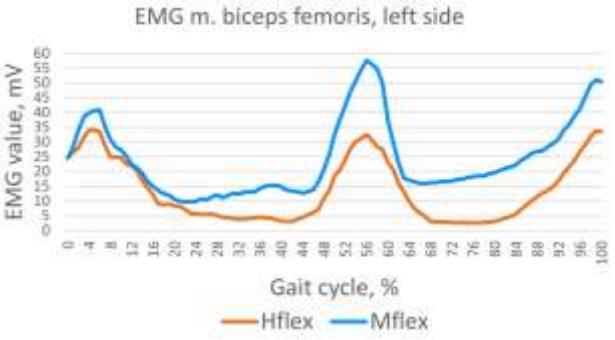


Рис. 3. Амплитуда ЭМГ (мВ) двуглавой мышцы бедра во время цикла ходьбы (%) для протезов с конфигурацией модуля средней части стопы Hflex и Mflex с накоплением энергии.

Обсуждение

Результаты настоящего исследования показывают, что свойства материала модуля протеза стопы с эффектом накопления и отдачи энергии значительно влияют на основные параметры походки. В частности, конфигурация Hflex, характеризующаяся более высокой эластичностью и возвратом энергии, обеспечила лучшие биомеханические показатели по сравнению с Mflex.

Кинематический анализ выявил более благоприятный профиль дорсифлексии голеностопного сустава в сагиттальной плоскости в конце периода опоры при использовании модуля Hflex. Это говорит об улучшении устойчивости при отталкивании, так как эластичные свойства материала помогают контролировать движение тела вперед и снижают риск дисбаланса или падения во время перехода от фазы опоры к фазе переноса.

Важно отметить, что поверхностный анализ ЭМГ двуглавой мышцы бедра показал заметный эффект разгрузки при использовании Hflex. Среднее снижение мышечной активации составило 50,1 % по сравнению с Mflex, что говорит о снижении нагрузки на заднюю группу мышц и, возможно, о повышении эффективности походки и снижении утомляемости.

Эти результаты согласуются с предыдущими исследованиями, подчеркивающими роль элементов с эффектом накопления и отдачи энергии в протезах стопы в улучшении динамики походки. Однако, в отличие от многих коммерческих моделей, модульный характер протеза стопы, протестированного в данном исследовании, позволяет целенаправленно изменять материал без полной замены протеза, что открывает путь к оптимизации под конкретного пациента.

Несмотря на то, что исследование дает многообещающие результаты, оно было ограничено участием одного человека. Для подтверждения обобщенности результатов и оценки долговечности материалов в условиях ежедневного использования необходимы дальнейшие исследования с участием более разнообразных групп пациентов и долгосрочные испытания.

Литература

[1] J. Mazzarella, M. McNally, D. Richie, A.M.W. Chaudhari, J.A. Buford, X. Pan, J.C. Heathcock, “3D Motion Capture May Detect Spatiotemporal Changes in Pre-Reaching Upper Extremity Movements with and without a Real-Time Constraint Condition in Infants with Perinatal Stroke and Cerebral Palsy: A Longitudinal Case Series”, Sensors (Basel), 2020 Dec 19;20(24):7312, doi: 10.3390/s20247312.

[2] C.J. Lee, J.K. Lee, “Inertial Motion Capture-Based Wearable Systems for Estimation of Joint Kinetics: A Systematic Review”, Sensors (Basel), 2022 Mar 25;22(7):2507, doi: 10.3390/s22072507.

[3] O. N. Maltseva, “Gait cycle detection in patient of lower-limb prosthesis: a comparison of manual and multiple force plates modes,” in Proc. Conf. of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon), IEEE, St. Petersburg, Russia, 2025, pp. 1829–1833.

[4] O. N. Maltseva, “Design and biomechanical analysis of 3D printable foot prosthesis with replaceable components for transtibial amputee during walking: a case study”, M.S. thesis, ETU “LETI,” St. Petersburg, Russia, 2024, 107 pp. [in Russian]

[5] O. N. Maltseva, A.Y. Aksenov, R.A. Egorov, Modeling and Manufacturing of a Customized Foot Prosthesis for Biomechanical Gait Assessment via Video Analysis. XVI All-Russian School "Mathematical Modeling and Biomechanics in the Modern University", 2022, p. 62 [in Russian]

[6] A. Cappozzo, F. Catani, U. Della Croce, A. Leardini, “Position and orientation in space of bones during movement: Anatomical frame definition and determination”, Clinical Biomechanics, 10(4), 1995, pp. 171-178.

[7] SENIAM, “Surface Electromyography for the Non-Invasive Assessment of Muscle Activity,” European Union Biomedical Health and Research Program, 2000. [Online]. Available: http://www.seniam.org

[8] D. V. Skvortsov, Clinical Movement Analysis: Gait Analysis, Moscow: NPTC "Stimul", Ivanovo, 1996, 344 pp. [in Russian]

[9] J. Perry, “Gait Analysis normal and pathological function”, P.: SLACK Incorporated, 1992. 524 pp.

Интегральная оценка эффективности системы ГЛОНАСС с использованием имитационной модели

Т.А. Бровко
Кафедра радиотехнических систем, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Москва, Россия
brovkota@mpei.ru

А.П. Малышев
Кафедра радиотехнических систем, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Москва, Россия
malyshevap99@gmail.com

В.Б. Пудловский
Кафедра радиотехнических систем, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Москва, Россия
pudlovskyvb@mpei.ru

***Аннотация*—Применяемые критерии оценки эффективности системы ГЛОНАСС не соответствуют современным требованиям к системе и условиям её применения. В работе предложен интегральный критерий эффективности системы учитывающей особенности навигационной аппаратуры и их условия функционирования внутри заданной рабочей зоны системы. Для получения численных оценок эффективности использован метод имитационного моделирования системы ГЛОНАСС.**

Ключевые слова—система ГЛОНАСС, навигационное обеспечение, погрешность, оценка качества, интегральный критерий, имитационное моделирование.

I. Введение

Интенсивное развитие системы ГЛОНАСС [1] в последние десятилетия создало потребность в обновлении критериев эффективности системы, а также методов их оценки. В настоящее время применяются критерии, разработанные для первого поколения системы, которые не соответствуют современным требованиям к системе и условиям её применения. Учитывая модернизацию компонентов ГЛОНАСС и растущую потребность в высокоточных навигационных решениях, устаревшие методы оценки [2] не позволяют достоверно оценить показатели эффективности системы. Вопрос оценки качества навигационного обеспечения системы ГЛОНАСС важен для эффективного использования навигационных услуг, получаемых посредством использования навигационной аппаратуры потребителей (НАП). Однако некорректно проводить оценку эффективности системы ГЛОНАСС без учета работы НАП. В частности, невозможно оценить влияние помех и условий видимости навигационных космических аппаратов (НКА) без учета особенностей формирования диаграммы направленности НАП.

Целью доклада является предложение векторного критерия оценки качества и эффективности навигационного обеспечения системы ГЛОНАСС, учитывающего многофакторный характер воздействия различных воздействий на показатели качества.

В статье представлен векторный показатель эффективности системы ГЛОНАСС, включающий общепринятые показатели качества. Данный вектор представляет собой многомерную случайную величину, описываемую многомерной совместной условной плотностью вероятности (ПВ) [3], зависящей как от состояния орбитальной группировки, условий распространения радионавигационных сигналов, условий приема и воздействия помех различного класса. Для получения законов распределения плотности вероятности показателей качества предлагается использовать метод статистических экспериментов с использованием имитационной модели системы ГЛОНАСС.

II. Интегральный показатель эффективности системы ГЛОНАСС

Основные показатели эффективности E и методики их расчета, такие как погрешность местоопределения, доступность и непрерывность навигационного обеспечения [4, 5], а также помехоустойчивость НАП [1], известны и широко освещены в литературе и нормативных документах [6]. Известные методики [2] предполагают расчет данных показателей независимо друг от друга и не учитывают реальных условий эксплуатации НАП. Это затрудняет использование указанных методик для комплексной оценки условий навигации, например, для авиационных потребителей на протяженных траекториях.

Для учета вышеописанных факторов введем векторную случайную величину $\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)$, приведенная в выражении (1).

$$\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)=[\Delta \quad A \quad C]^T \tag{1}$$

где Δ - погрешность местоположения в трехмерном пространстве с учетом НАП; A - наличие пригодных к использованию сигналов НКА на входе антенны НАП; C - вероятность решения навигационной задачи.

Вектор $\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)$ является функцией пространства λ,φ и времени t и характеризуется условной плотностью вероятности согласно выражению (2):

$$p(\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)\big|\mathbf{U}), \tag{2}$$

где $\mathbf{U}=[G,N_{vis},J]$, отражает влияние следующих факторов на показатели эффективности системы ГЛОНАСС:

1. Пространственный геометрический фактор (PDOP), учитывающий все доступные навигационные космические аппараты (НКА), обозначаемый как *G*,
2. Числа доступных сигналов НКА, параметры которых могут отслеживаться в НАП, обозначаемый *N*,
3. Сигнально-помеховой обстановки, обозначаемой *J*,

После достаточного набора статистики может быть получена многомерная условная ПВ для одной точки пространства. Для получения осредненной оценки эффективности системы в одной точке пространства необходимо выполнить усреднение многомерной ПВ согласно выражению (3):

$$E(\lambda,\varphi)=\int_{\mathbf{U}}\int_{t} p(\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)\big|\mathbf{U})\,dtd\mathbf{U} \qquad (3)$$

Для получения интегральной оценки по заданной потребителем зоне обслуживания используется выражение (4):

$$E=\int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}}\int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} E(\lambda,\varphi)d\lambda d\varphi \qquad (4)$$

Для получения практически значимых оценок предлагается считать вероятности превышения компонентов вектора $\mathbf{X}$,с использованием требуемых граничных условий (5).

$$E_{\delta}(\lambda,\varphi)=\int_{G_{\min}}^{G_{\max}}\int_{N_{\min}}^{N_{\max}} p(\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)\big|\mathbf{U})\,p(\mathbf{X})dGdN \qquad (5)$$

Использование предложенного показателя позволяет получать вероятности превышения различных показателей, таких как погрешность определения, пространственного геометрического фактора и других, что не противоречит методикам, представленных в нормативных документах [2]. Недостатком предлагаемого метода оценки эффективности системы, является необходимость проведения навигационных определений на длительном интервале во множестве точек пространства. На текущей момент в наземном сегменте системы ГЛОНАСС сеть наземных навигационных приемником расположена преимущественно на территории России [1]. Это обстоятельство затрудняет интегральную оценку по реальным измерениям.

Однако данная интегральная оценка по всей зоне обслуживания может быть выполнена с использованием имитационной модели системы ГЛОНАСС [7]. В модели с достаточной степенью достоверности может отражено текущее состояние системы ГЛОНАСС, в том числе с использованием реальных данных, предоставляемых различными ИАЦ.

При этом вычислительные способности современных персональных компьютеров и вычислительных серверов позволяют выполнять расчеты за измеримые интервалы времени, что делает метод применимым на практике.

III. Использование имитационной модели для оценки интегрального показателя эффективности

С целью демонстрации возможности использования имитационной модели для оценки показателей эффективности (1), а также отличия предлагаемого показателя от известного [2], проведена серия сеансов моделирования при различных условиях функционирования системы ГЛОНАСС. В качестве характерного ниже приведены результаты следующего сценария моделирования:

- орбитальная группировка ГЛОНАСС, включающая 24 космических аппарата;
- НАП воздушного типа, перемещающаяся из Москвы во Владивосток;
- время полета 4 часа, интервал оценивания вектора $\mathbf{X}$, интервал оценивания вектора 30 секунд;
- четыре неподвижных источника радиопомех, расположенных вдоль траектории НАП, с различными уровнями мощности.

Расположение источников помех и траектория полета представлены на рисунке 1.

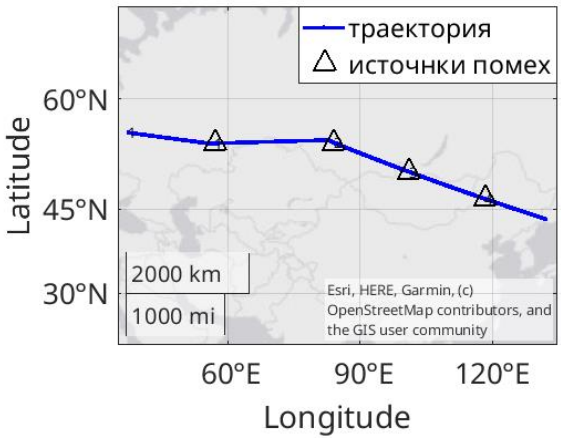


Рис. 1. Расположение источников помех и траектория полета

Рис. 2,3 демонстрируют изменение отдельных компонентов $\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)$ и $\mathbf{U}$ от времени, полученные путем имитационного моделирования.

На рис. 2 показаны: изменение количества доступных и используемых при решении навигационной задачи НКА, пространственного геометрического фактора.

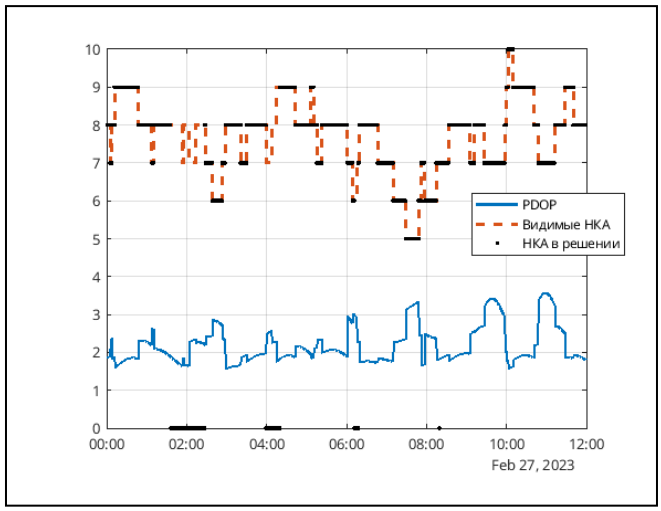


Рис. 2. Изменение количества доступных и используемых при решении навигационной задачи НКА, пространственного геометрического фактора.

На рис. 3 показаны погрешности плановых координат вдоль траектории полета: только за счет космического сегмента и с учетом воздействия источников помех.

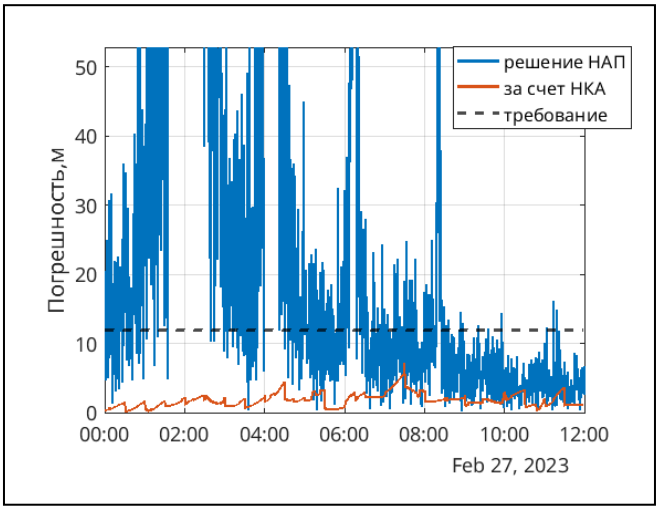


Рис. 3. Погрешности плановых координат вдоль траектории полета

В таблице 1 представлены значения отдельных компонент $\mathbf{X}(\lambda,\varphi,t)$ и интегральной оценки эффективности системы с учетом помех, выраженной как процент соответствия заданным требованиям к показателям навигационного обслуживания по пространству и времени, а также аналогичные показатели, полученные по методике из СТЭХОС [2].

ТАБЛИЦА 1. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ГЛОНАСС

Показатели ЭХ	**Процент соответствия требованиям**	
	Интегральный вариант	***СТЭХОС***
Погрешность, менее 12 м	52	100
Доступность	100	100
Непрерывность	89	100
Эффективность	52	Не оценивается

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приведенные результаты в таблице 1 и на рисунке 3 соответствуют моделированию НАП без комплексирования с инерциальной навигационной системой и алгоритмов пространственной селекции помех. Кроме того, значение эффективности системы получено только для одной НАП на одной траектории. При оценке эффективности для нескольких различных образов НАП и с учетом заданной площади обслуживания системы, значение может быть выше несмотря на низкие удельные показатели отдельных образцов НАП. Таким образом оценка эффективности системы, учитывающей особенности НАП и их условия функционирования внутри заданной рабочей зоны системы, представляется более адекватной по сравнению с методиками из [2].

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используемые показатели эффективности системы ГЛОНАСС должны рассматриваться совместно. Это делает целесообразным использование предложенного векторного варианта показателя эффективности.

В современных условиях актуальным включение в вектор эффективности связанный с помехоустойчивостью НАП, во многом определяющий итоговую оценку непрерывности навигационного обеспечения.

Аналитическая оценка эффективности ГЛОНАСС по множеству взаимозависимых критериев представляет собой сложную задачу. Поэтому целесообразно использование имитационной модели системы ГЛОНАСС для получения этой оценки.

ЛИТЕРАТУРА

[1] ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития. Монография / Под ред. А.И. Перова. – М.: Радиотехника, 2020. – 1072 с.: ил. ISBN 978-5-93108-198-4

[2] Стандарт эксплуатационных характеристик открытого сервиса (СТЭХОС) Редакция 2.2 (6.2019) Королёв 2019 г.

[3] J. Clerk Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68–73.

[4] А.Е. Тюлин, В.В. Бетанов, Гарантированное координатно-временное и навигационное обеспечение потребителей информации спутниковых систем, Правовая информатика № 2, сс. 4-16, 2020.

[5] Основы обеспечения целостности системы ГЛОНАСС / А. Г. Мильковский и др. // Информационные технологии. - 2015. - Т. 21, № 8. - С. 595-601.

[6] ГОСТ Р 52865-2009. Глобальная навигационная спутниковая система. Параметры радионавигационного поля. Технические требования и методы испытаний

[7] Т. А. Бровко, А. П. Малышев, В. Б. Пудловский, П. А. Баранова. Использование имитационной модели системы ГЛОНАСС для оценки качества координатно-временных определений// Современные проблемы радиоэлектроники. 2024г. С. 38-41.

Сравнение критериев выбора оптимального созвездия навигационных спутников при местоопределениях в условиях нештатного использования навигационного поля СРНС

В.И. Бабуров
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

Н.В. Васильева
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

Н.В. Иванцевич
АО «Навигатор», БГТУ «ВОЕНМЕХ»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru,
ciencebstu@bstu.spb.su

***Аннотация*—Проводится сравнение информационных характеристик рабочих созвездий навигационных спутников СРНС, соответствующих разным критериям выбора рабочего созвездия, при навигационных определениях в нештатных ситуациях.**

Ключевые слова—спутниковые радионавигационные системы, рабочие созвездия, нештатные ситуации, имитационное моделирование.

I. Введение

Спутниковые радионавигационные системы (СРНС) ГЛОНАСС и GPS в настоящее время используются в различных отраслях практической деятельности [1-3]. Они создавались на базе научно-технического задела, существовавшего в мире во второй половине прошлого века. Актуальными тогда были вопросы о вычислительных возможностях, которые могут быть использованы в навигационной аппаратуре потребителя (НАП). При разработке НАП и на первом этапе внедрения спутниковых методов местоопределений поэтому, в частности, при выборе конкретного алгоритма местоопределения применялся критерий оптимального выбора рабочего созвездия, состоящего из четырёх навигационных космических аппаратов (НКА) из числа тех, которые попадают в зону радиовидимости потребителя (П). Этот критерий применим при работе по одной СРНС. Если доступно навигационное поле двух систем, например, ГЛОНАСС и GPS, то в рабочем созвездии должно быть не менее пяти НКА. В некоторых модификациях НАП и сейчас реализованы такие алгоритмы. Вопрос о выборе рабочего созвездия НКА в НАП актуален также в связи с тем, что в настоящее время доступны навигационные поля от четырёх навигационных спутниковых систем: ГЛОНАСС, GPS, Галилео (Galileo) и BeiDou [4, 5], при одновременной работе по которым существенно увеличивается вычислительная нагрузка на НАП. С другой стороны, ведутся работы по исследованию возможностей применения навигационного поля спутниковых систем для местоопределений в нештатных ситуациях. Для решения этой задачи может быть использована избыточность навигационного поля. Критерий выбора рабочего созвездия зависит от особенностей конкретных нештатных ситуаций.

В статье проводится сравнение информационных характеристик рабочих созвездий навигационных спутников СРНС, соответствующих разным критериям выбора рабочего созвездия, при навигационных определениях в нештатных ситуациях.

II. Нештатные ситуации при использовании навигационного поля

Нештатными ситуациями приёма сигналов навигационных спутников являются ситуации, отличающиеся от тех, которые перечислены в Интерфейсных контрольных документах на спутниковые навигационные системы [6, 7]. К числу таких ситуаций можно отнести следующие условия приёма спутниковых сигналов на потребителе:

– наличие отраженных сигналов, например, от корпуса ВС и от других предметов; можно формировать рабочее созвездие, увеличив допустимый минимальный угол возвышения НКА. Это приведёт к исключению из созвездия всех «видимых» потребителем НКА с малыми углами возвышения;

– движение с креном – тангажом определяющегося объекта или нарушение условия допустимой ориентации оси симметрии диаграммы направленности приёмной антенны;

– случаи затенений частей окружающего П пространства в верхней полусфере;

– помехи приёму сигналов отдельных спутников и другие ситуации.

Перечисленные ситуации приводят к трансформации рабочих созвездий, к изменению геометрического фактора и, соответственно, точности навигационных определений на потребителе.

III. Исследование состава и информационных характеристик рабочих созвездий в нештатных ситуациях

Информацию для местоопределений, получаемую от навигационных спутников одной или двух навигационных систем, будем характеризовать количеством информации и энтропией по Шеннону. Эти информационные характеристики будут изменяться при возникновении нештатных ситуаций. Изменение этих характеристик однозначно определяет изменение точности определения координат по спутниковой системе. В свою очередь, точность навигационных определений пропор-

циональна геометрическому фактору (ГФ) рабочего созвездия навигационных спутников. Можно показать, что при определённых условиях погрешность относительных навигационных определений также определяется геометрическим фактором рабочего созвездия спутников. Изменение энтропии рабочих созвездий навигационных спутников при указанных нештатных ситуациях будет равно изменению энтропии геометрических факторов этих рабочих созвездий. Поэтому для сравнения информационных характеристик рабочих созвездий, выбранных по сравниваемым критериям оптимальности, далее использовался геометрический фактор рабочего созвездия НКА.

Рабочее созвездие, состоящее из четырёх НКА, при относительных навигационных определениях по одной СРНС, в работе [8] оценивается как существенно зависящее от входящих в его состав НКА. Приводятся результаты расчётов, согласно которым изменение такого рабочего созвездия даже на один НКА может вызвать увеличение погрешности измерения координат в четыре раза. Поэтому делается вывод о необходимости принудительного выбора одинаковых созвездий НКА на двух взаимодействующих потребителях при относительных навигационных определениях. С учётом того обстоятельства, что при межсамолётной навигации вероятность того, что созвездия спутников будут отличаться не более чем на один НКА, фактор ухудшения точности навигационных определений будет изменяться в интервале от двух до четырёх. Поэтому делается вывод о необходимости принудительного выбора рабочего созвездия, одинакового на взаимодействующих объектах. Для реализации такого способа потребуется обмен данными между взаимодействующими потребителями. Таким образом, реализация такого метода требует кроме стандартной НАП на потребителе, дополнительных программно-аппаратных средств и линию передачи данных.

Исследуем влияние трансформации рабочего созвездия НКА в результате исключения из него отдельных спутников на точность абсолютных и относительных навигационных определений. Для сравнения информационной ёмкости одного навигационного спутника в рабочем созвездии, состоящем из четвёрки навигационных спутников, и в рабочем созвездии, включающем все навигационные спутники, попадающие в зону радиовидимости, было проведено имитационное математическое моделирование с применением метода Монте-Карло. Моделировались ситуации «НКА$_i$ - П», i = 1, 2, …, $n_в$, $n_в$- количество навигационных спутников, находящихся в зоне радиовидимости потребителя [9]. Определение видимых спутников проводилось для заданных значений α_{min0} - допустимых минимальных углов возвышения спутников. Исходные данные для моделирования были взяты с сайта ИАЦ [10]. Рассчитывались геометрические факторы PDOP созвездий всех видимых с потребителя навигационных спутников. Потребитель располагался в точке со случайными координатами. Измерения проводились в случайный момент времени из интервала повторяемости спутниковой конфигурации. Затем из рабочего созвездия исключались один или несколько спутников и снова определялись геометрические факторы. По этим данным рассчитывался коэффициент k ухудшения геометрического фактора при уменьшении числа спутников в рабочем созвездии на *n* НКА. Результаты моделирования даны в таблице 1. В заголовке четвёртого столбца выражение P_1 означает вероятность того, что число видимых НКА после исключения выбранных случайным образом n спутников стало меньше допустимого. В пятом столбце P_2 означает вероятность того, что после исключения n НКА значение геометрического фактора по положению стало больше шести. Эти условия соответствуют Интерфейсным документам на системы [6, 7].

ТАБЛИЦА I. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГФ ГЛОНАСС+GPS С ИСКЛЮЧЕНИЕМ НКА

n	**Параметры**	**PDOP$_n$**	**P_1**	**P_2**
0	Среднее СКО k	1.148 0.117 1.000	0.000	0.000
1	Среднее СКО k	1.193 0.133 1.039	0.000	0.000
2	Среднее СКО k	1.245 0.154 1.084	0.000	0.000
3	Среднее СКО k	1.303 0.179 1.134	0.000	0.000
4	Среднее СКО k	1.373 0.213 1.194	0.000	0.000
5	Среднее СКО k	1.458 0.261 1.270	0.000	0.000
6	Среднее СКО k	1.560 0.335 1.354	0.000	0.000

Затем определялось максимальное число исключаемых из созвездия спутников, при котором наблюдался тот же эффект, что и при изменении рабочего созвездия в виде оптимальной четвёрки навигационных спутников на один спутник. Как следует из приведенных в таблице 1 данных, исключение случайным образом из созвездия всех видимых спутников ГЛОНАСС+ GPS даже шести спутников даёт ухудшение ГФ всего на 35.4%. При этом в оставшемся созвездии ещё выполняются условия, соответствующие интерфейсным документам, с вероятностью, не менее 0,9992%.

Рассмотренный вариант соответствует нештатным ситуациям, обусловленным наличием естественных или искусственных помех сигналам отдельных НКА.

Одним из способов защиты от помех, поступающих в НАП под малыми углами относительно местного горизонта, является использование в НАП искусственного увеличения допустимого угла возвышения навигационных спутников над горизонтом потребителя α_{min0}. Для практической реализации такого способа достаточно изменить только одну настройку, задающую предел допустимости угла возвышения спутников. При этом в рабочее созвездие будет входить меньшее количество НКА. Однако, как следует из таблицы 1, в созвездиях НКА при работе по двум СРНС исключение даже шести НКА не приводит к существенному ухудшению точности навигационных определений.

Исследования этого метода было проведено имитационным моделированием. Результаты представлены в таблице 2. Из приведенных данных следует, что при работе по двум системам, ГЛОНАСС + GPS, можно увеличивать минимально допустимый угол места НКА

до α_{min} до 25º, а при работе по одной системе – не более, чем до 15º.

ТАБЛИЦА II. СТАТИСТИКИ ГФ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ДОПУСТИМЫХ УГЛАХ ВОЗВЫШЕНИЯ НКА

α_{min}	СРНС	Среднее (ГФ)	СКО (ГФ)	P_2
5º	ГЛОНАСС	1.77	0.21	0.0000
	ГЛОНАСС + GPS	1.20	0.10	0.0000
10º	ГЛОНАСС	2.13	0.44	0.0000
	ГЛОНАСС + GPS	1.44	0.17	0.0000
15º	ГЛОНАСС	2.59	0.69	0.0027
	ГЛОНАСС + GPS	1.74	0.27	0.0000
20º	ГЛОНАСС	3.18	0.94	0.0131
	ГЛОНАСС + GPS	2.18	0.42	0.0000
25º	ГЛОНАСС	3.91	0.92	0.0550
	ГЛОНАСС + GPS	2.77	0.52	0.0003
30º	ГЛОНАСС	4.61	0.75	0.2959
	ГЛОНАСС + GPS	3.69	0.70	0.0628

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, устанавливается, что выводы, полученные для информационной ёмкости одного навигационного спутника в различных рабочих созвездиях, соответствующих разным критериям, существенно отличаются. Полученные данные полезно учитывать при формировании «облика» алгоритмического обеспечения навигационной аппаратуры потребителя СРНС, работающей в абсолютном или в относительном режиме, в условиях, отличающихся от стандартных, указанных в Интерфейсных контрольных документах на спутниковые навигационные системы.

V. ЛИТЕРАТУРА

[1] Глобальный аэронавигационный план на 2016–2030 гг. // Международная организация гражданской авиации, изд. 5, 2016.

[2] "Основы государственной политики Российской Федерации в Арктике на период до 2020 года и дальнейшую перспективу" (утв. Президентом РФ 18.09.2008 N Пр-1969).

[3] ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. 4-е изд. перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

[4] Козадаев К.В., Митрахович И.О. Поиск минимально необходимого созвездия спутников для задач позиционирования в глобальных навигационных спутниковых системах // Информатика, вычислительная техника и управление. Информация и космос. № 1, 2019. С. 104 -110.

[5] Жилинский В.О., Гагарина Л.Г. Алгоритмы выбора навигационных космических аппаратов при решении навигационной задачи //Вестник Воронежского государственного технического университета. Т. 17. № 6. 2021. – С. 43 – 55.

[6] Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС// Интерфейсный контрольный документ. Редакция 5.1. – Москва, 2008.

[7] ICD-GPS-200. Technical Characteristics of the NAVSTAR GPS..

[8] Орлов В.К., Герчиков А.Г., Чернявский А.Г. Локальные радиотехнические системы межсамолётной навигации: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. 123 с.

[9] Бабуров В.И., Иванцевич Н.В., Васильева Н.В., Панов Э.А. Совместное использование навигационных полей спутниковых радионавигационных систем и сетей псевдоспутников. – СПб.: Изд-во «Агентство ”РДК-Принт”», 2005. 264 с

[10] http:/www.glonass-iac.ru/glonass/

Расчет вторичных навигационных параметров по данным радиотехнической системы ближней навигации

Е.С. Земляный
АО «РПКБ»
Раменское, Россия
ezemlyany@rpkb.ru

М.В. Тектов
АО «РПКБ»
Раменское, Россия
mtektov@rpkb.ru

К.А. Кравцов
АО «ЛИИ им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
pochta_adres@mail.ru

***Аннотация*—Предложен метод определения вторичных навигационных параметров, а именно путевой скорости и фактического путевого угла, по данным радиотехнической системы ближней навигации.**

Ключевые слова—навигационные измерения, радиомаяки, координаты местоположения.

I. Введение

Радиотехническая система ближней навигации (РСБН) предназначена для формирования и последующей выдачи в комплекс бортового оборудования (КБО) [1] летательного аппарата (ЛА) следующих навигационных параметров:

- азимут и дальность до радиомаяка – в режиме «навигация»;
- отклонения от курса и глиссады –в режиме «посадка».

В докладе рассматривается обработка данных от РСБН, полученных в режиме работы «навигация», эти данные будем считать первичными.

II. Основная часть

В настоящее время решена задача формирования и счисления в КБО текущих координат ЛА по данным РСБН [2], расчёт происходит следующим образом: по первичным навигационным данным, а также по заранее известным координатам радиомаяка РСБН рассчитываются (счисляются) текущие координаты ЛА [3]. Указанная задача хорошо известна и решается во многих КБО самолётов и вертолётов. При этом задача определения т.н. вторичных навигационных параметров, таких, как путевая скорость и фактический путевой угол по данным РСБН в данный момент не решена и является актуальной.

Цель работы – исследование и разработка методов формирования по данным РСБН вторичных (косвенных) навигационных параметров, таких, как путевая скорость и фактический путевой угол летательного аппарата.

Ближайшим аналогом для сравнения может являться спутниковая навигационная система (СНС), которая формирует как первичные параметры - координаты ЛА, так и вторичные навигационные параметры – фактический путевой угол и путевая скорость. При этом при расчёте таких параметров от РСБН имеются особенности, а именно: различается частота обновления данных по каналам азимута и дальности.

Предлагается следующий метод расчёта фактического путевого угла и путевой скорости:

1) По азимуту и дальности до радиомаяка и заранее известным координатам радиомаяка рассчитывается координаты местоположения ЛА: широта и долгота.
2) При изменении координат в каждый момент времени путём решения обратной геодезической задачи рассчитывается пеленг и расстояние между начальными и конечными – для каждой итерации – координатами ЛА.
3) Полученное расстояние используется для расчёта путевой скорости, а пеленг – для расчёта фактического путевого угла.
4) Последовательным применением нескольких фильтров формируются окончательные расчёты фактического путевого угла и путевой скорости.

На рисунке 1 в плоском виде показаны сферические углы, по которым определяется фактический путевой угол и путевая скорость.

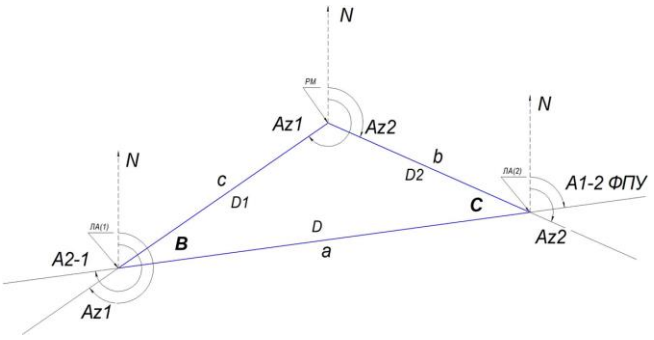


Рис. 1. К алгоритму расчёта вторичных параметров

Обозначения на рисунке: ЛА (1, 2) – положение летательного аппарата на первом (втором) измерительном тактах алгоритма; Az1 (2) – азимут, измеренный РСБН на первом (втором) измерительном тактах алгоритма; D1 (2) – дальность, измеренная РСБН на первом (втором) измерительном тактах алгоритма. Параметры a, b, c – суть сферические дальности [4], используемые в конечных расчётах.

В соответствии с протоколом информационного взаимодействия РСБН выдаёт азимут и дальность как в фильтрованном так и в нефильтрованном виде. Результаты расчётов и лётные эксперименты показали, что при формировании вторичных навигационных параметров следует использовать нефильтрованные данные. Кроме этого необходимо учитывать особенности фильтрации угловых параметров, так как переход [0..360] влияет на работу фильтров.

III. Результаты испытаний

Разработанные алгоритмы были реализованы в бортовом программном обеспечении. По результатам лётных испытаний были получены графики вторичных навигационных параметров:

- На Рис. 2. Показан график изменения рассчитанной путевой скорости;
- На Рис. 3. Показан график изменения фактического путевого угла.

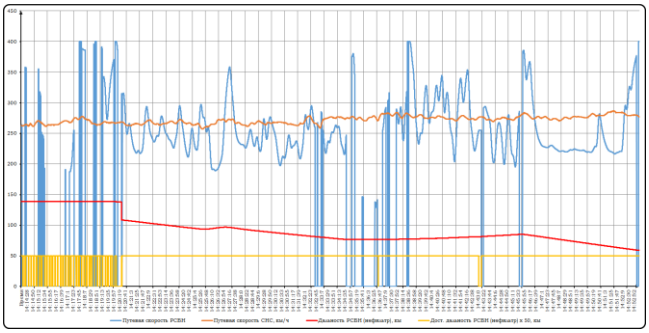


Рис. 2. Расчёты путевой скорости

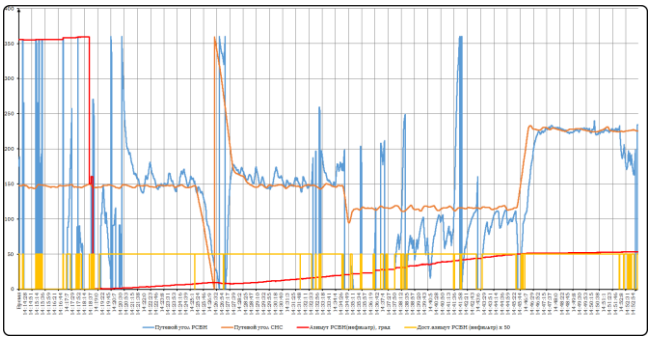


Рис.3 Расчёты путевого угла

IV. Заключение

Показана принципиальная возможность определения вторичных навигационных параметров (путевая скорость, фактический путевой угол) по данным от РСБН.

Результаты экспериментов показали, что параметры «азимут фильтрованный» и « дальность фильтрованная», рассчитываемые и выдаваемые РСБН вносят погрешности в измерения координат, поэтому более приоритетным является использование параметров « азимут нефильтрованный» и «дальность нефильтрованная» РСБН.

Кроме этого выяснено, что необходимо учитывать нестабильности приёма сигнала в непосредственной близости от радиомаяка. Также на качество расчёта непосредственно влияет дальность нахождения от радиомаяка.

Целесообразно на отдельном этапе оценивать погрешности РСБН в определении азимута и дальности и компенсировать эти погрешности.

Литература

[1] Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Шкред В.К. Навига-ция летательных аппаратов в околоземном пространстве М: Грани успеха, 2022

[2] Кучерявый А.А. Бортовые информационные системы. Курс лекций. – Ульяновск: УлГТУ, 2004

[3] Лебедев М.И. Самолётовождение. Учебное пособие для летчиков и штурманов гражданской, военно-транспортной и стратегической авиации. - Ставрополь: Лит., 2003.

[4] Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии. – М.: Недра, 1979.

О реализации функции пеленгации в бортовой ЦАР БНТС

С.С. Голубев
АО «НПП «Радар ммс»
Санкт-Петербург, Россия
golubev_ss@radar-mms.com

А.В. Немов
АО «НПП «Радар ммс»
Санкт-Петербург, Россия
an.nilov2011@yandex.ru

К.Ю. Чередеев
АО «НПП «Радар ммс»
Санкт-Петербург, Россия
cheredeev_kju@radar-mms.com

***Аннотация*—В связи с развитием радиоэлектроники и усложнением электромагнитной обстановки наблюдается тенденция использования в системах управления (СУ) беспилотных наземных транспортных средств (БНТС), железнодорожных локомотивов, на спецтранспорте МВД и т.п. цифровых антенных решеток (ЦАР) *L*-диапазонов частот. С помощью данных устройств достигается существенное повышение отношение сигнал/шум на входе приемной аппаратуры. В результате улучшаются точность и надежность определения координат, приема информации на борту БНТС и соответственно уменьшаются отклонения от заданного маршрута и назначенного времени выхода к цели поездки.**

Бортовой навигационной ЦАР целесообразно придать функцию пеленгования источников мощных, превышающих собственные шумы приемников источников сигналов (ИС) в *L* диапазоне частот, среди которых могут быть «паразитные» излучения, мешающие вождению. Данные излучения потенциально могут воздействовать от спутникового телевидения, в виде гармоник от передатчиков метровой системы посадки самолетов, от самолетных аварийных передатчиков, от боковых полос спектра передатчиков радиорелейных линий связи, от любительских связных станций и от устройств «глушения» антиугонных систем, используемых криминалом. Тогда сигналы перечисленных локализованных по пеленгу ИС известными методами фильтруются в ЦАР.

При построении аппаратуры производится вычисление пеленгов в комплексном цифровом поле с использованием нелинейной псевдооценки углового спектра из семейства оценок *MUSIC*. Данная оценка эффективна при измерении пеленгов целей, не разрешимых по критерию Рэлея, согласованной модели сигналов и достаточном отношении сигнал/шум.

Цель материала – изложение результатов исследования варианта построения ЦАР, удовлетворяющего условиям установки на БНТС, предложения по структуре ЦАР и алгоритмам измерения пеленгов в *L*-диапазонах частот.

Результаты – структура бортовой ЦАР для измерения пеленгов, аналитическое описание оценки пеленга с высоким разрешением, сравнение с моноимпульсным методом.

Практическая значимость – полученные теоретические и практические результаты могут быть использованы при конструировании бортовых пеленгаторов источников «паразитного» излучения, предназначенных для работы в условиях сложной электромагнитной обстановки.

Ключевые слова—пеленгация, структура ЦАР, БНТС, псевдооценка углового спектра MUSIC.

I. Введение

В связи с развитием радиоэлектроники и существенным усложнением электромагнитной обстановки в настоящее время наблюдается тенденция использования в СУ БНТС и другого транспорта ЦАР *L*-диапазонов частот. С помощью данных устройств достигается существенное повышение отношение сигнал/шум на входе приемной аппаратуры. В результате улучшаются точность и надежность определения координат, приема информации на борту БНТС и соответственно уменьшаются отклонения от заданного маршрута и назначенного времени выхода на цель. Полезно придание бортовой ЦАР функции пеленгования мощных, превышающих собственные шумы приемника ИС. Если пеленгация производится с разрешением нескольких близко разнесенных по углу ИС, повысится точность вождения БНТС, поскольку сигналы локализованных по пеленгу мешающих ИС могут быть известными методами скомпенсированы в ЦАР, либо такие ИС могут быть устранены организационными мероприятиями.

ЦАР для транспортных средств обладают спецификой, в частности, увеличение габаритов антенной системы за размеры 180х180 мм, а полной массы ЦАР – за 1,0 кг сделает аппаратуру не конкурентно способной.

Для улучшения характеристик определения угловых координат перспективным выходом является применение в ЦАР комбинированных алгоритмов с использованием моноимпульсного метода на первой стадии и, так называемых, сверхразрешающих оценок угловых координат на второй. На практике антенные системы (АС) ограничивают небольшим количеством излучателей (не более 8).

II. Постановка задачи

В материале поставлены следующие задачи:

- обосновать вариант структуры ЦАР с высокоэффективной функцией измерений пеленгов на мощные излучающие в *L*-диапазоне частот ИС, удовлетворяющей условиям установки на БНТС и другой наземный транспорт;
- дать определение высокого разрешения целей по углу;
- описать алгоритм пеленгации ИС с высоким разрешением в сравнении с моноимпульсным методом.

Погрешность оценивания пеленга исследуется как рассеяние оценки углового параметра, который задается направлением падения на плоскость АС фронта анализируемого пространственно-когерентного сигнала, принимаемого на фоне квазибелых шумов каналов при воздействии мешающего пространственно-когерентного сигнала(в). Фронт волны считается плоским, ИС находятся в дальней зоне. Сигналы могут быть случайными и при этом статистически независимыми.

Разработка алгоритмов пеленгации производится для АС из слабонаправленных приемных элементов (ПЭ) (излучателей), что обусловлено стремлением уменьшить габариты АС на БНТС и влияние геометрии АС на качество оценивания углов. Таким образом, парциальные диаграммы направленности (ДН) излучателей не учитываются.

III. Разрешающая способность

В сложной электромагнитной обстановке при наличии нескольких ИС и малом относительном раскрыве АС классические методы пеленгации, как правило квазиоптимальные в ситуации действия одного ИС на фоне собственных шумов приемников, в частности моноимпульсный метод, не могут качественно измерить угловые параметры при действии мешающих сигналов. Данный факт объясняется ограничением разрешающей способности интервалом по критерию Рэлея [1]. Этот интервал обратно пропорционален величине раскрыва АС. Напомним, что мерой разрешающей способности по критерию Рэлея или интервалом разрешения является величина полуширины главного лепестка ДН АС по нулевому уровню [1].

Выходом является применение сверхразрешающих оценок пеленгов. В литературе [2] под методами формирования данных оценок понимаются методы определения направлений на ИС, которые позволяют измерить пеленги при угловом разнесении ИС меньшем интервала разрешения по Рэлею. Более удачно называть данные методы и соответственно оценки не сверхразрешающими, а с высоким разрешением.

Детерминистский критерий разрешения Рэлея лишь качественно характеризует эффективность оценок с высоким разрешением, не позволяет сравнить их между собой при фиксированном раскрыве АС.

В развиваемом подходе разрешающую способность предлагается описывать рассеянием оценки пеленга ИС на фоне действия мешающего ИС. Это рассеяние характеризует разрешающую способность оценок в статистическом плане в отличие от критерия Рэлея, являющегося детерминистким. Результаты применения обоих критериев сравнимы, поскольку определяют разрешающую способность в единицах измерения угла.

IV. Структура ЦАР

При построении аппаратуры используется прямое цифровое преобразование многоканального по пространству радиосигнала с высокой на видеочастоту в радиочастотном АЦП. Производится вычисление в комплексном цифровом поле пеленгов с использованием нелинейной псевдооценки углового спектра из семейства оценок *MUSIC*. Данная оценка эффективна при измерении пеленгов целей, не разрешимых по критерию Рэлея, при достаточном отношении сигнал/шум.

На рис. 1 представлена структура перспективной ЦАР для оборудования СУ БНТС. Принимаемые 8-ми канальным СВЧ трактом радиосигналы предварительно разделяются полосовыми фильтрами по частотным диапазонам L1 и L2 и объединяются на входах АЦП в единый сигнал. Дополнительная фильтрация по диапазонам частот производится на видеочастоте в процессорах радиочастотных АЦП. Оценка и накопление КМ, ее разложение по собственной системе и цифровая обработка сигналов (ЦОС) для оценивания пеленгов распараллеливается для устранения необходимости сканирования «лучом» по пространству. ЦОС осуществляется в ПЛИС, например серии Xilinx. Обмен данными АЦП с ПЛИС производится через высокоскоростные порты JESD204B.

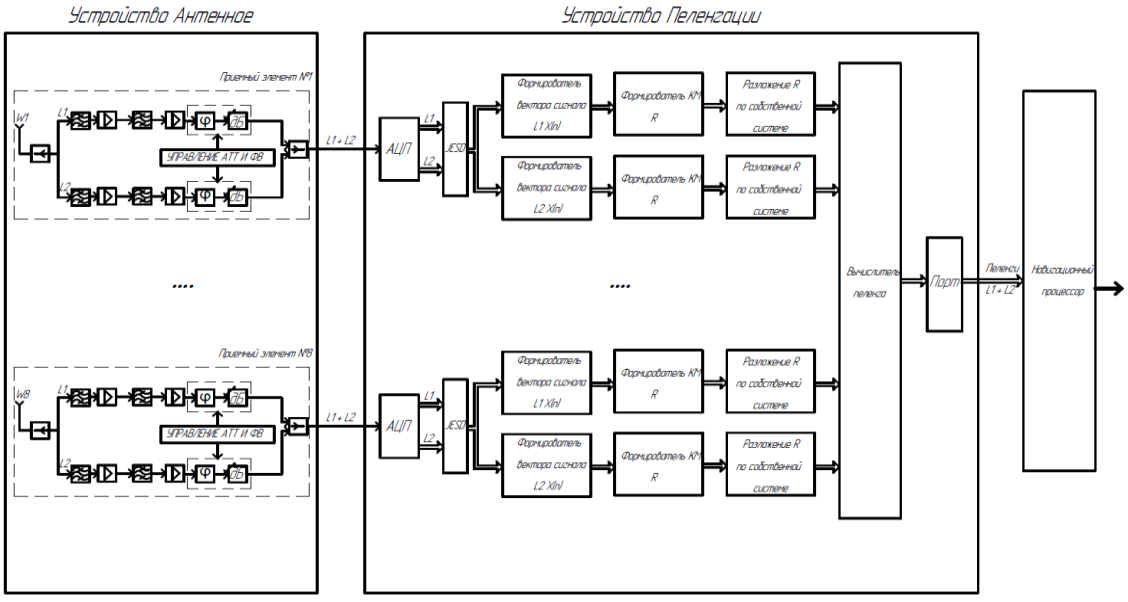


Рис. 1. Структура ЦАР L-диапазонов с функцией измерений пеленгов

V. Алгоритмы измерения пеленгов с высоким разрешением

В предположении ИС точечного типа рассмотрим применение псевдо оценок углового параметра с высоким разрешением. Одной из наиболее эффективных является оценка *MUSIC* (*Multiple Signal Classification*) [3] и ее модификации. *MUSIC* оперирует в шумовом подпространстве собственной системы матрицы данных, в качестве которой может выступать оценочная корреляционная матрица (КМ) пространственного сигнала, принимаемого пространственно разнесенной АС из нескольких ПЭ. Для сравнения рассмотрена также традиционная оценка пеленга, формируемая моноимпульсным методом. Ниже данный метод называется методом весового суммирования (ВС).

Модель сигнала

Пусть принимаемый ПЭ АС сигнал является пространственно-временным узкополосным. Представим распространяющийся в дальней зоне от точечного ИС сигнал в виде комплексного сигнала

$$\dot{s}(t) = \dot{S}(t) \cdot e^{j2\pi \cdot f_0 \cdot t}, \quad (1)$$

где

$$\dot{S}(t) = abs\left(\dot{S}(t)\right) \cdot e^{j \arg\left(\dot{S}(t)\right)} = A(t) \cdot e^{j\Phi(t)} \quad (2)$$

– комплексная амплитуда сигнала; $A(t)$ и $\Phi(t)$ являются амплитудной и фазовой огибающей принятого колебания; f_0 – несущая частота колебаний сигнала.

Реальный сигнал $s(t)$ связан с $\dot{s}(t)$ соотношением:

$$s(t) = \mathrm{Re}\{\dot{s}(t)\} \quad (3)$$

Полагая $A(t)$ и $\Phi(t)$ медленно меняющимися функциями за время τ_{M-1} задержки распространения сигнала по раскрыву АС, выражение для комплексного пространственного сигнала в АС принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{s}_1(t) = \dot{s}(t) = \dot{S}_1(t) \cdot exp\{j2\pi f_0 t\} \\ \dot{s}_2(t) = \dot{s}(t-\tau_1) = \dot{S}_2(t) \cdot exp\{j2\pi f_0 \tau_1\} \cdot exp\{j2\pi f_0 t\} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{s}_M(t) = \dot{s}(t-\tau_{M-1}) = \\ = \dot{S}_M(t) \cdot exp\{j2\pi f_0 \tau_{M-1}\} \cdot exp\{j2\pi f_0 t\} \end{cases} \quad (4)$$

Представим (4) как вектор-столбец комплексных огибающих в n-й отсчет времени:

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_1(n) \\ \dot{S}_2(n) \cdot \exp\{j2\pi f_0 \tau_1\} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{S}_M(n) \cdot \exp\{j2\pi f_0 \tau_{M-1}\} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Будем считать фоновый шум аддитивным белым гауссовским случайным процессом, включающим в себя шумы ПЭ, пересчитанные к антенному входу аппаратуры шумы усилителей, нестабильности частоты генераторов и т.п. Для вектора комплексных амплитуд входного процесса X(n) на АС (вектор амплитудно-фазового распределения сигнала), опуская одинаковые для всех ПЭ начальные фазы колебаний, из (5) получим:

$$\mathbf{X}(n) = \begin{bmatrix} A_1(n) \\ A_2(n) \cdot \exp\{j\mu(\varphi,\theta)c\tau_1(\varphi,\theta)\} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_M(n) \cdot \exp\{j\mu(\varphi,\theta)c\tau_{M-1}(\varphi,\theta)\} \end{bmatrix} + \mathbf{n}_{uu} \quad (6)$$

где $\mu(\varphi,\theta)$ – пространственная частота сигнала; c – скорость света; φ, θ – азимут и дополнительный угол места ИС соответственно.

Предполагается, что АС находится в плоскости горизонта и ее горизонтальная ось ориентирована на север.

Для линейной эквидистантной АС комплексные амплитуды на ПЭ определяются выражением :

$$S_i(\mu) = A_i \exp(j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta di) = A_i \exp(j\mu di) \quad (7)$$

где $i = 1,...,M$; M – число ПЭ АР; λ – длина волны; d – расстояние между соседними ПЭ эквидистантной АР; $\mu = 2\pi/\lambda \sin\theta$.

Метод максимального правдоподобия

Производится многоканальное оценивание углового параметра по квазидетерминированному сигналу на фоне точечных шумоподобных помех с известным направлением прихода и белого шума. Пусть используется эквидистантная линейная антенная решетка в пространственно-временной узкополосной системе.

Воспользуемся приближением общего асимптотического выражения для оценки максимального правдоподобия углового параметра сигнала с неизвестной амплитудой и начальной фазой на фоне помех с известной пространственной корреляцией[4].

Логарифм отношения правдоподобия:

$$\hat{\mu} \to \max_{\mu} \frac{|R|^2}{q^2}, \quad q^2 >> 1, \quad (8)$$

где $R = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t,\mu,\nu)\mathbf{W}^*(\mu,\nu)W^*(t)dt$ — комплексный корреляционный интеграл; $\mathbf{W}(\mu,\nu) = \mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{S}(\mu)$ — весовой вектор оптимальной пространственной обработки;

$W(t) = 2S(t)$ — весовая функция оптимальной временной обработки; $\mathbf{X}^T(t,\mu,\nu)$ — вектор-столбец принимаемого АС сигнала; μ – пространственная частота сигнала; ν – пространственная частота помехи; $\mathbf{R}_n$ — корреляционная матрица помех; $S(\mu)$ — амплитудно-фазовое распределение сигнала по раскрыву АС, заданное в общем виде формулами (6); $\dot{S}(t)$ — закон изменения во времени комплексных амплитуд сигнальных колебаний, общий для всех антенных элементов; $q^2(\mu)$ — отношение сигнал/помеха.

$$S_i(\mu) = \exp(j\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta di), \; i = 1..M \tag{9}$$

где: M — число антенных элементов АС; λ — длина волны; d — расстояние между соседними ПЭ; μ – пространственная частота цели; θ – угол падения волны сигнала на плоскость АС; $\mu = \frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta$; $q^2 = 2E_0\mathbf{S}^T(\mu)\mathbf{W}^{-1*}\mathbf{S}^*(\mu)$,

$E_0 = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|S(t)|^2 dt$ где .

Комплексный корреляционный интеграл R представим в виде

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}^T\mathbf{W}^*(\mu,\nu) \tag{10}$$

где

$$X^T = \left\| \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} X_i(t,\mu,\nu)W^*(t)dt \right\|,$$

что означает разделение пространственной и временной обработки. Таким образом, до начала пространственной обработки принимаемый ПЭ сигнал $X_i(t,\mu,\nu)$ проходит оптимальную временную обработку.

Тогда из (8) получим:

$$\hat{\mu} \to \max_{\mu} \frac{\left|\mathbf{X}^T\mathbf{R}_n{}^{-1*}S^*(\mu)\right|^2}{S^T(\mu)\mathbf{R}_n{}^{-1*}S^*(\mu)} \tag{11}$$

Произведение $\mathbf{X}^T\mathbf{R}_n{}^{-1*}$ в числителе (6) выполняет компенсацию помех, умножение на $S^T\mathbf{R}_n{}^{-1*}$ соответствует межэлементному накоплению, а нормировка к знаменателю необходима с целью устранения смещения максимума ДН ЦАР из-за компенсации помех. Компенсация помех означает формирование провала ДН ЦАР в направлениях, задаваемых исключительно амплитудно-фазовыми распределениями $S(\nu)$, не зависящими от интенсивности и типа точечной помехи. Необходимо априорное знание или оценка матрицы $\mathbf{R}_n$.

Для случая единственного источника помехи и интенсивности шумов приемных каналов много меньшей интенсивности помехи от мешающего ИС из (11) получим:

$$\hat{\mu} \to \max_{\mu} \frac{\left|\mathbf{X}^T[\mathbf{I} - \frac{1}{M}\mathbf{S}^*(\nu)\mathbf{S}^T(\nu)]\mathbf{S}^*(\mu)\right|^2}{1 - \left|\frac{\sin\frac{\pi}{2}M(\sin\alpha - \sin\nu)}{M\sin\frac{\pi}{2}(\sin\alpha - \sin\nu)}\right|^2} \tag{12}$$

Если матрица помех $\mathbf{R}_n$ не известна, при отказе от совместного оптимального оценивания нескольких угловых параметров с учетом структуры сигнала, в предположении малости задержки распространения сигналов по АС и при нахождении максимума путем сканирования пространства из (12) получим моноимпульсный алгоритм измерения пеленга (13). Алгоритм основан на методе весового суммирования (ВС).

Для определения угловой координаты ИС проводятся операции:

$$\mu_{ц} = \max_{\theta}\left|\sum_{i=0}^{M-1} x_i \cdot e^{-j\mu id}\right| \tag{13}$$

и

$$\theta_{ц} = \arcsin\left\{\frac{\mu_{ц}\cdot\lambda}{2\cdot\pi}\right\} \tag{14}$$

где x_i — оценка комплексной амплитуды колебания на выходе i-го ПЭ, μ и θ — переменные пространственная частота и пеленг цели, M — количество приемных каналов.

Метод MUSIC

Метод основан на разделении данных, содержащихся в оценочной КМ принятого вектора пространственного сигнала, на два векторных подпространства – подпространство сигнала и подпространство шума и на свойстве ортогональности собственных векторов (СВ), соотнесенных данным подпространствам [5].

Корреляционная $M \times M$ -матрица R в случае K некоррелированных между собой сигналов в комплексном белом шуме имеет вид:

$$\mathbf{R} = \left(\sum_{k=1}^{K} S_k \cdot e_k + \sigma_ш \cdot e_ш \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^{K} S_k \cdot e_k + \sigma_ш \cdot e_ш \right)^H = \sum_{k=1}^{K} {S_k}^2 e_k {e_k}^H + {\sigma_ш}^2 \cdot I \quad (15)$$

где I – единичная матрица,

$$e_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\frac{2\pi \cdot d}{\lambda}\sin(\theta)) \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \exp(j(K-1)\frac{2\pi \cdot d}{\lambda}\sin(\theta)) \end{bmatrix}$$ – k-й управляющий (сигнальный) вектор.

Представим КМ **R** в виде суммы КМ сигналов и КМ шума:

$$R = S + \sigma^2 \cdot I \quad (16)$$

Будем считать, что число ИС $K < M$. В таком случае матрица сигнала будет иметь следующее разложение по собственной системе:

$$S = \sum_{m=1}^{M} \lambda_m v_m {v_m}^H = V \cdot \Lambda \cdot V^H, \quad (17)$$

где V – матрица СВ; Λ – диагональная матрица собственных чисел (СЧ).

Учитывая, что ранг матрицы S равен K, диагональная матрица СЧ содержит K ненулевых элементов, которым соответствуют K из M СВ. Учтем, что СВ являются ортонормальными, то есть:

$${v_i}^H v_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

Представление единичной матрицы через ортонормальные СВ, имеет вид:

$$I = \sum_{m=1}^{M} v_m {v_m}^H \quad (19)$$

Подставляя (19) и (17) в (16), получаем разложение автокорреляционной матрицы R по собственным значениям:

$$R = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k v_k {v_k}^H + \sigma^2 \sum_{k=1}^{M} v_k {v_k}^H = \sum_{k=1}^{K} \left(\lambda_k + \sigma^2 \right) \cdot v_k {v_k}^H + \sigma^2 \sum_{k=K+1}^{M} v_k {v_k}^H \quad (20)$$

Следовательно, на собственные векторы $v_{K+1}, \dots, v_M$ «натянуто» подпространство шума матрицы R, а на вектора $v_1, \dots, v_K$ – подпространство сигнала.

Поскольку все СВ ортогональны друг другу, то вектора из подпространства сигнала (в том числе и вектора S_k) будут ортогональны (приближенно с учетом действия шума и точно при его отсутствии) СВ из подпространства шума:

$${s_k}^H \left(\sum_{m=K+1}^{M} \alpha_m v_m \right) \approx 0 \quad (21)$$

Воспользовавшись свойством (21) получим оценку углового спектра:

$$P_M(\mu) = \left(e(\mu)^H \cdot \left(\sum_{m=K+1}^{M} v_m {v_m}^H \right) \cdot e(\mu) \right)^{-1} \quad (22)$$

Предлагается формировать оценочную КМ следующим образом:

$R = X^*(n) \cdot X^T(n)$, где $X(n)$ – вектор-столбец *n*-го отсчета пространственного сигнала на *M* ПЭ вида (3), $(\dots)^*$ – комплексное сопряжение матрицы.

Тогда оценку КМ получим усреднением матриц R по всем интервалам дискретизации:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} R_n = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} x(n) \cdot x(n)^H \quad (23)$$

На основании полученной оценки КМ производится разложение по собственной системе матрицы $\hat{\mathbf{R}}$ и с учетом (22) строится оценка углового спектра:

$$I(\theta) = \frac{1}{\left| \sum_{l=l_0+1}^{M} e(\theta)^H \cdot v_l \right|^2}, \quad (24)$$

где l_0 – число СВ подпространства сигнала; v_l – *l*-й СВ матрицы $\hat{\mathbf{R}}$; $e(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(j\frac{2\pi \cdot d}{\lambda}\sin(\theta)) \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \exp(j(M-1)\frac{2\pi \cdot d}{\lambda}\sin(\theta)) \end{bmatrix}$ – сканирующий вектор из M элементов, имеющий структуру управляющего вектора в выражении (15). Число l_0 не обязательно совпадает с истинным числом сигналов K, тогда модель сигнала является рассогласованной.

Оценивание направлений на ИС: пеленги, k — номера локальных максимумов псевдооценки углового спектра (24).

Сканирование по пространству можно осуществлять один раз за интервал накопления КМ. Сканирования можно избежать, перейдя к модификации *MUSIC* – методу *Root-MUSIC* (*root*, пер. с англ. − корень), описание которого выходит за пределы данного материала. Достоинством является высокое разрешение близко расположенных по направлениям в пространстве ИС при достаточных отношениях сигнал/шум. Однако, число сигналов во входном процессе не должно превышать числа

собственных векторов, соответствующих подпространству сигналов: $K \le M - l_0$. При этом $l_0 \ge 2$, иначе метод неработоспособен. Желательна достоверная информация о количестве ИС.

VI. Результаты исследования методов оценивания пеленга

Поскольку оценка *MUSIC* является нелинейной и аналитический расчет сложен, анализ выполнен на статистической программной модели.

Модель сигнала определена как векторная сумма комплексных амплитуд случайного пространственно-когерентного анализируемого сигнала и пространственно-когерентного мешающего сигнала («паразитного» излучения) в виде задержанного на переменный угол сигнала, ослабленного до уровня 0,4. Создан фон из квазибелых, независимых по каналам приема аддитивных шумов одинаковой интенсивности. Использована линейная эквидистантная антенная решетка.

При различном *M* (на рисунках обозначено NFAR) и разном отношении сигнал/шум (на рисунках SNR) в процессе перемены угла визирования на точечный «паразитный» ИС фиксировалось максимальное нормированное рассеяние оценки пеленга (Emax). Нормировка произведена к ширине диаграммы направленности ЦАР по уровню 0,707 в свободном пространстве. Приемные каналы моделировались идентичными.

На рис. 2 изображена поверхность рассеяния оценки методом ВС. На рис. 3 приведена аналогичная поверхность для метода *MUSIC*. При этом учитываемый в формуле (24) параметр $l_0 = M - 2$, реальное количество сигналов в принимаемом колебании также 2, модель сигналов согласованная.

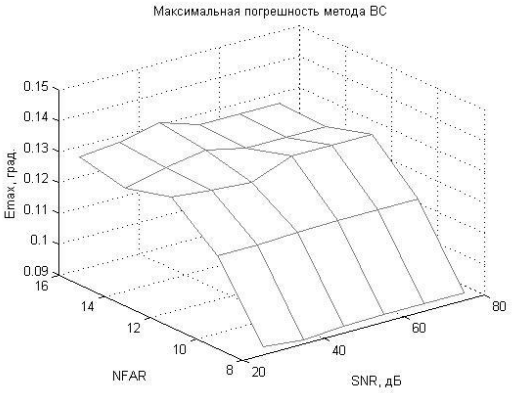


Рис. 2. Максимальная погрешность метода ВС

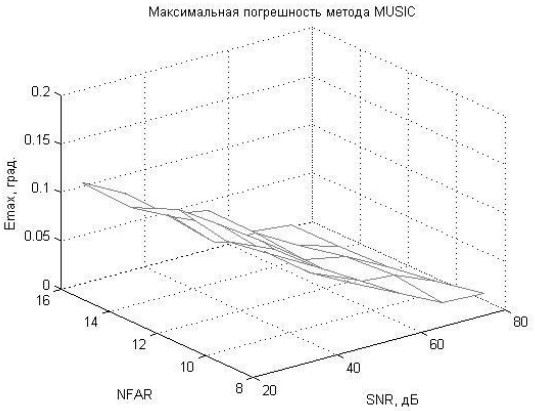


Рис. 3. Максимальная погрешность метода *MUSIC*

Из рис. 2 и 3 видно, что оценка пеленга методом *MUSIC* начинает выигрывать у оценки методом ВС при SNR более 20 - 25 дБ.

Заключение

В настоящем материале описана структура ЦАР в варианте оценивания пеленгов, возможной к применению в перспективных СУ БНТС и другого гражданского наземного транспорта, показано преимущество по точности и разрешению оценки пеленга ИС с высоким разрешением типа *MUSIC* перед традиционным моноимпульсным методом в ситуации действия мешающего ИС. Достоинства *MUSIC* проявляются при отношениях сигнал/шум более 25 дБ.

Литература

[1] Филькельштейн М.И. Основы радиолокации.− М.: Радио и связь, 1983. – 536 с.

[2] Зотов С.А., Макаров Е.С., Нечаев Ю.Б. Методы сверхразрешения в задачах радиопеленгации // Научный журнал "Инновационные и информационные процессы и технологии в обществе и экономике" / Под ред. профессора Ю.А. Корчагина. − Воронеж: РНЦИЭ. – 2006. − №3. − С. 12–26.

[3] Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990.–584 с.

[4] Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех,— М.: Сов.радио, 1978.—296 с.

[5] Немов А.В., Кузнецова Е.В. Совместное использование сверхразрешающих оценок частоты // Автоматика и телемеханика Вып.8, 2003. С.135-144.

Исследование характеристик корреляционно-экстремальной навигационной системы, включающей радиовысотомер и цифровую карту местности

Г.В. Смыков
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
egor.smikov@yandex.ru

К.К. Веремеенко
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
nio3@mai.ru

***Аннотация*—Многократно возросший в последнее время интерес к повышению точности навигации автономными методами (без использования информации от внешних источников) с внесением минимальных конструктивных изменения в существующие летательные аппараты, заставляет разработчиков искать нетривиальные пути решения задачи. Первым этапом предлагается реализовать в программном обеспечении летательных аппаратов (без конструктивных доработок) корреляционно-экстремальную навигационную систему, включающую радиовысотомер и цифровую карту местности.**

Ключевые слова—корреляционно-экстремальная навигационная система, инерциальная навигационная система, радиовысотомер, летательный аппарат, билинейная интерполяция.

I. Введение

В настоящее время коррекция бортовых инерциальных навигационных систем (ИНС) летательных аппаратов от оптических и радиотехнических систем является одним из основных методов обеспечения точности навигационной информации в процессе полёта при отсутствии коррекции от спутниковых навигационных систем (СНС) [1, 2]. В зависимости от установленного оборудования на летательный аппарат (ЛА) можно рассматривать, основываясь на устоявшейся классификации, 3 типа КЭНС: 1 тип – измерения поля в «точке», 2 тип – измерения поля вдоль «линии», 3 тип – измерения поля «с кадра» [3].

Для решения задачи коррекции счисленных в инерциальной навигационной системе (ИНС) в условиях отсутствия коррекции координат от внешних источников предлагается использовать первый тип КЭНС (измерения поля в «точке»), так как на большинстве ЛА установлен радиовысотомер (РВ) и имеется возможность загрузить бортовую электронную карту (ЭК) подстилающей поверхности. Основной задачей является именно минимально возможная доработка существующих ЛА для внедрения КЭНС.

Предлагается рассмотреть комплекс, включающий ИНС, РВ и бортовую ЭК подстилающей поверхности, отличающуюся тем, что ЭК не требует дополнительной предобработки, как это реализовано в существующих алгоритмах [4]. В работе используется стандартная ЭК формата .sxf.

В основе бортового алгоритма предлагается рассматривать первый тип КЭНС для оценки местоположения [3].

Для работы с сеткой рельефа земной поверхности было решено рассмотреть два алгоритма: алгоритм Брезенхеэма [5] и алгоритм билинейной интерполяции. Алгоритм Брезенхема был предложен ввиду его низкой нагрузки на вычислитель по сравнению с алгоритмом билинейной интерполяции.

Основной упор в работе направлен на использование уже реализованных на ЛА решений, минимизируя какие-либо изменения.

II. Предлагаемый подход

Как уже отмечалось ранее, для оценки местоположения необходимо разработать поисковую КЭНС, включающую в себя ИНС, РВ, ЭК, использующую стандартный формат «.sxf» и вычислитель с операционной системой реального времени (ОС РВ).

Для информации об опорной высоте предлагается использовать абсолютную высоту, вычисляемую на борту баровысотомером по данным приемника воздушного давления (ПВД) или другим аналогичным датчиком. На рисунке 1 приведена схема предлагаемой системы.

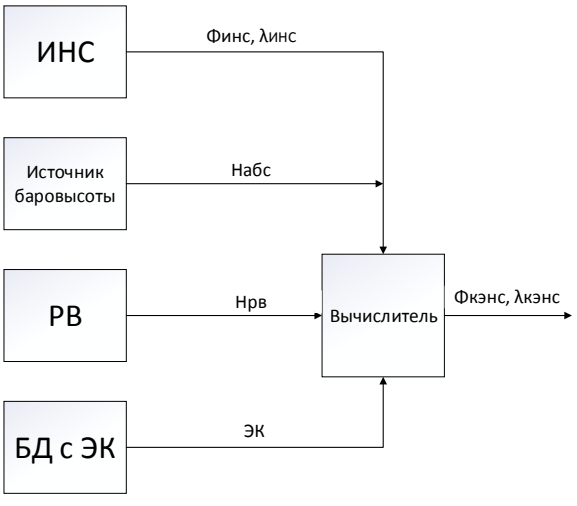


Рис. 1 Схема КЭНС

Ввиду того, что используется стандартная ЭК, в основном применяющаяся для индикации на дисплее и минимальный шаг рельефа земной поверхности (РЗП) на таких ЭК в основном 50 метров, необходимо рассмотреть алгоритмы, позволяющие модифицировать сетку для определения траектории движения.

В результате проведенного анализа выделено два алгоритма: алгоритм Брезенхеэма (англ. Bresenham's line algorithm), позволяющий определить, какие точки двумерного растра нужно выделить, чтобы получить близкое приближение к прямой линии между двумя заданными точками [5] и алгоритм билинейной интерполяции, позволяющий вычислить промежуточное значение функции по нескольким уже известным ее значениям.

По результатам сравнительного анализа сделаны следующие выводы:

1. Алгоритм Брезенхема подходит для грубой оценки местоположения, так как существенно искривляет истинную траекторию, выделяемую из сетки ЭК. Сравнение реальной и полученной при помощи алгоритма Брезенхэма высотами на траектории представлена на рисунке 2. Шаг интегрирования при этом составил 50 м.

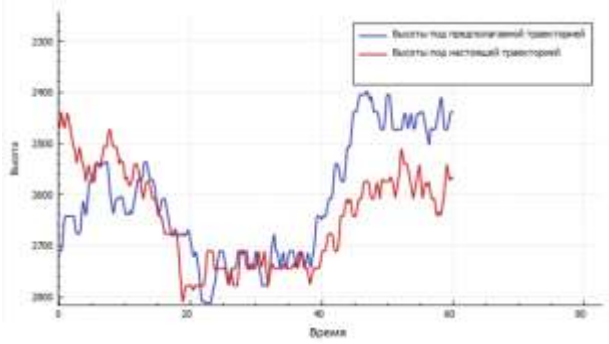


Рис. 2 Реальная и полученная при помощи алгоритма Брезенхэма высоты на траектории

2. Алгоритм билинейной интерполяции позволяет более точно выделить траекторию, вносит незначительную погрешность в вертикальный профиль (высоту в точке), однако в разы увеличивает нагрузку на вычислитель. Различие истинной и полученной при помощи алгоритма билинейной интерполяции высотами на траектории представлена на рисунке 3. Шаг интегрирования при этом составил 50 м.

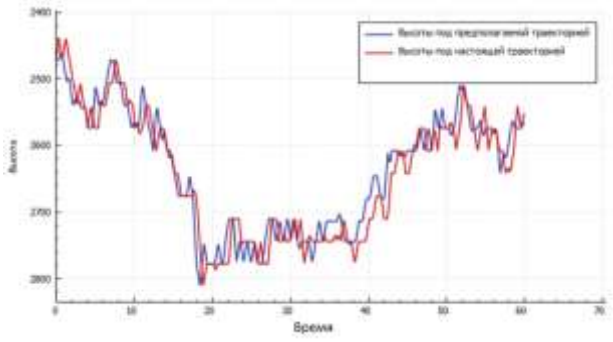


Рис. 3 Реальная и полученная при помощи алгоритма билинейной интерполяции траектории

III. Результаты

В процессе отладки алгоритма было установлено, что у бортового вычислительного комплекса аппарата имеются существенные ограничения по производительности, которые не позволяют выполнить весь процесс поиска оптимального решения КЭНС в рамках одного такт работы алгоритма. Анализ возможных путей решения этой проблемы позволил найти варианты оптимизации вычислительного процесса в КЭНС. В частности, были организованы следующие подходы для снижения объемов вычислений при реализации алгоритмов КЭНС:

1. Разбиение процесса поиска оптимального решения на отдельные такты работы вычислителя. При этом решение алгоритма доступно не сразу после получения нового набора данных, а спустя некоторое время, необходимое для обработки точек ЭК. Данная оптимизация не влияет на качество измерений, поскольку ошибка определения координат не является одномоментным фактором и изменяется в течение некоторого продолжительного времени, определенно превышающее время выполнения всего процесса выполнения алгоритма КЭНС.

2. Изменение алгоритма расчета весовых коэффициентов в части раннего отброса траекторий, вес которых превышает вес предыдущей найденной траектории. При использовании такого подхода отпадает необходимость завершать расчет траектории из каждой конкретной точки ЭК, если в процессе расчета её коэффициент уже превышает рассчитанный ранее минимум. Падение точности алгоритма при этом не выявлено.

3. Ведение поиска оптимального решения в пределах полученного СКО координат и отбрасывание точек, результирующая траектория которых выходит за границы области поиска. Также набор точек поиска (области поиска) ограничивается СКО определения счисленных координат, так как этот параметр напрямую указывает возможный радиус отклонения текущих координат от действительных. Данная оптимизация может вызвать некоторые проблемы если ошибка координат превышает радиус СКО, в пределах которого происходит поиск, в таком случае найденное решение не будет истинно точным.

В результате отладок на эмуляторе, а также стендовых отработок, получено положительное заключение для проведения натурной работы. Результаты проведенной натурной работы представлены в таблице 1.

Неудовлетворительный расчет поправок №1, №5, №7 связан с проведением испытаний над низко информативной местностью (большой радиус корреляции). Работа алгоритма в таком случае малоэффективна и разброс значений ошибки координат существенно возрастает, что приводит только к увеличению комплексной ошибки определения координат.

Остальные расчёты были выполнены на средне- и высокоинформативных участках местности (малый и средний радиус корреляции местности), при этом разброс значений ошибки координат минимален. Расчеты №2 и 4 были выполнены над участком с самой малой корреляцией местности, что привело к возникновению ошибок при измерении (многолучевость).

ТАБЛИЦА 1 РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЕННОЙ НАТУРНОЙ РАБОТЫ

Номер расчёта	Координата	Координата, полученная КЭНС	Координата эталона (СНС)	Ошибка определения координат
1	Широта	43˚19'39.6″	43˚ 20' 33.03″	8249 м
	Долгота	43˚31'49.55″	46˚ 37' 55.97″	
2	Широта	43˚32'50.42″	43˚ 32' 41.21″	371 м
	Долгота	43˚03'53.94″	43˚ 03' 59.22″	
3	Широта	42˚55'18.58″	42˚ 55' 23.14″	179 м
	Долгота	44˚23'13.33″	44˚ 23' 05.99″	
4	Широта	43˚27'30.06″	43˚ 27' 22.65″	270 м
	Долгота	43˚11'02.52″	43˚10'56.2″	
5	Широта	43˚16'46.2″	43˚ 17' 34.89″	4997 м
	Долгота	43˚32'40.74″	43˚ 28' 34.75″	
6	Широта	43˚12'07.41″	43˚ 12' 08.61″	87 м
	Долгота	43˚35'42.15″	43˚ 35' 45.66″	
7	Широта	43˚07'43.09″	43˚ 09' 02.14″	3211 м
	Долгота	43˚38'58.49″	43˚ 37' 26.49″	

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы продемонстрировали возможность использования предложенного подхода для решения задач навигации и коррекции ИНС без необходимости доработок существующих ЛА. Дальнейшие работы предполагают адаптацию предложенных алгоритмов для конкретных бортовых вычислительных комплексов с учетом их технических характеристик, а также доработку КЭНС в части учета большого радиуса корреляции местности.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, номер темы – FSFF-2023-0005.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве. Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Сухоруков С.Я., Шкред В.К. под редакцией д.т.н. Заслуженного деятеля науки Российской Федерации, проф. Джанджгавы Г.И. М.: ООО «Научтехиздат», 2015.

[2] Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Себряков Г.Г., Сыпало К.И., Черноморский А.И. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных летательных аппаратов / Под ред. М.Н. Красильщикова, Г.Г. Себрякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009, - 556 с. – ISBN 978-5-9221-1168-3.

[3] Основы навигации по геофизическим полям. И.Н. Белоглазов, Г.И. Джанджгава, Г.П. Чигин под редакцией Красовского А.А. – Москва «Наука», Главная редакция физико-математической литературы. 1985.

[4] Методы формирования и структура бортовой базы данных о рельефе земной поверхности. Г.И. Джанджгава, Т.В. Сазонова, М.С. Шелагурова. – Известия ТулГУ. Технические науки. 2015. Вып.11. Ч.2.

[5] Алгоритмические основы машинной графики. Роджерс Д. — М.: Мир, 1989. — С. 54-63. — ISBN 5-03-000476-9.

Метод автономной навигации при полете над горным и равнинным рельефом

О.И. Саута
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
sauta-oleg@yandex.ru

Е.П. Виноградова
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
kate_v@rambler.ru

А.В. Жмурин
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
qqwwww2006@gmail.com

И.В. Савельева
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
saviris@yandex.ru

***Аннотация*—В работе рассмотрен метод повышения точности корреляционно-экстремальных алгоритмов, обеспечивающий решение задач навигации беспилотных летательных аппаратов при отсутствии сигналов глобальной навигационной спутниковой системы. В рассмотренном методе используются цифровые матрицы рельефа земной поверхности, измерения от бортовых радиовысотомеров и грубых датчиков скорости. Предложен алгоритм оптимальной фильтрации, позволяющий повысить точность навигации при использовании микроэлетромеханических датчиков. Приведены результаты исследований точности корреляционно-экстремальных алгоритмов при имитации полета над горным и равнинным рельефом.**

Ключевые слова—корреляционно-экстремальная навигационная система, цифровая матрица рельефа, микроэлектромеханическая система, фильтр Калмана.

I. Введение

В последние годы беспилотные авиационные системы (БАС) стали неотъемлемой составной частью воздушной авиации. Доставка грузов, мониторинг промышленных объектов, проведение спасательных операций в чрезвычайных ситуациях – возможности применения БАС практически безграничны. Однако, для их эффективного использования необходима надежная система навигации.

Основным источником данных о местоположении БАС в настоящее время является глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС), данные которой используются для коррекции координат БАС, формируемых путем интегрирования сигналов ускорений и угловых скоростей, получаемых от бортовых инерциальных навигационных систем (ИНС) [1]. На большинстве БАС в настоящее время в качестве ИНС используются микроэлектромеханические системы (МЭМС). Ввиду малой мощности сигналов ГНСС последние могут быть потеряны при наличии индустриальных электромагнитных помех, из-за магнитных бурь, при затенении бортовых антенн ГНСС элементами рельефа или в результате умышленного радиоэлектронного подавления [2]. Потеря сигналов ГНСС приводит к быстрому нарастанию ошибок определения координат БАС и, как следствие, к невозможности решения задач навигации.

Поэтому, определение местоположения БАС альтернативными методами, не требующими использования ГНСС, является актуальной задачей. Одним из таких альтернативных методов являться метод корреляционно-экстремальной навигации, использующий измерения бортовых радиовысотомеров и цифровые матрицы рельефа [3].

II. Постановка задачи

Предположим, что в составе бортового навигационного комплекса БАС имеются: вычислительное устройство, в памяти которого хранится цифровая матрица рельефа (ЦМР) на предполагаемый район полета; ИНС, построенная с использованием грубых датчиков МЭМС, и радиовысотомер (РВ).

Тогда, если в программном обеспечении вычислительного устройства реализовать описанный в [3] метод поиска координат, в основе которого лежит критерий минимума разности фактической и имитируемой высоты полета [4] в области наиболее вероятного нахождения БАС (алгоритм КЭНС), то, как показано в [3], при имитации полета БАС в течение 120 с в диапазоне высот от 1000 м до 2000 м над уровнем моря, оценка погрешности координат БАС с вероятностью 0.95 составит 550 м и 110 м при использовании, соответственно, грубых или точных датчиков скорости.

Цель настоящего доклада состоит в разработке оптимального фильтра для повышения точности корреляционно-экстремального алгоритма навигации по рельефу местности, использующего грубые измерители скорости полета.

III. Описание алгоритма

Обозначим V_N и V_E северную и восточную составляющие вектора путевой скорости БАС, которые формируются ИНС с помощью датчиков МЭМС. Тогда, соответствующие ошибки этих составляющих δV_N и δV_E могут быть представлены линеаризованной моделью, описываемой выражениями [5]:

$$\delta V_N = \frac{g\delta\omega_N}{\omega_S^2}(1-\cos\omega_S t)+\frac{\delta a_N}{\omega_S}\sin\omega_S t + N(0,\sigma_N^2),$$
$$\delta V_E = -\frac{g\delta\omega_E}{\omega_S^2}(1-\cos\omega_S t)+\frac{\delta a_E}{\omega_S}\sin\omega_S t + N(0,\sigma_E^2), \quad (1)$$

где $\delta\omega_N, \delta\omega_E$ - ошибки, обусловленные уходом гироскопов МЭМС, g – ускорение свободного падения на уровне моря, $\delta a_N, \delta a_E$ - ошибки измерений акселерометров, ω_S - частота Шулера, $N(0,\sigma_N^2)$, $N(0,\sigma_E^2)$ - случайный «белый» шум с нулевым математическими ожиданием и постоянной дисперсией, одинаковой для северной и восточной составляющих ошибки скорости, t - время.

Если в качестве вектора состояния системы, предлагаемой для построения алгоритма решения задачи оценивания координат, использовать модель в пространстве состояний вида:

$$X(t) = \left[\varphi(t), \lambda(t), V_N(t), V_E(t)\right]^T, \quad (2)$$

где $\varphi(t), \lambda(t)$ - текущие геодезические широта и долгота полета, $V_N(t), V_E(t)$ - текущие Северная и Восточная составляющие скорости полета, t – текущее время, т – символ транспонирования, а производную по времени вектора состояния, опустив символ времени, определить как:

$$\dot{X} = \left[\frac{V_N}{R_1}, \frac{V_E}{R_2\cos\varphi}, \delta\dot{V}_N, \delta\dot{V}_E\right]^T \quad (3)$$

где R_1 - радиус кривизны меридиана, R_2 - радиус кривизны первого вертикала, и записать уравнение соответствующей дискретной системы и уравнение измерителей в виде

$$x_i = \Phi_{i,i-1}x_{i-1} + G_{i,i-1}w_{i-1} + \Gamma_{i,i-1}u_{i-1}$$
$$z_i = H_i x_i + v_i, \quad (4)$$

где $x_i = x(t_i,)$ вектор состояния системы на момент времени t_i, $\Phi_{i,i-1}$ - матрица системы, $G, \Gamma_{i,i-1}$ -матрицы входов, w_{i-1} - вектор шумов процесса, u_{i-1} - вектор управления $(-V_{N_i} + \hat{V}_{N_i}, -V_{E_i} + \hat{V}_{E_i})^T$, H_i - матрица измерений, z_i - вектор измерений, v_i - вектор шумов измерений, то алгоритм оптимальной фильтрации для системы (4) будет имеет вид [6, 7]:

$$x_{i/i-1} = \Phi_{i/i-1}x_i + \Gamma u_i,$$
$$P_{i/i-1} = \Phi_{i/i-1}P_{i-1}\Phi_{i/i-1}{}^T + G_{i/i-1}Q_{i-1}G_{i/i-1}^T,$$
$$K_i = P_{i/i-1}H_i^T(H_iP_{i/i-1}H_i^T + R_i)^{-1}, \quad (5)$$
$$\hat{x}_i = x_{i/i-1} + K_i(z_i - H_i x_{i/i-1})_i,$$
$$P_i = (E - K_iH_i)P_{i/i-1}.$$

При построении алгоритма учитывается, что компоненты вектора измерений представляют собой широту и долготу БАС, вычисленные путем поиска минимальной разности между измеренной и имитированной радиовысотой вокруг точки со спрогнозированными координатами $\varphi_i^{КЭНС}, \lambda_i^{КЭНС}$ [3].

Период коррекции следует выбирать так, чтобы он соответствовал дискрету ЦМР и текущей скорости полета. Выбор слишком малого периода измерения не приводит к повышению точности, а только увеличивает вычислительную сложность. С другой стороны, выбор чрезмерно большого периода ведет к потере необходимых для коррекции данных, что снижает точность навигационных определений [8].

IV. Результаты моделирования

Для оценки влияния предлагаемого оптимального фильтра на точностные характеристики алгоритма КЭНС, рассмотренного в [3], было выполнено цифровое моделирование полета БАС над Кольским полуостровом в районе, имеющим равнинный и горный характер местности. Для исследований использовались ЦМР с горизонтальным разрешением одна и три угловые секунды, ЦМР-1 и ЦМР-3, соответственно. Имитация полета БАС выполнялась на протяжении 30 минут с постоянной путевой скоростью 30 м/с. Ошибки ухода гироскопов $\delta\omega_N, \delta\omega_E$ полагались равными 1 град/час; ошибки акселерометров $\delta a_N, \delta a_E$ полагались равными $3\cdot10^{-5}$ м/с^2.

Ошибка определения местоположения (МП) БАС рассчитывалась с интервалом 1 с по формуле:

$$\Delta_i = \sqrt{\left(\varphi_i^{КЭНС} - \varphi_i^{ист.}\right)^2 + \left(\lambda_i^{КЭНС} - \lambda_i^{ист.}\right)^2}, \quad (6)$$

где $\varphi_i^{ист.}, \lambda_i^{ист.}$ - истинные координаты текущего местоположения БАС.

На рис.1 представлена ошибка оценки МП при моделировании полета БАС на высоте 1500 м и использовании ЦМР-3 без применения алгоритма фильтрации (5).

На рис. 2 представлены результаты моделирования для тех же исходных данных, с использованием которых получен рис.1, но с применением предлагаемого алгоритма оптимальной фильтрации (5).

Анализ представленных на рис.1 и рис.2 ошибок определения МП БАС показывает, что использование алгоритма фильтрации ошибок КЭНС позволяет снизить влияние ложных гипотез на оценку МП БАС и увеличить точность МП приблизительно в два раза на отдельных участках полета. При этом, для моделируемой траектории полета использование алгоритма фильтрации предотвратило расходимость формируемых оценок координат, а среднее значение точности определения МП составило 47.5 м.

На рис.3 представлена ошибка оценки МП при моделировании полета БАС на высоте 1500 м и использовании ЦМР-1 без применения алгоритма фильтрации, а на рис.4 представлены результаты моделирования для тех же исходных данных, но с применением предлагаемого алгоритма оптимальной фильтрации (5).

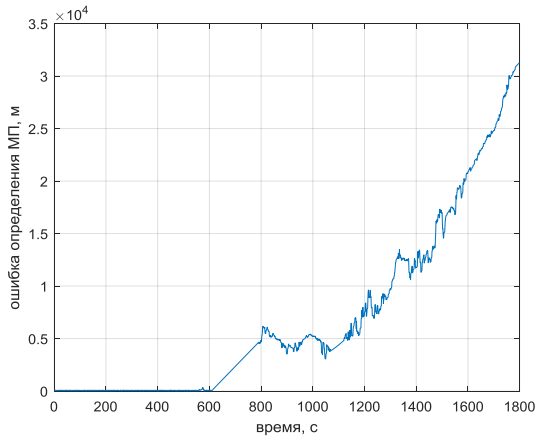


Рис. 1. Ошибка определения местоположения без фильтрации

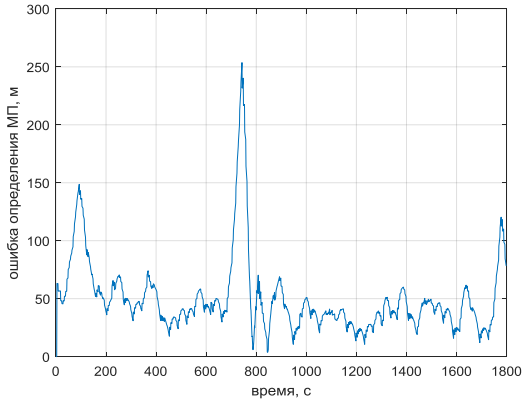


Рис. 2. Ошибка определения местоположения с фильтрацией

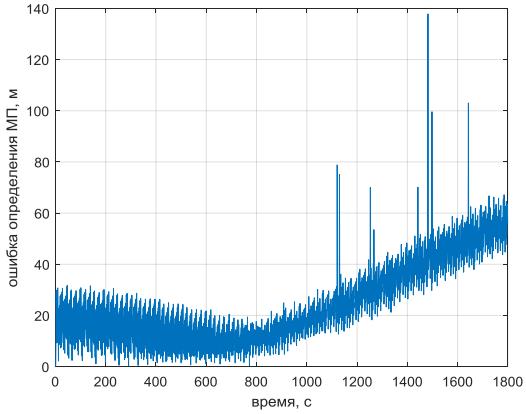


Рис. 3. Ошибка определения местоположения без фильтрации

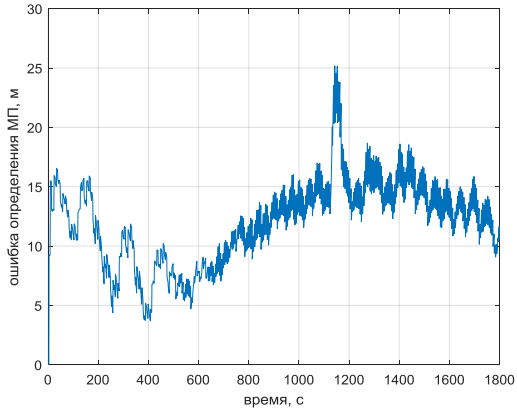


Рис. 4. Ошибка определения местоположения с фильтрацией

Анализ представленных на рис.3 и рис.4 результатов моделирования показывает, что использование оптимальной фильтрации сформированных в КЭНС оценок МП БАС, снижает их ошибку в среднем в три раза. При этом, для моделируемой траектории полета среднее значение точности определения МП без использования предложенного алгоритма фильтрации 38.6 м, а с применением фильтрации 13.7 м.

Анализ рис.1 – рис.4 показывает, что использование ЦМР-1, вместо ЦМР-3, снижает погрешность определения координат почти в четыре раза.

V. Заключение

1. Разработана математическая модель оптимального фильтра для повышения точности поисковых корреляционно-экстремальных навигационных алгоритмов, в которых используются грубые датчики вычисления скорости полета, измерения геометрической высоты летательного аппарата и цифровые матрицы рельефа подстилающей поверхности.

2. Проведенные исследования влияния разработанного оптимального фильтра на точностные характеристики определения местоположения летательного аппарата показали, что обеспечивается двух-трех кратное повышение точности местоположения при полетах над равнинным и горным рельефом местности.

Литература

[1] Августов Л. И., Бабиченко А. В., Орехов М. И., Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве / Августов Л. И., Бабиченко А.В., Орехов М.И. [и др.; под ред. Джанджгавы Г. И.]. - Москва : Научтехлитиздат, 2015. – 589

[2] Антохина Ю.А., Бабуров С.В., Бестугин А.Р., Переломов В.Н., Саута О.И. Развитие навигационных технологий для повышения безопасности полетов: Монография / Под ред. Ю.Г. Шатракова. СПб.: ГУАП. 2016.

[3] Оценка координат летательного аппарата с использованием модели рельефа местности, Саута О.И., Виноградова Е.П., Жмурин А.В., Савельева И.В. // Метрологическое обеспечение инновационных технологий. Сборник статей V Международного форума СПБ, 2025. С. 258-261.

[4] Саута О.И., Виноградова Е.П. Модель измерений радиовысотомера малых высот для корреляционно-экстремальной навигационной системы // Успехи современной радиоэлектроники. 2023. Т. 77. № 8. С. 84–90..Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2 Введение в теорию фильтрации. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012 – 417с.

[5] Кузовков, Н.Т., С. В. Карабанов, О. С. Салычев Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. — Москва : Издательство МГУ, 1978. — 127 с.

[6] Grewal, Mohinder S. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB / Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. — 4th ed. — Hoboken, NJ : Wiley, 2015. — 432 p

[7] Огородников, К.О. Анализ точности нахождения координат местоположения в корреляционно-экстремальных навигационных системах по рельефу местности / К.О. Огородников // Управление большими системами. Сборник трудов. - М.: ИПУ РАН, 2019. №80. - С. 116-134.

Адаптивная компенсация оценок ошибок в корректируемых бесплатформенных инерциальных навигационных системах между наблюдениями

А.В. Чернодаров
Научно-производственное объединение «НаукаСофт», Университет МАИ
Москва, Россия
chernod@mail.ru

Н.П. Старостин
Раменское приборостроительное конструкторское бюро,
Раменское, Московская обл., Россия
stark201288@gmail.com

***Аннотация*—Работа посвящена проблеме совместного оценивания и управления параметрами нелинейных динамических систем (ДС) в стохастических условиях. Такими ДС являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). В качестве параметров рассматриваются погрешности БИНС относительно опорной фазовой траектории, определяемой по внешним наблюдениям. При включении расширенного фильтра Калмана в контур оценивания управление должно ограничивать изменение ошибок БИНС линейной областью относительно опорной фазовой траектории. Реализация подхода к демпфированию оценок связана с одновременным решением нелинейных дифференциальных уравнений БИНС и линеаризованных уравнений погрешностей. Предлагается определять коэффициенты затухания оценок погрешностей на основе метода обратных задач динамики. Синтезированы процедуры формирования таких коэффициентов. Приводятся результаты полунатурного моделирования.**

Ключевые слова—нелинейная динамическая система, стохастические условия, совместное оценивание и управление, корректируемая бесплатформенная инерциальная навигационная система, расширенный фильтр Калмана.

I. Введение

Задача компенсации оценок ошибок в бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС) между сеансами наблюдений связана с нестабильностью внешней по отношению к БИНС информации. В такой задаче возникает необходимость согласования решений нелинейных дифференциальных уравнений БИНС и линеаризованных уравнений их ошибок. Согласование решений опирается на управляемую компенсацию оценок, обеспечивающую стабилизацию параметров БИНС относительно опорной фазовой траектории, определяемой по наблюдениям.

Типовыми являются следующие схемы компенсации оценок ошибок БИНС по результатам наблюдений [1]:

- индикаторная схема компенсации оценок в выходных сигналах БИНС;
- схема компенсации оценок в уравнениях БИНС.

При компенсации оценок в индикаторном режиме не обеспечиваются необходимые условия устойчивого функционирования расширенного фильтра Калмана (РФК) [1,2]. Такие условия связаны с линейностью и ограниченным нарастанием оцениваемых ошибок. При реализации же контура коррекции параметров БИНС оценки списываются из уравнений инерциальной навигации. В этом случае выполняется, как правило, полная компенсация оценок ошибок и их последующее обнуление. Однако в этом случае из структуры РФК исключается модуль прогноза ошибок, который поддерживает сглаживающие свойства РФК. Учитывая ограничения типовых схем компенсации, возникает необходимость формирования процедур адаптивного управления оценками между наблюдениями. Такое управление может быть реализовано с помощью коэффициентов демпфирования оценок K_x (рис.1).

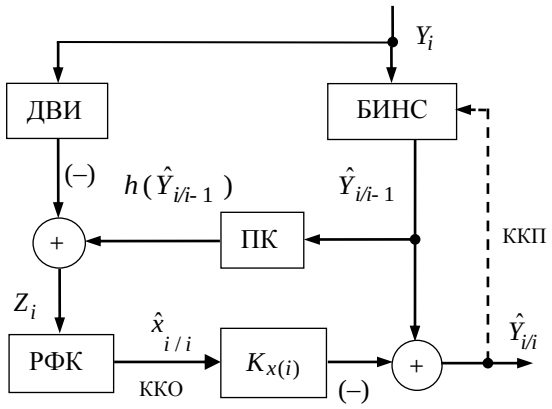


Рис. 1. Схема с вариантами компенсации погрешностей БИНС.

Цель работы связана с синтезированием коэффициентов демпфирования оценок на основе обратной задачи динамики.

Варианты схем компенсации погрешностей БИНС по результатам наблюдений представлены на Рис.1, где Y_i – вектор параметров движения; ДВИ – датчики внешней по отношению к БИНС информации; ПК – преобразователь координат, согласующий параметры

БИНС и ДВИ; ^ - символ оценки; $\hat{Y}_{i/i-1}$; $\hat{x}_{i/i-1}$ – прогнозные значения оценок параметров и ошибок БИНС в момент времени $t = t_i$ после обработки наблюдений Z_{i-1} и решения уравнений

$$\dot{\hat{Y}}(t) = F[\hat{Y}(t)]; \quad (1)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t); \quad (2)$$

$\hat{Y}_{i/i}$; $\hat{x}_{i/i}$ – скорректированные значения оценок после обработки наблюдений Z_i; ККО – контур компенсации скорректированных оценок, для которого справедливы следующие динамические уравнения [1]:

$$\hat{x}_{i/i} = \hat{x}_{i/i-1} + K_i(Z_i - \hat{Z}_{i/i-1}); \hat{Y}_{i/i} = \hat{Y}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}, \quad (3)$$

где $\hat{Z}_{i/i-1} = H_i\hat{x}_{i/i-1}$; $\hat{x}_{i/i-1} = \Phi_i\hat{x}_{i-1/i-1}$; Φ_i - переходная матрица для вектора ошибок, которая определяется из решения дифференциального уравнения

$$\dot{\Phi}(t, t_{i-1}) = A(t)\Phi(t, t_{i-1}) \text{ при } \Phi(t_{i-1}, t_{i-1}) = I;$$

I – единичная матрица; ККП – контур коррекции параметров БИНС по оценкам, для которого справедливы следующие динамические уравнения [1]

$$\hat{x}_{i/i} = K_i Z_i; \hat{Y}_{i/i} = \hat{Y}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}; \hat{x}_{i/i} := 0, \quad (4)$$

где K_i – коэффициент усиления РФК.

II. Обратная задача динамики и идентификация коэффициентов затухания оценок

В классической постановке прямую и обратную задачи динамики можно интерпретировать следующим образом [3]:

- прямая задача: для заданных начальных условий и входных воздействий определить траекторию движения системы в фазовом пространстве. Для системы (2) такая траектория описывается матричной экспонентой;
- обратная задача: определить входные воздействия, обеспечивающие движение системы по заданной траектории в фазовом пространстве. Если фазовая траектория задана в виде матричной экспоненты, то задача состоит в определении коэффициентов $A(t)$ в уравнении (2), обеспечивающих движение по этой экспоненте. Для системы (2), имеющей фиксированные параметры $A(t)$ необходимо определить дополнительные коэффициенты $\bar{\Lambda}$, которые минимизируют отклонения счисленной фазовой траектории $\hat{Y}(t_i)$ от эталонной $Y(t_i)$. Такой интерпретации соответствует следующая модификация уравнения (4):

$$\hat{Y}_{i/i} = \hat{Y}_{i/i-1} - \hat{\Lambda}_i\hat{x}_{i/i}, \quad (5)$$

где $\hat{\Lambda}_i$ – матрица коэффициентов демпфирования оценок.

Между сеансами наблюдений уравнение (1) будет иметь следующее численное решение

$$\hat{Y}_i = F(\hat{Y}_{i-1}, \Delta t_i) - \tilde{\Phi}_i\hat{x}_{i-1}, \quad (6)$$

где

$$\tilde{\Phi}_i = \tilde{\Phi}(t, t_{i-1}) = e^{-\hat{\Lambda}_i\Delta t_i} \approx I - \hat{\Lambda}_i\Delta t_i, \quad (7)$$

$\hat{\Lambda}_i = diag[\lambda_{1(i)} \cdots \lambda_{n(i)}]$; $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ – шаг интегрирования.

Критерий оптимальности для коэффициентов затухания был сформирован на основе невязок η_i между прогнозируемыми $\hat{x}_{i/i-1}$ и скорректированными $\hat{x}_{i/i}$ оценками ошибок БИНС, т.е.

$$\hat{\bar{\Lambda}}_i = \arg\min_{\bar{\Lambda}_i} 0.5 \sum_{i=i_0}^{i_f} \eta_i^T P_{i/i}^{-1}\eta_i \quad (8)$$

при условии $\bar{\Lambda}_i = \bar{\Lambda}_{i-1} = [\lambda_{1(i-1)} \cdots \lambda_{n(i-1)}]^{\mathrm{T}}$,

где

$$\eta_i = \tilde{\Phi}_i\hat{x}_{i-1/i-1} - \hat{x}_{i/i} = \hat{x}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}; \quad (9)$$

$P_{i/i}$ – ковариационная матрица ошибок оценивания, сформированная РФК в i-й момент времени из i наблюдениям; i_0, i_f – индексы соответственно для начальных и конечных значений наблюдений.

Задача (8) решена по методу Понтрягина [4], который основан на формировании гамильтониана

$$\mathcal{H} = 0.5\{\|\eta_i\|^2_{P_{i/i}^{-1}} + \|\omega_i\|^2_{N_i^{-1}}\} + \mu_i^{\mathrm{T}}(\bar{\Lambda}_{i-1} + \omega_i) \quad (10)$$

и решении канонических уравнений

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mu_i^{\mathrm{T}}} = \hat{\bar{\Lambda}}_i; \quad \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\bar{\Lambda}_{i-1}} = \hat{\mu}_{i-1}^{\mathrm{T}}; \quad \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\omega_i} = 0 \quad (11)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mu_i^{\mathrm{T}}} = \hat{\bar{\Lambda}}_i; \quad \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\bar{\Lambda}_{i-1}} = \hat{\mu}_{i-1}^{\mathrm{T}}; \quad \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\omega_i} = 0, \quad (12)$$

где μ_i — вектор множителей Лагранжа; ω_i – вектор возмущений, влияющих на коэффициенты компенсации, который характеризуется ковариационной матрицей $M[\omega(t)\omega^T(t-\tau)] = N(t)\delta(t-\tau)$; $\delta(t-\tau)$ - дельта-функция; $M[\ldots]$ - оператор математического ожидания.

Вычислив частные производные и выполнив алгебраические преобразования, получим расширенную запись канонических уравнений:

$$\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} = a = \hat{\bar{\Lambda}}_{i-1/i-1} - N_{i-1}\hat{\mu}_{i-1}; \quad (13)$$

$$\hat{\mu}_i = b = \hat{\mu}_{i-1} + \hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{i-1} P^{-1}_{i/i}\eta_i; \quad (14)$$

$$\hat{\omega}_i = -N_{i-1}\hat{\mu}_{i-1}, \quad (15)$$

где $\hat{\tilde{x}}_{i-1} = diag\{\hat{x}_{1(i-1)}, ..., \hat{x}_{n(i-1)}\}$.

Уточненные по наблюдениям (9) оценки коэффициентов демпфирования $\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i}$ могут быть найдены путем решения двухточечной краевой задачи (ДТКЗ) (12) – (15) методом инвариантного погружения [5]. В соответствии с указанным методом ДТКЗ включается в более общую задачу с ненулевыми граничными условиями

$$\hat{\mu}_{i_f} = c; \ \hat{\bar{\Lambda}}_{i_f} = r(c, i_f). \quad (16)$$

Для указанных общих условий справедливо основное уравнение инвариантного погружения [5], описывающее эволюцию вектора $r(c, i_f)$,

$$a[r(c, i_f), c, i_f] - r(c, i_f) =$$

$$= \left[\frac{\partial r(c, i_f)}{\partial c} + \frac{\partial^2 r(c, i_f)}{\partial c \partial i_f}\Delta i\right] \times$$

$$\times \{b[r(c, i_f), c, i_f] - c\} + \frac{\partial r(c, i_f)}{\partial i_f}\Delta i. \quad (17)$$

При аппроксимации решения уравнения (17) линейной функцией [5]:

$$r_{i_f}(c, i_f): = \bar{\Lambda}_{i_f} - S_{i_f} c, \quad (18)$$

где $\hat{\Lambda}_{i_f}$ – решение ДТКЗ при $c = 0$; S_{i_f} – ковариационная матрица ошибок оценивания, и замене конечного шага i_f на текущий i алгоритм формирования оценок приобретает вид:

$$\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i} = a[(\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} - S_{i/i-1}c); c; i-1]\Big|_{c=0} +$$

$$+ S_{i/i} b[(\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} - S_{i/i-1}c); c; i-1]\Big|_{c=0}; \quad (19)$$

$$S_{i/i} = -\left\{\frac{\partial a[(\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} - S_{i/i-1}c); c; i-1]}{\partial c}\Big|_{c=0}\right\} \times$$

$$\times \left\{\frac{\partial b[(\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} - S_{i/i-1}c); c; i-1]}{\partial c}\Big|_{c=0}\right\}^{-1}. \quad (20)$$

Частные производные в уравнениях (19), (20) определяются из соотношений (13), (14) с учетом (15), (18) и имеют вид:

$$\frac{\partial a}{\partial c} = -S_{i-1/i-1} - N_{i-1}; \quad (21)$$

$$\frac{\partial b}{\partial c} = I + (\tilde{x}^T_{i-1} P^{-1}_{i/i} \tilde{x}_{i-1})(S_{i-i/i-1} + N_{i-1}) \quad (22)$$

где $S_{i-1/i-1}$ – матрица весовых коэффициентов, полученная в i–1 момент времени по i–1 наблюдениям (9).

После подстановки соотношений (21), (22) в уравнения (19), (20) и выполнения алгебраических преобразований с использованием леммы об обращении матрицы [6] может быть получен следующий алгоритм формирования коэффициентов демпфирования оценок.

Прогноз: $$\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} = \hat{\bar{\Lambda}}_{i-1/i-1}; \quad (23)$$

$$S_0 = S_{i/i-1} = S_{i-1/i-1} + N_i. \quad (24)$$

Коррекция: $$\eta_i = \tilde{\Phi}_i \hat{x}_{i-1/i-1} - \hat{x}_{i/i} = \hat{x}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}; \quad (25)$$

$$V_i = \hat{\tilde{x}}_{i/i-1} S_{i/i-1} \hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{i/i-1} + P_{i/i}; \quad (26)$$

$$S_{i/i} = S_{i/i-1} - S_{i/i-1}\hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{i/i-1} V_i^{-1} \hat{\tilde{x}}_{i/i-1} S_{i/i-1}; \quad (27)$$

$$\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i} = \hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1} + S_{i/i} \hat{\tilde{x}}^T_{i/i-1} P^{-1}_{i/i}\eta_i, \quad (28)$$

где $\hat{\tilde{x}}_i = [\hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{1(i/i-1)} \cdots \hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{j(i/i-1)} \cdots \hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{n(i/i-1)}]^{\mathrm{T}}$; $\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i-1}$; $\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i}$ - прогнозная и скорректированная оценки вектора коэффициентов демпфирования; $S_{i/i-1}$ и $S_{i/i}$ - ковариационные матрицы для указанных оценок.

При реализации алгоритма (23) – (28) возникает необходимость обращения матриц V_i и $P_{i/i}$ в уравнениях (27) и (28). Эти задачи можно упростить, предположив, что элементы вектора $\bar{\Lambda}_i$ взаимно независимы, а также рассматривая только диагональные элементы матрицы $P_{i/i}$. Такими элементами являются дисперсии ошибок оценок параметров вектора x_i. Для векторов $\bar{\Lambda}_i$ и x_i размерностью $n \times 1$ возможна последовательная реализация алгоритма (23) – (28).

Прогноз: (23)–(24).

Коррекция: $$\eta_j = \hat{x}_{j(i/i-1)} - \hat{x}_{j(i/i)}; \quad (29)$$

$$V_j = \hat{\tilde{x}}_{j(i)} S_{j-1} \hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{j(i)} + P_{jj(i/i)}; \quad (30)$$

$$K_j = S_{j-1}\hat{\tilde{x}}^{\mathrm{T}}_{j(i)} / V_j; \quad (31)$$

$$S_j = (K_j \hat{\tilde{x}}_{j(i)} - I) S_{j-1} (K_j \hat{\tilde{x}}_{j(i)} - I)^{\mathrm{T}} - K_j P_{jj(i/i)} K_j^{\mathrm{T}}; \quad (32)$$

$$\hat{\bar{\Lambda}}_j = \hat{\bar{\Lambda}}_{j-1} + K_j \eta_j; \ j = \overline{1,n}; \quad (33)$$

$$\hat{\bar{\Lambda}}_{i/i} = \hat{\bar{\Lambda}}_n; \ S_{i/i} = S_n, \quad (34)$$

где $P_{jj(i/i)}$ – j – й диагональный элемент ковариационной матрицы $P_{i/i}$;

$\hat{x}_{j(i/i-1)}$ и $\hat{x}_{j(i/i)} - j$ – е элементы векторов $\hat{x}_{i/i-1}$ и $\hat{x}_{i/i}$.

Начальные значения ковариационной матрицы S_0 и вектора коэффициентов $\hat{\bar{\Lambda}}_0$ формируются с учетом интервалов наблюдений ошибок БИНС,

III. Анализ результатов исследований

Представленная технология компенсации оценок ошибок была апробирована в полунатурном эксперименте. Объектом исследований являлась бесплатформенная инерциально-спутниковая навигационная система БИНС-500НС [7] разработки НПО НаукаСофт (Москва) на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ).

В системе БИНС-500НС счисляются составляющие вектора относительной скорости, а также кватернионы ориентации и навигации путем решения нелинейных дифференциальных уравнений 11-го порядка вида (1). Шаг интегрирования уравнений БИНС 2.5 мс. Шаг формирования наблюдений ≥ 1Гц. Вектор ошибок включает 18 параметров, а именно: ошибки счисления составляющих вектора относительной скорости, ошибки счисления элементов кватернионов навигации и ориентации, угловые дрейфы ВОГ, смещения сигналов акселерометров и ошибку счисления высоты относительно земного эллипсоида. Необходимость управления оценками ошибок связана с неравномерностью интервалов наблюдений из-за нестабильности спутниковой информации [8]. Вектор ошибок БИНС оценивался по инерциально-спутниковым наблюдениям относительной скорости $\bar{V} = [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}$, геодезической широты φ, долготы λ и высоты h:

$$Z_{K(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ГНСС}}; \qquad (35)$$

$$Z_{V(i)} = [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{БИНС}} - [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{ГНСС}}. \qquad (36)$$

Некоторые результаты экспериментов на базе подвижной лаборатории представлены на следующих рисунках: на рис.2 – круговая позиционная ошибка ΔS при реализации контура коррекции параметров (4); на рис.3 - ошибка ΔS при реализации контура адаптивной экспоненциальной компенсации оценок ошибок БИНС, где $\Delta S = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}$; $\delta_\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{ГНСС}})R$; $\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{ГНСС}})R\cos\varphi_{\text{ГНСС}}$; R – радиус-вектор местоположения БИНС.

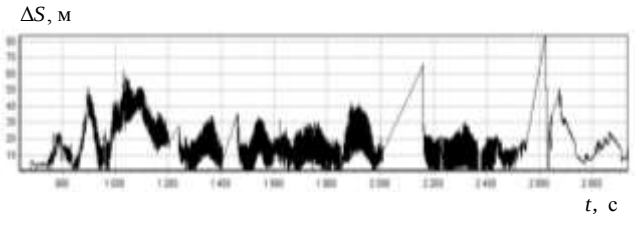


Рис. 2. Круговая позиционная ошибка при реализации контура коррекции (4) параметров БИНС

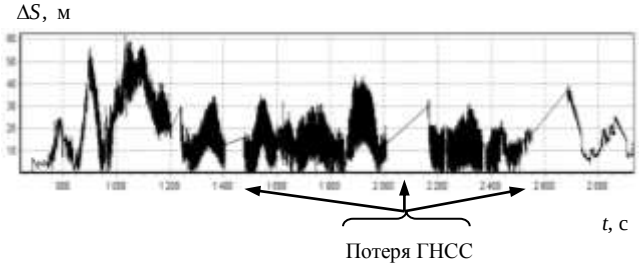


Рис. 3. Круговая позиционная ошибка при реализации контура адаптивной компенсации оценок ошибок БИНС

Сравнение результатов показывает, что при больших временных интервалах между наблюдениями реализация контура коррекции параметров БИНС (4) может привести к их существенной расходимости относительно опорной траектории, формируемой глобальной навигационной спутниковой системой (ГНСС). В таких же условиях применение управляемой компенсации оценок ошибок БИНС позволяет повысить достоверность определения инерциальных параметров.

IV. Заключение

В работе сформулирована задача адаптивной экспоненциальной компенсации оценок ошибок БИНС между сеансами наблюдений. Предлагаемое решение основано на применении метода обратных задач динамики. Реализация метода опирается на идентификацию коэффициентов управлений оценками между сеансами наблюдений. Идентификация выполняется на основе обработки невязок между прогнозными и скорректированными по наблюдениям оценками вектора ошибок. Полученные результаты исследований подтверждают целесообразность управляемой компенсации оценок ошибок в уравнениях БИНС.

Литература

[1] Maybeck, P.S. Stochastic Models, Estimation and Control. N.Y., Academic Press, 1982, vol. 2.

[2] Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть1. Введение в теорию оценивания / Изд. 3-е. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.

[3] Chernodarov, A.V. Identification and an Inverse Filtering Problem // 18th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2018), IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(15), pp. 66–71.

[4] Спиди, К. Теория управления. Идентификация и оптимальное управление / К. Спиди, Р. Браун, Дж. Гудвин. Пер. с англ. Ю.Ф. Кичатова. М: Мир, 1973. 248 с.

[5] Сейдж, Э. Идентификация систем управления / Э. Сейдж, Дж. Мелса. Пер. с англ. под ред. Н.С. Райбмана. М.: Наука, ГРФМЛ, 1974. 248 с.

[6] Сэйдж, Э. Оптимальное управление системами / Э. Сэйдж, Ч. Уайт. Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Радио и связь, 1982. 392с.

[7] Чернодаров, А.В. Исследование аварийного режима бесплатформенной инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС по полетным данным / А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, А.П. Патрикеев, Н.П. Старостин // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2023. С. 196 - 199.

[8] Шмидт, Дж.Т. Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды // Гироскопия и навигация. 2019. № 1. С. 3 - 21

Алгоритм поиска местоположения наземного транспортного средства с применением геометрических примитивов для анализа траекторных полей, полученных спутниковой навигацией

Р.Р. Бикмаев
Управление навигационно-геодезических систем
АНО «Институт инженерной физики»
Серпухов, Россия
navigateai@gmail.com

***Аннотация*—В статье изучается алгоритм поиска местоположения транспортного средства как точки пересечения его траектории движения с графом, вершины которого точки глобального позиционирования, а ребра – сегменты дорог, представленные в виде геометрических примитивов (линий и дуг).**

Ключевые слова—локализация с использованием карты, map matching, модель гауссовой смеси.

I. Введение

Задача локализации с использованием карты (map localization) позволяют компенсировать ошибку счисления пути за счет сопоставления траекторных полей с данными, отраженными на карте. Но для этого требуется применения дополнительных датчиков (камер и лидаров) для реализации обзорно-сравнительного метода навигации. Как правило, они используют сложные алгоритмы поиска локального местоположения с географической привязкой, но ошибка в сопоставлении с картой (эталоном), как правило, не зависит от геодезических координат локализации и требует интегрирования в систему дополнительных источников данных. В работе предлагается использовать для локализации с помощью карты единственный источник информации – данные траектории транспортного средства.

II. Связанные работы

В подходе [1] решается задача коррекции системы счисления пути путем оценивания параметров рассогласования между цифровой карты дорог и бортовой навигационной системой транспортного средства. Алгоритм поиска точки коррекции заключается в минимизации боковых отклонений траектории движения с отрезками, начало и концы которых являются точками осевой линии дорог.

В работах [2], [3] реализован метод, в котором используется модель гауссовой смеси (метода машинного обучения без учителя) для аппроксимирующего логического вывода при определении точки пересечения графа дорог и траектории движения автомобиля, полученной визуальной одометрией. В предложенном алгоритме поиска для снижения вычислительной сложности предложены решающие правила для упрощения представления апостериорного распределения, которые обеспечивают сходимость модели гауссовой смеси.

Предлагаемый в работе алгоритм поиска опирается на второй подход, но строит граф дорог не в плоскости двухмерной карты, а на основе трека глобального позиционирования, в котором дополнительно определена высота. Также в алгоритме при оценке распределений в модели гауссовой смеси дивергенцией Кульбака–Лейблера применена симметрична мера различия - расстояние Дженсена–Шеннона [4].

III. Постановка задачи

Предположим, существует карта m, в которой дороги представлены в виде множества последовательных точек p’, неравномерно расположенных на осевой линии пути. Для определенных маршрутов получены треки, состоящие из упорядоченных во времени точек p глобального позиционирования путем измерения спутниковой навигационной системой. Полученные данные представляют кортежи из широты, долготы и высоты (B, L, H), и подвержены некоторому шуму.

По определенному маршруту двигается транспортное средство, оборудованное системой счисления пути, которое измеряет пройденный путь и ориентацию с накопительной ошибкой.

Требуется составить алгоритм поиска, который определял бы точки пересечения траектории движения транспортного средства с треками, сопоставленными с картой.

IV. Предлагаемое решение

Карту m представим в виде связанного графа G, у которого вершинами являются точки p (B, L, H), ближайшие к точкам p’ на осевой линии, а ребрами – сегменты дороги s. Таким образом, карта – это граф дорог G(p, s).

Вершины графа p (B, L, H) определяются методом итеративной проекции, описанной в работе [4], которая позволяет объединять множественные треки в однопутевой трек.

Сегменты дорог s (ребра графа G) описываются линией или дугой как на Рис.1, Рис.2. и Рис. 3.

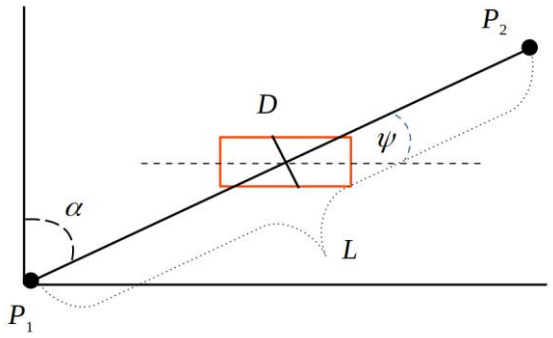


Рис. 1. Линейный сегмент дороги, который имеет направление начальную и конечную вершину, длину и пройденный траспортом путь

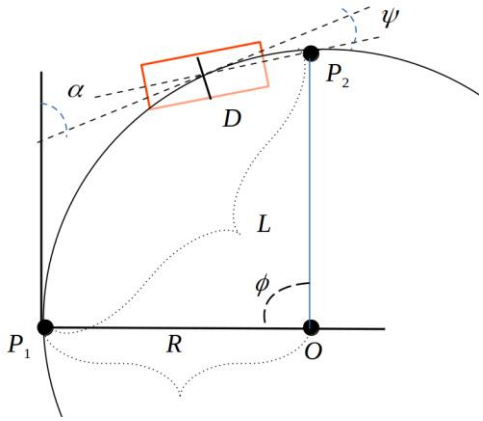


Рис. 2. Дуговой сегмент дороги с кривизной k=1/R

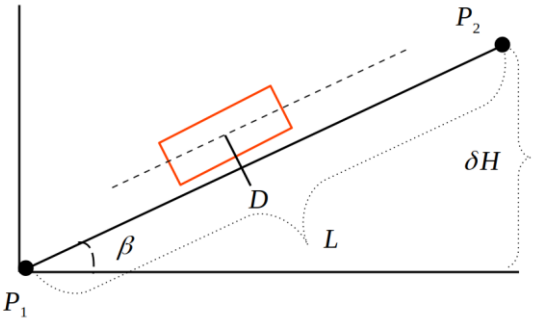


Рис. 3. Сегмент дороги, в котором изменяется высота.

Ориентация и местоположение транспортного средства на карте определяется сегментом дороги s, по которому он движется. В параметрах линейных и дуговых сегментов местоположение автомобиля можно выразить через расстояние от точки p_1 - D и угловое смещение - ψ. Исходя из этого, навигационный курс, местоположение в линейном и дуговом сегменте определяется следующими формулами:

$$\hat{\psi} = \psi + \alpha + k \cdot D' \tag{1}$$

$$\hat{p} = \frac{L - D'}{L} \cdot p_1 + \frac{D'}{L} \cdot p_2 \tag{2}$$

$$\hat{p} = O + R \cdot \mathbf{d}\left(\frac{L - D'}{L} \cdot \psi_0 + \frac{D'}{L} \cdot \psi\right) \tag{3}$$

В формулах (1-3) D` = D ∗ cos (β) , R – радиус окружности с центром O, ϕ0 – начальный угол от линии горизонтальной сетки и d(ϕ) = [cos ϕ, sin ϕ]^T.

На основе представления карты как G(p,s), в которой ребра описываются формулами (1-3), определяем состояние транспортного средства в момент времени t как x_t = (s_t, D`$_t$ , D`$_{t-1}$, ψ`$_t$, ψ`$_{t-1}$), где [D`$_t$ , D`$_{t-1}$, ψ`$_t$, ψ`$_{t-1}$]^T = S_t , который учитывает расстояние и угловое смещение в предыдущий и текущий момент времени.

Измерения линейного и углового смещение системой счисления пути, определенное в момент времени t, обозначим $\mathbf{y}_t$.

Наблюдения одометрии моделируются как

$$p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) = \mathcal{N}(\mathbf{y}_t|\mathbf{M}_{s_t}\mathbf{S}_t, \sum_{s_t}^{y}) \tag{4}$$

где Ьы = **х ьВ**б **ьψ**ъ^{E}б **ьВ** = (1б -1б 0б 0)^E и **ьψ** = (кыб -кыб 1б -1)^{E}ю

Модель перехода состояний с вероятностью перехода сегмента p(s_t| x_{t-1}) и распределением перехода состояния p (S_t | s_t, x_{t-1}) представим как

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{x}_{t-1}) = p(s_t|\mathbf{x}_{t-1})p(\mathbf{S}_t|s_t, \mathbf{x}_{t-1}) \tag{5}$$

Распределением перехода состояния есть результат линейного преобразования, искаженного гауссовым шумом:

$$p(\mathbf{S}_t|s_t, x_{t-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{S}_t|\mathbf{A}_{s_t,s_{t-1}}\mathbf{S}_{t-1} + \mathbf{b}_{s_t,s_{t-1}}, \Sigma^{\mathbf{S}}_{s_t}) \tag{6}$$

Вероятность перехода сегмента p (s_t |x_{t-1}) определяет вероятность перехода на сегмент s_t при заданном предыдущем состоянии x_{t-1}. Для определения вероятности смены сегментов используем гауссовскую модель перехода состояния в (6), чтобы получить

$$p(s_t|\mathbf{x}_{t-1}) \propto \xi_{s_t,s_{t-1}} \int_{L_{s_{t-1}}}^{L_{s_{t-1}}+L_{s_t}} \mathcal{N}(x|\mathbf{a}_D^T\mathbf{S}_{t-1}, \mathbf{a}_D^T\Sigma^{\mathbf{S}}_{s_{t-1}}\mathbf{a}_D)dx \tag{7}$$

где a_D - первая строка матрицы $\mathbf{A}_{st,\ s\{t-1\}}$, которая представляет собой прогнозируемую позицию D_t , ξ — априорная вероятность перехода на s_t из s_{t-1}, а N (s) — множество сегментов, с которыми соединяется s.

Определим логический вывод из распределения p(x_t | $y_{1:t}$), учитывая модель перехода состояния. Для этого разделим алгоритм на этап распространения неопределённости (прогноз) (5) и обновления неопределенности (коррекция) с использованием модели наблюдения (4).

Для представления непрерывного распределения p($\mathbf{S}_t$ | s_t, $y_{1:t}$) используется модель гауссовской смеси, т.е.

$$p(\mathbf{S}_t|s_t, \mathbf{y}_{1:t}) = \sum_{i=1}^{N_{s_t}} \pi_{s_t}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{S}_t|\mu_{s_t}^{(i)}, \Sigma_{s_t}^{(i)}) \tag{8}$$

где N_{st} – число компонентов смеси, связанных с s_t, а M_s^t – параметры смеси для s_t.

Предполагая, что независимые наблюдения заданы состояниями и марковскими переходами состояний первого порядка, используя модель смеси (8) и динамику

перехода состояний (5), распределение байесовской фильтрации рекурсивно будет следующим:

$$p(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_{1:t}) = \sum_{u_t} \frac{P_{s_{t-1}}}{Z_t} p(\mathbf{y}_t|\mathbf{x}_t) \sum_{i=1}^{N_{u_{t-1}}} \pi^{(i)} \int p(s_t|s_{t-1}, \mathbf{s}_{t-1}) \mathcal{N}(\mathbf{S}_t|\mathbf{A}\mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{b}, \Sigma^{\mathbf{s}}) \times \mathcal{N}(\mathbf{s}_{t-1}|\mu^{(i)}, \Sigma^{(i)}) d\mathbf{s}_{t-1} \quad (9)$$

Интеграл в (9) из-за нелинейной формы p (s_t | s_{t-1}, S_{t-1}) аналитически не решается. Вводится решающее правило, по которому p(s_t | s_{t-1}, S_{t-1}) является константой при условии $\|d/(d\,\mu)\, g\,(\mu, \Sigma)\| < 10^{-8}$, тогда интеграл аппроксимируется аналитически как

$$c_{pred}\mathcal{N}(S_t|\mathbf{A}_\mu + \mathbf{b}, \Sigma^S + \mathbf{A}\Sigma\mathbf{A}^T) \quad (10)$$

где c_{pred} = p (s_t | s_{t-1}, μ). При невыполнении условии используется приближение Монте-Карло, вычисляя из M = 400 примеров, выборки $S_{t-1}^{(j)}$ = N(μ, Σ) для j = 1,.., M, а затем интеграл аппроксимируется одним компонентом c_{pred} N (S_t | μ_{pred}, Σ_{pred}, где c_{pred} = 1/M $\Sigma_{j=1}^{M}$ $\omega^{(j)}$.

Поскольку распределение модели наблюдения p(y_t | x_t) является гауссовым и линейным по S_t, это соответствует умножению двух гауссовых плотностей и может быть решено в замкнутой форме. Тогда результирующее обновление вычисляется как c_{upd} N (S_t | μ_{upd}, Σ_{upd}):

$$c_{upd} = \frac{\omega c_{pred}|\Sigma_{upd}|^{0.5}}{|\Sigma_{upd}|^{0.5}|\Sigma_{s_t}^{\mathbf{y}}|^{0.5}} e^{-\frac{1}{2}||\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_{s_t}\mu_{pred}||^2_{\Sigma'_{upd}}} \quad (11)$$

Выполнение этапа прогноза и коррекции для каждого компонента и каждой пары связанных узлов создает набор компонентов модели смеси для каждого s, веса которых пропорциональны P_s^t. После нормализации смесей для каждого сегмента получим вероятность нахождения транспортного средства в данном сегменте P_s^t.

Реализация модели логического вывода с шагом прогнозирования и коррекции вычислительно сложна, поскольку количество компонентов смеси растет экспоненциально со временем и моды дублируются в двух циклах перебора сегментов s. Поэтому запускается процедура упрощения модели гауссовой смеси, которая удаляет компоненты при переходах соседних сегментов и обновляет другие, сохраняя при этом расхождение Кульбака-Лейблера ниже заданного порогового значения.

V. Алгоритм поиска

Учитывая описанную выше модель представления карты и модель логического вывода с шагом прогнозирования и коррекции общий алгоритм поиска местоположения транспортного средства как точки пересечения траектории с графом состоит из двух алгоритмов:

1) Алгоритма представления карты, в котором трек, полученный глобальным позиционированием, преобразуется в граф дорог G(p,s).

2) Алгоритма поиска пересечения графового представления с траекторией транспортного средства как логический вывод из распределения (10).

Algorithm 1 Алгоритм представления карты

Input: a map set axial points $id' \mapsto p'_i$
Input: a map set of GPS locations p_j from track id
map Points ← ∅
for all p' **do**
  for all p **do**
    if $id == id'$ **then**
      Calculate distance p'_i and p_j
      if distance < threshold **then**
        Points ← p
      end if
    end if
  end for
end for
for all Points **do**
  Calculate parameters $l,r,\alpha,p_1,p_2,\beta,\phi$ Map Graph G
  Compute transition information for each node
  Compute Nearby Roads
end for
Return: graph G(p,s)

Algorithm 2 Алгоритм поиска пересечения

Input: Posterior at $t-1, \{P_s^{t-1}, \mathcal{M}_s^{t-1}\}$
Input: Observation at $t, \mathbf{y}_t$
Initialize mixtures, $\mathcal{M}_s^t \leftarrow \oslash$, for all s
for all segments s_{t-1} **do**
  for all segments s_t reachable from s_{t-1} **do**
    $\mathcal{M}' \leftarrow \oslash$
    for all $(w, \mu, \Sigma \in \mathcal{M}_{s_{t-1}}^{t-1})$ **do**
      Compute $c_{pred}\mathcal{N}(\mu_{pred}, \Sigma_{pred})$
      $c_{pred} \leftarrow \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M} w^{(j)}$
      $\mu_{pred} \leftarrow \frac{1}{Mc_{pred}}\sum_{j=1}^{M} w^{(j)}\mathbf{S}_t^{(j)}$
      $\Sigma_{pred} \leftarrow \Sigma^s + \frac{1}{Mc_{pred}}\sum_{j=1}^{M} w^{(j)}(\mathbf{S}_t^{(j)} - \mu_{pred})(\mathbf{S}_t^{(j)} - \mu_{pred})^T$
      Compute $c_{upd}\mathcal{N}(\mu_{upd}, \Sigma_{upd})$
      $\Sigma_{upd} \leftarrow (\mathbf{M}_{u_t}^T \Sigma_{u_t}^{\mathbf{y}^{-1}} \mathbf{M}_{u_t} + \Sigma_{pred}^{-1})^{-1}$
      $\mu_{upd} \leftarrow \Sigma_{upd}(\mathbf{M}_{u_t}^T \Sigma_{u_t}^{\mathbf{y}^{-1}} \mathbf{y}_t + \Sigma_{pred}^{-1}\mu_{pred})$
      $c_{upd} \leftarrow \frac{\omega c_{pred}|\Sigma_{upd}|^{0.5}}{|\Sigma_{upd}|^{0.5}|\Sigma_{u_t}^{\mathbf{y}}|^{0.5}} e^{-\frac{1}{2}||\mathbf{y}_t - \mathbf{M}_{u_t}\mu_{pred}||^2_{\Sigma'_{upd}}}$
      $\mathcal{M}' \leftarrow \mathcal{M}' \bigcup (c_{upd}, \mu_{upd}, \Sigma_{upd})$
      if $s_t \neq s_{t-1}$ **then**
        Compute (c, μ, Σ) to approximate $\mathcal{M}'$
        $\mathcal{M}_{s_t}^t \leftarrow \mathcal{M}_{s_t}^t \bigcup (c, \mu, \Sigma)$
      else
        $\mathcal{M}_{s_t}^t \leftarrow \mathcal{M}_{s_t}^t \bigcup \mathcal{M}'$
      end if
    end for
  end for
  for all segments s **do**
    $P_s^t \leftarrow \sum_{(c,\mu,\Sigma)\in\mathcal{M}_s^t} c$
    $\mathbf{M}_s^t \leftarrow \{(\frac{c}{P_s^t}, \mu, \Sigma) | (c, \mu, \Sigma) \in \mathcal{M}_s^t\}$
  end for
  Return: Posterior at $t, \{P_s^t, \mathcal{M}_s^t\}$

VI. Эксперимент

Для оценки алгоритма поиска местоположения был проведен эксперимент с использованием цифрового двойника обзорно-сравнительного метода навигации, в котором бортовая система навигации в виде счисления пути корректировалась лидаром путем распознавания перекрестков дорог. Распознавания места строилось на гистограммном методе машинного зрения путем определения расстояний землекопа между эталоном и проекцией на изображение измеренного скана лидара (обратная мере их сходства).

В эксперименте алгоритм поиска работал независимо от реализации обзорно-сравнительного метода, используя относительные координаты, и корректировал траекторию с учетом вычисленных смещений по координатам в точках предполагаемого пересечения траектории системы счисления пути и графа дорог.

В ходе эксперимента задавалось четыре серии по пять заездов по одному маршруту, протяженностью 25,6 км. Для каждой серии проезда изменялось мера сходства от 0.15 до 0.09 (Рис.4 и Рис.5).

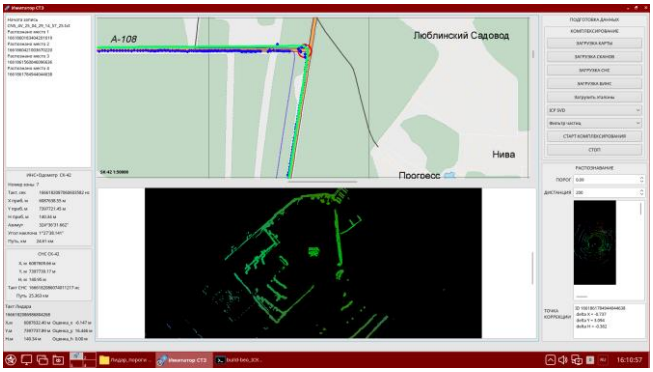


Рис. 4. Пример заезда при мере различия 0.09. Зеленая линия - траектория с коррекцией по лидару, линия из синих точек - траектория с алгоритмом поиска, голубая линия - траектория системы счисления пути.



Рис. 5. Пример заезда при мере различия 0.15. На перекрестке различима ошибка распознавания места. Зеленая линия - траектория с коррекцией по лидару, линия из синих точек - траектория с алгоритмом поиска, голубая линия - траектория системы счисления пути

ТАБЛИЦА 1. СРЕДНЯЯ ОШИБКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ПО X И Y

Режим	**Мера различия в серии**			
	0.15	***0.12***	***0.10***	***0.09***
ОСМ	-3.272 3.185	-3.238 3.591	0.072 2.014	-6.147 16.446
АП	+2.344 -2.176	-2.789 -2.876	-2.954 +1.567	+2.297 -2.152

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из таблицы 1 следует, что средняя ошибка обзорно-сравнительный метода (ОСМ) навигации зависит от меры различия в алгоритме распознавания. Его увеличение (0.15) приводит к увеличению точек коррекции из-за ложных срабатываний, тем самым увеличивает ошибку системы счисления пути, а излишнее уменьшение (0.09) - снова увеличивает ошибку из-за уменьшения точек коррекции. В отличие от обзорно-сравнительного метода использовании в навигационной системе алгоритма поиска (АП) не зависит от ручного подбора дополнительных параметров и показывает меньшую среднюю ошибку во всех сериях испытания.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Шолохов А.В. «Коррекция наземных навигационных систем по цифровой карте дорог с учетом ее погрешностей», Сборник докладов V конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", Санкт-Петербург, 2003.

[2] M. A. Brubaker, A. Geiger and R. Urtasun, "Lost! Leveraging the crowd for probabilistic visual self-localization", Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recog., pp. 3057-3064, 2013.

[3] M. A. Brubaker, A. Geiger and R. Urtasun, "Map-Based Probabilistic Visual Self-Localization," in IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 38, no. 4, pp. 652-665, 1 April 2016.

[4] Nielsen, F. On a Generalization of the Jensen–Shannon Divergence and the Jensen–Shannon Centroid. Entropy 2020

[5] Adel Javanmard, Maya Haridasan and Li Zhang, "Multi-track Map Matching", in CoRR, 2012

[6] S. M. Oh, S. Tariq, B. N. Walker, and F. Dellaert, "Map-based priors for localization", in ICIRS , 2004.

Методика и система бесконтактного оптоэлектронного двулучевого времяпролетного определения вектора скорости движения микрометеороидов

П.К. Кузнецов
Самарский государственный технический университет
Самара, Россия
kurnesov@mail

Е.А. Щелоков
ГНП «РКЦ» Прогресс»
Самара, Россия
riddick41666@mail.ru

***Аннотация*—При долговременной эксплуатации орбитальных аппаратов дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) одним из факторов существенно влияющим на время работоспособности оптических сенсоров аппаратов является космический мусор и, в частности, микрометеороиды. Метеороиды (ММ) имеют размеры порядка 1-100 мкм. и обладают скоростями до 30 км/С. Характеристики распределения и плотности потоков крупноформатного космического мусора в районах орбит эксплуатации аппаратов ДЗЗ наблюдаемы и достаточно хорошо изучены, но параметры орбит, характеристики плотности потоков ММ и их скорости до настоящего времени недостаточно хорошо изучены. В настоящей статье предложена методика и реализующая ее оптоэлектронная система регистрации и определения параметров движения ММ.**

Ключевые слова—космический мусор, микрометеороиды, оптикоэлектронная система, регистрация, определение, параметры вектор скорости.

Введение

Существуют способы измерения плотности потоков ММ, основанные на использовании плоскостных металлических регистраторов ударов ММ, которые для анализа количества и скоростей ММ доставляются на Землю, что в практическом использовании очень неудобно и мало информативно.

Цель работы – обеспечение безопасности и продление активного срока службы аппаратов дистанционного зондирования Земли (АДЗЗ) с помощью расширения функциональных возможностей и снижения погрешности информационно-измерительной системы бесконтактного оптоэлектронного времяпролетного измерения вектора скорости ММ в окрестности орбит эксплуатации АДЗЗ. ИИС определения параметров вектора скорости ММ (ВС ММ) представляет собой систему плоских световых завес, выполненных на основе лазерных источников излучения и быстродействующих фотоприемников. ВС ММ реализует времяпролетный метод измерения скорости движения ММ.

В докладе представлено описание конструкции ИИС ВС ММ и приведены результаты теоретических исследований погрешности таких ИИС, а также результаты наземных испытаний их макетных образцов и минимально достижимой погрешности измерения параметров вектора скорости ММ, которая оценивается в 12-15%. [1–4].

I. Структура системы регистрации и определения параметров движения микрометеороидов

С целью решения поставленной задачи разработана представленная на рис.1 структурная схема блока оптических элементов (БОЭ) ИИС определения компонент $V_{нx}, V_{нy}, V_{нz}$ вектора скорости $\vec{V}_н$ движения ММ.

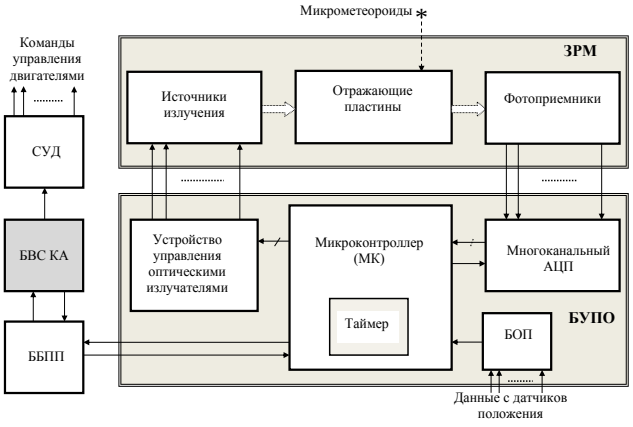


Рис. 1. Структурная схема бортовой ИИС ВС ММ

Структурными элементами, определяющими функциональные возможности ИИС и погрешность измерения параметров движения ММ являются источники излучения (ИИ), фотоприемники (ФП), отражающие плоскости и таймер в составе микропроцессора. Выносные блоки зон регистрации метеороидов и сопряженный с ними выносной блок управления и первичной обработки данных (БУПО) размещаются на расстоянии до нескольких километров от КА. БУПО располагается рядом с зоной регистрации микрометеороидов (ЗРМ) на удалении до нескольких метров. Связь между БУПО и бортовой вычислительной системой КА (БВС КА) осуществляется по радиоканалу через блок беспроводных приемопередатчиков (ББПП). Микроконтроллер (МК) осуществляет управление следующими режимами работы: подача питания на устройства управления излучателями и фотоприемниками (ФП), ввод в многоканальный АЦП сигналов с ФП; съем и обработка принятой с АЦП информации; сбор, систематизация и передача измерительной информации и данных о состоянии и пространственном положении выносных блоков с блока определения положения (БОП) в БВС КА для выработки заданий в систему управления движением (СУД) выносных блоков.

Система измеряет координаты и время пролета объекта через ЗРМ, составленных из группы координатно-чувствительных плоских световых завес, формируемых источниками излучения, отражающими пластинами и фотоприемниками.

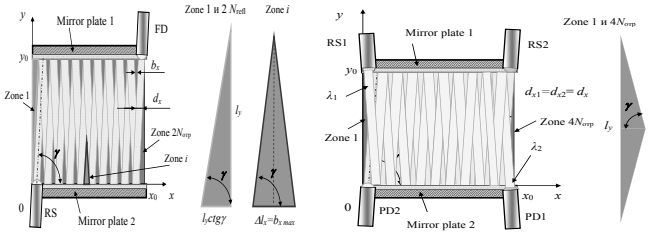
Известные типы зоны регистрации микрометеороидов (ЗРМ) состоят из панелей световых завес (ПСЗ) двух типов: светодиодных и лазерных. В баллистических измерительных системах типа ФЭД-7М две параллельные друг другу ПСЗ А и В смещены между собой на расстояние l_z вдоль оси z движения объекта и нормальны к этой оси. При таком способе измерений измеряется только проекция вектора скорости на ось z:

$$V_z = l_z/(T_z^{B-} - T_z^{A-})\ \mathrm{V_{мм}} = \frac{l_z}{(T_{z2}-T_{z1})},$$

где T_z^{A-} и T_z^{B-} – начальные значения интервала прерывания микрометеороидом лазерных лучей в ПСЗ А и В соответственно.

В ИИС с лазерными ЗРМ световая завеса формируется многократным отражением луча от двух параллельных разнесенных между собой на высоту l_y пластин с зеркальным покрытием длиной l_x таким образом, чтобы шаг b_x между лучами завесы был меньше минимально допустимого размера D_x микрометеороида, а луч после всех отражений от пластин при отсутствии объекта попадал бы по на ФП (рис. 2а). Высота ПСЗ зависит от цены δt деления шкалы таймера, временные отсчеты которого точно совпадают с пространственными точками отражения лучей от зеркальных пластин. Объект, проходя через световую завесу, прерывает луч на время, которое измеряется таймером. К достоинствам таких ИИС относятся высокая производительность и широкий диапазон измеряемых скоростей. К недостаткам – узкая апертура зоны регистрации, определение только координаты z и составляющей V_z вектора скорости $\vec{V}$ объекта; отсутствие учета и компенсации влияния $\mathrm{N_{отр}}$ отражений лазерного луча, внешних и внутренних фоновых засветок на погрешность измерения.

На рис. 2 показаны варианты построения однолучевой ПСЗ (а) и двулучевой встречно-параллельной ПСЗ (б). Слепые зоны Sт обозначены темным цветом.



а) б)

Рис. 2 – Однолучевая ПСЗ (а) и двулучевая встречно параллельная ПСЗ (б): ИИ – источник излучения; ФП – фотоприемник; λ1 и λ2 – значения центральных длин волн ИИ1 и ИИ2 соответственно (λ1≠λ2); $\Delta l_x = b_{xmax}$ – расстояние между смежными лучами на зеркальной пластине

Коэффициенты заполнения однолучевой и двулучевой встречно-параллельной ПСЗ при $d_{x1} = d_{x2} = d = b_{xmax} = \Delta l_x$ и $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$ равны соответственно:

$$k_{з1} = 1 - \frac{2(N_{отр}-1)d\mathrm{ctg}\gamma}{l_x} - \frac{d^2\mathrm{tg}\gamma}{2l_y l_x} \quad (1)$$

$$k_{з2} = 1 - \frac{l_y \mathrm{ctg}\gamma}{l_x} \quad (2)$$

В работе предложен модифицированный метод двулучевого встречно-параллельного времяпролетного определения скорости ММ. Расширение количества и диапазонов определяемых параметров обусловлено измерением интервалов лучепрерывания в ЗРМ из группы I пространственно смещенных взаимно параллельно и ортогонально ориентированных ПСЗ с большим значением $S_{СЗ}$. В соответствии с математической моделью взаимодействия ММ и ЗРМ в процессе пролета ММ через ЗРМ определяются координаты ($x_{мi}$, $y_{мi}$, $z_{мi}$, i=1), размеры ($D_{мx}$, $D_{му}$, $D_{мz}$) и вектор $\vec{V}_м$ скорости ММ.

На рис. 3 на представлен пример ЗРМ из двух пространственно совмещенных ***x***- и *y*- координатных ПСЗ A_{xy} и B_{xy}, разнесенных по оси z на расстояние l_z. Показан принцип определения и размеров ММ по результатам измерения интервалов времени лучепрерывания на входе (точка $\mathbf{M^A(x_м=0…l_x; y_м=0…l_y; z_м=0))}$ и на выходе (точка $\mathbf{M^B(x_м=0…l_x; y_м=0…l_y; z_м=l_z))}$ ММ из ЗРМ.

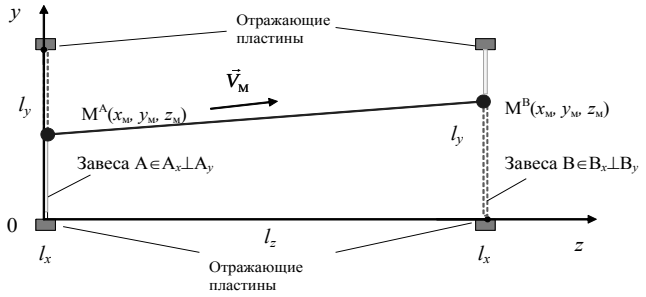


Рис. 3. Проекция на координатную плоскость $0yz$ траектории полета ММ от ЗРМ А к параллельной ей ЗРМ В, смещенной по оси z на величину l_z

Иллюстрация модели взаимосвязи времени и координаты лучепрерывания в x-координатной ПСЗ A_x. приведена на Рис. 4.

Разработан ряд математических соотношений, связывающих параметры ММ и модифицированных зон регистрации ММ, учитывающих геометрические размеры, скорость ММ и основные конструктивные параметры ЗРМ, которые составили математическую модель ИИС. На рисунке 5 представлена методика определения координат и геометрических размеров ММ, использующая разработанные математические модели.

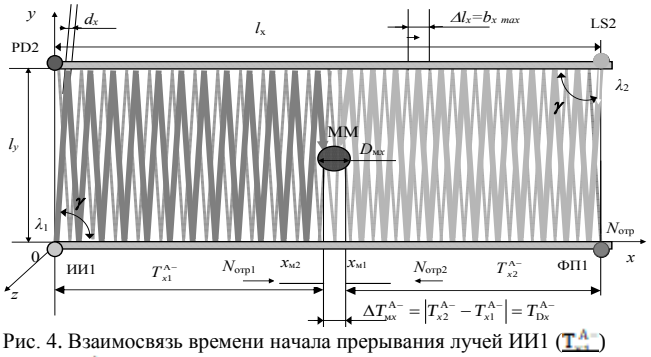


Рис. 4. Взаимосвязь времени начала прерывания лучей ИИ1 ($\underline{\mathbf{T}}^{A-}_{x1}$) и ИИ2 ($\underline{\mathbf{T}}^{A-}_{x2}$) с положением ММ в **x**-координатной ПСЗ A_x

При запуске ИИС задаются значения констант, определяемые геометрическими и энергетическими параметрами ЗРМ, и шкала времени $T_ц$ цикла измерения, ориентированная на нижний предел диапазона измеряемых скоростей ММ. Далее **с**истема формирует завесы, контролирует синхронность их работы и вводит в режим ожидания ММ. При влете ММ в ЗРМ в момент начала интервала прерывания первого луча запускаются цикл и шкала измерения интервалов прерывания лучей во всех завесах (см. рис. 3 и 4). По этим значениям определяются координаты ММ в ЗРМ, их геометрические параметры и составляющие вектора скорости. Если за время движения в ЗРМ одного ММ в нее не входят другие объекты, то системой определяются его размеры и скорость. После вылета ММ из ЗРМ система возвращается в режим ожидания. На рис. 5 приведен влета ММ в составную завесу А .

Сначала измеряются значения T_{x1}^{A-} и T_{x2}^{A-} начала интервала прерывания лучей ИИ1 ИИ2 в завесе A_x и значения T_{y1}^{A-} и T_{y2}^{A-} начала интервала прерывания лучей в ИИ3 и ИИ4 в совмещенной с ней завесе A_y. Для пространственно-временного и энергетического согласования завесы A_x, A_y, B_x, B_y исполняются с идентичными геометрическими и энергетическими параметрами с разными длинами волн ИИ.

Пусть запуск шкалы таймера происходит по лучу от ИИ1 в завесе A_x. Тогда T_{x1}^{A-}=0 – начало шкалы времени, и в дальнейших расчетах используется значение $D_{мх}$, полученное по результатам измерения времени лучепрерывания в завесе B_x.

В силу идентичности размеров завес ($l_x = l_y$) тестовое время $T_{сз+}$ формирования и $T_{сз-}$ отключения завес без ММ равно:

$$T_{сз} = T_{сз-} = T_{сз+} = \frac{N_{отр} l_y}{c\sin(\gamma)} = \frac{N_{отр} l_x}{c\sin(\gamma)} \qquad (3)$$

Тогда по значению T_{x2}^{A-} можно получить время начала интервала отключения луча ИИ1 относительно условно смещенного назад времени запуска шкалы таймера как

$$T_{x1}^{A-} = T_{сз} - T_{x2}^{A-} - T_{Dmx}^{A} = T_{x1}^{B-} + T_{x2}^{B-} - T_{x2}^{A-}, \quad (4)$$

Для определения геометрических размеров $D_{мх}^{B}$ (рис. 4) и координаты $x_{м0}^{B}$ центра ММ по оси x в завесе B_x используется время начала интервалов прерывания лучей от ИИ1 и ИИ2 (см. рис.6):

$$T_{Dx}^{B} = T_{сз} - (T_{x1}^{B-} + T_{x2}^{B-}), \qquad (5)$$

$$T_{м0x}^{B} = T_{x1}^{B-} - \frac{T_{сз} - (T_{x1}^{B-} + T_{x2}^{B-})}{2} = \frac{T_{сз} + T_{x1}^{B-} - T_{x2}^{B-}}{2}. \qquad (6)$$

где T_{Dx}^{B} – время, пропорциональное размеру $D_{мх}^{B}$; T_{x0}^{B} – время, пропорциональное координате $x_{м0}^{B}$.

С учетом траектории многократно отраженного луча, задается координатная ось x, которая при точном пространственно-временном согласовании шкалы цикла работы таймера $T_ц$ с пространственными шкалами l_x и l_y завес дает точное значение координаты центра ММ $x_{м0}^{B}$ и размера $D_{мх}^{B}$ ММ по оси x:

$$x_{м0}^{B} = cT_{x0}^{B}\cos(\gamma), \qquad D_{мх}^{B} = cT_{Dmx}^{B}\cos(\gamma). \qquad (7)$$

$D_{мх}^{B}$ Размер $D_{мг}$ определяется после определения компоненты $V_{мг}$ вектора скорости ММ измерением интервала прерывания любого луча в любой завесе, например, измерением интервала прерывания луча ИИ2 в завесе A_x (см. рис. 3 и 4):

$$D_{мг} = D_{мг}^{A} = V_{мг}\left|T_{x2}^{A+} - T_{x2}^{A-}\right|\cos(\alpha_z),$$

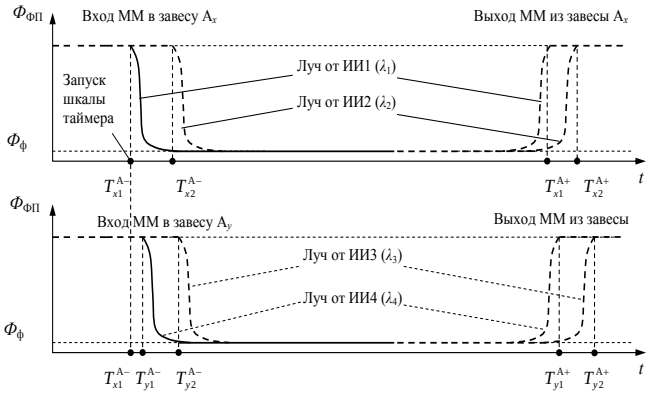


Рис. 5. Измерение интервалов лучепрерывания ИИ1-ИИ4 в ПС Ах и Ау для определения координат и геометрических размеров ММ

Если считать, что ускорение $d\vec{V}_м/dt = 0$, то по полученным значениям координат $x_м$, $y_м$ и интервалов лучепрерывания в завесе А ($T_{мг}^{A-} = 0$) и в завесе В ($T_{мг}^{B-}$) измеряется промежуток времени $T_{мг}^{B-} - T_{мг}^{A-} = T_{мг}^{B-}$ между началом пересечения родственных координатно-чувствительных завес плоскостей А и В и далее в соответствии с моделью (3) – (6) взаимодействия ММ и ЗРМ после получения значений координат лучепрерывания и размеров ММ определяются модуль вектора скорости:

$$|\vec{V}_{мм}| = \sqrt{\left(\frac{x_м^{B-} - x_м^{A-}}{T_{мх}^{B-} - T_{мх}^{A-}}\right)^2 + \left(\frac{y_м^{B-} - y_м^{A-}}{T_{му}^{B-} - T_{му}^{A-}}\right)^2 + \left(\frac{l_z}{T_{мг}^{B-}}\right)^2} \qquad (7)$$

и углы его направления в пространстве:

$$\alpha_x = \arccos\left(\frac{x_м^{B} - x_м^{A}}{|\vec{V}_{мм}|(T_{мх}^{B} - T_{мх}^{A})}\right);\ \alpha_y = \arccos\left(\frac{y_м^{B} - y_м^{A}}{|\vec{V}_{мм}|(T_{му}^{B} - T_{му}^{A})}\right); (8)$$

$$\alpha_z = \arccos\left(\frac{l_z}{|\vec{V}_{мм}|T_{мг}^{B}}\right).$$

При решении задачи согласования пространственно-временных и энергетических параметров ЗРМ получено выражение для максимально возможного количества отражений $N_{отр}$ луча с учетом априорно известных энергетических параметров оптоэлектронных устройств и коэффициента отражения зеркальных пластин**:**

$$N_{отрmax} = \log_{k_{отр}}(\Phi_{пор}/\Phi_0)$$

где Φ_0 – световой поток на выходе ИИ; $\Phi_{пор}$ - порог чувствительности ФП, $k_{отр}$ – коэффициент отражения зеркальной поверхности пластин**.**

Разработана методика анализа погрешности определения вектора скорости ММ и пути улучшения метрологических характеристик предложенных методов.

Результирующая погрешность измерительной системы параллельного типа, к которым относится разработанная система, складывается из методической погрешности измерения, цифрового преобразования времени в пространственные показатели и из инструментальной

погрешности ЗРМ. При определении полной погрешности БОЭ ИИС учитывается идентичность всех однокоординатных ПСЗ. Погрешности элементов и каналов измерительной части системы будем считать независимыми друг от друга, тогда полная инструментальная погрешность измерительной части ИИС равна (рис. 6):

$$E_0 = \sqrt{\sum_{j=1}^{J} E_{1.j}^2 + \sum_{j=1}^{J} E_{2.j}^2 + \sum_{j=1}^{J} E_{3.j}^2 + \sum_{j=1}^{J} E_{4.j}^2 + E_5^2},$$

где $E_{1.1} - E_{1.J}$ – погрешности ИИ; $E_{2.1} - E_{2J}$ – погрешности однолучевых световых завес; $E_{3.1} - E_{3.J}$ – погрешности ФП; $E_{4.1}$ – $E_{4.J}$ – погрешности усилителей-компараторов, АЦП и прочей ЭКБ; E_5 – погрешность таймера; J=8 – количество измерительных каналов (представленные погрешности имеют нормальный закон распределения). Абсолютная погрешность метода при измерении вектора скорости предложенным методом составит не более одной дискреты измерения времени факта пролета частицы по каждой световой завесе, что составляет не более $\tau_м = l/c$. Учитывая, что при наихудшем случае ($|\vec{V}_{мм}| = 30$ км/с) погрешность измеряемого времени предложенным методом меньше соотношений ($T_{мх}^{B} - T_{мх}^{A}$), ($T_{мv}^{B} - T_{мv}^{A}$) и значения $T_{мв}^{B}$ на шесть порядков – допустимо погрешность метода в расчетах не учитывать.

При отражении луча от ММ фоновый световой поток $\Phi_ф$ может частично попасть в зону расположения ФП и превысить пороговый уровень его чувствительности ($\Phi_ф > \Phi_{пор}$). Предложен способ компенсации влияния фоновой засветки на погрешность преобразования и исключения пропуска ММ посредством размещения в слепой зоне световой завесы рядом с основным дополнительного ФД, сигнал с выхода которого в соответствии с алгоритмом (см. рис. 5) используется для принятия решения о возможности определения параметров ММ с регистрацией только факта нахождения ММ в ЗРМ, а также для уменьшения погрешности измерения с учетом источников и характера составляющих погрешности.

Выявлены основные эксплуатационные факторы, влияющие на результаты измерений и получена зависимость относительного коэффициента пропускания по току:

$$\frac{\Delta K_I}{K_I} = \frac{1}{K_h}\frac{dK_h}{d\Theta} + \frac{1}{K_{изг,\Sigma}}\frac{dK_{изг,\Sigma}}{d\Theta} + \frac{\left(1+\tau_0 K_{y,n}\Phi_n\right)^{-m}}{K_{I0}}\left(\frac{dK_I}{d\Phi_y} + \frac{dK_I}{d\Phi_n}\right),$$

где K_i - коэффициенты передачи тока (при изгибе зеркальных пластин и радиационном фоне соответственно); Θ – температура; Φ_y, Φ_n – интегральные потоки γ-излучения и протонов соответственно, τ_0 – время жизни носителей зарядов во время радиационного фона.

Предложены согласование пространственных и энергетических параметров измерительных каналов и допусковый контроль доминирующих погрешностей, направленные на снижение погрешности определения координат лучепрерывания.

Обосновано введение функций самоконтроля работоспособности ИИС на межповерочном интервале времени $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$, $i = 0,1,2,...$ которая позволяет для определения выхода погрешности за пределы допуска $E_{0доп}$ и принятия решений о проведении тестов и калибровок использовать финитное распределение погрешности:

$$F_{Ci}(t) = \varkappa\{F(t_{i+1}) - F(t_i)\}, \qquad (9)$$

где $\varkappa$ - нормирующий множитель, определяемый граничными условиями $E_{0доп}$, достижение которого означает метрологический отказ ИИС. $F(t)$ соответствует закону распределения Бернштейна.

Разработан макет предложенной ИИС. Макет содержит две зеркальные пластины с серебряным покрытием; каркас с системой регулировки в 4-х положениях посредством лазерного уровня. Произведена имитация на зеркальной поверхности частиц, соизмеримых по линейному размеру с лазерным лучом.

Результаты исследования лабораторного макета ИИС с двумя ЗРМ сопоставимы с теоретическими. Для изготовления отражающих поверхностей, наиболее критичных к условиям эксплуатации, выбрано серебро ($k_{отр}$=0,991÷0,992 при λ=0,5 мкм и Θ=-120÷150 ^{0}C).

Показана возможность создания промышленного образца реализующей метод двулучевого встречно-параллельного времяпролетного определения параметров движения ММ.

При проведении эксперимента с доступной электронной компонентной базой получена относительная погрешность определения $\delta_{\vec{V}_м}$ =12,5%. При использовании современной компонентной базы достижимая погрешность $\delta_{\vec{V}_м}$ =5÷8% для каждой компоненты вектора скорости.

Существующие аналогичные устройства, например, измерители скоростей пули, имеют погрешность до 0,25%, но при значительно меньшей скорости, чем скорость ММ, и измеряют только одну компоненту вектора скорости. Предложенное устройство измеряет все компоненты вектора скорости ММ.

Литература

[1] Гладышев, А.И., математическая модель оптической системы для измерения параметров высокоскоростных микрочастиц /А.И. Гладышев, А.М. Телегин, Е.А. Щелоков // цифровая обработка сигналов. – 2023. -№1. – С. 39-42

[2] Щелоков, Е.А. Метод и устройство для оценивания параметров движения микрометеороидов на основе оптических систем / Е.А. Щелоков // Вестник РГРТУ. – 2016. – № 56. – С.131-135.

Задачи и некоторые результаты наведения научной аппаратуры МКС на изучаемые объекты в экспериментах по изучению Земли

М.Ю. Беляев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
Королёв, Московская обл., Россия
Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана
Королёв, Мытищи
mikhail.belyaev@rsce.ru

П.А. Боровихин
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
Королёв, Московская обл., Россия
pavel.borovikhin@rsce.ru

А.М. Есаков
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
Королёв, Московская обл., Россия
aleksey.esakov2@rsce.ru

***Аннотация*—Рассмотрены особенности и методы наведения научной аппаратуры (НА) космического эксперимента (КЭ) «Ураган» с борта МКС на наблюдаемые объекты. Описаны методы ручного и автоматического наведения аппаратуры. Разработанные методы позволяют космонавтам наводить НА на изучаемые наземные объекты с высокой надёжностью. Для использования автоматического наведения НА предложены методы, позволяющие повысить вероятность успешной съёмки и построить оптимальные программы наблюдения изучаемых объектов. Даны примеры использования разработанных методов в КЭ «Ураган» на МКС.**

Ключевые слова—международная космическая станция МКС, научная аппаратура, наведение, вероятность съёмки, оптимизация.

I. Введение

В программе исследований на МКС большое внимание уделяется отработке научной аппаратуры (НА) и технологий изучения Земли в космических экспериментах (КЭ) «Ураган», «Сценарий» [1]. Важными задачами при отработке технологий изучения Земли является повышение надежности и точности наведения НА на изучаемые объекты и повышение объема и качества получаемой научной информации при ограничениях на ресурсы станции [2].

Задача наведения научной аппаратуры на изучаемые объекты для МКС затруднена вследствие больших размеров и массы этой станции и малого значения располагаемого кинетического момента гиродинов (19000 нмс), установленных на американском сегменте МКС и используемых для управления ориентацией станции. Поэтому в КЭ «Ураган» для наведения НА на исследуемые объекты используются ручные методы наведения, а также разработанные платформы наведения (ПН) и специальные поворотные устройства [1,2].

Для повышения надежности наведения НА на исследуемые объекты космонавтами станции используется подход, основанный на предварительном математическом моделировании наблюдаемой поверхности Земли. Полученные с помощью моделирования изображения наблюдаемой космонавтом поверхности с указанием изучаемых объектов передается на борт МКС перед сеансом эксперимента. Внедрение данного подхода к выполнению КЭ исключило ошибки при ручном наведении научной аппаратуры на изучаемые объекты [3].

С целью повышения надежности регистрации исследуемого объекта с помощью автоматических ПН выполняется серия съемок [4]. Поэтому в процессе полета возникает задача: какое оптимальное количество снимков, в каких направлениях и в какие моменты времени требуется сделать для того, чтобы вероятность успешной съемки была не ниже заданной величины. Для решения этой задачи в экспериментах на МКС с применением ПН «СОВА» использован подход, предложенный академиком А.Н. Колмогоровым в теории артиллерийской стрельбы [5]. Полученное решение задачи реализовано на борту МКС в системе «Сигма».

Для повышения объема и качества данных, получаемых в КЭ по изучению Земли, используются методы оптимального планирования сеансов наблюдений [6]. Реализованные на МКС методы позволили, в частности, повысить эффективность выполнения программ исследований в КЭ «Ураган», «Сценарий» с помощью первого отечественного прибора «Гиперспектрометр», работающего в видимой и ИК области электромагнитного спектра и доставленного на МКС в июне 2024 года [2,7].

II. Повышение надёжности наведения космонавтами научной аппаратуры на изучаемые объекты

Отсутствие возможности построения и поддержания требуемой для выполнения ряда экспериментов ориентации МКС потребовало разработки специальных подходов для решения этой задачи. В начале полёта МКС наведение НА (фотоаппаратуры, спектрометров) на изучаемые объекты в КЭ «Ураган» выполнялось космонавтами. При этом надежность съемки объекта зависит от умения космонавта своевременно визуально обнаружить изучаемый объект и навести на него перемещаемую аппаратуру. В ряде случаев, особенно когда требуется осуществить съемку сравнительно небольшого объекта с высоким разрешением (длиннофокусные объективы для такой съемки имеют малое поле зрения), космонавт может не опознать объект и не осуществить запланированную съемку. Особенно критична такая ситуация при планировании одновременно с космической съёмкой синхронных

подспутниковых наблюдений, что требует организации специальных экспедиций в район изучаемых объектов.

Для решения данной проблемы был разработан и используется способ, описанный в [3]. В соответствии с данным способом предварительно создаются изображения исследуемой области с использованием её цифровой модели, соответствующие реальной картине, которую увидит космонавт через иллюминатор в момент пролета исследуемых объектов в расчетный момент времени для проведения съемки. Изображения для космонавта создаются с различным масштабом. На каждом изображении показывается поле зрения через иллюминатор в зависимости от возможных доступных углов наведения используемой аппаратуры, трасса МКС, а также выделяются контуры исследуемого объекта (либо группы объектов). Данные изображения вместе другими инструкциями по выполнению съёмки предоставляются экипажу.

Таким образом, космонавт, ознакомившись с заданием и смоделированными изображениями, надёжно осуществляет съемку. Благодаря реалистичности заранее смоделированных изображений, обеспечивается своевременное обнаружение исследуемого объекта космонавтом, надежность наведения аппаратуры и съемки исследуемого объекта.

III. Применение искусственного рассеивания при выполнении съёмок

Вероятность успешной съемки объекта даже при многократных попытках может существенно снизиться, если его положение относительно съемочной аппаратуры известно со значительной погрешностью вследствие недостаточной точности таких текущих данных, как положение центра масс МКС, ориентация НА, отсчет времени. Географические координаты объекта также могут быть известны неточно, например, при решении поисково-спасательных задач.

В таких случаях значительное повышение вероятности успешных съемок при том же количестве попыток достигается применением искусственного рассеивания, то есть специальным отклонением оси визирования НА от направления на наиболее вероятную точку местонахождения объекта, рассчитанную согласно текущим данным. Для определения количественных характеристик такого рассеивания используются результаты, полученные академиком А.Н. Колмогоровым в математической теории артиллерийской стрельбы сериями выстрелов по одиночной цели. Так, в применении к фотографическим съемкам наземных объектов с борта МКС поражению цели снарядом соответствует попадание объекта в кадр фотоснимка, размерам цели стрельбы – размеры кадра, а настройке азимута и прицела – установка двух углов наведения оптической оси объектива на объект [4].

Эффективное применение искусственного рассеивания возможно, когда заданный объект достаточно сфотографировать хотя бы один раз за несколько попыток, причем факторы, вызывающие неопределенность данных о положении цели, влияют одновременно на всю серию съемок, то есть фактически приводят к систематическим ошибкам, точные значения которых априорно не известны.

Особое практическое значение имеет аналогия с частным случаем стрельбы, когда установка орудия характеризуется лишь одним настраиваемым параметром [8] (а для поражения цели достаточно одного точного попадания). Аналогичные условия в некоторых случаях складываются и при фотографировании из космоса наземных объектов. [4]. Например, из-за неточности баллистических данных или отсчета времени направление максимальной неопределенности положения наземной цели относительно МКС может совпадать с направлением ее движения по орбите. Тогда необходимость введения искусственного рассеивания и его параметры определяются взаимным соотношением планируемого числа снимков n и параметров k и c:

$$k = \sigma/\sigma_O, \;\; c = d/\sigma_O,$$

где σ – среднее квадратичное отклонение (вдоль орбиты МКС) фактического направления оси объектива фотоаппарата от задаваемого; σ_O – среднее квадратичное отклонение положения наземного объекта вдоль орбиты МКС; d – размер участка земной поверхности, попадающего в кадр, измеряемый вдоль орбиты МКС.

Например, если неопределенность видимого положения наземного объекта вдоль орбиты характеризуется средним квадратичным значением σ_O = 1°, при этом точность наведения вдоль орбиты оценивается средним квадратичным значением σ = 0,2°, оценки показывают, что при съемке фотоаппаратом Nikon D5 при фокусном расстоянии объектива 1200 мм (угловые размеры кадра не менее 1,14°) вероятность успешной съемки превышает 0,90 при многократной съемке в трех направлениях. Центральное направление совпадает с направлением на наиболее вероятное положение объекта, а два других отклоняются в разные стороны от центрального вдоль трассы полета МКС на одно и то же угловое расстояние 1,35°. При этом в каждом из трех направлений должно быть сделано не менее двух снимков. Если бы эти шесть съемок выполнялись исключительно в направлении наиболее вероятного положения объекта, вероятность попадания объекта в кадр была бы менее 0,59.

Если σ_O = 5°, σ = 1°, а размеры кадра – 10°, то для превышения вероятности успешной съемки величиной 0,96 достаточно снимать всего в двух направлениях, не совпадающих с направлением на наиболее вероятное положение объекта, а симметрично направленных в стороны от него вдоль трассы. Угол между этими двумя направлениями – около 10°, в каждом направлении делается не менее трех фотографий. Если же все шесть снимков делать в направлении наиболее вероятного положения объекта, вероятность успешной съемки оказывается менее 0,79.

Если σ = 0° (то есть объектив наводится в заданном направлении практически без случайных отклонений), а $\sigma_O > 0°$, то в одномерном случае наведение производится симметрично в обе стороны от наиболее вероятного положения объекта с шагом d.

Если область возможного местонахождения объекта оказывается двумерной (например, ограниченной эллипсом), съемка аналогична съемке площадных объектов и ее алгоритм может определяться, например, оптимальным использованием механизмов платформы наведения НА.

IV. Оптимизация программы наведения на исследуемые объекты

При планировании сеансов экспериментов, связанных с наблюдением земной поверхности с целью повышения информативности (количественной оценки ценности научной информации, получаемой при исследовании объекта), используется оптимизация программы наблюдений. Разработанные методы учитывают характеристики и особенности применения НА КЭ «Ураган», накладывающие ограничения на планирование сеансов наблюдений на МКС [2,7].

При реализации научной программы с использованием НА «Гиперспектрометр» для заданного интервала планирования продолжительностью от нескольких суток до недель или месяцев может быть составлено несколько связных последовательностей наблюдений объектов, выбираемых из заданного общего списка объектов. Такие последовательности традиционно называются зонами наблюдений (экспериментов). Их информативность при планировании и проведении наблюдений с помощью НА рассчитывается следующим образом [2]:

$$I_j = \sum_{j=1}^{N} p_i o_i l_i s_i, \quad j = 1, \dots, M, \qquad (1)$$

где M и j – количество зон и их номера; N и i – количество всех объектов в зоне и их номера; p_i – приоритет i-го объекта ($1 \le p_i \le 10$); o_i – коэффициент облачности при наблюдении i-го объекта ($0 \le o_i \le 1$); l_i – коэффициент освещенности при наблюдении i-го объекта ($l_i = 1 - \left|h_i^{opt} - h_i\right| / h_i^{opt}$), где h_i – ожидаемая реальная угловая высота Солнца над местным горизонтом i-го объекта, а h_i^{opt} – угловая высота Солнца, оптимальная для наблюдений этого объекта); s_i – коэффициент сканируемой площади объекта ($s_i = S_i'/S_i$, где S_i' – площадь снимаемой части объекта и S_i – полная площадь объекта);

При планировании экспериментов учитываются различные ограничения. Условия и ограничения, учитываемые при планировании наблюдений с НА «Гиперспектрометр», указаны в [2].

Метод оптимизации программы наблюдений в условиях реального полёта был применен при планировании съемок, проводившихся в ходе тестовых сеансов КЭ «Ураган» с НА «Гиперспектрометр» в сентябре 2024 года. Поиск решения осуществлялся при помощи генетического алгоритма. Задачей оптимизации являлась максимизация информативности при ограничениях на время работы экипажа и использования дефицитного рабочего места у иллюминатора. Объектами съемки являлись пожары, зафиксированные автоматическими КА в течение двух суток, предшествующих дате составления программы съемок, сельскохозяйственные поля, а также районы со следами антропогенного загрязнения.

Программа для поиска оптимального решения была реализована на языке Python. При этом был применен генетический алгоритм с использованием турнирного отбора, одноточечного скрещивания, мутации (вероятности 0,9 и 0,1 соответственно) и элитизма. В функции оценки приспособленности использовалась формула информативности (1). Помимо этого при оценке учитывались параметры аппаратуры (поле зрения, углы и скорость наведения), влияющие на совместимость снимаемых объектов между собой: геном особей с несовместимыми объектами корректировался.



Рис. 1. Композитное RGB изображение (52-ой, 59-ый и 80-ый каналы камеры видимого диапазона НА «Гиперспектрометр»), съемка 03.09.2024 с борта Российского сегмента МКС (КЭ «Ураган»)

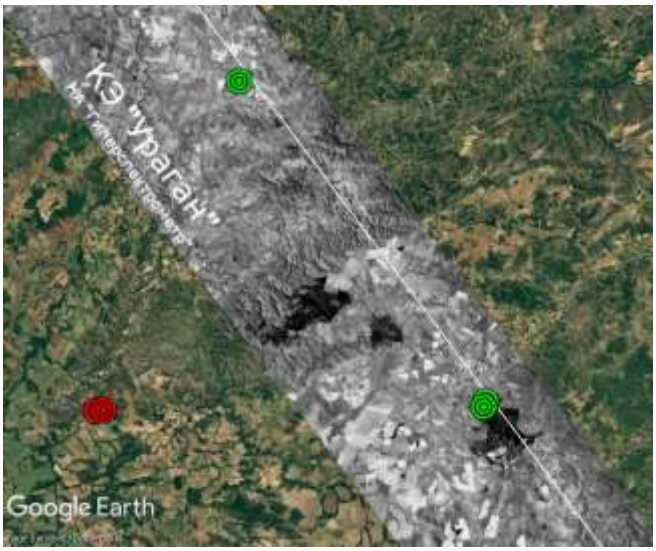


Рис. 2. Чёрно-белое изображение (38-ой канал камеры ближнего ИК диапазона НА «Гиперспектрометр»), съемка 03.09.2024 с борта Российского сегмента МКС (КЭ «Ураган»)

Максимум приспособленности (информативности) был достигнут в 28 поколении. Все выбранные для съемки объекты были успешно отсняты. На рис. 1 и 2 соответственно приведены примеры полученных данных в видимом и ближнем ИК диапазонах, совмещенные с ортофотопланом (Google Earth): по данным съемки в видимом диапазоне было сформировано композитное RGB изображение (52-ой, 59-ый и 80-ый каналы камеры видимого диапазона НА «Гиперспектрометр»); по данным съемки в ближнем ИК диапазоне было сформировано чёрно-белое изображение (38-ой канал камеры ближнего ИК диапазона). На обоих рисунках белым цветом показана трасса МКС, мишенями отмечены объекты, доступные для наблюдения в зоне, при этом те из них, которые были выбраны с помощью генетического алгоритма для съемки, закрашены зеленым, а остальные – красным.

Применение описанного подхода позволило добиться требуемой информативности сеансов наблюдений при экономии ресурсов аппаратуры и станции, а также автоматизировать процесс создания программы наблюдений. Автоматизация данного процесса позволяет не только сократить трудозатраты на составление программы наблюдений, но и дает возможность оперативно корректировать программу наблюдений в зависимости от изменения метеоусловий в районе исследуемых объектов и приоритетности (актуальности) их съемки, что особенно важно при планировании съемок различных катастрофических явлений: лесных пожаров, наводнений и т.д.

V. Заключение

Особенности МКС потребовали разработки и создания новых, специальных методов для эффективного выполнения наблюдений исследуемых объектов на земной поверхности. Разработанные и внедренные при выполнении экспериментов «Ураган», «Сценарий», «Дубрава» методы позволяют космонавтам надежно наводить исследовательскую аппаратуру на изучаемые объекты и повысить вероятность успешного наведения НА на объекты исследования с помощью ПН «СОВА» в автоматическом режиме. Кроме того, разработанные методы оптимального планирования программ наблюдения изучаемых объектов, используемые в экспериментах с НА «Гиперспектрометр» на МКС, позволяют повысить эффективность (информативность) программ.

Литература

[1] Беляев М.Ю. Научная аппаратура и методы изучения Земли в космическом эксперименте «Ураган» на Международной космической станции // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2021. Т.18, №3. С. 92–107.

[2] Оптимизация наведения научной аппаратуры на наблюдаемые объекты в эксперименте «Ураган» на МКС / М.Ю. Беляев, П.А. Боровихин, А.М. Есаков [и др.] // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31, № 4(123). С. 118–137.

[3] Способ наведения перемещаемой аппаратуры космического аппарата на исследуемый объект: патент 2821223 РФ / А.М. Есаков, М.Ю, Беляев, Д.Ю. Караваев, П.А. Боровихин. заявл. 20.11.2023; опубл. 18.06.2024. Бюл. №17.

[4] Боровихин П.А. Методы совместного решения задач наведения научной аппаратуры, навигационной обработки изображений и управления полетом космических аппаратов: дис. … канд. техн. наук. Москва. 2022. 158 с.

[5] Колмогоров А.Н. Число попаданий при нескольких выстрелах и общие принципы оценки эффективности системы стрельбы // Тр. Матем. ин-та им. В.А. Стеклова. 1945. Т. 12. С. 7–25.

[6] Беляев М.Ю. Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.

[7] Есаков А.М. «Планирование сеансов наблюдений изучаемых объектов на поверхности Земли с борта РС МКС». // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2020. Т. 24. № 5. С. 109–115.

[8] Колмогоров А.Н. Искусственное рассеивание в случае поражения одним попаданием и рассеивания в одном измерении // Тр. Матем. ин-та им. В.А. Стеклова. 1945. Т. 12. С. 26–45.

Определение устойчивых положений равновесия малого космического аппарата «СамСат-Ионосфера» под действием гравитационного и аэродинамического моментов

Е.В. Баринова
Межвузовская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.А. Тимбай
Кафедра высшей математики,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
timbai@mail.ru

Е. Миронов
Межвузовская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
mironovevgeniy01@gmail.com

Н.А. Елисов
НИЛ-102
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
mr07th@gmail.com

И.А. Ломака
НИЛ-102
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
igorlomaka63@gmail.com

***Аннотация*—Для выполнения многих целевых задач полёта требуется обеспечение заданной ориентации космических аппаратов в пространстве. При этом важным вопросом является определение положений равновесия относительно центра масс. Одной из важных особенностей исследуемого в данной работе аппарата является то, что аэродинамическая сила лобового сопротивления имеет сложную зависимость от ориентации, что обусловлено наличием выносных конструкций. В связи с этим возникла необходимость в разработке алгоритма численного определения его аэродинамических характеристик. Также в работе предложен алгоритм численного определения устойчивых положений равновесия малого космического аппарата СамСат-Ионосфера под действием гравитационного и аэродинамического моментов.**

***Ключевые слова*—малый космический аппарат, устойчивое положение равновесия, панельный метод.**

I. Введение

В ноябре 2024 года с космодрома Восточный на орбиту был выведен малый космический аппарат (МКА) СамСат-Ионосфера, созданный в Самарском университете [1]. МКА предназначен для исследования ионосферы и магнитосферы Земли. Научная аппаратура состоит из магнитометрической системы, датчика параметров плазмы (ДПП) и приемника навигационных сигналов научного назначения. Для проведения научных измерений необходимо выполнить два требования по ориентации. Первое – ориентация продольной оси МКА должна быть близка к местной вертикали для обеспечения приема сигналов системы ГЛОНАСС. Второе – необходимо чтобы плоскость чувствительного элемента ДПП, образованная его резонаторами, располагалась перпендикулярно набегающему потоку. В связи с этим возникает задача стабилизации МКА.

Средняя высота орбиты выведения составляет 500 км. На данной высоте преобладающим является гравитационный момент, тем не менее значимым является и аэродинамический момент. Поэтому была выбрана пассивная трёхосная гравитационно-аэродинамическая стабилизация [2]. Для демпфирования приобретённой после выхода из транспортно-пускового контейнера угловой скорости планируется использовать алгоритм B-dot, исполнительными органами которого являются магнитные катушки. При этом для эффективной работы системы управления важно знать все устойчивые положения равновесия МКА относительно центра масс при действии гравитационного и аэродинамического моментов.

Определению положений равновесия относительно центра масс уделяется большое внимание в литературе. Работы Сарычева, Гутника [3-6] посвящены определению положений равновесия под действием гравитационного и аэродинамического моментов для спутника, форма которого близка к сферической. Для МКА, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, авторами ранее в работах [7,8] были получены аналитические выражения для определения положений равновесия углового движения для двух частных случаев: смещения центра давления динамически симметричного МКА от его центра масс по трём координатам; смещения центра давления МКА с тремя разными главными моментами инерции от его центра масс по одной из главных осей инерции. Также был разработан численный алгоритм определения положений равновесия для МКА с недиагональным тензором инерции при смещении центра масс от геометрического центра по трём координатам [9].

Грант РНФ № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/.

Поскольку МКА СамСат-Ионосфера имеет выносные конструкции: телеметрическую антенну типа турникет, магнитометр на выносной штанге и раскладывающийся резонатор ДПП, то его аэродинамические характеристики значимо отличаются от характеристик МКА без выносных конструкций.

Целью данной работы является определение устойчивых положений равновесия МКА СамСат-Ионосфера под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Для достижения указанной цели были разработаны два алгоритма. Первый предназначен для определения аэродинамических характеристик (АДХ) МКА СамСат-Ионосфера, второй – для численного поиска всех устойчивых положений равновесия относительно центра масс.

В данной работе определены положения равновесия МКА СамСат-Ионосфера для различных моделей плотности атмосферы, с учётом дневной и ночной атмосферы, а также индекса солнечной активности.

II. Математическая модель

Для описания движения МКА относительно центра масс введены две системы координат: траекторная система координат (ТСК) *OXYZ* (совпадающая с орбитальной в случае круговой орбиты) и связанная система координат (ССК) *Oxyz*, ось *Ox* которой направлена по продольной оси аппарата, оси *Oy* и *Oz* перпендикуляры его боковым сторонам. Связь между ТСК и ССК определяется с помощью углов Эйлера, где α_n – пространственный угол атаки (угол между продольной осью МКА и вектором скорости центра масс), ψ – угол прецессии (угол между плоскостями полёта и пространственного угла атаки), φ – угол собственного вращения (угол между плоскостью угла атаки и поперечной осью МКА) [10].

Движение МКА относительно центра масс в ССК можно описать следующими уравнениями:

$$J\frac{d\vec{\omega}}{dt}+\vec{\omega}\times J\vec{\omega}=\overrightarrow{M^e},$$

$$\vec{\omega}=\dot{\vec{\alpha}}_n+\dot{\vec{\varphi}}+\dot{\vec{\psi}}+\overrightarrow{\omega_{orb}},$$

где *J* – тензор инерции МКА, $\vec{\omega}$ – абсолютная угловая скорость МКА, $\overrightarrow{\omega_{orb}}$ – орбитальная угловая скорость МКА, $\overrightarrow{M^e}=\overrightarrow{M_a}+\overrightarrow{M_g}$ – главный момент внешних сил, состоящий из суммы гравитационного, записанного в форме [10] и аэродинамического моментов.

Для МКА стандарта CubeSat, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, сила лобового сопротивления и аэродинамический момент имеют зависимость от положения МКА относительно набегающего потока, которую можно описать аналитически [9]. Поскольку МКА СамСат-Ионосфера имеет выносные конструкции (рис.1), то данные величины требуется определять численно, поэтому был разработан алгоритм определения АДХ МКА с выносными конструкциями.

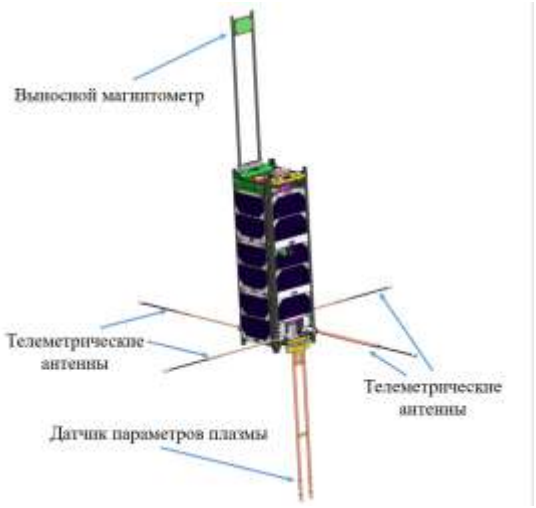


Рис. 1. МКА СамСат-Ионосфера в лётной конфигурации

III. Алгоритм определения АДХ МКА с выносными конструкциями

Разработанный алгоритм определения АДХ позволяет производить расчёт МКА произвольной геометрии на основе сеточной модели, получаемой из системы автоматического проектирования, учитывая такие особенности свободномолекулярного потока, как тепловая скорость частиц и их диффузное взаимодействие с поверхностью. При построении расчётной сетки поверхности МКА разбиваются на элементарные треугольные площадки. Затем производится расчёт соударения моделируемых частиц с площадками согласно [11]. Наиболее вероятная тепловая скорость набегающих частиц моделируется в соответствии с распределением Максвелла [12]. При моделировании свободномолекулярного обтекания в алгоритме использована модель Черчиньяни-Ламписа-Лорда, которая описывает диффузное взаимодействие частиц с поверхностью МКА [13].

Силы и моменты при моделировании определяются по следующим соотношениям:

$$\overrightarrow{F_j}=m_j\frac{\overrightarrow{V_{ij}}-\overrightarrow{V_{rj}}}{\Delta t},\quad \overrightarrow{M_{aj}}=\vec{r_j}\times\overrightarrow{F_j},$$

$$\vec{Q}=\sum_j\overrightarrow{F_j},\quad \overrightarrow{M_a}=\sum_j\overrightarrow{M_{aj}}.$$

Здесь $\overrightarrow{V_{ij}}$, $\overrightarrow{V_{rj}}$ – вектора скоростей падающей и отражённой *j*-й частицы, соответственно; $\overrightarrow{F_j}$, $\overrightarrow{M_{aj}}$ – сила и момент, создаваемые *j*-й частицей соответственно; Δt – шаг моделирования; m_j – масса *j*-й частицы; $\vec{r_j}$ – радиус-вектор, проведённый из центра масс МКА к точке падения частицы на элементарную площадку.

В результате работы алгоритма определяются аэродинамическая сила лобового сопротивления и аэродинамический момент. При расчётах использовались углы атаки α и скольжения β, которые связаны с углами Эйлера следующими соотношениями:

$$\sin(\alpha) = \sin(\alpha_n)\cos(\varphi),$$

$$\cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha_n)}{\cos(\alpha)}, \quad \sin(\beta) = \frac{\sin(\alpha_n)\sin(\varphi)}{\cos(\alpha)}.$$

Для примера на рис. 2 приведена зависимость коэффициента лобового сопротивления C_{xa} от углов атаки и скольжения, который используется при моделировании движения центра масс МКА.

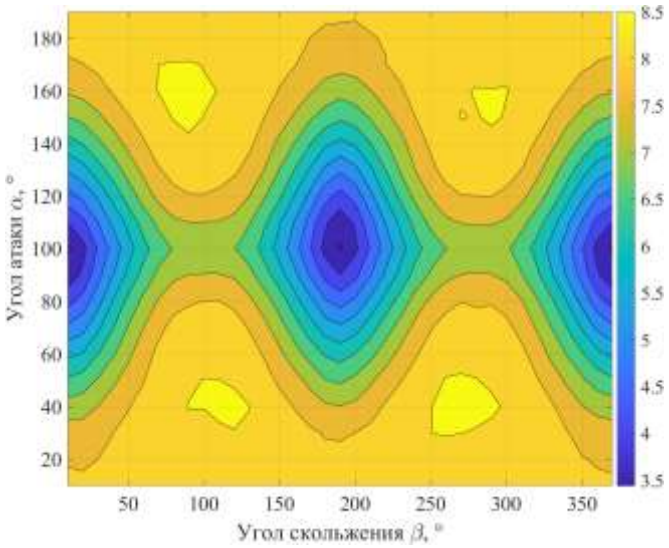


Рис. 2. Зависимость коэффициента лобового сопротивления C_{xa} от углов атаки и скольжения

IV. Алгоритм определения устойчивых положений равновесия для МКА с выносными конструкциями

Алгоритм поиска устойчивых положений равновесия МКА с выносными элементами можно разделить на следующие этапы:

1. Создается массив начальных угловых положений с координатами $(\alpha_n, \varphi, \psi)$, разделяющих области определения углов Эйлера ($\alpha_n \in [0;\ \pi]$, $\varphi \in [0; 2\pi]$, $\psi \in [0; 2\pi]$) на равные между собой локальные области поиска устойчивых положений равновесия.

2. Поиск устойчивых положений равновесия производится с помощью пробного численного моделирования движения в исследуемой локальной области из выбранного начального положения. Далее производится усреднение амплитуд колебаний на всём участке моделирования по каждому углу.

3. Если полученное усреднённое положение не лежит в исследуемой локальной области, данный элемент отбрасывается и алгоритм переходит к следующему начальному положению.

4. Если полученное усреднённое положение лежит в исследуемой локальной области, то оно используется в качестве начальных условий движения для следующего численного моделирования. Далее происходит уточнение устойчивого положения равновесия, путём последовательного усреднения начального положения по амплитудам колебаний предшествующего моделирования движения до тех пор, пока разность между текущим и предыдущим усреднённым положением по 3-м углам Эйлера превышает заданную точность. Затем полученное устойчивое положение равновесия записывается в соответствующий массив.

5. Так как соседние локальные области поиска пересекаются между собой, возможно возникновение повторяющихся устойчивых положений, записанных в итоговый массив. После завершения основного цикла поиска, происходит отсеивание повторяющихся положений равновесия.

В результате определяются все устойчивые положения углового равновесия МКА.

V. Определение устойчивых положений равновесия МКА СамСат-Ионосфера

В качестве примера с использованием разработанных алгоритмов определены устойчивые положения равновесия для МКА СамСат-Ионосфера, имеющего следующие характеристики:

$$m = 3{,}55\ кг;\ S = 0{,}017\ м^2;$$

$$J_x = 0{,}0099\ кг \cdot м^2;\ J_y = 0{,}0537\ кг \cdot м^2;\ J_z = 0{,}0522\ кг \cdot м^2;$$

$$J_{xy} = -0{,}0001\ кг \cdot м^2;\ J_{xz} = -0{,}0028\ кг \cdot м^2;\ J_{yz} = 0{,}00008\ кг \cdot м^2.$$

Для исследования был выбран диапазон высот от 300 до 700 км, так как на данном промежутке на динамику МКА наибольшее влияние оказывают аэродинамический и гравитационный моменты.

При моделировании движения на выбранных высотах с использованем стандартной модели атмосферы по ГОСТ 4401-81 [14], было определено, что на исследуемом диапазоне высот существует два устойчивых положения равновесия, отличающиеся только по углу ψ на $180°$, и имеющие идентичный характер их изменения в зависимости от выбранной высоты или функции плотности. Также определено, что на высотах выше 650 км возможно существование ещё 2-х устойчивых положений равновесия отличающихся от приведенных выше по углу φ на $\approx 180°$.

Важно отметить, что при угле $\psi \approx 0°$ навигационная антенна будет направлен вверх, а при $\psi \approx 180°$ – вниз. Таким образом, чтобы обеспечить требуемую ориентацию для навигационной антенны МКА должен быть ориентирован относительно устойчивого положения равновесия при $\psi \approx 0°$, $\varphi \approx 6°$. Для рассмотренного положения равновесия на рисунке 3 приведены графики зависимости устойчивого положения равновесия от высоты полёта.

Из рис. 3 видно, что изменение устойчивых положений равновесия в зависимости от высоты происходит в пределах: $[91{,}0°;\ 93{,}6°]$ для угла α_n, $[4{,}8°;\ 6{,}6°]$ для угла φ, $[0{,}18°;\ 0{,}28°]$ для угла ψ, что свидетельстует о слабом влиянии изменения высоты полёта, и плотности атмосферы на устойчивые положения равновесия данного МКА. Это обусловлено тем, что при его проектировании параметры аппарата выбирались таким образом, чтобы обеспечить пассивную трёхосную гравитационно-аэродинамическую стабилизацию.

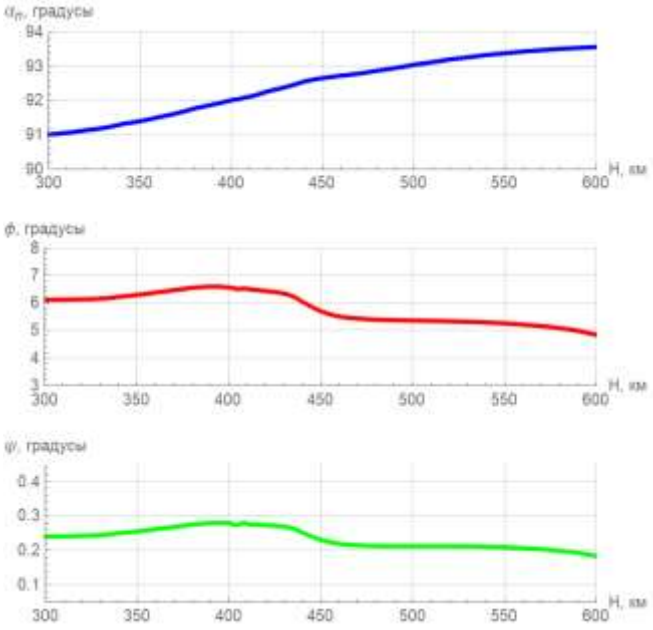


Рис. 3. Зависимость устойчивого положения равновесия от высоты

В таблице 1 приведены устойчивые положения равновесия МКА СамСат-Ионосфера на высоте 500 км, для различных моделей плотности атмосферы, с учётом дневной и ночной атмосферы, а также индекса солнечной активности по ГОСТ 25645 [15].

ТАБЛИЦА 1. УСТОЙЧИВЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ МКА САМСАТ-ИОНОСФЕРА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ АТМОСФЕРЫ

Модель	ψ ,°	φ ,°	α_n ,°
Без учёта влияния атмосферы	0,1	3,5	93,8
	180,1	3,5	93,8
	359,9	183,5	86,2
	179,9	183,5	86,2
Мин. ночь	0,2	4,4	93,7
	180,2	4,4	93,7
	0,2	178,6	86,2
	180,2	178,6	86,2
Мин. день	0,2	5,3	93,2
	180,2	5,3	93,2
Макс. ночь	0,1	6,0	92,2
	180,1	6,0	92,2
Макс. день	0,3	6,3	91,4
	180,3	6,3	91,4

Из таблицы 1 видно, что на выбранной высоте для всех моделей атмосферы существует 2 устойчивых положения равновесия отличающиеся друг от друга по углу ψ на 180° . Также для модели атмосферы при минимуме солнечной активности ночью и без учёта влияния атмосферы возможно существование 2-х дополнительных устойчивых положений равновесия отличных от приведённых выше по углу φ на $\approx 180°$. Существование 2-х дополнительных устойчивых положений равновесия при исследуемых условиях движения МКА показывает, что влияние гравитационного момента на динамику аппарата является преобладающим.

Таким образом, в данной работе были разработаны алгоритмы определения АДХ МКА с выносными конструкциями и поиска устойчивых положений равновесия для МКА с выносными конструкциями. Алгоритм поиска устойчивых положений МКА с выносными конструкциями может быть полезен при разработке систем стабилизации и управления угловым движением, так как позволяет провести оценку углового движения аппарата в окрестностях устойчивых положений равновесия, а также изменение устойчивых положений равновесия в зависимости от параметров аппарата и условий движения. Устойчивые положения равновесия, определённые в данной работе, показывают, что при рассмотренных условиях, для соблюдения требуемой ориентации МКА аэродинамический и гравитационный моменты являются восстанавливающими. Это позволяет сделать вывод об успешной реализации пассивной трёхосной гравитационно-аэродинамической стабилизации МКА СамСат-Ионосфера.

VI. БЛАГОДАРНОСТЬ

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Госкорпорации «Роскосмос»: [официальный сайт]. – URL: http://www.roscosmos.ru/39352/ (дата обращения: 21.04.2025).

[2] Баринова Е.В., Белоконов И.В., Тимбай И.А. Технология проектирования углового движения малоразмерного космического аппарата стандарта CubeSat с пассивной системой стабилизации. *Гироскопия и навигация,* 2024, Т. 32. №4 (127).

[3] Сарычев В.А., Овчинников М.Ю. Динамика спутника с пассивной аэроди-намической системой ориентации. *Космические исследования*, 1994, Т. 32, № 6, с. 561–575.

[4] Sarychev V.A. Investigation of equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques. *Celest. Mech. Dyn. Astron*., 2007, Vol. 97, № 4, P. 267–287.

[5] Сарычев В.А., Гутник С.А. Динамика спутника под действием гравитацион-ного и аэродинамического моментов. Исследование положений равновесия. *Космические исследования*, 2015. Т. 53, № 6, с. 488–496.

[6] Сарычев В.А., Гутник С.А. Динамика спутника под действием гравитацион-ного и аэродинамического моментов. Исследование устойчивости положе-ний равновесия. *Космические исследования*, 2016, Т. 54, №5, с. 415 –426.

[7] Баринова Е.В., Тимбай И.А., Исследование положений относительного равновесия динамически симметричного наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов, *XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам,* 2019, С. 123-126.

[8] Баринова Е. В., Тимбай И. А., Определение положений равновесия наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов, *XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам,* 2020, С. 148-151.

[9] Баринова Е.В., Тимбай И.А., Миронов Е. Численно-аналитическое определение положений равновесия наноспутника стандарта CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов, *XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам,* 2024, С. 403-406.

[10] Баринова Е. В., Белоконов И. В., Тимбай И. А. Предотвращение возможности возникновения резонансных режимов движения для низковысотных спутников класса CUBESAT, Гироскопия и навигация, 2021. Т. 29. №. 4. С. 115.

[11] Вас. В. Сазонов, Построение интерактивной геометрической модели внешней поверхности космического аппарата, *Матем. моделирование,* 2020. Т. 32, №. 6. С. 37–52.

[12] Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulations of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.

[13] Lord R.G. Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations, 17th International

Symposium om Rarefied Gas Dynamics, Aachen, Rheinisch-Westfaelische Technische Hochschule Aachen, 1995, pp. 1427-1433.

[14] ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1981-02-27. М.: Изд- во стандартов. 1981.

[15] ГОСТ 25645.101-83. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчетов искусственных спутников Земли. М.: Изд-во стандартов, 1983

Баллистическое проектирование инспекционных миссий космических аппаратов на круговых орбитах в нормальном поле притяжения

Д.П. Аваряскин
Межвузовская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
avaryaskind@gmail.com

И.В. Белоконов
Межвузовская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
belokonov.iv@ssau.ru

М.С. Щербаков
Межвузовская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
sherbakov.m.s@mail.ru

***Аннотация*—Рассматривается инспекционное движение космического аппарата инспектора (далее инспектор) относительно объекта инспекции (далее ОИ) в нецентральном гравитационном поле с учётом второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли (далее нормальное поле притяжения). Под инспекционной траекторией понимается облётная траектория инспектора в Орбитальной системе координат (ОСК), связанной с центром масс ОИ. Начальные параметры движения инспектора подбираются исходя из условий равенства орбитальных энергий инспектора и ОИ, которое формируется с учётом возмущающего влияния от второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли. Проведено исследование деформации инспекционной траектории в нормальном поле притяжения. Отличием данной работы от предыдущих является исследование возможности применения ранее полученных выражений для выбора начальных параметров движения инспектора при рассмотрении инспектирования в нормальном поле притяжения и формирование рекомендаций для баллистического проектирования инспекционных миссий.**

Ключевые слова—групповой полёт космических аппаратов, пассивное инспекционное движение, облётная траектория, равенство орбитальных энергий, нормальное поле притяжения, баллистическое проектирование.

I. Введение

С началом XXI века кратно возросло количество малых и сверхмалых космических аппаратов (КА), функционирующих на околоземных орбитах. В период с 2020 по 2024 годы только аппаратов типа CubeSat на околоземную орбиту было запущено более 1300 штук [1]. Одним из популярных способов применения малых КА является групповой полёт, при котором функционирование КА координируется для достижения общей цели космической миссии [2]. Тип используемой формаций космических аппаратов зависит от целевой задачи миссии. В данной работе рассматривается инспекционное движение, при котором КА-инспектор (далее инспектор) совершает периодический облёт объекта инспекции (далее ОИ) в общей орбитальной плоскости. В качестве ОИ помимо КА, входящего в состав орбитальной группировки, может выступать и космический мусор, обследование которого позволяет получить необходимую информацию о его орбитальном движении, геометрических параметрах и т.д.

Одними из самых популярных типов орбит для выведения малых космических аппаратов являются круговые орбиты с высотой от 500 до 1000 км. На данных орбитах скорость деформации инспекционной траектории определяется разностным гравитационным ускорением, порождаемым нецентральностью гравитационного поля Земли. Как было показано в работах [3-5] можно значительно снизить влияние разностного гравитационного ускорения путём выбора начальных параметров движения в момент формирования инспекционной траектории при условии, что движение инспектора и ОИ рассматривается в нецентральном гравитационном поле с учётом второй зональной гармоники J_2 (нормальное поле притяжения). Эта особенность подчёркивает актуальность баллистического проектирования инспекционных миссий, под которым понимается выбор начальной скорости движения инспектора, позволяющая реализовать нужный вид инспекционной траектории.

II. Постановка задачи

Движение инспектора относительно ОИ рассматривается в орбитальной системе координат (ОСК). Начало ОСК находится в центре масс ОИ; ось *Oy* совпадает с радиусом-вектором ОИ; ось *Ox* направлена вдоль нормальной составляющей его орбитальной скорости; ось *Oz* перпендикулярна плоскости орбиты и дополняет систему до правой. В данной работе движение инспектора рассматривается в плоскости орбиты ОИ. Принимается, что орбита ОИ в начальный момент времени является круговой. Задача подлёта инспектора в окрестность ОИ не рассматривается.

Для реализации инспекции необходимо в первую очередь, чтобы траектория инспектора относительно ОИ была замкнута. В случае невозмущённого движения, которое осуществляется в центральном поле притяжения, это полностью обеспечивается при выполнении условия равенства орбитальных энергий, что соответствует равенству больших полуосей орбит и периодов обращения инспектора и ОИ. При учёте влияния возмущений (вторая и последующие гармоники разложения гравитационного поля), относительная траектория эволюционирует и перестаёт быть замкнутой.

В качестве основного возмущающего фактора учитывается гравитационное возмущение, порождаемое

нормальным полем. На рисунке 1 красным цветом показана номинальная инспекционная траектория, а синим – возмущённая траектория.

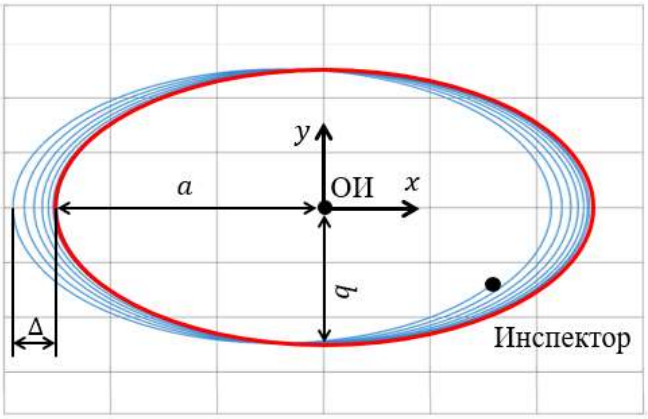


Рис. 1. Смещение инспекционной траектории

Оценка деформации инспекционной траектории относительно номинальной определяется по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{a} \cdot 100\% \qquad (1)$$

В общей постановке задача баллистического проектирования инспекционных траекторий заключается в выборе проекций начальной скорости инспектора в ОСК ($\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$), обеспечивающей требуемый вид относительной траектории при заданных начальных положения инспектора в ОСК (x_0 , y_0) и ОИ на своей орбите (определяется аргументом широты $\theta_0^{OИ}$).

Для поиска проекций начальной скорости инспектора в ОСК ($\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$) в плоскости орбиты ОИ применяется система уравнений [6]:

$$\begin{cases} \left(V_0^{И}\right)^2 = \left(\dot{x}_0 + \dot{\theta}_0^{OИ} y_0 + Vn_0^{OИ}\right)^2 + \left(\dot{y}_0 - \dot{\theta}_0^{OИ} x_0 + Vr_0^{OИ}\right)^2 \\ \dot{y}_0 = \dfrac{x_0 \dot{\theta}_0^{OИ}}{2} \end{cases} \qquad (2)$$

где $\left(V_0^{И}\right)^2$ – квадрат начальной скорости инспектора в абсолютной геоцентрической системе координат (АГСК); $\dot{\theta}_0^{OИ}$ – начальная орбитальная угловая скорость ОИ; $Vn_0^{OИ}, Vr_0^{OИ}$ – нормальная и радиальная проекции начальной скорости ОИ в АГСК.

Для обеспечения замкнутой траектории инспектора относительно ОИ необходимо выбрать нужную начальную скорость $V_0^{И}$ и подставить в (2). При этом, если в (2) подставить такую орбитальную скорость инспектора $V_0^{И}$, которая обеспечит замкнутую траекторию и равенство орбитальных энергий, то эта замкнутая траектория будет иметь форму близкую к эллипсу, у которого центр находится в начале ОСК и большая полуось в два раза больше малой. В случае невозмущённого движения такая траектория сохраняется замкнутой и она была выбрана в качестве номинальной.

Равенство орбитальных энергий ОИ и инспектора запишем в следующей форме:

$$\frac{\left(V_0^{OИ}\right)^2}{2} + \frac{\mu}{R_0^{OИ}} - \frac{\mu J_2 R_Э^2}{2\left(R_0^{OИ}\right)^3} \cdot \left(3\sin^2 i_0^{OИ} \cdot 3\sin^2 \theta_0^{OИ} - 1\right) = \frac{\left(V_0^{И}\right)^2}{2} + \frac{\mu}{R_0^{И}} - \frac{\mu J_2 R_Э^2}{2\left(R_0^{И}\right)^3} \cdot \left(\frac{3\left(Z_0^{И}\right)^2}{\left(R_0^{И}\right)^2} - 1\right) \qquad (3)$$

где μ – гравитационный параметр Земли; J_2 – коэффициент второй зональной гармоники; $R_Э$ – радиус экватора Земли; $V_0^{И}$ – начальная орбитальная скорость ОИ; $R_0^{OИ}$ – начальный радиус-вектор ОИ; $i_0^{OИ}$ – наклонение орбиты ОИ; $R_0^{И}, Z_0^{И}$ – модуль начального радиуса-вектора и координата *Z* инспектора в АГСК.

Из полученного выражения находится квадрат орбитальной скорости инспектора:

$$\left(V_0^{И}\right)^2 = \left(V_0^{OИ}\right)^2 + \frac{2\mu}{R_0^{И}} - \frac{2\mu}{R_0^{OИ}} + \mu J_2 R_Э^2 \left(\frac{3\sin^2 i_0^{OИ} \cdot 3\sin^2 \theta_0^{OИ}}{\left(R_0^{OИ}\right)^3} - \frac{1}{\left(R_0^{OИ}\right)^3} - \frac{1}{\left(R_0^{И}\right)^3} - \frac{3\left(Z_0^{И}\right)^2}{\left(R_0^{И}\right)^5} \right) \qquad (3)$$

Решая совместно (2) и (3), определяются проекции скорости инспектора в ОСК ($\dot{x}_0$, $\dot{y}_0$), при которых будет выполняться условие равенства орбитальных энергий.

Однако, даже при выборе начальных условий из (2) и (3) при моделировании движения с учётом нормального поля притяжения относительная траектория не является замкнутой и имеет небольшое смещение по оси *Ox* на длительном интервале времени. Величина смещения зависит от наклонения орбиты, начального аргумента широты ОИ и начального положения инспектора в ОСК.

В связи с этим решением задачи баллистического проектирования инспекционного движения является выбор таких начальных параметров относительного движения инспектора, при которых влияние возмущений будет минимальным, что в свою очередь приводит длительному сохранению инспекционной траектории. В данной работе рассмотрен интервал времени инспекционной миссии равный 120 суткам, по истечению которого определяется процент деформации инспекционной траектории относительно номинальной.

III. Численное моделирование

Для численного моделирования в качестве примера выбраны орбиты ОИ с высотой 500 км и наклонениями 51,6° и 90°.

На рис. 2 представлены зависимости максимального отклонения возмущённой относительной траектории (возмущение, описываемое второй зональной гармоникой) от номинальной от аргумента широты опорного КА при разных начальных положениях инспектора.

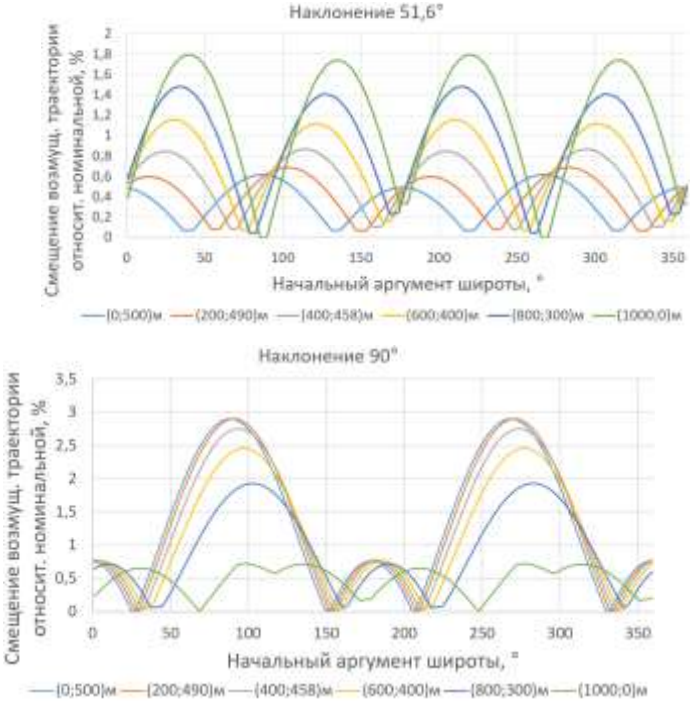


Рис. 2. Зависимость отклонения возмущённой траектории относительно номинальной от аргумента широты ОИ в нормальном гравитационном поле

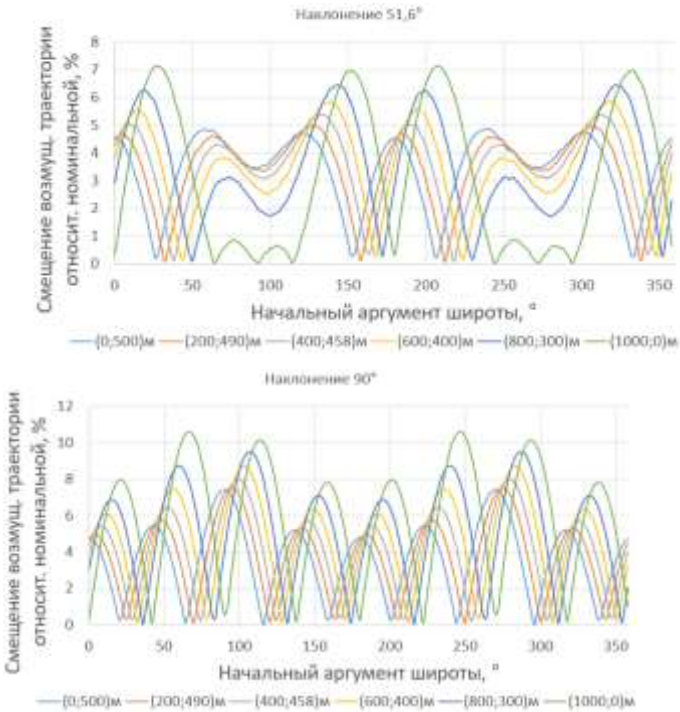


Рис. 3. Зависимость отклонения возмущённой траектории относительно номинальной от аргумента широты опорного КА (с учётом J4)

На рис. 2 цвета линий соответствуют разным положениям инспектора в момент начала формирования инспекционного движения в ОСК. Начальные положения инспектора были выбраны на номинальной траектории с большой полуосью, равной 1000 м, а малой 500 м. Из графиков на рис. 2 видно, что максимальное смещение возмущённой траектории от номинальной для данных начальных условий не будет превышать 3% за 120 сут.

Для анализа чувствительности полученных результатов к принятой модели поля притяжения, было проведено исследование влияния на инспекционную траекторию следующей по значимости четвёртой зональной гармоники гравитационного поля Земли. Начальные условия движения выбирались аналогично предыдущему примеру. Результаты приведены на рис. 3.

Как видно из рис. 3 влияние учёта четвёртой зональной гармоники увеличивает максимальные отклонения относительной траектории (рис. 2). Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о возможности выбора таких начальных условий движения связки «ОИ+инспектор», которые обеспечат инспекционное движение с практически нулевым отклонением.

По результатам проведённого исследования предлагается следующая последовательность этапов баллистического проектирования инспекционных миссий на круговых орбитах. При этом исходными данными являются наклонение и высота орбиты ОИ, а также параметры номинальной инспекционной траектории.

На первом этапе для заданных размеров номинальной инспекционной орбиты выбираются начальные условия движения ОИ в соответствии с соотношениями (2) и (3) и рассчитываются зависимости смещения возмущённой траектории от номинальной с учётом второй и четвёртой зональных гармоник.

На втором этапе на основании полученных зависимостей определяется значения аргументы широты и положения инспектора, при которых смещение будет минимальным для заданной продолжительности инспекционной миссии.

В качестве примера рассмотрена инспекционная миссия вокруг Российской орбитальной служебной станции (РОСС). Принято, что РОСС будет иметь околокруговую орбиту с высотой 500 км и наклонением 97°. В качестве инспекционной траектории принят эллипс с большой полуосью, равной 1 км, соответственно, малая полуось будет 0,5 км.

На рис. 4 приведены зависимости смещения возмущённой траектории, относительно номинальной.

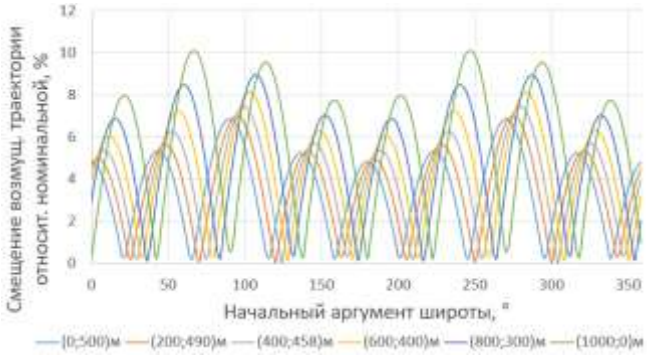


Рис. 4. Зависимость отклонения возмущённой относительной траектории от номинальной от аргумента широты РОСС (с учётом J4)

Далее для разных положений инспектора выбраны начальные аргументы широты РОСС, на которых будет формироваться инспекционная траектория, приводящая в последствии к смещению не более чем на 0,5% (5 м по оси *Ox* в ОСК) относительно номинальной траектории за 120 суток. Например, если переходить на такую инспекционную траекторию, когда инспектор находится

на одном радиусе-векторе с РОСС (в данном случае в точке с координатами (0;500) м), то для этого необходимо, чтобы он оказался в этой точке при аргументах широты РОСС, равных 22°, 64°, 116°, 158°, 206°, 244°, 296°, 338°. Причём в момент формирования инспекционной траектории при аргументе широты ОИ 22° инспектор относительно РОСС должен иметь скорость с компонентами $\dot{x}_0 = -1.11$ м/с, $\dot{y}_0 = 0$ м/с.

IV. Выводы

Таким образом, в работе показана возможность обеспечения продолжительного пассивного инспекционного движения на круговых орбитах за счёт выбора начальных условий движения связки «ОИ+инспектор» в условиях учёта второй и четвёртой зональных гармоник гравитационного поля.

Благодарность

Работа является продолжением исследований, выполненных в рамках завершённого проекта 0777-2020-0018, профинансированного из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

Литература

[1] Nanosat datebase https://www.nanosats.eu/#figures

[2] Д.В. Наумочкин, А.И. Петухов, М.М. Полуян “Анализ тенденций развития сверхмалых космических аппаратов”, Вооружение и экономика, 2019, №4 (50), с. 37-43.

[3] Belokonov I.V., Shcherbakov M.S., Avaryaskin D.P. “Investigation of a Single-Axis Control Algorithm for the Inspection Motion of a Gravitationally Stabilized Nanosatellite”, 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2022.

[4] Belokonov I.V., Shcherbakov M.S., Medvedev S.A. “Selection of Conditions for Ensuring Long-Term Passive Inspection in the Close Vicinity of a Spacecraft in a Highly Elliptical Orbit”, 30th Anniversary Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2023.

[5] Щербаков М.С., Медведев С.А. “Исследование возможности применения оскулирующих эллипсов относительного движения в задаче инспекции космических объектов”, Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления, 2023, № 2 (64), с. 42-50.

[6] Shcherbakov M.S., Avariaskin D.P. “Studying problems on choosing stable orbits of nanosatellites to provide passive and periodic relative trajectories”, J. Phys.: Conf. Ser. 1536 012001, 2020.

▪ ЗАСЕДАНИЕ II – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ ▪

Твердотельный лазерный гироскоп на YAG:Cr^{4+}, особенности режима синхронизации мод при частотной подставке на основе фазового модулятора на KTP

Ю.Ю. Брославец
МФТИ, Физтех, АО «Лазекс»
Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

Е.А. Полукеев
МФТИ, Физтех, АО «Лазекс»
Долгопрудный, Россия
epolukeev2105@yandex.ru

Ю.Н. Травина
МФТИ, Физтех
Долгопрудный, Россия
travina.iun@phystech.edu

А.А. Фомичев
МФТИ, Физтех, АО «Лазекс»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

В.Г. Семенов
МФТИ, Физтех, АО «Лазекс»
Долгопрудный, Россия
valerii.semenov.g@gmail.com

***Аннотация*—В работе представлены результаты исследования синхронизации мод в твердотельном лазерном гироскопе на YAG:Cr^{4+} при создании частотной подставки с помощью поочередного противофазного сдвига фазы генерируемых встречных импульсов с помощью электрооптического фазового модулятора на KTP. Синхронизация продольных мод позволяет ослабить шумы в каждой моде и тем самым улучшить сигнал биений встречных волн, повышая точность. Создание частотной подставки с использованием фазового модулятора потребовало проведения оптимизации параметров резонатора, обеспечивающего одновременно и минимум дисперсии групповой задержки, и минимальные искажения моды при требуемой величине расщепления частот встречных волн. В результате найдена конфигурация резонатора, обеспечивающая и керровскую синхронизацию мод и слабый отклик излучения на внешние возмущения. Влияние частотной подставки, создаваемой с помощью фазового модулятора на KTP при синхронизации мод, моделировалось на основе уравнений для комплексных амплитуд встречных волн, каждая из которых представляла четыре продольных моды. Определено, что амплитуда подставки должна быть меньше величины связи продольных мод. Показана возможность создания частотной подставки в несколько сотен килогерц.**

Ключевые слова—твердотельный лазерный гироскоп, кольцевой лазер, синхронизация мод, захват частоты.

I. Введение

Гелий-неоновые лазерные гироскопы [1] в настоящее время, обладая требуемыми для навигационных систем параметрами, широко используются в БИНС, но по точности уже приближаются к фундаментальному пределу. Кроме того, появление новых технологий и новых активных лазерных сред [2-8, 12, 17], обеспечивающих множество положительных качеств, при использовании в лазерах, делают актуальным поиск и создание лазерных гироскопов [3, 9, 10, 12-14], построенных на новых лазерных средах. Синхронизация продольных мод в твердотельных лазерных гироскопах в многочастотном режиме генерации может существенно улучшить точность и ослабить фундаментальное ограничение по предельной точности, известное для He-Ne лазерных гироскопов и связанное с квантовым шумом [16]. В лазерном гироскопе на широкополосной активной среде YAG:Cr^{4+} количество синхронизированных мод может достигать ~$2.7*10^5$ [17]. Как показывают исследования, шумы в каждой моде: как фундаментальные, присущие лазеру, так и технические, связанные с различными возмущениями, могут быть существенно ослаблены пропорционально количеству синхронизированных мод [11, 12, 15-17]. Кроме того, появление новых технологий изготовления зеркал, обработки поверхностей до сверхмалых шероховатостей, новых активных сред, быстродействующей электроники делают возможным и актуальным создание твердотельного лазерного гироскопа навигационной точности [10, 13]. Точность такого гироскопа определяется рядом таких факторов как: параметры генерации мод, степень захвата частоты каждой соседней моды боковой частотой модулированного излучения, характеризуемой областью захвата частоты, динамикой генерации, наличием рассе-

янного излучения во встречные волны, стабильностью резонатора и рядом других параметров. В работе, для достижения точности, используется ряд решений - это особенности активных центров YAG:Cr^{4+} [6-8, 17], приводящие к малой конкуренции встречных волн, использование синхронизации мод, подавляющей шумы, а так же системы стабилизации периметра и частотной подставки на основе фазового модулятора. В кристалле YAG:Cr^{4+} активные центры ионов четырехвалентного хрома (рис. 21), замещая ионы алюминия, помещаются в кубическую решетку кристалла, пространственно окружены различным образом ионами кислорода и ионами двухвалентного магния или кальция, обеспечивающих компенсацию заряда при переходе трехвалентных ионов хрома в четырехвалентные, тем самым создавая условия для отличия в усилении встречных волн различными группами активных центров. Широкая линия усиления (~350 нм), обусловленная сильным электрон-фононным взаимодействием, позволяет генерировать широкий спектр излучения с большим количеством продольных мод, что при их синхронизации подавляет конкуренцию и связь встречных волн, а так же флуктуации частоты, сужая спектр генерации каждой моды. Малое время жизни верхнего рабочего уровня 3.6 мкс [7] существенно ослабляет формирование решетки инверсии, приводящей к взаимодействию встречных волн. Это выделяет YAG:Cr^{4+} среди других активных сред, обеспечивая стабильность двунаправленной генерации в лазерном гироскопе [12, 17].

В работе представлены результаты, полученные при создании лазерного гироскопа на активной среде YAG:Cr^{4+}. Твердотельный лазерный гироскоп строился на основе кольцевого лазера, состоящего из четырехзеркального резонатора, активной среды YAG:Cr^{4+} и дисперсионной призмы из ИК кварца со сверхмалым содержанием примесей [17]. Для создания частотной подставки в режиме синхронизации мод использовался фазовый модулятор на основе кристалла KTP (рис. 14). Такой модулятор обладает существенно меньшим шумом, обусловленным “звоном”, связанным с пьезоэффектом, по сравнению с модулятором на ниобате лития. Модулятор представлял собой пластинку, установленную под углом Брюстера, с длиной оптического пути 1.5 мм без учета показателя преломления. На нее подавалось переменное напряжение, получаемое путем усиления, задержки, фильтрации и дополнительного усиления импульсов, первоначально регистрируемых на выходе кольцевого лазера скоростным InGaAs фотодетектором. Подаваемое напряжение приводило к изменению показателя преломления модулятора с разным знаком в момент противофазного прохождения импульсов излучения, создавая расщепление частот встречных волн. При этом противофазно распространяющиеся импульсы излучения генерировались во встречных волнах.

Также в работе выполнен анализ влияния использованных физических принципов создания частотной подставки и метода стабилизации частоты на шумы и стабильность частоты биений встречных волн в режиме керровской синхронизации мод. Проведена оптимизация параметров оптической схемы, обеспечивающей требуемую фазовую модуляцию при создании частотной подставки, определена ориентация кристалла KTP с учетом его расположения под углом Брюстера для входящих и выходящих импульсов излучения, найдено положение модулятора в резонаторе относительно активной среды. Для стабилизации частоты генерации в режиме синхронизации мод использовалась поглощающая ячейка с ацетиленом.

Проведенное численное моделирование синхронизации мод на основе уравнений для комплексных амплитуд, генерируемых встречных волн в многочастотном режиме, позволило определить оптимальные параметры связи продольных мод, обусловленные их керровским механизмом синхронизации и обеспечивающих наибольшее сокращение ширины линии генерации каждой из мод при их синхронизации с учетом влияния шумов каждой моды. Тем самым получено сокращение шумов сигналов биений встречных волн.

II. Определение параметров генерации, обеспечивающих максимальное подавление шумов для каждой моды в многочастотном режиме генерации при синхронизации мод

Синхронизация продольных мод в лазере приводит к подавлению шумов и флуктуаций [11, 12, 15]. В твердотельном лазерном гироскопе наличие кольцевого резонатора способствует генерации большого количества продольных мод в двух встречных направлениях, приводя к очень сложной связи всех волн и динамике генерации с учетом особенностей усиления в активных центрах Cr^{4+} в активной среде YAG:Cr^{4+}. В таком лазерном гироскопе связь волн через рассеяние на оптических элементах, решетках инверсии в активной среде, связь, обеспечивающая синхронизацию мод, может быть с различным сдвигом фазы, и это существенно усложняет общую картину взаимодействия волн и требует оптимизации параметров лазера для максимального сокращения флуктуаций и спектральной ширины генерируемого излучения каждой из мод. Это важно для обеспечения наилучшей точности лазерного гироскопа. Флуктуации частоты и амплитуды мод приводят к флуктуациям сигнала биений встречных волн и уменьшают точность гироскопа.

Для моделирования и расчетов параметров генерации выведена система уравнений (4), полученная путем решения волнового уравнения и уравнений для матрицы плотности [2, 9, 17]. Использовались следующие приближения: излучение было представлено в виде плоских волн, предполагалась пространственная однородность в поперечном распределении излучения, отсутствие дифракционной невзаимности, линейная поляризация и некоррелированность шумов в продольных модах [15, 16]. Суммарное поле в кольцевом лазере представлялось как суперпозиция полей встречных волн, каждое из которых, в свою очередь, записывалось в виде разложения по продольным модам резонатора:

$$\vec{E}(z,t) = \\ = Re\sum_j \left(e_{j1}\tilde{E}_{j1}(t)\,exp\left(i\left(\omega_{j1}t + k_{j1}z\right)\right) + e_{j2}\tilde{E}_{j2}(t)\,exp\left(i\left(\omega_{j2}t - k_{j2}z\right)\right)\right) \quad (1)$$

Комплексные амплитуды встречных волн, входящие в (1), можно представить через амплитуду и фазу:

$$\tilde{E}_{j1}(t) = E_{j1}\exp\left(i\varphi_{j1}\right),\ \tilde{E}_{j2}(t) = E_{j2}\exp\left(i\varphi_{j2}\right). \quad (2)$$

В этом случае разность частот встречных волн для каждой продольной моды j может быть получена через изменяющиеся со временем фазы полей:

$$\Delta\omega_j = \omega_{j1} - \omega_{j2} = \frac{d\varphi_{j1}(t)}{dt} - \frac{d\varphi_{j2}(t)}{dt}. \qquad (3)$$

При этом невзаимность для встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка и другими эффектами, вводится через Ω без учета различия при расщеплении частот встречных волн для разных продольных мод. При численном моделировании на основе системы уравнений (4) проводились расчеты для четырех мод в каждом направлении j=1..4. В уравнениях (4) межмодовый по частоте интервал задавался величиной Ω_{ml}, что позволяет построить кривые отображающие область захвата частоты продольных мод при синхронизации мод. При моделировании предполагалось выполнение условия, когда $\Omega_{ml} << \omega_{ij}$. Также на решетке инверсии учитывалось взаимодействие только одной пары встречных волн ее сформировавших, соответствующих одной продольной моде. Для синхронизации мод использовалась модуляция потерь на межмодовой частоте. Возникающие боковые полосы на частоте соседней моды приводили к связи мод и их фазированию. Связь мод одного направления, введена через коэффициенты $\tilde{m}l_{jm} = K_{jm}\delta$, определяемые глубиной модуляции δ, где K_{jm} – комплексные коэффициенты. Модуляция излучения мод происходит согласно $U=U_0(1 - \delta\cos(\omega_m t))$, где ω_m - частота модуляции.

Величина этой связи $\tilde{m}l_{jm}$ задает ширину области захвата фазы соседних мод и определяет стабильность синхронизации мод, а также устойчивость синхронизации мод к возмущениям фазы. Синхронизация мод приводит к генерации фемтосекундных импульсов, но процессы установления фазы волн продольных мод достаточно медленные, поэтому в уравнениях не учитываются фемтосекундные времена при фазировании мод. Решетка инверсии при прохождении встречными импульсами активной среды в разные моменты времени не возникает, ввиду отсутствия наложения встречного излучения. Поэтому при моделировании такого режима амплитуды пространственных гармоник инверсии считались малыми.

В целом, укороченные уравнения для комплексных амплитуд [17, 8, 16] встречных волн и инверсной населенности при многочастотной генерации и синхронизации мод в твердотельном лазерном гироскопе можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\frac{d\tilde{E}_{11}}{dt} &= -\frac{\omega_{11}}{2Q_{11}}\tilde{E}_{11} + i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{11} + i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{11} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{11}\tilde{E}_{11} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{11}\tilde{E}_{21} + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{11} + \frac{\sigma_1 l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{11} + N_-\tilde{E}_{11}\right)\\
\frac{d\tilde{E}_{12}}{dt} &= -\frac{\omega_{12}}{2Q_{12}}\tilde{E}_{12} - i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{12} + i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{12} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{12}\tilde{E}_{12} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{12}\tilde{E}_{22} + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{12} + \frac{\sigma_1 l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{12} + N_+\tilde{E}_{12}\right)\\
T_1\frac{dN_{1+}}{dt} &= -N_{1+}\left(1 + a_1\left(|E_{11}|^2 + |E_{12}|^2\right)\right) - N_0 a_1 E_{11}^* E_{12}\\
T_1\frac{dN_0}{dt} &= N_{th}(1+\eta) - N_0\left(1 + a_1\left(|E_{11}|^2 + |E_{12}|^2\right) + a_2\left(|E_{21}|^2 + |E_{22}|^2\right) + \ldots + a_n\left(|E_{n1}|^2 + |E_{n2}|^2\right)\right)\\
\frac{d\tilde{E}_{21}}{dt} &= -\frac{\omega_{21}}{2Q_{21}}\tilde{E}_{21} + i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{21} - i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{21} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{21}\tilde{E}_{21} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{21}\left(\tilde{E}_{11} + \tilde{E}_{31}\right) + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{21} + \frac{\sigma_2 l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{21} + N_-\tilde{E}_{21}\right)\\
\frac{d\tilde{E}_{22}}{dt} &= -\frac{\omega_{22}}{2Q_{22}}\tilde{E}_{22} - i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{22} - i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{22} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{22}\tilde{E}_{22} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{22}\left(\tilde{E}_{12} + \tilde{E}_{32}\right) + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{22} + \frac{\sigma_2 l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{22} + N_+\tilde{E}_{22}\right) \qquad (4)\\
T_1\frac{dN_{2+}}{dt} &= -N_{2+}\left(1 + a_2\left(|E_{21}|^2 + |E_{22}|^2\right)\right) - N_0 a_2 E_{21}^* E_{22}\\
&\ldots\\
\frac{d\tilde{E}_{n1}}{dt} &= -\frac{\omega_{n1}}{2Q_{n1}}\tilde{E}_{n1} + i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{n1} - i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{n1} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{n1}\tilde{E}_{n1} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{n1}\tilde{E}_{(n-1)1} + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{n1} + \frac{\sigma_n l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{n1} + N_-\tilde{E}_{n1}\right)\\
\frac{d\tilde{E}_{n2}}{dt} &= -\frac{\omega_{n2}}{2Q_{n2}}\tilde{E}_{n2} - i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{n2} - i\frac{\Omega_{ml}}{2}\tilde{E}_{n2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{n2}\tilde{E}_{n2} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{n2}\tilde{E}_{(n-1)2} + i\Delta\omega_r\tilde{E}_{n2} + \frac{\sigma_n l}{2T}(1-i\delta)\left(N_0\tilde{E}_{n2} + N_+\tilde{E}_{n2}\right)\\
T_1\frac{dN_{n+}}{dt} &= -N_{n+}\left(1 + a_n\left(|E_{n1}|^2 + |E_{n2}|^2\right)\right) - N_0 a_n E_{n1}^* E_{n2}
\end{aligned}$$

Здесь j - номер продольной моды, $\tilde{m}_{jm} = m_{jm}\exp(\pm i\Theta_{jm})$ – комплексные коэффициенты связи встречных волн продольных мод, $\tilde{m}l_{jm} = ml_{jm}\exp(\pm i\Psi_{jm})$ - комплексные коэффициенты связи продольных мод, T_1 - время релаксации инверсной населенности, $\Delta\omega_r$ – комплексный коэффициент, определяющий случайные флуктуации фазы и амплитуды, N_{th} – пороговая инверсия населенности, L - длина резонатора, l - длина кристалла, T - время обхода резонатора, $\delta_j = (\omega_j - \omega_0)/\Delta\omega_g$ - относительная отстройка частоты генерации моды j от центра линии усиления, $\sigma_j = \sigma/(1+\delta_j^2)$ - сечение перехода, различное для разных продольных мод, $a_j = (\sigma_j c T_1)/(4h\omega)$ - параметр насыщения, $\Omega = \omega_{j1} - \omega_{j2}$ - разность собственных частот резонатора для встречных волн, $\Omega_{ml} = \omega_{j+1\,m} - \omega_{jm}$ - разность собственных частот резонатора для продольных мод, Q_j- добротность резонатора, $k_j = 2\pi m_j/L$ - волновое число, n_j- число длин волн на длине резонатора, $N_0 = \frac{1}{l}\int_0^l N dz$, $N_{j\pm} = \frac{1}{l}\int_0^l N\exp(\pm i2kz)dz$ - пространственные гармоники инверсной населенности [2, 9, 17].

Для синхронизации мод, связь сонаправленных волн выбиралась больше, чем связь встречных волн, обусловленная рассеянием. Это приводит к формированию областей захвата (рис. 1) для продольных мод и обеспечивает их сфазированность. При этом, величина связи определяется положением точки входа в область захвата для син-

хронизации мод (рис. 1, $6.5*10^5$ рад/сек) и для захвата частоты встречных волн (на рис. 4, захват $2.5*10^3$ рад/сек; на рис. 5 захват $1.7*10^3$ рад/сек). В этом случае величина амплитуды частотной подставки Ω должна быть меньше величины входа в захват для продольных мод и больше величины входа в захват встречных волн.

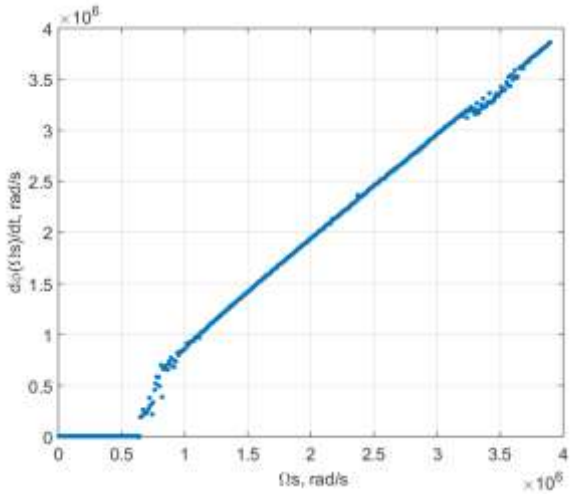


Рис. 1. Зависимость изменения разности частот двух соседних мод при перестройке частоты резонатора (отстройка межмодового интервала по частоте от частоты модуляции потерь). Наблюдается область захвата для сонаправленных мод, Большая величина области захвата обеспечивает лучшее подавление возмущений нарушающих синхронизацию мод

В результате расчетов и численного моделирования на основе составленной системы уравнений (4) определено, что спектры шумов генерации для отдельных мод (рис. 2) уменьшаются по ширине при синхронизации мод (рис. 3). Шумы для каждой из мод вводились через случайные комплексные величины $\Delta\omega_r$ с нормальным распределением.

Необходимо отметить, что уменьшение связи встречных волн и сокращение области захвата при синхронизации продольных мод очень сильно зависит от построения оптической схемы, обеспечивающей поочередное прохождение генерируемых импульсов встречных волн на рассеивающих оптических элементах резонатора. Когда это не выполняется, величина связи встречных волн уменьшается незначительно (рис. 4, 5).

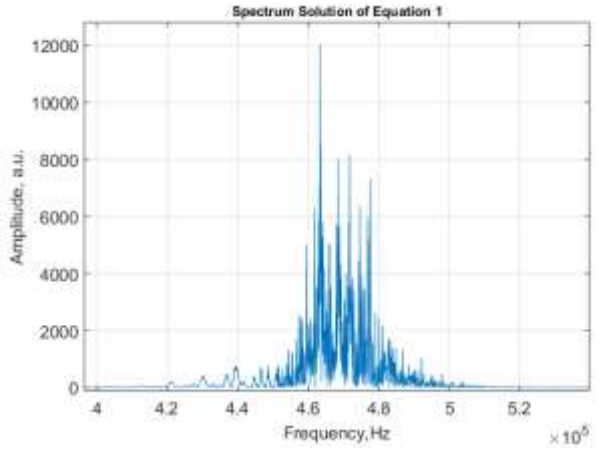


Рис. 2. Спектр шумов (амплитудные и фазовые) одной из волн, смещенный в низкочастотную область для случая, когда продольные моды не сфазированы и **нет их синхронизации**

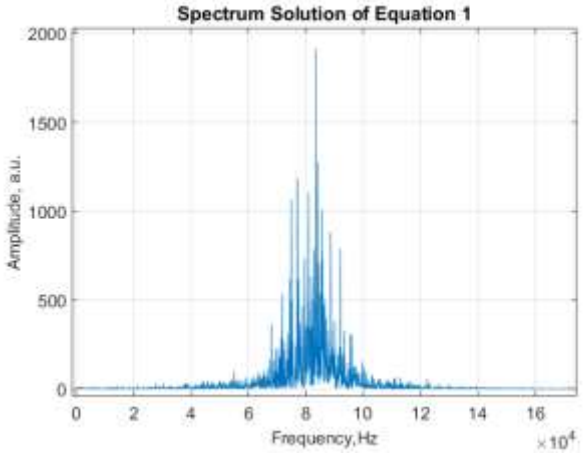


Рис. 3. Спектр шумов (амплитудные и фазовые) одной из волн смещенный в низкочастотную область для случая, когда продольные моды сфазированы, **режим синхронизации мод**

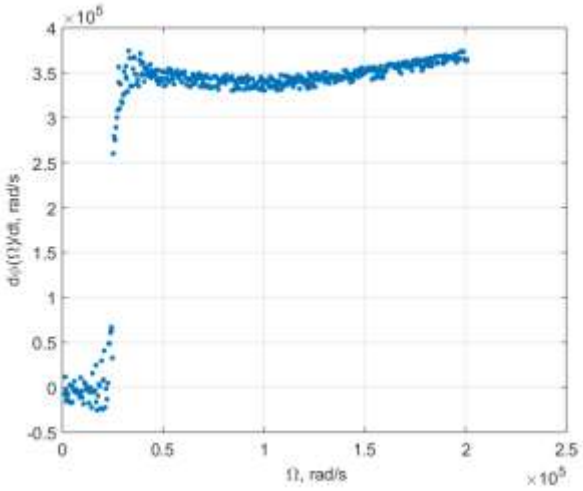


Рис. 4. Выходная частотная характеристика вблизи области захвата для двух встречных волн при генерации четырех **не сфазированных продольных мод.**

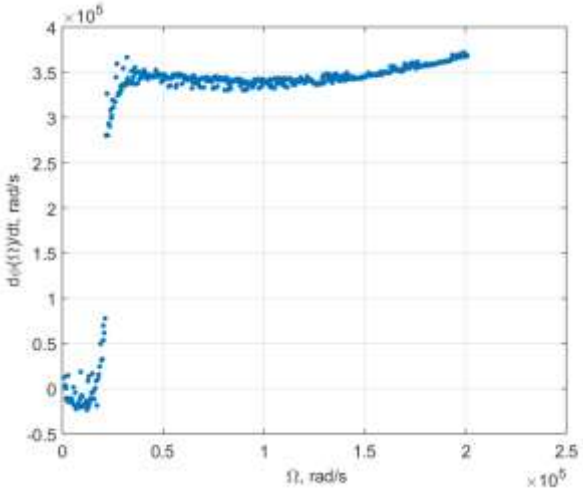


Рис. 5. Выходная частотная характеристика вблизи области захвата для двух встречных волн при генерации четырех **сфазированных продольных мод**

Моделирование показало, что в случае не синхронизированных мод наблюдается амплитудная и фазовая модуляция каждой из волн, ввиду наличия связи волн через рассеяние (рис. 6).

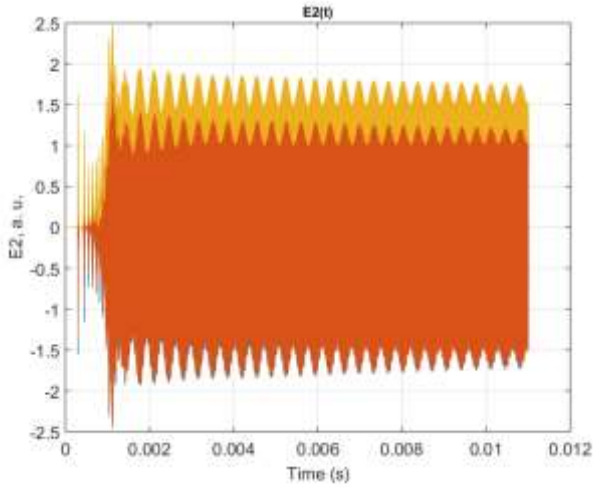


Рис. 6. Установление комплексной амплитуды E_2 (действительная, мнимая часть и абсолютное значение амплитуды одной из волн) после включения накачки. Наблюдаются выход на стационарную генерацию и колебания амплитуды, связанные с рассеянием на зеркалах и решетке инверсии. Продольные моды **не синхронизированы**

В твердотельном лазерном гироскопе на YAG:Cr^{4+} частотная подставка создавалась путем установки в резонатор электрооптического фазового модулятора на KTP, создающего фазовый сдвиг одного знака синхронно с прохождением импульса одного направления, а при прохождении импульса противоположного направления – фазовый сдвиг противоположного знака по отношению к прохождению без управляющего напряжения. Для создания знакопеременной частотной подставки знаки прикладываемого напряжения по отношению к импульсам встречных волн менялись местами с частотой смены знака подставки. Это можно сделать, изменяя фазу управляющего сигнала на фазовом модуляторе на π. При моделировании формирования частотной подставки на основе системы уравнений (4) сдвиг частоты для встречных волн, создаваемый за счет сдвига фазы в электрооптическом модуляторе, разного знака для встречных волн и задавался величиной Ω.

Исследования показали, что при керровской синхронизации мод, прохождение импульсом керровской среды и его самофокусировка с последующим прохождением ограничивающей апертуры, приводит к сокращению длительности импульсов и образованию амплитудной модуляции. В результате появляются боковые полосы, фазирующие соседние моды и, тем самым, существенно подавляющие шумы, сужая их спектр (рис.2,3) в каждой моде. Устойчивость к возмущениям при фазировании определяется величиной области захвата (рис. 1) соседней моды боковой полосой. При этом область захвата определяется величиной связи сонаправленных волн $\tilde{m}l_{jm}$, задаваемой глубиной керровской модуляции δ. Моделирование показало, что решетки инверсии, благодаря малому времени жизни рабочего уровня YAG:Cr^{4+}, имеют незначительную амплитуду (рис.7, 8) и соответственно связь встречных волн на них мала.

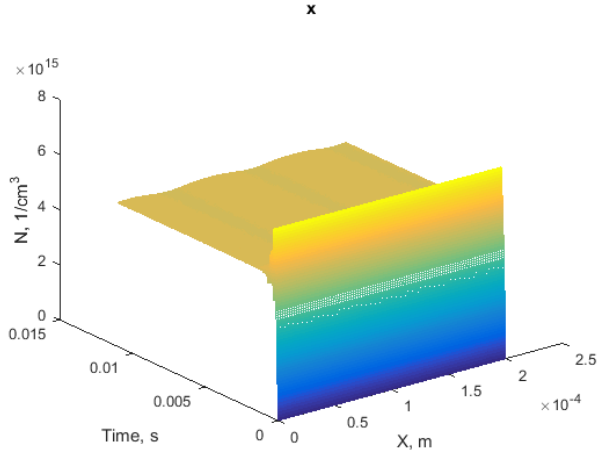


Рис. 7. Зависимость инверсии населенностей после включения накачки от времени и по длине активной среды **без синхронизации мод**. Наблюдается появление решетки инверсии населенностей с незначительной амплитудой

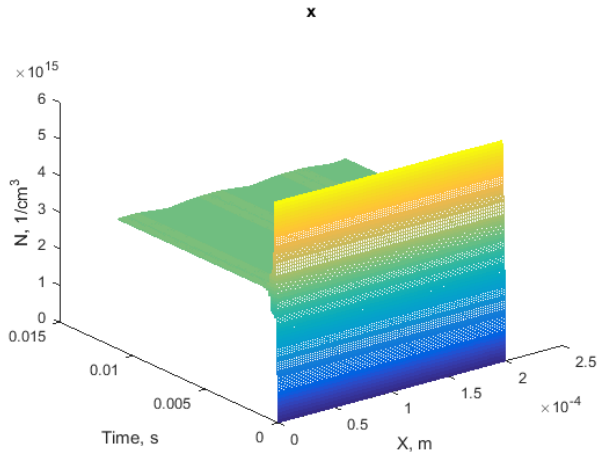


Рис. 8. Зависимость инверсии населенностей после включения накачки от времени и по длине активной среды **при синхронизации мод**. Наблюдается уменьшение стационарной инверсии, которая при стационарной генерации соответствует пороговой и отсюда следует, что уровень потерь уменьшился по сравнению с режимом с несинхронизированными модами

III. АСТИГМАТИЧНЫЙ КОЛЬЦЕВОЙ РЕЗОНАТОР С ФАЗОВЫМ МОДУЛЯТОРОМ НА KTP ДЛЯ КЕРРОВСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД

В кольцевом лазере с керровской синхронизацией мод наличие фазового модулятора на KTP в астигматичном кольцевом резонаторе требует выбора определенной конфигурации резонатора и его параметров. Поэтому, были составлены уравнения, описывающие распространение астигматичного эрмит-гауссового пучка в кольцевом резонаторе на основе матричного подхода и преобразования двух комплексных параметров для ортогональных плоскостей. Решая уравнения, получены параметры собственных мод и найдена оптимальная конфигурация резонатора с фазовым модулятором на KTP.

Создание частотной подставки в твердотельном лазерном гироскопе, работающем в режиме синхронизации мод, осуществлялось путем периодического сдвига фаз с противоположным знаком для проходящих через модулятор импульсов излучения встречных волн. В качестве модулятора использован электрооптический кристалл KTP выращенный по технологии, обеспечивающей высокое электрическое сопротивление, и обладающий малым “звоном” (уменьшенный пьезоэффект) по сравнению с традиционно используемом ниобатом лития.

Керровская синхронизация мод требует большой плотности мощности в активной среде и, соответственно, фокусировки излучения для формирования керровской линзы, поскольку керровская нелинейность очень мала $n_2=6.2*10^{-16}$ см^2/Вт для YAG:Cr^{4+}. А требования по шумам и точности к гироскопу накладывают условия на стабильность керровской синхронизации мод и глубину создаваемой керровским механизмом амплитудной модуляции. Это в свою очередь накладывает требования на конфигурацию резонатора, таким образом, чтобы при внешних возмущениях параметры моды в первых производных разложения в ряд не изменялись. Резонатор должен быть динамически стабильным. Оптическая схема кольцевого лазера (рис. 9) построена по z - образной кольцевой схеме, с сильной фокусировкой излучения в активной среде и широким пучком в дисперсионном плече. Сферические зеркала М3 и М4 имеют небольшое фокусное расстояние (5 см) и формируют достаточную для создания керровской линзы перетяжку излучения в активной среде YAG:Cr^{4+} длиной 2 см и гранями, вырезанными под угол Брюстера. В активной среде, кроме керровской линзы, образуется и тепловая линза с существенно большей оптической силой.

В результате наклонного входа в активную среду и другие элементы резонатора, эрмит-гауссов пучок становится астигматичным. Оптимальный выбор положения активной среды, в которой сформированы эти линзы относительно фокусирующих зеркал, позволяет увеличить глубину керровской модуляции и тем самым устойчивость синхронизации мод к внешним возмущениям. Кроме того, оптимальная конфигурация резонатора должна обеспечивать максимальное сокращение переднего и заднего фронта формируемых импульсов за счет их обрезания на диафрагме.

И еще одной важной функцией резонатора является минимизация дисперсии групповой задержки для уменьшения расплывания генерируемых импульсов. Для этого используется призма из кварца, материал которой компенсирует положительную дисперсию в активной среде и фазовом модуляторе на KTP (рис. 15-17). Необходимо отметить, что по сравнению с ниобатом лития у KTP дисперсия групповой задержки на 1 мм (рис. 16) существенно меньше, что и позволяет использовать кварц для ее компенсации.

Для расчета параметров резонатора и моделирования структуры формируемой моды использовалось известное преобразование для комплексных параметров астигматичного гауссова пучка на основе лучевых матриц ABCD.

Для каждого оптического элемента астигматичного резонатора (рис. 9) для p и s плоскостей было составлено по две соответствующие лучевые матрицы, описывающие прохождение пучка. Затем вычислялись две, соответствующие p и s плоскостям “ABCD” матрицы, описывающие весь резонатор за его обход для пучка, и вычислялись размеры перетяжек для p и s плоскостей (в плоскости падения и в перпендикулярной) в активной среде. При этом расстояния между фокусирующими зеркалами изменялись симметрично.

При расчете влияние призмы на формируемую моду считалось незначительным, поскольку поперечный размер и кривизна волнового фронта пучка в этом месте большие.

Положение перетяжек между фокусирующими зеркалами в плоскостях p и s зависит от наклонного падения астигматичного гауссова пучка на активную среду под углом Брюстера и угла падения на сферические зеркала. Изменением этих углов было выполнено наилучшее их согласование.

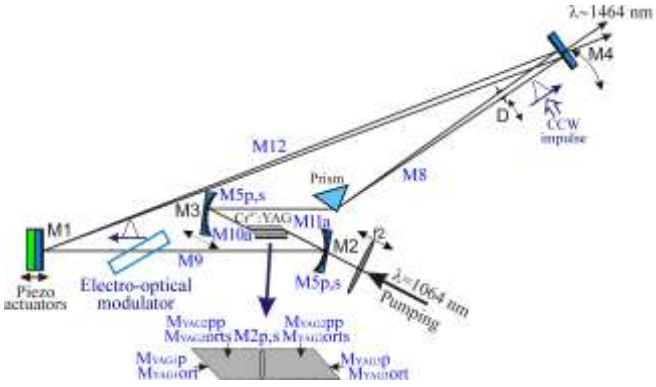


Рис. 9. Оптическая схема астигматичного кольцевого резонатора, обеспечивающего керровскую синхронизацию мод.

Для сагиттальной плоскости s для сечения в середине активной среды, лучевая матрица обхода резонатора может быть получена как [17]:

MMMLs=M2s*MYAG2orts*MYAG1ort*M10a*M5s*M8 *M12*__**M9s**__*M5s*M11a*MYAG3ort*MYAG2orts, (5)

где лучевые матрицы для элементов резонатора представлены далее [17]: M2s - тепловая или керровская линза, MYAG2orts - участок активной среды, MYAG1ort - граница раздела, M10a, M11a - участки между сферическим зеркалом и активной средой, M5s - сферическое зеркало, M8, M12 - матрицы свободного пространства, MYAG3ort - граница раздела.

Для фазового модулятора на KTP (рис. 14), матрицу **M9s,** участка с модулятором для плоскости s, можно представить как:

M9s= M9L2*M9edge2s*M9Lktps*M9edge1s* M9L1, (6)

где $M9Lktps=\begin{pmatrix}1 & Lktp/nk\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ - участок среды в KTP, $M9edge1s=\begin{pmatrix}nk & 0\\ 0 & nv\end{pmatrix}$, $M9edge2s=\begin{pmatrix}nv & 0\\ 0 & nk\end{pmatrix}$ - границы раздела KTP, $M9L1=\begin{pmatrix}1 & L_1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $M9L2=\begin{pmatrix}1 & L_2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ - матрицы свободного пространства, Lktp – расстояние проходимое излучением в модуляторе на KTP, *nv*, *nk* - показатель преломления воздуха и KTP с учетом двулу-

чепреломления, L1, L2 – расстояния до и после модулятора на KTP.

Для плоскости падения на зеркала и активную среду p для сечения в середине активной среды, лучевая матрица обхода резонатора может быть получена как [17]:

MMMLp=M2p*MYAG2pp*MYAG1p*M10a*M5p*M8* M12*__M9p__*M5p*M11a*MYAG3p*MYAG2pp, (7)

где M2p - тепловая или керровская линза, MYAG2pp - участок активной среды, MYAG1p - граница раздела, M10a, M11a - участок между сферическим зеркалом и активной средой, M5p - сферическое зеркало, M8, M12 - матрицы свободного пространства, MYAG3p - граница раздела.

Для фазового модулятора на KTP (рис. 14), матрица **M9p** участка с модулятором для плоскости *p* такова:

M9p= M9L2*M9edge2p*M9Lktpp*M9edge1p* M9L1, (8)

где $M9Lktpp=\begin{pmatrix}1 & Lktp/nk\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ - участок среды в KTP,

$M9edge1s=\begin{pmatrix}A9 & 0\\ 0 & D9\end{pmatrix}$, $M9edge2s=\begin{pmatrix}D9 & 0\\ 0 & A9\end{pmatrix}$ - границы раздела KTP.

Для матриц границы раздела KTP, коэффициенты находим через углы падения и преломления в среде KTP:

$A9=nk*\cos(\varphi_{B2})/\cos(\varphi_{B1})$, $D9=nv*\cos(\varphi_{B1})/\cos(\varphi_{B2})$,

где углы падения (угол Брюстера) и преломления:

$\varphi_{B1}=\mathrm{arctg}(nk/nv)$, $\varphi_{B2}=\arcsin(nv/nk*\sin(\varphi_{B1}))$.

Из полученных матриц, описывающих обход резонатора для сечения в середине активной среды, находились элементы A, B, C, D: $MMMLps=\begin{pmatrix}A_{p,s} & B_{p,s}\\ C_{p,s} & D_{p,s}\end{pmatrix}$.

Радиусы пучка (рис. 10-12) и радиусы кривизны волнового фронта находили из решения квадратного уравнения для преобразования каждого комплексного параметра согласно

$$\omega_{p,s}=\sqrt{\frac{2\cdot\lambda\cdot B_{p,s}}{\pi\sqrt{4-(A_{p,s}+D_{p,s})^2}}} \quad (9),$$

$$R_{p,s}=\frac{2B_{p,s}}{D_{p,s}-A_{p,s}} \quad (10)$$

В результате расчетов и численного моделирования структуры генерируемой моды (рис. 10–12) в резонаторе кольцевого лазера с фазовым модулятором на KTP в режиме синхронизации мод определено оптимальное положение модулятора, обеспечивающего как формирование требуемой структуры моды в активной среде и в области диафрагмы, так и наибольшую величину создаваемой частотной подставки. Также учтено то, чтобы встречные импульсы проходили модулятор в противофазе. Найдено расстояние между фокусирующими зеркалами, обеспечивающее значения близкие к нулю для первых производных зависимостей размеров пучка от смещения зеркал одновременно для p и s плоскостей с учетом положения модулятора на KTP в плече резонатора. Это позволяет получить более устойчивую к внешним возмущениям керровскую синхронизацию мод.

Построенные зависимости для перетяжек пучков в активной среде (рис. 10, 11) для p и s плоскостей в зависимости от углов падения на зеркала и расстояния между фокусирующими зеркалами позволяют определить оптимальные углы и расстояние между зеркалами, при которых перетяжки ближе всего друг к другу.

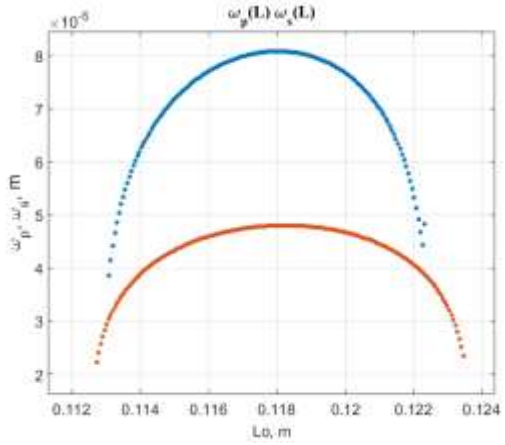


Рис. 10. Зависимость размеров пучка в активной среде для плоскости падения на зеркало ω_p (*вверху*) и в перпендикулярной плоскости ω_s (*внизу*) при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo.

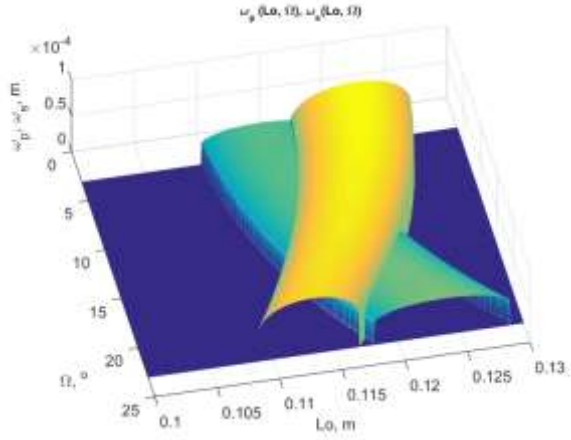


Рис. 11. Зависимость размеров пучка в активной среде для плоскости падения на зеркало ω_p и в перпендикулярной плоскости ω_s при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo и углов падения на сферические зеркала Ω.

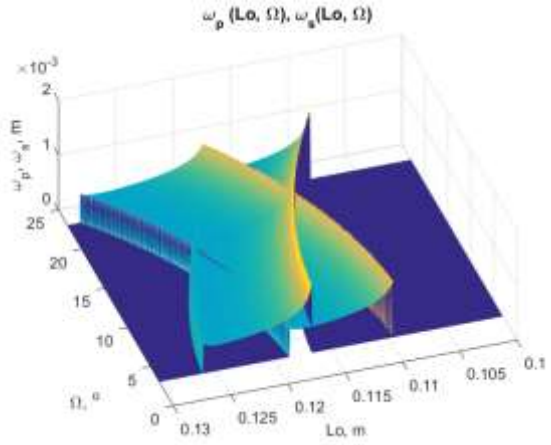


Рис. 12. Зависимость размеров пучка на выходном зеркале для плоскости падения на зеркало ω_p и в перпендикулярной плоскости ω_s при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo и углов падения на сферические зеркала Ω.

IV. Фазовый электрооптический модулятор на KTP

В твердотельном лазерном гироскопе при установке оптических элементов под углом Брюстера генерируется линейная поляризация и создание частотной подставки с использованием магнитооптических методов затруднительно. Использование эффекта Саньяка, при периодическом вращении, в таком гироскопе так же имеет свои сложности. В работе для создания частотной подставки используется поочередная фазовая модуляция с разным знаком встречных импульсов, генерируемых в кольцевом лазере в противофазе. В кольцевом лазере генерируются встречные волны, и при синхронизации мод в резонаторе будут циркулировать встречные импульсы, при определенных условиях проходящие через фазовый модулятор в противофазе. Таким образом, в импульсном режиме с помощью фазового модулятора можно сдвигать частоту генерации у встречных волн в разные стороны, создавая расщепление частот.

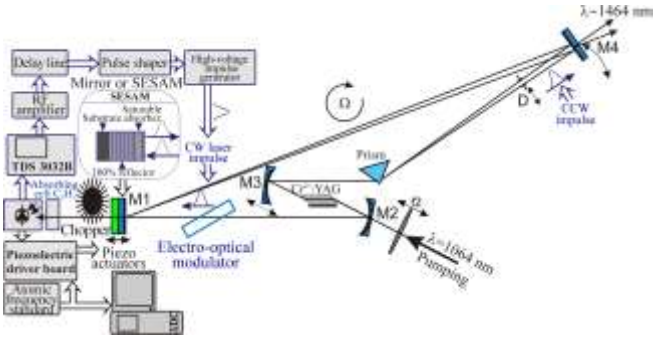


Рис. 13. Схема блоков управления и работы фазового электрооптического модулятора на KTP и системы стабилизации периметра на поглощающей ячейке C_2H_2.

Наиболее удобно для создания фазовой модуляции использовать электрооптический кристалл путем подачи на него модулирующего противофазного напряжения. Исследования показали, что из наиболее часто используемых кристаллов $LiNbO_3$, KTP, BBO, наиболее подходящим по параметрам для лазерного гироскопа с длиной волны ~1.5 мкм является KTP (табл. 1).

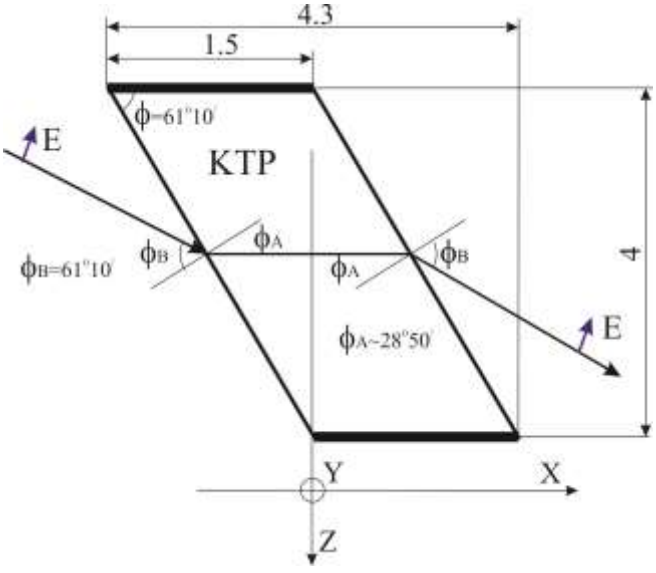


Рис. 14. Оптическая схема фазового электрооптического модулятора на KTP.

Таблица 1. Оптические параметры KTP ($KTiOPO_4$)

Transmitting Range[2]:	350 nm ~ 4500 nm			
Refractive Indices[1]:	**λ 1500 nm**	1.7290 (n_x)	1.7358 (n_y)	**1.8169 (n_z)**
Sellmeier Equations[2]: (λ in μm)	$N_x^2 = 3.0065 + 0.03901 / (\lambda^2 - 0.04251) - 0.01327\lambda^2$			
	$N_y^2 = 3.0333 + 0.04154 / (\lambda^2 - 0.04547) - 0.01408\lambda^2$			
	$N_z^2 = 3.3134 + 0.05694 / (\lambda^2 - 0.05658) - 0.01682\lambda^2$			
Sellm. Eq.[1]	**$N_z^2 = 4.59423+0.06206/(\lambda^2-0.04763)+110.80672/(\lambda^2-86.12171)$**			
Therm-Optic Coefficient[2]: (10^{-5}/°C)	$dn_x/dT=1.1$	$dn_y/dT=1.3$	$dn_z/dT=1.6$	
Absorption Coefficient[2]:	a<1%/cm @1064 nm and 532 nm			
Electro-optic coefficients[2]:	Low Frequency (pm/V)	High Frequency (pm/V)		
r_{13}	9.5	8.8		
r_{23}	15.7	13.8		
r_{33}	36.3	**35.0**		
r_{51}	7.3	6.9		
r_{42}	9.3	8.8		
Dielectric constant[2]:	$\varepsilon_{eff}=13$			

1: https://refractiveindex.info/?shelf=main&book=KTiOPO4&page=Kato-%CE%B3
2: https://www.unitedcrystals.com/KTPProp.html

Подача управляющего напряжения на модулятор во время прохождения импульса в нем приводит к изменению показателя преломления и сдвигу частоты генерируемого излучения относительно встречной волны согласно (11, 12).

$$\Delta\varphi(U) = \frac{\pi n_e^3 r_{33} l U}{\lambda D}, \quad r_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (11)$$

где n_e – показатель преломления необыкновенной волны, r_{ij} – тензор электрооптических коэффициентов, r_{33}=35 пм/В – электрооптический коэффициент для выбранного направления в кристалле KTP, U – напряжение на кристалле, l – длина кристалла, λ – длина волны, D – толщина кристалла. Кристалл KTP ориентирован так, чтобы излучение проходило под углом Брюстера. При этом в кристалле электрическое поле направлено по оси z, как и вектор поляризации излучения (рис. 14). А излучение направлено по оси x. Для изменения частоты генерации волны одного направления, при изменении фазы электрооптическим модулятором, при подаче на него управляющего напряжения, в кольцевом лазере (рис. 13) можно записать:

$$\Delta\nu(U) = \frac{c}{2\pi L}\Delta\varphi(U). \qquad (12)$$

Таким образом, возникает разность частоты между встречными пучками, формируя подставку (рис. 18). Для регистрации импульсов на выходе кольцевого лазера использовался скоростной InGaAs PIN-фотодиод с усилителем (рис. 13).

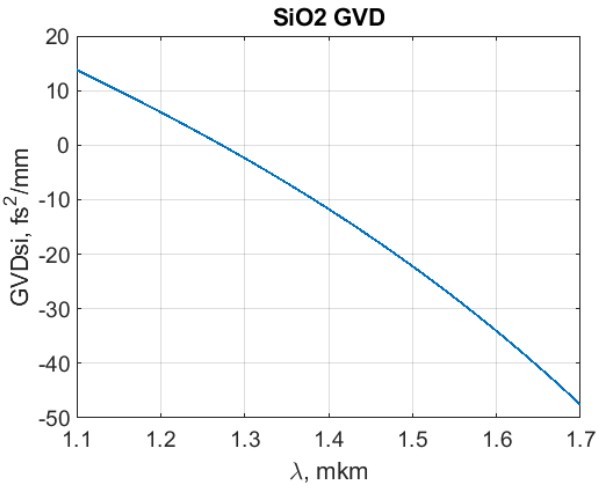


Рис. 15. Зависимость дисперсии групповой скорости от длины волны для SiO_2.

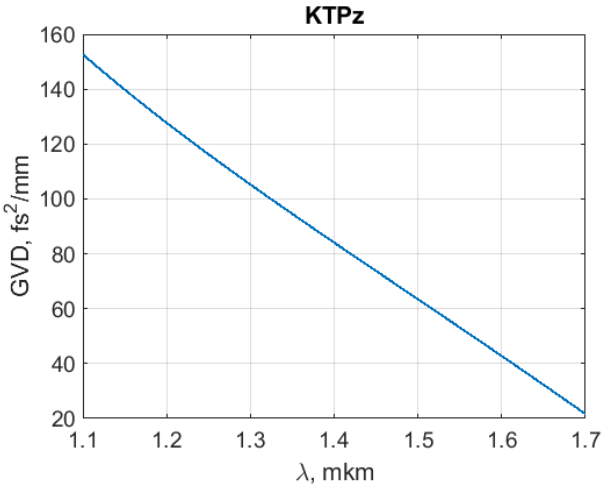


Рис. 16. Зависимость дисперсии групповой скорости от длины волны для KTP для ориентации поляризации излучения по оси z.

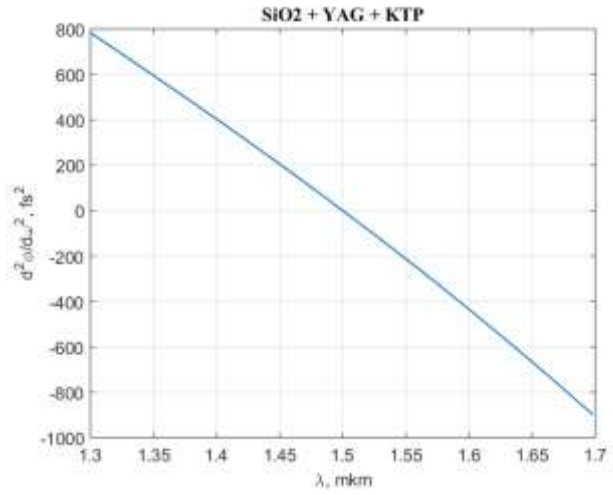


Рис. 17. Зависимость дисперсии групповой задержки от длины волны генерации при прохождении активной среды **YAG:Cr^{4+}** длиной **2 см**, участка призмы **SiO_2** длиной **13.052 мм** и фазового модулятора на **KTP** длиной **1.5 мм**. Нулевая дисперсия групповой задержки достигается при длине волны 1.5 мкм.

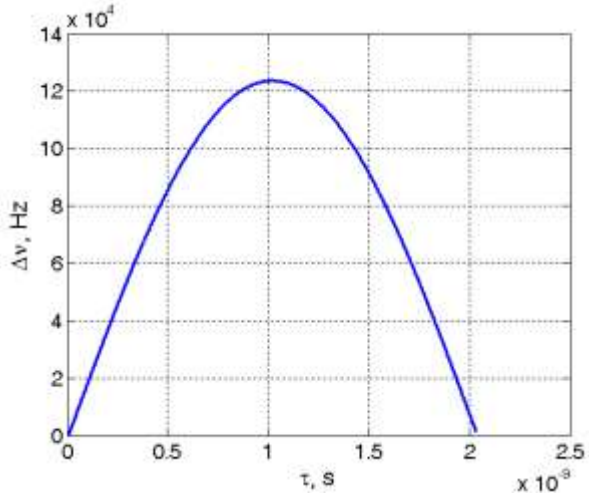


Рис. 18. Зависимость разности частот встречных волн (частотной подставки) от задержки фазы управляющего напряжения относительно импульса проходящего модулятор (задержка импульсов регистрируемых фотоприемником на выходе лазера, U=10 В)

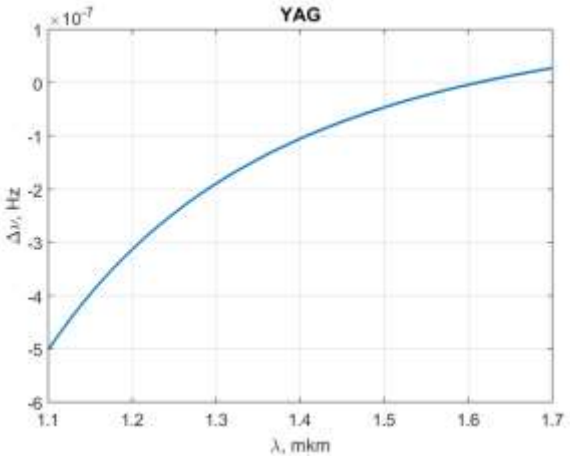


Рис. 19. Зависимость разности частот встречных волн (дрейф нуля гироскопа) обусловленный дисперсией YAG:Cr^{4+} в зависимости от длины волны при перестройке частоты генерации лазера на 1 МГц (температурная нестабильность длины волны линии поглощения ячейки <0.01 пм/°С (1.33 МГц/°С)) обусловленной нестабильностью стабилизации частоты по поглощающей ячейке C_2H_2. Для ~1.5 мкм температурный дрейф нуля ~5*10^{-8} Гц/градус

V. Экспериментальная установка

В работе в твердотельном лазерном гироскопе на основе кольцевого лазера с усиливающей средой на YAG:Cr^{4+} (рис. 20) [17], для фазовой модуляции излучения, при создании частотной подставки в режиме синхронизации мод, был использован, специально изготовленный на основе электрооптического кристалла KTP, фазовый модулятор для работы под углом Брюстера. В сравнении с $LiNbO_3$ этот кристалл имеет меньшую дисперсию групповой задержки, меньшие пьезоэлектрические коэффициенты, что уменьшает “звон”, большие электрооптические коэффициенты и ряд других положительных качеств. Важным компромиссом был выбор между оптической длиной, определяющей величину частотной подставки при заданной амплитуде высокочастотного (~220 МГц) напряжения на обкладках кристалла и вносимой дополнительной дисперсией групповой задержки в кристалле, которую надо компенсировать

(рис. 17). Кольцевой лазер на YAG:Cr^{4+} обладает широким диапазоном длин волн (1.3-1.6 мкм) в котором возможна генерация и это позволяет генерировать фемтосекундные импульсы при керровской синхронизации мод.

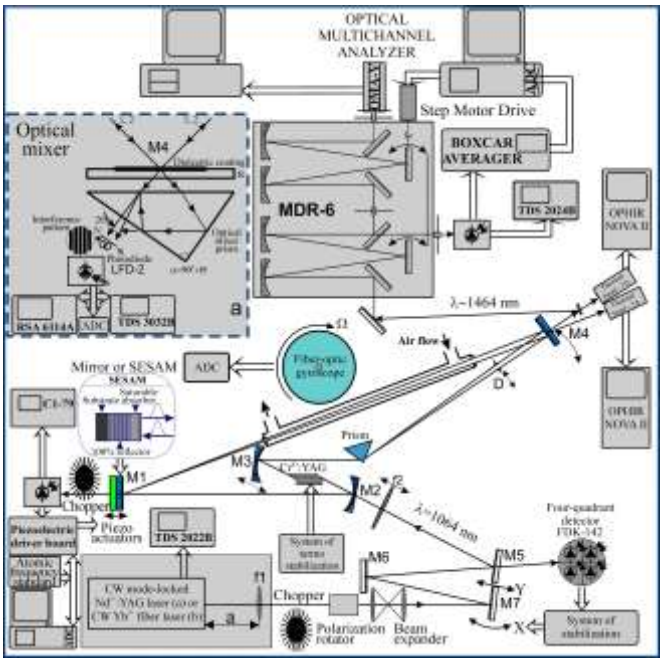


Рис. 20. Схема экспериментальной установки лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+}.

В кристалле граната YAG:Cr^{4+} активные центры Cr^{4+} могут иметь различное окружение ионами кислорода и двухвалентного магния (рис. 21), используемого для компенсации заряда при формировании четырехвалентного иона Cr^{4+}. Это создает неоднородное внутрикристаллическое поле, приводя к аналогии неоднородности линии усиления и ослаблению конкуренции встречных волн. Что подтверждается тем, что получена стабильная двунаправленная генерация, как без синхронизации мод, так и в режиме синхронизации мод. Получена суммарная мощность во встречных направлениях ~ 200 мВт. Для накачки кольцевого лазера на YAG:Cr^{4+} использовался волоконный иттербиевый лазер.

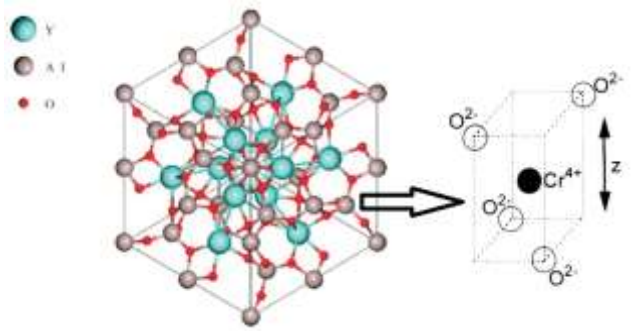
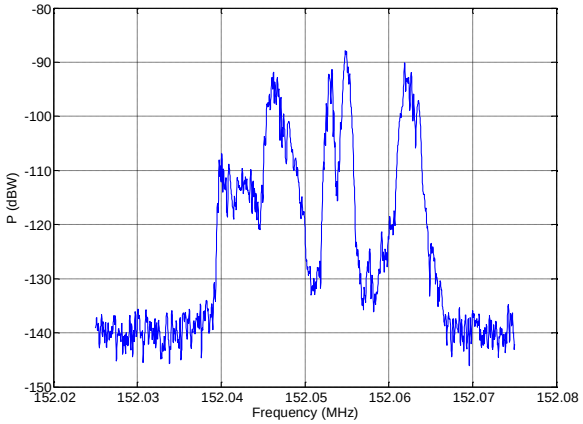


Рис. 21. Кристаллическая решетка YAG:Cr^{4+}, размещение ионов Cr^{4+} и их окружение, изменяющее генерационные свойства и приводящее к уменьшению конкуренции встречных волн.

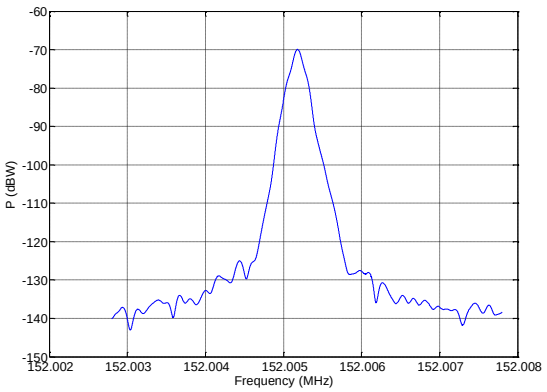
Перестройка длины волы и создание отрицательной дисперсии групповой задержки осуществлялось с помощью призмы с гранями, выполненными под угол Брюстера. Материал призмы ИК кварц Suprasil 300 (содержание OH – менее 1 ppm), обладающий малым поглощением на 1.5 мкм. Кварц обладает отрицательной дисперсией групповой скорости на длине волны генерации. Это позволяет, используя только одну призму, компенсировать дисперсию других элементов резонатора (рис. 17). Перестройка длины волны и настройка ширины спектра генерации осуществлялись с помощью диафрагмы D (рис. 20). При этом, для наилучшей настройки резонатора подстраивались еще и углы падения на зеркала M3 и M4.

В качестве активного элемента лазера твердотельного лазерного гироскопа использовался кристалл YAG:Cr^{4+} длиной 2 см и диаметром 6 мм с гранями, ориентированными под углом Брюстера. Концентрация ионов Cr^{4+} составляла 5×10^{17} $см^{-3}$. Так же изготовлен активный элемент с большей концентрацией активных центров из YAG:Cr^{4+} длиной 1.5 см и диаметром 5 мм. Это уменьшает дисперсию групповой скорости, искажения пучка связанные с тепловой линзой и улучшает генерационные характеристики. Характерные параметры кристалла [6, 12]: время жизни верхнего состояния 3.6 мкс, сечение усиления на длине волны 1.42 мкм - $(7\text{-}8)\times10^{-19}$ $см^2$. Центр линии поглощения приходится на длину волны 1 мкм и соответствует переходу ${}^3B_1\left({}^3A_2\right)\rightarrow{}^3A_2\left({}^3T_1\right)$. Коэффициент поглощения на длине волны 1.06 *мкм* – около 2.5 $см^{-1}$ для кристалла длиной 2 см и 1.5 $см^{-1}$ для кристалла длиной 1.5 см. Таким образом, поглощение накачки на длине кристалла составляет ~ 90%. Работа лазера происходит между двумя широкими полосами ${}^3T_2$ и ${}^3A_2$, состоящими из набора энергетических колебательных подуровней. Благодаря этому лазер работает по четырехуровневой схеме.

Экспериментальные исследования показали, что конкуренция встречных волн в кольцевом лазере на YAG:Cr^{4+} существенно ослаблена. Это возможно благодаря таким особенностям среды, как способность к генерации фемтосекундных импульсов, а также особенностям взаимодействия при генерации активных центров четырехвалентных ионов Cr^{4+} с поляризованным излучением, связанных с ориентацией и размещением ионов в кристалле граната (рис. 21). При стабилизации периметра резонатора по поглощению в ячейке с ацетиленом дрейф нуля гироскопа (рис. 19), связанный с температурной нестабильностью линии поглощения ацетилена, может достигать ~$5*10^{-8}$ Гц/градус. Работа в режиме синхронизации мод показала существенное подавление шумов и сужение спектра генерации мод (рис.22).



а.



b.

Рис. 22. Спектр биений продольных мод без синхронизации мод (**a.** ширина 25 кГц) и при синхронизации мод (**b**, ширина 700 Гц).

VI. Заключение

Проведенные исследования показали, что для создания частотной подставки в твердотельном лазерном гироскопе в режиме синхронизации мод может быть использован электрооптический фазовый модулятор и наиболее оптимальный выбор кристалла это KTP, который обеспечивает величину подставки более 240-480 кГц при приемлемых уровнях ВЧ напряжения на обкладках (10-20 В). При работе на фиксированной частоте, создание требуемого ВЧ напряжения может быть достигнуто в резонансной схеме. При этом для создания частотной подставки осуществлялся синхронный с поочередным прохождением импульсами модулятора, сдвиг фаз с противоположным знаком для излучения встречных волн. Определены геометрия, ориентация и оптимальные параметры фазового модулятора на KTP. Найдено наилучшее соотношение между вносимой дисперсий групповой задержки материалом KTP, возмущениями излучения и величиной создаваемой частотной подставки, ограниченной возможностью создания высоких ВЧ напряжений.

Численное моделирование генерации в твердотельном лазерном гироскопе как в режиме синхронизации мод, так и в режиме свободной генерации, на основе описания в уравнениях для комплексных амплитуд четырех мод в каждом направлении с учетом создания частотной подставки показало, что фазирование в результате модуляции через керровский механизм соседних мод приводит к подавлению шумов в том случае, если связь этих волн существенно больше связи встречных волн связанной с рассеянием и больше, чем амплитуда создаваемой частотной подставки. Для повышения устойчивости к возмущениям необходимо увеличение связи мод и соответственно стабильности и амплитуды керровской модуляции. Существенно меньшее время жизни рабочего уровня YAG:Cr^{4+}, по сравнению с YAG:Nd^{3+}, уменьшает влияние решетки инверсии, ослабляя связь встречных волн в сравнении с известными твердотельными лазерными гироскопами.

В результате моделирования формирования астигматичного гауссового пучка определен кольцевой резонатор, обеспечивающий стабильность излучения при внешних возмущениях с обнулением первых производных зависимостей параметров излучения от возмущений при наличии фазового модулятора на KTP.

Для стабилизации периметра резонатора использовалась поглощающая ячейка с ацетиленом. При этом на длине волны ~1.5 мкм температурный дрейф нуля гироскопа, обусловленный дисперсией YAG:Cr^{4+} и связанный с температурной нестабильностью линии поглощения ацетилена может достигать ~$5*10^{-8}$ Гц/градус.

В целом, проведенные исследования показали возможность стабильной работы твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+} в режиме синхронизации мод с системой стабилизации периметра и частотной подставкой, создаваемой электрооптическим модулятором фазы на KTP.

Литература

[1] Aronowitz, F., Laser gyros, In: Lasers Applications. Russian edition, M: «Mir», 1974. p. 182-269.

[2] Ханин Я.И. Основы динамики лазеров. М.: Наука. Физматлит, 1999.

[3] M.J. Bohn**,** The TI:Sapphire Ring Laser Gyroscope, dissertation, University of New Mexico, 1998**.**

[4] Sorokin, E. Solid-State Materials for Few-Cycle Pulse Generation and Amplification. In: Kärtner, F.X. (eds) Few-Cycle Laser Pulse Generation and Its Applications. Topics in Applied Physics, vol 95. Springer, Berlin, Heidelberg.. https://doi.org/10.1007/978-3-540-39849-3_1

[5] H. Eilers et al., "Performance of a Cr:YAG laser", in IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 29, no. 9, pp. 2508-2512, Sept. 1993.

[6] A.G. Okhrimchuk and A.V. Shestakov, "Absorption saturation mechanism for YAG:Cr^{4+}crystals", Phys. Rev. B 61, 988, 2000.

[7] G.M. Zverev and A.V. Shestakov, "Tunable Near-Infrared Oxide Crystal Lasers," in Advanced Solid State Lasers, M. Shand and H. Jenssen, eds., Vol. 5 of OSA Proceedings Series (Optical Society of America, 1989), paper BB5.

[8] I.T. Sorokina, S. Naumov, E. Sorokin, E. Wintner, and A.V. Shestakov, Directly diode-pumped tunable continuous-wave room-temperature Cr^{4+}:YAG laser, Opt. Lett. 24, 1578-1580 (1999).

[9] Н.В. Кравцов, Е.Г. Ларионцев, Автомодуляционные колебания и релаксационные процессы в твердотельных кольцевых лазерах, Квантовая электроника, 1994, том 21, номер 10, 903–918.

[10] Schwartz, S., Lauprêtre, T., Goldfarb, F., Bretenaker, F., Ghosh, R., Carusotto, I., Feugnet, G., Gutty, F., Pocholle, J.-P., The solid-state ring laser gyro: current and future trends, Proc. SPIE 8636, Advances in Slow and Fast Light VI, 86360M (March 6, 2013).

[11] Malakhov, A.N. and Mal'tsev, A.A., Width of the spectral lines of an N-mode system which has an equidistant spectrum of natural frequencies and operates in a self-synchronous mode, Radiofizika, 1973. Vol. 16, No. 8, p. 1211-1220.

[12] Y.Y. Broslavets, E.A. Polukeev, V.P. Surovtseva, A.A. Fomichev and V. G. Semenov, "Multifrequency YAG:Cr^{4+} Solid-State Laser Gyroscope, Perimeter Control and Dither Creation System, Operating Regimes", *29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815385.

[13] Schwartz, S., Gutty, F., Feugnet, G., Loil, É., and Pocholle, J.-P., Solid-state ring laser gyro behaving like its helium–neon counterpart at low rotation rates, OPTICS LETTERS. 2009 .Vol. 34, № 24, p. 3884-3886.

[14] Н.В. Кравцов, Б.В. Львов, В.Ю. Петрунькин, К.Б. Самусев, А.Н. Шелаев, В.И. Шокало "Синхронизация продольных мод в твердотельном кольцевом лазере с полупроводниковой накачкой", — Автометрия, №4, Ленинград, 1987.

[15] Я.З. Вирник, А.С. Ковалев, Е.Г. Ларионцев. Естественные флуктуации частоты в лазере с синхронизированными модами" Известия высших учебных заведений, Радиофизика, том XIII, №12, 1970, 1769-1774.

[16] V. Arzt, H. Haken, H. Risken, H. Sauermann, Ch. Schmid, and W. Weidlich " Quantum Theory of Noise in Gas and Solid State Lasers with an Inhomogeneously Broadened Line" Zeitschrift fur Physik 197, 207-227 (1966).

Y.Y. Broslavets, E.A. Polukeev, D.S. Redichkina, A.A. Fomichev and V. G. Semenov, A.R. Pokrovskaya, "Noise suppression in the output signal of a YAG:Cr^{4+} solid-state laser gyroscope with cavity length control and mode-locking", *31st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2024, pp. 1-9.

Виброустойчивый кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью

Д.М. Калихман
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
lidkalihman@yandex.ru

Е.А. Депутатова
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
deputatova@bk.ru

Н.В. Тараканов
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
Nikolaytarakanov87@gmail.com

Д.С. Гнусарев
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
men4eg@gmail.com

Л.Я. Калихман
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
lidkalihman@yandex.ru

***Аннотация*—В докладе рассматриваются результаты разработки кварцевого маятникового акселерометра с цифровым усилителем обратной связи, в котором реализован регулятор с переменной структурой, для снижения вибрационной погрешности прибора.**

Ключевые слов—кварцевый маятниковый акселерометр, цифровой усилитель обратной связи, вибрационная погрешность, регулятор с переменной структурой, алгоритмическая компенсация.

I. Введение

Технологии БИНС (бесплатформенных инерциальных навигационных систем) находят все более широкое распространение во всех областях развития навигационной техники, начиная от авиационных, космических и морских систем и заканчивая пешеходной навигацией, беспилотными управляемыми аппаратами и высокоманевренными объектами [1, 2]. В свою очередь, развиваются и инерциальные чувствительные элементы – первичные измерители БИНС, в которых измерители кажущегося ускорения играют одну из ключевых ролей [3–9].

Вибрационные ошибки первичных измерителей всегда являлись серьезной помехой для работы БИНС в любых навигационных системах, но особенно – на высокоманевренных объектах [3–6].

Кварцевые маятниковые акселерометры получили широкое распространение в современных БИНС ракетно-космического и авиационного применения, а также в иных системах управления [5, 10, 11]. Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус» в г. Саратове уже более 20 лет разрабатывает и выпускает кварцевые маятниковые акселерометры (КМА) для систем космического применения и не раз докладывал на международных конференциях по интегрированным навигационным системам о разработке КМА с цифровой обратной связью. С 2019 года блок измерителей линейного ускорения (БИЛУ) с неортогональной ориентацией измерительных осей и с цифровым усилителем обратной связи в каждом измерительном канале прибора успешно эксплуатируется в составе системы управления космическими кораблями «Союз МС» и «Прогресс МС» [4, 12]. Цифровая обратная связь позволяет алгоритмически компенсировать температурные погрешности КМА в каждом измерительном канале, что нашло отражение в работах [4, 13–17].

Но в пилотируемых авиационных и космических системах внешние вибрационные возмущения не очень велики по вполне понятным причинам присутствия человека в летательном аппарате. Высокоманевренные объекты подвержены более серьезным возмущающим воздействиям, которые неизбежно окажут негативное влияние на работу КМА, существенно увеличивая его вибрационную ошибку. В случае применения в приборе аналоговой обратной связи бороться с этой погрешностью посредством алгоритмической компенсации практически невозможно, поэтому приходится применять иные методы, широко описанные в литературе [18].

Наличие цифровой обратной связи в приборе позволяет, применив методы теории автоматического управления, синтезировать цифровой регулятор с переменной структурой, обеспечив, тем самым, существенное уменьшение вибрационной ошибки с одновременной компенсацией температурных погрешностей КМА и обеспечением динамической устойчивости прибора во всем диапазоне измерения кажущегося ускорения [19–23].

II. Результаты математического моделирования

Анализ результатов моделирования работы КМА в среде Comsol, показал, что кварцевая пластина при действии на нее переменного ускорения в направлении, перпендикулярном плоскости пластины (в направлении оси чувствительности), совершает не только изгибные колебания, но и колебания вокруг поперечных осей [5, 16].

Был выявлен ряд собственных резонансных частот в диапазоне 0–2000 Гц, характерных для указанной конструкции акселерометров. Экспериментально было определено, что, несмотря на действительное наличие указанных резонансных частот, интерес представляет только одна из них в области частот от 450 Гц до 600 Гц, так как другие не оказывают влияния на работу прибора. На этой частоте возрастают вибрационные ошибки измерения постоянной составляющей действующего ускорения.

В случае аналоговой обратной связи с помощью усилителей, встроенных в упомянутые типы акселерометров, снизить эти ошибки на указанной частоте не представляется возможным, данную проблему возможно решить, построив САУ КМА с цифровым регулятором с переменной структурой [20, 21, 24–27].

Алгоритм работы цифровой обратной связи определяется разностным уравнением, которое имеет следующий вид [4, 13, 14]:

$$\begin{aligned} I_{ДМ}(nT_0) = {} & 3,078714 \cdot U_{ДУ}(nT_0) - \\ & - 4,191684 \cdot U_{ДУ}((n-1)T_0) + \\ & + 1,281341 \cdot U_{ДУ}((n-2)T_0) - \\ & - (-1,358005 \cdot Y_{ДУ}((n-1)T_0) + \\ & + 0,3580045 \cdot Y_{ДУ}((n-2)T_0)), \end{aligned} \quad (1)$$

где $I_{ДМ}$ – ток датчика момента; $U_{ДУ}$ – напряжение рассогласования датчика угла в единицах АЦП; $Y_{ДУ}$ – величина управления на предыдущих тактах обратной связи, соответствующая дискретной передаточной функции [19, 27]:

$$W_{рег}(z) = \frac{2,837292 \cdot z^2 - 3,862987 \cdot z^1 + 1,180863}{z^2 - 1,357829 \cdot z^1 + 3,579417}; \quad (2)$$

полученной в результате синтеза цифрового регулятора [4, 13, 14].

Как было показано в работах [4, 12–14] обеспечить температурную стабилизацию КМА в условиях действия температурных возмущений возможно с обычной структурой цифрового регулятора. Рассмотрим функционально-кинематическую схему прибора, позволяющую достаточно эффективно компенсировать вибрационные ошибки КМА.

III. Функционально-кинематическая схема КМА с переменной структорой цифрового регулятора

На рис. 1. показана функционально-кинематическая схема КМА с цифровым регулятором с переменной структурой. Предлагаемая схема отличается от ранее разработанных и реализованных схем тем, что в её состав введён адаптер, в задачу которого входит изменение структуры цифрового регулятора в условиях действия внешних возмущающих воздействий, в основном, вибрационных.



Рис. 1. Функционально-кинематическая схема КМА с переменной структорой цифрового регулятора

На рис. 1 введены обозначения: *ml* – маятниковость; *q* – входное ускорение; ДМ – датчик момента; ДУ – датчик угла; ПУ – предварительный усилитель; ИОН – источник опорных напряжений; АЦП – аналогово-цифровой преобразователь; ШИМ – широтно-импульсный модулятор; МК – микроконтроллер.

Адаптер не обязательно должен быть отдельным физическим устройством, под ним можно понимать часть вычислительных ресурсов процессора, включённого в обратную связь КМА.

Работа прибора осуществляется следующим образом. КМА осуществляет измерение кажущегося ускорения, работая в составе БИНС, и с его датчика угла идёт сигнал в виде переменного напряжения $U_{ДУ}$ и поступает на предварительный усилитель акселерометра, где усиливается и поступает на аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) в микроконтроллер (МК) в обратной связи прибора. В центральном вычислителе осуществляется реализация цифрового управления в виде конечно-разностного уравнения (1) на основе синтезированной дискретной передаточной функции (2).

В адаптер прошиваются законы изменения коэффициентов разностного уравнения, которые получаются методом математического моделирования в среде Comsol. Они могут иметь разнообразный характер в зависимости от условий эксплуатации объекта управления, которые оговариваются в техническом задании (ТЗ) на разработку БИНС. Как только эксплуатационные условия прибора приближаются к областям, близким к резонансным частотам, включается в работу адаптер и меняет соответствующие коэффициенты разностного уравнения. Как только объект выходит из области резонансных частот, коэффициенты разностного уравнения возвращаются к исходным значениям. В остальном схема, приведённая на рис. 1, работает по принципу обратной связи с широтно-импульсным управлением током датчика момента, описанному в работах [4, 12–14].

IV. Результаты экспериментальных исследований

В качестве эксперимента был взят измерительный канал технологического прибора БИЛУ с цифровым управлением током датчика момента, работающего в составе СУ КК типа «Союз МС» и «Прогресс МС» с 2019 года. Резонансные частоты КМА были определены методом математического моделирования в среде Comsol, а в качестве законов изменения коэффициентов разностного уравнения был взят экспоненциальный закон вида, показанного на рис. 2.

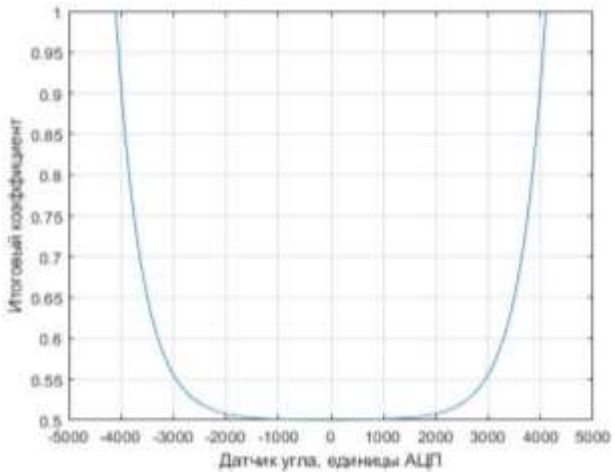


Рис. 2. Закон изменения коэффициентов разностного уравнения цифрового регулятора

Изменялся коэффициент разностного уравнения, стоящий при $U_{ДУ}$, по экспоненциальному закону в диапазоне от 0,5 до 1. При этом коэффициент больше 0,5 применялся только при рассогласовании датчика угла более 2500 единиц АЦП, что обеспечило его применение при приближении к резонансным частотам. Дискретная передаточная функция для коэффициента, равного 0,5, представлена выражением (3), а для коэффициента, равного 1, выражением (2).

$$W(z) = \frac{1,418646 \cdot z^2 - 1,9314935 \cdot z^1 + 0,5904315}{z^2 - 1,357829 \cdot z^1 + 3,579417}. \quad (3)$$

Запасы устойчивости по фазе составили 40° для коэффициента 0,5 и 30° для коэффициента 1, запасы по амплитуде – 20 дБ для коэффициента 0,5 и 10 дБ для коэффициента 1, что гарантирует устойчивую работу акселерометра при возмущениях любого вида и хорошую робастность системы автоматического управления. Измерительный канал с учетом приведённых изменений был проверен на вибростенде и экспериментально было установлено, что выполненное таким образом управление, позволяет снизить вибрационные ошибки в области резонансных частот в 3–4 раза. Абсолютные значения вибрационной погрешности для двух акселерометров с учётом описанной методики представлены на рис. 3.

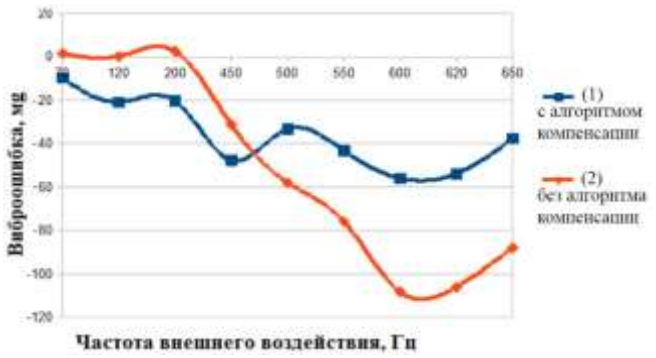


Рис. 3. График зависимости вибрационной погрешности измерения постоянной составляющей акселерометра с алгоритмом компенсации (1) и без алгоритма (2)

V. Выводы

Таким образом из результатов теоретических и экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложенная схема КМА с цифровой обратной связью, широтно-импульсным управлением током датчика момента и переменной структурой регулятора показала свою эффективность в условиях действия вибрационных возмущений.

2. Выбранный экспоненциальный закон изменения коэффициентов разностного уравнения позволил снизить влияние вибрационной погрешности КМА в 3–4 раза при сохранении показателей качества САУ акселерометра, обеспечивающих требуемые робастные свойства системы.

3. Характер изменения коэффициентов закона управления в конечно-разностной форме, программируемого в процессор цифрового усилителя обратной связи КМА, не обязательно должен подчиняться экспоненциальному закону, а может изменяться и по иным законам в зависимости от технического задания, выданного разработчиками системы управления объектом, на который устанавливается БИНС.

4. Предлагаемый подход позволяет в перспективе построить адаптивную систему управления в КМА практически для любого высокоманевренного объекта как в ракетно-космической технике, так и в иных видах техники, где применяются маятниковые газозаполненные акселерометры.

Литература

[1] Измайлов, Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП», № 1, 2010. С. 27–35.

[2] Ривкин, Б.С. Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом. Выпуски 1–8. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2017–2023.

[3] Андрейченко, К.П. Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. М.: Машиностроение, 1987. 128 с.

[4] Нахов, С.Ф. Опыт проектирования и изготовления блоков измерителей линейного ускорения на кварцевых маятниковых акселерометрах с аналоговой и цифровой системами управления. Монография. / Калихман Д.М. [и др.]. Саратов: Изд-во СГТУ им. Гагарина Ю.А., 2021. 240 с.

[5] Коновалов, С.Ф. Навигационные акселерометры. Учебное пособие. М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. 328 с.

[6] Коновалов, С.Ф. Теория виброустойчивости акселерометров. М.: Машиностроение, 1991. 269 с.

[7] Коновалов, С.Ф. Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем. Ч. III. Акселерометры, датчики угловой скорости, интегрирующие гироскопы и гироинтеграторы: Учебное пособие / Никитин Е.А. [и др.]. Под ред. Д.С. Пельпора. М.: Высшая школа, 1980. 128 с.

[8] Распопов, В.Я. Микромеханические приборы: учебное пособие. М.: Машиностроение, 2007. 400 с.

[9] Синельников, А.Е. Низкочастотные линейные акселерометры. Методы и средства проверки и градуировки. М.: Издательство стандартов, 1979. 175 с.

[10] Мельников, В.Е. Электромеханические преобразователи на базе кварцевого стекла. М.: Машиностроение, 1984. 160 с.

[11] Сео Дже Бом. Оптимизация параметров и моделирование рабочих режимов в компенсационных акселерометрах типа Q-flex и Si-flex / Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. М.: 2012. 16 с.

[12] Калихман, Д.М. Результаты лётных испытаний шестиосного блока измерителей кажущегося ускорения на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью в составе космического корабля «Союз МС-14» / Самитов Р.М. [и др.] // Материалы XXVII С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб., 2020. С. 184-187.

[13] Калихман, Д.М. Кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью как система автоматического управления: результаты синтеза регуляторов и программно-математического обеспечения. Перспективы дальнейшего развития / В.В. Скоробогатов [и др.] // Навигация и управление летательными аппаратами. Вып. 26, 2019. С. 2–37.

[14] Гребенников, В.И. Маятниковый акселерометр с цифровым управлением и новыми функциональными возможностями / Е.А. Депутатова [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. № 2. 2021. С. 73–95.

[15] Гнусарев, Д.С. Анализ шумовых составляющих кварцевого маятникового акселерометра с цифровым усилителем обратной связи / Депутатова Е.А., Калихман Д.М. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. СПб., том 18, № 6, 2018. С. 1091–1098.

[16] Гнусарев Д.С. 3D-моделирование чувствительных элементов волнового твердотельного гироскопа и маятникового акселерометра из кварцевого стекла / В.В. Скоробогатов, Е.А. Депутатова // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, 2019. Т 19. № 3. С. 531–537.

[17] Патент 2615221 РФ. Способ обеспечения виброустойчивости маятникового акселерометра линейных ускорений с цифровой обратной связью и виброустойчивый маятниковый акселерометр / Д.М. Калихман [и др.]. Опубл. 04.04.2017. Бюл. № 10.

[18] Ильинский, В.С. Защита аппаратов от динамических воздействий. М.: Энергия, 1970. 320 с.

[19] Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования / Попов Е.П. М.: Наука, 1975. 767 с.

[20] Изерман, Р. Цифровые системы управления. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 541 с.

[21] Куо, Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1986. 446 с.

[22] Садомцев, Ю.В. Конструирование систем управления с обратной связью по критериям точности и грубости. Саратов: СГТУ, 2003. 297 с.

[23] Федоров, С.М. Автоматические системы с цифровыми управляющими машинами / Литвинов А.П. М., Ленинград: «Энергия», 1965.

[24] Александров, А.Г. Методы построения систем автоматического управления. М.: Физматлит, 2008. 230 с.

[25] Александров, А.Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1989. 263 с.

[26] Куропаткин, П.В. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1980. 287 с.

[27] Небылов, А.В. Гарантирование точности управления. М.: Физматлит, 1998. 303 с.

Прогнозирование экспериментальных данных маятникового компенсационного акселерометра методом скользящего среднего посредством нейросети

В.М. Никифоров
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

А.А. Гусев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

К.А. Андреев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

А.Д. Шейко
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

Д.М. Калихман
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия

Е.А. Депутатова
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия

Н.В. Тараканов
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия

***Аннотация*—В докладе исследуется вопрос прогнозирования экспериментальных данных маятникового компенсационного акселерометра методом скользящего среднего посредством применения нейросетевых алгоритмов как дублирование известного метода имитации естественного хранения гироскопических приборов и акселерометров, широко применяющегося в приборостроении.**

Ключевые слова—маятниковый компенсационный акселерометр, метод скользящего среднего, нейросеть, имитация естественного хранения.

I. Введение

В настоящее время расширяется область применения бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) и при этом повышаются требования к их точностным параметрам, и, соответственно, к командным приборам, входящим в состав БИНС [1, 2]. Основные параметры акселерометров определяются при изготовлении, т.к. акселерометры не могут быть откалиброваны непосредственно перед применением основного изделия [3–10]. Поэтому актуальной является задача подтверждения стабильности параметров акселерометров в течение всего (10–15 лет) срока эксплуатации. В свою очередь, оценка временной стабильности параметров акселерометра требует проведения прецизионных измерений в течение длительного времени, а последующая математическая обработка реализуется алгоритмами, уменьшающими влияние погрешностей измерений.

Цель работы – сокращение времени испытаний приборов и дублирование метода имитации естественного хранения.

В качестве **объекта исследования** рассмотрены три преобразователя акселерометров с временем дискретизации 10 с, при этом чувствительные элементы акселерометров имитировались прецизионным током.

Предмет исследования – линейная нейронная сеть, позволяющая прогнозировать экспериментальные результаты.

II. Прогнозирование экспериментальных данных

В современном приборостроении известен и широко применяется на практике метод естественного хранения приборов с целью подтвердить сохраняемость параметров изделия через 10–15 лет хранения [4, 6]. Для этого изделие хранится в термокамере при температуре +70°С в течение длительного периода времени, причем 11,3 сут. хранения в термокамере эквивалентно 1 году эксплуатации изделия, т.е. для подтверждения работоспособности прибора в течение 10–15 лет требуется от 113 до 170 суток хранения его в термокамере. Предлагаемый в докладе способ не является средством замещения, но предлагается как средство дублирования и подтверждения результатов метода имитации естественного хранения.

В связи с этим предложен метод скользящего среднего на 5 шагов посредством линейной нейронной сети (НС).

В качестве объекта исследования рассмотрены три преобразователя акселерометров с временем дискретизации 10 с. Проведены пятичасовые замеры (~2000 отсчётов) параметра ~1 g, результаты представлены на рис. 1.

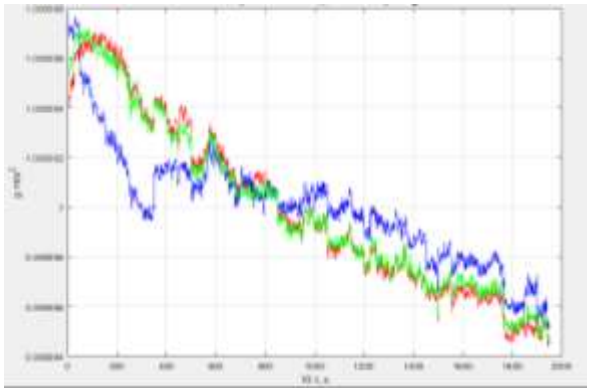


Рис. 1. Экспериментальные значения измерений ~1 g преобразователями «ПР1», «ПР2» и «ПР3»

Структура линейной нейронной сети и рабочий фрагмент представлены на рис. 2…6.

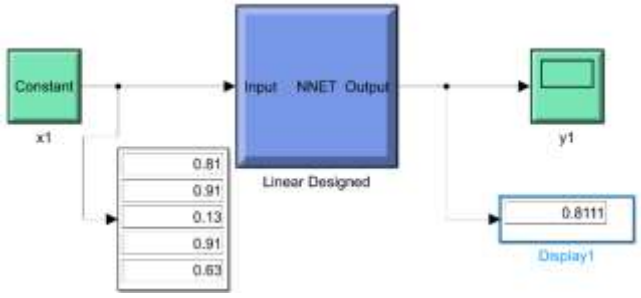


Рис. 2. Общая структура НС

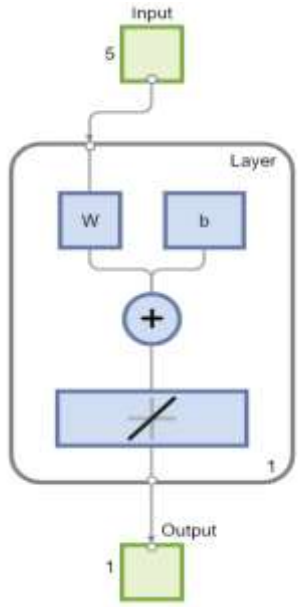


Рис. 3. Структурная схема линейной НС

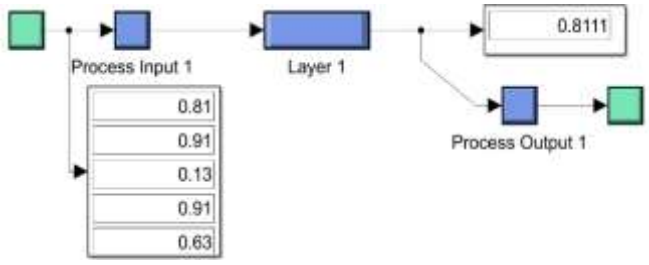


Рис. 4. Общая структурная схема линейного слоя

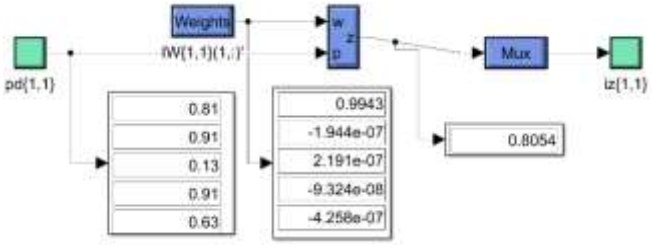


Рис. 5. Структурная схема взаимодействия весовых коэффициентов и входных данных

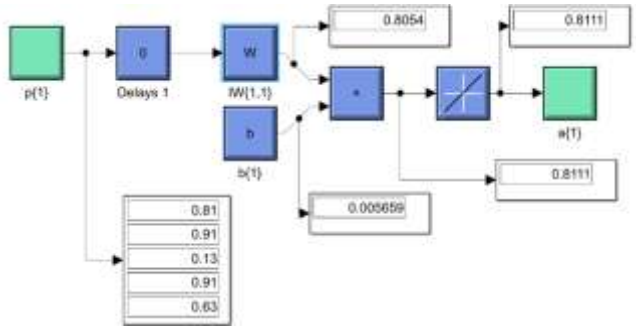


Рис. 6. Структурная схема линейного слоя

Весовые коэффициенты и коэффициент смещения соответственно равны:

$$W_{11} = 0.994341434384729,$$
$$W_{12} = -0.000000194449614,$$
$$W_{13} = 0.000000219102184,$$
$$W_{14} = -0.000000093238754,$$
$$W_{15} = -0.000000425764285,$$
$$b = 0.005659051043023.$$

Выходной сигнал определяется по формуле:

$$a\{1\}_{i+5} = p_i W_{11} + p_{i+1} W_{12} + p_{i+2} W_{13} + p_{i+3} W_{14} + p_{i+4} W_{15} + b_i,$$
$$i = 1 \ldots N,$$

где p_i - входные данные, N – число экспериментальных точек.

По первым 1000 отсчётам проведено обучение нейронной сети, как это было показано в работах [11–17]. Тестирование (зеленый цвет) и валидация (красный цвет) показали хорошую совместимость экспериментальных, тестируемых и валидационных данных, представленных на рис. 7.

При испытании каждого нового прибора необходимо дополнительное обучение НС не изменяя структуры сети.

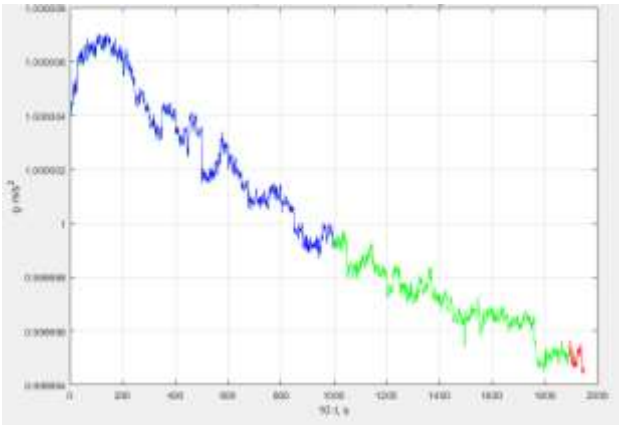


Рис. 7. Экспериментальные, тестируемые и валидационные данные замеров параметра ~1 g

III. Заключение

Предложенный метод скользящего среднего посредством нейронной сети отличается простым алгоритмом

и позволяет существенно сократить время испытания, осуществлять дальнейший прогноз экспериментальных данных и дублировать метод имитации естественного хранения, широко применяемый в производстве навигационных приборов.

Литература

[1] Измайлов, Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП», № 1, 2010. С. 27–35.

[2] Ривкин, Б.С. Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом. Выпуски 1–8. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2017–2023.

[3] Синельников, А.Е. Низкочастотные линейные акселерометры. Методы и средства проверки и градуировки. М.: Издательство стандартов, 1979. 175 с.

[4] Коновалов, С.Ф. Навигационные акселерометры. Учебное пособие. М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. 328 с.

[5] Коновалов, С.Ф. Теория виброустойчивости акселерометров. М.: Машиностроение, 1991. 269 с.

[6] Нахов, С.Ф. Опыт проектирования и изготовления блоков измерителей линейного ускорения на кварцевых маятниковых акселерометрах с аналоговой и цифровой системами управления. Монография. / Калихман Д.М. [и др.]. Саратов: Изд-во СГТУ им. Гагарина Ю.А., 2021. 240 с.

[7] Калихман, Д.М. Кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью как система автоматического управления: результаты синтеза регуляторов и программно-математического обеспечения. Перспективы дальнейшего развития / Скоробогатов В.В. [и др.] // Навигация и управление летательными аппаратами. Вып. 26, 2019. С. 2–37.

[8] Гребенников, В.И. Маятниковый акселерометр с цифровым управлением и новыми функциональными возможностями / Депутатова Е.А. [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. № 2. 2021. С. 73–95.

[9] Калихман, Д.М. Результаты лётных испытаний шестиосного блока измерителей кажущегося ускорения на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью в составе космического корабля «Союз МС-14» / Самитов Р.М. [и др.] // Материалы XXVII С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб., 2020. С. 184-187.

[10] Гнусарев, Д.С. Анализ шумовых составляющих кварцевого маятникового акселерометра с цифровым усилителем обратной связи / Депутатова Е.А., Калихман Д.М. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. СПб., том 18, № 6, 2018. С. 1091–1098.

[11] Никифоров, В.М. Управление движением динамических систем на основе нейросетевых технологий/ Зайцев С.А. // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления, № 2. 2011.

[12] Никифоров, В.М. Применение нейросетевых технологий в решении задач терминального управления движением динамических систем /Ващенко А.В., Гребенщиков Д.В. [и др.] // Сборник докладов VIII Международной научно-технической конференции «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиационно-космической техники». Часть 2. Киев, Украина, 2011.

[13] Никифоров, В.М. Терминальное управление движением динамических систем на основе нейросетевых технологий / Гладышев В.М., Малыхин Л.И., Чайковский М.М.// Тезисы докладов седьмого международного аэрокосмического конгресса IAC`12. Москва, Россия. 2012.

[14] Ивашина, Е.А. Нейросетевой подход к формированию интеллектуальной видеосистемы навигационного комплекса / Ивашина Е.А., Корлякова М.О., Пилипенко А.Ю. // Сборник материалов XX Санкт-Петербургской МКИНС. 2013.

[15] Никифоров, В.М. Аппроксимация полей рассеяния синхронного гистерезисного гиродвигателя с помощью нейронной сети/ Бахметова О.В. // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления, № 1. 2015.

[16] Никифоров, В.М. Оценка систематической погрешности прецизионного преобразователя угла на основе нейросетевых технологий/ Беспалова Н.М. // Рефераты докладов 3-й Российской мультиконференции по проблемам управления, XXVI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. 2010.

[17] Никифоров, В.М. Моделирование систематической погрешности прецизионного преобразователя угла и ее оценка с помощью нейросетей / Беспалова Н.М., Дорохин Ю.П. // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления, № 3. 2010.

Результаты испытаний маятниковых акселерометров компенсационного типа

С.А. Волобуев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия

Е.В. Драницына
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0003-2591-5816

***Аннотация*—В АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» с 2022 года ведется разработка акселерометров маятникового типа с торсионным подвесом консольного типа. Конструкция таких акселерометров позволяет не использовать дорогостоящие материалы и сложные технологические операции при изготовлении, но обеспечивает достаточные точностные параметры для использования в системах навигационного класса точности. Изготовлена и испытана опытная партия акселерометров указанного типа. В докладе представлены конструктивные особенности разработанных акселерометров, а также результаты динамических испытаний изготовленных образцов, показавших высокие точностные характеристики.**

Ключевые слова—маятниковые акселерометры, торсионный подвес, результаты испытаний.

I. Введение

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» имеет большой опыт разработки, изготовления и использования в навигационных системах в качестве измерителей линейных ускорений акселерометров собственной конструкции. Для прецизионных навигационных систем в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» используется поплавковый маятниковый акселерометр с торсионным подвесом инерционной массы и с демпфирующей жидкостью для обеспечения нулевой плавучести поплавка при рабочей температуре. Технологический процесс изготовления акселерометров указанного типа отличается большим набором трудоемких операций, и поэтому с 2022 года в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» ведется разработка маятникового акселерометра компенсационного типа на торсионном подвесе (АКМ) для использования в системах навигационного класса точности, изготовление которого исключает большинство трудоемких операций и существенно снижает цену.

В настоящей работе описаны принцип действия и конструктивные особенности разработанных акселерометров, а также представлены результаты динамических испытаний изготовленных образцов, показавших высокие точностные характеристики (на уровне 0,0005 м/с²).

II. Конструкция прибора АКМ

A. Конструктивные особенности АКМ

Конструктивно акселерометр состоит из двух частей: чувствительного элемента и платы обработки сигнала, установленных на едином основании. Чувствительный элемент закрыт экраном. В качестве датчика угла используются оптическая пара (светодиод/фотодиод) и стержень на маятниковом элементе. В качестве маятникового элемента используется катушка с обмоткой магнитоэлектрического датчика момента, подвешенная на растяжке. На рис. 1 представлен разрез 3D-модели АКМ.

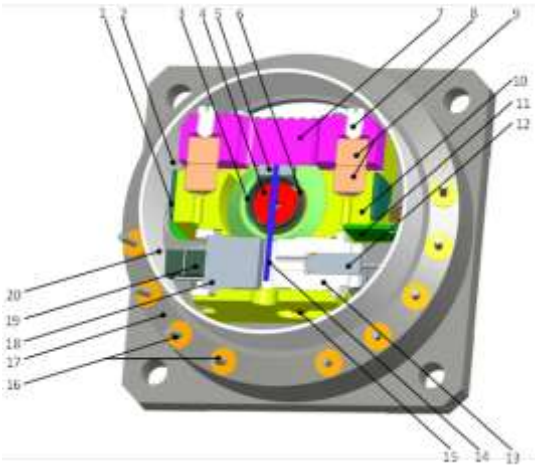


Рис. 1. 3-D модель акселерометра в разрезе

В корпусе *10* через подложку *5* установлен чувствительный элемент на растяжках *2*, выполненный в виде каркаса 6 с обмотками управления и стержнем *14*. Растяжки изолированы от корпуса керамическими прокладками *9* и служат токоподводами к обмоткам управления. Растяжки распаяны на переходные платы *1*, также установленные на корпусе *10*. Обмотки управления совместно с постоянными магнитами *5*, установленными в магнитопроводы *3*, выполняют функцию датчика момента, компенсирующего действующее ускорение. Четырехсекционный фотодиод *18* и светодиод *12* выполняют функции датчика угла. Керамические прокладки *9* поджимаются винтами *8* в крышке *10*. Для контроля температуры на корпусе *10* установлен терморезистор *15*. Корпус *16* закрывается экраном *20* и крепится к основанию *17* с выводами *16*, через которые подается питание и снимается выходная информация. Внутри основания *17* установлена плата электроники.

B. Принцип действия АКМ

В условиях неподвижного основания (ускоренное движение отсутствует) стержень подвижной части чувствительного элемента находится между фотодиодом и освещающим светодиодом. В результате выходные токи фотодиодов образуют на выходах усилителей платы обработки сигнала равные между собой напряжения. При этом на выходах корректора и

усилителя имеется нулевое напряжение, создающее в обмотке датчика момента нулевой ток. При появлении ускорения стержень сдвигается, токи фотодиодов становятся не равными друг другу и через датчик момента течет ток, создающий магнитное поле. Оно возвращает стержень в исходное положение между фотодиодами. В плате обработки сигнала на выходе корректора за счет наличия интегратора возникает напряжение, создающее в датчике момента ток, величина которого строго пропорциональна входному ускорению. Этот ток создает на резисторе напряжение, которое через повторитель поступает на выход акселерометра. На этапе регулировки, подбирая элементы в плате обработки сигнала, можно добиться требуемой полосы пропускания и значений коэффициента преобразования и смещения нуля выходного сигнала акселерометра [1].

Дополнительно в состав АКМ включен датчик температуры, состоящий из терморезистора и платы электроники, позволяющий алгоритмически учитывать зависимости коэффициента преобразования и смещения нуля выходного сигнала акселерометра от температуры и скорости ее изменения.

III. Результаты испытаний АКМ

С целью оценки основных точностных характеристик была проведена серия испытаний опытной партии образцов АКМ как автономно, так и в составе инерциального измерительного модуля в рабочем диапазоне линейных ускорений и температур. Предварительно была проведена калибровка каждого образца, которая включала определение смещений нулей, коэффициентов преобразования и их зависимостей от значения температуры и скорости ее изменения, измеренных встроенным датчиком температуры, а также углов неортогональности осей чувствительности.

В основу методики калибровки положен метод сравнения с эталонным значением, в качестве которого берутся проекции ускорения свободного падения на оси прибора с учетом переносных ускорений, вызванных вращением стенда.

Основные характеристики АКМ, полученные в ходе испытаний с учетом температурной компенсации, сведены в табл. I.

Нестабильности смещений нулей и коэффициентов преобразования выходных сигналов АКМ от пуска к пуску и в пуске определялись при стабильной температуре 23 °C на трехосном имитаторе движения, повороты которого позволяли находить набор из смещений нулей и коэффициентов преобразования для каждого акселерометра, установленного в инерциальный измерительный модуль.

На рис. 2, 3 представлены кривые оценки смещений нулей и масштабных коэффициентов с учетом температурной компенсации в пусках соответственно. По графикам видно, что нестабильности смещений нулей и коэффициентов преобразования от пуска к пуску не превышают 0,0005 м/с² и 0,0035% (35 ppm) и соответствуют нестабильностям в пуске.

ТАБЛИЦА I. Характеристики АКМ

Наименование параметра, единицы измерения	**Значение**
Диапазон измерения g	Не менее ±5
Полоса пропускания, Гц	220
Корень из спектральной плотности мощности шума, (м/с²)/√Гц	$3{,}5\cdot10^{-5}$
Погрешность измерения при стабильной температуре[a], м/с²	$5\cdot10^{-4}$
Значение коэффициента преобразования B/g	1,15±0,15
Нестабильность коэффициента преобразования в пуске 24 ч[a], ppm	Не более 50
Нестабильность коэффициента преобразования от пуска к пуску[a], ppm	В пределах ±35
Нестабильность коэффициента преобразования в рабочем диапазоне температур[b], ppm	В пределах ±100
Нестабильность смещения нуля в пуске 24 ч (при осреднении 10 с) [a], м/с²	В пределах $\pm2{,}5\cdot10^{-4}$
Нестабильность смещения нуля от пуска к пуску[a], м/с²	В пределах $\pm5\cdot10^{-4}$
Нестабильность смещения нуля в пуске 24 ч в рабочем диапазоне температур (при осреднении 10 с)[b], м/с²	В пределах $\pm7{,}5\cdot10^{-4}$
Нестабильность положения измерительной оси относительно посадочных поверхностей в рабочем диапазоне температур[b], "	±30

[a.] Изменение температуры поддерживалось в пределах ± 0,5 °C.
[b.] Рабочий диапазон температур – от 0 до 40 °C.

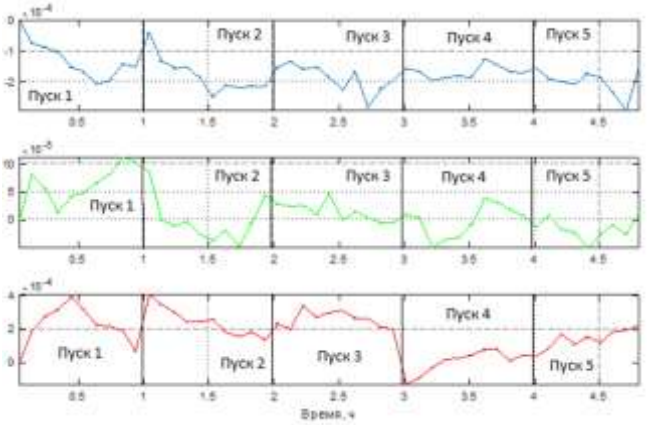


Рис. 2. Нестабильность смещений нулей приборов АКМ от пуска к пуску и в пуске

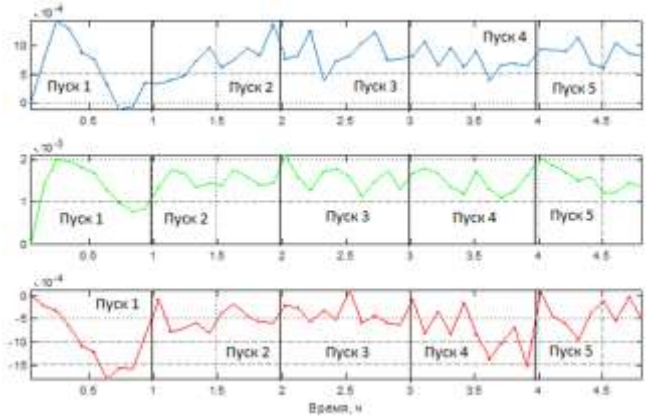
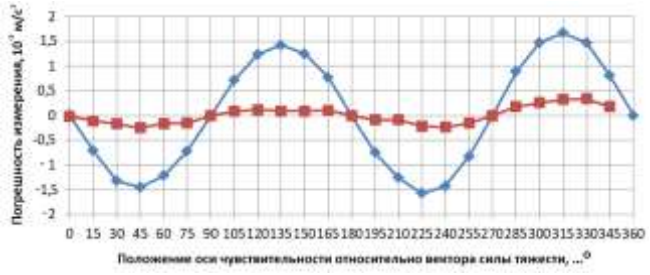


Рис. 3. Нестабильность коэффициентов преобразования приборов АКМ от пуска к пуску и в пуске

Отличительной особенностью разработанных приборов АКМ является наличие растяжки и возможность ее ориентации в различном положении относительно

направления действия вектора силы тяжести при установке в изделие или в ходе его эксплуатации. При изменении положения растяжки относительно направления вектора силы тяжести в модели преобразования существенно меняются коэффициенты перекрестных связей. На рис. 4, *а* представлены погрешности измерения прибором АКМ ускорения силы тяжести при различных положениях растяжки. На графике синим цветом обозначено положение, когда растяжка располагается поперек вектора действия силы тяжести, красным – вдоль.



а)



б)

Рис. 4. Погрешность измерения прибора АКМ: *а*) без учета перекрестных связей; *б*) с учетом перекрестных связей

Перекрестные связи хорошо компенсируются, на рис. 4, *б* представлены погрешности измерения после их учета. По графикам видно, что погрешность измерения снижается на порядок и не выходит за пределы $\pm 5 \cdot 10^{-4}$ м/с².

IV. Заключение

В работе описаны конструктивные особенности вновь разработанных акселерометров, а также результаты испытаний их опытных образцов в составе инерциального измерительного модуля. Проведенные испытания подтвердили высокую точность разработанных акселерометров, предварительно полученную на этапе автономных испытаний. Так, нестабильность смещения нуля от пуска к пуску и в пуске при постоянной температуре находится в пределах $\pm 5 \cdot 10^{-4}$ м/с², а масштабных коэффициентов – в пределах 100 ppm.

Испытания приборов АКМ в составе инерциального измерительного модуля подтвердили возможность построения систем навигационного класса точности на их основе.

Полученные результаты испытаний прибора АКМ позволили при значительном уменьшении диапазона измерений создать на его основе прецизионный измеритель малых углов наклона [2].

Литература

[1] Сумароков В.В., Махаев Е.А., Якушина Е.А. Обеспечение устойчивости маятникового компенсационного акселерометра и разработка методики его настройки // XXXII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сб. материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2025.

[2] Якушина Е.А., Романенко С.Г. О влиянии конструктивных особенностей устройства автокомпенсации на погрешности прецизионного измерителя малых углов наклона // XXXII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сб. материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2025.

Обеспечение устойчивости маятникового компенсационного акселерометра и разработка методики его настройки

В.В. Сумароков
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
biseg2@mail.ru

Е.А. Махаев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
machaev@yandex.ru

Е.А. Якушина
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
yakushina.ev1997@yandex.ru

***Аннотация*—Представлены особенности амплитудно-частотной характеристики маятникового акселерометра компенсационного типа и особенности ее настройки с учетом резонансных частот, возникающих в конструкции. Предложена методика регулирования обратной связи, позволяющая минимизировать эффект технологических разбросов сборки и настроить оптимальную амплитудно-частотную характеристику с точки зрения динамических параметров.**

Keywords—акселерометр, амплитудно-частотная характеристика, динамическая устойчивость.

I. Введение

Обеспечение устойчивости работы акселерометра является одной из важнейших задач, возникающих на этапе настройки и регулирования приборов. Существуют различные пути решения, позволяющие достичь требуемых результатов [1, 2]. В представленном докладе отражены *две методики*, работающие совместно: первая обеспечивает устойчивость маятникового компенсационного акселерометра на этапе регулирования цепи обратной связи, а вторая – на этапе регулирования параметров, полученных после сборки чувствительного элемента.

II. Обеспечение устойчивости акселерометра путем коррекции обратной связи

Компенсационный акселерометр маятникового типа состоит из инерционной массы m, подвешенной на упругой растяжке длиной L, оптического датчика угла поворота инерционной массы, устройства обратной связи, включающего датчик момента и компенсирующего воздействие измеряемого ускорения [3]. В качестве датчика угла используется оптическая пара – светодиод и сдвоенный фотодиод. Разность световых потоков, возникшая при действии ускорения и отклонении стержня маятника от нейтрального положения, приводит к появлению сигнала, пропорционального углу этого отклонения. Возникший сигнал поступает через плату обратной связи на датчик момента и восстанавливает положение маятника, соответствующее нулевому положению, компенсируя действующее на него ускорение.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) чувствительного элемента такого акселерометра имеет два резонанса: на частотах близких к $f_1 \approx 8$ Гц и $f_2 \approx 600$ Гц (точное значение определяется натяжением растяжки и может отличаться на единицы Гц). Для обеспечения устойчивости работы акселерометра такой конструкции необходимо осуществление сложной частотной коррекции в цепи обратной связи и ее дальнейшей настройке, позволяющей компенсировать технологические разбросы параметров чувствительного элемента.

АЧХ акселерометра и его составляющих показана на рис. 1. АЧХ чувствительного элемента (кривая 1) в рабочем диапазоне частот 20–200 Гц имеет наклон 40 дБ/дек. При простом замыкании обратной связи с коэффициентом усиления по замкнутой цепи управления это приводит к возбуждению акселерометра. Для достижения устойчивости в обратную связь вводят дифференциатор (кривая 2), АЧХ которого создает общий наклон 20 дБ/дек в диапазоне частот 20–200 Гц (кривая 3). Однако использование дифференциатора приводит к повышению максимума АЧХ на частоте $f_2 \approx 600$ Гц, и при замыкании обратной связи акселерометр возбуждается на частоте f_2.

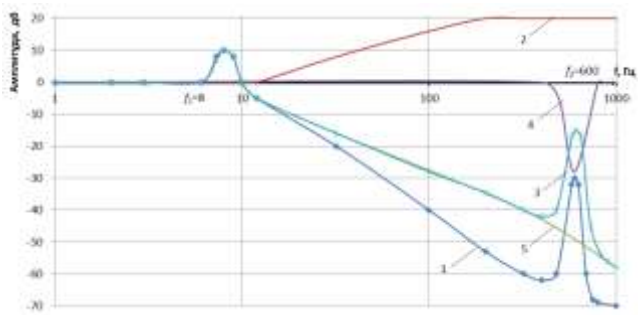


Рис. 1. АЧХ акселерометра: *1* – АЧХ чувствительного элемента; *2* – АЧХ дифференциатора; *3* – АЧХ скорректированного чувствительного элемента; *4* – АЧХ заграждающего фильтра; *5* – АЧХ акселерометра с заграждающим фильтром

Для исключения влияния возникающего резонанса на частоте f_2 вводят заграждающий фильтр, АЧХ которого (кривая 4) при точной настройке убирает подъем характеристики на частоте f_2 (кривая 5). При этом акселерометр работает с хорошим качеством при полосе пропускания $f_П = 100$ Гц. По результатам испытаний акселерометра видно, что частота максимума АЧХ f_2 значительно меняется при нагреве, из-за перепадов температуры, а также во времени. При этом частота f_2 равна [3]:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2F}{L \cdot m}}, \qquad (1)$$

где F – сила натяжения растяжки.

Из формулы (1) следует, что изменение частоты f_2 зависит от изменения силы натяжения растяжки, поэтому компенсация максимума АЧХ чувствительного элемента на частоте f_2 при использовании заграждающего фильтра неэффективна. Изменение натяжения может возникнуть при изменении температуры окружающей среды: частота f_2 изменится и не будет равна частоте заграждающего фильтра, в результате может возникнуть возбуждение акселерометра.

Для обеспечения стабильной устойчивости акселерометра вместо заграждающего фильтра может быть использован фильтр низких частот второго порядка с частотой среза $f_{ср}$ = 300 Гц и спадом АЧХ 40дБ/дек, имеющий более простую настройку. АЧХ такого акселерометра и его составляющих показана на рис. 2. Согласно рис. 2 использование фильтра нижних частот (кривая 4) позволяет резко снизить максимум резонанса на частоте f_2 АЧХ акселерометра (кривая 1). Кроме того, введение интегратора (кривая 3) в цепь обратной связи позволяет уменьшить погрешность измерения постоянного ускорения и повысить измерение вибрационного ускорения до 3g.

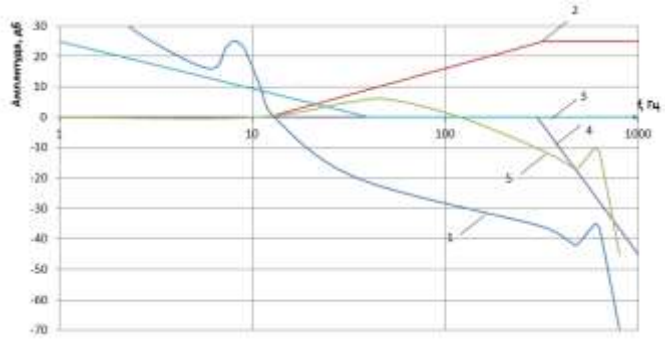


Рис. 2. АЧХ акселерометра: *1* – АЧХ акселерометра с разомкнутой обратной связью; *2* – АЧХ дифференциатора; *3* – АЧХ интегратора; *4* – АЧХ фильтра нижних частот; *5* – АЧХ акселерометра с замкнутой обратной связью

Введение указанных цепей при коэффициенте усиления 30 дБ и замыкании обратной связи дает возможность получить акселерометр, АЧХ которого имеет полосу пропускания 200 Гц с подъемом 3 дБ на частоте 60 Гц. При этом акселерометр не склонен к возбуждению и обеспечивает возможность измерять статическое ускорение не менее 5g и вибрационное ускорение до 3g.

III. Обеспечение устойчивости акселерометра путем выравнивания сигналов датчика угла

При изготовлении и сборке чувствительных элементов у серии приборов наблюдается разброс технологических параметров, поэтому *кроме* обеспечения стабильности акселерометра на этапе регулировки обратной связи необходимо добиться уменьшения разброса этих параметров, что можно также осуществить регулированием элементов обратной связи.

На этапе разработки предполагалось осуществлять настройку прибора путем приведения его АЧХ к желаемому виду с помощью регулирования только коэффициента усиления прибора. Однако в результате испытаний первых образцов оказалось, что параметры оптического датчика, зависящие от неравенства световых потоков, неидеальной геометрии зазоров и маятника, существенно влияют на статические и динамические характеристики прибора. Из-за наличия большого разброса параметров входного каскада электроники измерителя угла с оптическим датчиком методика регулировки усложнилась, стала более продолжительной по времени и трудоемкой.

Регулирование проводится на приборе с разомкнутой обратной связью по сигналам выходных напряжений двух оптических датчиков в крайних положениях штока в зазоре оптического датчика (шток – составляющий элемент инерционной массы, т.е. маятника акселерометра, перекрывающий световые потоки). В положениях измерения ускорения g и $-g$ необходимо снять зависимость изменения напряжения оптических датчиков от сопротивления усилителей входного каскада. В результате получаем четыре уравнения зависимости выходных напряжений от соответствующих сопротивлений:

$$\begin{aligned} \Gamma_ф &= \Gamma_{ав1} = a(К_{оптюд1}), \\ U_b &= U_{fd1} = f(R_{опт.д1}), \\ U_c &= U_{fd2} = f(R_{опт.д2}), \\ U_d &= U_{fd2} = f(R_{опт.д2}), \end{aligned} \qquad (2)$$

где U_{fd1}, U_{fd2} – напряжения первого и второго оптических датчиков в положениях измерения ускорения g или $-g$; $R_{опт.д1}$, $R_{опт.д2}$ – сопротивления усилителей входных каскадов первого или второго оптического датчика (рис. 3). Указанные зависимости имеют линейный вид, поэтому могут быть представлены классическими линейными уравнениями типа $y = k \cdot x + b$.

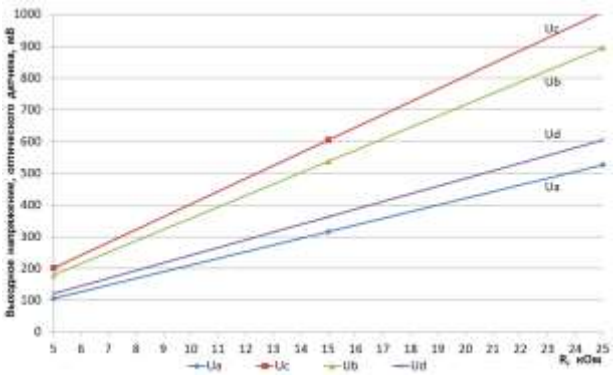


Рис. 3. Зависимость выходного напряжения оптических датчиков от сопротивления

Затем необходимо при замкнутой обратной связи снять зависимость рабочей точки – точки пересечения зависимостей выходных напряжений оптических датчиков – от сопротивлений:

$$e = U_{fd1} = U_{fd2} = f(R_{опт.д1}, R_{опт.д2}). \qquad (3)$$

Условием равенства выходных напряжений плеч входного каскада во всем диапазоне измерений является уравнение

$$U_a - U_c = U_b - U_d. \qquad (4)$$

Такое соотношение позволяет обеспечить симметричную реакцию прибора при динамических воздействиях (рис. 4). Отклонение инерционной массы из рабочей точки в любую сторону приводит к одинаковому нарастанию сигнала на выходе оптического датчика.

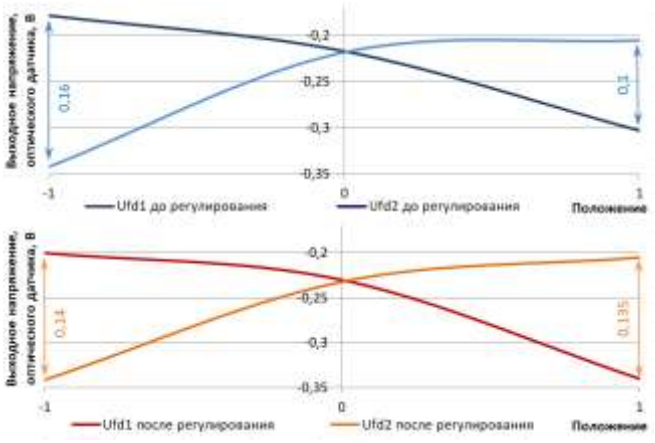


Рис. 4. Выходной сигнал оптических датчиков при отклонении штока до и после регулирования

Решение системы уравнений (3) и (4) дает однозначную зависимость рабочей точки от сопротивлений в плечах оптического датчика. Оптимальная форма кривой АЧХ достигается выбором рабочей точки, а фактически подбором коэффициента усиления, но при этом одновременно с регулированием общего усиления происходит и выравнивание плеч входных каскадов оптических датчиков, что позволяет привести АЧХ прибора к виду, представленному на рис. 2 (кривая 5), без сложного регулирования цепей коррекции.

Опытным путем показано, что оптимальные характеристики при измерении вибрационного ускорения до $3g$ и устойчивость во всем диапазоне частот прибор приобретает, когда амплитуда сигнала в замкнутой системе на частоте 210 Гц в 2,5±0,1 раза превышает амплитуду на частоте 10 Гц. Регулировщику достаточно добиться требуемой формы АЧХ, контролируя амплитуду на частоте 210 Гц, подбирая с помощью резисторов $R_{\text{опт.д1}}$ и $R_{\text{опт.д2}}$ усиление входного каскада под выбранную рабочую точку (плавно увеличивая значение рабочей точки). Система уравнений (3) и (4) позволяет определить такие значения реальных элементов на плате $R_{\text{опт.д1}}$ и $R_{\text{опт.д2}}$ и обеспечить хорошую динамику за счет выравнивания плеч оптического датчика, а также подобрать максимальное усиление, при котором не происходит возбуждения системы управления.

IV. Заключение

В работе представлены особенности АЧХ маятникового акселерометра компенсационного типа и составляющих элементов обратной связи, а также особенности ее настройки с учетом резонансных частот.

Предложена методика регулирования входного каскада обратной связи акселерометра. Ее применение позволяет обеспечить выравнивание световых потоков датчика угла и осуществить регулировку акселерометра вне зависимости от разброса параметров оптического датчика. Кроме того, регулирование входного каскада электроники, который осуществляет преобразование сигнала с оптического датчика, позволяет наиболее простым образом привести АЧХ приборов к желаемому виду (рис. 2, кривая 5) и тем самым отрегулировать динамические характеристики акселерометра во всем диапазоне частот.

Автоматизация предложенной методики позволит упростить регулирование приборов после сборки, а также снизить стоимость продукции.

Литература

[1] Проектирование гироскопических систем. Ч. III. Акселерометры, датчики угловой скорости, интегрирующие гироскопы и гироинтеграторы: учеб. пособие / Е.А. Никитин [и др.]; под ред. Д.С. Пельпора. М.: Высшая школа, 1980. 128 с.

[2] Опыт проектирования и изготовления блоков измерителей линейного ускорения на кварцевых маятниковых акселерометрах с аналоговой и цифровой системами управления / С.Ф. Нахов [и др.]. Саратов: СГТУ им. Гагарина Ю.А., 2021. 240 с.

[3] Мельников В.Е., Мельникова Е.Н., Черноморский А.И., Гончаренко Г.Г. Датчики инерциальной информации: учеб. пособие / под ред. А.И. Черноморского. М.: МАИ ПРИНТ, 2011. 356 с.

О влиянии конструктивных особенностей устройства автокомпенсации на погрешности прецизионного измерителя малых углов наклона

Е.А. Якушина
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
yakushina.ev1997@yandex.ru

С.Г. Романенко
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
biseg2@mail.ru

***Аннотация*—В докладе рассматривается измеритель малых углов наклона, предназначенный для использования в лабораторных условиях с целью контроля положения базовых плоскостей, на которые устанавливаются навигационные приборы при испытаниях и калибровке. Оценивается влияние неидеальностей конструктивного исполнения устройства автокомпенсации на точность определения измерения. Представлена модель погрешностей устройства автокомпенсации и методика калибровки ее коэффициентов.**

Keywords—акселерометр, измеритель малых углов наклона, поворотное устройство, модель погрешностей.

I. Введение

Измеритель малых углов наклона (ИМУ) предназначен для использования в лабораторных условиях с целью контроля положения базовых плоскостей, на которые устанавливаются навигационные системы и их чувствительные элементы при проведении испытаний и калибровки. Применение ИМУ позволяет отделить изменения наклона базовой поверхности фундаментов при проведении испытаний от погрешностей выходного сигнала исследуемого прибора при проведении длительных испытаний. В настоящее время к современным приборам предъявляются высокие требования по точности. Исходя из этого точность ИМУ должна составлять несколько десятых угловых секунд, а диапазон измерения углов ± 600 угл. с. В работе представлены модель погрешностей поворотного устройства, метод калибровки коэффициентов полученной модели и их стабильность.

II. Конструкция прибора ИМУ

Конструкция ИМУ представлена на рис. 1. В рассматриваемой конструкции прибора чувствительными элементами являются два маятниковых акселерометра компенсационного типа *2*, оси чувствительности которых расположены взаимно перпендикулярно, что позволяет производить контроль наклона по двум осям одновременно.

Увеличение точности измерения углов наклона обеспечивается с помощью устройства автокомпенсации, которое включает поворотную платформу *3*, движущуюся по контактной поверхности основания прибора *4*. Вращение поворотной платформы осуществляется шаговым двигателем *5*. Использование поворотной платформы дает возможность компенсировать смещение нуля акселерометра, что позволяет повысить точность измерения углов наклона.

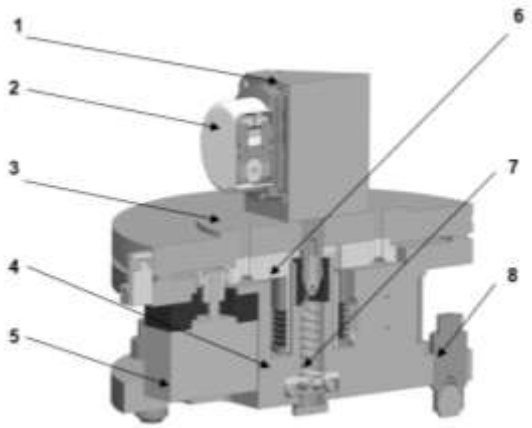


Рис. 1. Конструкция ИМУ: *1* – базовый кронштейн; *2* – акселерометры; *3* – поворотная платформа; *4* – основание; *5* – шаговый двигатель; *6* – шестерня передачи вращения; *7* – натяжное устройство; *8* – регулировочные винты

Определение величины угла наклона контролируемой поверхности проводится в двух противоположных положениях оси измерения (0 и 180°) и рассчитывается как полуразность полученных значений [1, 2]. Поворотное устройство как отдельный сложный элемент конструкции позволяет компенсировать часть погрешностей чувствительного элемента, но при этом вносит собственные погрешности в измерение угла наклона.

III. Модель погрешностей устройства автокомпенсации

A. Составляющие модели погрешностей

Представим конструкцию ИМУ как комбинацию входящих в него элементов, каждый из которых вносит дополнительный угол наклона в измеряемую величину. Поэтому необходимо учесть каждую из составляющих, их вклад в определение угла наклона, оценить их стабильность и возможность компенсации. Расположение описываемых плоскостей элементов конструкции и систем координат представлено на рис. 2 на примере одной плоскости.

ENh(**N**) – горизонтная система координат с географической ориентацией; $X_1Y_1Z_1(Y_1)$ – система координат контролируемой поверхности; α_1, β_1 – углы наклона контролируемой поверхности (углы перехода от системы координат ENh к $X_1Y_1Z_1$); $X_oY_oZ_o(Y_o)$ – система координат, связанная с поверхностью основания ИМУ; α_2, β_2 – углы перехода от системы координат $X_1Y_1Z_1$ к $X_oY_oZ_o$; $X_пY_пZ_п(Y_п)$ – система

координат, связанная с поверхностью скольжения поворотной платформы ИМУ; $\alpha_3(\gamma)$, $\beta_3(\gamma)$ – углы наклона поворотной платформы, возникающие при вращении на угол γ (углы перехода от системы координат $X_oY_oZ_o$ к $X_пY_пZ_п$); γ – угол поворота поворотной платформы; $X_{a1}Y_пZ_п$ – система координат, связанная с осью чувствительности первого акселерометра; $X_пY_{a2}Z_п(Y_{a2})$ – система координат, связанная с осью чувствительности второго акселерометра; δ_2, δ_2 – углы неортогональности осей чувствительности акселерометров и осей измерения.

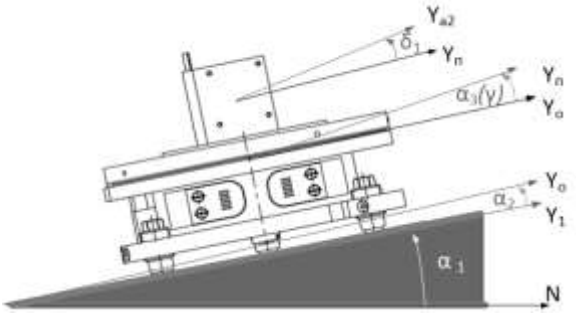


Рис. 2. Плоскости элементов конструкции и углы между ними

Для дальнейшего анализа введем следующие допущения и обозначения:

- углы α_1, α_2, β_1, β_2 = const;
- $\alpha = \alpha_1+\alpha_2$, $\beta = \beta_1+\beta_2$;
- значение $\beta < 1°$, $\alpha < 1°$, поэтому $\sin(\alpha) \approx \alpha$, $\cos(\alpha) \approx 1$, $\sin(\beta) \approx \beta$, $\cos(\beta) \approx 1$.

С учетом модели погрешностей акселерометров [3, 4] проекции ускорения свободного падения на оси чувствительности акселерометров будут иметь следующий вид:

– для первого акселерометра

$$\begin{aligned} a_{A1}^x = a_X^0 \cdot K_x + K_x \cdot g \cdot [&\cos\gamma \cdot (\beta - \alpha \cdot \delta_1) + \\ &+ \cos\gamma \cdot (\beta_3(\gamma) - \alpha_3(\gamma) \cdot \delta_1) - \\ &- \sin\gamma \cdot (\alpha + \beta \cdot \delta_1) - \sin\gamma \cdot (\beta_3(\gamma) \cdot \delta_1 + \alpha_3(\gamma))] + \xi_{1сл}; \end{aligned} \quad (1)$$

– для второго акселерометра

$$\begin{aligned} a_{A2}^y = a_Y^0 \cdot K_y + K_y \cdot g \cdot [&-\cos\gamma \cdot (\alpha + \beta \cdot \delta_2) - \\ &- \cos\gamma \cdot (\alpha_3(\gamma) + \beta_3(\gamma) \cdot \delta_2) + \\ &+ \sin\gamma \cdot (\alpha \cdot \delta_2 - \beta) + \sin\gamma \cdot (\alpha_3(\gamma) \cdot \delta_2 - \beta_3(\gamma))] + \xi_{2сл}, \end{aligned} \quad (2)$$

где K_X, K_Y – коэффициенты преобразования; a_X^0 , a_Y^0 – смещения нуля; $\xi_{1сл}$, $\xi_{2сл}$ – случайные составляющие сигнала; g – модуль вектора ускорения силы тяжести.

Из выражений (1), (2) видно, что искомые углы наклона контролируемой поверхности содержатся в первом и третьем слагаемых в квадратных скобках, а второе и четвертое описывают *погрешность поворотного устройства*.

При вращении платформы в диапазоне γ = 0...360°, как будет показано далее, выходной сигнал ИМУ имеет сложную периодическую форму, содержащую n гармонических составляющих:

$$\begin{aligned} a_{A1}^x(\gamma) &= \sum_{i=0}^{n} (A_{ci} \cos i\gamma + A_{si} \sin i\gamma), \\ a_{A2}^y(\gamma) &= \sum_{i=0}^{n} (B_{ci} \cos i\gamma + B_{si} \sin i\gamma), \end{aligned} \quad (3)$$

где $A_{ci}, A_{si}, B_{ci}, B_{si}$ – амплитуды косинусных и синусных гармонических составляющих выходных сигналов акселерометров (с учетом коэффициентов преобразования K_X, K_Y).

Учитывая выражения (1)–(3), углы $\alpha_3(\gamma)$, $\beta_3(\gamma)$ можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \alpha_3(\gamma) &= \sum_{i=0}^{n-1} (c_{ci} \cos i\gamma + c_{si} \sin i\gamma), \\ \beta_3(\gamma) &= \sum_{i=0}^{n-1} (d_{ci} \cos i\gamma + d_{si} \sin i\gamma), \end{aligned} \quad (4)$$

где $c_{ci}, c_{si}, d_{ci}, d_{si}$ – амплитуды косинусных и синусных гармонических составляющих углов $\alpha_3(\gamma)$, $\beta_3(\gamma)$.

Выражение (4) описывает взаимодействие контактирующих поверхностей и обусловлено их конструктивным исполнением (технологическими допусками).

Так как оценка угла наклона происходит по измерениям в двух противоположных положениях оси измерения (например, в положениях 0 и 180° измерительной оси X), то полуразность этих значений позволяет определить величину измеряемого угла наклона оси с учетом (4):

$$\begin{aligned} &\frac{a_{A1}^x(0°) - a_{A1}^x(180°)}{2K_x g} = \\ &\beta - \alpha \cdot \delta_1 + \left(d_{c0} + d_{c2} + d_{c4} + ...\right) - \\ &-\delta_1 \cdot \left(c_{c0} + c_{c2} + c_{c4} + ...\right) + \xi_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что в погрешность определения угла β входят амплитуды четных гармоник углов $\alpha_3(\gamma)$, $\beta_3(\gamma)$. Аналогичный результат имеет место и для угла α.

Учитывая выражения (1)–(4), углы наклона контролируемой поверхности представим в виде

$$\begin{aligned} \beta_{акс1} &= A_{c1} + \frac{A_{c3}}{2} + \frac{A_{c5}}{2}, \ \beta_{акс2} = B_{s1} + \frac{B_{s3}}{2} + \frac{B_{s5}}{2}, \\ \alpha_{акс1} &= A_{s1} + \frac{A_{s3}}{2} + \frac{A_{s5}}{2}, \ \alpha_{акс2} = B_{c1} + \frac{B_{c3}}{2} + \frac{B_{c5}}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, амплитуды гармонических составляющих выходного сигнала акселерометра являются коэффициентами модели погрешности узла автокомпенсации. Калибровка этих коэффициентов перед проведением испытаний заключается в определении количества гармоник и их амплитуд с целью последующего применения при проведении измерений. Необходимо оценить стабильность полученных коэффициентов и интервал времени для их повторного определения.

B. Результаты калибровки модели погрешностей

Для оценки влияния узла автокомпенсации на точность определения углов наклона были проведены испытания, включающие измерения углов наклона в зависимости от угла поворота платформы γ на 360° с дискрет-

ностью 1°. Время измерения в каждом положении составляло 40 с. Из полученных экспериментальных кривых (рис. 3) с использованием метода наименьших квадратов были выделены гармонические составляющие. Полученные значения амплитуд гармоник (табл. 1) показали, что в выходном сигнале акселерометров преобладающими являются шесть гармонических составляющих. Первая гармоника содержит полезный сигнал (угол наклона контролируемой поверхности), последующие связаны с «боем» поворотной платформы (3).

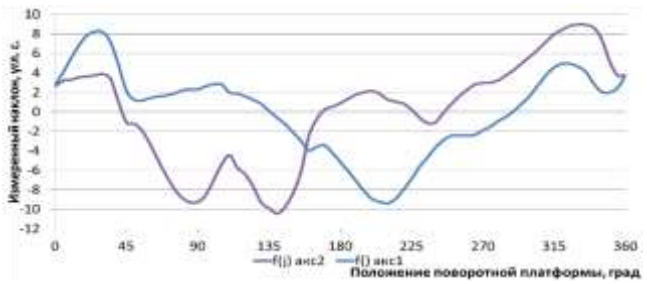


Рис. 3. Зависимость изменения угла наклона β поворотной платформы от угла поворота γ

ТАБЛИЦА 1. АМПЛИТУДЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

A_{c1}	A_{s1}	A_{c2}	A_{s2}	A_{c3}	A_{s3}	A_{c4}	A_{s4}	A_{c5}	A_{s5}	A_{c6}	A_{s6}
2,8	–8,7	–2,5	0,1	–1,1	–0,5	0,2	0,9	–1,9	–0,5	–0,3	0,1
B_{c1}	B_{s1}	B_{c2}	B_{s2}	B_{c3}	B_{s3}	B_{c4}	B_{s4}	B_{c5}	B_{s5}	B_{c6}	B_{s6}
8,6	1,5	–0,6	–1,7	0,5	1	–0,3	0,3	–1,2	1,2	–0,6	0,7

Согласно выражению (6) и данным табл. 1 была проведена оценка наклонов лабораторного фундамента двумя акселерометрами по каждой из осей:

$$\beta_{\text{акс1}} = 2,3 \text{ угл. с}, \ \beta_{\text{акс2}} = 2,6 \text{ угл. с},$$
$$\alpha_{\text{акс1}} = 8,7 \text{ угл. с}, \ \alpha_{\text{акс2}} = 8,6 \text{ угл. с}.$$

Максимальная погрешность составила 0,3 угл. с.

Оценка временной стабильности полученных коэффициентов проводилась на протяжении трех месяцев беспрерывной работы. Для проведения сравнительной оценки на эту же плиту параллельно осям измерения ИМУ был установлен электронный измеритель Zeromatic 2/2. На рис. 4 представлены результаты изменения угла наклона β по оси *X*, полученные с двух акселерометров ИМУ и электронного измерителя Zeromatic 2/2, а также график изменения температуры окружающей среды, измеренной термодатчиком прибора Zeromatic 2/2.

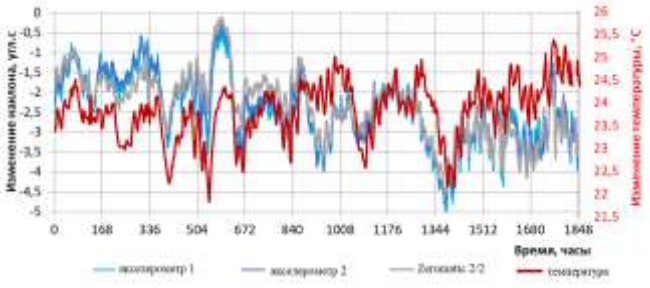


Рис. 4. Изменение угла наклона β и температуры окружающей среды

Из рис. 4 видно, что изменение угла наклона лабораторного фундамента за три месяца колеблется в диапазоне 5 угл. с, что в первую очередь вызвано изменением температуры помещения. Характер изменений, зафиксированный тремя измерителями, совпадает. Для акселерометров ИМУ разность измерений по одной оси не превышает ±0,5 угл. с (рис. 5).

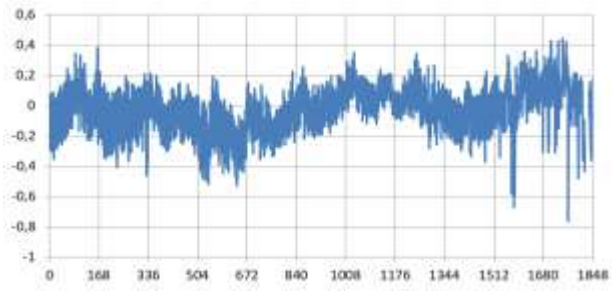


Рис. 5. Отличие измерений угла наклона по оси *X* по показаниям акселерометров ИМУ

По окончании длительных испытаний была проведена повторная оценка амплитуд гармонических составляющих выходных сигналов акселерометров (табл. 2).

ТАБЛИЦА 2. АМПЛИТУДЫ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ (ПОВТОРНАЯ ОЦЕНКА)

A_{c1}	A_{s1}	A_{c2}	A_{s2}	A_{c3}	A_{s3}	A_{c4}	A_{s4}	A_{c5}	A_{s5}	A_{c6}	A_{s6}
2,8	–8,2	–3,0	–0,2	–0,9	–0,8	–0,2	0,9	–1,6	0	–0,44	0,59
B_{c1}	B_{s1}	B_{c2}	B_{s2}	B_{c3}	B_{s3}	B_{c4}	B_{s4}	B_{c5}	B_{s5}	B_{c6}	B_{s6}
8,2	1,5	–1,1	–1,4	0,2	1	–0,7	0,5	–1,7	1,2	–0,7	0,37

Из сравнения табл. 1 и 2 видно, что по истечении трех месяцев изменение коэффициентов модели погрешности устройства автокомпенсации не превышает 0,5 угл. с. Это подтверждает стабильность коэффициентов и возможность практического применения с целью уменьшения погрешности оценки угла наклона.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты исследования конструктивных особенностей поворотного устройства измерителя малых углов наклона, применение которого актуально при проведении испытаний чувствительных элементов навигационных систем. ИМУ позволяет с высокой точностью и стабильностью измерить углы наклона лабораторных фундаментов и оценить их стабильность в течение длительных испытаний. Учет гармонических составляющих погрешностей позволяет значительно повысить точность измерений. Разработанная модель и методика калибровки могут быть использованы для дальнейшего совершенствования подобных измерительных систем.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Zeromatic dual-axis inclination sensor. URL: http://Wylerag.com (дата обращения 19.09.2022).

[2] Jun Luo, Zhiqian Wang, Chengwu Shen, et al., *Measurement Science Review*, vol. 15, no. 5, 2015.

[3] Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем. Ч. III. Акселерометры, датчики угловой скорости, интегрирующие гироскопы и гироинтеграторы: учеб. пособие / Е.А. Никитин [и др.]; под ред. Д.С. Пельпора. М.: Высшая школа, 1980. 128 с.

[4] IEEE Std1293-2018. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers.

Определение характеристик имитаторов движения, применяемых при испытаниях навигационной аппаратуры

Н.Л. Яворовская
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Санкт-Петербург, Россия
metrolog@eprib.ru

Т.Н. Сирая
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Санкт-Петербург, Россия
metrolog@eprib.ru

***Аннотация*—Рассмотрены измерительные задачи, связанные с определением динамических характеристик при аттестации высокоточных имитаторов движения. Описан оптический метод, разработанный для определения динамических характеристик поворотных устройств, и приведены результаты его опробования с использованием лазерного автоколлиматора. Анализируются перспективы развития оптических методов определения динамических характеристик имитаторов движения, в том числе связанные с разработкой цифрового динамического автоколлиматора.**

Ключевые слова—имитатор движения, поворотное устройство, стенд качки, методика измерений, погрешность, динамическая характеристика, статическая характеристика, цифровой автоколлиматор.

I. Введение

В настоящее время при испытаниях навигационной аппаратуры широко используется разнообразное испытательное оборудование, воспроизводящее движения заданного вида, в том числе:

- стенды качки;
- различные поворотные устройства;
- центрифуги.

Для обеспечения контроля параметров прецизионной навигационной аппаратуры такие устройства (называемые имитаторами движения) должны быть аттестованы как испытательное оборудование согласно [1, 2]. В связи с этим необходимо с высокой точностью определять основные характеристики имитаторов движения (статические и динамические). При этом, согласно [1, 2], характеристики имитаторов следует оценивать внешними приборами, которые имеют статус средств измерений.

Более того, требования к номенклатуре и точности определения характеристик имитаторов движения постоянно возрастают. На практике требуется не только повышать точность определения действительных параметров, но и вводить новые, более тонкие характеристики устройств. Например, при аттестации многих поворотных устройств кроме определения погрешности средней угловой скорости за оборот необходимо также контролировать нестабильность угловой скорости внутри оборота. Аналогично при аттестации стендов качки требуется одновременно определять период и амплитуду движения.

Один из подходов к решению проблемы заключается в использовании оптических приборов, выполняющих точные измерения углов в динамическом режиме. Метод позволяет оценить погрешности и определить стабильность угловой скорости в течение периода. Аналогичные методы также позволяют оценить погрешности установки угловой амплитуды стенда качки.

Целью данной работы является анализ применяемых в настоящее время методов определения характеристик имитаторов движения и разработка оптического метода контроля динамических характеристик. Рассматриваются также перспективы развития аппаратуры и методов определения характеристик имитаторов.

II. Оптические методы определения динамических характеристик имитаторов движения

В табл. 1 кратко описаны наиболее распространенные виды (типы) имитаторов движения и требования к их основным характеристикам.

Как видно из табл. 1, современные требования к характеристикам имитаторов достаточно высоки, поэтому при их контроле необходимо использовать средства измерений высокой точности, а также нестандартизованные методики измерений.

Таблица 1. Характеристики имитаторов движения

Характеристика (параметр)	**Обозначение**	**Пределы погрешности**
Одно-, двух-, трехосные поворотные устройства (позиционирование и режим постоянной скорости)		
Погрешность позиционирования	$\Delta\alpha$	±2″ (±5″)
Погрешность угловой скорости за оборот	$\Delta\Omega$	±0,05%
Нестабильность угловой скорости внутри оборота	$\delta\Omega$	±0,005%
Погрешность угловой скорости на интервале 10°	$\Delta\Omega$	±0,05%
Нестабильность угловой скорости на интервале 10°	$\delta\Omega$	±0,005%
Стенды качки (позиционирование и режим гармонических колебаний)		
Погрешность позиционирования (установки угла)	$\Delta\alpha$	±1′ (±5′)
Погрешность установки периода	ΔT	±10%
Погрешность установки амплитуды	ΔA	±30′

При контроле характеристик высокоточных имитаторов движения часто выполняют косвенные или совместные измерения нескольких параметров, например углов и частоты. Для использования нестандартизованных методик измерений при аттестации аппаратуры, согласно [1, 2], необходимо выполнить аттестацию ме-

тодик в соответствии с [3], прежде всего – получить априорные оценки погрешностей измерений.

Особенности аттестации методик измерений, используемых при аттестации имитаторов движения, рассматриваются в [4, 5]. Однако область использования таких методик измерений довольно ограниченна, поскольку большинство из них позволяет обеспечивать только определение средней скорости за период.

Один из путей решения проблемы заключается в использовании высокоточных оптических приборов, измеряющих угол в динамическом режиме. Это позволяет оценить погрешности и определить стабильность угловой скорости в течение периода.

Для контроля погрешности позиционирования поворотных устройств обычно применяют автоколлиматоры. Наиболее распространенные модели, входящие в настоящее время в Федеральный информационный фонд обеспечения единства измерений (Госреестр средств измерений), приведены в столбцах 1–4 табл. 2.

Таблица 2. Характеристики автоколлиматоров

Характеристика	Типы автоколлиматоров				
	1	2	3	4	5
Диапазон горизонтальных углов	±720″	±20′	1240″	1240″	±20′
Диапазон вертикальных углов	±1020″	±20′	980″	980″	±20′
Погрешности углов	±1,0″ в ±300″: ±0,1″... ±0,5″	0,5″ (СКО)	±0,4″	±2,0″	±0,5″
Дискретность отсчетов	–	0,05″	0,02″	0,02″	0,02″
Частота, Гц	–	–	160	10 000	160
Погрешность частоты	–	–	–	–	10^{-4}
Максимальное расстояние, м	–	20	–	–	10

В табл. 2 приведены характеристики следующих типов автоколлиматоров:

1) АК-У (АК-01У, АК-05У, АК-1У) – производитель ООО «НПК «Диагностика»;
2) АФ-0,05Ц (АО «НПЗ»);
3) цифровой автоколлиматор TriAngle TA 500-57 (Trioptics GmbH, Germany);
4) лазерный автоколлиматор TriAngle TA HS 500-57 (Trioptics GmbH, Germany);
5) цифровой динамический автоколлиматор (разрабатывается АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»).

Разрабатываемый метод позволяет с помощью автоколлиматора и призмы, расположенной в центре вращения, оценить одновременно как статические, так и динамические характеристики поворотного устройства.

Для опробования метода было выполнено несколько серий экспериментов с использованием фотоэлектрического и лазерного автоколлиматоров TriAngle TA 500-57 и TriAngle TA HS 500-57, которые выдают информацию об угловом положении контролируемого изделия с частотой от 1 до 10 000 Гц.

Автоколлиматор размещался на неподвижном основании вблизи поворотного стола. В центре стола закреплялась зеркальная призма, неплоскостность грани которой составляла не более 0,0003 мм. Автоколлиматор размещался таким образом, чтобы образовалась оптическая связь между его осью и гранью зеркальной призмы. Схема измерений представлена на рис. 1.

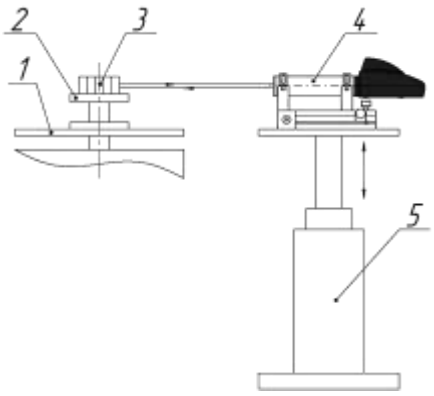


Рис. 1. Схема измерительного эксперимента: *1* – имитатор движения; *2* – столик для установки призмы; *3* – призма; *4* – автоколлиматор; *5* – основание

Пока плоскость зеркальной призмы находится в поле зрения автоколлиматора, регистрируют изменяющиеся показания на его горизонтальной шкале. Показания записывают в файл с определенной частотой (например, 1,0 кГц), а затем выделяют участки реализации (импульсы), на которых отсчеты линейно изменяются, что соответствует прохождению поверхности зеркала через поле зрения автоколлиматора. На основе обработки линейных участков реализации можно определить угловые скорости за период, а при использовании призмы – также скорости внутри оборота.

Кроме того, при использовании многогранной призмы можно оценить погрешность задания амплитуды качки и другие параметры движения при аттестации стенда качки. На рис. 2 приведены импульсы, отображающие отсчеты по горизонтальной шкале автоколлиматора, полученные в режиме качки.

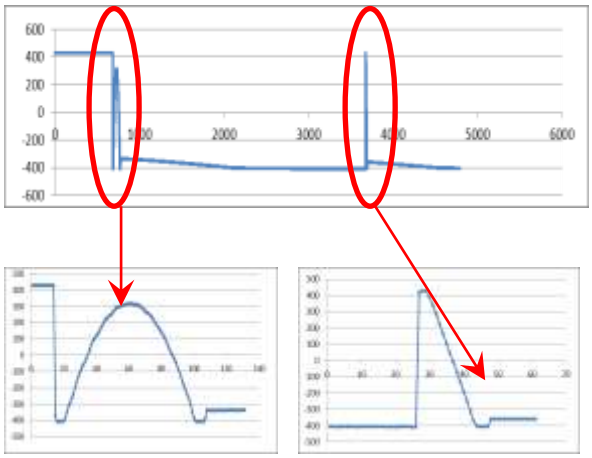


Рис. 2. Реализация сигнала автоколлиматора при проведении аттестации стенда качки

Обработку полученного сигнала проводят в два этапа [6]. На первом этапе выделяют локальные максимумы сигнала, отмеченные на рис. 2, и формируют дис-

кретную выборку данных. На втором этапе выполняют обработку сформированной выборки с целью получения искомых параметров.

Обработка результатов измерений показала, что относительная погрешность определения угловой скорости поворотного устройства в диапазоне угловых скоростей от 30 до 720 °/с находится в пределах ±0,025%.

Основная составляющая погрешности метода измерений обусловлена интервалом дискретизации. Поэтому лазерный автоколлиматор (исходя из диапазона измерений и частоты регистрации сигнала) позволяет оценить динамические параметры в диапазоне угловых скоростей до 720 °/с. Однако указанный автоколлиматор не сертифицирован как средство измерений частоты и скорости, поэтому его нельзя применять при аттестации стендов в динамическом режиме.

В настоящее время в ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» ведутся работы по созданию оптического средства измерений – цифрового динамического автоколлиматора, который позволит проводить точные измерения углов и угловых скоростей в динамическом режиме.

Характеристики разрабатываемого автоколлиматора приведены в столбце 5 табл. 2. Из приведенных данных следует, что оптические характеристики нового автоколлиматора находятся на том же уровне, что и у цифрового фотоэлектрического автоколлиматора TriAngle TA 500-57, но для него дополнительно нормирована погрешность определения частоты. Поэтому разрабатываемый автоколлиматор предстоит сертифицировать как средство измерений угла, частоты и угловой скорости, что позволит использовать его при аттестации стендов [7].

Для сертификации автоколлиматора как средства измерений выполняется комплекс метрологических работ, включающий:

- определение и нормирование статических и динамических характеристик средства измерений в соответствии с [8];
- разработку методик контроля статических и динамических характеристик средства измерений;
- проведение испытаний автоколлиматора с целью утверждения типа средства измерений;
- внесение автоколлиматора в Федеральный информационный фонд средств измерений (Госреестр).

Такие средства измерений могут применяться при решении широкого круга задач контроля аппаратуры в динамическом режиме, в том числе:

- определение и контроль характеристик поворотных устройств и других имитаторов движения;
- непосредственный контроль характеристик навигационной аппаратуры (например, при оценке параметров систем стабилизации).

Заключение

1. Проведен анализ измерительных задач, связанных с контролем динамических характеристик высокоточной навигационной аппаратуры и имитаторов движения, и показана необходимость разработки методов и средств измерений параметров в динамическом режиме.

2. Разработан оптический метод, позволяющий определять динамические характеристики поворотных устройств. Приведенные результаты его опробования показывают его высокую точность. Однако для применения метода при контроле аппаратуры и аттестации имитаторов движения необходимо использовать приборы, сертифицированные на измерения в динамическом режиме.

3. Разработка цифрового динамического автоколлиматора и его сертификация как средства измерений угла, частоты и угловой скорости позволит обеспечить решение широкого круга задач контроля навигационной аппаратуры и имитаторов движения в динамическом режиме.

Литература

[1] ГОСТ Р 8.568–2017. Аттестация испытательного оборудования. Основные положения.

[2] ГОСТ Р 51672–2000. Метрологическое обеспечение испытаний продукции для целей подтверждения соответствия. Основные положения.

[3] ГОСТ Р 8.563–2009. Методики (методы) измерений.

[4] Гороховский К. С., Яворовская Н. Л., Яковенко О. А. Опыт аттестации высокоточных имитаторов движения // Сб. тез. докл. Шестой Всероссийской научно-технической конференции «Измерения и испытания в судостроении и смежных отраслях (Судометрика 2016)». СПб., 2016. С. 125–126.

[5] Беляева В. В., Кудрявцев М. Д., Сирая Т. Н., Яворовская Н. Л. Особенности аттестации методик измерений в случае параметрического описания погрешностей // Сб. тез. докл. Шестой Всероссийской научно-технической конференции «Измерения и испытания в судостроении и смежных отраслях (Судометрика 2016)». СПб., 2016, С. 151–157.

[6] Грязин Д. Г., Кудрявцев М. Д., Яворовская Н. Л., Усачев К. Н., Беллон Ф., Реймс Д., Пердриа Ж. Опыт испытаний центрифуги C40-ST-09 Actidyn Systemes // Гироскопия и навигация. 2013. №2 (81). С. 119–124.

[7] Яворовская Н. Л., Сирая Т. Н. Проблемы метрологического обеспечения при создании навигационной аппаратуры // Сб. тез. докл. 15 Всероссийской научно-технической конференции «Метрологическое обеспечение обороны и безопасности в Российской Федерации» (п. Поведники, Московская обл.). 2024. С 2.

[8] ГОСТ 8.256–77. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерений. Основные положения

Трехстепенной имитационно-калибровочный стенд с инерциальными чувствительными элементами по трем осям вращения

Д.М. Калихман
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
lidkalihman@yandex.ru

Е.А. Депутатова
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
deputatova@bk.ru

Н.В. Тараканов
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» –
«ПО «Корпус»
Саратов, Россия
Nikolaytarakanov87@gmail.com

Ю.В. Чеботаревский
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Саратов, Россия

В.М. Никифоров
АО «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия
v.m.nikiforov@gmail.com

***Аннотация*—В докладе исследуется схемотехническое решение построения малогабаритного трехстепенного имитационно-калибровочного стенда с волоконно-оптическим гироскопом в качестве инерциального чувствительного элемента по вертикальной оси вращения, совершающей управляемый разворот с заданной угловой скоростью, с двумя парами линейных акселерометров, включенных в контуры управления по двум другим осям, и с процессором в контуре автоматического управления стендом.**

Ключевые слова—прецизионный поворотный имитационно-калибровочный стенд, процессор, волоконно-оптический гироскоп, линейный акселерометр, система автоматического управления.

I. Введение

В современной навигационной технике технологии бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) получили широкое распространение [1, 2]. Не менее актуальным вопросом является развитие испытательного оборудования для контроля навигационных приборов, являющихся инерциальными чувствительными элементами (ИЧЭ) БИНС [3]. Измерители угловой скорости (ИУС) различного класса и принципа действия, входящие в состав БИНС, повышают свои точностные и уменьшают габаритно-массовые характеристики и энергопотребление практически ежегодно [2]. Кроме того, в большинстве случаев цифровые системы управления (ЦСУ) [4–8] стали применяться в ИЧЭ, входящих в состав современных БИНС. В связи с этим актуальной задачей является создание не только одноосных калибровочных стендов с ИЧЭ для контроля ИУС по погрешности масштабного коэффициента с цифровыми системами управления, но и трехосных имитационно-калибровочных стендов, построенных по такому же принципу, для испытания как отдельных ИУС, так и БИНС на их основе [3, 9–16].

Трехстепенный малогабаритный стенд с волоконно-оптическим гироскопом (ВОГ) в качестве ИЧЭ по вертикальной оси вращения (оси тангажа) позволит осуществлять как калибровку ИУС любого класса и принципа действия, так и исследовать сам ИУС и малогабаритную БИНС на его основе, при действии программных движений, задаваемых по всем трем осям вращения стенда [3, 15, 16]. Связано это с тем, что современные ВОГ достигли навигационного класса точности по погрешности масштабного коэффициента и нулевого сигнала, что позволяет на их основе создавать высокоточные системы автоматического управления, к которым и относятся стенды с ИЧЭ. Основным недостатком ВОГ как чувствительного элемента БИНС являются его достаточно большие габариты, определяемые диаметром катушки, что серьезно ограничивает возможности формировать на его основе, например, БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей, а также существенная зависимость прибора от температурных возмущений. Но для построения стендов с ИЧЭ на основе ВОГ по оси тангажа эти недостатки не имеют определяющего значения. Трехстепенные имитационно-калибровочные стенды, построенные по указанному принципу, рассматривались авторами в работах [3, 15, 16] и докладывались на Международной конференции по интегрированным навигационными системам [15].

Отличие предлагаемого схемотехнического решения построения имитационно-калибровочного стенда от ранее разработанных состоит в том, что по осям рыскания (Р) и вращения (В) устанавливается по паре линейных акселерометров, включенных в контур системы автоматического управления (САУ) стендом. В ранее рассматриваемых схемотехнических решениях построения стендов управление колебательными движениями осей осуществлялось от индукционных датчиков угла. В предлагаемой САУ трехстепенным имитационно-калибровочным стендом могут быть использованы как ВОГ, так и любые линейные акселерометры, среднего и навигационного класса точности в зависимости от решаемой стендом задачи.

II. Преимущества предлагаемого технического решения перед ранее разработанными

Предлагаемое техническое решение имеет ряд преимуществ перед ранее разработанными.

1. В ранее предлагаемых конструкциях имитационно-калибровочного трехстепенного стенда управление по осям рыскания и вращения осуществлялось по информации с индукционных датчиков угла, а обратная связь – по принципу классической следящей системы. Этот принцип был характерен как для схем с аналоговым, так и с

цифровым управлением. Введение акселерометров в контур управления позволяет существенно улучшить робастность САУ стендом по указанным осям.

2. Установленные по осям рыскания и вращения акселерометры могут быть использованы в САУ стендом в качестве наклономеров, которые позволят точно выставить углы разворота осей Р и В относительно нулевого положения, что позволит расширить функциональные возможности стенда.

3. Акселерометры в контуре управления по осям рыскания и вращения трехстепенного стенда, скомплексированные с датчиками угла по тем же осям, позволят повысить точностные характеристики стенда в режиме задания колебаний по осям Р и В.

4. В принципе, в предлагаемой схеме могут быть использованы не только линейные, но и угловые акселерометры, но данное техническое решение требует дополнительной проработки.

III. Функционально-кинематическая схема трехстепенного имитационно-калибровочного стенда с ИЧЭ и цифровым управлением

Функционально-кинематическая схема предлагаемого стенда представлена на рис. 1.

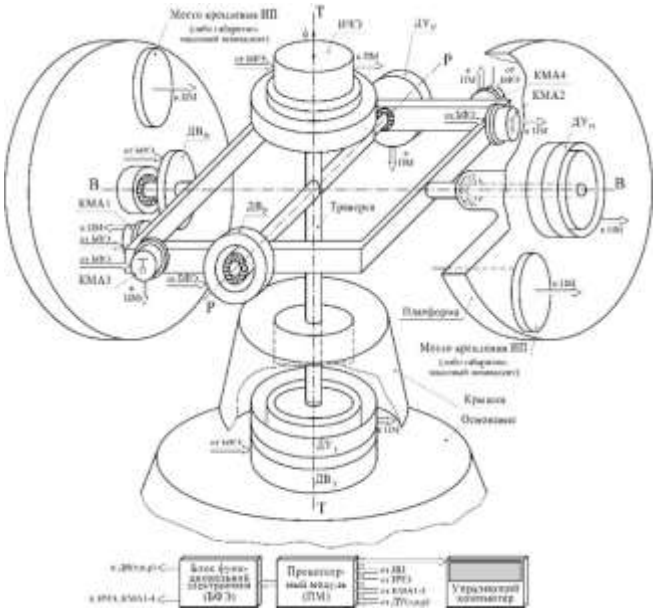


Рис. 1. Функционально-кинематическая схема трестепенного стенда с цифровой системой управления: ИП – испытуемый прибор; ИЧЭ – инерциальный чувствительный элемент; КМА – кварцевый маятниковый акселерометр; ПМ – процессорный модуль; БФЭ – блок функциональной электроники; ДУ – датчик угла; ДВ – двигатель; Т, В, Р – оси тангажа, вращения и рыскания, соответственно; $\dot{\alpha}$ – угловая скорость по оси тангажа

Вокруг наружной оси имитируется движение объекта по оси тангажа. Промежуточная и внутренняя оси карданова подвеса расположены горизонтально, и вокруг этих осей имитируются колебания объекта, возникающие в эксплуатации по осям рыскания и вращения, соответственно. Формирование законов колебания объекта, синусоидальных или случайных, по всем трем осям – тангажа (Т), рыскания (Р) и вращения (В) осуществляется процессорным модулем. Угловые колебания, возбуждаемые по осям Т, Р, В, измеряются, соответственно, датчиками угла ($ДУ_т$ $ДУ_р$, $ДУ_в$), сигналы которых передаются как в процессорный модуль, так и в компьютер, управляющий работой стенда. Инерциальный чувствительный элемент – ВОГ включен в цифровую систему управления двигателем по оси Т. По осям Р и В управление осуществляется как от пары кварцевых маятниковых акселерометров (КМА) 1–4, из которых КМА 1 и КМА 2 установлены по оси Р, а КМА 3 и КМА 4 – по оси В. В систему управления сигнал идет как от акселерометров, так и индукционных датчиков угла $ДУ_р$, $ДУ_в$, комплексируется и поступает в систему автоматического управления стендом через процессорный модуль, в котором запрограммированы синтезированные цифровые регуляторы, далее через блок функциональной электроники поступает на соответствующие цифроаналоговые преобразователи, а оттуда – на приводные двигатели по соответствующей оси карданова подвеса. Сумматор, реализованный в управляющем процессоре по оси Т, сравнивает коды, пропорциональные измеренному и задающему напряжениям. Разностный сигнал с выхода сумматора поступает на цифровой регулятор, запрограммированный в процессоре и реализующий управление по оси Т, а оттуда через ЦАП на приводной двигатель по оси Т.

Таким образом, в предлагаемой схеме на двигатель наружной оси карданова подвеса (оси Т) поступают раздельные управляющие сигналы: сигнал по угловой скорости $F(\dot{\alpha})$, формируемый цепью, в которой чувствительным элементом является ИУС, и сигнал по углу $F(\alpha)$, формируемый цепью, в которой измерительным элементом является датчик угла $ДУ_т$. Анализ показывает [15], что в такой схеме точнее задается «медленное» вращение вокруг оси Т.

Таким образом, предлагаемый малогабаритный трехосный имитационно-калибровочный стенд с цифровой системой управления по трем осям карданова подвеса может реализовать вращение с высокой точностью по оси тангажа (Т), вокруг которой также могут задаваться гармонические или случайные колебания, а также колебания вокруг двух осей Р и В, которые также могут носить как случайный, так и гармонический характер. Оси Р и В могут разворачиваться на определенные точно заданные углы относительно оси Т, которые формируются как датчиками угла, так и акселерометрами, используемыми в режиме начального разворота в качестве наклономеров, и совершать колебания по определенному закону около зафиксированного углового положения. Движения по трем осям независимы.

Стенд позволяет как калибровать измерители угловой скорости различного класса и принципа действия, так и проводить динамические испытания гироскопических приборов и малогабаритных БИНС на их основе. КМА, используемые в предлагаемой конструкции стенда, взяты в качестве примера, они могут иметь как аналоговую, так и цифровую обратную связь, но в случае использования цифровой обратной связи у акселерометров схемное решение САУ стендом будет отличаться от предлагаемого в настоящем докладе. То же относится к случаю использования в схеме угловых акселерометров.

IV. Структурная схема САУ трехстепенным имитационно-калибровочным стендом по осям рыскания и вращения

Структурная схема САУ стенда по оси *Р* показана на рис. 2.

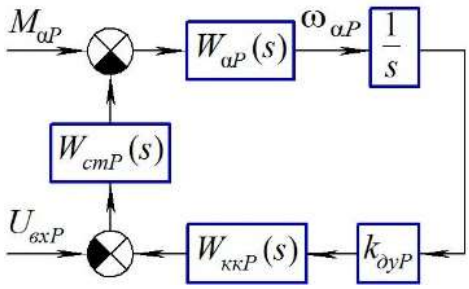


Рис. 2. Структурная схема математической модели стенда по оси *P* с датчиком угла и с аналоговой системой управления

На рис. 2 указаны следующие передаточные функции:

– подвижной части стенда, имеющей степень свободы относительно оси Р:

$$W_{\alpha P}(s) = \frac{1}{I_{\alpha P} \cdot s^2 + n_{\alpha P} \cdot s}, \qquad (1)$$

где $I_{\alpha P}$ – момент инерции, $I_{\alpha P}$ = 245 *гсмс*^{2}; $n_{\alpha P}$ – коэффициент демпфирования, $n_{\alpha P}$ = 40 *гсмс*;

– корректирующего контура по оси Р:

$$W_{ккP}(s) = \frac{k_{ккP} \cdot s}{(T_{ккP} \cdot s + 1)^2}, \qquad (2)$$

где $k_{ккP}$ – коэффициент передачи, $k_{ккP}$ = 50; $T_{ккP}$ – постоянная времени, $T_{ккP} = 10^{-5}$ *с*;

– двигателя в канале стабилизации по оси Р:

$$W_{cmP}(s) = \frac{k_{cmP} \cdot (T_{cm1P} \cdot s + 1)}{s \cdot (T_{cm2P} \cdot s + 1) \cdot (T_{cm3P} \cdot s + 1)}, \qquad (3)$$

где k_{cmP} – коэффициент передачи, k_{cmP} = 1000 *гсм*/(*В*·*с*); T_{cm1P}, T_{cm2P}, T_{cm3P} – постоянные времени, T_{cm1P} = 0,5 *с*, $T_{cm2P} = 5 \cdot 10^{-3}$ *с*, $T_{cm3P} = 5 \cdot 10^{-4}$ *с*.

На рис. 2 обозначено: $U_{вхP}$ – входное напряжение, *В*; $M_{\alpha P}$ – сумма возмущающих моментов по оси Р, *гсм*; $\omega_{\alpha P}$ – угловая скорость, *рад*/*с*; $k_{дуP}$ – коэффициент преобразования датчика угла, $k_{дуP}$ = 2,1 *В*/*рад*.

Рассмотрим цифровой контур стабилизации стенда по оси Р с датчиком угла и акселерометрами в качестве ИЧЭ, структурная схема которого изображена на рис. 3.

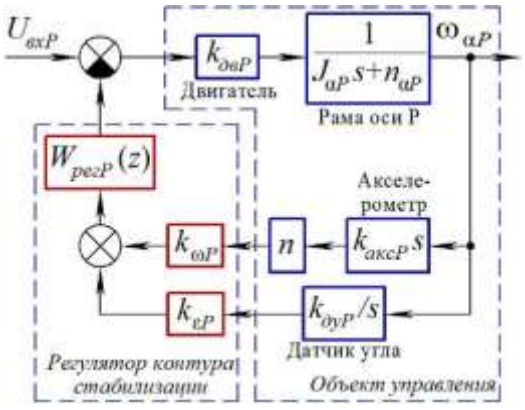


Рис. 3. Структурная схема математической модели стенда по оси *P* с датчиком угла, акселерометрами и цифровой системой управления

На рис. 3 для простоты не показаны внешние возмущающие воздействия, кроме входного $U_{вхP}$, а также не учтены динамика двигателя и контура с акселерометрами. Такое упрощение является вполне оправданным [7, 9–11], так как постоянные времени данных функциональных элементов на несколько порядков меньше постоянной времени подвижной части стенда – рамы оси Р с закрепленными на ней элементами.

На рис. 3 помимо введенных ранее обозначено: $k_{двP}$ – коэффициент передачи двигателя в контуре стабилизации; $W_{регP}(z)$ – дискретная передаточная функция регулятора; $k_{\omega P}$, $k_{\varepsilon P}$ – коэффициенты передачи каналов управления по сигналам *n* (*n*=2) акселерометров и датчика угла; $k_{акcP}$ – коэффициент передачи акселерометра.

Методика расчета цифрового регулятора контура стабилизации аналогична приведенной в [10]. На рис. 4 приведены результаты математического моделирования работы стенда, а именно, графики переходных процессов угловой скорости оси Р трехстепенного стенда с аналоговой и с цифровой системами управления и с каналами управления по сигналам датчика угла и пары акселерометров.

Из анализа графиков, видно, что обе САУ стенда устойчивы, качественно меняется лишь величина перерегулирования (25% для аналоговой САУ и 3% для цифровой), что не ухудшает качество регулирования.

Расчет контура управления стенда по оси В с акселерометра и с цифровой системой здесь не приводится, т.к. он аналогичен построению САУ для оси Р.

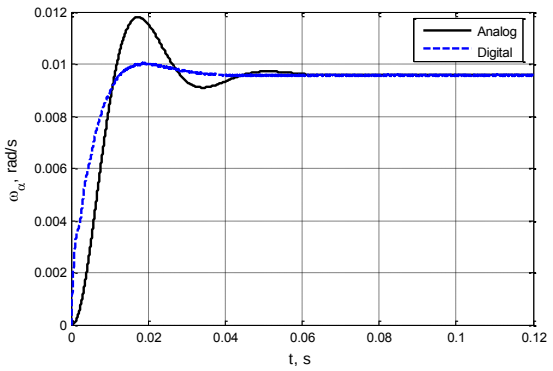


Рис. 4. Графики переходных процессов угловой скорости оси *P* трехстепенного стенда с аналоговой и с цифровой системами управления

V. Выводы

Синтез цифровых регуляторов позволяет сделать более гибкой саму структуру стенда, обеспечивая быструю адаптацию к любому типу инерциального чувствительного элемента, задавать не только постоянные и гармонически изменяющиеся входные воздействия, но и воздействия, изменяющиеся по любому закону, формируемому управляющим компьютером. Смена инерциального чувствительного элемента может реализовываться без изменения конструкции, а регулятор системы управления двигателем программируется под каждый инерциальный чувствительный элемент и выбор его осуществляется алгоритмически. Применение акселерометров по осям Р и В стенда позволяют повысить точностные характеристики САУ по указанным осям, улучшить качество управления и, соответственно, ее робастные свой-

ства. Разработка и применение такого стенда существенно снижает затраты на стендовое оборудование и позволяет изготавливать его на предприятиях, специализирующихся на изготовлении инерциальных чувствительных элементов.

Характеристики стенда: масса стенда – не более 50 *кг*; нестабильность задаваемой угловой скорости по оси Т – не ниже 10^{-4} °/*с*; амплитуда задаваемых гармонических или случайных колебаний по каждой из трех осей – не более 10° с точностью позиционирования относительно углового положения – несколько угловых минут.

При использовании прецизионных измерителей угловой скорости как инерциальных чувствительных элементов в системе управления по оси Т нестабильность задаваемой угловой скорости при калибровке испытуемых приборов может быть повышена до 10^{-6} °/*с*. Точностные характеристики стендового оборудования, разрабатываемого по предлагаемому направлению улучшаются параллельно с совершенствованием и улучшением точностных характеристик БИНС и входящих в их состав ИЧЭ, а повышение мощности процессорной техники позволяют совершенствовать цифровые регуляторы, применять практически любые алгоритмы фильтрации и обработки сигналов, поступающих в САУ стенда с применяемых ИЧЭ, и, соответственно, улучшать робастные свойства САУ стендом.

Литература

[1] Измайлов, Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП», № 1, 2010. С. 27–35.

[2] Ривкин, Б.С. Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом. Выпуски 1–8. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2017–2023.

[3] Калихман, Д.М. Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов / Под общ ред. акад. В.Г. Пешехонова СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2008. 296 с.

[4] Бесекерский, В.А. Теория систем автоматического регулирования / Е.П. Попов. М.: Наука, 1975. 767 с.

[5] Изерман, Р. Цифровые системы управления. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 541 с.

[6] Куо, Б. Теория и проектирование цифровых систем управления. Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1986. 446 с.

[7] Садомцев, Ю.В. Конструирование систем управления с обратной связью по критериям точности и грубости. Саратов: СГТУ, 2003. 297 с.

[8] Федоров, С.М. Автоматические системы с цифровыми управляющими машинами / А.П. Литвинов. М., Ленинград: «Энергия», 1965.

[9] Депутатова, Е.А. Цифровая стабилизация движений прецизионных управляемых оснований с инерциальными чувствительными элементами. Часть 1. Применение поплавкового измерителя угловой скорости / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. №1. 2011. С. 120–132.

[10] Депутатова, Е.А. Цифровая стабилизация движений прецизионных управляемых оснований с инерциальными чувствительными элементами. Часть 2. Применение поплавкового измерителя угловой скорости и маятниковых акселерометров / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. №2. 2011. С. 131–146.

[11] Депутатова, Е.А. Прецизионные поворотные стенды нового поколения с инерциальными чувствительными элементами и цифровым управлением / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. №2. 2014. С. 130–146.

[12] Калихман, Д.М. Разработка концепции проектирования класса прецизионных мехатронных стендов, использующих инерциальные чувствительные элементы, скомплексированные с высокоточными датчиками угла / Е.А. Депутатова [и др.] // Сборник материалов XXIX Санкт-Петербургской МКИНС, 2022. С. 212–217.

[13] Калихман, Д.М. Концепция проектирования класса прецизионных поворотных стендов с инерциальными чувствительными элементами в цепи обратной связи / Е.А. Депутатова [и др.] // Гироскопия и навигация, 2022. Том 30. № 3. С. 41–64.

[14] Калихман, Д.М. Разработка алгоритмов управления прецизионным стендом с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления и анализ его погрешностей / Е.А. Депутатова [и др.] // Известия ТулГУ. Технические науки, 2023. № 9. С. 66–80.

[15] Калихман, Д.М. Трехосный имитационно-калибровочный универсальный стенд с цифровой системой управления для контроля гироскопических приборов / Л.Я. Калихман [и др.] // Сборник материалов XIX Санкт-Петербургской МКИНС, 2012. С. 91–94

[16] Калихман, Д.М. О возможности создания 3-степенного имитационно-калибровочного стенда с волоконно-оптическим гироскопом в качестве инерциального чувствительного элемента по вертикальной оси вращения / Л.Я. Калихман [и др.] // Авиационная промышленность, 2008. № 1. С. 11–17.

Методы калибровки QD-солнечного датчика для ориентации малых космических аппаратов

Н.А. Кизь
ООО «Геоскан»,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0009-0000-4705-2703

***Аннотация*—В настоящей работе исследованы и адаптированы под новую модель измерений существующие методы калибровки солнечного датчика для решения задач ориентации и стабилизации малых космических аппаратов. Реализован метод определения области видимости датчика. Синтезирован алгоритм, основывающийся на предложенной модели измерений и предположении о линейности калибровочных данных. Проведен сравнительный анализ исследованных алгоритмов.**

Ключевые слова—калибровка, малый космический аппарат, солнечный датчик, система ориентации, угол обзора, модель измерений, вектор направления на Солнце, вектор ориентации.

I. Введение

Солнечный датчик четырехдиодного типа (QD, Quadrant Detector) – основной узел в сенсорной части системы ориентации и стабилизации малых космических аппаратов (МКА) стандарта CubeSat, которые используются для решения различных научных, исследовательских и образовательных задач. Для стабильной работы данной системы ориентации требуется разработать алгоритм калибровки датчика, благодаря которому модуль ориентации спутника сможет определять вектор направления на Солнце (вектор ориентации).

Данный вектор находится в системе координат солнечной панели, на которую монтируется датчик. Геометрическая схема данного устройства представлена на рисунке 1. Рассматриваются две системы координат: X_v, Y_v, Z_v – координатные оси в система координат (СК) панели, X, Y, Z – координаты вектора ориентации в ней; x_s, y_s – координатные оси в СК датчика, x, y – координаты центра светового пятна в ней.

Каждый из фотодиодов датчика фактически является координатной четвертью в своей СК и отмечен цифрами 1–4 на рис. 1.

В индустрии МКА задача калибровки в основном решается для другого типа датчиков [1, 2]. Существуют работы, например [3], исследующие проблему для QD-датчиков. Недостатком существующих решений является модель измерений, где параметры вектора ориентации представляются в виде двух углов в сферической системе координат.

В работе предложена альтернативная модель измерений, благодаря использованию которой удалось разработать новый алгоритм калибровки, а также адаптировать известные ранее методы.

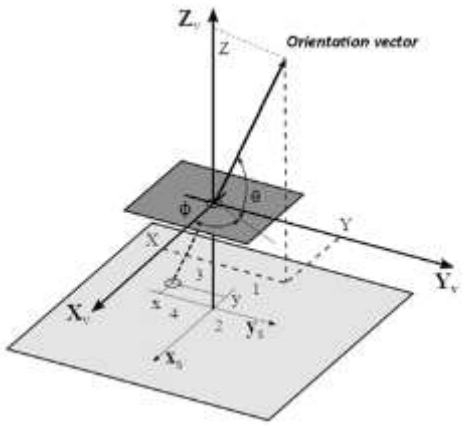


Рис. 1. Геометрическая схема датчика

II. Постановка задачи

Исходные данные – цифровые аналоги интенсивности падающего света на каждый из фотодиодов датчика. По данным показаниям требуется определять вектор направления на Солнце со средней точностью не менее 1° в пределах его области видимости. Процесс калибровки представляет из себя поиск преобразования координат центра светового пятна солнечного датчика в координаты вектора ориентации на основе выборки данных, полученных с помощью двухосевого поворотного устройства. Координаты центра светового пятна x, y на рисунке 1 определяются с помощью формул (1):

$$x = \frac{(I_2 + I_4) - (I_1 + I_3)}{\sum_{i=1}^{4} I_i}$$
$$y = \frac{(I_1 + I_2) - (I_3 + I_4)}{\sum_{i=1}^{4} I_i}, \quad (1)$$

где I_i – цифровой показатель интенсивности света на соответствующих фотодиодах.

В выбранной модели измерений вектор направления на Солнце $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T$ является единичным, поэтому задачу можно свести к поиску двух его координат и представить в виде (2):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{A} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где A – некоторое преобразование, вид которого зависит от выбранного метода калибровки.

III. Определение области видимости датчика

Область видимости датчика определяется как предельный зенитный угол отклонения от нормали к датчику, при котором уровень ошибки между реальным вектором направления на источник света и вектором, полученным посредством алгоритма, будет не более требуемой величины. Экспериментально было доказано, что датчик имеет лучшую точность измерений при малых зенитных углах, при его увеличении уровень ошибки возрастает. Уровень ошибки – абсолютная угловая величина, определяется с помощью формулы (3):

$$error = \cos^{-1}(\mathbf{V}_{real} \cdot \mathbf{V}_{pred}), \quad (3)$$

где $\mathbf{V}_{real}$ – вектор реальной ориентации, $\mathbf{V}_{pred}$ – результат применения алгоритма на основе калибровочных характеристик.

Область видимости датчика – область, в которой преобразование A однозначно. Она ограничивается зенитным углом поворота датчика относительно источника света. Поворотное устройство, с помощью которого проводились эксперименты, позволяет получить зависимость координат центра светового пятна датчика от координат вектора направления на источник света, т. е. искомое преобразование A является обратным тому, которое можно сформировать на основе выборки данных. Исходя из этого, для предварительного анализа области видимости можно ввести вспомогательную функцию (4):

$$f_{FOV} = r(R), \quad (4)$$

где r – модуль радиус-вектора, составленного из координат центра светового пятна (x, y), R – модуль радиус-вектора, составленного из двух компонент вектора ориентации (X, Y).

Данная функция упрощает поиск области видимости датчика, т. к. сводит его к исследованию функции одной переменной. Можно предположить, что для определения границы области видимости достаточно найти точку локального экстремума функции (4). Ввиду неоднородности свойств датчика в разных направлениях, требуется сделать серию измерений при различных азимутальных углах и найти минимальное значение R, при котором одна из функций (4) принимает максимальное значение. Затем можно найти зенитный угол, соответствующий этому значению. Результаты предварительного анализа области видимости представлены на рисунке 2.

Для более строго определения области видимости датчика требуется анализировать градиенты функций зависимости каждой из координат центра светового пятна датчика (x, y) от координат вектора ориентации (X, Y). На рисунках 3 – 4 частично показаны результаты данного анализа для двух солнечных датчиков: датчика без каких-либо дефектов, и датчика, получившего дефект в процессе производства солнечных панелей.

Отдельно рассматриваются две функции: $x = f_1(X, Y)$ и $y = f_2(X, Y)$.

Для каждого из лабораторных измерений находится градиент данных функций в точке. Затем ищется направление среднего градиента (на рисунках представлен в виде красного вектора, отмасштабирован для наглядности).

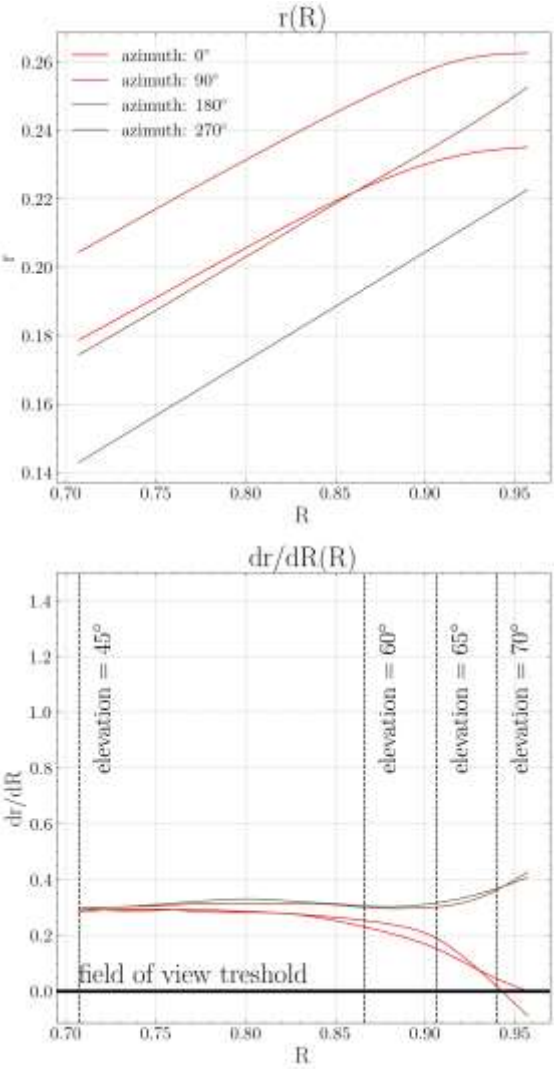


Рис. 2. Результаты предварительного анализа области видимости датчика

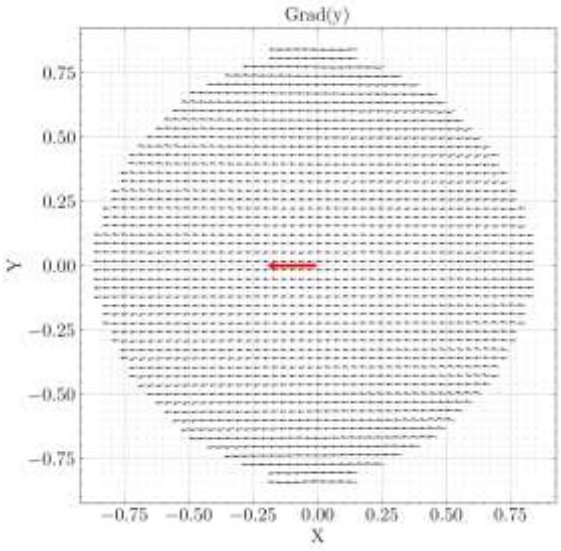


Рис. 3а. Градиенты функции f_2 для датчика без дефектов

Затем можно найти угол между градиентом в каждой точке и вектором среднего градиента. Увеличение угла между данными векторами говорит о приближении к локальному экстремуму функции, что в данном случае можно интерпретировать как границу области видимости.

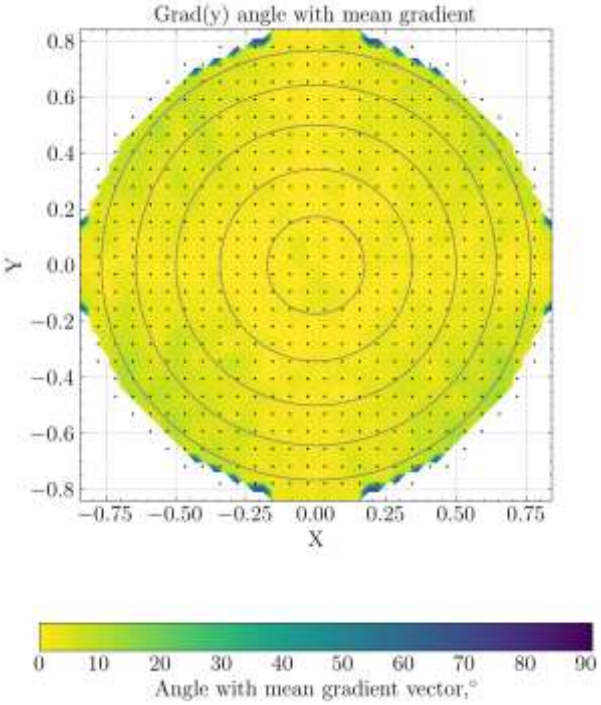


Рис. 3б. График угла между градиентом функции в каждой точке и средним градиентом для датчика без дефектов

Концентрическими окружностями на графике распределения углов между градиентами в точках и средним градиентом обозначены уровни зенитного угла с шагом в 10°. Именно он определяет область видимости. В случае датчика с дефектом можно наблюдать сокращение области видимости до конуса с углом менее 50°. В то же время область видимости датчика без дефектов значительно больше. В данной работе данные с дефектных датчиков не используются.

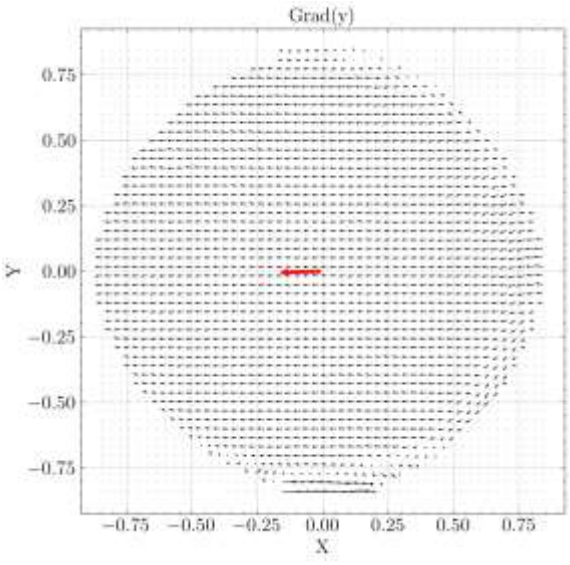


Рис. 4а. Градиенты функции f_2 для датчика, получившего дефект при производстве

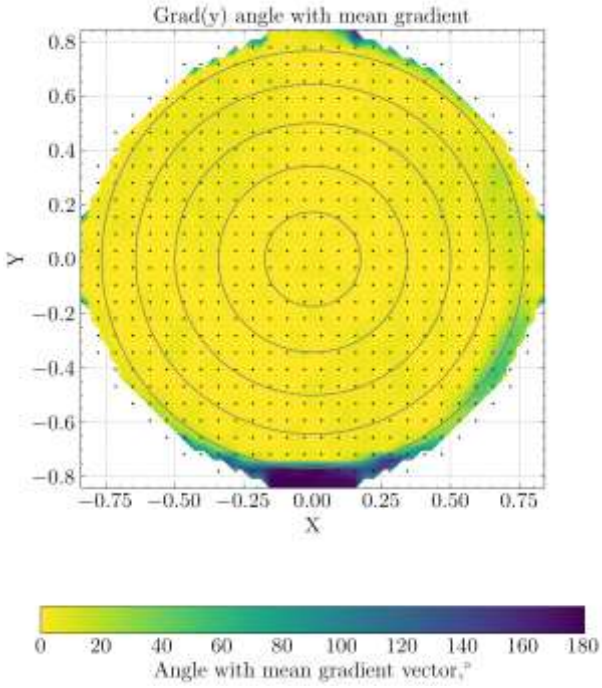


Рис. 4б. График угла между градиентом функции f_2 в каждой точке и средним градиентом для датчика, получившего дефект при производстве

IV. Исследование алгоритмов калибровки

A. *Алгоритм на основе линейного преобразования*

Вследствие относительной линейности калибровочных данных имеет место предположение, что преобразование A можно с достаточной точностью представить в виде (5):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} x + x_c \\ y + y_c \end{bmatrix}, A \in \mathbb{R}^{2\times 2}, \quad (5)$$

где x_c, y_c – координаты линейного смещения СК датчика относительно СК солнечной панели, оно возникает из-за погрешностей при монтаже.

Для определения коэффициентов матрицы A составим систему уравнений на основе выборки данных с поворотного устройства (6):

$$\begin{cases} X_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot y_1 + a_{21} \cdot 0 + a_{22} \cdot 0 + x_c \cdot 1 + y_c \cdot 0 \\ Y_1 = a_{11} \cdot 0 + a_{12} \cdot 0 + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot y_1 + x_c \cdot 0 + y_c \cdot 1 \\ \vdots \\ X_n = a_{11} \cdot x_n + a_{12} \cdot y_n + a_{21} \cdot 0 + a_{22} \cdot 0 + x_c \cdot 1 + y_c \cdot 0 \\ Y_n = a_{11} \cdot 0 + a_{12} \cdot 0 + a_{21} \cdot x_n + a_{22} \cdot y_n + x_c \cdot 0 + y_c \cdot 1 \end{cases}, \quad (6)$$

где X_i, Y_i – данные о векторе направления на источник света, полученные при помощи поворотного устройства, x_i, y_i – данные о координатах центра светового пятна датчика, a_{jk} – коэффициенты матрицы A.

Данная система переопределена она решается численно методом наименьших квадратов. Результатом калибровки каждого датчика является вектор из 6 значений:

$$[a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, x_c, y_c]^T$$

Проверка результатов осуществляется на тестовой выборке данных, не участвующих в калибровке.

Данный алгоритм обеспечивает точность в пределах 1.2–2°.

Пример графика зависимости уровня ошибки от углов падения света на датчик представлена на рисунке 5.

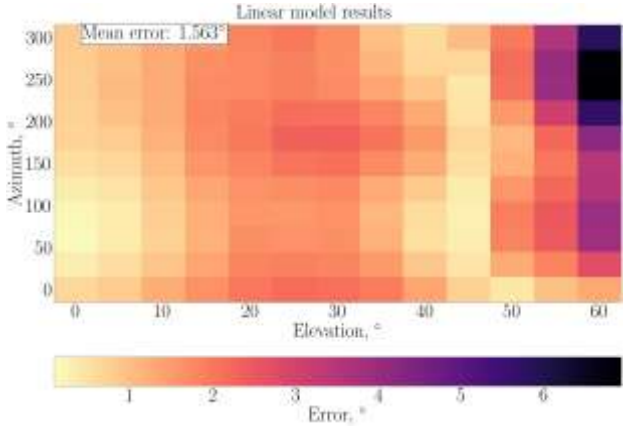


Рис. 5. Результаты проверки точности алгоритма на основе линейного оператора

B. Алгоритм на основе геометрического преобразования

В работах [1, 2] исследуется метод калибровки, основанный на геометрическом преобразовании входных данных, связывающем две СК: датчика и солнечной панели спутника.

Адаптируя данный метод под выбранную модель измерений, можно прийти к следующему виду этого преобразования (7):

$$X = \sin^{-1}\left(\tan^{-1}\left(\left(\frac{x_c^* - x}{d_0}\right)\cdot\cos\beta_0\right) + \alpha_0\right)$$

$$Y = \sin^{-1}\left(\tan^{-1}\left(\left(\frac{y_c^* - y}{d_0}\right)\cdot\cos\alpha_0\right) + \beta_0\right)$$

$$\begin{bmatrix} x_c^* \\ y_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_0 & -\sin\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 & \cos\varphi_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где d_0 - расстояние между маской датчика на солнечной панели и фотодиодными элементами, $\alpha_0, \beta_0, \varphi_0$ – углы Эйлера, описывающие угловые смещения между СК.

Угловые смещения между данными СК пренебрежимо малы, что доказывается минимальной разницей в точности между моделью, где данные углы используются, и моделью, где они обнулены (0.9–1.6° против 0.9–1.8°).

Пример графика уровня ошибки для модели без угловых смещений представлен на рисунке 6.

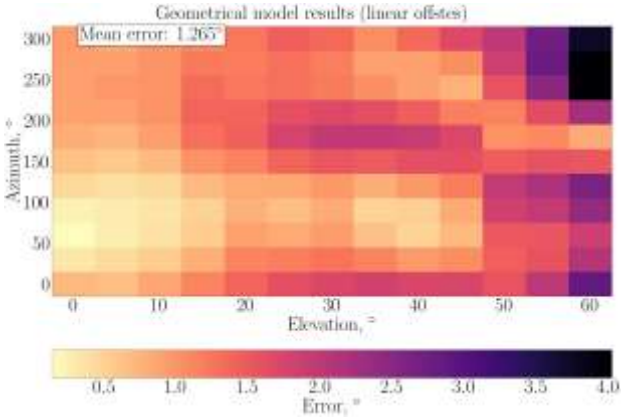


Рис. 6. Результаты проверки точности алгоритма на основе геометрической модели

C. Алгоритм на основе полиномиальной регрессии

Одним из наиболее эффективных методов решения данной задачи, широко используемым в научных работах [1–4], является алгоритм на основе мультивариабельной полиномиальной регрессии с квадратичной функцией потерь. Преобразование в данном случае принимает вид (8):

$$X = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} c_{ij}^X x^i y^j$$

$$Y = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} c_{ij}^Y x^i y^j, \quad (8)$$

где c_{ij_x}, c_{ij_y} – коэффициенты полинома, n – его степень.

При использовании полинома 3 степени результаты удовлетворяют требованиям к калибровке по параметру точности. При увеличении степени полинома точность модели растет несущественно (уровень ошибки для $n = 3$ находится в диапазоне 0.21 – 0.59°, для $n = 4$ – в диапазоне 0.18 – 0.43°), при этом рост общего количества коэффициентов, требующихся для алгоритма определения вектора направления на Солнце, носит экспоненциальный характер. Это ухудшает эффективность алгоритма по памяти, т. к. требует загрузки большего количества коэффициентов в память спутника. Результаты проверки точности данной модели для одного из датчиков представлен на рисунке 7.

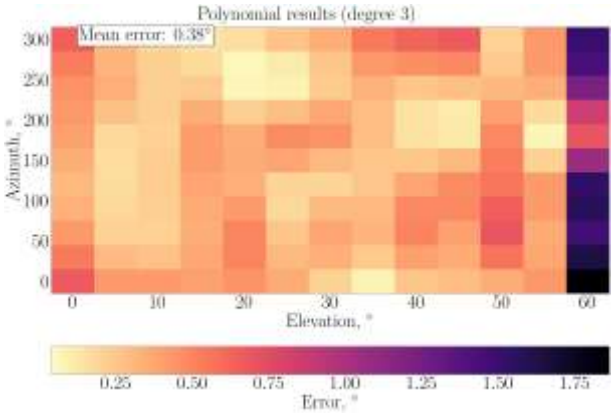


Рис. 7. Результаты проверки точности алгоритма на основе полиномиальной регрессии

V. Заключение

В ходе работы реализован метод поиска и анализа области видимости QD-солнечного датчика, синтезирован алгоритм его калибровки, основанный на предложенной модели измерений, а также адаптированы существующие методы. Наилучшими показателями точности обладает алгоритм калибровки, основанный на мультивариабельной полиномиальной регрессии. Его точность на используемом корпусе данных составляет 0.18–0.43° для полинома 4 степени и 0.21–0.59° для кубического. Все исследования проводились на основе данных с 30 датчиков, калибровка которых проводилась в процессе разработки системы ориентации для МКА ООО «Геоскан». Результаты калибровки интегрированы в систему ориентации и используются на реальных спутниках, запущенных на орбиту 5 ноября 2024 г.

Литература

[1] Дегтярев А. А., Грасси М., Перротта А., Овчинников М. Ю. Тестирование и калибровка прототипа миниатюрного солнечного датчика, разработанного на основе APS-технологии. Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2005. 30 с.

[2] Rufino G., Perrotta A., Grassi M. Laboratory test of an APS-based sensor prototype. Proceedings of the 5th International Conference on Space Optics (ICSO). 2004. Pages 551-559.

[3] Григоров П. Ю. Лабораторное исследование характеристик солнечного датчика на основе полупроводникового кристалла для системы определения ориентации микроспутников. Выпускная бакалаврская квалификационная работа. Московский физико-технический институт. 2014. 28 с.

[4] Sun Q., Gutiérrez J. L. R., Yu X. Deep Neural Network-Based 4-Quadrant Analog Sun Sensor Calibration. Space: Science & Technology. 2023. 13 pages.

Разработка методики и исследование эксплуатационных и функциональных характеристик микроэлектромеханических датчиков

Л.С. Челышев
Институт НМСТ,
Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»
Москва, Россия
leonid.chelyshev@live.ru

С.П. Тимошенков
Институт НМСТ,
Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»
Москва, Россия
spt111@mail.ru

***Аннотация*—В докладе описывается метод изучения характеристик МЭМС-акселерометров с получением данных смещения нуля, масштабного коэффициента, и температурных зависимостях.**

Ключевые слова—МЭМС, измерение, акселерометры, выходная характеристика ускорения, точность.

I. Введение

Важным фактором, определяющим точность функционирования МЭМС, выступает воздействие температуры и механических нагрузок. Температурные колебания способны вызывать значительные изменения физико-механических свойств материалов, работе электроники, применяемых в МЭМС, что приводит к отклонениям и снижению эксплуатационной надежности. В связи с этим изучение термодинамических процессов, протекающих в МЭМС, приобретает важное значение для правильной интерпретации их рабочих параметров.

В Российской Федерации ведутся исследования в области разработки МЭМС-устройств, однако их развитие сопряжено с рядом технологических ограничений. В частности, отсутствие современных методик контроля температурных параметров МЭМС-датчиков затрудняет оперативную и точную оценку качества выпускаемой продукции, что может приводить к невыявленным погрешностям при их эксплуатации.

II. Разработка системы автоматизированных проверок

Для проведения исследований функциональных и эксплуатационных характеристик МЭМС-акселерометров необходимо создать систему, отвечающую нескольким параметрам:

1. В системе должно присутствовать тестируемое изделие, отвечающее современным тенденциям и имеющим соответствующие характеристики.
2. На изделие должны оказываться определенные воздействия для изменения результата выходного сигнала тестируемого изделия. Необходимо иметь возможность понимать на любом этапе эксперимента какое воздействие оказывается на датчик. Для удобства должна быть создана стандартная методика проверки, а также добавлена возможность проведения экспериментов в «ручном» режиме, где оператор сам выбирает воздействующие в определенный момент на датчик воздействия.
3. Полученные данные должны быть получены системой без их потерь. В связи с наличием различных вариантов данных, отправляемых современными датчиками, система должна быть способна принимать любые из них, либо большинство из используемых.
4. Оператор или разработчик должен получать данные на повсеместно-используемое оборудование (ПК или любой другой ЭВМ) по совместимому интерфейсу. При этом для повышения удобства использования системы во время проведения эксперимента должна быть возможность мониторинга его протекания.
5. При этом полученная на ЭВМ информация должна пройти преобразования и быть готовой к дальнейшему анализу в удобном для оператора (разработчика) формате.

Двухосевой поворотный стенд с ЧПУ необходим для выявления ускорения свободного падения (g) и, после анализа, получение характеристик выходного сигнала акселерометра или гироскопа. При этом габариты и характеристики поворотного стенда позволяют использовать его внутри камеры тепла и холода, что дает возможность в автоматизированном режиме снимать данные изнутри при влиянии различных температур. Наклонный лифт с ЧПУ может оказать воздействие большее, нежели ±g и отследить изменение масштабного коэффициента.

Модуль управления необходим для снятия параметров тестируемых акселерометров и задаче алгоритма проверки в интерпретируемой стендом и лифтом информацией. При этом также необходимо иметь возможность сохранять и передавать данные на ЭВМ для дальнейшего анализа поведения тестируемых датчиков.

На рис. 1 показано подключение рабочего места испытаний.

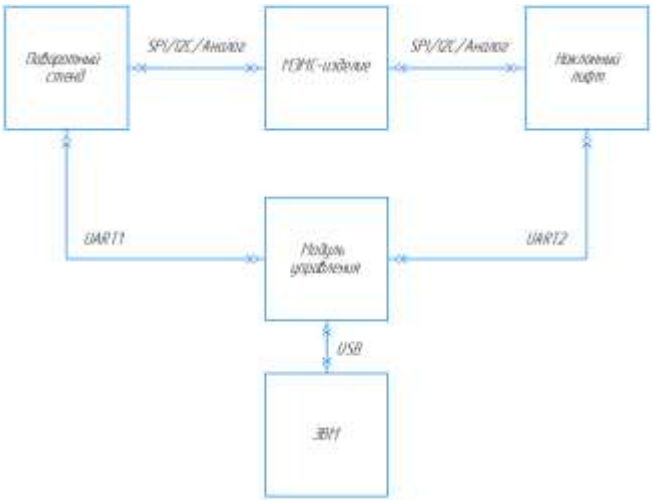


Рис. 1. Структурная схема разработанного решения

III. Проведение экспериментов

Были определен исследуемый акселерометр: аналоговый ADXL335, для него был созданы алгоритм проверки и вычислены характеристики.

Вначале необходимо привести напряжение, полученное от датчика в ускорение. Для этого воспользуемся формулой:

$$A = \frac{A_v - V_{0g}}{S_{en}} * 1000 \quad (1)$$

где A – ускорение в mg, Av – ускорение в вольтах, Vog – напряжение при нулевом g, Sen – чувствительность осей. По документам на ADXL335 Vog = 1,5V, Sen = 300 mV/g.

Среднее смещение нуля для акселерометров:

– для первого образца:

A_{offX} = 188,8475, A_{offX} = 217,9334722, A_{offX} = 213,3153333;

– для второго образца:

A_{offX} = 263,9681667, A_{offX} = 210,9816389,

A_{offX} = 298,083037.

Средний максимум:

– для первого образца:

A_{maxX} = 1081,964167, A_{maxX} = 1102,893861,

A_{maxX} = 1135,834;

– для второго образца:

A_{maxX} = 1072,196, A_{maxX} = 1131,927694,

A_{maxX} = 1135,908296.

Для оценки работы датчика, влияющих вибраций было получено стандартное отклонение от среднего в выборке данных.

СКО по осям X, Y, Z для ADXL335, двух образцов и нормальной температуры (+20 в работающей термокамере):

– для первого образца:

s_{1x}= 23,524 mg, s_{1y}= 13,6151 mg, s_{1z}= 13,2915 mg;

– для второго образца:

s_{2x}= 22,2049 mg, s_{1y}= 14,6568 mg, s_{2z}= 11,5348 mg.

Полученные данные говорят о сравнительно низком уровне шума, характерным для состояния покоя, стабильном выходном сигнале и минимальных его изменениях. Ось Y имеет большее относительно других осей СКО, однако это обусловлено тем, что данные для этой оси беруться не из состояния покоя, а во время движения на максимуме ускорения (13400-15400 измерения из 24000). Для остальных осей были выбраны большие диапазоны, 12000 для оси X, 9000 для Z.

Для этого вычислим СКО для разницы реальных и смоделированных данных для A, $A_{итог}$:

S_{A1X} = 169,1904233 mg, S_{A1Y} = 249,4242765 mg,

S_{A1Z} = 280,2979866 mg.

S_{A2X} = 251,8298834 mg, S_{A2Y} = 254,901225 mg,

S_{A2Z} = 361,6492017 mg.

$S_{Aитог1X}$ = 26,30828309 mg, $S_{Aитог1Y}$ = 12,42640397 mg, $S_{Aитог1Z}$ = 14,82111543 mg.

$S_{Aитог2X}$ = 34,04352478 mg, $S_{Aитог2Y}$ = 14,03348902 mg, $S_{Aитог2Z}$ = 15,85671757 mg.

На основании этого можно подсчитать разницу приведенных и неприведенных данных относительно ожидаемого результата:

Для образца 1, оси X: 6,43.

Для образца 1, оси Y: 20,07.

Для образца 1, оси Z: 18,91.

Для образца 2, оси X: 7,4.

Для образца 2, оси Y: 18,16.

Для образца 2, оси Z: 22,81.

Таким образом, можно сделать вывод, что произведенные действия повышают в несколько раз точность конечного результата и делают данные, получаемые от акселерометра повторяющими смоделированную ситуацию с погрешностью близкой к обычному шуму акселерометра (15-30 mg).

Одним из важнейших параметров, зачастую игнорируемых при проведении калибровки и настройки, является изменение выходного сигнала в зависимости от температурных внешних условий. В связи с этим были проведены исследования работы МЭМС акселерометров с учетом различных температурных воздействий. Был взят диапазон -40…+60^0 С, как наиболее оптимальный и используемый при профильной работе акселерометров и проведены эксперименты.

Были проведены испытания с изменением внешней температуры. Изделия были помещены в камеру тепла и холода Espec MC-811P (рис. 1–4), испытания проводились с шагом в 10° при этом после достижения заданной температуры изделие термостабилизировалось до необходимой температуры или в течении 30 мин. Получившиеся графики температурной зависимости представлены на рисунках 2–4. При этом были построены полиномиальные зависимости для определения промежуточных значений аппроксимирующей функцией.

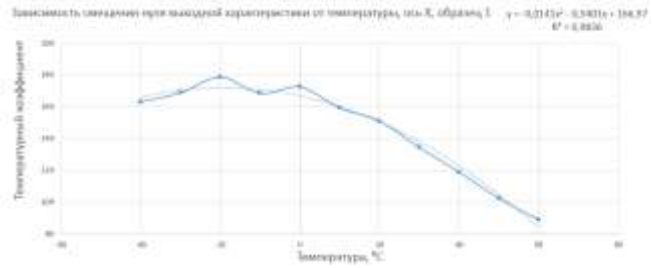


Рис. 2 Зависимость смещения нуля выходной характеристики от температуры, ось X, образец 1

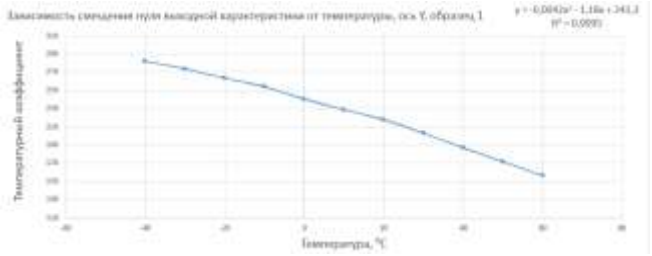


Рис. 3 Зависимость смещения нуля выходной характеристики от температуры, ось Y, образец 1

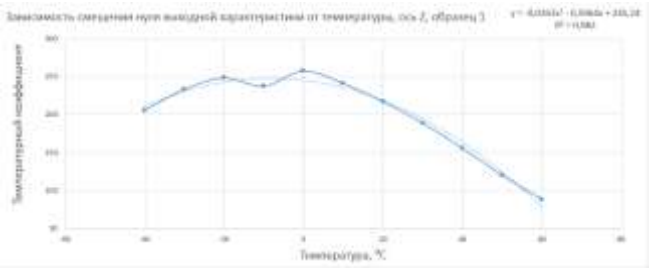


Рис. 4 Зависимость смещения нуля выходной характеристики от температуры, ось Z, образец 1

IV. Выводы

Был создан модуль для реализации разработанного алгоритма, взаимодействующий с конечными изделиями, что позволило провести исследование их работы, что в перспективе может существенно повысить качество и надежность данных устройств. Проведено экспериментальное исследование разработанной системы, созданной для автоматизированного анализа основных погрешностей МЭМС-изделий.

В целом полученных данных хватает для кратного повышения точности используемых акселерометров аналогового типа, в том числе исследуемых ADXL335. Было отмечено, что существуют общие тенденции к понижению чувствительности датчиков в зависимости от температуры. Поведение осей имеет высокую взаимную корреляцию, однако, также, имеет индивидуальные особенности. Применение автоматизированного метода проверки дало отличный результат с точки зрения скорости проверки (описываемые 24000 измерений были сняты примерно за 1 минуту.) и получаемого кратного повышения точности используемых акселерометров.

Разработанная система дает возможность высокоскоростного автоматизированного съема основных параметров МЭМС-акселерометров. Имея небольшую, сравнительно аналогичных устройств, стоимость, разработанная система имеет возможность проведение дешевых калибровок с высоким коэффициентом точность/стоимость, использоваться в обучении разработчиков микроэлектроники, быть необходимым инструментом для вычисления некачественной продукции.

Литература

[1] Кочурина, Е. С., Анчурин, С. А., Тимошенков, А. С., Боев, Л. Р., Путилов, Я. И., Нальский, А. А., Галкин, А. А., Лебедев, А. А. Автоматизация испытаний микромеханических датчиков / Е. С. Кочурина, С. А. Анчурин, А. С. Тимошенков, Л. Р. Боев, Я. И. Путилов, А. А. Нальский, А. А. Галкин, А. А. Лебедев [Текст] // Интеллектуальные системы и микросистемная техника. Научно-практическая конференция: сб. трудов. Москва : МИЭТ, 2024. С. 5-13.

[2] Филатов, Ю. В., Боронахин, А. М., Дао, В. Б., Ле, В. Ч., Подгорная, Л. Н. Исследование статистических погрешностей триады микромеханических акселерометров в режиме квазигармонических колебаний / Ю. В. Филатов, А. М. Боронахин, В. Б. Дао, В. Ч. Ле, Л. Н. Подгорная [Текст] // Гироскопия и навигация. Научно-технический журнал. — Санкт-Петербург : ЦНИИ "Электроприбор", 2016. — С. 35-46.

[3] Nemec D., Janota A., Hruboš M., Šimák V. Intelligent real-time MEMS sensor fusion and calibration / Nemec D., Janota A., Hruboš M., Šimák V. [Текст] // Intelligent Real-Time MEMS Sensor Fusion and Calibration. — : IEEE Sensors Journal, vol. 16, no. 19, 2016. — С. 7150-7160.

[4]Y. Li, J. Georgy, X. Niu, Q. Li and N. El-Sheimy, "Autonomous Calibration of MEMS Gyros in Consumer Portable Devices," in IEEE Sensors Journal, vol. 15, no. 7, pp. 4062-4072, July 2015.

[5] Shen, Sheng-Chih; Chen, Chia-Jung; and Huang, Hsin-Jung (2010) "A NEW CALIBRATION METHOD FOR LOW COST MEMS INERTIAL SENSOR MODULE," Journal of Marine Science and Technology: Vol. 18: Iss. 6, Article 5. DOI: 10.51400/2709-6998.1939

[6] Frosio I., Pedersini F., Borghese A. Autocalibration of MEMS Accelerometers / Frosio I., Pedersini F., Borghese A. [Текст] // IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT, VOL.58, NO.6., 2009. — С.

[7] Fontanella R, Accardo D, Lo Moriello RS, Angrisani L, De Simone D, MEMS Gyros Temperature Calibration through Artificial Neural Networks, Sensors and Actuators: A. Physical (2010), https://doi.org/10.1016/j.sna.2018.04.008.

Исследование стабильности коэффициента модуляции в магнитометрической системе квантового датчика вращения

В.В. Чалков
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
rztbro@gmail.com

А.Н. Шевченко
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
lab080ep@mail.com

***Аннотация*—Рассмотрена работа магнитометрической системы квантового датчика вращения. Проведен анализ влияния флуктуации коэффициента качества резонанса в ячейке при различных режимах работы на оптимальный коэффициент модуляции магнитометрической системы. Приведен анализ возможных методов стабилизации коэффициента модуляции.**

Ключевые слова—квантовый датчик вращения.

I. Вступление

Квантовые датчики вращения (КДВ), основанные на эффекте ядерного магнитного резонанса в благородных газах и парамагнитного резонанса в щелочных металлах, обладают высокой точностью, отсутствием подвижных элементов и устойчивостью к внешним воздействиям [1–4]. Одним из ключевых компонентов таких систем является магнитометрическая система, предназначенная для регистрации ларморовской прецессии атомов рабочего вещества, чувствительных к внешним магнитным полям и угловой скорости вращения основания.

Рабочие характеристики магнитометрической системы во многом определяются режимом ее инициализации, в том числе значением коэффициента модуляции η, определяющего соотношение между амплитудой переменного и постоянного магнитного поля вдоль оси чувствительности. На практике выбор η зависит от коэффициента качества резонанса ξ, который может варьироваться от запуска к запуску.

Целью работы является исследование стабильности выходных сигналов магнитометрической системы в трех различных режимах запуска, отличающихся подходом к выбору параметров модуляции.

II. Основные принципы работы магнитометрической системы

Магнитометрическая система КДВ представляет собой оптически накачиваемый атомный магнитометр, размещенный в той же ячейке, что и изотопы благородного газа (например, 131Xe). Работа системы основана на регистрации прецессии магнитного момента щелочного металла (чаще всего цезия или рубидия) в результирующем магнитном поле, включающем постоянную составляющую B_0, переменное поле модуляции $B_{rf}(t)$ и поле создаваемого прецессией макроскопического магнитного момента ансамбля атомов благородного газа. Эта прецессия регистрируется по изменению поляризации детектирующего света посредством эффекта Фарадея.

A. Влияние на чувствительность магнитометрической системы

На чувствительность магнитометрической системы существенно влияет коэффициент модуляции

$$\eta = B_0/B_{rf}. \quad (1)$$

Однако характеристики сигнала на выходе системы зависят не только от η, но и от коэффициента качества резонанса в ячейке:

$$\xi = \omega_0 \cdot \tau, \quad (2)$$

где ω_0 – ларморовская частота спинов атомов щелочного металла; τ – время когерентности атомного состояния. В свою очередь, оптимальное значение η зависит от коэффициента качества резонанса.

B. Выходной сигнал магнитометрической системы

Как уже было показано, выходной сигнал магнитометрической системы зависит от параметров модуляции η, коэффициента качества резонанса ξ в ячейке, а также от фазового сдвига между компонентами сигнала по осям *X* и *Y*, перпендикулярным к оси чувствительности датчика. С учетом фазовой разности амплитуды сигналов в каналах A_x и A_y определяются выражениями

$$A_x(\eta) \approx |\hat{A}_x{}^1(\eta) \cdot \cos(\theta_x{}^1(\eta) - \theta_\gamma{}^1(\eta))|, \quad (3)$$

$$A_\gamma(\eta) \approx |\hat{A}_\gamma{}^1(\eta) \cdot \cos(\theta_x{}^1(\eta) - \theta_\gamma{}^1(\eta))|. \quad (4)$$

Искомые выражения для амплитуд сигналов, регистрируемых на выходах магнитометрической системы $\hat{A}_x{}^1$, $\hat{A}_y{}^1$, можно представить в виде [5]:

$$\hat{A}_x{}^1 = \sqrt{[(W_0 + W_2)^2 + (Q_2 - Q_0)^2]}, \quad (5)$$

$$\hat{A}_\gamma{}^1 = \sqrt{[(W_0 - W_2)^2 + (Q_2 + Q_0)^2]}. \quad (6)$$

Тангенсы фаз $\theta_x{}^1$, $\theta_y{}^1$ этих сигналов описываются следующими зависимостями [6]:

$$\tan(\theta_x{}^1) = (W_2 + W_0) / (Q_2 - Q_0), \quad (7)$$

$$\tan(\theta_\gamma{}^1) = (W_2 - W_0) / (Q_2 + Q_0). \quad (8)$$

Входящие в формулы (5)–(8) W_0, W_2, Q_0 и Q_2 представляют собой бесконечные суммы, величины которых определяются следующими выражениями [6, 7]:

$$W_2(\eta) = \sum_n [J_n(\eta) \cdot J_{n+1}(\eta) \cdot (n + 1) \cdot \xi] / [1 + (n + 1)^2 \cdot \xi^2],$$

$$Q_2(\eta) = \sum_n [J_n(\eta) \cdot J_{n+1}(\eta)] / [1 + (n + 1)^2 \cdot \xi^2],$$

$$W_0(\eta) = \sum_n [J_n(\eta) \cdot J_{n-1}(\eta) \cdot (n + 1) \cdot \xi] / [1 + (n + 1)^2 \cdot \xi^2],$$

$$Q_0(\eta) = \sum_n [J_n(\eta) \cdot J_{n-1}(\eta)] / [1 + (n + 1)^2 \cdot \xi^2],$$

где n от $-\infty$ до ∞.

III. Варианты настройки магнитометрической системы

Поскольку ξ может изменяться от запуска к запуску, выбор параметров модуляции должен учитывать текущее состояние системы. В работе рассматриваются три режима запуска магнитометрической системы, отличающиеся подходом к выбору η и устойчивостью к внешним воздействиям.

A. Режим 1: запуск по максимуму амплитуды сигнала

Наиболее универсальным способом инициализации магнитометрической системы является запуск при значении коэффициента модуляции η, позволяющем достичь максимума амплитуды сигнала на одном из каналов, как правило *X* (3), что обеспечивает оптимальное отношение сигнал/шум при условии стационарного белого шума. Согласно численным расчетам и экспериментальным данным [8] оптимальное значение коэффициента модуляции в данном режиме составляет η ≈0,91.

B. Режим 2: фазонечувствительная стабилизация (при ξ ≫ 1)

При высоком коэффициенте качества резонанса (ξ ≫ 1) возможно применение режима фазонечувствительной стабилизации [7]. Такая конфигурация минимизирует влияние перекрестных помех, фазовых дрейфов. В этом режиме коэффициент модуляции η подбирается таким образом, чтобы амплитуда сигнала на канале *X* (2) обращалась в ноль. Оптимальное значение η для этого случая составляет примерно 1,82 (см. рис. 2).

C. Режим 3: симметричный запуск (при $A_x = A_y$)

Третий режим запуска основан на выборе коэффициента модуляции η, при котором амплитуды сигналов на каналах *X* (3) и *Y* (4) становятся равными. Этот режим используется в системах, где слежение осуществляется по двум каналам одновременно. Согласно расчетам значение коэффициента модуляции, при котором в рассматриваемой системе выполняется условие $A_x = A_y$, составляет η = 2,4.

IV. Анализ стабильности коэффициента модуляции

Оценка устойчивости оптимального коэффициента модуляции η является важным этапом при выборе метода запуска магнитометрической системы. Поскольку внешние условия (например, температура, градиенты магнитного поля или вариации тока в катушках) могут существенно повлиять на параметры ячейки, это приводит к изменению коэффициента качества резонанса, например увеличение напряженности магнитного поля в чувствительном элементе КДВ на 1 мкТл способно вызвать отклонение на Δξ ≈ 1,7493, что может существенно сказаться на работе датчика. Это требует оценки чувствительности выбранного режима запуска к таким отклонениям.

На рисунках представлены зависимости амплитуды сигнала по каналу *X* (или суммы каналов *X* и *Y*) от коэффициента качества резонанса ξ, а также соответствующие изменения оптимального значения коэффициента модуляции η для каждого из трех режимов. На основе моделирования сделаны нижеследующие наблюдения.

A. Анализ стабильности коэффициента модуляции в режиме 1

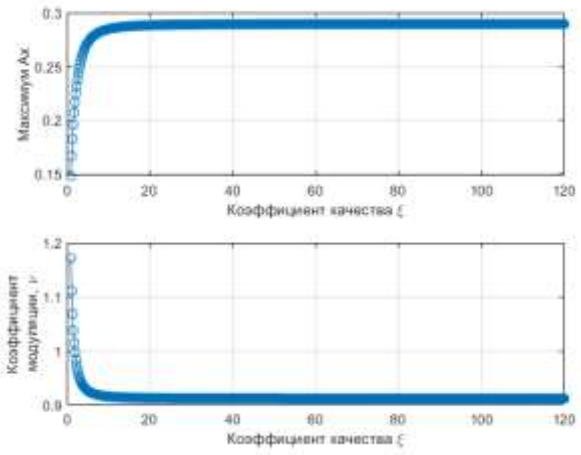


Рис. 1. *Сверху* – зависимость максимального значения амплитуды сигналов A_x, считываемых с каналов регистрации магнитометрической системы, от коэффициента качества резонанса в ячейке; *снизу* – зависимость значения оптимального настроенного коэффициента модуляции от коэффициента качества резонанса в ячейке

В диапазоне ξ = 1–50 наблюдаются значительные изменения как амплитуды сигнала, так и оптимального значения η. Только при ξ > 50 параметры стабилизируются и становятся практически неизменными. Таким образом, при использовании режима 1 с датчиками, у которых ξ < 50, необходимо выполнять дополнительную проверку текущего значения ξ и соответствующую коррекцию η при каждом запуске.

B. Анализ стабильности коэффициента модуляции в режиме 2

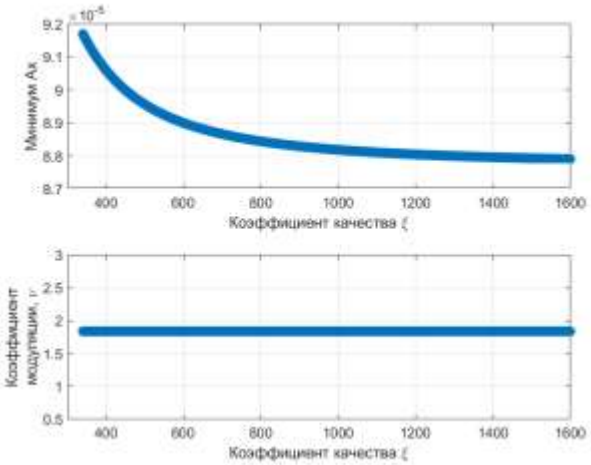


Рис. 2. *Сверху* – зависимость минимального значения амплитуды сигналов A_x, считываемых с каналов регистрации магнитометрической системы, от коэффициента качества резонанса в ячейке; *снизу* – зависимость значения оптимального настроенного коэффициента модуляции от коэффициента качества резонанса в ячейке

Изменения коэффициента качества ξ практически не влияют на точность и стабильность работы магнитометрической системы в этом режиме. Оптимальное значение η остается практически неизменным, и амплитуда сигнала сохраняется в пределах допустимых отклонений. Однако для реализации этого режима требуется высокий коэффициент качества резо-

нанса в ячейке: стабильная работа достигается при $\xi \gtrsim 100$, а наиболее полная реализация – при $\xi \sim 500$.

Следует отметить, что при значениях коэффициента качества менее ~500 сигнал A_x стремится к нулю, как и A_y, что делает запуск по нулю канала Y потенциально невозможным: в этой области вероятно полное исчезновение сигнала, особенно при наличии шумов, фазовой нестабильности или значительных внешних воздействиях.

C. *Анализ стабильности коэффициента модуляции в режиме 3*

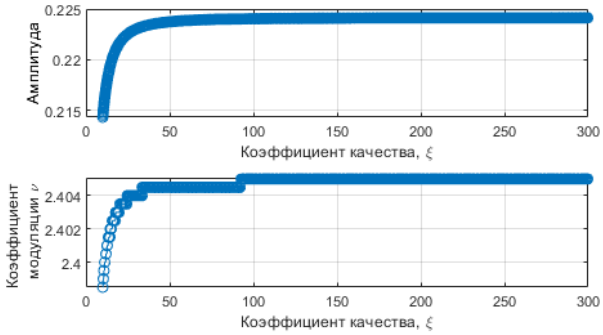


Рис. 3. *Сверху* – значения амплитуд сигналов каналов A_x и A_y при их равенстве в зависимости от коэффициента качества резонанса в ячейке; *снизу* – зависимость оптимального коэффициента модуляции (для режима 3) от коэффициента качества резонанса

Режим 3 показывает высокую устойчивость по всей шкале изменения ξ. Смещения оптимального значения η не превышают 0,05, а амплитуда сигнала остается стабильной. Это позволяет использовать фиксированное значение η, определенное при калибровке, без необходимости его переопределения при каждом запуске. Таким образом, режим 3 представляет собой надежный и практически нечувствительный к дрейфам вариант запуска.

V. Обобщение по результатам моделирования

Подводя итоги оценки стабильности оптимального η, отметим, что необходимо учитывать режим, а точнее – ξ, который был измерен при сборке датчика. В случае работы датчика в режимах 2 и 3 оптимальный η можно принять как паспортное значение и не переопределять его при запуске, а ограничиться лишь грубой оценкой в случае возможного воздействия на чувствительный элемент КДВ. Для режима 1 это утверждение также справедливо, но только при условии, что ξ превышает 50; однако в этом случае проверка ξ при запуске должна проводиться с более высокой точностью, чем для режимов 2 и 3.

В любом другом случае необходимо проводить стабилизацию η [9, 10] для поддержания соотношения сигнал/шум на выходах магнитометрической системы КДВ.

Заключение

В докладе рассмотрена работа магнитометрической системы квантового датчика вращения. Проведен анализ устойчивости трех режимов запуска системы к изменению коэффициента качества резонанса с оценкой стабильности оптимального значения коэффициента модуляции. Показано, что выбор режима должен учитывать текущее значение коэффициента качества резонанса, зафиксированное при сборке датчика или измеренное перед запуском. Полученные результаты могут быть использованы для выбора стратегии запуска и построения алгоритмов автоматической подстройки параметров магнитометрической системы.

Литература

[1] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №2 (109). С. 3–10. DOI: 10.17285/0869-7035.0028.

[2] Вершовский А.К., Литманович Ю.А., Пазгалев А.С., Пешехонов В.Г. Гироскоп на ядерно-магнитном резонансе: предельные характеристики // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26. №1 (100). С. 55–80.

[3] Bloch, F., Nuclear Induction, *Physics Review*, 70, 460–473 (1946).

[4] Popov, E.N., Barantsev, K.A., and Litvinov, A.N., Theoretical simulation of a signal for a scheme of an atomic spin gyroscope with optical detection, *Kvantovaya Elektronika*, vol. 49, no. 2, 2019, pp. 169–177.

[5] Eklund, E., Microgyroscope based on spin-polarized nuclei, *Ph. D. thesis*, Dissertation (2008).

[6] Ke Zhang, Zhihuang Luo, Feng Tang, Nan Zhao, and Yanhua Wang, Experimental optimization of atomic magnetometer in nuclear magnetic resonance gyroscope, *Japanese Journal of Applied Physics*, 2020.

[7] Wenhao Luo, Hong Zhang, Yan Liu, Xiaogang Wei, Xiaonan Zhang, Yanhua Wang, Renfu Yang, A dual-axis high-order harmonic and single-axis phase-insensitive demodulation atomic magnetometer for in situ NMR detection of Xe, *J. Appl. Phys*., 14 October 2022; 132 (14): 144401.

[8] Чалков В. В., Шевченко А.Н. Разработка метода определения коэффициента модуляции магнитометрической системы квантового датчика вращения // Материалы XXIII конференции молодых ученых с международным участием «Навигация и управление движением» / науч. ред. д.т.н. проф. О.А. Степанов; под общ. ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2024.

[9] Siran, L.I., Danyue, M.A., High sensitivity closed-loop Rb optically pumped magnetometer for measuring nuclear magnetization, *Optics Express*, 43925/2022.

[10] Qiyuan Jian, Jiajia Li, Zhiguo Wang, Yi Zhang, Hui Luo, The characteristic analysis of the built-in vector atomic magnetometer in a nuclear magnetic resonance oscillator, *AIP Advances*, 2019.

Калибровка акселерометров в процессе эксплуатации системы управления для космических средств выведения

Я.С. Савельева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Л.В. Водичева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Ю.В. Парышева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

***Аннотация*—Рассматриваются организация и методика калибровки акселерометров в процессе разработки и эксплуатации систем управления для космических средств выведения. Исследуются векторный и скалярный методы калибровки и приводятся результаты сравнительной оценки точности методов.**

Ключевые слова—космические средства выведения, инерциальный измерительный блок, калибровка, оценка точности.

I. Введение

Определение начальной ориентации приборной системы координат инерциальной навигационной системы (ИНС) относительно навигационной (начальная выставка) и оценка точностных параметров инерциального измерительного блока в процессе эксплуатации системы управления (калибровка) могут быть рассмотрены как единая задача определения начальных условий ИНС [1]. Согласно терминологии, принятой в НПО автоматики (НПОА), эта задача решается специальной функциональной подсистемой системы управления (СУ) – системой выработки начальных условий (СВНУ), которая работает в процессе предстартовой подготовки и при регламентных проверках.

Методика автономной прецизионной начальной выставки была рассмотрена авторами в докладе, представленном на XXVI Санкт-Петербургской конференции молодых ученых [2]. В данном докладе обсуждаются методика калибровки акселерометров ИНС, разработанная в НПОА, особенности ее реализации для СУ космических средств выведения (КСВ) и результаты оценки точности.

II. Постановка задачи

Задачи навигации для КСВ решаются в инерциальной системе координат, в момент старта жестко связанной с Землей. В платформенных ИНС, которые используются в СУ как эксплуатируемых, так и перспективных КСВ, она реализуется физически с помощью трехосного гироскопического стабилизатора (ТГС) с установленными на его платформе тремя маятниковыми акселерометрами (МА). Платформа стабилизируется в инерциальном пространстве, что не требует точного тракта управления ее угловым положением.

Математическая модель погрешностей ТГС предоставляется его разработчиком – НПО электромеханики (г. Миасс). В модель оцениваемых погрешностей акселерометров включены погрешности нулевых сигналов, масштабных коэффициентов и углов взаимной привязки (углов неортогональности) осей чувствительности (ОЧ).

Погрешности углов взаимной привязки ОЧ МА $O\bar{X}$, $O\bar{Y}$, $O\bar{Z}$, которые в номинальном положении взаимно ортогональны и совпадают с осями OX, OY, OZ ортогональной приборной системы координат (ПСК), задаются через три малых угла β_{zx}, β_{xy}, β_{yz} как приведено на рис. 1.

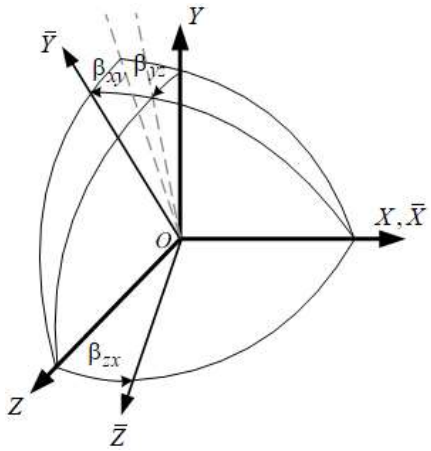


Рис. 1. Ориентация осей чувствительности МА

Согласно рис. 1, углы неортогональности параметризуются через матрицу направляющих косинусов осей МА в ПСК:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta_{xy} & \cos\beta_{yz}\cdot\cos\beta_{xy} & \cos\beta_{xy}\cdot\sin\beta_{yz} \\ \sin\beta_{zx} & 0 & \cos\beta_{zx} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Каждая погрешность является суммой систематической и случайной составляющих. В свою очередь, систематическая составляющая представляют собой сумму паспортного значения, определяемого на предприятии-изготовителе ТГС, и поправки к этому значению, которая оценивается в процессе предыдущих калибровок ТГС в составе СУ.

Систематические составляющие используется для коррекции показаний акселерометров. Случайные составляющие обуславливаются нестабильностью параметров от запуска к запуску и должны оцениваться в результате текущей калибровки.

III. Организация калибровки

СВНУ работает в режиме предстартовой подготовки и различных режимах проверки СУ. На рисунке 2 приведена временная диаграмма работы СВНУ, которая унифицирована для всех режимов. С помощью системы приведения гиростабилизированная платформа (ГСП) выставляется в различные программные положения. После установки в программное положение ГСП стабилизируется в инерциальном пространстве. На участках стабилизации решаются задачи точного определения параметров.

Программные положения, а также время обработки в каждом из них, выбираются так, чтобы обеспечить наблюдаемость оцениваемых параметров и требуемую точность калибровки. Для заданной модели погрешностей для калибровки акселерометров необходимо девять ориентаций. Ориентация осей акселерометров в различных программных положениях приведена в таблице 1. В первых трех программных положениях ОЧ каждой пары акселерометров ориентируются в вертикальной плоскости симметрично относительно вектора ускорения силы тяжести, что дает минимальную погрешность оценки углов взаимной привязки ОЧ. В следующих шести ориентациях ОЧ каждого акселерометра выставляются вертикально вверх и вниз, что минимизирует погрешности оценки нулевых сигналов и масштабных коэффициентов [3].



Рис. 2. Временная диаграмма работы СВНУ

ТАБЛИЦА I

Положение осей акселерометров в различных программных положениях								
Оценка углов взаимной привязки ОЧ МА			***Оценка нулевых сигналов и масштабных коэффициентов***					
f=1	f=2	f=3	f=4	f=5	f=6	f=7	f=8	f=9
$\bar{x}$ $\bar{y}$	$\bar{x}$ $\bar{z}$	$\bar{y}$ $\bar{z}$	↑ $\bar{z}$	↑ $\bar{x}$	↓ $\bar{y}$	↓ $\bar{z}$	↓ $\bar{x}$	↑ $\bar{y}$

При стабилизированной в инерциальном пространстве платформе в два этапа решаются задачи обработки измерительной информации.

На первом этапе, общем для решения задач начальной выставки и калибровки, в каждой ориентации циклически обрабатывается информация датчиков и оцениваются промежуточные обобщенные параметры, которые представляют собой функции погрешностей измерителей и углов рассогласования платформы с заданным программным положением [4].

На втором этапе разово, в конце всех ориентаций, по обобщенным параметрам определяются составляющие погрешностей ТГС.

Калибровка проводится в одном запуске с полетом, полученные результаты используются при решении задач начальной выставки, а также передаются в полет.

IV. Формирование обобщенных параметров

Проекции кажущегося ускорения измеряются акселерометрами, установленными на платформе, неподвижной относительно инерциального пространства. Вектор ускорения силы тяжести вращается относительно осей акселерометров, что учитывается в алгоритмах.

При обработке измерений формируются разностный сигнал и обобщенные параметры, что позволяет линеаризовать уравнения измерения и свести большие объемы измерений к небольшому числу параметров, полностью характеризующих оцениваемые погрешности.

Формирование обобщенных параметров включает четыре этапа. На первом этапе в измеренных проекциях кажущегося ускорения учитываются систематические составляющие погрешностей датчиков: нулевые сигналы и масштабные коэффициенты МА, и систематические составляющие скорости собственного ухода платформы.

На втором этапе формируется сигнал измерения как разность между кажущимся ускорением, измеряемым акселерометрами, и программным сигналом.

Разностный сигнал формируется в инерциальной системе координат, совпадающей с осями чувствительности акселерометров на начало интервала обработки информации. Это позволяет проводить обработку информации по каждой оси отдельно и отделить погрешности, физически эквивалентные линейному ускорению, от погрешностей, эквивалентных скорости ухода ГСП.

Программный сигнал представляет собой реакцию опоры на эталонный вектор ускорения силы тяжести с учетом его вращения относительно инерциального пространства и фактической ориентации осей акселерометров, оцениваемой по показаниям датчиков углов карданова подвеса ГСП.

Полученный разностный сигнал при отсутствии погрешностей выставки имеет вид:

$$\begin{bmatrix}\Delta\dot{w}_{\bar{x}}(t)\\ \Delta\dot{w}_{\bar{y}}(t)\\ \Delta\dot{w}_{\bar{z}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{\dot{w}}_{\bar{x}}(t)\\ \hat{\dot{w}}_{\bar{y}}(t)\\ \hat{\dot{w}}_{\bar{z}}(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}g_{\bar{x}}(t)\\ g_{\bar{y}}(t)\\ g_{\bar{z}}(t)\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-\rho_{\bar{x}} & 0 & 0\\ -\beta_{xy} & -\rho_{\bar{y}} & \beta_{yz}\\ \beta_{zx} & 0 & -\rho_{\bar{z}}\end{bmatrix}\cdot R_f\cdot W(t)\cdot\begin{bmatrix}0\\ g\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tau_{\bar{x}}\\ \tau_{\bar{y}}\\ \tau_{\bar{z}}\end{bmatrix},$$

$$W(t)=\begin{bmatrix}\cos^2\varphi_c+\sin^2\varphi_c\cos\Omega t & \sin\varphi_c\cos\varphi_c(1-\cos\Omega t) & \sin\varphi_c\sin\Omega t\\ \sin\varphi_c\cos\varphi_c(1-\cos\Omega t) & \cos^2\varphi_c\cos\Omega t+\sin^2\varphi_c & -\cos\varphi_c\sin\Omega t\\ -\sin\varphi_c\sin\Omega t & \cos\varphi_c\sin\Omega t & \cos\Omega t\end{bmatrix} \quad (2)$$

где $\rho_{æ}$, $\tau_{æ}$, $æ=\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ – оцениваемые случайные составляющие погрешностей масштабных коэффициентов и смещений нуля акселерометров; R_f – матрица, формируемая по показаниям датчиков углов в первом цикле ориентации; φ_c – широта места старта; Ω – величина скорости вращения Земли; f – номер ориентации.

На третьем этапе разностный сигнал ускорения дважды интегрируется для эффективного сглаживания шумов измерения и входных возмущений. Для обеспечения требуемого уровня методических погрешностей достаточно предположить, что на интервале обработки полезный сигнал ускорения является линейной функцией времени. В этом случае второй интеграл от него становится эквивалентным линейному перемещению и по каждой оси может быть представлен полином третьего порядка:

$$s_{æ}(t)=s_{æ,0}+v_{æ,0}\cdot t+a_{æ,0}\cdot\frac{t^2}{2}+b_{æ,0}\cdot\frac{t^3}{6},$$

$$æ=\bar{x},\bar{y},\bar{z}. \quad (3)$$

На четвертом этапе четырехмерным фильтром Калмана оцениваются обобщенные параметры, представляющие собой коэффициенты полинома (3).

Обобщенные параметры делятся на две группы: $a_{æ,0}$ – параметры, эквивалентные ускорению и представляющие собой в первом приближении линейную функцию углов рассогласования относительно горизонтальной плоскости и погрешностей акселерометров; $b_{æ,0}$ – параметры, эквивалентные угловой скорости ухода гиростабилизированной платформы и являющиеся функциями угла рассогласования в азимуте и составляющих скорости ухода ГСП.

По обобщенным параметрам $a_{æ,0}$, полученным в девяти ориентациях, с помощью алгебраических соотношений оцениваются точностные параметры акселерометров.

V. Методы калибровки акселерометров

В эксплуатируемых СУ для калибровки акселерометров используется векторный метод, в котором эталонной информацией являются проекции вектора ускорения силы тяжести на оси чувствительности акселерометров. Это требует точного знания ориентации осей датчиков относительно вертикали, что обеспечивается системой приведения, устанавливающей платформу относительно корпуса прибора, и определением углов заклона корпуса ракеты до начала калибровки. Погрешности выставки осей акселерометров в заданное программное положение не превышают единиц угловых минут.

Векторный метод позволяет провести декомпозицию уравнений измерения, и выражения для оценки погрешностей имеют простой вид. Масштабные коэффициенты и нулевые сигналы каждого из акселерометров определяются в двух ориентациях: оси чувствительности ориентируются вертикально вверх и вертикально вниз. Выражения для оценки масштабных коэффициентов и нулевых сигналов имеют вид:

$$\rho_{æ}^{A}=\frac{a_{æ,0}^{\downarrow}-a_{æ,0}^{\uparrow}}{2\cdot g},\ \tau_{æ}^{A}=\frac{a_{æ,0}^{\downarrow}+a_{æ,0}^{\uparrow}}{2},\ æ=\bar{x},\bar{y},\bar{z}. \quad (4)$$

Относительные погрешности оценки имеют второй порядок малости относительно угла отклонения от вертикали, что позволяет оценивать эти параметры с 3-4 верными значащими цифрами.

Углы неортогональности в векторном методе калибровки оцениваются в два этапа. Для примера приведем соотношения для оценки угла неортогональности между осями акселерометров *X* и *Z*, который наблюдается во второй ориентации.

На первом шаге алгоритма определяется промежуточный параметр, которой является суммой обобщенных параметров по осям *X* и *Z*:

$$\phi_{xz}=\frac{a_{\bar{x},0}^{(2)}+a_{\bar{z},0}^{(2)}}{g}=\frac{1}{g}\cdot\left(\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot g\cdot\Delta\psi}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot g\cdot\rho_{\bar{x}}^{A}+\tau_{\bar{x}}^{A}\right)+$$

$$+\frac{1}{g}\cdot\left(\cancel{-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot g\cdot\Delta\psi}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot g\cdot\beta_{zx}-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot g\cdot\rho_{\bar{z}}^{A}+\tau_{\bar{z}}^{A}\right) \quad (5)$$

Из соотношения (5) видно, что эти параметры являются функциями угла «негоризонта» $\Delta\psi$ вокруг оси, ортогональной плоскости *OXZ*, и погрешностей акселерометров. Поскольку при таком расположении осей чувствительности «угол негоризонта» входит в обобщенные параметры с разными знаками, из суммы он исключается.

На втором шаге в оценке угла учитываются предварительно рассчитанные значения масштабных коэффициентов и нулевых сигналов:

$$\Delta\beta_{zx} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\rho_{\bar{x}}^{A} + \rho_{\bar{z}}^{A}\right) + \frac{1}{g}\left(\tau_{\bar{x}}^{A} + \tau_{\bar{z}}^{A}\right)$$

$$\beta_{zx} = \sqrt{2}\cdot\left(\phi_{xz} - \Delta\beta_{zx}\right) \qquad (6)$$

Для калибровки акселерометров разрабатываемых СУ для КСВ был рассмотрен также скалярный метод, широко используемый при калибровке бесплатформенных инерциальных измерительных блоков. В этом случае эталонной информацией является модуль измеряемого вектора, что не требует знания ориентации ОЧ акселерометров.

Уравнения измерения для используемого варианта скалярной калибровки аналогичны приведенным в докладе авторов на данной конференции [5] и представляют собой систему девяти линеаризованных уравнений с девятью неизвестными. В этих уравнениях используются осредненные показания акселерометров. В рассматриваемых алгоритмах СВНУ осреднение осуществляется на уровне разностного сигнала; полные измерения, требуемые для применения скалярного метода, восстанавливаются по обобщенным параметрам $a_{æ,0}$, $æ = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, эквивалентным ускорению, и известному программному сигналу, вычитаемому из показаний акселерометров.

Для выбора метода калибровки был проведен их сравнительный анализ.

VI. Результаты оценки точности

Погрешности калибровки оценивались методом математического моделирования с помощью программы на языке С++. При расчетах задавались инструментальные погрешности ТГС и ветровые колебания корпуса КСВ на стартовом комплексе, приводящие к возмущениям в показаниях акселерометров; влияние каждого фактора оценивалось отдельно. Дисперсия суммарной погрешности рассчитывалась как сумма дисперсий. Результаты оценки погрешностей калибровки приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА II

Погрешности калибровки			
Наименование параметра	**Смещения нуля, м/с2**	**Масштабные коэффициенты, %**	**Углы неортогональности, "**
Нестабильность от запуска к запуску	$6\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^{-2}$	45
Погрешность векторной калибровки	$(1.2\text{-}1.5)\cdot10^{-5}$	$(1.5\text{-}1.9)\cdot10^{-4}$	0.5-0.7
Погрешность скалярной калибровки	$(1.2\text{-}1.5)\cdot10^{-5}$	$(1.6\text{-}1.8)\cdot10^{-4}$	0.5-0.7
Требования к точности калибровки	$2\cdot10^{-4}$	$2\cdot10^{-3}$	5

Как видно из таблицы 2, погрешности методов близки и на порядок меньше заданных требований к точности. Моделируемые случайные составляющие погрешностей смещения нуля и масштабных коэффициентов совпадают с результатами оценки с точностью от трех до двух значащих цифр.

По результатам сравнительного анализа было принято решение: для повышения надежности СВНУ для систем управления разрабатываемых КСВ заложить два варианта алгоритмов калибровки акселерометров – векторный и скалярный.

VII. Заключение

Разработанная в НПОА методика калибровки акселерометров, включающая векторный и скалярный методы, позволяет определить их точностные параметры с точностью до двух-трех верных значащих цифр.

Проведенный сравнительный анализ погрешностей векторного и скалярного методов калибровки показал, что погрешности обоих методов практически совпадают. Точность векторного метода обеспечивается достаточно точной выставкой осей акселерометров в заданное программное положение и минимизацией влияния погрешностей выставки за счет выбора ориентаций и алгоритмов.

Для повышения надежности систем управления КСВ целесообразно использование обоих методов.

Литература

[1] Бельский, Л.Н. Ускоренная прецизионная начальная выставка и калибровка ИНС летательного аппарата на подвижном основании / Л.Н. Бельский, Л.В. Водичева // Гироскопия и навигация. 2001. № 4 (35). С. 3–18.

[2] Водичева, Л.В. Автономная прецизионная начальная выставка платформенной инерциальной навигационной системы / Л.В. Водичева, Я.С. Савельева // Навигация и управление движением. Материалы XXVI конференции молодых ученых «Навигация и управление движением». СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2024. С. 239-241.

[3] Водичева, Л.В. Оценка точностных параметров датчиков бесплатформенного инерциального измерительного блока с помощью относительно грубого поворотного стола / Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева // Гироскопия и навигация. 2019, № 2. С. 162-178.

[4] Бельский, Л.Н. Оценка обобщенных параметров в задаче начальной выставки и калибровки ИНС для космических средств выведения / Л.Н. Бельский, Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева // XXVIII Санкт Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2021. С. 181–184.

[5] Водичева, Л.В. Калибровка бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости / Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева, Я.С. Савельева, Д.И. Кабанова, Н.И. Шмаков // XXXII Санкт Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2025.

Способ определения зоны нечувствительности ВОГ на неподвижном основании

Н.В. Моисеев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
moiseevnv@yandex.ru

Р.Г. Люкшонков
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
lukroma@yandex.ru

С.В. Павлова
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
bagaevasv@yandex.ru

А.А. Унтилов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
untilov_aa@mail.ru

***Аннотация*—Рассмотрен способ определения зоны нечувствительности волоконно-оптического гироскопа на неподвижном основании с помощью тестового воздействия, эквивалентного внешней физической угловой скорости. Предложенный способ позволяет отказаться от использования высокоточного поворотного стола и существенно сократить время испытаний.**

Ключевые слова—волоконно-оптический гироскоп, погрешность, зона нечувствительности.

I. Введение

Одним из недостатков волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) компенсационного типа является зона нечувствительности, представляющая собой диапазон значений угловых скоростей, в котором выходной сигнал ВОГ равен нулю. Это затрудняет применение инерциальных измерительных модулей, построенных на базе ВОГ, в задачах, где требуется высокая чувствительность к малым угловым скоростям. Примерами такого применения могут служить гиротеодолиты и навигационные модули космических аппаратов.

К причинам, вызывающим появление зоны нечувствительности, можно отнести электрические наводки на фотоприемнике от модулирующего напряжения обратной связи [1, 13], нелинейности цифроаналогового преобразователя (ЦАП) и электрооптического модулятора [2, 3], влияние паразитного интерферометра, создаваемого обратными отражениями и обратным рассеянием [4], а также поляризационные погрешности в оптической схеме.

Существуют различные способы подавления зоны нечувствительности. Условно их можно разделить на технологические и алгоритмические. Технологические способы заключаются в уменьшении паразитных связей между фотоприемником и схемой формирования сигнала управления за счет гальванической развязки и экранирования, уменьшении влияния паразитного интерферометра за счет снижения обратных отражений, уменьшения длины когерентности источника света. Алгоритмические способы заключаются в стабилизации параметров элементов системы управления за счет использования вспомогательной фазовой модуляции и дополнительных обратных связей [5, 12], во введении в контур управления псевдослучайного шума (dithering) [6], введении в контур управления тонового сигнала, создающего эквивалентную угловую скорость, действующую на ВОГ [7]. Рассмотренные способы не всегда позволяют полностью избавиться от зоны нечувствительности, поэтому необходим контроль качества подавления зоны нечувствительности.

Известна методика определения зоны нечувствительности, в которой используется угловая скорость вращения Земли [8]. Исследуемый ВОГ устанавливается на поворотный стол таким образом, чтобы его ось чувствительности была в плоскости горизонта и перпендикулярна оси вращения Земли. В таком положении на ВОГ не действует угловая скорость вращения Земли. Далее с помощью поворотного стола осуществляется медленное изменение положения оси чувствительности в горизонтальной плоскости в требуемом диапазоне относительно нулевого положения. Угол поворота стола пересчитывается в величину проекции скорости вращения Земли на ось чувствительности ВОГ. Строится зависимость выходного сигнала ВОГ от действующей на ВОГ угловой скорости и визуально определяется величина зоны нечувствительности. Чем меньше зона нечувствительности, которую необходимо измерить, тем меньше должна быть скорость вращения поворотного стола. К недостаткам такого способа можно отнести необходимость использования высокоточного поворотного стола, кроме того способ неприменим на объекте. При определении зоны нечувствительности триады ВОГ инерциального измерительного модуля определение зоны нечувствительности осуществляется последовательно для каждого ВОГ, что увеличивает в три раза время проведения испытаний. Также требуется трехосный поворотный стол или оснастка для установки на одноосном поворотном столе оси чувствительности каждого ВОГ триады в горизонтальное положение.

II. Способ определения зоны нечувствительности на неподвижном основании

Способ основан на введении в контур управления тестового возмущающего воздействия, создающего эквивалентную физической угловую скорость вращения. Тестовые воздействия широко используются при самодиагностике (Built-in Self-Test) чувствительных элементов инерциальных датчиков, при которой определяется работоспособность микромеханической структуры [9, 11].

В статьях [10, 14, 15] описано применение тестовых воздействий для определения динамических характеристик ВОГ, настройки регулятора контура управления и определения качества переходных процессов.

Линеаризованная структура системы управления ВОГ с тестовым сигналом N приведена на рис. 1.

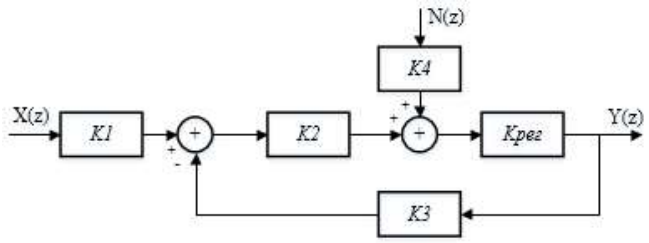


Рис. 1. Упрощенная структурная схема ВОГ компенсационного типа

Передаточные функции системы управления по физическому $G_X(Z)$ и по тестовому $G_N(Z)$ воздействиям идентичны при условии $K_4 = K_1K_2$.

$$G_X(z) = \frac{K_1K_2K_{\text{рег}}}{1 + K_2K_{\text{рег}}K_3}, \quad (1)$$

$$G_N(z) = \frac{K_4K_{\text{рег}}}{1 + K_2K_{\text{рег}}K_3}. \quad (2)$$

Коэффициент K_1 определяется параметрами катушки – длиной волокна L и диаметром D; K_2 – коэффициентами передачи интерферометра, фотодатчика, трансимпедансного усилителя и АЦП; $K_{\text{рег}}$ – коэффициентами ПИД регулятора; K_3 – коэффициентами ЦАП и МИОС (многофункциональной интегральной оптической схемы).

Способ определения зоны нечувствительности состоит из двух этапов. На первом этапе определяется коэффициент K_4. Для этого при значении коэффициента $K_4 = 1$ изменяется значение тестового сигнала N в заданном диапазоне и фиксируется значение выходного сигнала ВОГ Y. Строится зависимость выходного сигнала ВОГ от тестового сигнала и определяется коэффициент K_4 как наклон прямой. Значение тестового сигнала N_0, при котором выходной сигнал ВОГ равен нулю, эквивалентно внешней нулевой угловой скорости. Диапазон изменения тестового сигнала должен быть таким, чтобы в него попадала точка N_0 и можно было определить коэффициент K_4.

На втором этапе с учетом найденного коэффициента K_4 задается изменение тестового сигнала в диапазоне $N_0 \pm \Delta N$ и фиксируется значение выходного сигнала ВОГ Y. Величина N_0 задает нулевую эквивалентную угловую скорость для текущей ориентации оси чувствительности ВОГ, а величина ΔN задает диапазон, в котором необходимо определить зону нечувствительности. Строится зависимость выходного сигнала ВОГ от тестового сигнала, преобразованного в эквивалентную угловую скорость по формуле

$$\Omega_{\text{вх}} = K_4(N - N_0). \quad (3)$$

На рис. 2 приведены зоны нечувствительности ВОГ, полученные на поворотном столе и с помощью тестового сигнала. Можно видеть, что зоны нечувствительности, полученные двумя способами, практически совпадают.

Для проверки способа было разработано программное обеспечение, позволяющее проводить испытания трех ВОГ одновременно в автоматическом режиме.

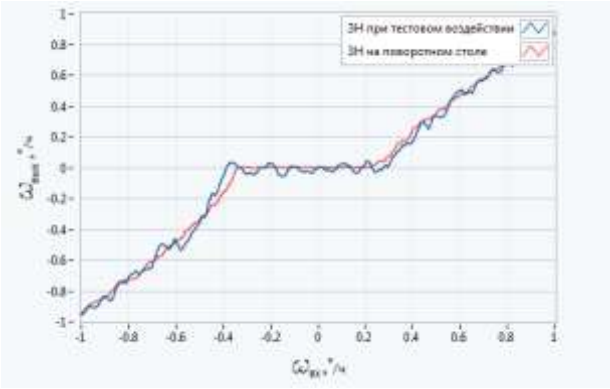


Рис. 2. Зоны нечувствительности ВОГ, полученные при тестовом воздействии (*синий*) и на поворотном столе (*красный*)

III. Заключение

Предложен и экспериментально проверен способ определения зоны нечувствительности ВОГ на неподвижном основании с помощью тестового воздействия. Способ позволяет отказаться от использования высокоточного поворотного стола, определять зону нечувствительности ВОГ в любом положении оси чувствительности относительно вектора вращения Земли и существенно сократить время испытаний за счет определения зоны нечувствительности трех ВОГ инерциального измерительного модуля одновременно.

Литература

[1] Hong Gu, Yunpeng Huan, Ansu Wang, Jinwen Luan, Real-time dynamic simulation of angular velocity and suppression of dead zone in IFOG, *The Optical Society of Japan*, 2015.

[2] Xiong Pan, Lei Wang, Shaobo Zhang, Ningfang Song, Effect of digital-to-analog converter glitch on the modulation and demodulation of a digital closed-loop fiber-optic gyroscope, *Optical Fiber Technology*, 47 (2019), 43–50.

[3] Jin Jing, Tian Hai-Ting, Pan Xiong, Song Ning-Fang, Electrical crosstalk-coupling measurement and analysis for digital closed loop fibre optic gyro, *Chin. Phys. B*, vol. 19, no. 3 (2010).

[4] Щелкунов Е.В., Макаров А.А. Проблематика влияния обратного отражения на зону нечувствительности волоконно-оптического гироскопа // Аэрокосмическое приборостроение и эксплуатационные технологии. 2023. С. 160–163.

[5] Курбатов А.М., Курбатов Р.А., Горячкин А.М. Повышение точности волоконно-оптического гироскопа за счет подавления паразитных эффектов в интегрально-оптических фазовых модуляторах // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 2 (105). С. 52–69.

[6] Chung-Jen Chen, Interferometric Fiber Optic Gyroscope Dead Band Suppression, *The Japan Society of Applied Physics*, 2008.

[7] Kyoung-Ho Chong, Woo-Seok Choi, Andkil-Tochong, Analysis of dead zone sources in a closed-loop fiber optic gyroscope, *Applied Optics*, vol. 55, no.1, 165–170, 2016.

[8] Егоров Д.А., Олехнович Р.О., Унтилов А.А., Алейник А.С., Дейнека Г.Б., Стригалев В.Е. Исследование зоны нечувствительности волоконно-оптических гироскопов // Гироскопия и навигация. 2011. Т. 19. №2 (73). С. 64–77.

[9] Gergely Hantos, David Flynn, Marc, P. Y., Desmulliez, Built-In Self-Test (BIST) Methods for MEMS: A Review, *Micromachines*, 2021, 12, 40.

[10] Погорелая Д.А., Смоловик М.А., Волковский С.А., Михеев М.А., Алейник А.С., Стригалев В.Е. Особенности настройки ПИД-регулятора в цепи обратной связи волоконно-оптического

гироскопа // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. № 1(96). С. 119–127.

[11] Deb, N., Blanton, R.D., Built-in test of CMOS-MEMS Acceleremeters, *Proc. of International Conference (ITC)*, 1075–1084, 2002.

[12] Курбатов А.М., Пат. РФ №2441202. Способ устранения зоны нечувствительности в волоконно-оптическом гироскопе, 2012.

[13] Shaobo Zhang, High-performance fully differential photodiode amplifier for miniature fiberoptic gyroscopes, *Optics Express*, vol. 27, no. 3, 2019.

[14] Xuyou Li, Na Zhang, A New Dynamic Test Method of Fiber Optic Gyroscope, *Mechatronics and Applied Mechanics*, vols. 157–158 (2012).

[15] Wang Yan, Zhang Chunxi. Investigation of testing dynamic characteristics of digital closed-loop fiber optic gyroscope // Журнал Пекинского университета аэронавтики и космонавтики. Т. 30. №.9. 2004.

Исследование характеристик миниатюрного трехосного интегрированного волоконно-оптического гироскопа на основе специализированной интегральной микросхемы

Фань Лю
CHONGQING TIANJ
Inertial Technology
Пекин, Китай
12121215121@163.com

Фаньюй Сун
CHONGQING TIANJI
Inertial Technology
Пекин, Китай
12121215121@163.com

Юй Дин
CHONGQING TIANJI
Inertial Technology
Пекин, Китай
12121215121@163.com

Бинцзе Лин
CHONGQING TIANJI
Inertial Technology
Пекин, Китай
12121215121@163.com

Юейлань Ли
CHONGQING TIANJI
Inertial Technology
Пекин, Китай
12121215121@163.com

Цзыхань Ван
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
Москва, Россия
Szbrzhw@163.com

***Аннотация*—В статье представлена разработка специализированной интегральной микросхемы (ASIC, Application-Specific Integrated Circuit) для миниатюрной трехосной волоконно-оптической гироскопической системы, предназначенной для применения в низкобюджетных инерциальных системах. ASIC реализует ключевые функции обработки сигналов, включая преобразование уровней, выборку-хранение, усиление и дифференциальное преобразование сигналов. Данное решение интегрировано с технологией системной сборки в корпус («Система в пакете», SiP), которая объединяет цифровую обработку, преобразование сигналов и модуль управления питанием в едином чипе. Использование данной микросхемы обеспечивает уменьшение габаритов и энергопотребления, а также оптимизирует стабильность нулевого смещения, повторяемость масштабного коэффициента и адаптивность к внешним условиям по сравнению с существующими аналогами.**

Ключевые слова—волоконно-оптический гироскоп (ВОГ), специализированная интегральная микросхема (ASIC), система в пакете (System-in-Package, SiP), инерциальная навигация; интеграция.

I. Введение

Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) обладает такими преимуществами, как отсутствие механических подвижных частей; стабильная конструкция; высокая устойчивость к ударным нагрузкам и вибрациям, а также длительным сроком службы. С прогрессом технологий и расширением областей применения волоконно-оптические гироскопы активно развиваются в направлении интеграции и миниатюризации.

Наличие множества дискретных компонентов в традиционных электронных системах ВОГ приводит к увеличению габаритов оборудования, повышению энергопотребления и уязвимости сигнальных цепей к помехам. Эти структурные ограничения существенно снижают практическое применение устройств в условиях ограниченного пространства и низкого энергопотребления.

Для преодоления технических барьеров активно внедряется интегральные решения на базе специализированных интегральных схем (ASIC) и системной сборки в корпус (SiP). Микросхемная интеграция обеспечивает не только прорыв в миниатюризации и энергоэффективности систем, но и принципиальное улучшение характеристик обработки сигналов при одновременной оптимизации производственных затрат.

Данная технологическая трансформация переопределяет продуктовый формат ВОГ, открывая возможности для освоения новых гражданских применений и укрепляя технологическое превосходство в профессиональных инерциальных навигационных системах.

В данном исследовании реализована глубокая интеграция схемной системы на базе технологий ASIC и SiP. Ключевые достижения включают разработку двух принципиально важных интегральных микросхем: 1. Гибридный аналоговый фронтальный ASIC, интегрирующий ключевые функции обработки сигналов, переобразование уровней напряжения, схему выборки-хранения, усилительный каскад, дифференциальное преобразование. 2. Многокристальную SiP-интеграцию, объединяющую ПЛИС (FPGA), ЦАП/АЦП (DAC/ADC) и модуль управления питанием, В качестве результата внедрения, габариты схемы сокращены до 60% от старого исполнения; Энергопотребление снижено более чем на 50%. А сохраняются хорошие характеристики, такие как стабильность нулевого смещения и масштабный коэффициент.

В данной работе представлена разработка трехосного интегрированного волоконно-оптического гироскопа TG-40 с использованием специализированной интегральной микросхемы, а также проведен анализ его характеристик. Данный гироскоп не только обладает преимуществами компактных размеров и низкого энергопотребления, но и демонстрирует отличные показатели нулевого смещения, масштабного фактора и устойчиво-

сти к внешним воздействиям, что обеспечивает технологическую поддержку для создания нового поколения миниатюрных, интегрированных, энергоэффективных и высокопроизводительных волоконно-оптических гироскопов.

II. Разработка специализированных интегральных микросхем ASIC

2.1. Разработка гибридной аналоговой фронтальной микросхемы ASIC

Как показано на Рис. 1, разработанная гибридная аналоговая фронтальная микросхема интегрирует трехкаскадный операционный усилитель и двойной аналоговый ключ. Общие габариты устройства составляют 4 мм × 4 мм × 1,5 мм. На базе технологии ASIC в единый кристалл интегрированы более десяти дискретных компонентов, включая трехкаскадный операционный усилитель, двухканальный аналоговый ключ и прецизионную резистивную сеть. Это решение заменяет традиционную комбинацию дискретных элементов, таких как отдельные микросхемы операционных усилителей, модуль отрицательного напряжения питания, фильтрующие цепи и схемы преобразования уровней.

Благодаря интеграции на уровне кристалла количество компонентов сократилось с более чем десяти дискретных элементов до единого корпусного решения. Микросхема обеспечивает прямое управление слабыми сигналами в диапазоне -0,3 В – 5,3 В за счет однополярного rail-to-rail питания, при этом отношение сигнал/шум дифференциального выходного сигнала достигает 84 дБ. Площадь схемы и энергопотребление сокращены на 70% и 50% соответственно.

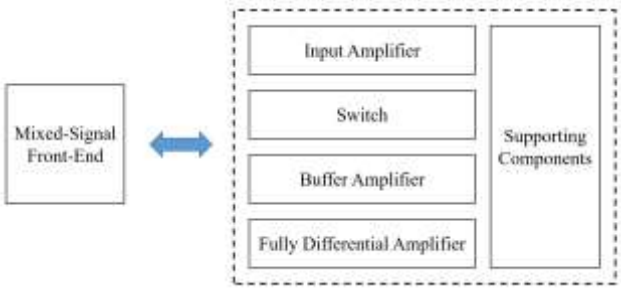


Рис. 1. Блок схема гибридной аналоговой фронтальной микросхемы ASIC

На рис. 2 представлена схема интерфейса гибридной аналоговой фронтальной микросхемы ASIC, которая обеспечивает однокристальное решение для преобразования аналоговых сигналов в гироскопических системах, интегрируя трехкаскадную структуру усиления.

Первый каскад обрабатывает входные сигналы с отрицательной составляющей (-0,3 В – 5,3 В), преобразуя их в стандартный однополярный диапазон 0,1 В – 4,9 В. Данная микросхема устраняет необходимость в традиционных схемах генерации отрицательного напряжения (например, зарядовых насосах или DC-DC модулях), что упростило конструкцию питания, снизило энергопотребление и улучшило качество сигнала.

Второй каскад (буферный драйвер) обладает высоким входным и низким выходным сопротивлением, обеспечивая стабильную передачу сигнала без значительного затухания или искажений.

Третий каскад (дифференциальный преобразователь) Преобразует однополярный сигнал в дифференциальный, повышая помехоустойчивость системы и создавая идеальный интерфейс для последующего аналого-цифрового преобразования.

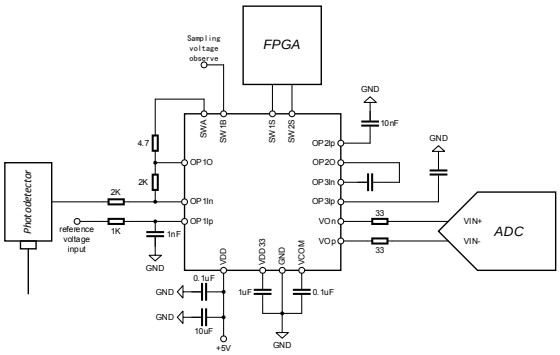


Рис. 2. Схема внешних интерфейсов гибридной аналоговой фронтальной микросхемы ASIC

Данный ASIC имеет преимущества интеграции: многоуровневая аналоговая схема усиления, интегрированная в единый кристалл, повышает эффективность и точность передачи сигналов, снижает уровень шумов и занимаемую площадь на плате, а также оптимизирует управление энергопотреблением.

По сравнению с традиционными решениями потребление энергии снижено более чем вдвое, отношение сигнал-шум достигло 84 дБ, а также значительно улучшена стабильность нулевого смещения волоконно-оптического гироскопа.



Рис. 3. Внешний вид микросхемы ASIC

2.2. Разработка гибридной микросхемы для обработки сигналов

В цифровом сигнальном тракте волоконно-оптического гироскопа ключевую роль играет модуль замкнутого цифрового управления. Он выполняет в реальном времени оцифровку и обработку исходного оптического сигнала с выхода гироскопа, выделяет информацию об угловой скорости с помощью специализированного цифрового алгоритма демодуляции и обеспечивает точное замкнутое управление через высокоскоростную цепь обратной связи.

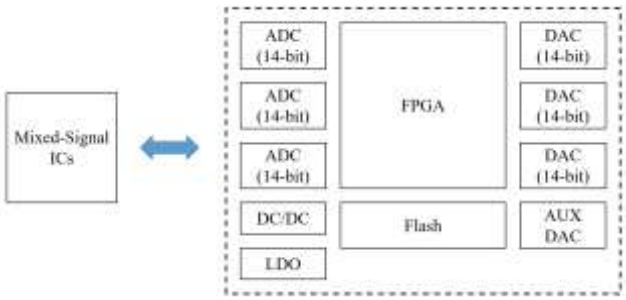


Рис. 4. Гибридной микросхемы для обработки сигналов

Для повышения свойства обработки данных системы, уменьшения габаритов и энергопотребления в данной работе представлена микросхема смешанных сигналов для обработки аналоговых сигналов ВОГ. Как представлена на рис. 5, данная микросхема интегрирует множество ранее индивидуальнных модулей в единый кристалл с корпусом BGA196 (размеры 12×12×1,5 мм). Микросхема включает три высокоточных АЦП (аналого-цифровых преобразователя), три параллельных и три последовательных ЦАП (цифро-аналоговых преобразователя), программируемую логическую матрицу (FPGA) и систему управления питанием. Благодаря интеграции достигается сокращение внешних компонентов и количества слоев схемы, повышение надежности и технологической воспроизводимости, что соответствует требованиям высокопроизводительных инерциальных навигационных систем.



Рис. 5. Схема внешних интерфейсов гибридной микросхемы для обработки сигналов



Рис. 6. Внешний вид гибридной микросхемы для обработки сигналов

Основные функции данного чипа включают три аналого-цифровых преобразователя (АЦП) для сбора сигналов гироскопа и их оцифровки в реальном времени, три параллельных цифро-аналоговых преобразователя (ЦАП), обеспечивающих высокоскоростное управление с обратной связью, а также три последовательных ЦАП для вспомогательных регулирующих сигналов. В качестве центрального процессора системы используется высокопроизводительная ПЛИС (FPGA), поддерживающая гибкие алгоритмы цифровой демодуляции, замкнутого управления и температурной компенсации. Модуль управления питанием обеспечивает стабильное напряжение 3,3 В и 1,0 В для надежной работы всех компонентов, а SPI Flash-память хранит конфигурации системы и калибровочные данные с возможностью их обновления и корректировки в режиме онлайн.

Благодаря интеграции ПЛИС, ЦАП, АЦП и системы управления питанием в единый чип, данное решение не только значительно сокращает объем электронных схем, но и минимизирует времени передачи сигналов, одновременно снижает энергопотребление. По сравнению с классическими решениями, такая интеграция позволила уменьшить энергопотребление на 50% и сократить задержки обработки до микросекундного уровня, обеспечивая высокую точность и стабильность работы волоконно-оптического гироскопа даже в сложных условиях эксплуатации.

2.3. Синтез двух микросхем

Данные схемы гибридных сигнальных процессорных чипов благодаря тщательно продуманной интеграции успешно объединяют весь процесс обработки сигналов волоконно-оптического гироскопа, включая сбор, усиление, кондиционирование, цифровую обработку и управление с обратной связью, что не только значительно сокращает габариты и энергопотребление, но и повышает производительность и стабильность системы. В отличие от традиционных решений, данная схема за счёт уменьшения количества дискретных компонентов снижает сложность периферийных цепей и количество слоёв печатной платы, что позволяет при сохранении высокой надёжности и производительности существенно уменьшить размеры и энергопотребление гироскопа. Благодаря высокой степени интеграции аналоговых входных цепей и цифровых сигнальных процессоров оптимизируются пути передачи сигналов, сводится к минимуму уровень шумов, а также обеспечивается высокая помехоустойчивость и способность к обработке данных в реальном времени даже в сложных условиях инерциальной навигации.



Рис. 7. Внешний вид палаты

Все функциональные модули чипа эффективно взаимодействуют через оптимизированную архитектуру

межсоединений, где в качестве центрального процессора выступает ПЛИС (FPGA), работающая в сочетании с высокоскоростными преобразователями данных для удовлетворения любых требований к обработке сигналов в реальном времени. Встроенная система управления питанием обеспечивает стабильное напряжение для всех модулей, а SPI Flash-память хранит конфигурационные данные. Такая интегрированная конструкция значительно уменьшает габариты и энергопотребление системы, одновременно повышая её надёжность и согласованность, что делает её идеальным решением для применений с жёсткими требованиями к занимаемому пространству и энергоэффективности.

III. Проектирование и моделирование волоконно-оптического гироскопа на базе специализированных интегральных схем

3.1. Разработка трехосевого волоконно-оптического гироскопа TG-40 на базе специализированной интегральной схемы

Как показано на рисунке 8, схема устройства включает: источник света с драйвером и термостабилизацией, обеспечивающий постоянный ток накачки и температурный контроль; оптический сигнал через 1×3 разветвитель распределяется по трем осям, каждая из которых через 1×2 разветвитель поступает в Y-волновод для фазовой модуляции и разделения на встречные световые пучки. После прохождения через чувствительные катушки оптические пучки возвращаются в Y-волновод для интерференции, преобразуются фотодетектором в аналоговый сигнал, который в ASIC-чипе оцифровывается АЦП, обрабатывается в ПЛИС (FPGA), а результаты через ЦАП подаются обратно на Y-волновод для фазовой модуляции, формируя замкнутую систему управления. Такая конструкция обеспечивает высокую точность измерений при компактных габаритах и устойчивость к внешним воздействиям.

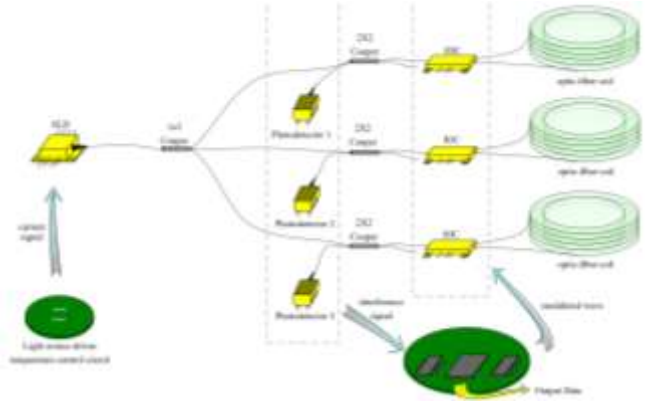


Рис. 8. Конструкция гироскопа TG-40 с управлением от интегрированной ASIC-микросхемы

Конструкция волоконно-оптического гироскопа TG-40 с управлением от интегрированной ASIC-микросхемы, представленная на рис. 9, включает три основных компонента: механическую часть, оптическую схему и электронные цепи. Механическая часть состоит из основания и магнитного экрана, в то время как оптическая схема объединяет SLD-источник света, оптические разветвители, Y-волновод, волоконную катушку и фотодетектор. Электронная часть реализована на базе основной платы управления, платы детектирования и драйверной платы, причём разработанная специализированная ASIC-микросхема выделена на схеме красным цветом, что подчёркивает её ключевую роль в обеспечении компактности и функциональности всего устройства. Такая интеграция всех компонентов в единую систему позволяет достичь высокой точности измерений при минимальных габаритах и энергопотреблении.

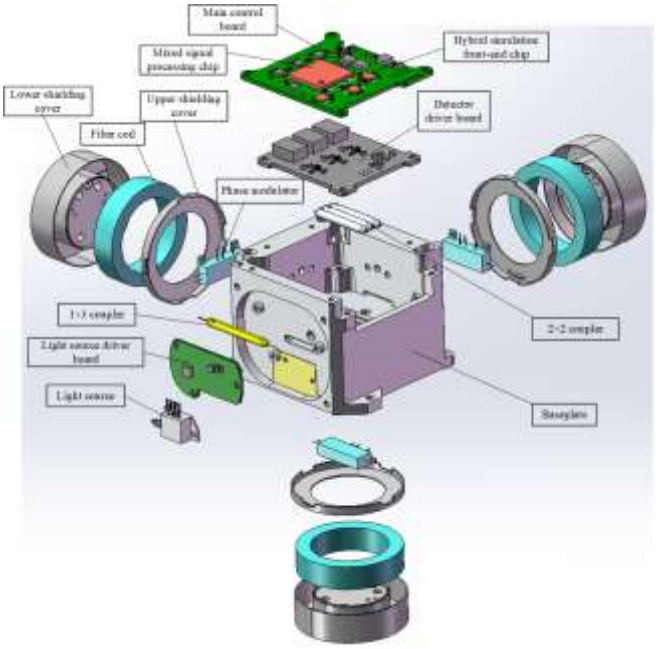


Рис. 9. Взрыв-схема волоконно-оптического гироскопа TG-40 с управлением от интегральной микросхемы

Волоконно-оптический гироскоп TG-40 на базе специализированной ASIC-микросхемы управления, представленный на рис. 10, имеет компактные габаритные размеры 71,5×70,2×45 мм, при этом размеры его печатной платы составляют всего 51,5×49,7 мм, что на 30% меньше по сравнению с традиционными решениями, благодаря чему достигается значительное уменьшение массогабаритных характеристик устройства без ущерба для его функциональности и точности измерений, что особенно важно для современных инерциальных навигационных систем с жесткими требованиями к размерам компонентов.

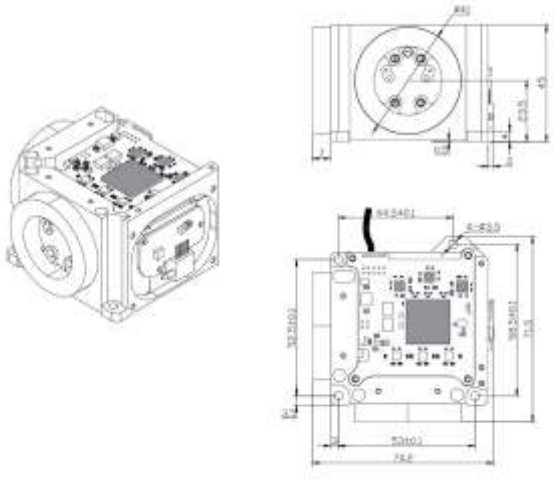


Рис. 10. Чертеж с габаритными размерами волоконно-оптического гироскопа TG-40 на специализированной интегральной микросхеме

3.2. Моделирование вибрационных характеристик

Моделирование проведено вибрационное моделирование для точного определения рабочих характеристик гироскопа TG-40 с управлением от специализированной микросхемы в различных условиях эксплуатации. Сначало проведен модальный анализ конструкции гироскопа при фиксированной опорной поверхности крепления, в ходе которого были рассчитаны частотные диапазоны первых шести собственных частот колебаний системы, результаты которых представлены на рис. 11 и в таблице 1, что позволяет оценить динамическую устойчивость устройства при внешних механических воздействиях и оптимизировать его конструкцию для работы в жестких эксплуатационных условиях.

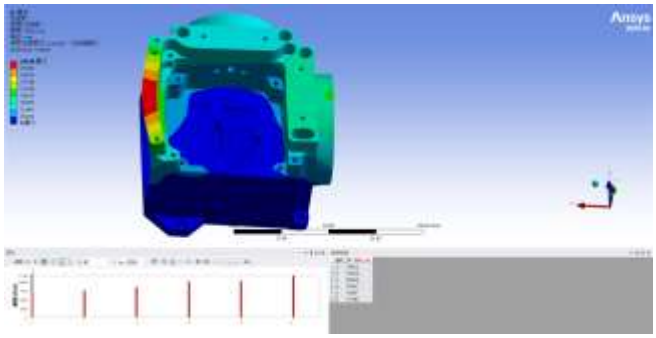


Рис. 11. Результат модального анализа

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРВЫХ ШЕСТИ МОДАЛЬНЫХ ФОРМ

	1-й Мод. Фор.	2-й Мод. Фор.	3-й Мод. Фор.	4-й Мод. Фор.	5-й Мод. Фор.	6-й Мод. Фор.
Частота /Гц	7002.2	7520.6	8436.4	10107	10207	11749

Основная конструкция волоконно-оптического гироскопа демонстрирует первую резонансную частоту на уровне 7002,2 Гц, при полном отсутствии резонансных точек в диапазоне до 2000 Гц, что свидетельствует о превосходных механических резонансных и вибрационных характеристиках устройства.

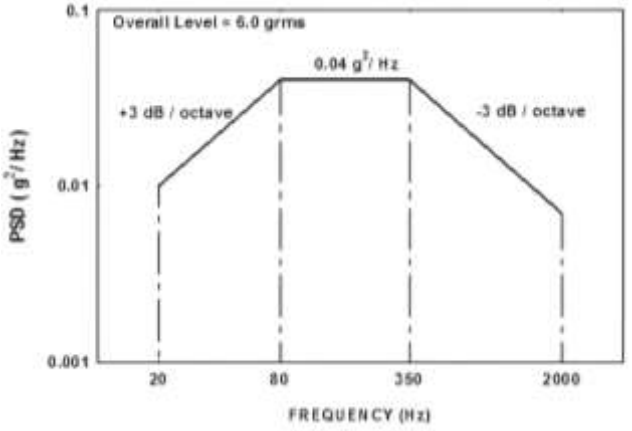


Рис. 12. Спектральная плотность мощности случайной вибрации

На основании проведённого модального анализа и в соответствии со стандартом GJB 150.16A-2009 была определена спектральная плотность мощности случайных вибраций (как представлена на рис. 12), что позволило выполнить моделирование случайных вибраций гироскопа с расчётом деформаций и эквивалентных напряжений по осям X, Y и Z, результаты которого представлены на рисунках 13-16, где наглядно отображено поведение системы при различных видах динамических нагрузок, подтверждающее её устойчивость и надёжность в условиях эксплуатационных воздействий.

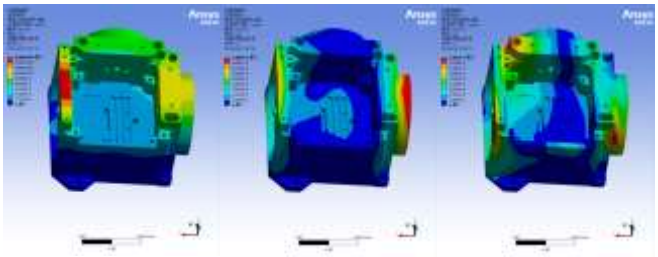


Рис. 13. Деформации по осям X, Y и Z при направлении вибрации вдоль оси X

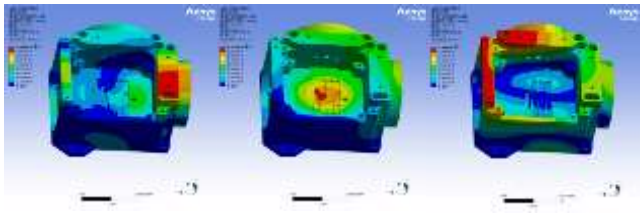


Рис. 14. Деформации по осям X, Y и Z при направлении вибрации вдоль оси Y

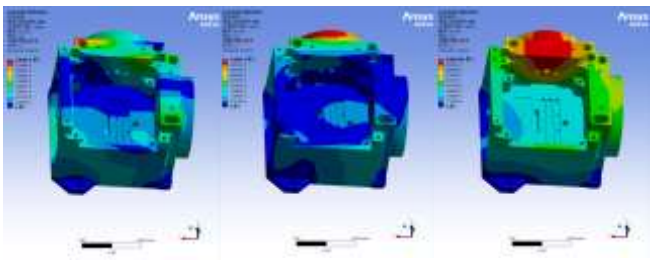


Рис. 15. Деформации по осям X, Y и Z при направлении вибрации вдоль оси Z

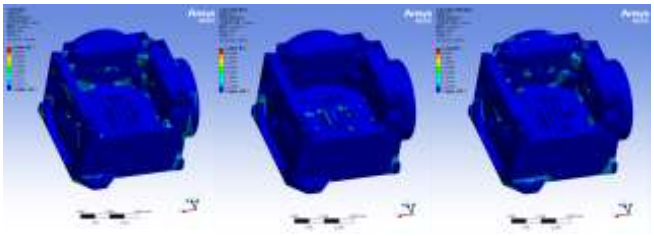


Рис. 16. Эквивалентное напряжение гироскопа при вибрации по осям X, Y и Z

ТАБЛИЦА 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ДЕФОРМАЦИЙ И ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Направление вибрации	Максимальная деформация /мм			Эквивалентное напряжение / MPa
	X	Y	Z	
X	1.5×10-4	5.5×10-5	2.8×10-5	0.78
Y	2.1×10-5	6.7×10-5	2.2×10-5	0.71
Z	2.4×10-5	5.4×10-5	1.1×10-4	0.75

Согласно данным таблицы 2, волоконно-оптический гироскоп TG-40 демонстрирует максимальную дефор-

мацию $1{,}5\times10^{-4}$ мм и минимальную деформацию $2{,}1\times10^{-5}$ мм, что при допустимом значении деформации опор точных приборов в 0,05 мм свидетельствует о незначительных деформациях во всех направлениях и превосходных виброустойчивых характеристиках устройства.

3.3. Тепловое моделирование

Проведено термическое моделирование работы гироскопа в экстремальных температурных условиях: при +85°C и -55°C. Результаты теплового анализа, представленные на рисунках 14 и 15, показывают распределение температурных полей в рабочем режиме: при +85°C температура волоконной катушки достигает 85,7°C, а максимальная температура платы - 95,6°C; при -55°C температура катушки составляет -54,4°C, а платы - -44,2°C. Данная конструкция гироскопа TG-40 характеризуется низким энергопотреблением платы, эффективным теплоотводом и стабильными температурными характеристиками, что обеспечивает минимальный температурный дрейф и надежную работу гироскопа в широком диапазоне температур.

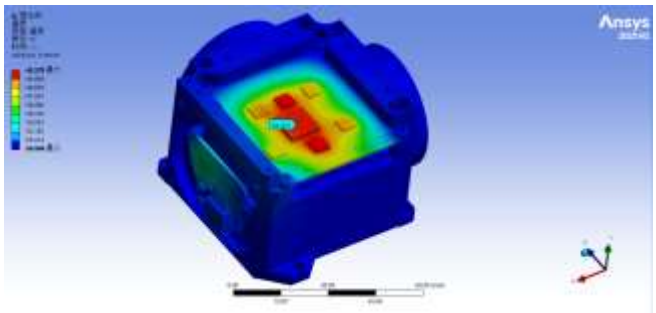


Рис. 17. Диаграмма распределения температуры гироскопа при температуре -55℃

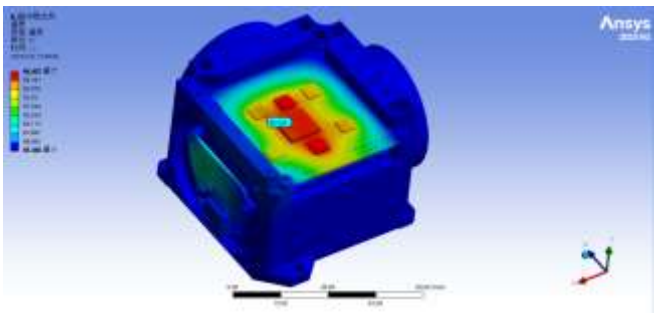


Рис. 18. Диаграмма распределения температуры гироскопа при температуре +85℃

ТАБЛИЦА 3. СРЕДНЯЯ ТЕМПЕРАТУРА НА СКЛЕИВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОЛОКОННОГО КОЛЬЦА ГИРОСКОПА TG-40 С ASIC

Рабочая температура / ℃	Средняя температура на склеиваемой поверхности волоконного кольца/ ℃		
	X	Y	Z
-55	-54.433	-54.431	-53.921
+85	85.707	85.703	86.055

ТАБЛИЦА 4. СРЕДНЯЯ ТЕМПЕРАТУРА НА СКЛЕИВАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВОЛОКОННОГО КОЛЬЦА ГИРОСКОПА TG-40 БЕЗ ASIC

Рабочая температура / ℃	Средняя температура на склеиваемой поверхности волоконного кольца/ ℃		
	X	Y	Z
-55	-53.541	-53.354	-52.552
+85	86.214	86.316	87.263

IV. АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК

Разработанный на основе специализированной ASIC-микросхемы волоконно-оптический гироскоп TG-40 прошел этап серийного производства, при этом были собраны и проанализированы экспериментальные данные 500 произведенных устройств (1500 осей), включая комплексный анализ таких ключевых параметров, как смещение нуля и масштабный коэффициент.

4.1. Анализ стабильности смещения нуля

Стабильность нулевого смещения при комнатной температуре. В разделе представлены результаты тестирования стабильности смещения нуля гироскопа TG-40 при комнатной температуре в течение 60 минут, графическое представление которых приведено на рис. 16, демонстрирующее высокую стабильность характеристик устройства в нормальных условиях эксплуатации благодаря применению специализированной интегральной схемы, обеспечивающей точность измерений и воспроизводимость результатов в серийном производстве.

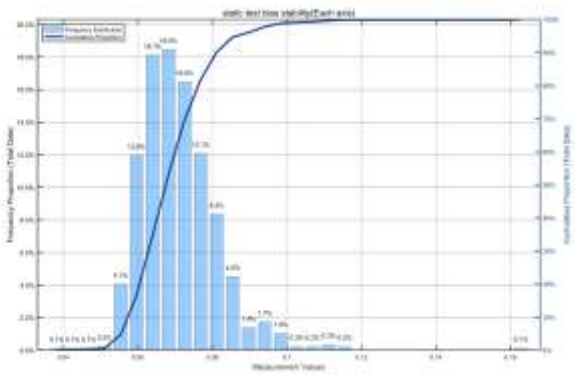


Рис. 19. Распределение стабильности смещения нуля при комнатной температуре

Анализ, который представлен на рис. 19, показывает, что среднее значение смещения нуля для тестовых образцов составляет 0,0708°/ч при стандартном отклонении 0,0103°/ч, а при использовании критерия стабильности смещения нуля на полном температурном диапазоне не более 0,1°/ч общий процент соответствия достигает 98,72%.

Нелинейность масштабного коэффициента. Тестирование проводилось в температурном диапазоне от -55°C до +85°C с градиентом 1°C/мин и выдержкой по 2 ч на экстремальных температурах (+85°C и -55°C), а полученные статистические данные стабильности нулевого смещения в полном температурном диапазоне отображены на рис. 20 и подтверждают надежность работы устройства в экстремальных условиях эксплуатации благодаря оптимизированной конструкции и применению специализированной микросхемы управления.

Согласно данным, представленным на рис. 20, демонстрирующем распределение стабильности нулевого смещения в полном температурном диапазоне, среднее значение для тестовых образцов составляет 0,139°/ч при стандартном отклонении 0,0985°/ч, при этом при использовании критерия приемлемости не более 0,5°/ч общий процент соответствия достигает 99,08%, причем около 90% образцов демонстрируют стабильность нуле-

вого смещения лучше 0,1°/ч, что подтверждает высокую температурную стабильность системы.

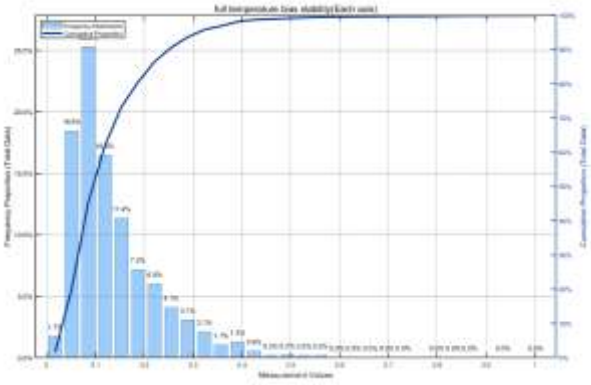


Рис. 20. Распределение стабильности смещения нуля при полном температурном диапазоне

Нестабильность смещения нуля в полном температурном диапазоне. Проведено исследование разницы между максимальным и минимальным значениями выходного сигнала TG-40, разработанного на специализированной интегральной микросхеме, в ходе полного температурного тестирования, что позволило количественно оценить степень температурного дрейфа волоконно-оптического гироскопа и подтвердить эффективность примененных технических решений для минимизации температурных воздействий на точность измерений.

Как на рис. 21 представлено, среднее значение нестабильности смещения нуля в полном температурном диапазоне составляет 0,552°/ч при стандартном отклонении 0,286°/ч, что свидетельствует о незначительном температурном дрейфе гироскопа в реальных испытаниях, при этом 91,01% образцов демонстрируют нестабильность менее 1°/ч.

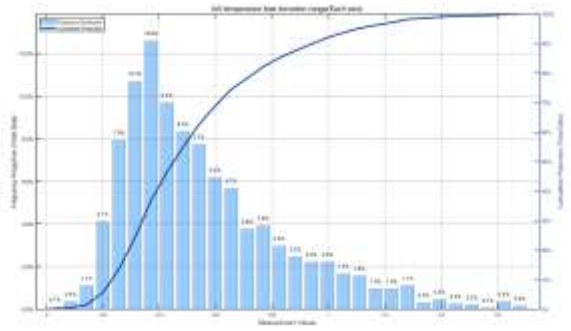


Рис. 21. Распределение нестабильности смещения нуля при полном температурном диапазоне

4.2. Масштабный коэффициент

Масштабный коэффициент описывает пропорциональную зависимость между выходным цифровым сигналом волоконно-оптического гироскопа и фактической угловой скоростью, где нелинейность масштабного коэффициента характеризует согласованность показаний при различных входных данных, а повторяемость - стабильность коэффициента при многократных испытаниях, проведена статистическая обработка данных 500 произведенных устройств (1500 осей) TG-40 с ASIC-управлением при комнатной температуре в динамическом диапазоне ±500°/с с контрольными точками измерения (0°/с, ±10°/с, ±50°/с, ±100°/с, ±200°/с, ±300°/с, ±400°/с, ±500°/с).

Нелинейность масштабного коэффициента. Результаты анализа нелинейности масштабного коэффициента (рис. 22) показывают среднее значение 2,243 ppm при стандартном отклонении 2,416 ppm с высокой степенью концентрации данных, а при критерии приемлемости не более 20 ppm общий процент соответствия достигает 99,78%, что подтверждает исключительную точность и стабильность характеристик устройства.

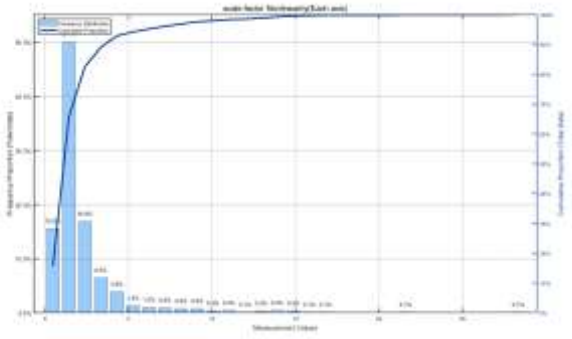


Рис. 22. Распределение нелинейности масштабного коэффициента

Повторяемость масштабного коэффициента при комнатной температуре. Результаты анализа повторяемости масштабного коэффициента волоконно-оптического гироскопа TG-40, представленные на рис. 23, демонстрируют среднее значение 2,948 ppm при стандартном отклонении 3,292 ppm с высокой степенью концентрации данных, где при использовании критерия приемлемости повторяемости масштабного коэффициента не более 20 ppm общий процент соответствия достигает 99,65%, что подтверждает исключительную стабильность и воспроизводимость характеристик устройства в серийном производстве благодаря применению специализированной ASIC-микросхемы, обеспечивающей высокую точность измерений и минимальный разброс параметров между отдельными экземплярами гироскопов.

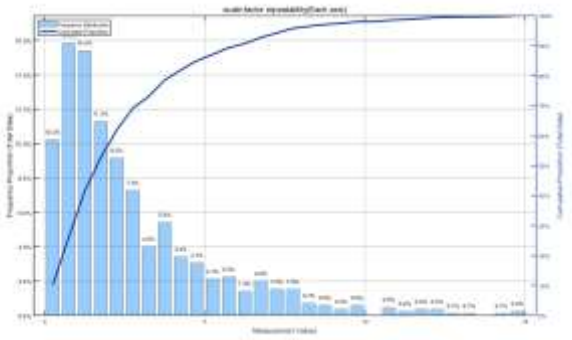


Рис. 23. Распределение повторяемости масштабного коэффициент

Повторяемость масштабного коэффициента в полном температурном диапазоне. Для оценки температурного смещения масштабного коэффициента гироскопа были проведены испытания в различных температурных точках с последующим сравнением относительных отклонений коэффициента на участках нагрева и охлаждения.

Как показано на рис. 24, отображающем характер масштабного коэффициента в полном температурном диапазоне, статистическая обработка данных 150 осей тестовых образцов проводилась относительно базового значения масштабного коэффициента при комнатной температуре, где измерения в температурной камере при заданной скорости изменения температуры позволили определить соотношение между значением коэффициента в каждой температурной точке и эталонным значением.

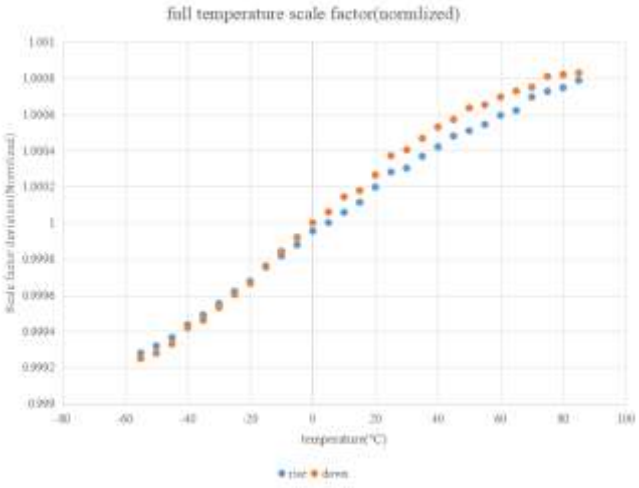


Рис. 24. Смещение масштабного коэффициента в полном температурном диапазоне

Из рис. 24 видно, что смещение масштабного коэффициента волоконно-оптического гироскопа TG-40 менее подвержен влиянию температуры, при этом обладает хорошей линейностью и высокой компенсируемостью при температурных изменениях. В низкотемпературном диапазоне масштабный коэффициент показывает меньшую чувствительность к температурным колебаниям с высокой степенью согласованности при процессах нагрева и охлаждения.

В целом, разница в величине смещения масштабного коэффициента между режимами нагрева и охлаждения незначительна, что свидетельствует о превосходной симметричной характеристике относительно температурных изменений. Высокая стабильность масштабного коэффициента в различных температурных условиях подтверждает исключительную устойчивость TG-40 к температурным изменениям.

Разработанный трехосевой интегрированный волоконно-оптический гироскоп TG-40 на базе специализированных интегральных микросхем имеет компактные габариты всего 71,5 мм × 70,2 мм × 45 мм при потребляемой мощности всего 3,3 Вт. Сочетая преимущества миниатюризации и низкого энергопотребления, устройство демонстрирует превосходные эксплуатационные характеристики и адаптивность к условиям окружающей среды.

Согласно теоретическому анализу и статистике экспериментальных данных:

- Стабильность нулевого смещения при комнатной температуре: <0,1°/ч
- Коэффициент случайного блуждания: <0,01°/ч$^{1/2}$
- Среднее значение стабильности нулевого смещения в полном температурном диапазоне: 0,139°/ч
- Средний разброс нулевого смещения в температурном диапазоне: 0,613°/ч
- Средняя нелинейность масштабного коэффициента: 2,243 ppm
- Средняя повторяемость масштабного коэффициента: 2,948 ppm

Масштабный коэффициент обладает хорошей линейной зависимостью и высокой компенсируемостью при температурных изменениях во всем рабочем диапазоне. Кроме того, гироскоп показывает исключительную устойчивость к вибрациям и сохраняет стабильность характеристик в условиях экстремальных температур.

V. Заключение

В данной работе представлена специализированная интегральная микросхема, объединяющая ключевые функции обработки сигналов: преобразование уровней, схему выборки-хранения, усиление и дифференциальное преобразование. Благодаря применению технологий системного уровня компоновки, в рамках единого чипа достигнута высокая интеграция цифровой обработки, модулей преобразования сигналов и управления питанием. Используя преимущества миниатюризации и низкого энергопотребления микросхемы, удалось существенно сократить габариты схемы гироскопа и снизить энергозатраты.

Проведены тестирования на технические характеристики разработанного волоконно-оптического гироскопа TG-40 с управлением от ASIC. Показано в результате, что применение специализированной интегральной микросхемы позволило гироскопу TG-40 достичь превосходных показателей стабильности нулевого смещения, точности масштабного коэффициента и экологической устойчивости. По сравнению с аналогами разработка имеет заметные преимущества и подходит для применения в различных гражданских сферах, требующих многофункциональных решений.

VI. Литература

[1] Лю Хань. Исследование ключевых технологий интеграции волоконно-оптических гироскопов [Дис.]. Китайская академия технологий ракет-носителей, 2023. DOI:10.27096/d.cnki.ghtdy.2023.000034.

[2] Сюй Юйсинь. Проектирование специализированных микросхем для ВОГ на основе IP-ядер [Дис.]. Гуйчжоуский университет, 2024. DOI:10.27047/d.cnki.ggudu.2024.003166.

[3] Лю Цинъян. Разработка и оптимизация специализированных микросхем для цифрового управления ВОГ [Дис.]. Гуйчжоуский университет, 2023. DOI:10.27047/d.cnki.ggudu.2023.002107.

[4] Со Синьсинь, Юй Хайчэн, Фэн Вэньшуай и др. Исследование интерферометрических ВОГ на базе многофункциональных интегральных оптических чипов // Навигация и управление. 2025. Т.24, №2. С.111-118.

[5] Ли Дун. Исследование и реализация схем обработки сигналов ВОГ [Дис.]. Сианьский университет электронных наук и технологий, 2023. DOI:10.27389/d.cnki.gxadu.2023.003718.

[6] У Шилан. Разработка высокоточного замкнутого ВОГ на базе ПЛИС [Дис.]. Университет электронных наук и технологий Китая, 2024. DOI:10.27005/d.cnki.gdzku.2024.005039.

[7] LEFÈVRE H C. The fiber-optic gyroscope: Challenges to become the ultimate rotation-sensing technology [J] . Opti cal Fiber Technology, 2013, 19(6) : 828-832.

[8] TRAN M A, KOMLJENOVIC T, HULME J C, et al. In tegrated optical driver for interferometric optical gyroscopes [J] . Optics Express,2017,25(4):3826-3840.

[9] RICKMAN A. The commercialization of silicon photonics [J] . Nature Photonics, 2014, 8: 579-582.

[10] YI X S, WEN X. Y-integrated optic chip (Y-IOC) applied in fiber optic gyro[C].13th International Conference on Advanced Laser Technologies, Tianjin, China, 2005: 63440U.

[11] STOPINSKI S, JUSZA A, PIRAMIDOWICZ R. An inter ferometric fiber-optic gyroscope system based on an appli cation specific photonic integrated circuit[C] . 2017Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/ Europe-EQEC) , Munich, Germany, 25-29 June, 2017: 8086879.

[12] GUO H J, LIU H F, LEI M, et al. Research progress of integrated optical gyroscope[J] . Chinese Optics Letters, 2024, 22(3) : 031302.

[13] WANG L M, HALSTEAD D R, D MONTE T, et al. Low cost, high-end tactical-grade fiber optic gyroscope based on photonic integrated circuit[C].2019 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL) , Naples, USA, 1-5 April, 2019: 8739700.

[14] Wang Zinan, Yang Yi, Li Yongxiao, Yu Xiaoqi, Zhang Zhenrong, Li Zhengbin. Quadrature demodulation with synchronous difference for interferometric fiber optic gyroscopes.[J]. Optics express, 2012, 20(23).

[15] Bo L, Tang X, Huang X. Research on Fiber Optic Gyroscope Adaptive Filtering Algorithm Based on FPGA[C], International Conference on Computational Intelligence & Communication Networks. IEEE, 2016: 16248239.

[16] Gomathi Swaminathan, G. Murugesan, S. Sasikala,L. Murali. A novel implementation of combined systolic and folded architectures for adaptive filters in FPGA[J]. Microprocessors and Microsystems, 2020, 74(prepublish).

[17] Huang Chunfu, Li An, Qin Fangjun, Wang Zhi. Fiber optic gyro signal denoising based on variational mode decomposition and adaptive noise cancellation[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2020, 1449.

Нейросетевые модели компенсации теплового дрейфа волнового твердотельного гироскопа

М.А. Басараб
НУК «Информатика и системы управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
basarab@bmstu.ru

Б.С. Лунин
Химический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
luninboris@yandex.ru

И.С. Строганов
НУК «Информатика и системы управления», МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
aug_4-4@mail.ru

Е.А. Чуманкин
ОАО АНПП, «ТЕМП-АВИА»
Арзамас, Россия
che54@mail.ru

***Аннотация*—Рассмотрены вопросы компенсации теплового дрейфа волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) на основе линейных и нелинейных моделей авторегресии и искусственных нейронных сетей (ИНС) прогноза. Показаны преимущества подхода на основе нейросетевых архитектур машинного обучения по сравнению с аналитическими решениями, полученными на основе метода наименьших квадратов (МНК). Анализ результатов численного эксперимента позволяет сделать вывод о целесообразности встраивания нелинейных регрессионных моделей прогноза на основе ИНС в контур управления ВТГ с целью компенсации теплового дрейфа.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, тепловой дрейф, искусственная нейронная сеть, авторегрессия.

I. Введение

Влияние температуры на динамику ВТГ и методы компенсации теплового дрейфа для повышения температурной устойчивости приборов, рассматривались в работах [1-3]. Программно-алгоритмическая компенсация представляет собой экономичный и эффективный способ управления тепловым дрейфом ВТГ. Она удобна при проектировании, экономична с точки зрения оборудования и не требует долгих процедур, связанных с его настройкой. Компенсирующие коэффициенты полиномиальной регрессионной тепловой модели могут быть оценены методом наименьших квадратов. При моделировании данных временных рядов датчиков популярны также алгоритмы обычной линейной авторегрессии (AR) и нелинейной авторегрессии и скользящего среднего (ARMA) [4]. По сравнению с традиционной полиномиальной аппроксимацией температуры модель ARMA способна описывать как установившиеся, так и переходные процессы дрейфа гироскопа. В последнее время в практике проектирования различных типов навигационных приборов при решении задач температурной компенсации активно используется подход, основанный на технологиях машинного обучения и искусственных нейронных сетей (ИНС) [5-7]. В данной работе рассмотрен подход к температурной компенсации на основе нейросетевых реализаций моделей AR и ARMA, а также нелинейной авторегрессионной нейронной сети с внешними входными данными (NARX) [8, 9]. Сделан вывод о целесообразности встраивания нелинейных регрессионных моделей прогноза на основе ИНС в контур управления ВТГ для компенсации теплового дрейфа прибора.

II. Модель ARMA

В силу своей простоты, и эффективности модель ARMA часто используется для прогнозирования будущих значений временных рядов по историческим данным. Набор исторических данных используется для моделирования, а затем компоненты ARMA, описывающие взаимосвязь между нулевым сигналом ВТГ и соответствующим значением (либо приращением) температуры, применяются для оценки дрейфа следующих будущих данных (прогноз). В модели входной сигнал $u(t)$ и выходной сигнал $y(t)$ дискретизированы с шагом Δt:

$$u[k]=u(t_k),\quad y[k]=y(t_k),\quad t_k=k\Delta t,\quad k=0,1,2,... \qquad (1)$$

Связь между указанными сигналами выражается посредством разностного уравнения

$$y[k]=\sum_{i=1}^{p}a_i y[k-i]+\sum_{j=0}^{q}b_j u[k-j], \qquad (2)$$

в которой неопределенные коэффициенты a_i, b_j находятся методом наименьших квадратов (МНК).

Для набора n измерений введем следующие обозначения векторов и матриц:

$$\mathbf{Y}=\begin{pmatrix} y[k] \\ y[k+1] \\ \vdots \\ y[k-n-2] \\ y[k-n-1] \end{pmatrix},\quad \mathbf{a}=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix},\quad \mathbf{b}=\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_q \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{V}=\begin{pmatrix} y[k-1] & y[k-2] & \cdots & y[k-p] \\ y[k] & y[k-1] & \cdots & y[k+1-p] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y[k+n-2] & y[k+n-3] & \cdots & y[k+n-1-p] \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

$$\mathbf{U}=\begin{pmatrix} u[k] & u[k-1] & \cdots & u[k-q] \\ u[k+1] & u[k] & \cdots & u[k+1-q] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ u[k+n-2] & u[k+n-1] & \cdots & u[k+n-1-q] \end{pmatrix}.$$

Для определения неизвестных коэффициентов получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\mathbf{Y} = \underbrace{\left[\mathbf{V} \mid \mathbf{U}\right]}_{\mathbf{X}} \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{a}\\ \mathbf{b}\end{bmatrix}}_{\mathbf{W}}.$$

Данную СЛАУ можно также записать в виде

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{W} \begin{cases} \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n\times 1} \\ \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n\times m} \quad n > m. \\ \mathbf{W} \in \mathbb{R}^{m\times 1} \end{cases} \tag{4}$$

В соответствии с МНК, оптимальное решение СЛАУ (4) получается из решения задачи минимизации (в евклидовой норме пространства l_2)

$$\min \left\| \mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{W} \right\|_2^2. \tag{5}$$

Решение (5) имеет вид

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \mathbf{X}^{+}\mathbf{Y}, \tag{6}$$

где $\mathbf{X}^{+} = \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}$ – псевдообратная матрица.

Для выбора порядка регрессионой модели (параметров размеров «окон» p и q) и оценки качества прогноза можно использовать показатели среднеквадратичного отклонения (RMSE) или процентного отклонения дисперсии (VAF):

$$\mathrm{VAF}(y,\hat{y}) = \left(1 - \frac{E\left\{ \left[\left(y(t) - \hat{y}(t) \right) - \left(\langle y \rangle - \langle \hat{y} \rangle \right) \right]^2 \right\}}{E\left\{ \left[y(t) - \langle y \rangle \right]^2 \right\}} \right)\%, \tag{7}$$

где $y(t)$ – измеренные данные (референсные); $\hat{y}(t)$ – спрогнозированные данные; $E\{\cdot\}$ – математическое ожидание; $\langle \cdot \rangle$ – оператор усреднения.

Решение (6) получено исходя из предположения о незашумленности исходных данных. Вместе с тем, в процессе измерений неизбежно возникают погрешности, и вместо идеальных неискаженных вектора $\mathbf{Y}$ и матрицы $\mathbf{A}$ приходится иметь дело с их возмущенными версиями:

$$\mathbf{Y}_\delta = \mathbf{Y} + \delta\mathbf{Y}, \quad \mathbf{A}_\delta = \mathbf{A} + \delta\mathbf{A}.$$

Тогда вместо СЛАУ (4) будем иметь новую систему относительно оптимального решения $\mathbf{X}_\delta$ для зашумленных данных и модели системы с неопределенностью:

$$\underbrace{\mathbf{Y} + \delta\mathbf{Y}}_{\mathbf{Y}_\delta} = \underbrace{\mathbf{A} + \delta\mathbf{A}}_{\mathbf{A}_\delta}\underbrace{\mathbf{X} + \delta\mathbf{X}}_{\mathbf{X}_\delta}. \tag{8}$$

Решение, полученное с помощью МНК, имеет вид

$$\mathbf{X}_\delta = \left(\mathbf{A}_\delta^{\mathrm{T}}\mathbf{A}_\delta\right)^{-1}\mathbf{A}_\delta^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}_\delta. \tag{9}$$

Можно показать, что уменьшение ошибки прогноза $\mathbf{E} = \|\delta\mathbf{X}\|/\|\mathbf{X}\|$ возможно лишь при одновременном уменьшении возмущенных слагаемых $\delta\mathbf{Y}$, $\delta\mathbf{A}$.

Для практических измерений важно отметить, что дрейф ВТГ искажается шумом, поэтому на кривые дрейфа будет наложен сигнал $\delta\mathbf{Y}$. При этом не только тепловой дрейф ВТГ не может быть оценен явно, но также ухудшается точность и надежность расчета оптимальных параметров, рассчитанных МНК. Чтобы решить эту проблему, первоочередной задачей является разработка соответствующего фильтра, уменьшающего шумовую составляющую.

Для подавления шумовых составляющих необходимо использовать подходящий фильтр нижних частот (ФНЧ). Однако, ФНЧ неизбежно вызывает определенную фазовую задержку. Избежать этого недостатка можно с помощью фильтра минимального расстояния (MDF), полученного на основе тихоновской регуляризации. Целевая функция MDF-фильтра имеет вид

$$\Phi = \sum_{i=1}^{\upsilon}\left(y[i] - \tilde{y}[i] \right)^2 + \sum_{i=2}^{\upsilon} v_{i-1}\left(\tilde{y}[i] - \tilde{y}[i-1] \right)^2, \tag{10}$$

где $y[i]$ – исходные зашумленные данные; $\tilde{y}[i]$ – отфильтрованные данные; v_{i-1} – весовые коэффициенты разности между i-м и $(i-1)$-м отсчетом отфильтрованных данных.

Применяя МНК, получим следующее оптимальное решение:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\text{opt}} = \left(\mathbf{I} + \mathbf{F}^{\mathrm{T}}\mathbf{V}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{y}, \tag{11}$$

где $\mathbf{y} = \left(y[1]\, y[2] \ldots y[\upsilon] \right)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{\upsilon}$ – вектор исходных зашумленных данных; $\tilde{\mathbf{y}}_{\text{opt}} = \left(\tilde{y}[1]\, \tilde{y}[2] \ldots \tilde{y}[\upsilon] \right)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{\upsilon}$ – вектор отфильтрованных данных; $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{\upsilon\times\upsilon}$ – единичная матрица; $\mathbf{V}$ – матрица весов; $\mathbf{F}$ – матрица-циркулянт вида

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

III. Нейросетевые модели

Процедура расчета псевдообратной матрицы в (6) является численно-неустойчивой, а также затратной в вычислительном плане. Решить эти проблемы можно с помощью методов машинного обучения на основе ИНС. В качестве примера рассмотрим простейшую авторегрессионную модель (AR) (модель ARMA может быть реализована аналогично), а также нелинейную авторегрессионную сеть с экзогенными входами (NARX).

A. Модель AR

В AR-модели прогнозируемое значение временного ряда выражается лишь через его известные значения в предыдущие моменты времени (в модели ARMA все коэффициенты $b_j = 0$):

$$y[k] = \sum_{i=1}^{p} a_i y[k-i] + a_0. \qquad (12)$$

где $a_0 = \langle y \rangle$.

В режиме обучения ИНС последовательно, от эпохи к эпохе, на вход сети подаются элементы векторов-строк обучающей выборки

$$\begin{pmatrix} y[k-1] & y[k-2] & \cdots & y[k-p] \\ y[k] & y[k-1] & \cdots & y[k+1-p] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y[k+n-2] & y[k+n-3] & \cdots & y[k+n-1-p] \end{pmatrix}, \qquad (13)$$

а на выходе соответственно получаются прогнозные значения

$$\hat{y}[k],\ \hat{y}[k+1],\ \ldots,\ \hat{y}[k+n-1].$$

Эти значения сравниваются с реальными

$$y[k],\ y[k+1],\ \ldots,\ y[k+n-1]$$

и оценивается ошибка:

$$\varepsilon = \sqrt{\sum_{k} \left(y[k] - \hat{y}[k] \right)^2}. \qquad (14)$$

Коррекция весов на каждой эпохе производится по правилу Видроу–Хоффа:

$$\Delta a_i = \eta \delta y[i], \quad i = 0,1,\ldots, p, \qquad (15)$$

где $\eta \in (0,1]$ – коэффициент нормы обучения.

В рабочем режиме прогноз осуществляется путем сдвига окна далее вправо на 1, 2, 3 и т.д. отсчетов относительно последнего столбца (13). При этом, начиная со сдвига на 2, в прогнозе будут принимать значения, ранее в свою очередь спрогнозированные, что может привести к росту ошибки «долговременного» прогноза.

B. Модель NARX

Нелинейная авторегрессионная сеть с экзогенными входами (NARX) — это часто используемая рекуррентная динамическая сеть, предназначенная для моделирования временных рядов и нелинейных систем [8, 9]. Сети NARX намного лучше, чем обычные ИНС, решают задачу обнаружения долговременных зависимостей. Существует два режима сети NARX. Одна из них — последовательно-параллельная архитектура (также называемая разомкнутый контур или open-loop), в котором в контуре обратной связи вместо оценки используется желаемый выходной сигнал:

$$\hat{y}[k+1] = f\begin{pmatrix} y[k],\ y[k-1],\ \ldots,\ y[k-d_y]; \\ u[k+1],\ u[k],\ \ldots,\ u[k-d_u] \end{pmatrix}, \qquad (16)$$

где $\mathbf{y} = \left(y[k],\ y[k-1],\ \ldots,\ y[k-d_y] \right)$ – истинные предшествующие данные временного ряда; $f(\cdot)$ – функция активации; $\mathbf{u} = \left(u[k+1],\ u[k],\ \ldots,\ u[k-d_u] \right)$ – входной сигнал NARX; d_y – задержка выходного сигнала; d_u – задержка входного сигнала.

Другой тип NARX — параллельная архитектура (также называемая замкнутым контуром или open-loop), в котором прошлый расчетный результат возвращается на вход нейронной сети прямого распространения. Эта архитектура описывается выражением

$$\hat{y}[k+1] = f\begin{pmatrix} \hat{y}[k],\ \hat{y}[k-1],\ \ldots,\ \hat{y}[k-d_y]; \\ u[k+1],\ u[k],\ \ldots,\ u[k-d_u] \end{pmatrix}, \qquad (17)$$

где $\hat{\mathbf{y}} = \left(\hat{y}[k],\ \hat{y}[k-1],\ \ldots,\ \hat{y}[k-d_y] \right)$ – предыдущие расчетные выходные данные NARX.

Целесообразно последовательно-параллельную архитектуру использовать на этапе обучения ИНС, а параллельную – на этапе ее тестирования.

Детальная архитектура NARX описывается выражением

$$y(t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{W}_0 \tanh\left[\mathbf{B}_i + \mathbf{W}_i \mathbf{X}_d(t) + \mathbf{W}_l \mathbf{Y}_d(t) \right], \qquad (18)$$

где $\mathbf{B}_0 \in \mathbb{R}^{1\times 1}, \mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{N\times 1}$ – веса смещения; $\mathbf{W}_0 \in \mathbb{R}^{1\times N}, \mathbf{W}_i \in \mathbb{R}^{N\times p}, \mathbf{W}_l \in \mathbb{R}^{N\times p}$ – веса.

IV. Вычислительный эксперимент

Рассмотрим прогноз нулевого сигнала ВТГ в зависимости от изменения температуры (рис. 1). Здесь шаг $\Delta t = 1\,c$. Ограничимся временным интервалом от 2380 до 2980 с и проведем предварительно обработку сигнала фильтром MDF. Матрица весов $\mathbf{V}$ в (10) – диагональная с элементами $v_{ii} = 50$.

На рис. 2 показаны результаты обучения и прогноза моделей ARMA и AR. В (2) были выбраны следующие параметры: $p = 4, q = 0$. Обучающий интервал: от 2384 до 2480 с; прогнозный интервал: от 2480 до 2576 с. Найденные коэффициенты ARMA:

$$a_1 = 0,559,\ a_2 = 0,504,\ a_3 = -0,234,\ a_4 = 0,156;$$

$$b_0 = -9,241 \cdot 10^{-4}.$$

Обучение ИНС проводилось в течении 50000 эпох. Рассчитанные весовые коэффициенты:

$$w_1 = 0,216,\ w_2 = 0,273,\ w_3 = 0,658,\ w_4 = -1,416 \cdot 10^{-4},$$

$$w_0 = -0,305.$$

Метрики прогноза обеих моделей:

$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{AR}} = 0.044$, $\mathrm{VAF}_{\mathrm{AR}} = 92.09$ %,

$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{ARMA}} = 0.026$, $\mathrm{VAF}_{\mathrm{ARMA}} = 94.52$ %.

Таким образом, качество прогноза модели ARMA даже с одним входом по сигналу температуры несколько выше, чем у обычной AR модели на основе ИНС. В то же время, нейросетевая модель имеет более высокую робастность и в перспективе может быть улучшена переходом к архитектуре NARX.

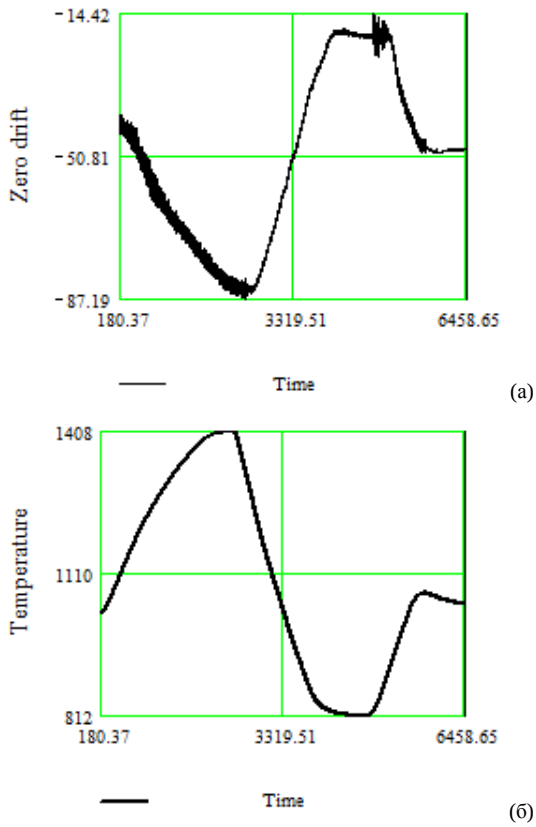


Рис. 1. Зависимость нулевого сигнала (а) и температуры (б) от времени

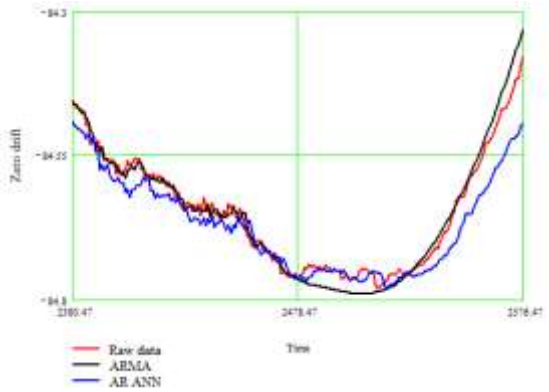


Рис. 2. Результат обучения и прогнозирования нулевого сигнала

Заключение

Результаты численных экспериментов показывают широкие возможности по использованию ИНС для построения авторегрессионных (AR и ARMA) моделей прогноза сигнала ВТГ в присутствии шумов в зависимости от внешнего динамического температурного воздействия. На примере реальных данных проведено сравнение моделей AR (на основе ИНС) и ARMA. Обе модели показали удовлетворительное качество прогноза (после предварительной фильтрации MDF). Можно сделать вывод о целесообразности встраивания AR и NARX моделей ИНС в контур управления ВТГ с целью компенсации теплового дрейфа.

Литература

[1] X. Wang, W. Wu, Z. Fang, B. Luo, Y. Li, and Q. Jiang, “Temperature drift compensation for hemispherical resonator gyro based on natural frequency,” Sensors, vol. 12, no. 5, pp. 6434–6446, May 2012.

[2] Z. Xu, G. Yi, and W. Zhu, “An accurate thermoelastic model and thermal output error analysis of a hemispherical resonator gyroscope under varying temperatures,” Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, vol. 170, 108760.

[3] L. Xin-san, L. Can, S. Qiang, et al., “A multiple regression based method for indirect compensation of hemispherical resonator gyro temperature error,” Scientific Reports, 2023, vol. 13, 6019.

[4] S.-J. Huang and K.-R. Shih, “Short-term load forecasting via ARMA model identification including non-Gaussian process considerations,” IEEE Trans. Power Syst., vol. 18, no. 2, pp. 673–679, May 2003.

[5] G. Araghi and R. J. Landry, “Temperature compensation model of MEMS inertial sensors based on neural network,” Proc. IEEE/ION Position, Location Navigat. Symp. (PLANS), pp. 301–309, April 2018.

[6] S. Chong et al., “Temperature drift modeling of MEMS gyroscope based on genetic-Elman neural network,” Mech. Syst. Signal Process., vol. 72, pp. 897–905, May 2016.

[7] H. Cao, Y. Zhang, C. Shen, Y. Liu, and X. Wang, “Temperature energy influence compensation for MEMS vibration gyroscope based on RBF NN-GA-KF method,” Shock Vib., vol. 2018, pp. 1–10, December 2018.

[8] H. Xie, H. Tang, and Y.-H. Liao, “Time series prediction based on NARX neural networks: An advanced approach,” Proc. Int. Conf. Mach. Learn. Cybern., vol. 3, pp. 1275–1279, July 2009.

[9] E. Diaconescu, “The use of NARX neural networks to predict chaotic time series,” WSEAS Trans. Comput. Res., vol. 3, no. 3, pp. 182-191, March 2008

.

Реализация преобразования Гильберта первичного сигнала волнового твердотельного гироскопа

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия,
sergei-perelyaev@mail.ru

А.В. Алехин
АО «Инерциальные технологии технокомплекса»
Раменское, Россия,
aalehin@itts.ru

***Аннотация*—Рассмотрено решение актуальной прикладной задачи – формирования квадратурного сигнала при обработке первичного сигнала волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Известно, что точность формирования квадратурного сигнала определяет основные погрешности и динамику волнового гироскопа в разных условиях эксплуатационного применения. В докладе предлагается новый метод формирования квадратурного сигнала с помощью преобразования Гильберта. Рассмотрена одна из реализаций цифрового преобразования Гильберта для решения данной задачи. Предложенная методика допускает реализацию синтезированного алгоритма в современной программируемой системе на кристалле ПЛИС/FPGA.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, ВТГ, квадратурный сигнал, вектор состояния.

I. Введение

На сегодняшний день все перспективные системы управления волновым твердотельным гироскопом (ВТГ) основаны на цифровой обработке сигналов (ЦОС). Методы ЦОС позволяют повысить точность системы измерения и реализовать более сложные модели погрешностей прибора. Схемы обработки сигналов с применение ЦОС избавлены от данных недостатков, кроме того, реализация алгоритмов ЦОС не вызывает принципиальных сложностей. В основе методов ЦОС – спектральный анализ, преобразование Фурье, преобразование Гильберта, фильтр Калмана, а также вейвлет-преобразование. Преобразование Гильберта – традиционный подход к обработке сигналов в радио и высокочастотной технике, в задачах механики применяется редко. Однако результаты, полученные в тестовых испытаниях ВТГ, показали эффективность и широкие возможности для данного метода идентификации квадратурной составляющей. Контур управления ВТГ требует формирования производной первичного сигнала. ЦОС позволяет решить эту задачу многими способами. Есть методики численного дифференцирования, однако они сопровождаются большими шумами выходного сигнала. Алгоритм, основанный на оптимальном фильтре Калмана (ОФК), очень хорошо себя зарекомендовал во многих современных и перспективных разработках. Отметим, что большое множество экспериментальных исследований последних лет показывает, что наиболее эффективно контур управления реализуется на платформе современной системы на кристалле - программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС/FPGA). Фильтр Калмана, при всех преимуществах, требует для реализации достаточно сложной математической сигнал модели динамической системы и большого количества операций с плавающей точкой. ОФК реализуется на микроконтроллере, однако, на отечественных FPGA его очень сложно реализовать в силу ряда ограничений вычислительных ресурсов. Преимущество ПЛИС/FPGA в большой скорости и параллельной обработке первичных сигналов, однако, для операций с плавающей точкой ресурсов отечественных систем на кристалле, как правило, не хватает. В таких условиях лучший выбор – реализация цифрового преобразование Гильберта. Алгоритм достаточно просто реализуется на любой цифровой платформе, обладает помехоустойчивостью, имеет невысокую вычислительную сложность. Однако известно, что классический интеграл Гильберта во временной области имеет особую точку при $t-\tau \Rightarrow 0$, в которой при вычислении используется главное значение интеграла по Коши.

II. Постановка задачи

Рассмотрим решение актуальной прикладной задачи – формирования квадратурного сигнала при обработке первичного сигнала волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Рассмотрим одну из реализаций цифрового преобразования Гильберта для решения данной задачи. Обозначим первичный сигнал прибора $x(t)$. Отсчеты этого сигнала имеют вид дискретной выборки, хранимой в памяти цифрового вычислителя. Требуется сформировать сигнал $y(t)$, который будет сдвинут по фазе строго на 90 градусов относительно сигнала $x(t)$. Все операции должны быть проведены в режиме реального времени. Решение задачи дает преобразование Гильберта первичного сигнала $x(t)$. Однако в классическом варианте [1] данное преобразование сложно реализовать в реальном масштабе времени. Поэтому предлагается применить преобразование Фурье для реализации цифрового преобразования Гильберта. Преобразование Фурье допускает сравнительно несложную реализацию в реальном времени, включая системы на кристалле ПЛИС/FPGA. В данной работе рассмотрено решение важной задачи в обработке первичного сигнала ВТГ – формирование квадратурной составляющей сигнала, которая дает возможность оценить необходимые параметры вектора состояния гироскопа [2].

III. Решение задачи

Для решения поставленной задачи полезно ввести в рассмотрение так называемый аналитический сигнал. Введем его понятие. Аналитическим сигналом $z(t)$ называется комплексный сигнал вида

$$z(t) = x(t) + iy(t)$$

Это комплексный сигнал, у которого вещественная часть совпадает с нашим первичным сигналом, а мнимая часть является квадратурным сигналом. Можно геометрически представить аналитический сигнал следующим образом. Рассмотрим пространственную кривую, заданную в параметрическом виде:

$$x(t) = sin(t),\ y(t) = cos(t),\ z(t) = t \qquad (1)$$

Кривая, определяемая уравнениями (1), описывает в пространстве известную спираль (рис.1), которую можно сопоставлять с аналитическим сигналом $z(t)$. Построим график аналитического сигнала в трехмерной системе координат. По оси *x* отобразим наш исходный сигнал $x(t)$, по оси *y* мнимая часть $iy(t)$, а по оси *z* аналитический сигнал $z(t)$.

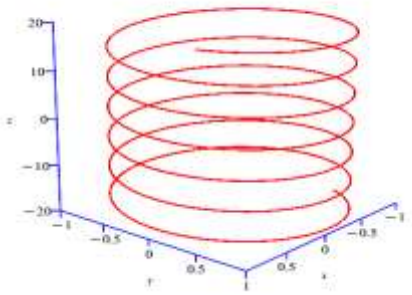


Рис. 1. Представление аналитического сигнала

В рассматриваемом аналитическом сигнале $z(t)$ вещественная часть нам известна, мнимую часть найдем с помощью преобразования Гильберта (на входе этого преобразования сигнал $x(t)$, на выходе имеем $y(t)$).

По определению, преобразование Гильберта – это идеальный широкополосный фазовращатель исходного сигнала на 90 градусов [1]. Все гармоники первичного сигнала $x(t)$ сдвигаются по фазе на 90 градусов. При этом необходимо отметить, что помимо поворота фазы, фильтр Гильберта устраняет постоянную составляющую сигнала. Используя это определение, построим амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) и фазо-частотную характеристику (ФЧХ) преобразования Гильберта (рис. 2).

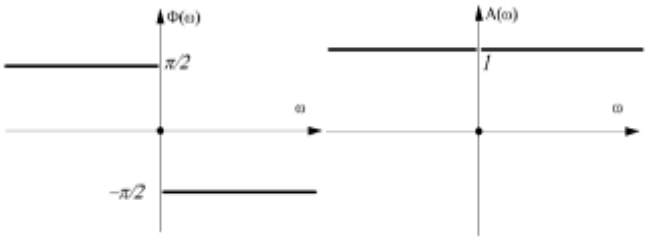


Рис. 2а. ФЧХ Рис. 2б. АЧХ

Постоянную составляющую преобразование Гильберта отсекает, амплитуда выходного сигнала при этом остается неизменной. На основании вида АЧХ и ФЧХ запишем формулу для комплексной спектральной плотности $H(\omega)$ преобразования Гильберта:

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{\frac{i\pi}{2}}, \omega < 0 \\ e^{-\frac{i\pi}{2}}, \omega > 0 \\ 0, \omega = 0 \end{cases} \qquad (2)$$

Допустим, что спектральная плотность сигнала $y(t)$ равна $Y(\omega)$, а спектральная плотность входного сигнала $x(t)$ равна $X(\omega)$. Тогда, очевидна, следующая формула

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \qquad (3)$$

Напоминаем, что $X(\omega), Y(\omega)$ - комплексные функции.

Допустим, что спектральная плотность аналитического сигнала $z(t)$ равна $Z(\omega)$. Тогда, верно, следующее аналитическое равенство:

$$Z(\omega) = X(\omega) + iY(\omega) \qquad (4)$$

В силу справедливости соотношения (3) получаем:

$$Z(\omega) = X(\omega)(1 + iH(\omega)) \qquad (5)$$

Введем новую функцию $S(\omega)$:

$$S(\omega) = 1 + iH(\omega) \qquad (6)$$

Мы видим, что функция $S(\omega)$, является спектральной плотностью преобразования, связывающего спектральные плотности входного сигнала $X(\omega)$ и аналитического сигнала $Z(\omega)$:

$$Z(\omega) = X(\omega)S(\omega) \qquad (7)$$

Используя аналитическое выражение (2), мы сразу найдем формулу для функции $S(\omega)$:

$$S(\omega) = \begin{cases} 0, \omega < 0 \\ 2X(\omega), \omega > 0 \\ X(0), \omega = 0 \end{cases} \qquad (8)$$

Отметим, что полученный нами аналитический сигнал $Z(\omega)$ не имеет в спектре отрицательных частот.

Итак, мы с помощью полученных формул (7) и (8) связали спектральные плотности входного сигнала $x(t)$ и искомого аналитического сигнала $z(t)$.

Но спектральная плотность определяется как результат дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Если мы найдем ДПФ входного сигнала $x(t)$, то мы можем однозначно найти аналитический сигнал, используя ОДПФ (обратное дискретное преобразование Фурье) функции $S(\omega)$, найдя тем самым сигнал $z(t)$. Выделяя мнимую часть аналитического сигнала $z(t)$.

Но спектральная плотность определяется как результат дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Выделяя мнимую часть сигнала $z(t)$, получаем искомый квадратурный сигнал. Возьмем отсчеты реального сигнала и продемонстрируем все вышеописанные нами действия на конкретном примере.

На рис. 3 представлен дискретный сигнал для контрольного тестирования, имеющий на одном периоде примерно 23 дискретных отсчета.

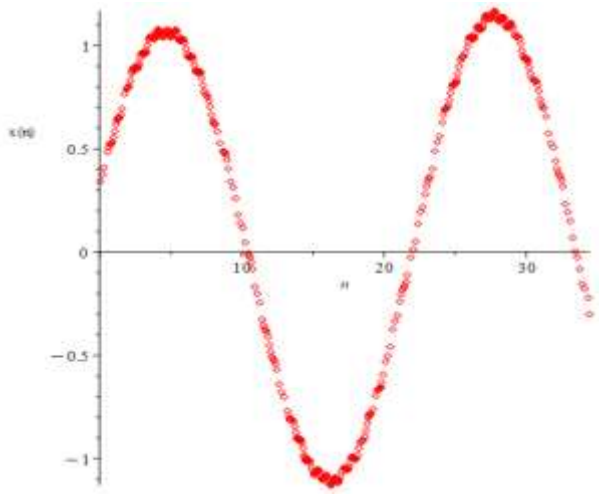


Рис. 3. Исходный тестовый сигнал

Определяем ДПФ сигнала на рис.3 по формуле:

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} 2x_n e^{-\frac{2i\pi kn}{N}}, k > 0 \qquad (9)$$

$$S_0 = \sum_{n=0}^{N-1} x_n,$$

где: N - период сигнала (в нашем случае $N = 23$).

Множитель два в аналитическом выражении (9) появился из синтезированной выше формулы (8). Определим ОДПФ сигнала S_k по следующей формуле:

$$z_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} S_n e^{\frac{2i\pi kn}{N}} \qquad (10)$$

После проведения расчетов численными методами получаем аппроксимацию аналитического сигнала z_k:

$$\begin{aligned} z_k &= 0.0098\ sin(3.4k) + sin(0.27k) \\ &+0.32\ cos(0.26k) + 0.017\ cos(10.63k) \\ &+i(-0.0098\ cos(3.4k) - cos(0.27k) \\ &+0.32\ sin(0.26k) + 0.017\ sin(10.63k)) \end{aligned} \qquad (11)$$

Соответственно на основании полученного нами аналитического выражения (11) имеем

$$x_k = Re(z_k) \qquad (12)$$
$$y_k = Im(z_k)$$

В формуле (12) x_k- входной сигнал, y_k- квадратурный сигнал. Для примера приведем расчет амплитуды входного сигнала по формуле:

$$a_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \qquad (13)$$

Остальные параметры вектора состояния (например, квадратуру) так же можно легко найти, следуя монографии [2], зная квадратурный сигнал, но это уже тема отдельной статьи. Ниже на рис.4 изображены сигналы: x_k - входной сигнал, y_k - квадратурный сигнал, a_k- амплитуда.

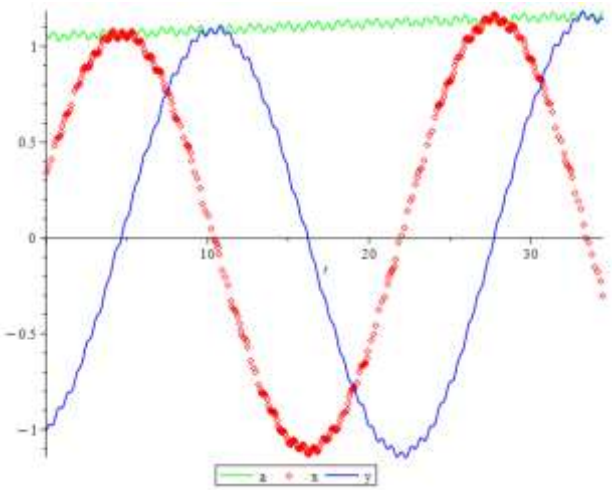


Рис. 4. Результат реализации преобразования Гильберта

IV. Результаты

В докладе предлагается один из методов реализаций цифрового преобразования Гильберта с помощью применения метода дискретного преобразования Фурье, алгоритм вычисления которого программируется на современной системе на кристалле ПЛИС/FPGA. Способ основан на поиске передаточной функции преобразования Гильберта с дальнейшей обработкой методом Фурье. Современные системы на кристалле ПЛИС/FPGA работают с параллельными процессами и конвейеризацией вычислений. Проведено достаточно много тестов в пакетах математического моделирования Matlab и Maple, отлажены все критические модули синтезированного алгоритма.

Экспериментальная проверка на нескольких конкретных образцах ВТГ проводилась в режиме реального времени, с помощью реализации синтезированного алгоритма аппаратно по технологии систем на кристалле ПЛИС/FPGA. В этих экспериментах показано, что погрешность фазового сдвига квадратурного сигнала не превышает нескольких долей процента, что позволяет весьма эффективно применять разработанный метод дифференцирования цифрового сигнала для реализации эффективного контура управления полусферическим кварцевым резонатором ВТГ в самых различных условиях реального применения.

V. Заключение

В статье предложена реализация цифрового преобразования Гильберта через преобразование Фурье с целью формирования квадратурного сигнала.

Приведен пример конкретной реализации обработки первичного сигнала ВТГ, показан расчет амплитуды сигнала (как одного из параметров вектора состояния).

Предложенный в публикации подход может быть использован в разработке различных систем управления вибрационными гироскопами, а также в любых задачах, где применяется цифровая обработка сигналов и требуется формирование квадратурного сигнала. Отметим, что спектральная плотность по формуле (8) реализуется на ПЛИС/FPGA, данная методика предложена и подробно изложена в [3].

Литература

[1] *Л. Рабинер, Б. Голд.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. Москва, «Мир», 1978 г.

[2] *Д.М. Климов, В.Ф. Журавлев, Ю.К. Жбанов.* Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). Москва, «Ким Л.А.», 2017 г.

[3] *Чан Ван Нгиа*. Применение комплексных фильтров для снижения пик-фактора сигналов с OFDM модуляцией и их реализация на ПЛИС. «Цифровая обработка сигналов», №1, 2018.

Особенности реализации цифровых алгоритмов ВТГ на современных системах на кристалле

С.Е. Переляев
Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
sergei-perelyaev@mail.ru

С.Т. Лесной
Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Москва, Россия,
e-mail:lesnoist@yandex.ru

***Аннотация*—Рассмотрены принципы разработки системы управления волновым твердотельным гироскопом (ВТГ) на основе полусферического кварцевого резонатора с максимально широким применением цифровых технологий. Представлена разработка и реализация перспективного цифрового алгоритма ВТГ на базе современной системы на кристалле — программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС /FPGA) седьмой серии «Kintex-7». Показаны основные особенности, которые возникают при реализации цифровой системы управления ВТГ при использовании современных систем ПЛИС/FPGA. Эти системы имеет важные преимущества по сравнению с известными интегральными схемами специального назначения ASIC. Приведено описание цифровой системы управления. Представлены результаты испытаний на автоматизированном испытательном стенде промышленного образца ВТГ навигационного класса точности, полностью подтверждающие работоспособность разработанной цифровой системы управления.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, информационно-измерительные каналы ВТГ, цифровая система управления, цифровая обработка сигнала, программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС).

I. Введение

Развитие технологий в области микроэлектроники и цифровых устройств даёт возможности реализации цифровых систем управления, которые от года к году становятся всё сложнее. Применительно к ВТГ это позволяет уменьшать их габариты и одновременно повышать точности измерений, при этом снижая чувствительность к различным внешним возмущениям. Также всё чаще в цифровых системах управления стали использовать так называемые современные схемы на кристалле (SOC) и в частности, программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС/FPGA), которые могут постепенно вытеснить с рынка интегральные схемы специального назначения (ASIC). Высокоинтегрированные системы SOC современных ПЛИС/FPGA серии Kintex-7 позволяют разработчикам обеспечить превосходную пропускную способность в обработке первичных аналоговых сигналов ВТГ с возможностью цифрового программирования при соблюдении требований к стоимости и энергопотреблению. Беспрецедентная мощность цифрового сигнального процессора (DSP) делает универсальные ПЛИС/FPGA типа Kintex-7 отличным вариантом реализации для самых различных приложений. ПЛИС/FPGA серии Kintex-7 обеспечивают пиковую последовательную пропускную способность 800 Гбит/с и включают IP-ядра CPRI/OBSAI (9,8 Гбит/с), оптимизированные для современных распределенных архитектур (baseband). Программируемые устройства Kintex-7 могут быть достаточно легко переконфигурированы.

II. Структурная схема системы на кристалле модуля контроллеров гироскопа

Структурная схема цифрового модуля обработки первичных аналоговых сигналов ВТГ включает следующие основные составные части – АЦП, ядром является система на кристалле (SoC), ЦАП. Быстродействующие АЦП и ЦАП в замкнутом контуре подключены к датчику ВТГ постоянно и обеспечивают непрерывные преобразования первичных аналоговых косинусного и синусного сигналов ВТГ в цифровую форму. Система на кристалле «Kintex-7» обрабатывает выходные коды двух АЦП с LVDS интерфейсом и формирует коды управляющих сигналов для быстродействующих ЦАП. Контроллеры с АЦП управляют последовательным LVDS интерфейсом АЦП и считывают данные со скоростью около 3 MSPS (миллионов выборок в секунду). Данные от двух АЦП в течении 3-Т периодов опорной частоты датчика накапливаются в буферах (buf3T). Такой массив данных необходим для вычислений средних значений и производных составляющих приращений физических величин. Контроллер АЦП обеспечивает двусторонний обмен по последовательному интерфейсу LVDS с 16-разрядным АЦП типа AD7626. Последовательный LVDS интерфейс обеспечивает высокую пропускную способность передачи выходных кодов АЦП при малых габаритных характеристиках микросхем. Быстродействие ПЛИС/FPGA «Kintex-7» и модуль МКГ-2 должны обеспечить параллельный обмен по шести LVDS интерфейсам шести микросхем АЦП. Для коррекции амплитуды в быстром замкнутом контуре модуля МКГ-2 используются цифровой процессор сигналов dsp_K, а для коррекции фаз структурные устройства cPhaseX,Y. Для расчёта коэффициентов замкнутого контура и вычисления информации о приращениях угла реализовано программное процессорное ядро Micro-Blaze, сформированное на базе выбранной системы на кристалле. Процессорное устройство ПУ на основе программного процессорного ядра Micro-Blaze (uBlaze) из IP-Core фирмы «Xilinx». Разработанное ПУ должно выполнять следующие функции процессора верхнего уровня SoC: управления приёмом выходных кодов от контроллеров АЦП; обмена данными с DSP сопроцессорами контуров слежения за параметрами гироскопа; выдачи выходных параметров для формирования амплитудно-модулированных напряжений Xin,Yin; 64-разрядного вычислителя с плавающей точкой для расчёта выходных параметров гироскопа; двустороннего обмена по последовательному интерфейсу UART с внешним навигационным вычислителем или компьютером. Процессор

uBlaze 32-разрядный, с плавающей точкой. Он производит вычисления приращений угла со скоростью, которая обеспечивает требуемую частоту обновления выходных параметров модуля при выдаче в вычислитель верхнего уровня. С помощью отдельного контроллера последовательного интерфейса cUART выходные параметры модуля передаются в асинхронный последовательный интерфейс RS-422. Схема управления выходными ЦАП контура содержат мультиплексоры и цифровые синтезаторы частоты DDS.

Сразу после подачи питания на модуль к одному из ЦАП подключается DDS. Он «разгоняет» датчик на частоте близкой к паспортному значению данного прибора. Методом перебора частот с шагом до 0.05Гц процессорное ядро uBlaze управляет DDS и выбирает оптимальную опорную частоту, используемую в дальнейшем для коррекции фаз. После этого ЦАП синусного и косинусного каналов включаются в замкнутый контур управления гироскопа с автоматической коррекцией физических величин.

В предыдущей версии цифрового модуля МКГ-1 обработки сигналов на базе «*Artix*-7» для формирования управляющих сигналов применялся двухканальный умножающий 16-разрядный биполярный ЦАП DAC8822 со временем установления двух выходных сигналов 1 мкс. При основной резонансной частоте гироскопа 5000 Гц и дискретизации 1 мкс, разрешающая способность по частоте более 12,5 Гц. Поиск резонансной частоты из-за этого был проблематичным. Опорное напряжение ЦАП в модуле МКГ-1 задавало биполярную шкалу квантования по амплитуде и было постоянным. Мгновенное значение формируемого управляющего сигнала на цифровом 15-разрядном входе ЦАП содержало одновременно амплитудную и частотную составляющие. Фактически скорость обновления ЦАП определялась длительностью цикла обработки входных и формирования выходных сигналов в Micro-Blaze модуля. Построение параллельного контура слежения за опорной частотой на ФАПЧ в этом случае не представляется возможным. Электронный модуль предназначен для работы в замкнутых контурах управления волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) и должен обеспечивать вычисления и передачу информации о приращениях углов по последовательному интерфейсу RS-422 во внешний вычислитель или навигационный вычислитель. Для работы полностью цифрового ФАПЧ нового модуля МКГ-2, точной настройки резонансной частоты гироскопа, необходим минимально возможный шаг дискретизации управляющих сигналов, формируемых с выхода быстродействующих ЦАП. В модуле МКГ-2 реализован шаг обновления несущей частоты каждого управляющего сигнала по времени не более 50 нс.

С этой целью при реализации цифрового DDS модуля применены генераторы с полностью цифровым управлением (NCO на основе новой FPGA серии «Kintex-7») и быстродействующий двухканальный умножающий биполярный ЦАП типа AD5447.

В результате разрешающая способность составляет по частоте более 0,68 Гц при основной резонансной частоте функционирования ВТГ гироскопа 5000…6000 Гц. Опорное напряжение для квантования амплитуды, умножающего 12-разрядного ЦАП, формируется также на новом 16-ти разрядном двухканальном ЦАП типа AD5689R. Время установления выходного напряжения нового прецизионного ЦАП не более 8 мкс. Частота обновления двух следящих контуров амплитуды и квадратуры, включающих PID_E, PID_Q, измеритель электрического угла волны 2Ω на новой программируемой логике ПЛИС/FPGA «Kintex-7», а также формирователь управляющих сигналов с реализацией на Micro-Blaze, составляет требуемую заказчиком величину не менее 1250Гц.

Относительно конкретно выбранной для реализации модуля МКГ-2 системы ПЛИС/FPGA серии «Кинтекс-7», то это семейство ПЛИС седьмого поколения, которое позволяет достичь максимальных показателей цена/производительность. При этом сама система SOC «Кинтекс-7» имеет существенно лучшие параметры.

III. Реализация алгоритма управления

Система на кристалле (SOC) модуля контроллеров ВТГ типа МКГ-2 разрабатывалась на основе современной ПЛИС/FPGA седьмой серии Kintex-7 фирмы Xilinx.

Основное отличие метода преобразования МКГ-2 от предыдущего варианта МКГ-1 это наличие в МКГ-2 трёх параллельных быстродействующих контуров обратной связи для слежения за фазой, амплитудой, квадратурой. В модуле МКГ-1 вычисления всех параметров замыкались на относительно медленный последовательный процессор верхнего уровня Micro-Blaze FPGA Artix-7, который имеет в 2-3 раза меньшее быстродействие, чем Micro-Blaze FPGA типа Kintex-7 используемой в цифровом модуле МКГ-2. В МКГ-2 колебания резонатора ВТГ запускаются и поддерживаются на резонансной частоте системой фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), включающей синхронные демодуляторы сигналов ВТГ, оцифрованных АЦП, генераторы с цифровым управлением (NCO) и быстродействующие умножающие ЦАП. После нахождения резонанса постоянная амплитуда колебаний поддерживается с помощью PID контроллеров полной энергии и квадратуры колебаний резонатора. Без этого температурный дрейф приводит к деградации точностных характеристик всех приборных измерений.

В системе на кристалле (СОК) модуля МКГ-2 обратная связь по трём контурам замкнута на нижнем уровне DSP ячеек, VHDL модулей, HLS IP ядер. Вычисление полной реакции PID контроллера на уровне DSP системы FPGA Kintex-7 занимает 2-3 мкс. Это примерно соответствует длительности одного умножения 32-битного числа с плавающей точкой Micro-Blaze FPGA Artix-7 в модуле МКГ-1. Наиболее важный компонент всех контуров обратной связи - это синхронный демодулятор, который производит узкополосную фильтрацию огибающих амплитудно-модулированных сигналов с выходов ТВГ на частоте несущей с выхода генератора с цифровым управлением (NCO модуля). Результаты демодуляции используются для вычислений фазовой ошибки, энергии, квадратуры, выходного угла ТВГ по сигналам, имеющим значительную шумовую составляющую. Низкочастотные IIR фильтры (LPF) усредняют 1250 выборок быстродействующих АЦП за три периода несущих составляющих сигналов ВТГ для выделения огибающих синфазных и квадратурных составлявших первичных сигналов Sx,Cx,Sy,Cy. Вычисления для PID контроллеров производятся также на уровне DSP моду-

ля в IP ядрах по приведённым ниже формулам. Переменные E,Q,R,S,L вектора параметров ВТГ вычисляются после синхронной демодуляции синфазной и квадратурной составляющих Sx,Cx,Sy,Cy колебаний, относительно опорной фазы, вдоль осей *X* и *Y* инерциального датчика, на основании формул:

$$E = Cx^2 + Sx^2 + Cy^2 + Sy^2$$

$$Q = 2(Cx*Sy - Cy*Sx)$$

$$R = Cx^2 + Sx^2 - Cy^2 - Sy^2$$

$$S = 2(Cx*Cy + Sx*Sy)$$

$$L = 2(Cx*Sx + Cy*Sy)$$

$$Angle(\Theta) = 1/4 atan(S/R)$$

Переменные E,Q,R,S,L оцениваются и используется в качестве входных данных двух контуров управления.

В модуле МКГ-2 применены быстродействующие цифровые DDS с дискретизацией T=50нс несущей входного сигнала для ТВГ. Время реакции цифрового ФАПЧ на изменение сдвига фазы между несущей выходных сигналов ВТГ и несущей с выхода опорного цифрового генератора NCO не превышает 640 мкс.

После появления признака готовности формирования реакции PID контроллеров за последние три периода выходной несущей ВТГ, Micro-Blaze считывает от PID контроллеров параметры и формирует из них входные воздействия для ВТГ:

$$Xin = PID_E*\cos(2\Theta)*Cos(wt) - PID_Q*\sin(2\Theta)*Sin(wt)$$

$$Yin = PID_E*\sin(2\Theta)*Cos(wt) + PID_Q*\cos(2\Theta)*Sin(wt)$$

Далее Micro-Blaze выдаёт пакет с данными в последовательную линию связи с компьютером или процессором изделия. Таким образом цикл работы процессора верхнего уровня Micro-Blaze заканчивается на 4-ом периоде несущей частоты. При частоте, несущей 5 кГц длительность цикла составляет 800 мкс.

Micro-Blaze в СОК МКГ-2 использован только для приёма констант PID контроллеров, передачи выходных параметров по двунаправленному интерфейсу с компьютером или внешним процессором. Процедуры в Micro-Blaze занимают меньше одного периода несущей, поэтому Micro-Blaze МКГ-2 запаздывания не добавляет.

При реализации асинхронной демодуляции сигналов ВТГ в модуле МКГ-1 в течении трех периодов, несущей накапливаются массивы выборок АЦП. В отличии от цифровой синхронной демодуляции МКГ-2, которая представляет собой простое логическое условие, далее в МКГ-1 начинается сложная математическая обработка массивов по алгоритмам, требующим временных затрат. За 5-6 целых периодов несущей сигнала Micro-Blaze удаётся с соответствующим запаздыванием выделить амплитуду и фазу огибающей входных сигналов. Поэтому, то, что в модуле МКГ-2 выполняют параллельно примерно десяток DSP сопроцессоров, в алгоритме модуля МКГ-1 на основе «*Artix*-7» с асинхронной демодуляцией первичных сигналов требует применения быстрого вычислительного ядра.

Чтобы достичь быстродействия МКГ-2 требуется несколько быстрых параллельных вычислительных ядер. При этом в обоих случаях (МКГ-1 и МКГ-2) необходимо дополнительно использовать набор логических функциональных узлов из состава ПЛИС. Ещё одно важное отличие модуля МКГ-1 — это отсутствие PID регуляторов, которые в МКГ-2 обеспечивают постоянную обратную связь (с соответствующими диапазонами подстройки) для слежения за изменениями внешних условий окружающей среды. В модуле МКГ-1 вместо непрерывного слежения предусматривается только однократная тарировка (подбор коэффициентов) для определённых температурных условий на этапе совместного выпуска преобразователя с гироскопом. Если внешние условия при эксплуатации изменятся в непредусмотренную тарировкой сторону, то объект с навигационной системой на основе ВТГ и МКГ-1 не сможет автономно ориентироваться в пространстве. Таким образом для обработки сигналов датчика ВТГ необходима ПЛИС (FPGA) с достаточным количеством быстродействующих логических и DSP ячеек. Кроме того, для функционирования цифрового ФАПЧ модуля МКГ-2, точной настройки резонансной частоты гироскопа, настоятельно необходим минимально возможный шаг дискретизации управляющих сигналов с выхода ЦАП. В модуле МКГ-2 реализован шаг обновления несущей частоты каждого управляющего сигнала по времени T≤50нс. С этой целью в новом цифровом DDS модуле применены генераторы с цифровым управлением (NCO в FPGA Kintex-7) и быстродействующий двухканальный умножающий биполярный ЦАП типа AD5447.

Частота обновления следящих контуров полной энергии (амплитуды) колебаний резонатора, подавления квадратурных составляющих колебаний, составляет величину 1250Гц. Оба контура управления ВТГ реализованы на основе классических пропорционально – интегрально – дифференциальных (ПИД) регуляторов – PID_E, PID_Q, измерителя угла волны 2Θ на программируемой логике FPGA, формирователя управляющих сигналов в Micro-Blaze. В новом модуле МКГ-2 для формирования управляющего сигнала, вида

$$Xin = PID_E*\cos(2\Theta)*Cos(wt) - PID_Q*\sin(2\Theta)*Sin(wt)$$

необходимо сигнал $PID_E*\cos(2\Theta)$ записать в ЦАП квантования амплитуды AD5689R - putDAC1R, а код требуемой частоты в ЦАП дискретизации AD5447 - putDDS1F (после нахождения основной резонансной частоты кварцевого резонатора ВТГ она может поддерживаться автоматически, при реализации полностью цифровой системы ФАПЧ).

Заключение

Точностные параметры современных ВТГ на основе кварцевых полусферических резонаторов во многом определяются измерительной и управляющей функциональной электроникой. Разработана полностью цифровая система управления ВТГ, функционирующего в режиме интегрирующего гироскопа (полного угла). Система включает полностью цифровой контур фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ/PLL), контур стабилизации полной энергии колебаний резонатора и квадратурный контур управления для подавления квадратурного сигнала инерциального датчика. ФАПЧ/PLL используется для привязки опорной фазы к фазе колебания при любом произвольном азимуте угла волны для синхронной модуляции и демодуляции первичных и управляющих сигналов. Между тем, контуры стабили-

зации энергии и квадратурного управления используются для компенсации рассеяния энергии и эффектов анизоупругости. Быстрая обработка сигналов, включая модуляцию, демодуляцию и контур фазовой автоподстройки, реализована в аппаратном обеспечении современной ПЛИС/FPGA серии Kintex-7.

Лабораторные испытания нового цифрового модуля МКГ-2 показали соответствие основных его параметров требованиям техзадания потенциального заказчика.

Литература

[1] *Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В.* Разработка волнового твердотельного гироскопа. МГТУ им. Баумана, 1998 г., 167 с.

[2] *Asadian M.H., Wang Y., Shkel A.M.*, Development of 3D Fused Quartz Hemi-Toroidal Shells for High-Q Resonators and Gyroscopes // IEEE/ASME Journal of Microelectromechanical Systems, 2019, P.1380–1383. URL: https: // ieeexplore.ieee.org.

[3] *W.Zhao, H.Yang, F.Liu, Y.Su1, Ch.Li.* High sensitivity rate-integrating hemispherical resonator gyroscope with dead area compensation for damping asymmetry. // Scientific Reports. www.nature.com/scientificreports (2021).

Режим возбуждения с непрерывным восстановлением скоростей движения упругих деформаций одноосного твердотельного гироскопа

В.М. Котлов
ФАУ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Москва, Россия
vadimkot366@yandex.ru

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
pers2030@yandex.ru

***Аннотация*—Для получения инерциальной информации введенный [1] новый физический принцип — инертные свойства упругих волн – заменен на более общий принцип инерциального движения упругих деформаций резонатора. Рассмотрено развитие теории кольцевого волнового твердотельного гироскопа показанной в [2], на задачу возбуждения и непрерывного продолжения колебаний резонатора, включая условия не возмущения возбуждающей силой абсолютной угловой скорости основания резонатора и движения его упругих деформаций.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп (ВТГ), датчик угловой скорости (ДУС), интегрирующий ВТГ, упругие деформации кольцевого резонатора.

I. Введение

Ранее [1] была показана возможность построения волнового твердотельного гироскопа без его основной части - упругой стоячей волны. Из уравнений его движения следует, что гироскопический эффект несет на себе упругие деформации резонатора. В представленном исследовании поставлена и решена задача возбуждения и непрерывного продолжения колебаний одноосного твердотельного гироскопа на кольцевом резонаторе без упругой волны. Упругие деформации резонатора ведут себя как свободные частицы: при неподвижном основании резонатора, перемещаются по нему с постоянной скоростью относительно неподвижных осей, а при вращении резонатора увлекаются им за собой. Движущиеся упругие деформации под действием перегрузок ведут себя как точечные твердые тела, которые могут служить датчиками инерциальной информации, как и обычные инертные твердые тела.

Эти положения, одной стороны, позволяют перейти от принципа инертных свойств упругих волн к принципу инерциального движения деформаций резонатора, с другой стороны, делает термин «волновой» в названии твердотельного гироскопа необязательным. Гироскопический эффект может быть использован в такой постановке и как измеритель абсолютной угловой скорости вращения корпуса резонатора, и как измеритель интеграла от угловой скорости.

Режим возбуждения и непрерывного продолжения колебаний кольцевого резонатора одноосного твердотельного гироскопа не должен возмущать как угловую скорость основания резонатора, так и скорость движения его упругих деформаций.

Для выполнения поставленной задачи используется классический метод В.Ф.Журавлева [2], развитый авторами данной публикации применительно к ВТГ с тонким упругим кольцевым резонатором и представленный нами в совместном докладе на XXX Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам.

Из решения уравнений движения, полученных для кинетической энергии кольцевого резонатора, следует, что упругие деформации перемещаются по резонатору с постоянной скоростью относительно неподвижных осей как жёсткое тело, не меняя своей конфигурации. Это явление в сплошных средах получило название «солитон», или уединенная волна [2]. Движущиеся упругие деформации под действием перегрузок ведут себя как точечные твердые тела.

II. Постановка проблемы

Целью данной работы является постановка и решение задачи возбуждения колебаний одноосного твердотельного гироскопа на основе тонкого кольца. При этом должно выполняться условие не возмущения, как угловой скорости основания кольцевого резонатора, так и скоростей движения его упругих деформаций. Система динамических уравнений движения тонкого кольцевого резонатора, использует новый вид упругих волн (солитоны [2]). Таким образом, термин «волновой» в названии твердотельного гироскопа означает механическую стоячую упругую волну из указанных выше солитонов.

В классических монографиях [2,3] Д.М.Климова и В.Ф.Журавлева известные уравнения динамики движения тонкого кольцевого резонатора ВТГ получены в форме общепринятых уравнений механики в частных производных, которые полностью описывают динамику такого тонкого нерастяжимого кольца.

III. Основы синтеза системы возбуждения с непрерывным восстановлением скоростей движения

Система уравнений динамики кольцевого резонатора состоит из двух независимых между собой систем уравнений движения. Первая из них - при условии постоянства параметра φ следуя [1] равна выражению:

$$\begin{cases} \ddot{r} - \left(2\dot{v}\Omega + v\dot{\Omega} + (r+R)\Omega^2\right) = 0, \\ \ddot{v} - \left(-2\dot{r}\Omega - (r+R)\dot{\Omega} + v\Omega^2\right) = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\ddot{r} = \frac{\partial}{\partial \tau}\dot{r},\ \ \ddot{v} = \frac{\partial}{\partial \tau}\dot{v},\ \ \dot{\Omega} = \frac{\partial}{\partial \tau}\Omega$$

где: Ω - угловая скорость вращения основания резонатора, r,v - упругие деформации самого тонкого гибкого кольца.

Вторая - при условии постоянства переменной τ

$$R\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\,\mathrm{Sin}(Q) = 0 \qquad (3.2)$$

Решение систем уравнений вида (3.1), (3.2) представляет собой движение упругих деформаций кольцевого резонатора

$$\{r(\tau,\Delta\varphi) + R, v(\tau,\Delta\varphi)\} =$$
$$= \{\Delta Xno + Vxn\,\tau, \Delta Yno + Vyn\,\tau\}\cdot$$
$$\cdot\begin{bmatrix}\mathrm{Cos}(\Delta\varphi+\psi) & -\mathrm{Sin}(\Delta\varphi+\psi)\\ \mathrm{Sin}(\Delta\varphi+\psi) & \mathrm{Cos}(\Delta\varphi+\psi)\end{bmatrix} + f(\Delta\varphi) \qquad (3.3)$$

где

$$f(\Delta\varphi) = \{a,b\}.\begin{bmatrix}\mathrm{Cos}(\Delta\varphi) & -\mathrm{Sin}(\Delta\varphi)\\ \mathrm{Sin}(\Delta\varphi) & \mathrm{Cos}(\Delta\varphi)\end{bmatrix} +$$
$$+\{\mathrm{c}(\Delta\varphi), d(\Delta\varphi)\} \qquad (3.4)$$

$$a = R\Big(-\mathrm{Cos}\big(Qo\big) + \epsilon\,\mathrm{Sin}\big(Qo\big)\Big)$$

$$b = R(\mathrm{Cos}(Qo) - \epsilon\,\mathrm{Sin}(Qo)])\mathrm{tg}(Qo),$$

$$\mathrm{c}(\Delta\varphi) = \tfrac{1}{2}R\,\mathrm{Sec}(2Qo)(1 + \epsilon\,\Delta\varphi(1 - -\mathrm{Cos}(2Qo)) - \epsilon\,\mathrm{Sin}(2Qo)),$$

$$d(\Delta\varphi) = R\,\big((-1+\epsilon\,\Delta\varphi)\mathrm{Cos}(Qo) + \epsilon\,\mathrm{Sin}(Qo)\big)\mathrm{tg}(Qo).$$

$$\Delta\varphi = (\varphi - \varphi o),$$

$$R\,\mathrm{Sin}(Qo) = (R\,\mathrm{Sin}(Q)_{|_{\varphi\to\varphi_o}},$$

$$\big(R\mathrm{Sin}(Qo)\big)_{s_0} = \left(\frac{d}{d\varphi}R\mathrm{Sin}(Q)\right)_{|_{\varphi\to\varphi_o}},$$

Выше введены условные обозначения:

$$\epsilon = -\frac{\big(RSin(Qo)\big)_{S_0}}{RSin(Qo)},$$

где $Qo, \varphi o -$ начальные значения параметров, $\{\Delta Xno, \Delta Yno, Vxn, Vyn\}$ – постоянные величины.

Упругие деформации кольцевого резонатора ведут себя как свободные частицы: при неподвижном основании резонатора, перемещаются по нему с постоянной скоростью относительно неподвижных осей, а при вращении резонатора увлекаются им за собой.

Из системы уравнений (3.1) для каждого приращения $\Delta\varphi_i = Const$ получаем аналитическое выражение угла поворота ψ как интеграла от проекции входной угловой скорости на ось чувствительности кольцевого резонатора:

$$\big\{\{r(\tau,\Delta\varphi) + R, v(\tau,\Delta\varphi)\}\big\} =$$
$$= \{\Delta\mathrm{Xno} + \mathrm{Vxn}\cdot\tau, \Delta\mathrm{Yno} + \mathrm{Vyn}\cdot\tau\}\cdot$$
$$\cdot\begin{bmatrix}\mathrm{Cos}(\Delta\varphi+\psi) & -\mathrm{Sin}(\Delta\varphi+\psi)\\ \mathrm{Sin}(\Delta\varphi+\psi) & \mathrm{Cos}(\Delta\varphi+\psi)\end{bmatrix} \qquad (3.5)$$

Удобно рассматривать векторное соотношение (3.5) как следующее аналитическое выражение для комплексных чисел:

$$(r+R) + iv = (\Delta Xn + i\Delta Yn)Exp(-i(\varphi+\psi)) \qquad (3.6)$$

где $i -$ мнимая единица.

Для случая $\varphi = const$ и при известной величине переменной $\psi(\tau)$ имеем

$$\psi(\tau) = \psi_0 + \int_0^\tau \Omega_0(\tau_1)d\,\tau_1 \qquad (3.7)$$

Получим, что выражение:

$$Z(\tau) = ((r+R) + iv)Exp(-i(\varphi+\psi)) =$$
$$=(\Delta Xn + i\Delta Yn) \qquad (3.8)$$

Правая часть которой представляет собой линейно меняющуюся по времени комплексную величину $Z(\tau)$

$$\Delta Xn + i\Delta Yn = \Delta Xno + i\Delta Yno + (Vxn + iVyn)\,\tau \qquad (3.9)$$

где, ее начальное значение $\Delta Xno + i\Delta Yno$ и коэффициент $(Vxn + iVyn)$ могут быть получены одним из методов численной обработки $Z(\tau)$ например, методом наименьших квадратов.

Зная далее значение величины

$$\Delta Xn + i\Delta Yn$$

и полагая при этом постоянство величины

$$\Delta Xno + i\Delta Yno$$

и коэффициента

$$Vxn + iVyn$$

на всем временном периоде системы возбуждения найдем из следующего формульного соотношения:

$$(r+R) + iv = (\Delta Xn + i\Delta Yn)Exp(-i(\varphi+\psi))$$

Величину $Exp(-i(\varphi+\psi))$ равную выражению:

$$Exp\big(-i(\varphi+\psi)\big) = ((r+R) + iv)/(\Delta Xn + i\Delta Yn) \qquad (3.10)$$

При замене $\{r+R, v\}$ в системе уравнений (3.1) на переменные $\{x, y\}$ имеем следующие выражения:

$$\begin{cases} x = Exp(-\eta\,\omega_0\,\tau)\big((r+R)Cos[\omega_0\,\tau] - v\,Sin(\,\omega_0\,\tau)\big)\\ y = Exp(-\eta\,\omega_0\,\tau)(v\,Cos(\,\omega_0\,\tau) + (r+R)Sin(\,\omega_0\,\tau)) \end{cases}$$

В итоге, после определенных преобразований получим систему динамических уравнений, математически эквивалентную системе дифференциальных уравнений Линча-Журавлева:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \big(-2\eta\omega_0\dot{x} + \big((1-\eta^2)\omega_0{}^2 - \Omega(2\omega_0 - \Omega)\big)x\big) = \\ \quad = -\,2(\omega_0 - \Omega)\dot{y} + \big(\dot{\Omega} - 2\,\eta(\omega_0 - \Omega)\,\omega_0\big)y \\ \ddot{y} - \big(-2\eta\omega_0\dot{y} + \big((1-\eta^2)\omega_0{}^2 - \Omega(2\omega_0 - \Omega)\big)y\big) = \\ \quad = +2(\omega_0 - \Omega)\dot{x} - \big(\dot{\Omega} - 2\,\eta(\omega_0 - \Omega)\,\omega_0\big)x \end{cases} \qquad (3.11)$$

IV. Системы возбуждения кольцевого резонатора с непрерывным восстановлением скоростей движения

Система выставки и калибровки одноосного твердотельного гироскопа на неподвижном основании содержит два режима. В первом из них (режиме выставки),

находим скорости движения упругих деформаций резонатора, используя величину абсолютной угловой скорости вращения основания, взятой из внешней системы (3.8), (3.9). Далее, после возбуждения колебаний резонатора переходим во второй режим (режим полета). При этом режим возбуждения резонатора должен сохранять, как угловую скорость вращения основания резонатора, так и скорости движения его упругих деформаций. Во втором режиме, знание скорости движения упругих деформаций резонатора дает возможность определить абсолютную скорости вращения основания резонатора, даже если она поменялась при переходе от первого режима ко второму.

Система возбуждения колебаний кольцевого резонатора меняет следующие переменные:

$$\{\dot{r}, \dot{v}, r, v, \varphi, \Omega\} \tag{4.1}$$

Составим систему возбуждения колебаний тонкого кольцевого резонатора так, чтобы она не возмущала бы как угловую скорость вращения основания резонатора, так и скорости движения его упругих деформаций используя классический подход В.Ф. Журавлева [4]:

$$\{Vxn, Vyn, \Delta Xn = \Delta Xno + Vxn \cdot \tau,$$
$$\Delta Yn = \Delta Yno + Vyn \cdot \tau, \Omega\} \tag{4.2}$$

Система возбуждения должна использовать следующую внешнюю дифференциальную форму:

$$\mathrm{M[d[]]}=\frac{\mathrm{d[Vxn]}\wedge \mathrm{d[Vyn]}\wedge\mathrm{d[\Delta Xn]}\wedge \mathrm{d[\Delta Yn]}\wedge\mathrm{d[\psi]}\wedge\mathrm{d[]}\wedge\mathrm{d[\Omega]}}{\mathrm{d[r1]}\wedge \mathrm{d[v1]}\wedge \mathrm{d[r]}\wedge\mathrm{d[v]}\wedge \mathrm{d[\psi]}\wedge \mathrm{d[\varphi]}\wedge\mathrm{d[\Omega]}} \tag{4.3}$$

где $\wedge$-внешнее умножение дифференциалов [5].

Действие этой внешней формы не меняет следующие параметры динамики движения ВТГ:

$$M\big[d[Vxn]\big] = 0,\ M\big[d[Vyn]\big] = 0$$
$$M\big[d[\Delta Xn]\big] = 0,\ M\big[d[\Delta Yn]\big] = 0, M\big[d[\Omega]\big] = 0 \tag{4.4}$$

Причем возбуждение колебаний одноосного твердотельного гироскопа осуществляется в соответствии с формулой (4.3):

$$M\big[d[\varphi]\big] = 1 \tag{4.5}$$

В режиме выставки, опираясь на соотношения (4.3), (4.4) и зная величину Ψ по времени измерения $\{(r + R), v\}$, получаем $\{\Delta Xn, \Delta Yn, Vxn, Vyn\}$ на основании (3.9).

При переходе в режим движения основания и зная следующие величины

$$\{\Delta Xn, \Delta Yn, Vxn, Vyn\}$$

можно определить величины Ψ по формуле (3.10). При этом изменение переменных (4.1), осуществляется в соответствии со следующими выражениями:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\{\dot{r}, \dot{v}, r, v, \varphi, \Omega\}=\{\dot{v}, -\dot{r}, \dot{v}, r, v, -(r + R), 1,0\} \tag{4.6}$$

При переходе к уравнениям динамики движения ВТГ подобны уравнениям Линча - Журавлева (3.11) система возбуждения колебаний должна использовать следующую внешнюю дифференциальную форму:

$$\mathrm{M1[d[]]}=\frac{\mathrm{d[Vxn]}\wedge \mathrm{d[Vyn]}\wedge\mathrm{d[\Delta Xn]}\wedge \mathrm{d[\Delta Yn]}\wedge\mathrm{d[]}\wedge\mathrm{d[\Omega]}}{\mathrm{d[x1}\wedge \mathrm{d[y1]}\wedge \mathrm{d[x]}\wedge\mathrm{d[y]}\wedge\mathrm{d[\varphi]}\wedge\mathrm{d[\Omega]}}, \tag{4.7}$$

а изменение введенных переменных $\{x1, y1, x, y, \varphi, \Omega\}$, осуществляется в соответствии с выражениями:

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\{x1, y1, x, y, \varphi, \Omega\} =$$
$$= Exp(4\eta\omega_0 t)\{y1, -x1, y, -x, 1, 0\} \tag{4.8}$$

Выводы

К новым результатам теории одноосного кольцевого резонатора ВТГ следует отнести:

а) доказательство интегрируемости кинематического условия нерастяжимости средней линии кольцевого резонатора и упрощение подхода к выводу уравнений динамики движения одноосного инерциального датчика;

б) голономность условия нерастяжимости средней линии кольцевого резонатора, что дает возможность получить уравнения динамики его движения с помощью пакета программы символьной математики для инженерных вычислений «Wolfram Research Mathematica» 5.2.0.

в) получение уравнений динамики движения одноосного кольцевого ВТГ как трех обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, независимых между собой по времени и углу, что позволяет практически использовать обыкновенные дифференциальные уравнения типа Линча-Журавлева;

д) инерциальная информация, определяющая гироскопический эффект, зависит от инерциального движения деформаций кольцевого резонатора, что дает обоснование инертных свойств стоячих волн;

е) сформулированы основы системы возбуждения с непрерывным восстановлением скоростей движения упругих деформаций кольцевого резонатора для разработки системы выставки и калибровки одноосного твердотельного гироскопа на неподвижном основании.

Из полученных в данном исследовании дифференциальных уравнений динамики движения кольцевого резонатора следует:

– возможность разработки нового инерциального датчика угла поворота (интегрирующего гироскопа) и датчика угловой скорости (ДУС) без возбуждения механических стоячих волн упругих колебаний кромки резонатора;

– получение процедуры возбуждения и непрерывного продления уединенных механических волн (солитонов) как изгибных колебаний кольцевого резонатора, для разработки системы выставки и калибровки одноосного твердотельного гироскопа на неподвижном основании.

Литература

[1] Котлов В.М., Переляев С.Е. Вывод уравнений динамики движения кольцевого волнового твердотельного и маятникового гироскопов методом голономной механики. // XXX Юбилейная международная конференция по интегрированным навигационным системам. сб.м-лов: г.Санкт-Петербург, 2023. с. 395-398.

[2] Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. - М.: Наука, 1985

[3] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017.

[4] Журавлев В.Ф., Об управлении формой колебаний в резонансных системах. // ППМ, Т. 56, 5, 1992, с. 827 –836.

[5] Добронравов В.В. Основы аналитической механики. -М: Высшая школа, 1976.

Повышение точности микромеханического гироскопа с кольцевым резонатором в многомодовом режиме функционирования

А.А. Маслов
Кафедра высшей математики,
НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
maslov954@yandex.ru

Д.А. Маслов
Кафедра высшей математики,
НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
dm_93@live.ru

И.В. Меркурьев
Кафедра робототехники,
НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
merkuryeviv@ya.ru

И.Г. Ниналалов
Кафедра робототехники,
НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
ninalalov98@mail.ru

***Аннотация*—В докладе рассматривается динамика микромеханического гироскопа с кольцевым резонатором в многомодовом режиме колебаний в условиях внешних вибрационных и ударных воздействий. Для построения математической модели движения резонатора гироскопа использован вариационный принцип Гамильтона–Остроградского и метод Бубнова–Галеркина. Полученные дифференциальные уравнения использованы для расчета погрешностей гироскопа, вызванных внешними воздействиями и нелинейными свойствами магнитоэлектрического контура управления колебаниями резонатора.**

Ключевые слова—микромеханический гироскоп, кольцевой резонатор, многомодовый режим колебаний.

I. Введение

Актуальность темы исследований связана с необходимостью повышения точности и стабильности метрологических характеристик микромеханических гироскопов, применяемых в задачах навигации и управления движением высокоманевренных объектов [1,2]. Одним из перспективных направлений развития микромеханических гироскопов является создание прецизионных инерциальных датчиков с улучшенными, стабильными метрологическими характеристиками и с автоматически настраиваемым диапазоном измерений [2-5]. Известно, что для построения высокоточного микромеханического гироскопа необходимо обеспечить не только совершенство технологии изготовления резонатора гироскопа, но и построить прецизионный электронный контур управления и настройки режимов колебаний [6-8].

Особенностью функционирования гироскопов в составе системы ориентации и навигации подвижных объектов является значительный уровень случайных и ударных внешних действий. При этом, существенно изменяются условия функционирования системы, например, при нестационарном изменении температуры окружающей среды. В данной работе поставлена цель разработки новой математической модели микромеханического гироскопа для многомодового режима колебаний кольцевого монокристаллического резонатора на подвижном основании при интенсивных случайных и ударных внешних воздействиях.

II. Уравнения малых колебаний резонатора

Рассматриваемый микромеханический гироскоп принадлежит классу гироскопов обобщенного маятника Фуко [2]. Принцип функционирования гироскопа основан на эффекте инерции упругих волн колебаний тонкого упругого кольцевого резонатора, поддерживаемого системой тонких упругих торсионов. С использованием технологии плазмохимического травления из монокристаллической пластины кремния 1 формируется тонкий упругий кольцевой резонатор 2 и упругий подвес 3 (рис.1). Управление и измерение малых колебаний кольцевого резонатора осуществляется с помощью системы магнитоэлектрических датчиков (рис.2) [9].

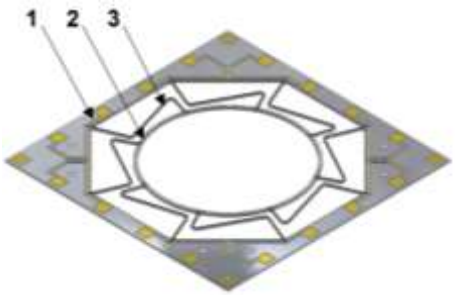


Рис. 1. Микромеханический вибрационный гироскоп

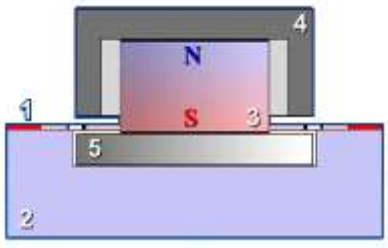


Рис. 2. Магнитоэлектрическая система управления и измерения

Каждый контур управления и измерения образован двумя ближайшими упругими поддерживающими торсионами и соответствующим участком кольцевого резонатора. Постоянный магнит 3 и магнитопроводы 4, 5 должны обеспечить постоянное магнитное поле в об-

ласти кольцевого резонатора. При движении проводящего контура в постоянном магнитном поле происходит изменение величины потока магнитной индукции через поверхность, ограниченную рассматриваемым электропроводящим контуром.

Явление электромагнитной индукции с одной стороны используется для измерения колебаний резонатора, а с другой стороны используется для возбуждения и управления колебаниями путем подачи управляющего напряжения на контактные площадки электропроводящего контура. В докладе обсуждается возможность возбуждения и измерения колебаний резонатора в многомодовом режиме колебаний. Особенностью системы управления и измерения является малое изменение магнитного поля в зазоре между магнитопроводом и кольцевым резонатором, обусловленное краевым эффектом постоянного магнита. Нарушение симметрии магнитного поля может повлиять на точность и стабильность измерительных характеристик гироскопа.

С использованием вариационного метода Гамильтона – Остроградского получены дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие малые колебания резонатора гироскопа на подвижном основании:

$$
\begin{aligned}
&\ddot{v}+2\Omega\dot{w}-\left(\dot{V}_1-\Omega V_2\right)\sin\varphi+\left(\dot{V}_2+\Omega V_1\right)\cos\varphi-\\
&-\delta^2\left(v''-w'\right)+\kappa^2\left(w^{III}-v''+\zeta v\right)+e_*\kappa^2\left(\dot{w}^{III}-\dot{v}''\right)=0,\\
&\ddot{w}-2\Omega\dot{v}+\left(\dot{V}_2+\Omega V_1\right)\sin\varphi+\left(\dot{V}_1-\Omega V_2\right)\cos\varphi-\\
&-\delta^2\left(v'-w\right)+\kappa^2\left(w^{IV}-v^{III}+\zeta w\right)+\\
&+e_*\kappa^2\left(\dot{w}^{IV}-\dot{v}^{III}\right)=-\frac{q(t,\varphi)}{\rho S(1+\mu_0)},
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $v(t,\varphi), w(t,\varphi)$ – упругие смещения резонатора в окружном и радиальном направлении в осях y_1y_2, связанных с резонатором (рис.3). Точкой обозначено дифференцирование по времени t, штрихом – частная производная по углу φ.

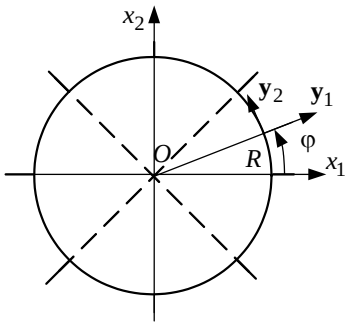


Рис. 3. Расчетная схема

Краевые условия в задаче (1) определены условиями периодичности. При получении дифференциальных уравнений (1) предполагается движение основания с медленно изменяющейся угловой скоростью $\Omega(t)$ вокруг оси x_3 системы координат $Ox_1x_2x_3$, связанной с основанием гироскопа. Также учитывается переменная во времени скорость точки O – полюса резонатора в проекциях $V_1(t), V_2(t)$ на соответствующие оси Ox_1x_2. В (1) введены параметры

$$
\kappa^2=\frac{EI}{\rho SR^4(1+\mu_0)},\quad \zeta\kappa^2=\frac{c_0}{\rho SR(1+\mu_0)},\quad \delta^2=\frac{12R^2}{h^2}\kappa^2,
$$

характеризующие упругие свойства системы и имеющие размерность квадрата частоты; E – модуль Юнга в расчетной плоскости (111) монокристалла кремния; $I=bh^3/12$ – момент инерции поперечного прямоугольного сечения резонатора; b – высота поперечного сечения; h – толщина резонатора; ρ, R – соответственно плотность материала и радиус резонатора; $S=bh$ – площадь поперечного сечения резонатора; μ_0 и ζ – относительная присоединенная масса и жесткость упругого подвеса; e_* – коэффициент демпфирования колебаний резонатора; $q(t,\varphi)$ – удельная внешняя сила магнитоэлектрической системы управления колебаниями резонатора.

Для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (1), описывающей колебания кольцевого резонатора в упругом подвесе на подвижном основании, был применен метод Бубнова–Галеркина для многомодового приближения упругих колебаний:

$$
\begin{aligned}
v&=\sum_{k=1}^{N}\left(r_k(t)\cos k\varphi+s_k(t)\sin k\varphi\right),\\
w&=\sum_{k=1}^{N}\left(f_k(t)\cos k\varphi+g_k(t)\sin k\varphi\right),
\end{aligned}
$$

здесь $\mathbf{x}_k=\left(f_k,g_k,r_k,s_k\right)^T$ – обобщенные координаты, описывающие колебания кольцевого резонатора по модам колебаний $(k=1,2,3,\ldots)$, N – число мод колебаний.

Первая форма колебаний резонатора характеризует смещение кольцевого резонатора как целого в направлении осей x_1 и x_2. На рис. 4 представлены две формы колебаний кольцевого резонатора по второй основной форме. В дополнение к указанным формам колебаний имеются колебания в окружном направлении, которые также могут быть использованы для оценки углового движения основания гироскопа.

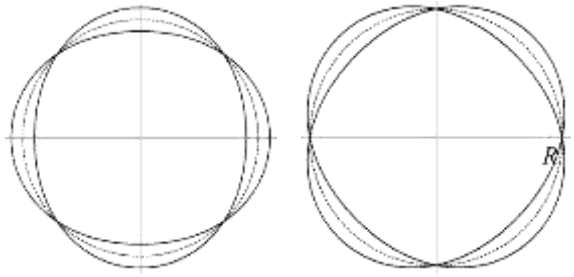


Рис. 4. Основные нормальные формы колебаний резонатора

В расчетном случае осесимметричного резонатора ММГ получена система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая многомодовые колебания резонатора:

$$\ddot{\mathbf{x}}_1 + C_1\mathbf{x}_1 = -(\Omega J_1 + D_1)\dot{\mathbf{x}}_1 + B_1\mathbf{u} + \mathbf{e}_1(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2) + \mathbf{w},$$
$$\ddot{\mathbf{x}}_2 + C_2\mathbf{x}_2 = -(\Omega J_2 + D_2)\dot{\mathbf{x}}_2 + B_2\mathbf{u} + \mathbf{e}_2(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2),... \quad (2)$$

где J_1, J_2 – блочные кососимметрические матрицы гироскопических сил; C_k и D_k $(k=1,2,...)$ – матрицы позиционных и диссипативных сил; B_1, B_2 – матрицы влияния управляющих сигналов управления $\mathbf{u}(t)$, используемых для возбуждения и управления колебаниями по заданной форме колебаний резонатора; $\mathbf{w} = \left(-\dot{V}_1 + \Omega V_2, -\dot{V}_2 - \Omega V_1, -\dot{V}_2 - \Omega V_1, \dot{V}_1 - \Omega V_2\right)^T$ – вектор возмущающих внешних воздействий, обусловленный вибрациями и ударами основания; $\mathbf{e}_1(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$, $\mathbf{e}_2(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ –малые нелинейные слагаемые, определяемые краевыми эффектами в магнитном поле постоянного магнита.

Заметим, что удары и случайные вибрации основания оказывают влияние на динамику сбалансированного резонатора только по первой форме колебаний. Инструментальные погрешности изготовления гироскопа приводят к нарушению симметрии резонатора и к связям между модами колебаний [10,11].

Использование упругого подвеса кольцевого резонатора позволяет применить первую моду колебаний резонатора для определения углового и линейного движения резонатора, а также вторую и третью моду для дублирования инерциальной информации об угловом движении основания гироскопа.

В дополнение к аналитической модели движения резонатора построена цифровая модель резонатора в системе инженерного проектирования «Фидесис» (рис. 5). Проведено сравнение аналитических и численных решений двух математических моделей микромеханического гироскопа на подвижном основании.



Рис. 5. Расчетная конечно-элементная схема

Построенная конечно-элементная модель использована для оценки адекватности разработанной аналитической модели кольцевого резонатора и для оценки параметров математической модели резонатора (1), в т.ч. приведенной массы и жесткости упругого подвеса.

III. Исследование нелинейной динамики кольцевого резонатора

Для исследования нелинейной динамики ММГ применена гипотеза о нерастяжимости срединной линии резонатора и получены нормализованные дифференциальные уравнения, описывающие изгибные колебания резонатора по второй основной форме:

$$\ddot{f} + f = \varepsilon\left(-2\gamma\dot{f} + 2\nu\dot{g} + \frac{3}{4}\alpha_2 u_1(\tau) f^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\alpha_2 u_2(\tau) fg + \frac{1}{4}\alpha_2 u_1(\tau) g^2 - u_1(\tau)\right),$$
$$\ddot{g} + g = \varepsilon\left(-2\gamma\dot{g} - 2\nu\dot{f} + \frac{3}{4}\alpha_2 u_2(\tau) g^2 + \right. \quad (3)$$
$$\left. + \frac{1}{2}\alpha_2 u_1(\tau) fg + \frac{1}{4}\alpha_2 u_2(\tau) f^2 - u_2(\tau)\right),$$

здесь γ – коэффициент демпфирования; ν – нормализованная угловая скорость основания гироскопа; α_2 – параметр, характеризующий малое изменение модуля вектора магнитной индукции в зазоре между магнитопроводом и кольцевым резонатором; $u_1(\tau)$, $u_2(\tau)$ – управляющее воздействие для возбуждения двух нормальных форм колебаний резонатора, характеризуемых нормализованными обобщенными координатами $f(\tau)$ и $g(\tau)$; точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega_2 t$; ω_2 – характерная частота колебаний резонатора по основной форме колебаний; ε – малый параметр, характеризующий малость демпфирования, углового движения и управляющих воздействий. Природа нелинейности обусловлена малым изменением модуля вектора магнитной индукции в зазоре между кольцевым резонатором и магнитопроводом в направлении внешней нормали к резонатору (рис.6). Точками на рис. 6 отмечены результаты измерений модуля вектора магнитной индукции в направлении внешней нормали к кольцевому резонатору. Сплошной линией на рисунке 6 показана полиномиальная аппроксимация, достаточно точно показывающая характер изменения магнитного поля вблизи резонатора. Основной вклад вносит малая квадратичная зависимость магнитного поля от нормализованного смещения кольцевого резонатора в радиальном направлении.

Отметим, что нелинейности являются принципиальными погрешностями всех, без исключения, гироскопов класса обобщенного маятника Фуко. Уравнения (3) являются нелинейными нестационарными уравнениями Матье–Хилла [2].

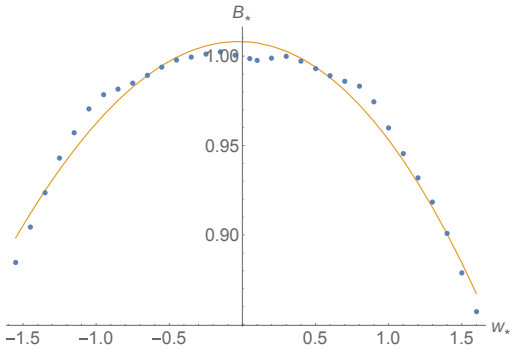


Рис. 6. Изменение модуля вектора магнитной индукции в направлении внешней нормали к кольцевому резонатору

Для возбуждения колебаний резонатора по второй основной форме колебаний управляющие напряжения выберем в виде $u_1 = \sin\mu\tau$, $u_2 = 0$, где $\mu = 1 + \varepsilon\lambda$ – частотная расстройка, λ – нормализованная частотная расстройка, принимающая значение порядка единицы.

Система (3) исследована методом усреднения Крылова – Боголюбова [2]. Дифференциальные уравнения для измеряемых медленных переменных p_1, q_1, p_2, q_2 имеют вид:

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= \varepsilon\left(-\lambda p_1 - \gamma q_1 + \nu q_2 + \frac{1}{16}\alpha_2\left(3p_1q_1 + p_2q_2\right)\right),\\
\dot{p}_1 &= \varepsilon\left(\frac{1}{2} - \gamma p_1 + \nu p_2 + \lambda q_1 + \right.\\
&\left. + \frac{1}{32}\alpha_2\left(-3p_1^2 - p_2^2 - 3\left(3q_1^2 + q_2^2\right)\right)\right), \qquad (4)\\
\dot{q}_2 &= \varepsilon\left(-\lambda p_2 - \gamma q_2 - \nu q_1 + \frac{1}{16}\alpha_2\left(p_2q_1 + p_1q_2\right)\right),\\
\dot{p}_2 &= \varepsilon\left(-\gamma p_2 - \nu p_1 + \lambda q_2 + \frac{1}{16}\alpha_2\left(-p_1p_2 - 3q_1q_2\right)\right).
\end{aligned}$$

Исследование полученных нелинейных дифференциальных уравнений проведено численными методами. Найдены стационарные решения системы (4), исследовано влияние параметров математической модели на устойчивость по Ляпунову стационарных решений и на точность измерений гироскопа.

Показано, что малое изменение магнитного поля вблизи кольцевого резонатора вызывает малое отклонение от расчетного значения стационарной особой точки линейной системы, но при определенных параметрах системы может вызвать явление срыва колебаний и переход на новый стационарный режим, существенно отличающийся от линейного случая.

В докладе рассмотрены методы численного решения нелинейных нестационарных колебательных систем в системе инженерного проектирования «Фидесис», основанные на расчетном вычислителе и дополнительно разработанных внешних программных модулях.

IV. Заключение

Построенная математическая модель ММГ описывает в единой взаимосвязанной форме колебания упругой системы на подвижном вибрирующем основании. Предложены численно-аналитические методы, позволяющие разделить движения упругой системы на «быстрые» и «медленные» движения и оценить влияние параметров математической модели на динамику и точность ММГ.

Колебания кольцевого резонатора в окружном направлении могут быть использованы для оценки углового движения основания гироскопа в дополнение к известным многомодовым способам определения инерциальной информации [6]. Малое изменение магнитного поля вблизи кольцевого резонатора вызывает явление срыва колебаний и переход на новый стационарный режим, существенно отличающийся от линейного случая.

Проведенный анализ устойчивости по Ляпунову движения нелинейной системы вблизи от особых точек, позволил выявить их тип и построить области устойчивости в пространстве параметров математической модели.

Благодарности

Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-00436.

Литература

[1] Acar C., Shkel A., MEMS Vibratory Gyroscopes Structural Approaches to Improve Robustness. 2009. Springer. 256p.

[2] Zhuravlev V.F. Inertial Navigation System of a New Type // Mechanics of Solids. 2023. Vol. 58. no. 7. pp. 2445-2449.

[3] Martynenko Y. G. , Merkuriev I.V., Podalkov V.V. Dynamics of a ring micromechanical gyroscope in the forced-oscillation mode // Gyroscopy and Navigation 2010, no. 1, pp. 43–51.

[4] Yoon S.W., Lee S., Najafi K. Vibration sensitivity analysis of MEMS vibratory ring gyroscopes // Sensors and Actuators A, 2011, no. 171, pp. 163– 177.

[5] Maslov A.A., Maslov D.A., Ninalalov I.G., Merkuryev I.V. Hemispherical Resonator Gyros (An Overview of Publications) // Gyroscopy and Navigation, 2023, vol. 14, no. 1, pp. 1–13. DOI: 10.1134/S2075108723010054.

[6] Perelyaev S.E. Fundamental Questions of the Theory of Combined Free Two-Mode Gyroscopes // Mechanics of Solids, 2021, vol. 56, no. 4, pp. 485-494.

[7] Perelyayev S.E. Theory of New Gyroscopic Sensors of the “Generalized” Foucault Pendulum Series Operating in Two Modes // Mechanics of Solids, 2021, vol. 56, no. 8, pp. 1611-1621.

[8] Younis M.I. MEMS Linear and Nonlinear Statics and Dynamics. Springer. New York. 2011. 453 P.

[9] Raspopov V.Ya. Mikromekhanicheskie pribory. Moskva. Mashinostroenie, 2007. 400 p.

[10] Zhuravlev V.P., Klimov D.M. Spatial Effect of Inertness of Elastic Waves on a Sphere // Mechanics of Solids. 2021. Vol. 56. No 3. PP. 293-295.

[11] Raspopov V.Y., Matveev V.V., Likhosherst V.V., Volchikhin A.I., Shepilov S.I. Design of a Coriolis Vibratory Gyroscope and Orientation and Stabilization System Based on it.// 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2020 - Proceedings. 27. 2020. P. 9134029.

Сверхкомпактный датчик магнитного курса для БПЛА

Д.Б. Пазычев
ООО «Интеграл»
Москва, Россия
d.pazychev@integral-group.pro

А.С. Фадеев
АО «ЦЭНКИ»
Москва, Россия

В.Н. Герди
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия

***Аннотация*—В работе рассматривается малогабаритный цифровой датчик магнитного курса «ЦДМК-микро» компании ООО «Интеграл». В статье будет приведен конструктив датчика, описан алгоритм его работы, представлена процедура его тарировки, а также приведены результаты испытаний датчика на легком БПЛА, дающие представление о его точности.**

Ключевые слова—датчик магнитного курса, магнитометр, навигационная система, алгоритм навигации, БПЛА.

I. Введение

Современные системы навигации, применяемые на беспилотных летательных аппаратах (БПЛА), имеют компактные размеры, малый вес и, в большинстве случаев, построены на базе недорогих и компактных микромеханических датчиков (МЭМС), что обуславливает их малые габариты и невысокую точность. Расчет курсового канала в подобных системах с применением гироскопического способа весьма затруднителен из-за высокой нестабильности смещения нулей ДУСов, которая напрямую сказывается на точности расчета начального значения угла курса (1):

$$\delta H = \frac{\omega_E^{dr}}{U \cdot \cos(\varphi)} \quad (1)$$

где δH - ошибка начального значения угла курса; ω_E^{dr} - приведенное значение смещения нуля ДУСов в проекции на восточную ось; $U \cdot \cos(\varphi)$ - горизонтальная проекция угловой скорости вращения Земли на широте φ.

Используя формулу (1), не трудно посчитать, что определения начального значения угла курса с ошибкой порядка 1º на широте Москвы потребуется датчик угловой скорости со смещением нуля порядка 0.15 º/час, что делает невозможным использование микромеханических ДУСов со случайным смещением нуля порядка 15…50 º/час для решения подобной задачи.

Вторым из возможных способов расчета угла истинного курса является использованием многоантенных приемников СНС (рис 1 и рис 2), рассчитывающих взаимное расположение антенн между собой.

Подобного рода системы определенным набором недостатков, существенно ограничивающим диапазон их применения:

- По своему принципу действия подобного рода системы работают только в условиях хорошего и стабильного приема сигнала СНС
- Система СНС требует определенного времени схождения в течении которого сигнал истинного курса недоступен (рис 3)
- При потере сигнала СНС требуется время на переходной процесс для восстановления точного решения по углу курса.



Рис. 1. Малогабаритная гировертикаль «НВ-1-К» компании ООО «Интеграл» с двумя антеннами СНС для расчета истинного курса



Рис. 2. Приемник «Фарватер РК-2106» компании Радио Комплекс

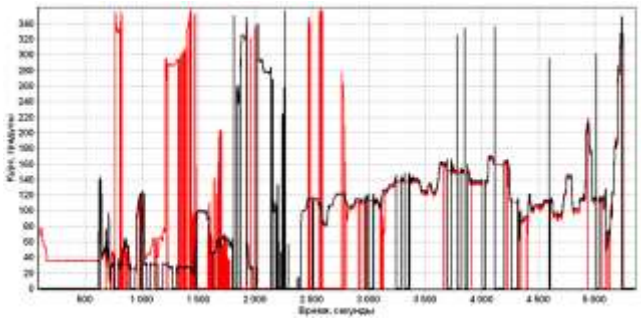


Рис. 3. Поведение сигнала истинного курса по показаниям системы СНС (красный цвет) и путевого угла СНС (черный цвет) гировертикали «НВ-1-К» в процессе испытаний на автомобиле в г. Москва

Однако существует и еще один способ расчета угла истинного курса – с применением сигнала магнитного курса и магнитного склонения (2) (рис 4), которое, в свою очередь, может быть взято из табличных значения для данных координат места.

$$H = H_M + \Delta H_M \qquad (2)$$

где H - истинный курс; H_M - магнитный курс; ΔH_M - магнитное склонение

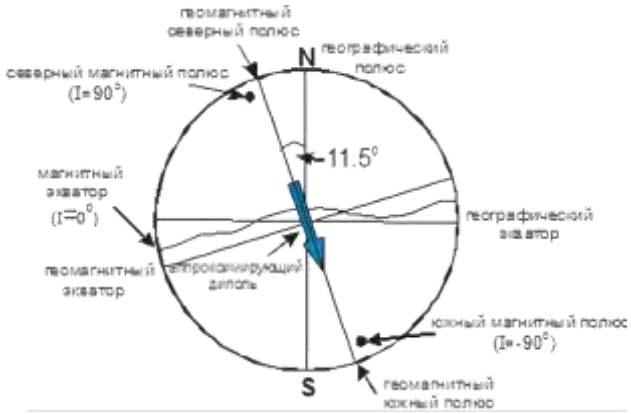


Рис. 4. Истинный и магнитный географические полюса

Таким образом использование недорогого и компактного цифрового датчика магнитного курса (ЦДМК) делает принципиально возможным определение направления на истинный север, даже с условием определения и использования при этом косвенно измеряемых величин. Однако у данного способа также есть ряд особенностей, на которые стоит обратить внимание:

1. Прибор чувствителен к помехам в виде дополнительных магнитных полей
2. Из-за указанных особенностей сложно выбрать место для установки ЦДМК. Нужно устанавливать прибор там, где магнитные поля самого объекта оказывают минимальное влияние – в хвосте или крыле БПЛА самолетной схемы.
3. Магнитное поле может меняться, также может быть нестабильным магнитное склонение — это зависит от текущих координат объекта.
4. Чтобы рассчитать истинный курс объекта, нужно получить точное значение магнитного склонения.

II. Расчет магнитного курса

Для расчета магнитного курса объекта необходимо прежде всего знать направление горизонтальной составляющей магнитного поля Земли, расположенной в плоскости горизонта и направленной на магнитный Север (рис. 5).

Расчет данной составляющей ведется с использованием сигналов датчиков магнитного поля, входящих в состав ЦДМК, оси которых совпадают со строительными осями объекта. Для пересчета их показаний в плоскость горизонта потребуется матрица направляющих косинусов, связывающая между собой связанную с объектом систему координат и систему координат географический трехгранник.

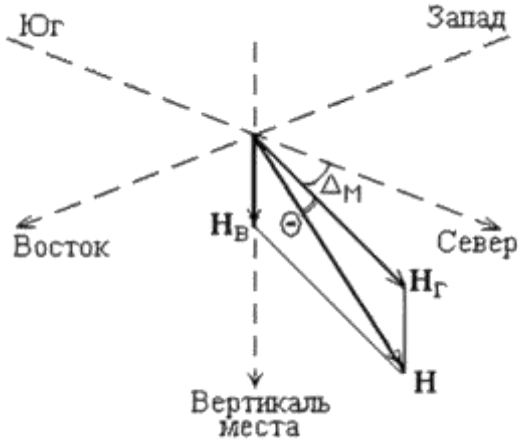


Рис. 5. Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли

Для пересчета показаний датчиков магнитного поля в плоскость горизонта используются сигналы углов крена и тангажа, которые также рассчитываются в ЦДМК на основании сигналов ДУСов и акслерометров, входящих в состав прибора. Аналогичная матрица рассчитывается в бесплатформенных гировертикалях и бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС), поэтому в состав ЦДМК также входят три малогабаритных датчика угловой скорости (ДУС) и три акселерометра. Алгоритм работы ЦДМК, по своей сути, представляет собой алгоритм бесплатформенной курсовертикали на базе алгоритма БИНС с использованием радиальной и курсовой коррекцией (рис. 6). Радиальная коррекция предназначена для коррекции расчета углов крена и тангажа, а курсовая коррекция предназначения для коррекции курса курсовертикали от показаний магнитного курса, при этом, ошибка расчета угла курса при горизонтальном полете, не превышает погрешности самого магнитного курса.

Таким образом расчет магнитного курса сводится к следующей формуле (3).

$$H_M = \arctan(\frac{M_Y}{M_X}) \qquad (3)$$

где M_X , M_Y - горизонтальные проекции магнитного поля по показаниям датчиков магнитного поля.

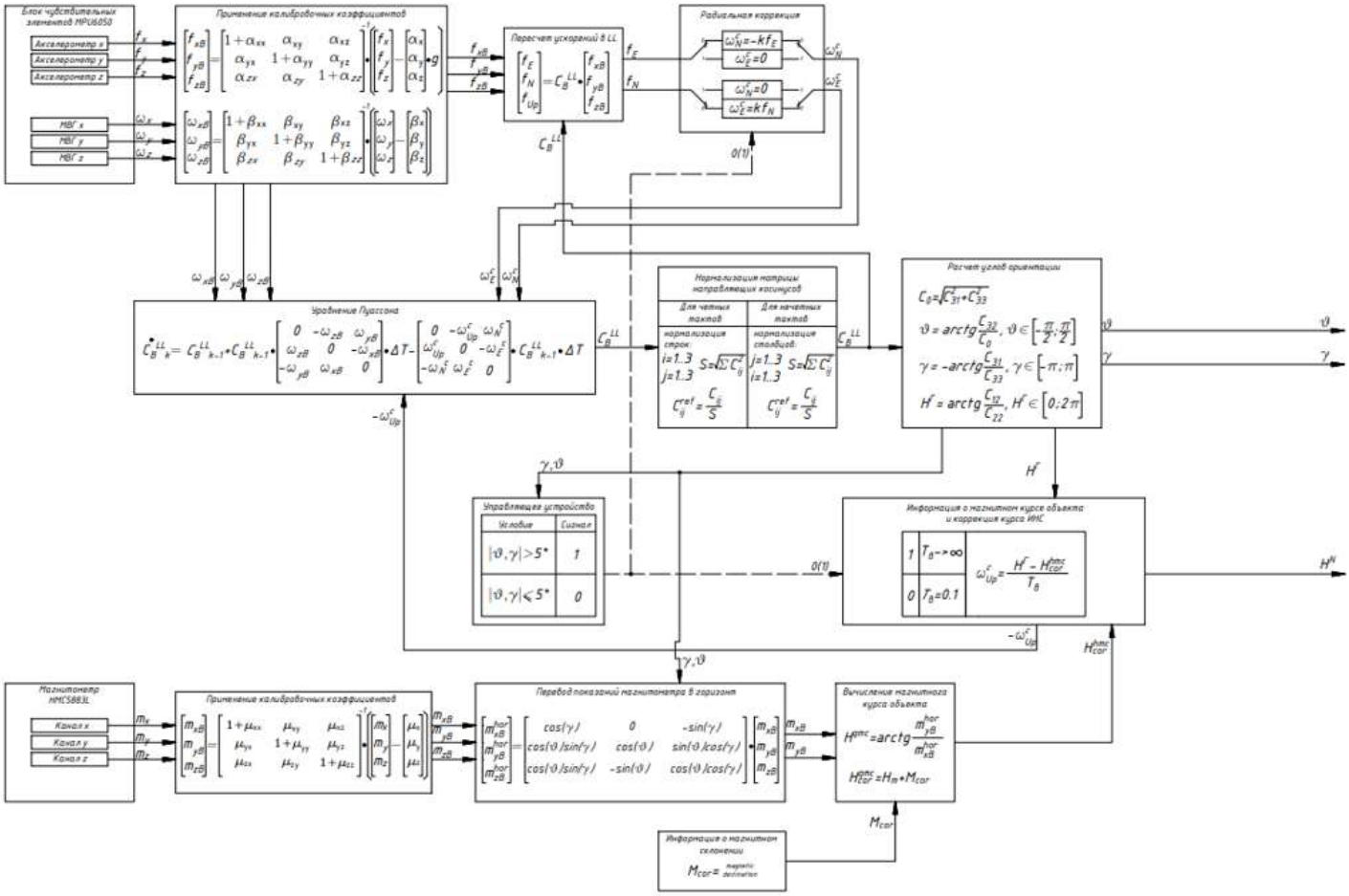


Рис. 6. Алгоритм работы ЦДМК

III. Ошибки магнитного курса

Среди основных ошибок магнитного курса следует выделить как минимум четыре составляющие (4):

$$\delta H_M = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \qquad (4)$$

где δ_1 - постоянная ошибка, имеющая одинаковое значение при всех курсах летательного аппарата (ЛА). Эта постоянная погрешность определяется главным образом неточной установкой ЦДМК на борту воздушного судна; δ_2 - полукруговая девиация. Периодически изменяется при смене курса, дважды принимая максимальное значение (по абсолютной величине) при изменении курса в пре делах от 0 до 360°. Причина ее появления – в магнитных полях, создаваемых магнитотвердыми объектами на борту самолета, а также в постоянных полях, создаваемых электрооборудованием; δ_3 - четвертная девиация. Является периодической функцией курса, но максимальное значение она принимает четыре раза при изменении курса в диапазоне от 0 до 360°. Она появляется как следствие полей, создаваемых магнитомягкими объектами. Эти объекты способны намагничиваться под воздействием магнитного поля Земли, но поскольку ориентация таких объектов относительно поля Земли изменяется при смене курса, то и характер зависимости δ3 от курса отличается от аналогичной зависимости для δ2. Кроме того, четвертную девиацию с помощью системы постоянных магнитов устранить нельзя; δ_4 - остаточная погрешность ЦДМК после проведения процедуры тарировки. Основывается на остаточных погрешностях тарировки датчиков ЦДМК.

Для устранения постоянной, полукруговой и четвертной девиаций в большинстве случаев возможно провести процедуру списания магнитных девиаций (рис. 6). Она основывается на последовательном развороте ЛА вокруг вертикальной оси с румбами по углу курса в 45 º (0, 45 º, 90 º, 135 º, 180 º, 225 º, 270 º, 315 º). На каждом из румбов ведется сравнение магнитного курса, выдаваемого с прибора, с истинным значением угла. По результатам процедуры формируется таблица поправочных коэффициентов погрешностей девиации ЦДМК, сохраняемая в его флэш-память.



Рис. 7. Бесплатное ПО для списания магнитных девиаций магнитометров «ЦДМК-1» и «ЦДМК-микро» компании ООО «Интеграл»

Таким образом после проведения процедуры списания магнитных девиаций ошибка расчета магнитного курса ЦДМК определяется остаточной погрешностью девиации и конструктивной погрешность прибора δ_4, для уменьшения которой применяется специальная процедура тарировки.

IV. Тарировка ЦДМК

Поскольку в состав ЦДМК входят сразу три типа датчиков, общая модель погрешностей прибора может быть представлена в следующем виде (5).

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_B^{Err} &= \begin{bmatrix} \beta_{XX} & \beta_{XY} & \beta_{XZ} \\ \beta_{YX} & \beta_{YY} & \beta_{YZ} \\ \beta_{ZX} & \beta_{ZY} & \beta_{ZZ} \end{bmatrix} \cdot \vec{\omega}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} \beta_X(\mathrm{t}) \\ \beta_Y(\mathrm{t}) \\ \beta_Z(\mathrm{t}) \end{bmatrix} \\
\vec{a}_B^{Err} &= \begin{bmatrix} \alpha_{XX} & \alpha_{XY} & \alpha_{XZ} \\ \alpha_{YX} & \alpha_{YY} & \alpha_{YZ} \\ \alpha_{ZX} & \alpha_{ZY} & \alpha_{ZZ} \end{bmatrix} \cdot \vec{a}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} \alpha_X(t) \\ \alpha_Y(t) \\ \alpha_Z(t) \end{bmatrix} \\
\vec{M}_B^{Err} &= \begin{bmatrix} m_{XX} & m_{XY} & m_{XZ} \\ m_{YX} & m_{YY} & m_{YZ} \\ m_{ZX} & m_{ZY} & m_{ZZ} \end{bmatrix} \cdot \vec{M}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} m_X(t) \\ m_Y(t) \\ m_Z(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \qquad (5)$$

где β_{ii}, α_{ii}, m_{ii} — ошибки масштабных коэффициентов ДУСов, акселерометров и датчиков магнитного поля, соответственно; β_{ij}, α_{ij}, m_{ij} — ошибки неортогональностей осей ДУСов, акселерометров и датчиков магнитного поля, соответственно; $\beta_i(\mathrm{t}), \alpha_i(\mathrm{t})$, $m_i(\mathrm{t})$ — ошибки смещений нулей ДУСов, акселерометров и датчиков магнитного поля, зависящие от температуры, соответственно.

Для компенсации погрешностей смещений нулей датчиков в большинстве случаев используется температурная компенсация, которая заключается в определении коэффициентов полинома зависимости показаний датчика от внешней температуры (6).

$$f_j(T_i) = K_{j,N} \cdot T_i^N + K_{j,N-1} \cdot T_i^{N-1} + \ldots + K_{j,0} \qquad (6)$$

В этом случае для определения коэффициентов ошибок модели погрешностей (6) при неподвижности самого датчика необходимо изменять лишь его внутреннюю температуру, что может быть выполнено с использованием недорогой и компактной температурной камеры. Для определения указанных выше коэффициентов потребуется проведение длительных натурных испытаний, в ходе которых температура датчика должна изменяться между наименьшим и наибольшим для эксплуатации значением. Рассмотренная выше математическая модель погрешностей датчиков (6) конечно же не является полной: в представленной модели присутствуют лишь коэффициенты зависимости смещений нулей датчиков от их текущих температур T_i. В то же время можно сказать, что на показания компактных и недорогих МЭМС датчиков огромное влияние оказывает и скорость изменения внешней температуры $\dot{T}_i$, что, несомненно, должно быть отражено в математической модели погрешностей датчиков. Однако, данное обстоятельство приведёт к еще большему усложнению процедуры идентификации коэффициентов в процессе калибровки.

Для идентификаии остаточных погрешностей акселерометров возможно использовать поворотный стол, который позволит размещать систему в 6-ти указанных положениях (рис. 8)

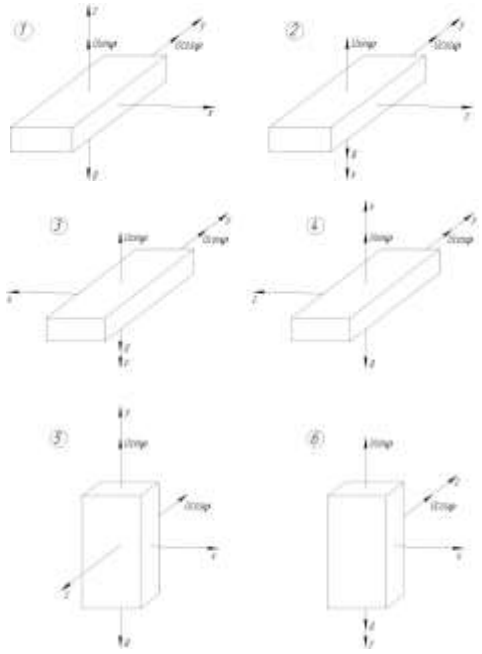


Рис. 8. Положения ЦДМК на поворотном столе для тарировки акселерометров

Для тарировки же остаточных погрешностей ДУСов необходимо организовать вращения вокруг трех связанных осей поворотного стола с одновременным сравнением показаний ДУСов и текущего значения угловогой скорости вращения.

Для тарировки датчиков магнитного поля в большинстве случае используется простейшая процедура вращения ЦДМК вокруг всех трех осей с целью выравнивания магнитного поля по трем осям (рис. 9)

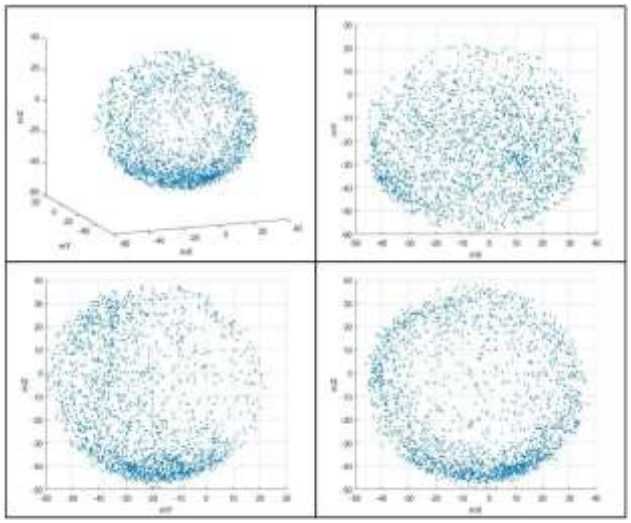


Рис. 9. Показания датчиков магнитного поля ЦДМК в процессе вращения вокруг трех осей.

Оцененные в рамках такого метода коэффициенты отличаются высоким уровнем погрешностей и не позволяют производить их оценку в зависимости от меняющейся температуры. Исходя из этого, в компании ООО «Интеграл» был разработан технологический стенд для тарировки датчиков магнитного поля, состоящий из магнитоэкранирующего корпуса и системы из 3-х взаимоортогональных индукторов, позволяющих создавать магнитное поле разной напряжённости и направления. Использование стенда позволяет идентифицировать модель погрешностей (5) с высокой точностью для обеспечения качественных измерений магнитного поля после проведения процедуры тарировки датчиков.

V. Магнитометр «ЦДМК-микро»

Для использования на компактных и сверхкомпактных БПЛА в компании ООО «Интеграл» был разработан магнитометр «ЦДМК-микро» (рис. 10).



Рис. 10. Внешний вид магнитометра «ЦДМК-микро»

Магнитометр «ЦДМК-микро» представляет собой сверхкомпактный прибор на базе МЭМС датчиков для определения углов крена, тангажа и магнитного курса подвижного объекта. Отличительной особенностью магнитометра «ЦДМК-микро» являются его малые габариты, вес, а также возможность подключения к существующим контроллерам управления БПЛА по интерфейсам UART и CAN (с применением протокола UAVCan / droneCAN).

Применение магнитометра «ЦДМК-микро» возможно в условиях эксплуатации, представленных в таблице 1.

ТАБЛИЦА I. Технические характеристики магнитометра «ЦДМК-микро»

Параметр	Значение
Габаритные размеры	45 x 40 x 15 мм
Вес	20 г
Напряжение	= 5 В (НЕ защищенное)
Потребляемая мощность	100 мВт
Выходной интерфейс	1 x UART 1 x CAN
Частота расчета	20 Гц
Температура окружающей среды	от минус 40 ^{0}C до плюс 70 ^{0}C
Относительная влажность воздуха	от 5% до 98 %
Диапазон измерений магнитного поля	± 800 мкрТесла
Диапазон измерений угловых скоростей	± 250 ^{0} / сек (диапазон может быть изменен на ± 500 ^{0} / сек, ± 1000 ^{0} / сек или ± 2000 ^{0} / сек
Диапазон измерений линейных ускорений	± 2g (диапазон может быть изменен на ± 4g, ± 8g или ± 16g)

Точностные характеристики магнитометра «ЦДМК-микро» в доверительном интервале 1 сигма представлены в таблице 2.

ТАБЛИЦА II. Точностные характеристики магнитометра «ЦДМК-микро»

Параметр	Значение
Крен, тангаж (статика)	2.0 ^{0}
Крен, тангаж (динамика)	5.0 ^{0}
Магнитный курс (статика) После процедуры списания магнитных девиаций	1.0 ^{0}
Магнитный курс (динамика) После процедуры списания магнитных девиаций	2.0 ^{0}

VI. Натурные испытания магнитометра «ЦДМК-микро»

Натурные испытания магнитометра «ДЦМК-микро» производились в составе комплекта для навигации БПЛА «микро» компании ООО «Интеграл» (рис. 11).

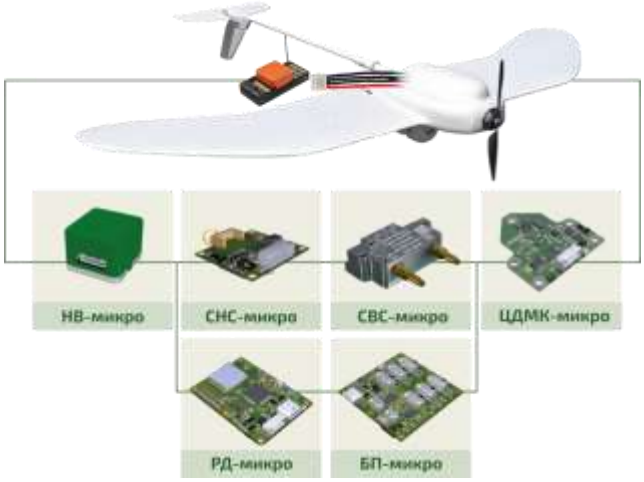


Рис. 11. Комплект навигации «микро» для БПЛА компании ООО «Интеграл»

Комплекс состоит из нескольких устройств, соединенных общей информационной сетью через интерфейс CAN, которая позволяет всем устройствам обмениваться информацией. Комплекс состоит из

– гировертикали,

– системы воздушных сигналов (СВС),

– датчика магнитного курса.

Основой комплекса является гировертикаль «НВ-микро» в вычислителе которой и формируется общее высокочастотное навигационное решение всего комплекса, включающее в себя угловые скорости, ускорения, углы, линейные скорости и географические координаты БПЛА. Отличительной особенностью рассматриваемой гировертикали является система температурной стабилизации МЭМС датчика, позволяющая повысить точность и стабильность показаний датчика во всем диапазоне температур использования гировертикали. Система температурной стабилизации удерживает температуру МЕМС датчика на уровне +50^0 С и представляет собой систему нагрева с одним нагревательным транзистором, расположенным под МЭМС датчиком (рис. 12).

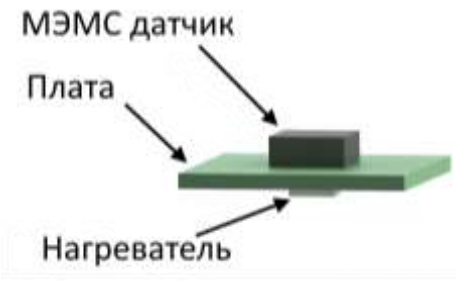


Рис. 12. Система термостабилизации навигационной системы «НВ-микро»

Для устранения накопления ошибок линейных скоростей комплекса в его состав включена система воздушных сигналов «СВС-микро», обеспечивающая весь комплекс информацией о статическом и полном давлениях, приборной и истинной воздушных скоростях, барометрической высоте БПЛА. Отличительной особенностью системы следует признать наличие заводской тарировки датчиков системы в соответствии со следующей математической моделью (3):

$$\begin{aligned} P_{St}^{Err} &= \rho_{SS}(\mathrm{t}) \cdot P_{St} + \rho_{S}(\mathrm{t}) \\ P_{Dn}^{Err} &= \rho_{DD}(\mathrm{t}) \cdot P_{Dn} + \rho_{D}(\mathrm{t}) \end{aligned} \qquad (7)$$

где $\rho_{SS}(\mathrm{t})$ и $\rho_{DD}(\mathrm{t})$ - ошибки масштабных коэффициентов датчиков статического и полного давлений, соответственно; $\rho_{S}(\mathrm{t})$ и $\rho_{D}(\mathrm{t})$ - ошибки смещений нулей датчиков статического и полного давлений, соответственно; P_{St} и P_{Dn} - истинные значения статического и полного давлений, соответственно; P_{St}^{Err} и P_{Dn}^{Err} - ошибки показаний датчиков статического и полного давлений, соответственно.

По аналогии с гироскопическими датчиками, каждый из коэффициентов модели (7) может быть представлен в виде степенной функции (6), коэффициенты которой, зависящие от температуры, и подлежат идентификации.

В отличие от гировертикали «НВ-микро», где используются сверхкомпактные микромеханические датчики угловой скорости и ускорений, в системе воздушных сигналов «СВС-микро» используются точные датчики давлений, обладающие весьма большими габаритами. Данное обстоятельство не позволяет построить качественную и компактную систему температурной стабилизации данных датчиков, что приводит к необходимости к классической температурной компенсации погрешностей датчиков давлений. В рамках представленной математической модели погрешностей датчиков (7) в компании ООО «Интеграл» был разработан технологический стенд для тарировки датчиков давлений, представляющий собой систему задатчиков давлений, трубок и камеры тепла-холода, объединенных в одну общую автоматизированную систему с программным управлением. Используя данный стенд, становится возможным идентифицировать модель погрешностей (7) даже до полиномов высокого порядка, что обеспечивают высокую точность измерений давлений после проведения процедуры тарировки датчиков.

Для устранения накапливающихся ошибок азимутального канала гировертикали «НВ-микро» в состав комплекса входит цифровой датчик магнитного курса «ЦДМК-микро», который позволяет измерить компоненты магнитного поля, магнитный курс и магнитное склонение БПЛА.

Дополнительно в комплексе возможно использовать системы спутниковой навигации «СНС-микро», блок питания «БП-микро» и регистратор данных «РД-микро» для сохранения всех данных со всех устройств на SD-карту для последующего анализа.

Указанный выше комплекс имеет ряд отличительных особенностей:

- Гибкость при размещении его компонентов на БПЛА: система навигации размещается в месте с минимально возможным уровнем вибраций (также возможно использование виброизолирующих подставок), СВС располагается в месте максимально близко расположенному к набегающему потоку воздуха, а датчик магнитного курса в месте с уровнем минимальных магнитных возмущений (крыло или хвост для самолетной схемы БПЛА).

- Возможность исполнения отдельных или всех компонентов комплекса в бескорпусном исполнении, что позволяет не только существенно снизить габариты комплекса, но и его вес (до 150 г в бескорпусном исполнении).

- Удобство коммутации между отдельными компонентами комплекса. Обмен данными внутри компонент комплекса и передача сигнала в контроллер БПЛА производится всего по одному интерфейсу CAN с использованием штатного протокола UAVCAN (DroneCAN).

Данный комплекс был размещен на БПЛА самолетного типа с вертикальными взлетом и посадкой (рис 13).

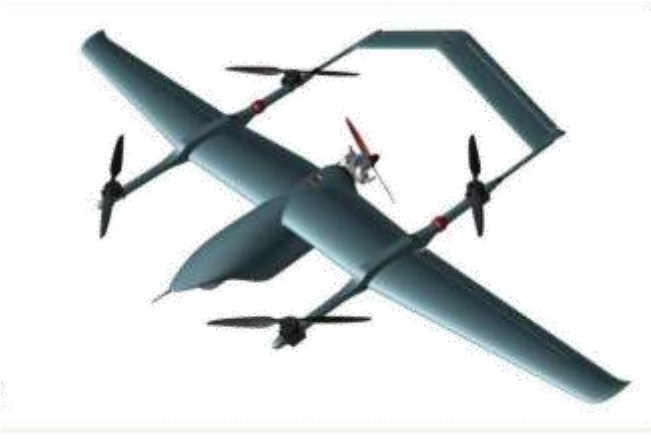


Рис 13. Внешний вид БПЛА самолетного типа с вертикальными взлетом и посадкой

Было выполнено несколько полетов БПЛА по схожему маршруту - движение по одной и той же замкнутой овальной траектории с целью проверки точности навигации комплекта «микро» (рис 14, 15)

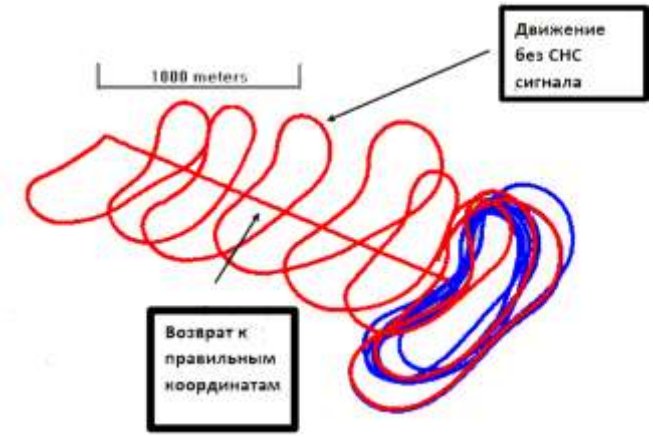


Рис 14. Траектория движения БПЛА в одном из полетов. Красный цвет – траектория комплекса навигации в процессе отключения коррекции от СНС, синий цвет – траектория СНС

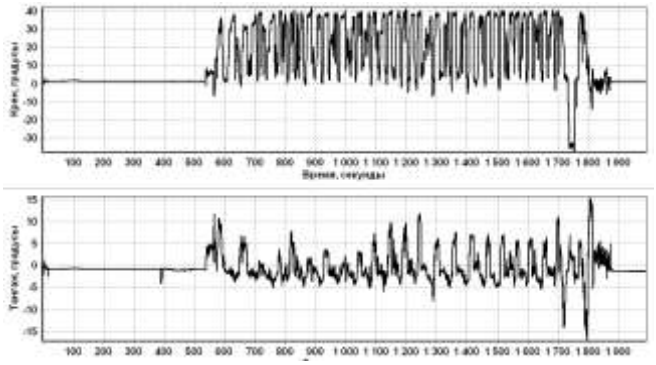


Рис 15. Поведение углов крена и тангажа гировертикали «НВ-микро» в одном из полетов БПЛА

Скорость движения БПЛА на маршруте составляла порядка 120 км/ч, высота – не более 300 м (рис. 16, 17)

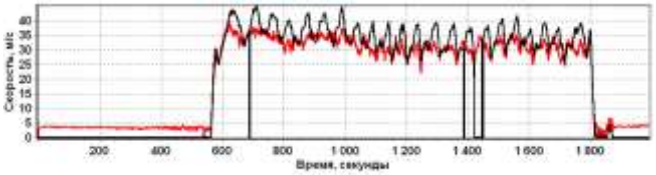


Рис 16. Сравнение воздушной скорости системы воздушных сигналов «СВС-микро» (красный цвет) с показаниями путевой скорости спутниковой навигационной системы (черный цвет) в одном из полетов БПЛА

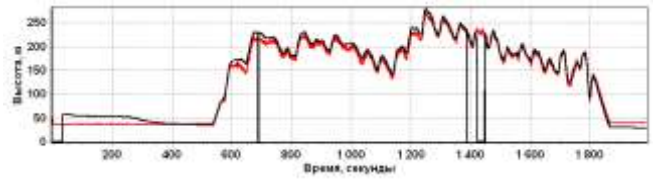


Рис 17. Сравнение барометрической высоты системы воздушных сигналов «СВС-микро» (красный цвет) с показаниями абсолютной высоты спутниковой навигационной системы (черный цвет) в одном из полетов БПЛА

В процессе испытаний также были произведены сравнения «ЦДМК-микро» с путевым углом СНС, а также с картой местности во время полета (рис 18).

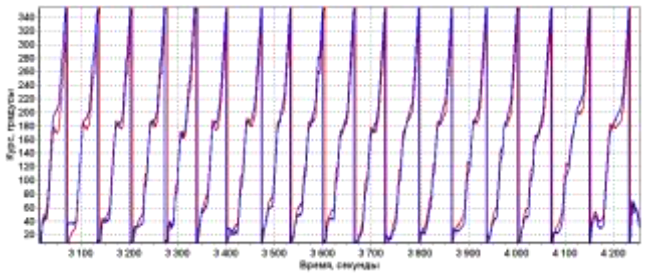


Рис 18. Сравнение магнитного курса «ЦДМК-микро» (красный цвет) и путевого угла СНС (синий цвет) в одном из полетов БПЛА

Сравнение траектории движения ЛА, показаний магнитного курса и путевого угла СНС позволили сделать вывод о точности показаний «ЦДМК-микро» на уровне 2° ошибки в процессе движения.

VII. Заключение

Представленный в рамках данной статьи магнитометр «ЦДМК-микро» отличается сверхкомпактными габаритами и массой. Не смотря на данные особенности, прибор позволяет определять угол магнитного курса в широком диапазоне температур с высокой точностью.

Алгоритм предложенного магнитометра использует в своем составе классический алгоритм БИНС с управляющими сигналами. Изменение коэффициентов коррекции сигналов в процессе работы алгоритма позволяет добиваться не только оптимальных с точки зрения точности результатов, но и выполнять расчет параметров алгоритма с минимальными задержками для получения наиболее высокодинамичных показателей.

Проведенные натурные испытания на малогабаритном БПЛА продемонстрировали приемлемые для пилотажа точности и высокие динамически характеристики магнитометра «ЦДМК-микро».

Литература

[1] Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. М.: Макс Пресс, 2011. 136 с.

[2] Дмитриев С.П. Инерциальные методы в инженерной геодезии. СПб: ГНЦ РФ «ЦНИИ «Электроприбор»,

[3] Salychev, O.S., MEMS-based inertial navigation: Expectations and reality, Moscow: Bauman MSTU Press, 2012, 207 p.

[4] Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.

[5] D. B. Pazychev and R. N. Sadekov, "MEMS Temperature Stabilization," 2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS43215.2020.9133899

[6] D. B. Pazychev and R. N. Sadekov, "Simulation of INS Errors of Various Accuracy Classes," 2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1-3, doi: 10.23919/ICINS43215.2020.9133869.

[7] D. B. Pazychev, K. S. Bakulev and R. N. Sadekov, "Low-Cost Navigation System for UAV," 2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-6, doi: 10.23919/ICINS51816.2023.10168469

[8] https://www.integral-group.pr

Применение магнитного компаса с системой коррекции в контуре авторулевого судна

Д.Г. Грязин
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
volnagdg@yandex.ru

Т.В. Падерина
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
paderinata@gmail.com

***Аннотация*—Для качественной работы авторулевого судна с применением в его контуре магнитного компаса (МК) требуется снижение динамических погрешностей компаса. Снижение динамических погрешностей обеспечивается за счет применения в измерительной схеме компаса системы коррекции, построенной на основе комплементарного фильтра с использованием микромеханического гироскопа с вертикально расположенной осью чувствительности, установленного на котелке компаса. Представлены характерные фрагменты записанных реализаций углов рыскания, выработанных МК «Азимут КМ-05Д» с работающей и отключенной системой коррекции в условиях натурных испытаний, на основании которых можно сделать вывод о том, что применение указанного МК приводит к «сглаживанию» углов рыскания. Это позволяет приблизить такой компас к характеристикам гирокомпаса в контуре авторулевого для обеспечения точного удержания судна на курсе.**

Ключевые слова—магнитный компас, система коррекции, микромеханический гироскоп, авторулевой.

I. Введение

Все суда в настоящее время оборудуются системами автоматического управления курсом, основным элементом которых является авторулевой. На большинстве судов в качестве основного курсоуказателя, реализующего обратную связь в авторулевом, используется гирокомпас. Тем не менее режим работы от магнитного компаса (МК) предусмотрен на многих авторулевых, например Navitron NT 888G и Navitron NT 921G (Великобритания), Миран АР-1-1 (Россия), Аркас (Дания). Такой режим может возникнуть при выходе из строя судового гирокомпаса, но достаточно часто в современной практике судовождения МК используется как единственный источник информации о курсе судна. Это связано, в частности, с тем, что в соответствие с международными требованиями на судах водоизмещением до 500 т могут применяться только МК, гирокомпасы не устанавливаются.

Однако обычный МК имеет значительные динамические погрешности, проявляющиеся в условиях качки. Они обусловлены двумя факторами. Во-первых, влиянием перераспределенных сил судового магнетизма на магнитную систему картушки компаса, что вызывает креновую девиацию [1, 4], которая может быть уничтожена только для конкретной широты места. Во-вторых, влиянием на картушку, представляющую собой короткопериодный маятник, тангенциальных и центростремительных (переносных) ускорений, вызванных установкой МК на некотором расстоянии от центра качания судна [2]. Эти погрешности приводят к неустойчивой работе МК и ошибкам в измерении углов рыскания. В наибольшей степени они проявляются при работе МК в высоких широтах, что является дополнительным отрицательным фактором при решении задачи курсоуказания, поскольку направляющий магнитный момент картушки, возникающий от горизонтальной составляющей магнитного поля Земли, и так имеет малое значение. Учитывая текущую тенденцию к увеличению количества судов, в том числе малотоннажных, работающих в северных морях, что связано с нарастающей интенсивностью использования Северного морского пути, задача подавления динамических погрешностей МК приобретает особую актуальность [3].

Отметим и то, что динамические погрешности МК существенно ухудшают качество работы авторулевого. Этот прибор работает по принципу компенсации отклонения судна от заданного курса, т.е. в его алгоритме управления непрерывно сравниваются фактическое и заданное значения курса. Ухудшение качества его работы на качке выражается в частой перекладке руля и невозможности парировать углы рыскания.

Таким образом, при применении МК в составе авторулевых, в первую очередь на малотоннажных рыболовецких, каботажных и других судах, возникает потребность в повышении точности МК до уровня, максимально приближенного к точности обычных гирокомпасов.

Снижение динамических погрешностей МК представляется возможным с помощью применения в составе МК системы коррекции, базирующейся на комплексировании выходных сигналов датчика магнитного курса (ДМК) МК и микромеханического гироскопа (ММГ) с вертикально расположенной осью чувствительности, установленного на котелке МК. Такая система коррекции была реализована в МК «Азимут КМ-05Д».

В настоящем докладе теоретически обоснована и практически подтверждена с использованием результатов натурных испытаний МК «Азимут КМ-05Д» возможность применения МК с подобной системой коррекции в авторулевых малых судов.

II. Система коррекции динамических погрешностей магнитного компаса

Система коррекции динамических погрешностей МК на качке базируется на применении задачи оптимального комплексирования выходных сигналов ДМК компаса и ММГ с вертикально расположенной осью чувствительности, вырабатывающих одну и ту же информацию – сумму угла курса и рыскания судна. При этом оба измерителя имеют разные динамические характеристики, по-

скольку, в отличие от чувствительного элемента МК, ММГ не чувствителен к действию не только переносных ускорений, но и перераспределенных сил судового магнетизма при крене судна. Установка ММГ по конструктивным соображениям может быть произведена непосредственно на котелке компаса.

При использовании такого рода измерителей может успешно применяться комплементарный фильтр [5], суть метода комплексирования которого состоит в том, чтобы компенсировать появление динамических ошибок, обусловленных действием переносных ускорений и судового магнетизма на качке, с помощью ММГ и ошибок от действия низкочастотных составляющих дрейфа ММГ с помощью показаний ДМК. При этом для ММГ комплементарный фильтр является фильтром высоких частот (ФВЧ), а для ДМК – низких частот (ФНЧ) [6] и, следовательно, в вырабатываемом МК угле, представляющем собой сумму углов курса и рыскания, возникающие на качке динамические погрешности будут снижены.

Уравнение комплементарного фильтра имеет вид [7]

$$\hat{\alpha} = W_{\text{ФВЧ}}(p)\cdot\alpha_{г} + W_{\text{ФНЧ}}(p)\cdot\alpha_{\text{дмк}}, \qquad (1)$$

где $W_{\text{ФВЧ}}(p)$ – передаточная функция ФВЧ; $W_{\text{ФНЧ}}(p)$ – передаточная функция ФНЧ; $\alpha_{\text{г}}$, $\alpha_{\text{дмк}}$ – соответственно суммарные углы курса и рыскания, выработанные по информации ММГ и ДМК; $\hat{\alpha}$ – оценка суммарного угла курса и рыскания, выработанная фильтром.

В простейшем случае в качестве ФВЧ и ФНЧ можно воспользоваться соответствующими звеньями с передаточными функциями

$$W_{\text{ФВЧ}}(p) = \frac{Tp}{Tp+1},\ W_{\text{ФНЧ}}(p) = \frac{1}{Tp+1}, \qquad (2)$$

где T – постоянная времени ФВЧ и ФНЧ.

Для того чтобы фильтры ФНЧ и ФВЧ не влияли на полезный сигнал, необходимо выполнение условия инвариантности [8]

$$W_{\text{ФНЧ}}(p) + W_{\text{ФВЧ}}(p) = 1. \qquad (3)$$

С учетом условия инвариантности ошибка оценки угла $\Delta\hat{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}$ будет зависеть от погрешностей ДМК $\Delta\alpha_{\text{ДМК}}$, ММГ $\Delta\alpha_{\text{г}}$ и постоянной времени T:

$$\Delta\hat{\alpha} = \frac{1}{Tp+1}\Delta\alpha_{\text{ДМК}} + \frac{Tp}{Tp+1}\Delta\alpha_{\text{г}}. \qquad (4)$$

Запишем разностное уравнение для нахождения текущей оценки угла курса и рыскания $\hat{\alpha}$ [7]:

$$\hat{\alpha}_t = \frac{T}{T+\Delta t}\left[\hat{\alpha}_{t-1} + \omega_{г}\Delta t\right] + \frac{\Delta t}{T+\Delta t}\alpha_{\text{ДМК}}, \qquad (5)$$

где $\hat{\alpha}_{t-1}$ – оценка суммарного угла курса и рыскания в предыдущий момент времени; $\omega_{\text{г}}$ – угловая скорость по показаниям ММГ; Δt – интервал дискретизации.

В системе коррекции МК используется бюджетный ММГ со следующими характеристиками:

- диапазон измерения угловой скорости от 75 до 500 °/с;
- нестабильность смещения нуля не более 24 °/ч;
- ARW не более 0,28 °/√ч;
- ширина полосы пропускания до 160 Гц.

С учетом технических характеристик применяемого ММГ, интервала дискретизации Δt = 0,01 с, а также на основе результатов имитационного моделирования выбрано значение постоянной времени фильтра T = 10 с.

На рис. 1 приведена блок-схема системы коррекции МК на основе комплементарного фильтра [9].

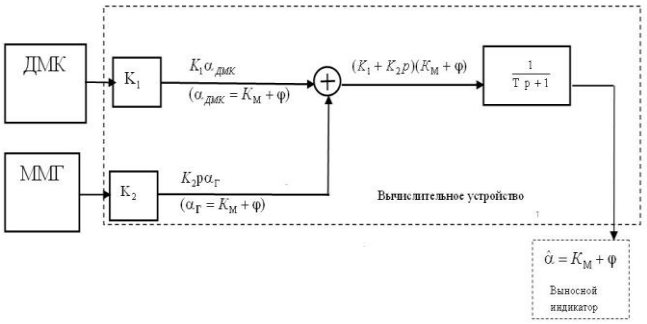


Рис. 1. Блок-схема системы коррекции МК на основе комплементарного фильтра

Для обеспечения условия инвариантности (3) выбор коэффициентов K_1 и K_2 (рис. 1) должен проводиться из условия $T = \frac{K_2}{K_1}$. В случае, если выбирается K_1 = 1, значение коэффициента K_2 должно быть равно постоянной времени $K_2 = T$.

Таким образом, выработку суммарного угла курса и рыскания $K_{\text{М}} + \varphi$ ($K_{\text{М}}$ – курс магнитный, φ – угол рыскания) в соответствии с рис. 1 необходимо производить по следующему алгоритму.

1. Выходной сигнал с датчика ДМК поступает на звено с коэффициентом усиления K_1, а выходной сигнал с ММГ – на звено с коэффициентом усиления K_2.

2. Сигнал с ДМК $K_1\cdot\alpha_{\text{ДМК}}$, где $\alpha_{\text{ДМК}} = K_M + \varphi$, суммируется с сигналом с ММГ $K_2 p\cdot\alpha_{\text{г}}$, где $\alpha_{\text{г}} = K_M + \varphi$.

3. Полученная сумма сигналов подается на вход апериодического звена $\frac{1}{Tp+1}$. Сигнал с выхода апериодического звена $\hat{\alpha} = K_M + \varphi$, представляющий собой оценку суммарного угла курса и рыскания, в которой отсутствует динамическая погрешность МК от качки, подается на выносной индикатор.

III. Результаты стендовых и натурных испытаний магнитного компаса с системой коррекции

Эффективность работы системы коррекции МК, построенной на основе комплементарного фильтра с постоянной времени T = 10 с для снижения динамической погрешности МК на качке, была экспериментально оценена с помощью стенда рыскания [10]. Проверка функциони-

рования МК с системой коррекции проводилась на широте 60° с.ш. (горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля (15±1) мкТл) при задании стендом углового движения по рысканию в диапазоне углов ±10º с разными периодами – от 4 до 30 с. При этом постоянными магнитами, размещенными вблизи котелка, в крайних (10º и –10º) положениях при угловом движении создавалось воздействие, имитирующее появление креновой девиации и приводящее к дополнительному развороту катушки приблизительно в два раза – в диапазоне углов ±20º. Система коррекции МК должна возвращать показания МК к углам рыскания, заданным стендом, т.е. к углам в диапазоне ±10º. В качестве показателя эффективности работы системы коррекции МК можно использовать коэффициент эффективности

$$K_{\text{эф}} = \left|DK^{M}_{\text{без кор}}\right| / \left|DK^{M}_{\text{с кор}}\right|, \qquad (6)$$

где $DK^{M}_{\text{без кор}}$, $DK^{M}_{\text{с кор}}$ – погрешности МК, представляющие собой предельные значения разностей соответственно выходных сигналов МК без системы коррекции и с таковой и истинных значений углов рыскания.

На рис. 2 приведен график зависимости $K_{\text{эф}}$ от периодов возмущающих воздействий (при проведении стендовых испытаний это периоды заданных гармонических колебаний углов рыскания). Значения $K_{\text{эф}}$ находятся в диапазоне от 3,7 до 9,8 при изменении периода углов рыскания от 4 до 30 с, при этом максимальное значение $K_{\text{эф}}$ соответствует периоду 18 с.

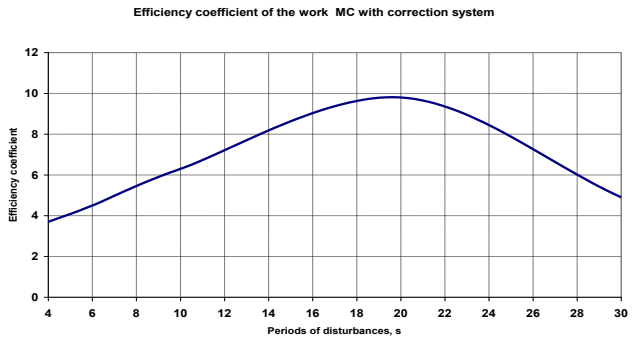


Рис. 2. Зависимость коэффициента эффективности работы системы коррекции МК от значений периодов возмущающих воздействий

Натурные испытания МК «Азимут КМ-05Д» проводились на судне «Азимут» водоизмещением 100 т. Для проведения испытаний МК был установлен на верхнем мостике судна. В качестве дополнительного оборудования использовались: бесплатформенная система ориентации с приемником СНС (сигналов для определения углов качки судна) и судовой гирокомпас в качестве источника эталонного курса. Для проверки влияния нескомпенсированной креновой девиации на эффективность системы коррекции МК проведение измерений выполнялось при снятых с нактоуза дополнительных вертикальных магнитах, которые в штатном режиме используются для компенсации креновой девиации [11].

Натурные испытания МК показали, что в условиях бортовой качки с амплитудой до 17º и килевой качки с амплитудой до 4,5º и периодами обеих качек, близкими к 4 с, применение в измерительной схеме МК системы коррекции приводит к снижению погрешности МК, при этом коэффициент эффективности работы системы коррекции $K_{\text{эф}}$, зависящий от периодов качки, находится в пределах от 2,4 до 3,5. Это согласуется с полученными результатами испытаний на стенде рыскания с дополнительными магнитами, имитирующими влияние креновой девиации, где $K_{\text{эф}}$ для периодов рыскания около 4 с составляет 3,7.

При включении МК в контур авторулевого важно, чтобы обеспечивалась качественная работа авторулевого, которая в основном зависит от двух факторов: количества перекладок руля и значений углов перекладок (желательно, чтобы эти углы имели минимальные значения). При большом количестве перекладок руля (более 400 в час) точность удержания судна на курсе не повышается, это приводит лишь к ускоренному износу рулевого устройства и потере полезной мощности силовой установки судна [12, 13].

На рис. 3–5 представлены характерные фрагменты записанных реализаций углов рыскания, измеренных МК с работающей и отключенной системой коррекции. На основании графиков можно сделать вывод, что применение МК с системой коррекции приводит к «сглаживанию» углов рыскания МК, приближая такой МК к характеристикам гирокомпаса, включенного в контур авторулевого для обеспечения точного ведения судна по курсу и удержания его на курсе.

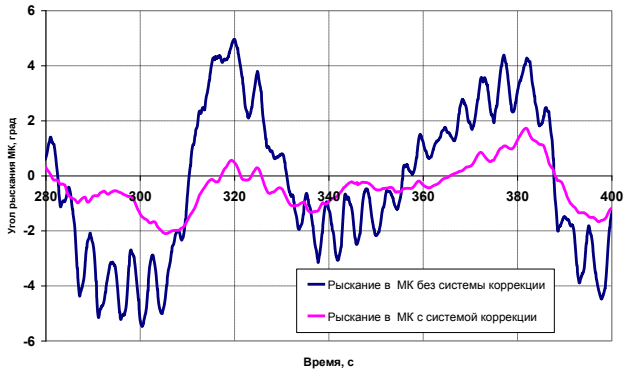


Рис. 3. Угол рыскания в МК с работающей и отключенной системой коррекции при курсе судна K = 40º

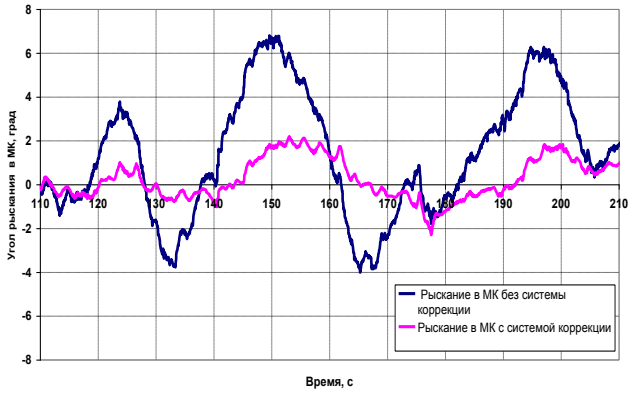


Рис. 4. Угол рыскания в МК с работающей и отключенной системой коррекции при курсе судна K = 20º

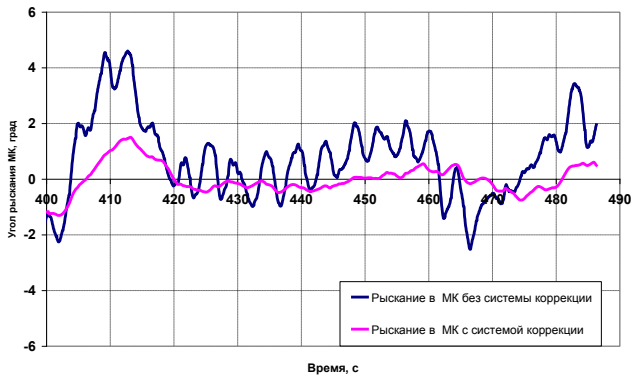


Рис. 5. Угол рыскания в МК с работающей и отключенной системой коррекции при курсе судна $K = 190^{\circ}$

IV. Заключение

По результатам проведенных испытаний можно сделать следующие выводы:

- стендовые испытания показали, что система коррекции МК «Азимут КМ-05Д» на основе комплементарного фильтра позволяет уменьшить динамические погрешности в 3,5–9,8 раз в зависимости от преобладающих частот (периодов) качки судна;
- натурные испытания МК «Азимут КМ-05Д» с системой коррекции в акватории Ладожского озера подтвердили эффект «сглаживания» углов рыскания, тем самым доказывая возможность применения такого МК в контуре авторулевого.

Применение МК с представленной системой коррекции в контуре авторулевого позволит снизить количество перекладок руля и значения углов перекладок, приближая такой МК к характеристикам гирокомпаса, включенного в контур авторулевого для обеспечения точного удержания судна на курсе.

Литература

[1] Нечаев П.А, Григорьев В.В. Магнитно-компасное дело. 4-е изд. М.: Транспорт, 1983.

[2] Рыбалтовский Н.Ю. Магнитно-компасное дело. Л.: Гос. изд-во водного транспорта, 1954.

[3] Кардашинский–Брауде Л.А. Современные судовые магнитные компасы. СПб.: ФГУП ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 1999.

[4] Кардашинский–Брауде Л.А. Девиация магнитных компасов. Л.: ЦНИИ «Румб», 1986.

[5] Матвеев В.В. Анализ комплементарных фильтров при построении бескарданной гировертикали // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2019. №8. С. 153–164.

[6] Ивойлов А.Ю. О применении МЭМС-датчиков при разработке системы автоматической стабилизации двухколесного робота // Сборник научных трудов НГТУ. 2017. №3 (89). С. 32–51.

[7] Степанов О.А., Мансур М. Алгоритмы комплексной обработки в задаче коррекции показаний навигационных систем при наличии нелинейных измерений // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. № 6. С. 89–102.

[8] Зо Мью Наин, Щагин А.В., Ле Винь Тханг, Хтин Линн У. Комплементарный фильтр для оценки угла с использованием микромеханической системы гироскопа и акселерометра // Инженерный вестник Дона. 2020. №3.

[9] Матвеев Ю.В., Грязин Д.Г, Падерина Т.В. Способ измерения магнитного курса с использованием системы коррекции. Пат. RU 2804444. Рег. 29.09.2023.

[10] Грязин Д.Г. Способ определения динамической погрешности магнитного компаса с системой коррекции от качки и устройство для его реализации. Пат. RU 2783479. Рег. 14.11.2022.

[11] Сергачев И.В. Влияние внешних факторов на переходные процессы магнитных компасов в высоких широтах // Известия вузов. Приборостроение. 2020. №10. Т. 63. С. 921–929.

[12] Преображенский А.В. Оптимизация параметров авторулевого на математической модели судна // Научные проблемы водного транспорта. 2015. Вып. 45.

[13] Юнг В.Л. Система управления курсом судна // Актуальные проблемы авиации и космонавтики: сб. мат-лов VI Междунар. науч.-практ. конф. 2020. Т. 1.

Калибровка бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости

Л.В. Водичева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Ю.В. Парышева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Я.С. Савельева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Д.И. Кабанова
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Н.А. Шмаков
АО «НПО электромеханики»
Миасс, Россия
101@npoe.ru

***Аннотация*—Рассматривается стендовая калибровка бесплатформенного инерциального измерительного блока (БИИБ), включающего триаду акселерометров и два датчика угловой скорости. Приводятся описание методики, испытательного стенда и алгоритмов калибровки, результаты теоретической оценки точности и результаты испытаний макета БИИБ, созданного на базе микро-электромеханического измерительного модуля MPU-9250 и двух волоконно-оптических гироскопов FOGS170B.**

Ключевые слова—бесплатформенный измерительный блок, микро-электромеханический акселерометр, волоконно-оптический гироскоп, калибровка, оценка точности.

I. Введение

Задача определения углов ориентации продольной оси неподвижного измерительного прибора, в частности, оптического, относительно горизонтальной плоскости (угла элевации) и относительно направления на Север (азимутального угла) может быть решена с помощью БИИБ, включающего триаду акселерометров и два датчика угловой скорости (ДУС). Использование двух ДУС вместо трех позволяет заметно снизить стоимость БИИБ, поскольку акселерометры являются относительно недорогими приборами, тогда как стоимость каждого из ДУС может существенно превышать стоимость остальной части БИИБ. При этом возникает проблема корректного определения азимутального угла.

Метод гирокомпасирования с помощью такого БИИБ был рассмотрен в докладе авторов на предыдущей Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам [1]. Макет БИИБ был создан в НПО автоматики на базе измерительного модуля MPU-9250 и двух волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) FOGS170B, установленных в общем корпусе. Погрешности определения угла элевации с помощью прибора составили 1-2°, азимутального угла – 3-5°. Для повышения точности была необходима калибровка БИИБ, которая была реализована на испытательном стенде НПО электромеханики.

II. Модель БИИБ и оцениваемые погрешности

Схема БИИБ, показывающая ориентацию осей чувствительности (ОЧ) датчиков относительно осей корпуса, приведена на рисунке 1: X_A, Y_A, Z_A – ОЧ акселерометров; $X_{ВОГ\text{-}1}, X_{ВОГ\text{-}2}$ – ОЧ ВОГ; $OXYZ$ – правая ортогональная корпусная система координат (КСК), жестко привязанная к механическому устройству сопряжения корпуса БИИБ с измерительной осью оптического прибора – трубке.

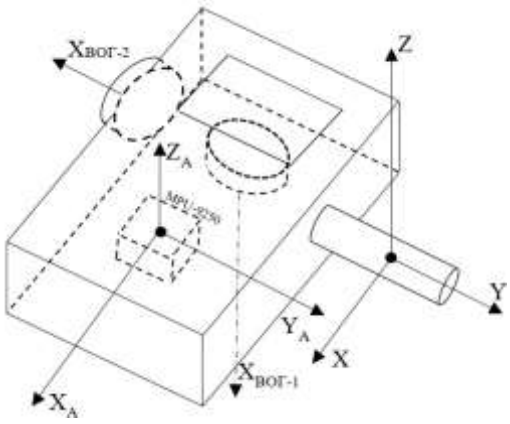


Рис. 1. Схема БИИБ

Введем также ортогональную приборную систему координат (ПСК) $OX_IY_IZ_I$, геометрически привязанную к ОЧ акселерометров X_A и Y_A. Оси ПСК номинально совпадают с ОЧ акселерометров. Рассогласование между осями ПСК и КСК параметризуется тремя малыми углами $\Delta\alpha_x, \Delta\alpha_y, \Delta\alpha_z$, которые оцениваются при калибровке. При отсутствии погрешностей ОЧ акселерометров совпадают с осями КСК, ОЧ ВОГ-1 направлена противоположно оси *OZ*, ОЧ ВОГ-2 – противоположно оси *OY*.

Модель оцениваемых погрешностей акселерометров включает смещения нуля $\tau_x^A, \tau_y^A, \tau_z^A$, погрешности мас-

штабных коэффициентов $\rho_x^A, \rho_y^A, \rho_z^A$ и углы неортогональности осей чувствительности $\beta_{yx}^A, \beta_{zx}^A, \beta_{zy}^A$.

Отклонение ОЧ ВОГ-1 от номинального положения параметризуется углами неортогональности $\Delta\xi_1, \Delta\eta_1$ между его ОЧ и осями КСК *OX, OY*; ОЧ ВОГ-2 – углами неортогональности $\Delta\xi_2, \Delta\zeta_2$ между его ОЧ и осями *OX*, *OZ*. Модель погрешностей ВОГ включает смещения нуля τ_1^G, τ_2^G и погрешности масштабных коэффициентов ρ_1^G, ρ_2^G.

III. Испытательный стенд и организация испытаний

Испытательный стенд, на котором проводилась калибровка БИИБ, состоит из двух частей: одноосного поворотного стола ПС-132Т, ось вращения планшайбы которого ориентирована вертикально, и двухосного наклонно-поворотного стенда СНП-522, на котором имеется площадка для закрепления на ней исследуемого прибора. Для точной установки прибора на площадке стенда конструкторами НПО автоматики было разработано и изготовлено специальное фиксирующее переходное устройство, обеспечивающее точность привязки корпуса БИИБ к площадке стенда на уровне угловой минуты.

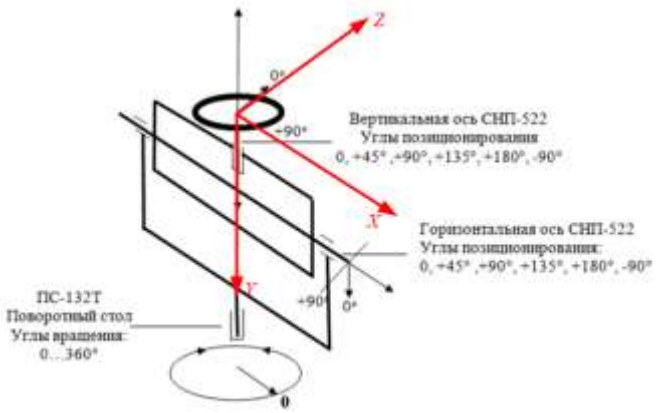


Рис. 2. Схема испытательного стенда

СНП-522, установленный на планшайбу ПС-132Т, обеспечивает возможность выставки осей закрепленного на нем корпуса БИИБ параллельно, перпендикулярно или под углом 45° относительно оси вращения планшайбы. Диапазон задаваемых угловых скоростей поворотного стола от ±1°/с до ±200°/с. Относительная погрешность задания угловой скорости на уровне 1%. Схема испытательного стенда и ориентация осей корпуса БИИБ при нулевых углах позиционирования и нулевом угле вращения приведены на рисунке 2.

Испытания включают статическую и динамическую части. При статических испытаниях площадка СНП-522 с установленным на ней БИИБ разворачивается поочередно в 11 различных программных положений, фиксируется и в течение 3-5 минут идет запись показаний датчиков прибора. При статических испытаниях оцениваются параметры акселерометров, углы привязки осей ПСК к КСК и смещения нуля ВОГ.

При динамических испытаниях оси КСК выставляются поочередно вертикально и СНП-522 вместе с закрепленным на ним БИИБ с помощью ПС-132Т поворачивается на целое число оборотов сначала в одном, потом в другом направлении. Угловая скорость разворота задается постоянной по величине и составляет 20°/с. При динамических испытаниях оцениваются углы привязки ОЧ ВОГ к КСК и масштабные коэффициенты ВОГ.

В процессе испытаний показания датчиков прибора записываются в массивы параметров, привязанных к моментам времени, типу испытаний (статические или динамические) и номеру ориентации. Оценка точностных параметров БИИБ осуществляется в режиме постобработки.

IV. Методика калибровки

Оценка параметров акселерометров

Параметры акселерометров оцениваются скалярным методом [2], который не требует точной выставки их осей в заданную программную ориентацию. Измерения проводятся при девяти программных ориентациях КСК, оптимальных по критерию минимума погрешностей калибровки [3]: ОЧ каждого из акселерометров ориентируется вертикально вверх и вниз и оси каждой пары акселерометров ориентируются в вертикальной плоскости симметрично горизонтальной плоскости.

Параметры акселерометров определяются путем решения линеаризованной системы из девяти уравнений измерения с девятью неизвестными:

$$Z = H \cdot X, \qquad (1)$$

где

$X = \left[\frac{\tau_x^A}{g}, \frac{\tau_y^A}{g}, \frac{\tau_z^A}{g}, \rho_x^A, \rho_y^A, \rho_z^A, \beta_{yx}^A, \beta_{zx}^A, \beta_{zy}^A\right]^T$ – матрица-столбец оцениваемых параметров; Z – матрица-столбец измерений, *n*-ный элемент которой рассчитывается по формуле $z^{(n)} = \frac{\hat{g}_n^2 - g^2}{2g^2}$, $\hat{g}_n^2 = \hat{g}_{n,x}^2 + \hat{g}_{n,y}^2 + \hat{g}_{n,z}^2$ – квадрат модуля измеренного вектора в *n*-ной ориентации;

$$H_n = \left[\frac{\hat{g}_{n,x}}{g}, \frac{\hat{g}_{n,y}}{g}, \frac{\hat{g}_{n,z}}{g}, -\frac{\hat{g}_{n,x}^2}{g^2}, -\frac{\hat{g}_{n,y}^2}{g^2}, -\frac{\hat{g}_{n,z}^2}{g^2}, -\frac{\hat{g}_{n,x}\cdot\hat{g}_{n,y}}{g^2}, \frac{\hat{g}_{n,z}\cdot\hat{g}_{n,x}}{g^2}, -\frac{\hat{g}_{n,y}\cdot\hat{g}_{n,z}}{g^2}\right]$$

– *n*-ная строка матрицы измерения H; $\hat{g}_{n,x}, \hat{g}_{n,y}, \hat{g}_{n,z}$ – осредненные показания акселерометров.

Оценка углов привязки осей ПСК и КСК

С точностью до первого порядка углы рассогласования осей ПСК и КСК определяются с помощью соотношения:

$$\begin{bmatrix} X_I \\ Y_I \\ Z_I \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\alpha_z & \Delta\alpha_y \\ \Delta\alpha_z & 1 & -\Delta\alpha_x \\ -\Delta\alpha_y & \Delta\alpha_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Эти параметры оцениваются по информации предварительно откалиброванных акселерометров. Для их оценки оси КСК должны поочередно ориентироваться вдоль вертикали, при этом целесообразно использовать всю измерительную информацию, полученную при калибровке акселерометров. В результате соотношения для определения углов рассогласования ПСК и КСК будут иметь вид:

$$\Delta\alpha_x \approx \frac{\hat{g}_{z_I}^{y\uparrow} - \hat{g}_{z_I}^{y\downarrow}}{2g} \approx -\frac{\hat{g}_{y_I}^{z\uparrow} - \hat{g}_{y_I}^{z\downarrow}}{2g};$$

$$\Delta\alpha_y \approx \frac{\hat{g}_{x_I}^{z\uparrow} - \hat{g}_{x_I}^{z\downarrow}}{2g} \approx -\frac{\hat{g}_{z_I}^{x\uparrow} - \hat{g}_{z_I}^{x\downarrow}}{2g};$$

$$\Delta\alpha_z \approx \frac{\hat{g}_{y_I}^{x\uparrow} - \hat{g}_{y_I}^{x\downarrow}}{2g} \approx -\frac{\hat{g}_{x_I}^{y\uparrow} - \hat{g}_{x_I}^{y\uparrow}}{2g}, \qquad (3)$$

где $\hat{g}_{x_I}, \hat{g}_{y_I}, \hat{g}_{n_I}$ – проекции измеряемого кажущегося ускорения, пересчитанные с осей акселерометров в оси ПСК.

Оценка смещений нуля ВОГ

По спецификации FOGS170B погрешность масштабного коэффициента (1σ) $5\cdot10^{-5}$, смещение нуля 0.02°/ч. Вклад погрешности масштабного коэффициента в суммарную погрешность измерения скорости вращения Земли на два порядка меньше, чем смещения нуля, поэтому погрешностями масштабных коэффициентов ВОГ при оценке смещений нуля можно пренебречь.

Скалярный метод калибровки для двух датчиков неприменим. При отсутствии точной азимутальной привязки в качестве эталона может быть использована вертикальная составляющая скорости вращения Земли, поэтому ось чувствительности ВОГ, точнее, соответствующая ось КСК, выставляется вертикально. В этом положении проводится первое измерение, затем БИИБ разворачивается вокруг вертикальной оси на 180° и проводится второе измерение. Это добавляет еще две ориентации к статическим испытаниям. Суммирование измерений в двух ориентациях позволяет исключить влияние горизонтальной составляющей скорости вращения Земли из-за неточности выставки в вертикальное положение, обусловленной погрешностями привязки осей ВОГ к КСК.

Погрешность измерения непосредственно вертикальной составляющей скорости вращения Земли при угле отклонения оси чувствительности ВОГ от вертикали, равном 1°, составит на широте 55° ≈ 0.0019 °/ч или 0.4%. Соотношения для оценки смещений нуля ВОГ имеют простой вид:

$$\tau_k^G = \frac{1}{2}\left(\hat{\Omega}_k^{(1)} + \hat{\Omega}_k^{(2)}\right) - \Omega_H,\ k = 1,2, \qquad (4)$$

где $\hat{\Omega}_k^{(1)}, \hat{\Omega}_k^{(2)}$ – осредненные показания ВОГ в первой и второй ориентациях; Ω_H – вертикальная составляющая скорости вращения Земли; k – номер ВОГ.

Оценка погрешностей масштабных коэффициентов и углов привязки осей ВОГ к КСК

Погрешности ВОГ, зависящие от измеряемой угловой скорости, оцениваются при вращении БИИБ, установленного на площадке СНП-522, вокруг каждой из осей КСК, предварительно выставленной вертикально вниз.

При вращении вокруг оси X оцениваются углы неортогональности ОЧ ВОГ-1 и ВОГ-2 относительно оси КСК X $\Delta\xi_1$ и $\Delta\xi_2$; при вращении вокруг оси Y – угол неортогональности ОЧ ВОГ-1 относительно оси КСК Y $\Delta\eta_1$ и погрешность масштабного коэффициента ВОГ-2 ρ_2^G; при вращении вокруг оси Z – угол неортогональности ОЧ ВОГ-2 относительно оси КСК Z $\Delta\zeta_2$ и погрешность масштабного коэффициента ВОГ-1 ρ_1^G.

Эталонным сигналом при калибровке ВОГ является угол поворота вокруг оси вращения ПС-132Т. Скорость вращения Земли, измеряемая ВОГ наряду со скоростью поворота, является возмущением. Для минимизации влияния поперечной составляющей скорости вращения Земли необходимо, чтобы 1) вращение БИИБ осуществлялось с постоянной угловой скоростью, что обеспечивается стендом; 2) БИИБ поворачивался на целое число оборотов.

Влияние продольной составляющей скорости вращения Земли можно исключить, вращая БИБ вокруг выбранной оси сначала в положительном (+), а потом в отрицательном (–) направлении. Соотношения для оценки погрешностей углов привязки и погрешностей масштабных коэффициентов ВОГ в этом случае также примут простой вид:

$$\Delta\chi = \frac{\hat{\varphi}^+ - \hat{\varphi}^-}{n\cdot 4\cdot\pi};\ \hat{\rho}_k^G = \frac{n\cdot 4\cdot\pi}{\hat{\varphi}^+ - \hat{\varphi}^-} - 1, \qquad (5)$$

где $\hat{\varphi}^+, \hat{\varphi}^-$ – интеграл от абсолютной угловой скорости, измеряемой ВОГ, на интервалах вращения БИИБ против и по часовой стрелки вокруг соответствующей оси; n – число оборотов при вращении; $\Delta\chi = \Delta\xi_1, \Delta\eta_1, \Delta\xi_2, \Delta\zeta_2$; k = 1,2.

V. Оценка точности калибровки

Верификация методики и алгоритмов, а также теоретическая оценка точности калибровки осуществлялись с помощью имитационной математической модели. Моделировались процесс испытаний с учетом погрешностей стендов, осредненные показания датчиков, записываемые в процессе испытаний, и алгоритмы оценки точностных параметров, реализуемые при постобработке.

Погрешности калибровки оценивались методом статистического моделирования на базе 10 000 прогонов. Оцениваемые параметры и погрешности оборудования моделировались случайными постоянными величинами, равномерно распределенными от прогона к прогону с нулевым математическим ожиданием. Величины 3σ (σ – среднеквадратическое отклонение) задавались на уровне: для акселерометров по смещениям нуля $5\cdot10^{-3}$ м/с^2, по масштабным коэффициентам $5\cdot10^{-2}$%, по углам неортогональности 1.5′; для ВОГ по смещениям

нуля 0.06°/ч, по масштабным коэффициентам $5 \cdot 10^{-3}$%; для углов привязки ОЧ акселерометров к корпусу 0.5°, ОЧ ВОГ к корпусу 1°.

Погрешности стенда (3σ) задавались через углы привязки осей корпуса поворотного стола к географической системе координат (30″); через углы установки корпуса БИИБ на площадке стола (1′); через углы установки площадки стола в заданное программное положение (6″).

Результаты моделирования показали, что на имеющемся оборудовании параметры акселерометров могут быть определены с тремя верными значащими цифрами, углы привязки ОЧ акселерометров к корпусу, смещения нуля, масштабные коэффициенты и углы привязки ОЧ ВОГ к корпусу – с двумя верными значащими цифрами.

VI. Результаты испытаний

На испытательном стенде НПО электромеханики было проведено две серии испытаний с интервалом в месяц. Полученные в результате калибровки значения точностных параметров акселерометров и ВОГ в обеих сериях (пусках) не превысили указанные в спецификациях на приборы MPU-9250 и FOGS170B.

Точность калибровки акселерометров может быть интегрально оценена по модулю измеряемого вектора нормальной реакции опоры на ускорение силы тяжести, поскольку в этом случае мы имеем полноценный измеритель вектора. Такая оценка показала, что до калибровки средняя по 11 ориентациям относительная погрешность модуля измеренного вектора составляла в первом пуске 2.15%; во втором пуске 2.46%, после калибровки в обоих пусках 0.11%, т.е. интегральная погрешность измерения кажущегося ускорения после калибровки уменьшилась в 20 раз.

Использование только двух ВОГ в общем случае не позволяет применить этот подход к оценке точности калибровки ВОГ, также как и скалярный метод калибровки. Однако при испытаниях была реализована азимутальная привязка стенда: наружная горизонтальная ось поворотного стола была с точностью единиц угловых минут направлена на Восток. В результате можно было выбрать ориентации площадки так, чтобы оси чувствительности ВОГ были ориентированы в плоскости меридиана. Это позволило оценить модуль измеряемого вектора по двум его проекциям и применить к оценке смещений нуля ВОГ наряду с векторным и скалярный метод. Результаты оценки смещений нуля ВОГ приведены в таблице I.

Таблица I

Результаты оценки смещений нуля ВОГ				
Параметры	**Векторная калибровка**		**Скалярная калибровка**	
	Первая серия испытаний	**Вторая серия испытаний**	**Первая серия испытаний**	**Вторая серия испытаний**
τ_1^G, °/ч	–0.0140	–0.0105	–0.0486	–0.0361
τ_2^G, °/ч	–0.0810	–0.0195	–0.1504	–0.1178

Результаты скалярной калибровки оказались несколько иными, чем результаты векторной калибровки. Относительная погрешность измеренного модуля скорости вращения Земли, составляющая до калибровки 67%, после калибровки составила для векторного метода 33%, для скалярного метода 15%. Исходя из этого, в качестве паспортных значений, используемых в алгоритмах основной задачи определения ориентации, были взяты смещения нуля ВОГ, полученные методом скалярной калибровки.

Погрешности привязки ОЧ акселерометров к корпусу БИИБ оказались больше ожидаемых 30′ и составили 80–160′; погрешности привязки ОЧ ВОГ к корпусу оказались меньше ожидаемого 1° и составили 6–48′.

Испытания БИИБ в основном режиме проводились при угле элевации, равном 45°, и нескольких значениях азимутального угла. Погрешности привязки площадки СНП-522 с установленным на ней БИИБ к вертикали и азимутальному направлению составляли единицы угловых минут. Из-за шумов датчиков и высокой чувствительности ВОГ к внешним возмущениям и вибрациям погрешности определения ориентации, особенно азимутального угла, зависят от времени осреднения показаний датчиков. При осреднении на интервале наблюдения 280 с проведение калибровки позволяет уменьшить погрешность определения угла элевации с 2° до 0.2°; погрешность определения азимутального угла с 5° до 0.25°. При осреднении на интервалах 30 с и 5 с погрешность определения угла элевации практически не изменяется, тогда как погрешность определения азимутального угла заметно возрастает: для интервала 30 с до 1°, для интервала 5 с до 2°.

VII. Заключение

Разработанная методика калибровки БИИБ на базе триады акселерометров и двух ВОГ позволяет на испытательном стенде НПО электромеханики определить параметры акселерометров с тремя верными значащими цифрами; смещения нуля ВОГ и углы привязки осей датчиков к корпусу – с двумя верными значащими цифрами.

Результаты испытаний БИИБ в основном режиме показали, что после калибровки погрешность определения угла элевации уменьшается с 2° до 0.2°, азимутального угла – с 5° до 0.25°.

Литература

[1] Водичева, Л.В. Метод гирокомпасирования для бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости / Л.В. Водичева, Л.В., В.Л. Якимов, Ю.В. Парышева, Д.И. Кабанова // XXXI Санкт Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2024. С. 313–316.

[2] Измайлов, Е.А. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем / Е.А. Измайлов, С.Н. Лепе, А.В. Молчанов, Е.Ф. Поликовский // XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ – «ЦНИИ Электроприбор», 2008. – С. 145-154.

Водичева, Л.В. Оценка точностных параметров датчиков бесплатформенного инерциального измерительного блока с помощью относительно грубого поворотного стола / Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева // Гироскопия и навигация. 2019, № 2. С. 162-178.

Адаптивно-робастная фильтрация и калибровка сигналов инерциальных МЭМС-датчиков

А.В. Чернодаров
Научно-производственное объединение «НаукаСофт», Университет МАИ
Москва, Россия
chernod@ mail.ru

П.С. Горшков
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Москва, Россия,
contacts@naukasoft.ru

И.В. Митрофанов
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Москва, Россия
contacts@naukasoft.ru

А.П. Патрикеев
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Москва, Россия
apatrikeev@naukasoft.ru

***Аннотация*—Работа посвящена совершенствованию технологии стендовой калибровки микро-электро-механических систем (МЭМС) и датчиков для инерциальных измерительных модулей (ИИМ). Рассматривается комбинированная процедура калибровки, включающая обработку сигналов МЭМС в частотной и временной области. Фильтрация в частотной области позволяет исключить влияние шумов на точность оценки систематических погрешностей МЭМС. Оценка систематических ошибок МЭМС во временной области позволяет использовать математические модели дрейфов сигналов для повышения их наблюдаемости относительно стендовых эталонов. Одновременно это позволяет выполнять параметрическую идентификацию моделей ошибок МЭМС, которые используются в дальнейшем при эксплуатации ИИМ. Предлагается оценивать систематические ошибки МЭМС путем обработки невязок их сигналов относительно эталонных значений для трех положений ИИМ на стенде с использованием последовательной модификации расширенного фильтра Калмана (РФК). По сравнению с традиционной процедурой калибровки на основе метода наименьших квадратов применение такой модификации РФК не требует обращения матриц. Проанализированы результаты полунатурных экспериментов по зарегистрированным данным МЭМС.**

Ключевые слова—инерциальный измерительный модуль, микроэлектромеханические датчики, стендовая калибровка, фильтрация сигналов, расширенный фильтр Калмана.

I. Введение

В настоящее время актуальной остается задача снижения массы, габаритов и стоимости навигационных систем (НС) при сохранении их точностных характеристик. Возможное решение такой задачи связано с включением в состав НС инерциальных измерительных модулей (ИИМ) на базе микро-электро-механических систем (МЭМС) и датчиков [1]. Однако МЭМС имеют низкую точность из-за больших дрейфов сигналов входящих в их состав датчиков первичной информации (ДПИ): гироскопов и акселерометров, расположенных по трем ортогональным осям. Представляется, что противоречие между необходимыми точностными характеристиками и требуемыми массой и габаритами МЭМС может быть разрешено, в том числе, на основе совершенствования технологии калибровки ДПИ. Систематические дрейфы сигналов ДПИ оцениваются, как правило, в процессе стендовой калибровки. На точность такой калибровки существенно влияют случайные шумы и сбои в сигналах ДПИ. Поэтому в процессе калибровки необходимо выполнять адаптивную фильтрацию сигналов и робастное парирование сбоев. Адаптация связана с настройкой коэффициентов фильтра по результатам наблюдений. Робастное парирование сбоев основано на использовании коэффициентов доверия к наблюдениям. В качестве наблюдений при калибровке ДПИ используются разности между известными и измеренными геофизическими инвариантами. Инвариантами могут быть следующие параметры:

- ускорение силы тяжести;
- проекции вектора угловой скорости вращения Земли на оси ИИМ, размещенного на стенде.

При стендовой калибровке МЭМС наблюдения формируются так, чтобы в вертикальном положении находилась последовательно каждая из трех осей ИИМ. Оцениваются, как правило, 18 параметров, а именно: систематические смещения сигналов акселерометров и дрейфы гироскопов, а также угловые отклонения измерительных осей ДПИ от их взаимно ортогональных положений.

Традиционная постановка задачи калибровки [2,3] связана с оценкой систематических смещений сигналов ДПИ и идентификацией элементов матрицы угловых перекосов измерительных осей ИИМ. Одновременное решение задачи оценивания и идентификации точными вычислительными методами не всегда представляется возможным. В работе сформированы модели процедур калибровки в виде наблюдателей состояния для каждого положения ИИМ. В таких моделях наблюдения инвариантов связаны с вектором ошибок ДПИ через матрицу коэффициентов, зависящих от сигналов ДПИ. Использование таких моделей позволяет решить задачу калибровки методом наименьших квадратов [2,3]. Однако в этом случае необходимо обращать матрицу коэффициентов в обобщенной модели наблюдений размерности 18×18, что является неточной и неустойчивой операцией. Для исключения такой операции задача калибровки преобразована к виду, позволяющему применить для оценки систематических ошибок ДПИ последовательную модификацию расширенного фильтра Калмана (РФК) [4]. В та-

кой модификации операция обращения ковариационной матрицы ошибок наблюдений размерности 18×18 сводится к последовательности из 18 операций деления. Кроме того, могут быть реализованы следующие дополнительные возможности калибровки с ОФК:

- фильтрация шумов ДПИ в частотно-временной области, оценка и учет их статистических характеристик;
- адаптивно-робастная защита процедур калибровки ДПИ от аномальных наблюдений [5];
- использование наблюдений нулевой скорости и известных координат стенда для повышения точности оценивания ошибок ДПИ [6];
- идентификация коэффициентов сноса и диффузии для динамических моделей ошибок ДПИ [5].

Целью работы является исследование процедур калибровки ИИМ с использованием стендовых эталонов и РФК для оценки погрешностей МЭМС-датчиков.

II. Стендовая калибровка инерциального измерительного модуля на базе МЭМС-датчиков

При стендовой калибровке ИИМ вектор погрешностей, как правило, включает в себя систематические смещения сигналов инерциальных датчиков — гироскопов и акселерометров, а также угловые перекосы осей измерительных трехгранников относительно их идеальных ортогональных положений. Например, для акселерометров, входящих в состав ИИМ, вектор ошибок будет иметь вид

$$\tilde{x}_{a\delta} = [\, x_a^{\mathrm{T}} \; x_{\delta a}^{\mathrm{T}} \,]^{\mathrm{T}}, \qquad (1)$$

где

$$x_a = [\, \Delta a_x \, \Delta a_y \, \Delta a_z \,]^{\mathrm{T}} - \qquad (2)$$

вектор систематических смещений сигналов акселерометров относительно их эталонных значений a_x, a_y, a_z. Для системы координат $ox_r y_r z_r$, связанной с ИИМ, принимается последовательность поворотов, обеспечивающая поочередное расположение акселерометров в вертикальном положении, а именно: в первом положении вертикальна ось oz_r ИИМ, во втором положении вертикальна ось oy_r; в третьем положении вертикальна ось ox_r;

$$x_{\delta a} = [\, \delta_{a(xy)} \delta_{a(xz)} \delta_{a(yx)} \delta_{a(yz)} \delta_{a(zx)} \delta_{a(zy)} \,]^{\mathrm{T}} - \qquad (3)$$

вектор угловых перекосов измерительных осей акселерометров относительно их взаимно ортогональных положений, как показано на рис. 1 для МЭМС MPU-6050 [7].

Рассматривается технология калибровки MEMS-датчиков для трех положений ИИМ на однокоординатном стенде. Предполагается, что идеальный измерительный трехгранник *oxyz*, связанный с поворотным столом стенда, имеет ортогональные оси. При этом ось *oz* направлена вертикально, а оси *ox* и *oy* расположены в горизонтальной плоскости. Полагается также, что исходные направления осей указанных выше систем координат совпадают, а повороты производятся против часовой стрелки следующим образом: первый поворот совершается на угол ψ вокруг третьей оси *oz*; второй поворот совершается на угол ϑ вокруг нового положения первой оси ox'; третий поворот совершается на угол γ вокруг нового положения второй оси oy'.

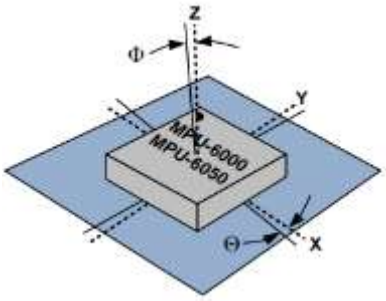


Рис. 1. Угловые перекосы осей ИИМ

При установке оси oz_r ИИМ в вертикальное положение на горизонтальную плоскость поворотного стола стенда модель сигналов акселерометров будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} a_{x(r)} \\ a_{y(r)} \\ a_{z(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \delta_{xy} & \delta_{xz} \\ \delta_{yx} & 0 & \delta_{yz} \\ \delta_{zx} & \delta_{zy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{x(r)} \\ a_{y(r)} \\ a_{z(r)} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где $[\, a_x \, a_y \, a_z \,]^{\mathrm{T}} = [\, 0 \;\; 0 \;\; g \,]^{\mathrm{T}}$ – вектор сигналов акселерометров эталонного ИИМ; g – ускорение силы тяжести в месте расположения стенда; $[\, a_{x(r)} \, a_{y(r)} \, a_{z(r)} \,]^{\mathrm{T}}$ – вектор сигналов реальных акселерометров.

Опираясь на уравнение (4), можно сформировать наблюдения Z_a для вектора ошибок акселерометров при такой ориентации ИИМ:

$$\mathrm{Z}_{a(z)} = \begin{bmatrix} a_{x(r)} \\ a_{y(r)} \\ a_{z(r)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = C_{a\psi} x_{a\delta} + \vartheta_{a\psi}, \qquad (5)$$

где

$$C_{a\psi} = \begin{bmatrix} 1 & a_{y(r)} & a_{z(r)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{x(r)} & 1 & a_{z(r)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{x(r)} & a_{y(r)} & 1 \end{bmatrix},$$

$x_{a\delta} = [\, \Delta a_x \, \delta_{xy} \, \delta_{xz} \, \delta_{yx} \, \Delta a_y \, \delta_{yz} \, \delta_{zx} \, \delta_{zy} \, \Delta a_z \,]^{\mathrm{T}}$ – перегруппированный вектор погрешностей акселерометров, входящих в ИИМ; $\vartheta_{a\psi} = [\, \vartheta_{a_{\psi x}} \, \vartheta_{a_{\psi y}} \, \vartheta_{a_{\psi z}} \,]^{\mathrm{T}}$ – вектор ошибок наблюдений.

Из уравнения (5) можно найти приближенную оценку вектора погрешностей акселерометров, используя метод наименьших квадратов [3]:

$$\hat{x}_{a\delta} = C^{*}_{a\psi} Z_{a(z)}, \qquad (6)$$

где $C^{*}_{a\psi} = (C^{\mathrm{T}}_{a\psi} C_{a\psi})^{-1} C^{\mathrm{T}}_{a\psi}$ - псевдообратная матрица.

Для корректного решения задачи оценивания (6) необходимо, чтобы матрица $C_{a\psi}$, учитывающая связь между вектором наблюдения Z_a и ошибками акселерометров $x_{a\delta}$, была квадратной. Это можно реализовать, выполнив дополнительно еще две процедуры измерения, последовательно размещая ИИМ вертикально вдоль осей *oy* и *ox*.

При установке оси oy_r в вертикальное положение путем поворота ИИМ вокруг оси *ox* на угол $\vartheta = \pi/2$ модель сигналов акселерометров будет иметь вид

$$P_1 [a_{x(r)} a_{y(r)} a_{z(r)}]^{\mathrm{T}} = [0\ 0\ \mathrm{g}]^{\mathrm{T}} + C_{a\vartheta} x_{a\delta}, \qquad (7)$$

где $C_{a\vartheta} = P_1 \mathrm{C}_{a\psi}$; $P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ - матрица, учитывающая перестановку измерительных осей ИИМ. Уравнение (7) записано с учетом того, что физическая ориентация эталонного трехгранника, связанного с горизонтальным положением поворотного стола стенда, не меняется.

Учитывая уравнение (7), можно сформировать вектор наблюдения $\mathrm{Z}_{a(y)}$ для погрешностей акселерометров с ориентацией ИИМ *oxy′z′*:

$$\mathrm{Z}_{a(y)} = \begin{bmatrix} a_{x(r)} \\ a_{z(r)} \\ a_{y(r)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = C_{a\vartheta} x_{a\delta} + \vartheta_{a\vartheta}. \qquad (8)$$

При установке оси ox_r в вертикальное положение путем поворота ИИМ вокруг оси *oy* на угол $\gamma = -\pi/2$ модель сигналов акселерометров будет иметь вид

$$P_2 [a_{x(r)} a_{y(r)} a_{z(r)}]^{\mathrm{T}} = [0\ 0\ \mathrm{g}]^{\mathrm{T}} + C_{a\gamma} x_{a\delta}, \qquad (9)$$

где $C_{a\gamma} = P_2 \mathrm{C}_{a\psi}$; $P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Учитывая уравнение (9), можно сформировать вектор наблюдения $\mathrm{Z}_{a(y)}$ для погрешностей акселерометров с ориентацией ИИМ *ox′yz′*:

$$\mathrm{Z}_{a(x)} = \begin{bmatrix} a_{z(r)} \\ a_{y(r)} \\ a_{x(r)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = C_{a\gamma} x_{a\delta} + \vartheta_{a\gamma}. \qquad (10)$$

Учитывая уравнения (5), (8), (10), можно сформировать расширенный вектор наблюдения Z_a для погрешностей акселерометров

$$\mathrm{Z}_a = H_a x_{a\delta} + \vartheta_a, \qquad (11)$$

где $\mathrm{Z}_a = [Z^{\mathrm{T}}_{a(z)} Z^{\mathrm{T}}_{a(y)} Z^{\mathrm{T}}_{a(x)}]^{\mathrm{T}}$; $H_a = [C^{\mathrm{T}}_{a(\psi)} C^{\mathrm{T}}_{a(\vartheta)} C^{\mathrm{T}}_{a(\gamma)}]^{\mathrm{T}}$; $\vartheta_a = [\vartheta^{\mathrm{T}}_{a\psi} \vartheta^{\mathrm{T}}_{a\vartheta} \vartheta^{\mathrm{T}}_{a\gamma}]^{\mathrm{T}}$.

Матрица H_a является квадратной размерностью 9×9. Поэтому решение уравнения (11) относительно вектора ошибок $x_{a\delta}$ может быть корректным.

Для калибровки МЭМС-датчиков угловой скорости (ДУС) необходимо выполнять эталонные вращения ИИМ с помощью поворотного стола последовательно относительно каждой из трех измерительных осей. Для оценки погрешностей ДУС в уравнениях (4) - (11) вместо ускорения силы тяжести *g* задается эталонная угловая скорость вращения поворотного стола ω. Кроме того, учитывается вертикальная составляющая угловой скорости вращения Земли. Вместо сигналов акселерометров записываются соответствующие показания ДУС.

По аналогии с уравнениями (4) – (11) при калибровке ИИМ может быть сформирована матрица $H_\omega = [C^{\mathrm{T}}_{\omega(\psi)} C^{\mathrm{T}}_{\omega(\vartheta)} C^{\mathrm{T}}_{\omega(\gamma)}]^{\mathrm{T}}$ для связи наблюдений $\mathrm{Z}_\omega = [Z^{\mathrm{T}}_{\omega(z)} Z^{\mathrm{T}}_{\omega(y)} Z^{\mathrm{T}}_{\omega(x)}]^{\mathrm{T}}$ с вектором ошибок ДУС. Следует отметить, что операция обращения расширенной матрицы $H = [H^{\mathrm{T}}_a H^{\mathrm{T}}_\omega]^{\mathrm{T}}$ размерности 18×18 может оказаться неустойчивой при обработке наблюдений $\mathrm{Z} = [Z^{\mathrm{T}}_a Z^{\mathrm{T}}_\omega]^{\mathrm{T}}$. Кроме того, при решении уравнения

$$\mathrm{Z} = Hx + \vartheta \qquad (12)$$

относительно вектора $x = [x^{\mathrm{T}}_{a\delta} x^{\mathrm{T}}_{\omega\delta}]^{\mathrm{T}}$ методом наименьших квадратов не учитываются шумы наблюдений $\vartheta = [\vartheta^{\mathrm{T}}_a \vartheta^{\mathrm{T}}_\omega]^{\mathrm{T}}$.

Для исключения указанных ограничений предлагается обрабатывать наблюдения Z с помощью адаптивно-робастной (АР) модификации РФК [5].

Прогноз: $m_0 = x_{i/i-1} = \Phi_i \hat{x}_{i-1/i-1}$;

$$M_0 = P_{i/i-1} = \Phi_i P_{i-1/i-1} \Phi^T_i + \Gamma_i Q_{i-1} \Gamma^T_i.$$

Коррекция: $\nu_j = z_j - H_j m_{j-1}$; $\beta_j = \nu_j / \alpha_j$;

$$\psi_j = \psi(\beta_j);\ \psi'_j = \psi'(\beta_j);$$

$$\tilde{\alpha}^2_j = H_j M_{j-1} H^T_j \psi'_j + \alpha^2_j;$$

$$K_j = M_{j-1} H^T_j / \tilde{\alpha}^2_j;$$

$$m_j = m_{j-1} + K_j \psi_j \alpha_j;$$

$$M_j = (K_j H_j \psi'_j - E) M_{j-1} (K_j H_j \psi'_j - E)^T + K_j \alpha^2_j \psi'_j K^T_j;$$

$$j = \overline{1, l};\ \hat{x}_{i/i} = m_l;\ P_{i/i} = M_l,$$

где $\psi(\beta_j) = \left.\frac{\partial \rho(\beta)}{\partial \beta}\right|_{\beta=\beta_j}$; $\psi'(\beta_j) = \left.\frac{\partial^2 \rho(\beta)}{\partial \beta^2}\right|_{\beta=\beta_j}$;

$\rho(\beta) = -\ln f(\beta)$; $f(\beta)$ - функция плотности вероятности. Функции $\psi(\beta_j)$, $\psi'(\beta_j)$ могут быть сформированы с учетом априорных предположений о законах распределений полезного сигнала и помехи [5]. Указанные функции определяют меру доверия к формируемым наблюдениям; m_j, $\hat{x}_{i/i}$ - оценки вектора состояния *x* на *i*-м шаге после обработки соответственно *j*-го элемента и всего вектора наблюдений Z_i; M_j, $P_{i/i}$ - ковариационные матрицы ошибок для указанных оценок; в рассматриваемой задаче l = 18; E – единичная матрица; Φ_i, Γ_i - переходные матрицы для векторов ошибок и возмущений; Q_i - ковариационная матрица для вектора возмущений; α_j - параметр масштаба (например, в РФК среднее квадратичное отклонение для ошибок измерений).

III. Анализ результатов исследований

В качестве объекта исследований рассматривается ИИМ на базе МЭМС MPU-6050 [7] (см. Рис. 2). Сигналы ИИМ регистрируются на flash-память через микроконтроллер STM32 [8] с частотой 500 Гц. После калибровки проводились натурные эксперименты в поездке на автомобиле с учетом следующих условий:

- по зарегистрированным данным в постобработке был реализован алгоритм бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) [6];
- при счислении координат оценки систематических погрешностей МЭМС, полученные при калибровке, списывались из показаний датчиков.



Рис. 2. ИИМ на базе МЭМС MPU-6050

Полагалось, что сигналы глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) недоступны для коррекции БИНС на конечном участке траектории движения в течение 400 секунд. На этом участке выполнялось инерциальное счисление параметров.

На рис. 3, 4 показаны круговые позиционные ошибки БИНС ΔS, а именно: на рис. 3 – без учета оценок калибровочных погрешностей ДПИ; на рис. 4 – с учетом и прогнозированием таких оценок, где

$\Delta S = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}$; $\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{ГНСС}}) R \cos\varphi_{\text{ГНСС}}$;

$\delta_\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{ГНСС}}) R$; φ ; λ - геодезические широта и долгота; R – радиус-вектор местоположения БИНС.

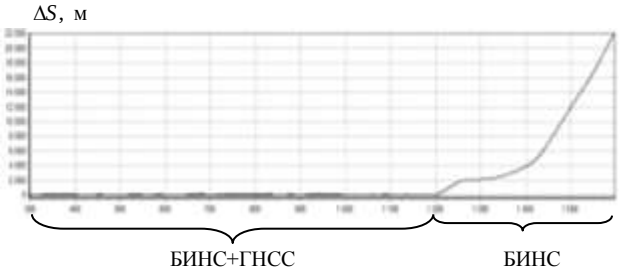


Рис. 3. Круговая ошибка БИНС без учета оценок калибровочных коэффициентов

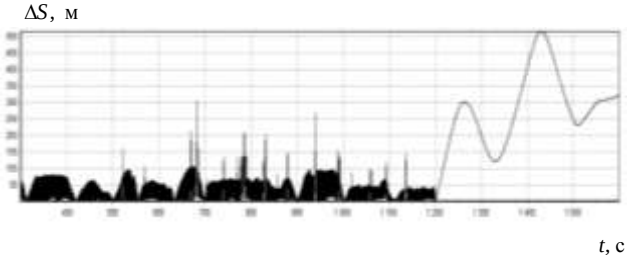


Рис. 4. Круговая ошибка БИНС с учетом оценок калибровочных коэффициентов

Можно видеть, что компенсация прогнозируемых оценок ошибок БИНС-МЭМС на участке автономного инерциального счисления параметров полета позволила почти на два порядка уменьшить круговую позиционную ошибку БИНС на временном интервале 400 секунд.

IV. Заключение

Проведенные исследования показали возможность проведения комбинированной калибровки ИИМ на основе МЭМС. Такая калибровка может включать следующие процедуры:

- фильтрация и парирование аномальных сигналов датчиков;
- оценка систематических погрешностей и угловых перекосов измерительных осей датчиков с использованием АР РФК.

Литература

[1] Wang, D., Dong, Y., Li, Z., Li, Q., and J. Wu, J. Constrained MEMS-Based GNSS/INS Tightly Coupled System with Robust Kalman Filter for Accurate Land Vehicular Navigation, IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 69, no. 7, 2020, pp. 5138–5148.

[2] Titterton, D., and Weston, J. Strapdown Inertial Navigation Technology. Second Edition. Progress in Astronautics and Aeronautics Series, vol. 207. AIAA, Reston, 2004.

[3] Акимов, П.А. Гарантирующий подход и l_1 - аппроксимация в задачах оценивания параметров БИНС при стендовых испытаниях / П.А. Акимов, А.В. Деревянкин, А.И. Матасов. М.: МГУ, 2012. 296с.

[4] Maybeck, P.S. Stochastic Models, Estimation and Control, New York., Academic Press, 1982, vol. 2.

[5] Чернодаров, А.В. Контроль, диагностика и идентификация авиационных приборов и измерительно-вычислительных комплексов. М.: Научтехлитиздат, 2017. 300с

[6] Чернодаров А.В. Инерциальная навигация и геофизические инварианты / А.В. Чернодаров, А.П. Патрикеев, С.Е. Переляев // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2021. С. 173 - 180.

[7] MPU-6050 Data Sheet 3.4. chipdip.ru›product/mpu-6050/

[8] STM32. ru.wikipedia.org›STM32/

Повышение точности БИНС на лазерных гироскопах при воздействии вибрации

С.В. Топильская
Отдел разработки и сопровождения инерциальных систем,
Московское опытное конструкторское бюро «Марс»
Москва, Россия
office@mokb-mars.ru

А.О. Колесников
Отдел разработки и сопровождения инерциальных систем,
Московское опытное конструкторское бюро «Марс»
Москва, Россия
office@mokb-mars.ru

Ю.В. Бакин
Отдел разработки и сопровождения инерциальных систем,
Московское опытное конструкторское бюро «Марс»
Москва, Россия
office@mokb-mars.ru

***Аннотация*—Лазерные гироскопы с механической виброподставкой широко применяются в составе бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) авиационного назначения. К современным БИНС предъявляются требования по обеспечению автономного определения пилотажных и навигационных параметров с высокой точностью при высоких эксплуатационных воздействиях. На основании проведенного анализа точностных параметров БИНС при вибрационных воздействиях определено, что вклад в погрешности БИНС-М вносят погрешности лазерных гироскопов, обусловленные движением гироскопа в критичном диапазоне частот от 700 до 800 Гц. В работе представлены варианты конструкции виброподвеса лазерного гироскопа, позволяющие снизить амплитуды колебаний гироскопа в данном диапазоне частот.**

Ключевые слова—лазерный гироскоп, механические воздействия, инерциальные приборы, виброподвес.

I. Введение

Современные БИНС подвергаются достаточно высоким механическим воздействиям (удары, вибрационные воздействия) при эксплуатации. При механических воздействиях к случайным погрешностям инерциальных датчиков добавляются вибрационные погрешности, что приводит к дополнительным ошибкам при определении пилотажных и навигационных параметров [1]. В результате проведенного исследования было выявлено, что рост ошибки углов ориентации обусловлен возникновением вибрационного дрейфа лазерного гироскопа, возникающего из-за наличия критичных амплитуд колебаний в конструкции виброподвеса в области высоких частот (Рис.1).

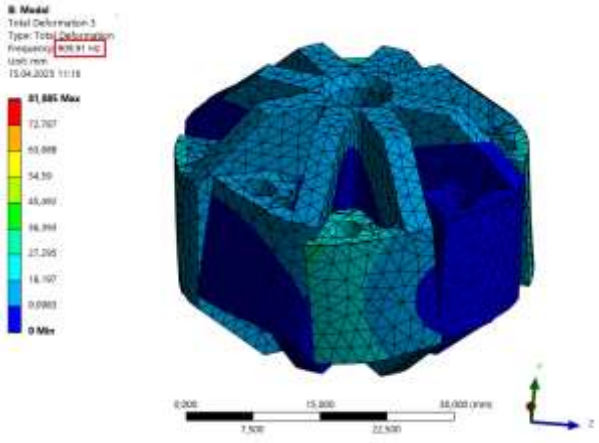


Рис. 1. Форма критичных амплитуд колебаний виброподвеса

Целью данной работы является разработка конструкции виброподвеса, позволяющей уменьшить или исключить амплитуды колебаний гироскопа в области высоких частот вибрационного воздействия.

II. Анализ результатов проведенных исследований

В МОКБ «Марс» - филиале ФГУП ВНИИА им. Л.Н. Духова была разработана и изготовлена БИНС на лазерных гироскопах. По результатам испытаний по проверке устойчивости БИНС при воздействии вибрации было выявлено несоответствие точностных параметров БИНС требованиям технического задания. Основным элементом конструкции БИНС является блок чувствительных элементов (БЧЭ), в состав которого входят гироскопы и акселерометры, сервисная электроники, элементы системы амортизации [2]. На Рис. 2 представлена конструкция БЧЭ.

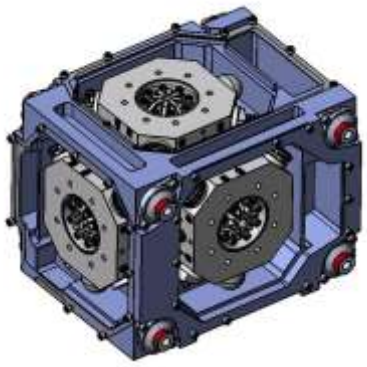


Рис. 2. Блок чувствительных элементов БИНС

При проведении теоретического исследования были определены возможные причины роста ошибки углов ориентации БИНС при воздействии штатной вибрации $\sigma=3g$ временем воздействия $t=1$ч:

1 Недостаточное подавление системы амортизации колебаний БЧЭ в области высоких частот вибрационного воздействия;

2 Наличие смещения центра масс БЧЭ относительно центра жесткости системы амортизации;

3 Недостаточная точность обсчета ориентации БЧЭ;

4 Наличие конусного движения виброподвеса лазерного гироскопа в области высоких частот вибрационного воздействия.

В результате проведенных экспериментальных исследований выявленных причин было определено, что повышение уровня подавления колебаний БЧЭ в области высоких частот, совмещения центра масс БЧЭ с центром жесткости системы амортизации, повышение частоты выдачи данных гироскопов не привели к существенному повышению точностных параметров БИНС при воздействии штатной вибрации.

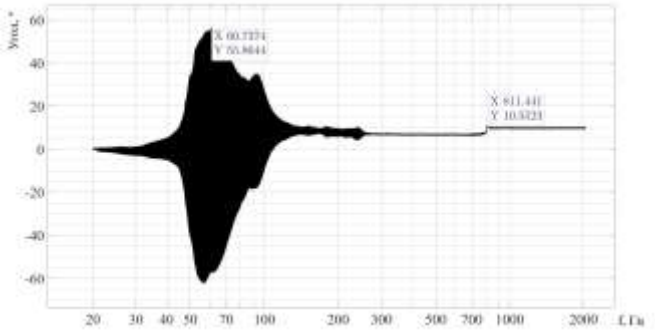


Рис. 3. Вибрационный дрейф гироскопа

Однако доработка программного обеспечения БЧЭ в части повышения частоты выдачи данных гироскопов позволили более подробно исследовать сигналы с гироскопов и акселерометров (Рис.3) и определить, что рост ошибки углов ориентации обусловлен возникновением вибрационного дрейфа лазерного гироскопа, возникающего из-за конусного движения гироскопа, которое достаточно сложно учесть алгоритмически. Данное движение реализовано угловым колебаний «лопастей» виброподвеса (Рис.1).

III. Расчетная модель лазерного гироскопа

Чувствительным элементном рассматриваемого БИНС является кольцевой лазер [3] с периметром 280 мм. Кольцевой лазер выполнен в едином моноблоке. Выходными сигналами кольцевого являются два синусоидальных сигнала, частоты которых одинаковы и содержат информацию о проекции угловой скорости вращения на ось чувствительности гироскопа, а знак разности фаз определяется знаком проекции угловой скорости.

Для возбуждения колебаний кольцевого лазера используется виброподвес с пьезоэлементами, который крепится к кольцевому лазеру через компенсационное кольцо. Таким образом обеспечивается движение гироскопа в одной плоскости и исключается коническое движение. Резонансная частота системы «виброподвес-лазер кольцевой» составляет 380±20 Гц [3].

В рамках исследования было проведено численное моделирование движения лазерного гироскопа с виброподставкой при воздействии широкополосной случайной вибрации [4]. По результатам моделирования было выявлено, что виброподвес кроме колебаний на основной частоте 380±20 Гц осуществляет изгибные колебания на удвоенной собственной частоте виброподвеса (Рис.1), которые приводят к коническому движению оси чувствительности лазерного гироскопа относительно оси виброподвеса.

В связи с тем, что движение на двойной частоте сложно измерить с требуемой точностью и учесть алгоритмически, было предложено разработать новую конструкцию виброподвеса лазерного гироскопа. Новая конструкция вибпроподвеса должна обеспечить отсутствие критичных амплитуд колебаний и позволять установить гироскоп в конструкции БЧЭ без каких-либо доработок.

На основании сформулированных требований разработаны два варианта конструкции виброподвеса (Рис.4). Первый вариант виброподвеса позволяет уменьшить амплитуды колебаний механической системы «лазер кольцевой-вибпродвес» на двойной частоте виброподвеса. Второй вариант конструкции виброподвеса полностью их исключает. Отличие второго варианта о первого заключается в отсутствии компенсационного кольца, что позволяет увеличить жесткость подвеса на двойной частоте виброподвеса.



Рис. 4. Варианты конструкции виброподвеса, где 1 – первый вариант конструкции, 2 – второй; 3 – исходный вариант (штатный)

Каждая расчетная модель (Рис.5) виброподвеса представляла собой габаритно-массовый эквивалент резонатора, установленный на виброподвес через компенсационное кольцо и без него (для второго варианта конструкции виброподвеса).

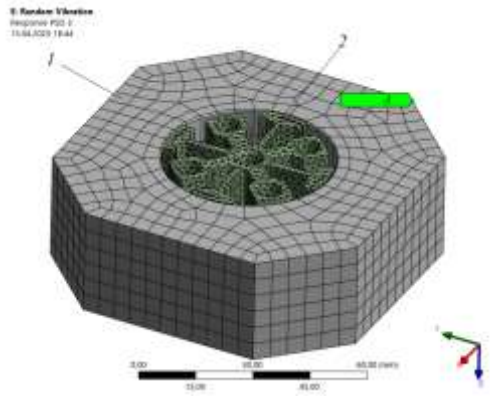


Рис. 5. Расчетная модель виброподвеса, где 1 – имитатор резонатора, 2 – виброподвес; 3 – А – характерная точка

IV. Результаты расчета

В рамках исследования оценивались собственные частоты вибпродвеса и движение в характерных точках конструкции при воздействии штатной вибрации σ=3g.

Вторая форма колебаний для первого варианта конструкции составляет 1396 Гц; для второго – 1650 Гц (Рис.6). Повышение частоты второй формы колебаний позволяет существенно уменьшить амплитуды колеба-

ний гироскопа в области высоких частот при воздействии штатной вибрации (Рис.7). Фактическое влияние повышения жесткости вибпродвеса на точностные характеристики БИНС планируется определить экспериментально на отдельном технологическом образце по разработанной программе исследования.

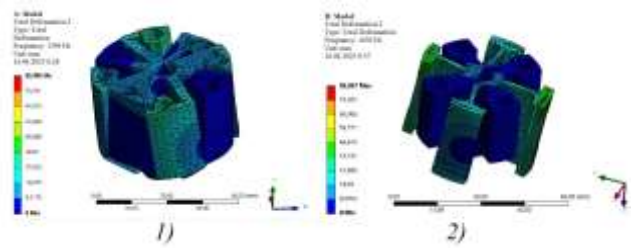


Рис.6. Результаты расчета вторых форм колебаний, где 1 – первый вариант конструкции, 2 – второй

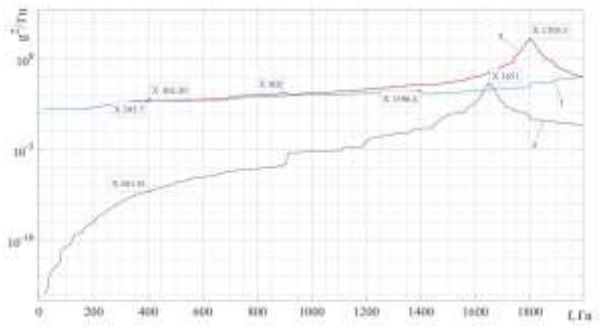


Рис.7. Амплитуды колебаний гироскопа в характерных точках, где 1 – для первого варианта; 2 – для второго; 3 – для исходного.

V. Выводы

Основные результаты работы заключаются в:

– определении причин роста ошибок БИНС, построенных на лазерных гироскопах, при воздействии вибрации, на основании результатов проведенных исследований;

– выборе наиболее подходящего способа снижения вибрационных ошибок БИНС на основании результатов проведённых исследований.

Предложенный вариант уменьшения ошибок БИНС заключается в создании модернизированного варианта конструкции гироскопа, позволяющего исключить критичные амплитуды колебаний для конструкции БИНС при воздействии вибрации.

Литература

[1] Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом. Вып.2. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018.

[2] Ривкин С.С., Берман З.М., Окон И.М. Определение параметров ориентации объекта бесплатформенной инерциальной системой. СПб.: ЦНИИ Электроприбор, 1996. 226 с.

[3] Кузнецов А.Г., Молчанов А.В., Чиркин М.В., Измайлов Е.А. Прецизионный лазерный гироскоп для автономной инерциальной навигации // Квантовая электроника. 2015 Т. 45. № 1. С. 78–88

[4] Тимошенко С. П., Колебания в инженерном деле / Тимошенко С. П.; перераб. Д. Х. Янгомпер ; пер. с англ. Я. Г. Пановко с 3-го американского изд.. – Изд. 2-е, стер. Москва : URSS, 2006. 439 с.

Система определения ориентации для сверхмалых спутников формата CubeSat, построенная на основе инфракрасных матриц

Д.В. Акулин
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
alkuin.work@gmail.com

М.В. Ментюков
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
maksim.mentukov.stc@yandex.ru

К.О. Иванов
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация—Статья посвящена описанию системы определения ориентации на борту малого космического аппарата, построенной на основе инфракрасных матриц (ИКМ). Описаны основные принципы работы инфракрасной матрицы, алгоритмы определения векторов направления на надир и на солнце. Приведены результаты работы системы ориентации в ходе летно-конструкторских испытаний.

Ключевые слова—наноспутник, CubeSat, инфракрасное излучение Земли, инфракрасные матрицы, система ориентации.

I. Введение

Система определения ориентации является критически важной подсистемой космического аппарата (КА), обеспечивающей выполнение задач целевой аппаратуры. В настоящее время для решения задачи ориентации применяются датчики, основанные на различных физических принципах: звездные датчики, солнечные датчики и магнитометры. Однако каждый из этих типов датчиков обладает существенными ограничениями.

Звездные датчики, обеспечивая высокую точность определения ориентации, характеризуются значительными массогабаритными параметрами и высокой стоимостью [1]. Солнечные датчики функционируют только при наличии прямой видимости Солнца, что исключает их применение на теневых участках орбиты [2]. Магнитометры подвержены влиянию электромагнитных помех, создаваемых бортовыми системами КА, что снижает точность измерений [3].

Инфракрасные матрицы (ИКМ) представляют собой перспективную альтернативу перечисленным датчикам. К их преимуществам относятся: малые массогабаритные характеристики; нечувствительность к электромагнитным помехам; возможность функционирования на всех участках орбиты благодаря наличию постоянного ИК-излучения от Земли.

Кроме того, ИКМ позволяют определять направление на Солнце, которое регистрируется в виде точечного источника размером в несколько пикселей. Таким образом, инфракрасные матрицы могут быть использованы для построения системы трехосной ориентации КА.

Настоящее исследование базируется на анализе современных методов определения ориентации по инфракрасному излучению Земли и Солнца. В статье [4] авторы описывают принцип детектирования инфракрасного горизонта Земли. В исследованиях [5-7] описывается принцип работы ИК сенсора и его математическая модель. Авторы в своих работах рассматривают различные конфигурации сенсоров, которые позволяют определять вектор надира. В публикации [8-9] подробно описана возможность применения инфракрасных матриц низкого разрешения для определения горизонта Земли. Авторы приводят методы обработки инфракрасных изображений: субпиксельную интерполяцию, компенсацию дисторсии линз, температурную коррекцию.

В работе [10] предлагается идея использовать ИКМ для определения вектора направления на Солнце. Обобщение указанных подходов позволяет разработать трехосную систему ориентации МКА.

II. Математическая модель ситемы определения ориентации

A. *Описание СОО*

Система ориентации состоит из шести ИКМ, расположенных на шести гранях спутника. На рисунке 1 конусами схематически показаны поля зрения каждой ИКМ. Каждая матрица имеет размер 32x24 пикселя и поле зрения 110x75 градусов. Все матрицы ориентированы под углом 90 градусов друг к друга. Благодаря такой конфигурации достигается максимальное покрытие поля зрения до 95% (рисунок 2).

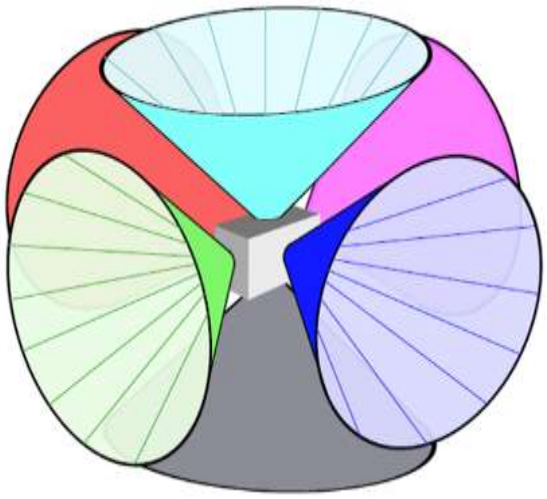


Рис. 1. Конфигурация расположения ИКМ на спутнике

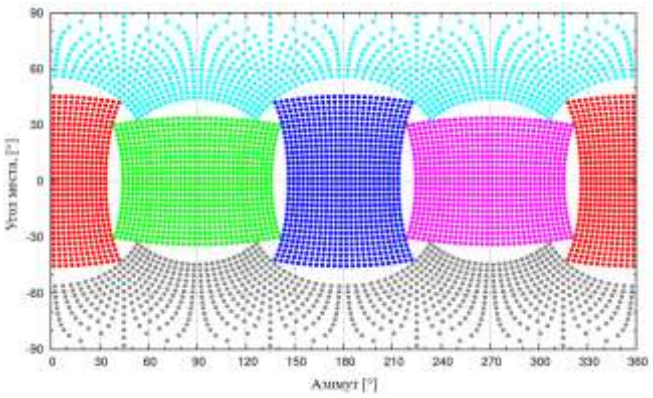


Рис. 2. Поля зрения ИКМ

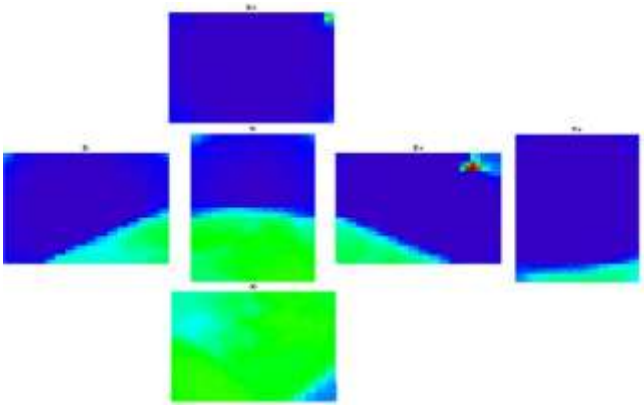


Рис. 3. Изображение Земли и Солнца на ИКМ

B. Алгоритм определения вектора направления на надира

Алгоритм включает четыре последовательных этапа:

1. Фильтрация изображений. Для пороговой фильтрации выбирается минимальное значение температуры Земли на инфракрасном изображении. Пиксели, значение которых ниже заданного порога, отбрасываются. Для исключения областей, перекрытых выступающими элементами корпуса аппарата, применяются бинарные маски, индивидуальные для каждой ИКМ.

2. Склейка изображений. Точкам на матрицах сопоставляются точки на единичной сфере в соответствии с проведенными калибровками и с расположением осей визирования матриц на МКА (рисунок 3). Обозначим полученное множество точек на сфере как S.

3. Приближенное вычисление вектора надира. Для точек множества S вычисляется средняя арифметическая позиция (центроид). Вектор из центра сферы в полученную точку принимается в качестве первоначальной оценки вектора надира (желтая точка на рисунке 4).

4. Итеративное уточнение вектора надира. На основе текущей оценки вектора надира рассчитывается ожидаемое положение земного диска на единичной сфере (окружность с угловым размером 130°). Определяется множество точек S_e, принадлежащих рассчитанной границе диска. Далее производится сопоставление с экспериментальными данными: вычисляется расстояние между точками наблюдаемого края Земли (множество S) и смоделированного диска (S_e). В качестве метрики используется сумма квадратов расстояний. Для минимизации ошибки применяется метод наименьших квадратов. После завершения итераций итоговый вектор n принимается за уточненное значение вектора надира.

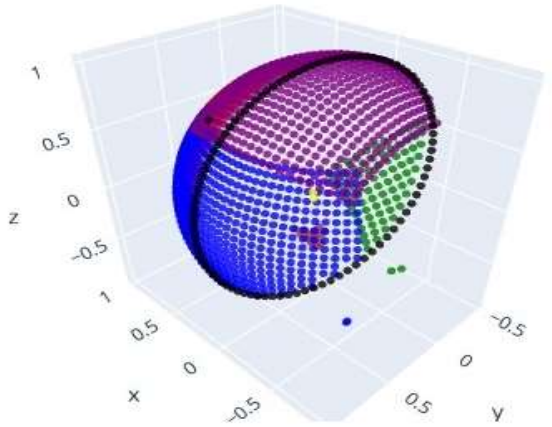


Рис. 4. Визуализация этапов склейки изображений и приближенного вычисления вектора надира

C. Алгоритм определения вектора направления на Солнце

Алгоритм определения вектора направления на Солнце заключается в определении яркого изолированного пятна на изображении матриц. После определения координат центра пятна на изображении необходимо интерпретировать координаты пикселя в координаты вектора направления на Солнце в системе отсчета матрицы. Система координат матрицы задается следующим способом: оси OX и OY располагаются в плоскости матрицы, ось OZ - по направлению оптической оси ИКМ. Для решения данной задачи можно воспользоваться уравнением коллинеарности (1).

$$\vec{s}_m = \begin{pmatrix} \sin\alpha\cos\beta \\ -\sin\alpha \\ \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ f \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где α, β - углы положительного поворота вокруг осей OX и OY; x_p, y_p – координаты центра солнечного пятна в пикселях; x_0, y_0 – координаты центра изображения в пикселях; f – фокусное расстояние линзы ИКМ; λ – коэффициент пропорциональности.

Вектора направления на Солнце $\vec{s}_m$ в системе отсчета ИКМ следует преобразовать его в систему координат МКА $\vec{s}_b$ (2). Матрица преобразования из системы координат ИКМ в систему координат МКА C_m^b задается для каждой ИКМ отдельно.

$$\vec{s}_b = C_m^b \vec{s}_m, \quad (2)$$

D. Алгоритм определения ориентации аппарата

При наличии только вектора надира $\vec{n}_b$, когда МКА находится на теневой стороне орбиты, есть возможность определить углы местной вертикали: углы крена и

тангажа. Вектор надира в орбитальной системе координат имеет координаты $\vec{n}_o = (0,-1,0)^T$. Орбитальная система координат задается следующим образом. Ось OY направлена по радиус-вектору из центра масс Земли, ось OX лежит в плоскости орбиты по направлению движения, ось OZ дополняет систему до правой, начало отсчета расположено в центре масс МКА (стр. 339, формула 4.4.1) [11]. С учетом вышесказанного, можно получить значения углов крена (3) и тангажа (4).

$$\gamma = arctg\left(\frac{-n_{bx}}{\sqrt{n_{by}^2 + n_{bz}^2}}\right). \quad (3)$$

$$\theta = arctg\left(-\frac{n_{bz}}{n_{by}}\right). \quad (4)$$

где γ, θ – углы крена и тангажа соответственно; n_{bx}, n_{by}, n_{bz} – компоненты вектора надира $\vec{n}_b$.

При наличии вектора направления на Солнце $\vec{s}_b$ в системе координат спутника и вектора направления на Солнце в орбитальной системе координат $\vec{s}_m$, который вычисляется по информации о текущем положении спутника на орбите, ориентация аппарата вычисляется методом TRIAD. Описание метода TRIAD представлено в статье [12].

III. Оценка точности ориентации ИКМ

Так как ИКМ являются основным источником ориентации, оценить качество работы системы можно по косвенным признакам, которые будут изложены ниже.

A. Точность определения углов между векторами

Сравнение углов между векторами направления на Солнце и на надир, рассчитанных в орбитальной и связанной системах координат. Угол в орбитальной СК является эталонным, так как рассчитывается по математической модели движения Солнца и Земли и информации о положении спутника на орбите в текущий момент времени. Угол в связанной СК рассчитывается по показаниям ИКМ. Разницу между этими углами можно считать ошибкой определения ориентации. На рисунке 5 представлена разность этих углов. Среднеквадратическое отклонение ошибки определения угла достигает 4.5°.

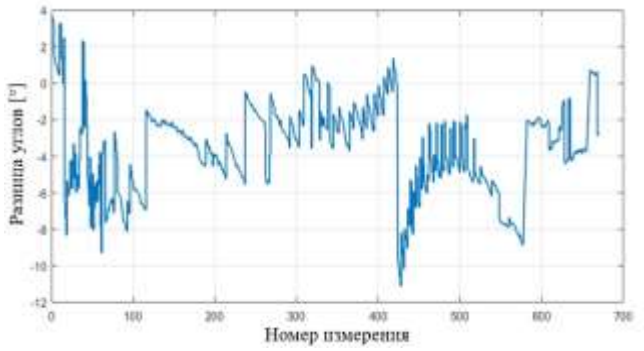


Рис. 5. Ошибка определения угла между векторами направления на надир и на солнце

B. Использование информации с технологической камеры

Была проведена серия экспериментов, в процессе которых оптическая ось технологической камеры стабилизировалась на горизонт Земли. В таком положении производилась съемка. На рисунке 6 представлено изображения Земли, полученное с технологической фотокамеры. Во время съемки ориентация аппарата задавалась таким образом, чтобы оптическая ось была направлена в горизонт, т.е. горизонт Земли был в центре кадра. На рисунках центр кадра отмечен зеленой точкой, горизонт Земли - красной линией. Зная угловые размеры пикселя и расстояние между центром кадра и горизонтом, можно оценить ошибку наведения фотокамеры. Среднеквадратическое отклонение ошибки наведения составляет 2,5°.



Рис. 6. Изображение, полученное с технологической камеры

IV. Упрощенный режим выработки двухосной ориентации

Основным недостатком использования ИКМ является большой информационный поток порядка 10 Кбайт, требующий обработки в реальном времени. Для снижения вычислительной нагрузки предложен упрощенный алгоритм с бинаризацией данных.

На первом этапе производится бинаризация изображений. Каждый пиксель преобразуется в 0 или 1 в зависимости от порога – минимальной температуры Земли. Пример бинаризованного изображения представлен на рисунке 7б. На втором этапе на полученное изображение накладывается маска круговой формы (рисунок 7в). Маска центрируется относительно оптической оси ИКМ. На третьем этапе вычисляется доля единичных пикселей в круговой области. Эта величина коррелирует с углом между оптической осью ИКМ и направлением на надир. Наличие как минимум трех таких углов позволяет рассчитать вектор надира в системе отсчета МКА.

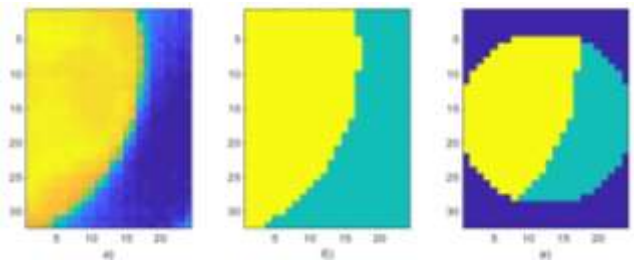


Рис. 7. а) изображение земли в ИК диапазоне. б) бинаризованное изображения. в) круговая область по которой производится суммирование

Данная процедура аналогична алгоритму построения местной вертикали, описанной в статье [13]. Точность определения ориентации в упрощенном режиме составляет порядка 10 °.

V. Выводы

В данной работе была описана возможность использования инфракрасных матриц в качестве источника ориентации МКА. Были разработаны алгоритмы вычисления векторов направления на надир и на солнце. Углы ориентации рассчитывались методом TRIAD. Точность определения ориентации, рассчитанная по косвенным методам, имеет порядок 5°.

За рамки статьи были вынесены описания алгоритмов, позволяющие повысить точность определения ориентации. Такими алгоритмами являются: определение коэффициентов дисторсии оптической системы ИКМ, проводимая в лаборатории; уточнение коэффициентов дисторсии на орбите; субпиксельная интерполяция, позволяющая повысить точность определения вектора на Солнце. Данные алгоритмы не были описаны в статье по той причине, что на борту МКА нет альтернативной системы ориентации, которая позволит валидировать работу ИКМ. В будущих миссиях планируется использование на борту МКА высокоточных датчиков звездного неба. Потенциальная точность таких датчиков достигает угловых минут, что в свою очередь позволит проводить оценку качества работы ИКМ. Результаты работы алгоритмов повышения точности ИКМ будут представлены в будущих работах.

Литература

[1] Прохоров, М. Е., Захаров, А. И., Миронов, А. В., Николаев, Ф. Н., & Тучин, М. С. (2009). Современные датчики звездной ориентации. ФИЗИКА КОСМОСА.

[2] Rufino, G., & Grassi, M. (2009). Multi-aperture CMOS sun sensor for microsatellite attitude determination. Sensors, 9(6), 4503-4524.K. Elissa, “Title of paper if known,” unpublished.

[3] Psiaki, M. L., Martel, F., & Pal, P. K. (1990). Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 13(3), 506-514.

[4] Astheimer, R. W. (1966). Infrared Horizon Sensors for Attitude Determination. In Peaceful Uses of Automation in Outer Space: Proceedings of the First IFAC Symposium on Automatic Control in the Peaceful Uses of Space, held June 21–24, 1965, in Stavanger, Norway (pp. 381-397). Boston, MA: Springer US.

[5] Nguyen, T., Cahoy, K., & Marinan, A. (2018). Attitude determination for small satellites with infrared earth horizon sensors. Journal of Spacecraft and Rockets, 55(6), 1466-1475.

[6] Sáez, A. G., Quero, J. M., & Jerez, M. A. (2015). Earth sensor based on thermopile detectors for satellite attitude determination. IEEE Sensors Journal, 16(8), 2260-2271.

[7] Vertát, I., Linhart, R., Masopust, J., Vobornik, A., & Dudácek, L. (2017). Earth’s thermal radiation sensors for attitude determination systems of small satellites. Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso, 47, 157-164.

[8] Van Rensburg, H. M. (2008). An infrared earth horizon sensor for a leo satellite (Doctoral dissertation, Stellenbosch: University of Stellenbosch).

[9] Wessels, J. H. (2018). Infrared horizon sensor for cubesat implementation (Doctoral dissertation, Stellenbosch: Stellenbosch University).

[10] Kapás, K., Bozóki, T., Dálya, G., Takátsy, J., Mészáros, L., & Pál, A. (2021). Attitude determination for nano-satellites–I. Spherical projections for large field of view infrasensors. Experimental Astronomy, 51(2), 515-527.

[11] Емельянцев, Г. И., & Степанов, А. П. (2016). Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»».

[12] Markley, F. L. (1998). Attitude determination using two vector measurements.

[13] Акулин Д. В., Ментюков М. В., Гончаров Р. Б. Система определения местной вертикали на основе инфракрасных датчиков температуры для сверхмалых спутников формата CubeSat //XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – 2024. – С. 68-74.

Модуль автономной навигации летательного аппарата

Е.С. Минченкова
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
eminch_work@mail.ru

Д.Д. Никеев
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
dnikeev@stc-spb.ru

П.В. Гаенко
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
pashapost82@mail.ru

К.А. Каримулин
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
kkarimulin285@gmail.com

***Аннотация*—Рассмотрен модуль автономной навигации летательного аппарата на базе визуальной навигационной системы и инерциальной навигационной системы. Приведены результаты летных испытаний.**

Ключевые слова—интегрированная навигационная система, Калмановская фильтрация, визуальная навигационная система, автономная навигация.

I. Введение

Разработка алгоритмов автономной навигации летательных аппаратов (ЛА) является актуальной задачей в связи с ограничениями в получении сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), которые могут подвергаться помехам или искусственным искажениям. Одним из подходов к построению автономных систем является комплексирование данных бесплатформенной инерциальной (БИНС) и визуальной систем.

В рассматриваемом модуле используются микроэлектромеханические (МЭМС) инерциальные датчики потребительского класса точности, что позволяет существенно снизить затраты на модуль навигации. Однако, такие датчики обладают существенными шумовыми характеристиками и требуют непрерывной коррекции. Поскольку работа визуальной навигационной системы (ВНС) зависит от метеоусловий, времени суток и высоты полета навигационное решение может отсутствовать как краткосрочно, так и более длительные промежутки времени. В связи с этим интегрирование по аналогии с классическими схемами БИНС/ГНСС может приводить к быстрому росту ошибок в периоды времени отсутствия данных от ВНС. В рассматриваемой ВНС координаты и ориентация ЛА определяется путем детектирования особых точек и их сопоставления с эталонными. Для определения путевой скорости ЛА необходимо иметь последовательность кадров с хорошей видимостью.

Одной из основных задач модуля автономной навигации является минимизация ошибки определения координат при отсутствии информации от ВНС. Дополнительным методом повышения точности режима прогнозирования является использование информации от системы воздушных сигналов [1]. Например, в работе [2] приведены результаты работы комплекса навигации, в котором реализовано получение навигационного решения на основе данных БИНС, ГНСС и измерителя воздушной скорости. Точность определения координат в режиме прогнозирования составляет 7 % от пройденного пути. В работе [3] предложен метод компенсации ошибок БИНС при потере спутниковой информации с использованием наблюдений наземных ориентиров. Показано, что при периоде коррекции в 300 секунд, ошибка определения координат не превышает 200 метров.

В предложенном докладе представлен алгоритм комплексирования данных, который основан на оценке скорости ветра и воздушной скорости, используя координаты и путевую скорость, полученные от ВНС. При этом ВНС использует данные от БИНС для повышения быстродействия и улучшения обнаружения особых точек в условиях плохой видимости.

II. Состав модуля

В состав модуля входит:

- БИНС с МЭМС-датчиками (акселерометры, гироскопы и магнетометры) потребительского класса точности;
- визуальная навигационная система с камерой видимого диапазона формата “рыбий глаз”;
- барометр;
- вычислитель, в котором осуществляется комплексирование информации.

Углы ориентации ЛА и вертикальная скорость рассчитываются в алгоритме курсовертикали (КВ) [4, 5]. Воздушную скорость можно получить из пакета данных от бортового вычислителя по различным протоколам, которые, в свою очередь, связаны с трубкой Пито. Географические координаты и путевая скорость вычисляются в ВНС. На основе измерений барометра вычисляется высота. Используя все собранные данные, можно рассчитать скорость ветра и применить эту информацию для счисления координат в режиме прогнозирования. Углы ориентации, оцененные координаты и высота передаются в ВНС для сокращения времени обработки изображения и проверки рассчитанных навигационных параметров. При отсутствии внешних данных о воздушной скорости в алгоритме самостоятельно оценивается значение продольной составляющей скорости.

III. Алгоритмы ВНС

Данные альманаха ГНСС обрабатываются сверточной нейросетью и хранятся в виде наборов особых точек и их дескрипторов. Каждая точка имеет известные координаты, высоту рельефа и высоту наблюдения. В процессе работы, во время полета, из этого массива данных запрашивается область интереса, которая зависит от текущих координат и рассчитанной ошибки их определения. Для повышения быстродействия обработки полученное изображение с камеры выпрямляется по углам ориентации из алгоритма КВ. Затем изображение поступает в нейронную сеть, на выходе которой определяется набор особых точек и их дескрипторов. В ходе исследования была выбрана гибридная структура нейронной сети. В качестве детектора точек используется модель SuperPoint [6]. Дескрипторы вычисляются на основе модели Xfeat [7]. Модель Xfeat позволяет генерировать векторы меньшей длины, которые более уникально описывают особую точку. Сравнивая дескрипторы найденных особых точек на изображении, полученном с камеры, с дескрипторами точек эталонного изображения, можно провести первичное сопоставление. Для фильтрации хороших точек далее применяется метод RANSAC. Для подбора параметров модели сопоставления используется rigid-модель [8]. Такой модели достаточно двух пар точек из каждого сопоставляемого изображения для определения параметров преобразования. В среднем для определения необходимых параметров требуется 200 итераций. Для сравнения, модели гомографии требуется четыре пары точек, что увеличивает время поиска и повышает вероятность определения паразитных моделей. Дополнительная валидация полученного решения осуществляется сравнением рассчитанных высоты и курса с реальными (которые поступают из алгоритма комплексирования). Для оценки скорости объекта необходимо накопить несколько изображений с хорошей видимостью и проанализировать перемещение особых точек. Для калибровки параметров камеры использована модель камеры Каннала [9].

IV. Алгоритм оценки скорости ветра

Алгоритм базируется на расширенном фильтре Калмана. Вектор состояния включает в себя оценки проекций скорости ветра на географическую систему координат (ENH) $W=[w_e\ w_n\ w_h]^T$, продольную составляющую воздушной скорости на связанную систему координат V_a, оценки широты φ и долготы λ.

Модели составляющих ветра и воздушной скорости принимаются винеровскими.

Вектор путевой скорости ENH $V=[v_e\ v_n\ v_h]^T$ определяется суммой вектора W и проекцией V_a. Уравнения, описывающее изменение координаты определяются следующим образом:

$$\dot{\varphi} = v_n/R_n, \dot{\lambda} = v_e/R_e/cos(\varphi). \quad (1)$$

Прогнозирование производится интегрированием системы уравнений (1) и осуществляется на каждом такте получения ориентации. В связи с особенностями работы визуальной системы коррекция может осуществляться отдельно по данным о скорости и по данным о координатах. Измерениями для фильтра Калмана выступает путевая скорость от ВНС в проекции на связанную систему координат. Алгоритмы ВНС не позволяют оценить вертикальную скорость, поэтому данный параметр поступает в измерения из алгоритма КВ. В случае коррекции по координатам измерениями выступают широта и долгота, рассчитанные ВНС.

Вертикальный канал функционирует независимо и основан на измерениях барометра, приведенных к эллипсоиду. Начальная высота определяется из известной карты высот рельефа исходя из координат места взлета. Кроме того, барометрическая высота корректируется при наличии измерений высоты от ВНС.

Измерение воздушной скорости от трубки Пито непосредственно корректирует соответствующую компоненту вектора состояния.

V. Летные испытания

Для оценки точности работы модуль оснащался дополнительным датчиком ГНСС. В процессе полета производилась проверка работы интегрированного решения, а также на несколько минут отключалась ВНС. На рис. 1 показана погрешность определения координат в одном из полетов.

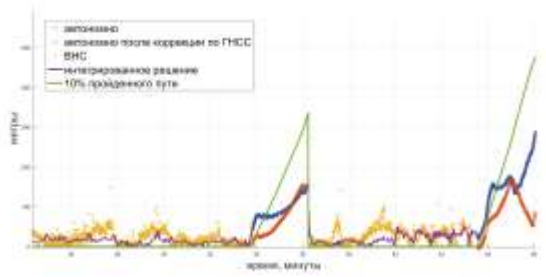


Рис. 1. Погрешность определения координат

Высота полета составляла 750 метров, в конце производилось снижение. Полет проводился в вечернее время. На участках автономного полета дополнительно приведена ошибка определения координат, рассчитанная по оцененным параметрам после коррекции по ГНСС. Данный результат получен в результате постобработки летных данных. На рис. 2 представлены результаты с полета, выполненного в дневное время суток на высотах 750-900 метров.

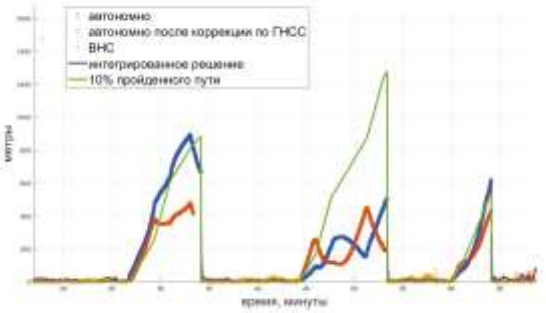


Рис. 2. Погрешность определения координат

Ошибка в определении координат в режиме прогнозирования составляет 10-15 % от пройденного пути. На рис. 3 представлен пример работы алгоритма в полете, который проводился в облачную погоду.

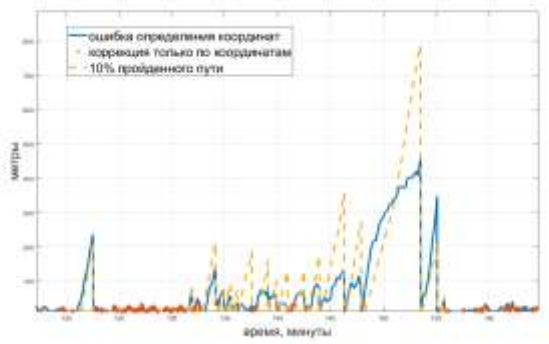


Рис. 3. Погрешность определения координат в облачную погоду

Производилось изменение высоты с 1800 до 1100 метров. Как видно, измерения скорости появлялись реже, чем измерения координат.

Погрешность определения координат в автономном режиме может увеличиться, если происходит смена высот и параметры скорости ветра значительно меняются. При неблагоприятной видимости зона поиска для ВНС расширяется. Таким образом, даже при значительном уходе координат, после выхода из облачности ВНС может определить местоположение ЛА и скорректировать комплексное решение.

VI. Заключение

Модуль автономной навигации обеспечивает стабильное определение координат, скорости и ориентации ЛА в различных метеорологических условиях. Точность определения координат в режиме прогнозирования сопоставима с точностью аналогичного режима при коррекции данных по ГНСС.

Модуль имеет возможность подключения приемника ГНСС и его использования в разработанном алгоритме.

Литература

[1] Mondek M., Hromčík M. On-line on-board wind estimation system for small UAVs //2015 20th International Conference on Process Control (PC). – IEEE, 2015. – С. 369-374.

[2] Пазычев Д. Б., Бакулев К. С. Комплекс навигации для беспилотного аппарата //XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – 2024. – С. 200-207.

[3] Старостин Н.П., Чернодаров А.В. Оптико-инерциальное позиционирование дистанционно пилотируемых летательных аппаратов при потере спутниковой информации //XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – 2024. – С. 87-90.

[4] Марков А. О., Бурдаков С. Ф. Автономное определение ориентации малогабаритного беспилотного летательного аппарата с фиксированным крылом //Успехи современной радиоэлектроники. – 2019. – №. 9. – С. 34-41.

[5] Марков А. О. Автономная бесплатформенная курсовертикаль для малого маневренного БЛА //XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – 2020. – С. 193-195.

[6] DeTone D., Malisiewicz T., Rabinovich A. Superpoint: Self-supervised interest point detection and description //Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition workshops. – 2018. – С. 224-236.

[7] Potje G. et al. Xfeat: Accelerated features for lightweight image matching //Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2024. – С. 2682-2691.

[8] Hartley R., Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision. – Cambridge university press, 2003.

[9] Kannala J., Brandt S. S. A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses //IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. – 2006. – Т. 28. – №. 8. – С. 1335-1340.

Метод TRIAD для решения задач ориентации

В.В. Матвеев
Кафедра «Приборы управления», Тульский государственный университет
Тула, Россия
matweew.valery@yandex.ru

А.В. Каликанов
Кафедра «Приборы управления», Тульский государственный университет
Тула, Россия
kalikanov.aleksei@mail.ru

А.Н. Хомячкова
Кафедра «Приборы управления», Тульский государственный университет
Тула, Россия
scientific-lab-tulsu@yandex.ru

***Аннотация*—Рассматриваются способы решений задачи ориентации неподвижного и подвижного объектов методом TRIAD на основе измерений гироскопических, акселерометрических и магнитометрических датчиков. Показано, что задача начального ориентирования инерциальных навигационных систем может быть решена на основе измерения двух векторов любой из пар триад датчиков. Приводится новый алгоритм решения задачи ориентации на базе двух кинематических уравнений относительно двух ортогональных векторов. Показано, что предлагаемый алгоритм не уступает по точности широко используемым алгоритмам в таких кинематических параметрах, как кватернионы и компоненты вектора Эйлера.**

Ключевые слова — метод ТРИАД, новый алгоритм ориентации, гироскоп, акселерометр, магнитометр, комплексирование.

I. Введение

Совершенствование методов и алгоритмов для определения ориентации подвижных объектов различного базирования представляет собой актуальное направление научных исследований и разработок в области авиакосмического приборостроения, робототехники и автоматизации. Использование трехосных модулей (триад) гироскопов, акселерометров и магнитометров позволяет эффективно решать задачи начального ориентирования и текущей ориентации подвижных и неподвижных объектов, основываясь на измерениях угловой скорости, кажущегося ускорения и напряженности магнитного поля Земли. Однако каждая триада датчиков по отдельности не всегда позволяет точно и эффективно определять угловое положение объекта относительно его центра масс.

Для повышения точности и надежности определения ориентации используют комплексирование сигналов датчиков. При этом связующим звеном сигналов датчиков является комплементарный фильтр (*complementary filter*) [1], в качестве которого применяются фильтры Винера [2], Калмана [3], Маджвика [4] и др.

Помимо упомянутых фильтров, эффективным способом интеграции данных для решения задачи ориентации объекта является метод *TRIAD (Tri-Axial Attitude Determination* – трехосное определение ориентации [5]). Метод *TRIAD* позволяет оценить матрицу направляющих косинусов между двумя системами координат по наблюдению за проекциями двух опорных векторов [6]. Метод *TRIAD* широко применяется для определения ориентации космических аппаратов [5, 7], где в качестве опорных векторов используются измерения магнитометрических и звездных датчиков, в задаче исследования штопора модели самолета по векторам геомагнитного и гравитационного полей [8], в задачах начальной выставки инерциальных навигационных систем по векторам ускорения силы тяжести и угловой скорости суточного вращения Земли [9].

Цель данной работы заключается в развитии метода *TRIAD (Tri-Axial Attitude Determination)* для решения задач ориентации неподвижных и подвижных объектов на основе гироскопических, акселерометрических и магнитометрических измерений.

II. Решение задачи ориентации подвижного объекта

В качестве опорной введем географическую систему координат, начало O которой поместим в центр масс подвижного объекта, а ее оси направим по сторонам света: OX_g – на север, OY_g – по истинной вертикали вверх и OZ_g на восток соответственно (рис. 1) [10].

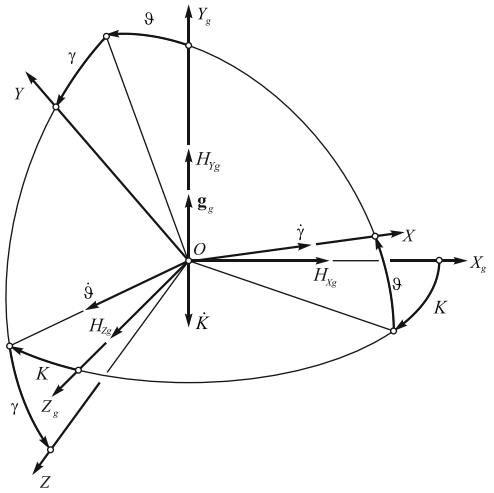


Рис. 1. Системы координат

Положение связанной с объектом системы координат $OXYZ$ определим тремя углами Эйлера-Крылова: курсом K, тангажом ϑ и креном γ. Задача ориентации подвижного объекта будет решена, если будет найдена тройка углов K, ϑ, γ или других кинематических параметров (направляющих косинусов, параметров Родрига-Гамильтона, компонент вектора Эйлера и др.), однозначно определяющих положение связанной системы координат $OXYZ$ относительно географической системы координат $OX_gY_gZ_g$.

На рис. 1 показаны также компоненты вектора напряженности геомагнитного поля $\mathbf{H}_g = \begin{Vmatrix} H_{Xg} & H_{Yg} & H_{Zg} \end{Vmatrix}^T$ и вектор ускорения силы тяжести $\mathbf{g}_g = \begin{Vmatrix} 0 & g & 0 \end{Vmatrix}^T$, являющиеся входными физическими величинами для получения измерительной ин-

Работа выполнена при поддержке гранта правительства Тульской области в сфере науки и техники №ДС/162 от 28.12.24.

формацией магнитометров и акселерометров соответственно. Измерительной информацией гироскопических датчиков являются проекции вектора абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ на оси связанной системы координат. Таким образом, следующие векторы формируют измерительную информацию гироскопов, акселерометров и магнитометров, используемую для решения задачи ориентации:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \mathbf{A}\mathbf{u}_g + \boldsymbol{\omega}^r, \\ \mathbf{n} &= \mathbf{A}(\mathbf{a}_g + \mathbf{g}_g), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{A}\mathbf{H}_g, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\mathbf{A}$ – матрица направляющих косинусов перехода от системы координат $OX_gY_gZ_g$ к системе $OXYZ$, $\mathbf{u}_g$ – вектор абсолютной угловой скорости системы координат $OX_gY_gZ_g$, $\boldsymbol{\omega}^r$ – вектор относительной угловой скорости вращения системы $OXYZ$ относительно $OX_gY_gZ_g$, $\mathbf{a}_g$ – вектор поступательного ускорения объекта, n – вектор кажущегося ускорения.

III. Решение задачи ориентации неподвижного объекта

Задачей начального ориентирования является определение матрицы направляющих косинусов $\mathbf{A}$ в начальный момент времени, для последующего ее использования при запуске алгоритмов бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Соотношения (1) на неподвижном основании приобретают вид:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \mathbf{A}\left\|U\cos B \quad U\sin B \quad 0\right\|^T, \\ \mathbf{n} &= \mathbf{A}\left\|0 \quad g \quad 0\right\|^T, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{A}\left\|H_{Xg} \quad H_{Yg} \quad H_{Zg}\right\|^T, \end{aligned} \qquad (2)$$

где U – угловая скорость суточного вращения земли, B – геодезическая широта.

Определение ортогональной матрицы A методом *TRIAD* предполагает наличие двух опорных векторов, заданных проекциями в двух системах координат. Обозначим $\bar{\mathbf{a}}_g = \left\|\bar{a}_{Xg} \quad \bar{a}_{Yg} \quad \bar{a}_{Zg}\right\|^T$ и $\bar{\mathbf{b}}_g = \left\|\bar{b}_{Xg} \quad \bar{b}_{Yg} \quad \bar{b}_{Zg}\right\|^T$ – два нормированных вектора $|\bar{\mathbf{a}}_g| = 1$, $|\bar{\mathbf{b}}_g| = 1$, определенные своими проекциями в географической системе координат. Здесь и далее черта над символом обозначает операцию нормирования. Пусть $\bar{\mathbf{a}} = \left\|\bar{a}_X \quad \bar{a}_Y \quad \bar{a}_Z\right\|^T$ и $\bar{\mathbf{b}} = \left\|\bar{b}_X \quad \bar{b}_Y \quad \bar{b}_Z\right\|^T$ – эти же самые нормированные векторы, но определенные проекциями в связанной с подвижным объектом системе координат. Сформируем из рассмотренных векторов ортогональные тройки единичных векторов координатных осей [5]:

$$\bar{\mathbf{a}}_g,\ \mathbf{e}_g = \frac{\bar{\mathbf{a}}_g \times \bar{\mathbf{b}}_g}{|\bar{\mathbf{a}}_g \times \bar{\mathbf{b}}_g|},\ \mathbf{r}_g = \bar{\mathbf{a}}_g \times \mathbf{e}_g. \qquad (3)$$

$$\bar{\mathbf{a}},\ \mathbf{e} = \frac{\bar{\mathbf{a}} \times \bar{\mathbf{b}}}{|\bar{\mathbf{a}} \times \bar{\mathbf{b}}|},\ \mathbf{r} = \bar{\mathbf{a}} \times \mathbf{e}. \qquad (4)$$

Матрица направляющих косинусов перехода от системы координат $OX_gY_gZ_g$ к системе $OXYZ$ на основании соотношений (3), (4) определяется следующим образом [7]

$$\mathbf{A}^{TRIAD} = \begin{pmatrix} \bar{a}_X & e_X & r_X \\ \bar{a}_Y & e_Y & r_Y \\ \bar{a}_Z & e_Z & r_Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{a}_{Xg} & e_{Xg} & r_{Xg} \\ \bar{a}_{Yg} & e_{Yg} & r_{Yg} \\ \bar{a}_{Zg} & e_{Zg} & r_{Zg} \end{pmatrix}^T. \qquad (5)$$

Если проекции векторов $\bar{\mathbf{a}}_g$ и $\bar{\mathbf{b}}_g$ известны точно, а $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$ измерены безошибочно, то на результат определения матрицы $\mathbf{A}^{TRIAD}$ не влияет какой из векторов считать первым, а какой вторым.

Так как для реализации метода TRIAD необходимо иметь два опорных вектора, то при решении задачи начального ориентирования возможны следующие комбинации привлекаемых измерений:

1) магнитометров и акселерометров;

2) гироскопов и акселерометров;

3) гироскопов и магнитометров.

По матрице (5) могут быть получены углы курса, тангажа и крена [10].

В задачах начальной выставки БИНС используются нормированные векторы ускорения силы тяжести и угловой скорости вращения Земли, которые в географической системе координат имеют следующие компоненты

$$\bar{g}_g = \left\|0 \quad 1 \quad 0\right\|^T,\ \bar{U}_g = \left\|\cos B \quad \sin B \quad 0\right\|^T. \qquad (7)$$

Из структуры векторов (7) можно установить, что матрица-сомножитель при вычислении матрицы $\mathbf{A}^{TRIAD}$ (5) будет имеет следующие компоненты:

$$\left\|\begin{matrix} \bar{a}_{Xg} & e_{Xg} & r_{Xg} \\ \bar{a}_{Yg} & e_{Yg} & r_{Yg} \\ \bar{a}_{Zg} & e_{Zg} & r_{Zg} \end{matrix}\right\|^T = \left\|\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{\cos B}{|\cos B|} \\ -\dfrac{\cos B}{|\cos B|} & 0 & 0 \end{matrix}\right\| = \left\|\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{matrix}\right\|, \qquad (8)$$

для $B \in [-\pi/2,\ \pi/2]$.

В этом случае оценка матрицы направляющих косинусов по методу *TRIAD* упрощается и приобретает вид

$$\mathbf{A}^{TRIAD*} = \left\|\begin{matrix} -r_X & \bar{a}_X & -e_X \\ -r_Y & \bar{a}_Y & -e_Y \\ -r_Z & \bar{a}_Z & -e_Z \end{matrix}\right\|. \qquad (9)$$

Особенностью матрицы $\mathbf{A}^{TRIAD*}$, в отличие от описанного в работе [11] способа начального ориентирования, является то, что задача начальной выставки решается без использования информации о широте местоположения объекта, значениях векторов ускорения силы тяжести и угловой скорости суточного вращения Земли.

Данный метод, как и любой другой, применим только для гироскопов чувствительных к угловой скорости суточного вращения Земли.

IV. Новый алгоритм ориентации, основанный на методе TRIAD

Рассмотренный выше метод *TRIAD* на неподвижном основании предполагает измерение компонент двух опорных векторов. Возникает вопрос о возможности построения алгоритма ориентации подвижного объекта, основанном на методе *TRIAD*, но при использовании измерений только триады гироскопов. Решение поставленной задачи возможно из следующих соображений.

Пусть $\bar{\mathbf{a}}_g$ и $\bar{\mathbf{b}}_g$ – абстрактные нормированные векторы, заданные своими проекциями в географической системе координат. Вектор $\bar{\mathbf{a}}_g$ в связанной системе координат может быть записан в виде:

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{a}}_g . \qquad (10)$$

Дифференцируем по времени обе части равенства (10):

$$\dot{\bar{\mathbf{a}}} = \dot{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{a}}_g + \mathbf{A}\dot{\bar{\mathbf{a}}}_g .$$

Полагая, что вектор $\bar{\mathbf{a}}_g$ является неизменным в географической системе координат ($\dot{\bar{\mathbf{a}}}_g = 0$) и, учитывая, что производная матрицы направляющих косинусов может быть представлена уравнением Пуассона [10]

$$\dot{\mathbf{A}} = -[\boldsymbol{\omega}^r\times]\mathbf{A},$$

где $[\boldsymbol{\omega}^r\times] = \begin{Vmatrix} 0 & -\omega_Z^r & \omega_Y^r \\ \omega_Z^r & 0 & -\omega_X^r \\ -\omega_Y^r & \omega_X^r & 0 \end{Vmatrix}$ – кососимметрическая матрица, получаем кинематическое уравнение вида

$$\dot{\bar{\mathbf{a}}} = -[\boldsymbol{\omega}^r\times]\bar{\mathbf{a}} . \qquad (11)$$

Рассуждая аналогично, запишем кинематическое уравнение для второго вектора $\bar{\mathbf{b}}$:

$$\dot{\bar{\mathbf{b}}} = -[\boldsymbol{\omega}^r\times]\bar{\mathbf{b}} . \qquad (12)$$

Таким образом, располагая измерениями вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^r = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{A}\mathbf{u}_g$ и, выполняя решение кинематических уравнений (11) и (12), можно получить текущие проекции векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$ в связанной системе координат. Решения кинематических уравнений (11), (12) имеют вид

$$\bar{\mathbf{a}}(t) = \mathbf{C}(t)\bar{\mathbf{a}}(0),\ \bar{\mathbf{b}} = \mathbf{C}(t)\bar{\mathbf{b}}(0) , \qquad (13)$$

где $\mathbf{C}(t) = -\exp(\int_0^t [\boldsymbol{\omega}^r\times]dt)$ – матрица преобразования, характеризующая наблюдаемое из подвижной системы координат $OXYZ$ изменение векторов $\bar{\mathbf{a}}$ и $\bar{\mathbf{b}}$.

Последующее применение метода *TRIAD* позволяет найти текущую матрицу направляющих косинусов и решить задачу ориентации подвижного объекта.

Выберем в качестве опорных ортогональные векторы: $\bar{\mathbf{a}}_g = \|0 \quad 1 \quad 0\|^T$ и $\bar{\mathbf{b}}_g = \|1 \quad 0 \quad 0\|^T$. В этом случае справедливо соотношение (8) и, кроме того $|\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}}| = 1$.

Таким образом, матрица направляющих косинусов приобретает вид

$$\mathbf{A}^{TRIAD*} = \begin{pmatrix} -\left(\bar{\mathbf{a}}\times(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})\right)_X & \bar{a}_X & -(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})_X \\ -\left(\bar{\mathbf{a}}\times(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})\right)_Y & \bar{a}_Y & -(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})_Y \\ -\left(\bar{\mathbf{a}}\times(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})\right)_Z & \bar{a}_Z & -(\bar{\mathbf{a}}\times\bar{\mathbf{b}})_Z \end{pmatrix}. \qquad (14)$$

На основе соотношений (13) и (14) можно построить численный алгоритм решения задачи ориентации подвижного объекта по методу TRIAD на основании только гироскопических измерений. Анализ предложенного алгоритма ориентации проводился на основании математического моделирования при следующих законах изменения углов курса, тангажа и крена:

$$\begin{aligned} K(t) &= 3^\circ\sin(2\pi\cdot 0{,}05t), \\ \vartheta(t) &= 3^\circ\cos(2\pi\cdot 0{,}05t), \\ \gamma(t) &= 10^\circ\sin(2\pi\cdot 0{,}04t). \end{aligned} \qquad (15)$$

Начальные значения опорных векторов в связанной системе координат определялись следующими значениями компонент: $\bar{\mathbf{a}}[0] = \|0{,}052 \quad 0{,}999 \quad 0\|^T$, $\bar{\mathbf{b}}[0] = \|0 \quad 0 \quad 1\|^T$. Номер последнего члена разложения в ряд принимался n = 2. Предложенный алгоритм сравнивался с часто применяемыми в практике построения БИНС алгоритмами:

– в кватернионах [5],

– с вектором Эйлера на основании кинематического уравнения Бортца [14]

После вычислений текущих матриц и кватернионов осуществлялся переход к углам Эйлера-Крылова с последующим сравнением их с действительными значениями углов курса, тангажа и крена. Графики погрешностей алгоритмов приведены на рис. 2–4.

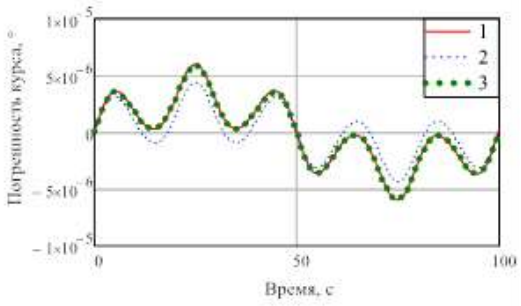


Рис. 2. Погрешности алгоритмов по углу курса: 1 – в кватернионах; 2 –с вектором Эйлера; 3 – метод TRIAD

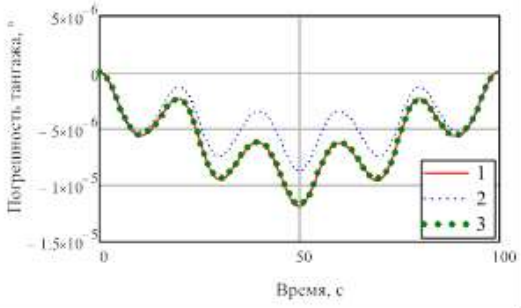


Рис. 3. Погрешности алгоритмов по углу тангажа: 1 – в кватернионах; 2 – посредством вектора Эйлера; 3 – метод TRIAD

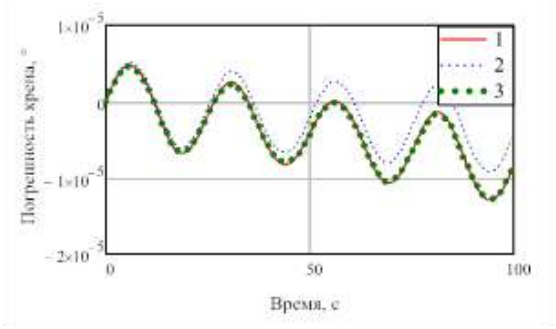


Рис. 4. Погрешности алгоритмов по углу крена: 1 – в кватернионах; 2 – посредством вектора Эйлера; 3 – метод TRIAD

Из результатов моделирования можно сделать вывод о том, что предлагаемый алгоритм ориентации по точности сопоставим с алгоритмом в кватернионах и может также применяться в БИНС. Точность алгоритма может быть повышена привлечением соответствующего числа члена ряда n. Кроме того, предложенный алгоритм ориентации легко комплексируется с акселерометрическими и магнитометрическими датчиками при построении бесплатформенных систем ориентации. Так, например, кинематическое уравнение (11) для вектора $\bar{\mathbf{a}}_g = \|0 \;\; 1 \;\; 0\|^T$ можно интерпретировать как оценку нормированного вектора ускорения силы тяжести. Если положить, что второй вектор $\bar{\mathbf{b}}_g[0]$ в начальный момент времени соответствует нормированному вектору геомагнитного поля $\bar{\mathbf{H}}_g$, то кинематическое уравнение (12) будет давать его оценку в процессе движения объекта. В результате уравнения комплементарных фильтров, объединяющих измерения трех триад датчиков, можно записать в виде:

$$\bar{\mathbf{a}}^K[k+1] = \alpha_1 \mathbf{C}[k+1]\bar{\mathbf{a}}^K[k] + (1-\alpha_1)\bar{\mathbf{n}}[k+1], \qquad (16)$$

$$\bar{\mathbf{b}}^K[k+1] = \alpha_2 \mathbf{C}[k+1]\bar{\mathbf{b}}^K[k] + (1-\alpha_2)\bar{\mathbf{H}}[k+1], \qquad (17)$$

где $\bar{\mathbf{a}}^K[k]$, $\bar{\mathbf{b}}^K[k]$ – комплексированные опорные векторы ускорения силы тяжести и геомагнитного поля; $\alpha_1 = [0, 1]$, $\alpha_2 = [0, 1]$ – коэффициенты, определяющие вес соответствующих измерений; $\bar{\mathbf{n}}[k+1]$, $\bar{\mathbf{H}}[k+1]$ – нормированные векторы измерений акселерометрических и магнитометрических датчиков.

После вычисления векторов $\bar{\mathbf{a}}^K[k+1]$ и $\bar{\mathbf{b}}^K[k+1]$ формируется матрица направляющих косинусов $\mathbf{A}^{TRIAD}[k+1]$ на основе соотношения (5). Частный случай представления матриц $\mathbf{A}^{TRIAD*}$ в форме (9) или (13) в данном случае не применим.

Заключение

Показана эффективность применения метода *TRIAD* для решения задач начального ориентирования и текущей ориентации объектов на основе гироскопических, акселерометрических и магнитометрических измерений. На неподвижном основании начальная матрица направляющих косинусов принципиально может быть найдена на основе любой из пар триад датчиков: акселерометров-магнитометров, акселерометров-гироскопов, магнитометров-гироскопов. Установлено, что начальное ориентирование по методу *TRIAD* на основе измерений гироскопов и акселерометрам не требует информации о широте местоположения объекта.

Предложен новый алгоритм ориентации на основе гироскопических измерений и кинематических уравнений относительно двух ортогональных векторов. Алгоритм не уступает по точности алгоритму в кватернионах, и сопоставим с алгоритмом ориентации с вектором Эйлера, и может с успехом применяться при реализации бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Среди достоинств алгоритма является эффективность его комплексирования с акселерометрическими и магнитометрическими измерениями при реализации бесплатформенных систем ориентации.

Литература

[1] Brown R.G., Hwang Patrick Y. C. Introduction to random signals and applied Kalman filtering // John Wiley & Sons. New York, 1997.

[2] Шведов А.П. Способы повышения точности информационно-измерительных систем ориентации подвижных объектов. Автореферат дисс. на соискание ученой степени к-та техн. наук по специальности 05.11.16 – Информационно-измерительные и управляющие системы (в промышленности). Тула: Из-во ТулГУ. 2010. – 20 с.

[3] Gui P., Tang L, Mukhopadhyay S.C. MEMS based IMU for tilting measurement: Comparison of complementary and kalman filter based data fusion. № 6. 2015. P. 2004–2009. DOI:10.1109/ICIEA.2015.7334442.

[4] Madgwick, S., Harrison, A., Vaidyanathan R. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm. Proceedings of the IEEE Int. Conf. Rehabil. Robot. 2011. pp. 179 – 185.

[5] Markley L., Crassidis J. Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. New York, Springer. 2014. 486 p.

[6] Hashim H.A. Attitude Determination and Estimation using Vector Observations: Review, Challenges and Comparative Results, arXiv preprint, 2020. 51 p.

[7] Belkhiat D.E.C., Fourati H. Multisensor Attitude Estimation: Fundamental Concepts and Applications. Boca Raton, CRC Press, 2016. 607 p.

[8] Вялков А. В. Определение углов ориентации по наблюдениям за векторами в задаче исследования штопора модели самолета // Гироскопия и навигация. Т. 28, №3 (110), 2020. С. 43 – 59.

[9] Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем: Часть II: Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: МАКС Пресс, 2012. -172 с.

[10] Ориентация и навигация подвижных объектов: современные. информационные технологии / Под ред. Б. С. Алёшина, К. К. Веремеенко, А. И. Черноморского. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 424 с.

[11] Гироскопические системы. Гироскопические приборы и системы Т.2: Учеб. для вузов по спец. «Гироскопические приборы и устройства»./Д.С. Пельпор, И.А. Михалев, В.А. Бауман и др.; Под ред. Д.С. Пельпора. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. Высш. шк., 1988. 424 с.

[12] Savege P. G. Strapdown analytics. Strapdown Association, Part 1. Inc. Maple Plain, Minnesota, 2000. 817 p.

Адаптация и внедрение алгоритма точной выставки БИНС в условиях корабельной качки

Н.А. Ефимов
АО «ЦНИИ «Дельфин»
Москва, Россия
efimovna83@ya.ru

И.А. Папуша
АО «ЦНИИ «Дельфин»
Москва, Россия
ipapusha@yandex.ru

В.В. Сидельникова
АО «ЦНИИ «Дельфин»
Москва, Россия
val-sidelnikova@yandex.ru

В.Л. Хирная
АО «ЦНИИ «Дельфин»
Москва, Россия
zvl001@niidelfin.ru

А.А. Голован
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Москва, Россия
aagolovan@yandex.ru

***Аннотация*—Представлены результаты тестирования алгоритма начальной выставки корабельной БИНС, реализованного в изделии «гироазимутгоризонткомпас ГАГК1/40», разработки АО «ЦНИИ «Дельфин». Для выставки в условиях корабельной качки применена позиционная коррекция БИНС с использованием фильтра Калмана с введением обратных связей. Алгоритм прошел апробацию в ходе стендовых испытаний.**

Ключевые слова—бескарданные инерциальные навигационные системы, начальная выставка БИНС, выставка на подвижном основании, выставка на качке, фильтр Калмана.

I. Введение

Корабельные системы инерциальной навигации играют ключевую роль в обеспечении точности и надежности навигации на морских суднах и подводных лодках. Как известно, корабельная качка приводит к изменению ориентации и положения судна в пространстве, что, в свою очередь, влияет на точность считываемых данных акселерометрами и гироскопами. Эта динамика требует внедрения алгоритмов, способных не только компенсировать влияние качки, но и осуществлять корректировку работы сенсоров.

Один из способов компенсации влияния качки на объект – внедрение алгоритма точной выставки в систему инерциальной навигации. Адаптация данного алгоритма реализовалась на изделии ГАГК1/40.

Изделие гироазимутгоризонткомпас ГАГК1/40 – корабельная система инерциальной навигации и гиростабилизации разработки АО «ЦНИИ «Дельфин», в комплектацию которой входит центральный прибор Н22Л, вырабатывающий параметры навигации, ориентации и стабилизации. В БИНС изделия ГАГК1/40 используются инерциальные датчики с высокими точностными характеристиками: три лазерных чувствительных элемента со встроенной системой термостабилизации и три кварцевых акселерометра со встроенным терморезистором. Использование лазерных чувствительных элементов позволяет уменьшить время запуска, так как такие гироскопы не нуждаются в предварительном прогреве системы. Также существенно снижено энергопотребление из-за отсутствия дополнительных приборов термостабилизации.

Область применения изделия ГАГК1/40 на подвижном морском объекте предполагает, что начальная выставка БИНС осуществляется в условиях корабельной качки. Традиционно эта задача решается разработчиками методом гирокомпасирования БИНС по скоростным и позиционным измерениям [1]. В качестве альтернативы можно отметить предложенный в работе [2] алгоритм, также имеющий опыт практической реализации, основанный на аппроксимации показаний акселерометров БИНС, взятых в проекциях на оси «замороженного» в инерциальном пространстве приборного трехгранника. В изделии ГАГК1/40 для проведения начальной выставки выбран алгоритм, широко применяемый в авиационных приложениях [3].

II. Алгоритм точной выстаки в условиях качки

Выставка БИНС навигационного класса точности осуществляется два этапа: этап так называемой грубой (или алгебраической) выставки, и этап точной выставки. Алгоритм первого этапа состоит в осреднении показаний инерциальных датчиков с целью получить предварительные оценки углов ориентации корпуса БИНС в географической системе координат. Так по средним значениям показаний акселерометров определяются первые приближения значений дифферента и крена, а в условиях неподвижности по средним значениям ДУС вычисляется приближенное значение угла курса. В присутствии неконтролируемых угловых и поступательных движений корпуса БИНС, получить таким способом начальное приближение угла курса становится невозможным, но оказывается, это не является препятствием для реализации следующего этапа выставки. Второй этап, он же этап точной выставки, предполагает функционирование БИНС в режиме автономного инерциального счисления с одновременной коррекцией по координате стартовой точки. Целью коррекции является дооценивание ошибок углов ориентации приборного трехгранника, определенных на первом этапе. Оценка вектора состояния уравнений ошибок БИНС осуществляется при помощи алгоритма калмановской фильтрации с введением обратных связей в навигационный алгоритм [4]. Отсутствие первого приближения значения угла курса не влияет на сходимость алгоритма, и при адекватных настройках параметров фильтра Калмана второй этап выставки на качке занимает порядка получаса.

III. Модели алгоритма оценивания

При описании алгоритма оценивания, примененного на этапе точной выставки, следуем терминологии, принятой в [3]. В данной методике полные ошибки определения относительной линейной скорости разделяются на динамическую и кинематическую составляющие. Вектор оцениваемых параметров в осях модельного географического трехгранника с полусвободной азимутальной ориентацией задан компонентами:

$$x = (\Delta r_1, \Delta r_2, \delta V_1, \delta V_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3)^{\mathrm{T}},$$

где $\Delta r_1, \Delta r_2$ – ошибки определения местоположения в горизонтальной плоскости; $\delta V_1, \delta V_2$ – динамические ошибки определения горизонтальных составляющих относительной скорости; α_1, α_2 – угловые ошибки построения приборной вертикали, β_3 – азимутальная кинематическая ошибка.

Комбинированная форма уравнений ошибок БИНС в модельном трехграннике:

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{r}_1 &= \delta V_1 + \beta_3 V_2' \\
\Delta\dot{r}_2 &= \delta V_2 - \beta_3 V_1' \\
\delta\dot{V}_1 &= 2u_3\delta V_2 - g\alpha_2 + \Delta f_1^s \\
\delta\dot{V}_2 &= -2u_3\delta V_1 + g\alpha_1 + \Delta f_2^s \\
\dot{\alpha}_1 &= -u_3\frac{\Delta r_1}{a} - \frac{\delta V_2}{a} + u_3\alpha_2 - u_2\beta_3 + \nu_1^s \\
\dot{\alpha}_2 &= -u_3'\frac{\Delta r_2}{a} + \frac{\delta V_1}{a} - u_3\alpha_1 + u_1\beta_3 + \nu_2^s \\
\dot{\beta}_3 &= u_1\frac{\Delta r_1}{a} + u_2\frac{\Delta r_2}{a} + u_2\alpha_1 - u_1\alpha_2 + \nu_3^s,
\end{aligned}$$

где g – номинальное значение ускорения силы тяжести; a – большая полуось земного эллипсоида; V_1', V_2' – компоненты вектора относительной линейной скорости в модельном трехграннике по информации БИНС; $u_x = (u_1, u_2, u_3)^{\mathrm{T}}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; $\Delta f_i^s, \nu_i^s$ – случайные составляющие погрешностей инерциальных датчиков, типа белого шума.

Постоянные составляющие модели погрешностей инерциальных датчиков (смещения нулей акселерометров и гироскопов) на этапе выставки в число оцениваемых параметров не входят.

Позиционные измерения для коррекции формируются при помощи информации о начальной координате БИНС:

$$\begin{aligned}
z_1^{pos} &= \Delta r_\varphi \sin\varepsilon' + \Delta r_\lambda \cos\varepsilon' \\
z_2^{pos} &= \Delta r_\varphi \cos\varepsilon' - \Delta r_\lambda \sin\varepsilon'
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\Delta r_\varphi &= (\varphi' - \varphi^0)R_N \\
\Delta r_\lambda &= (\lambda' - \lambda^0)R_E\cos\varphi'
\end{aligned}$$

$$R_E = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi'}} \quad R_N = \frac{a(1-e^2)}{(1 - e^2\sin^2\varphi')^{3/2}}.$$

Здесь R_N, R_E – радиусы кривизны меридионального сечения и первого вертикала; a и e – большая полуось земного эллипсоида и его эксцентриситет; ε' – угол, характеризующий азимутальную ориентацию модельного географического трехгранника в географической координатной сетке; (φ', λ') – координаты, выработанные навигационным алгоритмом БИНС; (φ^0, λ^0) – координаты места начальной выставки.

По оценкам, полученным с применением фильтра Калмана, формируются коррекционные поправки к автономному инерциальному решению. На каждом шаге посредством обратной связи выработанные поправки вносятся в навигационный алгоритм.

Настройки фильтра выбираются в соответствии с параметрами характерного движения объекта – носителя БИНС в процессе выставки, и паспортными характеристиками инерциальных датчиков. При отсутствии начального приближения угла курса начальная ковариация азимутальной ошибки β_3 задается равной $P_{\beta_3} = \pi$ рад.

IV. Результаты тестирования

Алгоритм прошел апробацию в ходе испытаний на специализированном стенде «Капитан», имитирующем корабельную качку с заданными параметрами.

Для подготовки к испытаниям необходимо выставить изделие в плоскости горизонта с помощью оптического цифрового квадранта КО-10Ц для определения эталонных углов килевой и бортовой качки, и определить азимут направления, заданного нормалью к зеркалу установочной плиты изделия с использованием теодолитов 3Т3КА и базового контрольного элемента для выявления эталонного курса.

На имитирующем корабельную качку стенде испытания проводились со следующими параметрами: бортовая качка: амплитуда – 18 град, период колебаний – 5 с; килевая качка: амплитуда – 15 град, период – 5 с; рыскание: амплитуда – 10 град, период 5 с.

Параметры ориентации, полученные бортовым алгоритмом БИНС, полностью удовлетворили техническому заданию, в соответствии с которым ошибка курса после 30 минут выставки не должна превышать $6'$, крена и дифферента – $1'$.

Для исследования вопроса об уменьшении времени готовности БИНС в условиях качки, было проведено численное моделирование на основе зарегистрированных показаний инерциальных датчиков прибора Н22Л. В ходе эксперимента платформа стенда в течение 30 мин была в неподвижном относительно Земли положении, затем в течение 30 мин совершала гармонические колебания с периодом 30 с, амплитудой крена и дифферента в 8°, и амплитудой курса в 3°.

Данные обрабатывались следующим образом. «Эталонный» курс был получен моделированием алгоритма БИНС с выставкой на участке неподвижности и дальнейшей коррекцией по координате на живом участке.

Оценка курса – результат выставки на качке – получена при инициализации алгоритма выставки на участке с подвижной платформой (рис. 1).

Отклонение оценки курса, полученной в процессе выставки на качке, от «эталонного» значения показано на (рис. 2). Попадание в требуемый коридор точности в $6'$ достигнуто за временной интервал в 10 мин, что показывает высокую эффективность примененного алгоритма.

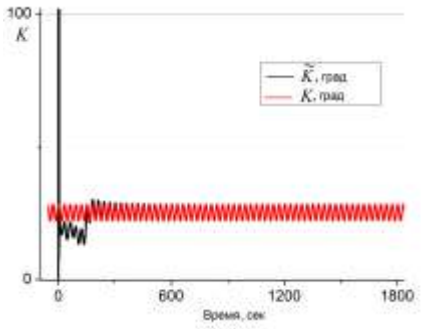


Рис.1. Оценка угла курса (черная линия) на фоне референсного значения (красная линия).

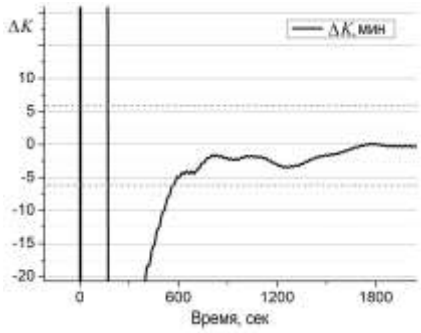


Рис. 2 Ошибка оценки угла курса относительно референсного значения

V. Заключение

В работе представлены результаты внедрения алгоритма начальной выставки БИНС в условиях моря для системы навигационного класса точности. Алгоритм основан на позиционной коррекции БИНС с применением фильтра Калмана в варианте обратных связей.

Материалы стендовых испытаний изделия ГАГК1/40 продемонстрировали высокую точность и показали целесообразность реализации двухэтапного алгоритма выставки в условиях корабельной качки.

Литература

[1] Емельянцев Г.И., Степанов А.П., Блажнов Б.А. О начальной выставке корабельной БИНС в условиях качки // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №3 (110). С. 3-17. DOI 10.17285/0869-7035.0043

[2] Баранцев Г.О., Голован А.А., Кузнецов П.Ю. Модели задачи начальной выставки бескарданной инерциальной навигационной системы при угловом движении основания // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика, Изд-во Моск. ун-та, М.: 2021, с. 12-16.

[3] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем // Издательство Московского университета, Москва, 2020, с. 164.

[4] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. К вопросу об информационно эквивалентных схемах в корректируемых инерциальных навигационных системах // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела, 3, 2008, с.90.

▪ ЗАСЕДАНИЕ III – ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ▪

Об управлении пространственными упругими стоячими волнами в полной сферической оболочке

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
ipm@ipmnet.ru

В.Ф. Журавлев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
ipm@ipmnet.ru

***Аннотация*—Публикация посвящена изложению основ фундаментальной теории «обобщенного» маятника Фуко, реализованного на основе принципиально нового 3-D сферического резонансного гироскопа (СРГ/SRG), базовым чувствительным элементом которого является высокодобротный полый сферический резонатор. Рассмотрено и исследовано обобщение эффекта Брайана [1] на пространственный случай – исследуется упругое сферически симметричное твердое тело со свободной границей, на которое действуют массовые силы. Плоский поворот сферического резонатора заменяется пространственным поворотом. При таком эксперименте пространственным оказывается и обобщенный эффект инерции Брайана.**

Ключевые слова—маятник Фуко, полусферический волновой твердотельный гироскоп, 3-D резонансный гироскоп, 3-D сферический резонансный гироскоп.

I. Введение

Рассматриваются классические уравнения упругих колебаний на поверхности высокодобротной полной сферической оболочки. При этом исследуется упругое сферически симметричное твердое тело со свободной границей, на которое действуют массовые силы. Главный вектор сил, действующих на трехмерное упругое тело без общности, полагается равным нулю. Под действием главного момента сферическое упругое тело меняет свою ориентацию в рассматриваемом трехмерном пространстве. Для математического описания пространственных упругих деформаций полной сферической оболочки вводится система трехмерных координат, связанная с самим сферическим телом так, чтобы выполнялись заданные начальные условия. Данные начальные условия характеризуют координатный триэдр (трехгранник), относительно которого тело в среднем по всем материальным частицам не перемещается и не поворачивается. Задача о собственных колебаниях полной сферической симметричной высокодобротной оболочки допускает группу трехмерных вращений $SO(3)$. При этом возникает эффект инертности упругих пространственных механических стоячих волн на поверхности вращающейся полной сферической оболочки. Рассматривается фазовое многообразие пространственных упругих механических стоячих волн и соответственно эволюционный базис на данном фазовом многообразии.

II. Эффект инертности упругих форм в полной вращающейся сферической оболочке

Рассматривается ортогональная система координат, связанная с исходной системой координат известным ортогональным преобразованием. Матрица данного ортогонального преобразования является функцией времени и имеет самосопряженную форму. Показано, что трехмерное дифференциальное уравнение пространственных колебаний допускает решение типа механической стоячей волны. Таким образом, если в неподвижном сферическом упругом теле возбудить пространственную стоячую волну механических упругих колебаний с каким-нибудь чистым тоном и привести тело во вращение с произвольной угловой скоростью, произвольно меняющейся во времени, то возбужденная пространственная стоячая волна будет поворачиваться относительно самого тела по определенному закону, описываемому уравнением типа Пуассона и отставая от заданного телу вращения. Можно показать, что угловая скорость прецессии механической пространственной стоячей волны относительно тела пропорциональна пространственному коэффициенту Брайана и угловой скорости самого тела относительно абсолютного пространства. В данном исследовании теоретически доказано наличие принципиально нового пространствен-

ного эффекта инертности упругих волн на полной сферической оболочке, который может быть использован для изучения функционирования трехмерного (3D) сферического резонансного гироскопа или трехосного волнового твердотельного гироскопа. Таким образом, полная упругая сферическая оболочка может эффективно служить пространственным 3D-датчиком инерциальной информации при произвольных угловых движениях и вращениях самого твердого тела.

III. Уравнения упругих колебаний в базисе собственных форм

Перейдем к рассмотрению упругих колебаний тонкой сферической оболочки. Возьмем упругое сферически симметричное твёрдое тело $\boldsymbol{x} = (x_1 x_2 x_3)$ со свободной границей, на которое действуют массовые силы плотности $\boldsymbol{f}$. Главный вектор, всех сил, действующих на упругое объемное тело, $\int_V \boldsymbol{f} \mathrm{d}m$ без ограничения общности будем полагать равным нулю. Под действием главного момента $\int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f} dm$ рассматриваемое тело меняет свою ориентацию в пространстве ($\boldsymbol{r}$ - радиус–вектор произвольной точки тела, dm - элемент массы, V- область, занятая телом). Для описания упругих деформаций тонкой сферической оболочки введём систему координат $x_1 x_2 x_3$ связанную с рассматриваемым упругим телом так, чтобы выполнялись следующие условия

$$\int_V \boldsymbol{x} dm = 0, \quad \int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{x} dm = 0 \qquad (3.1)$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1 x_2 x_3)$ - упругое смещение материальной точки, в недеформированном состоянии занимавшей положение $\boldsymbol{r}$. Условия (4.1) характеризуют координатный трехгранник, относительно которого упругое тело в среднем (по всем частицам) не перемещается и не поворачивается. Ставится следующая задача: зная абсолютную угловую скорость $\boldsymbol{\omega}(t)$ трехгранника $x_1 x_2 x_3$ в проекциях на его же оси, определить, как ведут себя волны упругих деформаций.

Запишем принцип Даламбера-Лагранжа для рассматриваемого тела следуя [2]

$$\int_V \Big[\ddot{x} + \boldsymbol{\omega} \times \big(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{x})\big) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{x}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{x}} + \\ + \frac{1}{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\nabla} \Pi - f \Big] \delta \boldsymbol{x} \times dm = 0 \qquad (3.2)$$

Здесь ρ- плотность, зависящая только от модуля радиуса $|\boldsymbol{r}|$, $\boldsymbol{\nabla}\Pi$ - градиент квадратичного функционала линейной теории упругости. Координаты, определяющие угловое положение тела как целого, не варьируются, предполагается, что угловая скорость $\omega(t)$ - известная функция времени. Для выбора обобщённых координат рассмотрим частный случай $\omega = 0$.

В монографии [2] показано, что спектр собственных колебаний свободного твёрдого тела при выполнении, введенных выше условий (3.1) дискретен. Это означает, что возрастающая последовательность частот собственных колебаний $\nu_1 \le \nu_2 \le \nu_3 \ldots$ неограниченна, а собственные элементы $h_1(r), h_2(r), \ldots$ соответствующие этим последовательностям частот, образуют ортонормированную систему функций, полную в конфигурационном пространстве рассматриваемой задачи:

$$\int_V h_n(r)\, h_1(r) dm = \delta_n^l \qquad (3.3)$$

Это позволяет ввести независимые Лагранжевы координаты, описывающие степени свободы при деформировании тела, в общем случае $\omega(t) \neq 0$ следующим образом:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) h_n(r) \qquad (3.4)$$

Задача о собственных колебаниях сферически симметричного свободного тела допускает группу $SO(3)$, поэтому спектр собственных частот вырожден и состоит из последовательности, по крайней мере, трехкратных частот: $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 \le \nu_4 = \nu_5 = \nu_6 \le \cdots$. Конфигурационное пространство при этом представляет собой прямое произведение трёхмерных собственных подпространств:

$$\{h_1, h_2, h_3\} \times \{h_4, h_5, h_6\} \times \ldots$$

Фиксируем номер m произвольного собственного подпространства и введём обозначения для соответствующих обобщённых координат: $q_{3m-1} = u$, $q_{3m-2} = v$, $q_{3m} = w$ $(m = 1,2\ldots)$. Подставляя формулу (3.4), а также выражение $\delta x = \sum_{n=1}^{\infty} \delta q_n h_n(r)$ в формулу (3.2) и приравнивая нулю коэффициенты при независимых вариациях δq_n, получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно координат q_n следующего вида [2]:

$$\begin{gathered} \ddot{u} + au + bv + cw - v(\dot{\omega}, k_3) + w(\dot{\omega}, k_2) - \\ -2\dot{v}(\omega, k_3) + 2\dot{w}(\omega, k_2) + F_1 + L_1 = 0 \\ \ddot{v} + bu + bv + ew + u(\dot{\omega}, k_3) - w(\dot{\omega}, k_1) + \\ +2\dot{u}(\omega, k_3) - 2\dot{w}(\omega, k_1) + F_2 + L_2 = 0 \qquad (3.5) \\ \ddot{w} + cu + ev + fw - u(\dot{\omega}, k_2) + v(\dot{\omega}, k_1) - \\ -2\dot{u}(\omega, k_2) + 2\dot{v}(\omega, k_1) + F_3 + L_3 = 0 \end{gathered}$$

В системе дифференциальных уравнений (3.5) скалярные коэффициенты имеют следующий вид:

$$a = \int_V (h_{3m-2}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$b = \int_V (h_{3m-2}, \omega)(h_{3m-1}, \omega) dm\,,$$

$$c = \int_V (h_{3m-2}, \omega)(h_{3m}, \omega) dm,$$

$$d = \int_V (h_{3m-1}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$e = \int_V (h_{3m-1}, \omega)(h_{3m}, \omega) dm,\ f = \int_V (h_{3m}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$F_1 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m-2})\, dV, \quad F_2 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m-1})\, dV,$$
$$F_3 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m})\, dV.$$

L_1, L_2, L_3 представляют собой линейные функции обобщённых координат, соответствующих другим собственным подпространствам. Присутствие этих членов характеризует тот факт, что системы типа (3.5) для различных подпространств не являются независимыми друг от друга. При получении уравнений (3.5) было предположено для простоты, что массовые силы $\boldsymbol{f}$ ортогональны всем собственным функциям:

$$\int_V \boldsymbol{f} h_n(r) dm = 0.$$

Это означает, что в силах $\boldsymbol{f}$ присутствует лишь постоянная составляющая ($\int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f} dm \neq 0$), обеспечивающая вращение тела со скоростью $\omega(t)$. В выражении (3.5) векторные коэффициенты k_1, k_2, k_3 имеют вид

$$\boldsymbol{k_1} = \int_V h_{3m-1} \times h_{3m} dm, \quad \boldsymbol{k_2} = \int_V h_{3m} \times h_{3m-2} dm,$$
$$\boldsymbol{k_3} = \int_V h_{3m-2} \times h_{3m-1} dm.$$

В силу сферической симметрии выбор собственных векторов $(\boldsymbol{h}_{3m-2}, \boldsymbol{h}_{3m-1}, \boldsymbol{h}_{3m})$ можно осуществить так, чтобы выполнялись следующие тождества:

$$k_1 = \upsilon(1,0,0), k_2 = \upsilon(0,1,0), k_3 = \upsilon(0,0,1) \quad (3.6)$$

где

$$\upsilon = \pm|k_1| = \pm|k_2| = \pm|k_3| = \pm\left|\int_V h_{3m-1} \times h_{3m} dm\right|.$$

Используя неравенство Коши-Буняковского для (3.6), получим $0 \le \upsilon \le 1$. Если теперь ввести обозначения:

$$z = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \ \omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}, \ L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix}, \ G = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix},$$

то уравнения (3.5) можно переписать в следующей компактной векторной форме [2]:

$$\ddot{z} + Az + \upsilon\dot{G}z + 2\upsilon G\dot{z} + L = 0 \quad (3.7)$$

где A - симметрическая матрица позиционных сил, состоящая из коэффициентов упругих сил F_1, F_2, F_3 и соответственно скалярных коэффициентов a, b, c, d, e, f.

IV. Пространственная прецессия механической стоячей волны

Векторное дифференциальное уравнение (3.7) определяет пространственную эволюцию m-ой формы (моды) колебаний свободного сферического упругого твердого тела, вызванную наличием вращения. Эта эволюция определяется двумя обстоятельствами. Во-первых, сама форма колебаний непосредственно реагирует на вращение тела, что определяется наличием в (3.7) членов G и $\dot{G}$. Во-вторых, рассматриваемая форма колебаний подвергается воздействию со стороны других форм. Сразу отметим, что это воздействие является незначительным, поскольку, к примеру, при решении уравнений (3.7) методом осреднения все члены, определяемые линейными функциями обобщенных координат L, в первом приближении исчезают. Кроме того, имеет место следующий факт. Заметим, что существует такая система координат $z \to y$: $z = My$, где M - зависящая от времени ортогональная матрица преобразования координат, в которой уравнение (3.7) при выполнении тождества $L = 0$ имеет самосопряжённую форму. В этой системе координат уравнение (3.7) допускает решение типа стоячей волны. Покажем это. Подставляя уравнение $z = My$, в полученное выше выражение (3.7), найдём

$$\ddot{y} + 2M^T(\dot{M} + \upsilon GM)\dot{y} + M^T(\ddot{M} + 2\upsilon G\dot{M} + \upsilon\dot{G}M + AM)y = 0 \quad (4.1)$$

Потребуем выполнения следующего дифференциального уравнения первого порядка, которое получено из уравнения (4.1):

$$\dot{M} = -\upsilon GM \quad (4.2)$$

В результате получим дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$\ddot{M} = -\upsilon\dot{G}M + \upsilon^2 G^2 M$$

и, подставляя его в (4.1), найдём следующее уравнение второго порядка

$$\ddot{y} + M^T(A - \upsilon^2 G^2)My = 0 \quad (4.3)$$

Таким образом, если в неподвижном полом сферическом теле возбудить механическую стоячую волну упругих колебаний с каким-нибудь чистым тоном и после этого привести тело во вращение с произвольно меняющейся во времени угловой скоростью $\omega(t)$, то стоячая волна будет поворачиваться относительно самого тела по закону вида (4.2). Следует заметить, что дифференциальное уравнение первого порядка (4.2) есть известное кинематическое уравнение Пуассона. Сравним уравнение (4.2) с известным классическим кинематическим уравнением Пуассона для самого твердого тела $\dot{N} = -GN$, в котором ортогональная матрица N определяет ориентацию твёрдого тела в абсолютном (инерциальном) пространстве. Откуда очевидно следует, что угловая скорость механической стоячей волны относительно тела пропорциональна ее угловой скорости относительно пространства:

$$\Omega_0(t) = -\upsilon\omega(t), \quad (4.4)$$

или для угловой скорости механической стоячей волны относительно абсолютного пространства имеем вид:

$$\Omega(t) = (1 - \upsilon)\omega(t) \quad (4.5)$$

Соотношение (4.4) и представляет собой обобщение известного скалярного выражения Линча-Журавлева [3] на пространственный случай. Подчеркнём, что для полной сферической упругой оболочки коэффициент Брайана носит пространственный характер. Он определяет пропорциональность друг другу векторов угловых скоростей, в отличие от случая тонкого кольца, когда рассматривались угловые скорости плоского вращения.

Пространственная механическая стоячая волна, возбужденная на поверхности упругого высокодобротного сферического твердого тела в виде трехмерного эллипсоида вращения, прецессирует относительно тела с вектором угловой скорости, пропорциональным вектору угловой скорости самого тела относительно абсолютного и/или неподвижного (инерциального) пространства.

V. Случай полной сферической оболочки

Вычисление коэффициента υ Брайана полной замкнутой сферической оболочки осуществляется при конкретных предположениях о распределении плотности по радиусу $\rho(r)$. Рассмотрим случай тонкой сферической оболочки.

В проекциях на традиционно принимаемые в теории оболочек оси u, v, w направленные по меридиану, параллели и нормали к поверхности сферы, собственные векторы $\boldsymbol{U}_1, \boldsymbol{U}_2$ имеют следующий вид [3]:

$$\boldsymbol{U}_1 = \begin{pmatrix} A_n\left(\frac{dP_n^k}{d\theta}\right) cos\, k\,\varphi \\ -A_n k\, sin^{-1}\theta\, P_n^k\, sin\, k\,\varphi \\ P_n^k\, cos\, k\,\varphi \end{pmatrix};$$

$$\boldsymbol{U}_2 = \begin{pmatrix} A_n(dP_n^k/d\theta)\sin k\,\varphi \\ A_n \sin^{-1} k\,\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.1)$$

где P_n^k - присоединённые функции Лежандра, φ, θ - сферические координаты, A_n - коэффициент, зависящий от числа волн по меридиану и от частоты колебаний ν.

Для коэффициентов A_n и частоты колебаний ν в приближении Лэмба имеем следующие соотношения (μ - коэффициент Пуассона):

$$A_n = \left[-2(1+\mu) + \frac{(1-\mu)\nu^2}{2}\right][(1+\mu)n(n+1)]^{-1}$$

Частотное уравнение Лэмба имеет следующий вид:

$$(1-\mu)\nu^4 - 2\nu^2(1+3\mu+n(n+1) + \\ +4(1+\mu)(n^2+n-2) = 0 \qquad (5.2)$$

Векторы (5.1) представляют собой два собственных вектора из трёх, определяющих трёхмерное собственное подпространство (при фиксированных n и k). Третий может быть получен из выписанных при помощи преобразования осей, однако для вычисления коэффициента k в этом уже нет необходимости. Переход от переменных u, v, w к принятым в настоящей работе переменным x_1, x_2, x_3 выражается известной формулой преобразования координат

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & \sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\sin\theta\cos\varphi & -\sin\theta\cos\varphi & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

Откуда имеем аналитическое выражение первого вектора:

$$\boldsymbol{h}_1 = \frac{1}{\|\boldsymbol{U}_1\|} \cdot \begin{pmatrix} A_n \frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\cos\theta\cos\varphi - \frac{A_n k}{\sin\theta}P_n^k \cos k\varphi\cos\theta\sin\varphi + \\ +P_n^k \cos k\varphi\sin\theta \\ -A_n \frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\sin\varphi - A_n\frac{k}{\sin\theta}P_n^k \sin k\varphi\cos\varphi \\ -A_n \frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\sin\theta\cos\varphi + \frac{A_n k}{\sin\theta}P_n^k \sin k\varphi\sin\theta\sin\varphi + \\ +P_n^k \cos k\varphi\cos\theta \end{pmatrix}$$

Аналогичное аналитическое выражение можно получить и для второго собственного вектора $\boldsymbol{h}_2$. После чего вычисляем коэффициент Брайана υ тонкой замкнутой (полной) сферической оболочки для использования ее в качестве инерциального датчика трех квазиуглов поворота основания гироскопа относительно инерциального пространства

$$\upsilon = \left|\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \boldsymbol{h}_1 \times \boldsymbol{h}_2 \sin\theta\, d\theta d\varphi\right| = \\ = \frac{2\pi k A_n}{\|\boldsymbol{U}_1\|^2}\left|\left\{\int_0^{\pi}\frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \sin\theta\, d\theta, 0, \frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \cos\theta\, d\theta\right\}\right|$$

Интеграл, определяющий первую компоненту написанного вектора, равен нулю. Для второго интеграла получим аналитическое выражение

$$\int_0^{\pi}\frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \cos\theta\, d\theta = -\frac{(n+k)!}{(2n+1)(n-k)!}$$

Учитывая, что норма $\boldsymbol{U}_1$ имеет вид

$$\|\boldsymbol{U}_1\|^2 = \frac{2\pi}{(2n+1)}[1+n(n+1)A_n^2]\frac{(n+k)!}{(n-k)!} \quad (k\neq 0)$$

окончательно находим аналитическое выражение для коэффициента Брайана

$$\upsilon = kA_n^2[1+n(n+1)A_n^2]^{-1}.$$

Рассмотрим в качестве примера случай, когда $k = n = 2$, $\mu = 0$. По выше выведенным формулам (5.2) имеем

$$\nu^2 = 7 + \sqrt{33}, \qquad A_n = (7+\sqrt{33})/12 - 1/3$$

Для тонкой полной сферической оболочки коэффициент Брайана, равный примерно одной четверти (υ=*0,25*), оказывается меньше, чем он получен для кольца (или цилиндра), равного 2/5. Подчеркнём, что для полной сферической оболочки коэффициент Брайана носит пространственный характер. Он определяет пропорциональность друг другу векторов угловых скоростей вида (4.4), в отличие от случая кольца, когда рассматривались угловые скорости плоского вращения. Механическая стоячая волна в виде, трехмерного эллипсоида, прецессирует относительно самого тела с вектором угловой скорости, пропорциональным вектору угловой скорости тела относительно абсолютного (инерциального) пространства.

VI. Трехосный волновой твердотельный гироскоп

В публикациях [2,3,4] было показано, что полная упругая сферическая оболочка может служить датчиком инерциальной информации. Использование волновых явлений в пространственных упругих средах для определения угловых движений твердого тела, мы покажем на конкретном примере трехстепенного ВТГ. Действительно, пусть подвижный объект вращается с заданной угловой скоростью $\omega_0(t)$ относительно инерциального пространства. Эта угловая скорость в проекциях на оси, связанные с подвижным объектом, и подлежит определению инерциальными средствами, расположенными на нем.

Пусть на объекте имеется упругая сферическая оболочка, вращающаяся с угловой скоростью $\omega_1(t)$ относительно объекта (скорость ω_1 задана в осях объекта). Помимо наблюдаемой (известной) скорости $\omega_1(t)$ наблюдается скорость прецессии стоячей волны в проекциях на его же оси - $\omega_2(t)$. Угловую скорость такой волны относительно оболочки обозначим $\omega_2^*(t)$. На основе полученных результатов предыдущего параграфа найдем связь между угловыми скоростями $\omega_0(t)$, $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$.

Напомним, что преобразование координат от осей, связанных с объектом к осям, связанных со сферической оболочкой задается ортогональной матрицей $N(t)$, которая определяет положение твердого тела в инерциальном пространстве. Преобразование координат от осей связанных с сферической оболочкой, к осям, связанных с упругой волной – матрицей $M(t)$. Из приведенной выше формулы (4.4) вытекает, что скорость прецессии пространственной механической стоячей волны относительно

сферической оболочки в осях самой оболочки пропорциональна скорости оболочки плюс скорости оболочки относительно самого объекта в осях оболочки:

$$MN\omega_2^* = -\chi N(\omega_1+\omega_2)$$

Откуда, в осях, связанных с подвижным объектом, имеем следующее выражение:

$$\omega_2^* = -\chi N^T M^T N(\omega_1 + \omega_2)$$

Угловая скорость стоячей волны относительно подвижного объекта есть:

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_2^* = \omega_1 - \chi N^T M^T N(\omega_1 + \omega_0)$$

Откуда находится угловая скорость подвижного объекта:

$$\omega_0 = \frac{1}{\chi} N^T \mathrm{M} N(\omega_1 - \omega_2) - \omega_1 \qquad (6.1)$$

Для вычисления угловой скорости объекта ω_0 по формуле (6.1), помимо предполагаемых известными скоростей $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$, требуется знать матрицы $N(t)$ и $M(t)$, которые связаны с угловыми скоростями следующими известными кинематическими уравнениями Пуассона:

$$\dot{M}=-M[N(\omega_2 - \omega_1)]^{\nu}, \quad \dot{N}=-N\omega_1^{\nu} \qquad (6.2)$$

где символом ω_1^{ν} условно обозначено матричное представление угловой скорости вращения.

Последовательность решения кинематических дифференциальных уравнений вида (6.1) и (6.2) такова:

а) вначале решается следующее уравнение

$$\dot{N}=-N\omega_1^{\nu}$$

б) находится искомая ортогональная матрица $N(t)$.

Подстановка этого решения в уравнение

$$\dot{M}=-M[N(\omega_2 - \omega_1)]^{\nu},$$

позволяет найти матрицу $M(t)$. Затем подстановка в выражение (6.1) позволяет найти искомую скорость ω_0. Если система выдает не скорости вращения $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$, а матрицы $N(t)$ и $S(t) = M(t)N(t)$, то вначале находится матрица угловых скоростей $\omega_1^{\nu} = -N^T\dot{N}$ и после подстановки в (6.2) находится искомая угловая скорость ω_0. Наиболее просто задача определения угловой скорости ω_0 решается, если обеспечить для сферической оболочки угловую нулевую скорость ($\omega_1 \equiv 0$).

Тогда ортогональная матрица $N = E$ – единичная матрица. Следовательно, из выражения (6.1) получаем

$$\omega_0 = -\frac{1}{\chi} M\omega_2$$

Обеспечить условие $\omega_1 \equiv 0$ можно посредством закрепления сферы в точках, в которых она касается вершин вписанного в нее тетраэдра. Тогда, если рассматривать форму упругих колебаний, при которой сфера превращается в трехосный эллипсоид, то расстояния между указанными точками изменяются на величины второго порядка малости по отношению к амплитуде упругих колебаний и в линейной постановке закрепление в них не стесняет колебаний оболочки.

Все вышесказанное рассматривалось в предположении, что оболочка обладает сферической симметрией и никаких посторонних возмущений нет. Если отклонения от этих предположений невелики, то компенсировать возникающие при этом новые эффекты (например, разрушение стоячей волны, и/или уменьшение ее амплитуды) можно введением соответствующего управления. Физически такое управление посредством приложения к поверхности оболочки электрических сил посредством введения специально расположенных электродов. Вычисление этих сил в зависимости от формы и количества электродов и от распределения потенциала на них в деталях приведено в монографии [3].

В данной публикации мы ограничимся лишь тем замечанием, что после вычисления необходимых сил и проектирования на выбранную собственную форму (в смысле вычисления интеграла $\int_v f\, h_n(r)dm$) в правых частях системы дифференциальных уравнений упругих колебаний оболочки сферы [2,3] появятся члены, которые можно считать зависящими от фазового состояния рассматриваемой формы, поскольку зная это состояние и используя принцип обратной связи мы можем управлять величинами потенциалов на соответствующих электродах по своему усмотрению. Тем самым мы сводим поставленную выше задачу к выяснению тех эволюций формы упругих колебаний, которые возникают при возмущении рассмотренной выше идеальной схемы.

Информационно новый 3D-ВТГ представляет собой трехмерный инерциальный датчик, работа которого основана на следующих базовых принципах:

- резонатор имеет идеальную осесимметричность для обеспечения высоких характеристик при балансировке;
- управление упругой стоячей волной осуществляется за счет электростатических сил, формируемых электродами, которые находятся в непосредственной близости от поверхности сферического резонатора;
- резонатор выполнен в форме полной (замкнутой) сферы, при такой конструкции каждый грамм материала резонатора наиболее эффективно участвует в сохранении энергии изгибных колебаний;
- высокодобротный резонатор из аморфного плавленого кварца обеспечивает оптимальную изотропию (отсутствие кристаллографической оси) и минимальное рассеяние энергии (низкое внутреннее трение).

В результате выполненной оптимизации получены расчетные характеристики трехосного ВТГ, которые, самое удивительное, не зависят от размеров резонатора. Они связаны с качеством резонатора, показателем которого является добротность (или время затухания), а также с качеством управления волновой картиной, то есть с характеристиками управляющей электроники.

Главным недостатком трехосного ВТГ является высокая стоимость, обусловленная в основном чрезвычайно высокой точностью изготовления сферического резонатора и сборки сложных деталей и узлов, которые должны точно соответствовать геометрии сферической оболочки резонатора для формирования однородного

зазора между этими двумя прецизионными частями гироскопа.

VII. Фазовое многообразие упругих пространственных стоячих волн

Весь дальнейший анализ делается в рамках первого приближения метода осреднения, поэтому относительно полученных в публикациях [3,4] трех дифференциальных уравнений второго порядка упругих колебаний оболочки сферы будем считать выполненными следующие предположения. Угловая скорость тела относительно пространства $\boldsymbol{\omega}(t)$ считается малой в сравнении с частотой собственных упругих колебаний оболочки сферы. Одновременно малыми считаем и коэффициенты связи, входящими в члены $L(L_1, L_2, L_3)$, представляющие собой линейные функции обобщенных координат, соответствующие другим собственным подпространствам.

Эти члены появляются в результате вычисления интегралов типа

$$\int_v h_k \times h_i dm = 0$$

где h_k , h_i – принадлежат разным собственным подпространствам, и они действительно малы по сравнению с такими же интегралами, но в которых h_k и h_i берутся из одного собственного подпространства. Кроме того, добавим к системе дифференциальных уравнений упругих колебаний сферы члены, определяемые разнообразными возмущениями и управляющими воздействиями, которые будем считать также малыми.

Присутствие этих членов характеризует тот факт, что дифференциальные системы упругих колебаний полной сферической оболочки для различных подпространств не являются независимыми друг от друга. При получении этих уравнений было предположено, что массовые силы f ортогональны всем собственным функциям

$$\int_v f\, h_n(r) dm = 0$$

Данное условие означает, что в самих силах f присутствует лишь постоянная составляющая

$$\int_v f \times h_n(r) dm \neq 0,$$

Обеспечивающая вращение самого тела с угловой скоростью $\omega(t)$. В дальнейшем это ограничение будет снято. Учитывая вышесказанное, полученную в монографиях [2,3] бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно обобщенных координат можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + u &= \varepsilon U \\ \ddot{v} + v &= \varepsilon V \\ \ddot{w} + w &= \varepsilon W \end{aligned} \qquad (7.1)$$

Общее решение системы дифференциальных уравнений (7.1) при отсутствии соответствующего управления ($\varepsilon = 0$) имеет следующий аналитический вид:

$$\begin{aligned} u &= x_1 cost + x_4 sint \\ v &= x_2 cost + x_5 sint \\ w &= x_3 cost + x_6 sint \end{aligned} \qquad (7.2)$$

Скорости движения по траекториям (7.2) - изменения исходных координат u,v,w получим, дифференцируя выражения (7.2) и имеем

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -x_1 sint + x_4 cost \\ \dot{v} &= -x_2 sint + x_5 cost \\ \dot{w} &= -x_3 sint + x_6 cost \end{aligned} \qquad (7.3)$$

Далее рассмотрим в качестве замены переменных $(u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ в системе уравнений вида (7.1), приводящую ее (после осреднения по времени t) к следующему общему виду уравнения:

$$\dot{x} = \varepsilon X(x) \qquad (7.4)$$

в котором x – новая фазовая переменная, а сама система (7.4) определяет эволюцию в фазовом пространстве тех форм колебаний, которые наблюдаются в системе (7.1) при условии отсутствия управления $\varepsilon = 0$.

При выполнении условия $\varepsilon = 0$ любой траектории в системе (7.1) соответствует неподвижная точка в системе (7.4). Сами траектории при этом определяются параметрическими уравнениями (7.2) и представляют собой плоскую кривую, являющуюся в общем случае эллипсом. Уравнение плоскости, в которой лежит данный эллипс легко получить, если заметить, что для исключения $cost$ и $sint$ из системы (7.2) требуется выполнение условий линейной зависимости:

$$det \begin{Vmatrix} u & x_1 & x_4 \\ v & x_2 & x_5 \\ w & x_3 & x_6 \end{Vmatrix} = 0 \qquad (7.5)$$

На основании (7.5) получаем искомое уравнение

$$\begin{aligned} u(x_2 x_6 - x_3 x_5) + v(x_3 x_4 - x_1 x_6) + \\ + w(x_1 x_5 - x_2 x_4) = 0 \end{aligned} \qquad (7.6)$$

Стоячие волны на поверхности сферической оболочки характеризуются одновременным прохождением всех ее точек в процессе колебаний через положение равновесия, что соответствует одновременному обращению в нуль функций вида (7.2), а это, в свою очередь, означает, что эллиптическая траектория в пространстве параметров (u, v, w) превращается в отрезок прямой.

Плоскость (7.6) в этом случае не определена, что приводит к следующим условиям на фазовый вектор:

$$\begin{aligned} k_1 = (x_3 x_4 - x_1 x_6) = 0,\ k_2 = (x_1 x_5 - x_2 x_4) = 0, \\ k_3 = (x_2 x_6 - x_3 x_5) = 0 \end{aligned} \qquad (7.7)$$

Таким образом, множество упругих стоячих волн произвольно выбранной формы колебаний сферической оболочки, находящееся во взаимно-однозначном соответствии с множеством прямолинейных форм колебаний в системе (7.1) изображается в фазовом пространстве системы (7.4) квадратичным многообразием (7.7), представляющим собой пересечение трех пространственных конических цилиндров.

VIII. Эволюционный базис на фазовом многообразии стоячих волн

Если в системе вида (7.1) выбрать начальные условия так, чтобы при отсутствии управления $\varepsilon = 0$ реализовалась прямолинейная форма колебаний (этим условиям соответствует положение начальной точки в системе (7.4)) на многообразии (7.7), то при выполнении условия $\varepsilon \neq 0$ эта прямолинейная форма, будет претерпевать одну из следующих эволюций: разрушение формы, прецессия формы, изменение частоты колебаний и изменение амплитуды колебаний. Всем этим типам эволюции прямолинейной формы соответствуют определенные направления в фазовом пространстве, нахождению которых мы уделяем особое внимание в данном разделе статьи.

Направление наискорейшего разрушения стоячей волны определяется нормалью к многообразию (7.7):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e_1} &= \frac{dk_1}{dx} = \{-x_6, 0, x_4, x_3, 0, -x_1\} \\ \boldsymbol{e_2} &= \frac{dk_2}{dx} = \{x_5, -x_4, 0, -x_2, x_1, 0\} \\ \boldsymbol{e_3} &= \frac{dk_3}{dx} = \{0, x_6, -x_5, 0, -x_3, x_2\} \end{aligned} \quad (8.1)$$

Если правая часть системы (7.4) принадлежит линейной оболочке трех векторов вида (8.1), то эволюция стоячей волны состоит в ее разрушении.

Для определения направлений в фазовом пространстве системы (7.4) по которым происходит прецессия стоячей волны введем в пространстве исходных переменных (u, v, w) сферическую систему координат:

$$\begin{aligned} u &= r\cos\varphi\cos\psi \\ v &= r\cos\varphi\sin\psi \\ w &= r\sin\varphi \end{aligned} \quad (8.2)$$

Рассмотрим вариацию положения, соответствующую изменению угла ψ:

$$\begin{aligned} \delta u &= -r\cos\varphi\sin\psi\delta\psi = -v\delta\psi \\ \delta v &= r\cos\varphi\cos\psi\delta\psi \\ \delta w &= 0 \end{aligned} \quad (8.3)$$

Тогда, с другой стороны, вариация положения может быть вычислена исходя из формул (7.2):

$$\begin{aligned} \delta u &= \delta x_1 cost + \delta x_4 sint \\ \delta v &= \delta x_2 cost + \delta x_5 sint \\ \delta w &= \delta x_3 cost + \delta x_6 sint \end{aligned} \quad (8.4)$$

Приравнивая эти соотношения (8.4) аналитическим выражениям (7.7), получим

$$\begin{aligned} -v\delta\psi\,\delta u &= \delta x_1 cost + \delta x_4 sint \\ &= -(x_2 cost + x_5 sint)\delta\psi \end{aligned}$$

$$u\delta\psi = \delta x_2 cost + \delta x_5 sint = (x_1 cost + x_4 sint)\delta\psi$$

$$0 = \delta x_3 cost + \delta x_6 sint$$

Устремляя $\delta\psi \to 0$ и приравнивая отдельно в полученных равенствах коэффициенты при $sint$ и $cost$, находим:

$$\frac{dx_1}{d\psi} = -x_2; \frac{dx_2}{d\psi} = x_1;$$

$$\frac{dx_3}{d\psi} = 0; \frac{dx_6}{d\psi} = 0;$$

$$\frac{dx_5}{d\psi} = x_4; \frac{dx_4}{d\psi} = -x_5$$

Иными словами, искомое направление прецессии задается следующим вектором:

$$\boldsymbol{e_4} = \{-x_2, x_1, 0, -x_5, x_4, 0\}$$

Для двух других направлений прецессии (заметим, что всего у эллипса, как у твердого тела три направления элементарных вращений) введем сферическую систему координат, используя циклическую перестановку осей:

Для нахождения направления $\boldsymbol{e_5}$:

$$\begin{aligned} u &= r\cos\varphi\sin\psi \\ v &= r\sin\varphi \\ w &= r\cos\varphi\cos\psi \end{aligned}$$

Соответственно, для нахождения направления $\boldsymbol{e_6}$:

$$\begin{aligned} u &= r\sin\varphi \\ v &= r\cos\varphi\cos\psi \\ w &= r\cos\varphi\sin\psi \end{aligned}$$

Выполняя последовательно оба раза аналогичные выкладки, находим искомые единичные векторы:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e_5} &= \{x_3, 0, -x_1, x_6, 0, -x_4\} \\ \boldsymbol{e_6} &= \{0, -x_3, x_2, 0, -x_6, x_5\} \end{aligned}$$

Для построения направления изменения частоты вариации (8.4) приравняем этим же вариациям, полученным варьированием по времени в общем аналитическом выражении системы (7.2):

$$\begin{aligned} \delta u &= -x_1 sint\delta t + x_4 cost\delta t \\ \delta v &= -x_2 sint\delta t + x_5 cost\delta t \\ \delta w &= -x_3 sint\delta t + x_6 cost\delta t \end{aligned}$$

В результате чего, получим следующий искомый единичный вектор:

$$\boldsymbol{e_7} = \{x_4, x_5, x_6, -x_1, -x_2, -x_3\}$$

Для нахождения направления вариации амплитуды введем уравнение шестимерной сферы единичного радиуса:

$$S = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 - 1) = 0$$

Тогда направление изменения амплитуды определяется градиентом S:

$$\boldsymbol{e_8} = \frac{dS}{dx} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

Сведем все полученные выше результаты вместе. Направления в фазовом пространстве, определяющие основные эволюции прямолинейной формы колебаний в конфигурационном пространстве, задаются следующими векторами:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e_1} &= \{-x_6, 0, x_4, x_3, 0, -x_1\} \\ \boldsymbol{e_2} &= \{x_5, -x_4, 0, -x_2, x_1, 0\} \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$\boldsymbol{e_3} = \{0, x_6, -x_5, 0, -x_3, x_2\}$$

Которые определяют разрушение прямолинейной формы упругих колебаний. Вектора, которые определяют прецессию прямолинейной формы упругих колебаний равны:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e_4} &= \{-x_2, x_1, 0, -x_5, x_4, 0\}\\ \boldsymbol{e_5} &= \{x_3, 0, -x_1, x_6, 0, -x_4\}\\ \boldsymbol{e_6} &= \{0, -x_3, x_2, 0, -x_6, x_5\}\end{aligned} \tag{8.6}$$

Которые определяют прецессию прямолинейной формы упругих колебаний.

Изменение частоты колебаний задает единичный вектор

$$\boldsymbol{e_7} = \{x_4, x_5, x_6, -x_1, -x_2, -x_3\}$$

Изменение амплитуды колебаний задает следующий единичный вектор: $\boldsymbol{e_8} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$.

IX. Алгебраические свойства эволюционного базиса

Вычислим определитель Грама системы векторов (8.5), (8.6) полагая, что матрица Грама имеет следующий вид:

$$\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}} = \left\| \begin{matrix} (\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_1) & \dots & (\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_8) \\ \vdots & & \vdots \\ (\boldsymbol{e}_8\boldsymbol{e}_1) & \dots & (\boldsymbol{e}_8\boldsymbol{e}_8) \end{matrix} \right\| \tag{9.1}$$

где $(\boldsymbol{e}_i\boldsymbol{e}_k)$ – скалярное произведение векторов.

Вычисление скалярных произведений показывает, что матрица Грама имеет блочную структуру, в которой матрица Грама векторов пучков разрушения стоячей волны совпадает с матрицей Грама векторов пучка прецессии.

На рассматриваемом многообразии стоячих волн имеем

$$K_1 = K_2 = K_3 = 0$$

Кроме блочной структуры имеет блочно-диагональный вид с определителем, равным

$$det\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}} = \|\mathrm{x}\|^4 \cdot det^2\boldsymbol{\Gamma}$$

Для матрицы $\boldsymbol{\Gamma}$ имеем $det\,\boldsymbol{\Gamma}$ и следующее аналитическое выражение:

$$\left\| \begin{matrix} x_1^2+x_3^2+x_4^2+x_6^2 & -(x_2x_3+x_5x_6) & -(x_1x_2+x_4x_5) \\ & x_1^2+x_2^2+x_4^2+x_5^2 & -(x_1x_3+x_4x_6) \\ & & x_2^2+x_3^2+x_5^2+x_6^2 \end{matrix} \right\| =$$

$$= (K_1^2 + K_2^2 + K_3^2) \cdot \|\mathrm{x}\|^2 \tag{9.2}$$

Поэтому окончательно имеем

$$det\widetilde{\boldsymbol{\Gamma}} = (K_1^2 + K_2^2 + K_3^2) \cdot \|\mathrm{x}\|^8 \tag{9.3}$$

На многообразии механических стоячих волн $det\boldsymbol{\Gamma} = 0$. Это означает, что три вектора разрушения $\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$ - линейно зависимы. То же можно сказать и про три вектора прецессии $\boldsymbol{e_4}, \boldsymbol{e_5}, \boldsymbol{e_6}$. При этом первый пучок ортогонален второму, а каждый из них ортогонален векторам $\boldsymbol{e_7}$ и $\boldsymbol{e_8}$, которые в свою очередь ортогональны друг другу. Таким образом из каждого пучка рассмотренных выше векторов можно выбрать два взаимно ортогональных вектора, что позволяет построить ортогональный на многообразии K стоячих волн базис, состоящий из шести векторов.

Изучим теперь структуру алгебры операторов, порождаемой эволюционным базисом. Восемь векторных полей вида (8.5) и (8.6), а также векторы $\boldsymbol{e_7}$ и $\boldsymbol{e_8}$, порождают восемь однопараметрических подгрупп некоммутативной восьми параметрической группы. Базис алгебры этой группы задается следующими аналитическими операторами:

$$\begin{aligned}U_1 &= -x_6\frac{\partial}{\partial x_1} + x_4\frac{\partial}{\partial x_3} + x_3\frac{\partial}{\partial x_4} - x_1\frac{\partial}{\partial x_6}\\ U_2 &= x_5\frac{\partial}{\partial x_1} - x_4\frac{\partial}{\partial x_2} - x_2\frac{\partial}{\partial x_4} + x_1\frac{\partial}{\partial x_5}\\ U_3 &= x_6\frac{\partial}{\partial x_2} - x_5\frac{\partial}{\partial x_3} - x_3\frac{\partial}{\partial x_4} + x_2\frac{\partial}{\partial x_6}\\ U_4 &= -x_2\frac{\partial}{\partial x_1} + x_1\frac{\partial}{\partial x_2} - x_5\frac{\partial}{\partial x_4} + x_4\frac{\partial}{\partial x_5}\\ U_5 &= x_3\frac{\partial}{\partial x_1} - x_1\frac{\partial}{\partial x_3} + x_6\frac{\partial}{\partial x_4} - x_4\frac{\partial}{\partial x_6}\\ U_6 &= -x_3\frac{\partial}{\partial x_2} + x_2\frac{\partial}{\partial x_3} - x_6\frac{\partial}{\partial x_5} + x_5\frac{\partial}{\partial x_6}\\ U_7 &= x_4\frac{\partial}{\partial x_1} + x_5\frac{\partial}{\partial x_2} + x_6\frac{\partial}{\partial x_3} - x_1\frac{\partial}{\partial x_4} - x_2\frac{\partial}{\partial x_5} - x_3\frac{\partial}{\partial x_6}\\ U_8 &= x_1\frac{\partial}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial}{\partial x_2} + x_3\frac{\partial}{\partial x_3} + x_4\frac{\partial}{\partial x_4} + x_5\frac{\partial}{\partial x_5} + x_6\frac{\partial}{\partial x_6}\end{aligned} \tag{9.4}$$

Структурные константы рассматриваемой группы получаются в результате вычисления следующих коммутаторов:

$$\begin{gathered}[U_1, U_2] = U_6, [U_1, U_3] = -U_4, [U_1, U_4] = -U_3,\\ [U_1, U_5] = 0,\ [U_1, U_6] = U_2,\ [U_1, U_7] = 0,\\ [U_1, U_8] = 0, [U_2, U_3] = -U_5, \quad [U_2, U_4] = 0,\\ [U_2, U_5] = 0,\ [U_2, U_6] = -U_1,\ [U_2, U_7] = 0,\\ [U_2, U_8] = 0, \quad [U_3, U_4] = U_1, \quad [U_3, U_5] = -U_2,\\ [U_3, U_6] = 0, \quad [U_3, U_7] = 0, \quad [U_3, U_8] = 0,\\ [U_4, U_5] = U_6,\ [U_4, U_6] = -U_5,\ [U_4, U_7] = 0,\\ [U_4, U_8] = 0, [U_5, U_6] = U_4,\ [U_5, U_7] = 0,\\ [U_5, U_8] = 0, [U_6, U_7] = 0,\\ [U_6, U_8] = 0,\ [U_7, U_8] = 0.\end{gathered} \tag{9.5}$$

Из приведенных выше результатов следует, что операторы вариации частоты и вариации амплитуды коммутируют со всеми остальными операторами группы эволюций, из которой выделяется шестимерная подгруппа, порождаемая пучком разрушения волны и пучком прецессии.

Отметим также следующие важные свойства. Коммутатор двух операторов из пучка прецессии – оператор из этого же пучка, что неудивительно, поскольку пучок прецессии порождает трехмерную группу вращений $SO(3)$. При этом коммутатор двух операторов, один из которых

состоит из пучка разрушения, а другой – из пучка прецессии есть оператор из пучка разрушения. Таким образом, в отличие от одномерного случая (классического полусферического ВТГ), когда размерность алгебры эволюций соответствовала размерности фазового пространства (четыре) и была коммутативна, в пространственном случае (полой сферической оболочки) размерность алгебры эволюций (восемь) не совпадает с размерностью фазового пространства (шесть) и является еще и некоммутативной [2].

X. Уравнение стабилизации пространственной стоячей волны

Для того, чтобы нам обеспечить асимптотическую устойчивость возбужденной в полой сферической оболочке пространственной механической стоячей волны при ε=0 в правую часть системы (7.4) введем обратную связь, сформированную следующим образом:

$$\dot{x} = -\sum_{i,j}(a_{i,j})e_i k_j - e_8 S \quad (i,j = 1,2,3) \qquad (10.1)$$

Стационарное состояние $\dot{x}\equiv 0$ для системы достигается на многообразии $k_j = 0,\ S = 0,$ что определяет стоячую волну с равной единицей амплитудой колебаний. Равенство амплитуды колебаний – единице, связано с выбором масштаба измерения длин и приведением их к безразмерной форме. Матрицу 3×3 коэффициентов $a_{i,j}$ надлежит выбрать так, чтобы состояние $k_j = 0,\ S = 0$ было асимптотически устойчивым. Если это будет сделано задача стабилизации стоячей волны будет полностью решена.

Формирование правых частей в системе (10.1) в терминах исходных сил, которые действуют в системе (7.1) надо приложить силы сферические диссипативные, либо гиперболические диссипативные, а амплитуду колебаний взять равной следующему аналитическому выражению:

$$S = \tfrac{1}{2}(\|x\|^2 - 1) \qquad (10.2)$$

В соответствии с проведенными теоретическими исследованиями наиболее эффективно взять диссипативные сферические силы, поскольку их эффективность не зависит от места точки на полной сфере, а зависит только от ее радиуса. Это означает, что в рассматриваемой системе (7.1) член $e_8 S$ будет представлен следующим образом:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + u &= -d\dot{u}S \\ \ddot{v} + v &= -d\dot{v}S \\ \ddot{w} + w &= -d\dot{w}S \end{aligned} \qquad (10.3)$$

Эти уравнения являются аналогом классических уравнений Ван-дер-Поля [3,5], описывающим автоколебания.

Для формирования члена равного

$$\sum_{i,j}(a_{i,j})\, e_i k_j$$

необходимо воспользоваться либо позиционными гиперболическими, либо циркулярными силами. Их амплитуды надо взять пропорциональными k_j с коэффициентами пропорциональности, которые определяются из условия асимптотической устойчивости.

Заметим, что при этом выгоднее брать циркулярные силы, поскольку они не приводят к изменению частоты резонансных колебаний.

Следует особо отметить, что рассматриваемый в данном исследовании принцип стабилизации пространственной стоячей волны принципиально отличается от принятого в настоящее время в современных разработках ВТГ.

Разница заключается в том, что в рассматриваемом нами принципе обратные связи формируются по наблюдению фазового состояния в рамках автономных правых частей. В существующем подходе управление по амплитуде в полусферических резонаторах ВТГ является неавтономным, так как используется параметрическая накачка.

Рассмотрим теперь как происходит выбор самих коэффициентов $a_{i,j}$. Вычислим для этого полные производные по времени рассматриваемой системы (10.1) от k_l и S

$$\frac{dK_l}{dt} = \frac{dK_l}{dx}\dot{x} = e_l\left(-\sum_{i,j}(a_{i,j})\, e_i k_j - e_8 S\right) \qquad (10.4)$$

Заметим, что произведения $e_l \cdot e_i$ представляют собой коэффициенты матрицы Грама. При этом, саму матрицу

$$\sum_{i,j}(a_{i,j})\, e_i e_l = \sum_{i}(a_{i,j})\, \gamma_{i,l}$$

выбираем из следующего условия:

$$\textstyle\sum_i (a_{i,j})\gamma_{i,l} = \delta_{j,l}\cdot det\Gamma \qquad (10.5)$$

где $\delta_{j,l}$ - символ Кронекера: $\delta_{j,l} = 1$ при $j = l$, соответственно $\delta_{j,l} = 0$ при $j \neq l$. Поскольку из указанного выше условия следует, что матрица

$$\left\{\tfrac{1}{\det\boldsymbol{\Gamma}}\ a_{i,j}\right\}$$

является обратной по отношению к матрице Грама и учитывая правило вычисления обратной матрицы заключаем, что матрица

$$\{\, a_{i,j}\}$$

представляет матрицу алгебраических дополнений матрицы Грама:

$$\{\, a_{i,j}\} = \{\boldsymbol{\Gamma}_{i,j}\}$$

Если условие (10.5)

$$\sum_i (a_{i,j})\gamma_{i,l} = \delta_{j,l}\cdot det\boldsymbol{\Gamma}$$

выполнено, то первый член в (10.4) приобретает вид:

$$e_l\left(-\sum_{i,j} a_{i,j}\, e_i k_j\right) = -K_l \det\boldsymbol{\Gamma}$$

Можно показать, что произведение $e_l e_8$ в матрице $\boldsymbol{\Gamma}$ равно следующему выражению:

$$e_l e_8 = 2K_l \qquad (10.6)$$

В результате чего уравнение (10.4) приобретает вид

$$\frac{dK_l}{dt} = -K_l \det\mathbf{\Gamma} - 2K_l S \qquad (10.7)$$

где $l = 1,2,3$.

Вычислим теперь производную от переменной S:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dx}\dot{x} = e_8\left(-\sum_{i,j} a_{i,j}\, e_i k_j - e_8 S\right) \qquad (10.8)$$

В силу равенства $e_l e_8 = 2K_l$ первый член в правой части выражения (10.8) приобретает следующий вид:

$$e_8\left(-\sum_{i,j} a_{i,j}\, e_i k_j\right) = -\sum_{i,j} a_{i,j}\, e_i k_j.$$

При этом во втором слагаемом $(e_8 e_{8)} = \|x\|^2 = (2S + 1)$, поэтому искомое уравнение, выражающее производную по S, запишем так

$$\frac{dS}{dt} = -\sum_{i,j} \Gamma_{i,j}\, k_i k_j - S(2S + 1) \qquad (10.9)$$

Таким образом, уравнение стабилизации пространственной стоячей волны заданной амплитуды с учетом (10.2) приобретает следующий аналитический вид:

$$\frac{dK_l}{dt} = -K_l\,(K_1^2 + K_2^2 + K_3^2)(2S + 1) - 2K_l S \quad (10.10)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\sum_{i,j} \Gamma_{i,j}\, k_i k_j - S(2S + 1) \qquad (10.11)$$

Введем следующие условные обозначения:

$$y=(K_1^2 + K_2^2 + K_3^2)$$

и с учетом этого перепишем систему (10.11) в виде:

$$\frac{dy}{dt} = -2y^2\,(2S + 1) - 4yS$$

$$\frac{dS}{dt} = -\sum_{i,j} \Gamma_{i,j}\, k_i k_j - S(2S + 1)$$

В соответствии с первым приближением метода нормальной формы оставляем в полученной системе лишь резонансные члены:

$$\frac{dy}{dt} = -2y^2;\ \frac{dS}{dt} = -S$$

Откуда вытекают следующие аналитические выражения:

$$y = y_0/(1 + 2\,y_0 t)$$

$$S = S_0 e^{-t}$$

Последние означают асимптотическую устойчивость многообразия y=0, $S = 0$, хотя и не экспоненциальную.

XI. Заключение

1. Из теоретических исследований данной работы следует - трехосный инерциальный датчик (3D-ВТГ) технически реализуем, поскольку существует принципиальная возможность возбуждения и стабилизации пространственной механической стоячей волны при сохранении эффективного функционирования информационного канала.

2. Для многочисленных практических применений мы имеем в одном новом гироскопическом устройстве весьма компактный трёхмерный инерциальный датчик углов поворота и/или угловой скорости [6], позволяющий одновременно измерять приращения трёх квазикоординат - углов псевдо-ориентации, входящие в известные кинематические дифференциальные уравнения (КДУ), интегрируя которые решаем классическую задачу Дарбу определения пространственной ориентации движущегося объекта в трёхмерном пространстве с использованием заданных или известных угловых скоростей.

Работа выполнена в рамках Государственного задания (регистрационный №124012500443-0) в Институте проблем механики им.А.Ю. Ишлинского РАН.

Литература

[1] Bryan G. H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell // Proc. Camb. Phil. Soc., Vol VII, Nov. 24, pp. 101–111, 1890.

[2] В.Ф.Журавлев, Д.М.Климов. «Прикладные методы в теории колебаний». ISBN:5-02-006627-3, - М.: Наука. 1988. – 325с.

[3] Климов Д.М., Журавлёв В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017. 194 с.

[4] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Пространственный эффект инертости упругих волн на сфере // Известия РАН. МТТ. 2021. № 3. С. 3-6.

[5] V.F. Zhuravlev. On the Formation of Feedbacks in the Spatial Oscillator of Van der Pol. // Прикладная математика и механика. 2020, том 84, № 2, с. 151–157.

[6] V. Zhuravlev, S. Perelyaev. The Generalized Foucault Pendulum is a 3D Integrating Gyroscopes Using the Three-Dimensional Precession of Standing Waves in a Rotating Spherically Symmetric Elastic Solid. DGON Inertial Sensors and Systems Symposium. IEEE. Publication Year: 2019, Page(s): 1 – 1

Новые кватернионные алгоритмы БИНС в параметрах Эйлера для определения инерциальной ориентации движущихся объектов: использование структур методов Рунге–Кутты

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com

***Аннотация*—В докладе излагаются новые кватернионные алгоритмы БИНС третьего и четвертого порядков точности, предназначенные для определения ориентации движущихся объектов в инерциальной системе координат. Алгоритмы реализуют численное интегрирование на бортовом вычислителе в реальном масштабе времени классического кватернионного уравнения ориентации объекта в параметрах Эйлера (Родрига-Гамильтона) по информации чувствительных элементов БИНС. Входная информация для первого класса алгоритмов – мгновенная информация о вращательном движении объекта (проекции вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси), для второго класса алгоритмов – интегральная информация (приращения интегралов от проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси (квазикоординаты)). Выходная информация – параметры Эйлера (кватернион инерциальной ориентации) и углы самолётного типа, характеризующие ориентацию объекта в инерциальной системе координат. Алгоритмы ориентации построены по реккурентной схеме с использованием структур классических методов Рунге–Кутты третьего и четвертого порядков точности. Приведены результаты математического моделирования предложенных алгоритмов, демонстрирующие их высокие точностные характеристики.**

Ключевые слова—кватернионные алгоритмы, инерциальная ориентация, движущийся объект, параметры Эйлера (Родрига–Гамильтона), мгновенная и интегральная информация о вращательном движении объекта, структуры методов Рунге–Кутты.

I. Введение

В докладе излагаются новые кватернионные алгоритмы БИНС третьего и четвертого порядков точности, предназначенные для определения ориентации движущихся объектов в инерциальной системе координат, реализующие численное интегрирование на бортовом вычислителе в реальном масштабе времени классического кватернионного дифференциального уравнения ориентации объекта в четырёхмерных параметрах Эйлера (Родрига-Гамильтона) по информации чувствительных элементов БИНС (гироскопов).

Классические методы Рунге–Кутты численного интегрирования кватернионного дифференциального уравнения ориентации и предложенный нами в докладе первый класс алгоритмов интегрирования этого уравнения используют в качестве входной информации значения коэффициентов этих уравнений (значения проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси).

Поэтому, чтобы применить структуры методов Рунге–Кутты численного интегрирования кватернионного дифференциального уравнения ориентации в случае использования интегральной первичной информации о вращательном движении объекта (приращений интегралов от проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси (квазикоординат)) нами предложены различные алгоритмы формирования проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси по измеренным квазикоординатам, использующие или методы Симпсона и трапеций, или полиномы второй степени, или ряды Тейлора. Эти алгоритмы включены в общие кватернионные структуры различных версий второго класса алгоритмов ориентации.

II. Алгоритмы ориентации в параметрах Эйлера (Родрига–Гамильтона), реализующие структуры методов Рунге-Кутты 4 и 3 порядков точности с использованием мгновенной информации об угловом движении объекта

Кватернионное дифференциальное уравнение ориентации объекта в четырёхмерных параметрах Эйлера (Родрига-Гамильтона) имеет известный вид (2.1):

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\lambda} \circ \boldsymbol{\omega}_x(t), \qquad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}_v = \lambda_0 + \lambda_1\mathbf{i} + \lambda_2\mathbf{j} + \lambda_3\mathbf{k}, \quad \boldsymbol{\omega}_x = \omega_1\mathbf{i} + \omega_2\mathbf{j} + \omega_3\mathbf{k},$$

где $\boldsymbol{\lambda}$ – кватернион ориентации объекта в инерциальной системе координат; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости объекта, $\boldsymbol{\omega}_x$ – его отображение на оси связанной с объектом системы координат X; λ_j (j = 0, 1, 2, 3) – параметры Родрига–Гамильтона (Эйлера), ω_k (k = 1, 2, 3) – проекции вектора $\boldsymbol{\omega}$ на оси связанной системы координат; $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – векторные мнимые единицы Гамильтон.

2.1. Полученные алгоритмы ориентации в приращениях параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона)

$\lambda_j^* = \Delta\lambda_j$, реализующие структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием мгновенной информации об абсолютном угловом движении объекта имеют следующий вид:

1) Алгоритм вычисления кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на текущем шаге интегрирования:

$$\boldsymbol{\lambda}_n = \boldsymbol{\lambda}_{n-1} \circ \boldsymbol{\lambda}^*. \tag{2.2}$$

2) Алгоритм вычисления приращения $\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda}$ кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на шаге интегрирования (верхняя черта – символ сопряжения, центральный кружок – символ кватернионного умножения):

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda} = \bar{\boldsymbol{\lambda}}(t_{n-1}) \circ \boldsymbol{\lambda}(t_n) = \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{n-1} \circ \boldsymbol{\lambda}_n = \\ = 1 + (1/12)(\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4).\end{aligned} \tag{2.3}$$

3) Алгоритмы вычисления кватернионных коэффициентов $\mathbf{K}_i$, входящих в кватернионную модифицированную формулу (2.3) метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности ($h = t_n - t_{n-1}$ – шаг интегрирования):

$$\begin{aligned}&\mathbf{K}_1 = h\boldsymbol{\omega}(t_{n-1}),\\ &\mathbf{K}_2 = h(1 + 0.25\mathbf{K}_1) \circ \boldsymbol{\omega}(t_{n-1} + 0.5h),\\ &\mathbf{K}_3 = h(1 + 0.25\mathbf{K}_2) \circ \boldsymbol{\omega}(t_{n-1} + 0.5h),\\ &\mathbf{K}_4 = h(1 + 0.5\mathbf{K}_3) \circ \boldsymbol{\omega}(t_{n-1} + h).\end{aligned} \tag{2.4}$$

2.2. Полученные алгоритмы ориентации в приращениях параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) $\lambda_j^* = \Delta\lambda_j$, реализующие структуры методов Рунге-Кутты 3-го порядка точности с использованием мгновенной информации об абсолютном угловом движении объекта имеют следующий вид:

1) Алгоритм вычисления кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на текущем шаге интегрирования имеет вид (2.2).

2) Алгоритм вычисления приращения $\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda}$ кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на шаге интегрирования:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda} = \bar{\boldsymbol{\lambda}}(t_{n-1}) \circ \boldsymbol{\lambda}(t_n) = \bar{\boldsymbol{\lambda}}_{n-1} \circ \boldsymbol{\lambda}_n = \\ = 1 + (1/12)(\mathbf{K}_1 + 4\mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3).\end{aligned} \tag{2.5}$$

3) Алгоритмы вычисления кватернионных коэффициентов $\mathbf{K}_i$, входящих в кватернионную модифицированную формулу (2.5) метода Рунге-Кутты 3-го порядка точности ($h = t_n - t_{n-1}$ – шаг интегрирования):

$$\begin{aligned}&\mathbf{K}_1 = h\boldsymbol{\omega}(t_{n-1}),\\ &\mathbf{K}_2 = h(1 + 0.25\mathbf{K}_1) \circ \boldsymbol{\omega}(t_{n-1} + 0.5h),\\ &\mathbf{K}_3 = h(1 - 0.5\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2) \circ \boldsymbol{\omega}(t_{n-1} + h).\end{aligned} \tag{2.6}$$

III. Алгоритмы ориентации в параметрах Эйлера (Родрига–Гамильтона), реализующие структуры методов Рунге-Кутты 4 и 3 порядков точности с использованием интегральной информации об угловом движении объекта

Первый вариант алгоритмов ориентации в приращениях параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) $\lambda_j^* = \Delta\lambda_j$, реализующих структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта имеют следующий вид (считается, что известно (задано) начальное значение вектора абсолютной угловой скорости объекта $\boldsymbol{\omega}(t_0)$ в начальный момент времени t_0):

1) Алгоритм вычисления коэффициентов $\mathbf{K}_i$, входящих в формулы метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности, на первом шаге интегрирования:

$$\mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\gamma}_1 = h\boldsymbol{\omega}(t_0), \tag{3.1}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^* = 5\boldsymbol{\gamma}' + \boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}_1, \tag{3.2}$$

где $\boldsymbol{\gamma}'$ и $\boldsymbol{\gamma}''$ – входная интегральная информация алгоритма, измеряемая гироскопами:

$$\boldsymbol{\gamma}' = \int_{t_0}^{t_0+h/2} \boldsymbol{\omega}(t)dt, \quad \boldsymbol{\gamma}'' = \int_{t_0+h/2}^{t_0+h} \boldsymbol{\omega}(t)dt, \quad t_0 + h = t_1;$$

$$\mathbf{K}_2 = 0.5(1 + 0.25\mathbf{K}_1) \circ \boldsymbol{\gamma}^*, \tag{3.3}$$

$$\mathbf{K}_3 = 0.5(1 + 0.25\mathbf{K}_2) \circ \boldsymbol{\gamma}^*, \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\Gamma}_1 = \boldsymbol{\gamma}_1 + 4(\boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}'),\\ &\mathbf{K}_4 = (1 + 0.5\mathbf{K}_3) \circ \boldsymbol{\Gamma}_1.\end{aligned} \tag{3.5}$$

2) Алгоритм вычисления приращения $\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda}$ кватерниона ориентации на первом шаге интегрирования имеет вид (2.3).

3) Алгоритм вычисления кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на первом шаге интегрирования:

$$\boldsymbol{\lambda}_1 = \boldsymbol{\lambda}_0 \circ \boldsymbol{\lambda}^*, \quad \boldsymbol{\lambda}_0 = \boldsymbol{\lambda}(t_0). \tag{3.6}$$

На втором и последующих шагах интегрирования расчет проводится по следующим алгоритмам:

1) Алгоритм вычисления коэффициентов $\mathbf{K}_i$, входящих в формулы метода Рунге-Кутты 4-го порядка точности, на втором и последующих шагах интегрирования**:**

$$\mathbf{K}_1 = h\boldsymbol{\omega}(t_{n-1}) = \boldsymbol{\gamma}_n = \boldsymbol{\Gamma}_{n-1}, \quad n = 2,3\ldots,$$

где кватерниону $\boldsymbol{\gamma}_n$ присваивается значение кватерниона $\boldsymbol{\Gamma}_{n-1} = \boldsymbol{\gamma}_{n-1} + 4(\boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}')$, вычисленное

на предыдущем шаге интегрирования при нахождении на этом шаге коэффициента $\mathbf{K}_4$.

$$\boldsymbol{\gamma}^* = 5\boldsymbol{\gamma}' + \boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}_n,$$

$$\mathbf{K}_2 = 0.5(1 + 0.25\mathbf{K}_1) \circ \boldsymbol{\gamma}^*,$$

$$\mathbf{K}_3 = 0.5(1 + 0.25\mathbf{K}_2) \circ \boldsymbol{\gamma}^*,$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_n = \boldsymbol{\gamma}_n + 4(\boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}'),$$
$$\mathbf{K}_4 = (1 + 0.5\mathbf{K}_3) \circ \boldsymbol{\Gamma}_n,$$

где $\boldsymbol{\gamma}'$ и $\boldsymbol{\gamma}''$ – входная интегральная информация алгоритма, измеряемая гироскопами на 2-м, 3-м и последующих шагах интегрирования:

$$\boldsymbol{\gamma}' = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h/2} \boldsymbol{\omega}(t)dt, \quad \boldsymbol{\gamma}'' = \int_{t_{n-1}+h/2}^{t_{n-1}+h} \boldsymbol{\omega}(t)dt,$$
$$t_{n-1} + h = t_n, \quad n = 2,3....$$

2) Алгоритм вычисления приращения $\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda}$ кватерниона ориентации на втором и последующих шагах интегрирования имеет вид (2.3).

3) Алгоритм вычисления кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на втором и последующих шагах интегрирования:

$$\boldsymbol{\lambda}_n = \boldsymbol{\lambda}_{n-1} \circ \boldsymbol{\lambda}^*, \quad n = 2,3....$$

Алгоритмы 2) и 3) такие же, как и алгоритмы, используемые на первом шаге интегрирования.

Второй вариант алгоритмов ориентации в приращениях параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) $\lambda_j^* = \Delta\lambda_j$, реализующих структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта.

В первом выше изложенном алгоритме в начальный момент времени t_0 необходимо знать значение вектора абсолютной угловой скорости объекта $\boldsymbol{\omega}(t_0)$. Но это требование можно исключить, используя первые три измеренные приращения векторных квазиуглов.

Этот предложенный второй вариант алгоритмов ориентации в приращениях параметров Эйлера, реализующих структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта заключается в следующем:

На первом шаге второго алгоритма по трём интегралам $\boldsymbol{\gamma}_i$:

$$\boldsymbol{\gamma}_0 = \int_{t_0}^{t_0+h/2} \boldsymbol{\omega}(t)\,dt; \boldsymbol{\gamma}_1 = \int_{t_0+h/2}^{t_0+h} \boldsymbol{\omega}(t)\,dt; \boldsymbol{\gamma}_2 = \int_{t_0+h}^{t_0+3h/2} \boldsymbol{\omega}(t)\,dt,$$

измеренным на первых трех интервалах времени, определяется значение кватерниона $\boldsymbol{\gamma}$ по формуле (получена Я.Г. Сапунковым):

$$\boldsymbol{\gamma} = h\boldsymbol{\omega}(t_0) = \frac{1}{6}(11\boldsymbol{\gamma}_0 - 7\boldsymbol{\gamma}_1 + 2\boldsymbol{\gamma}_2).$$

Далее на этом шаге используем алгоритм (3.1)-(3.6), (2.3).

На втором и последующих шагах интегрирования расчет проводится по тем же алгоритмам, которые были описаны выше в первом варианте алгоритмов.

Алгоритмы ориентации в приращениях параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) $\lambda_j^* = \Delta\lambda_j$, реализующие структуры методов Рунге-Кутты 3-го порядка точности с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта

$$\boldsymbol{\gamma}' = \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+h/2} \boldsymbol{\omega}(t)dt, \quad \boldsymbol{\gamma}'' = \int_{t_{n-1}+h/2}^{t_{n-1}+h} \boldsymbol{\omega}(t)dt,$$
$$t_{n-1} + h = t_n, \quad n = 1,2,3...$$

имеют следующий вид:

1) Алгоритм вычисления коэффициентов $\mathbf{K}_i$, входящих в модифицированную формулу метода Рунге-Кутты 3-го порядка точности:

На первом шаге интегрирования:

$$\mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\gamma}_1 = h\boldsymbol{\omega}(t_0).$$

На втором и последующих шагах интегрирования

$$\mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\gamma}_{n-1} + 4(\boldsymbol{\gamma}''_{n-1} - \boldsymbol{\gamma}'_{n-1}), \quad n = 2,3...,$$

$$\mathbf{K}_2 = 0.5(1 + 0.25\mathbf{K}_1) \circ (5\boldsymbol{\gamma}' + \boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}),$$

$$\mathbf{K}_3 = (1 + \mathbf{K}_2 - 0.5\mathbf{K}_1) \circ (\boldsymbol{\gamma} + 4(\boldsymbol{\gamma}'' - \boldsymbol{\gamma}')).$$

2) Алгоритм вычисления приращения $\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda}$ кватерниона ориентации на шаге интегрирования:

$$\boldsymbol{\lambda}^* = \Delta\boldsymbol{\lambda} = 1 + (1/12)(\mathbf{K}_1 + 4\mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3).$$

3) Алгоритм вычисления кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$ на текущем шаге интегрирования:

$$\boldsymbol{\lambda}_n = \boldsymbol{\lambda}_{n-1} \circ \boldsymbol{\lambda}^*.$$

Отметим, что все полученные нами алгоритмы ориентации построены по удобной реккурентной схеме и что для вычисления инерциальной ориентации объекта использована рациональная кватернионная вычислительная схема в приращениях параметров Эйлера, реализующая кватернионную формулу сложения поворотов объекта.

IV. Моделирование алгоритмов ориентации

Для моделирования алгоритмов ориентации, в которых используется интегральная первичная информация о

вращательном движении объекта (приращения интегралов от проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси (квазикоординаты)) нами предложены различные алгоритмы формирования проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси по измеренным квазикоординатам, в которых используются или методы Симпсона и трапеций, или полиномы второй степени, или ряды Тейлора. Эти алгоритмы включены в общие кватернионные структуры различных версий второго класса алгоритмов ориентации.

Челноковой Л.А. проведено математическое моделирование изложенных выше алгоритмов ориентации с помощью разработанной ею программой с целью оценки их методических погрешностей. При моделировании движения объекта предполагается, что он совершает по каждой из трех угловых переменных (типа самолётных углов) гармонические колебания. Моделировались гармонические колебания объекта с различными амплитудами и частотами, использовались различные шаги интегрирования. Время движения объекта (интегрирования) – 600 с (10 мин). Моделирование показало высокие точностные характеристики предложенных алгоритмов.

Приведём результаты моделирования алгоритмов ориентации, реализующих структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием мгновенной или интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта, для одного из вариантов моделирования угловых движений объекта.

Максимальные методические погрешности определения углов ориентации для амплитуд угловых гармонических колебаний объекта, равных 5-15 град, и частот колебаний, равных 0.5-1 гц:

- при использовании мгновенной информации: для шага интегрирования h = 0.001 с лежат в диапазоне 10^{-9}-10^{-8} град, для шага интегрирования 0.01 с – в диапазоне 10^{-7}-10^{-6} град;
- при использовании интегральной информации: для шага интегрирования h = 0.001 с лежат в диапазоне 10^{-7}-10^{-6} град, для шага интегрирования h = 0.01 с – в диапазоне 10^{-5}-10^{-3} град (погрешности различны для различных угловых переменных).

Погрешности второго класса алгоритмов ориентации, использующих входную интегральную информацию о движении объекта, включают в себя методические погрешности формирования этой информации по задаваемой при моделировании мгновенной информации о движении объекта, а также включают в себя методические погрешности предложенных алгоритмов формирования мгновенной информации по интегральной информации, входящих во второй класс алгоритмов. Поэтому погрешности второго класса алгоритмов существенно больше погрешностей первого класса алгоритмов.

Сравнение новых алгоритмов ориентации 4-го порядка точности, построенных нами на основе классического кватернионного дифференциального уравнения ориентации объекта в четырёхмерных параметрах Эйлера и реализующих структуры методов Рунге-Кутты 4-го порядка точности с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта, с алгоритмами ориентации 4-го порядка точности, построенными нами ранее на основе предложенного докладчиком нового кватернионного дифференциального уравнения ориентации в ассоциированных кватернионах (в кватернионах, имеющих нулевые скалярные части) с помощью метода последовательного приближения Пикара и с использованием интегральной информации об абсолютном угловом движении объекта [1-3], показало, что эти алгоритмы сопоставимы по точности (с небольшим преимуществом алгоритмов, построенных нами на основе кватернионного дифференциального уравнения ориентации в ассоциированных кватернионах).

Литература

[1] Y.N. Chelnokov, S.E. Perelyaev, “New Equations and Algorithms for Orientation and Navigations of SDINS with Four-Dimensional Skew-Symmetric Operators”, 21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2014 – Proceedings 21, pp. 365-369, 2014.

[2] S.E. Perelyaev, Yu.N.Chelnokov, “New algorithms for determining the inertial orientation of an objekt”, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 78, issue 6, pp. 560-567, 2014.

[3] Yu.N. Chelnokov1, S.E. Perelyaev, L.A. Chelnokova, “An Investigation of Algorithms for Estimating the Inertial Orientation of a Moving Object”, Izv. Sarat. Un-ta. New Ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics, vol. 16, issue 1, pp. 80-95, 2016.

Квазиоптимальное по быстродействию угловое ускорение космического аппарата, полученное в рамках кинематической интерпретации Пуансо

А.В. Молоденков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
molalexei@yandex.ru

Я.Г. Сапунков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
SapunkovYaG@mail.ru

Т.В. Молоденкова
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина
Саратов, Россия
moltw@yandex.ru

***Аннотация*—Рассматривается кинематическая задача поиска оптимального по быстродействию программного углового ускорения космического аппарата (КА) при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА. В рамках кинематической интерпретации Пуансо, представляющей произвольное угловое движение твердого тела вокруг неподвижной точки как обобщенное коническое движение, с использованием принципа максимума Понтрягина получено квазиоптимальное аналитическое решение задачи, которое доведено до алгоритма. Доклад представляет теоретически и численно обоснованный аналитический квазиоптимальный алгоритм построения программного углового ускорения КА, который по результатам близок к оптимальному.**

Ключевые слова—космический аппарат, твердое тело, угловое ускорение, кинематическая интерпретация Пуансо, произвольные граничные условия, квазиоптимальное управление, алгоритм.

I. Введение

При решении многих задач наведения и управления космическими аппаратами может понадобиться знать оптимальное в том или ином смысле программное угловое ускорение космического аппарата (КА) при произвольных заданных граничных условиях. Так как точное решение задачи не известно, то, как правило, в литературе такое ускорение приближенно ищется либо численно, либо аналитически на основе полиномов (сплайнов), например, посредством представления кватерниона ориентации КА полиномами и выражения вектора угловой скорости через этот кватернион. Однако никаких гарантий (доказанных теорем или соображений из теоретической механики), что на всей совокупности угловых движений КА, при любых граничных условиях эти аналитические решения будут достаточно хорошо аппроксимировать оптимальную траекторию углового движения КА, не приводится.

В докладе исследуется кинематическая задача поиска оптимального по быстродействию программного углового ускорения КА при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА с ограниченным управлением. Получить оптимальное аналитическое решение этой задачи при произвольных граничных условиях затруднительно, т.к. точное решение задачи нахождения ориентации твёрдого тела по его известной угловой скорости (задачи Дарбу) в общем случае не известно. В рамках классической кинематической интерпретации Пуансо углового движения твердого тела вокруг неподвижной точки как обобщённого конического движения задача поиска оптимального углового ускорения КА переформулирована в этом классе движений. Траектория КА задана явными выражениями, которые содержат произвольные кватернионную и скалярные постоянные и две произвольные скалярные функции, которые являются параметрами обобщённого конического движения. Применительно к этим параметрам и их производным ставится и решается оптимизационная задача, в которой в качестве управлений выступают вторые производные от этих параметров. При этом общность исходной задачи практически не нарушается, так как известное точное решение классической задачи поиска оптимального углового ускорения в случае плоского эйлерова поворота КА или точное решение в новом частном случае регулярной прецессии, который получен в докладе, и аналогичные решения задачи в рамках рассматриваемой концепции полностью совпадают (или, иными словами, известные аналитические оптимальные решения задачи при своих граничных условиях "вкладываются" в предлагаемый подход); в других случаях в числовых расчётах решения исходной задачи и предлагаемого аналитического решения относительная погрешность между значениями функционала оптимизации (времени быстродействия), который является определяющей характеристикой задачи, составляет не более одного процента, включая повороты КА на большие углы. Поэтому предлагаемое аналитическое решение задачи может обоснованно трактоваться как квазиоптимальное по отношению к классической задаче поиска оптимального углового ускорения КА. Приведены явные выражения для кватерниона ориентации и вектора угловой скорости КА, посредством дифференцирования выражения вектора угловой скорости получена явная формула углового ускорения КА; записан аналитический алгоритм решения задачи, который может быть использован на борту КА.

Разработанный аналитический метод решения ранее был успешно применен в полных динамических задачах оптимальных разворотов КА различных конфигураций с различными критериями оптимизации [1–7]. В докладе на XXXI МКИНС-2024 авторами было представлено

более простое гладкое квазиоптимальное решение задачи поиска оптимального по энергии углового ускорения КА при произвольных граничных условиях с фиксированным временем переориентации и неограниченным управлением [8].

II. Постановка классической задачи

Угловое движение КА как твердого тела вокруг центра масс описывается уравнениями [9]:

$$2\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}(t) \tag{2.1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.2}$$

где $\mathbf{\Lambda}(t) = \lambda_0(t) + \lambda_1(t)i_1 + \lambda_2(t)i_2 + \lambda_3(t)i_3$ – кватернион описывающий положение КА в инерциальном пространстве; $\boldsymbol{\omega}(t) = \omega_1(t)\mathbf{i}_1 + \omega_2(t)\mathbf{i}_2 + \omega_3(t)\mathbf{i}_3$ – вектор угловой скорости, заданный своими проекциями в связанной с КА системе координат; i_1, i_2, i_3 – орты гиперкомплексного пространства (мнимые единицы Гамильтона), которые можно идентифицировать с ортами трехмерного векторного пространства $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$, символ «$\circ$» – кватернионное умножение; $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = [\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \varepsilon_3(t)]^T$ – вектор углового ускорения. Фазовые координаты $\mathbf{\Lambda}, \boldsymbol{\omega}$ и управление $\boldsymbol{\varepsilon}$ удовлетворяют требованиям задачи оптимального управления [10]: ($\mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega}(t)$ – непрерывные функции, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ – кусочно-непрерывная функция); кватернион $\mathbf{\Lambda}(t)$ нормирован, т.е. $\|\mathbf{\Lambda}\| = \lambda_0{}^2 + \lambda_1{}^2 + \lambda_2{}^2 + \lambda_3{}^2 = 1$.

Вектор углового ускорения ограничен по модулю:

$$|\boldsymbol{\varepsilon}| \le \varepsilon_{\max} \tag{2.3}$$

Заданы произвольные граничные условия по угловому положению и угловой скорости КА:

$$\mathbf{\Lambda}(0) = \mathbf{\Lambda}_0,\ \mathbf{\Lambda}(T) = \mathbf{\Lambda}_T \tag{2.4}$$

$$\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0,\ \boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T \tag{2.5}$$

Ставится задача найти оптимальное управление $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}}(t)$, доставляющее минимум функционалу:

$$J = T \tag{2.6}$$

III. Переход к безразмерным переменным

Так как основная переменная задачи кватернион $\mathbf{\Lambda}$ является безразмерной величиной, с использованием формул

$$t^{\text{безраз}} = t\,\varepsilon_{\max}^{1/2},\ \boldsymbol{\omega}^{\text{безраз}} = \boldsymbol{\omega}\,\varepsilon_{\max}^{-1/2},\ \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{безраз}} = \boldsymbol{\varepsilon}\,\varepsilon_{\max}^{-1}$$

переформулируем задачу в безразмерных переменных, при этом все выражения постановки задачи кроме ограничения на модуль вектора углового ускорения КА

$$|\boldsymbol{\varepsilon}| \le 1 \tag{3.1}$$

не изменятся. Далее рассмотрим безразмерную постановку задачи (2.1), (2.2), (2.4)–(2.6), (3.1).

IV. Применение принципа максимума

Применяя принцип максимума Понтрягина [9, 10], введем сопряженные переменные $\mathbf{\Psi}(t)$ (кватернион), $\boldsymbol{\varphi}(t)$ (вектор) к фазовым переменным $\mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega}(t)$ соответственно. Функция Гамильтона-Понтрягина

$$H = (\mathbf{\Psi}, \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega})/2 + (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \tag{4.1}$$

где “(. , .)” – скалярное произведение векторов.

Уравнения для сопряженных переменных

$$\begin{cases} 2\dot{\mathbf{\Psi}} = \mathbf{\Psi} \circ \boldsymbol{\omega}, \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\,\mathbf{vect}\left(\tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}\right)/2 \end{cases} \tag{4.2}$$

где “**vect**(.)”– векторная часть кватерниона, а символ “~” означает сопряжение кватерниона.

Кватернионные уравнения для переменных $\mathbf{\Psi}$ и $\mathbf{\Lambda}$ совпадают, следовательно, их решения различаются на постоянный кватернион $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{C} \circ \mathbf{\Lambda} \tag{4.3}$$

В силу этого и учитывая обозначение [9]

$$\mathbf{p} = \mathbf{vect}(\tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}) = \tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_v \circ \mathbf{\Lambda}, \tag{4.4}$$

где $\mathbf{c}_v$ – векторная часть кватерниона $\mathbf{C}$, выражения (4.2) примут вид

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \tilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_v \circ \mathbf{\Lambda}, \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\,\mathbf{p}/2 \end{cases} \tag{4.5}$$

Таким образом, в силу самосопряженности линейной дифференциальной системы уравнений (2.1), размерность краевой задачи принципа максимума понижается на четыре [9]. Из условия максимума (4.1) получим структуру оптимального управления:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}} = \boldsymbol{\varphi}/|\boldsymbol{\varphi}| \tag{4.6}$$

Из (2.1), (2.2), (4.5), (4.6) имеем:

$$\dot{\mathbf{p}} = [\mathbf{p}, \boldsymbol{\omega}],\ \mathbf{p} = -2|\boldsymbol{\varphi}|\frac{d^2\boldsymbol{\omega}}{dt^2} - 2\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\frac{d|\boldsymbol{\varphi}|}{dt},$$

где “[. , .]” означает векторное произведение.

Следовательно, на всем интервале времени движения оптимальная угловая скорость КА должна удовлетворять векторному дифференциальному уравнению третьего порядка

$$\frac{d^3\boldsymbol{\omega}}{dt^3} = \left[\frac{d^2\boldsymbol{\omega}}{dt^2}, \boldsymbol{\omega}\right] + \frac{1}{|\boldsymbol{\varphi}|}\left(\frac{d|\boldsymbol{\varphi}|}{dt}\left(\left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}, \boldsymbol{\omega}\right] - 2\frac{d^2\boldsymbol{\omega}}{dt^2}\right) - \frac{d^2|\boldsymbol{\varphi}|}{dt^2}\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\right) \tag{4.7}$$

Решение поставленной задачи оптимального управления сводится, тем самым, к решению краевой задачи (2.1), (4.7), (2.4), (2.5).

С учетом переменной $\mathbf{p}$ (4.4) функция Гамильтона-Понтрягина (4.1) запишем так:

$$H = (\mathbf{p}, \boldsymbol{\omega})/2 + (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \tag{4.8}$$

V. Точное решение задачи поиска оптимального углового ускорения КА в частном случае

Будем искать решение уравнений (2.1), (4.7) в классе конических движений при постоянном $|\boldsymbol{\varphi}| = c$. Для этого оптимальную угловую скорость КА представим в виде

$$\boldsymbol{\omega} = \tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \alpha \sin \Omega t + \mathbf{i}_2 \alpha \cos \Omega t + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K} \qquad (5.1)$$

где $\mathbf{K}$ (кватернион) и α, Ω – неизвестные постоянные; $\|\mathbf{K}\| = 1$. Кватернион $\mathbf{K}$ позволяет поворачивать вектор в круглой скобке в формуле (5.1) вокруг некоторой постоянной оси, проходящей через неподвижную точку КА. Последовательно дифференцируя (5.1) три раза по переменной t и подставляя результаты в (4.7) можно убедиться в выполнении равенства. При этом отметим, что $\dddot{\boldsymbol{\omega}} = [\ddot{\boldsymbol{\omega}}, \boldsymbol{\omega}] = (\ddot{\boldsymbol{\omega}} \circ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \circ \ddot{\boldsymbol{\omega}})/2$

Траектория движения КА при угловой скорости (5.1) из (2.1) находится явно и имеет вид регулярной прецессии

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \tilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha t/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 \Omega t/2\} \circ \mathbf{K} \qquad (5.2)$$

где "$\mathbf{exp}\{.\}$" обозначает кватернионную экспоненту [9].

В выражения (5.1), (5.2) входят пять произвольных постоянных $K_0, K_1, K_2, \alpha, \Omega$. Ограничение на модуль вектора углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ (3.1) выполняется при условии $\alpha^2\Omega^2 = 1$. Удовлетворим граничные условия задачи (2.3), (2.4). Из-за недостаточного количества произвольных постоянных в выражении (5.1), на величины $|\boldsymbol{\omega}_0|$ и $\boldsymbol{\omega}_T$ будут наложены требования в ходе дальнейшего решения задачи. Направление единичного вектора начальной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_0^e = \boldsymbol{\omega}_0 / |\boldsymbol{\omega}_0|$ произвольно и задано. При t=0 из (5.1):

$$\boldsymbol{\omega}_0 = |\boldsymbol{\omega}_0| \boldsymbol{\omega}_0^e = \tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_2 \alpha + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K} \qquad (5.3)$$

$$\|\boldsymbol{\omega}_0\| = \|\tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_2 \alpha + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K}\| = \|\tilde{\mathbf{K}}\| \|\mathbf{i}_2 \alpha + \mathbf{i}_3 \Omega\| \|\mathbf{K}\| = \alpha^2 + \Omega^2 \qquad (5.4)$$

На правом конце траектории КА при t=T из (5.2) имеем

$$\boldsymbol{\Lambda}_T = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \tilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha T/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 \Omega T/2\} \circ \mathbf{K} \qquad (5.5)$$

$$\mathrm{scal}(\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T) = \mathrm{scal}(\mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha T/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 \Omega T/2\}) \qquad (5.6)$$

где "scal(.)" обозначает скалярную часть кватерниона. Из (5.2), (5.3)–(5.5) найдем величины T, $|\boldsymbol{\omega}_0|$, α, Ω, $\mathbf{K}$.

Представим (5.3), (5.5) в виде:

$$(\mathbf{i}_2 \alpha + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K} - \mathbf{K} \circ \boldsymbol{\omega}_0 = 0$$

$$\mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha T/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 \Omega T/2\} \circ \mathbf{K} - \mathbf{K} \circ \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T = 0$$

или та же запись на основе m- и n- матриц, изоморфных кватернионам [11]:

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\alpha & -\Omega \\ 0 & 0 & -\Omega & \alpha \\ \alpha & \Omega & 0 & 0 \\ \Omega & -\alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{01} & -\omega_{02} & -\omega_{03} \\ \omega_{01} & 0 & \omega_{03} & -\omega_{02} \\ \omega_{02} & -\omega_{03} & 0 & \omega_{01} \\ \omega_{03} & \omega_{02} & -\omega_{01} & 0 \end{bmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.7)$$

$$\left(\begin{bmatrix} m_0 & -m_1 & -m_2 & -m_3 \\ m_1 & m_0 & -m_3 & m_2 \\ m_2 & m_3 & m_0 & -m_1 \\ m_3 & -m_2 & m_1 & m_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_0 & -n_1 & -n_2 & -n_3 \\ n_1 & n_0 & n_3 & -n_2 \\ n_2 & -n_3 & n_0 & n_1 \\ n_3 & n_2 & -n_1 & n_0 \end{bmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.8)$$

где элементы матрицы коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (5.8) определяются компонентами кватернионов:

$$\mathbf{m} = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha T/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 \Omega T/2\} \qquad (5.9)$$

$$\mathbf{n} = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T \qquad (5.10)$$

При этом

$$\|\mathbf{m}\| = 1 \qquad (5.11)$$

$$\|\mathbf{n}\| = 1 \qquad (5.12)$$

Отметим, что ранги матриц коэффициентов систем (5.7), (5.8) равны двум.

Выбирая из (5.7), (5.8) по два линейно независимых уравнения, получим СЛАУ

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega_{01} & \omega_{02} - \alpha & \omega_{03} - \Omega \\ -\omega_{01} & 0 & -(\omega_{03} + \Omega) & \omega_{02} + \alpha \\ m_1 - n_1 & 0 & -(m_3 + n_3) & m_2 + n_2 \\ 0 & n_1 - m_1 & n_2 - m_2 & n_3 - m_3 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.13)$$

Для существования ненулевых решений этой однородной СЛАУ определитель матрицы коэффициентов СЛАУ должен быть равен нулю. Отсюда с учетом (5.4), (5.5), (5.18), (5.19) получим

$$|\boldsymbol{\omega}_0| = (m_2 \alpha + m_3 \Omega)/(n_1 \omega_{01}^e + n_2 \omega_{02}^e + n_3 \omega_{03}^e) \qquad (5.14)$$

Из (5.4), (5.6), (5.14) с учетом (5.9), (5.10) следует три уравнения для определения величин α, Ω, T

$$\begin{cases} \alpha^2\Omega^2 = 1, \\ (\alpha^2+\Omega^2)(n_1\omega_{01}^e + n_2\omega_{02}^e + n_3\omega_{03}^e)^2 - \\ -(m_2\alpha + m_3\Omega)^2 = 0, \\ \mathrm{scal}(\tilde{\mathbf{\Lambda}}_0 \circ \mathbf{\Lambda}_T) - cos(\alpha T/2)cos(\Omega T/2) = 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

Величина $|\boldsymbol{\omega}_0|$ определяется по формуле (5.14) после решения системы (5.15). В системе (5.13) нижнее уравнение заменим условием $\|\mathbf{K}\| = 1$. Из первых трех уравнений системы (5.13) выражаются величины K_0, K_1, K_2 через величину K_3:

$$K_0 = A_0K_3/D,\ K_1 = A_1K_3/D,\ K_2 = A_2K_3/D \quad (5.16)$$

$$A_0 = \omega_{01}\left[-(\omega_{03}+\Omega)(m_2+n_2) + (\omega_{02}+\alpha)(m_3+n_3)\right] \quad (5.17)$$

$$A_1 = \omega_{01}\left[(\Omega-\omega_{03})\frac{D}{\omega_{01}^2} - (m_2+n_2)(\omega_{02}-\alpha) - (m_1+n_1)\frac{\omega_{02}^2-\alpha^2}{\omega_{01}}\right] \quad (5.18)$$

$$A_2 = \omega_{01}\left[(m_1-n_1)(\omega_{02}+\alpha) + (m_2+n_2)\omega_{01}\right] \quad (5.19)$$

$$D = \omega_{01}\left[(m_1-n_1)(\omega_{03}+\Omega) + (m_3+n_3)\omega_{01}\right] \quad (5.20)$$

Из (5.17)–(5.20) и $\|\mathbf{K}\| = 1$ имеем

$$K_3 = \left[1 + (A_0/D)^2 + (A_1/D)^2 + (A_2/D)^2\right]^{1/2} \quad (5.21)$$

После определения K_3 из (5.21) K_0, K_1, K_2 определяются по формуле (5.16). Граничное условие по угловой скорости КА при $t=T$ должно иметь вид

$$\boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T = \tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1\alpha\sin\Omega T + \mathbf{i}_2\alpha\cos\Omega T + \mathbf{i}_3\Omega) \circ \mathbf{K} \quad (5.22)$$

Таким образом, в случаях, когда на граничные условия по угловой скорости КА наложены ограничения вида (5.14), (5.22) (это означает, что вектор $\boldsymbol{\omega}$ на всем интервале времени движения принадлежит некоторой конической поверхности, определяемой в пространстве произвольными заданными граничными условиями по угловому положению КА $\mathbf{\Lambda}_0, \mathbf{\Lambda}_T$ и произвольным заданным направлением вектора начального значения угловой скорости КА $\boldsymbol{\omega}_0^e$), траектория углового движения КА находится в классе конических движений и определяется явными аналитическими выражениями (5.1), (5.2).

Оптимальное угловое ускорение из (2.2),(5.1)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} = \alpha\Omega\tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1\cos\Omega t - \mathbf{i}_2\sin\Omega t) \circ \mathbf{K} \quad (5.23)$$

$$|\boldsymbol{\varepsilon}|^2 = \alpha^2\Omega^2 = 1 \quad (5.24)$$

Из выражений (5.23), (4.5) и (4.4) можно найти сопряженные переменные $\boldsymbol{\varphi}$ и $\mathbf{p}$. Тем самым, задача при существующих ограничениях решена полностью.

Алгоритм решения задачи поиска оптимального ускорения КА в классе регулярных конических движений:

1) по заданным кватернионам $\mathbf{\Lambda}_0, \mathbf{\Lambda}_T$ (2.4), единичному вектору $\boldsymbol{\omega}_0^e$ из (2.5), (5.15), (5.14) (с учетом (5.19), (5.10)) определяются величины α, Ω, $|\boldsymbol{\omega}_0|$, T;

2) используя $\mathbf{\Lambda}_0, \mathbf{\Lambda}_T, \alpha, \Omega, |\boldsymbol{\omega}_0|, T$, по формулам (5.16)–(5.21) находим компоненты кватерниона $\mathbf{K}$;

3) по формуле $\boldsymbol{\omega}_0^{выч} = |\boldsymbol{\omega}_0|\boldsymbol{\omega}_0^e$ и формуле (5.22)

$$\boldsymbol{\omega}_T^{выч} = \tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1\alpha\sin\Omega T + \mathbf{i}_2\alpha\cos\Omega T + \mathbf{i}_3\Omega) \circ \mathbf{K}$$

вычисляются значения векторов $\boldsymbol{\omega}_0^{выч}, \boldsymbol{\omega}_T^{выч}$;

4) вычисленные значения $\boldsymbol{\omega}_0^{выч}, \boldsymbol{\omega}_T^{выч}$ сравниваются с заданными в (2.5) величинами $\boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_T$;

5) если равенство в п. 4 алгоритма выполняется, то оптимальное решение задачи находится в классе конических движений; при этом угловая скорость КА, траектория его углового движения, вектор углового ускорения и значение функционала оптимизации находятся по формулам (5.1), (5.2), (5.23);

6) сопряженные переменные задачи $\boldsymbol{\varphi}$, $\mathbf{p}$ находятся по формулам (4.4), (4.5), (5.23).

Полученное в классе регулярных конических движений оптимальное решение задачи и известное ранее [9] точное решение в классе плоских эйлеровых разворотов для частных случаев граничных условий по угловой скорости КА будут использованы как аналитические обоснования квазиоптимального решения задачи поиска углового ускорения КА в классе обобщенных конических движений.

VI. Аналитическое квазиоптимальное решение

Обобщая формулы (5.1), (5.2) получим выражения для вектора угловой скорости и траектории КА:

$$\boldsymbol{\omega} = \tilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1\dot{f}(t)\sin g(t) + \mathbf{i}_2\dot{f}(t)\cos g(t) + \mathbf{i}_3\dot{g}(t)) \circ \mathbf{K} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{\Lambda}_0 \circ \tilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_2 f(0)/2\} \circ \\ \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 f(t)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(t)/2\} \circ \mathbf{K} \quad (6.2)$$

где $f(t)$ и $g(t)$ произвольные функции времени. Формулы (6.1), (6.2) включают в себя выражения для угловой скорости и траектории КА двух известных точных решений задачи поиска оптимального углового ускорения КА, оговоренных в разд.V. Кроме этого, предлагаемая структура решения хорошо соотносится с кинематической интерпретацией Пуансо произвольного углового движения твердого тела вокруг неподвижной точки как некоторого обобщенного конического движения [12]. Из формул (2.2), (6.1) находится $\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$.

Решая с помощью принципа максимума [10] задачу быстродействия $J = T \to \min$ при условиях:

$$\dot{f} = f_1,\ \dot{g} = g_1,\ \dot{f}_1 = u_1,\ \dot{g}_1 = u_2 \quad (6.3)$$

$$\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \le u_*,\ 0 < u_* < 1 \text{ для выполнения (2.3)} \quad (6.4)$$

$$f = f(0),\ f_1 = f_1(0),\ g = g(0),\ g_1 = g_1(0) \quad (6.5)$$

$$f = f(T),\ f_1 = f_1(T),\ g = g(T),\ g_1 = g_1(T) \qquad (6.6)$$

где f, f_1, g, g_1 – фазовые координаты, u_1, u_2 –управления, получим следующий квазиоптимальный алгоритм решения исходной задачи поиска оптимального углового ускорения КА.

1. Управления u_1, u_2 определяются как:

$$u_1 = u_*(-c_1 t + c_3)/U(t),\ \ u_2 = u_*(-c_2 t + c_4)/U(t),\\ U(t) = \sqrt{(-c_1 t + c_3)^2 + (-c_2 t + c_4)^2} \qquad (6.7)$$

2. Если $c_1 c_4 - c_2 c_3 \neq 0$, то u_1, u_2 – непрерывные параметры и из (2.1) $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ – непрерывная функция управления. Явные выражения для f, f_1, g, g_1, содержащие произвольные постоянные $c_1,...,c_5, c_7, c_8$:

$$f = -c_1 u_*\{(t/2 - A/2 - Bc_2/c_1)F(t) + \\ + B[B/2 + (t-A)c_2/c_1]\ln\left(t - A + F(t)\right)\}/C + \\ + c_5 t + c_6,\\ g = -c_2 u_*\{(t/2 - A/2 + Bc_1/c_2)F(t) - \\ - B[-B/2 + (t-A)c_1/c_2]\ln\left(t - A + F(t)\right)\}/C + \\ + c_7 t + c_8,\\ f_1 = -c_1 u_*[F(t) + B\ln\left(t - A + F(t)\right)c_2/c_1]/C + c_5\\ g_1 = -c_2 u_*[F(t) - B\ln\left(t - A + F(t)\right)c_1/c_2]/C + c_7\\ A = (c_1 c_3 + c_2 c_4)/C^2,\ \ B = (c_1 c_4 - c_2 c_3)/C^2\\ C = \sqrt{c_1^2 + c_2^2},\ F(t) = \sqrt{(t-A)^2 + B^2} \qquad (6.8)$$

3. Если $c_1 c_4 - c_2 c_3 = 0$, то $c_3/c_1 = c_4/c_2 = t_*$ и u, u_2 приобретают вид кусочно-постоянный

$$u_1 = -c_1 u_* \operatorname{sign}(t - t_*)/C,\\ u_2 = -c_2 u_* \operatorname{sign}(t - t_*)/C \qquad (6.9)$$

при этом $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ – кусочно-непрерывная функция. Тогда:

$$f = -c_1 u_*(t - t_*)^2\, sign(t - t_*)/2C + c_5(t - t_*) + c_6\\ g = -c_2 u_*(t - t_*)^2\, sign(t - t_*)/2C + c_7(t - t_*) + c_8\\ f_1 = -c_1 u_*(t - t_*)\, sign(t - t_*)/C + c_5 = \\ = -c_1 u_*\,|t - t_*|/C + c_5\\ g_1 = -c_2 u_*(t - t_*)\, sign(t - t_*)/C + c_7 = \\ = -c_2 u_*|t - t_*|/C + c_7 \qquad (6.10)$$

4. Удовлетворение граничным условиям (2.4), (2.5):

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 \circ \tilde{\mathbf{K}}_2 \circ (\mathbf{i}_1 f_1(0)\sin g(0) + \mathbf{i}_2 f_1(0)\cos g(0) + \\ + \mathbf{i}_3 g_1(0)) \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\omega}_0 \qquad (6.11)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 \circ \tilde{\mathbf{K}}_2 \circ (\mathbf{i}_1 f_1(T)\sin g(T) + \mathbf{i}_2 f_1(T)\cos g(T) + \\ + \mathbf{i}_3 g_1(T)) \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\omega}_T \qquad (6.12)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \tilde{\mathbf{K}}_1 \circ \tilde{\mathbf{K}}_2 \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 (f(T) \\ - f(0))/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(T)/2\} \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\Lambda}_T \qquad (6.13)$$

где кватернион $\mathbf{K}$ представляется в виде произведения

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1,\ \ \mathbf{K}_1 = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_1 \alpha_1/2\},\\ \mathbf{K}_2 = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 \alpha_2/2\} \qquad (6.14)$$

где α_1, α_2 – некоторые постоянные.

5. Из формул (6.10)–(6.13) и выражения для функции Гамильтона-Понтрягина задачи (6.3) –(6.6) при $t = T$

$$H = c_1 f_1 + c_2 g_1 + c_3 u_1 + c_4 u_2 - (c_1 u_1 + c_2 u_2)T = 1$$

с учетом (6.7), (6.8) или (6.9), (6.10) определяются постоянные $c_1,...,c_5, c_7, c_8, \alpha_1, \alpha_2$ и время T, а также строятся функции f, f_1, g, g_1.

6. По формулам (6.1), (6.2), (2.2) вычисляется вектор угловой скорости КА, кватернион ориентации и вектор углового ускорения КА.

В наиболее полном виде, включая подтверждающие числовые примеры, изложенный материал доклада представлен в статье [13].

ЛИТЕРАТУРА

[1] А.В.Молоденков, Я.Г.Сапунков, “Аналитическое квазиоптимальное решение задачи разворота произвольного твердого тела при произвольных граничных условиях,” Известия РАН. Механика твердого тела, № 2, С. 160–173, 2019.

[2] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“Аналитическое решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 6, С. 129-145, 2016.

[3] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков, “Аналитическое решение задачи оптимального по быстродействию разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 2, С. 131-147, 2018.

[4] Я.Г. Сапунков, А.В. Молоденков, “Аналитическое решение задачи оптимального в смысле комбинированного функционала разворота осесимметричного космического аппарата,“ Автоматика и телемеханика, № 7, С. 86-106, 2021.

[5] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитическое квазиоптимальное решение задачи минимального по времени поворота космического аппарата,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 4, С. 142-156, 2021.

[6] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитический квазиоптимальный алгоритм программного управления угловым движением космического аппарата,” Известия РАН. Теория и системы управления, №4, С. 125-136, 2023.

[7] Y.G. Sapunkov, A.V. Molodenkov, “Quasioptimal Spacecraft Attitude Control Constructed According to the Poinsot Concept,” Aerospace, vol. 10, no. 5, 2023, p. 402.

[8] А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков, Т.В. Молоденкова, “Квазиоптимальное угловое ускорение космического аппарата, полученное на основе концепции Пуансо,” сб. материалов XXXI Санкт-Петербургской международной конференция по интегрированным навигационным системамю. СПб.: ОАО "Концерн "ЦНИИ Электроприбор", 2024. С. 356-362.

[9] В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.

[10] Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961.

[11] Ю.Н. Челноков. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006.

[12] A.V. Molodenkov, S.E. Perelyaev, “Solution of approximate equation for modified rodrigues vector and attitude algorithm design,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 44, no. 6, 2021, pp. 1224-1227.

[13] Я.Г. Сапунков, А.В. Молоденков, “Квазиоптимальное по быстродействию угловое ускорение космического аппарата, полученное на основе концепции Пуансо,“ Автоматика и телемеханика, № 3, С. 38-59, 2025.

Задача оптимального перелёта космического аппарата на орбиту спутника Луны с использованием ограниченной тяги и новых регулярных кватернионных уравнений возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел в KS-переменных

И.А. Панкратов
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
PankratovIA.mechanic@gmail.com

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com

***Аннотация*—В докладе с использованием новых регулярных кватернионных дифференциальных уравнений возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел в *KS*-переменных решена в нелинейной постановке задача оптимального в смысле быстродействия перелёта космического аппарата (КА) на орбиту спутника Луны. Управление (вектор возмущающего ускорения центра масс КА) является ограниченным по модулю. В ходе решения задачи требуется определить оптимальную ориентацию этого вектора в пространстве. Для описания движения центра масс КА использованы регулярные кватернионные дифференциальные уравнения орбитального движения КА, построенные в рамках возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел (Земля, Луна, КА) с использованием *KS*-переменных. Поставленная задача решена с помощью принципа максимума Понтрягина. Задача построения оптимальных программных траекторий перелёта КА на орбиту спутника Луны сведена к краевой задаче с подвижным правым концом траектории, описываемой системой нелинейных дифференциальных уравнений двадцатого порядка. Приведены примеры численного решения задачи. Построены графики изменения компонент кватернионов, характеризующих положение и скорость КА; кеплеровской энергии и реального времени; оптимального управления. Приведён анализ полученных решений. Установлены особенности и закономерности оптимальных перелётов КА на орбиту спутника Луны.**

***Ключевые слова*—космический аппарат, пространственное движение, управление движением, ограниченная задача трёх тел, переменные Кустаанхеймо-Штифеля, принцип максимума, кватернион, возмущённое движение.**

I. Постановка задачи

Кватернионные дифференциальные уравнения орбитального движения КА, построенные Челноковым Ю.Н. в рамках возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел (Земля, Луна, КА) с использованием *KS*-переменных, имеют вид [1, 2]:

$$\frac{d\boldsymbol{u}_1}{d\tau} = \boldsymbol{s}_1, \tag{1}$$

$$\frac{d\boldsymbol{s}_1}{d\tau} = \frac{1}{2}h_1^*\boldsymbol{u}_1 - \frac{1}{2}r_1\left\{fm_0r_1r_0^{-3}\boldsymbol{u}_1 + \right.$$
$$\left. + \boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1\circ\left[fm_0\left(r_{01}^{-3}-r_0^{-3}\right)\boldsymbol{R}_{01}\right]\right\} - \left(r_1/2\right)\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1\circ\boldsymbol{p}, \tag{2}$$

$$\frac{dh_1^*}{d\tau} = -fm_0r_0^{-3}r_1\frac{dr_1}{d\tau} + fm_0\left(r_{01}^{-3}-r_0^{-3}\right)\left(\frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{r}_{01}\right) + \frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{p}, \tag{3}$$

$$\frac{dt}{d\tau} = r_1, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{R}_{01} = x_{01}\boldsymbol{i} + y_{01}\boldsymbol{j} + z_{01}\boldsymbol{k},$$
$$r_0 = \sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2},\ r_1 = \sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}, \tag{5}$$
$$r_{01} = \sqrt{\left(x_{01}-x_0\right)^2+\left(y_{01}-y_0\right)^2+\left(z_{01}-z_0\right)^2}.$$

В этих уравнениях x_0, y_0, z_0 (или x_1, y_1, z_1) – декартовы координаты КА в системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$ ($M_1X_1Y_1Z_1$), начало которой совпадает с центром масс Земли M_0 (или Луны M_1), а координатные оси параллельны осям инерциальной системы координат; r_0 – модуль радиус-вектора $\boldsymbol{r}_0$ КА, проведённого из точки M_0, т.е. расстояние от центра масс Земли до КА; r_1 – модуль радиус-вектора $\boldsymbol{r}_1$ КА, проведённого из точки M_1, т.е. расстояние от центра масс Луны до КА; r_{01} – модуль радиус-вектора $\boldsymbol{r}_{01}$ Луны, проведённого из точки M_0, т.е. расстояние между центрами масс Земли и Луны; f – гравитационная постоянная; m_0, m_1 – массы Земли и Луны соответственно; x_{01}, y_{01}, z_{01} – декартовы координаты центра масс Луны в системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$. Также $\boldsymbol{u}_1$ – кватернион, компоненты u_{10}, u_{11}, u_{12}, u_{13} которого являются *KS*-переменными и характеризуют местоположение КА в системе координат $M_1X_1Y_1Z_1$, связанной с Луной; $\boldsymbol{s}_1$ – кватернион с компонентами s_{10}, s_{11}, s_{12}, s_{13}, характе-

ризующими скорость КА в системе координат $M_1X_1Y_1Z_1$; t – реальное время, τ – фиктивное время (независимая переменная); h_1^* – кеплеровская энергия КА, являющаяся дополнительной переменной; $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ – векторные мнимые единицы Гамильтона; $\boldsymbol{p}$ – ограниченное по модулю управление (вектор возмущающего ускорения центра масс КА), $|\boldsymbol{p}| \le p_{\max}$.

Радиус-вектор $\boldsymbol{r}_1$, характеризующий положение КА в системе координат $M_1X_1Y_1Z_1$, его модуль и вектор скорости $\boldsymbol{v}_1$ движения КА в этой системе координат находятся через переменные $\boldsymbol{u}_1$ и $d\boldsymbol{u}_1/d\tau = \boldsymbol{s}_1$ в соответствии с кватернионными формулами [3] (здесь и далее волнистая линия сверху означает сопряжённый кватернион)

$$\boldsymbol{r}_1 = \tilde{\boldsymbol{u}}_1 \circ \boldsymbol{i} \circ \boldsymbol{u}_1, \quad r_1 = \tilde{\boldsymbol{u}}_1 \circ \boldsymbol{u}_1 = u_{10}^2 + u_{11}^2 + u_{12}^2 + u_{13}^2,$$

$$\boldsymbol{v}_1 = \frac{d\boldsymbol{r}_1}{dt} = 2\tilde{\boldsymbol{u}}_1 \circ \boldsymbol{i} \circ \frac{d\boldsymbol{u}_1}{dt} = 2r_1^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}}_1 \circ \boldsymbol{i} \circ \frac{d\boldsymbol{u}_1}{d\tau} = 2r_1^{-1}\tilde{\boldsymbol{u}}_1 \circ \boldsymbol{i} \circ \boldsymbol{s}_1.$$

Для входящих в уравнение (3) величин $dr_1/d\tau$, $(d\boldsymbol{r}_1/d\tau)\cdot\boldsymbol{r}_{01}$ и $(d\boldsymbol{r}_1/d\tau)\cdot\boldsymbol{p}$ справедливы соотношения

$$\frac{dr_1}{d\tau} = 2(u_{10}s_{10} + u_{11}s_{11} + u_{12}s_{12} + u_{13}s_{13}),$$

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{r}_{01} = {} & 2x_{01}(u_{10}s_{10} + u_{11}s_{11} - u_{12}s_{12} - u_{13}s_{13}) + \\ & + 2y_{01}(u_{12}s_{11} + u_{11}s_{12} - u_{13}s_{10} - u_{10}s_{13}) + \\ & + 2z_{01}(u_{13}s_{11} + u_{11}s_{13} + u_{12}s_{12} + u_{13}s_{13}),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{p} = {} & 2p_1(u_{10}s_{10} + u_{11}s_{11} - u_{12}s_{12} - u_{13}s_{13}) + \\ & + 2p_2(u_{12}s_{11} + u_{11}s_{12} - u_{13}s_{10} - u_{10}s_{13}) + \\ & + 2p_3(u_{13}s_{11} + u_{11}s_{13} + u_{12}s_{12} + u_{13}s_{13}).\end{aligned}$$

Использование дифференциальных уравнений (1)–(5) возмущённой пространственной ограниченной задачи трех тел позволяет разработать регулярные аналитические и численные методы изучения движения тела пренебрежимо малой массы в окрестностях двух других тел, имеющих конечные массы, а также построить регулярный алгоритм интегрирования этих уравнений, в котором уравнения (1) – (5) используются при изучении движения КА в окрестности Луны (когда расстояния r_1 и r_0 удовлетворяют неравенству $m_0r_1^2 < m_1r_0^2$).

Заметим, что ранее Логиновым М.Ю. и Челноковым Ю.Н. проведено [4, 5] сравнительное исследование точности численного интегрирования классических ньютоновских дифференциальных уравнений пространственной ограниченной задачи трёх тел (Земля, Луна и космический аппарат) в декартовых координатах и построенных Челноковым Ю.Н. [1] регулярных кватернионных дифференциальных уравнений этой задачи в четырёхмерных переменных Кустаанхеймо-Штифеля.

Регулярные кватернионные уравнения в *KS*-переменных показали значительно более высокую точность, чем уравнения в декартовых координатах: для круговой орбиты точность оказалась выше на два порядка, для возмущённых эллиптических орбит со средним эксцентриситетом – на четыре порядка, для возмущённой эллиптической орбиты с высоким эксцентриситетом – на семь порядков.

Ограниченная задача трех тел является [6] предельным вариантом неограниченной задачи трёх тел. Она широко примененяется как в классической небесной механике (например, теория движения Луны), так и в механике космического полета (задача достижения Луны).

Рассмотрим частный случай ограниченной задачи трёх тел – круговую ограниченную задачу трёх тел. Будем считать, что материальная точка M_0 – Земля, вокруг которой по круговой орбите движется по законам Кеплера материальная точка M_1 – Луна. Будем также считать, что плоскость круговой орбиты Луны совпадает с координатной плоскостью $M_0X_0Y_0$. Тогда для декартовых координат x_{01}, y_{01}, z_{01} центра масс Луны в системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$, входящих в регулярные кватернионные уравнения (1) – (5), будем иметь следующие соотношения:

$$x_{01} = a\cos(nt), \; y_{01} = a\sin(nt), \; z_{01} = 0,$$

$$a = 3.85\cdot10^8 \text{ м}, \; n = \sqrt{f(m_0 + m_1)/a^3}.$$

При этом полагается, что ось M_0X_0 проходит через начальное положение Луны (этот момент времени принят за начальную эпоху отсчёта времени).

Пусть необходимо перевести КА, движение центра масс которого описывается уравнениями (1) – (5) из заданного начального состояния

$$\begin{gathered}\tau = 0, \quad t = 0, \\ \boldsymbol{u}_1(0) = \boldsymbol{u}_1^0, \quad \boldsymbol{s}_1(0) = \boldsymbol{s}_1^0, \quad h_1^*(0) = h_1^0\end{gathered} \tag{6}$$

в конечное состояние

$$\begin{gathered}\tau = \tau^*, \quad \left\|\tilde{\boldsymbol{u}}_1(\tau^*)\circ\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1(\tau^*)\right\| = (R_{\text{Л}} + R_{\text{КА}})^2, \\ \left(\tilde{\boldsymbol{u}}_1(\tau^*)\circ\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1(\tau^*)\right)\cdot\left(\tilde{\boldsymbol{u}}_1(\tau^*)\circ\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{s}_1(\tau^*)\right) = 0, \\ \left\|2\tilde{\boldsymbol{u}}_1(\tau^*)\circ\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{s}_1(\tau^*)\right\| = fm_1r_1^2/(R_{\text{Л}} + R_{\text{КА}}).\end{gathered} \tag{7}$$

за минимальное время; $R_{\text{Л}}$ – средний радиус Луны, $R_{\text{КА}}$ – заданный радиус круговой орбиты КА.

В первом из условий (7) задан радиус круговой орбиты КА, второе условие соответствует тому, что вектор скорости КА при его движении по круговой орбите вокруг Луны должен быть ортогонален его радиус-вектору относительно Луны. В третьем условии задана величина скорости КА (она равна первой космической скорости для Луны).

Также был рассмотрен случай, когда в конечный момент времени кроме условий (7) задана ориентация плоскости орбиты КА вокруг Луны, например, когда она совпадает с плоскостью вращения Луны вокруг Земли.

В поставленной задаче заданы начальные значения фазовых координат КА $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{s}_1$, h_1^*, t, а также задан $R_{\text{КА}}$ – радиус круговой орбиты КА в конце движения.

Конечные значения фазовых координат принадлежат многообразию (7). Конечное значение фиктивного времени τ^* не фиксируется и подлежит определению в результате решения задачи. Поэтому эта задача – задача с подвижным правым концом.

II. Переход к безразмерным переменным

Для численного решения поставленной краевой задачи оптимального управления её уравнения были записаны в безразмерных переменных. Безразмерные переменные $\boldsymbol{u}_1^b$, $\boldsymbol{s}_1^b$, h_1^b, t^b, τ^b и компоненты управления p_k^b связаны с размерными переменными $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{s}_1$, h_1^*, t, τ и управлениями p_k $\left(k=\overline{1,3}\right)$ соотношениями:

$$\boldsymbol{u}_1=\sqrt{R}\cdot\boldsymbol{u}_1^b,\ \ \boldsymbol{s}_1=\sqrt{fm_0}\cdot\boldsymbol{s}_1^b,\ \ h_1^*=\sqrt{fm_0/R}\cdot h_1^b,$$

$$t=R\sqrt{R/(fm_0)}\cdot t^b,\ \ \tau=\sqrt{R/(fm_0)}\cdot\tau^b,\ \ p_k=p_{\max}\cdot p_k^b,$$

где R – характерное расстояние.

Отметим, что при переходе к безразмерным переменным в уравнениях для фазовых и сопряжённых переменных появляется характерный безразмерный параметр $N^b=p_{\max}\cdot R^2/(fm_0)$.

Таким образом, система фазовых уравнений в безразмерных переменных имеет следующий вид (здесь и далее верхние индексы у безразмерных переменных опускаются):

$$\begin{gathered}\frac{d\boldsymbol{u}_1}{d\tau}=\boldsymbol{s}_1,\\ \frac{d\boldsymbol{s}_1}{d\tau}=\frac{1}{2}h_1^*\boldsymbol{u}_1-\frac{1}{2}r_1\left\{r_1r_0^{-3}\boldsymbol{u}_1+\right.\\ \left.+\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1\circ\left[\left(r_{01}^{-3}-r_0^{-3}\right)\boldsymbol{R}_{01}\right]\right\}-N^b\left(r_1/2\right)\boldsymbol{i}\circ\boldsymbol{u}_1\circ\boldsymbol{p},\\ \frac{dh_1^*}{d\tau}=-r_0^{-3}r_1\frac{dr_1}{d\tau}+\left(r_{01}^{-3}-r_0^{-3}\right)\left(\frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{r}_{01}\right)+\frac{d\boldsymbol{r}_1}{d\tau}\cdot\boldsymbol{p},\\ \frac{dt}{d\tau}=r_1.\end{gathered}\qquad(8)$$

При этом декартовы координаты центра масс Луны

$$x_{01}=(a/R)\cos(nt),\ \ y_{01}=(a/R)\sin(nt),\ \ z_{01}=0,$$

где безразмерная частота колебаний равна $n=\sqrt{(m_0+m_1)/m_0\cdot(R/a)^3}$.

Заметим, что при таком выборе масштабных множителей в сопряжённых уравнениях и функции Гамильтона-Понтрягина также появится отношение расстояний a/R.

III. Закон оптимального управления

Поставленную задачу будем решать с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина. Введём дополнительные безразмерные переменных $\psi_1,\ldots,\psi_{10}$, сопряженные по отношению к безразмерным компонентам кватернионов $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{s}_1$, кеплеровской энергии h_1 и времени t. Была построена система сопряжённых уравнений десятого порядка относительно переменных $\psi_1,\ldots,\psi_{10}$. Указанные уравнения не приведены здесь ввиду их громоздкости.

Закон оптимального в смысле быстродействия управления (т.е. закон управления, удовлетворяющий необходимому условию оптимальности) находится из условий максимума функции Гамильтона-Понтрягина по переменным p_k и имеет вид:

$$\boldsymbol{p}_{\text{опт}}=\frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p_1},\ \frac{\partial H}{\partial p_2},\ \frac{\partial H}{\partial p_3}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial p_1}\right)^2+\left(\frac{\partial H}{\partial p_2}\right)^2+\left(\frac{\partial H}{\partial p_3}\right)^2}},\qquad(9)$$

где

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial p_1}&=\frac{N^b}{2}\cdot\left[4\cdot\left(s_{10}\cdot u_{10}+s_{11}\cdot u_{11}-s_{12}\cdot u_{12}-s_{13}\cdot u_{13}\right)\cdot\psi_9+\right.\\&\left.+\|\boldsymbol{u}_1\|\cdot\left(u_{10}\cdot\psi_5+u_{11}\cdot\psi_6-u_{12}\cdot\psi_7-u_{13}\cdot\psi_8\right)\right],\\ \frac{\partial H}{\partial p_2}&=\frac{N^b}{2}\cdot\left[-4\cdot\left(s_{10}\cdot u_{13}-s_{11}\cdot u_{12}-s_{12}\cdot u_{11}+s_{13}\cdot u_{10}\right)\cdot\psi_9+\right.\\&\left.+\|\boldsymbol{u}_1\|\cdot\left(-u_{10}\cdot\psi_8+u_{11}\cdot\psi_7+u_{12}\cdot\psi_6-u_{13}\cdot\psi_5\right)\right],\\ \frac{\partial H}{\partial p_3}&=\frac{N^b}{2}\cdot\left[4\cdot\left(s_{10}\cdot u_{12}+s_{11}\cdot u_{13}+s_{12}\cdot u_{10}+s_{13}\cdot u_{11}\right)\cdot\psi_9+\right.\\&\left.+\|\boldsymbol{u}_1\|\cdot\left(u_{10}\cdot\psi_7+u_{11}\cdot\psi_8+u_{12}\cdot\psi_5+u_{13}\cdot\psi_6\right)\right].\end{aligned}$$

Также были получены условия трансверсальности, не содержащие неопределённых множителей Лагранжа.

Таким образом, задача оптимального в смысле быстродействия перелёта КА на орбиту спутника Луны сведена в рассматриваемой постановке к краевой задаче с подвижным правым концом траектории, описываемой системой нелинейных дифференциальных уравнений двадцатого порядка и тринадцатью краевыми условиями (6), (7), которые необходимо дополнить семью условиями трансверсальности и равенством гамильтониана нулю в конце движения.

IV. Примеры численного решения задачи

Предложенный нами алгоритм численного решения задачи основан на методе Левенберга–Марквардта. Он реализует комбинацию метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности и двух методов решения краевых задач: модифицированного метода Ньютона и метода градиентного спуска [7].

Пусть начальные значения координат и скоростей центра масс КА имеют вид (они соответствуют одной из семейства орбит захвата Луной, приведённой в [8]):

– в геоцентрической системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$

$$x_0^0=-108150050.8\text{ м},\ \ y_0^0=-258738627.0\text{ м},$$

$$z_0^0=-107466936.4\text{ м};\ \ v_{x0}^0=834.134525\text{ м/с},$$

$$v_{y0}^0=-526.477398\text{ м/с},\ \ v_{z0}^0=178.491815\text{ м/с};$$

– в селеноцентрической системе координат $M_1X_1Y_1Z_1$

$$x_1^0 = -493150050.8\text{ м},\quad y_1^0 = -258738627.0\text{ м},$$

$$z_1^0 = -107466936.4\text{ м};\quad v_{x1}^0 = 834.134525\text{ м/с},$$

$$v_{y1}^0 = -1550.208181\text{ м/с},\quad v_{z1}^0 = 178.491815\text{ м/с}.$$

В качестве масштабного множителя для расстояния была взята величина $R = 37000000\text{ м} \approx a/10,$ как в [9].

Нами были построены траектории оптимальных перелётов КА на орбиту спутника Луны для круговых орбит разного радиуса, лежащих в плоскости вращения Луны вокруг Земли. При уменьшении радиуса конечной орбиты КА от 90 тыс. км до 65 тыс. км время движения КА увеличилось в 1.67 раза.

При этом все компоненты вектора оптимального управления имеют локальный экстремум в начале движения, а его вторая и третья компоненты колеблются приблизительно по гармоническому закону.

Точки локального экстремума для компонент вектора оптимального управления соответствуют точкам локального экстремума для компонент векторной части кватерниона $\boldsymbol{s}_1$, характеризующего скорость КА в системе координат, связанной с Луной. В то же время точка локального экстремума для компоненты s_{13} соответствует точке локального экстремума для кеплеровской энергии.

Каждая из компонент кватерниона $\boldsymbol{u}_1$, характеризующего положение КА в системе координат, связанной с Луной, выходит на асимптоту в конце движения.

Отметим выявленную неединственность численного решения краевой задачи оптимального перелёта КА на орбиту спутника Луны, связанную с нелинейностью дифференциальных уравнений краевой задачи. При одних и тех же граничных условиях в постановке краевой задачи оптимального управления получены различные решения для законов движения, управления и поведения сопряженных переменных. Из них было выбрано то, которое соответствует перелёту за меньшее время.

V. Заключение

Для решения задачи оптимального в смысле быстродействия перелёта на орбиту спутника Луны космического аппарата с помощью двигателя с ограниченной тягой были использованы принцип максимума Понтрягина и новые регулярные кватернионные дифференциальные уравнения орбитального движения в четырёхмерных переменных Кустаанхеймо-Штифеля, построенные Челноковым Ю.Н. в рамках возмущённой пространственной ограниченной задачи трёх тел (Земля, Луна и космический аппарат) и имеющие качественные преимущества перед классическими моделями. Использование этих уравнений позволило устранить особенность классических уравнений движения центра масс КА в декартовых координатах, возникающую при сближении КА с телом притяжения, позволило улучшить сходимость численных методов решения дифференциальных краевых задач оптимального управления движением КА с малой тягой. Последнее связано, в частности, с тем, что в случае, когда тяга мала по сравнению с силой притяжения к центру гравитации регулярные кватернионные уравнения для фазовых и сопряжённых переменных, построенные с использованием переменных Кустаанхеймо-Штифеля, оказываются близкими к линейным уравнениям. Даны примеры численного решения этой задачи оптимального управления для перелёта на орбиты спутника Луны разного радиуса. Выявлены характерные свойства и закономерности процесса управления. Комбинирование двух методов решения краевых задач позволило повысить точность и эффективность их численного решения.

Литература

[1] Chelnokov Yu.N. Quaternion Regularization of the Equations of the Perturbed Spatial Restricted Three-Body Problem: I // Mechanics of Solids. 2017. Vol. 52, No. 6, p. 613-639.

[2] Chelnokov Yu.N. Quaternion Regularization of the Equations of the Perturbed Spatial Restricted Three-Body Problem: II // Mechanics of Solids. 2018. Vol. 53, No. 6, p. 633-650.

[3] Chelnokov Yu.N. Regular equations of the three-dimensional two-body problem // Mechanics of Solids. 1984. Vol. 19, No. 1, p. 1-7.

[4] Chelnokov, Yu.N., Loginov, M.Yu. New quaternion models of spaceflight regular mechanics and their applications in the problems of motion prediction for cosmic bodies and in inertial navigation in space // 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2021, 4 p.

[5] Челноков Ю.Н., Сапунков Я.Г., Логинов М.Ю., Щекутьев А.Ф. Прогноз и коррекция орбитального движения космического аппарата с использованием регулярных кватернионных уравнений и их решений в переменных Кустаанхеймо-Штифеля и изохронных производных // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87. Вып. 2. С. 124-156.

[6] Абалакин В.К., Аксенов Е.П., Гребеников Е.А., Демин В.Г., Рябов Ю.А. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976. 864 с.

[7] Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.

[8] Ивашкин В.В., Петухов В.Г. Траектории перелета с малой тягой между орбитами спутников Земли и Луны при использовании орбиты захвата Луной // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2008. № 81. 32 с.

[9] Панкратов И.А., Сапунков Я.Г., Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и алгоритмы решения общей задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия Математика. Механика. Информатика, 2020. Т. 20. № 1. С. 93-104.

Система управления движением квадрокоптера в условиях возмущений на основе нечеткой логики

А.Д. Шейко
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

В.М. Никифоров
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

А.А. Гусев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

К.А. Андреев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

М.Л. Симаков
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

А.В. Шевченко
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Москва, Россия

***Аннотация*—Статья посвящена повышению точности отработки траектории с помощью регуляторов на основе нечеткой логики. Работа содержит построение системы стабилизации высоты и системы линейного перемещения квадрокоптера на основе нечеткого регулятора и нечеткого ПИД-регулятора, результаты моделирования отработки траекторий в условиях различных ветровых воздействий.**

Ключевые слова—квадрокоптер, математическое моделирование, нечеткая логика, нечеткий регулятор, система управления.

I. Введение

В настоящее время наблюдается активное развитие и практическое применение систем и технических объектов, которые используют нечеткую логику для регулирования и управления.

Преимущества нечеткой логики заключаются в том, что она позволяет представлять мышление человека, то есть способы принятия решений человеком, и способы моделирования сложных объектов с использованием естественного языка. Это делает нечеткую логику особенно полезной в задачах, где традиционные математические модели оказываются недостаточно эффективными или чрезмерно сложными для реализации.

Целью работы является повышение качества управления движением квадрокоптера по опорным траекториям в условиях ветровых возмущений.

Объектом исследования является квадрокоптер, представленный математической моделью в виде системы дифференциальных уравнений.

Предметами исследования являются:

1. Регулятор на основе нечеткой логики, применяемый в управлении квадрокоптером в условиях возмущающих воздействий.
2. Нечеткий ПИД-регулятор, применяемый в управлении квадрокоптером в условиях возмущающих воздействий.

II. Постановка задач

Задачи работы можно сформулировать следующим образом:

1. Для квадрокоптера, представленного математической моделью, необходимо построить системы управления движением на основе нечеткого регулятора и нечеткого ПИД-регулятора.
2. Провести математическое моделирование отработки опорных траекторий в условиях ветровых воздействий.
3. Провести сравнительный анализ различных способов управления для определения наиболее эффективного подхода.

III. Математическая модель квадрокоптера

Математическая модель квадрокоптера представлена в виде системы дифференциальных уравнений [1]:

$$
\begin{cases}
\ddot{x} = \dfrac{\left(\left(F\left(\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\sin\theta\right)\right) - f_x\right)}{m} \\
\ddot{y} = \dfrac{\left(\left(F\left(\cos\varphi\sin\psi\sin\theta + \cos\psi\sin\varphi\right)\right) - f_y\right)}{m} \\
\ddot{z} = \dfrac{F\cos\varphi\cos\theta - f_z - mg}{m} \\
\dot{p} = \dfrac{\left(I_y - I_z\right)}{I_x} qr + \dfrac{\tau_\varphi}{I_x} \\
\dot{q} = \dfrac{\left(I_z - I_x\right)}{I_y} pr + \dfrac{\tau_\theta}{I_y} \\
\dot{r} = \dfrac{\left(I_x - I_y\right)}{I_z} pq + \dfrac{\tau_\psi}{I_z} \\
\tau_\varphi = bl\left(w_2^2 - w_4^2\right) \\
\tau_\theta = bl\left(w_3^2 - w_1^2\right) \\
\tau_\psi = d\left(w_1^2 + w_3^2 - w_2^2 - w_4^2\right) \\
F = b\left(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2\right) \\
\dot{\varphi} = p + q\sin\varphi\tan\theta + r\cos\varphi\tan\theta \\
\dot{\theta} = q\cos\varphi - r\sin\varphi \\
\dot{\psi} = \dfrac{\left(q\sin\varphi + r\cos\varphi\right)}{\cos\theta}
\end{cases}
$$

где x, y, z – координаты в нормальной земной системе координат; φ, θ, ψ – углы крена, тангажа и рыканья соответственно; p, q, r – проекции вектора угловой скорости аппарата на связанную систему координат; I_x, I_y, I_z – осевые моменты инерции аппарата относительно связанной системы координат; $\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi$ – моменты по осям крена, тангажа и рысканья; l – расстояние от центра масс до оси винта; w_i – угловая скорость вращения i-го винта; F – суммарная тяга; b – коэффициент силы тяги; d – коэффициент аэродинамической силы сопротивления; f_x, f_y, f_z – проекции силы сопротивления воздуха.

IV. Построение регуляторов

Предлагаемые нечеткий и нечеткий ПИД регуляторы, применяемые в работе, используются для регулирования по высоте z и горизонтальным координатам x, y. Для угловой стабилизации φ, θ, ψ применяется классический ПИД регулятор.

Нечеткий регулятор включает в себя блоки: фаззификации, базы правил, формирования логических решений и дефаззификации. Структурная схема системы управления с нечетким регулятором и обратной связью представлена на рисунке 1 [2].

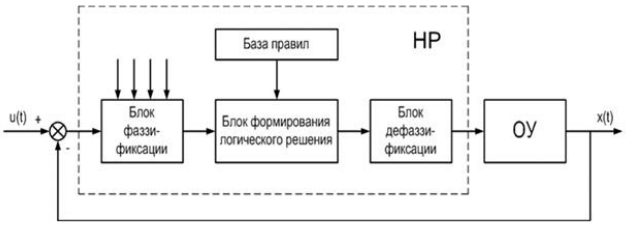


Рис. 1. Схема системы управления с нечетким регулятором

Входными и выходными параметрами нечеткого регулятора, то есть лингвистическими переменными, являются: ошибка системы θ, скорость изменения ошибки системы $\dot{\theta}$ и управляющее воздействие на объект m.

В качестве функций принадлежности лингвистических переменных использованы треугольные функции, которые представлены на рисунке 2.

Для программной реализации нечеткого регулятора необходимо получить аналитические выражения для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при идентичных треугольных функциях принадлежности с пятью ФП: BN (Big Negative), N (Negative), Z (Zero), P (Positive), BP (Big Positive). База правил нечеткого регулятора приведена в таблице 1.

ТАБЛИЦА I. База правил нечеткого регулятора

$\dot{\theta}$ / θ	BN	N	Z	P	BP
BN	*BN*	*BN*	*N*	*N*	*Z*
N	*BN*	*N*	*N*	*Z*	*P*
Z	*N*	*N*	*Z*	*P*	*P*
P	*N*	*Z*	*P*	*P*	*BP*
BP	*Z*	*P*	*P*	*BP*	*BP*

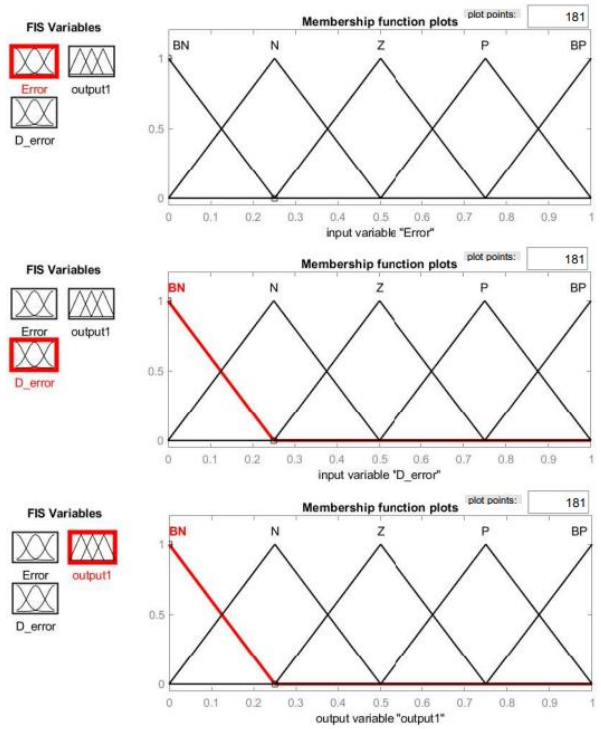


Рис. 2. Функции пренадлежности лингвистических переменных

Начальные значения параметров изменения входных и выходных лингвистических переменных нечеткого регулятора A_m, B_m, D_m устанавливаются равными максимальным значениям возможной ошибки, скорости изменения возможной ошибки и управляющего воздействия соответственно.

Значения параметров нечеткого регулятора по соответствующим переменным приведены в таблице 2.

ТАБЛИЦА II. Значения параметров нечеткого регулятора

	A_m	B_m	D_m
x	3.4883	2.6013	3564.4
y	3.4883	2.6013	3564.4
z	3.6054	2.9363	291.6074

Принцип работы нечеткого ПИД-регулятора заключается в использовании нечеткой логики для определения оптимальных значений параметров ПИД-регулятора.

Нечеткий ПИД-регулятор состоит из двух уровней, на нижнем уровне располагается традиционный ПИД-регулятор, а на верхнем НР.

Применение нечеткого ПИД-регулятора позволяет улучшить качество регулирования и уменьшить перерегулирование. Кроме того, он может адаптироваться к изменениям в условиях работы системы, что делает его более гибким и эффективным. На рисунке 3 представлена структурная схема нечеткого ПИД-регулятора.

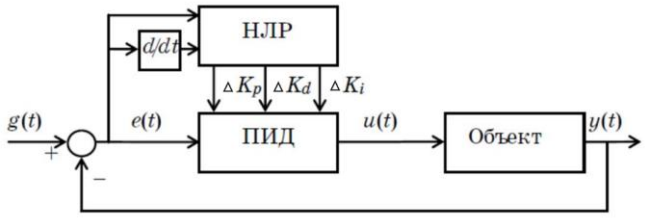


Рис. 3. Схема нечеткого ПИД-регулятора

База правил нечеткого ПИД-регулятора идентична базе правил из таблицы 1. ФП также идентичны ФП рассмотренного нечеткого регулятора и представлены на рис. 2.

Значения параметров первой составляющей части на основе нечеткой логики предлагаемого регулятора приведены в таблице 3.

ТАБЛИЦА III. ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА

	$\mathbf{A_m}$	$\mathbf{B_m}$	$\mathbf{D_{m}}K_p$	$\mathbf{D_{m}}K_i$	$\mathbf{D_{m}}K_d$
x	***3.4883***	***2.6013***	***4***	***0***	***14***
y	***3.4883***	***2.6013***	***4***	***0***	***14***
z	***3.6054***	***2.9363***	***4***	***1.5***	***14***

V. ОТРАБОТКА ОПОРНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Моделирование проводилось для двух траекторий (вертикальная окружность и спираль) для следующих ветровых воздействий согласно шкале Бофорта: умеренный ветер (5.6 м/с), сильный ветер (11.2 м/с) и очень крепкий ветер (18 м/с).

В качестве количественной оценки точности отработки траекторий использована среднеквадратичная ошибка.

Сравнение проводилось с системой на основе ПИД-регулятора, рассмотренной в прошлых работах [1].

В таблице 4 приведены значения среднеквадратичной ошибки для каждого из способов управления и для каждой отработанной траектории при различных ветровых воздействиях.

При умеренном ветре (5.6 м/с) системы управления движением квадрокоптера на основе нечеткого ПИД-регулятора и на основе ПИД-регулятора отрабатывает обе траектории с приблизительно одинаковой точностью, тогда как система управления движением квадрокоптера на основе нечеткого регулятора отрабатывает те же траектории на порядок точнее по оси z.

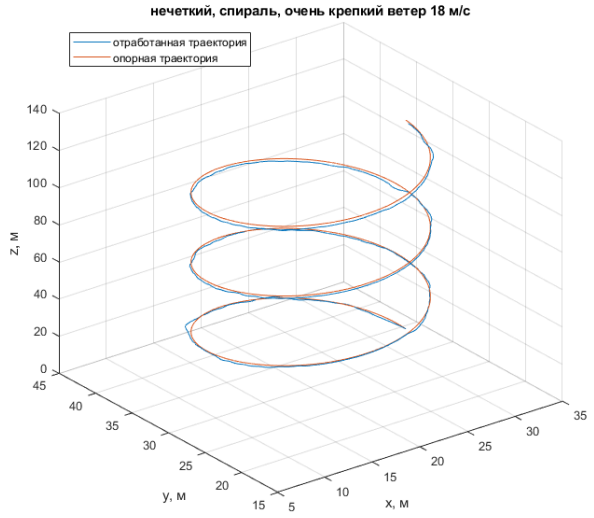
ТАБЛИЦА IV. СРЕДНЕКВАДРАТИЧНАЯ ОШИБКА

Ось	Нечеткий регулятор	Нечеткий ПИД-регулятор	ПИД-регулятор
Вертикальная окружность. Умеренное ветровое воздействие			
x, м	0	0.0033	0.0038
y, м	0.0056	0.0014	0.0029
z, м	0.0089	0.0325	0.0337
Вертикальная окружность. Сильное ветровое воздействие			
x, м	0.0030	0.1128	0.0721
y, м	0.0129	0.3889	0.0340
z, м	0.0096	0.0549	0.0469
Вертикальная окружность. Очень крепкое ветровое воздействие			
x, м	0.0700	0.8575	26.4553
y, м	1.3806	0.5355	17.7129
z, м	0.0176	0.1465	0.1656
Спираль. Умеренное ветровое воздействие			
x, м	0.0016	0.0031	0.0033
y, м	0.0542	0.0467	0.0465
z, м	0.0063	0.0122	0.0123
Спираль. Сильное ветровое воздействие			
x, м	0.0021	0.0026	0.0025
y, м	0.0606	0.0513	0.0504
z, м	0.0072	0.0118	0.0119
Спираль. Очень крепкое ветровое воздействие			
x, м	0.6986	13.5325	52.5325
y, м	0.8632	1.5545	12.4323
z, м	0.0245	0.0595	0.0735

При сильном ветре (11.2 м/с) система управления движением квадрокоптера на основе ПИД-регулятора, и система управления движением квадрокоптера на основе нечеткого ПИД-регулятора отрабатывают заданные траектории с заданными возмущающими воздействиями приблизительно одинаково, тогда как система управления квадрокоптера на основе нечеткого регулятора отрабатывает те же траектории на порядок точнее.

При очень крепком ветре (18 м/с) система управления квадрокоптером на основе ПИД-регулятора не обеспечивает движение по заданным траекториям. Нечеткий ПИД-регулятор обеспечивает движение только по траектории «вертикальная окружность» и на порядок хуже, тогда как система управления движением квадрокоптера на основе нечеткого регулятора отрабатывает обе траектории.

Графики отработки траекторий (вертикальная окружность и спираль) системами с предложенными регуляторами при очень крепком ветре 18 м/с даны на рис. 4, 5.



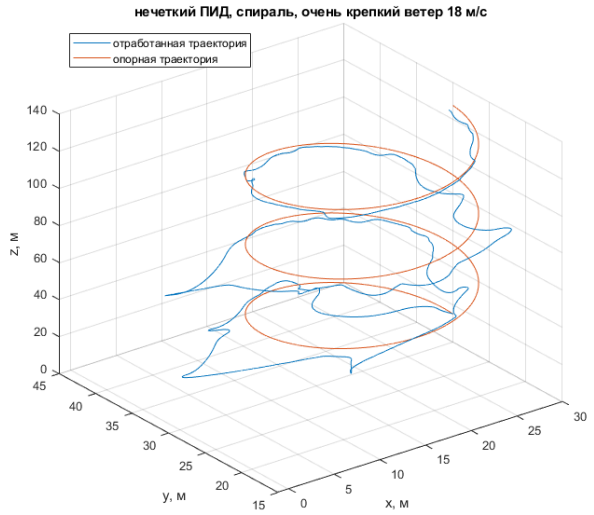
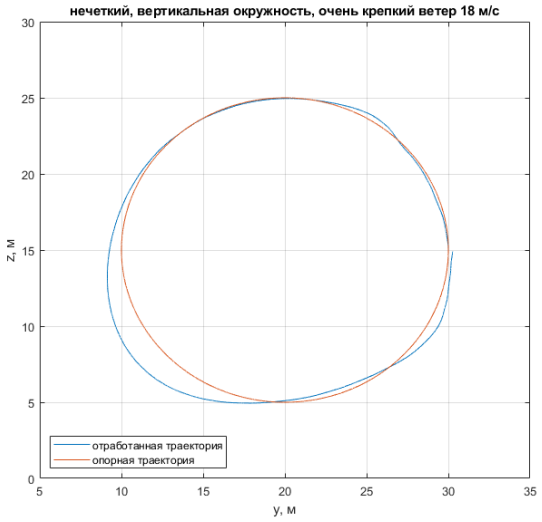


Рис. 4. Отработка траектории «спираль» при очень крепком ветре



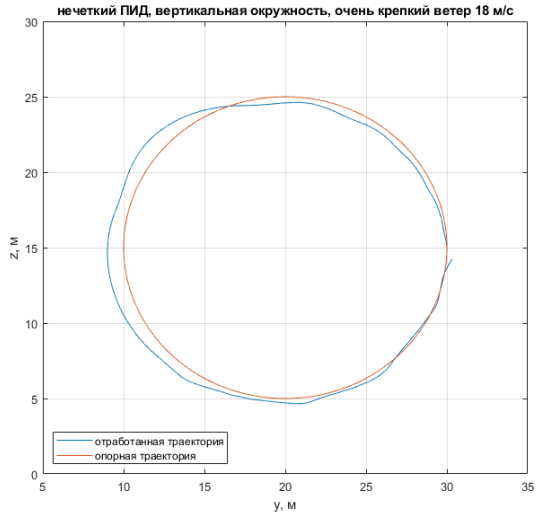


Рис. 5. Отработка траектории «вертикальная окружность» при очень крепком ветре

VI. Заключение

Проведенное исследование показало, что система управления на основе нечеткого регулятора обеспечивает более высокую точность и устойчивость при сильных ветровых возмущениях по сравнению с нечетким ПИД-регулятором и традиционным ПИД-регулятором. Нечеткий регулятор способен отрабатывать траектории даже при очень крепком ветре, где другие методы оказываются неэффективными.

Литература

[1] А.Д. Шейко, А.А. Гусев, В.М. Никифоров Управление движением квадрокоптера по опорным траекториям на основе решения обратной задачи динамики // Труды ФГУП "НПЦАП" Системы и приборы управления, 2023, № 4 (66). С. 64-76.

[2] В.И. Гостев Проектирование нечетких регуляторов для систем автоматического управления // СПб.: БХВ-Петербург, 2011. С. 238-30.

XXXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ, 2025

Верстка *Т.В. Ананченко*

Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30.
Тел. (812) 499-82-93, факс (812) 232 33 76,
e-mail: editor@eprib.ru
http://www.elektropribor.spb.ru