

УДК621.398.694.4
DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.1.093-106

Е. Н. ПОПОВ, К. А. БАРАНЦЕВ, Н. А. УШАКОВ, А. Н. ЛИТВИНОВ, Л. Б. ЛЮКУМОВИЧ,
А. Н. ШЕВЧЕНКО, Ф. В. СКЛЯРОВ, А. В. МЕДВЕДЕВ

ХАРАКТЕР СИГНАЛА ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ КВАНТОВОГО ДАТЧИКА ВРАЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

В работе рассмотрен общий принцип работы квантового датчика вращения на основе ядерного магнитного резонанса, приведено полуклассическое описание процессов в схеме датчика, позволяющее получить аналитическое представление сигнала на выходе оптической схемы. Кратко изложены принципы численного расчета оптического сигнала датчика вращения на основе одномерной квантовой модели. Сравнения расчетов по классической и более строгой квантовой моделям показало, что сигнал датчика имеет несколько более сложную структуру, чем это следует из классического описания, отражающего только часть свойств динамических процессов в схеме. Результаты важны для развития методов демодуляции оптического сигнала квантового датчика вращения и оценки ожидаемых характеристик практических устройств.

Ключевые слова: ядерный магнитный резонанс, электронный парамагнитный резонанс, полигармонический сигнал, датчик вращения.

Введение

В последние годы возобновился интерес исследователей и разработчиков к так называемым квантовым датчикам вращения (КДВ), принцип работы которых основан на явлении ядерного магнитного резонанса (ЯМР) атомов газовой среды и оптических методах накачки и считывания [1]. Подобные приборы относят к перспективному направлению малогабаритных устройств инерциальных систем навигации [2–4], поскольку они связаны с немеханическими принципами детектирования информации о вращении, реализуемыми, например, лазерными и волоконно-оптическими измерителями угловой скорости [5].

Попов Евгений Николаевич. Кандидат физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

Баранцев Константин Анатольевич. Ассистент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

Ушаков Николай Александрович. Кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

Литвинов Андрей Николаевич. Кандидат физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

Люкумович Леонид Борисович. Доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Шевченко Александр Николаевич. Заместитель начальника лаборатории, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург).

Скляров Филипп Владимирович. Инженер, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

Медведев Андрей Викторович, Кандидат физико-математических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

ЯМР является предметом активных научных исследований, его широко применяют [6] в сфере физики, химии, медицины [7–10]. Принцип работы КДВ связан с коллективной прецессией спинов ядер атомов благородного газа на ларморовской частоте вокруг некоторой оси z , заданной внешним постоянным магнитным полем. Частота данной прецессии в инерциальной системе отсчета (собственная частота прецессии) определяется величиной магнитного поля и не связана с вращением корпуса ячейки, содержащей этот газ. В связи с этим при вращении ячейки с угловой скоростью Ω вокруг оси z частота прецессии в ее системе координат (наблюдаемая частота прецессии) будет увеличиваться или уменьшаться в зависимости от направления вращения. Таким образом, регистрируя изменения наблюдаемой частоты прецессии, можно определить Ω . Несмотря на относительно понятный физический смысл формирования эквивалента ротора механического гироскопа в виде коллективной прецессии спинов ядер атомов, практическая система, которая может реализовать такой принцип, оказывается достаточно сложной. Необходимо выбрать компоненты газовой смеси и задействовать определенные физические механизмы, в частности создать ненулевой средний спин ядер атомов благородного газа, синхронизировать их прецессию, обеспечить регистрацию сигнала, связанного с прецессией спинов. Система должна быть термостабилизирована с высокой точностью, иметь хорошее магнитное экранирование и систему формирования вспомогательных магнитных полей.

В [15, 16] рассмотрен ряд возможных схем построения КДВ. Наиболее перспективная из реализованных на сегодняшний день схема построена на сочетании ядерного и электронного резонансов, наблюдаемых в газовой ячейке, содержащей два изотопа благородного газа ^{129}Xe и ^{131}Xe и пары щелочного металла (обычно используют ^{87}Rb или ^{133}Cs). Щелочной металл играет роль посредника, обеспечивая механизм спиновой накачки ядер ксенона и считывания информации о прецессии их спина [17]. Для накачки используется циркулярно-поляризованное лазерное излучение, создающее выделенное направление электронно-спиновой поляризации щелочного металла. Ненулевой спин передается от щелочного металла к ксенону (и обратно) посредством столкновений и спин-обменного взаимодействия. Дополнительно в ячейку вводится азот (N_2), который позволяет тушить флуоресценцию атомов щелочного металла. Для формирования требуемой синхронной прецессии ячейка помещается в систему магнитных полей, вызывающих ЯМР в ксеноне и электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) в щелочном металле.

Считывание информации о частоте прецессии осуществляется другим лазером, луч которого распространяется перпендикулярно оси z . Коллективная прецессия электронных спинов рождает в среде осциллирующую компоненту спиновой поляризации щелочного металла, коллинеарную лучу сканирующего лазера. Вследствие резонансного парамагнитного эффекта Фарадея появляется зависимость разности коэффициентов преломления среды для ортогональных круговых компонент поляризации луча от направления прецессирующих электронных спинов, что вызывает осцилляции поворота плоскости линейной поляризации считывающего (сканирующего) луча лазера. После прохождения через поляризатор лазерный луч попадает на фотоприемник, формирующий выходной сигнал $u(t)$ оптической системы. В итоге сигнал $u(t)$ несет информацию о динамике вектора спиновой поляризации щелочного металла и прецессии ядерной намагниченности изотопов Хе.

Из сказанного ранее следует, что регистрируемый на выходе оптической системы сигнал $u(t)$ представляет собой сложную временную функциональную зависимость, которая сочетает периодические осцилляции, задаваемые прецессией ядерных спинов изотопов ксенона, и периодические осцилляции, задаваемые электронными спинами щелочного металла. При этом каждый отдельный вклад является неаддитивным и входит в сигнал достаточно сложным образом. Дополнительное усложнение связано с использованием двух изотопов ксенона с разным гиромагнитным отношением. Обработку сигнала, позволяющую в результате выделить искомое значение угловой скорости поворота Ω и ее изменение, по аналогии с интерференционными оптическими измерительными устройствами будем называть демодуляцией оптического сигнала в КДВ. Для организации демодуляции и определения угловой скорости очень важно знать не только ключевые параметры физических эффектов, лежащих в основе функционирования КДВ, но и характер сигнала, его функциональную структуру, значения входящих в нее коэффициентов. Без понимания свойств сигнала трудно обоснованно выбрать методы демодуляции, анализа характеристик реальных устройств с учетом шумов в элементах схемы и другие важные аспекты, связанные с работой КДВ и его параметрами.

Феноменологическая модель сигнала оптической схемы КДВ на базе классического анализа прецессии магнитных моментов в схеме

Эффекты, определяющие работу КДВ, вообще говоря, могут быть адекватно описаны только с привлечением формализма квантовой физики. Тем не менее, принимая во внимание факты, обоснованные квантовыми принципами, и опираясь на классические и полуклассические представления о результатах процессов, происходящих в КДВ, можно построить функциональную зависимость осцилляций магнитных моментов в описанной выше газовой среде, которые в итоге должны наблюдаться в виде сигнала $u(t)$. Такое рассмотрение может быть основой для полуклассической аналитической модели $u(t)$, а кроме того, позволит понять на уровне классических представлений взаимосвязь физических механизмов, задействованных в схеме КДВ.

Рассмотрим газовую ячейку (рис. 1, а), содержащую газовую смесь, в состав которой входят изотопы ксенона ^{129}Xe и ^{131}Xe (с гиромагнитными отношениями γ_1 и γ_2 соответственно), атомарные пары рубидия ^{87}Rb (с гиромагнитным отношением γ_e), а также буферный газ азот N_2 . Вдоль оси z действует лазерное излучение (на рис. 1 обозначено как λ_p), создающее продольную оси z электронную спиновую поляризацию щелочных атомов ^{87}Rb , которая посредством столкновений и спин-обменного взаимодействия передается к изотопам ^{129}Xe и ^{131}Xe . Для эффективного взаимодействия важно, что концентрация благородного газа Xe примерно на шесть порядков превышает концентрацию щелочного металла ^{87}Rb .

Газовая ячейка помещена в систему трех вспомогательных магнитных полей. Прежде всего, это постоянное продольное (вдоль оси z) поле B_0 , обеспечивающее возможность накачки и задающее ось z как ось прецессии спинов электронов и атомов. Вторым вспомогательным магнитным полем является переменное поперечное поле B_N , которое на несколько порядков слабее B_0 . Для определенности на рис. 1 поле B_N направлено вдоль оси y . Оно содержит две гармонические компоненты с частотами ω'_1 и ω'_2 , близкими к собственным частотам прецессии $\omega_{1,2} = \gamma_{1,2} B_0$, и вызывает ядерный магнитный резонанс у обоих изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe .

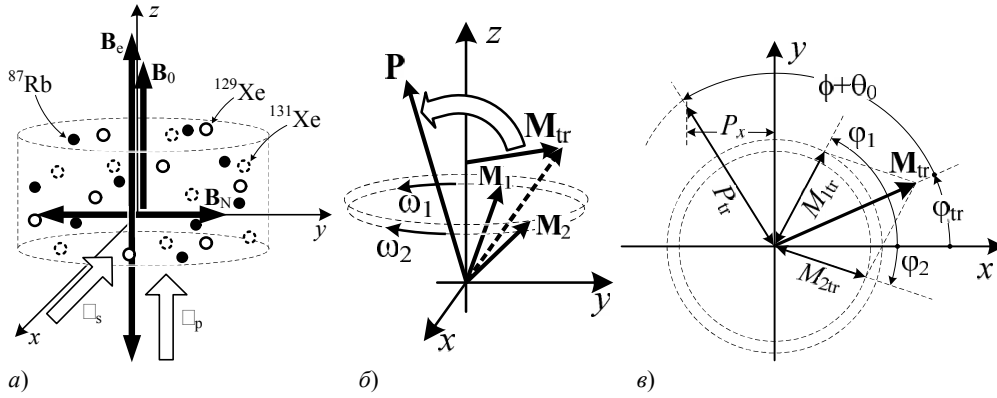


Рис. 1. Схема газовой ячейки в системе магнитных полей и оптических волн (а); основные векторы наведенной намагниченности, задающие функционирование датчика (б); поперечные проекции векторов наведенной намагниченности (в)

Поскольку гиромагнитные отношения изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe отличаются по знаку, ларморовская прецессия происходит в противоположных направлениях. При вращении датчика вокруг оси z со скоростью Ω уравнения для наблюдаемых частот прецессии имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \gamma_1 B_0 - \Omega, & (1) \\ \omega_2 &= \gamma_2 B_0 - \Omega. & (2) \end{aligned}$$

Регистрация значений частот ω_1 и ω_2 позволяет как найти значение Ω , так и уточнить значение B_0 и дополнительно стабилизировать статическое магнитное поле. Необходимость наличия механизма контроля и стабилизации фактического значения B_0 внутри ячейки обусловила использование в схеме датчика двух изотопов ксенона. Внешняя магнитная экранировка должна обеспечить невосприимчивость к паразитным сторонним флуктуациям магнитного поля.

Обозначим как M_1 и M_2 векторы ядерной намагниченности ^{129}Xe и ^{131}Xe соответственно, а вектор электронной спиновой поляризации щелочного металла – как P (рис. 1, б). Известные гиромагнитные отношения ядер изотопов ксенона ^{129}Xe ($\gamma_1 = -11,9$ МГц/Тл) и ^{131}Xe ($\gamma_2 = 3,52$ МГц/Тл), а также электрона рубидия ($\gamma_e = 28$ ГГц/Тл) позволяют оценить собственные угловые скорости прецессии всех трех векторов для заданного магнитного поля B_0 . Если считать движение установившимся под действием процессов релаксации и магнитного резонанса во внешнем переменном поле, то векторы ядерной намагниченности за период прецессии описывают конусы, высоты которых принадлежат оси z и остаются постоянными. Поэтому прецессия ядерной намагниченности обоих изотопов ксенона в постоянном магнитном поле B_0 описывается простыми выражениями:

$$M_1(t) = M_{1tr} \sin(\omega_1 t + \phi_1) \cdot x + M_{1tr} \cos(\omega_1 t + \phi_1) \cdot y + M_{1z} \cdot z, \quad (3)$$

$$M_2(t) = M_{2tr} \sin(\omega_2 t + \phi_2) \cdot x + M_{2tr} \cos(\omega_2 t + \phi_2) \cdot y + M_{2z} \cdot z, \quad (4)$$

где, M_{1tr} и M_{2tr} – поперечные составляющие ядерной намагниченности изотопов, которые войдут в аналитическую формулу сигнала $u(t)$ как свободные параметры и определяются амплитудами компонент B_N , вызывающих ядерный магнитный резонанс, скоростями релаксации и скоростью намагничивания ксенона

через атомы щелочного металла. Продольные компоненты ядерной намагниченности M_{1z} и M_{2z} не представляют интереса для данного анализа. Для формирования сигнала $u(t)$ важна поперечная составляющая суммарного вектора $M_1 + M_2$, которую обозначим M_{tr} . Из (3), (4) нетрудно записать выражение для изменения амплитуды M_{tr} вектора M_{tr} и угла поворота φ_{tr} этого вектора относительно оси x :

$$M_{tr}(t) = \sqrt{M_{1tr}^2 + M_{2tr}^2 + 2M_{1tr}M_{2tr} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]}, \quad (5)$$

$$\varphi_{tr}(t) = \arctg \left[\frac{M_{1tr} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + M_{2tr} \sin(\omega_2 t + \varphi_2)}{M_{1tr} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + M_{2tr} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)} \right]. \quad (6)$$

Считывание информации связано с регистрацией осцилляций поперечной компоненты магнитного момента P . Установившаяся динамика вектора спиновой электронной поляризации P имеет более сложный вид, чем динамика ядерной намагниченности, поскольку обусловлена продольным ЭПР. ЭПР вызывается действием третьего вспомогательного магнитного поля. Это сильное гармоническое поле B_e с частотой ω_0 , направленное вдоль оси z . Амплитуда колебаний B_e превосходит величину постоянного поля B_0 , поэтому скорость прецессии вектора P меняется, в том числе периодически меняет знак. Условием возникновения продольного магнитного резонанса под действием B_e и прецессии вектора P вокруг оси z является наличие медленно меняющегося поперечного магнитного поля, которым является компонента M_{tr} , создающая наклон суммарного квазипостоянного магнитного поля $B_0 + gM_{tr}$ относительно оси z . Размерная константа g учитывает согласование суммируемых величин по размерности и эффект усиления, который здесь можно не детализировать. В результате появляется проекция поля B_e на плоскость, перпендикулярную вектору $B_0 + gM_{tr}$, она определяет возбуждение электронного парамагнитного резонанса. Полагая динамику электронного спина установившейся, для прецессии вектора P можно записать следующее простое выражение:

$$P(t) = P_{tr}(t) \sin[\varphi(t) + \theta(t)]x + P_{tr}(t) \cos[\varphi(t) + \theta(t)]y + P_z z, \quad (7)$$

где P_{tr} – поперечная компонента электронной поляризации щелочного металла P , пропорциональная индукции поперечного магнитного поля M_{tr} , P_z – не представляющая интереса продольная компонента электронной поляризации, φ – угол поворота вектора электронной поляризации P вокруг оси z за один цикл прецессии относительно его дрейфующего начального положения θ . Дрейф начальной фазы прецессии происходит из-за адиабатического изменения индукции поперечного магнитного поля по направлению в плоскости, перпендикулярной B_0 (рис. 1, в).

Меняющаяся во времени мгновенная скорость ω_e вращения вектора P вокруг вектора B_0 может быть записана в виде

$$\omega_e(t) = \omega_0 + \gamma_e B_e \sin(\omega_0 t + \psi), \quad (8)$$

где ω_0 – вынуждающая частота быстро осциллирующего поля B_e , а ψ – фаза, подобранная таким образом, что скорость вращения ω_e в начальный момент времени равна нулю: $\omega_e(0) = 0$. Следует отметить, что скорость прецессии спи-

новой электронной поляризации P совпадает с частотой осцилляций вынуждающего поля, которая для возбуждения резонанса подбирается близкой или равной собственной частоте прецессии вектора P в отсутствие вынуждающего поля B_e . В этом случае аргумент φ в (7) можно записать в виде интеграла

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega_e(\xi) d\xi = \omega_0 t - \frac{\gamma_e B_e}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 t + \psi) + \frac{\gamma_e B_e}{\omega_0} \cdot \cos(\psi). \quad (9)$$

Как уже было упомянуто, величина проекции электронной поляризации P на плоскость XU (рис. 1, в) меняется с течением времени пропорционально длине вектора индукции M_{tr} . Вместе с тем начальная фаза быстрой прецессии вектора P , которая задается углом θ в (7), «дрейфует» вслед за направлением вектора индукции M_{tr} . При этом с учетом $\omega_e(0) = 0$ угол θ_0 между направлением M_{tr} и повернутой относительно оси x на угол θ осью в плоскости xu остается постоянным. Отметим также, что период $1/\omega_0$ прецессии электронной поляризации P на три порядка меньше периодов $1/\omega_{1,2}$ прецессии суммарной ядерной намагниченности, поэтому изменение поперечного поля M_{tr} можно считать адиабатическим.

Считывание информации производится линейно поляризованным лазерным лучом, перпендикулярным оси z (обозначен λ_s на рис. 1, а). Для определенности будем полагать, что сканирующий луч направлен вдоль оси x . Лазерное излучение взаимодействует с магнитным полем электронов щелочного металла, и в соответствии с эффектом Фарадея плоскость поляризации света изменяется на угол α , пропорциональный проекции P на ось x , которую обозначим P_x . С учетом указанных выше обстоятельств из (7) с точностью до постоянного множителя осцилляцию $\alpha(t)$ можно записать в виде

$$\alpha(t) \sim P_x(t) = M_{tr}(t) \sin[\varphi(t) + \varphi_{tr}(t) + \theta_0]. \quad (10)$$

Подводя итог феноменологическим рассуждениям на базе классических представлений о динамике магнитных моментов в системе, можно написать аналитическое выражение для сигнала оптической схемы квантового датчика вращения. В упрощенном, но обычно актуальном для практического применения представлении сигнальные осцилляции угла $\alpha(t)$ малы, а ось поляризатора направлена под углом 45 градусов к исходному направлению линейной поляризации лазера. В этом случае осцилляции интенсивности на выходе поляризатора можно считать пропорциональными $\alpha(t)$. Тогда с точностью до постоянного множителя выходной сигнал оптической схемы $u(t)$ повторяет колебания $P_x(t)$ и с учетом (5), (6), (9) и (10) может быть записан следующим образом:

$$u(t) \sim \sqrt{M_{1tr}^2 + M_{2tr}^2 + 2M_{1tr}M_{2tr} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]} \times \sin \left[\omega_0 t - \frac{\gamma_e B_e}{\omega_0} \cdot \cos(\omega_0 t + \psi) + \arctan \left[\frac{M_{1tr} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + M_{2tr} \sin(\omega_2 t + \varphi_2)}{M_{1tr} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + M_{2tr} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)} \right] + Q \right], \quad (11)$$

где введено обозначение $Q = (\gamma_e B_e / \omega_0) \cdot \cos(\psi) + \theta_0$ для неинформативной константы в аргументе синуса.

Дополнительно следует пояснить некоторые количественные соотношения, важные для понимания характера сигнала, описанного выражением (11). Выбор параметров, входящих по результатам рассмотрения в (11), связан как с техническими возможностями и особенностями реализации практической схемы, так и с необходимостью обеспечить требуемые эффективные механизмы оптической накачки и считывания и другими дополнительными факторами. В экспериментальных системах поля B_0 и B_e имеют уровень до десятков мкТл, а поле B_N имеет уровень нТл. При этом наблюдаемые частоты прецессии ядерного спина ω_1 и ω_2 составляют от нескольких десятков до сотен Гц, а частота ω_0 составляет примерно 100 кГц. Величины компонент M_1 и M_2 отличаются в несколько раз, а отношение $\gamma_e B_e / \omega_0$ составляет примерно 2 радиана.

Полученная формула (11) может использоваться для рассмотрения проблемы демодуляции сигнала датчика и извлечения из него искомым частот прецессии ω_1 и ω_2 изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe , а затем и Ω . При этом даже при упрощенном представлении (11) характер сигнала $u(t)$ достаточно нетривиален. Функциональная структура (11) содержит сложную, быстро осциллирующую (с частотой ω_0) компоненту, которая также имеет быстрые осцилляции аргумента. При этом в амплитуде этой компоненты и ее аргументе есть медленно меняющиеся составляющие, так же нетривиально связанные с искомыми частотами ω_1 и ω_2 . На основе модели (11) можно разрабатывать разные подходы к поиску алгоритмов демодуляции – от различных аналитических выражений для обработки фрагментов сигнала $u(t)$ до применения численных подходов с аппроксимацией зарегистрированного сигнала функцией (11) с выбором искомым параметров ω_1 , ω_2 путем минимизации некоторой целевой функции (например, невязки между зарегистрированным сигналом и модельной функцией).

Тем не менее для серьезного изучения проблемы демодуляции сигнала квантового датчика вращения необходимо рассмотреть вопрос об адекватности полученной модели и уточнить свойства сигнала $u(t)$. Итоговой стадией верификации модели сигнала оптической схемы и информации о свойствах этого сигнала и основой для валидации модели сигнала, безусловно, должна быть регистрация сигналов в экспериментальных схемах. Но важной предварительной стадией верификации того, отражает ли выражение (11) реальные процессы в рассматриваемой схеме, может быть также теоретический анализ более высокого уровня. Основная проблема приведенного выше анализа состоит прежде всего в том, что квантовые эффекты учтены только феноменологически и при получении относительно простой и наглядной модели (11) не учитывается непосредственное влияние квантовых эффектов на анализируемую динамику магнитных моментов, фигурирующих в среде и влияющих в конечном счете на сканирующее лазерное излучение и формируемый оптический сигнал. По этой причине целесообразно изучить свойства сигнала $u(t)$, рассчитываемого на основе более строгих физических моделей, хотя таковые обычно теряют возможность наглядного аналитического представления, и сравнить эти свойства с представлением на основе (11), что и делается далее.

Модель сигнала оптической части КДВ на основе формализма квантовой механики

Для построения расчетов, непосредственно учитывающих квантовые явления, описание взаимодействия лазерного излучения с щелочными атомами ^{87}Rb

будет основываться на формализме одноатомной матрицы плотности. Кооперативные многоатомные эффекты [18, 19] учитывать не будем, принимая во внимание сравнительно высокую температуру газа и низкую концентрацию атомов рубидия. Рассмотрим накачивающее лазерное поле (\mathbf{E}_{pump}) в виде классической плоской волны, распространяющейся вдоль оси z . Вектор напряженности электрического поля волны имеет вид:

$$\mathbf{E}_{\text{pump}} = E_p \mathbf{e}_p \exp\{i(\omega t - kz)\} + \text{к.с.} \quad (12)$$

Выражение для вектора напряженности сканирующего лазерного поля (\mathbf{E}_{scan}), которое направлено перпендикулярно по отношению к оси z (вдоль оси x), запишем таким образом:

$$\mathbf{E}_{\text{scan}} = E_s \mathbf{e}_s \exp\{i(\omega t - \delta_s t - kx)\} + \text{к.с.} \quad (13)$$

Здесь E_p и E_s – это амплитуды накачивающего и сканирующего полей соответственно, \mathbf{e}_p и \mathbf{e}_s – единичные векторы их поляризации, ω – частота, близкая к частоте атомного перехода, на котором осуществляется накачка спиновой поляризации щелочного металла, δ_s – отстройка сканирующего поля от резонанса, которая создается для уменьшения влияния сканирующего поля на населенность энергетических уровней.

Тогда, используя уравнение Лиувилля, запишем динамическую систему уравнений для матрицы плотности щелочных атомов [20]:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \Gamma^{dec} \hat{\rho} + \Gamma^{se} \hat{\rho} + \Gamma^{coll} \hat{\rho}. \quad (14)$$

Здесь \hat{H} – оператор Гамильтона, $\hat{\rho}$ – матрица плотности системы, Γ^{dec} – супероператор распада атомов из возбужденного состояния в основное, Γ^{se} – супероператор релаксации спиновой поляризации за счет спин-обменного взаимодействия с атомами буферного газа, Γ^{coll} – супероператор релаксации оптической когерентности из-за дефазировки атомов при упругих столкновениях.

Оператор Гамильтона может быть представлен как

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i |i\rangle \langle i| - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_{\text{pump}} - \hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}_{\text{scan}} + \gamma_e \cdot \sum_{n,F} g_{n,F} \hat{\mathbf{S}}_{n,F} \cdot \mathbf{B}, \quad (15)$$

где ε_i – энергии уровней щелочного атома; $\hat{\mathbf{d}}$ – векторный оператор дипольного момента щелочного атома; $\hat{\mathbf{S}}_{n,F}$ – спиновые матрицы Паули для полного углового момента, соответствующего энергетическому уровню щелочного атома N , и $g_{n,F}$ – фактор Ланде для соответствующего энергетического уровня N и полного углового момента F ; \mathbf{B} – вектор магнитного поля, представляющий собой суперпозицию B_0, B_N, B_e .

Перейдем к описанию динамики ядерной намагниченности изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe . Математический аппарат, описывающий динамику ядерной намагни-

ченности, базируется на системе уравнений Блоха, в которой предполагается, что ядерная намагниченность может быть описана классическим вектором M [21–24]:

$$\frac{dM_\chi}{dt} = \gamma_\chi [M_\chi \times B] + \Gamma_\chi P - \lambda_\chi M_\chi. \quad (16)$$

Здесь индекс $\chi = 1$ для изотопа ^{129}Xe и $\chi = 2$ для изотопа ^{131}Xe , Γ_χ – коэффициент передачи электронного спина щелочного металла ядру благородного газа, λ_χ – скорость распада ядерной намагниченности за счет столкновений со стенками или неоднородности магнитного поля в объеме ячейки.

Таким образом, мы получили систему уравнений (14), которая описывает динамику изменения поляризации атомов ^{87}Rb , и систему уравнений (16), описывающую динамику ядерной намагниченности изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe .

Дальнейшим этапом является решение самосогласованной системы уравнений (14) и (16). Не вдаваясь в детальное описание численных методов, используемых при решении системы уравнений (14) совместно с (16), и организации численных расчетов на основе описанной модели, в следующем разделе рассмотрим и обсудим результаты расчета. Вместе с тем отметим, что численные вычисления являются довольно трудоемкими даже в одномерной модели, поскольку система (14) приводит к 256 уравнениям, а система (16) – к 6 уравнениям, которые необходимо решать совместно.

Результаты расчетов

Далее приведем примеры расчетов сигналов на основе рассмотренных выше моделей и сравним свойства полученных сигналов. Сигнал, рассчитанный на основе квантовой модели, обозначим как $u_q(t)$, а расчеты на основе (11) – как $u_{cl}(t)$.

При расчетах на основе упрощенной квантовой модели, кратко описанной в п. 3, использовались следующие параметры: давление N_2 – 10 Торр, давление изотопов ^{129}Xe и ^{131}Xe – по 30 Торр, температура ячейки – 77°C с линейным размером 2 см, значение поля B_0 – 12 мкТл, амплитуды компонент B_N и B_e – 1 нТл и 24 мкТл соответственно. Подразумевалось, что накачивающий лазер настроен на переход $F = 1 \leftrightarrow F' = 1$ с интенсивностью 1 мВт/см² с правополяризованной поляризацией излучения, сканирующее лазерное излучение полагалось линейно поляризованным и отстроенным от перехода $F = 2 \leftrightarrow F' = 2$ на 3,248 ГГц с интенсивностью 1 мВт/см². Ширина спектра обоих лазеров равняется 500 кГц.

В расчетах на основе выражения (11) с учетом указанных значений магнитных полей были приняты следующие значения параметров: $f_1 = \omega_1/2\pi = 142,8$ Гц, $f_2 = \omega_2/2\pi = 42,24$ Гц, $f_0 = \omega_0/2\pi = 83971,7$ Гц, а отношение $\gamma_e B_e/\omega_0$ принято равным 1,84. Остальные параметры выражения (11), такие как амплитуды M_{1tr} и M_{2tr} , фазы φ_1 , φ_2 и θ_0 , не могут быть непосредственно обоснованы исходя из известных значений полей и гиромагнитных отношений, а по расчетам на базе квантовой модели их можно оценить только косвенно. В связи с этим при анализе данные параметры необходимо подбирать. Отметим, что поведение функции (11) определяется не значениями M_{1tr} и M_{2tr} , а их отношением, поэтому амплитуда сигнала $u_{cl}(t)$ подбиралась для соответствия сигналу $u_q(t)$.

Характер временных зависимостей $u(t)$ довольно трудно анализировать, поскольку в сигнале присутствуют осцилляции совершенно разных временных масштабов. Это видно на рис. 2, где приведены фрагменты сигналов $u_{cl}(t)$ и $u_q(t)$.

Временной масштаб выбран таким образом, чтобы можно было видеть квазипериодические осцилляции с частотой ω_0 и более медленные изменения как огибающей сигнала, так и структуры осцилляций внутри периода f_0 . Анализ более долговременных фрагментов показывает, что указанные медленные (задаваемые частотами ω_1 и ω_2) изменения поведения сигнала соответствуют значительным изменениям уровня огибающей и существенной трансформации внутренней структуры быстрых осцилляций. Впрочем, такое поведение следует ожидать из вида выражения (11), но аналогичное поведение получено и для $u_q(t)$.

С учетом указанных свойств сигналов $u(t)$ анализ и сравнение их поведения удобнее делать на основе рассмотрения спектров сигналов. Подбор неопределенных параметров для выражения (11) производился путем поиска значений, обеспечивающих максимальное соответствие между $u_q(t)$ и $u_{cl}(t)$. Поиск соответствия проводился при помощи метода градиентного спуска с использованием пакета Optimization Toolbox среды MATLAB следующим образом: исходя из общих соображений, задавались начальные значения искомых параметров, вычислялась квадратичная норма невязки амплитудного спектра сигнала $u_q(t)$ и амплитудного спектра сигнала $u_{cl}(t)$. Затем значения искомых параметров уточнялись в соответствии с градиентом целевой функции невязки, сигнал $u_{cl}(t)$ пересчитывался для обновленных значений параметров и производилась следующая итерация с вычислением целевой функции, оценкой ее градиента и уточнением искомых параметров. Оптимизация останавливалась, когда шаг становился меньше заранее заданной величины (в нашем случае 10^{-6}). Во избежание нахождения локального минимума применялся метод моментов, заключающийся в модификации целевой функции таким образом, чтобы ее минимум достигался через несколько шагов после прохождения реального минимума. В результате, были получены следующие значения параметров: $M_{1r} = 0,127$, $M_{2r} = 0,088$, $\varphi_1 = 2,47$ рад, $\varphi_2 = 2,455$ рад. Параметр θ_0 не влиял на разницу амплитудных спектров.

На рис. 3 изображены амплитудные спектры сигналов $u_q(t)$ и $u_{cl}(t)$, где для $u_{cl}(t)$ в (11) подставлены параметры, найденные в ходе оптимизации. Из рисунка видно, что спектр сигнала $u_{cl}(t)$ содержит большой набор частот, кратных f_0 , что соответствует структуре выражения (11), где в аргументе основной синусоидальной компоненты присутствует сумма вида $\omega_0 t + (\gamma_e B_e / \omega_0) \cdot \cos(\omega_0 t + \psi)$. Поскольку и аргумент и амплитуда этой компоненты также содержат сложные выражения, включающие осцилляции с частотами ω_1 , ω_2 и $(\omega_1 - \omega_2)$, то вокруг гармоник, кратных f_0 , присутствуют комбинационные спектральные составляющие, смещенные на $nf_1 + mf_2$, где n и m – целые числа.

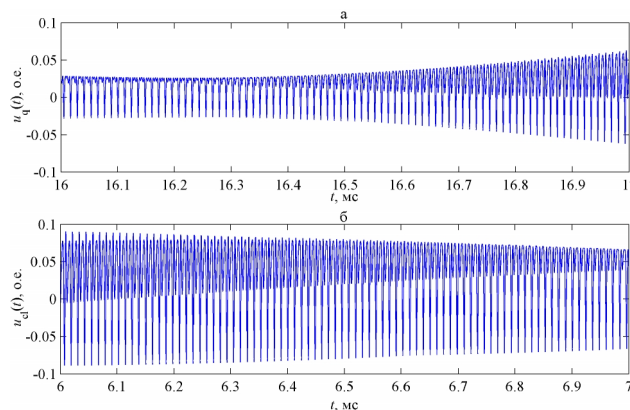


Рис. 2. Фрагмент рассчитанных сигналов на интервале 1 мс: сигнал $u_q(t)$ (а), сигнал $u_{cl}(t)$ (б)

Спектр сигнала $u_q(t)$ также содержит набор компонент вблизи частот, кратных f_0 . Это подтверждает, что феноменологическая полуклассическая модель отражает существенные процессы динамики магнитных моментов в рассматриваемой системе. Однако структура комбинационных спектральных компонент вокруг гармоник f_0 для сигнала, рассчитанного на основе более строгого квантово-механического формализма, имеет отличия как по уровням составляющих, так и по составу. Прежде всего, можно отметить, что компоненты со смещением $nf_1 + mf_2$ дополнительно расщеплены, что свидетельствует о наличии в сигнале $u_q(t)$ дополнительных медленных флуктуаций амплитуды и фазы «несущих» с постоянными времени порядка 100–200 мс, которых нет в сигнале (11). Это может быть объяснено тем, что расчет на основе квантово-механического формализма более строгий и учитывает более сложный набор механизмов формирования сигнала на выходе оптической схемы. В этом случае в результатах расчета проявляются релаксационные процессы, учитываются сложные механизмы расщепления энергетических уровней по Зеемановским подуровням и к расщеплению полос электронного парамагнитного резонанса на серии линий.

Эти результаты позволяют заключить, что при предварительном рассмотрении проблемы демодуляции сигнала квантового датчика вращения, исходном выборе подходов для алгоритмов демодуляции и предварительных оценках можно основываться на аналитическом представлении (11). Однако такая модель не достаточна для того, чтобы обрабатывать алгоритмы демодуляции, выбирать их параметры и анализировать ожидаемые точностные характеристики. Для более адекватного анализа алгоритмов демодуляции необходимо использовать результаты расчетов на основе более строгих моделей, учитывающих непосредственное квантовое описание динамики магнитных моментов в системе.

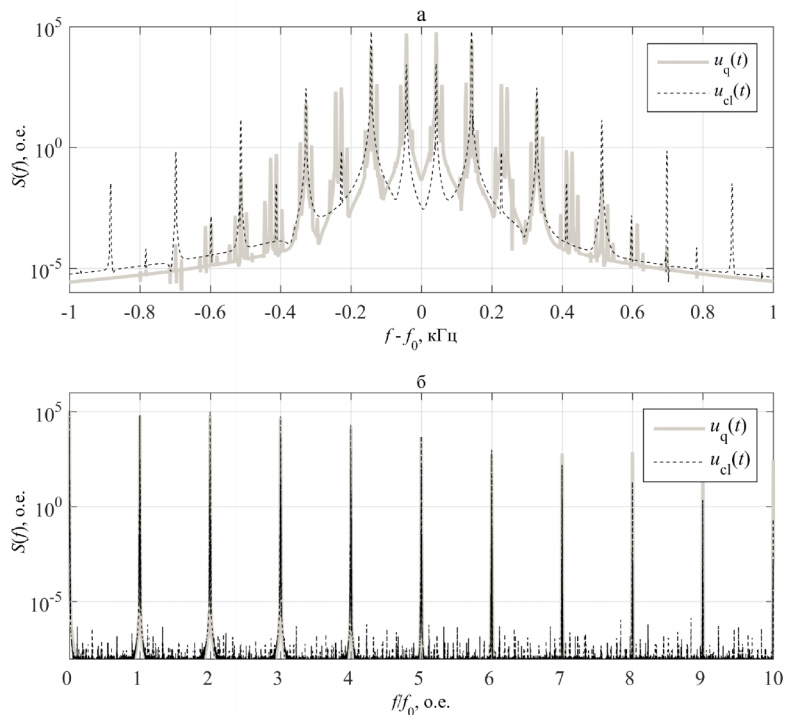


Рис. 3. Спектры сигналов $u_q(t)$ и $u_{cl}(t)$: область вблизи частоты f_0 (а); область, охватывающая 10 гармоник частоты f_0 (б)

Выводы

В работе рассмотрена схема квантового датчика вращения на основе ЯМР. На основе полуклассического анализа динамики векторов наведенной намагниченности в схеме получена аналитическая модель сигнала, формируемого на выходе оптической системы датчика. Кратко описана одномерная теоретическая модель процессов в схеме, позволяющая проводить более строгий численный расчет сигнала с учетом формализма квантовой физики. Сравнение результатов расчетов показало, что учет влияния квантовых эффектов на динамику наведенной намагниченности в схеме влияет на свойства сигнала и выявляет более сложную структуру сигнала, чем аналитическая модель. Приведенные результаты следует учитывать при рассмотрении алгоритмов демодуляции сигнала для выделения из него целевой информации о скорости вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы (соглашение № 14.578.21.0211, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0211)».

ЛИТЕРАТУРА

1. **Larsen, M., Bulatowicz, M.**, Nuclear Magnetic Resonance Gyroscope: For DARPA's micro-technology for positioning, navigation and timing program, *IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings*, 2012. DOI: 10.1109/FCS.2012.6243606.
2. **Woodman, O.J.**, An introduction to inertial navigation: Technical Report no. 696, University of Cambridge Computer Laboratory, 2007. URL: <https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf>.
3. **Jekeli, C.**, Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications, Walter de Gruyter, 2001.
4. **Fang, J. and Qin J.**, Advances in Atomic Gyroscopes: A View from Inertial Navigation Applications, *Sensors (Basel)*, 2012, no. 12 (5), pp. 6331–6346. DOI: 10.3390/s120506331.
5. **Lefèvre, H.C.**, The fiber-optic gyroscope: Challenges to become the ultimate rotation-sensing technology, *Optical Fiber Technology*, 2013, vol. 19, issue 6, part B, pp. 828–832. DOI: 10.1016/j.yofte.2013.08.007.
6. **Rabi, I.I., Zacharias, J.R., Millman, S., Kusch, P.**, A New Method of Measuring Nuclear Magnetic Moment, *Physical Review*, 1938, vol. 53, no. 4, pp. 318–327.
7. **Померанцев Н.М.** Явление спиновых эхо и его применение // УФН. 1958. № 1. С. 87–110.
8. **Waters, G.S. and Francis, P.D.**, A nuclear magnetometer, *Journal of Scientific Instruments*, 1958, vol. 35, no. 3, pp. 88–93.
9. **Габуда С.П., Плетнев Р.Н., Федотов М.А.** Ядерный магнитный резонанс в неорганической химии. М: Наука, 1988. 214 с.
10. **Lauterbur, P.C.**, Image Formation by Induced Local Interactions: Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance, *Nature*, 1973, vol. 242, pp. 190–191. DOI: 10.1038/242190a0.
11. **Малеев П.И.** Новые типы гироскопов. Л., 1971.
12. **Simpson, J.H., Fraser, J.T., and Greenwood, I.A.**, An Optically Pumped Nuclear Magnetic Resonance Gyroscope, *IEEE Trans. Aerosp. Support*, 1963, vol. 1, pp. 1107–1110.
13. **Fang, J.C. and Qin, J.**, Advances in Atomic Gyroscopes: A View from Inertial Navigation Applications, *Sensors*, 2012, vol. 12, pp. 6331–6346.
14. **Donley, E.A.**, Nuclear Magnetic Resonance Gyroscopes, *IEEE SENSORS 2010 Conference*, 2010, pp. 17–22.
15. **Литманович Ю.А., Вершовский А.К., Пешехонов В.Г.** Гироскоп на основе явления ядерного магнитного резонанса: прошлое, настоящее, будущее // Материалы пленарного заседания 7-й Российской мультikonференции по проблемам управления: СПб, 2014. С. 35–42.
16. **Мейер Д., Ларсен М.** Гироскоп на ядерном магнитном резонансе для инерциальной навигации // Гироскопия и навигация. 2014. № 1 (84). С. 3–13.

17. Walker, T.G., Larsen, M.S., Spin-Exchange-Pumped NMR Gyros, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2016, vol. 65, pp. 373–401.
18. Kuraptsev, A.S. and Sokolov, I.M., Spontaneous decay of an atom excited in a dense and disordered atomic ensemble: Quantum microscopic approach, *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, issue 1.
19. Соколов И.М. Влияние сверхтонкой структуры атомных состояний на коллективные эффекты в квазимолекуле Rb2 // ЖЭТФ. 2017. Т. 152. Вып. 4 (10). С. 650–665.
20. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения. М.: Мир, 1983. 248 с.
21. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: Изд. иностр. литературы, 1963.
22. Popov, E.N., Barantsev, K.A., Litvinov, A.N., Control of the Nuclear Spin of the ^{129}Xe and ^{131}Xe Isotopes in the Spin-Exchange Interaction with ^{87}Rb Atoms, *Physics of Wave Phenomena*, 2016, vol. 24, no. 3, pp. 203–213.
23. Dong, H., Fang, J., Qin, J., Chen, Y., Analysis of the electrons-nuclei coupled atomic gyroscope, *Optics Communications*, 2011, vol. 284, issue 12, pp. 2886–2889.
24. Fang, J., Wan, S., Yuan, H., Dynamics of an all-optical atomic spin gyroscope, *Applied Optics*, 2013, vol. 52 (30), pp. 7220–7227. DOI: 10.1364/AO.52.007220.

Popov E.N., Barantsev K.A., Ushakov N.A., Litvinov A.N., Liokumovich L.B. (St. Petersburg Polytechnical University n.a. Peter the Great), Shevchenko A.N., Sklyarov F.V. (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg), Medvedev A.V. (St. Petersburg Polytechnical University n.a. Peter the Great)

Behavior of Signal from Optical Circuit of Quantum Rotation Sensor Based on Nuclear Magnetic Resonance. *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2018. Vol. 26. No. 1 (100). P. 93–106.

Abstract. The paper considers a common operation principle of a quantum rotation sensor based on nuclear magnetic resonance, giving a semiclassical description of processes in the sensor circuit, that enables the analytical representation to be obtained for a signal at the optical circuit output. The principles of numerical calculation are briefly presented for an optical signal of the rotation sensor based on a one-dimensional quantum model. The comparison of calculations according to classical model and more strict quantum model has shown that the sensor signal has a more complicated structure than that following from the classical description which shows only some properties of dynamic processes in the circuit. The results are important for development of methods of demodulating the quantum rotation sensor optical signal and for estimation of expected characteristics of practical devices.

Keywords: nuclear magnetic resonance, electronic paramagnetic resonance, polyharmonic signal, rotation sensor.

REFERENCES

1. Larsen, M., and Bulatowicz, M., Nuclear Magnetic Resonance Gyroscope: For DARPA's micro-technology for positioning, navigation and timing program, *IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings*, 2012.
2. Woodman, O.J., An introduction to inertial navigation: Technical Report no. 696, University of Cambridge Computer Laboratory, 2007.
3. Jekeli, C., Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications, Walter de Gruyter, 2001.
4. Fang, J. and Qin J., Advances in Atomic Gyroscopes: A View from Inertial Navigation Applications, *Sensors (Basel)*, 2012, no. 12 (5), pp. 6331–6346.
5. Lefèvre, H.C., The fiber-optic gyroscope: Challenges to become the ultimate rotation-sensing technology, *Optical Fiber Technology*, 2013, vol. 19, issue 6, part B, pp. 828–832.
6. Rabi, I.I., Zacharias, J.R., Millman, S., and Kusch, P., A New Method of Measuring Nuclear Magnetic Moment, *Physical Review*, 1938, vol. 53, no. 4, pp. 318–327.
7. Pomerantsev, N.M., *Yavlenie spinovykh ekho i ego primenenie* (Spin Echo Phenomenon and Its Applications), *UFN*, 1958, no. 1, pp. 87–110.

8. **Waters, G.S., and Francis, P.D.**, A nuclear magnetometer, *Journal of Scientific Instruments*, 1958, vol. 35, no. 3, pp. 88–93.
9. **Gabuda, S.P., Pletnev, R.N., and Fedotov, M.A.**, *Yadernyi magnitnyi rezonans v neorganicheskoi khimii* (Nuclear Magnetic Resonance in Inorganic Chemistry), Moscow, Nauka, 1988.
10. **Lauterbur, P.C.**, Image Formation by Induced Local Interactions: Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance, *Nature*, 1973, vol. 242, pp. 190–191.
11. **Maleev, P.I.**, *Novye tipy giriskopov* (New Types of Gyroscopes), Leningrad, 1971.
12. **Simpson, J.H., Fraser, J.T., and Greenwood, I.A.**, An Optically Pumped Nuclear Magnetic Resonance Gyroscope, *IEEE Trans. Aerosp. Support*, 1963, vol. 1, pp. 1107–1110.
13. **Fang, J.C. and Qin, J.**, Advances in Atomic Gyroscopes: A View from Inertial Navigation Applications, *Sensors*, 2012, vol. 12, pp. 6331–6346.
14. **Donley, E.A.**, Nuclear Magnetic Resonance Gyroscopes, *IEEE SENSORS 2010 Conference*, 2010, pp. 17–22.
15. **Litmanovich, Yu.A., Vershovskii, A.K., and Peshekhonov, V.G.**, Nuclear Magnetic Resonance Gyro: Past, Present, Future, *7-ya Rossiiskaya multikonferentsiya po problemam upravleniya, materialy plenarnogo zasedaniya* (7th Russian Conference on Control problems, Proceedings of the Plenary Session), St. Petersburg, 2014, pp. 35–42.
16. **Meyer, D., and Larsen, M.**, Nuclear Magnetic Resonance Gyro for Inertial Navigation, *Gyroscopy and Navigation*, vol. 5, no. 2, pp. 75–82.
17. **Walker, T.G., and Larsen, M.S.**, Spin-Exchange-Pumped NMR Gyros, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 2016, vol. 65, pp. 373–401.
18. **Kuraptsev, A.S. and Sokolov, I.M.**, Spontaneous Decay of an Atom Excited in a Dense and Disordered Atomic Ensemble: Quantum Microscopic Approach, *Phys. Rev. A*, 2014, vol. 90, issue 1.
19. **Sokolov, I.M.**, Influence of Hyperfine structure of the Atomic States on the Collective Effects in the Rb₂ Quasi-molecule, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2017, vol. 125, no. 4, pp. 551–563.
20. **Blum, K.** Density Matrix Theory and Applications, Springer Series on Atomic, Optical and Plasma Physics, 2012.
21. **Abraham, A.**, *Yadernyi Magnetizm* (Nuclear Magnetism), Moscow, Izdatelstvo inostrannoi literatury, 1963.
22. **Popov, E.N., Barantsev, K.A., and Litvinov, A.N.**, Control of the Nuclear Spin of the ¹²⁹Xe and ¹³¹Xe Isotopes in the Spin-Exchange Interaction with ⁸⁷Rb Atoms, *Physics of Wave Phenomena*, 2016, vol. 24, no. 3, pp. 203–213.
23. **Dong, H., Fang, J., Qin, J., and Chen, Y.**, Analysis of the Electrons-Nuclei Coupled Atomic Gyroscope, *Optics Communications*, 2011, vol. 284, no. 12, pp. 2886–2889.
24. **Fang, J., Wan, S., and Yuan, H.**, Dynamics of an All-Optical Atomic Spin Gyroscope, *Applied Optics*, 2013, vol. 52 (30), pp. 7220–7227.

Материал поступил 11.05.2017