

XXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ



31 мая – 2 июня 2021

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)
- НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИТМО, РОССИЯ
- АМЕРИКАНСКОГО ИНСТИТУТА АЭРОНАВТИКИ И АСТРОНАВТИКИ (AIAA)
- ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ – ОБЩЕСТВА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ (IEEE – AESS)
- ФРАНЦУЗСКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (IFN)
- НЕМЕЦКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (DGON)
- КИТАЙСКОГО ОБЩЕСТВА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ (CSIT)
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ», РОССИЯ

В настоящем издании опубликованы на русском языке пленарные и стендовые доклады участников конференции из России, Украины.

Полностью все доклады представлены в материалах конференции на английском языке – «28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems».

Тексты докладов публикуются в авторской редакции.

Главный редактор
академик РАН В. Г. Пешехонов

СОДЕРЖАНИЕ

ЗАСЕДАНИЕ I – УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ

ПРИГЛАШЕННЫЙ ДОКЛАД

М.Ю. Беляев, Г.П. Аншаков

От первого полета человека в космос до постоянной пилотируемой орбитальной станции 9

ПЛЕНАРНЫЙ ДОКЛАД

Е.А. Сергаева, О.Л. Старинова

Управление движением космического аппарата с двигателями малой тяги для полета к околоземному астероиду 21

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

И.В. Белоконов, М.С. Щербаков

Формирование одноосного закона управления на базе SDRE-технологии в задаче инспекционного движения двух наноспутников 25

Л.И. Синицын, И.В. Белоконов

Вероятностный анализ импульсной коррекции траектории наноспутника-гиростата с электротермической двигательной установкой 30

А.С. Самохин, М.А. Самохина

Оценка возможного выигрыша от пертурбационного маневра у Луны при моделировании перелета к Марсу на основе решения задач Ламберта 34

А.В. Небылов, В.А. Небылов

Современные проблемы навигации и управления полетом WIG-аппаратов 37

Ху Сяо Ян, В.В. Перлюк, А.В. Небылов

Разработка комплексной системы бортового оборудования для обеспечения траекторного управления малого беспилотного летательного аппарата 40

Е.В. Барина, И.В. Белоконов, И.А. Тимбай

Исследование резонансных режимов движения наноспутника формата CubeSat с малой инерционно-массовой асимметрией под действием аэродинамического момента 44

Д.Г. Кострыгин, А.М. Попов

Алгоритмы управления полетом БПЛА по заданному пути на основе направляющих векторных полей 49

Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, С.Е. Сомов

Наведение и управление космическим роботом при дополнительном выведении и сближении с информационным геостационарным спутником 52

А.А. Прутько

Поиск оптимальных по расходу топлива циклограмм включений двигателей для выполнения переориентаций крупногабаритных космических аппаратов 56

ЗАСЕДАНИЕ II – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

В.С. Вязьмин, А.А. Голован, Ю.В. Болотин

Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных 59

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

- А.В. Прохорцов, В.А. Смирнов, О.В. Минина**
Алгоритмы быстрого вычисления навигационных параметров подвижных объектов по сигналам СНС 67
- А.В. Прохорцов, Н.Д. Юдакова**
Интегрированная навигационная система на разнесенных акселерометрах 70
- Ю.В. Болотин, А.В. Брагин**
Сравнение точности алгоритмов навигации пешехода, основанных на разных способах коррекции 72
- В.Н. Коврегин, Г.М. Коврегина**
Адаптивно-робастные методы обнаружения, захвата и сопровождения зависших, мало- и высокоскоростных объектов в интегрированных радиолокационно-инерциальных системах с квазинепрерывным излучением 76
- А.В. Савкин, Д.А. Антонов, Л.А. Колганов, Е.Л. Чехов**
Метод комплексной обработки инерциальных и оптико-электронных измерений 80
- О.А. Степанов, А.С. Носов**
Алгоритм планирования информативного маршрута в задаче навигации с использованием карты 83
- Е.Г. Харин, И.А. Копылов, Е.А. Фальков, В.А. Копелович, Л.М. Бардина, А.Ф. Якушев, А.Ю. Жабин, А.Ю. Макарова,**
Отработка и оценка характеристик бортовой комплексной обработки информации инерциальных и радиотехнических систем в навигационно-пилотажном комплексе 88

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

- А.Г. Миков, Р.В. Воронов, А.П. Мощевикин**
Автономный байесовый алгоритм навигации автотранспорта с коррекцией по картам зданий и графу дорог 94
- К.Б. Амелин, А.Р. Бестугин, И.А. Киришина, Г.Г. Негрескул, А.А. Рогова, П.А. Семенов**
Система спутниковой посадки на подвижную платформу с микроэлектромеханическими датчиками 107

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

- В.М. Ачильдиев, Ю.К. Грузевич, Н.А. Бедра, М.А. Басараб, Н.С. Коннова, Ю.Н. Евсева, В.М. Успенский**
Диагностика заболеваний внутренних органов человека на основе биофизических сигналов сердца 111
- А.В. Немов, Д.Ю. Тюфтяков**
Об оценивании размерности подпространств в корреляционном анализе сигналов, принимаемых и обрабатываемых ЦАР ГНСС 115
- А.В. Тельный**
Об оценке точности результатов измерений спутниковых навигационных систем при использовании метода динамической рекуррентной коррекции 119
- А.А. Кумарин, С.В. Шафран, И.А. Кудрявцев, В.М. Гречишников**
Алгоритм слежения за сигналом ГНСС с прореживанием данных 124

ПЛЕНАРНЫЙ ДОКЛАД

- В.Б. Пудловский**
Сравнение погрешностей навигационных определений по сигналам ГНСС с использованием атомных часов или кварцевого генератора 128

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

- М.С. Селезнева, А.В. Пролетарский, К.А. Неусыпин**
Коррекция навигационной системы возвращающегося в атмосферу космического летательного аппарата при отключении внешних датчиков 136

А.В. Шолохов, С.Б. Беркович, Н.И. Котов Формирование реализаций самосогласованных трансформант аномального гравитационного поля в локальных областях	140
М.С. Селезнева, К.А. Неусыпин, Фам Суан Чыонг Способ комплексирования измерительных систем космического беспилотного летательного аппарата	144
С.П. Симаков, И.В. Белоконов Алгоритм определения пространственной ориентации некооперируемого космического объекта по результатам обработки последовательности стереоизображений.....	147
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	
А.Б. Тарасенко, А.А. Фомичев, П.В. Ларионов, А.Б. Колчев, П.А. Филатов, Э.А. Милик Разработка, настройка и испытания новой малогабаритной инерциально-спутниковой навигационной системы	151
Б.С. Алёшин, Э.Д. Курис, В.А. Петрухин, А.И. Черноморский, К.С. Лельков, Т.С. Хорев, В.В. Михеев Наземные одноосные колесные модули для транспортировки и управления угловой ориентацией аппаратуры мониторинга окружающей среды	158
Р.Р. Бикмаев Оценка погрешности бесплатформенной инерциальной навигационной системы по результатам распознавания дорожных знаков в многомерном оптическом геофизическом поле	166

ЗАСЕДАНИЕ III – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ

ПЛЕНАРНЫЙ ДОКЛАД

А.В. Чернодаров, А.П. Патрикеев, С.Е. Переляев Инерциальная навигация и геофизические инварианты.....	173
---	-----

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

Л.Н. Бельский, Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева Оценка обобщенных параметров в задаче начальной выставки и калибровки ИНС для космических средств выведения.....	181
А.В. Прохорцов, А.Э. Соловьев, В.А. Смирнов Способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем средней точности	185
Г.О. Баранцев, А.А. Голован, А.И. Матасов, П.В. Алюнов, А.Ю. Мишин, Д.М. Фомин Стендовая калибровка блока ньютонометров при зависящих от знака входного сигнала ошибках масштабных коэффициентов	188
А.А. Федотов, С.Ю. Перепелкина Определение допустимых уровней частотных характеристик измерительных каналов бесплатформенной инерциальной навигационной системы.....	191
В.В. Аврутов, О.И. Нестеренко Метод автономного определения широты и долготы подвижного объекта	195
А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, А.П. Патрикеев Адаптивно-робастная обработка сигналов инерциальных измерителей.....	199
Д.А. Буров Результаты оценок точности определения азимута кольцевыми лазерными гироскопами	202

А.В. Большакова, А.М. Боронахин, Е.Д. Бохман, Д.Ю. Ларионов, Л.Н. Подгорная, А.Н. Ткаченко, Р.В. Шалымов Особенности использования микромеханических акселерометров в задаче мониторинга коротких и импульсных неровностей рельсового пути	205
А.В. Прохорцов, В.А. Смирнов, М.А. Прохорцова Система измерения параметров дыхания человека	208
СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ	
А.В. Моторин, О.А. Степанов, А.А. Краснов, А.В. Соколов Идентификация параметров модели чувствительного элемента демпфированного гравиметра.....	210
Д.М. Калихман, Е.А. Депутатова, Д.С. Гнусарев Оценка погрешностей современных информационно-измерительных систем в условиях реальных эксплуатационных воздействий с использованием частотного метода	214
А.Г. Кузнецов, В.И. Галкин, Д.Н. Воробьев Способы повышения точностных характеристик гироскопических приборов на микромеханических датчиках для пилотажных систем управления	219
А.В. Лукин Методика определения областей устойчивости стационарных колебаний нелинейного МЭМС-резонатора при действии систем фазовой автоподстройки частоты и автоматической регулировки усиления	221
Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, С.Е. Сомов Инерциальная навигация и управление космическим роботом для обслуживания геостационарного спутника	224
ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ	
Ю.Ю. Брославец, Д.М. Амбарцумян, В.Г. Семенов, А.А. Фомичев, Е.А. Полукеев Мультичастотный твердотельный лазерный гироскоп на YAG:Cr ⁴⁺	229
Ю.Ю. Брославец, А.И. Вареник, А.Б. Колчев, П.В. Ларионов, Э.А. Миликов, А.Д. Морозов, Е.А. Полукеев, В.Г. Семенов, А.Б. Тарасенко, П.А. Филатов, А.А. Фомичев Новый четырехчастотный зеемановский лазерный гироскоп с непланарным симметричным резонатором, его параметры и особенности работы.....	237
СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ	
Д.С. Смирнов, И.Г. Дейнека, А.В. Куликов, В.Е. Стригалева, И.К. Мешковский Методы исследования температурных характеристик чувствительного элемента волоконно-оптического гироскопа.....	245
Д.Р. Деветьяров Поляризационно-устойчивый германосиликатный световод с эллиптической сердцевиной для волоконно-оптических гироскопов	247
Е.А. Петрухин, А.С. Бессонов Диссипативное и консервативное обратное рассеяние в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа.....	250
Г.О. Баранцев, А.В.Козлов, И.Х. Шаймарданов, А.В. Некрасов Упругая динамическая деформация виброподвеса лазерного гироскопа и ее влияние на точность определения ориентации	255
А.А. Авиев Моделирование процесса измерения параметров виброподставки оптико-электронной системой для лазерного гироскопа при воздействии реальных возмущений	259
П.А. Филатов, Э.А. Миликов, А.И. Вареник, А.Д. Морозов, В.Г. Семенов, А.Б. Тарасенко, А.А. Фомичев Исследование точностных характеристик акселерометров типа Q-flex для модернизации БИНС	263

В.Я. Распопов, Р.В. Алалуев, В.В. Лихошерст, С.И.Шепилов Гиросtabilизатор с увеличенной скоростью управляемой прецессии на базе гироскопа со сферическим шарикоподшипниковым подвесом.....	267
П.К. Плотников Исследование эффекта от введения в состав трехкомпонентного гироскопического измерителя угловой скорости на основе гироскопа Ковалевской компьютерной модели его поступательных движений и отрицательных электромеханических обратных связей по сигналам от них.....	271
А.Н. Королев, А.Я. Лукин, Е.Д. Бохман, П.А. Павлов, П.А. Иванов, Ю.В. Филатов Разработка цифровых углоизмерительных технологий на основе использования двумерных шкал для метрологического обеспечения навигационных систем.....	274
В.М. Никифоров, А.С. Анохин, А.Д. Ворона, Б.Д. Чернышев, А.А. Гусев, К.А. Андреев, А.А. Нижегородов Синтез корректирующего контура маятникового акселерометра с применением компьютерных технологий	278
И.Н. Хохлов, А.О. Синельников Способ измерения ширины зоны захвата в лазерных гироскопических датчиках.....	282
А.А. Маслов, Д.А. Маслов, И.В. Меркурьев, В.В. Подалков Влияние разночастотности и нелинейности на дрейф волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости	286
М.А. Басараб, И.П. Иванов, Б.С. Лунин Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов	291
ЗАСЕДАНИЕ IV – ВОПРОСЫ ТЕОРИИ	
СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ	
Ю.Н. Челноков, М.Ю. Логинов Новые кватернионные модели регулярной механики космического полета и их приложения в задачах прогноза движения космических тел и инерциальной навигации в космосе	294
А.В. Молоденков, Ю.Н. Челноков, С.Е. Переляев Кватернионный алгоритм математической начальной выставки БИНС на неподвижном основании с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова	298
П.К. Плотников, А.П. Плотников Анализ уравнений движения и некоторых свойств корректируемого бесплатформенно-компьютерного гироскопа	302
С.Е. Переляев, В.Ф. Журавлев, Б.П. Бодунов, С.Б. Бодунов Теория двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Технические приложения в новых волновых твердотельных гироскопах.....	307
Д.А. Кошаев Непрерывное оценивание скорости по данным глобальных навигационных спутниковых систем на основе сглаживающих сплайнов с априорно неопределенным параметром сглаживания	312
Д.А. Бедин, А.Г. Иванов Многокритериальная оптимизация параметров процедуры траекторной фильтрации при помощи генетического алгоритма.....	318
А.А. Галяев, А.С. Самохин, М.А. Самохина Применение метода проекции градиента в задаче расстановки обнаружителей с целью противодействия уклоняющемуся объекту	322

О.С. Амосов, С.Г. Амосова Адаптивное оценивание процессов с разладкой в навигационных приложениях с использованием машинного обучения	325
М.А. Барулина, Д.В. Кондратов, О.В. Маркелова, С.А. Галкина Численное и аналитическое моделирование движения наноразмерных элементов инерциальных датчиков	329
И.В. Папкина, А.В. Крысько, В.А. Крысько Общая теория резонаторов НЭМС в виде нанобалок и нанопластин.....	332

КРУГЛЫЙ СТОЛ: УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

М.Ю. Овчинников Проблемы управления и обеспечения навигации в межпланетных миссиях на базе малых КА	336
Д.А. Козорез, М.Н. Красильщиков, Д.М. Кружков Решение задач навигации и управления при выведении полезной нагрузки на геостационарную орбиту на основе современных и перспективных информационных ГНСС-технологий	344
Л.Б. Рапопорт, А.А. Генералов, Т.А. Тормагов, М.Ю. Шавин Задачи навигации и управления движением в точном земледелии	352
А.В. Небылов Задача исследования максимальной погрешности при решении задач управления движением	360

■ ЗАСЕДАНИЕ I – УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ■

От первого полета человека в космос до постоянной пилотируемой орбитальной станции

М.Ю. Беляев
ПАО «РКК «Энергия» им. С.П.Королева»
Королев, РФ
mikhail.belyaev@rsce.ru

Г.П. Аншаков
РКЦ «Прогресс»,
г. Самара, Россия

Аннотация—В докладе приводится краткая история подготовки и выполнения первого в мире пилотируемого полета на космическом корабле «Восток». Рассматриваются основные задачи и проблемы, решение которых позволило осуществить это историческое событие. Приводятся последующие достижения отечественной пилотируемой космонавтики, позволившие, в том числе, 50 лет назад, 19 апреля 1971 года создать и вывести на орбиту первую в мире орбитальную станцию «Салют». Анализируется роль человека при выполнении космического полета. Приводятся задачи на космической орбите, решение которых с участием экипажа повышает надежность и эффективность космического полета. Даются иллюстрирующие это положение примеры работы космонавтов в полетах орбитальных станций «Салют», орбитального комплекса «Мир», Международной космической станции. Указывается необходимость и приводятся примеры положительных результатов участия космонавтов в выполнении исследований и экспериментов на орбитальных станциях.

Ключевые слова—космический полет, ракета-носитель, орбитальная станция

I. ВВЕДЕНИЕ

Успехи отечественной космонавтики в большой степени были обусловлены созданием знаменитой боевой ракеты Р-7 [1]. Создание этой ракеты позволило вывести на орбиту первый искусственный спутник Земли, осуществить первый полет человека в космическое пространство, впервые сфотографировать обратную сторону Луны и обеспечить многие другие достижения [1, 2].

Р-7 – боевая двухступенчатая ракета. Основная ее задача была доставить ядерный заряд в любую точку территории вероятного противника. Предварительные теоретические работы по созданию такой ракеты начались в 1950 г. В 1953 г. в ОКБ-1 (ныне РКК «Энергия») в соот-

ветствии с постановлением от 13 февраля 1953 г. были развернуты работы по проекту двухступенчатой баллистической ракеты дальнего действия массой до 170 тонн с отделяющейся головной частью массой 3000 кг и дальностью 8000 км. В октябре 1953 г. изменяется проектное задание: масса боевого заряда увеличивается до 3000 кг, при этом масса головной части ракеты – до 5500 кг, а дальность полета сохраняется. Это новое требование практически оказалось завышенным, однако оно послужило основой для развития отечественной пилотируемой космонавтики.

В феврале 1954 г. были согласованы основные этапы отработки ракеты, и 20 мая 1954 г. принято постановление по разработке двухступенчатой баллистической ракеты Р-7 (8К71). Постановлением определены: головной разработчик – ОКБ-1 НИИ-88 и соисполнители – ОКБ-456 (двигатели), НИИ-885 (система управления), ГСКБ «Спецмаш» (наземное оборудование), НИИ-10 (гиро-приборы), КБ-11 (специальный заряд) и НИИ-4 МО (полигонные испытания).

II. СОЗДАНИЕ РАКЕТЫ Р-7.

ЗАПУСК ПЕРВОГО В МИРЕ СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Опыта создания двухступенчатых ракет в это время практически не было ни в нашей стране, ни за рубежом. Ракета Р-7 представляет собой яркий пример творческого подхода к решению сложнейших задач, которые ранее не возникали в технике.

Эскизный проект по ракетному комплексу Р-7 был готов в июле 1954 г. Конструкция ракеты Р-7 принципиально отличалась от всех ранее разработанных ракет своей компоновочной и силовой схемами, размерами и массой, мощностью, количеством систем и т.д. Она состояла из четырех одинаковых боковых ракетных блоков, кото-

рые крепились к центральному блоку. По внутренней компоновке как боковые, так и центральный блоки были аналогичны одноступенчатым ракетам с передним расположением бака окислителя. Топливные баки всех блоков являлись несущими. Двигатели всех пяти блоков начинали работать с Земли. При разделении ступеней боковые двигатели отключались, а центральная часть продолжала полет. На каждом блоке устанавливался унифицированный четырехкамерный ЖРД с тягой 80-90 тс.

Для рассмотрения эскизного проекта создали экспертную комиссию во главе с академиком М.В. Келдышем, в которую входили видные ученые и специалисты. Решение комиссии было положительным, и 20.11.1954 эскизный проект ракеты Р-7 (8К71) был одобрен Советом Министров СССР.

Теоретический чертеж ракеты Р-7 С.П. Королев утвердил 11 марта 1955 г.

Первая ракета Р-7 прибыла на техническую позицию полигона для проведения летных испытаний уже в марте 1957 г.

Первый пуск состоялся 15 мая 1957 г. в 19 ч 01 мин по московскому времени. Полет ракеты протекал нормально до 60-й секунды, затем в хвостовом отсеке стали заметны изменения в пламени истекающих из двигателей газов и на 98-й секунде полета отвалился боковой блок Д, после чего ракета потеряла устойчивость. Причиной аварии явилась негерметичность топливной магистрали горючего.

Второй пуск, назначенный на 11 июня 1957 г., не удался, несмотря на три попытки, и ракета была снята с пускового устройства и возвращена на техническую позицию.

Третий пуск состоялся 12 июля 1957 г. в 15 ч 33 мин. На 33-й секунде полета ракета потеряла устойчивость из-за замыкания на корпус цепей управляющего сигнала.

Четвертый пуск ракеты Р-7 №М1-8 21 августа 1957 г. в 15 ч 25 мин был успешным, и ракета впервые достигла района цели на Камчатке.

Параллельно с работой над ракетой Р-7 С.П. Королев постоянно возвращался к идее практического освоения космоса. Его мечта о практическом и научном освоении космоса стала возможной благодаря ракете Р-7.

16 марта 1954 г. состоялось совещание у академика М.В. Келдыша, где были определены научные задачи, решаемые с помощью искусственных спутников Земли.

27 мая 1954 г. С.П. Королев обратился к Д.Ф. Устинову с предложением о разработке ИСЗ и направил ему докладную записку «Об искусственном спутнике Земли», подготовленную М.К. Тихонравовым.

В августе 1954 г. Совет Министров СССР утвердил предложения по проработке вопросов, связанных с космическим полетом. Постановление о работах над ИСЗ было принято 30 января 1956 г. Это постановление предусматривало создание в 1957–1958 гг. и выведение ракетой типа Р-7 неориентированного искусственного спутника Земли (ИСЗ) массой 1000-1400 кг с аппаратурой для научных исследований массой 200-300 кг (объект Д).

Этим же постановлением общее научное руководство и обеспечение аппаратурой для исследований возлагалось на Академию наук СССР; создание ИСЗ как носителя аппаратуры для научных исследований – на Министерство оборонной промышленности. Главным исполнителем по созданию ИСЗ было определено ОКБ-1, и к июлю 1956 г. эскизный проект в ОКБ-1 был уже готов. Соответствующие проекты были разработаны и смежными организациями, отвечающими за систему управления, наземной пусковой комплекс и т.д.

С помощью научной аппаратуры создаваемого спутника Д предусматривалось измерение плотности и ионного состава атмосферы, корпускулярного излучения Солнца, магнитных полей, изучение космических лучей и т.д.

К концу 1956 г. выяснилось, что в намеченные сроки спутник и научная аппаратура не будут готовы. В связи с этим ОКБ-1 внесло предложение о запуске простейшего спутника массой до 100 кг в апреле–мае 1957 г. 15 февраля 1957 г. было принято постановление, предусматривающее выведение простейшего неориентированного спутника Земли (объект ПС) на орбиту, проверку возможности наблюдения за ПС на орбите и прием сигналов, передаваемых со спутника.

Пуск ракеты-носителя 8К71ПС №М1-ПС с первым ИСЗ состоялся 4 октября 1957 г. в 22 ч 20 мин по московскому времени (это был пятый пуск ракеты Р-7). Спутник, отправленный на орбиту, показан на рис. 1. Вторая ступень ракеты со спутником вышла на орбиту с перигеем 228 км, апогеем 947 км и периодом обращения 96,2 мин.

Спутник находился на орбите до 4 января 1958 г., совершив 1440 оборотов, центральный блок ракеты совершил 882 оборота вокруг Земли и вошел в плотные слои атмосферы 2 декабря 1957 г.

Запуск 1-го ИСЗ оказался неожиданным для зарубежных стран. Вся мировая пресса писала об этом событии.



Рис. 1. Подготовка первого спутника Земли к старту

Пуск ракеты 8К71ПС №М1-2ПС со вторым ИСЗ был произведен 3 ноября 1957 г. в 7 ч 22 мин по московскому времени. Спутник совершил 2570 оборотов вокруг Земли и прекратил существование 14 апреля 1958 г. По орбите ИСЗ впервые совершило полет живое существо – собака Лайка.

15 мая 1958 г. состоялся успешный пуск модифицированной ракеты РН8А91 № Б1-2, и третий ИСЗ массой 1327 кг вышел на орбиту и просуществовал до 6 апреля 1960 г., т.е. в течение 692 суток.

Следующим шагом были полеты к Луне: ИС «Луна-1», «Луна-2», «Луна-3». «Луна-2» 14 сентября 1959 г. доставила вымпел СССР на поверхность Луны, с помощью «Луны-3» в октябре 1960 г. впервые были получены фотографии обратной стороны Луны.

Это были большие успехи С.П. Королева и возглавляемого им предприятия.

Далее были созданы спутники «Зенит-2» для фотографирования земной поверхности, спутник «Электрон» для изучения околоземного космического пространства.

Впереди был полет человека.

III. КОРАБЛЬ «ВОСТОК» И ПЕРВЫЕ ПИЛОТИРУЕМЫЕ ПОЛЕТЫ НА ОРБИТУ

Работы по созданию пилотируемого корабля в ОКБ-1 были начаты весной 1957 г. в специально созданном проектно-конструкторском отделе 9 под руководством М.К. Тихонравова. Проектируемый корабль базировался на использовании ракеты Р-7. С сентября 1957 г. по январь 1958 г. в ОКБ-1 проводились исследования по созданию пилотируемого КА.

В результате проработок были получены следующие основные выводы [1]:

- на орбиту ИСЗ с помощью доработанной трехступенчатой ракеты можно вывести КА массой 4,5-5,5 т;
- на КА массой 4,5-5,5 т можно разместить человека, необходимое служебное и научное оборудование;
- для первых полетов человека целесообразно использовать баллистическую схему спуска с орбиты;
- при спуске КА с орбиты температура его поверхности достигает 2500-3500°C, а максимальные осевые перегрузки – 8-9 единиц, что допустимо при действии в направлении «грудь–спина»;
- воздействие высоких температур требует тепловой защиты, масса которой составит 1300-1500 кг;
- для первых полетов целесообразно выбрать круговую орбиту с минимально допустимой высотой 250 км;
- тормозной импульс должен составить 65000-85000 кгс.с;
- в качестве формы СА можно рекомендовать сферу;
- на КА для первых полетов в космос человек во время полета может находиться в СА;
- надежное приземление пилота обеспечивается программным катапультированием его на высоте 8-10 км;
- КА должен иметь систему управления и ориентации, при этом в качестве исполнительных органов можно использовать вращающиеся массы и реактивные силы (рабочее тело – сжатый газ);
- необходимы системы контроля орбиты и выдачи команд с наземных пунктов управления, а также двусторонняя радиотелефонная связь;

- оборудование для орбитального полета и тормозную двигательную установку целесообразно разместить в отдельном отсеке;
- для обеспечения надежности необходимо провести экспериментальную отработку систем космического аппарата в стендовых условиях, систем катапультирования и приземления при бросковых испытаниях с самолетов и при пусках ракет Р-2 или Р-5.

Осенью 1958 г. началась разработка конструкторской документации, а также выдача технических заданий на разработку бортовых систем корабля.

22 мая 1959 г. вышло постановление правительства, в соответствии с которым ставилась задача по разработке экспериментального варианта корабля-спутника. На основе корабля-спутника планировалось создать спутник-разведчик и корабль для полета человека. Главным исполнителем по кораблю было определено ОКБ-1.

Ряд последующих постановлений правительства уточнял задачи и сроки создания первого пилотируемого корабля.

Постановлением правительства от 11 октября 1960 г. было предписано осуществить запуск космического корабля «Восток» с человеком на борту в декабре 1960 г.

Космический корабль «Восток» состоял из спускаемого аппарата (СА) массой 2,4 т и приборного отсека массой 2,3 т, в котором располагалась тормозная двигательная установка (ТДУ) с двигателем тягой 1600 кгс. По завершении орбитального полета СА возвращался на Землю. Космонавт в СА находился в скафандре, который в случае разгерметизации кабины мог обеспечить жизнедеятельность космонавта в течение 4 часов. Скафандр обеспечивал также защиту космонавта при катапультировании из гермокабины на высоте 10 км.

Стартовая масса КК «Восток» была распределена следующим образом: конструкция – 20%, теплозащита – 17,7%, бортовые системы – 21,5%, бортовая кабельная сеть – 8,6%, система электропитания – 12,5%, ТДУ – 8,4%, средства приземления – 3,2%, кресло с космонавтом – 7,1%, заправка газами – 1%.

Важная проблема была связана с надежным построением ориентации КК перед выдачей тормозного импульса, так как в случае ошибки в ориентации корабля спуск будет невозможен. Система управления КК «Восток» разрабатывалась под руководством заместителя главного конструктора Б.Е. Чертока в отделе 27, начальником которого был Б.В. Раушенбах. Система ориентации имела два независимых режима ориентации: автоматический и ручной. В качестве исполнительных органов использовались два идентичных комплекта микродвигателей (по 8 двигателей в каждом), работающих на сжатом азоте, запас которого составлял 10 кг. В состав автоматической системы ориентации входили датчики положения Солнца, датчики угловой скорости и счетно-решающий блок. Датчики угловой скорости представляли собой двухстепенные поплавковые гироскопы с механической обратной связью. В состав ручного управления входили оптический прибор для визуальных наблюдений, датчики угловой скорости, ручка ориентации, блок логики и формирования управляющих сигналов. Непосредственное наблюдение подстилающей поверх-

ности через центр экрана оптического прибора (ориентатор «Взор») давало возможность контролировать направление полета.

28 июля 1960 г. пуск корабля с подопытными животными был неудачным из-за аварии ракеты-носителя. Запуск подопытных животных с успешным их возвращением был проведен 19 августа 1960 г. Собаки Белка и Стрелка 20 августа были возвращены на Землю. При запуске 4-го корабля 1 декабря 1960 г. произошел отказ в системе управления работой ТДУ и спуск в нерасчетном районе. СА, на борту которого находились собаки Пчелка и Мушка, пришлось подорвать. При проведении очередного запуска корабля 22 декабря 1960 г. произошла авария ракеты-носителя. СА аварийно отделился и нормально приземлился, совершив суборбитальный полет. При спуске СА катапульта отказала, и это спасло жизнь собакам Комете и Шутке, которые в сильный мороз остались в СА, приземлившись аварийно в нерасчетном месте.

В конце 1960 – начале 1961 гг. была изготовлена серия кораблей ЗКА для летной отработки в беспилотном варианте. Дублирование ТДУ, единственной системы, не имеющей дублирования на борту, обеспечивалось естественным торможением корабля в атмосфере. За счет выбора высоты перигея время существования корабля составляло от 2 до 10 суток.

Первый пуск корабля ЗКА №1 был проведен 9 марта 1961 г. Корабль был укомплектован всеми бортовыми системами. На нем находились также собака Чернушка и манекен человека. Программа полета была выполнена, аппаратура работала безотказно, СА с собакой нормально приземлился, а манекен штатно катапультировался. Второй пуск корабля ЗКА №2 с собакой Звездочкой также завершился успешно.

Экспериментальная отработка пилотируемого корабля «Восток» в летных условиях была завершена. Подводя итоги летной отработки, следует отметить, что к данному этапу было произведено 46 пусков ракеты-носителя Р-7 (I и II ступени ракеты 8К71) и 16 запусков блока Е (III ступень) ракеты-носителя 8К72. Из 16 блоков Е шесть блоков не сработали из-за аварии РН и два блока – из-за аварии самого блока. Из семи кораблей «Восток» два корабля (1К и ЗКА) не вышли на орбиту из-за аварий ракеты-носителя на активном участке траектории и два корабля не полностью выполнили задачи полета.

Летные испытания показали также, что полеты собак на кораблях «Восток» проходили с некоторыми сдвигами в их физиологическом состоянии. Причем симптомы проявлялись после 4-го витка полета. Это заставило планировать первый полет продолжительностью 1 виток вокруг Земли, а также максимально автоматизировать управление кораблем.

Программа пилотируемых космических полетов на кораблях «Восток», принятая государственной комиссией, предусматривала запуск 6 кораблей, из которых планировалось два групповых полета по два корабля. К полету готовилась также первая женщина-космонавт.

Космический корабль «Восток» с первым космонавтом Ю.А. Гагариным стартовал 12 апреля 1961 г. в 9 ч 06 мин 59,7 с. (рис. 2). Корабль массой 4725 кг был выведен ракетой-носителем 8К72 со стартовой массой 287 т на орбиту с перигеем 181 км и апогеем 327 км. Позднее раке-

та-носитель 8К72 также получила название «Восток». Пуском КК «Восток» руководили С.П. Королев, А.С. Кириллов, Л.А. Воскресенский. Полет первого космонавта продолжался 108 мин. Приземлился Ю.А. Гагарин в Саратовской области у берега Волги. Успешный полет первого космонавта был выдающимся достижением. Так началась эра полетов человека в космос, и теперь 12 апреля ежегодно отмечается как день космонавтики.



Рис. 2. Старт космического корабля «Восток» с Ю.А. Гагариным

Как известно, из-за нештатного отключения двигателей второй ступени ракеты-носителя корабль «Восток» после выведения вышел на орбиту с апогеем, превышающим более чем на 110 км расчетное значение [3]. Это было серьезной нештатной ситуацией, поскольку возможный отказ тормозной установки ТДУ дублировался высотой орбиты выведения корабля. При штатном выведении корабля время его существования на орбите составляло 5-10 сут., что соответствовало возможности нахождения в нем космонавта до приземления. Время существования корабля «Восток» на фактической орбите выведения составляло 22 сут., что означало невозможность спасения Ю.А. Гагарина при отказе ТДУ [3].

После выхода корабля «Восток» из тени Земли и построения требуемой ориентации была включена тормозная двигательная установка корабля. Как известно, тормозной импульс был выполнен с некоторой недоработкой, что определило фактическое место посадки Ю.А. Гагарина у деревни Смеловка Саратовской области в 5 км от левого берега р. Волга. Как показывают расчеты [3], если бы величина тормозного импульса оказалась на 0,43 % больше, то Ю.А. Гагарин приводнился на середину Волги, имеющей в этом районе протяженность около 7 км без учета весеннего половодья, что сильно усложнило бы его спасение [3].

6 августа 1961 г. был запущен корабль «Восток-2» с летчиком-космонавтом Г.С. Титовым. Полет продолжался 25 часов и был успешно завершён. На КК «Восток-2» была установлена профессиональная кинокамера «Конвас», доработанная для бортовых съемок. С помощью этой камеры через иллюминатор была выполнена съемка Земли.

Через год был осуществлен одновременный полет двух пилотируемых КК. 11 августа 1962 г. был запущен корабль «Восток-3» с А.Г. Николаевым, а на следующий день – корабль «Восток-4» с П.Р. Поповичем. Орбитальный полет КК «Восток-3» длился 94 ч, КК «Восток-4» – 71 ч.

Следующий групповой полет был осуществлен в июне 1963 г. 14 июня стартовал КК «Восток-5» с В.Ф. Быковским, а 16 июля – КК «Восток-6» с первой женщиной космонавтом В.В. Терешковой. Полет В.Ф. Быковского продолжился 120 ч, а В.В. Терешковой – 72 ч.

Полеты пилотируемых кораблей потребовали создания службы обнаружения, технического обслуживания и эвакуации кораблей и их частей, а также космонавтов с места приземления.

Полученный при создании КК «Восток» опыт был использован при разработке трехместного корабля «Восход» (ЗКВ) и двухместного корабля «Восход-2» (ЗКД). На кораблях «Восход» были введены усовершенствования. Экипаж корабля размещался в СА без скафандров. Вместо катапультирования для посадки экипажа внутри СА был создан новый комплекс средств приземления.

12 октября 1964 г. был запущен трехместный пилотируемый корабль ЗКВ, получивший в печати название «Восход». Полет КК «Восход» с космонавтами В.М. Комаровым, К.П. Феоктистовым, Б.Б. Егоровым (врач) продолжился 24 ч и закончился благополучно. В этом полете впервые был испытан многоместный КК.

Следующий шаг – выход человека в открытый космос на КК «Восход-2». При разработке конструкции КК «Восход-2» были сделаны доработки для обеспечения выхода космонавта в открытый космос: введена система шлюзования, исключено третье кресло, а два других доработаны для размещения в них космонавтов в скафандрах. Шлюз для выхода в космос был надувным. Он устанавливался на одном из люков СА. В крышке люка был сделан лаз диаметром 700 мм. Шлюз имел наружный диаметр 1200 мм, внутренний диаметр 1000 мм, высоту в развернутом состоянии 2500 мм и 770 мм в сложенном. Масса шлюза составляла 250 кг.

Корабль «Восход-2» с П.И. Беляевым и А.А. Леоновым стартовал 18 марта 1965 г. Во время этого полета А.А. Леонов впервые в мире вышел в открытый космос и находился там 12 мин. Полет КК «Восход-2» продолжался 26 часов. При спуске произошел отказ автоматической системы ориентации, поэтому экипаж вручную строил необходимую для спуска ориентацию и запускал ТДУ. Посадка произошла в нерасчетном месте: в лесу Пермской области, поэтому экипаж с места посадки эвакуировали только на третьи сутки.



Рис. 3. Сергей Павлович Королев на Байконуре

Успехи страны в освоении космического пространства были связаны с С.П. Королевым (рис. 3). 14 января 1966 г. наша страна и

ОКБ-1 потеряли главного конструктора: С.П. Королев умер во время сложной операции.

IV. КОРАБЛЬ «СОЮЗ» И ПИЛОТИРУЕМЫЕ ОРБИТАЛЬНЫЕ СТАНЦИИ

6 марта 1966 г. приказом министра общего машиностроения ОКБ-1 переименовывается в Центральное конструкторское бюро экспериментального машиностроения (ЦКБЭМ), а опытный завод 88 – в Завод экспериментального машиностроения (ЗЭМ). ЦКБЭМ возглавил В.П. Мишин, назначенный главным конструктором.

ЦКБЭМ продолжало работы, начатые при С.П. Королеве. Наиболее интересные работы были связаны с созданием транспортного корабля «Союз» и долговременной орбитальной станции «Салют».

В отличие от кораблей «Восток» пилотируемые корабли «Союз» создавались для решения целевых задач. В частности, на начальном этапе разработке это была задача облета и исследования Луны. В 1960 г. в ОКБ-1 в отделе 9 М.К. Тихонравова параллельно с подготовкой КК «Восток» рассматривались другие варианты пилотируемых КК, в частности для облета Луны. Для выполнения полета к Луне была необходима сборка на орбите. Поэтому решались проблемы создания средств сближения и стыковки КА. Проблемой сближения КА на орбите занимался отдел 27, руководимый Б.В. Раушенбахом. Процесс сближения разделялся на два участка – дальний и ближний. При дальнем сближении использовался метод свободных траекторий, при котором на основе прогноза движения выбираются наиболее экономичные по расходу топлива траектории. Поскольку в те годы не существовали необходимые бортовые вычислители, реализовать метод свободных траекторий на участке ближнего сближения было невозможно. Для решения проблемы был разработан метод параллельного сближения, при котором линия визирования (линия наблюдения пассивного КК с активного) осуществляет параллельно-поступательное движение. Для сближения на ближнем участке требовалось также измерение параметров относительного движения. Рассматривалось несколько вариантов решения этой проблемы. Предпочтение отдали радиотехнической системе «Игла», ТЗ на создание которой ОКБ-1 выдало в 1963 г. Для управления процессом сближения отдел 27 предложил и разработал логический командный прибор – блок управления сближением.

Выполненные в ОКБ-1 исследования по методам и средствам сближения КК позволили обеспечить экспериментальные стыковки кораблей «Союз» (7К-ОК), а также заложили фундаментальные основы для решения задач сближения на многие годы вперед. Научно-технические и проектные исследования по поиску и выбору основных технических решений корабля «Союз» проводились в 1960–1963 гг.

В результате выполненных исследований определены следующие особенности КК «Союз» (7К) [1]:

- размещение экипажа из двух человек и обеспечение ему комфортных условий полета за счет введения в состав комплекса 7К бытового отсека;
- введение в состав корабля средств автоматического сближения и стыковки, а также средств ручного сближения;

- совершенствование бортовых систем корабля в соответствии с целями и задачами полета;
- обеспечение возможностей ручного управления;
- возможность входа в атмосферу с первой и со второй космическими скоростями и обеспечение управляемого спуска с пониженными перегрузками за счет аэродинамического качества;
- обеспечение посадки СА с космонавтами с помощью парашютно-реактивной системы, имеющей в качестве резерва запасную парашютную систему;
- возможность увода СА от аварийной РН с помощью твердотопливных двигателей.

В 1963 г. в период работы над «Восходами» С.П. Королев поручил проработать для орбитальных полетов и трехместный корабль 7К.

По сравнению с КК «Восток» и КК «Восход» для корабля «Союз» создавались новые бортовые системы. При этом большое внимание уделялось надежности и безопасности полета. Использовался подход, согласно которому единичный отказ любой системы не должен приводить к опасным последствиям. Применялось дублирование и резервирование.

Система ориентации и управления движением (СОУД) обеспечивала:

- ориентацию корабля в инерциальной и орбитальной системах координат;
- выполнение орбитальных маневров;
- сближение и причаливание кораблей;
- ориентацию солнечных батарей на Солнце.

В качестве датчиков СОУД использовались: трехстепенные гироскопы; датчики угловых скоростей; акселерометры; инфракрасный датчик вертикали Земли; звездный датчик; солнечный датчик; ионный датчик. Параметры относительного движения кораблей измеряла радиотехническая система «Игла».

Проектная разработка КК «Союз» была полностью завершена в 1965 г.

В соответствии с завершенным проектом КК 7К-ОК предназначался для полета экипажа из трех человек. Корабль выполнялся в «активном» и «пассивном» вариантах, что обеспечивало стыковку двух пилотируемых кораблей. Была предусмотрена возможность перехода экипажа из корабля в корабль через открытый космос. Для этого корабль «Союз» оснащался средствами шлюзования и выхода, включая скафандры для выхода в открытый космос. Полетные скафандры для защиты экипажа от разгерметизации жилых отсеков не предусматривались.

Корабль 7К-ОК имел следующие характеристики [1]:

- стартовая масса – 6460÷6560 кг;
- масса спускаемого аппарата – ~2800 кг;
- количество членов экипажа – 1-3;
- длина корабля – 7,6 м;

- диаметр жилых отсеков – 2,2 м;
- максимальный диаметр – 2,72 м;
- время активного существования на орбите – 3÷10 сут.
- свободный объем жилых отсеков – 6,5 м³.

Поскольку считалось, что нельзя допустить большого разрыва в реализации пилотируемых полетов после успешной серии запусков КК «Восток» и КК «Восход», производство первых «Союзов» и их подготовка к назначенному в 1966 г. пуску шли ускоренными темпами.

Пилотируемый пуск «Союза-1» с космонавтом В.М. Комаровым на борту был осуществлен перед праздником 1 Мая – 23 апреля 1967 г. После выведения КК на орбиту проявились неисправности: не раскрылась одна из двух панелей СБ, практически не работал датчик солнечно-звездной ориентации и ориентация СБ на Солнце выполнялась вручную. В это время на Байконуре готовился к старту 2-й корабль с экипажем из трех человек. Планировалась стыковка двух КК на орбите. В связи с серьезными замечаниями на «Союзе-1» пуск второго корабля был отменен и спуск «Союза-1» осуществлен досрочно.

В день посадки «Союза-1» 24 апреля 1967 г. внезапно прервалась связь с поисково-спасательной службой ВВС. Через несколько часов руководство объявило, что произошла катастрофа и В.М. Комаров погиб при приземлении.

После анализа аварии комиссия установила, что трагедия произошла из-за невыхода из контейнера основного парашюта. Тормозной парашют, связанный с основным, не смог вытянуть его из контейнера. Причиной невыхода основного парашюта из контейнера был недостаточный запас усилия тормозного парашюта. Этому способствовало зажатие блока с основным парашютом стенками контейнера под действием перепада давления: одна атмосфера внутри КК и пониженное давление в контейнере на высоте ввода системы (в предыдущем полете из-за прогара и разгерметизации СА этот перепад отсутствовал!).

После длительного перерыва пилотируемых полетов Г.Т. Береговой стартовал на КК «Союз-3» 26 октября 1968 г. Планировалась стыковка с беспилотным КК «Союз-2», однако причаливание при ручном управлении кораблем с расстояния 200 м выполнить не удалось.

Стыковка «Союзов» была осуществлена в полете КК «Союз-4» (В.А. Шаталов) и КК «Союз-5» (Б.В. Волинов, А.С. Елисеев, Е.В. Хрунов) 14–18 января 1969 г.

Главным направлением работ РКК «Энергия» с 1970 г. стала разработка пилотируемых орбитальных станций. Благодаря развитию этого направления в освоении космического пространства наша страна добилась наибольших успехов, признаваемых во всем мире. Полученный опыт в создании и длительной эксплуатации орбитальных станций послужил основанием для сотрудничества с нашей страной многих ведущих в космической области стран, в том числе и США.

В шестидесятые годы РКК «Энергия» (в то время ЦКБЭМ) была в стране монополистом пилотируемых программ. Одновременно в Центральном конструктор-

ском бюро машиностроения (ЦКБМ), возглавляемом В.Н. Челомеем, создавался пилотируемый орбитальный комплекс «Алмаз», а в США активно велись работы по созданию орбитальной станции «Скайлэб» [1]. Поскольку в ЦКБМ не было опыта создания пилотируемых космических кораблей (КК), аналогичных КК «Союз» и «Восток», руководством страны было поручено создать долговременную орбитальную станцию (ДОС) ЦКБЭМ. Соответствующее постановление по разработке комплекса ДОС-7К вышло 9 февраля 1970 г. Это позволило в короткие сроки создать первую в мире пилотируемую ДОС и обеспечить приоритет в этом направлении освоения космического пространства [1, 4].

Станция ДОС №1, получившая название «Салют», была выведена на орбиту ракетой-носителем УР-500К «Протон» 19 апреля 1971 г. [1, 4]. Первая экспедиция к станции на корабле «Союз-10» в составе экипажа В.А. Шаталова, А.С. Елисеева, Н.Н. Рукавишникова стартовала с космодрома «Байконур» 23 апреля 1971 г. Из-за неполадок в стыковочном механизме стыковка корабля со станцией не состоялась. Вторая экспедиция в составе Г.Т. Добровольского, В.Н. Волкова и В.И. Пацаева на корабле «Союз-11» была выведена на орбиту 6 июня 1971 г., и с 7 июня после успешной стыковки ДОС «Салют» стала функционировать как первая пилотируемая научная станция. Экипаж работал на орбите около 23 сут., что было тогда рекордом для работы человека в условиях космического полета. Программой полета было предусмотрено выполнение научных, технических и медицинских экспериментов, связанных с картографированием звездного неба с помощью ультрафиолетового телескопа «Орион», исследованием Мирового океана в интересах рыбного хозяйства, проведением медицинских исследований и др. 30 июня КК «Союз-11» был отстыкован от станции и совершил посадку, которая закончилась трагически: космонавты погибли [1, 4]. Вследствие этой катастрофы станция работала до 11.10.1971 в автоматическом режиме.

Первая станция «Салют» проработала на орбите около полугода, хотя ее полет планировался всего на 3 месяца. Следующая станция этой серии стартовала 29 июля 1972 г., но из-за аварии РН «Протон» на орбиту не вышла.

Одновременно с работами по станции «Салют» в ЦКБЭМ проводилось ее совершенствование, и уже в 1970 г. был выпущен проект орбитальной станции второго поколения. Для станции второго поколения предусматривалось введение трех солнечных батарей (вместо двух), каждая из которых имела возможность поворачиваться вокруг своей продольной оси. Гарантированный ресурс работы станции на орбите был увеличен вдвое и составил 180 сут.

Первая станция из серии ДОС второго поколения – станция ДОС №3 («Космос-557») была выведена на орбиту 11 мая 1973 г., однако из-за нештатной работы ионного датчика системы управления движением на участке полета вне зоны радиовидимости произошла полная выработка топлива. Станция стала неуправляемой по ориентации, что исключило ее нормальное функционирование на орбите. Коррекция на подъем орбиты станции не могла быть выполнена, и она прекратила существование в мае 1973 г.

Одновременно с полетами станции ДОС в интересах министерства обороны в ЦКБМ реализовывалась программа станций «Алмаз». В печати станции «Алмаз» также назывались «Салютами» под номерами 2, 3 и 5.

ДОС «Салют-4», разработанная в ЦКБЭМ, была выведена на орбиту 26 декабря 1974 г. По своей конструкции она была аналогична станции ДОС №3. Первая экспедиция на станцию «Салют-4» в составе космонавтов А.А. Губарева и Г.М. Гречко работала на орбите с 11 января по 9 февраля 1975 г. Вторая экспедиция (П.И. Климух и В.И. Севастьянов) работала на станции в течение 63 сут. с 24 мая по 26 июля 1975 г. Этот рекордный по продолжительности полет совпал с первым советско-американским полетом «Союз-Аполлон».

С учетом опыта полета ДОС «Салют-4» в ЦКБЭМ были созданы станции третьего поколения «Салют-6» и «Салют-7». Главные особенности этих станций заключались в обеспечении возможности нахождения в составе станции одновременно двух кораблей «Союз» или корабля «Союз» и грузового корабля «Прогресс». Наличие двух стыковочных узлов позволяло не оставлять станцию в автоматическом режиме при смене экипажей. Корабли «Прогресс» позволили не только доставлять на станцию расходные материалы, новое оборудование и топливо, но и наращивать во время полета возможности станции по проведению научных экспериментов путем доставки новой исследовательской аппаратуры [1].

Управление полетами станций третьего поколения «Салют-6» и «Салют-7» было решено передать в ЦУП-М, созданный для выполнения программы «Союз-Аполлон» в г. Королеве. ДОС №5 «Салют-6» – первая станция третьего поколения – была выведена на орбиту 29 сентября 1977 г. С 29 сентября 1977 г. по 29 июля 1982 г. на станции проработали 5 основных экспедиций и 11 экспедиций посещения. 29 июля 1982 г. ОС «Салют-6» была спущена в плотные слои атмосферы.

До окончания работ со станцией «Салют-6» на орбите была выведена следующая станция этого поколения – ДОС №5-2 («Салют-7»). Пуск станции «Салют-7» осуществлен 19 апреля 1982 г. В большой степени станция «Салют-7» была повторением станции «Салют-6». Вместе с тем, конечно, не обошлось и без определенных усовершенствований. Одна из серьезных проблем на станции «Салют-6» была связана с дефицитом электроэнергии – ее постоянно не хватало для выполнения энергоемких операций. На ОС «Салют-7», например, была предусмотрена возможность монтирования в полете дополнительных солнечных батарей.

На станции «Салют-7» с 19 апреля 1982 г. по 25 июня 1986 г. работали четыре основные экспедиции и пять экспедиций посещения.

Полученный опыт был учтен при разработке станции четвертого поколения ДОС №7 («Мир»).

Системы станции «Мир» были модернизированы:

- для ориентации станции использовались инерционные исполнительные органы – гиросины;
- система управления на базе БЦВМ значительно расширяла возможности станции и позволяла перепрограммирование с Земли;

- новая система сближения «Курс» не требовала разворотов станции при сближении;
- мощность СЭП была увеличена;
- для снабжения кислородом установили систему электролиза воды «Электрон» и регенерируемую систему поглощения углекислого газа «Воздух»;
- ввели радиосистему «Антарес» с остронаправленной антенной ОНА для связи через спутники-ретрансляторы (СР).

Весной 1984 г. руководством страны было принято решение запустить станцию «Мир» к XXVII съезду КПСС.

Было много проблем с подготовкой станции к пуску, но они были решены. Базовый блок станции «Мир» прибыл на полигон 6 мая 1985 г. Одновременно на полигоне шла подготовка корабля «Буран», что существенно усложняло работы по станции.

Первый модуль станции «Мир» был запущен 20 февраля 1986 г.

На орбитальном комплексе (ОК) в течение времени его полета работали 28 основных экспедиций. Полет ОК «Мир» был выдающимся достижением отечественной космонавтики. В период пятнадцатилетнего полета выполнено большое количество экспериментов, в том числе и по международным программам исследований. Фактически наш отечественный ОК «Мир» уже тогда был международной космической станцией. Успешному выполнению длительного полета ОК «Мир» и выполнению уникальных исследований и экспериментов способствовала качественная работа на орбите космонавтов [5]. 23 марта 2001 г. завершен полет ОК «Мир».

20 ноября 1998 г. произведен запуск на орбиту Функционального грузового блока «Заря» – первого элемента МКС. Запуск и стыковка с МКС служебного модуля (СМ) «Звезда» были осуществлены 12–26 июля 2000 г.

Первый экипаж МКС (Ю.П. Гидзенко, С.К. Крикалев, У. Шеперд) работали на орбите с 31 октября по 19 марта 2001 г. В апреле 2021 г. на МКС начинает работать 65-я экспедиция.

V. ЧЕЛОВЕК В КОСМИЧЕСКОМ ПОЛЕТЕ

Значение первого в мире пилотируемого полета, проложившего дорогу следующим полетам в космос, и полученные за 60 лет результаты пилотируемых космических миссий будут еще долго исследоваться человечеством. Все последующие запуски первых людей в космос годы велись дискуссии о соотношении для освоения космического пространства пилотируемых миссий и полетов автоматических аппаратов. В этой связи целесообразно на основе полученного опыта проанализировать роль человека в выполнении космического полета и попытаться сформулировать некоторые рекомендации по этому важному вопросу.

Прежде всего заметим, что стремление человека в космос является некой объективной реальностью, заложеной в природу человека. Люди всегда стремились достигать новых вершин, открывать новые континенты. Стимулом для осуществления этого всегда была и конкуренция, соперничество между отдельными людьми и странами. Соперничество между СССР и США в те годы

было хорошим стимулом для развития космонавтики, запуска первого спутника и первого человека в космос. Победа в «космической гонке» тех лет досталась нашей стране, осуществившей первый пилотируемый космический полет и создавшей постоянные пилотируемые орбитальные станции.

Вопрос теперь заключается не в том, нужны или нет пилотируемые полеты, а в том, как нашей стране правильно распорядиться нашими достижениями тех лет. То есть требуется определить соотношение в развитии пилотируемой космонавтики и автоматических КА.

В настоящее время считается, что максимальная эффективность выполнения космических программ может быть достигнута при оптимальном сочетании возможностей автоматической техники и оператора-космонавта. Вопрос, следовательно, заключается в том, какие функции целесообразно возложить на космонавта.

Выполнение космических программ в процессе пилотируемых полетов КА «Восток», «Союз» и орбитальных станций «Салют», «Мир», МКС позволяет сделать некоторые выводы по данной проблеме.

Функции космонавтов на борту космического аппарата заключаются в обслуживании КА и управлении его функционированием, а также в реализации программ научных исследований и экспериментов [6].

Управление космическими кораблями и орбитальными станциями в штатном режиме полета осуществляется автоматически. Участие космонавтов предусматривается в дублирующих режимах управления. Например, ориентация кораблей «Восток» перед выдчей тормозного импульса для спуска выполнялась автоматически. Однако уже с первого полета корабля «Восток» с целью повышения надежности была предусмотрена возможность построения ориентации корабля перед спуском космонавтом и с помощью оптического прибора [1]. На ОС «Салют» для построения точной ориентации станции в инерциальной системе координат использовался астроориентатор АО-1, в который вставлялась специальная «маска» с нарезанными отверстиями («звездами»), соответствующими выбранному участку звездного неба. Космонавт в ручном режиме управления совмещал отверстия в маске АО-1 со звездами. При этом обеспечивалась точность ориентации станции ~10 угл. мин.

Для повышения надежности стыковки ТК «Прогресс» с ОС дополнительно реализован режим телеуправления ТОРУ, при котором оператор, находящийся на станции, управляет движением ТК «Прогресс» в процессе сближения и стыковки с ОС. Использование режима ТОРУ позволило многократно парировать нештатные ситуации при стыковках ТК «Прогресс» с орбитальными станциями [7].

Задачи обслуживания космонавтами орбитальной станции заключаются в выполнении штатных регламентных работ по эксплуатации и проведению ремонтных работ при отказе оборудования и возникновении нештатных ситуаций или аварийных событий.

Участие космонавта в выполнении ремонтных работ на станции трудно переоценить. Во многих случаях именно участие космонавта позволяло отремонтировать вышедшее из строя оборудование либо иногда даже спасти всю космическую программу. Например, при экспе-

рименте со сваркой в вакууме во время полета корабля «Союз-6» на установке «Вулкан», управляемой из СА, электронный луч разрезал обшивку и установку вместо сварки – из-за расфокусировки не было учтено магнитное поле Земли. Опасаясь разгерметизации БО, В.Н. Кубасов все же вошел в отсек при пониженном давлении и забрал образцы эксперимента для возвращения их на Землю.

При проведении экспериментов с первым космическим радиотелескопом КРТ-10 на станции «Салют-6» десятиметровая антенна телескопа зацепилась за элементы корпуса станции. Для ее отделения и отвода понадобился внеплановый выход космонавтов в открытый космос. Работа такой сложности в открытом космосе впервые была выполнена космонавтами В.В. Рюминым и В.А. Ляховым в августе 1979 г.

Ярким примером незаменимого участия человека в работах на космической орбите является восстановление работоспособности станции «Салют-7» и фактически ее спасение в 1985 г. (рис. 4).



Рис. 4. Космонавты В.А. Джанибеков и В.П. Савиных на станции «Салют-7»

11 февраля 1985 г. из-за выхода из строя системы командного управления и ошибки оператора ЦУП была потеряна связь со станцией. Это был беспилотный участок полета, и было невозможно вмешаться в работу автоматики. Нарушился режим подзаряда буферных батарей, система обесточилась и станция полностью вышла из строя. Возникла очень серьезная ситуация – потеря станции стала реальной. Начались проработки возможности выхода из этой НШС. Главный вопрос – можно ли стыковаться с полностью неуправляемой станцией? Очень важно было определить, с какой угловой скоростью вращается станция. На станциях «Салют» были установлены датчики телеметрического контроля ориентации – магнитометр и солнечный датчик. Перед потерей управления станция «Салют-7» находилась в неориентированном режиме полета. Это позволило с помощью телеметрических измерений и математической модели движения станции относительно центра масс дать прогноз движения на длительный интервал времени. Заметим, что для выполнения ряда экспериментов на станциях «Салют-6» «Салют-7» активно использовался режим гравитационной ориентации [8], практической реализации которой способствовала вытянутая форма конструкции этих станций. Оказалось, что станция и в этом случае за счет действия гравитационных моментов и вытянутой формы конструкции должна перейти в режим одноосной гравитационной ориентации [9].

6 июля 1985 г. к станции «Салют-7» на КК «Союз Т-13» была направлена специальная экспедиция – В.А. Джанибеков и В.П. Савиных. «Союз Т-13» с помощью целеуказаний с Земли и ручного управления с использованием лазерного дальномера и БЦВМ сблизился со станцией и состыковался с ней. При подлете к станции осуществлялось ее фотографирование ручной камерой и передавалось изображение с помощью телевидения. Последующая обработка телевизионных изображений и фотографий подтвердила правильность прогноза движения станции вокруг центра масс как с точки зрения направления продольной оси станции (какой узел направлен «вниз», а какой «вверх» – это было важно для стыковки), так и по максимальным значениям угловых отклонений продольной оси станции от местной вертикали [9].

После успешной стыковки космонавты провели ремонтно-восстановительные работы РВР. Это было не просто, порой даже драматично. Например, на станции в числе других систем не работала система терморегулирования СТР. Запасы воды на станции превратились в лед. На «Союзе» космонавты привезли только ограниченное количество воды. И до самого последнего момента было неизвестно, успеют ли космонавты отогреть станцию, чтобы воспользоваться ее запасами воды, или им из-за отсутствия питьевой воды придется вернуться на Землю, не закончив работу по восстановлению работоспособности станции.

Работа В.А. Джанибекова и В.П. Савиных на станции оказалась успешной, и функционирование станции «Салют-7» было продолжено.

Выход космонавтов на ОК «Мир» позволил устранить нештатную ситуацию при стыковке с модулем «Квант» (рис. 5), в результате чего был устранен посторонний предмет из стыковочного узла, мешающий выполнению стыковки. Модуль «Квант» был весьма важным для ОК, так как в его составе была новая система управления ориентацией на гиродинах и уникальная научная лаборатория с рентгеновскими телескопами. После выполнения стыковки и введения в контур управления гиродинов ОК «Мир» впервые для отечественных орбитальных станций стал постоянно ориентированным. Это позволило непрерывно наводить научную аппаратуру на изучаемые объекты. Так, с помощью комплекса рентгеновских телескопов на ОК «Мир» были получены уникальные научные результаты [5]. Для обеспечения возможности управления ОК «Мир» был разработан специальный комплекс математических моделей, который непрерывно использовался в течение всего полета [10, 11] и позволил выполнить беспрецедентную программу экспериментов и исследований после устранения космонавтами нештатной ситуации и стыковки модуля «Квант» с орбитальным комплексом [5].

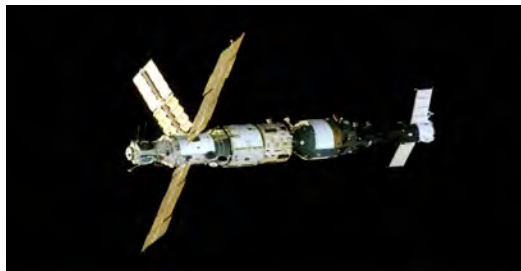


Рис. 5. ОК «Мир» в 1987 г. (базовый блок, модуль «Квант» и корабль «Союз-ТМ»)

В настоящее время функции космонавта при реализации научной программы на борту космического аппарата сводятся к следующему:

- монтажу и обслуживанию научной аппаратуры в полете;
- выполнению эксперимента в соответствии с методикой КЭ и бортовой инструкцией;
- участию в выборе объектов исследования;
- коррекции программы эксперимента;
- проведению ремонтных и профилактических работ.

Участие в выборе объектов исследования и корректировке программы экспериментов требует специальной подготовки космонавта. В связи с этим отметим также весьма распространенное мнение о целесообразности участия в космических полетах ученых, специализирующихся в конкретных областях науки: астрономов, геофизиков, биологов и т.д. [6].

Проведение ремонтных и профилактических работ на КА может сильно повлиять на эффективность (а в некоторых случаях и на возможность) выполнения научной программы. В то же время заметим, что ремонтные и профилактические работы могут осуществляться космонавтами не непрерывно, а во время периодических посещений КА [6].

Рассмотрим некоторые примеры деятельности космонавтов в период выполненных программ исследований и экспериментов.

Естественным направлением исследований на орбитальных станциях стало проведение медицинских экспериментов. В этом направлении нашими учеными получены выдающиеся результаты, благодаря которым стало возможным осуществлять длительные полеты человека на космической орбите [1, 5]. Проведение биологических экспериментов, а также исследований, связанных с экспонированием на внешней поверхности станции различных образцов, также основывается на участии в этих работах космонавтов. В настоящее время только космонавт может разместить на внешней поверхности станции специальные образцы для исследований, а затем и вернуть их на Землю. Результаты подобных экспериментов оказываются весьма ценными [1, 5].

Важным направлением деятельности космонавтов всегда было наблюдение и изучение нашей планеты. Такие исследования проводились практически во всех пилотируемых полетах [12–14]. Они были продолжены также на МКС. Этому способствовало отсутствие возможности наведения научной аппаратуры (НА) на исследуемые объекты с помощью разворотов станции, т.к. используемые для ориентации МКС гиродины американского сегмента обладают недостаточным для этого кинетическим моментом и способны только поддерживать орбитальную ориентацию МКС. Для изучения земной поверхности в космическом эксперименте (КЭ) «Ураган» на РС МКС использовались ручные приборы, которые космонавты наводили на исследуемые объекты через иллюминаторы РС МКС [12, 13].

В этом году в рамках КЭ «Ураган» изготовлен также новый прибор «Гиперспектрометр», в выполнении ис-

следований с которым важную роль будут играть космонавты на борту станции [14].

Возможности орбитальной станции позволяют периодически доставлять к ней новую НА и выполнять ее установку на внешней поверхности. Например, аппаратура «Икарус», созданная по соглашению Роскосмоса и DLR и используемая в КЭ «Ураган», была успешно смонтирована космонавтами на РС МКС и уже начала функционировать [15, 16].

Аппаратура «Икарус» была доставлена на МКС двумя транспортными грузовыми кораблями «Прогресс». Сначала в составе грузов ТК «Прогресс МС-07» на МКС было доставлено оборудование «Икарус», предназначенное для монтажа внутри гермоотсека станции (бортовой компьютер ОВС-I, кабели для подключения и кронштейны). Космонавты А.Н. Шкаплеров и О.Г. Артемьев собрали электрическую схему для подключения ОВС-I к бортовым системам СМ и установили кронштейны, предназначенные для крепления компьютера на рабочее место. В результате этой работы космонавтами было проложено девять кабелей, длина которых варьировалась от пяти до семи метров, подстыкованы двадцать семь соединителей. Правильность проведения монтажа кабелей и штатное функционирование компьютера ОВС-I была подтверждена тремя проверочными тестами.

С помощью ТК «Прогресс МС-08» на МКС был доставлен антенный блок «Икарус», а также специально разработанное в РКК «Энергия» оборудование для его монтажа: мачта, устройство «Якорь-Икарус», кабельные жгуты длиной по пятнадцать метров и др. Шлюзовой отсек (модуль СО1), из которого космонавты в скафандрах «Орлан-М» выходят в открытый космос, имеет выходной диаметр 1000 мм, позволяющий выносить крупногабаритные грузы. Антенна в транспортном положении после перемещения ее в СО1 дооснащается и приобретает конфигурацию для работы в открытом космосе. С установленным оборудованием дооснащения антенный блок «Икарус» может перемещаться только через этот выходной люк.

Выход в открытый космос – сложнейшая задача, которая выполняется космонавтами под руководством специалистов на Земле. Перед выходом космонавты заблаговременно начинают тщательную подготовку скафандров, средств шлюзования и шлюзовых отсеков, служебных систем, оборудования и инструментов, необходимых при работе в космосе. Подготовка научной аппаратуры «Икарус» заключалась в переводе антенного блока из транспортного положения в рабочее, подготовке мачты и устройства «Якорь-Икарус», а также намотке кабельных жгутов на устройство дооснащения универсальной кабельной платформы (УКП). Во время наземной подготовки к внекорабельной деятельности специалисты РКК «Энергия» промоделировали трассу прокладки кабельных высокочастотных жгутов. Специально для монтажа НА «Икарус» универсальная кабельная платформа была доработана устройством дооснащения, позволяющим крепить УКП к поручням во время ВКД. Правильная намотка, укладка и фиксация соединителей в УКП – необходимое условие для успешного монтажа кабелей на поверхности станции.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе подготовке к выходу в открытый космос космонавты провели большое количество подготовительных работ с аппаратурой внутри станции. Сначала к месту монтажа оборудования были вынесены мачта и устройство «Якорь-Икарус», созданное для удобства работы космонавта при выполнении монтажных работ. После монтажа мачты были проложены кабели, а устройство «Якорь-Икарус» установлено на поручни корпуса станции с помощью специальных замков. После этого космонавтами был вынесен, установлен, раскрыт и подключен антенный блок аппаратуры «Икарус» (рис. 6, 7) [16]. Успешному выполнению этой уникальной работы способствовали тщательная подготовка к выполнению каждой операции и тренировки космонавтов.

Использование крупногабаритной антенны, развернутой и установленной космонавтами, позволяет с учетом высоты орбиты МКС применять для установки на животных миниатюрные теги [15], что является яркой демонстрацией больших возможностей пилотируемой станции для проведения уникальных исследований и экспериментов. Заметим, что именно отечественные технологии подготовки космонавтов и обеспечения их деятельности в открытом космосе позволили успешно выполнить эту уникальную работу по монтажу и развешиванию на орбите крупногабаритной антенны. В настоящее время ученые получают с помощью аппаратуры «Икарус» уникальную научную информацию.

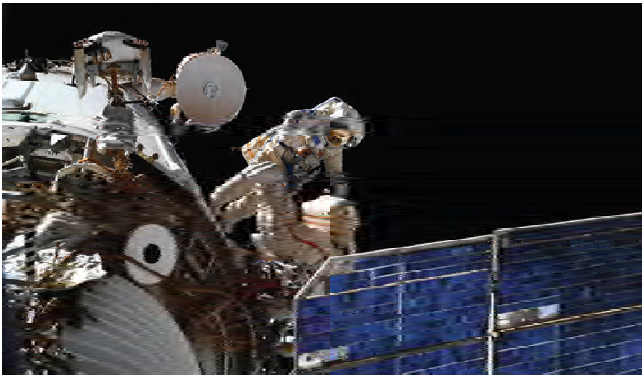


Рис. 6. О.Г. Артемьев и С.В. Прокопьев во время установки аппарата «Икарус»

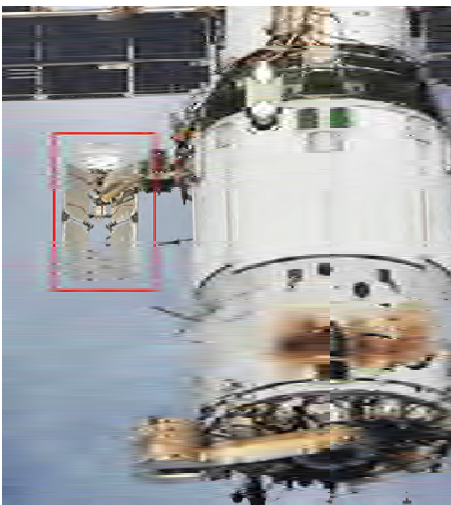


Рис. 7. Антенный блок «Икарус», установленный на внешней поверхности РС МКС

Анализируя сегодняшнее состояние отечественной и мировой космонавтики, можно сделать вывод, что в направлении пилотируемых полетов наша страна продолжает сохранять одно из лидирующих положений в мире. Вместе с тем необходимо отметить, что наиболее значительные научные и прикладные успехи космонавтики (изучение планет солнечной системы, дистанционное зондирование Земли, спутниковая навигация, связь и др.) достигнуты в последние десятилетия с помощью автоматических аппаратов.

Окончание соперничества нашей страны с Соединенными Штатами Америки и крупные успехи космических проектов, основанных на использовании автоматических аппаратов, делают необходимой выработку стратегии развития отечественной космонавтики в современных условиях [12]. При выработке такой стратегии следует прежде всего учитывать передовые достижения нашей страны, связанные с пилотируемой космонавтикой и полученные благодаря С.П. Королеву и привлеченным им к этим работам талантливым ученым и специалистам [1], а также иметь в виду, что отставание нашей страны по направлениям автоматических аппаратов, например дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), является бóльшим, чем, например, отставание в автомобилестроении. Крупнейшим космическим проектом современности является проект Международной космической станции (МКС). Значение России в этом проекте весьма велико: наша страна обладает в настоящее время надежным средством доставки экипажа на станцию и возвращения его на Землю. Главная задача для России в проекте МКС сегодня – повышение эффективности целевого использования этой станции, получение пользы от участия в этом проекте. Эффективность и результативность проекта МКС позволит сохранить нашей стране лидирующие позиции в этом направлении космонавтики и применить определенный опыт и технологии проекта МКС для автоматических аппаратов. При решении этой важнейшей для отечественной космонавтики и страны задачи необходимо использовать опыт организации и выполнения крупнейших космических проектов по созданию ракеты-носителя Р-7, запуску первого в мире спутника, полетам первых космонавтов, созданию первой в мире орбитальной станции и т.д. Сроки выполнения некоторых грандиозных проектов тех лет составляли месяцы, причем в те годы не было современной вычислительной техники, связи, а все работы велись в строго секретном режиме, что в определенной степени затрудняло работу исполнителей.

Результативность выполнения научных и прикладных программ экспериментов на пилотируемой станции определяется многоцелевым характером проводимых работ и наличием экипажа. Выполнение исследований в различных направлениях позволяет многоцелевой станции непрерывно «работать на целевой результат» [6]. На МКС возможности выполнения многоцелевых программ практически не используются.

При выполнении на пилотируемой станции исследований любого направления сохраняются возможности беспилотных КА и появляются дополнительные преимущества из-за наличия экипажа, связанные с возможностью переоснащения приборного состава, ремонта, интеллектуального выбора объектов исследований и т.д.

Например, при наблюдении и изучении с борта ОС на земной поверхности необычных, в том числе катастрофических, явлений появляются дополнительные возможности по выбору и регистрации изучаемых объектов. Отечественные орбитальные станции давали хорошую возможность решить важнейшую для страны задачу наблюдения земной поверхности для различных потребителей. При этом большая часть работ: создание аппаратуры наблюдения, системы сбора и передачи данных, наземный сегмент, технологии использования получаемых данных – могла бы быть затем использована и в системах, построенных на беспилотных КА. Эксперименты в данном направлении выполняются в настоящее время на пилотируемой станции МКС [12–16].

Целесообразны также выполнение на пилотируемой станции исследований по углубленному изучению деятельности космонавтов в длительных полетах, организация образовательных программ для широких слоев населения и проведение других важных экспериментов с участием космонавтов [12–15].

Следует также отметить, что к настоящему времени благодаря проектам станций «Мир» и МКС пилотируемая космонавтика стала развиваться во многих странах. Будущие пилотируемые программы США и Китая нацелены главным образом на полеты космонавтов к Луне. Принять участие в этих полетах представителям всех стран, развивающих пилотируемую космонавтику, вряд ли удастся. Поэтому отечественная пилотируемая станция, в случае ее создания и функционирования на околоземной орбите, может оказаться полезной и для организации международного сотрудничества при выполнении на ней полетов космонавтов разных стран.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П.Королева. Королёв: РКК «Энергия», 1996. 670 с.
- [2] Черток Б.Е. Ракеты и люди: в 4-х кн. М.: Машиностроение, 1994–1999. 4 кн.
- [3] Муртазин Р.Ф., Благов В.Д. Факты и мифы об орбите Гагарина: Баллистический анализ // Новости космонавтики. 2016. №4. С. 7–9.
- [4] «Салют» на орбите. М.: Машиностроение, 1973. 160 с.
- [5] РКК «Энергия» им. С.П.Королева на рубеже двух веков. Королёв: РКК «Энергия» им. С.П.Королева, 2001. 1327с.
- [6] Беляев М.Ю. Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.
- [7] Матвеева Т.В., Любинский В.Е. Применение телеоператорного режима в задачах управления полетом КА // Труды XXXIII чтений, посвященных разработке наследия и развитию идей К.Э. Циолковского. Секция «Проблемы ракетной и космической техники» (Калуга, 15–18 сентября 1998 г.). М.: ИИЕТ РАН, 1999. С. 11–17.
- [8] Беляев М.Ю., Тянь Т.Н. Применение режима гравитационной стабилизации при выполнении экспериментов // Космические исследования. 1984. №2. С. 181–188.
- [9] Сарычев В.А., Беляев М.Ю., Кузьмин С.П., Сазонов В.В., Тянь Т.Н. Исследование вращательного движения орбитальной станции «Салют-7» на длительных интервалах времени // ИПМ им. М.В.Келдыша. Препринт № 73, 1986. 27 с.
- [10] Ryumin, V.V., Beliaev, M.Yu., Problems of control arised during the implementation of scientific research program onboard the multipurpose orbital station, Acta Astronautica, September 1987, vol. 15, pp. 739–746.
- [11] Беляев М.Ю., Зыков С.Г., Манжелей А.И., Рулев Д.Н., Стажков В.М., Тесленко В.П. Математическое обеспечение автоматизированного планирования исследований на орбитальном комплексе «Мир» // Космические исследования. 1988. Т 27. Вып. 1. С. 126–134.
- [12] Проблемы и задачи повышения эффективности программ исследований на космических кораблях и орбитальных станциях: Сборник статей под редакцией В.П.Легостаева, М.Ю.Беляева / Научно-техническое издание «Ракетно-космическая техника». 2011. Серия XII. Вып. 1–2. 205 с.
- [13] Беляев М.Ю., Десинов Л.В., Караваев Д.Ю., Сармин Э.Э., Юрина О.А. Аппаратура и программно-математическое обеспечение для изучения земной поверхности с борта российского сегмента Международной космической станции по программе «Ураган» // Космонавтика и ракетостроение. 2015. №1. С. 63–70.
- [14] Belyaev, M.Yu., Cheremisin, M.V., Esakov, A.M., Integrated monitoring of earth surface from onboard ISS Russian segment, Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC 2018.
- [15] Беляев М.Ю. Вепплер Й., Викельски М., Волков О.Н., Мюллер У., Питц В., Соломина О.Н., Тertiцкий Г.М. Отработка технологии контроля перемещения животных на Земле с помощью научной аппаратуры, установленной на РС МКС // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 9–17.
- [16] Артемьев О.Г., Прокопьев С.В., Беляев М.Ю., Аюкаева Д.М., Волков О.Н., Долганов Е.В., Киреевичев С.С., Князев А.И., Корнеев А.П. Технология монтажа крупногабаритной аппаратуры на внешней поверхности российского сегмента МКС на примере аппаратуры «Икарус» // Пилотируемые полеты в космос. 2019. №2 (31). С. 34–43.

Управление движением космического аппарата с двигателями малой тяги для полета к околоземному астероиду

Е.А. Сергаева

*Институт ракетно-космической техники
Самарский национальный исследовательский университет*

Самара, Россия

nikolaevalizaveta@mail.ru

О.Л. Старинова

*Институт ракетно-космической техники
Самарский национальный исследовательский университет*

Самара, Россия

solleo@mail.ru

Аннотация—В статье рассматривается возможность выполнения миссии к малым телам Солнечной системы неправильной формы, таким как астероиды. Авторы статьи предлагают использовать для исследования астероида космический аппарат с двигателями малой тяги. Целью данной работы является определение необходимых затрат рабочего тела на все этапы полета, включая достижение астероида, формирование и поддержание заданной орбиты относительно него. При моделировании управляемого движения космического аппарата авторы учитывали притяжение Земли, Солнца и астероида. В статье описан этап движения космического аппарата относительно астероида. Авторы описывают его гравитационное поле как суперпозицию гравитационных полей двух вращающихся массивных точек.

Ключевые слова—астероид, математическая модель, управление движением, траектория, неправильная форма.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема исследования астероидов давно привлекает внимание ученых и общества [1–8]. В то же время значительно возрос интерес к долгосрочным исследовательским миссиям, направленным на изучение физических свойств астероидов, комет и малых планет-спутников [4–8]. Например, в работе [6] приводится краткое описание современных и перспективных космических аппаратов, созданных «НПО им. С.А. Лавочкина» для фундаментальных исследований Луны, планет и малых тел Солнечной системы, обеспечивающих маневры в окрестностях астероидов, включая сближение, посадку и возвращение грунта на Землю.

Известно, что для длительных полетов наиболее эффективными с точки зрения расхода рабочего тела являются двигательные установки на базе электроракетных двигателей [10, 5–15]. Существенными характеристиками таких двигательных установок являются малая тяга, создающая ускорение, сравнимое с гравитационными ускорениями от малых тел Солнечной системы, и длительное время работы (иногда до десяти лет). Поэтому при проектировании полетов с электрическими двигательными установками необходимо учитывать даже малые гравитационные возмущения, что особенно сложно для рассматриваемого класса баллистических задач, где уровни ускорения от тяги двигателя сопоставимы с гравитационными возмущениями.

Гораздо менее изучен вопрос управления движением космического аппарата в непосредственной близости от небольшого небесного тела неправильной формы. Поведение космического аппарата в таком поле существенно отличается от движения вблизи сфероидальных и эллипсоидальных тел, форму которых можно считать пра-

вильной в некотором приближении. Законы движения Кеплера и вытекающие из них управляющие программы здесь не могут быть использованы. Отсутствие методологии формирования программы управления может привести к существенным неопределенностям в определении запаса рабочего тела, необходимого для проведения миссии заданной продолжительности со всеми запланированными исследованиями. Даже поддержание постоянной орбиты для тела с нерегулярным гравитационным полем требует контроля и затрат рабочего тела [5, 16–18].

Теоретическую основу исследования составляют работы, описывающие гравитационные поля малых тел Солнечной системы неправильной формы, а также работы по возможному поведению космических аппаратов таких объектов [7, 16, 17, 19–22]. В этих исследованиях рассматривалась проблема поиска предельно точного способа формализации гравитационного поля астероидов в применении к планируемому или уже реализованному исследовательским миссиям, таким как NEAR Shoemaker, Hayabusa 1 и 2, Galileo, Cassini, Rosetta, Deep Space и другие.

В качестве предложенных методов формализации гравитационного поля исследователи предлагают следующие модели гравитационного потенциала: разложение потенциала на функциональный ряд (по сферическим, эллиптическим, эллипсоидальным функциям), модель пространственного многогранника и другие методы, основанные на оценке величины и направления гравитационного ускорения, действующего на космический аппарат.

Существенным недостатком этих моделей является их оторванность от задач баллистического проектирования и поиска оптимальных схем управления космическим аппаратом. Эти модели по большей части требуют значительных вычислительных ресурсов и полного набора исходной информации о физической природе объекта исследования. На наш взгляд, последнее обстоятельство является существенным препятствием при предварительном проектировании полета, особенно при определении программ управления космическими аппаратами с электрическими ракетными двигателями. Разработчики реальных миссий к астероидам и кометам [23–25] озадачены необходимостью при использовании этих моделей заранее знать физические свойства объекта исследования, которые были еще неизвестны до полета, его геометрию и распределение масс, в том числе и внутренних. В статьях [23–25] описываются значительные трудности в определении программного управления реальными миссиями «Рассвет» и «Розетта». Неточности в определении программ управления при проектировании и баллистическом анализе миссий привели к значительному увеличению

стоимости рабочего органа для маневрирования, что сократило продолжительность самой ценной части миссии – собственно исследования небесного тела.

Традиционный подход к проектированию полета и конструктивного облика космического аппарата с электрической двигательной установкой заключается в минимизации массы рабочего тела, необходимой для полета при заданных граничных условиях, определяемых задачами исследования [7, 11, 26]. Именно такой подход к проектированию миссии предлагается использовать в данной работе. Для описания гравитационного поля исследуемого астероида предлагается использовать подход, описанный в работе [18], который позволит сформировать оптимальное программное управление серией динамических маневров и провести расчетно-баллистический анализ миссии в целом.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В статье рассматривается целесообразность исследовательской миссии Земля – астероид Апофис, выполняемой космическим аппаратом с электрической ракетной двигательной установкой.

В данной работе авторы предлагают разделить миссию на два этапа для предварительного баллистического проектирования. Первый оптимальный гелиоцентрический полет Земли – астероид Апофис с выравниванием скорости космического аппарата и астероида. Второй – это движение в непосредственной близости от астероида, которое включает в себя оптимальный маневр для формирования рабочей орбиты и поддержания рабочей орбиты в течение заданного времени.

На первом этапе программа управления была получена с использованием принципа максимума Понтрягина, учитывающего гравитацию Солнца, Земли и астероида (как материальной точки) в гелиоцентрической инерциальной системе координат. Уравнения движения в векторной форме имеют вид [26]:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_1}{dt^2} = -\frac{G \cdot m_{SUN}}{r_1^3} \mathbf{r}_1 - \frac{G \cdot m_{SC}}{r_{1-3}^3} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3) - \frac{G \cdot m_E}{r_{1-4}^3} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_4), \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_3}{dt^2} = -\frac{G \cdot m_{SUN}}{r_3^3} \mathbf{r}_3 - \frac{G \cdot m_{AST}}{r_{1-3}^3} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) - \frac{G \cdot m_E}{r_{3-4}^3} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) + \mathbf{a} + \mathbf{f}, \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_4}{dt^2} = -\frac{G \cdot m_{SUN}}{r_4^3} \mathbf{r}_4 - \frac{G \cdot m_{AST}}{r_{1-4}^3} (\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_1), \quad (3)$$

$$\frac{dm_{SC}}{dt} = -\delta \frac{P}{c} \left(\frac{r_E}{r_3} \right)^2, \quad \mathbf{a} = \frac{P}{m_{SC}} \delta \mathbf{e} \left(\frac{r_E}{r_3} \right)^2. \quad (4)$$

Здесь m_{SUN} , m_E , m_{AST} , m_{SC} – массы Солнца, Земли, астероида и текущая масса космического аппарата соответственно; \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_3 , \mathbf{r}_4 – радиус-векторы астероида, космического аппарата и Земли относительно Солнца; r_{1-3} – расстояние между космическим аппаратом и астероидом, r_{1-4} , r_{3-4} – расстояние от Земли до астероида и космического аппарата соответственно; \mathbf{a} – ускорение от тяги космического аппарата относительно Солнца; $\delta \in \{1, 0\}$ – функция включения-выключения двигателя (1 – двига-

тель включен, 0 – двигатель выключен); \mathbf{e} – единичный вектор направления тяги; \mathbf{f} – возмущающие ускорения, действующие на космический аппарат.

В работах [27, 28] была проанализирована динамика орбитального движения космического аппарата относительно астероида Эрос с учетом возмущающих факторов, в частности было указано, что световое давление оказывает существенное влияние на космический аппарат. В данной работе предпринята попытка рассчитать в первом приближении необходимый запас рабочего тела для электроракетной двигательной установки и оценить возможность длительного полета, поэтому возмущающие факторы не были учтены.

Граничные условия первого этапа предусматривают гелиоцентрический полет космического аппарата от Земли к астероиду с выравниванием скорости:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_3(t_{1s}) &= \mathbf{r}_4(t_{1s}), \quad \mathbf{r}_3(t_{1f}) = \mathbf{r}_1(t_{1f}), \\ \dot{\mathbf{r}}_3(t_{1s}) &= \dot{\mathbf{r}}_4(t_{1s}), \quad \dot{\mathbf{r}}_3(t_{1f}) = \dot{\mathbf{r}}_1(t_{1f}), \end{aligned} \quad (5)$$

где t_{1s} – время начала полета (соответствует дате и времени начала), t_{1f} – время окончания гелиоцентрического полета. Оптимальное управление характеристиками, как показано в работах [11, 15, 26, 29], обеспечивается работой электроракетной двигательной установки в течение всего движения ($\delta = 0$) и добавлением ускорения, которое обеспечивает максимальный гамильтониан $e = \frac{\Psi_{\dot{\mathbf{r}}_3}}{|\Psi_{\dot{\mathbf{r}}_3}|}$ ($\Psi_{\dot{\mathbf{r}}_3}$ – вектор сопряженных факторов, соответствующий вектору скорости космического аппарата $\dot{\mathbf{r}}_3$). Для численного решения краевой задачи (1)–(5) использовался метод, описанный в [16] и реализованный в программном комплексе [20].

На втором этапе движения, в соответствии с методикой [27], гравитационное поле астероида Апофис представлено в виде суперпозиции полей двух материальных точек массой $m_{AST1} = 1,539 \cdot 10^{10}$ кг, $m_{AST2} = 1,161 \cdot 10^{10}$ кг, вращающихся с угловой скоростью собственного вращения астероида ($\omega_{AST} = 5,74 \cdot 10^{-5}$ 1/с) на расстоянии $d = 248$ м (рис. 1). В работе [17] было показано, что при использовании такой модели погрешность определения гравитационного ускорения астероида не превышает 10% вплоть до поверхности астероида. Помимо астероида учитывалась гравитация Солнца и Земли.

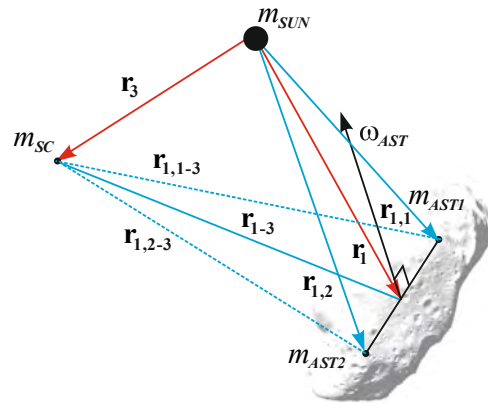


Рис. 1. Для моделирования второго участка трафика

Движение центра масс астероида и Земли все равно будет описываться уравнениями (1) и (3), а уравнение движения космического аппарата примет вид:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_3}{dt^2} = -\frac{G \cdot m_{SUN}}{r_3^3} \mathbf{r}_3 - \frac{G \cdot m_{AST1}}{r_{1,3}^3} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{1,1}) - \frac{G \cdot m_{AST2}}{r_{1,2}^3} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_{1,2}) - \frac{G \cdot m_E}{r_{3-4}^3} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4) + \mathbf{a} + \mathbf{f}, \quad (6)$$

где $\mathbf{r}_{1,1}$, $\mathbf{r}_{1,2}$ – радиусы вектора массивной точки астероида относительно Солнца; $r_{1,3}$ и $r_{1,2}$ – расстояния между космическим аппаратом и массивными точками.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Авторы использовали два различных метода для определения контроля на втором этапе движения. В данной работе авторы использовали метод нахождения оптимального управления скоростью, описанный в работе [31], а для длительного поддержания заданной орбиты использовался локально-оптимальный закон управления, поддерживающий постоянным большую полуось орбиты [18]. Эти методики полностью автоматизированы и реализованы в программном комплексе [32].

Результаты расчетов для участков движения представлены в табл. 1 и на рис. 2 (первый участок движения), 3 (формирование рабочей орбиты).

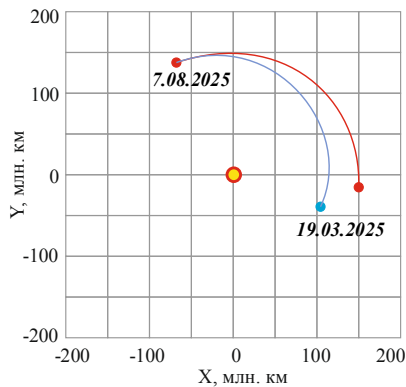


Рис. 2. Траектория космического аппарата и астероида на гелиоцентрическом участке движения

На рис. 2 траектория космического аппарата выделена красным цветом, а астероид – синим. На рис. 3 показана оптимальная траектория формирования околокруговой орбиты радиусом 100 км относительно барицентра астероида. Астероид на рис. 4 показан схематично.

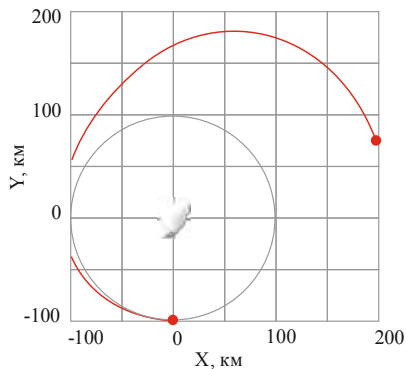


Рис. 3. Траектория формирования заданной орбиты радиусом 100 км.

На рис. 4, а показано поведение космического аппарата относительно астероида Апофис без использования постоянного корректирующего ускорения с начальными условиями, соответствующими невозмущенной круговой орбите, а на рис. 4, б – результат применения локально-оптимального управления, направленного на поддержание постоянного эксцентриситета орбиты.

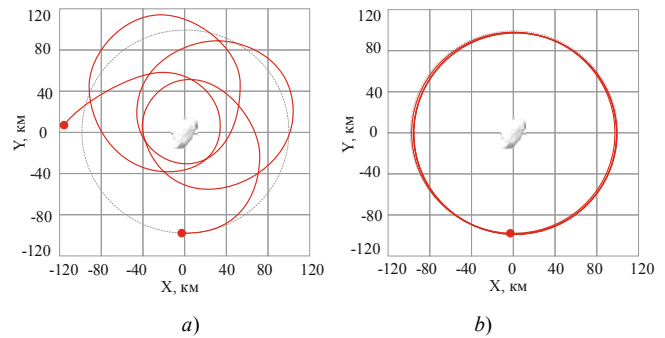


Рис. 4. Изменение траектории космического аппарата: а – пассивное движение, б – под действием стабилизирующего орбиту управления

ТАБЛИЦА 1. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УЧАСТКОВ ДВИЖЕНИЯ

Маневр	Длительность, сут.	Расход рабочего тела, кг
Гелиоцентрический перелет	141,3	1,281
Формирование рабочей орбиты	4,38	$3,97 \cdot 10^{-3}$
Поддержание рабочей орбиты в течение суток	–	$0,903 \cdot 10^{-3}$

Как оказалось, при длительных полетах значительная часть рабочего тела расходуется на поддержание рабочей орбиты. Поэтому при предварительном планировании полета можно учитывать массу рабочего тела, необходимую для гелиоцентрического полета и поддержания рабочей орбиты. Например, если предположить, что исследование астероида в этой миссии должно длиться 10 лет, то на полет к астероиду будет потрачено 1,281 кг, на формирование рабочей орбиты – $3,97 \cdot 10^{-3}$ кг, а на поддержание рабочей орбиты – $0,903 \cdot 10^{-3}$ кг рабочего тела.

ВЫВОД

Авторы статьи анализируют проблему управляемого движения космических аппаратов вблизи объектов с нерегулярными гравитационными полями и рассматривают специфические баллистические характеристики полета к астероиду Апофис. Было проведено моделирование движения, разделенное на два этапа – гелиоцентрическое движение и движение относительно астероида. Авторы описали методы определения управления в зонах движения и представили результаты моделирования без учета возмущений, действующих на космический аппарат, и затрат на исправление навигационных ошибок. Также в статье показано, что с учетом этих предположений космический аппарат массой 9,8 кг может выполнить заданную миссию десятилетнего исследования астероида Апофис с использованием 4,6 кг рабочего тела.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 20-38-90200 и № 20-08-00779.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Энеев Т.М., Ахметшин Р.З., Ефимов Г.Б. К вопросу об астероидной опасности // Препринты Института прикладной математики. М. В. Келдыш РАН. 2011. С. 35–40.
- [2] Медведев Ю. Д. и др. Астероидно-кометная опасность / Под Ред. Сокольского А. Г. СПб.: ИТА, МИПАО. 1996. С. 244.
- [3] Соколов Л.Л., Башаков А.А., Питиев Н.П. Особенности движения астероида 99942 Апофис // *Астрономический вестник*. 2008. Т. 42. № 1. С. 20–29.
- [4] Йоменс Д.К. Орбиты астероидов и комет с использованием радиолокационных данных // *Астрономический журнал*. 1992. Т. 103. С. 303–317.
- [5] Шерес Д.Дж. Орбитальная механика о малых телах // *Acta Astronautica*. 2012. Т. 72. С. 1–14.
- [6] Хартов В.В. Новый этап создания автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований // *Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина*. 2011. № 3. С. 3–10.
- [7] Кульков В.М. К вопросу о проектировании малых космических аппаратов с маршевой электроракетной двигательной установкой для исследования окололунного пространства // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. 2013. № 4. С. 68–74.
- [8] Ломакин И.В., Мартынов М.Б., Польш В.Г., Симонов А.В. К вопросу реализации программы исследования малых тел Солнечной системы // *Вестник НПО им. С.А. Лавочкина*. 2013. № 4. С. 10–17.
- [9] Ивашкин В.В., Лан А. Анализ оптимальности траекторий экспедиции Земля–астероид–Земля // Препринты Института прикладной математики. М.В. Келдыш РАН. 2017. С. 113–125.
- [10] Автоматические космические аппараты для фундаментальных и прикладных научных исследований / Под ред. Полищука Г.М. и Пичхадзе К.М. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.
- [11] Кульков В.М. Исследование эффективности конструктивных параметров и анализ унифицированных платформ с электрическими ракетными двигателями в малых космических аппаратах // *Вестник Московского авиационного института*. 2012. Т. 19. № 2. С. 18–28.
- [12] He, S. et al., Оптимальное проектирование траекторий возврата образца околоземного астероида в системе Солнце-Земля-Луна // *Acta Mechanica Sinica*. 2016. Т. 32. № 4. С. 753–770.
- [13] Кулумани С., Ли Т. Систематическое проектирование оптимальных передач малой тяги для задачи о трех телах // *Журнал астрономических наук*. 2019. Т. 66. № 1. С. 1–31.
- [14] Петухов В.Г., Константинов М.С., Вук В.С. Одновременная оптимизация траектории малой тяги и основных конструктивных параметров космического аппарата // *Успехи астрономических наук*. 2017. С. 639–653.
- [15] Петухов В.Г., Попов Г.А. Автоматизация задач расчета оптимальных траекторий космических аппаратов с электроракетными двигательными установками // *Системный анализ, управление и навигация*. 2018. С. 109–111.
- [16] Ивашкин В.В., Го П. Анализ возможности создания устойчивого спутника астероида Апофис в виде однородного трехосного эллипсоида // *Доклады Академии наук. Федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская академия наук»*, 2019. Т. 489. № 1. С. 27–33.
- [17] Старинова О.Л., Шорников А.Ю. Моделирование гравитационного поля сложной конфигурации // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2015. Т. 17. № 2–1.
- [18] Старинова О., Шорников А., Николаева Е. Использование ЭСП, установленного на космической станции, движущейся в нерегулярном гравитационном поле астероидов Эрос и Гаспра // *Электроспиннинг и электроразведка. Техника и приложения*. Интехопен, 2019.
- [19] Рен Ю., Шан Дж. О привязных образцах и системах швартовки вблизи нерегулярных астероидов // *Успехи космических исследований*. 2014. Т. 54. № 8. С. 1608–1618.
- [20] Ху Х., Джекели С. Численное сравнение сферических, сферических и эллипсоидальных гармонических моделей гравитационного поля для малых несферических тел: примеры для марсианских лун // *Журнал геодезии*. 2015. Т. 89. № 2. С. 159–177.
- [21] Ивашкин В. В., Лан А. Анализ орбитального движения спутника астероида Апофис // *Космические исследования*. 2017. Т. 55. № 4. С. 268–277.
- [22] Ван Х., Цзян Ю., Гун С. Анализ потенциального поля и точек равновесия малых небесных тел неправильной формы // *Астрофизика и космическая наука*. 2014. Т. 353. № 1. С. 105–121.
- [23] Гребов Д.Дж., Брэдли Н., Кеннеди Б. Устойчивость и целеуказание на конечной орбите Рассвета // *Труды 29-го совещания механиков космических полетов AAS/AIAA*. 2019. С. 13–17.
- [24] Grebow, D. et al. Проектирование и выполнение передачи Dawn HAMO to LAMO на Церере // *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*. 2016. С. 5427.
- [25] Abrahamson, M.J. et al. Команда определения орбиты Рассвета: Траекторное моделирование и процессы реконструкции на Mesta. 2013.
- [26] Николаева Е.А. и др. Баллистика и проектирование космических аппаратов нанокласса для исследования астероидов // 9-я Международная конференция по новейшим достижениям космических технологий (РАСТ) 2019. IEEE, 2019. С. 89–94.
- [27] Ивашкин В. В., Лан А. Анализ динамики орбитального движения космического аппарата вокруг астероида Апофис // *Актуальные проблемы российской космонавтики*, 2015, С. 90-91.
- [28] Лан А. Анализ космических траекторий экспедиции Земля-Апофис-Земля и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2017. №7 (67).
- [29] Константинов М.С., Петухов В.Г., Тейн М. Анализ влияния мощности солнечной электростанции на характеристики проекта «Интергелио-зонд» при использовании электрических ракетных двигателей // *Известия Российской академии наук. Энергия*. 2016. № 2. С. 102–117.
- [30] Старинова О.Л., Николаева Е.А. Моделирование функционирования систем защиты Земли для преодоления астероидной опасности, 2017, патент № 2018611032
- [31] Шорников А.Ю. Оптимальное управление движением космического аппарата в поле притяжения астероида Эрос 433 // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2019. Том 18. № 4.
- [32] Шорников А.Ю., Старинова О.Л. Программный комплекс для моделирования и оптимизации полета космического аппарата с электрореактивным двигателем малой тяги в задачах маневрирования вблизи тел со сложными гравитационными полями. 2014. Патент № 2014618472.

Формирование одноосного закона управления на базе SDRE-технологии в задаче инспекционного движения двух наноспутников

И.В. Белоконов

Межевзювская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия

Belokonov.iv@ssau.ru

М.С. Щербаков

Межевзювская кафедра космических исследований,
Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия

sherbakov.m.s@mail.ru

Аннотация—В статье исследуется возможность реализации низкоорбитального радиоинтерферометра, состоящего из двух наноспутников формата CubeSat (HC_1 , HC_2), совершающих движение по околокруговым компланарным орбитам с высотами в диапазоне 500-600 км. HC_1 и HC_2 образуют низкоорбитальный интерферометр и движутся по модифицированному эллипсу Хилла, который в работе называется инспекционным, в центре которого находится базовый космический аппарат (HC_B), обеспечивающий сбор и передачу целевой информации на Землю. Движение рассматривается в орбитальной системе координат, связанной с центром масс HC_B в предположении центрального поля притяжения и с учетом торможения атмосферой. Проведен анализ возмущенного движения наноспутников и сформированы рекомендации к выбору параметров номинальной орбитальной структуры, обеспечивающей работу радиоинтерферометра (допустимые возмущения траекторий HC_1 и HC_2 при пассивном движении). С помощью SDRE-метода получен закон управления для коррекции движения HC с целью восстановления орбитальной структуры радиоинтерферометра с учетом возможности двигательных установок малой тяги вырабатывать корректирующие воздействия только по одной оси в орбитальной системе координат.

Ключевые слова—относительное движение, радиоинтерферометр, уравнение Риккати с переменными коэффициентами, электрореактивная двигательная установка, баллистический коэффициент, инспекционное движение, закон управления.

В настоящее время наноспутники (HC) формата CubeSat активно применяются в космических миссиях. Достоинством HC является относительная дешевизна и короткий срок создания, что позволяет создавать HC в университетах и оперативно обрабатывать новые технологии в условиях космических миссий. К недостаткам HC относятся небольшие энергетические возможности и малый объем пространства для размещения полезной нагрузки. Для увеличения эффективности и проведения пространственных измерений HC объединяют в группировки [1, 2]. Под действием возмущающих сил геометрическая формация группировки изменяется, что может привести к невыполнению целевой задачи [3]. Для поддержания орбитальной структуры группировки требуется проводить корректирующие маневры для ее восстановления [4]. Двигательные установки для HC, в силу жестких массовых и габаритных ограничений имеют малые значения тяги и запасы топлива, а также ограниченные возможности по ориентации управляющего воздействия [5]. Поэтому в большинстве миссий HC имеют одну двигательную установку и один-два научных при-

бора. Традиционно задача синтеза закона управления решается на базе принципа оптимальности Беллмана и построения линейного аналога нелинейной модели возмущенного относительного движения, приводящего к построению линейно-квадратичного регулятора. Однако более перспективным является применение SDRE-метода, основывающегося на представлении нелинейной модели относительного движения в виде квазилинейной возмущенной модели, в которой коэффициенты уравнений являются функциями от отклонений фазовых переменных от номинальных значений [6]. Отличительной особенностью SDRE-технологии является зависимость коэффициентов матричного уравнения Риккати от отклонений фазовых переменных, что приводит к зависимости коэффициента усиления регулятора, от текущих возмущений фазовых переменных, что усложняет решение задачи синтеза оптимального регулятора.

В данной работе рассматривается возможность поддержания орбитальной структуры радиоинтерферометра, состоящего из двух наноспутников (HC_1 , HC_2), имеющих на борту двигательные установки и совершающих движение по модифицированному эллипсу Хилла [7] (в дальнейшем называется инспекционным эллипсом), который является устойчивым в центральном поле притяжения. Для обеспечения связи с центром управления полетом и передачи целевой информации используется базовый HC (HC_B), который располагается в центре эллипса Хилла. В качестве основного возмущающего фактора рассматривается влияние атмосферы на низких орбитах. Проводится выбор высоты орбиты HC_B и размера инспекционного эллипса для определения пассивного интервала движения HC_1 и HC_2 . Рассмотрены возможности использования электрореактивных двигательных установок для поддержания инспекционного движения в окрестности номинальной траектории.

1. Постановка задачи

HC_1 и HC_2 движутся по модифицированному инспекционному эллипсу Хилла (далее инспекционный эллипс), в центре которого располагается HC_B . Начальное положение наноспутников выбирается на малой оси инспекционного эллипса и определяет начальное значение радиоинтерферометрической базы (рис. 1). При этом при отсутствии возмущений расстояние между наноспутниками может увеличиваться не более чем вдвое. Движение всех наноспутников происходит в орбитальной плоскости HC_B и описывается в орбитальной системе координат (ОСК), связанной с центром масс HC_B , ось OY направле-

на по радиус-вектору, ось OX направлена в сторону орбитального движения НС_Б (рис. 1). Предполагается, что НС₁ и НС₂ идентичны и совершают стабилизированное движение, при котором двигательные установки обеспечивают формирование управляющего воздействия вдоль оси OX, в то время как НС_Б движется пассивно. Далее в статье рассматривается управляемое движение только одного из двух НС, формирующих радиointерферометр, который обозначается за НС_А.

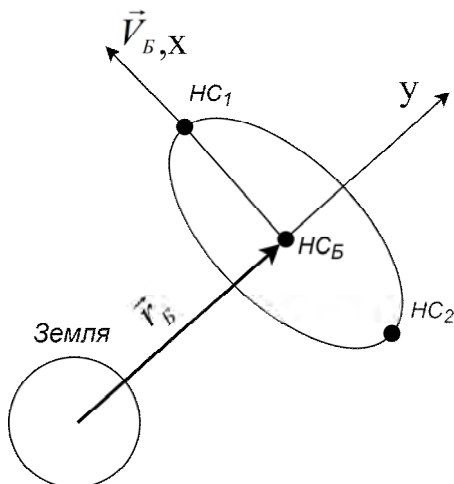


Рис. 1

Принимается, что орбита НС_Б круговая, поле притяжения центральное, размеры инспекционного эллипса малы по сравнению с высотой орбиты. В качестве возмущающего фактора рассматривается влияние атмосферы, которое в основном обусловлено разностью баллистических коэффициентов наноспутников. Движение НС_А в ОСК описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega\dot{y} - \omega^2 x + \frac{\omega^2 r_B^3}{(r_B + y)^2 + x^2} x - P_x + U_x &= 0, \\ \ddot{y} - 2\omega\dot{x} - \omega^2 (r_B + y) + \frac{\omega^2 r_B^3}{(r_B + y)^2 + x^2} (r_B + y) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где r_B, ω – соответственно модуль радиуса-вектора и угловая орбитальная скорость НС_Б, P_x – возмущающее разностное аэродинамическое ускорение, U_x – управляющее ускорение. Номинальный инспекционный эллипс, являющийся устойчивым в центральном поле притяжения, формируется при специально подобранных начальных параметрах движения НС_А, удовлетворяющих условию равенства орбитальных энергий НС_А и НС_Б [7]:

$$\begin{aligned} \bar{x}_o &= (x_o = 0, y_o = y(0), \dot{x}_o = \dot{x}_o(0), \dot{y}_o = 0)^T, \\ \dot{x}_o &= -\omega(r_B + y_o) + \omega^2(r_B + y_o)^2 - 2\left(\frac{\mu}{r_B} - \frac{\mu}{r_B + y_o}\right) - \omega^2 y_o(2r_B + y_o). \end{aligned} \quad (2)$$

Большая полуось инспекционного эллипса примерно в два раза больше малой полуоси $a \approx 2b$. При действии возмущающих ускорений НС_А будет совершать движение по циклоиде (рис. 2).

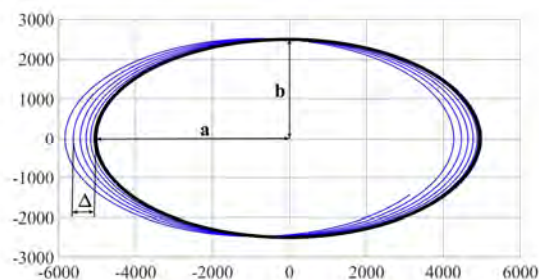


Рис. 2

Для оценки деградации инспекционного эллипса используется параметр $\bar{\Delta}$, который характеризует относительное смещение траектории по оси OX. При нарушении следующего условия

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta}{2a} \leq \bar{\Delta}_{max} \quad (3)$$

необходимо провести коррекцию траектории и восстановить движение наноспутника по инспекционному эллипсу (восстановить работоспособность радиointерферометрической системы). Для этого должен быть сформирован закон управления, который при нарушении условия (3) будет приводить НС_А к номинальной траектории. В работе [8] было показано, что двухосный закон управления, полученный с помощью SDRE-технологии, более выгоден по критерию энергетических затрат на коррекцию по сравнению с классическим LQR-методом, но более трудоемок. Реализация на практике такого сложного закона управления затруднительна ввиду жестких ограничений со стороны космических аппаратов нанокласса.

В данной работе ставится и решается задача синтеза более простого одноосного непрерывного закона управления на базе SDRE-технологии с учетом ограничения на максимальную величину управляющего воздействия для борьбы с аэродинамическими возмущениями.

II. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ОРБИТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Для штатной работы орбитального радиointерферометра допускается пассивное движение по инспекционному эллипсу со смещением вдоль оси OX на величину, не превышающую

$$\Delta_{max} \leq \lambda / 2, \quad (4)$$

где λ – длина волны, принимаемая интерферометром. Существующие проекты наноспутников по созданию орбитальных радиointерферометров используют два диапазона электромагнитных волн: 0,3–30 МГц и 1–100 МГц [1]. Принимая во внимание, что для формирования непрерывного закона управления используются электрореактивные двигательные установки малой тяги, можно принять, что предельное смещение траектории по оси OX не должно превышать $\Delta_{max} \leq 5\%$ от величины большой оси инспекционного эллипса. Тогда с учетом условий (3) и (4) можно получить диапазон возможных больших осей номинального инспекционного эллипса в зависимости от длины волны, принимаемой интерферометром (рис. 3, 4).

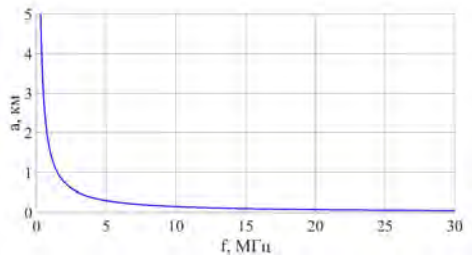


Рис. 3

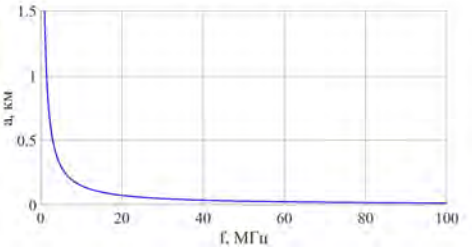


Рис. 4

Из рис. 3 и 4 видно, что при увеличении частоты принимаемого сигнала уменьшается расстояние между НС, образующими радиоинтерферометр. Это приводит к усложнению миссии из-за возрастающих требований к относительной навигации. Далее в работе будет рассматриваться инспекционный эллипс с $a = 5$ км.

Интервал времени пассивного движения будет зависеть от разности баллистических коэффициентов $\Delta\sigma$ наноспутников, высоты орбиты H_0 , размеров выбранного инспекционного эллипса. Рассмотрим случай, когда НС_А является наноспутник формата Cubesat 3U с массой 4,5 кг, а НС_Б имеет формат Cubesat 6U и массу 10 кг. В зависимости от взаимной ориентации НС разница баллистических коэффициентов будет находиться в диапазоне значений $\Delta\sigma = 2,4 \cdot 10^{-4} \dots 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{кг}$. Обычно НС доставляются в качестве попутной полезной нагрузки на низкие околоземные орбиты с высотой 500-600 км. На рис. 5 показано время пассивного движения (в витках орбитального движения НС_Б) с учетом условия (3) и при $a = 5$ км.

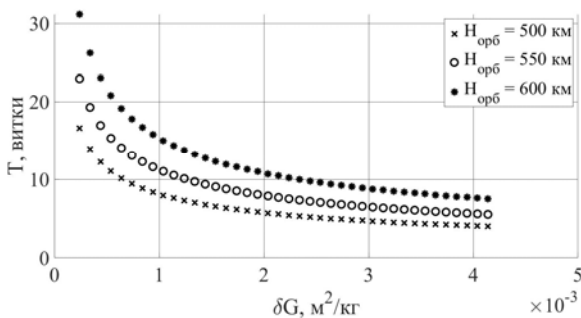


Рис. 5

Из рис. 5 следует, что разница баллистических коэффициентов и высота орбиты НС_Б существенно влияют на интервал времени пассивного движения. Для дальнейших расчетов в работе будет рассматриваться наибольшая разница $\Delta\sigma = 0,0042 \text{ м}^2/\text{кг}$, приводящая к быстрой деградации инспекционного эллипса.

III. СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ НА БАЗЕ SDR-ТЕХНОЛОГИИ

При нарушении условия (3) начинается активный участок движения, на котором включается двигательная установка. Для учета нелинейности системы (1) SDR-метод приводит ее к квазилинейному виду, с матрицами, содержащими коэффициенты, зависящие от состояния системы (State-Dependant Coefficient – SDC). Математическая модель возмущенного движения в отклонениях в векторной форме для системы (1) запишется в виде

$$\Delta\dot{\vec{X}} = A(\Delta\vec{X}^*) \cdot \Delta\vec{X} + B \cdot \vec{u}_{omn}, \quad (5)$$

где $\Delta\vec{X}$ – вектор отклонений траектории в момент расчета управляющего воздействия (текущая траектория) от номинального инспекционного эллипса:

$$\Delta\vec{X} = \begin{cases} \Delta\dot{x}(t) = \dot{x}_{mek}(t) - \dot{x}_{ном}(t) \\ \Delta\dot{y}(t) = \dot{y}_{mek}(t) - \dot{y}_{ном}(t) \\ \Delta x(t) = x_{mek}(t) - x_{ном}(t) \\ \Delta y(t) = y_{mek}(t) - y_{ном}(t) \end{cases}, \quad (6)$$

$\Delta\vec{X}^*$ – вектор отклонений возмущенной траектории от номинальной при отсутствии управления на всем интервале активного участка. Матрица A (SDC-матрица) записывается в виде

$$A(\Delta\vec{X}^*) = \begin{bmatrix} 0 & -2\omega & \omega^2 - \frac{\omega^2 r^3}{\left(\sqrt{\Delta x^{*2} + (r + \Delta y^*)^2}\right)^3} & 0 \\ 2\omega & 0 & 0 & \omega^2 - \frac{\omega^2 r^3}{\left(\sqrt{\Delta x^{*2} + (r + \Delta y^*)^2}\right)^3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Критерий качества закона управления, обеспечивающий минимизацию отклонений в конечный момент времени активного участка и восстанавливающий движение по инспекционному эллипсу, имеет вид квадратичного функционала:

$$J(\Delta\vec{X}, \vec{u}_{omn}) = K_1 \cdot \Delta\vec{X}(t_k)^T \cdot F \cdot \Delta\vec{X}(t_k) + K_2 \cdot \int_{t_n}^{t_k} \vec{u}_{omn}^T \cdot R \cdot \vec{u}_{omn} dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

t_n – начальное время формирования закона управления; t_k – конечное время; F, R – заданные квадратные весовые матрицы, $F \geq 0$ – неотрицательно определенная матрица; $R > 0$ – положительно определенная матрица; K_1, K_2 – коэффициенты значимости слагаемых квадратичного критерия качества.

Закон оптимального управления будет иметь вид:

$$\vec{u}_{omn}(\Delta\vec{X}, \Delta\vec{X}^*) = -R^{-1} \cdot B^T \cdot k(\Delta\vec{X}^*) \cdot \Delta\vec{X}. \quad (6)$$

Матрица $k(\Delta\bar{X}^*)$ решения матричного дифференциального уравнения типа Риккати:

$$\frac{dk(\Delta\bar{X}^*)}{dt} = -k(\Delta\bar{X}^*) \cdot A - A^T \cdot k(\Delta\bar{X}^*) + k(\Delta\bar{X}^*) \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot k(\Delta\bar{X}^*) \quad (7)$$

Матрицы, входящие в уравнение Риккати, имеют вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F = K_1 \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = K_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

f – весовой коэффициент отклонений компонент вектора скорости возмущенного движения.

В силу того что сформированное управление должно периодически пересчитываться, а за время дискретности оно становится неоптимальным в силу действующих на этом интервале времени возмущений и изменения значений матрицы A в модели (10) вследствие возникновения новых отклонений в траектории движения, необходимо периодически повторять решение уравнения Риккати для обновления закона управления. Алгоритм синтеза закона управления представлен на рис. 6.

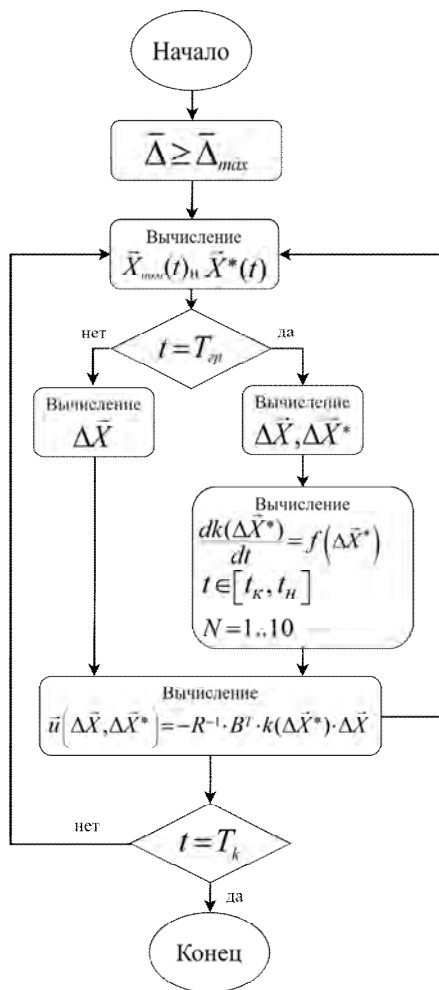


Рис. 6

Для оценки практической реализуемости управляемого движения были рассмотрены следующие двигательные установки, применение которых возможно на наноспутниках [5] (табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. ПАРАМЕТРЫ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Марка двигателя	Параметры двигателя	
	Тяга, Н	Ускорение, м/с ²
ВГТ-3	$1,15 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
RIT 10 EVO	$5 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
СНТ	$1 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-4}$
НТ	$1 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$
ВЕТ-1mN	$7 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$

Активный участок движения был разбит на 10 интервалов, на каждом из которых пересчитывались уравнения Риккати. Затраты характеристической скорости на проведение одного цикла коррекции представлены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. РАСХОД ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ

Название двигателя	Суммарный расход характеристической скорости $\sum V_x$, м/с		
	Интервал управляемого движения		
	1 виток	1,5 витка	2 витка
ВГТ-3	0,32	0,34	0,48
RIT 10 EVO	0,47	0,4	0,64
СНТ	0,31	0,33	0,46
НТ	0,48	0,4	0,47
ВЕТ-1mN	0,27	0,29	0,4

Из табл. 2 видно, что для каждой двигательной установки существует свой наилучший интервал управляемого движения, на котором расход характеристической скорости минимален. В качестве примера на рис. 7 приведен закон управления для двигателя ВЕТ-1mN.

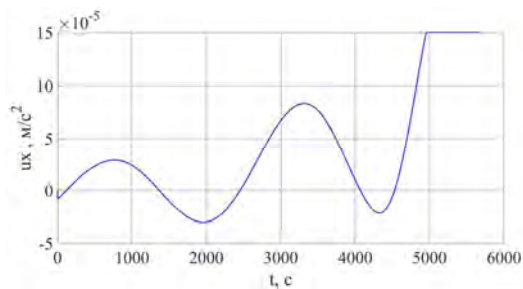


Рис. 7

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе сформулирована и решена задача поддержания орбитальной структуры радиоинтерферометра на базе наноспутников, совершающих движение по инспекционному эллипсу на низких орбитах. С помощью SDRE-метода получен одноосный закон управления, который с учетом особенностей наноспутников (малые энергетические возможности и маломощные двигательные установки) позволяет эффективно поддерживать движение наноспутников в окрестности инспекционного эллипса.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bandyopadhyay S., Chung S., Foust R., Fred Y. Hadaegh, Review of Formation Flying and Constellation Missions Using Nanosatellites, *Journal of Spacecraft and Rockets*, March 2016.
- [2] Guoa J., Lib Y., Moka S.H., Krijnena B., Hoogeboom P., Lopez-Dekker P., Buck C., AltiCube: A Ka-band Altimeter CubeSat Constellation for Ocean Monitoring, 71th International Astronautical Congress, October 2020.
- [3] Belokonov I.V., Shcherbakov M.S., Choosing the Motion Initial Conditions, Ensuring the Technical Sustainability of Spacecraft Formation Flight, 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, Proceedings, October 2020.
- [4] Yasudaa T., Bandob M., Hokamoto S., Formation Control Using Differential Atmospheric Drag Considering Attitude Constraints, 71th International Astronautical Congress, October 2020.
- [5] Akshay R. Tummala, Dutta A., An Overview of Cube-Satellite Propulsion Technologies and Trends, *Aerospace*, December 2017.
- [6] Danik Y.E., Dmitriev M.G., The robustness of the stabilizing regulator for quasi-linear discrete systems with state dependent coefficients, International Siberian Conference on Control and Communications, May 2016.
- [7] Shcherbakov M.S., Uskova E.A., Choosing the motion initial conditions and sustainability research of two spacecraft formation flight, *Samara University Bulletin of Young Scientists and Specialists*, 2020.
- [8] Shcherbakov M.S., Ananev A.V., Avariaskin D.P., Investigation and selection of a functional in the problem of synthesis of an optimal control law providing inspection motion, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020.

Вероятностный анализ импульсной коррекции траектории наноспутника-гиростата с электротермической двигательной установкой

Л.И. Сеницын
Самарский университет
Самара, Россия
sinicyn.li@ssau.ru

И.В. Белоконов
Самарский университет
Самара, Россия
belokonov.iv@ssau.ru

Аннотация—В работе рассматривается задача обеспечения одноосной стабилизации наноспутника-гиростата с электротермической двигательной установкой во время выдачи корректирующего импульса. Предложена методика определения требований к величине кинетического момента маховика для поддержания пространственной ориентации вектора тяги с заданной точностью. Методика определения требований к величине кинетического момента маховика базируется на вероятностном анализе движения наноспутника с электротермической двигательной установкой в процессе маневрирования.

Ключевые слова—наноспутник, маховик, кинетический момент, гиростатический момент, коррекция орбиты, электротермическая двигательная установка, метод Монте-Карло.

I. ВВЕДЕНИЕ

Актуальным направлением в области освоения космоса являются наноспутники с двигательными установками [1–7]. Двигательные установки позволяют решать ряд задач, таких как ликвидация ошибок выведения наноспутников на орбиту, поддержание орбитальных параметров, построение орбитальных группировок, инспектирование других орбитальных объектов и т.д. При этом большое значение имеет точность выполняемых маневров. Ошибки при маневрировании наноспутника являются следствием производственных отклонений изготовления двигательной установки и ее монтажа на платформу: в процессе выдачи импульса тяги наноспутник приобретает угловые ускорения, и направление вектора импульса тяги изменяется, что приводит к снижению эффективности коррекции траектории наноспутника [8].

Одним из возможных вариантов поддержания направления вектора импульса тяги, формируемого двигательной установкой наноспутника, является использование маховика, создающего гиростатический момент вдоль продольной оси наноспутника [9, 10]. Этот момент должен быть достаточным для достижения стабилизации углового движения наноспутника, обеспечивая требуемую точность ориентации с гарантированной вероятностью. Определение достаточного гиростатического момента маховика с последующим вероятностным анализом движения для проверки принятых технических решений является важной задачей при проектировании наноспутников с одноосной стабилизацией.

Целью исследования является разработка методики, позволяющей определять достаточный гиростатический момент маховика для одноосной стабилизации нано-

спутника с последующим проведением вероятностного анализа импульсной коррекции траектории наноспутника-гиростата. На примере наноспутника с электротермической двигательной установкой SamSat-M, разрабатываемого в Самарском университете, рассмотрено применение предложенной методики.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Особенностью решаемой задачи является учет производственных отклонений изготовления наноспутника, которые оказывают влияние на характер его углового движения во время выдачи корректирующего импульса. Условно источники ошибок маневрирования можно разделить на два типа. Источники ошибок маневрирования первого типа – это погрешности изготовления, которые приводят к несоосности линии приложения силы тяги и продольной оси наноспутника, проходящей через его центр масс. Следствием этой несоосности, формирующей плечо действия силы тяги, является возникновение значительного по величине возмущающего момента. К источникам ошибок маневрирования другого типа можно отнести такие факторы, которые влияют на режим работы двигательной установки. Как было показано в [8], главными причинами ошибок маневрирования являются угловые отклонения сопла от продольной оси, погрешность радиуса критического сечения сопла, длительность импульса тяги, температура нагрева рабочего тела.

Учитывая влияние на динамику движения наноспутника вышеописанных погрешностей, необходимо определить величину гиростатического момента маховика для поддержания ориентации наноспутника во время выдачи корректирующего импульса. Ввиду существующих энергетических ограничений величина гиростатического момента маховика должна быть минимальной и в то же время достаточной для обеспечения требуемой точности совершения маневра.

Выполнение требований к точности ориентации наноспутника проверяется с помощью математического моделирования. Модель движения относительно центра масс наноспутника-гиростата имеет вид [11]:

$$I\dot{\omega} + \omega \times I\omega + I_G \dot{\omega}_G + \omega \times I_G \omega_G = M_0, \quad (1)$$

где I – тензор инерции наноспутника-гиростата; ω – угловая скорость наноспутника-гиростата; I_G – тензор инерции маховика; ω_G – угловая скорость маховика

относительно связанной с наноспутником системы координат; \mathbf{M}_0 – момент внешних сил, действующих на наноспутник.

При этом предполагается, что гиросtatический момент \mathbf{G} совпадает с продольной осью наноспутника, как это показано на рис. 1.

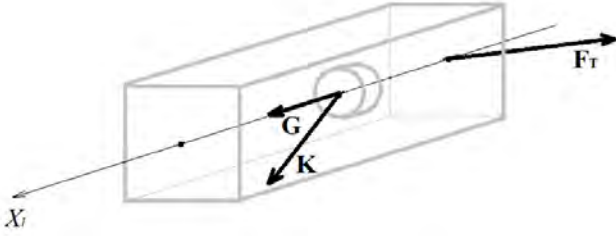


Рис. 1. Взаимное расположение векторов гиросtatического момента \mathbf{G} и кинетического момента наноспутника \mathbf{K}

На рис. 1 показаны продольная ось наноспутника-гиростата X_i , направленный вдоль этой оси гиросtatический момент маховика \mathbf{G} и кинетический момент всей системы \mathbf{K} , возникающий при приобретении наноспутником угловой скорости вследствие действия моментов внешних сил, главным образом момента силы тяги. Линия приложения силы тяги \mathbf{F}_T не совпадает с продольной осью наноспутника X_i , что отражено на рис. 1.

Ускорение маховика $\dot{\omega}_G$, которое фигурирует в (1), принимается постоянным на интервале времени раскручивания маховика:

$$\dot{\omega}_G = \begin{cases} (\varepsilon, 0, 0)^T, & \tau \leq T_G, \\ (0, 0, 0)^T, & \tau > T_G, \end{cases} \quad (2)$$

где ε – угловое ускорение маховика, равное отношению максимальной скорости вращения маховика ко времени раскручивания маховика; τ – текущий момент времени; T_G – время раскручивания маховика.

Время раскручивания маховика можно определить, зная кинетическую энергию вращательного движения маховика:

$$T_G = \frac{\omega_x G_x}{2P}, \quad (3)$$

где ω_x – частота вращения маховика; G_x – проекция гиросtatического момента на продольную ось наноспутника; P – мощность, подводимая к маховику.

Для определения величины достаточного гиросtatического момента \mathbf{G} можно получить аналитическое выражение, полагая, что $\mathbf{G} = (G_x, 0, 0)^T$. С целью выполнения требований к точности ориентации величина гиросtatического момента выбирается таким образом, чтобы результирующий вектор \mathbf{R} , полученный сложением векторов кинетического момента \mathbf{K} , приобретенного наноспутником, и гиросtatического момента маховика \mathbf{G} , образовывал с продольной осью наноспутника угол, не превышающий некоторое фиксированное значение.

III. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИРОСТАТИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Для отыскания требуемого гиросtatического момента составляется алгебраическое уравнение второй степени относительно неизвестной проекции гиросtatического момента маховика. При составлении уравнения предполагается, что векторы кинетического момента наноспутника \mathbf{K} , гиросtatического момента \mathbf{G} и результирующего кинетического момента \mathbf{R} расположены относительно друг друга так, как показано на рис. 2.

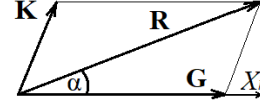


Рис. 2. Взаимное расположение результирующего вектора кинетического момента \mathbf{R} и продольной оси наноспутника X_i

Показанный на рис. 2 угол α , образующийся между продольной осью наноспутника и результирующим вектором кинетического момента, определяется требуемой точностью ориентации наноспутника во время проведения маневра коррекции.

Скалярное произведение векторов \mathbf{R} и \mathbf{G} можно записать как

$$R_x G_x + R_y G_y + R_z G_z = |\mathbf{R}| |\mathbf{G}| \cos \alpha, \quad (4)$$

где $|\mathbf{R}|$ – модуль результирующего вектора кинетического момента, $|\mathbf{G}|$ – модуль вектора гиросtatического момента.

Так как $\mathbf{G} = (G_x, 0, 0)^T$, то $|\mathbf{G}| = G_x$. Проекции вектора \mathbf{R} можно записать следующим образом:

$$R_x = K_x + G_x; R_y = K_y + G_y; R_z = K_z + G_z. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получим

$$(K_x + G_x) G_x = \sqrt{(K_x + G_x)^2 + K_y^2 + K_z^2} G_x \cos \alpha. \quad (6)$$

Выражение (6) может быть приведено к виду

$$G_x^2 + 2K_x G_x + K_x^2 - (K_y^2 + K_z^2) \text{ctg}^2 \alpha = 0. \quad (7)$$

Полученное алгебраическое уравнение второй степени (7) решается относительно неизвестной G_x :

$$G_x = -K_x \pm \sqrt{K_y^2 + K_z^2} \text{ctg} \alpha. \quad (8)$$

Соотношение (8) можно интерпретировать с физической точки зрения: чем больше значение проекции кинетического момента вдоль продольной оси, приобретенного наноспутником, тем меньше требуется гиросtatический момент. При значениях гиросtatического момен-

та, полученных с помощью (8), будет наблюдаться прецессия с углом раствора 2α вокруг некоторой фиксированной в абсолютном пространстве оси, коллинеарной с вектором продольной оси наноспутника в абсолютной системе координат во время включения маховика.

Задавая величину α , можно изменять величину допустимой прецессии наноспутника во время выдачи импульса тяги, то есть управлять точностью маневрирования посредством создаваемого гиросtatического момента.

Проекции вектора \mathbf{K} определяются из результатов статистического моделирования движения наноспутника с зафиксированным в неподвижном положении маховиком. Для определения значений каждой проекции вектора \mathbf{K} используются их функции распределения, получаемые по результатам статистического моделирования. Вид функции распределения модуля кинетического момента наноспутника с невращающимся маховиком показан на рис. 3, где M^* – значение модуля кинетического момента, которое может быть приобретено наноспутником с доверительной вероятностью 0,99.

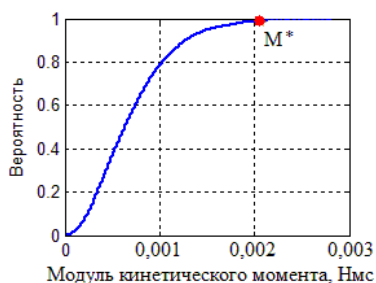


Рис. 3. График функции распределения модуля кинетического момента наноспутника с невращающимся маховиком

Функции распределения, имеющие вид, подобный приведенному на рис. 3, строятся для каждой из трех проекций вектора \mathbf{K} . Из этих функций определяются максимальные значения проекций вектора \mathbf{K} , которые могут наблюдаться с требуемой вероятностью.

После вычисления потребного гиросtatического момента определяется время раскручивания маховика. Далее проводится численное моделирование движения с использованием (1) для проверки правильности принятого решения.

IV. ПРОВЕРКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИРОСТАТИЧЕСКОГО МОМЕНТА НА ПРИМЕРЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-M

Модель движения наноспутника описывает движение как центра масс, так и относительно центра масс. В модели учитывается влияние внешних сил и моментов, действующих на наноспутник. При этом наноспутник представляет собой абсолютно твердое тело переменной массы, так как во время работы двигательной установки расходуется рабочее тело. Расчетные параметры двигательной установки, используемые в модели, соответствуют электротермической двигательной установке, разработанной на межвузовской кафедре космических исследований Самарского университета для наноспутника SamSat-M [12].

Для обеспечения одноосной стабилизации движения во время выдачи импульса тяги используется маховик, ось

вращения которого жестко связана с несущим каркасом наноспутника и сонаправлена с продольной осью наноспутника. После того как маховик выйдет на рабочую частоту вращения, включается двигательная установка.

При расчете вектора силы тяги, массоцентровочных параметров наноспутника и его инерционных свойств учитываются производственные отклонения, возникающие при изготовлении в пределах допусков [8].

В начальный момент интегрирования уравнений движения включается маховик, который выходит на рабочую частоту за время T_G . В течение этого времени маховик двигается с угловым ускорением ε , что приводит к закрутке всего наноспутника в противоположном направлении.

На рис. 4 приведена гистограмма значений угла рысканья наноспутника SamSat-M в момент завершения выдачи импульса тяги при отсутствии гиросtatического момента. При этом величина модуля кинетического момента наноспутника с невращающимся маховиком $M^*=2,05$ мНмс.

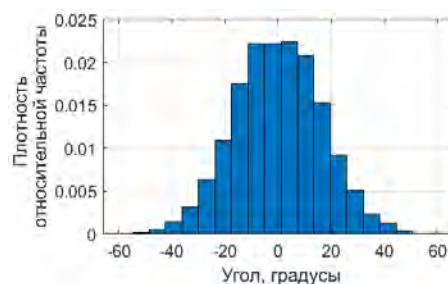


Рис. 4. Гистограмма значений угла рысканья наноспутника SamSat-M на момент окончания выдачи импульса тяги при отсутствии гиросtatического момента

Распределение значений угла ориентации по рысканью, как видно из рис. 4, имеет вид, близкий к нормальному. Аналогичным образом выглядит распределение значений угла ориентации по тангажу. Из рис. 4 нетрудно заметить, что в случае отсутствия гиросtatического момента при выдаче импульса тяги наноспутник может начать совершать неконтролируемое движение относительно центра масс. Это приводит к изменению пространственной ориентации вектора тяги и влечет за собой неэффективную выдачу корректирующего импульса.

В случае если маховиком формируется гиросtatический момент величины, определенной с помощью (8), разбросы значений углов ориентации к окончанию выдачи импульса тяги уменьшаются, как это показано на рис. 5. При расчете принималось, что допустимый угол раствора конуса прецессии $\alpha = 1^\circ$.

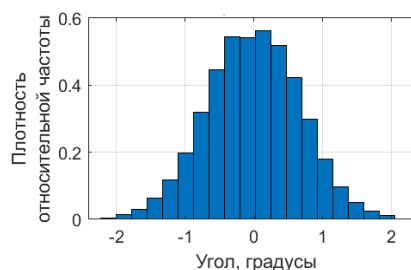


Рис. 5. Гистограмма значений угла рысканья наноспутника SamSat-M на момент окончания выдачи импульса тяги с учетом гиросtatического момента

В табл. 1 приведены разбросы параметров углового движения наноспутника SamSat-M на момент окончания выдачи импульса тяги для двух случаев: с выключенным и включенным маховиком.

ТАБЛИЦА 1. РАЗБРОСЫ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-M

Параметр	Среднеквадратическое отклонение	
	Маховик выключен	Маховик включен
Угол крена; скорость изменения угла крена	3,21°; 2,97°/с	^a 0,06°; 0,00°/с
Угол рысканья; скорость изменения угла рысканья	16,38°; 6,79°/с	0,67°; 0,20°/с
Угол тангажа; скорость изменения угла тангажа	17,50°; 8,15°/с	0,67°; 0,20°/с

^a Математическое ожидание величины угла крена 0,93° и скорости изменения угла крена 0,27°/с обусловлено сообщением наноспутнику угловой скорости при раскрутке маховика

Одна из реализаций фазовых траекторий углов ориентации гироскопически стабилизированного наноспутника SamSat-M в процессе выдачи импульса тяги приведена на рис. 6 (движение начинается с нулевых значений фазовых переменных).

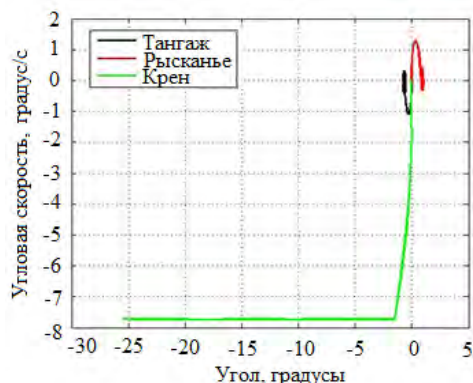


Рис. 6. Фазовые траектории углов ориентации гироскопически стабилизированного наноспутника SamSat-M во время выдачи импульса тяги

На рис. 6 наблюдается стабилизированное по тангажу и рысканью движение, которое обусловлено гиростатическим моментом маховика. При этом резкое возрастание по модулю скорости изменения угла крена происходит на этапе разгона маховика до рабочей частоты вращения (время раскрутки маховика 1 сек).

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача обеспечения одноосной стабилизации наноспутника-гиростата с двигательной установкой во время выдачи корректирующего импульса. Предложена методика определения требований к величине кинетического момента маховика для поддержания ори-

ентации с заданной точностью. Методика определения требований к величине кинетического момента маховика базируется на вероятностном анализе движения наноспутника с электротермической двигательной установкой в процессе маневрирования и позволяет определять гиростатический момент с учетом производственных отклонений изготовления наноспутника и требований к прецессии наноспутника.

На примере наноспутника с электротермической двигательной установкой SamSat-M, разрабатываемого в Самарском университете, было рассмотрено применение предложенной методики. Показано, что изготовление маховика с рассчитанными по методике параметрами позволяет стабилизировать ориентацию во время выдачи импульса тяги с заданной точностью.

Предложенная методика может использоваться при проектировании наноспутников с двигательными установками, для которых важна точность выполнения маневров.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Sochacki, M., Narkiewicz, J., Propulsion System Modelling for Multi-Satellite Missions Performed by Nanosatellites, Transactions of the Institute of Aviation, 2018, vol. 4, no. 253, pp. 58–67.
- [2] Tummala, A.R., Dutta, A., An Overview of Cube-Satellite Propulsion Technologies and Trends, Aerospace, 2017, vol. 4, no. 58.
- [3] Лукьянчик А.И. Параметрические исследования маневрирующего наноспутника с аммиачным электротермическим микродвигателем // Информация и космос. 2018. № 3. С. 157–166.
- [4] Coxhill, I.G., Gibbon, D., A Xenon Resistojet Propulsion System for Microsatellites, 41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 2005.
- [5] Lee, R.H., Bauer, A.M., Killingsworth, M.D., Lilly, T.C., Duncan J.A., Ketsdever, A.D., Free-Molecule-Microresistojet Performance Using Water Propellant for Nanosatellite Applications, Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, vol. 45, no. 2.
- [6] Lemmer, K., Propulsion for CubeSats, Acta Astronautica, 2017, vol. 134, pp. 231–243.
- [7] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Barinova, E.V., Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, Gyroscopy and Navigation, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 149–161.
- [8] Sinitsin, L.I., Belokonov, I.V., Probabilistic analysis of maneuvering nanosatellites with electrothermal propulsion system, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, vol. 984, 012039.
- [9] Sarychev, V.A., Gutnik, S.A., Dynamics of an axisymmetric gyrostatt satellite. Study of equilibria and their stability, Preprint, Inst. Appl. Mathem., Russian Academy of Sciences, 2011, no. 11.
- [10] Abtahi, S.M., Sadati, S.H., Salarieh, H., Nonlinear analysis and attitude control of a gyrostatt satellite with chaotic dynamics using discrete-time LQR-OGY, Asian Journal of Control, 2016, vol. 18, no. 5, pp. 1845–1855.
- [11] Васильев В.Н. Системы ориентации космических аппаратов. М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. 310 с.
- [12] Belokonov, I.V., Ivliev, A.V., Bogatyrev, A.M., Kumarin, A.A., Lomaka, I.A., Simakov, S.P., Selection of project structure for nanosatellite propulsion system, Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering, 2019, vol. 18, no. 3, pp. 29–37.

Оценка возможного выигрыша от пертурбационного маневра у Луны при моделировании перелета к Марсу на основе решения задач Ламберта

А.С. Самохин
38 лаборатория,
ИПУ РАН
Москва, Россия

samokhin@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-0821-050X

М.А. Самохина
38 лаборатория,
ИПУ РАН
Москва, Россия

ph@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-7043-706X

Аннотация—В работе рассматривается оптимизация межпланетного перелета к Марсу в импульсной постановке. Сравниваются схемы перелета с пертурбационным маневром у Луны и без него. Траектории представляют собой совокупности задач Ламберта и оптимизируются градиентными методами. При учете одного притягивающего центра на каждом участке траектории схема с маневром у Луны позволяет получить выигрыш по характеристической скорости порядка 150 м/с.

Ключевые слова—оптимизация межпланетных траекторий, полет к Марсу, задача Ламберта, пертурбационный маневр у Луны.

I. ВВЕДЕНИЕ

На повестке дня России и других стран находится вопрос освоения дальнего космоса [1]. Известно, что при межпланетных перелетах пертурбационные маневры могут обеспечить существенный выигрыш по доставляемой к планете-цели массе. В данной работе оценивается возможный выигрыш характеристической скорости от совершения пертурбационного маневра у Луны на траектории перелета к естественному спутнику Марса Фобосу. Интерес к Фобосу возник давно [2], успешная миссия к данному небесному телу была реализована СССР еще в 1980-х годах. Ученые предполагают, что на Фобосе может быть ближайшее к Земле реликтовое вещество, осуществить миссию по доставке к Земле которого в 2020-х годах планируют независимо Российская Федерация и Япония. Также недавно был представлен проект по созданию обитаемой космической базы на Фобосе с целью освоения Марса [3]. Работа посвящена математическим вопросам оптимизации траекторной части миссии.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая задача оптимизации перелета космического аппарата (КА) к Фобосу с пертурбационным маневром у Луны разбивается на четыре отдельных задачи Ламберта. При этом итоговая траектория получается склейкой четырех кусков: 1) перелет КА с орбиты искусственного спутника Земли до Луны; 2) затем перелет от Луны до сферы действия Земли; 3) после этого гелиоцентрический перелет от сферы действия Луны к сфере действия Марса; 4) наконец, перелет от сферы действия Марса к Фобосу. На каждом участке учитывается притяжение только одного притягивающего центра, вносящего основное возмущение в движение космиче-

ского аппарата. Времена старта, финиша и пролета всех промежуточных стыковочных точек, а также положение этих точек оптимизируется. Схема экспедиции приведена на рис. 1

Похожая схема экспедиции рассматривается в работах Р.В. Ельникова [4, 5]. В них рассматривается задача оптимизации перелета к Марсу с пертурбационным маневром у Луны. Учитываются эфемериды, рассматривается малая тяга с постоянной скоростью истечения реактивной струи. Однако на разных участках полета рассматриваются различные функционалы, в конечный момент времени КА попадает в Марс, подробно ареоцентрический участок не рассматривается.

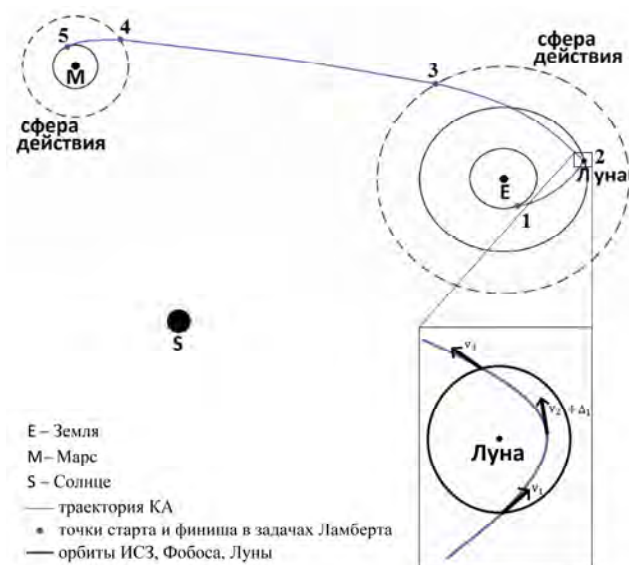


Рис. 1. Схема перелета КА к Фобосу с пертурбационным маневром у Луны. Здесь 1 – точка старта КА; 5 – финиша; 2, 3, 4 – точки склейки различных кусков траектории; v_1 – вектор гиперболического избытка скорости при входе в сферу действия Луны; v_3 – вектор гиперболического избытка скорости при выходе из сферы действия Луны; v_2 – вектор скорости КА в перигеице пертурбационного маневра; Δ_1 – импульс в перигеице пертурбационного маневра

В настоящей работе космический аппарат управляется импульсными воздействиями в момент старта, финиша, а также в стыковочных точках. Минимизируется сумма величин всех пяти импульсов перелета $\sum_{i=0.4} \Delta_i$ в точках 1–5 рис. 1.

Пертурбационный маневр рассчитывается по методике точечных сфер действия с использованием интеграла энергии, при этом проверяется выполнение условия на минимально возможный радиус перицентра. Время старта выбирается с 2020 по 2030 год. Положения Земли, Марса и Луны соответствует эфемеридам DE424, Фобоса – MAR097, промежуточная гелиоцентрическая система координат считается инерциальной. Полагается, что КА стартует с космодрома Байконур, высота начальной орбиты искусственного спутника Земли (ИСЗ) составляет 200 км, ее наклонение задано. В работе Фобос и космический аппарат представляют собой непритягивающие материальные точки.

При расчете траектории в каждый момент времени учитывается притяжение только одного тела – Солнца, Земли или Марса. Их гравитационные поля считаются центральными ньютоновскими. Уравнения $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$, $\dot{\mathbf{v}} = -\mu\mathbf{r}/|\mathbf{r}|^3$ описывают изменение вектора \mathbf{r} координат КА и вектора скорости \mathbf{v} , где μ – гравитационный параметр притягивающего центра на текущем участке траектории.

III. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Всего на траектории с маневром у Луны получилось 11 параметров оптимизации: время старта t_0 , моменты склейки частей траектории миссии, представляющих собой куски конических сечений, t_1, t_2, t_3 , момент финиша t_4 , угол φ_0 , задающий положение КА на исходной орбите, угол Ω_0 – долгота ее восходящего узла, углы φ_1, ψ_1 , задающие точку пересечения КА сферы действия Земли в геоцентрической системе координат, углы φ_2, ψ_2 , задающие точку пересечения КА сферы действия Марса в ареоцентрической системе координат.

Задача решается численно градиентным методом, оптимизирующим перечисленные параметры. Метод стартует из различных узлов сетки в 11-мерном пространстве возможных значений данных параметров. Каждый фиксированный набор параметров оптимизации формирует 4 задачи Ламберта, которые решаются численно модифицированным методом Ньютона на основе универсального уравнения Кеплера [6]. Задачи Ламберта имеют решения для любого корректного набора параметров. Отметим, что часть траекторий в миссии является кусками гипербол, а гелиоцентрический участок представляет собой кусок эллипса. Для решения задачи авторами был реализован программный комплекс на ЭВМ с использованием пакета НАСА SPICE для учета эфемерид, работа с ним описана в [7].

Импульсы Δ_0 и Δ_4 в точках 1, 5 рис. 1 находились как разницы векторов скоростей КА при движении по начальной геоцентрической орбите искусственного спутника Земли и скорости Фобоса относительно Марса в конечный момент времени с соответствующими векторами из решения задач Ламберта при перелетах из точки 1 в точку 2 и из точки 4 в точку 5.

Импульсы Δ_2 и Δ_3 в точках 3, 4 рис. 1 находились как разницы векторов скоростей КА в конце 2 и 3 участка траектории с векторами скоростей КА в начале 3 и 4 участков соответственно, полученными также из реше-

ния задач Ламберта при перелетах из точки 2 в точку 3, из 3 в 4 и из 4 в 5.

IV. МАНЕВР У ЛУНЫ

Для нахождения импульса в точке 2 рис. 1 сначала запишем интегралы энергии в сфере действия Луны. Для подлета к Луне

$$\frac{v_2^2}{2} - \frac{\mu_M}{R_p} = \frac{v_1^2}{2} - \frac{\mu_M}{\rho_{1M}}, \quad (1)$$

где \mathbf{v}_1 – вектор скорости, с которым КА подлетает к Луне, \mathbf{v}_2 – вектор скорости КА в перицентре пертурбационного маневра, μ_M – гравитационный параметр Луны, R_p – радиус перицентра при пролете около Луны, ρ_{1M} – радиус сферы действия Луны.

И для отлёта:

$$\frac{(v_2 + \Delta_1)^2}{2} - \frac{\mu_M}{R_p} = \frac{v_3^2}{2} - \frac{\mu_M}{\rho_{1M}}, \quad (2)$$

где Δ_1 – вектор импульса в перицентре маневра, совпадающий по направлению с направлением скорости КА, \mathbf{v}_3 – итоговый вектор скорости, с которым КА отлетает от Луны на ее сфере действия.

Тогда из (1) можно заключить, что

$$|v_2| = \sqrt{v_1^2 + 2\mu_M \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{\rho_{1M}} \right)}. \quad (3)$$

Из (2), в свою очередь, следует:

$$|v_2 + \Delta_1| = \sqrt{v_3^2 + 2\mu_M \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{\rho_{1M}} \right)}. \quad (4)$$

Тогда из (3), (4) можно выразить величину импульса:

$$|\Delta_1| = \sqrt{v_3^2 + 2\mu_M \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{\rho_{1M}} \right)} - \sqrt{v_1^2 + 2\mu_M \left(\frac{1}{R_p} - \frac{1}{\rho_{1M}} \right)}. \quad (5)$$

Теперь, зная из решения задач Ламберта векторы $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3$, можно по изменению направления движения КА при облете Луны определить высоту перицентра маневра. Действительно, по $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3$, используя уравнение $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3) = |\mathbf{v}_1| \cdot |\mathbf{v}_3| \cos \delta$, можно найти угол поворота δ вектора гиперболического избытка скорости на сфере действия Луны. И далее из соотношения

$$\delta = \arcsin \frac{\frac{\mu_M}{R_p}}{v_1^2 + \frac{\mu_M}{R_p}} + \arcsin \frac{\frac{\mu_M}{R_p}}{v_3^2 + \frac{\mu_M}{R_p}} \quad (6)$$

можно отыскать радиус перицентра R_p . Несмотря на нелинейность (6) относительно R_p , левая часть этого уравнения является константой для текущего перелета, а правая часть монотонно убывает с ростом R_p , так что его решение не представляет вычислительных трудностей.

Тем самым найдена формула (6), позволяющая проверить достаточность высоты пролета над поверхностью Луны, при расчетах на ЭВМ проверялось выполнение неравенства $R_p \geq R_M + 50$ км, где R_M – средний радиус Луны. А также получена формула (5) для нахождения по R_p величины импульса $|\Delta_1|$, возникающего при склейке первых двух кусков траектории, который в итоге может быть вычислен лишь по найденным численно при решении задач Ламберта векторам v_1 и v_3 .

V. РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате численного моделирования удалось построить траектории перелета к Фобосу с пертурбационным маневром у Луны. На лучшей найденной траектории КА стартует к Марсу в 2026 году, все промежуточные импульсы в точках 2, 3, 4 склейки участков равны нулю, в том числе около Луны $\Delta_1 = 0$. Величина стартового импульса у Земли Δ_0 составила 3,45 км/с, конечно-го у Марса – $\Delta_4 = 1.95$ км/с. Выигрыш по сравнению со схемой перелета напрямую от Земли к Фобосу без маневра у Луны составил 148 м/с, что позволяет оценить целесообразность совершения такого маневра на траектории к Марсу.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена трехмерная задача оптимизации межпланетного перелета космического аппарата к Фобосу с учетом эфемерид. Миссия моделируется на основе комбинации задач Ламберта, оптимизация производится градиентным методом. Посчитан выигрыш от маневра у Луны, что позволяет оценить его целесообразность в экспедиции к Марсу. В качестве развития задачи предполагается рассмотрение на основе описанной методики перелетов на другие орбиты искусственных спутников Марса, к Венере, главному поясу астероидов, Юпитеру.

Так как решение задач Ламберта не представляет никаких вычислительных трудностей, в данной постановке можно легко получить различные оценки. Полученные траектории могут использоваться в качестве хорошего начального приближения для исследования перелета на основе принципа Лагранжа в более точной модели единой задачи нескольких тел, с учетом различных возмущающих факторов, а также в задаче с кусочно-непрерывной тягой.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н., доц. кафедры вычислительной математики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Григорьеву И.С., к.ф.-м.н., доц. кафедры общих проблем управления механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Заплетину М.П. за плодотворное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Eneev, T.M., Pressing issues of the day in studying deep space, Cosmic research, 2005, vol. 43, no. 6, pp. 383–387.
- [2] Phobos-Grunt. Projekt kosmicheskoy ekspeditsii. Nauchnoye izdaniye v dvukh tomakh. Tom 1, 2 (Phobos-Grunt. The space mission project. Scientific publication in two volumes. Vol. 1, 2), Moscow, Federal State Unitary Enterprise NPO SA Lavochkin Roscosmos, the Russian Academy of Sciences Space Research Institute, 2011.
- [3] Igritskaia, A.Yu., Igritsky, V.A., Mayorova, V.I., Pavlyuchenko, V.A., Denisov, M.A., Teplo, F.A., Graham, K.L., Sodano, M.A., The concept of creating a habitable base on Phobos, Conference dedicated to the memory of academician S.P. Korolev and other outstanding national scientists – pioneers of space exploration, Abstracts, 2020, vol. 1, pp. 609–612.
- [4] Elnikov, R.V., The analysis of a transfer Earth Mars with a lunar gravity assist maneuver and use of a small thrust, Spacecraft and Rockets, 2012, vol. 19, no. 5, pp. 38–44.
- [5] Elnikov, R.V., Use of lunar gravity assist maneuver in interplanetary electric propulsion trajectory design, Space technics and technology, 2012, no. 50, 24 p.
- [6] Samokhin, A.S., Optimization of expedition to Phobos using the impulse control and solution to Lambert problems taking into account attraction of the Earth and Mars, Moscow University Mathematics Bulletin, 2014, vol. 69, no. 2, pp. 84–87.
- [7] Samokhina, M.A., Samokhin, A.S., Zapletin, M.P., Grigoriev, I.S., Method of optimal trajectories design for a spacecraft with a jet engine of a large limited thrust in problems with the phasing condition, Advances in the Astronautical sciences, 2018, vol. 161, pp. 711–730.

Современные проблемы навигации и управления полетом WIG-аппаратов

А.В. Небылов

Кафедра аэрокосмических измерительно-вычислительных комплексов,

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Санкт-Петербург, Россия

nebylov@aanet.ru

В.А. Небылов

Международный институт передовых аэрокосмических технологий,

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

Санкт-Петербург, Россия

vladnebylov@gmail.com

Аннотация—Анализируются современное состояние и планы разработки и построения в России тяжелых экранопланов нового поколения. Формулируются задачи навигации и управления полетом экранопланов, требующие решения. Производится сравнение возможных затрат на построение экранопланов весом 600 т и 54 т, оценивается эффективность их возможного применения.

Ключевые слова—большой экраноплан, мореходность, навигационное обеспечение, управление полетом, датчики высоты, стоимость постройки, проблемы разработки.

I. ВВЕДЕНИЕ.

WIG-craft, или экраноплан в русскоязычном варианте, уже много лет рассматривается как перспективный высокоскоростной амфибийный крыльевой транспортный аппарат, аэродинамическое качество которого может существенно возрастать при полете вблизи опорной поверхности на высоте не более 1/5 от хорды крыла. Однако обеспечить такой режим движения над морем не просто и возможно только для крупных экранопланов с хордой крыла порядка 30 м и габаритными линейными размерами порядка 100 м. При полете на высоте 6 м по отношению к среднему уровню моря морские волны высотой в 6 м (т.е. с амплитудой 3 м) не будут мешать крейсерскому движению, хотя в режиме взлета потребуют дополнительной тяги двигателей. Кроме того, волновые возмущения создадут соответствующую помеху для позиционных датчиков высоты. Главный конструктор советских экранопланов Р.Е. Алексеев, понимая указанные сложности внедрения экранопланов, обеспечил большие размеры и соответствующий взлетный вес уже первых своих проектов, в частности 540-тонного «КМ» и 340-тонного «Лунь» [1–4].

В период прекращения бюджетного финансирования идеологи российского капитализма призывали искать корпоративных заказчиков для дешевых, т.е. малых, экранопланов, но это противоречило физике экранопланостроения и до сих пор не обеспечило заметного прогресса в построении экранопланов. Наконец, вице-премьер Ю.И. Борисов анонсировал в 2018 году создание нового российского экспериментального экраноплана «Орлан» с массой 600-800 тонн. Был обозначен срок начала его испытаний – 2027 год. Однако сейчас заявлено, что первым экранопланом нового поколения будет экраноплан А-050 со взлетной массой всего 54 т, что позволяет отнести его скорее к средним, а не к большим экранопланам.

Если пандемия не помешает реализации этого плана, то пора начинать решение многих проблем, накопившихся в экранопланостроении со времени строительства

«Луня». Проблемы относятся и к аэрогидродинамике, и к конструкционным материалам, и к двигателям, и к месту строительства (если ЦКБ по СПК – разработчик, то кто строитель?). В предлагаемом докладе обсуждаются только проблемы навигации и управления движением.

II. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОРЕХОДНОСТИ ДВУХ ЭКРАНОПЛАНОВ РАЗНОГО ВЕСА

A. Сравнительный анализ мореходности двух экранопланов разного веса

Сначала обсудим возможный ущерб для мореходности от уменьшения массы проектируемого экраноплана, опираясь на пропорции наиболее крупного из построенных экранопланов КМ и заявленного Ю.И. Борисовым «Орлана» [12, 13]. Приняв длину «Орлана» в 80 м и хорду его крыла в $80/4 = 20$ м, для экраноплана А-050 с массой 54 т, т.е. в $600/54 = 11$ раз меньшей массы «Орлана», линейные размеры А-050 определим в $11^{1/3} = 2,4$ раза меньшими, чем могли бы быть у «Орлана». Соответственно, хорду крыла «А-050» можно оценить как $20/2,4 = 8,33$ м. Принимая нормированную высоту полета для действия экранного эффекта как 1/7 от хорды крыла, получим для «Орлана» $20,0/7 = 2,86$ м и для «А-050» $8,33/7 = 1,18$ м. Амплитуда морской волны не должна превышать высоту полета. Более того, необходим некоторый запас по высоте, чтобы исключить касание гребней волн из-за ошибок системы стабилизации высоты полета. Делаем вывод о необходимости полета на высоте порядка 4,6 м для «Орлана» и 2,1 м для «А-050». Допустимая погрешность стабилизации высоты полета экраноплана может быть $\pm 0,2$ м, из них 5 см – суммарная погрешность системы измерения высоты, зависящая от широкополосной погрешности позиционного высотомера и низкочастотной погрешности (ухода) вертикального канала ИНС.

Заметим, что в гидрографии под высотой волны $h_{3\%}$ понимается расстояние от подножия волны до ее гребня с обеспеченностью 3%, т.е. удвоенная амплитуда гармонической волны. Для «Орлана» при полете на высоте 4,6 м амплитуда волны может достигать 4 м, когда $h_{3\%} = 8$ м. Это соответствует семибалльному морскому волнению и обеспечивает возможность практически всесезонного использования этого большого экраноплана.

Для экраноплана «А-050» при полете на высоте 2,1 м амплитуда волны может достигать 1,8 м, когда $h_{3\%} = 3,5$ м. Это соответствует пятибалльному морскому волнению и обеспечивает возможность уверенного использования этого экраноплана в океане лишь примерно в половине дней года с плохой погодой. Полученное ограничение

мореходности очень существенно и, конечно, снижает интерес МО и МЧС к экраноплану «А-050». Можно попытаться сделать все возможное для повышения мореходности экраноплана дешевыми средствами автоматического управления, но эта задача ранее не ставилась, и ее решение требует глубоких исследований.

В. Оценка стоимости постройки больших экранопланов

Для принятия решения о целесообразности разработки одного из двух описанных выше экранопланов оценочными стоимостными показателями каждого из них. В работе [5] для экраноплана «Орлан» со взлетной массой 800 т стоимость разработки оценена в \$470 М. Если вернуться к более востребованной массе 600 т, то только по массовому признаку можно грубо оценить стоимость «облегченного «Орлана» как $470 \times 600/800 = \$353$ М или примерно 28 миллиардов рублей.

Для оценки стоимости экраноплана «А-050» воспользуемся выведенной в [5] формулой

$$C = K_1 M + K_2 P, \quad (1)$$

где $K_1 = 2,1$ тыс. долл./т, $K_2 = 2,3$ тыс. долл./л.с., M – масса летательного аппарата в тоннах, P – суммарная мощность энергетических установок на борту в лошадиных силах, C – стоимость аппарата в тысячах долларов США.

Принимая во внимание, что на «А-050» имеются два стартовых турбореактивных двигателя Р-195 с тягой 5000 л.с. и два маршевых турбовинтовых двигателя ТВ7-117С мощностью 2500 л.с., определим общую тяговооруженность как $5000 \times 2 + 2500 \times 2 = 15000$ л.с. Это в 16,6 раза меньше тяговооруженности «Орлана». Подставляя в (1) численные значения параметров, получим стоимость построения «А-050»: $C = 2,1 \times 600 + 2,3 \times 15000 = 35760$ тыс. долл., или почти 2,7 миллиарда рублей. Это примерно в 10 раз дешевле «Орлана».

Принятие решения о строительстве «А-050» вместо «Орлана» позволяет сэкономить примерно 19,5 миллиарда рублей. Однако сделанные при этом затраты в 6,8 миллиарда рублей не позволяют испытать современный экраноплан в штормовую погоду и при выполнении значительной части из его планируемых миссий.

III. ПРОБЛЕМЫ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ ЭКРАНОПЛАНОВ

Наиболее важным навигационным решением для любого экраноплана является высокоточное измерение высоты центра тяжести над средним уровнем моря, а также отслеживание профиля морских волн. Для этого абсолютно необходимы два разнотипных датчика: позиционный высотомер, измеряющий геометрическую высоту точки его установки, и вертикальный канал инерциальной системы, хорошо контролирующей резкие изменения вертикального ускорения аппарата и в итоге двойного интегрирования оценивающий абсолютную высоту полета без учета волновых возмущений. Разница оценок абсолютной и геометрической высот дает оценку профиля волн [14].

Установка на борту не одного, а нескольких локационных высотомеров в разных точках (например, в носу и на концах крыла) позволяет не только повысить надежность системы, но и контролировать углы крена и тангажа по разностям их показаний. Это дает возможность также строить трехмерную модель неровностей под летящим аппаратом.

При учете необходимости контролировать также собственные колебания нежестких корпуса и крыла экраноплана интегрированная система должна быть также распределенной, т.е. датчики будут различаться не только типом, но и местом установки на борту. Практически все известные инерциальные, локационные, позиционные, скоростные датчики, датчики воздушных сигналов и другие должны рассматриваться и анализироваться на предмет их полезности на борту экраноплана. Для каждого бортового датчика должны быть понятны его точностные, спектральные, динамические и другие характеристики. Методика оптимизации структуры и параметров измерительной системы хорошо отработана [5–7].

Все датчики на борту экраноплана следует разделить на три группы. Первая группа датчиков не имеет никаких особенностей работы на борту экраноплана, и их достаточно полные характеристики хорошо известны. Вторая группа датчиков имеет некоторую специфику функционирования на борту экраноплана, которую надо анализировать, но сам датчик разрабатывать как новый нет необходимости. Например, датчики воздушных сигналов (статического и динамического давления) должны быть размещены в точках, наименее подверженных случайным аэродинамическим возмущениям. Радиолокатор обзора передней полусферы желательно поднять как можно выше с целью расширения зоны своевременного обнаружения подвижных и неподвижных конфликтующих объектов. Наконец, датчики третьей группы должны специально разрабатываться для использования на экранопланах и других неводоизмещающих скоростных объектах [4] ввиду существенной специфики их функционирования в этих условиях.

Прежде всего к этой третьей группе необходимо отнести высокоточные высотомеры. В докладе проанализированы фазовые радиовысотомеры (пока они представляются наиболее привлекательными), лазерные высотомеры, использование PMD-технологии, использование стереоскопической системы цифровых камер.

Можно поставить задачу разработки принципов оптимизации 3D-траектории полета экраноплана над сильно взволнованным морем, а также над ледяными торосами в Арктике с учетом опыта разработки в ЦНИИ «Электроприбор» системы стабилизации и демпфирования «Смена-3» экраноплана «Лунь» (главный конструктор – В.Б. Диомидов).

Аэродинамические расчеты должны обеспечить высокое аэродинамическое качество при активном использовании современных средств автоматизации проектирования. В частности, в ГУАП хорошо освоена методика расчетов на основе Comsol Multiphysics [6, 7]. Фактор накопления опыта важен для удешевления проекта и обеспечения его высокого качества.

Наиболее важным навигационным решением для любого экраноплана является высокая точность и устойчивость управления движением в продольной плоскости.

Одним из ключевых вопросов проектирования является разработка информационно-управляющего комплекса. Навигационную часть можно взять авиационную, специфики в ней особой нет за исключением канала высоты, погрешность измерения в котором не должна превышать 10 см в диапазоне высот 0–10 м. Варианты построения канала измерения высоты описаны в [2–7].

Однако система управления не имеет близкого прототипа и требует весьма большого исследования и специальной разработки с учетом имеющегося опыта.

Систему автоматического демпфирования и стабилизации «Смена-3» для экраноплана «Лунь» создавал ЦНИИ «Электроприбор», главный конструктор – д.т.н. В.Б. Диомидов. Эта система подробно описана в его книге [3], а также в вышедшей двумя годами ранее книге [2], посвященной общим вопросам управления полетом вблизи поверхности.

Других систем автоматики для экранопланов за последние 30 лет «в металле» не создавалось. Больших экранопланов не строили, а на малых дешевых экранопланах проще было использовать только ручное управление. Сейчас ситуация изменилась в связи с анонсированием проекта «Орлан» [5] и неоднократными авариями малых экранопланов из-за ошибок пилотирования.

Система управления должна быть интеллектуальной и успешно решать следующие задачи:

- демпфировать каналы управления существенно нелинейным объектом, повышать запас их устойчивости;
- обеспечивать отказобезопасность, реконфигурировать системы при обнаружении отказов их элементов;
- блокировать ошибочные команды пилотирования для исключения аварийных ситуаций при достижении опасной совокупности значений параметров полета;
- обеспечивать оптимальную балансировку отклонений руля высоты и закрылков с целью удерживания угла атаки, при котором аэродинамическое качество максимально;
- автоматизацию режима взлета с морской поверхности по критерию минимизации требуемой тяги двигателей;
- автоматизацию выполнения маневра «горка» с изменением высоты при облете препятствия;
- обеспечивать автоматическое или полуавтоматическое выполнение быстрого маневра по предупреждению столкновения с препятствиями;
- проводить оптимизацию 3D-траектории движения с частичным отслеживанием длиннопериодических неровностей подстилающей поверхности.

Последняя позиция в списке наиболее сложна для исследования и позволяет доказать целесообразность частичного отслеживания траекторией полета экраноплана длиннопериодических спектральных составляющих неровностей для снижения средней геометрической высо-

ты экраноплана и повышения аэродинамического качества его крыла. Такие колебания могут иметь малую амплитуду и частоту и не приводят к большим колебательным ускорениям, дискомфортным для экипажа и пассажиров. Но снижение средней геометрической высоты даже на несколько процентов благоприятно сказывается на экономии использованного в полете топлива.

Как следует из публикаций в прессе, разработка системы управления полетом нового экраноплана проводится сейчас в АО «НИИАО», г. Жуковский. Институт имеет опыт разработки пилотажного комплекса для гидросамолета Бе-200. Насколько применим такой опыт для экранопланов, покажет время. Какого-либо обмена опытом между НИИАО и «Электроприбором» сейчас не происходит.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено современное состояние и возможные перспективы создания в России тяжелых экранопланов нового поколения. Перечислены задачи навигации и управления полетом экранопланов, требующие решения. Проведено сравнение ожидаемой мореходности экранопланов весом 600 т и 54 т, а также стоимости их постройки.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа была поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках базового финансирования, Соглашение №FSRF-2020-0004 от 1 июня 2020 г.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Nebylov, A.V., Measurement of flight parameters near the sea surface. GAAP, St. Petersburg, 1994, 206 p.
- [2] Nebylov, A.V., Wilson, P.A., Ekranoplanes: Controlled Flight Close to the Sea, WIT-Press, UK, 250 p.
- [3] Diomidov, V.B., Automatic flight control ekranoplane, Saint Petersburg, Central Research Institute "Electropribor", 1996, 204 p.
- [4] Nebylov, A.V., Watson, J., Editors, Aerospace Navigation Systems, John Wiley & Sons, UK, 2016, 371 p.
- [5] Небылов А.В., Небылов В.А. Стоимостные особенности проектирования экранопланов и их систем управления. Управление в морских системах. СПб.: ГИЦ РФ «ЦНИИ «Электроприбор», 2020.
- [6] Nebylov, A., Panferov, A., Brodsky, S., Application of CFD to WIG-craft motion control system design, 8th European Conference for AeroSpace Sciences (EUCASS-2019), 1–4 July 2019, Madrid, Spain.
- [7] Nebylov, A., Nebylov, V., Panferov, A., The Concept of choice and Stabilization of the Flight Altitude of WIG-Craft ver the waded sea, 21st IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. Cranfield, UK, 2019.
- [8] The composition of the equipment of the product "Smena-3", Central Research Institute "Electropribor", Saint Petersburg, 1985, p. 11, Russian Aviation.
- [9] Bolgova, E., Russia will create an ekranoplane. The Orlan prototype rocket ekranoplan will be available by 2027.
- [10] <https://aviation21.ru/opytnyj-raketnyj-ekranoplan-orlan-poyavitsya-k-2027-godu/> (Date accessed: 29.07.2020).
- [11] <https://www.spb.kp.ru/online/news/3229509/>.
- [12] <https://elementy.ru/posters/aviation/heavy/ekranoplans/km>.
- [13] <https://russian.rt.com/russia/article/540969-ekranoplan-rossiya-orlan>.
- [14] Шарыгин Б.Л. Морская система инерциальной навигации и стабилизации. Двадцать лет развития // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №3 (110). С.122–131. DOI 10.17285/0869-7035.004

Разработка комплексной системы бортового оборудования для обеспечения траекторного управления малого беспилотного летательного аппарата

Ху Сяо Ян
Шеньянский политехнический университет в Китае
Шеньян, Китайская народная республика
e-mail: xiaoyang_hu@163.com

В.В. Перлюк
Международный институт передовых аэрокосмических технологий,
Государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: perlvv@mail.ru

А.В. Небылов
Международный институт передовых аэрокосмических технологий,
Государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
e-mail: nebylov@aanet.ru

Аннотация—В докладе рассматриваются задачи, связанные с разработкой микропроцессорной цифровой системы измерения высоты полета беспилотного летательного аппарата (БПЛА), соответствующей современным тенденциям и требованиям развития мирового авиационного приборостроения. Для малого БПЛА можно успешно выполнять интеграцию двух каналов измерения высоты: спутниковой системы навигации и инерциальной системы на базе акселерометра. Такой алгоритм обработки данных, несмотря на простоту, является весьма эффективным. Кроме того, реализация бортовой приборной системы интегрирующей данные каналы представляет собой прекрасную учебную задачу как для разработки компьютерных моделей в среде MatLab и Labview, так и для изготовления действующего прототипа с использованием недорогих доступных радиокомпонент. Указанные задачи решались преимущественно в учебно-исследовательских и образовательных целях в Санкт-Петербургском государственном университете аэрокосмического приборостроения с широким привлечением студентов, включая иностранных. Так, в 2016 году в ГУАП проходил стажировку студент из Германии Мухаммед Кхалаф, имеющий возможность тестирования прототипов разрабатываемого оборудования в ходе испытательных полетов на разных рабочих высотах, выполняемых на личном легкомоторном самолете Физлер-156. Пробные полеты подтвердили полученную методом компьютерного моделирования заданную точность измерения высоты полета.

Ключевые слова—сенсоры, БПЛА, бортовая система измерения параметров полета, алгоритм обработки информации, нелинейный информационный фильтр, мульти-сенсорная система.

I. ВВЕДЕНИЕ

Актуальность рассматриваемой задачи связана с повышением точности навигации, для обеспечения безаварийного и экономичного полета беспилотных летательных аппаратов в диапазонах особо малых высот, характеризующихся значениями единиц метров. При этом высота полета уточняется и выбирается для минимизации вероятности столкновения БПЛА с препятствиями с учетом характера подстилающей поверхности [1, 2, 3]. Этапы взлета и посадки также должны характеризоваться завешенными требованиями к точности измерения малых высот и характеристик неровностей поверхности [4]. Традиционным способом минимизации погрешности измерений бортовой интегрированной навигационной системы является комбинация МЭМС-акселерометров с

навигационной спутниковой системой (GPS) для разработки системы автоматического управления горизонтальным полетом БПЛА [5]. О распространенности такого подхода свидетельствует его применение даже в качестве приложений для бытовых смартфонов в задачах пешеходной навигации [6].

Однако воздействие шумов акселерометра, таких как погрешность начальной установки и интеграционные ошибки, неограниченно возрастают с течением времени и делают показания акселерометра бесполезным в течение долгого времени [7]. Также показания датчика спутниковой навигационной системы зависит от шумов, таких как ошибка синхронизации, тропосферной/ионосферной задержки и многолучевой ошибки, но в отличие от акселерометров эти ошибки ограничены и стабильны [8]. Известны подходы на основе результатов статистического анализа погрешностей оценивания навигационных параметров для разных периодов отключений сигнала GPS [9]. Однако такие данные необходимо оценивать для каждого отдельного приемника спутниковой навигационной системы. Ошибки в спутниковой навигационной системе в основном носят высокочастотный характер и могут быть аппроксимированы в виде белого шума, для того чтобы подавлять их, из показаний спутниковой навигационной системы принимаются только низкочастотные компоненты. И наоборот ошибки акселерометров обычно появляются в низкочастотной части выходного сигнала датчика [10]. Для того чтобы подавлять их, из показаний акселерометров принимаются только высокочастотные компоненты.

II. АРХИТЕКТУРА ИНТЕГРАЦИИ GPS/АКСЕЛЕРОМЕТРА

Обобщенная конфигурация интегрированной измерительной системы может быть представлена блок-схемой на рис. 1, где S_i для $i = 1, 2$ – доступные бортовые первичные датчики (GPS и акселерометр), выходные сигналы которых состоят из полезного компонента $x_i(t)$, соответствующего истинному значению измеряемого параметра (высота) + различные значения шума $v_i(t)$.

$W_{S_i}(s)$ – передаточные функции датчиков, он для GPS $W_{S_1}(s)$ равен единице, а для акселерометра $W_{S_2}(s)$ равным s^2 , $H_{C_i}(s)$ – передаточные функции компьютера, где сигналы датчиков должны фильтроваться перед их суммированием.

Цель – найти передаточные функции фильтров $H_{C_1}(s)$ и $H_{C_2}(s)$.

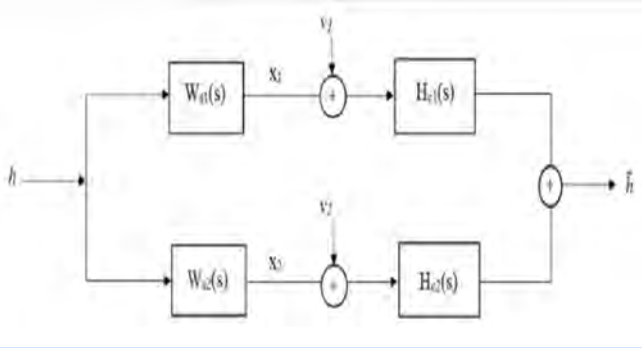


Рис. 1. Блок-схема интегрированной измерительной системы

Фильтр представляет собой математический алгоритм, обеспечивающий оптимизированный выход для зашумленного входного сигнала с помощью прогнозной модели. Он оценивает, каким должен быть ответ без шума или ошибок, создаваемых реальным датчиком. Путем усреднения выходного значения реальной системы управления и системы управления с прогнозированием можно получить оптимальный сигнал.

Дополнительный фильтр показан на рис. 2, где v_{GPS} и v_{acc} – измерения высоты с зашумлением, а \hat{h} – оценка h , произведенная фильтром.

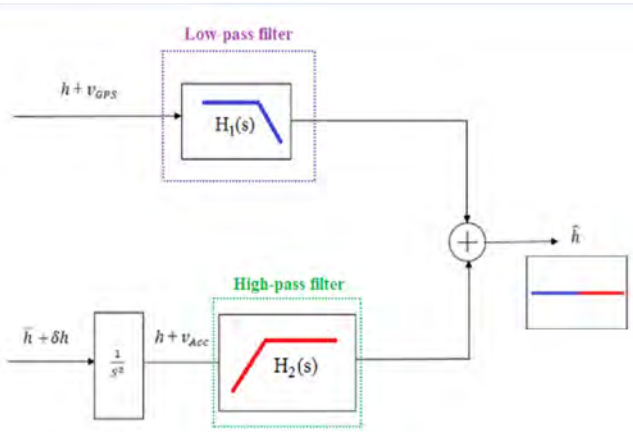


Рис. 2. Конфигурация дополнительного фильтра

Шум в GPS в основном высокочастотный, а шум в акселерометре в основном низкочастотный. Поэтому $H_1(s)$ можно сделать фильтром нижних частот для фильтрации высокочастотного шума в GPS. Если $H_1(s)$ низкочастотный, то $[1-H_1(s)]$ является его дополнением, то есть фильтром верхних частот, который отфильтровывает низкочастотный шум в акселерометре.

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФИЛЬТРОВ

Основная задача при синтезе интегрированной измерительной системы состоит в выборе передаточных функций $H_i(s)$, $i = 1, 2$, фильтров и передаточных функций каналов измерения внутри системы.

Порядок требуемых передаточных функций должен быть не меньше степени ограниченной производной погрешности используемых датчиков, так как акселерометр измеряет вторую производную вместо самого сигнала, порядок n также должен быть не меньше двух.

Чтобы количество конструктивных параметров фильтра оставалось небольшим, мы выбрали простую передаточную функцию второго порядка:

$$W(s) = \frac{K_2(1+\tau s)}{s^2}. \quad (1)$$

Она зависит только от двух параметров: K_2 – коэффициент усиления и τ – постоянная времени.

Чтобы получить инвариантную систему, результирующая передаточная функция должна быть равна единице: $H_1(s) + H_2(s) = 1$.

Отсюда следует, что передаточными функциями всей системы с учетом обратных связей будут:

$$H_{c1}(s) = \frac{K_2(1+\tau s)}{K_2 + K_2\tau s + s^2}, \quad (2)$$

$$H_{c2}(s) = \frac{1}{s^2} \times \frac{s^2}{K_2 + K_2\tau s + s^2} = \frac{1}{K_2 + K_2\tau s + s^2}.$$

Исследуемая функция зависит от двух параметров K_2 и τ , которые нам необходимо оптимизировать.

Выбранный критерий оптимальности будет основан на минимизации верхней границы суммарной погрешности измерений.

IV. МИНИМИЗАЦИЯ ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ СУММАРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Полезный сигнал $h(t)$ и шумы $v_i(t)$ являются центральными составляющими входного сигнала системы, результирующая ошибка представляется как сумма двух составляющих $e = e_G + e_A$, где e_G – ошибка GPS, а e_A – ошибка акселерометра.

Дисперсия результирующей ошибки равна дисперсии ошибки от GPS, добавленной к дисперсии ошибки от акселерометра [11]: $De = De_G + De_A$.

Дисперсия связана со спектральной плотностью интегральными соотношениями [12]:

$$De_G = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 S_G(\omega) d\omega, \quad (3)$$

$$De_A = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_2(j\omega)|^2 S_A(\omega) d\omega.$$

$S_G(\omega)$ – это спектральная плотность шума в GPS будем считать константой (белый шум) $S_G(\omega) = S_G$. Тогда дисперсия ошибки GPS равна $De_G = S_G Af_{eq}$ [13]:

$$Af_{eq} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{K_2^2 + (K_2\tau\omega)^2}{(K_2 - \omega^2)^2 + K_2^2\tau^2\omega^2} d\omega = \quad (4)$$

$$= \frac{1 + K_2\tau^2}{2\tau},$$

$$\overline{De} = De_A + De_G = De_A + S_G \left(\frac{1 + K_2\tau^2}{2\tau} \right).$$

Поскольку $S_A(\omega)$ неизвестна (известна только дисперсия 2-й производной ошибок, но ее спектр неизвестен), оценка погрешности акселерометра становится более сложной, поскольку дисперсию De_A невозможно рассчитать напрямую. Однако можно оценить ее верхнюю границу \overline{De}_{Amax} , она основана на приближении функции $|H_2(j\omega)|^2$ полиномом [14]:

Решение этого уравнения дает нам требуемый полиномиальный коэффициент C_2 :

$$C_2 = \frac{1}{K_2^3 \tau^2 \left(1 - \frac{K_2 \tau^2}{4}\right)}. \quad (5)$$

После определения аппроксимирующего полиномиального коэффициента из условия $C_2 = \max |H_2(j\omega)|^2 / \omega^4$:

$$\begin{aligned} \bar{D}e_A &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty H_2(j\omega)^2 S_A(\omega) d\omega \leq \\ \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} c_2 \omega^4 S_A(\omega) d\omega &= C_2 D_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где $D_2 = 1/\pi \int \omega^4 S_A(\omega) d\omega$ – дисперсия второй производной от ошибки акселерометра:

$$\bar{D}e_A = C_2 D_2 \rightarrow \bar{D}e_A = \frac{D_2}{K_2^3 \tau^2 \left(1 - \frac{K_2 \tau^2}{4}\right)}. \quad (7)$$

V. ОЦЕНКА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ И ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЯ ВЫСОТЫ ПОЛЕТА

Целевая функция оптимизации зависит от конкретных параметров, оптимальные значения которых необходимо найти [11]:

$$\bar{D}e_A(K_2, \tau) = \frac{D_2}{K_2^3 \tau^2 \left(1 - \frac{K_2 \tau^2}{4}\right)} + S_{v1} \frac{1 + K_2 \tau^2}{2\tau} \rightarrow \min.$$

Исследование этой функции на экстремуме дает оптимальное значение для коэффициента усиления K_{2o} и постоянной времени τ_o , а также минимальную верхнюю границу общей ошибки в виде [14]:

$$\begin{aligned} K_{2o} &= 1.77 \left(\frac{D_2}{S_{v1}}\right)^{2/5}, \\ \tau_o &= 0.92 \left(\frac{S_{v1}}{D_2}\right)^{1/5}, \\ \bar{D}e_{Amin} &= \bar{D}e(K_{2o}, \tau_o) = 1,70 D_2^{1/5} S_v^{4/5}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вычисляем среднеквадратичную ошибку системы.

Идея использования теоретического анализа заключалась в определении характеристик входного воздействия.

Желаемая точность должна лежать в диапазоне 3-5 м, если учесть эти качества микромеханического акселерометра и GPS:

$$\begin{aligned} D_2 &= 1 \text{ м}^2/\text{сек}^4 \\ S_{v1} &= 10 \text{ м}^2/\text{сек} \end{aligned}$$

После оптимизации системы (используя оптимальные значения K_2 и τ) мы получим верхнюю границу ошибки:

$$\begin{aligned} \bar{D}e_{min} &= 1,70 (1)^{1/5} \times (10)^{4/5} = 10,71 \text{ м}^2, \\ \sigma_{e min} &= \sqrt{\bar{D}e_{min}} = 3,27 \text{ м}. \end{aligned}$$

Такое условие точности должно быть получено в результате оптимизации передаточных функций $W(s)$ и использования двух датчиков со следующими характеристиками:

$$\begin{aligned} D_2 &= 1 \text{ м}^2/\text{сек}^4, \\ S_{v1} &= 10 \text{ м}^2/\text{сек}. \end{aligned}$$

VI. ТЕСТИРОВАНИЕ ИНТЕГРИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

Чтобы проверить свойство инвариантности системы, были использованы два различных изменения входных сигналов (гармоническая и ступенчатая).

После того как разработанный навигационный фильтр был признан при моделировании высокоэффективным, были проведены испытания и летные испытания для проверки разработанного алгоритма в эксперименте. В центре внимания анализа находится достижимая точность, потому что это важно для рассматриваемого приложения.

В качестве действующего макета использовалась система измерения на микропроцессорной платформе Arduino UNO с возможностью исполнения в более компактном варианте на Arduino Nano. В качестве спутниковой навигационной системы был выбран один из наиболее популярных модулей GPS – NEO6MV2, к достоинству которого относится наличие встроенной батареи, позволяющей сохранять координаты спутников, что положительно сказывается на динамических характеристиках комплексной системы измерения высоты. В качестве измерителя вертикального ускорения полета был выбран акселерометр с гироскопом GY-521 на базе микросхемы MPU-6050.

Данный модуль является весьма распространенным и подходящий для решения поставленных в проекте задач. К основным плюсам данного модуля можно отнести ручную установку задержки сбора показаний, что облегчает настройки по его согласованию с другими каналами интегрированной системы.

В процессе анализа серийных БПЛА для реализации проекта был выбран квадрокоптер DJI Phantom 3, который идеально отвечает требованиям эксплуатационных характеристик установленных в задании:

- диапазон измеряемой высоты – от –100 до 3000 м;
- максимальная вертикальная скорость – 30 м/сек;
- температура окружающей среды – от –30 до +50 °С.

В настоящее время были проведены летные испытания разработанной системы измерения высоты полета на легкомоторном самолете Fi-156 возле аэродрома Линнич-Бослар (Германия), что упростило контроль ее работы непосредственно в полете на подключенном компьютере Notebook (см. рис. 3).



Рис. 3. Тестирование системы на легкомоторном самолете

Тестовые полеты показали у действующего рабочего прототипа разработанной интегрированной системы шумы измерения значительно меньше, чем у штатного измерителя высоты (см. рис. 4).

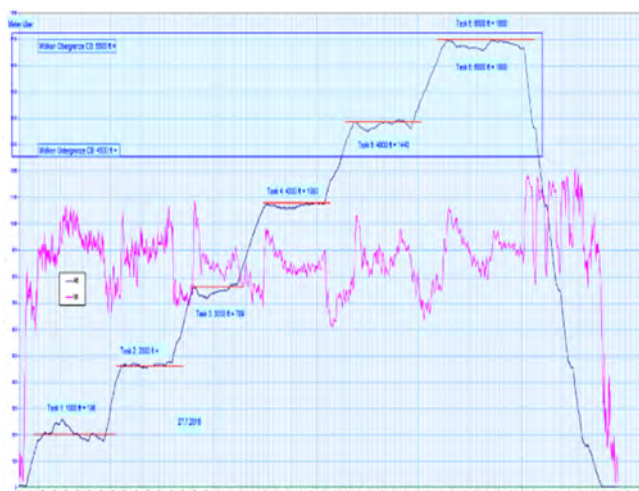


Рис. 4. Измерения высоты полета интегрированной системой (синий график) и штатным измерителем (фиолетовый график)

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для решения поставленной задачи были определены состав и структура бортового оборудования цифровой системы измерения высоты, разработаны принципиальные электрические схемы бортового прибора и специальное программное обеспечение для обработки алгоритмов комплексной обработки измеряемой высоты на основании применения методов цифровой фильтрации данных.

Результаты компьютерного моделирования показали, что в выбранном для исследования диапазоне высот (до 100 м) разработанная бортовая система полностью удовлетворяет требованиям точности к управлению горизонтальным полетом БПЛА. Кроме того, тестовые полеты на легкомоторном самолете Fi-156 показали у действующего рабочего прототипа разработанной комплексной системы шумы измерения значительно меньше, чем у штатного измерителя высоты. Дальнейшим направлением развития описываемого устройства является включение в комплексную обработку показаний барометрического датчика высоты. Также перспективным направлением является использование разработанной интегрированной системы для улучшения условий функционирования бортового оборудования БПЛА, например радиолокационного оборудования [15].

Результаты моделирования и экспериментальная проверка разработанных алгоритмов подтверждают эф-

фективность предложенного метода для получения хорошей оценки высоты БПЛА даже при увеличении шума датчиков. Чтобы получить полную навигацию, использование INS может быть расширено за счет включения всех осей (а не только вертикального канала).

VIII. БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа была поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках базового финансирования. Соглашение No. FSRF-2020-0004 от 1 июня 2020.

Работа была поддержана РНФ по проекту 22-49-04412.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Reg Austin, Aircraft Systems UAVs Design, Development and Deployment, 2010, pp. 37–41.
- [2] Reg Austin, Aircraft Systems UAVs Design, Development and Deployment, 2010, p. 9.
- [3] Reg Austin, Aircraft Systems UAVs Design, Development and Deployment, 2010, p. 202.
- [4] Hu Xiao Yang, Alexander Nebylov, Vladimir Perliouk, Lala Mamedova, Analysis and Simulation of Route Trajectory Option for Aircraft-type Drones, 2020 European Control Conference (ECC), 2020.
- [5] Maria de Fátima Alves Nunes Bento, Development and Validation of an IMU/GPS/Galileo Integration Navigation System for UAV, 2013, p. 27.
- [6] Rehman A., Shahid H., Afzal M., Bhatti, H.M.A., Accurate and Direct GNSS/PDR Integration Using Extended Kalman Filter for Pedestrian Smartphone Navigation, *Giroskopiya I Navigatsiya*, 2020, vol. 28, no 2 (109), pp. 91–108.
- [7] Hugo José Dias Lopes, Attitude Determination of Highly Dynamic Fixed-wing UAVs, 2011, p. 11.
- [8] Bernhard, Lichtenegger, Herbert, Wasle, Elmar GNSS – Global Navigation Satellite Systems, Hofmann-Wellenhopf, 2008, p. 316.
- [9] Al Bitar, N. and Gavrilov, A.I., Comparative Analysis of Fusion Algorithms in a Loosely- Coupled Integrated Navigation System on the Basis of Real Data Processing, *Giroskopiya I Navigatsiya*, 2019, vol. 27, no 3 (106), pp. 31–52.
- [10] Hugo José Dias Lopes, Attitude Determination of Highly Dynamic Fixed-wing UAVs, 2011, p. 17.
- [11] An engineering approach to optimal control and estimation theory, George Siouris, Air Force institute of technology, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1995, p. 38.
- [12] Aerospace Navigation Systems Edited by A. Nebylov and J. Watson John Wiley and Sons, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, UK, 2016.
- [13] Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration, Aboelmagd Noueldin, Tashfeen Karamt, Jacques Georgy, 2013, p. 247.
- [14] Nebylov, A., Ensuring Control Accuracy. Lecture notes in control and information sciences. Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 2004, p. 204.
- [15] Kulakova, V.I., Nozdrin, S.A. Sokharev, A.Yu., and Tsarik, D.V., Micronavigation System to Support a Radar with Synthetic Aperture aboard a Small UAV, *Giroskopiya I Navigatsiya*, 2019, vol. 27, no 4 (107), pp. 130–146.

Исследование резонансных режимов движения наноспутника формата CubeSat с малой инерционно-массовой асимметрией под действием аэродинамического момента

Е.В. Барина
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.В. Белоконов
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
ibelokonov@mail.ru

И.А. Тимбай
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
timbai@mail.ru

Аннотация—В данной работе рассматривается движение относительно центра масс аэродинамически стабилизированного наноспутника формата CubeSat. Анализируется возможность возникновения резонансных режимов движения, обусловленных присущим им форм-фактором прямоугольного параллелепипеда и наличием малой инерционно-массовой асимметрии – смещением центра масс от продольной оси, малой динамической несимметричностью и центробежными моментами инерции. Рассмотрена взаимосвязь между компонентами асимметрии и резонансными соотношениями частот. Получены выражения для определения критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансов. Даны рекомендации по предотвращению возможности появления резонансных режимов движения.

Ключевые слова—наноспутник формата CubeSat, аэродинамический момент, угол атаки, угол собственного вращения, резонансный режим движения, малая асимметрия.

1. ВВЕДЕНИЕ

В связи с постепенным усложнением задач, решаемых наноспутниками, вопросы изучения их движения относительно центра масс становятся все более актуальными. Важной особенностью наноспутников является то, что угловое ускорение, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем у спутника с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности) [1]. В связи с этим распространено использование пассивной стабилизации наноспутника по вектору скорости движения центра масс с помощью аэродинамического момента [1–5].

При изучении движения аэродинамически стабилизированного наноспутника относительно центра масс важно учитывать возможность возникновения резонансных режимов движения, которые проявляются в резком изменении амплитуды колебаний по пространственному углу атаки, когда линейная целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю. Рассмотрение возможности возникновения резонансных режимов движения, а также меры по

их предотвращению повышают надежность системы ориентации наноспутника.

Изучению резонансных режимов движения осесимметричных космических аппаратов с малой инерционно-массовой и геометрической асимметрии, посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных авторов [6–8].

В связи с тем что наноспутники формата CubeSat имеют форму прямоугольного параллелепипеда, аэродинамический момент зависит не только от пространственного угла атаки, но и от угла собственного вращения. В этом случае возникновение резонанса возможно только за счет формы аппарата даже без малой асимметрии [1]. Как было показано в работе [9] при появлении малой асимметрии, а именно смещении центра масс наноспутника от продольной оси, количество резонансных соотношений частот увеличивается.

Следует отметить, что, кроме смещения центра масс от продольной оси, наноспутник может также иметь малую динамическую несимметричность и несовпадение главных осей инерции со строительными осями. Полностью устранить инерционно-массовую асимметрию при создании малоразмерных космических аппаратов не представляется возможным. В работе [10] проведен обзор существующих средств измерения положения центра масс и моментов инерции, предназначенных для малых объектов, с указанием погрешности измерений.

Настоящая работа посвящена исследованию вопроса возможности возникновения дополнительных резонансных соотношений частот по сравнению с полученными ранее в работах [1, 9] при наличии малой динамической несимметричности и центробежных моментов.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим модель движения относительно центра масс аэродинамически стабилизированного наноспутника формата CubeSat с малой инерционно-массовой асимметрией. Для описания движения масс введены две системы координат (СК): траекторная $OXYZ$ (совпадающая с орбитальной в случае круговой орбиты) и связанная $Ox_1y_1z_1$ СК (центральная система координат, оси которой параллельны строительным осям наноспутника). Связь между траекторной и связанной СК определя-

ется с помощью углов Эйлера, где α – пространственный угол атаки, ψ – угол прецессии, φ – угол собственного вращения.

Тензор инерции наноспутника в связанной СК:

$$I = \begin{pmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} – центробежные моменты инерции, которые являются малыми, I_x , I_y , I_z – осевые моменты инерции, причем отличие I_y и I_z мало.

Принято полагать, что на рассматриваемых высотах обтекание наноспутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, тогда аэродинамическое угловое ускорение наноспутников формата CubeSat определяется выражением [9]

$$M_\alpha(\alpha, \varphi, H) = m_1(H)(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha(|\sin \varphi| + |\cos \varphi|)) \cdot (\Delta x \sin \alpha - (\Delta y \sin \varphi + \Delta z \cos \varphi) \cos \alpha), \quad (2)$$

где $m_1(H) = -c_0 S q(H) / I_n$; k_s – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади; Δx – смещение центра масс относительно геометрического центра (центра давления) вдоль продольной оси; $\Delta y, \Delta z$ – смещение центра масс от продольной оси ($\Delta y \ll \Delta x, \Delta z \ll \Delta x$); $c_0 = 2,2$ – коэффициент лобового сопротивления; S – характерная площадь наноспутника; $q(H) = \rho(H) [V(H)]^2 / 2$ – скоростной напор; $V(H) = \sqrt{\mu / (R_E + H)}$ – скорость полета; H – высота полета, $\rho(H)$ – плотность атмосферы; $I_n = (I_y + I_z) / 2$ – поперечный момент инерции наноспутника; μ – гравитационный параметр Земли; R_E – радиус Земли.

Полагая $|\sin \varphi| + |\cos \varphi| \approx 1 + (\sqrt{2} - 1)|\sin 2\varphi|$ (ошибка аппроксимации не превышает 1,5% [1]), можно представить выражение (2) в виде двух слагаемых, одному из которых в силу его малости припишем малый параметр ε :

$$M_\alpha(\alpha, \varphi, H) = M_\alpha(\alpha, H) + \varepsilon \Phi_\alpha(\alpha, \varphi, H), \quad (3)$$

$$\text{где } M_\alpha(\alpha, H) = m_0(H)(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha) \sin \alpha, \quad (4)$$

$$m_0(H) = m_1(H) \cdot \Delta x,$$

$$\Phi_\alpha(\alpha, \varphi, H) = m_0(H) k_s (\sqrt{2} - 1) |\sin 2\varphi| \sin^2 \alpha - m_1(H)(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha(|\sin \varphi| + |\cos \varphi|)) \cdot (\Delta y \sin \varphi + \Delta z \cos \varphi) \cos \alpha. \quad (5)$$

Для проведения приближенного анализа параметров движения зависимость (4) допустимо аппроксимировать синусоидальной зависимостью по углу атаки:

$$M_\alpha(\alpha, H) = m_0(H) m_{nk} \sin \alpha, \quad (6)$$

где $m_{nk} = \frac{4 + 8k_s}{3\pi}$ – первый член разложения в ряд Фурье по синусам.

Учитывая представление аэродинамического углового ускорения наноспутников формата CubeSat в виде (3), угловое движение наноспутника на низких круговых орбитах относительно траекторной системы координат, если пренебречь гравитационным моментом и орбитальной угловой скоростью, можно описать уравнениями в форме аналогичной [6, 11], а изменение высоты полета наноспутника – уравнением в соответствии с [12]:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + F(\alpha, H) &= \varepsilon \Phi_\alpha(\alpha, \varphi, H) + \varepsilon \Phi'_\alpha(\alpha, \varphi, H, R, G), \\ \dot{\varphi} &= R / \bar{I}_x - (G - R \cos \alpha) \cos \alpha / \sin^2 \alpha = \Phi_\varphi(\alpha, H), \\ \dot{\psi} &= (G - R \cos \alpha) / \sin^2 \alpha, \\ \dot{R} &= \varepsilon \Phi_R(\alpha, \varphi, H), \\ \dot{G} &= \varepsilon \Phi_G(\alpha, \varphi, H, R), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{H} &= -2 \sigma_x(\alpha, \varphi) q(H) V(H) / g = \varepsilon \Phi_H(\alpha, \varphi, H), \\ F(\alpha, H) &= (G - R \cos \alpha)(R - G \cos \alpha) / \sin^3 \alpha - M_\alpha(\alpha, H), \\ \Phi'_\alpha(\alpha, \varphi, H, R, G) &= (\bar{I}_{xy} \sin \varphi + \bar{I}_{xz} \cos \varphi)(\dot{\psi}^2 \sin^2 \alpha - R^2) + \\ &+ (\bar{I}_{xy} \cos \varphi - \bar{I}_{xz} \sin \varphi) \dot{\psi} \dot{\alpha} \sin \alpha + \\ &+ (1 - \frac{2}{I_x}) R \bar{I}_{yz} (\dot{\psi} \sin \alpha \sin 2\varphi + \dot{\alpha} \cos 2\varphi) + \\ &+ m_0(H)(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha(|\sin \varphi| + |\cos \varphi|)) \times \\ &\times \sin \alpha (\Delta_y \cos 2\varphi + \bar{I}_{yz} \sin 2\varphi) + \\ &+ \frac{1}{2} R \Delta_y (\dot{\psi} \sin \alpha \cos 2\varphi + \dot{\alpha} \sin 2\varphi). \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_x(\alpha, \varphi) = c_0(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha(|\sin \varphi| + |\cos \varphi|)) S / m$ – баллистический коэффициент; m – масса наноспутника; $R = \bar{I}_x \omega_x$, $G = R \cos \alpha + (\omega_y \sin \varphi + \omega_z \cos \varphi) \sin \alpha$ – отнесенные к поперечному моменту инерции I_n проекции вектора кинетического момента на продольную ось наноспутника и на направление скорости центра масс; $\bar{I}_x = I_x / I_n$; $\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I_n$; $\bar{I}_{xz} = I_{xz} / I_n$; $\bar{I}_{yz} = I_{yz} / I_n$; $\Delta_y = (I_z - I_x) / I_n$; величины \bar{I}_{xy} , \bar{I}_{xz} , \bar{I}_{yz} , Δ_y полагаются малыми порядка ε ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости на оси связанной системы координат; $g = g_E (R_E / (R_E + H))^2$; g_E – ускорение свободного падения на поверхности Земли; $\Phi_G(\alpha, \varphi, H, R)$ – медленно меняющаяся функция, которая равна нулю при нулевых значениях центробежных моментов инерции и динамической симметричности ($\Delta_y = 0$); $\Phi_R(\alpha, \varphi, H)$ – медленно меняющаяся функция, которая равна нулю при отсутствии асимметрии.

В зависимости от соотношения величин R и G реализуются различные типы прецессионного движения. При

выполнении условия $R > G$ реализуется «обратная» прецессия, при $G > R$ – «прямая» прецессия [13].

III. РЕЗОНАНСНЫЕ РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ

Для анализа резонансных режимов колебательной системы в соответствии с процедурой, предложенной в [14], система (7) была приведена к форме, в которой содержатся медленно изменяющиеся и быстрые переменные типа быстро вращающихся фаз. Вместо первого уравнения системы (7) используются два уравнения первого порядка для амплитуды α_{\max} и фазы $y = \omega(t - t_0)$. Причем множитель ω выбирается таким, чтобы общее решение системы (7) при невозмущенном движении ($\varepsilon = 0$) было 2π -периодической функцией y . В результате была получена система с двумя вращающимися фазами $y = \omega(t - t_0)$ и φ :

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_{\max} &= \varepsilon \Phi_{\alpha_{\max}}(y, \varphi, \alpha_{\max}, z), \\ \dot{y} &= \omega(\alpha_{\max}, z) + \varepsilon Y(y, \varphi, \alpha_{\max}, z), \\ \dot{\varphi} &= \lambda(\alpha_{\max}, z) + \varepsilon L(y, \alpha_{\max}, z), \\ \dot{z} &= \varepsilon \Phi_z(y, \varphi, \alpha_{\max}, z),\end{aligned}\quad (8)$$

где $z = (H, R, G)$;

$$\varepsilon L(y, \alpha_{\max}, z) = \Phi_{\varphi}(y, \alpha_{\max}, z) - \lambda(\alpha_{\max}, z);$$

$$\varepsilon \Phi_{\alpha_{\max}}(y, \varphi, \alpha_{\max}, z) = \frac{\varepsilon}{F(\alpha_{\max}, z)} \left[(\Phi_{\alpha} + \Phi'_{\alpha}) \text{sign}(\dot{\alpha}) |\dot{\alpha}| - \left(\frac{\partial W(\alpha_{\max}, z)}{\partial z} - \frac{\partial W(\alpha, z)}{\partial z} \right) \Phi_z \right],$$

$$\begin{aligned}\varepsilon Y(y, \varphi, \alpha_{\max}, z) &= -\varepsilon 2\pi \text{sign}(\dot{\alpha}) \left[\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|} \right) \right] \Phi_z + \right. \\ &\left. + \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_{\max}} \left(\frac{1}{T} \int_{\alpha}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|} \right) \right] \Phi_{\alpha_{\max}} \right],\end{aligned}$$

$\omega(\alpha_{\max}, z) = 2\pi / T(\alpha_{\max}, z)$ – частота собственных колебаний системы (7) при $\varepsilon = 0$; $T(\alpha_{\max}, z) = 2 \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|}$ – период колебаний; $\alpha_{\max}, \alpha_{\min}$ – максимальный и минимальный углы атаки; $\dot{\alpha} = \pm \sqrt{2[W(\alpha_{\max}, z) - W(\alpha, z)]}$; $W(\alpha, z) = \int F(\alpha, z) d\alpha$; $\lambda(\alpha_{\max}, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_{\varphi}(y, \alpha_{\max}, z) dy$ – средняя частота собственного вращения.

В случае невозмущенного движения ($\varepsilon = 0, z = \text{const}$), когда аэродинамическое угловое ускорение является синусоидальной функцией угла атаки (6), решение для пространственного угла атаки имеет вид [15]:

$$\cos \alpha = A c n^2 \left[\frac{y K(k)}{\pi} + K(k), k \right] + x, \quad (9)$$

где $cn(u)$ – эллиптический косинус, $x = \cos \alpha_{\max}$, $\omega = \pi \beta / K$, $A = x_2 - x$, $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $k = \sqrt{A/2\eta}$, $\beta = \sqrt{-m_0 m_{nk} \eta}$, $x_2 = \cos \alpha_{\min} = \eta - (a - bx)/(1 - x^2)$, $\eta = \sqrt{1 - 2(ax - b)/(1 - x^2) + [(a - bx)/(1 - x^2)]^2}$, $a = (R^2 + G^2)/(-4m_0 m_{nk})$, $b = RG/(-2m_0 m_{nk})$.

Для малых значений модуля эллиптических функций k решение (9) упрощается [7]:

$$\cos \alpha \approx a_1 + b_1 \cos y, \quad (10)$$

где $a_1 = (x + x_2)/2$, $b_1 = -(x_2 - x)/2$.

Резонансные соотношения частот колебаний по углам атаки и собственного вращения в соответствии с [16] получим, приравнивая собственную частоту по углу атаки ω к частотам каждого из слагаемых внешних малых возмущений:

$$\omega = n\omega + p\lambda, \quad (11)$$

где n, p – целые взаимно простые числа.

В табл. 1 приведены соотношения частот для случая «прямой» прецессии и указаны виды инерционно-массовой асимметрии, вносящие вклад в данное соотношение. Итого для случая «прямой» прецессии получено 19 соотношений частот, соответствующих резонансу. Можно сделать вывод, что наличие центробежных моментов инерции и малой динамической несимметричности добавило 3 новых соотношения частот и внесло вклад в соотношения, полученные ранее. Так называемый «лунный» резонанс, когда средняя угловая скорость собственного вращения близка к нулю ($\lambda = 0$) и наноспутник обращен одним боковым ребром к набегающему потоку, обусловлен всеми рассмотренными факторами – как формой, так и инерционно-массовой асимметрией. Тогда как, например, главный вращательный резонанс ($\lambda = \omega$) может проявиться только при наличии асимметрии.

Для случая «обратной» прецессии резонансных соотношений частот меньше, а именно: $\lambda = \frac{3}{5}\omega$, $\lambda = \frac{2}{3}\omega$, $\lambda = \frac{3}{4}\omega$, $\lambda = \omega$, $\lambda = \frac{3}{2}\omega$, $\lambda = 2\omega$, $\lambda = 3\omega$. Каждое из соотношений обуславливается соответствующими факторами, приведенными в табл. 1 для случая «прямой» прецессии.

Для определения условий возникновения резонанса воспользуемся выражением для средней частоты собственного вращения [7]

$$\lambda \approx R(1/\bar{I}_x - 1/2) + \text{sign}(R - G) \sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}}, \quad (12)$$

где $\omega_a = \sqrt{-m_0 m_{nk}}$.

Частота колебаний по пространственному углу атаки определяется соотношением

$$\omega \approx 2\sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}} \quad (13)$$

Из (12), (13) получены выражения определения критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения:

$$\omega_{xkr} = d \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{I}_x + \frac{1}{4}(1 - d^2)\bar{I}_x^2}}, \quad (14)$$

где $d = 2k_{res} + 1 > 0$ в случае «прямой» прецессии; $d = 2k_{res} - 1 > 0$ случае «обратной» прецессии; k_{res} – коэффициент, стоящий в резонансных соотношениях частот перед ω в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. РЕЗОНАНСНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО УГЛА АТАКИ И СРЕДНЕЙ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННОГО ВРАЩЕНИЯ

Соотношение частот $\lambda = k_{res} \omega$	Обуславливающий фактор
$\lambda = 0$	форма, $\bar{I}_{xy}, \bar{I}_{xz}, \bar{I}_{yz}, \Delta_i, \Delta y, \Delta z$
$\lambda = \pm \frac{1}{6} \omega$	\bar{I}_{yz}, Δ_i
$\lambda = \pm \frac{1}{5} \omega$	$\Delta y, \Delta z$
$\lambda = \pm \frac{1}{4} \omega$	форма
$\lambda = \pm \frac{1}{3} \omega$	$\bar{I}_{yz}, \Delta_i, \Delta y, \Delta z$
$\lambda = \pm \frac{2}{5} \omega$	$\Delta y, \Delta z$
$\lambda = \frac{1}{2} \omega$	форма, $\bar{I}_{yz}, \Delta_i,$
$\lambda = \frac{3}{5} \omega$	$\Delta y, \Delta z$
$\lambda = \frac{2}{3} \omega$	$\Delta y, \Delta z$
$\lambda = \frac{3}{4} \omega$	форма
$\lambda = \omega$	$\bar{I}_{xy}, \bar{I}_{xz}, \bar{I}_{yz}, \Delta_i, \Delta y, \Delta z$
$\lambda = \frac{3}{2} \omega$	\bar{I}_{yz}, Δ_i
$\lambda = 2\omega$	$\bar{I}_{xy}, \bar{I}_{xz}, \Delta y, \Delta z$
$\lambda = 3\omega$	$\bar{I}_{xy}, \bar{I}_{xz}, \Delta y, \Delta z$

IV. ПРИМЕРЫ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ

С использованием полученных в работе выражений были вычислены критические значения продольной угловой скорости наноспутника CubeSat 3U и проведено численное моделирование с использованием полной модели движения, в которой учитывается влияние гравитационного момента и наличие орбитальной угловой скорости.

Для примера, на рис. 1 показано резонансное изменение пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U с параметрами: $I_x = 0,005 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_y = 0,023 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $I_z = 0,027 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ($\Delta_i = 0,16$), $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$, $\Delta x = 0,05 \text{ м}$, $\Delta y = \Delta z = 0$, при следующих начальных условиях движения: высота полета $H_0 = 309 \text{ км}$, угол атаки $\alpha_0 = 20^\circ$, угол собственного вращения $\varphi_0 = 0$, угол прецессии $\psi_0 = 0$, продольная угловая скорость $\omega_{x0} = 0,3^\circ/\text{с}$, $\omega_{y0} = 0,066^\circ/\text{с}$, $\omega_{z0} = 0,17^\circ/\text{с}$. В данном примере начальное движение соответствует «прямой» прецессии $G > R$ и имеет место резонансное соотношение частот $\lambda = -\omega/3$.

Для сравнения на рис. 2 приведено нерезонансное поведение пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U при тех же параметрах и начальных условиях для случая его динамической симметричности $I_y = I_z = 0,025 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ($\Delta_i = 0$).

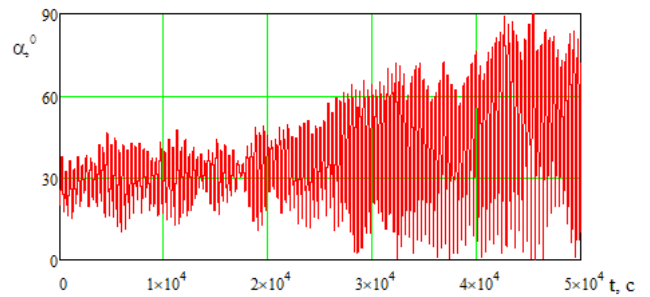


Рис. 1. Резонансное изменение пространственного угла атаки в случае «прямой» прецессии (соотношение частот $\lambda = -\omega/3$)

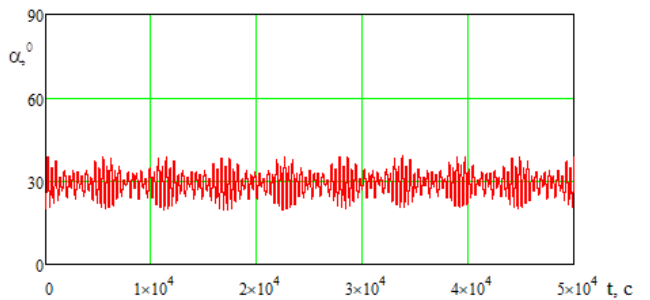


Рис. 2. Нерезонансное изменение пространственного угла атаки

Для предотвращения резонансных режимов движения, обусловленных инерционно-массовой асимметрией, рекомендуется максимально уменьшать данную асимметрию. Однако полностью убрать инерционно-массовую асимметрию наноспутника ввиду неточности ее определения не представляется возможным, кроме того, часть резонансных соотношений обусловлена только формой аппарата. Поэтому предлагается зада-

вать ограничения на величину продольной угловой скорости при отделении от пускового устройства, а также заблаговременно включать систему стабилизации с целью достижения рассогласования резонансного соотношения частот.

Таким образом, в данной работе получены выражения для определения критических значений продольной угловой скорости наноспутника, при которых выполняются условия возникновения резонанса. Показана взаимосвязь компонентов асимметрии с различными резонансными соотношениями частот. Проведение поверочных расчетов по пространственной модели движения наноспутника относительно центра масс подтвердило правильность полученных результатов.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Nikolaev, P.N., Analysis and Synthesis of Motion of Aerodynamically Stabilized Nanosatellites of the CubeSat Design, *Gyroscope and Navigation*, vol. 9, no. 4, pp. 287–300, Oct. 2018.
- [2] Samir, A., Rawashdeh, S., Lumpp, J.E., et al., Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, *JoSS*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85–104.
- [3] Shakhmatov, E., Belokonov, I., Nikitin, A., Shafran, S., Timbai, I., Ustiugov, E., Project of the nanosatellite SamSat-QB50 for monitoring the Earth's thermosphere parameters, *Procedia Eng.*, 2015, vol. 104, pp. 139–146.
- [4] Aslanov, V.S., Chaotic attitude dynamics of a LEO satellite with flexible panels, *Acta Astronaut.*, Mar. 2021, vol. 180, pp. 538–544.
- [5] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Barinova, E.V., Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, *Gyroscope and Navigation*, 2020, vol. 28, no. 1, pp. 81–100.
- [6] Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере, Москва: Машиностроение, 1978.
- [7] Aslanov, V.V., Boiko, V.S., Nonlinear resonant motion of an asymmetrical spacecraft in the atmosphere, *Cosm. Res.*, 1985, vol. 23, no. 3, pp. 341–347.
- [8] Zabolotnov, Y.M., Lyubimov, V.V., Application of the method of integral manifolds for construction of resonant curves for the problem of spacecraft entry into the atmosphere, 2003, *Cosm. Res.*, vol. 41, no. 5, pp. 453–459.
- [9] Barinova, E.V., Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Study of Resonant Modes of Cubesat Nanosatellite Motion under the Influence of the Aerodynamic Moment, Proc. 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 2020.
- [10] Belokonov, I.V., Kliuchnik, V.N., Barinova, E.V., Ivliev, A.V., and Boltov, E.A., Procedure of experimental evaluation of nanoclass spacecraft design parameters using the ground test equipment, in IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, vol. 984, no. 1.
- [11] Aslanov, V.S., Rigid body dynamics for space applications, Butterworth-Heinemann, 2017.
- [12] Балк М.Б. Элементы динамики космического полета, Москва: Наука, 1965.
- [13] Platus, D.H., Dispersion of spinning missiles due to lift nonaveraging, *AIAA J.*, 1977, vol. 15, no. 7, pp. 909–915.
- [14] Волосов В.М., Моргунов Б.И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. Москва: МГУ, 1971.
- [15] Aslanov, V.S., Determination of the amplitude of three-dimensional oscillations of a ballistic vehicle with a small asymmetry during atmospheric entry, *Cosm. Res.*, 1980, vol. 18, no. 2, pp. 141–146.
- [16] Боголюбов Ю.А., Митропольский Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Москва: Наука. 1974.

Алгоритмы управления полетом БПЛА по заданному пути на основе направляющих векторных полей

Д.Г. Кострыгин, А.М. Попов
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова
Санкт-Петербург, Российская Федерация
danny.cross.1321@gmail.com, 9993868@mail.ru

Аннотация—Рассматривается задача управления полетом БПЛА по заданному пути. Кинематическая модель БПЛА приводится к линейной форме из трех интеграторов с виртуальным управлением. Для линейной модели, с использованием метода векторных полей, синтезируется управление. Полученные виртуальные сигналы управления преобразуются в реальные, через нелинейное преобразование.

Ключевые слова—полет по заданному пути, направляющие векторные поля, беспилотные летательные аппараты (БПЛА), управление движением, нелинейные системы

I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач, которые должны решать БПЛА в процессе полета, является задача движения по заданному пути в пространстве. В отличие от классических задач слежения за заданной траекторией, здесь нет фиксированной привязки координат в пространстве ко времени. Для решения подобных задач используют метод векторных полей [1–3]. Данные работы описывают только случаи движения робота в плоскости и по простейшим путям в виде прямых линий или отрезков окружности. В работе [4] был получен алгоритм управления движением по пространственной кривой, получаемой пересечением двух поверхностей, задаваемых как неявные функции. Недостатком этого алгоритма является то, что кривая, задающая путь, обязательно должна быть замкнута. В работе [5] предложен алгоритм позволяющий двигаться не только по замкнутым кривым, полученным пересечением двух поверхностей, но и по разомкнутым и неограниченным. Применение алгоритмов направляющих векторных полей для управления полетом БПЛА по заданному пути сделано в работах [1–3] и [5, 6]. Во всех случаях была использована простейшая кинематическая модель БПЛА. В настоящей работе рассмотрена более сложная кинематическая модель БПЛА и получено преобразование сигналов управления, позволяющее применить к этой модели алгоритмы из работы [5].

Работа выполнена в организации БГТУ «ВОЕНМЕХ» при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (доп. соглашение от 09.06.2020 № 075-03-2020-045/2 на выполнение базовой части государственного задания «Разработка фундаментальных основ создания и управления группировками высокоскоростных беспилотных аппаратов космического и воздушного базирования и группами робототехнических комплексов наземного базирования»).

II. НАПРАВЛЯЮЩИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

Пусть требуемый путь \mathcal{P} задается двумя функциями $f_i : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, 2$, которые непрерывны и дважды дифференцируемы:

$$\mathcal{P} := \{\xi \in \mathbb{R}^3 : f_1(\xi) = 0, f_2(\xi) = 0\}.$$

Путь \mathcal{P} не пустой, связанный и одномерный. В работе [5] предложено следующее векторное поле $\chi \in C^1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ в 3D:

$$\chi(\xi) = n_1(\xi) \times n_2(\xi) - k_1 e_1(\xi) n_1(\xi) - k_2 e_2(\xi) n_2(\xi), \quad (1)$$

где $n_i(\xi) = \nabla f_i(\xi)$ градиент f_i , $k_i > 0$ коэффициенты усиления и функция ошибки $e_i = f_i(\xi)$, которую можно трактовать, как "дистанцию" до поверхностей $\{\xi \in \mathbb{R}^3 : f_i(\xi) = 0\}$ для $i = 1, 2$.

Доказано [5], что следующая система нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d}{dt}\xi(t) = \chi(\xi(t)), \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Обеспечивает выполнение условия:

$$\text{dist}(\xi, \mathcal{P}) = \inf\{\|\xi - p\| : p \in \mathcal{P}\} \rightarrow 0.$$

Из уравнений (2) следует, если объект управления представляет из себя три интегратора, управление, взятое в виде (1) обеспечивает устойчивое движение по заданному пути \mathcal{P} .

III. АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ БПЛА

Рассмотрим кинематическую модель БПЛА 6 порядка, с согласованным поворотом, из работы [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= V \cos(\gamma) \cos(\psi), \\ \dot{y} &= V \cos(\gamma) \sin(\psi), \\ \dot{z} &= V \sin(\gamma), \\ \dot{\psi} &= \frac{g \tan(\phi)}{V}, \\ \dot{V} &= \omega_1, \\ \dot{\gamma} &= \omega_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где x, y, z пространственные координаты, V скорость, γ угол наклона траектории, ψ угол курса, ϕ угол крена. Управление

в этой модели реализуется изменением скорости, угла наклона траектории и угла крена. Сигналы управления ϕ , ω_1 and ω_2 . Пусть для системы (3) заданным является движение по траектории, которая определяется координатами x, y, z . Сделаем следующие допущения:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= V \cos(\gamma) \cos(\psi) =: u_x(x, t), \\ \dot{y} &= V \cos(\gamma) \sin(\psi) =: u_y(y, t), \\ \dot{z} &= V \sin(\gamma) =: u_z(z, t),\end{aligned}\quad (4)$$

где u_x, u_y, u_z виртуальные управления, такие, что система:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u_x(x, t), \\ \dot{y} &= u_y(y, t), \\ \dot{z} &= u_z(z, t),\end{aligned}\quad (5)$$

экспоненциально устойчивая. Выразим переменные V , γ и ψ через виртуальные управления u_x, u_y, u_z :

$$\begin{aligned}V &= \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}, \\ \gamma &= \arcsin\left(\frac{u_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}}\right), \\ \psi &= \operatorname{atan2}\left(\frac{u_y}{u_x}\right).\end{aligned}\quad (6)$$

Полученные выражения (6) являются 'идеальными' значениями, при которых выполняются соотношения для правых частей (4). Реальные значения V , γ , ψ будут отличаться от идеальных. Обозначим идеальные значения следующим образом: \bar{V} , $\bar{\gamma}$, $\bar{\psi}$.

Главный результат. Добиться стремления истинных значений к идеальным можно выбором следующих законов управления для ϕ , ω_1 и ω_2 :

$$\begin{aligned}\phi &= \operatorname{atan}\left(\frac{V}{g}\left(\dot{\psi} - k_\psi(\psi - \bar{\psi})\right)\right), \\ \omega_1 &= \dot{\bar{V}} - k_V(V - \bar{V}), \\ \omega_2 &= \dot{\bar{\gamma}} - k_\gamma(\gamma - \bar{\gamma}),\end{aligned}\quad (7)$$

где коэффициенты $k_\psi > 0$, $k_V > 0$, $k_\gamma > 0$ подбираются исходя из качества переходных процессов. Необходимые производные:

$$\begin{aligned}\dot{\psi} &= \frac{\dot{u}_y u_x - \dot{u}_x u_y}{u_x^2 + u_y^2}, \\ \dot{\bar{V}} &= \frac{\dot{u}_x u_x + \dot{u}_y u_y + \dot{u}_z u_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}}, \\ \dot{\bar{\gamma}} &= \frac{\dot{u}_z (u_x^2 + u_y^2) - u_z (\dot{u}_x u_x + \dot{u}_y u_y)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)}.\end{aligned}\quad (8)$$

Допустимая область, в фазовом пространстве уравнений БПЛА, в которой определены полученные выражения для законов управления, задается неравенствами:

$$\begin{aligned}u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 &\neq 0, \\ u_x^2 + u_y^2 &\neq 0.\end{aligned}$$

Учитывая физические ограничения, они эквивалентны условиям $V > 0$ и $|\gamma| < \pi/2$.

Таким образом, получена возможность использовать метод направляющих векторных полей для модели БПЛА (3). Для этого достаточно использовать управление (1), как виртуальное управление в системе (5).

IV. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Полученные алгоритмы управления были промоделированы в системе Matlab/Simulink для различных вариантов задания требуемого пути БПЛА.

A. Ограниченный путь в 3D

Пересечение двух цилиндрических поверхностей:

$$\begin{aligned}f_1(\xi) &= x^2 + (z - 1.5)^2 - 1, \\ f_2(\xi) &= y^2 + z^2 - 4.\end{aligned}$$

Виртуальные управления (5), полученные из (1), имеют вид:

$$\begin{aligned}u_x &= -2y(2z - 3) - 2k_1x\left((z - 1.5)^2 + x^2 - 1\right), \\ u_y &= -4xz - 2k_2y(y^2 + z^2 - 4), \\ u_z &= 4xy - 2k_2z(y^2 + z^2 - 4) - \dots \\ &\dots - k_1(2z - 3)\left((z - 1.5)^2 + x^2 - 1\right).\end{aligned}$$

Реальные сигналы управления вычисляются по выражениям (6),(7),(8). Все коэффициенты усиления алгоритмов выбирались равными 10.

Траектория движения БПЛА показана на рис. 1, а на рис. 2 показаны функции ошибок.

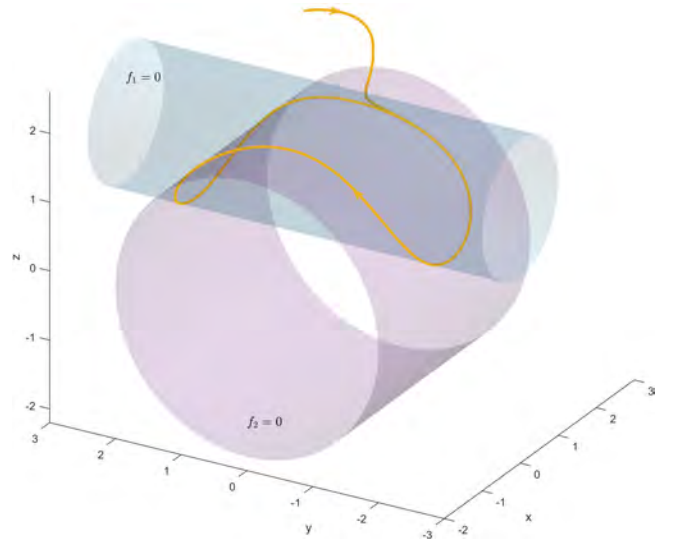


Рис. 1. Движение БПЛА по заданному ограниченному пути в 3D.

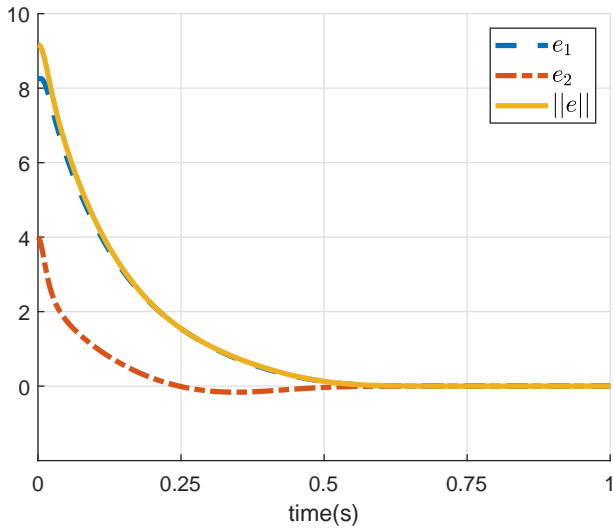


Рис. 2. Функции ошибок, при движении по заданному ограниченному пути.

B. Не ограниченный путь в 3D

Пересечение двух поверхностей:

$$f_1(\xi) = z - \cos(x),$$

$$f_2(\xi) = y - \sin(x).$$

Виртуальные управления (5), полученные из (1), имеют вид:

$$u_x = k_2 \cos(x) (y - \sin(x)) - k_1 \sin(x) (z - \cos(x)) - 1,$$

$$u_y = -\cos(x) - k_2 (y - \sin(x)),$$

$$u_z = \sin(x) - k_1 (z - \cos(x)).$$

Реальные сигналы управления вычисляются по выражениям (6),(7),(8). Все коэффициенты усиления алгоритмов выбирались равными 10.

Траектория движения БПЛА показана на рис. 3, а на рис. 4 показаны функции ошибок.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены алгоритмы управления, позволяющие реализовать движение БПЛА 6 порядка по заданному пути с помощью направляющих векторных полей. Результаты моделирования показали хорошую работоспособность выбранного подхода и алгоритмов управления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. Lawrence, E. Frew, and W. Pisano, "Lyapunov vector fields for autonomous uav flight control," in AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2007, p. 6317.
- [2] R. W. Beard and T. W. McLain, Small unmanned aircraft: Theory and practice. Princeton University Press, 2012.
- [3] D. R. Nelson, D. B. Barber, T. W. McLain and R. W. Beard, "Vector Field Path Following for Miniature Air Vehicles," in IEEE Transactions on Robotics, vol. 23, no. 3, pp. 519-529, June 2007, doi: 10.1109/TRO.2007.898976.
- [4] V. M. Gonçalves, L. C. A. Pimenta, C. A. Maia, B. C. O. Dutra, and G. A. S. Pereira, "Vector fields for robot navigation along time-varying curves in n-dimensions," IEEE Transactions on Robotics, vol. 26, no. 4, pp. 647-659, Aug 2010.

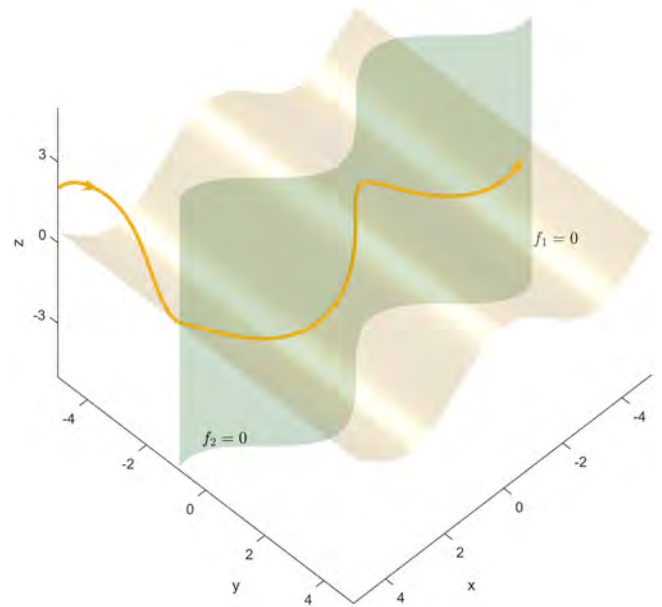


Рис. 3. Движение БПЛА по заданному не ограниченному пути в 3D.

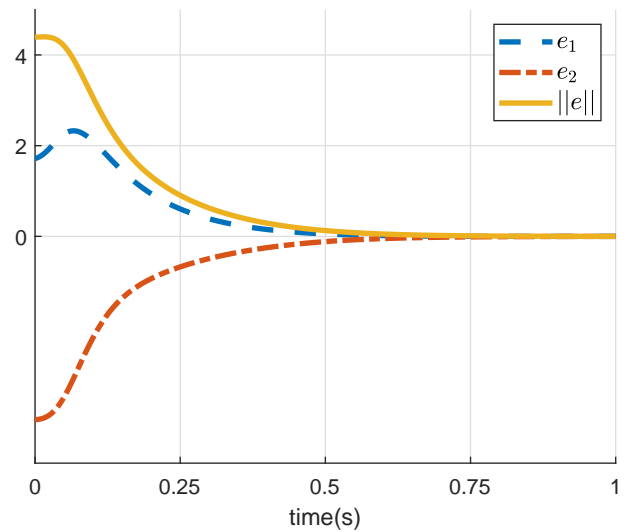


Рис. 4. Функции ошибок, при движении по заданному не ограниченному пути.

- [5] Yao, Weijia, and Cao, Ming. (2020). Path following control in 3D using a vector field. Automatica. 117. 108957. doi:10.1016/j.automatica.2020.108957.
- [6] Rezende, Adriano M. C. et al. "Robust Fixed-Wing UAV Guidance with Circulating Artificial Vector Fields." 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (2018): 5892-5899.

Наведение и управление космическим роботом при дополнительном выведении и сближении с информационным геостационарным спутником

Е.И. Сомов

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
e_somov@mail.ru

С.А. Бутырин

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
butyrinsa@mail.ru

С.Е. Сомов

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
s_somov@mail.ru

Аннотация—Рассматриваются методы наведения и управления космическим роботом при дополнительном выведении и сближении с геостационарным информационным спутником в условиях неопределенности.

Ключевые слова—геостационарный спутник, космический робот, выведение, сближение, наведение, управление.

I. ВВЕДЕНИЕ

Первые попытки создания низкоорбитальных спутниковых систем связи (Teledesic, Iridium, Globalstar) потерпели крах в начале 2000-х гг. в основном из-за экономических факторов. В настоящее время эта идея настойчиво навязывается в связи с возросшими требованиями к глобальности, скорости и объемам информационного обмена. В различных странах уже приступили к реализации таких систем, состоящих из сотен и даже тысяч мини-спутников связи на низких орбитах высотой от 500 до 1600 км, именно систем OneWeb (Великобритания), LeoSat, Boeing NGSO, StarLink (США), Telesat LEO (Канада), LinkSure Swarm (Китай) и др. Достойный ответ космической связи на основе геостационарных платформ противостоит этим вызовам. Такие платформы собираются на геостационарной орбите (ГСО) космическими роботами-манипуляторами (КРМ) из сменных и пополняемых компонентов, а затем регулярно обслуживаются КРМ в течение нескольких десятилетий.

В наших статьях [1–4] представлены основы стратегии выведения КРМ на ГСО по комбинированной схеме при его дополнительном выведении («довыведении») и многоэтапном сближении с геостационарным спутником с помощью плазменной электрореактивной двигательной установки (ЭДУ) и силового гироскопического кластера (СГК) на основе двухстепенных силовых гироскопов – гиродинов (ГД) по схеме 2-SPE, когда измерение координат пространственного движения КРМ выполняется бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС) с коррекцией сигналами от спутников GPS/ГЛОНАСС и звездных датчиков.

В данной статье этот подход развивается и исследуется модель движения КРМ как твердого тела, управляемого ЭДУ и СГК. Особенность управления движением КРМ состоит в малом ускорении, создаваемом ЭДУ, которое действует на длительных интервалах времени.

II. МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для описания пространственного движения КРМ применяются геоцентрическая инерциальная система координат (ИСК) $O_{\oplus}X^1Y^1Z^1$, обозначения $\{\cdot\} = \text{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \text{line}(\cdot)$, $(\cdot)^t, [\cdot \times], \langle \cdot, \cdot \rangle$ и \circ, \sim для векторов, матриц и кватернионов, $S_{\alpha} = \sin \alpha$, $C_{\alpha} = \cos \alpha$; $i = 1, 2, \dots, m \equiv 1 \div m$.

Используются орбитальные системы координат (ОСК) КРМ $O_r x^o y^o z^o$ с полюсом O_r и цели $O_t x_t^o y_t^o z_t^o$ с полюсом O_t . Предполагается, что вектор тяги \mathbf{P}^e плазменной ЭДУ направлен вдоль оси $O_r y$ связанной с КРМ системы координат (ССК) $O_r x y z$. Если считать КРМ твердым телом с массой m и тензором инерции \mathbf{J} , то при векторах расположения \mathbf{r}_r и скорости \mathbf{v}_r КРМ модель его движения в проекции на оси ССК имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r^* + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_r = \mathbf{v}_r; \quad m(\mathbf{v}_r^* + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r) = \mathbf{P}^e + \mathbf{F}^d; \\ \dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega} / 2; \quad \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} = \mathbf{M}^g + \mathbf{M}^e + \mathbf{M}^d. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь кватернион $\boldsymbol{\Lambda}$ представляет ориентацию КРМ в ИСК, вектор $\mathbf{G} = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$, где \mathbf{H} – вектор кинетического момента (КМ) СГК; векторы \mathbf{P}^e , \mathbf{M}^e и $\mathbf{M}^g = -\mathbf{H}^*$ представляют тягу ЭДУ, моменты ЭДУ и СГК; \mathbf{F}^d и \mathbf{T}^d – векторы внешних возмущающих сил и моментов, и используется символ $(\cdot)^*$ локальной производной.

Задача состоит в синтезе законов наведения и управления КРМ при его довыведении на ГСО и сближении с геостационарным спутником до дальности 500 м.

III. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ НАВЕДЕНИЕ РОБОТА

Пусть в начальный момент времени t_i в ИСК известны векторы расположения и скорости поступательного движения КРМ $\mathbf{r}_r(t_i)$, $\mathbf{v}_r(t_i)$ и цели $\mathbf{r}_t(t_i)$, $\mathbf{v}_t(t_i)$. При введении опорной круговой орбиты радиуса $r_r(t_i) = \text{const}$ в плоскости земного экватора удобно использовать цилиндрическую систему координат (ЦСК) [5]. Здесь координатами являются значения радиуса r и угла u ее отклонения от произвольного направления в плоскости опорной орбиты, а также боковое смещение

z по нормали к этой плоскости. Поступательное движение КРМ в ИСК определяется соотношениями

$$\mathbf{r}_r = \{r C_u, r S_u, z\}; \mathbf{v}_r = \{\dot{r} C_u - r S_u \dot{u}, \dot{r} S_u + r C_u \dot{u}, \dot{z}\}.$$

Пусть w^r, w^t и w^z представляют радиальную, трансверсальную и боковую компоненты вектора управляющего ускорения при движении КРМ, а μ – гравитационный параметр Земли. Движение КРМ при его сближении с целью в центральном гравитационном поле Земли на интервале времени $t \in [t_i, t_f]$ описывается уравнениями

$$\ddot{r} - r\dot{u}^2 + \mu/r^2 = w^r; r\ddot{u} + 2\dot{r}\dot{u} = w^t; \ddot{z} + \mu z/r^3 = w^z$$

при краевых условиях по орбитальным переменным:

$$\begin{aligned} v^r(t_i) &= \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^r \rangle, v^r(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^r \rangle; \\ v^t(t_i) &= \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^t \rangle, v^t(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^t \rangle; \\ v^z(t_i) &= \langle \mathbf{v}_r(t_i), \mathbf{e}_i^z \rangle, v^z(t_f) = \langle \mathbf{v}_r(t_f), \mathbf{e}_f^z \rangle; \\ u(t_i) &= \varphi_i, u(t_f) = \varphi_i + \arccos(\langle \mathbf{e}_i^r, \mathbf{e}_f^r \rangle), \end{aligned}$$

где орты \mathbf{e} с различными индексами вычисляются по соотношениям:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i^r &= \mathbf{r}_r(t_i)/r_r(t_i); \mathbf{e}_f^r = \mathbf{r}_r(t_f)/r_r(t_f); \\ \mathbf{e}_i^v &= \mathbf{v}_r(t_i)/v_r(t_i); \mathbf{e}_f^v = \mathbf{v}_r(t_f)/v_r(t_f); \mathbf{e}_i^z = \mathbf{e}_i^r \times \mathbf{e}_i^v, \\ \mathbf{e}_f^z &= \mathbf{e}_f^r \times \mathbf{e}_f^v; \mathbf{e}_i^t = \mathbf{e}_i^z \times \mathbf{e}_i^r, \mathbf{e}_f^t = \mathbf{e}_f^z \times \mathbf{e}_f^r. \end{aligned}$$

Здесь на основе известных аналитических соотношений [5] выполняется прогноз расположения $\mathbf{r}_r^p(t)$ и скорости $\mathbf{v}_r^p(t)$ цели на интервале $t \in [t_i, t_f]$ заданной длительности $T_m = t_f - t_i$ и расчет векторов $\mathbf{r}_r(t_f)$, $\mathbf{v}_r(t_f)$.

Закон позиционного наведения КРМ определяется векторами $\mathbf{r}_r^p(t)$, $\mathbf{v}_r^p(t)$ и ускорения $\mathbf{w}_r^p(t)$ в ИСК. Процессы довыведения КРМ на ГСО и сближения с целью описываются разностью между расположениями цели и КРМ $\Delta \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_r(t) - \mathbf{r}_r^p(t)$, а также разностью между их скоростями $\Delta \mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_r(t) - \mathbf{v}_r^p(t)$.

Закон углового наведения КРМ в ИСК определяется значениями кватерниона Λ^p , векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^p = \{\omega_i^p\}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^p = \{\varepsilon_i^p\}$ робота.

IV. ДИСКРЕТНЫЕ АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ

При довыведении КРМ на ГСО и сближении с геостационарным спутником до дальности 500 м применяются простейшие дискретные алгоритмы включения/выключения плазменной ЭДУ в моменты времени, которые формируются на борту КРМ по законам позиционного наведения с применением измерений БИНС.

Погрешность фактической ориентации КРМ определяется кватернионом $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p \circ \Lambda$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_i\}$ и вектором параметров Эйлера $\mathbf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$, которым соответствуют матрица $\mathbf{C}^e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$, где

$\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$, вектор модифицированных параметров Родрига $\boldsymbol{\sigma}^e = \{\sigma_i^e\} = \mathbf{e}/(1+e_0) = \mathbf{e}^e \operatorname{tg}(\Phi/4)$ с ортом \mathbf{e}^e оси Эйлера и углом Φ собственного поворота, а также вектор угловой погрешности $\delta \boldsymbol{\phi} = \{\delta \phi_i\} = \{4\sigma_i^e\}$.

В дискретном алгоритме цифрового управления ориентацией КРМ с периодом T_u сначала определяются векторы рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_k = -\delta \boldsymbol{\phi}_k$, $k \in N_0 \in [0, 1, 2, \dots]$ и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k$ для вычисления вектора потребного управляющего момента СГК \mathbf{M}_k^g в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{k+1} &= k_b^g \mathbf{g}_k + k_c^g \boldsymbol{\varepsilon}_k; \tilde{\mathbf{m}}_k = k_u^g (\mathbf{g}_k + k_p^g \boldsymbol{\varepsilon}_k); \\ \mathbf{M}_k^g &= \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^e \boldsymbol{\varepsilon}_k^p + [\mathbf{C}_k^e \boldsymbol{\omega}_k^p \times] \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k), \end{aligned} \quad (2)$$

где вектор $\mathbf{G}_k = \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$. Далее вектор \mathbf{M}_k^g распределяется между четырьмя ГД по аналитическим соотношениям [6, 7] с формированием вектора цифрового управления $\mathbf{u}_k^g(t) = \dot{\boldsymbol{\beta}}(t)$ при его фиксации $\forall t \in [t_k, t_{k+1}]$.

V. ДОВЫВЕДЕНИЕ КРМ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

Довыведение КРМ массой 3200 кг от геопереходной орбиты (ГПО) с перигеумом $r_\pi = 17371$ км (высота 11000 км) на ГСО с радиусом $r_g = 42164$ км (высота 35786 км) выполняется с помощью плазменной ЭДУ с тягой $P^e = 0.58$ Н и СГК как многошаговый переход КРМ на орбиту, близкую к ГСО.

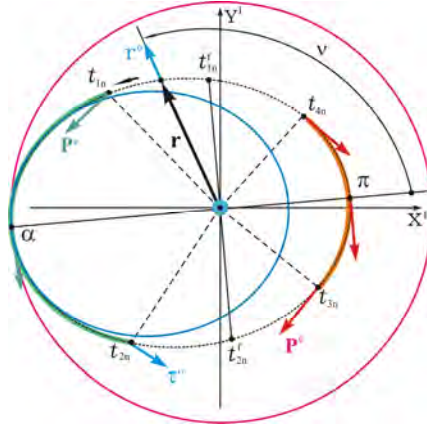


Рис. 1. Схема стратегии довыведения КРМ на ГСО

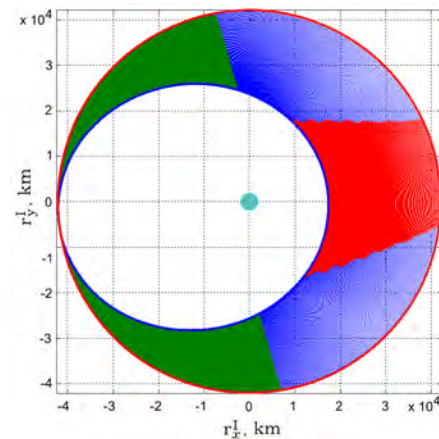


Рис. 2. Траектория до-выведения КРМ на ГСО

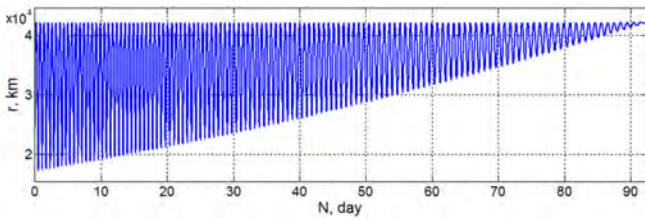


Рис. 3. Изменение радиуса орбиты КРМ в процессе доведения на геостационарную орбиту

Схема применяемой стратегии доведения КРМ на ГСО представлена на рис. 1, где достигнутая ГПО с долготой восходящего узла $\Omega = 95.6$ град, аргументом перигея $\omega_\pi = 270$ град, наклонением $i = -0.08333$ град, $r_\pi = 7371$ км, $r_\alpha = r_g$ (эксцентриситетом $e = 0.416445$) отмечена синим цветом, а ГСО – красным цветом.

Положение КРМ на текущей орбите определяется вектором $\mathbf{r}(t)$ с модулем $r(t) = p/(1 + e \cos v(t))$, где p представляет фокальный параметр орбиты, и углом истинной аномалии $v(t)$, см. рис. 1. Положения ортов радиали и трансверсали отмечены голубым цветом.

Виток орбиты с номером $n = 0$ выполняется при $t \in [t_{10}, t_{11})$, где $t_{10} = t_{10}^f, t_{11} = t_{11}^f$, моменты времени t_{1n}^f, t_{2n}^f определяются условиями $v(t_{1n}^f) = \pi/2$, $v(t_{2n}^f) = 3\pi/2$ и $r(t_{1n}^f) = r(t_{2n}^f) = p$. Далее аналитически определяются моменты времени $t_{20} = t_{20}^f, t_{30}, t_{40}$ и последующие моменты $t_{in}, i = 1 \div 4 \forall n > 0$, см. рис. 1.

Разработанная стратегия доведения КРМ на ГСО основана на следующих положениях:

- (i) вектор тяги \mathbf{P}^e плазменной ЭДУ всегда направлен вдоль текущего орта трансверсали $\boldsymbol{\tau}^o$ в окрестности апоцентра $\boldsymbol{\alpha}$ и противоположен этому орту вблизи перигея $\boldsymbol{\pi}$, рис. 1;
- (ii) на каждом n -м витке орбиты ЭДУ включается при ускорении поступательного движения КРМ (зеленая дуга) либо при его торможении (красная дуга), $n \in N_0$;
- (iii) для прогноза движения КРМ на n -м витке орбиты определяются моменты времени t_{1n}, t_{2n} с использованием измеряемых параметров $(n-1)$ -го витка орбиты, а моменты времени t_{3n}, t_{4n} вычисляются аналитически с обеспечением условия $r_{\alpha n} = r_g$ для апогея орбиты;
- (iv) доведение заканчивается при завершения n_* -го витка орбиты, когда $(n_* + 1)$ -й виток орбиты прогнозируется с разницей его большой полуоси относительно радиуса r_g , не превышающей заданного значения.

На рис. 2 приведена траектория перелета КРМ в проекции на плоскость $X^1O_\oplus Y^1$ ИСК от достигнутой эллиптической ГПО (синий цвет) до геостационарной орбиты

(красный цвет). Здесь зеленым цветом отмечены участки витков орбиты с ускорением КРМ для увеличения перигея его орбиты, красным цветом – участки с его замедлением для сохранения значения r_g апогея орбиты, а тонкими синими линиями показаны участки перемещения КРМ с выключенной плазменной ЭДУ. Изменение радиуса $r(t)$ орбиты при таком доведении КРМ на ГСО представлено на рис. 3.

Космический робот должен быть размещен не просто на «идеальной» ГСО, а в окрестности номинальной точки расположения (стояния) информационного спутника на его конкретной прогнозируемой орбите, близкой к ГСО. Поэтому на последних 6-7 витках доведения КРМ потребные направления векторов тяги плазменной ЭДУ и длительностей ее включения формируются с учетом как близости наклонений орбит КРМ и цели, так и расположения КРМ, удобного для его последующего сближения с геостационарным спутником – вслед за целью вдоль ее орбиты.

Если принять, что доведение КРМ в окрестность номинальной точки стояния цели на ее прогнозируемой орбите завершается с точностью ≈ 55 км, то при указанных данных получается продолжительность доведения 92.62 суток (см. рис. 3) с числом витков орбиты $n_* = 123$ и расходом топлива 197.32 кг.

VI. СБЛИЖЕНИЕ КРМ С ГЕОСТАЦИОНАРНЫМ СПУТНИКОМ

При синтезе закона наведения КРМ для его длительного перелета с малой электрической тягой необходимо тщательно учитывать влияние гравитационных полей Земли, Луны и Солнца.

В модифицированной стратегии сближения КРМ с целью на ГСО мы впервые применяем прогноз влияния возмущений от указанных гравитационных полей. Такой прогноз должен выполняться в бортовом компьютере КРМ, его результаты используются в синтезе закона наведения, который обеспечивает малые ошибки в реализации назначаемых краевых условий при завершении перелета КРМ с дальностью 500 м. Последующее сближение КРМ с целью на расстояние 50 м выполняется с помощью термokatалитической ЭДУ и SGK [2].

Мы исследовали перелет КРМ с массой $m = 3018$ кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}(3248, 2348, 3640)$ кг м² при сближении с целью в точке стояния 76 град восточной долготы ГСО от дальности 53.7 км на расстояние 500 м. При этих данных синтез закона наведения КРМ был выполнен с минимизацией затрат топлива плазменной ЭДУ при двух включениях ее тяги $P^e = 0.58$ Н.

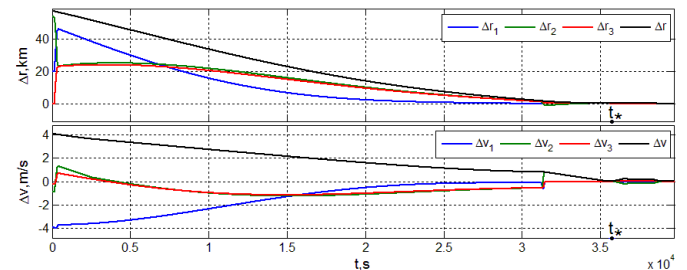


Рис. 4. Изменение расположения и скорости цели относительно КРМ в процессе его сближения с геостационарным спутником

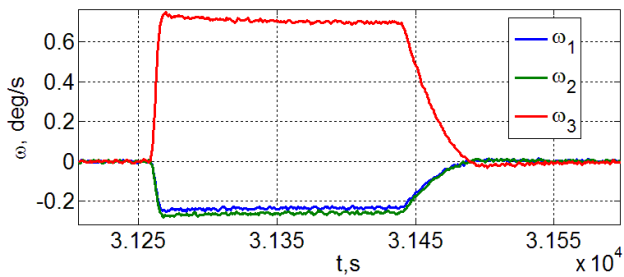


Рис. 5. Вектор угловой скорости КРМ при поворотном маневре

Компьютерный анализ динамики сближения КРМ с геостационарным спутником выполнялся для модели (1) при цифровом законе управления ориентацией (2) с периодом $T_u = 0.5$ с, когда КМ гиродина $h_g = 30$ Нмс. Изменения векторов расположения цели и разностей скоростей в ССК при сближении до дальности 50 м на полном интервале времени $t \in [0, 39732)$ с имитацией представлены рис. 4. Здесь время отсчитывается от условного значения $t = t_0 = 0$, цветом выделены координаты по рысканию (синий цвет, ось x), крену (зеленый, ось y) и тангажу (красный цвет, ось z), модули векторов отмечены черным цветом, а сближение на заданное расстояние 500 м завершается при $t = t_* = 35732$ с.

Будем считать, что $\forall t \in [0, 154)$ с КРМ стабилизируется в ОСК и на его борту выполняются обработка измерений БИНС, прогноз движения цели и синтез закона наведения КРМ для достижения дальности 500 м с удобным расположением. Далее следуют такие этапы сближения (см. рис. 4):

- (i) первый поворотный маневр (ПМ-1) робота длительностью 240 с, $\forall t \in [154, 394)$ с на угол 53.72 град;
- (ii) разгонный импульс тяги ЭДУ длительностью 2191 с, $\forall t \in [394, 2585)$ с при постоянной ориентации КРМ;
- (iii) свободный полет робота длительностью 28672 с, $\forall t \in [2585, 31257)$ с при регулярном наведении панелей солнечных батарей на Солнце;
- (iv) второй поворотный маневр (ПМ-2) робота длительностью 240 с, $\forall t \in [31257, 31497)$ с на угол 133.6 град, см. изменение вектора угловой скорости КРМ на рис. 5;

- (v) тормозной импульс тяги ЭДУ длительностью 3985 с, $\forall t \in [31497, 35482)$ с при постоянной ориентации КРМ;
- (vi) третий поворотный маневр (ПМ-3) робота длительностью 240 с, $\forall t \in [35482, 35722)$ с на угол 55.45 град;
- (vii) угловая стабилизация робота в ИСК длительностью 10 с, $\forall t \in [35722, 35732)$ с, что завершает подготовку КРМ для сближения с целью на расстоянии 50 м.

Здесь этапы (i), (vi) и (vii) являются вспомогательными, собственно орбитальный перелет КРМ длительностью 35088 с (9.75 час), $\forall t \in [394, 35482)$ с совершается на этапах (ii)–(v) с ошибками $\Delta r = 50.97$ м и $\Delta v = 0.03$ м/с выполнения заданных краевых условий при $t = 35482$ с.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко представлены методы наведения и управления движением космического робота при его дополнительном выведении и сближении с геостационарным спутником, а также численные результаты по эффективности разработанных алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Вывод на орбиту и сближение космического робота с геостационарным спутником // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 2. С. 90–98.
- [2] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е. Цифровое и широтно-импульсное управление космическим роботом при сближении с геостационарным спутником // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 5. С. 74–78.
- [3] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Somova, T., Nonlinear digital and pulse-width control at approaching a space robot with a geostationary satellite. *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*. 2020, vol. 11, no. 4, pp. 993–1001.
- [4] Starinova, O., Somov, Ye., Butyrin, S., Motion control of a space robot at launching and approaching a geostationary satellite. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, vol. 984, no. 012030, pp. 1–8.
- [5] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли, Москва: Наука, 1965.
- [6] Matrosov, V., Somov, Ye., Nonlinear problems of spacecraft fault tolerant control systems. *Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, vol. 12: *Advanced in Dynamics and Control*, S. Sivasundaram Ed., CRC Press / Taylor & Francis, 2004, pp. 309–331.
- [7] Сомов Е.И. Анализ сингулярных состояний и синтез явных законов настройки гироскопов кратных схем // Гироскопия и навигация. 2013. № 1(80). С. 134–148.

Поиск оптимальных по расходу топлива циклограмм включений двигателей для выполнения переориентаций крупногабаритных космических аппаратов

А.А. Прутько

Отдел динамики и программного обеспечения СУДН,
 ПАО «РКК «Энергия»
 г. Королёв, Московская область, Российская Федерация
aleksey.prutkol@rsce.ru

Аннотация—Рассматривается задача поиска оптимальных по расходу топлива циклограмм включений двигателей для управления ориентацией крупногабаритных космических аппаратов при выполнении пространственных разворотов на большие углы. Для формирования последовательности включений двигателей в работе предлагается применить псевдоспектральный мультиинтервальный метод Радау. Этот метод позволяет привести постановку задачи оптимального управления к задаче нелинейного математического программирования, которая может быть решена численно. Результаты моделирования показали значительную экономию топлива.

Ключевые слова—оптимальное управление, псевдоспектральный метод, управление угловым движением.

I. ВВЕДЕНИЕ

В работе представлены результаты разработки алгоритмов поиска оптимальных по расходу топлива циклограмм включений двигателей для выполнения разворотов крупногабаритных космических аппаратов (КА), таких как орбитальные пилотируемые станции (ОПС) [1, 2]. Любой пространственный разворот такой габаритной конструкции, какой является ОПС, невозможен без интенсивной работы реактивных двигателей ориентации и, как следствие, значительного расхода топлива. Экономия дорогостоящего топлива определяет актуальность решения задачи поиска оптимальных циклограмм включений двигателей переориентаций КА. В настоящей работе предлагается использовать мультиинтервальный псевдоспектральный метод Радау для решения задачи оптимального управления.

II. Постановка задачи и цель работы

Целью является поиск оптимальных циклограмм разворотов КА в орбитальной системе координат на большие углы. Так как на КА при движении по околоземной орбите действует момент гравитационных сил, предлагается использовать его для набора и гашения угловых скоростей вращения. При решении данной задачи будем рассматривать КА как твердое тело с постоянной матрицей тензора инерции.

Требуется найти управление и траекторию, минимизирующие функционал Φ , при следующих дифференциальных ограничениях, которыми являются кинематическое и динамическое уравнения, и начальных и конечных условиях:

$$\begin{aligned} \min \Phi &= \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^6 u_i dt, \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\mathbf{q} \circ \vec{\omega} - \vec{\omega}^{orb} \circ \mathbf{q} \right), \\ \dot{\vec{\omega}} &= \mathbf{J}^{-1} \left(-[\vec{\omega} \times \mathbf{J} \vec{\omega}] + \vec{\tau}^d + \mathbf{T}^{th} \cdot \vec{u} \right), \\ \mathbf{q}(t_0) &= \vec{q}_0, \mathbf{q}(t_f) = \vec{q}_f, \vec{\omega}(t_0) = \vec{\omega}_0, \vec{\omega}(t_f) = \vec{\omega}_f, \end{aligned}$$

где \mathbf{q} – кватернион ориентации КА относительно орбитальной системы координат; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости КА в связанной системе координат; $\vec{\omega}^{orb}$ – вектор угловой скорости вращения орбитальной системы координат вокруг Земли; \mathbf{J} – матрица тензора инерции КА; \mathbf{T}^{th} – матрица моментов сил размерности 6×3 , создаваемых реактивными двигателями; $\vec{\tau}^d$ – гравитационный момент сил; \vec{u} – 6-вектор управления реактивными двигателями; \vec{q}_i и $\vec{\omega}_i$ – начальные кватернион и угловая скорость; \vec{q}_f и $\vec{\omega}_f$ – конечные кватернион и угловая скорость; t_0 и t_f – времена начала и окончания маневра.

Матрица моментов сил и вектор управления задаются следующим образом:

$$\mathbf{T}^{th} = \begin{pmatrix} T_x^{+R} & T_x^{+Y} & T_x^{+P} & T_x^{-R} & T_x^{-Y} & T_x^{-P} \\ T_y^{+R} & T_y^{+Y} & T_y^{+P} & T_y^{-R} & T_y^{-Y} & T_y^{-P} \\ T_z^{+R} & T_z^{+Y} & T_z^{+P} & T_z^{-R} & T_z^{-Y} & T_z^{-P} \end{pmatrix},$$

$$\vec{u} = \left(u^{+R} \quad u^{+Y} \quad u^{+P} \quad u^{-R} \quad u^{-Y} \quad u^{-P} \right)^T.$$

Столбцы матрицы \mathbf{T}^{th} являются векторами моментов сил, создаваемых двигателями, по следующим каналам управления соответственно: +крен, +рысканье, +тангаж, –крен, –рысканье, –тангаж. А вектор \vec{u} задает тягу двигателей. Несмотря на релейную выходную характеристику двигателей ориентации, в рассмотренной постановке задачи примем допущение, что компоненты вектора управления – гладкие функции и ограничены значениями $[0, 1]$. Гравитационный момент задается по следующей формуле:

$$\bar{\tau}^d = 3\omega_{orb}^2 [\bar{\mathbf{j}} \times \mathbf{J}\bar{\mathbf{j}}],$$

где $\bar{\mathbf{j}}$ – вектор местной вертикали.

В предыдущей работе [2] рассматривалась задача с квадратичным функционалом, подынтегральной функцией которого был квадрат вектора управления. В этой работе будет использоваться линейный функционал. Физический смысл такого функционала заключается в том, что если его помножить на мгновенный массовый расход топлива, то получим расход топлива за весь разворот.

III. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задача оптимального управления в таком виде не имеет известного аналитического решения. Оптимизационная задача может быть решена численно с использованием псевдоспектральных [3] методов, которые дискретизируют функционал и дифференциальные ограничения в конечном наборе узловых точек. Таким образом, задача оптимального управления будет приведена к задаче нелинейного математического программирования (НЛП), которая может быть решена при помощи решателей подобных задач, например методом последовательного квадратичного программирования. В работе предлагается использовать псевдоспектральный метод Радау [4], при помощи которого задача НЛП была сформулирована следующим образом:

$$\begin{aligned} \min \Phi &= \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{c=1}^6 u_{ic} w_i, \\ \frac{2}{t_f - t_0} \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{D}_{ki} \mathbf{q}_i &= \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{q}_k \circ \bar{\omega}_k - \bar{\omega}_k^{orb} \circ \mathbf{q}_k), \\ \frac{2}{t_f - t_0} \sum_{i=1}^{N+1} \mathbf{D}_{ki} \bar{\omega}_i &= \mathbf{J}^{-1} \left(-[\bar{\omega}_k \times \mathbf{J}\bar{\omega}_k] + \bar{\tau}_k^d + \mathbf{T}_k^{th} \cdot \bar{\mathbf{u}} \right), \\ \mathbf{q}_1 &= \bar{\mathbf{q}}_0, \mathbf{q}_{N+1} = \bar{\mathbf{q}}_f, \bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_0, \bar{\omega}_{N+1} = \bar{\omega}_f, \end{aligned}$$

где w_i – весовые коэффициенты; \mathbf{D}_{ki} – матрица дифференцирования Радау размерности $N \times N+1$; N – количество точек коллокации; $k = 1, \dots, N$.

Если разбить исходный временной отрезок на несколько таким образом, чтобы каждый следующий отрезок начинался с крайней правой точки предыдущего, то особенность метода Радау позволяет в каждом из отрезков задать необходимое количество точек коллокации [3] для получения более точного решения, например во времена включений двигателей ориентации.

Исходный временной отрезок $s = [t_0, t_f]$ разделим на M отрезков разбиения $[s_{m-1}, s_m], m = 1, \dots, M$. Точки разбиения обозначим как $t_0 = s_0 < s_1 < \dots < s_m = t_f$. Пусть для каждого из отрезков $[s_{m-1}, s_m]$ выбрано N_m точек коллокации, причем точка $N_m + 1$ соответствует точке s_m . Матрицу дифференцирования Радау на каж-

дом из отрезков разбиения m обозначим \mathbf{D}_{mki} , а весовые коэффициенты для численного интегрирования функционала – w_{mi} . Индекс « mk » у параметров задачи будет обозначать k -ю точку на отрезке разбиения m . Тогда постановка задачи НЛП при использовании мультиинтервального псевдоспектрального метода Радау будет записана так:

$$\begin{aligned} \min \Phi &= \sum_{m=1}^M \frac{s_m - s_{m-1}}{2} \sum_{i=1}^{N_m+1} \sum_{c=1}^6 u_{ic} w_{mi}, \\ \frac{2}{s_m - s_{m-1}} \sum_{i=1}^{N_m+1} \mathbf{D}_{mki} \mathbf{q}_{mi} &= \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{q}_{mk} \circ \bar{\omega}_{mk} - \bar{\omega}_{mk}^{orb} \circ \mathbf{q}_{mk}), \\ \frac{2}{s_m - s_{m-1}} \sum_{i=1}^{N_m+1} \mathbf{D}_{mki} \bar{\omega}_{mi} &= \mathbf{J}^{-1} \left(-[\bar{\omega}_{mk} \times \mathbf{J}\bar{\omega}_{mk}] + \right. \\ &\quad \left. + \bar{\tau}_{mk}^d + \mathbf{T}_{mk}^{th} \cdot \bar{\mathbf{u}}_{mk} \right), \\ \mathbf{q}_1 &= \bar{\mathbf{q}}_0, \mathbf{q}_{N_m+1} = \bar{\mathbf{q}}_f, \\ \bar{\omega}_1 &= \bar{\omega}_0, \bar{\omega}_{N_m+1} = \bar{\omega}_f, \end{aligned}$$

где $m = 1, \dots, M, k = 1, \dots, N_m$ для каждого интервала m .

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Поставленная задача была решена известными решателями задач нелинейного программирования, использующими метод последовательного квадратичного программирования. На рис. 1 представлена траектория разворота по рысканью на 180° в углах Крылова в последовательности рысканье–тангаж–крен. Длительность маневра составляет 5390 с. На рис. 2 представлены графики компонент вектора управления для каждого из каналов управления, причем красными линиями представлены положительные направления включения двигателей, а синими линиями – отрицательные, взятые с отрицательным знаком для лучшего восприятия. При этом на остальных временных отрезках управление отсутствует.

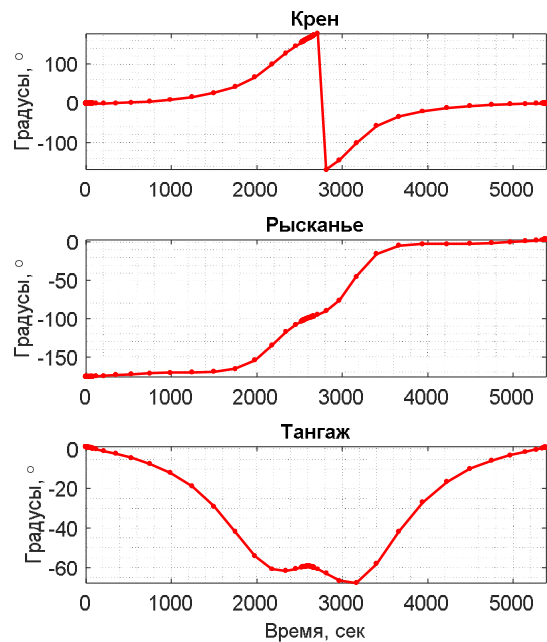


Рис. 1. График траектории разворота на 180° по рысканью

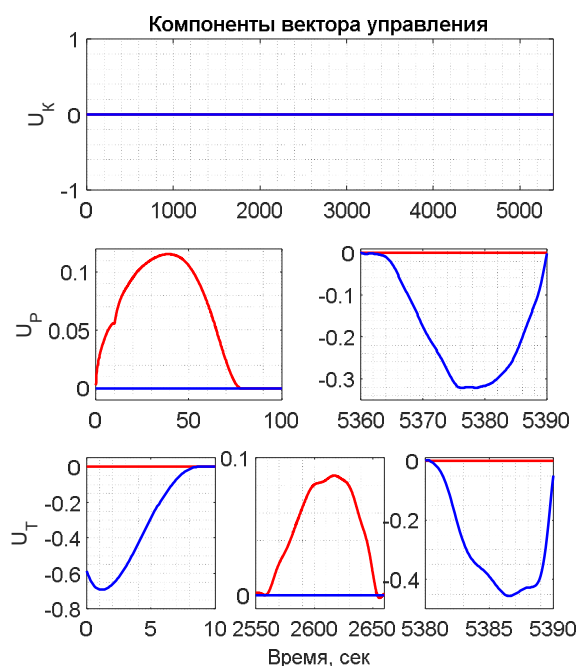


Рис. 2. Графики компонент вектора управления в течение разворота на 180° по рысканью

Как видно из рисунков, для выполнения оптимального маневра для рассмотренного КА достаточно пяти участков активной работы двигателей. Путем интегрирования компонент вектора управления на каждом из участков были получены длительности работы двигателей. С помощью выбора времен включений двигателей была получена итоговая циклограмма включений двигателей.

Результаты математического моделирования выполнения оптимального разворота без учета влияния моментов аэродинамических сил показали сокращение расхода топлива в ~ 10 раз по сравнению с разворотом вокруг оси эйлера поворота. Ошибка между конечной и необходимой ориентацией составила менее 5 градусов, а ошибка в угловой скорости лежит в пределах допустимых погрешностей.

Дополнительно было проведено статистическое моделирование при варьировании следующих параметров: начальной ориентации; начальной угловой скорости; компонент матрицы тензора инерции; тяг двигателей ориентации; коэффициентов аэродинамических моментов сил. Вариации задавались с равномерным распределением, при этом при варьировании одного параметра остальные задавались исходными значениями. Результаты статистического моделирования представлены на рис. 3. Слева представлена ошибка по углу между текущей ориентацией в течение разворота и необходимой ориентацией, а справа представлено отношение ошибки угловой скорости в течение разворота к орбитальной угловой скорости. Красной линией представлены результаты моделирования для исходного разворота, а синей линией представлены результаты моделирования при вариациях параметров.

Результаты статистического моделирования показали необходимость учета аэродинамических моментов сил [5] при синтезе циклограмм включений двигателей, а также необходимость точного задания начальных условий, а в особенности задание начальных ориентации и угловой скорости, для успешного выполнения оптимального разворота при управлении без обратной связи.

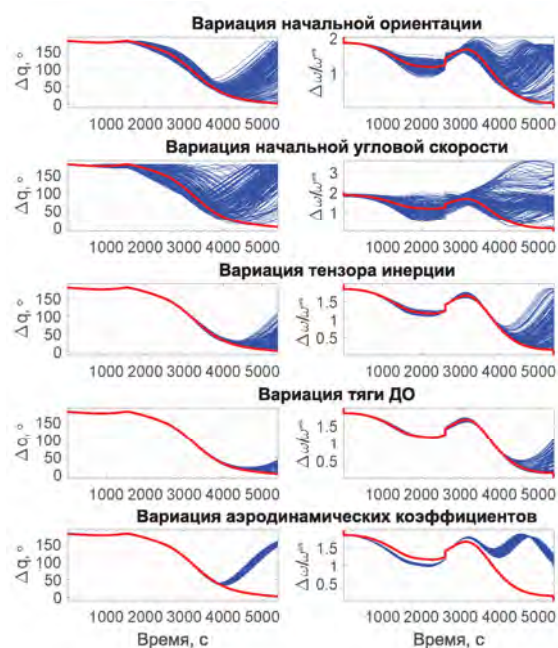


Рис. 3. Результаты статистического моделирования

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При помощи псевдоспектрального метода Радау задача оптимального управления ориентацией космического аппарата была сведена к задаче нелинейного математического программирования, которая успешно была решена при помощи известных решателей. Были получены циклограммы включений двигателей для проведения оптимальных маневров. Результаты математического моделирования показали значительную экономию топлива. Результаты статистического моделирования показали существенное влияние ошибок в задаваемых начальных параметрах на успешный исход выполнения разворота, а также влияние аэродинамики на динамику углового движения при управлении без обратной связи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Атрошенко С.Н., Платонов В.Н., Губарев Ф.В., Саратов А.А. Оптимальный по расходу топлива алгоритм разворота МКС с помощью реактивных двигателей с учетом ограничений по нагрузкам на конструкцию // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 4. С. 118–138. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-4-118-138.
- [2] Прутько А.А., Атрошенко С.Н., Богачев А.В., Старченко А.Е. Использование псевдоспектрального метода для поиска траекторий оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции // Космическая техника и технологии. 2019. № 4. С. 121–133.
- [3] Shen, J., Tang, T., Wang, L., Spectral Methods: Algorithms, Analysis and Applications, Springer Berlin Heidelberg, 2011 (Springer Series in Computational Mathematics).
- [4] Garg, D., Patterson, M.A., Hager, W.W., Rao, A.V., Benson, D.A., and Huntington, G.T., An Overview of Three Pseudospectral Methods for the Numerical Solution of Optimal Control Problems // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Pittsburgh, PA, August 10–13, 2009.
- [5] Атрошенко С.Н., Прутько А.А., Крылов А.Н., Крылов Н.А., Губарев Ф.В., Моделирование сил и моментов сил набегающего потока атмосферы в целях верификации динамических режимов системы управления движением и навигации МКС и синтеза оптимального управления // Космическая техника и технологии. 2017. № 4(19). С. 72–88.

■ ЗАСЕДАНИЕ II – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ■

Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных

В.С. Вязьмин
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
v.vyazmin@navlab.ru

А.А. Голован
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
aagolovan@yandex.ru

Ю.В. Болотин
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
ybolotin@yandex.ru

Аннотация—Представлены результаты разработки алгоритмов бескарданной аэрогравиметрии и их проверки на экспериментальных данных типового аэрогравиметрического полета, выполненного Датским техническим университетом в 2019 г. с аэрогравиметром iMAR. Разработанные алгоритмы охватывают все этапы постобработки аэрогравиметрических данных: решение задач спутниковой навигации, начальной и конечной выставок БИНС гравиметра, интеграции БИНС–СНС, оценивания силы тяжести. Последний этап рассмотрен в двух постановках – скалярной (оценивание вертикальной компоненты силы тяжести) и векторной (оценивание всех трех компонент). Решение скалярной задачи сведено к калмановской фильтрации и сглаживанию. По результатам обработки точность оценивания вертикальной компоненты составила 1.1 мГал при частоте среза фильтра 1/100 Гц (среднеквадратическое значение невязок в точках пересечения галсов). Решение задачи векторной аэрогравиметрии сведено к фильтру Калмана в информационной форме. Точность оценок горизонтальных компонент (характеризующих отклонение отвесной линии) оценена сравнением с данными EGM08 и составила 2 мГал (СКО), что является обнадеживающим результатом для векторной аэрогравиметрии.

Ключевые слова—бескарданная аэрогравиметрия, вектор силы тяжести, БИНС, фильтр Калмана.

I. ВВЕДЕНИЕ

Аэрогравиметрия на основе бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС) является в настоящее время одним из основных трендов развития аэрогравиметрии [1]. Это объясняется рядом преимуществ бескарданных аэрогравиметров перед традиционными платформенными – компактным размером, малым энергопотреблением, меньшей стоимостью, а также потенциальной возможностью измерять все три компонента вектора силы тяжести (векторная аэрогравиметрия). В последние годы в мире были сделаны определенные успехи

как в развитии аппаратной части бескарданных аэрогравиметров (повышение точности инерциальных датчиков, использование систем термостагирования, как, например, было реализовано компанией iMAR, Германия), так и в построении алгоритмов постобработки [2–5]. Достигнутые в данных работах точности оценивания аномалий силы тяжести весьма оптимистичны и, как показано, например, в [3], близки к результатам платформенной аэрогравиметрии с гравиметром Ла Коста и Ромберга (результаты более ранних аналогичных исследований представлены, например, в [6]).

Разработкой и совершенствованием алгоритмов бескарданной (как скалярной, так и векторной) и платформенной аэрогравиметрии в настоящее время занимаются несколько научных групп в мире. К ним относятся зарубежные научные коллективы Технического университета Дармштадта, Датского технического университета, компании Sander Geophysics Ltd. (Канада), Главного управления картографии Турции, Национального университета оборонных технологий (Китай) и другие, а также российские научные коллективы АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» и Лаборатории управления и навигации МГУ им. М.В. Ломоносова. Последняя разработала программное обеспечение для гравиметров GT1A/GT2A компании «Гравиметрические технологии» [7–9], а в 2010 г. приняла участие в испытаниях прототипа бескарданного аэрогравиметра GTX [10] разработки этой же компании. В 2020 г. Лаборатория провела постобработку экспериментальных данных бескарданного аэрогравиметра iMAR (основанного на БИНС навигационного класса точности), которые были любезно предоставлены ей Датским техническим университетом (профессором Рене Форсбергом). Настоящий доклад посвящен результатам выполненной постобработки данных iMAR.

При рассмотрении задачи бескарданной аэрогравиметрии, заключающейся в определении компонент векто-

ра силы тяжести (одной вертикальной в скалярном случае или всех трех в векторном случае), нами выделяются следующие основные составляющие: математические модели спутниковой навигации, начальной и конечной выставок, интеграции БИНС и спутниковых навигационных систем (СНС), модели поля силы тяжести. Предложенные в данной работе алгоритмы учитывают все указанные составляющие и охватывают, таким образом, все этапы постобработки измерений бескарданной аэрогравиметрии. Особенностью предложенных алгоритмов, отличающей их от известных в литературе [2–5], является декомпозированная схема интеграции данных БИНС и СНС (отдельно рассматриваются горизонтальные и вертикальный каналы). Другой особенностью является форма уравнений ошибок БИНС, основанная на использовании вместо общепринятых (полных) ошибок координат и скоростей их представление в виде суммы так называемых кинематической и динамической ошибок [11].

В гравиметрической части (последний этап постобработки) нами рассматриваются отдельно задачи скалярной и векторной аэрогравиметрии при условии решенной задачи интеграции БИНС–СНС для горизонтальных каналов. Предложенный алгоритм решения задачи скалярной бескарданной аэрогравиметрии основан на традиционном представлении вертикальной компоненты вектора силы тяжести во времени (в виде стационарного случайного процесса) и сведении задачи к калмановской фильтрации и сглаживанию. Решение задачи векторной аэрогравиметрии основано на представлении поля силы тяжести в пространстве (локальная гармоническая модель в районе аэрогравиметрического полета) и фильтре Калмана в информационной форме. Выбор пространственной модели поля (вместо моделей во времени) вызван сложностью решаемой задачи, состоящей в наблюдаемости горизонтальных компонент вектора силы тяжести (уклонений отвесной линии) в комбинации с систематическими ошибками БИНС (угловыми ошибками, смещениями нулей датчиков и др.) [13]. Для отделения полезного сигнала от указанных ошибок в алгоритме используется априорная информация о пространственных свойствах поля (зависимость значений на соседних галсах полета, гармоничность во внешнем пространстве). Результаты теоретического анализа точности данного подхода и его проверки на модельных данных оптимистичны и представлены в [12, 14].

Предложенные в работе алгоритмы были проверены на данных аэрогравиметрического полета, выполненного с гравиметром iMAR Датским техническим университетом в 2019 г. над акваторией Дании. Данные включали первичные спутниковые измерения бортового приемника и наземной базовой станции (кодовые, доплеровские, фазовые), измерения инерциальных датчиков гравиметра и опорное значение силы тяжести на аэродроме. В докладе представлены характеристики точности БИНС гравиметра в полете и точности спутникового навигационного решения. Приведены результаты определения компонент вектора силы тяжести и оценки точности на основе анализа невязок в точках пересечения галсов и сравнения с данными глобальной модели гравитационного поля Земли.

II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНТЕГРАЦИИ БИНС-СНС

В разделе рассматриваются математические модели каждого из этапов построенной методики постобработки

данных бескарданной аэрогравиметрии и обсуждаются элементы разработанных алгоритмов.

A. Модели спутниковой навигации

В данной работе решение задачи спутниковой навигации включает в себя вычисление координат и скоростей антенны бортового приемника СНС на основе комплексной обработки первичных измерений (многочастотных кодовых, доплеровских, фазовых) бортового приемника и наземных базовых станций (см. раздел 2.2 в [1]). Особенность разработанных алгоритмов заключается в их предназначении специально для задачи аэрогравиметрии за счет, во-первых, доступности режима постобработки, во-вторых, тщательного контроля сбоев первичных спутниковых измерений и, в-третьих, сделанного акцента на получении прежде всего высокоточных скоростных решений [15]. Опыт работы над программно-математическим обеспечением постобработки гравиметров GT1A/GT2A показал, что указанные особенности алгоритмов являются для задачи аэрогравиметрии принципиальными, что не всегда обеспечивается часто используемыми универсальными коммерческими программами (например, компании NovAtel Waypoint).

B. Начальная и конечная выставки БИНС гравиметра

На начальной выставке определяется начальная ориентация приборного трехгранника БИНС по измерениям инерциальных датчиков на стоянке летательного аппарата (самолета) на аэродроме. Здесь следует отметить, что задача решается в условиях ветровых воздействий на корпус самолета, воздействий от запуска и работы двигателей, возмущений, вызванных регламентными работами экипажа на борту самолета и т. п. Знание начальной ориентации БИНС гравиметра и применение отдельного алгоритма сглаживания показаний акселерометров при выставке [16] позволяет также определить постоянное смещение нулевого сигнала вертикального акселерометра гравиметра при условии известного наземного значения силы тяжести на аэродроме. После приземления самолета реализуется этап конечной выставки БИНС с целью определения и компенсации линейного дрейфа вертикального акселерометра за время полета.

C. Модели интеграции БИНС и СНС

Опорными моделями бескарданной аэрогравиметрии являются уравнения автономного инерциального счисления БИНС, записанные в проекциях на оси географического трехгранника M_x (где M – приведенный центр блока акселерометров) с той или иной ориентацией в азимуте (географическая координатная сетка, относительно либо абсолютно свободная ориентация в азимуте; последние не имеют особенностей при навигации в полярных районах [11]); уравнения ошибок горизонтальных и вертикальных каналов БИНС, а также модели инструментальных погрешностей инерциальных датчиков.

Уравнения ошибок БИНС детально изложены в [11], а также, например, в [17]. Здесь лишь отметим, что построение уравнений основано на введении вектора малого поворота β_x для описания взаимной ориентации модельного (вычисленного) географического трехгранника и так называемой виртуальной гироскопической платформы (квази-приборного трехгранника), а также введении вектора динамических ошибок скорости – разности модельной

(полученной счислением) скорости и истинной, спроектированной на оси виртуальной гиросплатформы.

Для описания инструментальных погрешностей акселерометров и гироскопов в приборном трехграннике Mz ($\Delta \mathbf{f}_z$ и \mathbf{v}_z соответственно) в работе приняты модели:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{f}_z &= \mathbf{b}_f + \mathbf{q}_f, & \mathbf{v}_z &= \mathbf{b}_v + \mathbf{q}_v, \\ \dot{\mathbf{b}}_f &= 0, & \dot{\mathbf{b}}_v &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{b}_f , \mathbf{b}_v – 3×1 -векторы смещений нулевых сигналов акселерометров и гироскопов соответственно, \mathbf{q}_f , \mathbf{q}_v – центрированные белые шумы с известными интенсивностями.

Уравнения ошибок БИНС дополняются уравнениями корректирующих измерений, образуемых в виде разности модельных (полученных инерциальным счислением БИНС) координат и скоростей и позиционных и скоростных решений СНС, и приводятся в [11, 17].

При интеграции БИНС–СНС мы рассматриваем только уравнения для горизонтальных каналов и в правых частях соответствующих уравнений ошибок игнорируем горизонтальные компоненты вектора возмущения силы тяжести. Таким образом, фазовый вектор уравнений ошибок БИНС имеет размерность 16 и включает следующие неизвестные:

$$\Delta \lambda, \Delta \varphi, \delta v_1, \delta v_2, \beta_x, \mathbf{b}_f, \mathbf{b}_v, \quad (2)$$

где $\Delta \lambda$, $\Delta \varphi$ – погрешности географической долготы и широты соответственно, δv_1 , δv_2 – динамические ошибки относительной скорости, β_x – вектор кинематической ошибки БИНС (вектор малого поворота). Здесь для простоты изложения пренебрегли параметрами смещения антенны бортового приемника СНС относительно БИНС, а также ошибками из-за возможной рассинхронизации данных БИНС и СНС (см. по этому вопросу [18]).

Ставя стандартную линейную задачу оптимального стохастического оценивания и решая ее при помощи фильтра Калмана и сглаживания, определим оценку вектора состояния (2) в каждый момент времени. Таким образом, конечным результатом данного этапа постобработки являются оценки углов курса, крена и тангажа приборного трехгранника БИНС и смещений нулевых сигналов инерциальных датчиков.

D. Оценивание аномалии силы тяжести

В гравиметрической части (заключительном этапе постобработки) решается задача определения вертикальной компоненты вектора силы тяжести (аномалии) вдоль траектории полета летательного аппарата. По аналогии с платформенной [9] в бескарданной аэрогравиметрии мы рассматриваем только уравнение для вертикального канала, предполагая выполненными все предыдущие этапы постобработки.

Выпишем опорное уравнение для вертикального канала:

$$\dot{v}_{up} = g_{ev} - \gamma - \delta g_{up} + L_3^T \mathbf{f}_z, \quad (3)$$

где v_{up} – истинная вертикальная скорость точки M , g_{ev} – поправка Этвеша, вычисляемая по СНС, γ – вертикаль-

ная составляющая вектора нормальной силы тяжести (вычисляется по СНС), δg_{up} – искомая аномалия силы тяжести, \mathbf{f}_z – 3×1 -вектор удельной внешней силы в проекциях на оси приборного трехгранника Mz (измеряется акселерометрами БИНС), L_3 – 3-й столбец матрицы перехода от географического трехгранника Mx к приборному Mz .

Уравнения ошибок вертикального канала бескарданной аэрогравиметрии строятся по аналогии с уравнениями платформенной аэрогравиметрии, рассмотренными в [8–9]. В состав фазового вектора включаются следующие переменные:

- ошибка вертикальной скорости, определяемая как разность модельной вертикальной скорости (полученной решением уравнения (3) с подстановкой в него измерений и без учета аномалии) и истинной вертикальной скорости;
- остаточные горизонтальные угловые ошибки, вызванные возможной неточностью определения ориентации приборного трехгранника на этапе интеграции БИНС–СНС, предполагаются интегралами от белого шума;
- 3×1 -вектор остаточных смещений нулей акселерометров и поправка масштабного коэффициента вертикального акселерометра, полагаемые интегралами от белого шума.

Модель корректирующих измерений строится на основе разности модельной вертикальной скорости и вертикальной скорости СНС и приведена в [9].

Для замыкания уравнений ошибок введем модель аномалии силы тяжести во времени – в виде двойного интеграла от белого шума заданной интенсивности:

$$\delta \ddot{g}_{up} = q_g. \quad (4)$$

Далее ставится задача оптимального стохастического оценивания (решение определяется фильтром Калмана и сглаживанием).

III. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЕКТОРНОЙ АЭРОГРАВИМЕТРИИ

В разделе рассматривается подход к определению всех трех компонент вектора силы тяжести на основе априорной модели поля силы тяжести *в пространстве*. Отметим, что введение априорных моделей *во времени* (например, (4)) для каждой из компонент в данной задаче не позволяет в достаточной степени отделить оценки горизонтальных компонент вектора силы тяжести от систематических ошибок БИНС [12–14]. В данной работе вводится априорная (локальная) модель поля силы тяжести в пространстве, которая учитывает информацию о пространственных свойствах поля в районе съемки (зависимость значений на соседних галсах, гармоничность возмущающего потенциала во внешнем пространстве) [12].

Исходным является уравнение (3), в котором под величиной γ в данном разделе понимается абсолютное значение вектора референционной модели силы тяжести, задаваемой данными глобальной (спутниковой) модели гравитационного поля низкого разрешения (например, [19]). Привлечение глобальной модели позволяет учесть информацию о длинноволновых составляющих поля, необ-

ходимую при его локальном определении (влияние «дальних зон») [20, 21].

Локальная модель поля основана на представлении (остаточного) возмущающего потенциала T в районе полета в виде линейной комбинации гармонических сферических скейлинг-функций Абеля–Пуассона Φ_j и подробно обсуждается в [12, 20]. Остаточная аномалия силы тяжести (разность вертикальных компонент реальной и референцной силы тяжести) выражается в виде

$$\delta g_{up}(\mathbf{r}(t)) = -\frac{\partial T(\mathbf{r}(t))}{\partial r} = -\sum_{i=1}^N a_i \frac{\partial \Phi_j(\mathbf{r}(t), \mathbf{y}_i)}{\partial r}, \quad (5)$$

где a_i – неизвестные коэффициенты параметризации потенциала, N – число коэффициентов параметризации в районе полета летательного аппарата, $\Phi_j(\mathbf{r}, \mathbf{y}_i)$ – скейлинг-функция Абеля–Пуассона уровня детализации j с центром в точке \mathbf{y}_i (узел равномерной сетки на нижележащей референц-сфере) (рис. 1), r – длина радиус-вектора \mathbf{r} . Коэффициенты a_1, \dots, a_N предполагаются постоянными в течение полета:

$$\dot{a}_i = 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Дополнив уравнения ошибок вертикального канала уравнениями (5)–(6) (вместо (4)) получим замкнутую систему, для которой может быть поставлена задача оптимального стохастического оценивания. Решение задачи определяется фильтром Калмана, при этом используется информационная форма фильтра [22] из-за плохой обусловленности задачи (область параметризации шире области, на которой доступны измерения, см. рис. 1) [12]. На последнем шаге рекурсии фильтра обращается информационная матрица и вычисляется оценка вектора состояния (оценки коэффициентов a_1, \dots, a_N). При обращении информационной матрицы используется регуляризация, так как матрица является вырожденной (подробнее см. [12]).

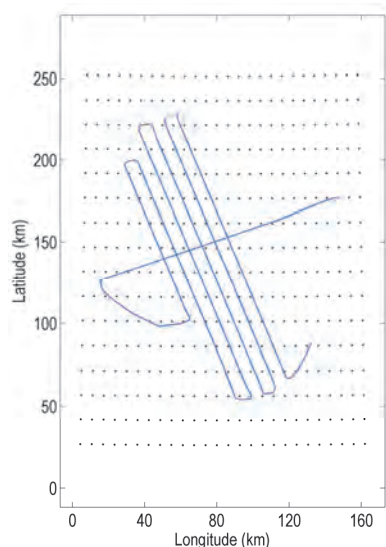


Рис. 1. Участок траектории полета на плоскости долгота-широта и центры скейлинг-функций в области параметризации потенциала

По найденным оценкам коэффициентов параметризации потенциала вычисляются оценки горизонтальных

компонент вектора силы тяжести на основе стандартных формул (дифференцированием потенциала) [23].

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Ниже представлены результаты обработки данных аэрогравиметрического полета, выполненного Датским техническим университетом в 2019 г. над акваторией Данни (южная часть пролива Каттегат) с бескарданным аэрогравиметром iMAR (модель iNAT-RQH-4001). Траектория полета самолета включала 6 галсов север–юг на постоянной высоте 1260 м над референц-эллипсоидом (WGS-84) и один секущий галс восток–запад (рис. 2). Расстояние между соседними параллельными галсами – 7.5 км, длина – от 90 до 160 км. Средняя скорость самолета на галсах – 62 м/с. Общая продолжительность полета – 8 ч. Использовались два приемника СНС Javad – бортовой и наземный (базовый), установленный на аэродроме Роскилле. Максимальная длина базовой линии – 150 км.

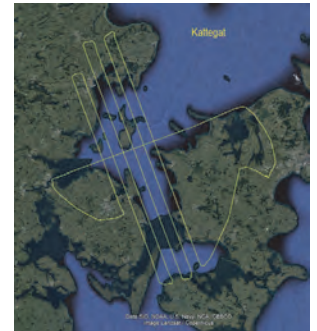


Рис. 2. Траектория аэрогравиметрического полета

Данные, переданные Лаборатории управления и навигации МГУ, включали первичные измерения СНС на частоте 1 Гц, измерения акселерометров и гироскопов БИНС гравиметра (синхронизованные с данными СНС) на частоте 300 Гц, параметры смещения антенны бортового приемника СНС относительно гравиметра, а также истинное значение силы тяжести на аэродроме. Проведенная постобработка данных включала следующие этапы:

- 1) определение координат и скоростей антенны бортового приемника СНС в фазово-дифференциальном режиме;
- 2) определение начальной и конечной ориентации БИНС гравиметра (начальная и конечная выставки);
- 3) определение смещения нулевого сигнала вертикального акселерометра на пред- и послеполетной стоянках самолета (начальная и конечная выставки БИНС). Компенсация линейного тренда в измерениях вертикального акселерометра;
- 4) интеграция БИНС–СНС (для горизонтальных каналов);
- 5) вычисление модельной вертикальной скорости;
- 6) оценивание аномалии на основе модели силы тяжести во времени (4);
- 7) оценивание вектора силы тяжести на основе модели силы тяжести в пространстве (5).

Ниже обсуждаются характеристики точности спутникового решения, автономного инерциального навигационного решения, интегрированного решения БИНС–СНС, результатов оценивания компонент вектора силы тяжести двумя алгоритмами – на основе модели во времени (4) и модели в пространстве (5).

А. Характеристики точности спутникового решения

Спутниковое навигационное решение (координаты, скорости GPS) было рассчитано по первичным измерениям приемников в фазово-дифференциальном режиме на частотах L1, L2 алгоритмами Лаборатории управления и навигации МГУ. Характеристики скоростного решения СНС на стоянках самолета приведены в табл. 1. Среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок позиционного решения (координат и высоты) на стоянках самолета равны 0.5 м для координат и 0.8 м для высоты. Количество спутников GPS в дифференциальном решении в течение полета составляло от 5 (на последнем галсе) до 11, среднее значение – 8.

ТАБЛИЦА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ СКОРОСТНОГО РЕШЕНИЯ СНС НА НАЧАЛЬНОЙ СТОЯНКЕ САМОЛЕТА

Компоненты скорости СНС	Статистика	
	Среднее [мм/с]	СКО [мм/с]
Восточная	-0.1	1.0
Северная	-0.1	1.0
Вертикальная	0.0	2.0

В. Автономное инерциальное навигационное решение

Подробный анализ погрешностей инерциальных датчиков гравиметра представлен, например, в [3]. По измерениям датчиков на начальной стоянке и известным координатам опорной точки были вычислены начальные углы курса, крена и тангажа БИНС гравиметра. Использовался алгоритм начальной выставки на качающемся основании [16] (запись датчиков выполнена при включенных двигателях самолета). Далее рассчитаны координаты, скорости и углы ориентации гравиметра на основе автономного инерциального счисления БИНС. На рис. 3–4 представлены ошибки координат и скорости БИНС за время полета (в качестве эталона использовались вычисленные координаты и скорости СНС). Результаты свидетельствуют как о классе точности БИНС (одна миля в ошибках координат накапливается за два часа), так и о хорошей точности начальной выставки.

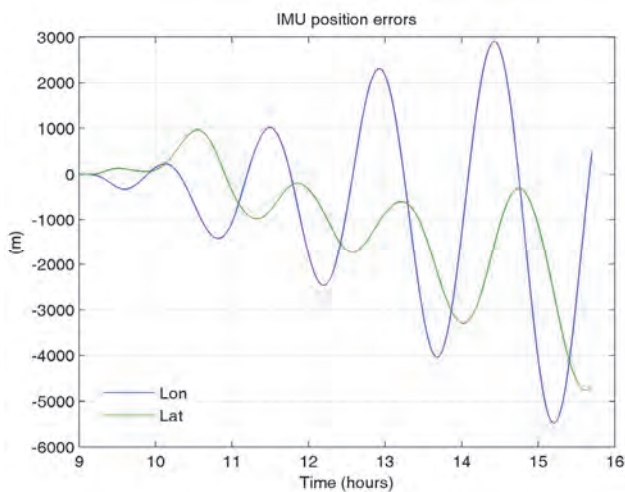


Рис. 3. Ошибки координат автономного инерциального навигационного решения: широта (зеленая линия) и долгота (синяя линия), [м]

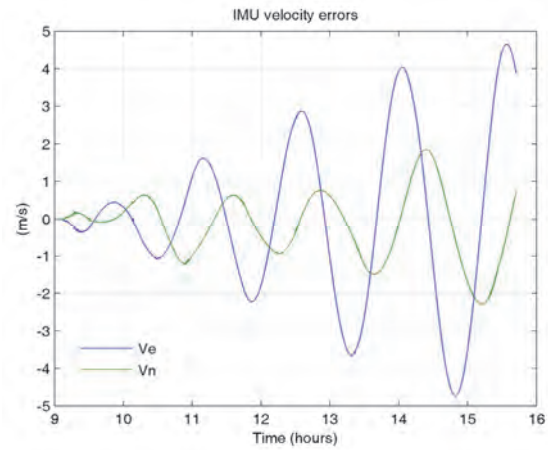


Рис. 4. Ошибки скорости автономного инерциального навигационного решения: восточная (синяя линия) и северная компоненты (зеленая линия), [м/с]

С. Интегрированное навигационное решение

Интеграция данных БИНС и СНС выполнена для горизонтальных каналов в режиме оценивания (разомкнутый вариант интеграции). Вариант интеграции с введением в инерциальное счисление обратных связей не требовался благодаря хорошей точности автономного навигационного решения. Результатом интеграции БИНС–СНС являются вычисленные оценки углов курса, крена и тангажа БИНС и оценки смещений нулей инерциальных датчиков. Настройки фильтра Калмана (начальная матрица ковариаций и СКО шумов в системе) приведены в табл. 2.

На рис. 5 представлены оценки угловых ошибок построения вертикали виртуальной гироскопической платформы (отсчитываемые в опорном географическом трехграннике) и азимутальной ошибки виртуальной гироскопической платформы, отсчитываемой относительно вычисленного географического трехгранника. Величины оценок всех трех угловых ошибок не превосходят 3 угл. мин. на всем полете.

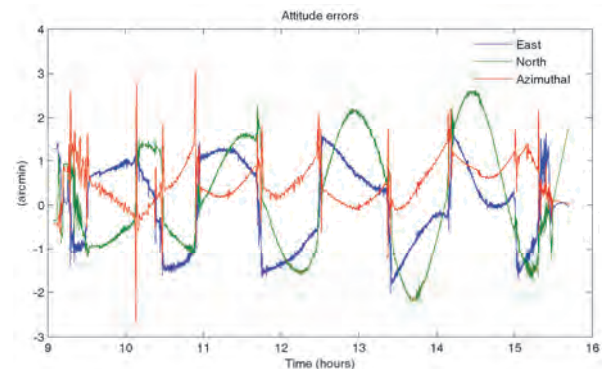


Рис. 5. Оценки угловых ошибок (результат интеграции БИНС–СНС): горизонтальные ошибки построения вертикали виртуальной гироскопической платформы (синяя и зеленая линии) и азимутальная ошибка (красная линия), [угл. мин]

Д. Оценивание аномалии силы тяжести на основе априорной модели во времени

Перед вычислением аномалии был оценен и скомпенсирован линейный тренд в показаниях вертикального акселерометра. Тренд был рассчитан по оценкам смещений нуля вертикального акселерометра, определенным алгоритмом начальной и конечной выставки по

измерениям на стоянках до и после полета, и составил +0.054 мГал/ч. Суммарный тренд за время полета составил +0.36 мГал.

Далее была вычислена модельная вертикальная скорость с использованием формулы Сомильяны (с поправкой за высоту) для расчета нормальной силы тяжести [22]. Затем при помощи фильтра Калмана была оценена аномалия силы тяжести на траектории полета на основе модели во времени (4). Оценки аномалии на галсах для фильтра с частотой среза 1/100 Гц приведены на рис. 6.

Статистика для невязок аномалии по пересечениям галсов приведена в табл. 3. Для фильтра с частотой среза 1/100 Гц (половина длины волны аномалии – 3 км) среднеквадратическое значение невязок равно 1.1 мГал (значение, разделенное на $\sqrt{2}$, равно 0.8 мГал). Оценки аномалии фильтрами с разными частотами среза (1/100 Гц и 1/160 Гц) приведены на рис. 7.

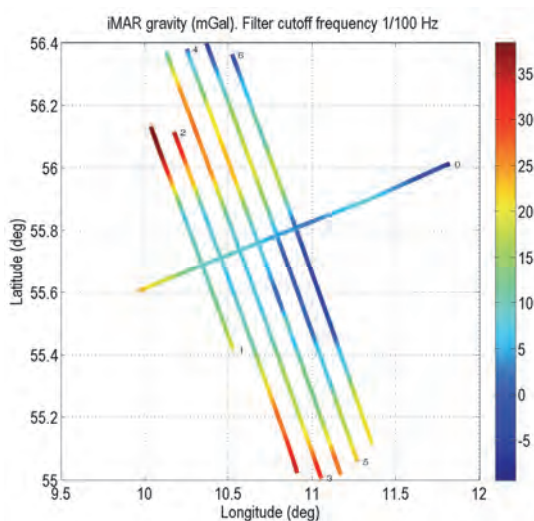


Рис. 6. Оценки аномалии силы тяжести на галсах при частоте среза фильтра 1/100 Гц (половина длины волны – 3 км), [мГал]

Результаты сравнения полученных оценок аномалии с данными глобальной модели EGM08 приведены в табл. 4, а также на рис. 7. В целом оценки хорошо согласуются с EGM08: СКО разности равно 1.5 мГал для фильтра с половиной длины волны 5 км. Среднее значение разности аномалии, вычисленной по измерениям гравиметра iMAR, и данных EGM08 равно –3 мГал, что говорит о смещении в одном из двух наборов данных. Отметим, что близкое значение для среднего получено также в [3] при сопоставлении других гравиметрических данных с моделью EGM08 в данном районе, что, по-видимому, свидетельствует о смещении в данных EGM08 в рассматриваемом районе.

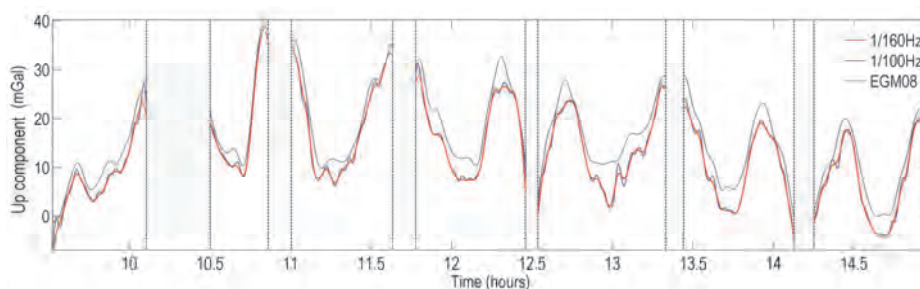


Рис.7. Аномалия силы тяжести на галсах: оценки по измерениям гравиметра iMAR фильтром на основе модели во времени (4) с частотой среза 1/100 Гц (синяя линия) и 1/160 Гц (красная линия) и данные EGM08 (черная линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета

Е. Оценивание вектора силы тяжести на основе априорной модели в пространстве

Оценивание компонент вектора силы тяжести было выполнено алгоритмом на основе локальной модели поля силы тяжести в пространстве (5). В качестве референцной модели поля использовалась модель EGM08 в разложении до степени 120 (эквивалентно диапазону длин волн от 330 км и длиннее, определяемых по спутниковым измерениям). Отметим, однако, что более точной моделью в данном диапазоне длин волн является новая модель GOCO06s, которая учитывает, в отличие от EGM08, также данные спутниковой гравиградиентометрии [19].

На рис. 1 приведены центры скейлинг-функций в области параметризации остаточного возмущающего потенциала. Оценки коэффициентов параметризации получены при помощи фильтра Калмана в информационной форме. По ним были вычислены оценки компонент вектора силы тяжести (рис. 8–9), при этом каждой из компонент была возвращена длинноволновая составляющая из EGM08.

Для оценки точности результатов использовалась глобальная модель EGM08 в разложении до степени 2159. Анализ невязок в точках пересечения галсов в данном случае неинформативен, так как оценка на основе локальной модели поля уже является уравненной по галсам.

Статистика по сравнению оценки вектора силы тяжести, вычисленной по измерениям гравиметра iMAR, с EGM08 представлена в табл. 5. СКО разности оценок горизонтальных компонент и EGM08 равно 2 мГал (0.4 угл. сек). Среднее значение равно –0.6 мГал для ошибки оценки восточной компоненты и –1.6 мГал для ошибки оценки северной компоненты. Большее значение среднего для ошибки северной компоненты объясняется большими ошибками на секущем галсе и на краях галсов север–юг.

ТАБЛИЦА 2. Начальные СКО элементов вектора состояния и СКО шумов в системе (при интеграции БИНС–СНС)

Параметры вектора состояния	Значения СКО	
	Начальные значения	Шум в системе
Ошибки координат (широта, долгота) [м]	5	0
Динамические ошибки скорости $\delta v_x, \delta v_y$ [м/с]	0.1	5 – 10 м/с/√с *
Угловые ошибки [угл. мин.]	[1,1,10]	0.2 угл. с/√с **
Смещения нулей акселерометров [м/с ²]	0.01	0
Смещения нулей гироскопов [°/ч]	0.01	0

*СКО шума акселерометров в комбинации с шумом гироскопов, умножаемым на скорость самолета. **СКО шума гироскопов [3].

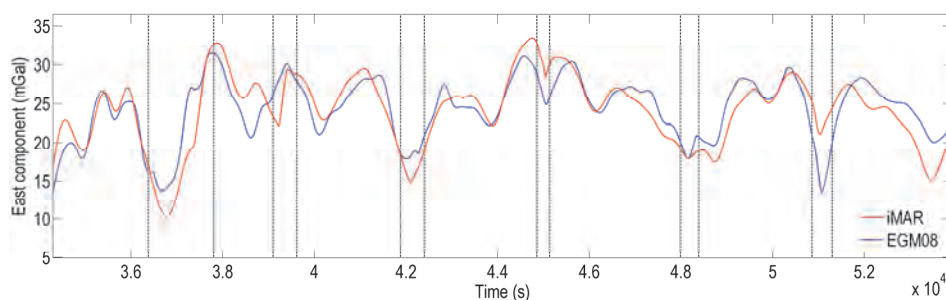


Рис.8. Восточная компонента вектора силы тяжести: оценка по измерениям гравиметра iMAR на основе модели в пространстве (5) (красная линия) и данные EGM08 (синяя линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета

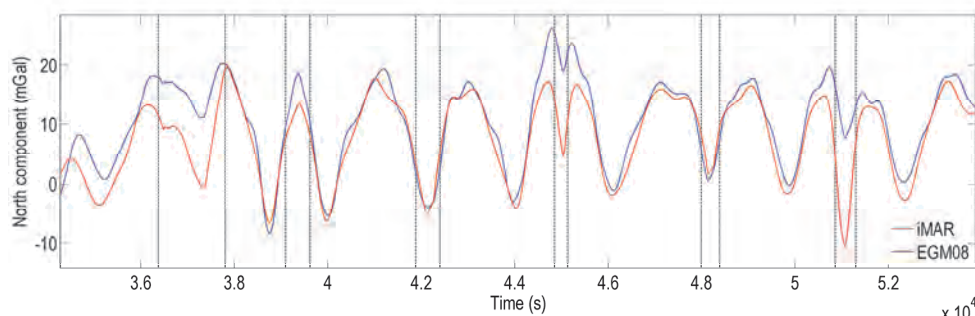


Рис.9. Северная компонента вектора силы тяжести: оценка по измерениям гравиметра iMAR на основе модели в пространстве (5) (красная линия) и данные EGM08 (синяя линия), [мГал]. Выделенные цветом области – интервалы разворотов самолета

ТАБЛИЦА 3. СТАТИСТИКА ПО НЕВЯЗКАМ ОЦЕНКИ АНОМАЛИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (4) В ТОЧКАХ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ГАЛСОВ

Параметр	Значение при разных частотах среза фильтра	
	1/100 Гц (3 км)	1/160 Гц (5 км)
Среднее [мГал]	0.6	0.5
СКО [мГал]	1.0	1.0
Ср.-кв. значение [мГал]	1.1	1.0
Ср.-кв. значение / $\sqrt{2}$ [мГал]	0.8	0.7

*Рядом с частотой среза указана половина длины волны аномалии.

ТАБЛИЦА 4. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ АНОМАЛИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (4) С ДАННЫМИ EGM08

Параметр	Значение при разных частотах среза фильтра	
	1/100 Гц (3 км)	1/160 Гц (5 км)
Среднее [мГал]	-2.9	-3.1
СКО [мГал]	1.7	1.5

*Рядом с частотой среза указана половина длины волны аномалии.

ТАБЛИЦА 5. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ ОЦЕНКИ ВЕКТОРА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ (5) С ДАННЫМИ EGM08

Параметр	Компоненты вектора силы тяжести		
	Восточная	Северная	Вертикальная
Среднее [мГал]	-0.6	-1.6	-2.7
СКО [мГал]	2.2	2.0	1.6

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии, выполняющие все этапы постобработки данных: решение задач спутниковой навигации, начальной и конечной выставок, интеграции БИНС–СНС, оценивания компонент вектора силы тяжести. Особенности алгоритмов являются разделением моделей интеграции БИНС–СНС на горизонтальные и вертикальный каналы и использование алгоритмов начальной и конечной выставок для определения линейного тренда вертикального акселерометра БИНС. Разработанные алгоритмы были успешно проверены на экспериментальных данных гравиметра iMAR, что подтверждается оценкой точности полученных результатов (оценок аномалии силы тяжести) на уровне 1 мГал (среднеквадратическое значение невязок в точках пересечения галсов).

Получены также оценки горизонтальных компонент вектора силы тяжести (характеризующих отклонение отвесной линии) алгоритмом на основе априорной локальной модели поля силы тяжести в пространстве. Точность оценивания составила 2 мГал (СКО) на основе сопоставления с моделью EGM08. Требованиями алгоритма является наличие нескольких параллельных галсов и информация о длинноволновых составляющих поля силы тяжести на галсах. Последнее требование обеспечивается глобальными (спутниковыми) моделями низкого разрешения.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы сердечно благодарят профессора Рене Форсберга и Тима Йенсена из Датского технического университета за предоставленные экспериментальные данные.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / Под общ. ред. Пешехонова В.Г., науч. ред. Степанов О.А. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.
- [2] Becker, D., Nielsen, J.E., Ayres-Sampaio, D., Forsberg, R., Becker, M., Bastos, L., Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple thermal correction, *J. Geod.*, 2015, 89:1133–1144.
- [3] Jensen, T.E., Olesen, A.V., Forsberg, R., Olsson, P.-A., Josefsson, Ö., New results from strapdown airborne gravimetry using temperature stabilisation, *Remote Sens.*, 2019, 11, 2682.
- [4] Simav, M., Becker, D., Yildiz, H., Hoss, M., Impact of temperature stabilization on the strapdown airborne gravimetry: a case study in Central Turkey, 2020, *J. Geod.*, 94, 41.
- [5] Ayres-Sampaio, D., Deurloo, R., Bos, M., Magalhaes, A., Bastos, L., A comparison between three IMUs for strapdown airborne gravimetry, *Surv. Geophys.*, 2015, 36(4):571–586.
- [6] Glennie, C., Schwarz, K.P., Bruton, A.M., Forsberg, R., Olesen, A.V., Keller, K., A comparison of stable platform and strapdown airborne gravity, *J. Geod.*, 2000, 74:383–389.
- [7] Бержицкий В.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Ильин В.Н., Парусников Н.А., Смоллер Ю.Л. и др. Инерциально-гравиметрический комплекс МАГ-1 (GT-1A). Опыт разработки и результаты летных испытаний // *Гироскопия и навигация*, 2002. Т. 38, № 3. С. 104–116.
- [8] Голован А.А., Болотин Ю.В., Парусников Н.А. Математические модели аэрогравиметрической систем на базе корректируемого гириноерциального блока // *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2003. Т. 4. С. 4–12.
- [9] Bolotin, Y.V., Golovan, A.A., Methods of inertial gravimetry, *Moscow University Mechanics Bulletin*, 2013, 68(5):117–125.
- [10] Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Богданов О.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Козлов А.В. Результаты испытаний на яхте бескарданного гравиметра GT-X // *Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 172–174.
- [11] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020. 164 с.
- [12] Vyazmin, V.S., New algorithm for gravity vector estimation from airborne data using spherical scaling functions, *International Association of Geodesy Symposia*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2020, pp. 1–8.
- [13] Jekeli, C., Kwon, J.H., Results of airborne vector (3-D) gravimetry, *Geoph. Res. Lett.*, 1999, 26(23):3533–3536.
- [14] Bolotin, Y.V., Vyazmin, V.S. Spectral analysis of the airborne vector gravimetry problem, *J. Math. Sci.*, 2021, 253:778–795.
- [15] Golovan, A.A., Vavilova, N.B., Satellite navigation. Raw data processing for geophysical applications, *J. Math. Sci.*, 2007, 146(3):5920–5930.
- [16] Баранцев Г.О., Голован А.А., Кузнецов П.Ю. Модели задачи начальной выставки бескарданной навигационной инерциальной навигационной системы при угловом движении основания. *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*. 2021. [В печати]
- [17] Зорина О.А., Измайлов Е.А., Кухтевич С.Е., Портнов Б.И., Фомичев А.В., Вавилова Н.Б. и др. О расширении возможностей интеграции инерциальных и спутниковых навигационных систем для авиационных приложений // *Гироскопия и навигация*. 2017. № 2. С. 18–34.
- [18] Vavilova, N.B., Golovan, A.A., Kozlov, A.V., Papusha, I.A., Zorina, O.A., Kukhtevich, S.E., et al., Impact of antenna displacement and time delays of GNSS solutions on the INS-GNSS complex data fusion algorithm, 27th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1–3.
- [19] Kvas, A., Brockmann, J.M., Krauss, S., Schubert, T., Gruber, T., Meyer, U., et al., GOCO06s – a satellite-only global gravity field model, *Earth System Science Data*, 2021, 13(1):99–118.
- [20] Klees, R., Tenzer, R., Prutkin, I., Wittwer, T., A data-driven approach to local gravity field modelling using spherical radial basis functions, *J. Geod.*, 2008, 82:457–471.
- [21] Пешехонов В.Г. Проблема уклонения отвесной линии в высокоточной инерциальной навигации // *Гироскопия и навигация*. 2020. Т. 28. №4 (111). С. 3–15.
- [22] Kailath, T., Sayed, A. H., Hassibi, B. *Linear estimation*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2000.
- [23] Torge, W., *Geodesy*, Walter de Gruyter, Hawthorne, 2001.

Алгоритмы быстрого вычисления навигационных параметров подвижных объектов по сигналам СНС

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный
университет»
Тула, Россия
ProxAV@rambler.ru

В.А. Смирнов
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный
университет»
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

О.В. Минина
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный
университет»
Тула, Россия
OL-within-sun@yandex.ru

Аннотация—Рассмотрены алгоритмы быстрого вычисления навигационных параметров по сигналам спутниковых навигационных систем.

Ключевые слова—навигационные параметры, быстрые вычисления, спутниковая навигационная система.

I. ВВЕДЕНИЕ

В современной спутниковой навигации актуальным вопросом является задача точного и быстрого определения параметров движения и пространственного положения высокоманевренных подвижных объектов. В целом задача вычисления координат и скоростей может быть решена конечными или итеративными алгоритмами. Конечные алгоритмы дают точное решение задачи и не требуют априорной информации, но используют достаточно сложные алгоритмы расчета. В современной аппаратуре спутниковой навигации используют итеративные алгоритмы, которые гораздо проще, но требуют априорной информации о положении и скорости.

По способу преобразования уравнений спутниковой навигации различают дальномерные, псевдодальномерные, разностно-дальномерные способы вычисления координат и радиально-скоростные, псевдоразностно-скоростные, разностно-радиально-скоростные способы вычисления скоростей [2].

Цель работы заключается в построении конечных алгоритмов высокоточного определения пространственных координат и скоростей подвижного объекта по сигналам спутниковых навигационных систем с минимальными временными затратами.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Для решения поставленной задачи получены аналитические выражения для вычисления координат (x, y, z) по псевдодальностям и координатам навигационных спутников, представленные в табл. 1.

Таблица 1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КООРДИНАТ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Метод определения координат	Аналитическое решение
Дальномерный метод	$x = \frac{-f_1 \pm \sqrt{f_1^2 - 4p_1k_1}}{2p_1},$

Метод определения координат	Аналитическое решение
	$y = \frac{-f_2 \pm \sqrt{f_2^2 - 4p_2k_2}}{2p_2},$ $z = \frac{-f_3 \pm \sqrt{f_3^2 - 4p_3k_3}}{2p_3},$ <p>где $f_1, f_2, f_3, p_1, p_2, p_3, k_1, k_2, k_3$ коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям и координатам первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>
Псевдодальномерный метод	$x = \frac{a_1 f_1 g_1 n_1 - g_1 u_1 (y_2 - y_1) - s_1 f_1 (z_2 - z_1) - p_1 f_1 g_1 (D_1 - D_2)}{f_1 g_1 n_1 (x_2 - x_1) + w_1 g_1 (y_2 - y_1) + t_1 f_1 (z_2 - z_1) - m_1 f_1 g_1 (D_1 - D_2)},$ $y = \frac{a_1 e_2 p_2 r_2 - e_1 u_2 (x_2 - x_1) - s_2 p_2 (z_2 - z_1) - p_2 e_1 q_1 (D_1 - D_2)}{w_2 e_2 (x_2 - x_1) + e_2 p_2 r_2 (y_2 - y_1) + t_2 p_1 (z_2 - z_1) - e_2 k_2 p_2 (D_1 - D_2)},$ $z = \frac{a_1 h_3 p_3 f_3 - f_3 s_3 (x_2 - x_1) - h_3 u_3 (y_2 - y_1) - h_3 f_3 m_3 (D_1 - D_2)}{f_3 t_3 (x_2 - x_1) + w_3 h_3 (y_2 - y_1) + h_3 p_3 f_3 (z_2 - z_1) - h_3 f_3 h_3 (D_1 - D_2)},$ <p>где (x_i, y_i, z_i) – координаты i-ого навигационного спутника; D_i – измеренная дальность навигационного спутника i до подвижного объекта; $a_1, f_1, g_1, n_1, u_1, s_1, p_1, w_1, t_1, m_1, e_2, p_2, r_2, u_2, s_2, q_2, w_2, t_2, k_2, h_3, p_3, f_3, s_3, u_3, m_3, n_3, t_3, w_3$ – коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям и координатам первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>
Разностно-дальномерный метод	$x = \frac{hg(y_4 - y_1) - l(y_2 - y_1) - e(z_2 - z_1)(y_4 - y_1)}{g(y_4 - y_1)(x_2 - x_1) - j(y_2 - y_1) - f(z_2 - z_1)(y_4 - y_1)},$ $y = \frac{ht(z_4 - z_1) - m(z_2 - z_1) - e(x_2 - x_1)(z_4 - z_1)}{t(z_4 - z_1)(y_2 - y_1) - n(z_2 - z_1) - f(x_2 - x_1)(z_4 - z_1)},$ $z = \frac{hu(x_4 - x_1) - v(x_2 - x_1) - p(y_2 - y_1)(x_4 - x_1)}{u(x_4 - x_1)(z_2 - z_1) - w(x_2 - x_1) - f(y_2 - y_1)(x_4 - x_1)},$ <p>где $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ – координаты первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно; $h, g, l, e, j, f, t, m, r, n, s, u, v, p, w, i$ – коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям и координатам первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>

Аналитические выражения для определения проекций скорости $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ подвижного объекта представлены в табл. 2.

Таблица II. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Метод определения скорости	Аналитическое решение
Доплеровский метод	$\dot{x} = \frac{\left[\frac{d}{f} - \frac{n}{p} \right] fh - (\dot{D}_2 D_2 + e\dot{x}_2 + d\dot{y}_2 + f\dot{z}_2) \left(\frac{f-c}{d-b} \right) + dq \left(\frac{f-c}{d-b} \right)}{\left[\frac{d}{f} - \frac{n}{p} \right] \left[f \left[\frac{e-a}{d-b} \right] - e \left[\frac{f-c}{d-b} \right] \right] + d \left[\frac{e-m}{f} - p \left[\frac{f-c}{d-b} \right] \right]}$ $\dot{y} = \frac{\left[\frac{p-c}{m-a} \right] mt - (\dot{D}_3 D_3 + m\dot{x}_3 + n\dot{y}_3 + p\dot{z}_3) \left(\frac{m-e}{p-f} \right) + ps \left(\frac{m-e}{p-f} \right)}{\left[\frac{p-c}{m-a} \right] \left[m \left[\frac{n-d}{p-f} \right] - n \left[\frac{m-e}{p-f} \right] \right] + p \left[\frac{n-b}{m-a} \right] \left[\frac{m-e}{p-f} \right]}$ $\dot{z} = \frac{\left[\frac{a}{b} - \frac{m}{n} \right] bw - (\dot{D}_1 D_1 + a\dot{x}_1 + b\dot{y}_1 + c\dot{z}_1) \left(\frac{b-d}{a-e} \right) + au \left(\frac{b-d}{a-e} \right)}{\left[\frac{a}{b} - \frac{m}{n} \right] \left[b \left[\frac{c-f}{a-e} \right] - c \left[\frac{b-d}{a-e} \right] \right] + a \left[\frac{c-p}{b-n} - p \left[\frac{b-d}{a-e} \right] \right]}$ <p>где $D_1, D_2, D_3, \dot{D}_1, \dot{D}_2, \dot{D}_3$ – псевдодальности и радиальные скорости; $a, b, c, d, e, f, h, q, m, n, p, t, s, w, u$ – коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям, радиальным скоростям, координатам и скоростям первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>
Псевдоразностно-скоростной метод	$\dot{x} = \frac{ws_1 t_1 - qkpt_1 + qjut_1 - lkqs_1 + lwfs_1}{qt_1(mj - pe) + ls_1(gf - qe) + s_1 t_1 g}$ $\dot{y} = \frac{ks_2 t_2 - wpet_2 + luet_2 - jues_2 + mkjs_2}{et_2(nl - qp) + ft_2 s_2 + js_2(fm - en)}$ $\dot{z} = \frac{ks_3 t_3 - qet_3 u + et_3 nw - efs_3 w + gkfs_3}{et_3(nl - pq) + fs_3(jg - el) + js_3 t_3}$ <p>где $w, s_1, t_1, q, k, p, j, u, l, w, f, m, e, g, s_2, t_2, n, s_3, t_3$ – коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям, радиальным скоростям, координатам и скоростям первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>
Разностно-радиально-скоростной метод	$\dot{x} = \frac{lu[rh - qp] - hj_1 - qumh + qupl}{fu[rh - qp] - hg_1 - qu[nh - fp]}$ $\dot{y} = \frac{lt[fr - qn] - fj_2 - qtmf + qtml}{ht[fr - qn] - fg_2 - qt[pf - hn]}$ $\dot{z} = \frac{lt[pf - hn] - fj_3 - htmf + htmf}{qt[pf - hn] - fg_3 - ht[rf - qn]}$ <p>где $l, u, r, h, q, p, j, u, m, p, f, r, g_1, n, t, j_2, g_2, j_3, g_3$ – коэффициенты, вычисляемые по псевдодальностям, радиальным скоростям, координатам и скоростям первого, второго и третьего навигационных спутников соответственно.</p>

Для оценки корректности и вычислительной эффективности предлагаемых аналитических формул выполнено численное моделирование работы предлагаемых алгоритмов и проведены экспериментальные исследования с использованием приемной аппаратуры спутниковой радионавигационной системы СН4701. Разработаны программное обеспечение и методики проведения экспериментальных исследований с целью анализа погрешностей определения навигационных параметров предлагаемыми конечными методами и известными итеративными методами.

Анализ погрешностей и временных затрат при использовании предлагаемых аналитических формул и известных итеративных методов выполнялся путем расчета координат и скоростей на основе данных приемной аппаратуры, расположенной в точке с известными координатами. При оценке скорости вычислений допустимая погрешность расчета координат и скоростей для всех методов принималась одинаковой: 0,001 м для координат и 0,001 м/с для скорости. Временные затраты аналитических методов определения координат и скорости подвижного объекта определялись относительно времени, затраченного на расчет соответствующим итеративным методом. Результаты сравнения алгоритмов определения координат подвижного объекта приведены в табл. 3.

Таблица III. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ВРЕМЕНИ ВЫЧИСЛЕНИЯ КООРДИНАТ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА АНАЛИТИЧЕСКИМ И ИТЕРАТИВНЫМ МЕТОДАМИ

Метод определения координат	Погрешность расчета				
	Итеративный метод, м	Аналитический метод, м	Разность, м	Временные затраты аналитического метода относительно итеративного, %	
Дальномерный метод	x	0,00020	0,00020	0,00000	36
	y	-0,00080	-0,00080	0,00000	
	z	0,00010	0,00010	0,00000	
Псевдодальномерный метод	x	-0,06410	-0,06460	0,00050	10
	y	-0,02060	-0,02060	0,00000	
	z	-0,08410	-0,08490	0,00080	
Разностно-дальномерный метод	x	-0,06410	-0,06460	0,00050	7
	y	-0,02060	-0,02060	0,00000	
	z	0,00020	0,00020	0,00000	

Результаты экспериментальных исследований подтвердили эффективность предложенных формул определения координат, основанных на псевдодальномерном и разностно-дальномерном методах. При расчетах на основе псевдодальномерного метода затрачиваемое для расчета координат время уменьшилось на 90%, при расчете на основе разностно-дальномерного метода – на 93% по сравнению с известными итеративными методами. Время, необходимое для определения координат высокоманевренных подвижных объектов на основе дальномерного метода, сократилось всего на 64% относительно итеративного способа расчета.

Для подтверждения правильности и эффективности полученных аналитических выражений для нахождения скорости подвижного объекта было проведено их сравнение с известными итеративными методами. Результаты сравнения алгоритмов приведены в табл. 4.

При определении скорости движения наиболее эффективными оказались формулы на основе доплеровско-

го и разностно-радиально-скоростного методов. Время расчета радиальной скорости по аналитическим формулам на основе доплеровского метода сократилось на 20% и на 15% при применении разностно-радиально-скоростного метода по сравнению с известным итеративным способом.

Практически одинаковое быстродействие при использовании аналитических формул и итеративных методов были получены в псевдорадиально-скоростном методе определения скорости (время расчета уменьшилось всего лишь на 3%), но даже такое небольшое сокращение времени определения скорости может обеспечить более точное маневрирование подвижного объекта.

Таблица IV. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ВРЕМЕНИ ВЫЧИСЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА АНАЛИТИЧЕСКИМ И ИТЕРАТИВНЫМ МЕТОДАМИ

Метод определения скоростей	Погрешность расчета				
	Итеративный метод, м/с $\times 10^{-16}$	Аналитический метод, м/с $\times 10^{-16}$	Разность, м/с $\times 10^{-21}$	Временные затраты аналитического метода относительно итеративного %	
Doppler method	\dot{x}	4,42316	4,42316	0	20
	\dot{y}	3,63688	3,63688	0	
	\dot{z}	-4,54240	-4,54240	0	
Pseudo-radial velocity method	\dot{x}	4,80912	4,80912	0	3
	\dot{y}	-10,5536	-10,5536	0	
	\dot{z}	-10,4831	-10,4831	0	

Метод определения скоростей	Погрешность расчета				
	Итеративный метод, м/с $\times 10^{-16}$	Аналитический метод, м/с $\times 10^{-16}$	Разность, м/с $\times 10^{-21}$	Временные затраты аналитического метода относительно итеративного %	
Differential-radial-velocity method	\dot{x}	4,809117	4,809134	1,742	15
	\dot{y}	-10,5536	10,55296	6,207	
	\dot{z}	-10,4831	-10,48262	4,56	

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом можно сделать вывод, что применение предлагаемых аналитических способом решения навигационных задач позволяет минимизировать временные затраты определения навигационных параметров, тем самым осуществляя возможность реализации в микропроцессорных блоках, которые имеют ограниченные вычислительные ресурсы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Прохорцов А.В., Савельев В.В. Основы функционирования спутниковых навигационных систем: учеб. пособие. Тула: Изд-во ТулГУ, 2014. 104 с.
- [2] Прохорцов А.В., Савельев В.В. Методы определения координат и скорости подвижных объектов с помощью спутниковых радионавигационных систем // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. Вып. 2. С. 264–274.

Интегрированная навигационная система на разнесенных акселерометрах

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
Тульский Государственный Университет
Тула, Россия
proxav@rambler.ru

Н.Д. Юдакова
ФГБОУ ВО
Тульский Государственный Университет
Тула, Россия
gaskova_n@mail.ru

Аннотация—представлены результаты экспериментальных исследований интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы на основе акселерометрической бесплатформенной инерциальной навигационной системы, построенной на разнесенных акселерометрах.

Ключевые слова—интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система, акселерометрическая бесплатформенная инерциальная навигационная система, акселерометр, погрешность, спутниковая радионавигационная система (СРНС), эксперимент.

Создана интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система на основе акселерометрической бесплатформенной инерциальной навигационной системы (АБИНС). В состав интегрированной системы входит АБИНС, построенная на разнесенных акселерометрах серии АТ1105 (Россия), показания которой корректируются по сигналам приемной аппаратуры спутниковой радионавигационной системы (СРНС) ВU-353 (Тайвань).

Для оценки погрешности построенной интегрированной навигационной системы на разнесенных акселерометрах были проведены экспериментальные исследования на стенде. Испытательный стенд включал в себя тележку, на верхнюю полку которой помещались кронштейн с разнесенными акселерометрами, плата сбора данных АЦП ЛАЗUSB (Россия), приемная аппаратура ВU-353 и ноутбук, а на нижнюю полку тележки при проведении испытаний помещался блок питания.

Эксперимент проводился в несколько этапов. Перед проведением экспериментальных исследований проведена калибровка акселерометров в составе АБИНС (определены коэффициенты передачи, нулевые сигналы и т.п.) на испытательном оборудовании, закуплено ТулГУ в рамках программы развития университета как опорного: центрифуга Асцитас AG GLC-4-3-100, одноосевой имитатор движения Асцитас AG TES-3V TM с установленной на нем термокамерой Асцитас TES-C_3-4_TM.

На первом этапе проводилось измерение параметров ориентации и навигации на подвижном основании, совершающем вращательные движения, но без линейных перемещений. При этом использовались методы определения координат и параметров ориентации, как по центростремительному ускорению, так и по тангенциальному ускорению.

Проведенные исследования показали, что предлагаемые алгоритмы определения параметров ориентации и навигации объекта при помощи АБИНС приводят к положительному результату и их вполне возможно использовать для решения задач ориентации и навигации подвижных объектов с малым временем работы, но происходит это с некоторой погрешностью.

На втором этапе эксперимента испытательный стенд двигался по заданной прямоугольной траектории (рис. 1) в течении 120-125 с.

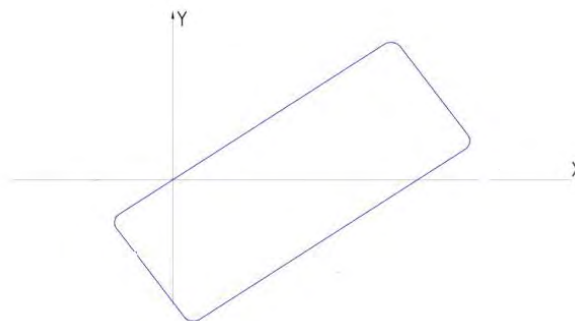


Рис. 1. Траектория движения

При этом с помощью АБИНС определялись параметры ориентации и координаты испытательного стенда, которые (для оценки погрешностей АБИНС) сравнивались с известными координатами реперных точек траектории. Координаты реперных точек были определены заранее геодезическими приборами с высокой точностью. Серия проведенных экспериментальных исследований показала, что погрешность АБИНС в определении координат достигает 450 (а иногда и более) метров, при этом скорость нарастания погрешности при определении параметров ориентации и координат высока. Однако качественно траектория, полученная по показаниям АБИНС, совпадает с реальной траекторией движения испытательного стенда, что говорит о возможности применения АБИНС для определения параметров ориентации и навигации подвижных объектов, но с определенными погрешностями. Величина этих погрешностей зависит от многих параметров (неправильная установка акселерометров, влияние нулевого сигнала, метод интегрирования и пр.). Для уменьшения этой погрешности необходимо обеспечивать более точную калибровку и установку акселерометров и т.п., а также проводить коррекцию показаний АБИНС по сигналам СРНС.

Для поиска алгоритма увеличения точности определения координат объекта были рассмотрены следующие типы коррекции от СРНС: коррекция по координатам; коррекция по координатам и скорости; коррекция по параметрам ориентации; коррекция по координатам, скорости и параметрам ориентации (табл. 1). Коррекция производилась каждые 5 с. Эксперимент показал, что усложнение типа коррекции приводит к увеличению точности определения координат объекта. Наибольшая точность (погрешность на уровне 30 метров) достигается при коррекции по координатам, скорости и параметрам ориентации.

ТАБЛИЦА 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ИСПЫТАТЕЛЬНОГО СТЕНДА ПОСЛЕ ПРОВЕДЕНИЯ КОРРЕКЦИИ ОТ СРНС

Тип используемой коррекции	Погрешность определения координат, метры
с коррекцией по координатам	67
с коррекцией по координатам, скорости	45
с коррекцией по углу курса	36
с коррекцией по координатам, скорости и углу курса объекта	27

Таким образом, экспериментальные исследования показали, что возможно построение интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы на основе

акселерометрической бесплатформенной инерциальной навигационной системы для подвижных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Захарин М.И., Захарин Ф.М. Кинематика инерциальных систем навигации. М.: Машиностроение, 1968. 236 с.
- [2] Bogdanov, M.B., Galkin, A.A., Savelyev, V.V., Udakova, N.D., Prohortsov, A.V., Integrated inertial/satellite orientation and navigation system on accelerometer-based SINS, 18th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 2011, pp. 216–218.
- [3] Bogdanov, M.B., Prohortsov, A.V., Savelyev, V.V., Smirnov, V.A., Errors of accelerometer strapdown inertial navigation system in the conditions of aircraft longitudinal axis coning motion, 20th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 2013, pp. 69–71.

Сравнение точности алгоритмов навигации пешехода, основанных на разных способах коррекции

Ю.В. Болотин
Механико-математический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
ybolotin@yandex.ru

А.В. Брагин
Механико-математический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
avb9676@yandex.ru

Аннотация—На основе части базы данных RuDaCoP построена база имитированных траекторий пешехода с идеальными показаниями датчиков. В основе построенных траекторий – навигационное решение для реальных данных, определенное в режиме сглаживания с последующим исправлением имеющихся артефактов на основе внешней информации о движении. Добавление шумов к этим показаниям и изменение частоты дискретизации позволяет моделировать различные реальные ситуации и проводить, в частности, анализ достижимой точности методом статистических испытаний. С использованием построенной базы данных проведено и обсуждается сравнение различных вариантов алгоритма расширенного фильтра Калмана.

Ключевые слова—БИНС, EKF, стопа, пешеходная навигация, ковариации, состоятельность.

I. ВВЕДЕНИЕ

Задача автономной навигации пешехода может быть востребована там, где нужно определить положение без предустановленной инфраструктуры и внешних сигналов. В этих случаях можно применять технологию навигации по измерениям блока инерциальных микроэлектромеханических сенсоров (МЭМС).

Современные БИНС на МЭМС имеют невысокую точность, выражающуюся, в первую очередь, уходом нуля датчиков угловых скоростей и шумами акселерометров. Одним из путей повышения точности является привлечение информации о характере движения. Корректирующей информацией может являться информация о нулевой скорости (так называемая ZUPT-коррекция [1]) в точках остановки движения. Чтобы обеспечить остановку в фазе опоры, блок датчиков прикрепляется к стопе пешехода.

В литературе описывается ряд алгоритмов навигации пешехода по показаниям БИНС, прикрепленных к стопам [1, 2]: от простых эвристических, до сложных, вплоть до использования нейронных сетей. Имеется также несколько открытых баз данных записей ходьбы [3, 4], на которых можно сравнивать алгоритмы, в том числе в ходе соревнований. Одной из таких баз данных является RuDaCoP компании Huawei, собранная с участием МГУ им. Ломоносова. Данные, снятые с датчиков, имеют, однако, один недостаток: не позволяют анализировать зависимость точности навигации от частоты дискретизации, параметров шума датчиков, иногда показания искажены трудно моделируемыми нелинейными эффектами.

Стандартный подход к тестированию и улучшению алгоритмов пешеходной навигации – проверка их работы на реальных данных [1]. При этом теоретических исследований в этой области не так много [5, 6]. Сложность получения теоретических результатов объясняется тем, что уравнения нестационарны, так что формулы ковариационного анализа не дают аналитических решений.

В данной работе на основании части базы данных RuDaCoP построена база данных SRDC (Simulated RuDaCoP) имитированных траекторий пешехода с идеальными показаниями датчиков. В основе построенных траекторий навигационное решение для реальных данных, определенное в режиме сглаживания с последующим исправлением имеющихся артефактов на основе внешней информации о движении. Добавление шумов к этим показаниям и изменение частоты дискретизации позволяет моделировать различные реальные ситуации, и проводить, в частности, анализ достижимой точности и состоятельности алгоритма методом статистических испытаний.

Несостоятельность, или псевдонаблюдаемость расширенного фильтра Калмана (EKF) – хорошо известное явление, к примеру в теории одновременной навигации и картографирования (SLAM) [7] или в оценивании траектории цели по угловым измерениям [8]. В [9] предлагается конструкция EKF в SLAM, названная инвариантным EKF, построенная на базе теории групп и алгебр Ли. В [8] в задаче оценивания траектории цели предлагается переход к так называемым модифицированным сферическим координатам.

В [10] поставлен вопрос о состоятельности ZUPT-коррекции в задаче навигации пешехода. Введено условие структурной состоятельности EKF и показано, что при записи уравнений ZUPT в навигационной системе координат условие не выполнено. Показано также, что условия выполнены, если записать уравнений ZUPT в приборной системе координат. Однако состоятельность EKF в статистическом смысле не исследована. Одной из целей данной работы является выяснение состоятельности EKF на основе SRDC. Для этого сначала приводятся некоторые результаты [10].

Заметим, что специалистам по инерциальной навигации хорошо известно, что качество работы алгоритма зависит от того, в какой системе координат записаны уравнения ошибок и измерений [11, 12, 13], но с точки зрения состоятельности алгоритмов этот вопрос, возможно, не рассматривался.

II. УРАВНЕНИЯ НАВИГАЦИИ ПЕШЕХОДА

Рассмотрим БИНС, закрепленную на стопе. Чувствительную массу акселерометров обозначим M .

Пусть $On_1n_2n_3$ – навигационная система координат (н.с.к.), связанная с Землей, $Ms_1s_2s_3$ – приборная система координат (п.с.к.), связанная с корпусом прибора, $M's'_1s'_2s'_3$ – модель приборной с.к. (м.с.к.), реализованная в вычислителе, $Mn' = Mn'_1n'_2n'_3$ – квазимодельная с.к. (к.с.к.) [12,13].

Пусть p_n, v_n – соответственно координаты и скорости M в н.с.к. Здесь и далее нижние индексы n, s, \dots обозначают принадлежность к соответствующей системе координат. Ориентация п.с.к. относительно н.с.к. определяется кватернионом q_{ns} , $R_{ns} = R(q_{ns})$ – матрица поворота, соответствующая q_{ns} : $p_n = R_{ns}p_s$.

Ориентация м.с.к. относительно п.с.к. определяется вектором малого поворота β_s , а ориентация к.с.к. относительно н.с.к. – вектором малого поворота β_n . Связь с.к. показана на диаграмме

$$\begin{array}{ccc} On' & \xrightarrow{\beta_n} & On \\ \uparrow q_{ns} & & \uparrow q_{ns} \\ Os' & \xrightarrow{\beta_s} & Os \end{array}$$

Пусть g_n – удельная сила тяжести, f_s, ω_s – удельная сила, действующая на чувствительную массу, и абсолютная угловая скорость БИНС в проекциях на оси п.с.к., $f'_s = f_s + r_s$, $\omega'_s = \omega_s + \varepsilon_s$ – измерения акселерометров и ДУС, r_s, ε_s – ошибки измерения.

Опорные и модельные уравнения в приближении плоской Земли имеют соответственно вид (1), (2) [1, 10]:

$$\begin{aligned} \dot{p}_n &= v_n, & \dot{p}'_n &= v'_n, \\ \dot{v}_n &= R_{ns}f_s + g_n, & \dot{v}'_n &= R_{ns'}f'_s + g_n, & (1) \\ \dot{q}_{ns} &= -\frac{1}{2}\tilde{\omega}'_s \circ q_{ns}, & \dot{q}'_{ns} &= -\frac{1}{2}\tilde{\omega}'_s \circ q_{ns'}. & (2) \end{aligned}$$

Введем так называемые полные и динамические ошибки координат и скоростей (3), (4) [12, 10]:

$$\begin{aligned} \Delta p_n &= p'_n - p_n, & \delta p_n &= \Delta p_n - p'_n \times \beta_n, & (3) \\ \Delta v_n &= v'_n - v_n, & \delta v_n &= \Delta v_n - v'_n \times \beta_n, & (4) \end{aligned}$$

Уравнения ошибок в ошибках (4) примут вид:

$$\begin{aligned} \delta \dot{p}_n &= \delta v_n - p'_n \times \varepsilon_n, \\ \delta \dot{v}_n &= -g_n \times \beta_n - v'_n \times \varepsilon_n + r_n, & (5) \\ \dot{\beta}_n &= \varepsilon_n. \end{aligned}$$

В фазе опоры скорость стопы v близка к нулю, что можно использовать как псевдоизмерение, называемое ZUPT. Его можно записать в н.с.к. (6) и в п.с.к. (7):

$$Z_n = v_n - \zeta_n = 0, \quad (6) \quad Z_s = v_s - \zeta_s = 0, \quad (7)$$

где $\zeta_n = v_n$, $\zeta_s = v_s$ – ошибки нулевой скорости. В терминах вектора ошибок условия (6), (7) имеют вид [3]:

$$z_n = v'_n - Z_n = v'_n - v_n + \zeta_n = \Delta v_n + \zeta_n, \quad (8)$$

$$z_s = v'_s - Z_s = v'_s - v_s + \zeta_s = \delta v_s + \zeta_s. \quad (9)$$

Спроектируем уравнение (9) в н.с.к.

Утверждение 1. При записи условия ZUPT в н.с.к. уравнения ZUPT имеют вид (11), называемый ниже формой F, а в п.с.к. – вид (10), называемый формой D:

$$\text{форма D:} \quad z = \delta v_n + \zeta_n, \quad (10)$$

$$\text{форма F:} \quad z = \delta v_n + v'_n \times \beta_n + \zeta_n. \quad (11)$$

III. ПОСТРОЕНИЕ БАЗЫ ДАННЫХ SRDC

Для построения базы имитированных данных SRDC использовалась часть базы данных RuDaCoP компании Huawei, собранная в МГУ. Всего на частоте 125 герц записано около 100 треков для 15 испытуемых как в помещении, так и на улице для двух БИНС, установленных на левой и правой стопе. Для этих данных решена задача сглаживания ЕКФ с использованием как измерений ZUPT, так и дополнительных корректирующих измерений, в том числе расстояния между стопами. Режим сглаживания, в отличие от режима фильтрации, позволил исключить скачки оценок скоростей в моменты начала фаз опоры. Далее данные корректировались, чтобы ограничить флуктуации скоростей в фазе опоры. Построены два варианта с разными ограничениями на эту скорость. Наконец, данные слегка сглаживались и интерполировались на выбранную частоту записи – 125, 250 и 500 Гц, и генерировались идеальные показания датчиков. В базу записаны как показания датчиков, так и сама траектория.

IV. НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ СОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ЕКФ

Рассмотрим общую задачу оценивания в нелинейной системе с вектором состояния $X(t)$, где измерения Z_k поступают в дискретные моменты времени t_k :

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= f(X_k, w_k), & X_k &= X(t_k), \\ Z_k &= h(X_k) + r_k, & k &= 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где w_k – возмущения, r_k – погрешности измерений, причем w_k, r_k – некоррелированные случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями.

Алгоритм ЕКФ включает этап прогноза $X_{k+1|k} = f(X_k|k, 0)$ и этап коррекции в моменты по измерениям Z_k : $X_{k|k} \leftarrow X_{k|k-1}$. При прогнозе и коррекции используются линеаризованные уравнения в ошибках $x_k = X_k - X_{k|k-1}$:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_{k+1,k}x_k + G_k w_k, & k &= 0, 1, 2, \dots \\ z_k &= H_k x_k + r_k, \end{aligned} \quad (13)$$

Выделим два случая – идеальный ЕКФ (IEKF), где матрицы в (13) вычисляются в истинном состоянии системы (верхний индекс 0 обозначает IEKF):

$$H_k^0 = \frac{\partial h(X_k)}{\partial X_k}, \quad F_{k+1,k}^0 = \frac{\partial f(X_k, w_k)}{\partial X_k}, \quad G_k^0 = \frac{\partial f(X_k, w_k)}{\partial w_k},$$

и стандартный ЕКФ, где матрицы в (13) вычисляются в модельных состояниях:

$$H_k = \frac{\partial h(X_{k|k-1})}{\partial X_{k|k-1}}, \quad F_{k+1,k} = \frac{\partial f(X_{k|k}, 0)}{\partial X_{k|k}}, \quad G_k = \frac{\partial f(X_{k|k}, 0)}{\partial w_k}.$$

Прогноз дисперсий ошибок оценок для ЕКФ дается формулами:

$$P_{k+1|k} = F_{k+1,k} P_{k|k} F_{k+1,k}^T + G_k Q_k G_k^T, \quad (14)$$

$$Q_k = E[w_k w_k^T].$$

Коррекция оценок ошибок и ковариационных матриц ЕКФ дается формулами:

$$x_{k|k} = x_{k|k-1} + K_k (z_k - H_k x_{k|k-1}), \quad (15)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1},$$

где $K_k = P_{k|k-1} H_k^T R_k^{-1}$, $R_k = E[r_k r_k^T]$. ЕКФ при $k=0$ инициализируется ковариационной матрицей $P_{0|0}$ и начальной оценкой $x_{0|0}$.

После оценки ошибок в (15) оценки состояния обновляются по формулам $X_{k|k} = X_{k|k-1} + x_{k|k}$. Ошибки $x_{k|k}$ при этом обнуляются и остаются равными нулю до следующего этапа коррекции. Случай IEKF отличается от ЕКФ тем, что в (14), (15) добавлен верхний индекс 0, и отсутствует обновление вектора состояния.

Определение 1. Задача оценивания (12) называется ненаблюдаемой относительно однопараметрической группы преобразований $\Omega_\tau: X \rightarrow X$, если уравнения (12) переходят в себя под действием этой группы $\Omega_\tau f(X_k, w_k) = f(\Omega_\tau X_k, w_k)$, $h(\Omega_\tau X_k) = h(X_k)$. Число таких групп назовем индексом ненаблюдаемости.

Матрица наблюдаемости O_k и инвариантное ненаблюдаемое подпространство N_k – ядро O_k – на k -м шаге определены формулами:

$$O_k = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 F_{1,0} \\ \dots \\ H_k F_{k,0} \end{bmatrix}, \quad N_k = \text{Ker } O_k.$$

Для IEKF матрица O_k^0 и пространство N_k^0 строятся аналогично. Справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. Размерность инвариантного ненаблюдаемого подпространства IEKF совпадает с индексом ненаблюдаемости.

Утверждение 3. Переменные, соответствующие ненаблюдаемому подпространству IEKF, не оцениваются, дисперсия их ошибок оценок в IEKF не стремится к нулю при $Q_k \rightarrow 0$, $R_k \rightarrow 0$.

Определение 2. ЕКФ структурно несостоятелен, если размерность ненаблюдаемого подпространства ЕКФ отлична от индекса ненаблюдаемости.

Рассмотрим статистическое определение состоятельности [14].

Определение 3. ЕКФ состоятелен, если при стремлении числа измерений к бесконечности оценка наблюдаемых переменных является асимптотически несмещенной, а средний квадрат ошибки соответствует теоретической дисперсии ошибки оценки.

Следующее утверждение – правдоподобная гипотеза.

Утверждение 4. ЕКФ статистически несостоятелен, если он структурно несостоятелен.

Цель последующих рассмотрений – проверить данное утверждение для навигации пешехода, используя SRDC.

V. УСЛОВИЯ СОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ЕКФ ПЕШЕХОДА

Применим к задаче навигации пешехода описанные выше условия состоятельности ЕКФ. Пусть t_k – время окончания k -й фазы опоры. Нижний индекс $(\cdot)_k$ обозначает значения в момент t_k . Пусть

$$X_k = \begin{bmatrix} p_n \\ v_n \\ q_{ns} \end{bmatrix} (t_k), \quad x_k = \begin{bmatrix} \delta p_n \\ \delta v_n \\ \beta_n \end{bmatrix} (t_k).$$

Уравнения (2), (7) в дискретном времени k ненаблюдаемы относительно четырех однопараметрических групп: параллельного переноса вдоль трех осей и вращения вокруг вертикальной оси.

Утверждение 5. В форме D инвариантное ненаблюдаемое подпространство в задаче навигации пешехода имеет размерность 4, что равно индексу ненаблюдаемости IEKF. ЕКФ структурно состоятелен.

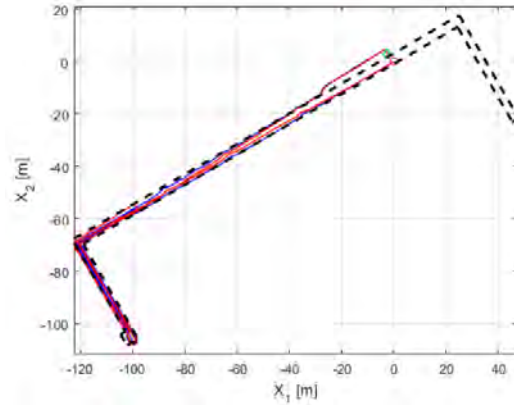


Рис. 1. Траектория для пятиминутного трека. Пунктиром обозначен коридор внутри здания

Утверждение 6. В форме F инвариантное ненаблюдаемое подпространство в задаче навигации пешехода имеет размерность 3. ЕКФ структурно несостоятелен.

Проведенные расчеты на данных экспериментов [6, 10] показали, что в форме F теоретическая дисперсия оценки азимутального угла не растет с ростом времени, что указывает на несостоятельность ЕКФ. Однако доказательством несостоятельности может служить только статистический анализ на большом количестве однотипных траекторий, что трудно осуществить на реальных

данных. Анализ состоятельности проведен с использованием построенной базы данных SRDC. Погрешности акселерометров и ДУС моделировались белыми шумами различной интенсивности.

Утверждение 7. При записи уравнений измерений ZUPT в форме F EKF в условиях данных SRDC статистически несостоятелен. При записи уравнений измерений ZUPT в форме D EKF статистически состоятелен.

Обоснование данного утверждения дано в презентации. Здесь ограничимся примером 5-минутного трека, показанного на рис. 1. На рис. 2 представлена зависимость теоретической и реальной среднеквадратической ошибки ориентации от интенсивности шума датчиков. Видно, что для формы F теоретическая погрешность расходится с реальной.

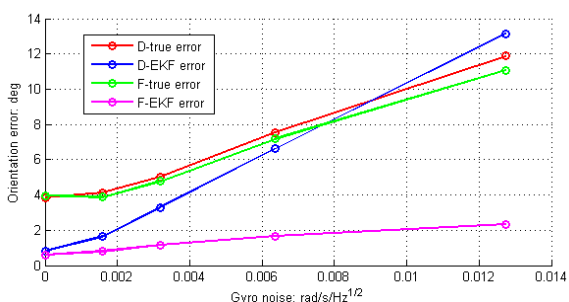


Рис. 2. Теоретические и реальные среднеквадратические ошибки ориентации в конце 5-минутной навигации в зависимости от интенсивности шума ДУС при частоте данных 125 Гц

На рис. 3 представлена зависимость теоретической и реальной среднеквадратической ошибки координат от интенсивности шума датчиков. Видно, что для формы F теоретическая погрешность расходится с реальной.

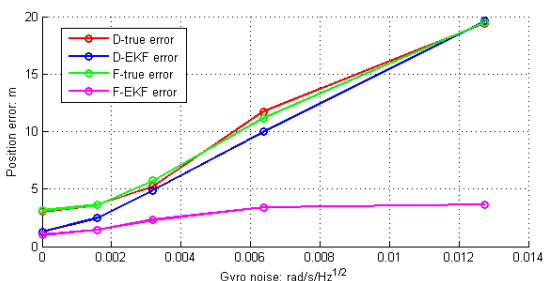


Рис. 3. Теоретические и реальные среднеквадратические погрешности координат в конце 5-минутной навигации в зависимости от интенсивности шума ДУС при частоте данных 125 Гц

Ненулевые погрешности при точных датчиках вызваны двумя факторами: вариациями скорости БИНС в фазе опоры и погрешностями дискретизации. Для разделения этих факторов на рис. 4 приведены аналогичные рис. 3 графики при частоте записи 250 Гц. Погрешности при точных датчиках значительно уменьшились, что говорит о том, что частоты записи 125 Гц недостаточно для точной навигации пешехода.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена база имитированных данных навигации пешехода SRDC, позволяющая проверять алгоритмы

навигации и изучать их свойства методом статистического моделирования. С использованием этой базы данных изучена состоятельность двух алгоритмов на основе EKF – в так называемых формах D и F. Показано, что в форме F, которая чаще всего используется в литературе по навигации пешехода, EKF статистически несостоятелен. В форме D он статистически состоятелен.

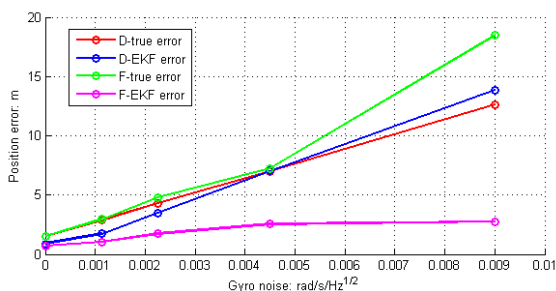


Рис. 4. Теоретические и реальные среднеквадратические ошибки координат в конце 5-минутной навигации в зависимости от интенсивности шума ДУС при частоте данных 250 Гц

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Nilsson, J.-O., et al., Foot-mounted INS for everybody – An open-source embedded implementation, IEEE/ION PLANS 2012, Myrtle Beach, SC, 2012, pp. 140–145.
- [2] Ван Ю., Цзю Ч., Шкель А. Пешеходная инерциальная навигация с коррекцией по нулевой скорости и комплексированием датчиков // Гироскопия и навигация, 2021. Том 29. № 1 (112). С. 3–31.
- [3] Bayev, A., Chistyakov, I., Derevyankin, A., Gartsev, I., Nikulin, A., Pikhletsky, M., RuDaCoP: The Dataset for Smartphone-Based Intellectual Pedestrian Navigation, International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2019, pp. 1–8.
- [4] Angermann, M., Robertson, P., Kemptner, T., Khide, M. A High Precision Reference Data Set for Pedestrian Navigation using Foot-Mounted Inertial Sensors, International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 15–17 September 2010, Zürich, Switzerland.
- [5] Wang, Y., Chernyshoff, A., and Skel, A., Error analysis of ZUPT-aided pedestrian inertial navigation, IPIN 2018, Nantes, 2018, pp. 24–27.
- [6] Bolotin, Yu.V., Bragin, A.V., Gartzev, I.B. Covariance error analysis for pedestrian dead reckoning with foot mounted IMU, IPIN-2019, Piza, 2019, pp. 243–250.
- [7] Huang, G., Mourikis, A., Roumeliotis, S. Analysis and improvement of consistency of extended Kalman filter-based SLAM, IEEE ICRA, Pasadena, 2008, pp. 473–479.
- [8] Mallick, M., Arulampalam, S., Mihaylova, L., Yan, Y., Angle-only filtering in 3D using modified spherical and log spherical coordinates, 14th International Conference on Information Fusion, 2011, pp. 1–8.
- [9] Barrau, A., Bonnabel, S. Invariant Kalman Filtering, Annu. Rev. Control Robot. Auton. Syst., 2018. 1:5.1–5.21.
- [10] Bolotin, Y., Bragin, A., Gulevskiy, D., On Consistency of EKF for Pedestrian Dead Reckoning with Foot Mounted IMU, 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2020, pp. 1–10.
- [11] Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Корректируемые системы. Москва: Наука, 1967. 647 с.
- [12] Голован А.А., Вавилова Н.Б., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М: Издательство МГУ, 2020. 164 с.
- [13] Scherzinger, B., Reid, D., Modified strapdown inertial navigator error models, Proceedings of 1994 IEEE Position, Location and Navigation Symposium – PLANS'94, 1994, pp. 426–430.
- [14] Bar-Shalom, Y., Li, X., and Kirubarajan, T., Estimation with applications to tracking and navigation, New York, Wiley-Interscience, 2001, 584 p.

Адаптивно-робастные методы обнаружения, захвата и сопровождения зависших, мало- и высокоскоростных объектов в интегрированных радиолокационно-инерциальных системах с квазинепрерывным излучением

В.Н. Коврегин

Кафедра аэрокосмических
измерительно-вычислительных комплексов,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
kovregin@mail.ru

Г.М. Коврегина

Кафедра аэрокосмических
измерительно-вычислительных комплексов,
Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
g_kovregina@mail.ru

Аннотация—Показано методическое обеспечение для типового вертолетного радара с интегрированной системой микронавигации фазового центра антенны, позволяющее расширить функциональные возможности радара в задачах дальнего обнаружения маловысотного объекта в расширенном диапазоне скоростей сближения; повысить точность, помехоустойчивость и оперативность измерения траекторных параметров при захвате и автосопровождении такого объекта.

Ключевые слова—микронавигация, ЛЧМ-излучение, адаптация, адаптивно-робастная фильтрация.

I. ВВЕДЕНИЕ

Интенсивно развиваются многофункциональные радары (МФР) с фазированными антенными решетками, интегрированные на аппаратно-алгоритмическом уровне с инерциальными системами микронавигации (СМН) фазового центра антенны (ФЦА) [1, 2], которые традиционно используются в задачах землеобзора при синтезировании апертуры антенны [3]. Рассматривается интеграция «МФР/СМН» в другом аспекте – в задачах обнаружения, первоначального измерения/оценивания траекторных параметров (захвата) и сопровождения маловысотного воздушного объекта (МВО) в дальней зоне обзора при широком диапазоне скоростей, мощных мешающих отражениях от земли (МОЗ) и интенсивном маневрировании. Сохраняют актуальность проблемы дальнего обнаружения МВО в состоянии зависания, малой скорости сближения (удаления) при малых отношениях сигнал/шум и маневрах; повышения оперативности, точности и помехоустойчивости захвата МВО в дальней зоне; обеспечения устойчивости автосопровождения (АС) МВО при редких опросах и интенсивном маневрировании. Представлены основные подходы, методы и функциональные алгоритмы МФР, ориентированные на решение указанных проблем.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается типовой вертолетный МФР X-диапазона с фазированной антенной решеткой и СМН с инерциальными датчиками вблизи ФЦА. Носитель

МФР – на малой высоте (не более 100 м над землей) в состоянии зависания/движения. Известны параметры и текущая ориентация диаграммы направленности антенны (ДНА). Типичная ДНА по углу места показана на рис. 1, где абсцисса – градусы, ордината – децибелы. ДНА по азимуту аналогичная.

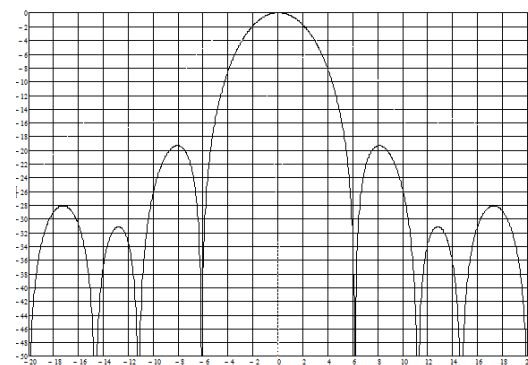


Рис. 1. ДНА по углу места в связанной системе координат антенны

МВО находится в дальней зоне обзора главным лучом (ГЛ) в состоянии зависания/движения с малой или высокой скоростью в направлении к ФЦА или от ФЦА. ГЛ стабилизирован над горизонтом с минимальным углом места, при котором поверхность земли облучается только боковыми лепестками (БЛ) ДНА. Присутствуют мощные МОЗ по БЛ. Дальняя зона ограничивается максимальной дальностью обнаружения $R_{d\max}$, априорно известной и составляющей не более 10^5 м. Полагается, что в этой зоне обнаружение потенциально возможно только на фоне шумов приемника и при длительном когерентном накоплении сигнала МВО, обеспечиваемом только в режиме излучения с высокой (ВЧПИ) частотой повторения импульсов (ЧПИ) F_r . Во время излучения и на интервалах между пачками импульсов происходит интенсивное маневрирование, приводящее к ускорениям сближения $A_{R\text{ml}}$ в диапазоне $\pm 5 g$.

Задача – разработка методов и алгоритмов для МФР с СМН, позволяющих в рамках типичных аппаратных средств, параметров излучения/обработки сигналов при ВЧПИ обеспечить возможность дальнего обнаружения,

захвата и сопровождения МВО в широком диапазоне скоростей сближения (от 0 до нескольких сотен м/с) при указанных выше условиях функционирования МФР.

III. АДАПТИВНО-РОБАСТНЫЕ МЕТОДЫ ДАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ, ЗАХВАТА И СОПРОВОЖДЕНИЯ

A. Базовый режим излучения при обнаружении

Рассматривается режим ВЧПИ с линейной частотной модуляцией несущего колебания (ЛЧМ) в пачке импульсов [4]. В работах [5, 6] показаны методы дальней локализации малоскоростного МВО в таком режиме. В докладе оцениваются возможности для расширения диапазона скоростей при обнаружении МВО, включая высокие скорости (сотни м/с) на встречных курсах, относительно малые и нулевые на догонных курсах, скорости при записании МВО и/или МФР.

При ЛЧМ с крутизной $S > 0$ частота сигнала МВО F_{ml}^* может измеряться только при условии

$$F_r > F_{ml}^* = F_{Dml} + 2(S + \Delta S_{ml})R_{ml} / c > F_{sl}^*, \quad (1)$$

где F_r – ЧПИ; $F_{Dml} = (2V_{Rml} / \lambda)$ – доплеровская частота МВО в ГЛ; V_{Rml} – скорость сближения; λ – длина волны; c – скорость света; $\Delta S_{ml} = (2A_{Rml} / \lambda)$ – приращение крутизны ЛЧМ при ускорении сближения; R_{ml} – дальность МВО; F_{sl}^* – граница спектра МОЗ. Частота F_{sl}^* , наибольшая в спектре МОЗ, определяется для конкретного БЛ аналогично частоте F_{ml}^* в соотношении (1) – при замене « ml » на индекс « sl », обозначающий принадлежность к БЛ. Из выражения (1) следует, что верхнее ограничение по скорости сближения

$$V_{Rml} < V_{Rmlmax} = 0,5\lambda \{ (F_r - (S + \Delta S_{ml})) (2R_{ml} / c) \}, \quad (2)$$

При типичных параметрах излучения, например $S = 16 \cdot 10^6$ Гц/с, $F_r = (70 \dots 100) \cdot 10^3$ Гц, $\lambda = 0,03$ м и для максимальной дальности $R_{dmax} = 10^5$ м ограничение по скорости будет $V_{Rmlmax} = (890 \dots 1340)$ м/с. При снижении S , увеличении F_r , эти предельные скорости возрастают.

Нижнее ограничение по дальности обнаружения:

$$R_{ml} > R_{mlmin} = \frac{R_{sl}(S + \Delta S_{sl}) - (c/2)(F_{Dml} - F_{Dsl})}{S - \Delta S_{ml}}. \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что при комбинации из двух пачек с разными знаками крутизны (бинарных пачек) в общем случае ограничения по минимальной дальности не превышают максимальной наклонной дальности R_{sl} для БЛ. В частных случаях ограничения меньше R_{sl} или их нет. При бинарных пачках полностью раскрывается диапазон скоростей сближения от 0 до V_{Rmlmax} . Кроме того, обеспечивается возможность наблюдения МВО и при отрицательных скоростях сближения.

B. Радиальная микронавигация и адаптация параметров излучения/обработки сигналов

Радиальная микронавигация ФЦА – определение траекторных параметров ФЦА в проекциях по направлени-

ям БЛ и ГЛ – реализуется по данным СМН и алгоритма управления МФР. Дальности по направлениям БЛ могут корректироваться с учетом рельефа поверхности при использовании цифровой карты местности (ЦКМ) с геодезической привязкой по информации от СМН и МФР. По результатам микронавигации непосредственно перед излучением пачки импульсов осуществляется:

- адаптивная настройка параметров первичной обработки сигнала (ПОС) с целью учета/компенсации фазовых искажений из-за ускорения ФЦА $A_{Rml\text{ апс}}$ по направлению ГЛ – компоненты $\exp\{j2\pi(f_0/c) A_{Rml\text{ апс}} t^2\}$, где f_0 – несущая частота; t – время;
- расчет границ спектра МОЗ и соответствующих параметров режекции сигнала при ПОС для всех вариантов крутизны ЛЧМ из набора $\pm S_{(k)}$, $k=1, \dots, K_s$;
- адаптивная настройка параметров излучения: крутизны S – для обеспечения наблюдаемости F_{ml}^* , минимизации инструментальных ошибок частотных измерений; периода повторения импульсов (ППИ) T_r – в аспекте обеспечения наблюдаемости неоднозначной задержки сигнала МВО (НЗС) τ в прозрачной зоне ППИ (вне участков бланкирования приемника).

Упрощенная схема информационной интеграции «МФР/СМН» на уровне процедур управления излучением и ПОС показана на рис. 2.

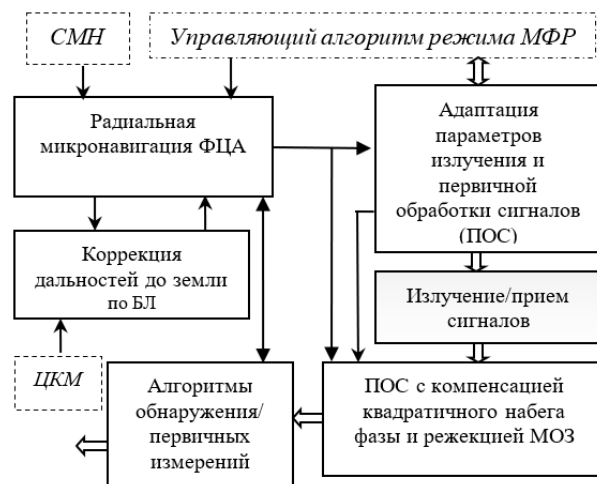


Рис. 2. Схема интеграции МФР/СМН

C. Адаптивное обнаружение

Обнаружение выполняется по бинарным пачкам при $T_r = const$, $S = var$. Первая пачка излучается с крутизной $S_1 = \max\{S(k) > 0\}$ или $S_1 = \max\{|S(k)| < 0\}$. Если нет обнаружения, то путем исключения и с использованием данных СМН сужаются диапазоны дальностей МВО и скоростей, выполняется адаптация параметров излучения и ПОС для второй пачки, излучаемой с крутизной $S_2 \neq S_1$. Если для этой пачки также нет обнаружения, то излучаются и адаптируются следующие бинарные пачки, но при другом T_r из набора ППИ для раскрытия слепых зон по дальности. При обнаружении с T_{r0} и S_0 : измеряются частота F_{ml0}^* и НЗС τ_0 ; рассчитываются дисперсии оши-

бок этих измерений D_{F^*ml0} , $D_{\tau0}$ и сокращенные диапазоны дальностей $[R_{ml\ min\ 0}; R_{ml\ max\ 0}]$ и скоростей $[V_{Rml\ min\ 0}; V_{Rml\ max\ 0}]$. Эти данные являются входными для процедур захвата траектории МВО, реализуемых при известных интервалах времени между пачкой обнаружения и захвата, а также между пачками захвата.

D. Адаптивно-робастные методы захвата и автосопровождения

В общем случае захват и АС осуществляется по пачкам с ВЧПИ при $T_r = var$ и $S = var$. После адаптивной настройки первая пачка захвата ($i=1$) излучается при крутизне $S_i \neq S_{i-1}$ и приращении $\Delta T_{r\ i/i-1} = T_{r\ i} - T_{r\ i-1}$. Измеряются $F^*_{ml\ i}$, τ_i , рассчитываются дисперсии ошибок этих измерений. Известны предыдущие измерения $F^*_{ml\ i-1}$, τ_{i-1} и дисперсии их ошибок. Одновременно и комплексно реализуются два контура управления наблюдением и обработки измерений – дальномерных частот F^*_{ml} и задержек сигнала t .

Частотный контур по первой пачке захвата реализует метод измерения дальности и скорости [5] по двум измерениям ($F^*_{ml\ i-1}$, $F^*_{ml\ i}$). При следующей пачке реализуется метод [6] одновременного измерения дальности, скорости и ускорения, базирующийся на измерениях по трем пачкам с разной крутизной. Далее метод [6] реализуется при захвате и АС по технологии скользящего окна. Контур обеспечивает поддержку экстраполяции НЗС $\tau_{i/i-1}$ по измерению τ_{i-1} при условии $T_{r\ i} = T_{r\ i-1}$; адаптивно-робастную идентификацию и фильтрацию частотных измерений [7] в многоцелевой и/или поличастотной ситуации; оценивание и сокращение интервала дальностей $[R_{ml\ min}; R_{ml\ max}]$, подаваемого на вход контура задержек; защиту от аномальных оценок дальности на выходе контура НЗС.

Контур НЗС в каждом шаге захвата и АС реализует унифицированную алгоритмическую структуру, которая включает следующие функциональные модули.

1. Прогноз параметров дальности $\tau_{i/i-1}$ и $r_{i/i-1}$ на интервале $\Delta t_{i/i-1} = t_i - t_{i-1}$ между пачками на основе оценки дальности $R_{ml\ i-1} = (c/2) (r_{i-1} T_{r\ i-1} + \tau_{i-1})$, где r_{i-1} – индекс ППИ. Аналогичный прогноз $r_{i/i-1\ min}$ и $r_{i/i-1\ max}$ выполняется по границам интервала $[R_{ml\ i-1\ min}; R_{ml\ i-1\ max}]$.

2. Адаптивная настройка ППИ на основе максимального приращения $\Delta T_{r\ i/i-1}$, обеспечивающего гарантированную наблюдаемость НЗС в ППИ $T_{r\ i}$ для интервала дальности, заданного диапазоном индексов ППИ $[r_{i/i-1\ min}; r_{i/i-1\ max}]$.

3. Грубая оценка текущего индекса ППИ r^*_i , дисперсии ошибок оценивания и границ интервала индексов $[r^*_{i\ min}; r^*_{i\ max}]$.

4. Расщепленный прогноз положений НЗС $\tau^*_{i/i-1}(J)$ в ППИ при заданном приращении $\Delta T_{r\ i/i-1}$ для всех индексов ППИ $r^*_i(J)$ в диапазоне $[r^*_{i\ min}; r^*_{i\ max}]$ и формирование массива невязок $v^*_i(J) = \tau_i - \tau^*_{i/i-1}(J)$.

5. Уточненная оценка индекса ППИ r_i по критерию «минимум модуля ошибки прогноза», из соответствия прогнозной модели $\tau^*_{i/i-1}(J_{min})$ минимальному значению модуля невязки $|v^*_i(J_{min})| = \min \{|v^*_i(J)|\}$, при котором оценка текущего индекса ППИ $r_i = r^*_i(J_{min})$.

6. Расчет дисперсий погрешностей измерения τ_i , прогноза $\tau^*_{i/i-1} = \tau^*_{i/i-1}(J_{min})$, невязки $v^*_i = v^*_i(J_{min})$, корректировка границ интервала $[r^*_{i\ min}; r^*_{i\ max}]$.

7. Адаптивно-робастная фильтрация Калмана (АРФК) на основе алгоритмов с последовательной обработкой компонент наблюдения [1, 2, 7]. В скалярном виде АРФК применяется для оценивания НЗС τ_i (при принятой прогнозной модели $\tau^*_{i/i-1}$ и дисперсиях: $D_{\tau^*_{i/i-1}}$ – для ошибок прогноза; D_{τ_i} – для ошибок измерения τ_i).

8. Оценка текущей дальности $R_{ml\ i} = (c/2) (r_i T_{r\ i} + \tau^*_i)$, где τ^*_i – оценка НЗС на выходе АРФК, а также дисперсии для ошибок оценивания и текущих границ интервала $[R_{ml\ i\ min}; R_{ml\ i\ max}]$.

Контур НЗС функционирует при взаимодействии с частотным контуром или автономно – в ситуациях, когда вариация крутизны ЛЧМ невозможна.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 3 и 4 показано изменение среднеквадратического отклонения (СКО) σ_{C^*} ошибок определения величины $C^*_i = \{(\tau^*_{i/i-1} - \tau_i) / \Delta T_{r\ i/i-1}\}$ при грубой оценке индекса ППИ $r^*_i = [C^*_i]$, где $[\bullet]$ – целая часть числа.

На рис. 3 – зависимость σ_{C^*} от количества пачек при захвате и от положения НЗС в пачке обнаружения.

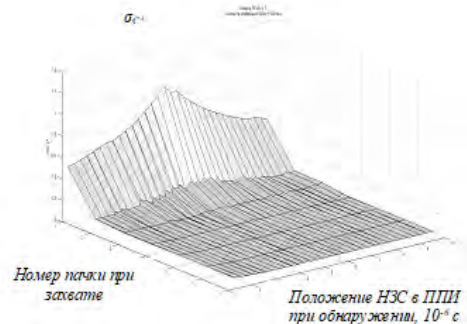


Рис. 3. Зависимость СКО σ_{C^*} от исходного положения НЗС при обнаружении и количества пачек при захвате

На рис. 4 – зависимость σ_{C^*} от количества пачек при захвате и дальности обнаружения МВО. Захват осуществлялся без поддержки частотного контура в широком диапазоне $[R_{ml\ i-1\ min}; R_{ml\ i-1\ max}]$ – от 500 м до 60 000 м.

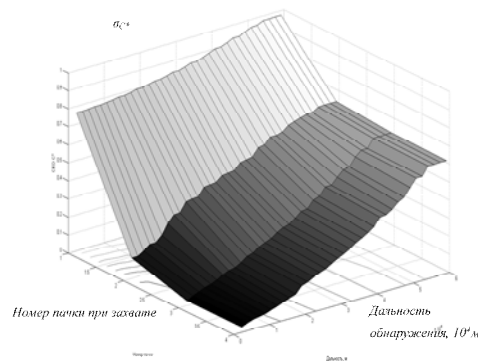


Рис. 4. Зависимость σ_{C^*} от дальности обнаружения и количества пачек при захвате

На рис. 5 показано изменение приращения ППИ в циклах АС после захвата.

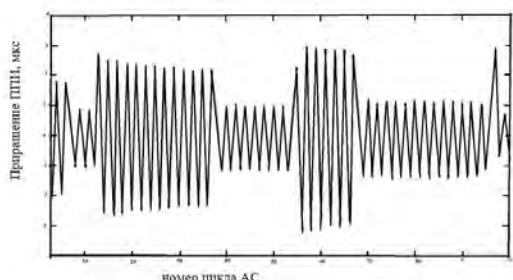


Рис. 5. Изменение приращения ППИ в циклах АС

На рис. 6 показаны дальномерные погрешности захвата и АС в зависимости от дальности и скорости сближения

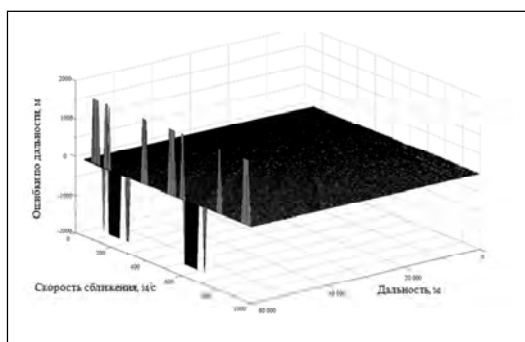


Рис. 6. Абсолютные ошибки определения дальности при захвате объекта (60 км) и его дальнейшем автосопровождении

С учетом зависимости σ_{C^*} от исходного положения НЗС в ППИ (рис. 3) при захвате на основе приращений ППИ с разными знаками (рис. 5) прогнозируемая зона $[\tau_{i/i-1}^{*min}; \tau_{i/i-1}^{*max}]$ наблюдения НЗС целенаправленно «раскачивается» в пределах рабочей зоны ППИ. При этом существенно расширяются диапазоны приращений ППИ, усиливается сходимость процесса устранения неоднозначности НЗС. Для эффективного захвата требуется 1-2 пачки (рис. 4). При тех же условиях моделирования захват на основе теоремы об остатках, а также при переборе заданных ППИ [4] требует 10-12 и 7-8 пачек соответственно.

При больших дальностях (от $6 \cdot 10^4$ м до 10^5 м) при захвате по 1 и 2 пачкам возможны ошибки оценивания индекса ППИ в диапазоне ± 1 (рис. 5), составляющие соответственно $\approx 12\%$ и $\approx 7\%$. Сбои захвата устраняются уже на первом шаге АС (рис. 6). Компенсируются аномальные оценки дальности (в диапазоне 1500-2300 м), поступающие на вход циклов АС и имитируемые в 10% общего количества циклов. Компенсируются и «уводящие» помехи, проявляющиеся в ошибках прогноза дальности (до 100...300 м). При указанных дестабилизирующих факторах и на фоне маневров с ускорениями в диапазоне $\pm 5g$ обеспечивается устойчивость автосопровождения при интервалах между опросами МВО до 2 с и при погрешностях дальнометрии не более 15 м (при длительности импульса $0,8 \cdot 10^{-6}$ с, соответствующей 120 м). В таких условиях традиционные процедуры АС, как

правило, ограничиваются интервалами между опросами не более 0,25...0,5 с.

Учитывая помехоустойчивость, обеспечиваемую при адаптивно-робастном сопровождении, представляется возможным сокращение процедуры захвата с приращением ППИ до одной пачки после обнаружения или ее исключения при достаточной точности дальнометрии по ЛЧМ-сигналам.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные подходы и адаптивно-робастные методы обнаружения, захвата и сопровождения МВО базируются на глубокой интеграции инерциальных и радиолокационных каналов МФР, комплексировании методически разнородных способов измерения траекторных параметров, адаптивном управлении излучением, наблюдением, обработкой сигналов и адаптивно-робастной фильтрации Калмана при идентификации и оценивании первичных частотных и временных измерений. При применении этих методов обеспечивается:

- обнаружение объектов с широким диапазоном скоростей, включая объекты, обнаружение которых в дальней зоне традиционными способами не представляется возможным;
- повышение оперативности, точности и помехоустойчивости измерения/оценивания траекторных параметров объекта при захвате и сопровождении.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Коврегин В.Н., Коврегина Г.М. Использование инерциально-спутниковой навигационной системы для определения параметров движения фазового центра антенны радиолокатора // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2016. С. 266–274.
- [2] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Коврегин В.Н., Коврегина Г.М., Меркулова И.И. Летная отработка распределенной системы инерциально-спутниковой микронавигации для радиолокатора с синтезированной апертурой // Научный Вестник МГТУ ГА. 2017. Т. 20. №1. С. 222–231.
- [3] Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли. М.: Радиотехника, 2005. 368 с.
- [4] Справочник по радиолокации / М. Скольник. Нью-Йорк, 1970. Том 3. Пер. с англ. под ред. К. Н Трофимова. М.: Сов. радио, 1978. 528 с.
- [5] Патент на изобретение RU 2 697 509 C2, МПК G01S 13/08 (2006/02). Способ обнаружения, измерения дальности и скорости низколетящей малоскоростной цели в импульсно-доплеровских радиолокационных станциях при высокой частоте повторения и инвертируемой линейной частотной модуляции / Коврегин В. Н., Коврегина Г. М.; приор. 25.05.2017; заявитель и патентообладатель Российская Федерация, опубл. 15.08.2019, Бюл. №23.
- [6] Патент на изобретение RU 2 692 912 C1 МПК G01S 13/00, G01S 13/00 (2006/01). Способ одновременного измерения дальности, скорости и ускорения малоскоростной маневрирующей воздушной цели в импульсно-доплеровских радиолокационных станциях при высокой частоте повторения импульсов и линейной частотной модуляции / Коврегин В.Н., Коврегина Г.М.; приор. 13.02.2018; заявитель и патентообладатель Российская Федерация, опубл. 01.07.2018, Бюл. № 19.
- [7] Коврегин В.Н., Коврегина Г.М. Адаптивно-робастная идентификация и фильтрация бинарных наблюдений нескольких целей // XII международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация и связь». 2006. Том 3. С. 1480–1484.

Метод комплексной обработки инерциальных и оптико-электронных измерений

А.В. Савкин
НИО-305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
email: savkinav2@mai.ru

Д.А. Антонов
НИО-305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
email: antonovda@mai.ru

Л.А. Колганов
НИО-305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
email: kolganovla@mai.ru

Е.Л. Чехов
НИО-305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
email: chekhovel@mai.ru

Аннотация—Рассмотрен метод комплексной обработки информации на основе инерциальных и оптико-электронных измерений. Приведены результаты моделирования синтезированных на базе метода алгоритмов.

Ключевые слова—Беспилотный летательный аппарат, комплексная обработка информации, техническое зрение, оптико-электронная система, SLAM.

1. ВВЕДЕНИЕ

В основе навигационных комплексов современных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) лежит, как правило, инерциальная навигационная система (ИНС), корректируемая приемником глобальных спутниковых навигационных систем (ГНСС). Существенным ограничением применения ГНСС является возможность искажения или недоступности сигналов навигационных спутников, которая может быть вызвана как естественными (многолучевость, различные атмосферные искажения), так и искусственными (jamming, spoofing [1]) факторами. Поэтому актуальной является задача обеспечение требуемых уровней точности навигационного решения в автономном режиме. Одними из возможных корректоров ИНС в автономном режиме могут быть оптико-электронные системы (ОЭС) различного вида, например обзорно-навигационная ОЭС разработки АО «КТ-Беспилотные Системы» (ОЭС-ОН). В рамках совместных работ МАИ и АО «КТ-Беспилотные Системы» встала задача разработки алгоритмов и программно-математического обеспечения, реализующего режим автономной навигации ОЭС-ОН. Решение этой задачи возможно с применением различных подходов: использование нейросетевых технологий [2]; построение корреляционно-экстремальных навигационных систем (КЭНС) (в том числе применение моделей окружающей среды) [3]; использование SLAM-алгоритмов (RTAB-Map, EKF-SLAM, DPSLAM и др.) [4]; комбинация подходов.

II. ОСОБЕННОСТИ МЕТОДА

Учитывая имеющиеся ограничения и требования к программно-аппаратному обеспечению ОЭС-ОН, был разработан метод совместной обработки информации ИНС и ОЭС, основанный на EKF-SLAM. На основе метода были синтезированы алгоритмы навигационного комплекса.

К основным особенностям метода следует отнести разработанную математическую модель погрешностей

навигационного комплекса, учитывающую погрешности ИНС, ОЭС и связей между ними [5]; погрешности юстировки ОЭС; учет возможности наличия искажений в измерениях ОЭС, вызванных внешними возмущающими факторами неизвестной природы и вида; отсутствие необходимости в наличии карты местности и возможность построения модели рельефа с целью ее повторного использования; возможность на основе метода синтезировать алгоритмы для БПЛА различных видов и классов, широкого диапазона аппаратного состава и для различных требований к уровням точностей навигационного решения.

К преимуществам алгоритмов можно отнести их вычислительную устойчивость; реализуемость алгоритма на вычислителях без графических ускорителей, в том числе на промышленных контроллерах общего назначения; возможность на основе метода синтеза алгоритмов контроля целостности измерений как для ОЭС, так и для ГНСС, а также алгоритмов юстировки ОЭС в случае использования опорных точек (ОТ) с заранее известными координатами.

Применяемый принцип работы ОЭС как корректора ИНС схематично изображен на рис.1.



Рис. 1. Использование ОЭС в качестве корректора ИНС

Оцениваемый расширенным фильтром Калмана вектор состояния включает в себя коэффициенты моделей

погрешностей систем, входящих в навигационный комплекс, и имеет вид (1):

$$\bar{X}^T = \begin{pmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4, \alpha, \beta, \gamma, \\ \Delta\Omega_X, \Delta\Omega_Y, \Delta\Omega_Z, \Delta K_{\Omega_X}, \Delta K_{\Omega_Y}, \Delta K_{\Omega_Z}, \\ \Delta n_X, \Delta n_Y, \Delta n_Z, \Delta K_{n_X}, \Delta K_{n_Y}, \Delta K_{n_Z}, \\ \delta\rho_{\Delta\tau}^c, \delta\dot{\rho}_{\Delta\tau}^c, \\ \delta R_{11}^o, \delta R_{21}^o, \delta R_{31}^o, \dots, \\ \delta R_{1n}^o, \delta R_{2n}^o, \delta R_{3n}^o \end{pmatrix} \quad (1)$$

где x_1, x_2 – погрешности ИНС в определении долготы и широты БПЛА соответственно, x_3, x_4 – погрешности ИНС в определении восточной и северной составляющих путевой скорости; α, β, γ – погрешности ориентации базового трехгранника; $\Delta\Omega_X, \Delta\Omega_Y, \Delta\Omega_Z$ – проекции постоянных составляющих погрешностей датчиков угловых скоростей на оси связанной системы координат, $\Delta K_{\Omega_X}, \Delta K_{\Omega_Y}, \Delta K_{\Omega_Z}$ – ошибки масштабных коэффициентов датчиков угловых скоростей; $\Delta n_X, \Delta n_Y, \Delta n_Z$ – постоянные составляющие ошибок акселерометров в проекции на оси связанной системы координат; $\Delta K_{n_X}, \Delta K_{n_Y}, \Delta K_{n_Z}$ – ошибки масштабных коэффициентов акселерометров; $\delta\rho_{\Delta\tau}^c$ – ошибки дальности от приемника ГНСС до навигационного спутника, вызванные уходом начальной фазы задающего генератора; $\delta\dot{\rho}_{\Delta\tau}^c$ – ошибки определения скорости измерений дальности до спутника, вызванные отличием от номинальной частоты генератора приемника; $\delta R_{11}^o, \delta R_{21}^o, \delta R_{31}^o, \dots, \delta R_{1n}^o, \delta R_{2n}^o, \delta R_{3n}^o$ – ошибки ОЭС в определении координат ОТ на поверхности земли (n – количество используемых ОТ в векторе измерений).

III. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНТЕЗИРОВАННЫХ НА БАЗЕ МЕТОДА АЛГОРИТМОВ

Имитационное моделирование синтезированных на основе метода алгоритмов проводилось с учетом характеристик навигационных комплексов различных объектов (летательные аппараты разных классов). С целью повышения достоверности результатов имитационные исследования проводились в том числе с применением среды AirSim [6] (рис. 2).



Рис. 2. Пример моделирования в AirSim

AirSim использует бесплатный игровой движок Unreal Engine 4, что позволяет с высокой детализацией моделировать изображение подстилающей поверхности и дает возможность исследовать влияние различных погодных условий на работу оптической системы, что недоступно в программах, использующих лишь спутниковые снимки. Помимо этого, наличие открытого исходного кода позволяет выполнять настройку параметров камеры и математической модели динамики БПЛА.

В ходе моделирования в AirSim сравнивались различные алгоритмы детекторов и дескрипторов, применяемые для поиска и отслеживания ОТ на кадрах видеоизображения. Например, на рис.3 приведены результаты работы детекторов ORB (слева) и SIFT (справа) на трех последовательных кадрах.

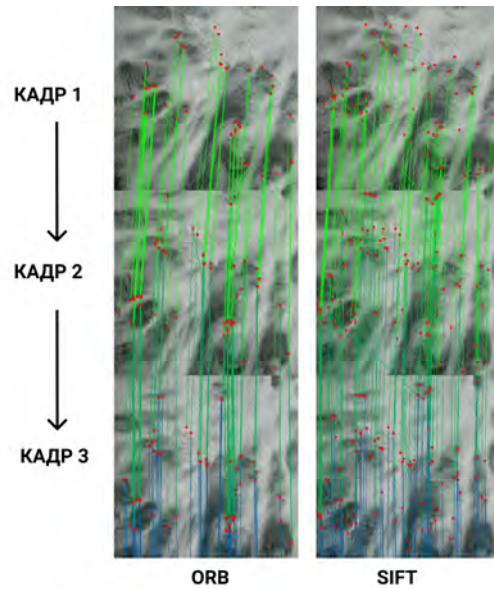


Рис. 3. Результат работы детекторов

Результаты сравнений показали, что оба алгоритма позволяют корректно выполнять отслеживание перемещающихся контрастных точек, однако дескрипторы SIFT позволяют находить больше совпадений и являются более информативными. Некорректно найденные совпадения точек на двух кадрах исключаются с помощью алгоритмов RANSAC.

Результаты имитационного моделирования алгоритмов комплексных навигационных систем, включающих в себя ИНС различных классов точности, при одинаковых условиях начальной выставки и полета и без учета погрешностей алгоритмов детекторов приведены на рис.4.

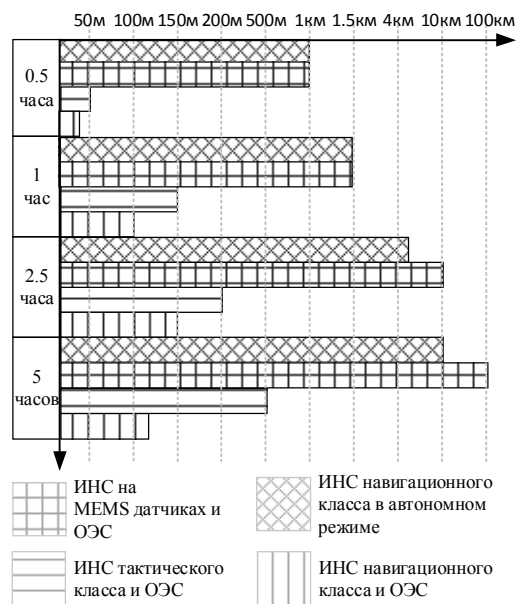


Рис. 4. Результаты имитационного моделирования для ИНС различного класса

В табл. 1 приводится сравнение результатов моделирования в процентах от пройденного пути.

ТАБЛИЦА 1 ПОГРЕШНОСТИ КОМПЛЕКСА В ПРОЦЕНТАХ ОТ ПРОЙДЕННОГО ПУТИ

<i>Тип ИНС</i>	<i>Погрешность, % от пройденного пути</i>
Навигационного класса	0.02
Тактического класса	0.1
На MEMS-датчиках	20

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для решения задачи обеспечения требуемых уровней точностей в автономном режиме БПЛА в рамках подхода EKF-SLAM был разработан метод, позволяющий использовать ОЭС в качестве корректора ИНС. Были синтезированы алгоритмы навигационного комплекса и программно-математическое обеспечение имитационного моделирования и камеральной обработки полетных данных.

При проведении имитационного моделирования исследовалось влияние различных факторов на точность и надежность навигационного решения: погрешностей параметров оптической системы; точности установки камеры ОЭС относительно строительных осей БПЛА; погрешностей высотомеров; погодных условий и типов местности; точностей ИНС различных классов. Например, зависимость погрешности определения координат от пройденного БПЛА пути составила: 0.02% для ИНС навигационного класса, 0.1% для ИНС тактического класса и 20% для ИНС на микромеханических датчиках.

Среди перспективных направлений дальнейших исследований можно выделить:

- исследование возможностей применения в качестве оценщика ансамблевого фильтра Калмана с целью повышения точности и надежности работы системы;
- разработку алгоритмов одновременного контроля целостности спутниковых и оптических измерений на базе предложенного метода.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2020-0015.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дао Х.К., Ступин Д.Д., Шевченко Р.А. Принципы обнаружения преднамеренных помех, воздействующую на аппаратуру потребителей спутниковых радионавигационных систем // Журнал радиоэлектроники. 2019. №5.
- [2] Федулин А.М., Горбачевич В.С., Осадчук А.В. Концептуальный подход к созданию наземной инфраструктуры машинного обучения систем технического зрения для беспилотной авиации // Полет. 2020. №11. С. 32–38.
- [3] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 3. С. 102–125.
- [4] Chen, C., Zhu, H., Li, M., You, S., A review of visual-inertial simultaneous localization and mapping from filtering-based and optimization-based perspectives, Robotics, 2018, 7, 45.
- [5] Долженков Н.Н., Антонов Д.А., Савкин А.В., Дрягин Д.М. Метод автономной навигации на базе инерциальных и оптико-электронных измерений для беспилотных летательных аппаратов различных классов // Полет. 2020. №12.
- [6] Shah, S., Dey, D., Lovett, C., Kapoor, A., Airsim: High-fidelity visual and physical simulation for autonomous vehicles. In field and service robotics, Springer: Cham, Switzerland, 2018, pp. 621–635.

Алгоритм планирования информативного маршрута в задаче навигации с использованием карты

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

А.С. Носов
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
asnosov@itmo.ru

Аннотация—Проведен краткий обзор основных алгоритмов планирования маршрута в робототехнических системах и выделены подходы, применяемые в задачах навигации по геофизическим полям. Отмечены общие черты и отличия выбора маршрута в этих задачах. Предложен алгоритм выбора кусочно-линейного маршрута, позволяющий планировать обсервацию по нескольким геофизическим полям с ограничением на длину линейных участков. Проведен краткий анализ эффективности предложенного алгоритма.

Ключевые слова—навигация по геофизическим полям, планирование маршрута, анализ точности, навигационная информативность.

1. ВВЕДЕНИЕ

Навигационные системы (НС) с коррекцией по данным о геофизических полях Земли применяются на подвижных объектах различных классов. При проведении коррекции таких систем на морских объектах может использоваться, например, информация о гравитационном поле и поле рельефа дна, которая обычно представляется в виде цифровой карты навигационного полигона и измерений соответствующих датчиков. Коррекция осуществляется путем выработки поправок к показаниям навигационной системы на основе сопоставления измеренных и вычисленных по карте значений поля [1–9].

Одним из ключевых факторов, оказывающих влияние на точность обсервации по геофизическим полям, является их изменчивость в районе решения задачи. При этом благоприятными для проведения коррекции могут считаться маршруты, в окрестности которых изолинии геофизического поля или полей существенно меняют свое направление, а модуль градиента достигает высоких значений [2, 10, 11]. Выбор таких маршрутов и оценка точности обсервации на них могут быть реализованы с привлечением эксперта и средств предсказательного моделирования заранее [12, 13].

Вместе с тем ручной выбор маршрута при использовании нескольких геофизических полей может быть трудоемким. Это обусловлено тем, что помимо свойств самих полей необходимо учитывать протяженный характер обсервации, погрешности измерительных средств, неточности построения карты навигационного полигона и возможные ограничения на динамику объекта. Кроме того, нередко требуется формировать маршрут в режиме реального времени, исходя из текущей характеристики точности определения координат или особенностей решаемой подвижным объектом задачи.

Перечисленные факторы делают актуальной разработку автоматизированных методов планирования маршрута, учитывающих условия решаемой задачи.

Цель предлагаемого доклада – проанализировать основные алгоритмы планирования маршрута в робототехнических системах, выделив подходы, применяемые в задачах навигации по геофизическим полям, и на основе полученных результатов предложить алгоритм планирования маршрута, учитывающий возможность использования информации о нескольких полях.

А. Краткий обзор методов планирования маршрута

В робототехнических системах задача планирования маршрута встречается повсеместно. Ее требуется решать при разработке беспилотных летательных аппаратов, автономных транспортных средств, многозвенных манипуляторов и других устройств. В основе многих методов планирования маршрута лежит фундаментальная работа Дейкстры, посвященная поиску кратчайшего пути на графе с неотрицательными ребрами [14]. При этом граф обычно является дискретной моделью пространства, представляющего его с необходимой точностью. Идеи, предложенные в этой работе, породили целый класс успешных алгоритмов, использующих различные эвристические приемы для повышения эффективности решения задачи [15].

В алгоритмах планирования маршрута, основанных на теории графов, важное значение имеет метод построения графа. Один из традиционных подходов заключается в покрытии пространства равномерной сетью узлов и построении по ним графа, каждая вершина которого для двумерного пространства имеет 4 или 8 ребер. Нетрудно заметить, что простота такого метода сопряжена с существенным недостатком: направления, в которых может двигаться объект по такому графу, ограничены дискретностью в 90 или 45 градусов. Для преодоления этой особенности в режиме постобработки применяют специальные алгоритмы сглаживания полученной траектории, которые, впрочем, имеют свои ограничения.

Другой известный подход основан на случайном формировании вершин графа и ребер между ними. Он широко применяется для планирования маршрута в пространствах высокой размерности, когда задание равномерной сетки узлов порождает большие вычислительные затраты, или в случае априорно неизвестного пространства. К такому стохастическому подходу относятся также различные варианты быстрорастущих случайных деревьев [16].

Помимо алгоритмов, основанных на теории графов, предложены и другие методы, включая аналитические,

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-19-00627, <https://rscf.ru/project/18-19-00627/>

нейросетевые, и методы, порожденные анализом поведения животных. Их расширенный обзор можно найти в [15, 17].

В. Постановка задачи навигации по геофизическим полям

Для иллюстрации особенностей уточнения координат подвижного объекта по измерениям геофизических полей приведем упрощенную постановку соответствующей задачи, сформулированной в рамках байесовского подхода. Более полное обсуждение этой задачи можно найти в [18–20].

Предполагается, что решается задача уточнения плоских координат морского подвижного объекта, выработанных по данным НС. Показания НС представим в виде $\mathbf{y}_i^{NS} = \mathbf{X}_i + \Delta$, где $\mathbf{y}_i^{NS} = [y_1^{NS} \ y_2^{NS}]_i^T$ – фиксированные известные показания НС в дискретные моменты времени; $i = \overline{1 \dots I}$; $\Delta = [\Delta_1 \ \Delta_2]^T$ – погрешности определения координат, которые считаются неизменными за время проведения обсервации; $\mathbf{X}_i = [X_1 \ X_2]_i^T$ – истинные координаты объекта. Тогда задачу уточнения координат с использованием нескольких геофизических полей можно свести к задаче оценивания неизвестного вектора Δ по m -мерным векторным измерениям:

$$\mathbf{y}_i = \phi(\mathbf{y}_i^{NS} - \Delta) + \boldsymbol{\varepsilon}_i \equiv \phi_i(\Delta) + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad (1)$$

где $\mathbf{y}_i = [y_1 \ \dots \ y_m]_i^T$ – измерения m различных геофизических полей, $\phi(\bullet)$ – m -мерная нелинейная вектор-функция, описывающая с помощью заданных карт зависимости используемых полей от координат \mathbf{X}_i ; $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ – m -мерный вектор погрешностей измерителей. Будем считать, что вектор Δ и погрешности измерений $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ являются случайными с известными статистическими свойствами.

Из приведенной постановки видно, что точность определения местоположения в основном зависит от изменчивости функции $\phi(\bullet)$ в окрестности траектории движения и погрешностей измерителей.

С. Планирование маршрута в задачах навигации по геофизическим полям

Прежде чем переходить к перечислению работ, посвященных выбору маршрута в задачах навигации по геофизическим полям, целесообразно обсудить связь между этой задачей и задачами, возникающими при планировании движения подвижных объектов.

В задачах управления подвижными объектами обычно требуется найти кратчайший (по расстоянию или времени) путь между двумя точками с учетом возможных препятствий. В задаче уточнения координат по геофизическим полям необходимо выбрать маршрут, на котором координаты уточняются с наилучшей точностью.

Немаловажно подчеркнуть, что без введения дополнительных ограничений решение последней задачи лишено практического смысла: как следует из приведенной выше постановки, большей точности навигационного

решения, как правило, соответствует большее число измерений. Таким образом, маршрут на котором погрешности навигационного решения стремятся к минимуму, будет вырожденным. Поэтому на практике на искомую траекторию накладывают дополнительные ограничения, которые могут включать задание начальной и конечной точки, ограничения на маневрирование и другие.

Работы, направленные на повышение точности обсервации по геофизическим полям за счет оптимизации маршрута, появились более двадцати лет назад. Одними из первых можно считать [2, 9, 21], хотя смежные вопросы затрагивались и существенно раньше [22]. За прошедшее время задача не потеряла актуальность, что подтверждается более поздними публикациями [10, 12, 23–27], обзор части из которых можно найти в [28].

Тем не менее рассматриваемая задача, по мнению авторов, остается актуальной. Это в том числе объясняется значительным числом влияющих факторов и ограничений, что затрудняет формулировку универсальной строгой ее математической постановки. Если это все же удастся, то алгоритмы, вытекающие из такой постановки, как правило, характеризуются значительным временем выполнения.

В настоящей работе предлагается алгоритм, адаптированный для выполнения обсервации по нескольким геофизическим полям, при наличии ограничений на маневры объекта, что является важным условием для применения гравиметрической аппаратуры.

Д. Исследуемый полигон

Для исследования предлагаемого алгоритма и иллюстрации его применения был выбран район с размерами 15×26 км, содержащий информацию о поле аномалии силы тяжести (АСТ) и рельефа дна. Изолинии этих полей представлены на рис. 1 и 2.

Можно отметить, что изолинии поля преимущественно ориентированы в различных направлениях. Это обстоятельство повышает эффективность совместного использования полей для обсервации, так как создает предпосылки для одновременного уточнения двух координат объекта.

Из представленных графиков также видно, что по сравнению с рельефом дна поле АСТ носит более гладкий характер.

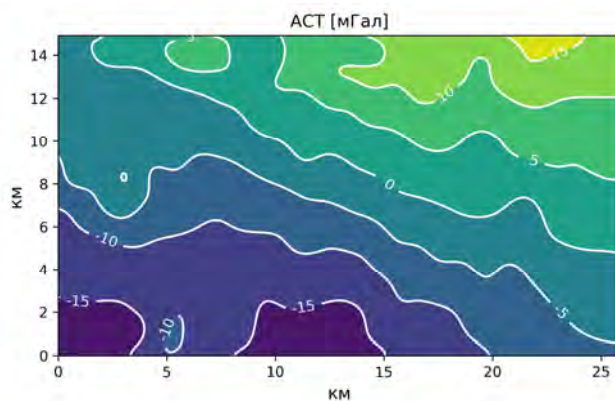


Рис. 1. Изолинии поля аномалии силы тяжести

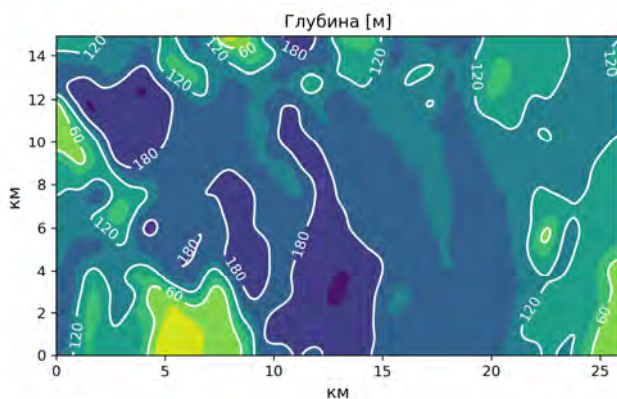


Рис. 2. Изолинии поля глубин

II. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ АЛГОРИТМ ПЛАНИРОВАНИЯ МАРШРУТА

При разработке обсуждаемого ниже алгоритма учитывались три основных требования:

- при обсервации могут быть использованы данные по нескольким геофизическим полям;
- формируемый маршрут должен быть кусочно-линейным с ограничением на минимальную длину участков для исключения частого маневрирования;
- алгоритм должен обеспечивать расчет и обновления маршрута за время, близкое к реальному.

Основой для исследования послужили идеи, описанные в [12, 27, 28]. Далее перечислены основные этапы алгоритма.

A. Построение карты навигационной информативности

Анализ характеристик геофизического полигона и выделение участков, наиболее пригодных для обсервации, удобно проводить с помощью карты навигационной информативности. Она может быть построена как для исследования уточнения координат вдоль определенных направлений, так и без привязки к ним [11, 28].

Аналогичный подход применим и для случая использования нескольких геофизических полей. Для построения карты, помимо значений самих полей требуется знать предполагаемый уровень погрешностей измерителей. Пренебрегая коррелированными погрешностями карт, величину, количественно характеризующую значение информативности и определяющая карту информативности, можно представить в следующем виде:

$$Q_{\Sigma}(X_1, X_2) = \sqrt{\sum_{j=1}^m Q_j^2(X_1, X_2)}, \quad (2)$$

где $Q_{\Sigma}(X_1, X_2)$ – величина, количественно характеризующая значение информативности при использовании нескольких полей и зависящая от координат; m – количество используемых полей; $Q_j(X_1, X_2)$ – величина, количественно характеризующая значение информативности при использовании j -го поля, рассчитываемая как

$$Q_j(X_1, X_2) = \frac{|h_j(X_1, X_2)|}{r_j}, \quad (3)$$

где $|h_j(X_1, X_2)|$ – модуль градиента j -го поля, а r_j – СКО погрешностей соответствующего измерителя.

С помощью карты информативности, построенной согласно выражению (2), можно не только выделить информативные участки, но и приблизительно оценить точность навигационного решения, полученного при их использовании. Тем не менее следует отметить, что в процессе преобразования теряется информация о направлении градиента, что не позволяет судить о том, какая из составляющих координат может быть уточнена на информативных участках полигона.

Иллюстрация карты навигационной информативности, рассчитанной для исследуемого полигона, представлена на рис. 3. Более ярким участкам соответствуют области, на которых координаты могут быть уточнены с лучшей точностью. Для наглядности здесь представлена величина $1/Q_{\Sigma}(X_1, X_2)$, выраженная в метрах.

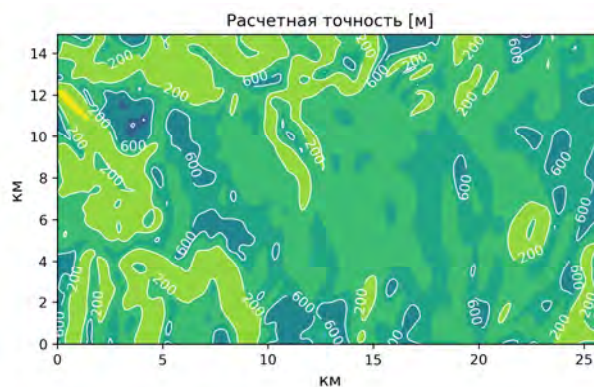


Рис. 3. Совместная карта информативности для двух геофизических полей

B. Формирование графа поиска маршрута

Как уже было отмечено во введении, для задания графа, в котором можно осуществить поиск благоприятного маршрута обсервации, необходимо выбрать способ формирования вершин и ребер между ними.

Задание вершин графа в виде равномерной сети отличается простотой, но не позволяет гибко регулировать число узлов. Случайное задание узлов, в свою очередь, лишено этого недостатка, но не всегда обеспечивает приемлемую равномерность покрытия.

Для преодоления этих особенностей были предложены различные псевдослучайные последовательности, одной из которых является последовательность Халтона с низким расхождением, использованная в настоящей работе [29]. Известно, что она в среднем обеспечивает лучшее покрытие пространства, чем случайная последовательность.

На площади полигона, за исключением зоны в 2 км от его границ было распределено 175 точек указанной двумерной последовательности. На их основе был построен 50-связный граф таким образом, чтобы дискретность возможного направления движения из каждого узла со-

ставляла около 7 градусов. 8850 ребер в графе были выбраны случайным образом с учетом ограничений на их длину в диапазоне 4–8 км. Дополнительно были заданы начальная и конечная точки маршрута, находящиеся в точках [0, 4] км и [26, 13] км соответственно.

Отсутствие вершин графа вблизи границ полигона обусловлено тем, что практическое использование этих участков для навигации затруднено в силу погрешностей интерполяции карты и отсутствия достаточной информации для вычисления функции правдоподобия.

Полученный граф представлен фиолетовым цветом на рис. 4.

С. Расчет функции стоимости

Для выбора маршрута на сформированном графе требуется задать функцию стоимости, ставящую каждому ребру в соответствие некоторую неотрицательную скалярную величину. По аналогии с предшествующими исследованиями в настоящей работе использована функция вида

$$\alpha_h(k_i) = \frac{1}{\bar{Q}_h(k_i)}, \quad (4)$$

где \bar{Q}_h – среднее значение информативности h -й карты информативность вдоль k_i ребра графа. Значения $\alpha_h(k_i)$ были ограничены сверху значениями априорной погрешности определения координат. Суть используемого соотношения достаточно очевидна: стоимость выбора ребра графа тем меньше, чем более высокие значения информативности ему соответствуют. В результате на выбранном маршруте среднее значение информативности будет максимальным.

Д. Учет текущей характеристики точности

Следует отметить, что далеко не всегда априорная область неопределенности представляет собой круг заданного радиуса. Например, вследствие свойств инерциальных НС географическая широта подвижного объекта обычно известна гораздо точнее, чем его долгота. В силу этого возникает потребность уточнения определенной координаты объекта или их линейной комбинации.

Описанный алгоритм естественным образом учитывает эту особенность за счет расчета карты информативности по заданному направлению и использованию ее в дальнейшем для построения маршрута. Это может быть сделано априорно или при обновлении маршрута в процессе наблюдения после достаточного уточнения одной из координат.

III. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА

Для исследования эффективности алгоритма автоматически выбранные траектории были сопоставлены с прямолинейной траекторией, соединяющей начальную и конечную точки маршрута. На рис. 4 показаны траектории, выбранные для наблюдения по гравитационному полю, полю рельефа дна и комплексным измерениям полей. В качестве сопоставляемой характеристики была выбрана радиальная среднеквадратическая погрешность, соответствующая нижней границе точности по Рао–Крамеру [2, 28, 30].

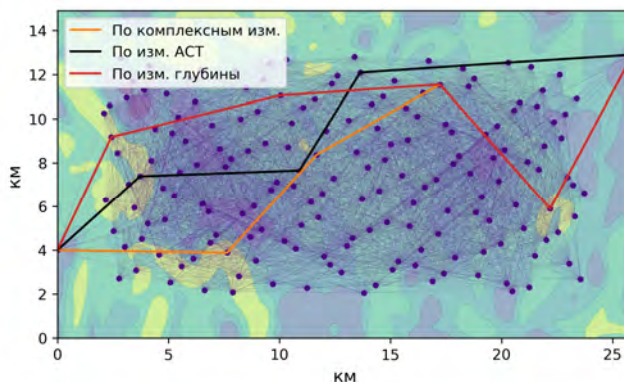


Рис. 4. Граф поиска и выбранные маршруты

На рис. 5 показаны величины радиальной среднеквадратической погрешности в зависимости от числа измерений.

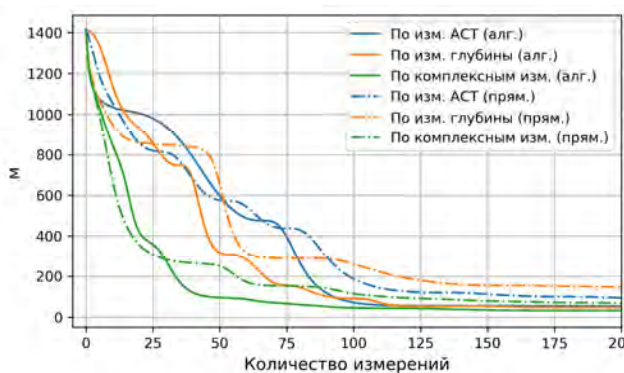


Рис. 5. Характеристики точности наблюдения на выбранных маршрутах и прямолинейной траектории

Из представленного графика видно, что для равного числа измерений автоматически выбранные маршруты обеспечивают меньшие значения погрешностей. Это иллюстрирует эффективность предложенного алгоритма и целесообразность его применения при планировании наблюдения по геофизическим полям. Вместе с тем детальный анализ эффективности требует проведения дальнейших исследований, позволяющих, в частности, учитывать эффекты повышения точности при использовании нескольких полей, связанные с нелинейным характером задачи [31, 32].

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен краткий обзор алгоритмов планирования маршрута, используемых в робототехнических системах, и выделены подходы, используемые для выбора маршрута в задачах навигации по геофизическим полям.

Предложен алгоритм, позволяющий выбирать благоприятный для наблюдения по нескольким геофизическим полям кусочно-линейный маршрут. Показано, что предложенный алгоритм позволяет учитывать особенности применения гравиметрической аппаратуры, в частности ограничения на количество маневров объекта.

На основе расчета нижней границы точности по Рао–Крамеру проведен краткий анализ эффективности предложенного алгоритма и проиллюстрированы его преимущества перед ручным выбором маршрута.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И. и Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука, 1985.
- [2] Степанов О.А. Методы оценки потенциальной точности в корреляционно-экстремальных навигационных системах. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 1993.
- [3] Anonsen, K.B., *Advances in Terrain Aided Navigation for Underwater Vehicles*, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2010.
- [4] Weiss, S.M., *Vision based navigation for micro helicopters*, ETH Zurich, Zurich, 2012.
- [5] Shockley, J.A. and Raquet, J.F., *Navigation of Ground Vehicles Using Magnetic Field Variations*, Navigation, Dec. 2014, vol. 61, no. 4, pp. 237–252, doi: 10.1002/navi.70.
- [6] Джанджгава Г.И. и Августов Л.И. Навигация по геополям. Москва: Научтехлитиздат, 2018.
- [7] Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю., Папуша И.А. Перспективные системы навигации летательных аппаратов с использованием измерений потенциальных физических полей // *Гироскопия и навигация*. 2021. Том 29. №1 (112). С. 32–51. DOI: 10.17285/0869-7035.0055.
- [8] Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 1998.
- [9] Bergman, N., *Recursive Bayesian estimation: Navigation and tracking applications*, Linköping University, Sweden, 1999.
- [10] Конешов В.Н., Непоклонов В.Б., Августов Л.И. Оценка навигационной информативности аномального гравитационного поля Земли // *Гироскопия и навигация*. 2016. Том 93. №2. С. 95–106. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.2.095-106.
- [11] Stepanov, O.A., Toropov, A.B., and Nosov, A.S., *Navigation informativity of geophysical fields in map-aided navigation*, Proceedings of DGON Inertial Sensors and Systems (ISS), Karlsruhe, Germany, 2017, p. P23 1–19.
- [12] Reynaud, S. and Louis, C., *A universal navigability map building approach for improving Terrain-Aided-Navigation accuracy*, Proceedings of IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium, May 2010, pp. 888–896, doi: 10.1109/PLANS.2010.5507192.
- [13] Степанов О.А., Соколов А.В., Торопов А.Б., Васильев В.А., Краснов А.А. Выбор информативных траекторий в задаче корреляционно-экстремальной навигации с учетом погрешностей карты и измерителей // *Материалы XXIX конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова*. Санкт-Петербург, 2014. С. 217–225.
- [14] Dijkstra, E.W., *A note on two problems in connexion with graphs*, Numer. Math., Dec. 1959, vol. 1, no. 1, pp. 269–271, doi: 10.1007/BF01386390.
- [15] Latombe, J.-C., *Robot Motion Planning*. Boston, MA: Springer US, 1991, doi: 10.1007/978-1-4615-4022-9.
- [16] LaValle, S.M. and Kuffner, J.J., *Randomized Kinodynamic Planning*, The International Journal of Robotics Research, May 2001, vol. 20, no. 5, pp. 378–400, doi: 10.1177/02783640122067453.
- [17] Mac, T.T., Copot, C., Tran, D.T., and De Keyser, R., *Heuristic approaches in robot path planning: A survey*, Robotics and Autonomous Systems, Dec. 2016, vol. 86, pp. 13–28, doi: 10.1016/j.robot.2016.08.001.
- [18] Степанов О. А. и Носов А. С. Алгоритм коррекции навигационной системы по данным карты и измерителя, не требующий предварительного оценивания значений поля вдоль пройденной траектории // *Гироскопия и навигация*. 2020. Том 28. №2. С. 70–90. DOI: 10.17285/0869-7035.0029.
- [19] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 1. Обзор алгоритмов // *Гироскопия и навигация*. 2015. Том 23. №3. С. 102–125. DOI: 10.17285/0869-7035.2015.23.3.102-125.
- [20] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 2. Современные тенденции развития // *Гироскопия и навигация*. 2015. Том 91. №4. С. 147–159. DOI: 10.17285/0869-7035.2015.23.4.147-159.
- [21] Bar-Gill, A., Ben-Ezra, P., and Bar-Itzhack, I.Y., *Improvement of terrain-aided navigation via trajectory optimization*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Dec. 1994, vol. 2, no. 4, pp. 336–342, doi: 10.1109/87.338654.
- [22] Beisner, H.M., *Arbitrary Path Magnetic Navigation by Recursive Nonlinear Estimation*, Journal of The Institute of Navigation, Sep. 1969, vol. 16, no. 3, pp. 271–278, doi: 10/ggnrdz.
- [23] Bryson, M., Sukkarieh, S., and Kim, J., *Information and Observability Metrics of Inertial SLAM for On-line Path-planning on an Aerial Vehicle*, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.
- [24] Li, Y., Ma, T., Chen, P., Jiang, Y., Wang, R., and Zhang, Q., *Autonomous underwater vehicle optimal path planning method for seabed terrain matching navigation*, Ocean Engineering, Mar. 2017, vol. 133, pp. 107–115, doi: 10.1016/j.oceaneng.2017.01.026.
- [25] Костоусов В.Б., Тарханов А.Е. Оценка информативности геофизического поля с точки зрения корреляционно-экстремальной навигации // *Технические проблемы освоения мирового океана*. 2017. Вып. 7. С. 394–398.
- [26] Киселев Л. В., Костоусов В. Б., Медведев А. В., Тарханов А.Е. Оценка информативности для навигации по карте // *Подводные исследования и робототехника*. 2019. Вып. 27. №1. С. 21–30. DOI: 10.25808/24094609.2019.27.1.003.
- [27] Шолохов А.В., Беркович С.Б., Котов Н.И., Садеков Р.Н. Формирование траектории корреляционно-экстремальной навигационной системы по критерию минимума погрешностей координат // *XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам*. Санкт-Петербург, 2018. С. 178–180.
- [28] Носов А.С., Степанов О.А., Торопов А.Б., Навигационная информативность геофизических полей и выбор траекторий в задаче уточнения координат с использованием карты // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2018. №5. С. 74–92.
- [29] Halton, J.H., *Algorithm 247: Radical-inverse quasi-random point sequence*, Commun. ACM, Dec. 1964, vol. 7, no. 12, pp. 701–702, doi: 10.1145/355588.365104.
- [30] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. Издание 3-е, исправленное и дополненное. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
- [31] Степанов О.А., Носов А.С., Торопов А.Б., Анализ эффективности уточнения координат подвижного объекта при одновременном использовании данных о нескольких геофизических полях // *XXXII конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова*. 2020. С. 140–146.
- [32] Дунаевская К.В., Киселев Л.В., Костоусов В.Б. Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по картам геофизических полей // *Гироскопия и навигация*. 2021. Том 29. №1 (112). С. 52–69. DOI: 10.17285/0869-7035.0056.

Отработка и оценка характеристик бортовой комплексной обработки информации инерциальных и радиотехнических систем в навигационно-пилотажном комплексе

Е.Г. Харин

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

В.А. Копелович

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

А.Ю. Жабин

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

И.А. Копылов

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Л.М. Бардина

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

А.Ю. Макарова

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Е.А. Фальков

АО «Котлин-Новатор»
С.-Петербург, Россия
e-mail official@kotlin-novator.ru

А.Ф. Якушев

АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Аннотация—В докладе изложены результаты испытаний по отработке системы фильтров комплексной обработки и контроля информации инерциальных и радиотехнических систем на транспортных самолетах. Система фильтров разработана в связи с повышением требований к задачам общего и специального самолетовождения, особенно в части навигационных характеристик бортового оборудования [1]. Приведены результаты отработки алгоритма методами математического и полунатурного моделирования, летных испытаний. Эффективность работы алгоритма комплексной обработки информации подтверждена результатами Государственных летных испытаний.

Ключевые слова—методы оценивания, инерциальные и радиотехнические навигационные системы, летные испытания, комплексная обработка информации, фильтр Калмана.

1. ВВЕДЕНИЕ

Повышение требований к задачам общего и специального самолетовождения приводит к повышению требований к пилотажно-навигационному оборудованию транспортных самолетов. Требование непрерывности и высокой точности определения параметров траекторного движения самолета содержится в соответствующих постановляющих документах.

На основе анализа требований, методов обеспечения точности существующих бортовых и наземных алгоритмов комплексной обработки информации (КОИ) была разработана система фильтров комплексной обработки и контроля информации инерциальных и радиотехнических навигационных систем. В управляющей вычислительной системе самолета производится трехканальная КОИ на основе фильтра Калмана. В алгоритме КОИ участвует информация от всех работающих радиотехнических систем (РТС), что позволяет иметь высо-

кую точность в режиме счисления по данным ИНС с коррекцией по данным РТС. Требования δT_3 , предъявляемые в техническом задании к режиму КОИ в навигационном пилотажном комплексе, приведены в табл. 1. С вероятностью не менее 0,95 погрешность определения координат местоположения самолета не должна превышать величину δT_3 .

ТАБЛИЦА 1. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЖИМУ КОИ

Корректор	δT_3 , м
СНС	50
РСБН	1000 (при ДРСБН<100км)
РСДН	1500
VOR/DME	2000 (при D<60км)
DME/DME	700

Этапы разработки и отработки алгоритма КОИ включали в себя:

- разработку алгоритма системы фильтров на основе анализа требований, методов обеспечения точности существующих бортовых и наземных алгоритмов КОИ;
- отработку алгоритма и программы КОИ методами математического, полунатурного моделирования с использованием материалов летных испытаний;
- отработку в летных испытаниях алгоритма и программы КОИ, оценку характеристик и эффективность работы алгоритма.

Эффективность КОИ характеризуется уровнем компенсации погрешностей корректирующих радиотехнических систем, а также погрешностей ИНС в режиме ПРОГНОЗ.

II. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА СИСТЕМЫ ФИЛЬТРОВ КОИ И КОНТРОЛЯ ИНФОРМАЦИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ И РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Контроль и обработка информации производится в управляющей вычислительной системе (УВС) самолета. Структурная схема КОИ и контроля информации ИНС и РТС приведена на рис. 1.

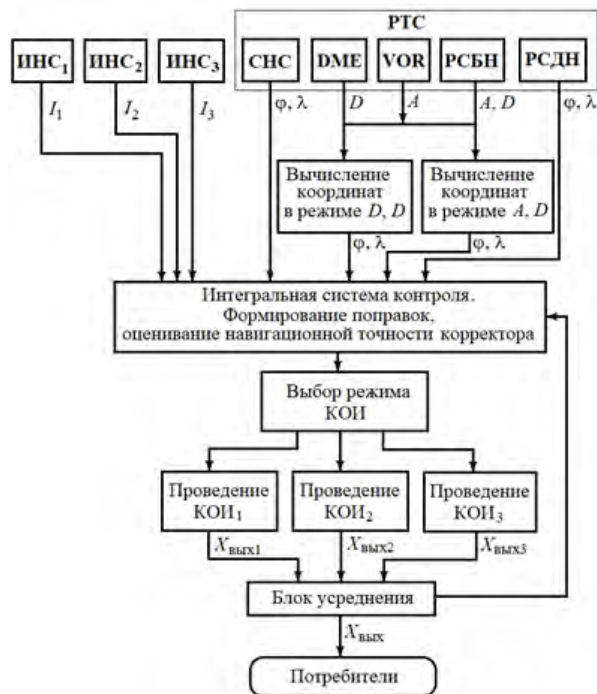


Рис. 1. Структурная схема КОИ и контроля информации ИНС и РТС. РСБН – радиотехническая система ближней навигации, РСДН – радиотехническая система дальней навигации, DME – Distance Measuring Equipment – радиотехническое устройство измерения дальности, VOR – Very High Frequency Omnidirectional Radio Range – всенаправленный радиомаяк очень высокой частоты

На базе каждой из трех ИНС реализован свой канал КОИ на основе фильтра Калмана. В каждом канале формируются выходные данные ($X_{\text{вых}i}$, $i = 1, 2, 3$): оцененные значения координат, скорости, курса и навигационной точности. Выходными данными КОИ ($X_{\text{вых}}$) являются усредненные параметры от рабочих каналов.

Алгоритм контроля предусматривает два этапа обработки навигационных параметров, которые впоследствии поступают в КОИ. На первом этапе проверяется наличие данных от приемника СНС: измерения принимаются достоверными при наличии включенной функции RAIM, значения HDOP меньше 4, согласованности данных по путевой скорости и изменения координат. При отсутствии спутниковых измерений анализируется возможность использования данных позиционных радиотехнических систем: РСДН, РСБН, DME, VOR. Система РСДН определяет текущие широту и долготу (φ, λ) антенны, размещенной на самолете; РСБН вычисляет азимут A и дальность D до наземного радиомаяка; DME выдает дальность D до одного или нескольких наземных радиомаяков, находящихся в прямой видимости; аппаратура VOR указывает азимут A наземного радиомаяка. При наличии информации о дальности D до двух или более радиомаяков с известными координатами в управляющей вычислительной системе решается задача нахождения текущих координат φ, λ самолета. Данные

об азимуте A и дальности D до наземного маяка с известными координатами также позволяют вычислить координаты φ, λ самолета. Работа с информацией радиотехнических систем активизируется при наличии измерений от соответствующих систем.

На втором этапе рассчитанная поправка от позиционной системы проходит контроль по навигационной точности. Измерение от каждой доступной системы проходит контроль в случае, если погрешность определения текущих координат местоположения самолета позиционной системой меньше заданного порога.

III. АЛГОРИТМ КОМПЛЕКСНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ИНС И РТС

Алгоритм КОИ базируется на фильтре Калмана [2]. Для описания погрешностей ИНС и РТС вводится вектор состояния $x(t) = [x_{\text{инс}}(t) x_{\text{ртс}}(t)]^T$, где составляющий вектор ошибок ИНС определяется в платформенной системе координат:

$$x_{\text{инс}}(t) = (\Delta S_x, \Delta S_y, \Delta V_x, \Delta V_y, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \gamma_z, \omega_{1сл}, \omega_{2сл}, \omega_1, \omega_2, \omega_3, v_1, v_2, v_3, v_4)$$

Здесь $\Delta S_x, \Delta S_y$ – погрешности ИНС при определении текущих координат;

$\Delta V_x, \Delta V_y$ – погрешности проекций вектора путевой скорости;

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$ – приборные угловые погрешности гироскопов ИНС;

γ_z – угловая погрешность вычислительной ориентации гироскопов ИНС в азимуте;

$\omega_{1сл}, \omega_{2сл}$ – случайные дрейфы гироскопов;

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – постоянные дрейфы гироскопов;

v_1, v_2 – погрешности масштабных коэффициентов акселерометров;

v_3, v_4 – коэффициенты дрейфов гироскопов, пропорциональные ускорению.

Составляющий вектор ошибок РТС определяется в следующем виде:

$$x_{\text{ртс}}(t) = (\Delta\varphi_{\text{РСДН}}, \Delta\lambda_{\text{РСДН}}, \Delta A, \Delta D, \Delta A_{\text{РСБН}}, \Delta D_{\text{РСБН}}),$$

где $\Delta\varphi_{\text{РСДН}}, \Delta\lambda_{\text{РСДН}}$ – погрешности определения координат РСДН, описываемые винеровскими процессами;

ΔA – погрешности измерения азимута системой VOR;

ΔD – погрешности измерения дальности системой DME;

$\Delta A_{\text{РСБН}}, \Delta D_{\text{РСБН}}$ – погрешности измерения соответственно азимута и дальности изделием РСБН.

Погрешности измерения азимута и дальности до маяка описываются экспоненциально-коррелированными процессами.

IV. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

Поскольку информация различных бортовых систем принимается несинхронно, необходимо свести все данные к моменту времени осуществления коррекции $T_{\text{тек}}$. Для этого координаты корректора по текущей скорости экстраполируются на время

$$\Delta t_i = T_{\text{тек}} - T_i,$$

где T_i – время, на которое получены координаты i -й радиотехнической системы.

При наличии спутниковых данных определяются разности координат и скоростей ИНС и СНС в проекции на оси гиросплатформы. Вектор измерения $z = [z_1, z_2, z_3, z_4]^T$ имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = A_g \cdot \begin{pmatrix} (\varphi_{\text{ИНС}} - \varphi_{\text{СНС}}) \cdot M \\ (\lambda_{\text{ИНС}} - \lambda_{\text{СНС}}) \cdot N \cdot \cos \varphi_{\text{СНС}} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} z_3 \\ z_4 \end{pmatrix} = A_g \cdot \begin{pmatrix} V_{\text{ИНС}}^N - V_{\text{СНС}}^N \\ V_{\text{ИНС}}^E - V_{\text{СНС}}^E \end{pmatrix},$$

$$A_g = \begin{pmatrix} -\sin \varepsilon_{\text{ИНС}} & \cos \varepsilon_{\text{ИНС}} \\ \cos \varepsilon_{\text{ИНС}} & \sin \varepsilon_{\text{ИНС}} \end{pmatrix},$$

где $\varphi_{\text{ИНС}}, \lambda_{\text{ИНС}}$ – широта и долгота ИНС в радианах; $\varphi_{\text{СНС}}, \lambda_{\text{СНС}}$ – широта и долгота приемника СНС, приведенные к текущему моменту времени $T_{\text{тек}}$; $V_{\text{ИНС}}^N, V_{\text{ИНС}}^E$ – северная и восточная составляющие скорости ИНС; $V_{\text{СНС}}^N, V_{\text{СНС}}^E$ – северная и восточная составляющие скорости приемника СНС; A_g – матрица перехода от географической системы координат к системе координат гиросплатформы ИНС; $\varepsilon_{\text{ИНС}}$ – угол платформ; N, M – радиусы кривизн земного эллипсоида в текущей точке.

Формирование измерений производится с частотой 1 Гц.

При наличии спутниковой информации для каждой j -ой компоненты вектора измерений z рассчитываются апостериорные оценки вектора состояний $\hat{x}_{k,k}$ и ковариационной матрицы ошибки оценки $P_{k,k}$. Процедура коррекции осуществляется с частотой 1 Гц. В случае работы по РТС при вычислении оценки вектора состояния используется непосредственно невязка измерений.

Для получения поправок к координатам и скоростям, измеренным ИНС, оцененные в векторе состояния ошибки определения местоположения и скоростей переводятся в географическую систему координат с помощью матрицы перехода. Для получения оцененных параметров вычисленные поправки вычитаются из соответствующих параметров ИНС. На заключительном этапе обработки производится усреднение – вычисляются средние значения оцененных навигационных параметров по данным от каждой ИНС.

V. АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ДАЛЬНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРА ШМИДТА

Режим DME/DME может быть активизирован в случаях, когда известны дальности до двух или более наземных радиомаяков. По вычисленным на основе дальностей и координат наземных радиомаяков текущим координатам местоположения самолета рассчиты-

вается поправка, которая проходит контроль по навигационной точности. Измерения от каждой доступной радиотехнической системы проходит контроль в случае, если погрешность определения текущих координат местоположения самолета позиционной системой меньше заданного порога.

$$z_k = H_k \cdot x_k + v_k + G_k \cdot w_k,$$

где G_k – матрица, характеризующая рабочие каналы измерения дальности в момент времени $T_{\text{тек}}$; w_k – вектор систематических погрешностей измерения дальности по каждому каналу в момент времени $T_{\text{тек}}$.

Существует модификация фильтра Калмана, называемая фильтром Шмидта [6], учитывающая корреляционные зависимости систематических погрешностей дальностей и вектора состояний, включающая их в вычисление апостериорных оценок, и, тем не менее, не оценивающая их непосредственно в векторе состояния. Для этого на каждом шаге работы фильтра ведется учет не только вектора состояния и ковариационной матрицы ошибки оценки, но и матрицы кросс-ковариаций дальностей с вектором состояния. Этап прогнозирования фильтра Шмидта:

$$\Phi = \exp(F(T_{\text{тек}}) \cdot \Delta T),$$

$$\Gamma = E \cdot \Delta T + \frac{F(T_{\text{тек}}) \cdot \Delta T^2}{2} + \frac{F^2(T_{\text{тек}}) \cdot \Delta T^3}{6},$$

$$\hat{x}^- = \Phi \cdot \hat{x}^+,$$

$$P^- = \Phi \cdot P^+ \cdot \Phi^T + \Gamma \cdot \frac{Q}{\Delta T} \cdot \Gamma^T,$$

$$C^- = \Phi \cdot C^+,$$

где $F(T_{\text{тек}})$ – матрица системы в текущий момент времени $T_{\text{тек}}$; ΔT – шаг дискретизации; \hat{x}^- – априорное значение оценки вектора состояния; P^- – априорная ковариационная матрица ошибки оценки; C^- – априорная матрица кросс-ковариации; \hat{x}^+, P^+, C^+ – апостериорные значения, вычисленные на предыдущем такте работы.

Этап коррекции фильтра Шмидта:

$$K = \frac{P^- \cdot H_j^T + C_{s(j)}}{H_j \cdot P^- \cdot H_j^T + R_j},$$

$$\hat{x}_j^+ = \hat{x}_j^- + K \cdot \Delta Z_j,$$

$$P^+ = (E - K \cdot H_j) \cdot P^- \cdot (E - K \cdot H_j)^T + K \cdot R_j \cdot K^T - K \cdot (C^-)_{s(j)}^T + (C^-)_{s(j)} \cdot K^T,$$

$$C^+ = (E - K \cdot H_j) \cdot C^-,$$

$$(C^+)_{s(j)} = (C^+)_{s(j)} - (\sigma_D^s)^2 \cdot K,$$

где ΔZ_j – невязка, соответствующая j -му измерению;
 H_j – матрица измерений, соответствующая j -му измерению;

σ_D^S – интенсивность систематической погрешности дальности;

$s(j)$ – индекс, определяющий столбец матрицы C , соответствующий j -му измерению (номеру дальномерного канала DME или РСБН, откуда была получена дальность).

Параметр R_j определяется следующим образом:

$$R_j = (\sigma_D)^2 + (\sigma_D^S)^2 + 2 \cdot H_j \cdot C_i,$$

где σ_D – интенсивность шума измерения дальности;
 C_i – i -ый столбец матрицы кросс-ковариаций C , соответствующей каналу получения j -го измерения дальности.

VI. ОТРАБОТКА АЛГОРИТМА И ПРОГРАММЫ КОИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ПОЛУНАТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Алгоритм КОИ предварительно отработывался с помощью математического и полунатурного моделирования. В ходе отработки алгоритма были решены следующие задачи:

- уточнение моделей погрешностей ИНС и параметров моделей;
- уточнение параметров моделей измерений и погрешностей РТС;
- уточнение модели алгоритма оценивания, настройка параметров модели;
- настройка параметров контроля информации.

При моделировании обеспечивалась синхронизация временных шкал инерциальных, радиотехнических и эталонных данных. Анализ проводился по выходной информации в графическом и табличном видах. Строились графики оцененных навигационных параметров, ошибок оценивания, статистических параметров и т.д.

Отработка методами полунатурного моделирования осуществлялась на стенде, который включал в себя бортовую УВС, пульты управления, индикаторы и программное обеспечение, в состав которого входили программные имитаторы самолетного оборудования.

Для отработки КОИ на стенде проводилось моделирование:

- погрешностей датчиков и систем, входящих в состав бортового оборудования;
- параметров стандартной атмосферы;
- летных характеристик самолета;
- радионавигационного окружения и др.

На основе модели формирования траектории полета, моделей динамики и управления самолета определялись действительные значения пилотажно-навигационных

параметров. Измерения навигационных систем формировались на основе модели погрешности соответствующей системы и действительных значений параметров. Для каждой навигационной системы моделировался набор ее выходных параметров. Методики формирования эталонных траекторий и проведения моделирования приведены в [3–5].

Обработка данных осуществлялась в УВС в реальном времени. Отработка методами полунатурного моделирования использовалась для оценки соответствия бортовой версии алгоритма КОИ и версии, разработанной при математическом моделировании.

VII. ОТРАБОТКА АЛГОРИТМА КОИ В ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Для обеспечения летных испытаний на борту самолета был установлен комплекс бортовых траекторных измерений [7], который регистрировал информацию бортовых систем и определял действительные значения навигационных параметров самолета на основе дифференциального фазового режима СНС. Ошибки вычисления координат определялись следующим образом:

$$\Delta \varphi_s = (\varphi_s - \varphi_d) \times M,$$

$$\Delta \lambda_s = (\lambda_s - \lambda_d) \times N \times \cos \varphi_d,$$

где s – индекс, характеризующий источник получения информации,

$s = [\text{РСБН}, \text{РСДН}, \text{DME/DME}, \text{VOR/DME}, \text{КОИ}]$;

φ_d, λ_d – значения координат, определяемые комплексом бортовых траекторных измерений, принимаемые за действительные.

На рис. 2 приведены ошибки измерения широты РСБН и РСДН, а также ошибка оценки широты, вычисленной с использованием алгоритма КОИ в режиме коррекции по РСБН и РСДН при проведении летных испытаний. Приведенные на графике кривые получены по измерениям, прошедшим допусковой контроль в УВС. Разработанный алгоритм КОИ и контроля информации ИНС и РТС обеспечивает выделение и компенсацию погрешностей ИНС и РТС, повышает точность оценок навигационных параметров, улучшает надежность данных.

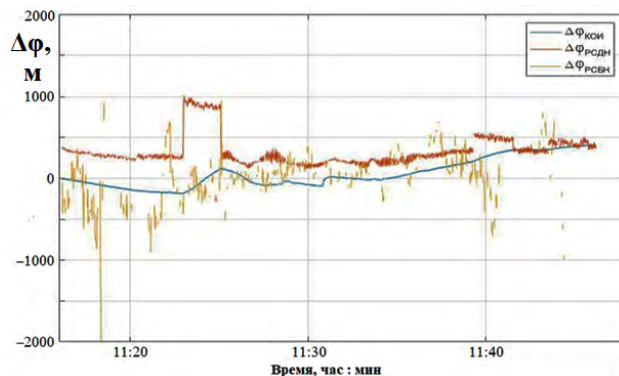


Рис. 2. Погрешности определения широты

Для отработки режима прогноза была выбрана следующая схема моделирования. Весь полет разбивался на 30-минутные участки прогноза и коррекции, чередующи-

еся друг с другом. При этом начало первого прогноза также менялось: моделировалось 8 серий прогнозов с разным началом первого из них. Моделирование проводилось по данным каждой из рабочих ИНС, а также в режиме усреднения. В качестве численного показателя результата моделирования вычислялись максимальные значения по абсолютной величине погрешности по каждому из навигационных параметров на интервале прогноза.

Для каждого полета формировалась выборка значений, состоящая из максимальных ошибок определения координат. На эффективность работы фильтра влияют начальное приближение вектора состояния $X(0)$, параметры начальной ковариационной матрицы $P(0)$, матрицы шумов системы Q , матрицы интенсивности шумов измерений R .

В идеальном случае диагональные элементы матриц Q и R равны дисперсиям фактических шумов. Начальное значение матрицы P определялось величиной неопределенности начального значения вектора состояния, зависящей от корректора, по которому была произведена инициализация. Остальные параметры принимали значения, полученные в результате настройки алгоритма.

В результате обработки и анализа характеристик алгоритма КОИ были зафиксированы следующие его особенности.

1. Приоритетной корректирующей системой является СНС. При включении алгоритма по СНС первые четыре компоненты вектора состояния инициализируются соответствующими позиционными и скоростными измерениями.
2. Алгоритм КОИ может быть включен в работу с момента появления хотя бы одной из позиционных РТС, в таком случае первые две компоненты вектора состояния будут инициализированы соответствующими траекторными измерениями, остальные приняты нулевыми. При переходе на коррекцию по РТС после коррекции по СНС оцененное значение вектора состояния сохраняется.
3. Из-за ограниченности разрядной сетки инерциальные координаты, используемые в алгоритме, рассчитываются путем интегрирования составляющих скорости ИНС.
4. При смене рабочих маяков возникают переходные процессы, в связи с тем что изменяются систематические погрешности, и фильтру требуется некоторое время для настройки.
5. Режим прогноза удовлетворительно функционирует при условии предварительной коррекции по СНС.

VIII. ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК КОИ В ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЯХ

Оценка характеристик и эффективности режима КОИ, реализованного в навигационном пилотажном комплексе, проводилась статистическими методами по материалам, полученным при выполнении испытательных полетов самолета. Полеты выполнялись по различным маршрутам в широком диапазоне широт и долгот, с

различным наполнением КОИ радиотехническими системами.

Погрешности КОИ в определении координат в различных режимах работы, полученные по материалам одного из испытательных полетов самолета, приведены на рис. 3.

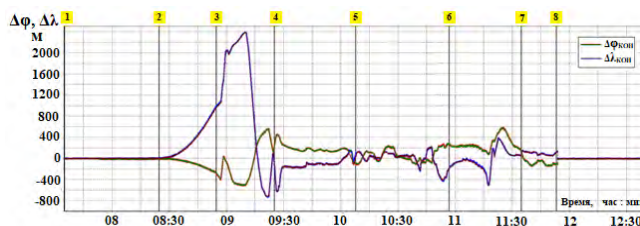


Рис. 3. Погрешности в определении координат в различных режимах работы КОИ в одном из испытательных полетов.

Режимы коррекции КОИ: 1 – СНС, время=07:35; 2 – ПРОГНОЗ, время=08:24; 3 – VOR/DME, время=08:54; 4 – DME/DME+VOR/DME+PCBH, время = 09:25; 5 – DME/DME+PCBH, время = 10:07; 6 – VOR/DME+PCDH, время = 10:56; 7 – VOR/DME+PCDH+PCBH, время = 11:34; 8 – СНС, время = 11:53

В соответствии с полетным заданием в УВС самолета данные приемника СНС поступали только в начале и конце полета. После работы КОИ в режиме коррекции по СНС в начале полета была отключена от управляющей вычислительной системы информация от всех радиотехнических систем, и на протяжении 30 минут навигационные параметры самолета вычислялись в режиме ПРОГНОЗ. Далее в рассматриваемом полете работа КОИ происходила последовательно в следующих режимах коррекции: VOR/DME, DME/DME+VOR/DME+PCBH, DME/DME+PCBH, VOR/DME+PCDH, VOR/DME+PCDH+PCBH, СНС.

Анализ полученных материалов летных испытаний показал, что оцененные значения погрешности определения координат удовлетворяют требованиям, заданным в техническом задании на навигационный пилотажный комплекс. Комплексная обработка информации улучшает надежность и точностные характеристики определения навигационных параметров самолета.

IX. Выводы

1. Разработаны алгоритм и программа в управляющей вычислительной системе самолета комплексной обработки и контроля информации инерциальных и радиотехнических навигационных систем навигационного пилотажного комплекса. Алгоритм построен на базе трех каналов (для каждой ИНС – свой канал) КОИ на основе фильтра Калмана.
2. Проведена отработка алгоритма и программы КОИ методами математического, полунатурного моделирования с использованием материалов летных испытаний.
3. В летных испытаниях подтверждено соответствие КОИ заданным требованиям.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] DOC 9613 Performance-based Navigation (PBN) Manual – ICAO, 2008.
- [2] Харин Е.Г. Комплексная обработка информации навигационных систем летательных аппаратов. Опыт многолетнего практического применения. Учебное пособие. М.: Издательство МАИ, 2002. 264 с.

- [3] Харин Е.Г., Якушев А.Ф., Копелович В.А., Царев В.М. Методы и средства летных испытаний летательных аппаратов и их оборудования // *Новости навигации*. 2005. № 1. С. 10–22.
- [4] Бабич О.А. *Обработка информации в навигационных комплексах*. М.: Машиностроение, 1991. 424 с.
- [5] Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Сухоруков С.Я., Шкред В.К. *Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве*. М.: Научтехлитиздат, 2015. 592 с.
- [6] Schmidt, S.F., *Application of State-Space Methods to Navigation Problems*. In: *Advances in Control Systems. Theory and Applications*, ed. C.T. Leondes, Academic Press, New York, San Francisco, London, 1966, vol. 3, pp. 293–340.
- [7] Харин Е.Г., Копылов И.А. *Технологии летных испытаний бортового оборудования летательных аппаратов с применением комплекса бортовых траекторных измерений*. М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2012. 360 с.

Автономный Байесовый Алгоритм Навигации Автотранспорта с Коррекцией по Картам Зданий и Графу Дорог

Александр Г. Миков*, Роман В. Воронов†, Алексей П. Мощевкин‡

Петрозаводский государственный университет

Email: *sasha.mikoff@gmail.com, †rvoronov@petsu.ru, ‡alexsmou@lab127.karelia.ru

Аннотация—В работе предложен алгоритм автономного позиционирования автотранспорта на основе банка фильтров Калмана в терминах ошибок. Отличительная особенность алгоритма – коррекция местоположения по контурам близлежащих зданий. Алгоритм осуществляет обработку данных инерциальных датчиков, одометра, карт дорог и местоположений зданий. Вектор оцениваемых параметров состоит из глобальных координат объекта, его скорости и ориентации, а также инструментальных погрешностей датчиков. Для тестирования алгоритма создан имитатор данных.

По результатам экспериментов с инерциальными датчиками низкого класса точности показано, что рост ошибок оценивания позиции и курса в автономном режиме является ограниченным. Алгоритм может работать в реальном времени на современном ПК с числом частиц вплоть до 10000. Такая производительность достигается за счет упаковки карты в структуру квадродерева, а также более редкой экстраполяции матриц ковариации.

Средняя ошибка позиционирования по результатам моделирования составила 2 метра после 10 минут работы в автономном режиме, максимальная – не более 7 метров. На практике данные карты известны с погрешностями, что снижает качество позиционирования. Так, средняя ошибка определения координат алгоритмом с использованием реальных данных и карты с погрешностями составила 12 метров. Достиженные результаты подтверждены обширными сериями имитационного моделирования и экспериментами на реальных данных.

Ключевые Термины—автономная навигация, фильтр частиц, инерциальные датчики.

I. Введение

Необходимая сегодня точность позиционирования автомобилей, умных устройств, роботов и полуавтономных платформ составляет несколько метров [1] и повысила требования как к датчикам, генерирующим исходные данные, так и к алгоритмам, осуществляющим их обработку.

Основные датчики и системы, используемые для позиционирования, это: инерциальные навигационные системы (ИНС), спутниковые навигационные системы (СНС), одометры, радары, лидары и камеры. Все они имеют свои шумовые характеристики, которые напрямую влияют на качество позиционирования. Можно выделить несколько подходов к повышению точности позиционирования:

1) Повысить класс датчиков.

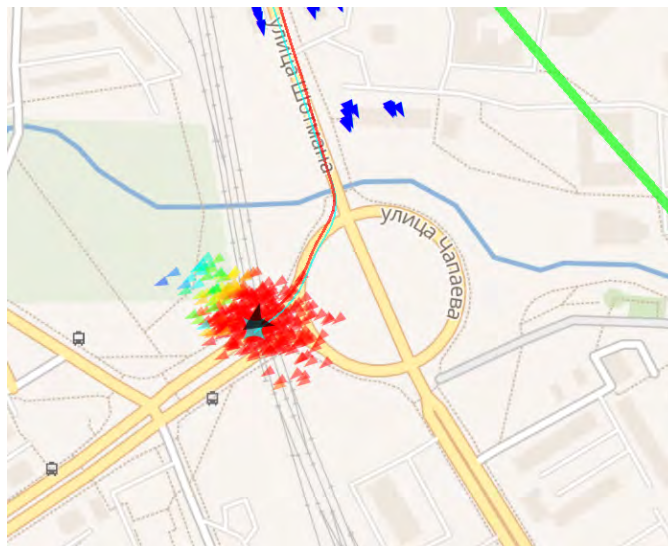


Рис. 1: Работа алгоритма в автономном режиме. Зеленая линия – решение ЕКФ, красная – решение, полученное с помощью ФЧ, голубая – сглаженное решение СНС. Черная стрелка – решение ФЧ, голубой четырехугольник – оценка по данным СНС в текущий момент. Множество стрелок – гипотезы о позиции ФЧ, цветность отражает относительную вероятность гипотезы. Синий – маловероятная, красный – очень вероятная. Темно-синие стрелки – гипотезы, отброшенные в результате коррекций по контурам зданий. Время с момента отключения коррекций по СНС – 810 секунд.

- 2) Использовать алгоритмы обработки данных от нескольких систем и датчиков с тем, чтобы ошибки одних датчиков были компенсированы информацией от других.
- 3) Использовать алгоритм, позволяющий использовать внешнюю информацию, которая может быть представлена неявно.

Первый подход наиболее привлекателен: снизив шум на входе системы, автоматически будет снижен и шум её выхода. Его недостаток очевиден – он сопряжен с увеличением стоимости. При втором подходе необходима установка дополнительных датчиков и систем, а

также выполнение их сопряжения. Это также может быть затратно. Третий подход позволяет не изменять систему, а использовать лишь внешнюю информацию. Сложность последнего подхода – в синтезе оптимального алгоритма.

В настоящей работе предлагается использовать третий подход. Показано, что основой для системы качественного позиционирования могут быть инерциальные датчики низкого класса точности. Это становится возможным благодаря использованию карт дорог и зданий, которые ограничивают нарастание ошибки позиционирования в автономном режиме (без внешних коррекций по сигналам СНС).

Акселерометры и гироскопы высоких классов точности традиционно используются для автономного позиционирования в составе ИНС [2]. Такие датчики размещаются на борту летательных аппаратов и плавучих средств: там, где их применение оправдано. Уровни погрешностей датчиков низкого и среднего классов точности ограничивают их массовое применение для бытового позиционирования: ошибка определения координаты в автономном режиме пропорциональна кубу времени, а потому её использование без внешних коррекций невозможно.

Погрешности инерциальных датчиков могут быть разделены на случайные и систематические. К первым относят белый шум, нестабильность нуля и случайное блуждание. Их влияние на точность позиционирования в автономном режиме трудноустранимо. Модель систематических погрешностей может быть описана масштабными коэффициентами, неортогональностью осей и несоосностью триад акселерометров и гироскопов. Данные погрешности могут быть частично скорректированы с помощью калибровки.

Изучим потенциальную величину ошибки позиционирования, вносимую случайными погрешностями датчиков при работе в автономном режиме. Возьмем гироскоп тактического класса [3], у которого нестабильность нуля (BI) равна $0.9^\circ/hr$, а случайное блуждание угла (ARW) равно $0.2^\circ/\sqrt{hr}$. Предположим, что система работает 3 минуты в автономном режиме. Тогда среднеквадратичное отклонение (СКО) погрешности координаты, вызванное нестабильностью нуля гироскопа, приблизительно равно 12 метрам (время корреляции нестабильности нуля $T_c = 600$ секунд) [4]:

$$\sigma_{BI} \approx g \cdot BI \frac{1}{\sqrt{126T_c}} t^{3.5} \approx 9.8 \frac{0.9}{3600} \frac{\pi}{180} \frac{1}{\sqrt{12600}} 180^{3.5} \approx 12m. \quad (1)$$

СКО накопленной ошибки по координате к 180 секунде, вызванное случайным блужданием угла:

$$\sigma_{ARW} \approx \frac{g \cdot ARW}{2\sqrt{5}} t^{2.5} \approx \frac{9.8 \cdot \frac{0.2}{60} \frac{\pi}{180}}{2\sqrt{5}} 180^{2.5} \approx 55m. \quad (2)$$

Значения погрешности позиции для МЭМС-датчиков низкого класса точности существенно выше.

Они равны $\sigma_{BI} \approx 74m$ (при $BI = 5.5^\circ/hr$) и $\sigma_{ARW} \approx 83m$ (при $0.3^\circ/\sqrt{hr}$). После трех минут работы ИНС низкого класса точности в автономном режиме можно судить лишь об оцениваемой области нахождения объекта, но не об оцениваемой позиции. Зона вероятного местоположения объекта растягивается на сто и более метров.

Вклад в ошибку позиционирования инструментальных погрешностей (определение масштабных коэффициентов и неортогональностей осей) к 180 секунде находится на уровне, сопоставимом с вкладом случайных погрешностей [4]. Вклад инструментальных погрешностей тем больше, чем больше отклонения фактических параметров датчиков от их номинальных значений [5].

Так как СКО накопленной ошибки ИНС в автономном режиме достаточно велико, то выполняется совмещение решения ИНС с информацией от других систем позиционирования или источников коррекции.

В работах [6], [7] продемонстрировано на практике, что использование одометра позволяет снизить погрешность определения позиции до:

$$\sigma_p(t) \approx \bar{v} \sqrt{\left(BI \cdot t^2 / (2\sqrt{2} \ln(2)/\pi) \right)^2 + (2t^{1.5} \cdot ARW/3)^2}, \quad (3)$$

где \bar{v} – средняя скорость движения автомобиля. Подставляя выбранные значения BI и ARW для датчиков среднего класса точности получим, что при средней скорости в 20 м/с теоретически достижимая точность расчета координаты к 180 секунде $\approx 3m$. Такой результат подтверждает практическую значимость объединения данных от различных датчиков и систем.

Представленная статья посвящена вопросу обработки данных от:

- 1) ИНС и СНС;
- 2) одометра;
- 3) карты дорожной сети и зданий. Пример представлен на рисунке 1.

В силу различной природы данных наиболее эффективной является их обработка с помощью комбинации фильтров Калмана (ФК) и фильтра частиц (ФЧ). В качестве отличительных особенностей алгоритма предложено не ограничивать область возможных позиций автотранспорта дорогами, но в то же время отсекал маловероятные гипотезы о местоположении объекта с помощью сведений о контурах зданий. Движение каждой частицы в ФЧ соответствует гипотезе о местоположении автомобиля, траектория движения частицы формируется с помощью ФК в терминах ошибок. Таким образом, размер банка ФК соответствует числу частиц.

Далее в статье описаны актуальные методы фильтрации, используемые для решения задач позиционирования II, первая часть II-A посвящена фильтрам на базе ФК, вторая II-B – фильтрам на базе ФЧ. В секции III приведено описание разработанного алгоритма

ма: описана модель системы III-A, модели измерений датчиков III-B, процедуры использования сведений о карте дорог III-C и карте зданий III-D, затем, в подразделе III-E приведен псевдокод алгоритма. В секции IV описана имитационная модель IV-A, наборы данных для тестирования IV-B, режимы обработки данных IV-C и проанализированы результаты IV-D. В заключении V сформулированы выводы по работе и обозначены цели будущего исследования.

II. Методы фильтрации

A. Фильтры Калмана

Широко используемый инструмент обработки данных от различных датчиков – фильтр Калмана, являющийся параметрическим фильтром. Так как классический фильтр Калмана (Kalman Filter – KF) предназначен для работы с линейными системами, то в случае нелинейной динамики или функций измерений производится их линеаризация в окрестности текущей оценки. Такой фильтр получил название расширенного фильтра Калмана (Extended Kalman Filter – EKF). EKF показал свою надежность и простоту использования, начиная с космической программы Союз-Аполлон и заканчивая актуальными сегодня задачами позиционирования, трекинга и наблюдения [8], [9].

Одна из проблем использования EKF заключается в том, что фильтр занижает неопределенность состояния системы. Математическое и физическое объяснение этого было впервые приведено в работе [10], посвященной проблематике задач одновременного позиционирования и картографирования. Показано, что с математической точки зрения матрица наблюдаемости оказывается не полноранговой. Физический смысл раскрывается через базис матрицы наблюдаемости: оказывается, что один из её базисных векторов представляет вращение вокруг вертикали, а значит сам поворот не наблюдаем. EKF же в силу ошибок линеаризации формирует паразитные связи между углом ориентации и координатами, занижая неопределенность разрешения координат и, в конечном счете, ведя к несостоятельности выработываемых оценок.

Еще один недостаток использования EKF – предположение о нормальных распределениях. Многократно отмечалось, что истинная форма плотности вероятности позиции движущегося объекта является не эллипсообразной, а скорее напоминает по форме «банан». С увеличением времени работы алгоритма в автономном режиме гипотеза о нормальном распределении перестает быть состоятельной, что приводит к нестабильной работе фильтра.

В работе [11] предложено решение: использовать алгебру Ли для параметризации ошибок. Так, если в расширенном фильтре наблюдать ошибку состояния, имеющую нормальное распределение и выраженную с помощью аппарата алгебры Ли, то при экспоненциальном отображении элементов этой алгебры на группу

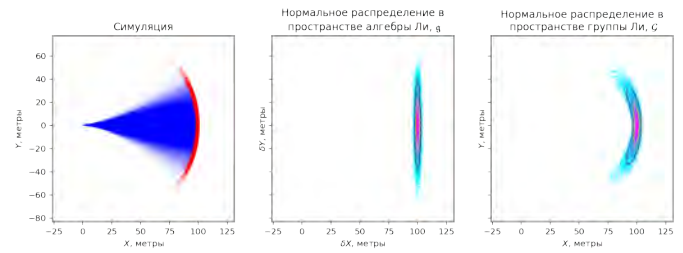


Рис. 2: Неопределенность положения объекта после выполнения 100 шагов из точки (0, 0) по направлению оси X . Стандартное отклонение шума измерений угла курса на каждом шаге – 0.03 радиана, шум измерений по длине шага отсутствовал. Левый график – результат симуляции методом Монте-Карло. Центральный график – результат сэмплирования из многомерного нормального распределения в пространстве алгебры Ли, полученного путем экстраполяции начальной матрицы ковариации с заданными параметрами шума. Правый график – сэмплы из центрального графика после экспоненциального отображения в пространство группы Ли.

Ли исходное распределение Гаусса примет вид бананообразного, что продемонстрировано на рисунке 2.

Впоследствии, в работах [12], [13] была представлена теория инвариантного EKF, положения которого базируются на теории групп Ли в пространстве $SE_2(3)$. Основным преимуществом подхода является автономность ошибки по ориентации и координате – её теоретическая независимость от номинального состояния. Практическим результатом являются более быстрое схождение курса (ориентации) при значительной ошибке выставки и стабильность работы фильтра для задач одновременного позиционирования и картографирования.

Затем, в работе [14], изучена эффективность инвариантного EKF для задач объединения данных ИНС и одометра, а также данных ИНС и СНС. Рассмотрены два варианта параметризации ошибок в фильтре: правый (локальный) и левый (глобальный). Существование двух вариантов объясняется некоммутативностью матричного умножения, и, соответственно, различным заданием возмущения матрицы ориентации: путем её умножения справа или слева [15]. Установлено, что для интеграции ИНС и СНС больше подходит левый вариант, так как в этом случае динамика ошибок системы и модель измерений не зависят от траектории, а для интеграции ИНС и одометра – правый. Показано, что при интеграции ИНС и одометра модель измерений оказывается не независимой от траектории. Эксперименты показали, что использование группы $SE_2(3)$ (и правого, и левого вариантов) по сравнению использованием группы вращений трехмерного евклидова пространства $SO(3)$ не всегда ведет к лучшим

результатам, а потому вопрос выбора способа параметризации ошибок должен зависеть от сценария использования. В настоящей работе ошибки ориентации параметризуются в $SO(3)$, так как их динамика при такой параметризации хорошо известна и может быть достаточно просто реализована в ЕКФ.

Альтернативой ЕКФ для случаев нелинейной динамики или измерений является сигма-точечный ФК (Unscented KF – UKF). В основе фильтра лежит идея расчета первого и второго моментов случайной величины с помощью статистических методов. Сначала выбираются несколько детерминированных сигма-точек вокруг среднего, затем эти точки преобразуются с помощью функции известного вида. На последнем шаге численно рассчитываются среднее и ковариация. Для UKF существует возможность не задавать матрицу Якоби в явном виде, а рассчитывать её с помощью статистических методов. Это существенно упрощает скорость прототипирования. Недостатком фильтра является более высокая вычислительная сложность и необходимость тщательного выбора параметров сигма-точек [16].

В заключение отметим, что при практической реализации алгоритмов ФК в состоянии фильтра включают ошибку наблюдаемой величины, а не саму величину [17]. Ошибка определяется как: $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$, где $\delta \mathbf{x}$ – ошибка, \mathbf{x} – истинное значение наблюдаемой величины, $\hat{\mathbf{x}}$ – оценка наблюдаемой величины. Это делается по двум причинам. Во-первых, динамика ошибки ниже, чем динамика наблюдаемой величины, так как основная динамика оказывается учтена при расчете номинального состояния. Во-вторых, матрица ковариации фильтра может экстраполироваться реже, так как её динамика ближе к линейной. Последний факт позволяет существенно снизить объем необходимых вычислений.

Цель настоящей работы – предложить алгоритм расчета динамики движения с учетом данных ИНС, карты дорожной среды и зданий, что невозможно при использовании одного ФК.

Существующие подходы [18], [19] заключаются в проецировании текущей оценки позиции на граф дорожной сети и генерации виртуального измерения в ФК. Такой подход не является надежным и работает только в случае корректной начальной инициализации как по курсу, так и по позиции. Исследований же по использованию контуров зданий в ФК авторам не удалось обнаружить.

В. Фильтры частиц

Фильтр частиц – популярный инструмент для решения задач оценивания состояния нелинейных систем. Фильтр частиц не является параметрическим и позволяет работать с любыми распределениями благодаря процедурам перевыборки (ресэмплинга) и взвешивания частиц на этапах предсказания и коррекции. Апо-

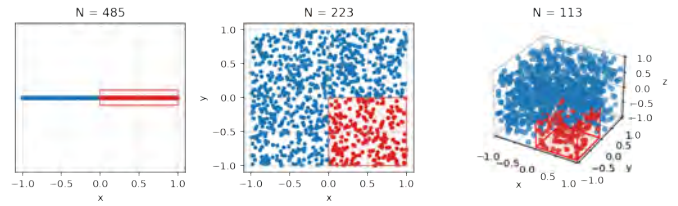


Рис. 3: Иллюстрация «проклятия размерности». Чтобы адекватно описывать состояние системы фильтром частиц их количество должно увеличиваться в два раза при увеличении размерности задачи на единицу.

стериорная плотность в фильтре аппроксимируется конечным числом частиц или узлов сетки. По закону больших чисел с ростом числа частиц аппроксимация плотности сходится к истинной [20], а потому качество работы фильтра напрямую зависит от числа частиц. Широко известна проблема «проклятия размерности», поэтому прямое применение фильтра для пространств большой размерности затруднено – необходимое число частиц для адекватного представления экспоненциально растет с ростом размерности вектора состояния. Иллюстрация к «проклятию размерности» приведена на рисунке 3.

Алгоритм 1 Фильтр частиц

- 1) Инициализация фильтра. Выборка частиц $\{x_0^{(i)}\}_{i=1}^N \sim p_{x_0}$ и начальных весов $\{w_0^{(i)}\}_{i=1}^N = \frac{1}{N}$ для $i = 1, \dots, N$. N – число частиц.
- 2) Шаг прогноза. Для каждой частицы (i) спрогнозировать её состояние $x_{k|k-1}^{(i)} \sim p(x_k | u_t, x_{k-1}^{(i)})$.
- 3) Шаг коррекции. Для каждой частицы (i) пересчитать её вес в соответствии с измерением у: $w_{k|k}^{(i)} = p(y_k | x_k^{(i)}) \cdot w_k^{(i)}$.
- 4) Произвести нормализацию весов:

$$w_{k|k}^{(i)} = \frac{w_{k|k}^{(i)}}{\sum_{j=1}^N w_{k|k}^{(j)}}. \quad (4)$$

- 5) При необходимости осуществить перевыборку, или ресэмплинг. Для этого дублировать частицы пропорционально их весу $w_{k|k}^{(i)}$ и сформировать новое множество $\{x_k^{(i)}\}_{i=1}^N, \{w_k^{(i)}\}_{i=1}^N = \frac{1}{N}$.
-

Обобщенная схема работы ФЧ может быть описана алгоритмом 1. Ключевой шаг – процедура ресэмплинга, или перевыборки. Её результатом становится распределение частиц согласно апостериорному распределению. В [21] отмечено, что ресэмплинг является вероятностной реализацией Дарвиновской идеи «выживает сильнейший», которая перераспределяет частицы с тем, чтобы их большая плотность была в областях с высокими значениями апостериорной вероятности.

Необходимость ресэмплинга определяется по числу «эффективных» частиц – их количество снижается при вырождении выборки. Показано [22], что число эффективных частиц может быть аппроксимировано выражением $\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{(i)} (w^{(i)})^2}$.

Для разрешения связанной с «проклятием размерности» проблемы было представлено несколько приемов.

Одним из приемов является процедура Rao-Blackwellization [23], [24] – в этом случае состояние системы разделяется на две части, первая часть \mathbf{x}^n использует частицы для представления апостериорной функции, а вторая часть \mathbf{x}^l – параметрические семейства распределений. Такой фильтр называется Rao-Blackwellized Particle Filter (RBPf). Апостериорная плотность составного вектора $\mathbf{x} = [\mathbf{x}^n, \mathbf{x}^l]^T$ может быть представлена как:

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = p(\mathbf{x}^l|\mathbf{x}^n, \mathbf{y})p(\mathbf{x}^n|\mathbf{y}), \quad (5)$$

где $p(\mathbf{x}^n|\mathbf{y})$ аппроксимируется с помощью фильтра частиц, а интегрирование по частям позволяет избавиться от линейной составляющей \mathbf{x}^l .

В общем виде модель такой системы может быть представлена как [24]:

$$\mathbf{x}_{k+1}^n = \mathbf{f}_k^n(\mathbf{x}_k^n) + \mathbf{F}_k^n(\mathbf{x}_k^n)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{G}_k^n(\mathbf{x}_k^n)\omega_k^n, \quad (6a)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^l = \mathbf{f}_k^l(\mathbf{x}_k^l) + \mathbf{F}_k^l(\mathbf{x}_k^l)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{G}_k^l(\mathbf{x}_k^l)\omega_k^l, \quad (6b)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k^n) + \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_k^n)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{e}_k, \quad (6c)$$

где \mathbf{f} – вектор-функция, описывающая динамику системы, зависящую от \mathbf{x}^n , \mathbf{F} , \mathbf{H} и \mathbf{G} – произвольные матрицы, \mathbf{h} – функция измерений. Шумы, входящие в модель, предполагаются нормальными центрированными.

В русскоязычной литературе подходы к решению задач позиционирования с использованием процедуры Rao-Blackwellization описаны в работах [25], [26]. В [25] осуществляется навигация по геодезическим полям, а в работе [26] – по измерениям дальности до гидроакустического маяка.

В [27] показано, что RBPf может быть представлен через банк фильтров Калмана. В таком случае вектор состояния можно не делить на две части в явном виде, динамика и модель измерения остаются такими же, как и в случае использования ЕКФ. Время от времени нужно производить «смешивание» информации – для той части вектора состояния, где используется представление в виде частиц, генерируются «виртуальные» измерения исходя из матриц ковариации, после чего инициируется стандартная процедура коррекции ФК.

В работе [28] представлен обзор использования ФЧ и их вариаций для автомобилей. Указывается, что ФЧ – основной метод для работы с многомодальными распределениями, которые возникают при слиянии карт дорог и одометрии. Примеров учета данных о контурах зданий для коррекции позиции транспорта не удалось обнаружить. Использование же одной лишь

карты дорог вносит существенное ограничение – невозможность коррекции ошибок в тех областях, где карта дорог отсутствует, или её адекватное представление невозможно (парковки, дворы). Учет в разработанном алгоритме информации о контурах зданий (обозначены светло-коричневым цветом на рисунке 1) позволяет устранить этот недостаток и улучшить позиционирование в условиях плотной городской среды.

III. Описание алгоритма

Напомним основную идею RBPf, или банка фильтров Калмана: состояние системы разделяется на две части, первая часть представляется в виде дискретного распределения, а вторая – с помощью параметрических семейств распределений. В предложенном алгоритме ошибки по северной и восточной координатам представлены в виде дискретного распределения, все остальные – многомерным нормальным распределением, параметры которого оцениваются в ФК. Будем использовать термины ФЧ и БФК как взаимозаменяемые, каждая частица – отдельная реализация ФК.

A. Модель системы

Модель системы состоит из двух векторов: номинального состояния и вектора ошибок. Истинное значение \mathbf{x} определяется как композиция номинального состояния $\hat{\mathbf{x}}$ и возмущения, или ошибки $\delta\mathbf{x}$. В предлагаемом алгоритме оцениваются следующие параметры модели:

- 1) \mathbf{R}_b^n – матрица поворота от приборной системы координат, связанной с ИНС, к системе координат (N, E, D) ;
- 2) \mathbf{v}_{eb}^n – скорость движения блока ИНС относительно неподвижной инерциальной системы координат, связанной с Землей, в базе системы координат (N, E, D) ;
- 3) $\mathbf{p} = [\phi, \lambda, h]^T$ – широта, долгота и высота блока ИНС;
- 4) \mathbf{b}_a – смещения нулей блока трехосных акселерометров;
- 5) \mathbf{b}_g – смещения нулей блока трехосных гироскопов;
- 6) s – масштабный коэффициент одометра;
- 7) t_{IG} – временное запаздывание, или лаг, решения от приемника СНС относительно решения ИНС.

Также в конфигурации алгоритма возможно задание плеч разнесения: приемника СНС и центра задней оси автомобиля относительно ИНС, соответственно l_{IG}^b и l_{IR} . Уравнения динамики ошибок можно получить путем линеаризации уравнений динамики истинного вектора состояния в окрестности текущей оценки $\hat{\mathbf{x}}$:

$$\delta\mathbf{x}_{k+1|k} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_{k|k}} \delta\mathbf{x}_{k|k}. \quad (7)$$

Тогда вектор состояния системы примет вид:

$$\delta\mathbf{x} = [\delta\epsilon, \delta\mathbf{v}, \delta\mathbf{p}, \delta\mathbf{b}_a, \delta\mathbf{b}_g, \delta s, \delta t_{IG}]^T. \quad (8)$$

Матрица эволюции такой системы \mathbf{F} хорошо известна и потому не приводится. Соответствующие уравнения представлены, например, в [29, стр. 584-589]. Обновление номинального состояния сводится к интегрированию уравнений движения. Именно вектор состояния (8) и его матрица ковариации наблюдаются в каждом из фильтров банка.

В. Модели измерений датчиков

1) Модель измерений СНС: так как в вектор состояния введен временной лаг отставания решения СНС от решения ИНС, то приведем соответствующую функцию измерений:

$$\delta \mathbf{z}_G^n = \mathbf{T}_p^{r(n)} \cdot (\mathbf{p}_G - \mathbf{p}) + t_{IG} \cdot \mathbf{v}_{eb}^n + \mathbf{R}_b^n \cdot l_{IG}^b, \quad (9)$$

где $\mathbf{T}_p^{r(n)}$ – матрица преобразования ошибки по координате от геодезической системы координат к локальной (N, E, D).

Матрица наблюдений H рассчитывается как Якобиан от функции измерений $\delta \mathbf{z}_G^n$ по вектору состояния $\delta \mathbf{x}$

$$\text{в окрестности } \delta \hat{\mathbf{x}}: H_k = \left. \frac{\partial \delta \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}}.$$

2) Модель измерений одометра: с учетом ограничений на нулевую вертикальную и боковую скорости в приборной системе координат (связанной с автомобилем), получим следующий вид функции измерений одометра:

$$\delta \mathbf{z}_o^n = [v_{odo} \cdot (1 - \delta s), 0, 0]^T - C_n^b \cdot \mathbf{v}_{eb}^n - \omega_{ib}^b \times l_{IR}, \quad (10)$$

где v_{odo} – измерения одометра, δs – погрешность масштабного коэффициента одометра, ω_{ib}^b – измерения гироскопа в приборной системе координат, \times – операция векторного умножения. Матрица наблюдений рассчитывается аналогично модели измерений СНС.

С. Использование данных о дорожной сети

Карта дорожной сети представлена в виде графа дорог. Классификация способов использования данных о дорожной сети приведена в [30]:

- 1) Генерация виртуальных измерений – идея заключается во взвешивании частиц на этапе коррекции пропорционально расстоянию до ближайшего ребра графа.
- 2) Ограничение на динамику движения – на этапе прогноза отсеиваются частицы, удаленные от дорожных «коридоров».
- 3) Фильтрация на графе – состояние частицы описывается ребром графа, представляющего дорожную сеть и нормализованной дистанцией относительно начала ребра.

В разработанном алгоритме используется генерация виртуальных измерений, так как в этом случае позиция автомобиля не ограничена только графом и, кроме того, сегменты графа можно эффективно упаковать в

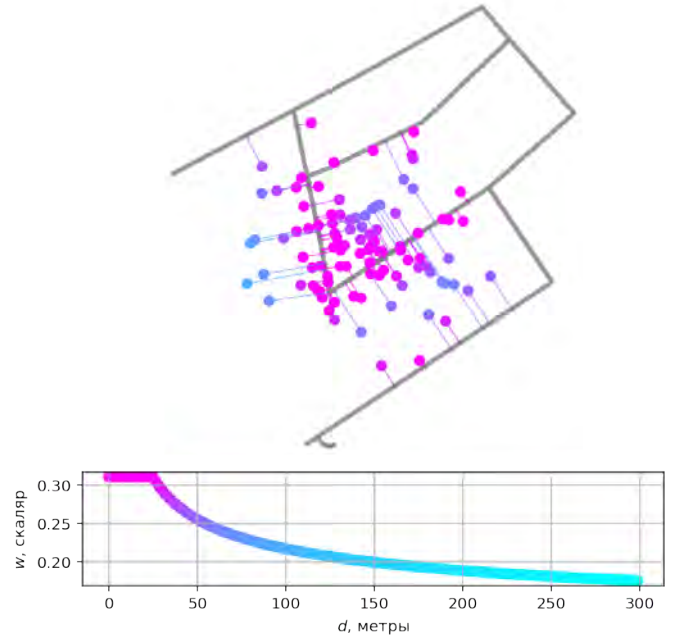


Рис. 4: Использование информации о дорожной сети. Верхний график – распределение гипотез о местоположении автомобиля. Каждая точка – гипотеза, толстые серые линии – ребра графа дорог, тонкие серые линии – линии, соединяющие координату гипотезы о местоположении автомобиля и ближайшую точку графа дорог. Нижний график – функция (11) веса гипотез в зависимости от расстояния до ближайшего ребра графа.

структуру квадродерева, осуществляя поиск ближайших ребер за постоянное время. Для расчета веса гипотезы о принадлежности точки той или иной области пространства используется следующая формула:

$$w(d) = \frac{1}{\log(\max(30.0, d))}, \quad (11)$$

где d – расстояние от точки до ближайшего ребра графа. Использование функции \max внутри логарифма позволяет иметь одинаковый вес всем частицам, находящимся вблизи 30 метров от ближайшего ребра графа, а сам логарифм позволяет «мягко» взвешивать частицы в зависимости от расстояния.

Результат взвешивания гипотез о позиции автомобиля и значения функции $w(d)$ приведены на рисунке 4. После взвешивания гипотез с помощью формулы (11), гипотезы получают различные веса, пропорциональные расстоянию до ребер графа.

D. Использование данных о карте зданий

Сведения о контурах зданий используются на этапе прогноза. Для этого анализируется траектория части-

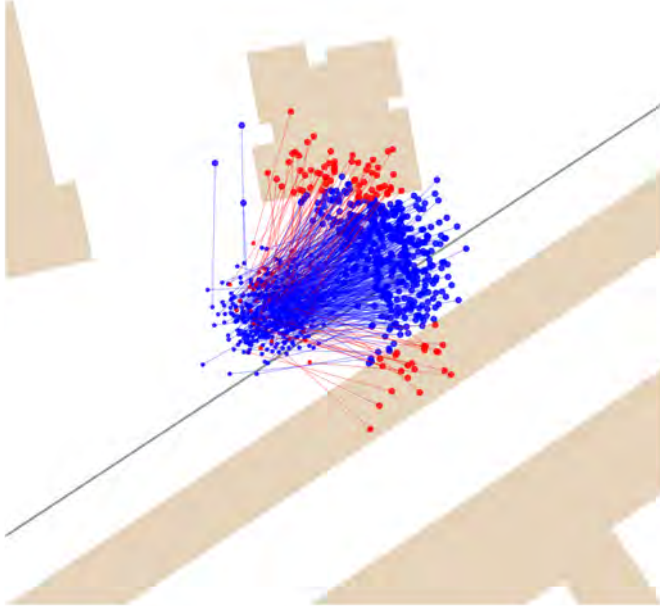


Рис. 5: Учет информации о карте зданий. Малые маркеры – позиции частиц в момент времени k , большие – прогноз позиции к моменту времени $k+1$. В случае, если отрезок $[\mathbf{p}_k, \mathbf{p}_{k+1}]$ пересекает геометрию здания, то вес частицы обнуляется. Соответствующие частицы показаны красным цветом.

цы. Если траектория пересекает какой-либо контур здания, то вес частицы обнуляется:

$$w_{k+1|k}^{(i)} = \begin{cases} 0, & \text{if } [\mathbf{p}_k^{(i)}, \mathbf{p}_{k+1}^{(i)}] \cap b, \forall b \in \text{Buildings} \\ w_k^{(i)} & \end{cases} \quad (12)$$

Для ускорения работы алгоритма контуры зданий хранятся в списке, а в квадродереже хранится ограничительный прямоугольник геометрии здания. На первом этапе проверяется, пересекается ли траектория с каким-либо ограничительным прямоугольником, а затем – пересекается ли она с геометрией здания. Таким образом, проверка пересечения занимает фиксированно малое время, которое может быть рассчитано заранее.

Пример работы соответствующей процедуры приведен на рисунке 5.

Е. Детали реализации стохастического банка ФК

Как показано в [27], система уравнений (6) может быть приведена к виду:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k^n) \mathbf{x}_k + \mathbf{f}(\mathbf{x}_k^n) + \mathbf{G}_k(\mathbf{x}_k^n) \boldsymbol{\omega}, \quad (18a)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_k^n) \mathbf{x}_k + \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^n) + \mathbf{e}_k. \quad (18b)$$

Тогда схема работы может быть описана алгоритмом 2, то есть стохастическим банком фильтров Калмана. Где $-$ и $+$ означают априорные и апостериорные

Алгоритм 2 Алгоритм работы на базе стохастического банка ФК

- 1) Инициализация фильтра. Создание банка фильтров Калмана (частиц), инициализация номинальных состояний $\mathbf{x}_0^{(i)}$, матриц ковариаций $\mathbf{P}_0^{(i)}$ и начальных весов $w_0^{(i)} = \frac{1}{N}$ для $i = 1, \dots, N$. N – число фильтров (частиц) в банке. Указанные ниже шаги повторяются для всех фильтров (i) в банке.

- 2) Этап прогноза.

- По приходу измерений от инерциальных датчиков (акселерометра и гироскопа), обновить значения номинальных состояний $\mathbf{C}_b^{n(i)}$, $\mathbf{v}_{eb}^{n(i)}$, $\mathbf{p}^{(i)}$.
- Проверить, пересекает ли траектория фильтра контуры зданий. Обновить вес соответствующего фильтра согласно (12), и нормализовать веса согласно (4).
- В случае, если необходима процедура «смешивания» (прошло время T_m с момента последнего её выполнения), т.е. переноса информации от состояния, параметризуемого дискретным распределением, то выполнить его. Для этого: сэмплировать значения ошибок позиции из: $\xi^{(i)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{P}_{7:8,7:8}^{(i)} + \Xi)$. Скорректировать состояние фильтров Калмана, используя $\xi^{(i)}$ как измерения в соответствии с уравнениями (15), (16).

- 3) Этапы коррекции. По приходу любого корректирующего воздействия пересчитать матрицу ковариации $\mathbf{P}^{(i)}$ от шага $k-1$ к шагу k на время $\Delta t = t_k - t_{k-1}$:

$$\mathbf{P}_k^{(i)-} = \mathbf{F}_k^{(i)} \mathbf{P}_{k-1}^{(i)+} \mathbf{F}_k^{(i)T} + \mathbf{Q}_k^{(i)}. \quad (13)$$

- Для одометрических, СНС измерений по приходу измерения получить невязку измерения $\delta \mathbf{z}^{n(i)}$ согласно уравнениям (9), (10) и соответствующую матрицу наблюдений $\mathbf{H}_k^{(i)}$. Обновить вес частицы:

$$w_k^{(i)+} \propto \mathcal{N}(\delta \mathbf{z}^{n(i)}; \mathbf{0}, \mathbf{S}^{(i)}) \cdot w_k^{(i)-}. \quad (14)$$

Рассчитать вектор ошибок номинального состояния, скорректировать номинальное состояние, обновить матрицу ковариации:

$$\delta \mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{K}^{(i)} \cdot \delta \mathbf{z}^{n(i)}, \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_k^{(i)+} = \mathbf{P}_k^{(i)-} - \mathbf{K}^{(i)} \mathbf{S}^{(i)} \mathbf{K}^{(i)T}, \quad (16)$$

где $\mathbf{S}^{(i)} = \mathbf{H}_k^{(i)} \mathbf{P}_k^{(i)-} \mathbf{H}_k^{(i)T} + \mathbf{R}_k^{(i)}$, $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{P}_k^{(i)-} \mathbf{H}_k^{(i)T} \mathbf{S}^{-1}$.

- Для коррекции по графу дорог (с периодичностью T_{graph}) найти расстояние d от текущей координаты фильтра до ближайшего ребра графа и обновить веса частиц согласно уравнению (11):

$$w_k^{(i)+} \propto w(d) \cdot w_k^{(i)-}. \quad (17)$$

- После любой коррекции выполнить нормализацию весов согласно (4).

- 4) В случае, если необходим ресэмплинг ($N_{eff} < N_{threshold}$), то дублировать фильтры с ненулевым весом из банка пропорционально их весу.

значения вектора состояний или матрицы ковариации, \mathbf{Q} – шум процесса, \mathbf{R} – шум измерений, $\mathbf{\Xi}$ – дополнительный шум, $\mathbf{P}_{7:8,7:8}$ – квадратная подматрица матрицы \mathbf{P} , которая содержит ожидаемую ковариацию ошибок позиции по северной и восточной координатам.

При такой формулировке любая задача, для решения которой используется ЕКФ, может быть приведена к виду, пригодному для обработки стохастическим банком фильтров Калмана. Это особенно значимо для практических применений, когда требуется внести в фильтр неявную корректирующую информацию или быстро расширить систему новыми наблюдаемыми состояниями.

На практике возможна ситуация, когда большинство фильтров в банке имеют нулевые веса. Это означает, что фильтр разошелся и необходимо инициализировать его заново. Для этого параллельно с банком фильтров Калмана работает экземпляр традиционного ЕКФ. В случае, если необходима реинициализация, то она происходит в окрестности последней оценки позиции ЕКФ.

IV. Эксперименты и результаты

А. Имитатор

Для тестирования предложенного алгоритма был разработан имитатор данных от датчиков, входящих в состав системы. Один цикл имитации данных состоит из следующих этапов:

- 1) Выбор начальной и конечной точек маршрута.
- 2) Прокладка маршрута между указанными точками и его интерполяция кубическими сплайнами.
- 3) Формирование идеальных измерений акселерометра, гироскопа, одометра и приемника СНС вдоль движения по проложенному маршруту. При формировании измерений полагалось, что автомобиль может двигаться только вдоль своей продольной оси, а потому задание углов ориентации не было необходимо – они рассчитывались автоматически из вектора линейной скорости.
- 4) Формирование погрешностей акселерометра, гироскопа, одометра и приемника СНС. Параметризовались как инструментальные (масштабный коэффициент, неортогональности осей, постоянное смещение нуля, ошибка ориентации триады гироскопа относительно триады акселерометра), так и случайные погрешности (дрейф нуля датчиков и шум).
- 5) Формирование показаний датчиков как суммы истинных измерений и погрешностей.
- 6) Калибровка инерциальных датчиков при помощи алгоритма, предложенного в работе [31]. Корректировались масштабные коэффициенты, неортогональности и ошибка ориентации между триадами.

После формирования идеальных инерциальных данных проводился «нулевой тест» – интегрирование измерений акселерометров и гироскопов с помощью уравнений движения и сравнение с истинными значениями.

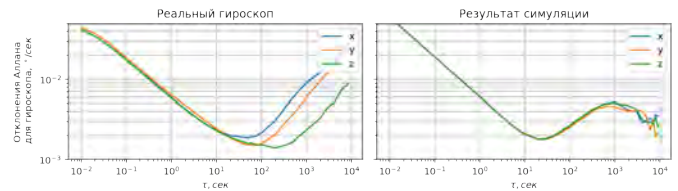


Рис. 6: Графики отклонений Аллана для реального датчика (слева) и имитационного моделирования (справа).

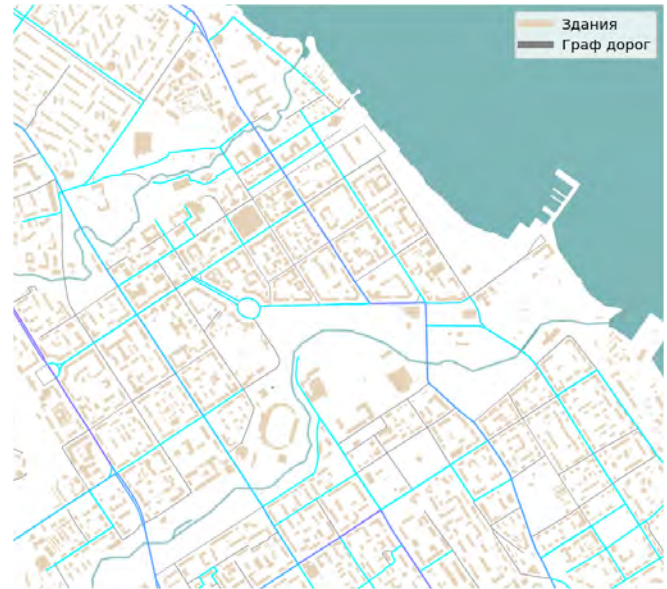


Рис. 7: Сгенерированные маршруты движения, наложенные на карту города. Интенсивность цвета ребер графа (от голубого до фиолетового) – количество маршрутов, проложенное через ребро графа в процессе имитационного моделирования. Коричневым цветом обозначены контуры зданий, используемые для коррекции.

Для всех сгенерированных траекторий нулевой тест был успешно пройден – ошибка к концу интегрирования не превышала нескольких сантиметров. Параметры моделирования соответствовали реальным МЭМС-датчикам низкого класса точности (в качестве эталона был использован датчик TDK MPU-9250) и приведены в таблице I.

Графики отклонений Аллана для реального гироскопа и для результата моделирования данных показаны на рисунке 6. Длительности записи реальных данных и формирования модельных равнялись 24 часам. Для характерного времени моделирования (десятки минут) графики отклонений Аллана совпадают.

В. Наборы данных

Тестирование алгоритма производилось на трех наборах данных:

Таблица I: Параметры моделирования.

Минимальное время движения	t_{min}	600 s
Максимальная скорость движения	v_{max}	40 $\frac{km}{h}$
Гироскоп		
Период сэмпирования	Δt	0.01 s
Постоянное смещение нуля	b_g	[0.1, 0.2, 0.7] $^\circ/s$
Дрейф нуля	BI	5.4 $^\circ/h$
Время корреляции	T_c	600 s
Случайное блуждание угла	ARW	0.36 $^\circ/\sqrt{h}$
Погрешности масштабных коэффициентов	Δs	[0.02, -0.03, -0.015]
Неортогональности осей	Δm	[1.4, 0.8, 0.3] $^\circ$
Ошибка ориентации триады	ϵ	[0.3, 2.5, -1.7] $^\circ$
Акселерометр		
Период сэмпирования	Δt	0.01 s
Постоянное смещение нуля	b_a	[0.1, 0.3, -0.2] $\frac{m}{s^2}$
Дрейф нуля	BI	0.06 mg
Время корреляции	T_c	600 s
Случайное блуждание скорости	VRW	0.28 $m/s/\sqrt{h}$
Погрешности масштабных коэффициентов	Δs	[0.01, 0.02, 0.025]
Неортогональности осей	Δm	[-1.1, 0.3, 0.6] $^\circ$
Одометр		
Период сэмпирования	Δt_o	0.1 s
Погрешность масштабного коэффициента	Δs	0.02
Среднеквадратичная погрешность	σ_o	0.1 $\frac{m}{s}$
Приемник СНС		
Период сэмпирования	Δt_G	1.0 s
Среднеквадратичная погрешность горизонтали	σ_h	3.0 m
Среднеквадратичная погрешность вертикали	σ_v	5.0 m

- (D1) 500 логов с данными датчиков, сгенерированных на основе движения по маршрутам, начальные и конечные точки которых находились на карте дорог.
- (D2) 100 логов, аналогичных датасету (D1), но начальные и конечные точки находились за пределами карты дорог.
- (D3) 12 логов, собранных в ходе реальных заездов по городу и за городом. Было совершено 12 заездов длительностью от 20 минут до 1 часа. Датчики, используемые в ходе реальных заездов имели шумовые характеристики, аналогичные заданным в модели. Частота съема данных от одометра составила 10 Гц, от бытового приемника СНС – 1 Гц.

Пример дорог, через которые были проложены маршруты, показан на рисунке 7. Интенсивность окраски ребра отражает количество маршрутов, проложенных через него. Статистика по длительности движения и длинам маршрутов для набора данных (D1)

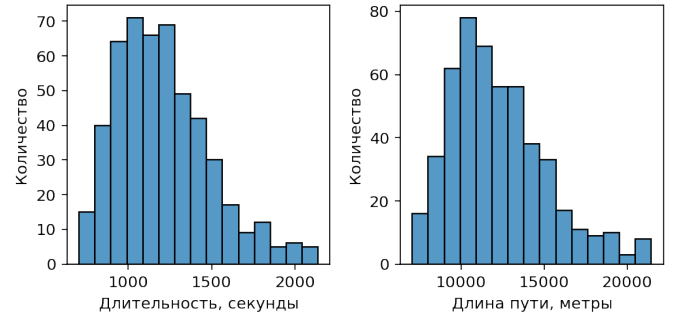


Рис. 8: Гистограммы распределений длительностей синтезированных логов (секунды) и длин проложенных маршрутов (метры) для набора данных (D1).

приведена на рисунке 8.

C. Режимы обработки данных

Каждый из наборов данных был обработан в следующих режимах:

- (M1) ЕКФ с декалиброванными данными ИНС (без коррекции масштабных коэффициентов, неортогональностей осей и несоосностей триад).
- (M2) ЕКФ с калиброванными данными ИНС (коррекция масштабных коэффициентов, неортогональностей и несоосностей).
- (M3) Банк ФК с коррекциями по контурам зданий.
- (M4) Банк ФК с коррекциями по графу дорог.
- (M5) Банк ФК с коррекциями по контурам зданий и графу дорог.

Векторы наблюдаемых параметров для всех фильтров были идентичны в соответствии с выражением (8). Коррекция по СНС выполнялась в течение первых 300 секунд каждого набора данных и по прошествии 300 секунд отключалась. Число фильтров в банке, и, соответственно, число частиц для конфигураций (M1)–(M5) равнялось 500.

D. Анализ результатов

Для всех наборов данных обработка производилась в двухпоточном режиме на персональном компьютере (ПК) с частотой ЦП 2.3ГГц. Реализация алгоритма была выполнена на языке Си++. Среднее соотношение временной длительности наборов данных к времени, затраченному для их обработки на ПК, составило $\frac{t_{log}}{t_{processing}} \approx 20$ для 500 частиц. Это означает, что максимальное число частиц, для которых возможна обработка данных в реальном времени равняется 10000.

Следует отметить, что эффективность реализации и возможность использования большого числа частиц позволяют в случае необходимости покрыть большую область начальной неопределенности положения объекта.

После 300 секунды с момента начала каждого набора данных коррекции по СНС отключались и оценивание

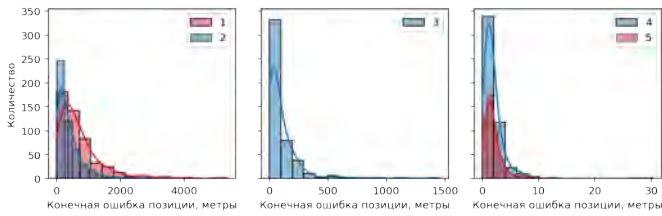


Рис. 9: Гистограммы конечной ошибки горизонтальной координаты для режимов (M1)–(M5).

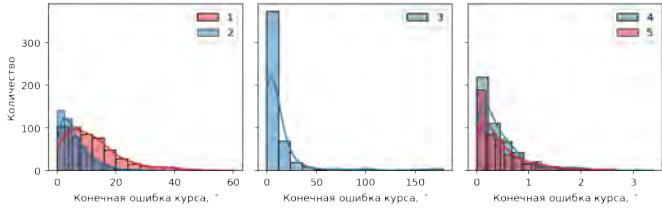


Рис. 10: Гистограммы конечной ошибки угла курса для режимов (M1)–(M5).

ориентации, скорости, позиции и ошибок датчиков производилось в автономном режиме. Далее проведем анализ результатов обработки каждого из наборов данных (D1)–(D3).

Набор данных (D1).

Гистограммы конечных ошибок оценивания горизонтальной координаты и угла курса приведены на рисунках 9 и 10.

По результатам анализа гистограмм ошибок можно сделать вывод, что компенсация инструментальных погрешностей датчиков позволяет значительно снизить ошибку как по курсу, так и по координате при использовании традиционного ФК в автономном режиме (см. разницу гистограмм для (M1) и (M2) на рисунках 9 и 10).

Использование сведений о контурах зданий в БФК без использования данных о карте дорог (режим (M3)) ведет к конечным ошибкам, меньшим по сравнению с ЕКФ (режим (M2)), но большим, чем в (M4) при использовании карты дорог. Причина – в части городской среды контуры зданий расположены не плотно, что ведет к образованию нескольких кластеров возможных положений автомобиля.

Таблица II: Конечные ошибки позиционирования в автономном режиме*.

Режим обработки	Ошибка курса, $\mu \pm \sigma, ^\circ$	Ошибка позиции, $\mu \pm \sigma, m$
(M1)	12.2 ± 9.8	713 ± 722
(M2)	6.1 ± 5.2	393 ± 439
(M3)	13.2 ± 28.0	107 ± 177
(M4)	0.44 ± 0.5	2.0 ± 2.4
(M5)	0.45 ± 0.5	2.0 ± 1.7

* Среднее время работы в автономном режиме $\mu_t = 911$ секунд, стандартное отклонение $\sigma_t = 280$ секунд.

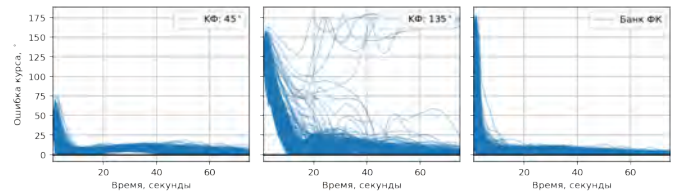


Рис. 11: Поведение погрешности оценки курса при различных ошибках начальной выставки.

Самым точным режимом является режим (M5), потому что при движении даже вдоль графа дорог в условиях плотной застройки часть маловероятных гипотез из БФК удаляется при пересечении их траекторий с контурами зданий. Конечная ошибка позиционирования в режиме (M5) не превышала 7 метров в 95% случаев, ошибка по курсу стабилизировалась и не превышала 3°. Максимальная ошибка позиционирования была равна 12 метрам.

Среднее время работы алгоритмов в автономном режиме, а также среднее и стандартные отклонения конечных ошибок по координате и курсу приведены в таблице II.

Наблюдаемые в фильтре значения ошибок инструментальных погрешностей датчиков (гироскопов, акселерометров, одометра и приемника СНС) надежно сходились к их истинным значениям для всех экспериментов.

В задачах инерциальной навигации хорошо известна проблема выставки – при больших начальных ошибках алгоритм ЕКФ может не сойтись. Также качество выставки продолжает оказывать длительное влияние на точность оценивания позиции.

Для оценивания времени схождения курса при использовании ЕКФ и БФК была проведена дополнительная серия экспериментов – все 500 наборов данных были обработаны в режиме (M2) с различными ошибками начальной выставки (45, 135)° и предложенным БФК в режиме (M5). Результаты приведены на рисунке 11. Нужно отметить, что при ошибках выставки в 45° фильтр сходится к истинному курсу во всех случаях, однако в результате схождения есть характерная точка перегиба – когда ошибка по углу не меньше какого-либо значения (см. левый график рисунка 11 с 20 по 30 секунду – ошибки не прижаты к оси абсцисс). При использовании банка ФК такая точка перегиба отсутствует, а к 70 секунде разброс ошибки по курсу для банка фильтров почти в два раза меньше такового для ЕКФ.

Набор данных (D2)

Предложенное решение было протестировано на еще одном наборе данных – каждый из маршрутов набора начинался и заканчивался за пределами графа, коррекция по сигналам от СНС отсутствовала с самого начала. Такой режим может рассматриваться как полно-

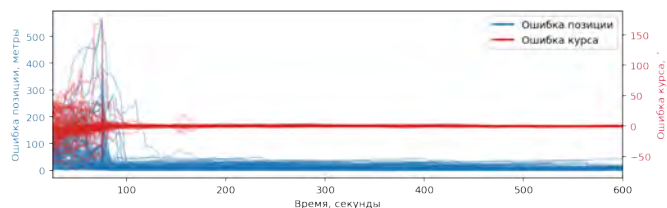


Рис. 12: Ошибки позиции и курса при работе в автономном режиме с момента старта алгоритма для набора данных (D2). Начальная неопределенность позиции – 50 метров, курс предполагался неизвестным.

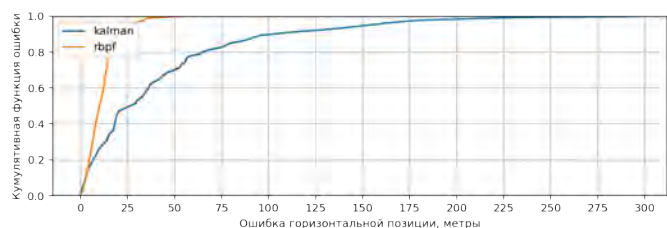


Рис. 13: Кумулятивная функция ошибки позиции для 12 реальных логов набора данных (D3) на интервале времени 0–600 секунд с момента выключения коррекция по СНС. Голубая линия – фильтр ЕКФ, оранжевая – банк фильтров Калмана.

стью автономный – какая-либо корректировка позиции по абсолютным источникам коррекции отсутствовала. Начальная неопределенность позиции σ_p была равна 50 метрам (начальный разброс гипотез о позиции), курс предполагался неизвестным. Уменьшение ошибок оценивания позиции и курса в ходе работы алгоритма представлено на рисунке 12. Можно заключить, что при заданных начальных неопределенностях алгоритм всегда сходил к окрестностям истинных координат и курса. В большинстве случаев процесс схождения занимал менее 100 секунд. Максимальная ошибка не превышала 50 метров (см. рисунок 12).

Набор данных (D3). Реальные данные.

Работа алгоритма в режиме (M5) была протестирована на реальных данных. В качестве эталонной траектории для оценки точности была использована траектория от ЕКФ, в котором коррекция по сигналу СНС не отключалась.

Графики кумулятивных ошибок по горизонтальной координате и курсу с момента отключения коррекций по сигналам СНС и в течение 600 секунд после приведены на рисунках 13 и 14. Верхний квартиль ошибки позиции для банка фильтров Калмана приблизительно равен ≈ 14 метрам. Верхний квартиль ошибки курса $\approx 2.0^\circ$. В 95% случаях ошибка позиционирования не превышает 25 метров, максимальная ошибка – 50 метров. При сравнении с результатами тестирования набора данных (D1) заметно, что точность позиционирования снизилась. Это произошло по нескольким причинам:

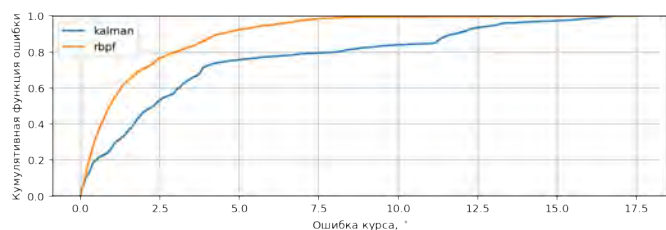


Рис. 14: Кумулятивная функция ошибки курса для 12 реальных логов набора данных (D3) на интервале времени 0–600 секунд с момента выключения коррекция по СНС. Голубая линия – фильтр ЕКФ, оранжевая – банк фильтров Калмана.

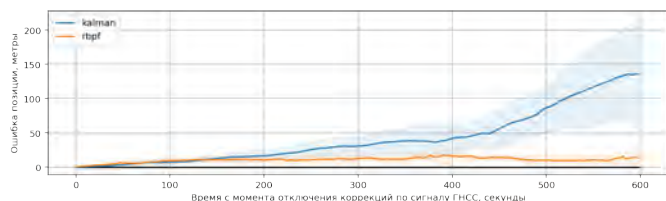


Рис. 15: Ограниченность ошибки позиционирования в автономном режиме для набора данных (D3). Голубая и оранжевые линии – $\mu \pm \sigma$ для ЕКФ и банка фильтров Калмана в ходе реальных экспериментов. μ – средняя ошибка позиции, σ – стандартное отклонение. μ и σ рассчитаны по набору реальных логов.

- 1) Погрешности карты дорог относительно истинных положений дорожных полос (несовпадение реальной дорожной сети и её представления). Некоторые дороги в модели представлены в виде однополосных, в реальности же они оказывались двух- или трехполосными.
- 2) Съезды за пределы карты дорог в реальных экспериментах – начала и окончания реальных маршрутов находились во дворах, где информация о карте дорог отсутствовала. Во время съездов с графа наблюдался временный рост погрешности позиционирования, вызванный адаптацией банка фильтров к новому режиму работы. Впоследствии погрешность позиционирования вновь оказывалась ограниченной. Данный факт подтверждается результатами обработки сходного набора данных (D2). Максимальная ошибка в обоих случаях не превышала 50 метров.

Интересно обратить внимание, что также как и для результатов имитационного моделирования, для всех реальных экспериментов нарастание ошибки позиционирования оказалось ограниченным на интервале времени 0–600 секунд с момента выключения коррекций по СНС, что продемонстрировано на рисунке 15.

V. Выводы

В статье предложен автономный алгоритм позиционирования автотранспорта на базе банков ФК. Создан имитатор данных, позволяющий синтезировать данные от всех необходимых датчиков и систем.

Алгоритм обладает следующими особенностями:

- 1) Наблюдаемые параметры – позиция, скорость, ориентация, смещения нулей инерциальных датчиков, погрешность масштабного коэффициента одометра и временная задержка решения от СНС.
- 2) Область вероятных положений объектов не ограничивается исключительно дорогами.
- 3) Осуществление коррекций и по карте дорог, и по картам зданий.
- 4) Использование структуры квадродерева для быстрого доступа к данным карт.
- 5) Эффективная реализация, позволяющая выполнять обработку данных в реальном времени с числом частиц вплоть до 10000.
- 6) Высокая сходимость в сложных условиях (старт в автономном режиме из позиции, известной с низкой точностью).

Представленный алгоритм исследован на модельных и реальных данных МЭМС-датчиков низкого класса точности. Погрешность позиционирования в автономном режиме существенно ниже таковой для фильтра Калмана. Дополнительно рассмотрен случай начала движения из позиции, точность которой известна с плохой точностью: алгоритм показал свою сходимость на всех наборах экспериментальных данных.

По результатам имитационного моделирования (D1) ошибка позиционирования не превышала 7 метров для 95% времени после отключения коррекций по СНС, ошибка по курсу стабилизировалась и не превышала 3°.

Тестирование автономного режима работы алгоритма на реальных данных (D3) было выполнено как для городской среды, так и для дорожных развязок за городом. В обоих случаях ошибка позиционирования в автономном режиме не превышала 25 метров для 95% данных в интервале 0 – 600 секунд после отключения коррекций по СНС. Средняя ошибка после 10 минут автономной работы равнялась 12 метрам.

В будущем интересным видится анализ влияния погрешностей карты на точность позиционирования. Кроме того, авторы планируют изучить скорость и способы адаптации алгоритма к событиям съезда с графа и заезда на граф. Еще одним направлением исследований видится анализ возможности позиционирования без одометрической информации.

Список литературы

- [1] Erik Dahlman, Stefan Parkvall, and Johan Skold. 5G NR: The next generation wireless access technology. Academic Press, 2020.
- [2] AD King. Inertial navigation-forty years of evolution. GEC review, 13(3):140–149, 1998.
- [3] KVH Industries. Guide to comparing gyro and imu technologies. <https://caclase.co.uk/wp-content/uploads/2016/11/Guide-to-Comparing-Gyros-0914.pdf>, 2014. Accessed: 2020-04-07.
- [4] V. V. Matveev. The engineering analysis of lapses of strapdown inertial navigational system. Izvestiya Tula State University, (9-2), 2014.
- [5] Henry Martin, Paul Groves, and Mark Newman. The limits of in-run calibration of mems inertial sensors and sensor arrays. NAVIGATION, Journal of the Institute of Navigation, 63(2):127–143, 2016.
- [6] Igor P Prikhodko, Brock Bearss, Carey Merritt, Joe Bergeron, and Charles Blackmer. Towards self-navigating cars using mems imu: Challenges and opportunities. In 2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL), pages 1–4. IEEE, 2018.
- [7] Aleksandr Mikov, Alexey Panyov, Vasily Kosyanchuk, and Igor Prikhodko. Sensor fusion for land vehicle localization using inertial mems and odometry. In 2019 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL), pages 1–2. IEEE, 2019.
- [8] Mohinder S Grewal and Angus P Andrews. Applications of kalman filtering in aerospace 1960 to the present [historical perspectives]. IEEE Control Systems Magazine, 30(3):69–78, 2010.
- [9] Alex Bewley, Zongyuan Ge, Lionel Ott, Fabio Ramos, and Ben Upcroft. Simple online and realtime tracking. In 2016 IEEE international conference on image processing (ICIP), pages 3464–3468. IEEE, 2016.
- [10] Guoquan P Huang, Anastasios I Mourikis, and Stergios I Roumeliotis. Observability-based rules for designing consistent ekf slam estimators. The International Journal of Robotics Research, 29(5):502–528, 2010.
- [11] Andrew W Long, Kevin C Wolfe, Michael J Mashner, and Gregory S Chirikjian. The banana distribution is gaussian: A localization study with exponential coordinates. Robotics: Science and Systems VIII, 265, 2013.
- [12] Axel Barrau and Silvere Bonnabel. The invariant extended kalman filter as a stable observer. IEEE Transactions on Automatic Control, 62(4):1797–1812, 2016.
- [13] Axel Barrau and Silvere Bonnabel. Three examples of the stability properties of the invariant extended kalman filter. IFAC-PapersOnLine, 50(1):431–437, 2017.
- [14] Lubin Chang, Jingbo Di, and Fangjun Qin. Inertial based integration with transformed ins mechanization in earth frame. arXiv preprint arXiv:2103.02229, 2021.
- [15] Jérémie Deray and Joan Solà. Manif: A micro lie theory library for state estimation in robotics applications. Journal of Open Source Software, 5(46):1371, 2020.
- [16] Rudolph Van Der Merwe et al. Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models. PhD thesis, OGI School of Science & Engineering at OHSU, 2004.
- [17] Joan Sola. Quaternion kinematics for the error-state kalman filter. arXiv preprint arXiv:1711.02508, 2017.
- [18] Zaher Zak M Kassas, Mahdi Maaref, Joshua J Morales, Joe J Khalife, and Kimia Shamei. Robust vehicular localization and map matching in urban environments through imu, gnss, and cellular signals. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 12(3):36–52, 2020.
- [19] Maan E El Najjar and Philippe Bonnifait. A road-matching method for precise vehicle localization using belief theory and kalman filtering. Autonomous Robots, 19(2):173–191, 2005.
- [20] Arnaud Doucet and Adam M Johansen. A tutorial on particle filtering and smoothing: Fifteen years later. Handbook of nonlinear filtering, 12(656-704):3, 2009.
- [21] Sebastian Thrun, Wolfram Burgard, and Dieter Fox. Probabilistic robotics. Kybernetes, 2006.
- [22] Fredrik Gustafsson. Particle filter theory and practice with positioning applications. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 25(7):53–82, 2010.
- [23] Audrey Giremus, Arnaud Doucet, Vincent Calmettes, and J-Y Tourneret. A rao-blackwellized particle filter for ins/gps integration. In 2004 IEEE International Conference on

- Acoustics, Speech, and Signal Processing, volume 3, pages iii–964. IEEE, 2004.
- [24] Thomas Schon, Fredrik Gustafsson, and P-J Nordlund. Marginalized particle filters for mixed linear/nonlinear state-space models. *IEEE Transactions on signal processing*, 53(7):2279–2289, 2005.
- [25] O.A. Stepanov and A.S. Nosov. A map-aided navigation algorithm without preprocessing of field measurements. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 28(2):70–90, 2020.
- [26] D.A. Koshaev. Multiple model algorithm for single-beacon navigation of autonomous underwater vehicle without its apriori position. part 1. mathematical formulation. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 28(2):109–130, 2020.
- [27] Gustaf Hendeby, Rickard Karlsson, and Fredrik Gustafsson. The rao-blackwellized particle filter: a filter bank implementation. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010:1–10, 2010.
- [28] Karl Berntorp and Stefano Di Cairano. Particle filtering for automotive: a survey. In *2019 22th International Conference on Information Fusion (FUSION)*, pages 1–8. IEEE, 2019.
- [29] Paul D Groves. Principles of gnss, inertial, and multisensor integrated navigation systems, [book review]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 30(2):584–589, 2015.
- [30] Fredrik Gustafsson, Umut Orguner, Thomas B Schön, Per Skoglar, and Rickard Karlsson. Navigation and tracking of road-bound vehicles. *Handbook of Intelligent Vehicles*, pages 397–434, 2012.
- [31] Aleksandr Mikov, Sergey Reginya, and Alex Moschevikin. In-situ gyroscope calibration based on accelerometer data. In *2020 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, pages 1–5. IEEE, 2020.

Система спутниковой посадки на подвижную платформу с микроэлектромеханическими датчиками

К.Б. Амелин
АО «НАВИГАТОР»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

Г.Г. Негрескул
АО «НАВИГАТОР»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

А.Р. Бестугин
СПбГУАП
Санкт-Петербург, Россия
fresguar@mail.ru

А.А. Рогова
АО «НАВИГАТОР»
Санкт-Петербург, Россия
arogova@navigat.ru

И.А. Киришина
СПбГУАП
Санкт-Петербург, Россия
fresguar@mail.ru

П.А. Семенов
АО «НАВИГАТОР»
Санкт-Петербург, Россия
psemenov@navigat.ru

Аннотация—Приводятся результаты исследования способа обеспечения захода летательного аппарата на посадку на подвижную платформу в условиях качки со стабилизацией глиссады на основе измерений инерциальных микроэлектромеханических систем для реализации относительного режима спутниковой навигации.

Ключевые слова—посадка летательных аппаратов, глобальная навигационная спутниковая система, микроэлектромеханические системы, относительная навигация.

1. ВВЕДЕНИЕ

Российская государственная программа развития авиационной промышленности в соответствии со стратегией до 2035 г. [1, 2] предписывает создание беспилотных воздушных систем для связи, мониторинга и транспортировки грузов.

Важнейшей задачей как для пилотируемых, так и для беспилотных летательных аппаратов (ЛА) является задача обеспечения безопасной посадки, успешность которой обусловлена в том числе радиотехническим оснащением аэродромов. На больших аэродромах гражданской авиации в настоящее время установлены инструментальные системы посадки типа ILS (instrument landing system), радиолокационные системы типа РСП (радиолокационная система посадки); на государственных аэродромах установлены системы посадки типа ПРМГ (посадочная радиомаячная группа); на больших авианесущих кораблях ВМФ РФ устанавливаются системы посадки типа ПРЛК (посадочный радиолокационный комплекс) и MLS (microwave landing system) [3, 4, 5].

В последнее время для решения задач посадки все большее применение находят системы посадки на базе глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [3], с использованием ее функциональных дополнений. Широкому развитию и внедрению таких систем способствует высокая точность определения навигационных параметров ЛА, низкие требования к погодным условиям эксплуатации, глобальность зоны действия, а также относительно невысокая стоимость бортового и наземного оборудования.

Задача посадки ЛА на стационарные посадочные площадки, платформы и аэродромы с использованием ГНСС, GBAS/ЛККС, SBAS к настоящему времени достаточно подробно изучена и широко внедряется [3]. В то же время, задача посадки на подвижную посадочную

платформу в условиях качки с применением ГНСС к настоящему времени изучена недостаточно.

Решение задачи безопасной посадки ЛА на подвижную платформу, особенно в условиях качки, связано с необходимостью обеспечения высокой точности, непрерывности и целостности навигационной информации ЛА и управляющих сигналов для системы автоматического управления (САУ) ЛА при выводе его на посадочную глиссаду и удержания на ней. Например, при посадке на авианесущие корабли для этого используют сложные и дорогостоящие системы стабилизации радиотехнических глиссад.

В настоящей работе предложен способ обеспечения захода на посадку ЛА на подвижную платформу в условиях качки со стабилизацией глиссады на основе измерений инерциальных микроэлектромеханических систем (МЭМС) для реализации относительного режима спутниковой навигации. Для предложенного способа приведена оценка потенциально достижимой точности посадочных сигналов управления.

2. СТАБИЛИЗАЦИЯ ГЛИССАДЫ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ РЕЖИМЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

Относительный режим спутниковой навигации подразумевает размещение однотипной аппаратуры потребителя ГНСС на ЛА и на посадочной платформе, а также синхронизированный информационный обмен между ними, чтобы обеспечить необходимую точность навигационных определений на борту ЛА вычитанием коррелированных ошибок ГНСС.

Коррелированные ошибки измерения координат – это идентичные ошибки на борту ЛА и на посадочной платформе, вызванные одними и теми же причинами. Основными видами ошибок в ГНСС являются эфемеридные, ионосферные и тропосферные ошибки, составляющие более 95% от общей ошибки измерений ГНСС в стандартном режиме работы. В относительном режиме навигации корреляционные ошибки компенсируются. Некоррелированные ошибки, обусловленные перелетом сигналами спутниковых сигналов, составляют 0,2 м с вероятностью 95%; некоррелированные ошибки, связанные с радиотехническими шумами приемоизмерителей, с вероятностью 95% составляют 0,05 м [6, 7].

В случае качки посадочной платформы вклад в состав некоррелированных ошибок в относительном режиме вносит качание антенны ГНСС. Поэтому алгоритм

мические особенности реализации относительного режима спутниковой навигации при посадке на подвижную платформу связаны с необходимостью физической или алгоритмической стабилизации посадочной глиссады до начала вычисления относительных координат ЛА.

Ввиду трудной реализуемости и низкой эффективности физических способов алгоритмическая стабилизация посадочной глиссады посредством ИИМ требует синхронизации ИИМ с ГНСС и привязки измерений ИИМ и ГНСС к центру качания посадочной платформы. Малые габариты современных ИИМ, выполненных по технологии микроэлектромеханических систем (МЭМС), позволяют устанавливать его в корпус вычислительного модуля или встраивать непосредственно в антенну ГНСС.

Недостатком применения ИИМ для стабилизации глиссады в относительном режиме спутниковой навигации является вклад ошибки измерения ИИМ в состав некоррелированной ошибки определения координат, которая повлияет на точность определения отклонений от глиссады при заходе на посадку.

III. ТОЧНОСТЬ СОВРЕМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ

В настоящее время инерциальные МЭМС достигли показателей точности, соответствующих требованиям навигационных систем тактического класса [8–12]. Для таких систем показатель случайного ухода измерений от часа к часу (нестабильность нулевого значения по Аллану) не превышает $0.1^\circ/\text{час}$ для датчиков угловой скорости, а нестабильность измерений нулевого значения датчиков линейного ускорения не превышает $100 \mu\text{g}$. Такой уровень стабильности измерений обеспечивает определение углов горизонтальной ориентации с точностью до 0.01° , что соответствует точности, достигаемой при фазовых измерениях в многоантенных интерферометрических системах на основе ГНСС с расстоянием между антеннами около 10 м [13]. Однако МЭМС тактического класса пока не нашли широкого распространения из-за их высокой стоимости.

Наиболее распространенными и доступными в настоящее время являются МЭМС, в которых гироскопы обладают стабильностью в пределах от $1^\circ/\text{час}$ до $25^\circ/\text{час}$. Стабильность акселерометров в таких ИИМ составляет 1-10 mg. Поэтому, актуальной является задача оценки возможности использования доступных и недорогих ИИМ для построения систем посадки ЛА в условиях качки посадочной платформы.

IV. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ ГЛИССАДЫ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ РЕЖИМЕ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

Компенсация качки спутниковой антенны ГНСС (рис. 1) производится по формулам:

$$\Delta_{N_INS} = R \cdot (\sin(\gamma) \cdot \sin(\psi) + \cos(\gamma) \cdot \sin(\vartheta) \cdot \cos(\psi)), \quad (1)$$

$$\Delta_{E_INS} = R \cdot (-\sin(\gamma) \cdot \cos(\psi) + \cos(\gamma) \cdot \sin(\vartheta) \cdot \sin(\psi)), \quad (2)$$

где Δ_{N_INS} – поправка к широте, Δ_{E_INS} – поправка к долготе, R – расстояние от антенны ГНСС до местной горизонтальной плоскости, проходящей через центр качания.

Измерениями ИИМ определяются: γ – угол крена, ϑ – угол дифферента, ψ – угол рыскания подвижной платформы.

Поступательные колебания платформы $x_{кч}$, $y_{кч}$ и смещение центра качания относительно антенны ГНСС в проекции на горизонтальную плоскость Δx и Δy в формулы не входят, так как рассмотрен случай совпадения горизонтальных координат антенны ГНСС с центром качания и отсутствия поступательных колебаний.

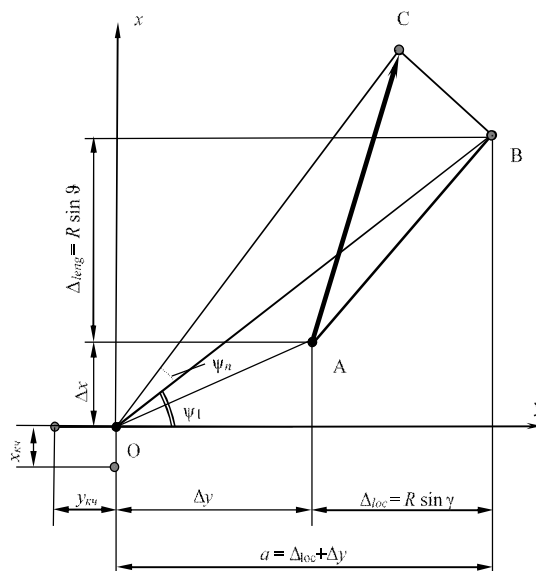


Рис. 1. Проекция положения антенны ГНСС на горизонтальную плоскость в интервале одной четверти периода колебаний посадочной платформы

На рис. 1 приняты следующие обозначения: O – центр качания; ось Ox – направление захода на посадку; точка A – положение антенны при отсутствии качки; точка B – положение антенны при максимальном угле крена и дифферента; точка C – положение антенны при максимальном угле крена, дифферента и рыскания.

Высота $H_{ст}$, соответствующая стабилизированному положению мачты (рис. 2), в каждый момент времени вычисляется по формуле

$$H_{ст} = H_{ФЦА} + R \cdot (1 - \cos(\gamma) \cdot \cos(\vartheta)), \quad (3)$$

где γ – угол крена платформы, ϑ – угол дифферента платформы, $H_{ФЦА}$ – высота WGS-84 антенны ГНСС, установленной на платформе, R – расстояние от антенны до горизонтальной плоскости, проходящей через центр качания.

При отсутствии алгоритмов компенсации качки дополнительные ошибки сигналов отклонения от глиссады, формируемые на борту ЛА при выполнении захода на посадку на небольшой корабль с использованием системы спутниковой посадки на базе ГНСС в условиях бортовой качки до 15° , может достигать 2-3 м в зависимости от расположения антенны ГНСС.

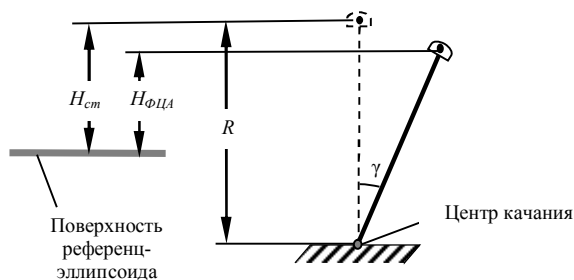


Рис. 2. Проекция положения антенны ГНСС на вертикальную плоскость в интервале одной четверти периода колебаний посадочной платформы

Теоретическая оценка ошибки отклонений от стабилизированной по ИИМ глиссады рассчитана на основе формул (1)–(3). Так, например, для описанного выше небольшого корабля при использовании ИИМ со стабильностью акселерометров 16 мг при $R = 6.3$ м ошибка управляющих сигналов из-за ошибки измерений ИИМ составит 0,1 м, что соответствует компенсации 97% качки.

Таким образом, применение ИИМ компенсирует ошибки сигналов отклонения от посадочной глиссады, обусловленные качкой, до уровня шумовых ошибок ГНСС.

V. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РЕАЛИЗАЦИИ СПОСОБА СТАБИЛИЗАЦИИ ГЛИССАДЫ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ РЕЖИМЕ ГНСС

Для оценки потенциально достижимой точности стабилизации глиссады в условиях качки платформы был проведен полунатурный эксперимент. Функциональная схема эксперимента приведена на рис. 3.

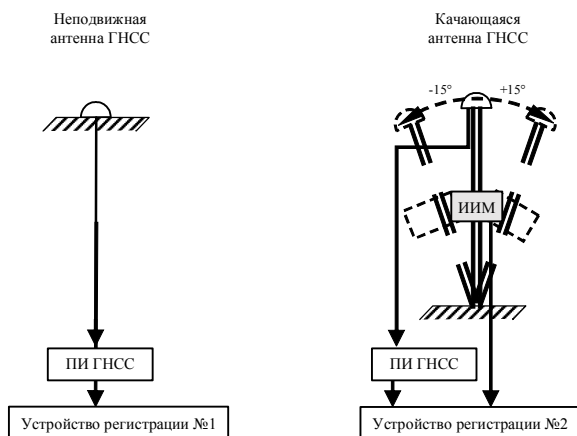


Рис. 3. Функциональная схема полунатурного эксперимента

Антенна ГНСС была закреплена на вершине качающейся мачты. Расстояние R от антенны ГНСС до точки качания было измерено лазерным дальномером и составило $6.30 \pm 0,01$ м. На нижней части мачты на расстоянии 85 см от ее основания был закреплён ИИМ со стабильностью датчиков угловых скоростей $12 \text{ }^\circ/\text{ч}$, стабильностью акселерометров 0,13 мг в запуске и 16 мг от запуска к запуску.

Составляющие колебаний фазового центра антенны (ФЦА) ГНСС под воздействием на мачту давления ветра и сил инерции при раскачивании антенны не фиксировались ИИМ, так как он был закреплён в нижней части мачты, а антенна ГНСС – в ее верхней части.

Поступательное движение антенны ГНСС, а также линейные колебания вертикальных и горизонтальных смещений не имитировались. Качка осуществлялась вручную в следующей последовательности: 5 мин – мачта неподвижна; 5 мин – качание мачты с угловой амплитудой ± 15 градусов от вертикали в одной плоскости с полупериодом качания 10 с; затем 5 мин с полупериодом качания 20 с.

Моделирование относительного режима спутниковой навигации реализовано одновременной записью координат с частотой 10 Гц другой неподвижной антенны ГНСС, имитирующей антенну ЛА, находящуюся на удалении 100 м от качающейся антенны.

Результаты полунатурного и математического моделирования приведены на рис. 4 и 5. Синий график отображает управляющие сигналы, вычисленные по данным измерений ИИМ. Красный график – по данным измерений ГНСС. Фиолетовый график построен по данным измерений ГНСС, скорректированных по измерениям ИИМ.

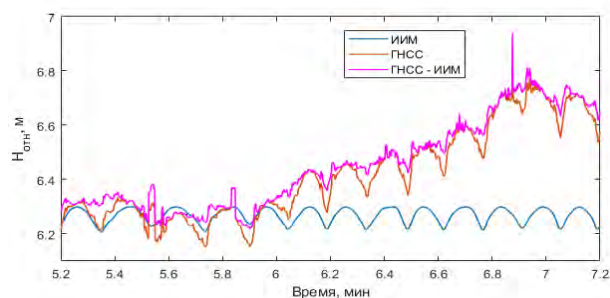


Рис. 4. Стабилизация движения антенны в вертикальной плоскости

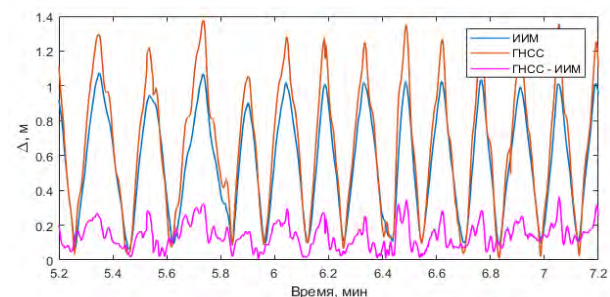


Рис. 5. Стабилизация движения антенны в горизонтальной плоскости

Экспериментальные значения СКО управляющих сигналов, пропорциональных вертикальным и горизонтальным отклонениям от глиссады, до и после стабилизации глиссады в относительном режиме навигационных определений приведены в табл. 1.

TABLE I. ОШИБКИ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ

Параметры	СКО	
	Без стабилизации	После стабилизации
Вертикальный канал, м	0,33	0,32
Горизонтальный канал, м	0,36	0,12

Незначительная компенсация ошибки высоты и соответствующих вертикальных управляющих сигналов в 0.01 м по данным ИИМ обусловлена тем, что при качке антенны на угол, не превышающий 15°, значение амплитуды колебаний высоты соизмеримо с общей ошибкой определения высоты посредством ГНСС

Экспериментальные результаты показывают, что применение инерциальных МЭМС-датчиков обеспечивает стабилизацию глассады и компенсирует ошибку координат, обусловленную качкой посадочной платформы на 80-90%.

Полученный результат оказался хуже теоретической оценки (97%) ввиду того, что при проведении экспериментальных исследований антенна ГНСС была закреплена на вершине гибкой мачты, а ИИМ располагался в ее нижней части, что повлекло за собой появление дополнительных неучтенных ошибок.

VI. Выводы

Предложен способ обеспечения захода летательного аппарата на посадку на подвижную платформу в условиях качки со стабилизацией глассады на основе измерений инерциальных микроэлектромеханических систем и относительного режима спутниковой навигации, компенсирующего систематические составляющие коррелированных ошибок.

Результаты математического моделирования показывают, что использование инерциальных МЭМС в системах спутниковой посадки способно обеспечить стабилизацию в пространстве посадочной глассады путем компенсации до 97% погрешности ее расчета, которые обусловлены качкой посадочной платформы.

Результаты полунатурного моделирования подтвердили данные теоретических расчетов, а также перспективность использования инерциальных МЭМС для систем спутниковой посадки на подвижные платформы в условиях качки. В проведенном полунатурном эксперименте при наличии не поддающихся учету возмущающих факторов было компенсировано до 80-90% ошибки, обусловленной качкой.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный способ обеспечения захода летательного аппарата на посадку на подвижную платформу в условиях качки со стабилизацией глассады на основе измерений инерциальных микроэлектромеханических

систем для реализации относительного режима спутниковой навигации может обеспечить требуемую точность управляющих сигналов и перспективен для дальнейших разработок.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Распоряжение Правительства РФ от 06 июня 2020 г. № 1512-р (Об утверждении Сводной стратегии развития обрабатывающей промышленности РФ до 2024 г. и на период до 2035 г.) [Электронный ресурс]. URL: <http://government.ru/docs/all/128331> (дата обращения 06.11.2020).
- [2] Постановление правительства РФ от 15 апреля 2014г. № 303 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие авиационной промышленности» [Электронный ресурс]. URL: <http://gov.garant.ru/document?id=70544068&byPara=1> (дата обращения 10.12.2020).
- [3] Приложение 10 к Конвенции о международной гражданской авиации. Авиационная электросвязь. Радионавигационные средства. Том 1. Изд. Шестое. ИКАО, 2006.
- [4] RTCA/DO-217. Minimum aviation system performance standards DGNSS instrument approach system: special category I (SCAT-I), 1993.
- [5] Музылев И.Г., Шукайло А.В., Амелин К.Б. Опыт применения микроволновой системы посадки в качестве канала передачи данных о параметрах движения корабля для обеспечения захода на посадку корабельных ЛА // Навигация и управление летательными аппаратами. 2018. №22. С. 23–32.
- [6] Соловьев Ю.А. Спутниковая навигация и ее приложения. М.: Эко-Трендз, 2003.
- [7] Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1993.
- [8] Евстифеев М.И. Методы проектирования конструкций микромеханических гироскопов. Учебное пособие. СПб.: Университет ИТМО, 2018. 182 с.
- [9] Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / Под ред. М.Н. Красильщикова и Г.Г. Себрякова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 280 С.
- [10] Куприков М.Ю. Беспилотный летательный аппарат. [Электронный ресурс]. URL: http://bigenc.ru/technology_and_technique/txt/4087725 (дата обращения 06.11.2020).
- [11] ГОСТ Р 57258-2016 Системы беспилотные авиационные. Термины и определения.
- [12] ГОСТ Р 54118-2010 Глобальные навигационные спутниковые системы. Радионавигационные комплексы определения пространственной ориентации потребителей на водном транспорте. Технические характеристики, методы и требуемые результаты испытаний.
- [13] Тяпкин В.Н., Гарин Е.Н. Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС: монография. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. 260 с. ISBN 978-5-7638-2639-5.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2020-0004 «Научные основы построения архитектур и систем связи бортовых информационно-вычислительных комплексов нового поколения для авиационных, космических систем и беспилотных транспортных средств».

Диагностика заболеваний внутренних органов человека на основе биофизических сигналов сердца

В.М. Ачильдиев
ОАО «НПО
ГЕОФИЗИКА–НВ»
Мытищинский филиал МГТУ
им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
glmnews@gmail.com

Ю.К. Грузевич
ОАО «НПО
ГЕОФИЗИКА–НВ»
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
yukg@mail.ru

Н.А. Бедро
ОАО «НПО
ГЕОФИЗИКА–НВ»
Москва, Россия
job_nick@mail.ru

М.А. Басараб
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
basarab@bmstu.ru

Н.С. Коннова
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
nkonnova@bmstu.ru

Ю.Н. Евсеева
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА–НВ»
Москва, Россия
yukg@mail.ru

В.М. Успенский
Центральный военный клинический
госпиталь имени П.В. Мандрыка,
Москва, Россия
medddik@mm.st

Аннотация—Доклад посвящен исследованию, направленному на изучение и реализацию метода диагностики заболеваний внутренних органов человека на основе биофизических сигналов сердца. Исследование включает в себя разработку дистанционно-диагностического комплекса, применение методов информационного анализа к различным сигналам регистрации сердечной деятельности, а также разработку системы на основе глубокого обучения. В работе введен набор метрик оценивания получаемых результатов, поставлен оригинальный численный эксперимент с использованием собственного разработанного комплекса и программно-математического обеспечения, в результате которого была оценена эффективность нескольких моделей для решения задачи автоматизированной диагностики заболеваний.

Ключевые слова—сейсмокардиография, сейсмокардиоблок, электрокардиоблок, электросейсмокардиоблок, гирокардиограмма, информационный анализ, машинное обучение, глубокое обучение, сверточные нейронные сети, вейвлет-анализ.

I. ВВЕДЕНИЕ

Согласно теории информационной функции сердца В.М. Успенского, сердце выполняет важную информационную функцию, генерируя во внутреннюю среду организма биофизические сигналы с семантикой здоровья и заболеваний. Амплитуды и интервалы биофизических кардиосигналов подвергаются амплитудной и частотно-фазовой модуляции под воздействием сложного комплекса взаимосвязанных процессов в организме. Механизм модуляции является единым для электрических, магнитных и гидродинамических импульсов, генерируемых сердцем. Система «Скринфакс» [1–3] в соответствии с технологией информационного анализа использует демодуляцию сигналов, генерируемых сердцем, и выявление тех паттернов, которые связаны с различными заболеваниями.

Текущее исследование направлено на изучение и реализацию метода диагностики на основе биофизических сигналов сердца в трех направлениях:

1. дистанционно-диагностический комплекс (ДДК) – модернизация системы «Скринфакс» с использованием только сигналов ЭКГ;

2. использование метода информационного анализа для сигналов ЭКГ, сейсмокардиограммы (СКГ) и гирокардиограммы (ГКГ);
3. система автоматизированной диагностики с использованием методов машинного обучения на основе различных сигналов регистрации деятельности сердечно-сосудистой системы в рамках поддержки принятия решений.

II. ПАРАМЕТРЫ ДИАГНОСТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНФОРМАЦИОННОГО АНАЛИЗА

Для синхронной регистрации кардосигналов ЭКГ, СКГ, ГКГ используется разработанный в рамках проекта электросейсмогирокардиоблок с разрешением по ЭКГ 0,2 мВ, спектральными плотностями шума по СКГ и ГКГ 45 мкВ/√Гц и 0,011 °C/√Гц соответственно, частотой опроса 1 кГц, в приборе используется встроенный цифровой режекторный фильтр для подавления сетевой помехи в сигнале ЭКГ 50 Гц.

В составе ДДК используется электрокардиоблок высокого разрешения, являющийся частью электросейсмогирокардиоблока и позволяющий регистрировать сигнал ЭКГ по трем отведениям с частотой до 4 кГц. Используется метод информационного анализа ЭКГ, разработанный В.М. Успенским. Уменьшение погрешностей и расширение списка заболеваний обеспечивается увеличенной частотой опроса и разрешением регистрируемых сигналов. А применение удаленного сервера для обработки данных позволяет проводить диагностику одновременно для группы пациентов.

Метод информационного анализа на основе теории информационной функции сердца [1] был впервые применен к кардосигналам СКГ и ГКГ. Для сравнения эффективности применения параметров различных кардосигналов для информационного анализа использовались оценки отношения «сигнал–шум» и коэффициента вариации.

III. МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ДИАГНОСТИКИ НА ОСНОВЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

В продолжение работы [4], дополняя предложенную авторами модель иерархической системы автоматизиро-

ванной диагностики заболеваний [5], в данном исследовании выполнено сравнение различных алгоритмов машинного обучения и нескольких архитектур искусственных нейронных сетей, а также проведена оценка их эффективности для решения поставленной задачи по сигналам СКГ. Поскольку подсистемы диагностики по различным регистрируемым показателям считаются независимыми, модель реализации данного классификатора может отличаться от модели, показавшей себя наиболее эффективной для данных ЭКГ, ГКГ и др.

В качестве исходных данных для обучения и тестирования моделей были использованы как собственный собранный и сформированный банк данных сигналов СКГ (характеристики сигнала указаны выше, используемая частота дискретизации данных – 1000 Гц), снятых неинвазивно и на открытом сердце, в рамках экспериментальных клинических исследований, так и данные из международной открытой базы PhysioNet [6]. Поскольку данные сигналы содержат шум, такие как артефакты взаимодействия записывающего устройства с кожей, электронный шум усилителей, фоновый шум сети и смещение базовой линии сигнала, вызванного движением грудной клетки при дыхании, исследуемые сигналы были отфильтрованы фильтром Баттерворта [7] с полосой пропускания 1–45 Гц. Разработанные классификаторы состояния протестированы как на наборах данных с целью определить возможности методов «узнавать» пациента в зависимости от положения тела, психофизиологического состояния и т.д. (сигнал его СКГ будет отличаться от изначально записанного сигнала, поэтому важно проверить, способен ли распознаватель правильно классифицировать сигналы, записанные при различных условиях), так и, к примеру, до и после лечения для проверки эффективности тех же алгоритмов в задаче диагностики.

Для обучения системы диагностики, основанной на нейросетях или других алгоритмах машинного обучения, необходимо преобразовать сигналы в обучающий набор объектов, принадлежащих различным классам. Каждый объект может представлять собой отрезок сигнала, представленный в том или ином виде, или набор выделенных из сигнала признаков. Для выделения таких признаков в данной работе было необходимо найти все АО-пики [8] в СКГ сигнале. Это было необходимо для сегментации сигнала на отрезки, каждый из которых содержал бы один АО-пик (для работы методов машинного обучения достаточно одного квазипериода анализируемого сигнала), а также для выделения признаков, связанных с частотой и вариативностью сердечного ритма. Чаще всего для этого используется синхронизированный ЭКГ-сигнал, для определения R-пигов которого существует множество простых алгоритмов, однако пики СКГ возможно определить и без параллельного сигнала ЭКГ, используя представление сигнала СКГ в частотно-временной области.

После сравнения эффективности различных методов выделения пиков в сигнале СКГ, таких как кратковременное преобразование Фурье (SFT) [9], последовательное вейвлет-преобразование (CWT) [10], распределение Вигнера–Вилля и псевдопреобразование Вигнера–Вилля [11], чирплет-преобразование и полиномиальное чирплет-преобразование (PCT) [12], был выбран метод, основанный на вейвлет-преобразовании с использова-

нием вейвлета Добеши (D4) [13], как имеющий оптимальное соотношение по точности определения пиков и скорости обработки сигнала. Для сравнения с эталонным положением пиков были взяты координаты R-пигов параллельно записанных сигналов ЭКГ, найденные при помощи алгоритма Пана–Томпкинса [14].

Для построения классификатора на основе выделенных из СКГ признаков были опробованы модели на основе следующих методов искусственного интеллекта и машинного обучения: метод ближайших соседей (KNN – k-Nearest Neighbours), метод опорных векторов (SVM – Support Vector Machine), решающее дерево (decision tree), ансамбль моделей (ensemble of models), глубокая многослойная полносвязная нейросеть (FFN – FeedForward Network), LSTM-нейросеть (long short-term memory – долгая краткосрочная память), сверточные нейросети (CNN – Convolutional Neural Network).

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для сравнения эффективности классификаторов использовались метрики: доля правильных ответов (Accuracy), точность (Precision), полнота (Recall), чувствительность (Sensitivity), специфичность (Specificity), F-мера (F-measure).

Для классификаторов SVM, KNN и FeedForward Network каждый отрезок сигнала дополнительно был аппроксимирован полиномом Чебышева 100 порядка и в качестве признаков были взяты 100 коэффициентов. Подробно алгоритм такой аппроксимации был предложен и описан в [15].

Более сложным нейронным сетям и алгоритмам обучения, которые, соответственно, обычно показывают и лучшую эффективность, требуется более трудоемкая подготовка данных.

Для сверточной нейросети были взяты отрезки сигнала, содержащие 4-5 пиков АО, преобразованы в спектральный вид при помощи последовательного вейвлет-преобразования и сохранены как изображения 224×224 пикселя. Эти изображения были переданы нейросети.

Для LSTM сети были взяты отрезки сигнала, содержащие 4-5 пиков АО, выделены спектральные характеристики сигнала при помощи STFT и преобразованы в последовательность коэффициентов.

На первом этапе эксперимента сравнивалась эффективность алгоритмов машинного обучения SVM (с радиальной базисной функцией Гаусса в качестве ядра), KNN с евклидовой метрикой расстояния, ансамбля решающих деревьев с использованием AdaBoost и нейросетей с эмпирически подобранными параметрами: LSTM-сети с LSTM-слоем с 70 нейронами, сверточной нейросети с тремя сверточными слоями и простой многослойной нейросети со 100 нейронами. Обучение и тестирование проводилось с целью анализа влияния условий записи сигнала на распознавание пользователя и состояния и, в конечном счете, на результат диагностики. На втором этапе эксперимента проводилась и оценивалась точность бинарной классификации на состоянии нормы и наличия патологии в задаче диагностики. В табл. 1 и 2 приведены полученные результаты валидации (наиболее пессимистичные оценки) для не-

скольких наиболее эффективных методов и архитектур для 1 и 2 этапов эксперимента соответственно.

ТАБЛИЦА I. МЕТРИКИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ КЛАССИФИКАТОРОВ, 1 ЭТАП

Модель	Acc.	Sens.	Spec.	Prec.	F-meas.
FFN	0.8442	0.8757	0.9920	0.8393	0.8274
CNN	0.9378	0.9519	0.9968	0.9378	0.9320

ТАБЛИЦА II. МЕТРИКИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ КЛАССИФИКАТОРОВ, 2 ЭТАП

Модель	Acc.	Sens.	Spec.	Prec.	F-meas.
FFN	0.9615	~1	0.9412	0.9000	0.9474
CNN	0.9744	0.9655	0.9796	0.9655	0.9655

Для каждого алгоритма и набора данных были построены матрицы ошибок и ROC-кривые. На рис. 1 и 2 приведены графики для наиболее эффективной модели.

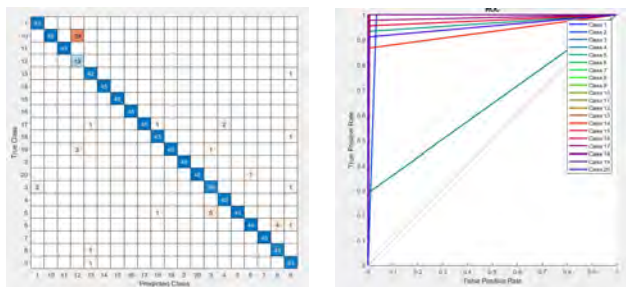


Рис. 1. Матрица ошибок (слева) и ROC-кривые (справа) для CNN, 1 этап

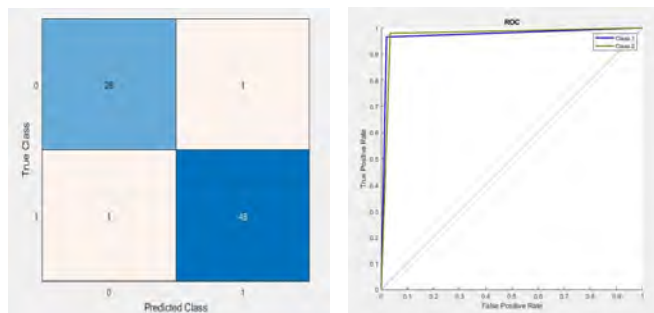


Рис. 2. Матрица ошибок (слева) и ROC-кривые (справа) для CNN, 2 этап

Затем дополнительно был проведен эксперимент для лучших моделей распознавателей с использованием новой предложенной функцией активации – атомарной функцией (АФ). Атомарная функция – это новый тип сигмоидальных функций, основанных на финитных бесконечно-гладких решениях функционально-дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (1). Атомарные функции являются удобным аппаратом численного анализа, теории аппроксимации, цифровой обработки сигналов [16, 17, 18]:

$$\sum_{n=1}^N d_n y^{(n)}(x) = \sum_{m=1}^M c_m y(ax - b_m), \quad (1)$$

где a, d_n, c_m, b_m – числовые параметры, и $|a| > 1$. Базовой АФ является функция $\text{up}(x)$ с носителем $[-1, 1]$, удовлетворяющая ФДУ

$$\frac{1}{2} \text{up}'(x) = \text{up}(2x+1) - \text{up}(2x-1). \quad (2)$$

Стандартными сигмоидальными функциями активации, используемыми в глубоком обучении, являются следующие:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{2}{1 - e^{-x}} - 1, \\ f_2(x) &= \text{th } x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \\ f_3(x) &= \frac{x}{1 + |x|}, \end{aligned} \quad (3)$$

а также некоторые другие. Помимо гладкости, выбор подобных функций активации обусловлен фактом простоты выражения их производных через значения самой функции, что существенно упрощает программную (а при необходимости и аппаратную) реализацию основного алгоритма обучения НС – алгоритма обратного распространения ошибки:

$$f_4(x) = \int_{-1}^x \text{up}(t) dt = \begin{cases} \text{up}\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) & \text{при } x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases} \quad (4)$$

Для АФ $\text{up}(x)$ (2) также возможно получить простое выражение ее производной:

$$f_4'(x) = \text{up}(x) = f_4(2x+1) - f_4(2x-1). \quad (5)$$

Численный эксперимент на моделях с АФ показал результаты, в среднем лучшие, чем с использованием гиперболического тангенса (f_2), на 6-7% и сопоставимые с популярной функцией Softmax: лучше на ~1% (для одномерной CNN).

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что сверточные нейросети могут успешно использоваться для определения аномалий в работе сердечно-сосудистой системы и после обучения на большем наборе данных, содержащем данные пациентов с различными заболеваниями, для диагностики этих заболеваний.

Опробованные в нейросетевых алгоритмах атомарные функции показали результаты, сравнимые со значениями метрик для наиболее часто используемой функции Softmax, и могут использоваться при обучении нейросетей.

Предложенные технические решения по сжатию и предварительной цифровой обработке исследуемых сигналов также позволяют использовать описанные классификаторы и подсистемы в телемедицине.

Проведенные экспериментальные исследования подтвердили правильность выбранных схемно-конструктивных решений и алгоритмов работы разработанных дистанционно-диагностического комплекса и си-

стемы диагностики, включая программно-математическое обеспечение.

Исследования проводятся при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-02019/20.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Успенский В.М. Информационная функция сердца. Теория и практика диагностики заболеваний внутренних органов методом информационного анализа электрокардиосигналов / В.Б. Симоненко. 2-е дополненное изд. М.: «ПЛАНЕТА», 2016. 296с.
- [2] Патент РФ на изобретение №2407431. Способ диагностики заболеваний внутренних органов. /В.М. Успенский; приор. 07.07.2009; заявитель и патентообладатель В.М. Успенский; опубл.27.12.2010, бюлл. №36.
- [3] Патент РФ на изобретение №2159574. Устройство экспресс-диагностики заболеваний внутренних органов и онкопатологии. /В.М. Успенский, Ю.Г. Кравченко, К.Н. Павловский, Ю.И. Авербах; приор. 13.04.2000; заявитель и патентообладатель В.М. Успенский; опубл. 27.11.2000, бюлл. № 33.
- [4] V.A. Soldatenkov et al., "Electroseismocardiography System for Non-Invasive Human Diseases Diagnosis," 2019 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, Russia, 2019, pp. 1-4, DOI: 10.23919/ICINS.2019.8769388.
- [5] N.S. Konnova, M.A. Basarab, "Application of neural networks in cardiovascular decision support systems," Proc. 7th International Conference on Advances in Computing, Electronics and Communication (ACEC 2018), theIRED, 2018, pp. 73-78. DOI : 10.15224/978-1-63248-157-3-27.
- [6] Goldberger A.L., Amaral L.A.N., Glass L., Hausdorff J.M., Ivanov P.Ch., Mark R.G., Mietus J.E., Moody G.B., Peng C.-K., Stanley H.E. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals (2003). // Circulation. 101(23): e215-e220.
- [7] K.M. Gaikwad and M.S. Chavan. Removal of high frequency noise from ECG signal using digital IIR butterworth filter. // IEEE Global Conference on Wireless Computing & Networking (GCWCN)/ 2014. pp. 121-124. DOI: 10.1109/GCWCN.2014.7030861.
- [8] Подготовка и применение данных электросейсмокардиографии для диагностики состояния сердечно-сосудистой системы человека / Коннова Н. С., Басараб М. А., Басараб Д. А., Минин Д. В., Ачильдиев В. М., Солдатенков В. А., Бедро Н. А., Грузевич Ю. К., Евсеева Ю. Н., Левкович А. Д., Комарова М. Н. // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2019. Т. 21, № 1. С. 52-67.
- [9] Mateo, Carlos & Talavera, Juan. Short-Time Fourier Transform with the Window Size Fixed in the Frequency Domain. // Digital Signal Processing. 2017. p. 77. DOI:10.1016/j.dsp.2017.11.003.
- [10] Najmi, Amir-Homayoon & Sadowsky, John & Morlet, Of & Transform, Wavelet. The Continuous Wavelet Transform and Variable Resolution Time-Frequency Analysis. 1997.
- [11] O' Toole, John & Mesbah, Mina & Boashash, Boualem. A Discrete Time and Frequency Wigner-Ville Distribution: properties and Implementation. 2005.
- [12] Mann, Steve & Haykin, Simon. The chirplet transform: Physical considerations. // Signal Processing, IEEE Transactions on. 43. 2005. DOI:2745 - 2761. 10.1109/78.482123.
- [13] C. Vonesch, T. Blu, M. Unser. Generalized Daubechies wavelet families, // IEEE Trans. Signal Process. 2007. vol. 55, no. 9, pp. 4415-4429.
- [14] J. Pan, W. J. Tompkins. A real-time QRS detection algorithm. // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1985. vol. BME-32, pp. 230-236.
- [15] V.M. Achildiev et al., "Cardioseismometer unit based on micromechanical sensors," 2018 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, 2018, pp. 1-10, doi: 10.23919/ICINS.2018.8405892.
- [16] Коннова Н.С. Цифровая обработка сигналов доплеровского датчика объемной скорости кровотока в условиях переходных процессов в микроциркуляторном русле // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2012. № 12. DOI: 10.7463/1212.0506267.
- [17] Басараб М.А., Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф., Яковлев В.П. Цифровая обработка сигналов на основе теоремы Уиттекера–Котельникова–Шеннона. М.: Радиотехника, 2004.
- [18] Andres Hernandez-Matamoros, Hamido Fujita, Enrique Escamilla-Hernandez, Hector Perez-Meana, Mariko Nakano-Miyatake. Recognition of ECG signals using wavelet based on atomic functions // Bio-cybernetics and Biomedical Engineering, Vol. 40, Issue 2, 2020, P. 803-814.

Об оценивании размерности подпространств в корреляционном анализе сигналов, принимаемых и обрабатываемых ЦАР ГНСС

А.В. Немов

АО «Российский институт радионавигации и времени»
Санкт-Петербург, Российская Федерация
an.nilov2011@yandex.ru

Д.Ю. Тюфтяков

Отделение интегрированных навигационных систем,
АО «КБ НАВИС»
Санкт-Петербург, Российская Федерация
tyufyakov_dy@navis.ru

Аннотация—Предмет доклада – описание особенностей функционирования алгоритмов компенсации помех, основанных на методе главных компонент корреляционного анализа, при априорной неопределенности относительно количества генераторов помех. Алгоритмы могут применяться в приемных устройствах ГНСС. В материале приведены результаты анализа характеристик алгоритмов пространственной обработки сигналов, включающих оперативное оценивание размерности сигнального подпространства собственных векторов ковариационной матрицы с использованием информационных критериев.

Ключевые слова—ГНСС, метод главных компонент, сигнальное подпространство.

I. ВВЕДЕНИЕ

При разработке навигационной аппаратуры потребителей (НАП) глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), в частности ГЛОНАСС, GPS, BeiDou, предназначенной для ответственных применений, прослеживается тенденция [1] дополнения ее радиоприемных устройств (РПУ) устройствами пространственно-временной обработки сигналов (УПВОС). С помощью ПВОС алгоритмов производится компенсация сигналов мощных радиопомех от локализованных в пространстве источников излучений (ИИ) и фильтрация навигационных сигналов (НС).

Распространенные на практике алгоритмы ПВОС ГНСС [1] работают по критерию минимизации мощности выходных колебаний УПВОС при выбранных ограничениях на относительное ослабление сигналов в заданных направлениях. В таких алгоритмах для формирования вектора весовых коэффициентов (ВВК), как правило, используется оценка корреляций в пространственном или пространственно-временном фильтре. Выходным сигналом УПВОС является процесс, представляющий собой аддитивную смесь НС, собственных шумов аппаратуры и остатков от «выбеленных» помех на выходе такого фильтра. Недостаток указанных алгоритмов проявляется в том, что в них не учитывается информация о количестве источников помех. В результате падает отношение мощности НС к собственному шуму РПУ (ОСШ) в ситуациях малого углового разнесения источников НС и помех.

Улучшить прием НС с близких к источникам помех направлений можно на основе неклассических подходов к компенсации помех. Вместо оценки ковариационной матрицы (КМ) принимаемых колебаний эти методы используют для формирования ВВК главные компоненты

разложения этой матрицы по системе собственных векторов [2], разделенной на шумовое и сигнальное подпространства. В основу компенсации помеховых колебаний положено свойство ортогональности собственных векторов, соотнесенных подпространствам шума и сигналов. Существенно то, что НС ввиду их пренебрежимо малой мощности по отношению к собственным шумам аппаратуры не представлены в разложении оценочной КМ по системе собственных векторов.

Алгоритмы ПВОС ниже сведены к пространственной обработке сигналов (ПОС).

Для характеристики качества работы НАП в описываемой постановке задачи выберем величину относительной мощности помеховых колебаний на выходе УПВОС S_{Π} (отношение мощностей внутриполосных помех на выходе и входе УПВОС), определенную статистически с учетом имеющихся ошибок определения размерности шумового подпространства. Размерности сигнального и шумового подпространств дополняют друг друга до количества степеней свободы КМ (общее количество собственных чисел в разложении по собственной системе).

Теория разделения подпространств в корреляционном анализе далека от завершения, а известные методы оценивания количества сигналов [3–5] в реальных условиях априорной неопределенности относительно случайной природы сигналов, в частности их коррелированности, работают с недостаточной надежностью.

Известные методы оценивания размерности сигнального подпространства основываются на информационных критериях [3, 4], либо используют эвристические градиентные методы [6].

Настоящий материал в отличие от работ [1, 2] посвящен исследованию эффективности компенсации помех с учетом работы метода оценивания размерности сигнального (шумового) подпространства. Все источники сигналов (ИС) интерпретированы как точечные ИИ, расположенные в несовпадающих точках пространства.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ ПОДПРОСТРАНСТВ

Пусть L – количество ИС, далее сигналов. Пусть имеется M реализующих ПОС синхронизированных каналов обработки сигналов, принимаемых УПВОС, в составе которого N приемных элементов (ПЭ) антенны. В рассматриваемом случае $M = N$. ПЭ расположены в дальней зоне по отношению к ИИ. В момент времени t_k

наблюдения на выходах M ПЭ можно записать в виде вектора-столбца

$$\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t_k) + \mathbf{n}(t_k),$$

где матрица $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_L]$ размером $(M \times L)$ является указательной (фокусирующей, формирующей), \mathbf{a}_l – неслучайный комплексный вектор-столбец, описывающий амплитудно-фазовое распределение l -го сигнала на N ПЭ, $\mathbf{s}(t_k) = [s_1(t_k), \dots, s_L(t_k)]^T$, $s_l(t_k)$ – комплексная амплитуда сигнального колебания от l -го ИИ в k -й момент времени, L – количество ИИ. Вектор $\mathbf{n}(t_k)$ представляет собой вектор собственных шумов, приведенных к выходам антенных элементов.

Пусть $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{s}(t_k)\mathbf{s}^H(t_k)\}$ – ковариационная матрица сигналов, $\mathbf{R}_n = E\{\mathbf{n}(t_k)\mathbf{n}^H(t_k)\}$ – ковариационная матрица шумов, E – знак усреднения по реализациям. Будем исходить из следующих предположений: а) сигналы – стационарные центрированные случайные процессы, могут быть статистически независимыми, частично коррелированными друг с другом или когерентными; б) шумы – пространственно некоррелированные «квазибелые» колебания с дисперсией σ^2 . Тогда $\mathbf{R}_n = \sigma^2 \mathbf{I}_M$ и КМ суммы входных сигналов размерности $(M \times M)$ имеет вид [7]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M. \quad (1)$$

Если сигналы статистически независимы или частично коррелированы, то ранг $\text{rank}(\mathbf{R}_s) = L$. Если есть когерентные источники, то ранг \mathbf{R}_s уменьшается на количество групп когерентных источников и $\text{rank}(\mathbf{R}_s) \leq L$. Далее предположим, что все ИС некогерентны. Если столбцы матрицы линейно независимы (что выполняется, когда направления на ИИ различны), тогда $\text{rank}(\mathbf{A}) = L$ и $\text{rank}(\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H) = L$. Таким образом, матрица $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ имеет L ненулевых и $M-L$ нулевых СЧ. Пусть $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H = \sum_{m=1}^M \lambda_m^c \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^H$ – разложение эрмитовой матрицы $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ по собственной системе [8], где вещественные СЧ расположены в порядке убывания:

$$\lambda_1^c \geq \lambda_2^c \geq \dots \geq \lambda_L^c \geq \lambda_{L+1}^c = \lambda_{L+2}^c = \dots = \lambda_M^c = 0 \quad (2)$$

и $\{\mathbf{e}_m\}_{m=1}^M$ – соответствующие им собственные векторы. Т.к. $\mathbf{R}_n = \sigma^2 \mathbf{I}_M$, то собственные векторы матрицы \mathbf{R} совпадают с собственными векторами матрицы

$\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$, а ее СЧ можно записать в виде $\lambda_m = \lambda_m^c + \sigma^2$, если $1 \leq m \leq L$, или в виде $\lambda_m = \sigma^2$, если $L+1 \leq m \leq M$.

На практике доступно конечное количество K_t отсчетов данных: $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$, где $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(t_1), \dots, \mathbf{x}(t_{K_t})]$, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(t_1), \dots, \mathbf{s}(t_{K_t})]$, $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \dots, \mathbf{n}(t_{K_t})]$, по которым можно получить состоятельную и асимптотически эффективную оценку [1] матрицы \mathbf{R} (1):

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K_t - 1} \sum_{k=1}^{K_t} \mathbf{x}(t_k) \mathbf{x}^H(t_k) = \frac{1}{K_t - 1} \mathbf{X}\mathbf{X}^H. \quad (3)$$

Рассмотрим задачу оценки количества сигналов, в роли которых выступают радиопомехи. Элементы оценочной КМ (3) являются случайными величинами и имеют совместное распределение плотности вероятности Уишарта [9]. Собственные числа шумового подпространства в силу случайного характера оценочной КМ (3) не равны между собой, их разброс зависит от длины выборки K_t .

III. МЕТОДЫ, ОСНОВАННЫЕ НА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЯХ

В [4, 10] показано, что при $K_t \gg M$ критерием максимального правдоподобия для проверки гипотезы о том, что первые l СЧ больше последних $M-l$ СЧ (шумовые собственные числа теоретически при стремящемся к бесконечности времени накопления равны между собой), служит выражение

$$\Lambda(l) = K_t (M-l) \ln \left\{ \frac{\frac{1}{M-l} \sum_{k=l+1}^M \lambda_k}{\left(\prod_{k=l+1}^M \lambda_k \right)^{\frac{1}{M-l}}} \right\}, \quad (4)$$

в котором отношение в скобках – это отношение среднего арифметического $M-l$ наименьших собственных значений к их среднему геометрическому.

На основе (4) сформированы информационные критерии, которые в общем виде записываются в виде $\Lambda(l) + \rho(l)$, где $\rho(l)$ – штрафная функция, которая определяется количеством степеней свободы модели. Количество степеней свободы модели равно $l(2M-l)$.

Выражение для информационного критерия АИС (Akaike Information Criterion):

$$\begin{aligned} AIC(l) &= \Lambda(l) + l(2M-l), \\ l_{AIC} &= \arg \min_l \{ AIC(l) \}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для информационного критерия MDL (Minimum Description Length, минимальная длина описания) [10]:

$$MDL(l) = \Lambda(l) + \frac{1}{2}(l(2M-l)+1)\ln K_l, \quad (6)$$

$$l_{MDL} = \arg \min_l \{MDL(l)\}.$$

Среднее геометрическое меньше среднего арифметического за исключением случая равенства чисел. Отсюда следует, что для истинного значения КМ информационный критерий примет минимальное значение, когда l соответствует количеству сигнальных СЧ. При использовании оценочной КМ, т.е. неравных между собой шумовых СЧ, или при когерентных ИС (равных между собой сигнальных СЧ), информационные критерии работают с ошибками.

Эффективность методов зависит [5, 6] от отношения «сигнал–шум», длины реализации процесса K_l , а также от отношения L/M . Эффективность падает при когерентном излучении нескольких ИС.

IV. ДОСТОВЕРНОСТЬ АИС-АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ КОЛИЧЕСТВА ИС

Ввиду высокой сложности аналитических расчетов эффективность определена на статистической модели методом Монте-Карло при 1 тысяче опытов. Использована модель данных, заданная формулами (1)–(3).

Действовало 6 некогерентных ИС с одинаковой мощностью. Направления падения плоских фронтов волн на линейную антенну различались на 10° , отношение «сигнал–шум» (ОСШ) варьировалось от -10 до 30 дБ, количество отсчетов K_l выбрано 1024. Количество антенн изменялось от 8 до 12. Определялась вероятность успеха выполнения АИС-алгоритма (см. рис. 1).

Как видно из рис. 1, вероятность успешного выполнения алгоритма растет с увеличением числа M и ростом ОСШ. Для актуального случая 8 антенн близкая к 100% вероятность правильного определения количества ИС достигается только при больших (≥ 17 дБ) значениях ОСШ.

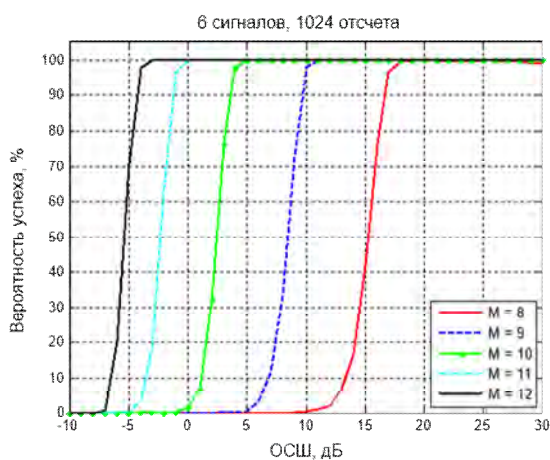


Рис. 1. Эффективность алгоритма АИС

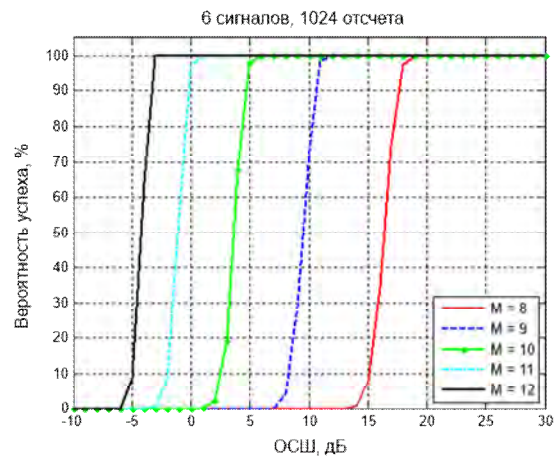


Рис. 2. Эффективность алгоритма MDL

V. ДОСТОВЕРНОСТЬ MDL-АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ КОЛИЧЕСТВА ИС

Зависимость вероятности правильного определения количества ИС от ОСШ и M такая же (см. рис. 2), как у АИС-алгоритма, но в отличие от АИС у MDL-алгоритма при одинаковых ОСШ несколько ниже вероятность успешного выполнения независимо от рассмотренного числа антенн.

Кривые достоверности MDL и АИС алгоритмов для 8 антенн приведены на рис. 3. АИС-алгоритм обеспечивает большую вероятность успеха при ОСШ от 12 до 18 дБ.

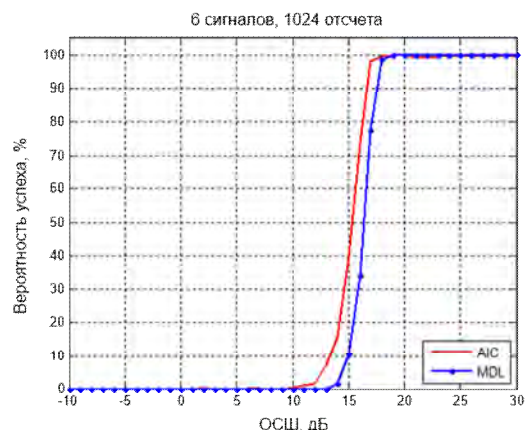


Рис. 3. Сравнение АИС- и MDL-алгоритмов

VI. ЭФФЕКТИВНОСТЬ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА АИС

В статье [2] описаны основанные на методе главных компонент алгоритмы компенсации мощных помех МРЕ (оценивание по минимуму мощности) и МНЕ (оценивание по минимуму нормы вектора) в предположении известной размерности сигнального подпространства.

В реальной обстановке, когда количество ИС K неизвестно, проводилось определение размерности шумовой подматрицы $\Gamma_{ш}$ диагональной матрицы, сформированной из чисел, обратных собственным числам матрицы \hat{R} . Эта размерность определена как дополнение оценочной величины K до суммарного количества СЧ, получающегося при разложении оценочной КМ по соб-

ственной системе. Оценка K выполнялась с помощью алгоритмов, заданных формулами (5) и (6).

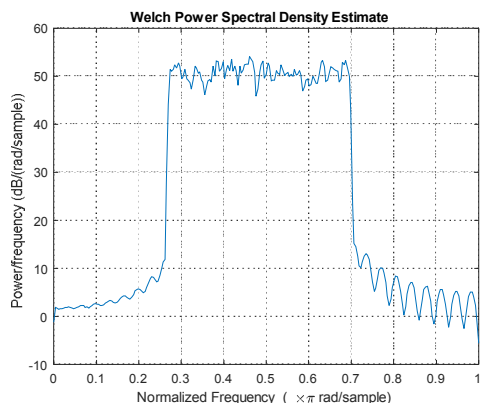


Рис. 4. Спектр относительной мощности помех

На рис. 4 представлен спектр $S_{\text{п}}$, дБ, рассчитанный путем деления спектральных плотностей мощности процессов на входе и выходе УПВОС. Для набора статистики произведено 1000 опытов. Отношение мощности 2-х помех в полосе обработки сигналов к мощности собственных шумов РПУ выбрано равным 55 дБ. Помехи «мерцали» по нормальному закону. Цифровая обработка сигналов производилась в комплексной области после дискретизации выходных сигналов РПУ в полосе 17 МГц и переноса дискретных спектров на видеочастоту. Относительный спектр, показанный на рис. 4, построен с об-

ратным переносом на промежуточную частоту. МНЕ и МРЕ алгоритмы показали близкие результаты при действии двух источников помех.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Немов А.В. Цифровые антенные решетки: новое качество спутниковых радионавигационных систем. СПб: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2014. 160 с.
- [2] Haimovich, A.E. The Eigencanceler: Adaptive Radar by Eigenanalysis Methods, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1996, vol. AES-32, no. 2, pp. 532–542.
- [3] Wax, M., Kailath, T., Detection of signal by information theoretic criteria, IEEE Trans. Acoustic, Speech, and Signal Processing, 1985, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 387–392.
- [4] Akaike, H., A new look at the Statistical Model Identification, IEEE Trans. Autom. Control, 1974, vol. AC-19, no. 6, pp. 716–723.
- [5] Ермолаев В.Т., Мальцев А.А., Родюшкин К.В. Статистические характеристики критериев АIC и MDL в задаче оценки числа источников многомерных сигналов в случае короткой выборки // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. №12. С. 1062–1069.
- [6] Luo, J., Zhang, Zh., Using Eigenvalue Grads Method to Estimate the Number of Signal Source, Proceedings of ICSP2000, 2000, pp. 223–225.
- [7] Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию / Пер. с англ.: под ред. В. А. Лексаченко. М.: Радио и связь, 1986. 380 с.
- [8] Воеводин В.В. Численные методы алгебры (теория и алгоритмы). М: Наука, 1966. 248 с.
- [9] Rissanen, J., Information and Complexity in Statistical Modeling, New York: Springer Verlag, 2007, 142 p.
- [10] Anderson, T.W., Asymptotic Theory for Principal Component Analysis. Ann. Math. Stat., January 1963, vol.34, pp. 122–148.

Об оценке точности результатов измерений спутниковых навигационных систем при использовании метода динамической рекуррентной коррекции

А.В. Тельный

Кафедра информатики и защиты информации,
Владимирский государственный университет

Владимир, Россия

mailto: andre.izi@mail.ru

Аннотация—В данной статье представлены результаты исследований по оценке вероятности возникновения коллизий при навигационных измерениях ГЛОНАСС. Коллизии могут возникать при использовании способа динамической рекуррентной коррекции (ДРК). При применении ДРК прогнозируется область пространства возможного местоположения подвижного объекта в моменты последующих навигационных измерений. Прогнозирование происходит за счет использования текущей информации о линейных и угловых скоростях и ускорениях объекта от его бортовых измерителей параметров движения. Повышение точности навигационных измерений от ГНСС достигается за счет уменьшения области пространства возможного местоположения объекта при последующих навигационных измерениях. При этом исключается часть пространства, где объект не может находиться по своим текущим динамическим свойствам. Коллизии измерений могут заключаться в том, что при использовании ДРК точка навигационного измерения может находиться вне сформированной по ДРК области пространства. В таком случае координаты точки измерения необходимо перенести в сформированную по ДРК область пространства. Кроме того, вероятно ситуация, что при переносе точки измерения внутрь скорректированной по ДРК области пространства возможного местоположения объекта увеличится расстояние между истинными и измеренными координатами местоположения объекта.

Ключевые слова—ГНСС ГЛОНАСС, динамическая рекуррентная коррекция, бортовые измерители параметров движения, коллизии навигационных измерений.

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из самых эффективных способов повышения точности, надежности и доступности получения спутниковых навигационных данных является использование MultiGNSS. В MultiGNSS обрабатываются сигналы сразу от нескольких навигационных систем, например GPS/ГЛОНАСС/Galile/Beidou, что обеспечивает создание надежной среды навигации с высокой доступностью и частотой обновления информации. Другим наиболее используемым фактором повышения точности навигационных измерений является применение глобальных и региональных систем дифференциальных поправок, например Real Time Differential GPS, (RTDGPS), Wide Area Augmentation System (WAAS), European geostationary navigation overlay service (EGNOS), Satellite Based Augmentation System (SBAS), Satellite Navigation Augmentation System (SNAS) и других. В России для ГНСС ГЛОНАСС используется систе-

ма дифференциальной коррекции и мониторинга (СДКМ). Общий обзор основных источников ошибок в измерениях ГНСС рассматривается в работах [1, 2]. В работе [3] предлагается обобщенный проблемно-ориентированный подход к идентификации моделей ошибок навигационных измерителей, основанный на решении совместной задачи распознавания гипотез и оценки параметров.

Существует большое количество научных разработок повышения точности, надежности и помехозащищенности навигационных измерений на борту движущегося объекта за счет различных видов комплексирования навигационных средств. В [4] приведен общий обзор тенденций такого комплексирования. В работе [5] рассматриваются вопросы повышения точности параметров ориентации, в том числе истинного курса миниатюрных интегрированных систем ориентации и навигации на основе IMU с малоточными датчиками MEMS и приемниками ГНСС. Точность ориентации во многом зависит от разрешения фазовой неоднозначности и снижения влияния фазового шума на точность интегрированной системы. Вопросам исследования моделей ошибок измерений при интеграции ГНСС/INS посвящена работа [6]. Ошибки определения местоположения и скорости ГНСС имеют сильную временную корреляцию из-за влияния эффекта многолучевого распространения и других факторов. По этой причине в оценках позиционирования будет присутствовать коррелированный по времени или цветной шум. В публикации [6] предлагается моделировать шум как процесс Гаусса–Маркова или модель авторегрессии первого порядка, управляемую белым гауссовским шумом. В работе [7] рассмотрены вопросы повышения точности позиционирования при интеграции GPS и ГЛОНАСС на основе фильтрации Калмана в ситуациях спуфинга GPS.

При обработке первичной навигационной информации для интегрированных систем возникает необходимость устранения неоднозначностей и коллизий измерений, в первую очередь устранения неоднозначностей фазовых измерений [8, 9, 10, 11]. Вопросам совершенствования координатно-временного обеспечения ГЛОНАСС и перспективам согласования систем координат, используемых в различных ГНСС, посвящена публикация [12]. В данной работе определены основные пути решения вопросов выравнивания систем координат, используемых различными информационными технологиями для уточнения всемирного времени и повышения точности навигационных измерений.

Перспективы развития новых алгоритмов обработки навигационной информации ГНСС для повышения точности, надежности и доступности навигационных данных могут быть связаны с использованием гибридной рекуррентной нейронной сети, применением генетических алгоритмов и элементов искусственного интеллекта [13, 14]. При обработке навигационной информации широко используются неинвариантные алгоритмы (model-aided navigation), в том числе и с применением рекуррентных соотношений. Известен способ повышения точности навигационных измерений ГНСС на основе рекуррентной обработки информации от ГНСС и текущих показаний бортовых измерителей параметров движения [15]. Данный способ динамической рекуррентной коррекции (ДРК) позволяет повысить точность позиционирования подвижного объекта за счет уменьшения объема пространства его возможного местоположения в моменты последующих навигационных измерений. Данный способ может быть использован для комплексирования различных ГНСС [16] при совместной обработке информации от них. Метод ДРК является вероятностным, и возможность его применения зависит от соотношений характеристик погрешностей и частот обновления информации от ГНСС и бортовых измерителей параметров движения.

Целью данного исследования является анализ вероятности возникновения коллизий при использовании ДРК. Коллизии могут заключаться в том, что точка координат навигационного измерения может находиться вне скорректированной в результате применения ДРК области пространства навигационного измерения. При возникновении такой коллизии возникает необходимость перенести координаты точки навигационного измерения внутрь скорректированной области пространства. Кроме того, в работе оценивается вероятность того, что при переносе координат точки навигационного измерения внутрь скорректированной области пространства возникает вторичная коллизия. Вторичная коллизия заключается в том, что при переносе точки навигационного измерения расстояние между истинными и измеренными координатами местоположения объекта увеличивается.

II. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ GNSS И ВОЗМОЖНОСТИ КОЛЛИЗИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДРК

Рассмотрим движение объекта в локальной базовой декартовой системе координат XYZ с центром в точке центра масс объекта. Система координат $X'Y'Z'$ с тем же центром связана с объектом и образована поворотом XYZ на углы тангажа и крена так, что направление курса движения объекта совпадает с направлением оси X' . Пусть в результате применения ДРК [15] определяется скорректированная область пространства Λ_{corr} после третьего последовательного навигационного измерения (рис. 1).

На рис. 1 Λ_p – прогнозируемая область пространства возможного местоположения объекта в момент последующего навигационного измерения. Данная область определяется по показаниям бортовых измерителей параметров движения и динамическим свойствам объекта. Λ_{IZ} – область пространства последующего навигационного измерения. Повышение точности при использовании ДРК возможно только при условии, что $\Lambda_{IZ} \cap \Lambda_p = \Lambda_{corr} \neq \emptyset$ и при этом $\Lambda_{corr} \subset \Lambda_{IZ}$. Возможность использования ДРК для повышения точности позиционирования уже исследовались [17] в среде Mathcad 15 на примере движения летательного аппарата. Пусть $\{x; y; z\}$ –

истинные координаты объекта в системе координат XYZ , а $\{\bar{x}; \bar{y}; \bar{z}\}$ – результат навигационного измерения его местоположения для системы координат XYZ . Повышение точности определения местоположения объектов при навигационных измерениях можно интерпретировать следующим образом.



Рис. 1. Область пространства последующего навигационного измерения, скорректированная в результате ДРК

1. Уменьшение расстояния между истинными координатами объекта и результатом навигационного измерения его местоположения $\{\sqrt{(\bar{x} - x)^2 + (\bar{y} - y)^2 + (\bar{z} - z)^2}\} \rightarrow \min$ в какой-то момент t проведения измерения.

2. Уменьшение погрешности навигационных измерений $h_x; h_y; h_z$ в системе координат XYZ . При этом под погрешностью понимается максимальная величина отклонения измерения координат объекта от истинных координат с вероятностью не менее заданной или не менее $p(0,95)$, т.е. с вероятностью $p(0,95)$ можно утверждать, что $\{(|\bar{x} - x| < h_x); (|\bar{y} - y| < h_y); (|\bar{z} - z| < h_z)\}$.

3. Уменьшение объема пространства возможного местоположения объекта при навигационных измерениях. При этом из Λ_{IZ} исключаются какие-то другие области пространства, принадлежащие Λ_{IZ} , в которых подвижный объект по объективным причинам в измеряемый момент времени находиться не может. Пусть по результатам навигационного измерения задана область пространства Λ_{IZ} . Ее можно представить как область пространства координат $\Lambda_{IZ} = \{(\bar{x} - h_x) \div (\bar{x} + h_x); (\bar{y} - h_y) \div (\bar{y} + h_y); (\bar{z} - h_z) \div (\bar{z} + h_z)\} \rightarrow \min$.

Истинные координаты объекта $\{x; y; z\}$ с вероятностью не менее $p(0,95)$ лежат внутри пространства Λ_{IZ} . Способ ДРК относится именно к третьему варианту. Коллизия при навигационных измерениях в какой-то момент времени измерения t_{IZ} при использовании ДРК возникает в том случае, если выполняется условие

$$\left\{ \begin{aligned} \Lambda_{IZ} \cap \Lambda_p = \Lambda_{corr} |_{tiz} \neq \emptyset \\ \{\bar{x}; \bar{y}; \bar{z}\} |_{tiz} \notin \Lambda_{corr} |_{tiz} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Результат навигационного измерения не принадлежит скорректированной по ДРК области пространства. Задачей исследований является найти вероятность такой коллизии:

$$p(\{\bar{x}; \bar{y}; \bar{z}\} |_{tiz} \notin \Lambda_{corr} |_{tiz} / \{\Lambda_{corr} |_{tiz} \neq \emptyset\}). \quad (2)$$

Искомая вероятность при моделировании будет определяться как отношение количества экспериментов, когда возникает коллизия (1) к общему количеству экспериментов, когда наблюдается возможность повышения точности измерений при использовании ДРК. При наличии коллизии необходимо перенести точку навигационных измерений таким образом, чтобы она находилась внутри Λ_{corr} . Пусть $\{\bar{x}_{cor}; \bar{y}_{cor}; \bar{z}_{cor}\}$ – координаты новой точки и при этом

$$\{\bar{x}_{cor}; \bar{y}_{cor}; \bar{z}_{cor}\} |_{tiz} \in \Lambda_{corr} |_{tiz}. \quad (3)$$

Рассмотри два способа получения $\{\bar{x}_{cor}; \bar{y}_{cor}; \bar{z}_{cor}\}$. Во-первых, можно выбрать геометрический центр скорректированной области Λ_{corr} .

Пусть $\Lambda_{corr} = \{(x_{min} \div x_{max}; y_{min} \div y_{max}; z_{min} \div z_{max})\}$, тогда

$$\{\bar{x}_{cor}; \bar{y}_{cor}; \bar{z}_{cor}\} = \left\{ \frac{x_{max} + x_{min}}{2}; \frac{y_{max} + y_{min}}{2}; \frac{z_{max} + z_{min}}{2} \right\}. \quad (4)$$

Пусть известна оценка математического ожидания случайной величины ошибки распределения погрешности навигационного измерения $\bar{m}_x; \bar{m}_y; \bar{m}_z$. Данная оценка априорно не известна, но допустим, что она стала известна при реализации определенных алгоритмов статистической обработки. Во-вторых, логично предположить, что наиболее вероятно, что

$$\{\bar{x}_{cor m}; \bar{y}_{cor m}; \bar{z}_{cor m}\} = \{\bar{x} \pm \bar{m}_x; \bar{y} \pm \bar{m}_y; \bar{z} \pm \bar{m}_z\},$$

т.е. истинные координаты находятся от измеренных на удалении математического ожидания по каждой из координат. При этом должно выполняться условие (4). Однако выражение $\{\bar{x} \pm \bar{m}_x; \bar{y} \pm \bar{m}_y; \bar{z} \pm \bar{m}_z\}$ определяет восемь точек в пространстве. Тогда необходимо выбрать из этих точек такую, которая будет ближе всех к геометрическому центру скорректированной области, т.е. $d \rightarrow \min$, где

$$d = \sqrt{\left\{ \left(\frac{x_{max} + x_{min}}{2} - (\bar{x} \pm \bar{m}_x) \right)^2 + \left(\frac{y_{max} + y_{min}}{2} - (\bar{y} \pm \bar{m}_y) \right)^2 + \left(\frac{z_{max} + z_{min}}{2} - (\bar{z} \pm \bar{m}_z) \right)^2 \right\}}.$$

Задачей исследования является определение, какой из выбранных вариантов коррекции местоположения точки измерения необходимо использовать. Для этого можно найти процентное соотношение $Q = \frac{m}{n}$. При этом m – количество случаев, когда выполняется условие

$$\sqrt{(x - \bar{x}_{cor m})^2 + (y - \bar{y}_{cor m})^2 + (z - \bar{z}_{cor m})^2} < \sqrt{(x - \bar{x}_{cor})^2 + (y - \bar{y}_{cor})^2 + (z - \bar{z}_{cor})^2},$$

а n – количество случаев, когда это условие не выполняется.

Далее можно определить вероятность возникновения вторичной коллизии для обоих вариантов переноса координат точки измерения:

$$\frac{p(\{\sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2} < \sqrt{(x - \bar{x}_{cor})^2 + (y - \bar{y}_{cor})^2 + (z - \bar{z}_{cor})^2}\} / \{\Lambda_{corr} \neq \emptyset\})}{p(\{\sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2} < \sqrt{(x - \bar{x}_{cor m})^2 + (y - \bar{y}_{cor m})^2 + (z - \bar{z}_{cor m})^2}\} / \{\Lambda_{corr} \neq \emptyset\})}. \quad (5)$$

Искомая вероятность при моделировании будет определяться как отношение количества экспериментов, когда возникает вторичная коллизия (5) к общему количеству экспериментов, когда наблюдается возможность повышения точности измерений при использовании ДРК.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОЛЛИЗИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДРК

Исходные данные для моделирования используются так же, как в [17]. При моделировании использованы следующие допущения и ограничения: рассматривается движение с постоянным ускорением по курсу; влияние ветра не учитывалось; траектория движения объекта является прямолинейной, на взлет, с постоянным углом тангажа θ и углом отклонения от курса Ψ (угол рыскания) 20 градусов; при моделировании задавались значения начальной курсовой скорости летательного аппарата от 20 до 140 м/с, величина курсового ускорения от 5 до 25 м/с²; рассматриваются только данные от ГЛОНАСС с частотой обновления навигационной информации в 1 секунду; для каждого значения начальной курсовой скорости рассчитывались 50 точек движения объекта; погрешность измерений ГЛОНАСС и бортовых измерителей параметров движения постоянная.

Движение самолета рассматривается в декартовой системе координат с центром в начале взлетно-посадочной полосы на поверхности Земли. Ось OX совпадает с продолжением оси взлетно-посадочной полосы, плоскость XOY локально параллельна участку подстилающей земной поверхности, и ось OZ является вертикальной к подстилающей поверхности Земли. Пусть для летательного аппарата $V_C; a_C$ это курсовая скорость и ускорение, которые определяются текущими показаниями бортовых измерителей и их погрешностями. Пусть $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ – время обновления навигационных данных. Аналогично [17] при моделировании, учитывая $V_C; a_C$, в каждый момент времени t_i задаются истинные координаты объекта $(x_i; y_i; z_i)$, а результаты измерений ГЛОНАСС $(\bar{x}_i; \bar{y}_i; \bar{z}_i)$ эмулируются как

$$\begin{cases} x_i = \bar{x}_i \mp \Delta x |_{p=0,95} \\ y_i = \bar{y}_i \mp \Delta y |_{p=0,95} \\ z_i = \bar{z}_i \mp \Delta z |_{p=0,95} \end{cases}$$

с добавлением случайной величины погрешности измерений. Как и для [17], полагаем, что случайная величина погрешности измерений ГЛОНАСС для объекта $(\Delta x; \Delta y; \Delta z)$ составляет сумму погрешности, распределенной по нормальному закону, взятой с коэффициентом 0,6÷0,8, и погрешности, имеющей распределение Лапласа с коэффициентом 0,4÷0,2. Аналогично [17] полагаем, что при использовании системы дифференциальной коррекции в ГЛОНАСС математическое ожидание ошибки

измерений в горизонтальной плоскости будет $\bar{m}_x = \bar{m}_y = 0,7$ м и в вертикальной плоскости $\bar{m}_z = 1,3$ м.

Аналогично $\sigma_H = 1,2$ м – среднеквадратическое отклонение в горизонтальной плоскости и $\sigma_V = 2,2$ м – среднеквадратическое отклонение в вертикальной плоскости. Если летательный аппарат движется вверх вдоль оси OX и выполняются условия ($x_i < x_{i+1}; y_i < y_{i+1}; z_i < z_{i+1}$), что упрощает моделирование, то условия выполнения ДРК для ГЛОНАСС можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \bar{x}_{i+1} + 2\sigma_H \geq \bar{x}_i + 2\sigma_H + (V_C + a_c \Delta t) \Delta t \cos \Psi \cos \Theta \geq \\ \bar{x}_{i+1} - 2\sigma_H, \\ \bar{y}_{i+1} + 2\sigma_H \geq \bar{y}_i + 2\sigma_H + (V_C + a_c \Delta t) \Delta t \cos \Theta \sin \Psi \geq \\ \bar{y}_{i+1} - 2\sigma_H, \\ \bar{z}_{i+1} + 2\sigma_V \geq \bar{z}_i + 2\sigma_V + (V_C + a_c \Delta t) \sin \Theta \Delta t \geq \\ \bar{z}_{i+1} - 2\sigma_V. \end{cases} \quad (6)$$

При этом коллизия происходит при условии:

$$\begin{cases} \bar{x}_i + (V_C + a_c \Delta t) \Delta t \cos \Psi \cos \Theta < \bar{x}_{i+1} - 2\sigma_H, \\ \bar{y}_i + (V_C + a_c \Delta t) \Delta t \cos \Theta \sin \Psi < \bar{y}_{i+1} - 2\sigma_H, \\ \bar{z}_i + (V_C + a_c \Delta t) \sin \Theta \Delta t < \bar{z}_{i+1} - 2\sigma_V. \end{cases} \quad (7)$$

Так как полученные значения точек траектории движения воздушного судна, для которых возможно использование ДРК, являются вероятностными, то для каждой точки и для каждого значения начальной скорости по курсу летательного аппарата расчет проводился по 50 раз, а из них выбирались средние значения. Результаты расчетов представлены на рис. 2. На данном рисунке приведена зависимость вероятностей возникновения коллизий навигационных измерений при использовании ДРК в зависимости от начальной курсовой скорости $V_{SC} = 20; 40; 60; 80; 100; 120; 140$ м/с объекта и его постоянного курсового ускорения $a_c = 5; 10; 15; 20; 25$ м/с². Значения вероятностей на рис. 2:

$P1$ – вероятность уменьшения области пространства возможного местоположения объекта при последующих навигационных измерениях при использовании ДРК;

$P2$ – вероятность возникновения коллизии при навигационных измерениях, когда точка координат измерения не находится внутри скорректированной по ДРК области пространства;

$P3$ – вероятность возникновения вторичной коллизии, когда при переносе точки измерения внутрь скорректированной по ДРК области пространства увеличится расстояние между истинными и измеренными координатами местоположения объекта. Данная вероятность соответствует переносу точки измерения в геометрический центр скорректированной по ДРК области пространства;

$P4$ – вероятность возникновения вторичной коллизии, аналогично $P3$.

При этом $P4$ соответствует переносу точки измерения внутрь скорректированной по ДРК области пространства на расстояние оценки математического ожидания случайной величины погрешности навигационных измерений по каждой из координат.

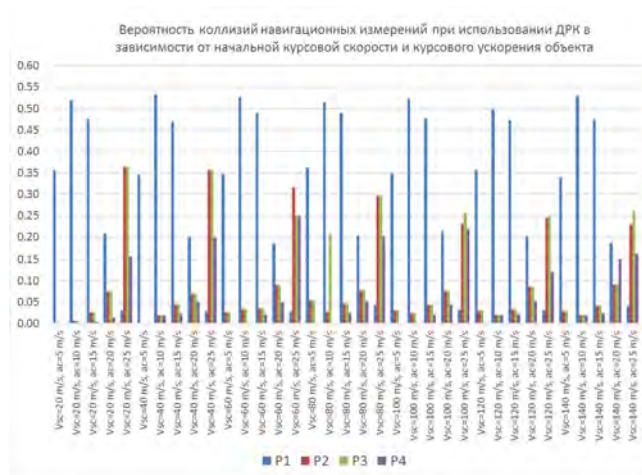


Рис. 2. Зависимость вероятностей возникновения коллизий навигационных измерений при использовании ДРК в зависимости от начальной курсовой скорости V_{SC} объекта и его постоянного курсового ускорения a_c

IV. Выводы

Для различных значений курсовых скоростей и ускорений движущегося объекта возникновение коллизии измерений, когда точка координат измерения не находится внутри скорректированной по ДРК области пространства является весьма редкой ситуацией. Для малых величин ускорений вероятность коллизии в целом не превышает 3-5% измерений, когда вероятность повышения точности при использовании ДРК составляет от 30% до 55%. Для больших ускорений резко снижается вероятность повышения точности от применения ДРК до уровня ниже 5-7%, а вероятность проявления коллизий (для данных 5-7% случаев) повышается до 25-35%. Таким образом, подтверждается возможность появления коллизий навигационных измерений при применении алгоритма ДРК. Однако, учитывая, что границы области пространства навигационного измерения задаются с вероятностью $p(0,95)$, возникновение коллизий можно отнести к общей погрешности навигационных измерений.

В результате моделирования можно однозначно утверждать, что при возникновении коллизии точку измерения необходимо переносить внутрь скорректированной по ДРК области пространства на удаление оценки математического ожидания случайной величины погрешности навигационных измерений. При таком переносе фактически в 99% случаев расстояние между истинными и измеренными координатами объекта меньше, чем при переносе в геометрический центр скорректированной области пространства.

Вероятность того, что при использовании ДРК из-за вторичной коллизии точность навигационного измерения ухудшается, не превышает 0,5-2% измерений. При этом это происходит для случаев, когда вероятность повышения точности при использовании ДРК составляет менее 30%.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Исследование проводилось в рамках выполнения государственного задания Владимирского государственного университета ГВ-1186.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Smyrnova, I., Leshchenko, A., Makarchuk, D., Nesterov, O., Bezlutska, O., and Chumachenko, M., Analysis of the main sources of

- errors in GPS measurements for ensuring the movement of ships, *International Journal of Emerging Trends in Engineering Research*, 2020, vol. 8, no. 9, doi: 10.30534/ijeter/2020/110892020.
- [2] Januszewski, J., Sources of Error in Satellite Navigation Positioning, *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 2017, vol. 11, no. 3, doi: 10.12716/1001.11.03.04.
- [3] Stepanov, O.A. and Motorin, A.V., Problem-Oriented Approach to Identification of Sensor Error Models and its Application to Navigation Data Processing, *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50, no. 1, doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.635.
- [4] Бабуров В.И., Гальперин Т.Б., Рогова А.А., Саута О.И. Тенденции способов комплексования в системах навигации и посадки // *Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации*. 2016. Т. 19. № 5.
- [5] Emel'yantsev, G.I., Stepanov, A.P., Blazhnov, B.A., and Semenov, I.V., Improving the accuracy of GPS compass for small-sized objects, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, doi: 10.1134/S2075108715030050.
- [6] Niu, X., Wu, J., and Zhang, Q., Research on Measurement Error Model of GNSS/INS Integration Based on Consistency Analysis, *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 4, doi: 10.1134/S2075108718040053.
- [7] Mosavi, M.R., Tabatabaei, A., and Zandi, M.J., Positioning improvement by combining GPS and GLONASS based on Kalman filter and its application in GPS spoofing situations, *Gyroscopy and Navigation*, 2016, vol. 7, no. 4, doi: 10.1134/S2075108716040088.
- [8] Laurichesse, D., Mercier, F., Berthias, J.P., Broca, P., and Cerri, L., Integer ambiguity resolution on undifferenced GPS phase measurements and its application to PPP and satellite precise orbit determination, *Navigation, Journal of the Institute of Navigation*, 2009, vol. 56, no. 2, doi: 10.1002/j.2161-4296.2009.tb01750.x.
- [9] Skakun, I.O. and Mitrikas, V.V., Comparison of Time Scales by the Common-View Method Using GLONASS Measurements and Taking into Account the Integer Property of Phase Ambiguities, *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 2, doi: 10.1134/S2075108718020074.
- [10] Bhandari, V. and O'Keefe, K., Characterization of Doppler collision and its impact on carrier phase ambiguity resolution using geostationary satellites, *GPS Solutions*, 2017, vol. 21, no. 4, doi: 10.1007/s10291-017-0648-z.
- [11] Yang, M., Chu, F.Y., and Lin, C.Y., GNSS Ambiguity Resolution in Kinematic Positioning: Benefits of Satellite Availability and Sampling Rate, *Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation, Series A*, 2018, vol. 50, no. 2, doi: 10.6125/JoAAA.201806_50(2).07.
- [12] Krasil'shchikov, M.N., Kruzhkov, D.M., and Pasyukov, V.V., Current Problems of Improving the Coordinate-Time Support of GLONASS and Promising Methods for Their Solution: II. Alignment of Coordinate Systems Used by Various Information Technologies to Refine the Universal Time, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019, vol. 58, no. 5, doi: 10.1134/S1064230719050083.
- [13] Refan, M.H., Dameshghi, A., and Kamarzarrin, M., Utilizing hybrid recurrent neural network and genetic algorithm for predicting the pseudo-range correction factors to improve the accuracy of RTDGPS, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, doi: 10.1134/S207510871503013X.
- [14] Al Bitar, N., Gavrilov, A., and Khalaf, W., Artificial Intelligence Based Methods for Accuracy Improvement of Integrated Navigation Systems During GNSS Signal Outages: An Analytical Overview, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 1, doi: 10.1134/S2075108720010022.
- [15] Патент РФ на изобретение №2529016RU G01S19/45. Способ определения местоположения подвижного объекта при навигационных измерениях / Тельный А.В., опублик. 27.09.2014 Бюл.№27, патентообладатель Тельный А. В.
- [16] Патент РФ на полезную модель №182513RU G01C 23/00; G01S 19/45 Устройство комплексования навигационной информации спутниковых навигационных систем (варианты) /Тельный А.В. Никитин О.Р. Монахов М.Ю.; опублик. 21.08.2018 Бюл.№24, патентообладатель Тельный А.В., Монахов М.Ю., Никитин О.Р.
- [17] Monakhov, Y.M., Monakhov, M.Y., and Telny, A.V., Improving the Accuracy of Local Positioning for Mobile Network Nodes Using Satellite Navigation Systems, 2019, doi: 10.1109/USBEREIT.2019.8736597.

Алгоритм слежения за сигналом ГНСС с прореживанием данных

А.А. Кумарин
НИЛ-102,
Самарский университет
Самара, Россия
alky_samara@mail.ru

С.В. Шафран
НИЛ-102,
Самарский университет
Самара, Россия
mailbox-kddk@mail.ru

И.А. Кудрявцев
НИЛ-102,
Самарский университет
Самара, Россия
rff@ssau.ru

В.М. Гречишников
Кафедра электротехники,
Самарский университет
Самара, Россия
gv@ssau.ru

Аннотация—Одной из основных проблем SDR GNSS-приемников является значительный объем данных для обработки. В данной статье рассматривается частичный пропуск данных в модуле слежения за сигналом. Мы предлагаем адаптивный алгоритм, позволяющий пропустить значительный объем данных без существенных проблем с процессом слежения. Алгоритм тестировался на данных приемника на основе SDR и показал себя стабильным. Он позволяет достичь вычислительной нагрузки в модуле слежения менее 10% от обычной.

Ключевые слова—ГНСС, слежение за сигналом, прореживание данных, снижение вычислительной нагрузки, обработка сигналов, коррелятор, адаптивный алгоритм.

I. ВВЕДЕНИЕ

ГНСС-приемники на основе программно-определяемого радио (SDR) становятся все более популярными за счет своей гибкости. Их можно встраивать в различные устройства или использовать для решения специфических задач, где доступные решения неприменимы. Примером такой задачи является радиоконпас.

Работу обычного SDR-приемника можно разделить на следующие операции [1]: радиочастотная часть принимает высокочастотный сигнал, транслирует его на промежуточную частоту с фильтрацией и оцифровывает его. Цифровой сигнал поступает в блок поиска для нахождения оценок параметров сигнала, таких как доплеровская частота, задержка кода и решения, найден ли сигнал. Если метрики сигнала имеют допустимые значения, то он поступает в блок слежения для осуществления более точных оценок параметров сигнала в цепях автоматической подстройки. В результате слежения возможно декодирование эфемерид и предварительных данных: псевдодальностей и фаз несущей. Эти данные в дальнейшем используются для решения задачи навигации.

В предыдущих исследованиях [2] было выявлено, что наибольшая вычислительная нагрузка происходит в блоке слежения за сигналом. В нем выполняются простые вычислительные операции, но они выполняются для каждого спутника для сигнала с высокой частотой выборки. Этот блок выполняется практически непрерывно, поэтому достижение работы в реальном масштабе времени является сложной задачей. Кроме того, количество одновременно отслеживаемых спутников значительно ограничено при выполнении на процессорах общего назначения.

Блок слежения за сигналом состоит из двух цепей: фазовой автоподстройки частоты (PLL) несущей и автоподстройки задержки (DLL) для C/A кода. Данные АЦП умножаются на локальную реплику несущей в синфазной и квадратурной ветви. Каждый канал умножается на раннюю, точную и позднюю реплику C/A кода, как показано на рис. 1.

Генераторы локального сигнала контролируются фазовым и временным дискриминаторами с фильтром нижних частот, как показано на рис. 2. Сигнал рассогласования для дискриминаторов вычисляется по следующим формулам [3]:

$$PLL = \frac{\arctan \frac{Q_E}{I_E}}{2\pi} \quad DLL = \frac{\sqrt{I_E^2 + Q_E^2} - \sqrt{I_L^2 + Q_L^2}}{\sqrt{I_E^2 + Q_E^2} + \sqrt{I_L^2 + Q_L^2}}$$

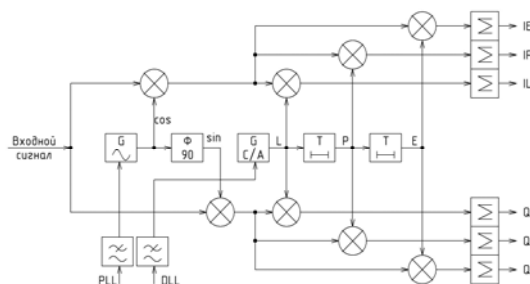


Рис. 1. Схема блока слежения

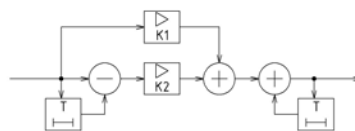


Рис. 2. Схема фильтра в блоке слежения

В данной статье мы применяем прореживание данных [4] для снижения вычислительной нагрузки модуля слежения. Мы представляем адаптивный алгоритм, который в автоматическом режиме определяет количество данных, которые будут пропущены.

II. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

A. Normal, Test и Skip-слежение

В тестируемом приемнике все слежение производится поблочно. Каждый блок содержал 1 мс необработанных данных, что в нашем случае соответствует 27456 отсчетам. Каждый блок обрабатывается с использованием одного из трех типов модулей: Normal, Test и Skip.

Модуль Normal обрабатывает данные в обычном режиме, как было показано в предыдущем разделе. Это включает в себя полный анализ данных и применение коррекций PLL и DLL.

Модуль Skip используется для безопасного пропуска блока данных. Он включает в себя подсчет фазы несущей без коррекции и анализа поступающих данных. Значения дискриминаторов остаются такими же, как при последнем

вызове модуля Normal. Данный модуль практически не требует процессорного времени, так как требуется только расчет фазы несущей, который выполняется по простой формуле без использования приходящих данных.

Модуль Test был специально разработан для целей исследования работы алгоритма. Он работает так же, как и модуль Skip с точки зрения алгоритма слежения. Не применяются никакие коррекции на основе приходящих данных. Однако он проводит тот же анализ и генерирует те же данные для отображения, что и модуль Normal: все значения корреляций и оба дискриминатора. Это позволяет видеть процессы, происходящие в приемнике без вмешательства в работу алгоритма для определения критериев возобновления работы модуля Normal и причин срывов слежения. Сравнение модулей представлено в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДУЛЕЙ СЛЕЖЕНИЯ

Действие	Normal	Test	Skip
Генерация локальной реплики несущей и кода	•	•	
Расчет фаз несущей и кода	•	•	•
Вычисление ранней, точной и поздней корреляции	•	•	
Вычисление дискриминатора PLL	•	•	
Применение дискриминатора PLL	•		
Вычисление дискриминатора DLL	•	•	
Применение дискриминатора DLL	•		

В. Подход фиксированного кадра

Первый и наиболее простой подход в прореживании данных – подход постоянного кадра. Под кадром в данной работе мы подразумеваем несколько последовательных блоков данных, обработанных одним и тем же модулем. Этот подход проиллюстрирован на рис. 3.

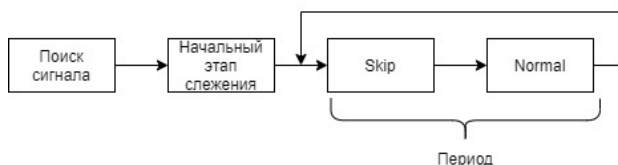


Рис. 3. Алгоритм фиксированного кадра

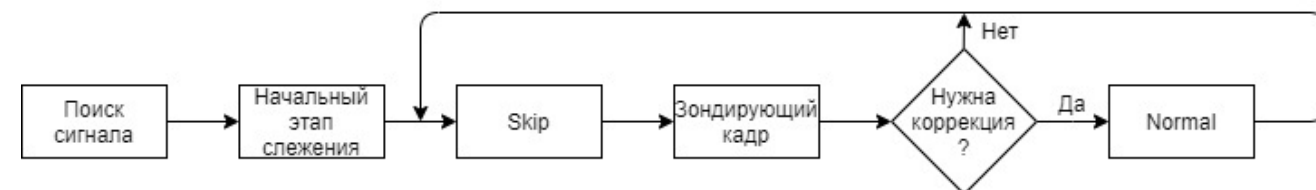


Рис. 4. Алгоритм адаптивного кадра

III. ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА

Все эксперименты в данной работе проводились с использованием файла необработанных данных, записанных с помощью навигационного приемника на основе SDR. Для более точного сравнения обрабатывалась одна и та же часть файла для одного и того же навигационного спутника.

Первым шагом в тестировании является поиск сигнала. Для этого использовались первые 37 секунд записи. Это обусловлено получением эфемеридных данных, которые могут быть полезны при дальнейшем тестировании.

Как можно увидеть по схеме, после поиска сигнала производится начальный этап слежения. Это обычное слежение с помощью модуля Normal. Основная цель этого этапа – дать сойтись PLL и DLL цепям и получить наилучший возможный захват.

После начального этапа кадр определенного размера подается в модуль Skip. На время исследования алгоритма вместо него использовался модуль Test для того чтобы видеть параметры сигнала, не нарушая работы алгоритма, как будто бы использовался модуль Skip. После этого другой кадр обрабатывается модулем Normal.

Данный алгоритм описывается двумя параметрами: длина кадра Skip (T_{skip}) и длина кадра Normal (T_{norm}). Оценка эффективности производится путем расчета коэффициента заполнения $k=T_{\text{norm}}/T$, где T – период. Чем меньше время нахождения в Normal-модуле, тем меньше вычислительная нагрузка и тем эффективнее алгоритм.

Как сообщалось в предыдущих работах [4], данный алгоритм может быть нестабилен в условиях быстро меняющегося движения. Для разных этапов движения необходимы разные параметры алгоритма.

С. Подход адаптивного кадра

Для того чтобы избавиться от нестабильности и других проблем подхода фиксированного кадра (см. раздел IV), мы предлагаем подход адаптивного кадра. Основная идея та же, что и в фиксированном кадре, но вводится дополнительный элемент – зондирующий кадр. Это кадр малой длительности, периодически обрабатываемый модулем Normal. Цель такого кадра двойная. С одной стороны, он позволяет произвести коррекцию локальных генераторов как в подходе фиксированного кадра, но с другой стороны, он позволяет оценить качество слежения за сигналом и определить, требуется ли дополнительный Normal-кадр. Если потребность имеется, то выполняется слежение в модуле Normal заданной минимальной длительности и затем алгоритм возвращается к Skip-кадру по достижении заданного качества слежения. Работа алгоритма проиллюстрирована на рис. 4.

Для ускорения последующих запусков результаты поиска были записаны в файл и использовались при последующих запусках вместо повторного вычисления. На втором этапе инициализировались настройки работы приемника. Они были практически одинаковыми с немного различающимися параметрами алгоритмов прореживания. На третьем этапе обрабатывал алгоритм слежения. На финальном этапе результаты были визуализированы.

Каждый алгоритм генерирует следующий набор данных: результаты работы раннего, точного и позднего коррелятора, необработанные и отфильтрованные значения дискриминаторов.

В случаях, где не было очевидным, сохранился ли захват к концу работы алгоритма, производилось слежение по алгоритму Normal в течение одной секунды.

В разделе IV представлены графики навигационных данных и результатов работы корреляторов. Синими звездами обозначаются результаты работы модуля Normal. Красными точками обозначаются результаты работы модуля Test.

Вычислительная нагрузка алгоритма (доля от нагрузки при работе полностью в режиме Normal) вычисляется на основе параметров для алгоритма фиксированного кадра и по итогам работы для алгоритма адаптивного кадра, поскольку в этом случае нагрузка зависит от данных.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Алгоритм фиксированного кадра тестировался с использованием зондирующих кадров длиной 20 мс. Длина Skip кадра была 80, 180, 480 и 880 мс. Случай с 80 мс (20% нагрузка) представлен на рис. 5. Как видно, слежение практически так же стабильно, как и обычное.

При использовании Skip-кадра длиной 480 мс (4% нагрузки) дает менее стабильный результат. Как видно на рис. 6, результаты работы точного коррелятора несколько раз становятся меньше аналогичных результатов для раннего. Но в целом захват сохраняется.

При использовании длины Skip-кадра 880 мс (2.2% нагрузки) наблюдается срыв слежения. Как видно на рис. 7, результаты работы всех корреляторов падают ниже 1000 и непрерывное слежение в конце уже не способно вернуть захват.

Также было отмечено, что не только соотношение размеров кадров играет роль, играет роль и абсолютная величина. Например, на рис. 8 показан пример с длиной Skip-кадра 200 мс, а Normal – 600 мс. Это соответствует 25% нагрузке, что больше, чем в предыдущих примерах, но слежение при этом нестабильно.

Адаптивный алгоритм тестировался на похожих параметрах: длина зондирующего кадра – 20 мс, Skip-кадры – 80, 180, 480 и 880 мс. Минимальное слежение в Normal-режиме было установлено на 20 мс, минимальный уровень точного коррелятора для возобновления Skip режима – 2500.

Результирующая вычислительная нагрузка в адаптивном алгоритме всегда не меньше нагрузки алгоритма фиксированного кадра на тех же настройках. Для малых размеров зондирующих кадров алгоритм чуть менее эффективен в плане вычислительной нагрузки. Например, для 80 мс Skip нагрузка 26,1% против 20% у фиксированного, для 180 мс – 14% против 10%.

Наилучшие результаты были достигнуты при длине Skip-кадра 480 мс. Нагрузка составила 8,4% в сравнении с 4%, однако в отличие от фиксированного кадра слежение было стабильным, что видно по рис. 9.

Skip-кадр длиной 880 мс приводит к срыву слежения. Скорее всего, был достигнут предел по длине кадра, при которой принципиально возможен стабильный захват. На рис. 10 видно, как захват теряется за один кадр, и дальнейшая Normal-обработка уже не способна восстановить захват.

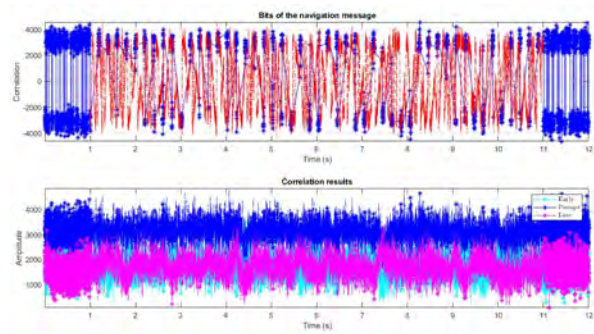


Рис. 5. Алгоритм фиксированного кадра, 20 мс Normal, 80 мс Skip

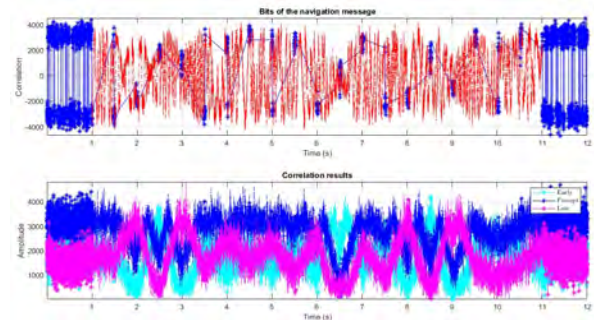


Рис. 6. Алгоритм фиксированного кадра, 20 мс Normal, 480 мс Skip

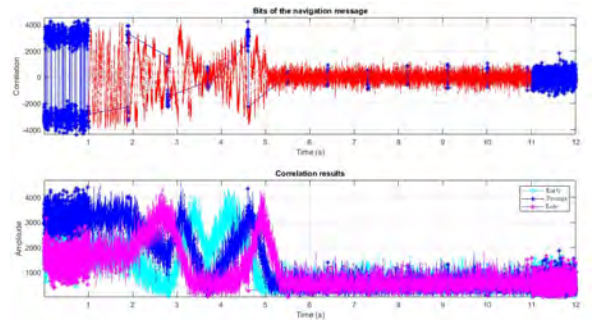


Рис. 7. Алгоритм фиксированного кадра, 20 мс Normal, 880 мс Skip

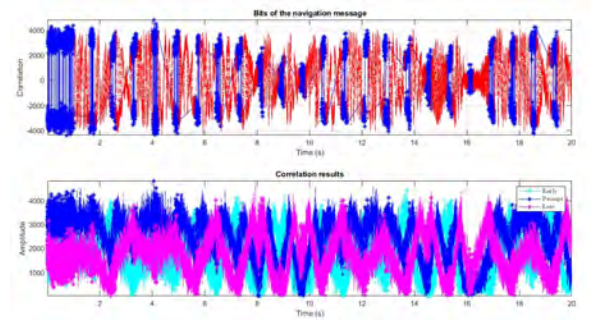


Рис. 8. Алгоритм фиксированного кадра, 200 мс Normal, 600 мс Skip

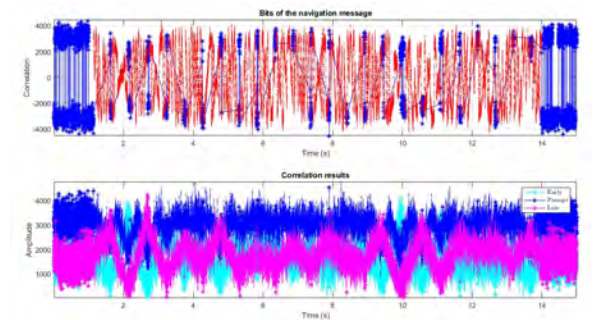


Рис. 9. Адаптивный алгоритм, 20 мс зондирующий, 480 мс Skip

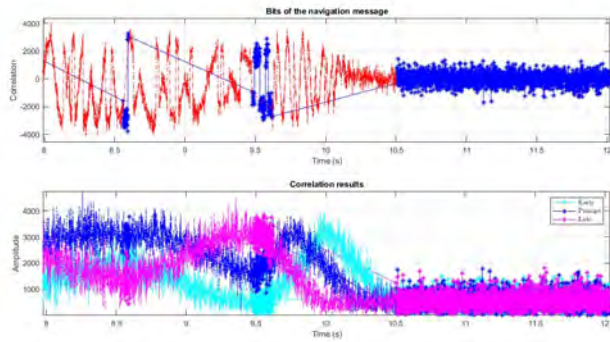


Рис. 10. Адаптивный алгоритм, срыв слежения за один Skip-кадр

V. ОБСУЖДЕНИЕ

По результатам тестирования видно, что оба алгоритма работоспособны. Алгоритм фиксированного кадра может применяться с относительно большим коэффициентом заполнения (например, 50%). Низкий коэффициент заполнения может использоваться для сильного сигнала, но нет гарантии, что изменение в силе сигнала не приведет к срыву слежения.

Алгоритм с адаптивным кадром показал себя значительно более стабильным. В нем возможна установка малого значения коэффициента заполнения, который даст хорошие результаты для сильных сигналов. В идеальном случае зондирующих кадров будет достаточно и не потребуются дополнительные Normal-кадры. В то же время он не приведет к срыву слежения, поскольку по необходимости будут применяться дополнительные Normal-кадры.

Этот алгоритм может быть реализован как с декодированием навигационного сообщения, так и без него. В первом случае эфемериды могут быть получены из Интернета, локальной сети или связанного приемника.

Во втором случае потребуется синхронизация кадров с битами навигационного сообщения так, чтобы данные приходились на зондирующие кадры.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были реализованы алгоритм фиксированного кадра и алгоритм адаптивного кадра для слежения за навигационным сигналом с пропуском значительной части данных для снижения вычислительной нагрузки. Адаптивный алгоритм показал себя более стабильным в случае слабых сигналов.

Предлагаемые алгоритмы могут быть использованы для снижения вычислительной нагрузки в модуле слежения навигационного приемника на основе SDR. Также эти алгоритмы могут быть применены в облачных навигационных приемниках или системах специального назначения, таких как радиоконпас.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Borre, K. et. al., A software-defined GPS and Galileo receiver: A single-frequency approach, Birkhauser, 2007.
- [2] Kumarin, A. and Kudryavtsev, I., SoC opportunities for boosting SDR GNSS performance, Information Technology and Nanotechnology, 2019, no. 2416, pp. 457–462.
- [3] Strang, G. and Borre, K., Algorithms for Global Positioning, Wellesley-Cambridge Press, UK, 2012.
- [4] Kumarin, A., Kudryavtsev, I., Software-defined Radio GNSS Receiver Signal Tracking Methods, IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 984 012020, pp. 1–9.

Сравнение погрешностей навигационных определений по сигналам ГНСС с использованием атомных часов или кварцевого генератора

В.Б. Пудловский
ФГУП «ВНИИФТРИ»,
Менделеево, Московская область, Россия
pudlovskiy@vniiftri.ru

Аннотация—Сравниваются погрешности навигационных определений по сигналам ГНСС при использовании в навигационной аппаратуре атомных часов (квантового стандарта частоты) или кварцевого опорного генератора. В условиях снижения числа навигационных сигналов до трех только для приемника с атомными часами погрешность определения координат не превысила 10 м в течение нескольких десятков минут при использовании алгоритма расширенного фильтра Калмана без отдельного прогноза шкалы времени приемника.

Ключевые слова—глобальные навигационные спутниковые системы, навигационная задача, квантовый стандарт частоты, кварцевый опорный генератор, расширенный фильтр Калмана, погрешности координат.

I. ВВЕДЕНИЕ

При использовании сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) необходимо, чтобы навигационная аппаратура потребителя (АП) располагала измерениями от четырех и более навигационных космических аппаратов (НКА) для определения координат и высоты объекта, а также для оценки поправки шкалы времени приемника (ШВП) [1]. Режим абсолютного позиционирования по сигналам НКА для объекта в движении требует регулярной оценки этой поправки ШВП по отношению к шкале времени ГНСС из-за низкой долговременной, а часто и кратковременной стабильности частоты кварцевого опорного генератора (КОГ), встроенного в АП [1].

В условиях ухудшения условий наблюдения сигналов НКА, таких как городские каньоны, как правило, доступны менее четырех НКА одной ГНСС. Для обеспечения требуемой надежности навигационных определений в таких условиях актуально привлечение дополнительной информации, например о точной шкале времени приемника и/или высоте потребителя.

В настоящее время разработаны малогабаритные стандарты частоты, имеющих объем до нескольких десятков кубических сантиметров, с точностными характеристиками, сравнимыми с уже существующими цезиевыми и рубидиевыми стандартами частоты. Наиболее перспективным вариантом миниатюрного квантового стандарта частоты (КСЧ) является стандарт частоты на основе эффекта когерентного пленения населенностей (КПН). На сегодняшний день наиболее доступны в России доведены изделия фирм Microsemi (США), Accubeat (Израиль), а также АО «Морион» [2, 3, 4].

В 2019 г. ФГУП «ВНИИФТРИ» разработало российский образец КСЧ на основе КПН [5, 6] в атомах рубидия. Габариты КСЧ позволяют использовать такие опорные генераторы (ОГ) вместо КОГ в составе АП различного назначения.

Высокая стабильность частоты квантового стандарта делает хорошо предсказуемым смещение ШВП, и, таким образом, для определения координат и высоты потребителя требуются только три НКА. В зарубежной литературе исследования эффективности прогноза ШВП для повышения качества навигации по сигналам ГНСС начаты уже давно [7] и продолжаются в настоящее время в связи с развитием сверхминиатюрных стандартов частоты [8]. В [9] было проведено математическое моделирование сеансов навигации с прогнозом ШВП по сигналам только трех НКА и с использованием характеристик стабильности частоты реальных ОГ: КОГ типа ГК-99 (АО «Морион») и КСЧ, разработанного во ФГУП «ВНИИФТРИ». В [10] также путем моделирования были оценены возможности определения координат и высоты в АП с помощью расширенного фильтра Калмана (РФК) при обработке измерений только от трех НКА *без прогноза ШВП*

Целью настоящей работы является сравнительная оценка погрешностей навигационных определений по **реальным** сигналам ГНСС в однотипных приемниках с разными типами ОГ (КСЧ и кварцевый ОГ) в различных условиях приема сигналов НКА, и прежде всего при обработке сигналов только трех навигационных спутников.

Работа включает следующие разделы, в которых представлены:

- особенности алгоритма типа расширенного фильтра Калмана с моделью шкалы времени АП для определения координат, высоты и компонент вектора скорости по сигналам разного количества НКА;
- модель шкалы времени АП и выбор значений ее параметров для КОГ типа ГК-99 и КСЧ;
- краткое описание стенда для сравнительной оценки абсолютных погрешностей навигационных определений по реальным сигналам ГНСС для двух однотипных приемников с разными типами ОГ и с общей антенной («нуль-база»);
- методика получения первичных измерений, полученных от двух однотипных приемников с разными типами ОГ в условиях наблюдения различного

количества реальных НКА ГНСС GPS или ГЛОНАСС для общей стационарной антенны;

- оценка погрешностей полученных навигационных определений и сравнительный анализ значений этих погрешностей для однотипных приемников с разными типами ОГ (КСЧ и КОГ), в том числе при наблюдении только трех НКА.

II. РЕШЕНИЕ НАВИГАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ НА ОСНОВЕ РАСШИРЕННОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА

Как известно, целью решения навигационной задачи (НЗ) в АП является определение вектора состояния (ВС) потребителя по результатам измерения псевдодальностей не менее чем до четырех НКА [1]. Как правило, ВС \mathbf{x} включает координаты и высоту антенны приемника, а также оценку смещения ШВП \mathbf{b} . Высокостабильные генераторы, такие как КСЧ, имеют низкие значения долговременной нестабильности частоты менее 10^{-11} и, следовательно, позволяют с высокой точностью прогнозировать смещение ШВП \mathbf{b} . Результаты решения НЗ алгоритмом на основе метода наименьших квадратов (МНК) для измерений псевдодальностей трех НКА с учетом прогноза \mathbf{b} были представлены в [9]. Однако учет данных прогноза ШВП в моменты наблюдения менее 4-х НКА требует модификации измерений псевдодальностей до решения НЗ. При этом с учетом прогноза ШВП фактически при решении НЗ используется дальномерный метод. Отсюда в АП необходимо использовать разные алгоритмы НЗ в зависимости от количества принятых сигналов НКА, что не всегда удобно.

В данной работе использован алгоритм решения НЗ на основе РФК без прогноза ШВП в отдельном фильтре, как ранее показано в [8, 9]. Для оценки ВС по результатам измерения псевдодальностей и псевдоскоростей использован вариант известного алгоритма РФК из [1].

Для этого алгоритма ВС имеет следующий вид:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_D^T & \mathbf{x}_V^T & D' & V' \end{bmatrix}^T, \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_D = [x \ y \ z]^T$ и $\mathbf{x}_V = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ – трехмерные векторы положения и скорости приемника в геоцентрической системе координат (ГЦСК); $D' = b \cdot c$ – смещение ШВП относительно системной шкалы, выраженное в единицах дальности [м]; c – скорость света; $V' = \dot{b} \cdot \lambda$ – смещение частоты ОГ приемника относительно эталона системы, выраженное в [М/с]; λ – длина волны радиосигнала НКА.

В дискретном времени динамическая модель РФК для ВС (1) детализирована следующим образом [1]:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_{\mathbf{x},k-1}, \quad (2)$$

где \mathbf{x}_k обозначает значение ВС в эпоху k ; \mathbf{F} – представляет динамику ВС, выраженную для модели с двумя состояниями следующим образом:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

и T обозначает интервал времени между двумя последовательными оценками ВС, представляющий период обновления наблюдений РФК.

Вектор формирующих шумов $\xi_{\mathbf{x},k}$ моделируется как вектор гауссовского белого шума с нулевым средним и дискретной ковариационной матрицей $\mathbf{Q}_{\xi_{\mathbf{x},k}}$. Вектор $\xi_{\mathbf{x},k}$ включает шумы двух источников: шумы динамики положения приемника $\xi_{V,k}$ (составленный из шумов компонент вектора \mathbf{x}_V), а также шумы ШВП $\xi_{b,k}$ и частоты ОГ $\xi_{f,k}$, сгруппированные в один вектор как

$$\xi_{\mathbf{x},k} = \begin{bmatrix} \xi_{V,k}^T & \xi_{b,k} & \xi_{f,k} \end{bmatrix}^T.$$

Ковариационная матрица формирующих шумов в дискретном времени имеет вид:

$$\mathbf{Q}_{\xi_{\mathbf{x},k}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\xi_{V,k}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\xi_{g,k}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_{\xi_{V,k}} = \begin{bmatrix} Q_{\xi_{\dot{x},k}} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\xi_{\dot{y},k}} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\xi_{\dot{z},k}} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{Q}_{\xi_{V,k}}$ включает компоненты дисперсий шумов для проекций вектора скорости приемника на оси ГЦСК.

Модель вторичных наблюдений псевдодальностей $\tilde{\mathbf{R}}_k$ и псевдоскоростей $\tilde{\mathbf{V}}_k$ сформирована на основе оценок задержек по коду и приращений задержек по фазе несущей частоты сигналов N наблюдаемых НКА. В векторном виде эта модель может быть представлена как [1]

$$\mathbf{y}_{R,k} = \tilde{\mathbf{R}}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_{R,k}, \quad (4)$$

$$\mathbf{y}_{V,k} = \tilde{\mathbf{V}}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{n}_{V,k}$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_k(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} R_{1,k} + D'_k & R_{2,k} + D'_k & \dots & R_{N,k} + D'_k \end{bmatrix}^T,$$

$$R_{i,k} = \left[(x_{i,k} - x_k)^2 + (y_{i,k} - y_k)^2 + (z_{i,k} - z_k)^2 \right]^{0,5},$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_k(\dot{\mathbf{x}}_k, \mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} V_{1,k} + V'_k & V_{2,k} + V'_k & \dots & V_{N,k} + V'_k \end{bmatrix}^T,$$

$$V_{i,k} = \frac{(x_{i,k} - x_k)(\dot{x}_{i,k} - \dot{x}_k) + (y_{i,k} - y_k)(\dot{y}_{i,k} - \dot{y}_k) + (z_{i,k} - z_k)(\dot{z}_{i,k} - \dot{z}_k)}{R_{i,k}},$$

где $R_{i,k}$ и $V_{i,k}$ – дальность от приемника до i -го НКА и ее производная; $\mathbf{n}_{R,k}$ и $\mathbf{n}_{V,k}$ – векторы погрешностей оценок в приемнике псевдодальности и псевдоскорости соответственно. Дискретные процессы $\mathbf{n}_{R,k}$ и $\mathbf{n}_{V,k}$ моделируются как некоррелированные белые гауссовские шумы с нулевым средним и дисперсиями $\mathbf{D}_{R,k}$ и $\mathbf{D}_{V,k}$ соответственно.

Уравнения алгоритма РФК для таких наблюдений (4) заданы выражениями (6.233) и (6.234) из [1] и имеют следующий вид:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k)), \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1},$$

$$\mathbf{D}_{\mathbf{x},k}^{-1} = \tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k}^{-1} + \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{R}_n^{-1} \frac{\partial \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k)}{\partial \mathbf{x}},$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k} = \mathbf{F} \mathbf{D}_{\mathbf{x},k} \mathbf{F}^T + \mathbf{G} \mathbf{Q}_{\xi_{\mathbf{x},k}} \mathbf{G}^T,$$

где $\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} y_{R,k} \\ y_{V,k} \end{bmatrix}$, $\mathbf{h}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_k \\ \tilde{\mathbf{V}}_k \end{bmatrix}$, $\mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{R,k} \\ \mathbf{n}_{V,k} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{R}_n = M \begin{bmatrix} \mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^T \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{R,k} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_{V,k} \end{bmatrix};$$

$\hat{\mathbf{x}}_k$ – текущая оценка ВС; $\tilde{\mathbf{x}}_k$ – экстраполированная оценка ВС; $\mathbf{D}_{\mathbf{x},k}$ – матрица дисперсий ошибок фильтрации вектора \mathbf{x}_k ; $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathbf{x},k}$ – матрица дисперсий ошибок экстраполяции.

Отличия использованного при обработке измерений параметров сигналов ГНСС варианта РФК от представленного в [1] следующие:

- изменен вид матрицы формирующих шумов $\mathbf{Q}_{\xi_{g,k}}$ в соответствии с принятой моделью ШВП для конкретных типов ОГ, как будет показано в следующем разделе;
- в алгоритме реализованы возможность расчета дифференциальных поправок и использования их для коррекции кодовых псевдодальностей до обработки в РФК.

III. МОДЕЛЬ ШКАЛЫ ВРЕМЕНИ ПОТРЕБИТЕЛЯ ДЛЯ РФК

Для использования в РФК определена упрощенная дискретная модель шумов ШВП с двумя состояниями [11], которую запишем по аналогии с [1] как

$$D'_k = D'_{k-1} + TV'_{k-1} + \xi_{b,k-1}, \quad V'_k = V'_{k-1} + \xi_{f,k-1}. \quad (6)$$

Для моделирования процессов $\xi_{b,k}$ и $\xi_{f,k}$ необходимо задать значения спектральной плотности мощности фазовых шумов и шумов частоты конкретного типа ОГ. Для определения значений дисперсий дискретных шумов в (6) использованы графики дисперсии Аллана, построенные по результатам испытаний КСЧ во ФГУП

«ВНИИФТРИ» и кварцевых ОГ из работы [12]. По этим экспериментальным данным получены значения параметров $\mathbf{h}\alpha$ полинома для известной аппроксимации дисперсии Аллана частоты ОГ [8]. Эти параметры были использованы для расчета элементов матрицы $\mathbf{Q}_{\xi_{g,k}}$. В [13] элементы этой ковариационной матрицы получены для хорошо известной модели часов с двумя состояниями [11] при использовании только параметров h_0 и h_{-2} .

На основании моделей часов [11, 13] матрица $\mathbf{Q}_{\xi_{g,k}}$ может быть представлена в следующем виде:

$$\mathbf{Q}_{\xi_{g,k}} = \begin{bmatrix} \frac{h_0 T}{2} + \frac{2\pi^2 h_{-2} T^3}{3} & \pi^2 h_{-2} T^2 \\ \pi^2 h_{-2} T^2 & 2\pi^2 h_{-2} T \end{bmatrix}.$$

Сведения о метрологических характеристиках КСЧ, разработанного во ФГУП «ВНИИФТРИ», можно найти в [6, 14]. По совокупности экспериментально полученных характеристик разработанный КСЧ не уступает существующим аналогам [2, 3, 4]. По результатам экспериментальной оценки вариации Аллана для нескольких экземпляров КСЧ можно судить о разбросе параметров стабильности частоты в зависимости от экземпляра данного стандарта частоты. Влиянием технологического разброса параметров КСЧ на погрешность навигации по сигналам ГНСС можно пренебречь.

На рис. 1 показаны зависимости вариации Аллана для разных ОГ (КСЧ и КОГ) в составе двух образцов АП, которые были использованы для приема и первичной обработки параметров сигналов ГНСС.

Анализ представленных на рис. 1 данных позволяет оценить возможные пределы изменения коэффициентов полинома для известной аппроксимации дисперсии Аллана частоты ОГ [11], которые необходимы для моделирования ШВП в РФК.

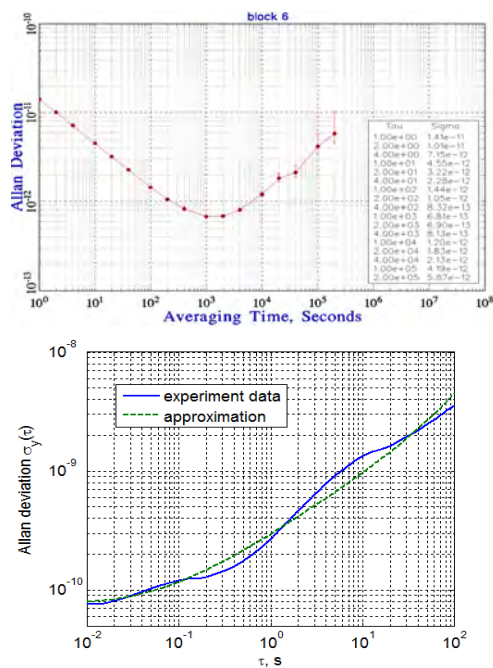


Рис. 1. Значения вариации Аллана для КСЧ (сверху) и КОГ типа ГК-99 (внизу) из [12]

Значения параметров дисперсии Аллана, необходимые для моделирования ШВП для двух типов ОГ (кварцевый типа ГК-99 и КСЧ), приведены в табл. 1.

TABLE 1. ПАРАМЕТРЫ ДИСПЕРСИИ АЛЛАНА

Тип ОГ	Параметры		
	h_0	h_{-1}	h_{-2}
ГК-99	–	–	$2,5 \cdot 10^{-21}$
КСЧ	$4,0 \cdot 10^{-22}$	$3,1 \cdot 10^{-25}$	$3,0 \cdot 10^{-29}$

Представленные в табл. 1 данные для моделирования ШВП использованы для обработки первичных измерений, полученных одновременно в двух образцах АП с разными типами ОГ для решения НЗ с использованием РФК.

IV. СТЕНД ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ ПО РЕАЛЬНЫМ СИГНАЛАМ ГНСС

Очевидно, что для оценки влияния стабильности частоты ОГ на точность решения НЗ необходимо использовать навигационные приемники одной модели с одинаковым алгоритмом первичной обработки сигналов ГНСС. По этой причине были выбраны два однотипных приемника из состава отладочных макетов прототипа серийной АП типа СН-7700, разработанные в «КБ «НАВИС». Конструктивной особенностью одного из этих макетов АП является возможность подключения внешнего ОГ. В этих экспериментах внешним ОГ был КСЧ, разработанный во ФГУП «ВНИИФТРИ».

Антенна для обоих приемников была установлена стационарно на крыше здания одного из корпусов ФГУП «ВНИИФТРИ» в пункте с известными координатами. Общая структура стенда с «нуль-базой» для сравнительной оценки погрешностей двух образцов АП с разными типами ОГ представлена на рис. 2.

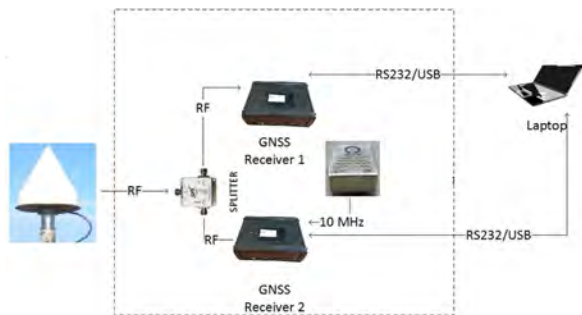


Рис. 2. Структура стенда для оценки погрешностей АП с разными типами ОГ

Следует особо отметить, что комплект АП с внешним ОГ не имеет другого собственного (внутреннего) генератора. Тем самым все измерения в этой АП, включая первичные измерения параметров сигналов НКА, фиксируются в ШВП формируемой только КСЧ.

V. МЕТОДИКА СБОРА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В ПРИЕМНИКАХ ГНСС С РАЗНЫМИ ОПОРНЫМИ ГЕНЕРАТОРАМИ

Запись и обработка данных первичных измерений в приемниках ГНСС с разными ОГ проведены в два этапа.

На первом этапе проводилась одновременная запись данных от двух АП в условиях приема сигналов одной ГНСС (GPS или ГЛОНАСС) без ограничения количества наблюдаемых НКА (сценарий №1).

Решения НЗ в используемых приемниках основано на алгоритме МНК. С учетом этого на данном этапе необходимо получить оценки погрешности навигационных определений по алгоритму РФК по сигналам не менее 4-х НКА.

Кроме того, с целью снижения влияния других, кроме нестабильности ШВП, источников погрешностей определения координат в абсолютном режиме (в т.ч. ошибки эфемеридно-временного обеспечения НКА, атмосферная рефракция), в процессе обработки первичных измерений был использован т.н. автодифференциальный режим (АДР).

Для реализации дифференциального режима в процессе обработки первичных измерений на заданном интервале наблюдений (около 100 с) были получены средние значения поправок к измерениям псевдодальностей по коду для каждого из наблюдаемых НКА с учетом известных координат положения общей антенны. Учет этих поправок при обработке последующих первичных измерений позволил повысить точность определяемых координат по 4-м и более НКА и отчетливее выделить влияние ШВП на точность решения НЗ.

На втором этапе проводилась одновременная запись данных от двух АП в условиях приема сигналов одной ГНСС (GPS или ГЛОНАСС) с ограничением количества наблюдаемых НКА (сценарий №2) от 4-х до 3-х.

Для реализации данного сценария оба приемника предварительно были настроены на прием ограниченного, не более 4-х, количества НКА одной из ГНСС (ГЛОНАСС или GPS). В процессе планирования сеанса наблюдений этих 4-х НКА выбирался момент, когда один из спутников выходил из зоны видимости. Такое управление количеством наблюдаемых НКА в данных макетах АП было использовано вынужденно для обеспечения непрерывной записи первичных измерений в момент изменения количества принимаемых сигналов НКА.

Основной целью второго этапа является оценка зависимости погрешности навигационных определений от стабильности частоты ОГ разных типов: атомных часов или КОГ. В качестве параметра эффективности использования модели ШВП (для КСЧ или КОГ) в РФК выбрана продолжительность сеанса навигации по сигналам трех НКА без отдельного прогноза ШВП с максимальной допустимой погрешностью координат и высоты.

Независимо от этапа эксперимента, для дальнейшей обработки данных в РФК использованы только измерения по открытым сигналам ГНСС по коду (СТ и С/А коды для ГЛОНАСС и GPS соответственно) и фазе несущей частоты только в диапазоне L1. Для измерения и решения НЗ выбран период 0,1 с. Для удобства дальнейшей обработки первичные измерения конвертированы из бинарного формата в файлы формата RINEX v.3.04. Обсервации проведены в течение нескольких дней февраля 2021 г. Длительность сеанса записи измерений на обоих этапах около 60 мин.

Для апостериорной обработки файлов первичных измерений использован пакет программ для ПЭВМ на ос-

нове алгоритма РФК. Пакет реализован на основе процедурного программирования в системе MATLAB/Octave и представляет собой совокупность взаимодействующих *m*-файлов (функций). Результатом работы этого пакета программ являются оценки координат, высоты и компонент вектора скорости по сигналам разного количества НКА отдельно для сигналов ГЛОНАСС или GPS, а также значения погрешностей этих навигационных определений.

В программе РФК заданы следующие значения диагональных элементов матриц дисперсий: 10 м^2 для $\mathbf{D}_{R,k}$; $0,4 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для $\mathbf{D}_{V,k}$; $0,04 \text{ м}^2/\text{с}^2$ для $\mathbf{Q}_{\xi V,k}$.

VI. РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ НАВИГАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ РАЗНОГО КОЛИЧЕСТВА НАБЛЮДАЕМЫХ НКА

Далее представлены отдельные результаты расчета погрешности навигационных определений для стационарного приемника для разных сеансов измерений по сигналам GPS или ГЛОНАСС (см. табл. 2–5).

Оценка погрешности навигационных определений по сигналам ГНСС получена относительно фазового центра геодезической антенны, абсолютные координат которого известны с погрешностью менее 0,1 м.

На первом этапе работы получены и обработаны данные измерений по всем сигналам ГНСС GPS или ГЛОНАСС в 3 сеансах длительностью около 1 ч. Для оценки погрешности навигационных измерений по сценарию №1 выбирались массивы измерений с постоянным количеством наблюдаемых НКА.

В качестве примера на рис. 3–8 и в табл. 2, 3 представлены результаты оценки погрешности навигационных определений для одного из таких интервалов общей длительностью 200 с. Результаты для АП с разными типами ОГ (КОГ или КСЧ) и результаты, полученные по сигналам разных ГНСС (ГЛОНАСС или GPS), обработаны и представлены далее отдельно.

Вертикальная пунктирная линия на рис. 3, 4, 6 и 7 обозначает момент перехода навигационных определений в АДР. Погрешности навигационных определений в табл. 2, 3 получены именно для АДР.

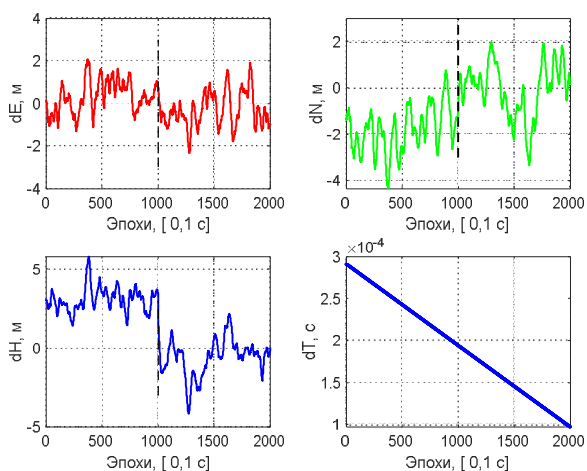


Рис. 3. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КОГ при работе по всем доступным НКА ГЛОНАСС

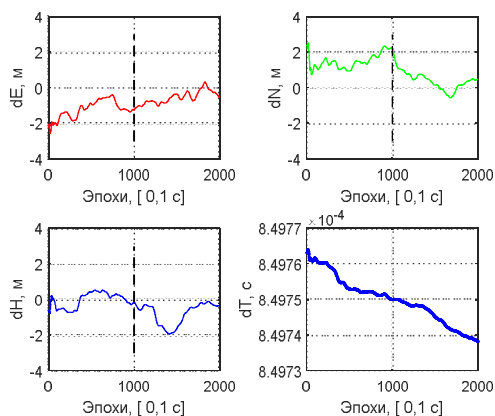


Рис. 4. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КСЧ при работе по всем доступным НКА ГЛОНАСС

Для удобства последующего сравнения на отдельных рисунках показаны оценки отклонения частоты соответствующего типа ОГ, полученные в РФК по результатам обработки сигналов ГЛОНАСС (рис. 5) или GPS (рис. 8).

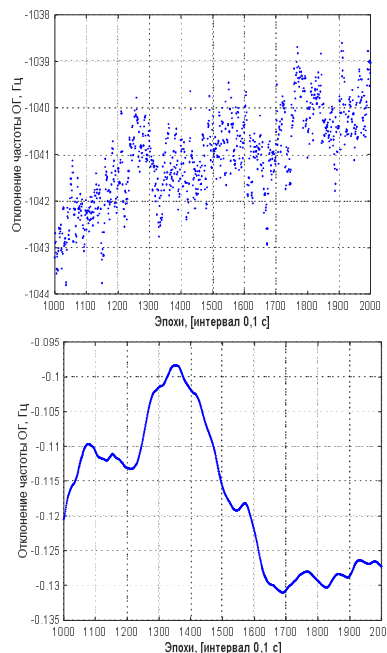


Рис. 5. Оценка частоты для АП с КОГ (сверху) и с КСЧ (внизу) при работе по всем доступным НКА ГЛОНАСС

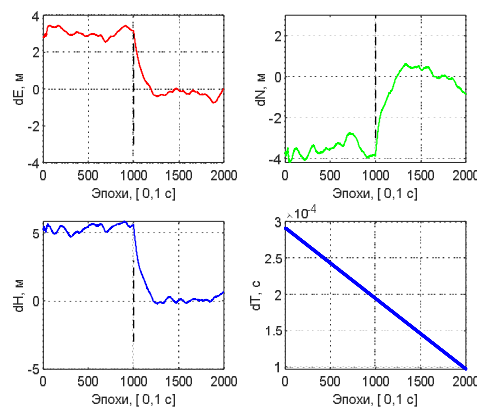


Рис. 6. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КОГ при работе по всем доступным НКА GPS

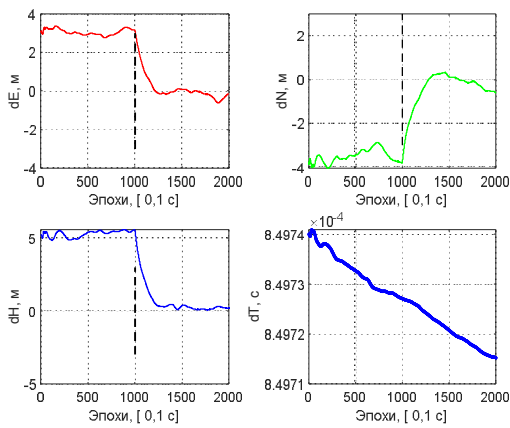


Рис. 7. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КСЧ при работе по всем доступным НКА GPS

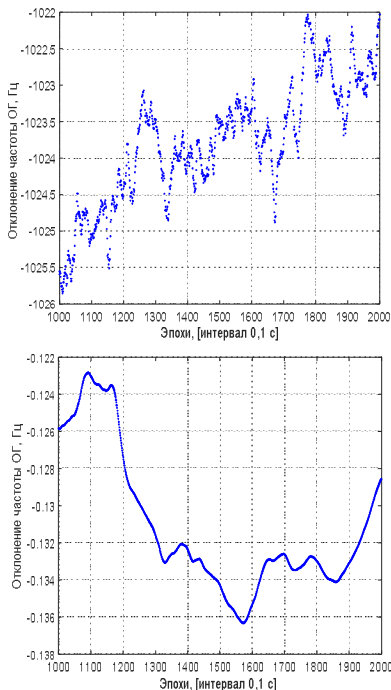


Рис. 8. Оценка частоты для АП с КОГ (сверху) и с КСЧ (внизу) при работе по всем доступным НКА GPS.

TABLE II. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ВЫСОТЫ В СТАТИКЕ

Тип ОГ	ГНСС	Мат. ожидание/СКО, м			Режим навигации
		E	N	H	
ГК-99	ГЛОНАСС	-0,30/0,82	-0,06/1,16	-0,57/1,16	АДР
КСЧ		-0,54/0,35	0,42/0,52	-0,78/0,60	
ГК-99	GPS	0,04/0,67	-0,29/0,82	0,75/1,03	
КСЧ		0,13/0,70	-0,31/0,81	0,80/1,07	

TABLE III. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

Тип ОГ	ГНСС	Мат. ожидание/СКО, м/с			Режим навигации
		E	N	H	
ГК-99	ГЛОНАСС	-0,01/0,01	0,00/0,02	-0,005/0,02	АДР
КСЧ		-0,01/0,01	0,01/0,01	-0,01/0,01	
ГК-99	GPS	0,006/0,04	0,004/0,08	0,001/0,10	
КСЧ		0,007/0,01	0,002/0,01	0,003/0,02	

На втором этапе в соответствии с принятой методикой (см. раздел V) были получены несколько сеансов измерений разной продолжительности. Фактически длительность непрерывного наблюдения в АП вначале 4-х, а затем только 3-х отобранных НКА одной из ГНСС не превысила 70 мин.

Например, по сценарию №2 по наблюдениям сигналов ГЛОНАСС вначале НЗ решалась по алгоритму РФК по сигналам 4 НКА в течение интервала около 23 мин и далее по трем оставшимся НКА без отдельного прогноза ШВП еще в течение 39 мин.

Отдельные результаты обработки измерений по сценарию №2 представлены на рис. 9–14 и сведены в табл. 4 и 5.

На рис. 9 для примера представлено расположение относительно АП 4-х НКА ГЛОНАСС, отобранных для сценария №2 (системные №4, 5, 6, 13), в момент 13:25:30 (GPST) на дату 04.02.21 до потери слежения за одним из спутников (системный №4). Значение геометрических факторов (ГФ) для 4-х НКА в этот момент составило: HDOP = 1,5; VDOP = 3,6.

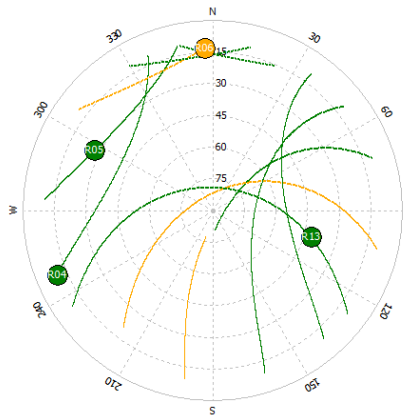


Рис. 9. Положение 4-х НКА ГЛОНАСС относительно антенны АП

Аналогично на рис. 10 для примера представлено расположение относительно АП 4-х НКА GPS, отобранных для сценария №2 (системные №13, 23, 24, 28), в момент 12:06:21 (GPST) на дату 08.02.21 до потери слежения за одним из спутников (системный №23). Значение ГФ для 4-х НКА в этот момент составило: HDOP=1,4; VDOP=2,2.

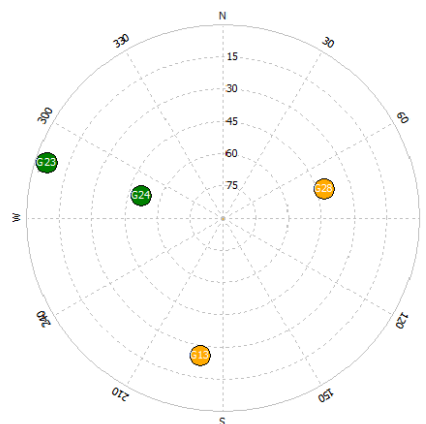


Рис. 10. Положение 4-х НКА GPS относительно антенны АП

Вертикальная пунктирная линия на рис. 11–14 обозначает момент перехода навигационных определений в обработку только 3-х сигналов НКА.

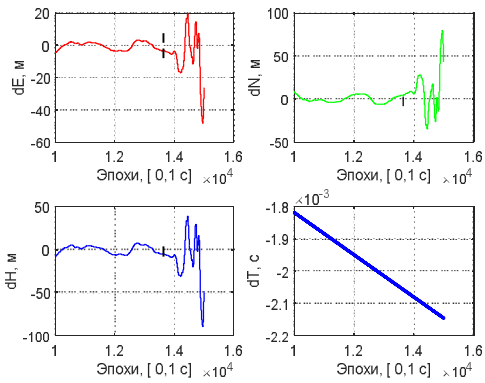


Рис. 11. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КОГ при работе вначале по 4-м, а затем по 3-м НКА ГЛОНАСС

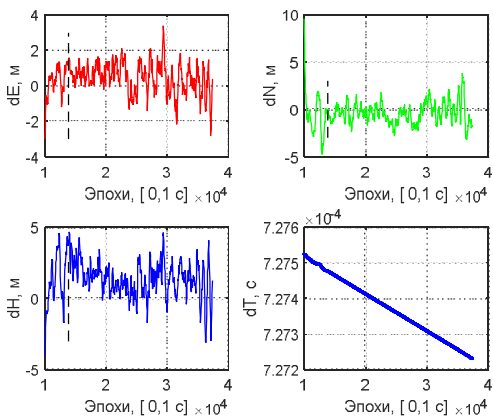


Рис. 12. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КСЧ при работе вначале по 4-м, а затем по 3-м НКА ГЛОНАСС

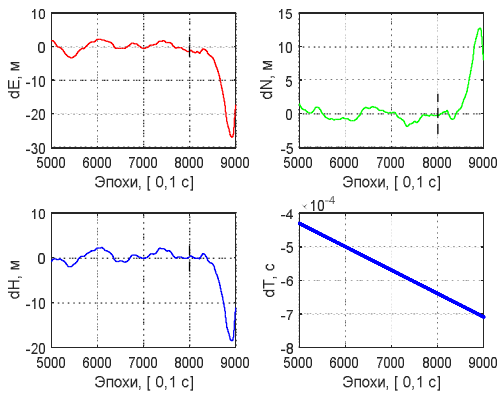


Рис. 13. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КОГ при работе вначале по 4-м, а затем по 3-м НКА GPS

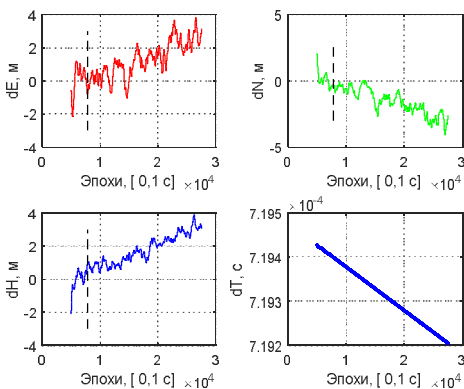


Рис. 14. Ошибки координат, высоты и поправки к ШВП для АП с КСЧ при работе вначале по 4-м, а затем по 3-м НКА GPS

В табл. 4 и 5 в столбце «Интервал навигации» приведены значения периода времени, в течение которого погрешность определения по каждой из координат не превышает 10 м. Статистические характеристики погрешностей навигационных определений, представленные в табл. 4 и 5, получены для указанного интервала по измерениям только трех НКА.

TABLE IV. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ВЫСОТЫ В СТАТИКЕ

Тип ОГ	ГНСС	Мат. ожидание/СКО, м			Интервал навигации, с
		<i>E</i>	<i>N</i>	<i>H</i>	
ГК-99	ГЛОНАСС	-4,43/0,67	6,95/1,30	-7,41/1,25	42
КСЧ		0,46/0,86	-0,38/1,10	1,38/1,21	>2300
ГК-99	GPS	-2,77/2,25	0,58/1,17	-0,92/1,79	66
КСЧ		1,30/1,05	-1,56/0,96	1,80/0,87	>1900

TABLE V. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

Тип ОГ	ГНСС	Мат. ожидание/СКО, м/с			Интервал навигации, с
		<i>E</i>	<i>N</i>	<i>H</i>	
ГК-99	ГЛОНАСС	-0,04/0,12	0,07/0,20	-0,08/0,22	42
КСЧ		-0,003/0,02	0,001/0,02	0,00/0,02	>2300
ГК-99	GPS	-0,11/0,19	0,06/0,09	-0,08/0,13	66
КСЧ		0,02/0,01	0,02/0,01	-0,001/0,01	>1900

VII. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ результатов, полученных на первом этапе работы, позволил сделать следующие выводы.

Погрешности определений координат, высоты и составляющих вектора скорости, полученные по алгоритму РФК в АДР по результатам обработки всех видимых НКА одной ГНСС для АП с разными типами ОГ, мало отличаются для сигналов ГЛОНАСС и практически совпадают для сигналов GPS.

Как и ожидалось, основное влияние типа ОГ проявляется при оценке отклонения частоты по результатам обработки сигналов в РФК. Для АП с КСЧ этот параметр оценивается более точно.

В целом погрешности навигационных определений в АДР соответствуют значениям аппаратной (инструментальной) погрешности для данного типа АП.

Анализ результатов, полученных на втором этапе работы, позволил сделать следующие выводы.

Полученные для стационарной АП результаты решения НЗ показали возможность использования РФК для определения координат, высоты и компонент вектора скорости по сигналам 3-х НКА после наблюдения не менее 4-х НКА *без отдельного* прогноза шкалы времени АП в отдельном фильтре, как ранее показано по результатам моделирования в [10].

Длительность эффективного использования трех НКА для оценки координат и высоты в РФК с необходимой точностью в основном определяет стабильность параметров модели ШВП, а также конфигурацию наблюдаемых НКА.

Решение НЗ с использованием реальных измерений сигналов ГНСС и модели параметров КСЧ показало воз-

возможность определять для неподвижного потребителя с помощью РФК координаты и высоту по сигналам только 3-х НКА с погрешностью не более 10 м в течение не менее 30 минут.

Интервал эффективного использования для такого режима навигационных определений РФК с параметрами кварцевых ОГ с нестабильностью частоты хуже 10^{-7} , например ГК-99, не превышает 60 с даже для неподвижного приемника.

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена сравнительная оценка погрешностей навигационных определений по реальным сигналам ГНСС в одноплатных приемниках с атомными часами или кварцевым ОГ. Решение НЗ получены в различных условиях приема сигналов НКА ГЛОНАСС или GPS, в том числе при обработке сигналов только трех навигационных спутников.

Для сравнительной оценки абсолютных погрешностей навигационных определений по реальным сигналам ГНСС собран и использован стенд на базе двух одноплатных приемников с разными типами ОГ и с общей антенной («нуль-база»).

Для обработки файлов первичных измерений (псевдодалейностей по коду и фазе несущей сигналов НКА) разработан пакет программ для апостериорной обработки на основе алгоритма РФК.

В алгоритме РФК использованы параметры модели нестабильности частоты соответствующего типа ОГ: атомных часов или кварцевого ОГ. В отличие от решения НЗ на основе МНК реализованный вариант алгоритма продолжает оценивать координаты, высоту и скорость объекта по сигналам 3-х НКА после наблюдения 4-х НКА без прогноза ШВП в отдельном фильтре.

По результатам обработки реальных сигналов ГНСС для АП с КСЧ получена оценка интервала эффективного использования в РФК измерений параметров сигналов только 3-х НКА для навигационных определений с заданной погрешностью координат: не более 10 м в течение не менее 30 мин.

Более продолжительный интервал эффективного использования сигналов трех НКА убедительно показывает преимущества применения в АП миниатюрного квантового стандарта частоты по сравнению с кварцевыми опорными генераторами при определении координат, высоты и компонент вектора скорости.

Дальнейшая работа будет включать исследование навигации по сигналам 3-х НКА с использованием модели ШВП с тремя состояниями и полевые испытания этого типа КСЧ в составе макета перспективной АП в движении на автомобиле.

IX. БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю благодарность сотрудникам ФГУП «ФНИИФТРИ» В.Г. Пальчикову и Д.А. Парёхину за любезно предоставленные образец КСЧ и экспериментальные данные измерений его параметров, а также сотрудникам АО «КБ «НАВИС» О.А. Борсуку и А.Ю. Шатилову за возможность использования двух однотипных образцов АП и полезное обсуждение модели нестабильности частоты кварцевого опорного генератора ГК-99 в одном из этих приемников.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования; под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова М.: Радиотехника, 2010. 800 с.
- [2] Электронный ресурс: <http://www.accubeat.com/product-item/nano-atomic-clock-nacl> (дата обращения: 10.04.2021).
- [3] Электронный ресурс: <https://www.microsemi.com/product-directory/clocks-frequency-references/3824-chip-scale-atomic-clock-csac> (дата обращения: 10.04.2021).
- [4] Малогабаритный рубидиевый генератор RFS-M102. Электронный ресурс: https://morion.com.ru/files/rubidium-generators/6_file-ru.pdf?1614247384 (дата обращения: 10.04.2021)
- [5] В России создан сверхминиатюрный стандарт частоты для 5G и «беспилотников» / Электронный ресурс: <http://www.vniiftri.ru/news-ru/item/676-v-rossii-sozdan-sverkhminiaturnyi-standart-chastoty-dlya-5g-i-bespilotnikov> (дата обращения: 10.04.2021).
- [6] Skvortsov, M.N., Ignatovich, S.M., Vishnyakov, V.I., Kvashnin, N.L., Mesenzova, I.S., Brazhnikov, D.V., Vasiliev, V.A., Taichenachev, A.V., Yudin, V.I., Bagaev, S.N., Blinov, I.Yu., Palchikov, V.G., Samokhvalov, Yu.S., Parekhin, D.A., Miniature quantum frequency standard based on the phenomenon of coherent population trapping in vapours of 87Rb ATOMS, Quantum Electronics, 2020, vol. 50, no.6, pp. 576–580.
- [7] Sturza, M., GPS Navigation using Three Satellites and a Precise Clock, Navigation, Summer 1983, vol.30, no.2, pp.146–156.
- [8] Krawinkel, Th., Improved GNSS navigation with chip-scale atomic clocks. München, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 2018 (Veröffentlichungen der DGK, Reihe C, Dissertationen ; 823), XV, 97 S. ISBN 978-3-7696-5235-2.
- [9] Пудловский В.Б. Использование сверхминиатюрного рубидиевого стандарта частоты для навигации по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем // Успехи современной радиоэлектроники. 2019. №12. С. 134–141.
- [10] Pudlovsky, V., The Advantages of Using Highly Stable Reference Oscillators in the Receiving Equipment of GNSS Signals, 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russia, 2020, pp. 1–4, doi: 10.23919/ICINS43215.2020.9133990.
- [11] Zucca, C. and Tavella, P., The clock model and its relationship with the Allan and related variances, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 2005, no. 2, vol. 52, pp. 289–295.
- [12] Shatilov, A.Y., Reference Oscillator Short-Term Drift as it's Sensed by GNSS Receiver, Proceedings of the 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS + 2014), Tampa, Florida, September 2014, pp. 2625–2634.
- [13] McNeill, J., Razavi, S., Vedula, K. and Brown, D.R., Experimental characterization and modeling of low-cost oscillators for improved carrier phase synchronization, IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), Turin, 2017, pp. 1–6.
- [14] Зотов Е.А., Парёхин Д.А. Исследование метрологических характеристик сверхминиатюрного квантового стандарта частоты // Альманах современной метрологии. 2020. №3 (23). С. 128–136.

Коррекция навигационной системы возвращающегося в атмосферу космического летательного аппарата при отключении внешних датчиков

М.С. Селезнева
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

А.В. Пролетарский
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
pav_mipk@mail.ru

К.А. Неусыпин
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

Аннотация—Рассмотрена задача повышения точности определения навигационных параметров возвращающегося в атмосферу космического летательного аппарата в условиях отсутствия информации от внешних датчиков. Использована схема коррекции инерциальной навигационной системы с помощью прогнозирования ее погрешностей. Алгоритм построения прогнозирующей модели основан на линейном тренде, который модифицирован с помощью алгоритма самоорганизации. В алгоритме самоорганизации использован оригинальный критерий селекции, дополненный качественными критериями, позволяющими строить модель с улучшенными характеристиками. Представлены результаты математического моделирования краткосрочного, среднесрочного и долгосрочного прогнозирования погрешностей инерциальной навигационной системы.

Ключевые слова—космический летательный аппарат, возвращение в атмосферу, инерциальная навигационная система, коррекция, прогноз, алгоритм самоорганизации, критерии селекции.

I. ВВЕДЕНИЕ

Исследование возвращающихся в атмосферу космических летательных аппаратов (КЛА) представляет собой комплекс актуальных сложных задач. Управление КЛА осуществляется на основе информации от различных измерительных систем. Обычно измерительные системы объединяются в измерительные комплексы и, как правило, состоят из инерциальных навигационных систем (ИНС), спутниковых радионавигационных систем GPS/ГЛОНАСС, различных РЛС, астросистем и др. [1, 2, 3].

Объем задач, который необходимо решать КЛА в современных условиях, постоянно возрастает, поэтому требования по быстродействию, надежности, точности и др., предъявляемые к системам КЛА, неуклонно увеличиваются. Обеспечение требуемых качественных характеристик систем КЛА может осуществляться двумя способами: конструкторским и алгоритмическим. Конструкторский способ предполагает наличие новой технологической базы, длительного времени и серьезных финансовых затрат. Алгоритмический способ позволяет достичь требуемого результата за короткое время с минимальными финансовыми затратами. В связи с этим современные системы управления, навигации и наведения КЛА отличаются большим объемом алгоритмического обеспечения. Использование алгоритмического способа, естественно, не ограничивает реализацию новых конструктивных решений. Успешное решение задач управления сложными техническими системами во мно-

гом определяется уровнем развития измерительной техники. Эксплуатационные характеристики КЛА в большой степени определяются совершенством бортового оборудования, в частности качеством информационно-измерительных сигналов, используемых для управления. Источником информационно-измерительных сигналов о местоположении, ориентации, скорости и других параметрах движения являются такие системы, как системы наведения, различные навигационные системы и комплексы.

Современные КЛА функционируют в сложных условиях окружающей среды, пассивных и активных помех и активного противодействия. Поэтому система управления должна обеспечивать высокую точность движения КЛА, эффективное маневрирование и др. Повышение точности измерительной информации предполагает исследование причин возникновения погрешностей и последующую их компенсацию алгоритмическим путем.

При штатном движении КЛА точностные характеристики современных измерительных систем вполне удовлетворяют требованиям, предъявленным к точности навигационных определений. Однако при интенсивном маневрировании к точности измерительной информации предъявляются повышенные требования. Поэтому для повышения точности навигационной информации с целью экономии предлагается осуществлять алгоритмическую обработку сигналов уже существующих измерительных систем КЛА.

В связи с усложнением задач, которые решаются с использованием навигационной информации, осуществляется комплексная обработка информации от нескольких датчиков или систем, объединенных в измерительный комплекс КЛА.

Традиционно схемой навигационного комплекса является ИНС, принятая за базовую систему, снабженная несколькими датчиками внешней информации, алгоритмами комплексирования, управления, оценивания и прогнозирования.

Таким образом, необходимо исследовать особенности функционирования измерительных систем КЛА в различных условиях его движения и разработать алгоритмическое обеспечение, позволяющее повысить точность определения параметров КЛА, а также выбрать или синтезировать структуры систем управления, в которых будут использованы разработанные алгоритмы. Повышение точности измерительной информации алгоритмическим путем позволит использовать серийные

навигационные системы, существенно повышая их точность. На основе более точной навигационной информации появляется возможность эффективно осуществлять маневры КЛА.

В условиях отключения внешних датчиков информации коррекция базовой ИНС проводится с помощью алгоритмов прогноза погрешностей [4, 5]. При использовании априорных моделей точность коррекции, как правило, низкая. Поэтому целесообразно использовать алгоритмы построения прогнозирующих моделей [6, 7].

Структурная схема корректируемой ИНС с использованием алгоритма построения модели при отключении внешних датчиков представлена на рис. 1.

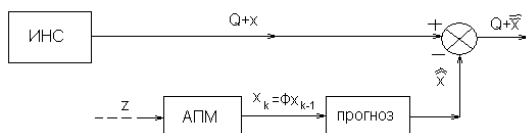


Рис. 1. Структурная схема корректируемой ИНС с использованием АПМ при отключении внешних датчиков

На рис. 1 введены следующие обозначения: Q – истинная навигационная информация, x – вектор погрешностей ИНС, z – вектор измерений, \hat{X} – вектор прогноза погрешностей ИНС, \tilde{X} – вектор ошибок оценивания.

II. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ПРОГНОЗА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ КЛА

Прогноз погрешностей измерительных систем осуществляется с помощью прогнозирующих моделей. В качестве прогнозирующей модели используют априорные модели, линейные тренды и нелинейные модели, построенные в процессе функционирования системы. Для эффективного осуществления коррекции измерительных систем КЛА в автономном режиме необходимо предвидеть изменение погрешностей в будущем. Одним из методов построения нелинейных моделей является метод самоорганизации [8, 9]. Методологической основой использования подхода самоорганизации для прогнозирования, а именно для построения моделей, является допущение о том, что исчерпывающая информация, характеризующая динамику исследуемого объекта содержится в измерениях (таблице наблюдений, выборке данных) и в ансамбле критериев селекции моделей.

Итак, подход самоорганизации позволяет построить математическую модель без априорного указания закономерностей исследуемого объекта.

Разработчик математической модели должен задать ансамбль критериев селекции (критериев самоорганизации, выбора модели), а математическая модель оптимальной сложности выбирается уже автоматически.

Процесс экстраполяции на основе самоорганизации включает:

- 1) генератор моделей-претендентов,
- 2) оценку предложенных моделей по критериям селекции,
- 3) использование выбранной модели для экстраполяции.

III. МЕТОД ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ

Уравнение погрешностей навигационных систем имеют следующий вид [1]:

$$X_k = \phi X_{k-1} + W_{k-1}, \quad (1)$$

где X_k – вектор состояния, включающий погрешности измерительной системы; ϕ – матрица системы; W_{k-1} – входное возмущение, которое предполагается дискретным аналогом белого гауссового шума, с нулевым математическим ожиданием.

Часть вектора состояния измеряется

$$Z_k = HX_k + V_k. \quad (2)$$

Здесь Z_k – вектор измерений; V_k – вектор ошибок измерения; H – матрица измерений.

Ошибки измерений также предполагаются дискретным аналогом белого гауссового шума, для которого $M[V_k] = 0$.

Ошибки измерения и входные возмущения некоррелированы: $M[V_j, W_k^T] = 0$ при любых j и k .

Вектор состояния в начальный момент времени полагаем случайным гауссовым вектором с нулевым математическим ожиданием, не зависящим от входных возмущений и ошибок измерений: $M[x_0 V_k^T] = 0$; $M[x_0 W_{k-1}^T] = 0$ для любого k .

В корректируемом режиме осуществляется комплексирование измерительных систем. В качестве внешней измерительной системы используется либо высокоточная система, например GPS/ГЛОНАСС, РСБН, РСДН, либо измерительная система, функционирующая на другом физическом принципе действия, нежели базовая корректируемая система.

Как правило, обработка информации от измерительных систем осуществляется с помощью различных алгоритмов оценивания. Модель ошибок базовой измерительной системы (1) и модель измерений (2) описываются линейными уравнениями, поэтому в качестве алгоритма оценивания может быть использован, например, линейный фильтр Калмана. С помощью фильтра Калмана или его прямых модификаций [10, 11] можно оценить вектор состояния системы оптимальным образом. Полученные оценки используются для компенсации ошибок исходной измерительной системы в выходном сигнале.

В практических приложениях часто встречаются случаи, когда внешние измерения недоступны для использования, и исходная измерительная система работает в автономном режиме. Такие ситуации возникают при невозможности использования внешних систем из-за возникновения пассивных или активных помех, функционирования объекта, несущего базовую измерительную систему, в зонах, где внешний сигнал недоступен. Например, при использовании в качестве внешней измеритель-

ной системы GPS могут возникать помехи, связанные с прохождением радиосигнала сквозь атмосферу.

Компенсация погрешностей измерительных систем в автономном режиме осуществляется с помощью алгоритмов прогноза. Погрешности в автономном режиме прогнозируются и компенсируются в выходном сигнале системы.

Для прогнозирования погрешностей измерительной системы необходимо иметь математическую модель. В качестве такой модели может быть использована априорная модель погрешностей измерительной системы. Если априорная модель погрешностей достаточно точно отражает процесс изменения погрешностей, то можно использовать ее для краткосрочного прогноза. При изменениях режима работы измерительной системы или при смене условий ее функционирования (КЛА совершает маневр) меняется характер погрешностей. Тогда необходимо идентифицировать отдельные коэффициенты модели, а часто и всю ее структуру. Известны различные методы идентификации [12, 13], позволяющие идентифицировать структуру и параметры модели.

В настоящей работе предложено осуществлять модификацию линейных трендов с помощью подхода самоорганизации, включающего оригинальный ансамбль критериев селекции. Выбор подхода самоорганизации объясняется желанием минимизировать априорную информацию об объекте исследования, а также возможностью усложнения моделей без учета ряда существенных факторов. В основе подхода самоорганизации лежит допущение о том, что вся информация о системе содержится в измерительной выборке и критериях селекции модели.

При самоорганизации прогнозирующих моделей используется случайный генератор моделей-претендентов. С помощью ансамбля критериев проводится селекция математических моделей. В дальнейшем происходит постепенное усложнение модели с оценкой ее посредством ансамбля критериев селекции.

Структура модифицированных линейных трендов имеет следующий вид:

$$x_k = x_{k-1} + c_{k-1}, \quad (3)$$

где x_k – переменная состояния динамического объекта, в конкретном случае погрешность базовой измерительной системы судна; c_{k-1} – коэффициент или функция, характеризующая крутизну тренда.

Посредством коэффициента крутизны тренда определяется тенденция происходящих изменений переменной состояния динамического объекта. Использование функции вместо коэффициента позволяет уточнить характер происходящих изменений. Функции выбираются из стандартного набора элементарных базисных функций классического алгоритма самоорганизации.

Введем некоторое множество непрерывно дифференцируемых на \mathcal{R} функций, которые далее будем называть базисными: $F = \{\mu_i(x) | i=1, \dots, N\}$. Каждой базисной функции поставим в соответствие вектор параметров. Далее обобщается случай двумерного вектора $(a, f)T$, где a представляет собой амплитуду, а f – частоту. Таким образом,

мы получим параметризованное множество базисных функций $F_p = \{a_i \mu_i(f_i(x)) | i=1, \dots, N\}$. Строго говоря, набор базисных функций должен определяться исходя из априорной информации об исследуемом физическом объекте, при отсутствии же таковой следует выбрать достаточно богатый и разнообразный базис.

Предложенный алгоритм основывается на гипотезе селекции моделей с использованием взвешенного ансамбля критериев.

Рассмотрим вспомогательную задачу, необходимую для работы алгоритма.

Посредством коэффициента крутизны тренда определяется тенденция происходящих изменений переменной состояния системы динамического объекта. Использование функций, определяемых алгоритмом МГУА, позволяет уточнить характер происходящих изменений. Функции выбираются из стандартного набора базисных функций.

Селекция модифицированных трендов проводится с помощью одного общего критерия – критерия регулярности и др.

При формировании ансамбля критериев селекции предлагается использовать качественные критерии. С помощью этих критериев появляется возможность получать модели с улучшенными характеристиками. Так, для получения компактной модели применяется критерий простоты модели, позволяющий отбирать модели с меньшим количеством базисных функций. При использовании построенных моделей в алгоритмическом обеспечении при появлении информации от внешних датчиков применяются критерии степени наблюдаемости и степени управляемости [14, 15]. Наибольшую свободу действий предоставляет ансамбль вида

$$w_i I + w_\Delta \Delta^2 + w_n n_b^2,$$

где w_α – веса соответствующих критериев; I – критерий простоты модели; Δ^2 – критерий регулярности; n_b^2 – критерий минимума смещения. Применение такого вида критерия селекции дает возможность изменять веса отдельных его составных частей в течение работы алгоритма – от уровня к уровню и производить коррекцию по ходу работы.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На рис. 2 представлены результаты краткосрочного прогноза на основе данных ГЛОНАСС. Здесь 5 – ошибка ИНС + ошибка ГЛОНАСС, 2 – прогноз с помощью линейного тренда, 3 – прогноз с помощью модифицированного тренда, 4 – прогноз с помощью алгоритма самоорганизации, 1 – прогноз с помощью алгоритма Фурье.

Краткосрочный прогноз осуществляется на основе 20 измерений.

На рис. 2 представлены результаты краткосрочного прогноза по 20 измерений.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10005).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джанджгава Г.И. и др. Навигационный комплекс с повышенными характеристиками наблюдаемости и управляемости // *Авиакосмическое приборостроение*. 2016. №6. С. 18–24.
- [2] Джанджгава Г.И. и др. Инерциальная навигационная система с высокоточной алгоритмической коррекцией // *Инженерная физика*. 2018. №5. С. 86–93.
- [3] Селезнева М. С. и др. Задача коррекции инерциальных навигационных систем с использованием самоорганизующейся прогнозирующей модели // *Технические науки – от теории к практике*. 2016. №12 (60).
- [4] Цибилова Т.Ю. Синтез алгоритма прогноза для системы управления летательным аппаратом // *Проблемы машиностроения и автоматизации*. 2006. №4. С. 52–54.
- [5] Неусьпин К.А., Фан К., Шолохов Д.О. Разработка алгоритма построения моделей с помощью метода самоорганизации для коррекции навигационных систем // *Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2010. №3.
- [6] Джанджгава Г.И. и др. Разработка алгоритма построения моделей для коррекции навигационных систем в автономном режиме // *Авиакосмическое приборостроение*. 2015. №8. С. 30–38.
- [7] Олешко Д.Н., Крислов В.А., Блажко А.А. Построение качественной обучающей выборки для прогнозирующих нейросетевых моделей // *Штучный интеллект*. 2004. №3. С. 567–573.
- [8] Неусьпин К.А., Фан К., Шолохов Д.О. Разработка алгоритма построения моделей с помощью метода самоорганизации для коррекции навигационных систем // *Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение»*. 2010. №3.
- [9] Волкова В.Н. Перспективы объединения системного, кибернетического и синергетического подходов при исследовании явления самоорганизации // *Технологическая перспектива в рамках Евразийского пространства: новые рынки и точки экономического роста*. 2019. С. 419–424.
- [10] Степанов О.А. Фильтр Калмана: история и современность // *Гироскопия и навигация*. 2010. Т. 69. № 2. С. 107–121.
- [11] Бабиченко А.В. и др. Особенности применения фильтра Калмана в задачах комплексной обработки информации // *Инженерная физика*. 2012. №12. С. 35–50.
- [12] Цибилова Т.Ю. Методы идентификации нелинейных систем управления // *Современные проблемы науки и образования*. 2015. №1–1. С. 109–109.
- [13] Бойков И.В., Кривулин Н.П. Методы идентификации динамических систем // *Программные системы: теория и приложения*. 2014. Т. 5. №5 (23).
- [14] Кай Ш., Неусьпин К. А., Пролетарский А. В. Исследование критериев степени наблюдаемости // *Материалы конференции «Информационные технологии в управлении» (ИТУ-2014)*. 2014. С. 254–260.
- [15] Селезнева М. С. Подход к определению степени управляемости с использованием свойства дуальности // *Автоматизация. Современные технологии*. 2020. Т. 74. №1. С. 42–46.

Comparison of modified Demark trend with linear trend & nonlinear function in short-time prognose

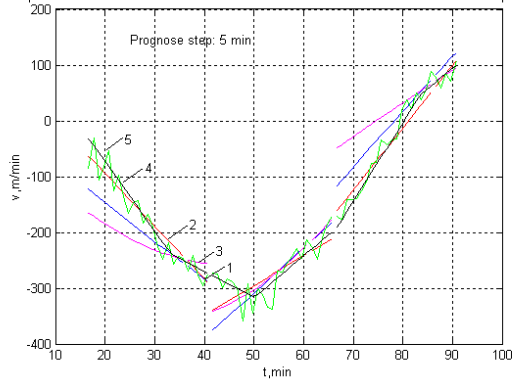


Рис. 2. Результаты краткосрочного прогноза с данными ГЛОНАСС

На рис. 3 представлены результаты среднесрочного прогноза по 50 измерениям.

Comparison of modified Demark trend with linear trend & nonlinear function in middle-time prognose

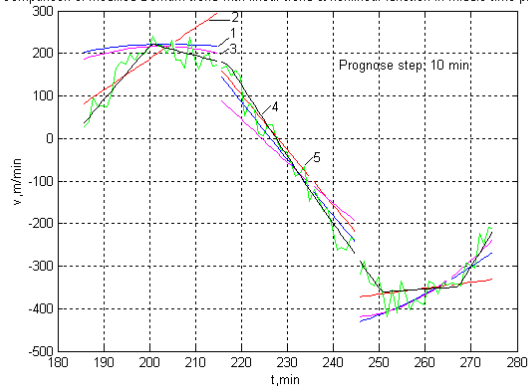


Рис. 3. Результаты среднесрочного прогноза с данными ГЛОНАСС

На рис. 4 представлены результаты долгосрочного прогноза по 100 измерениям.

Comparison of modified Demark trend with linear trend & nonlinear function in long-time prognose

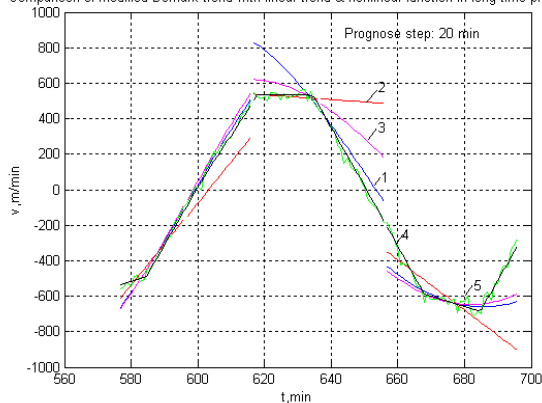


Рис. 4. Результаты долгосрочного прогноза с данными ГЛОНАСС

Формирование реализаций самосогласованных трансформант аномального гравитационного поля в локальных областях

А.В. Шолохов
Управление навигационно-
геодезических систем,
МОУ «Институт инженерной
физики»
Серпухов, Россия
e-mail sholav@mail.ru

С.Б. Беркович
Управление навигационно-
геодезических систем,
МОУ «Институт инженерной
физики»
Серпухов, Россия
e-mail naviserp5@iifmail.ru

Н.И. Котов
Управление навигационно-
геодезических систем,
МОУ «Институт инженерной
физики»
Серпухов, Россия
e-mail naviserp5@iifmail.ru

Аннотация—Предложен подход к формированию случайных реализаций трансформант аномального гравитационного поля (возмущающего потенциала, аномалии силы тяжести, уклонений отвесной линии, горизонтальных градиентов силы тяжести). В качестве моделей трансформант используются двумерные тригонометрические ряды. Рассмотрены условия достижения требуемых характеристик пространственной изменчивости реализаций и самосогласованности. Приводится пример вычисления реализаций трансформант и оценки соответствия характеристик пространственной изменчивости заданным.

Ключевые слова—аномальное гравитационное поле Земли, трансформанты, возмущающий потенциал, аномалия силы тяжести, уклонение отвесной линии, градиент силы тяжести, самосогласованная модель.

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время возрастает интерес к корреляционно-экстремальным навигационным системам, в которых карты или модели трансформант аномального гравитационного поля Земли (АГПЗ) рассматриваются в качестве корректоров местоположения объектов [1–8]. Известно, что точность определения местоположения при этом определяется в основном пространственной изменчивостью поля, точностью бортовых измерителей и соответствующих карт.

Для оценки качества решения таких задач навигации используются различные подходы, в число которых входит метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Его использование здесь предусматривает моделирование трансформант поля (аномалии силы тяжести (АСТ), уклонений отвесной линии (УОЛ), вторых производных возмущающего потенциала). Согласно методу Монте-Карло, необходимо некоторое число реализаций трансформант, причем все реализации должны иметь заданные характеристики пространственной изменчивости – среднеквадратичное отклонение и радиус корреляции. Разные трансформанты АГПЗ, указанные выше, дополнительно должны иметь соответствующие характеристики взаимной корреляции [9, 10]. Это вытекает из объективной физической взаимосвязи различных трансформант АГПЗ [11].

Реализации отдельных трансформант АГПЗ как случайных полей двух координат часто получают с помощью формирующих фильтров [3–6, 9, 12]. Однако примеры использования подобных двумерных фильтров для

получения реализаций разных трансформант АГПЗ с заданными характеристиками взаимной корреляции авторам не встречались. Кроме этого, при синтезе формирующих фильтров используется предположение о дробно-рациональном виде соответствующей спектральной плотности, что несколько ограничивает выбор модели случайного поля.

В докладе рассматривается решение задачи синтеза модели АГПЗ в виде набора случайных реализаций самосогласованных трансформант с требуемыми характеристиками пространственной изменчивости на заданном локальном участке местности.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ САМОСОГЛАСОВАННЫХ ТРАНСФОРМАНТ АНОМАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Предположим, что моделируемое АГПЗ является однородным и изотропным. В качестве исходной модели используем ковариационную функцию (КФ) возмущающего потенциала АГПЗ. Ее вид и значения параметров должны удовлетворять известным ограничениям [9]. В задачах статистической обработки гравиметрической информации часто используются КФ Джордана [10] 3-го порядка, если АГПЗ характеризуется высокой пространственной изменчивостью в локальной области, или модель 4-го порядка – при описании более «спокойных» полей [14]. Для простоты используем КФ модели Джордана (аналогичные соотношения для модели 4-го порядка приведены в [15]), которую запишем в виде

$$K_T(\Delta x, \Delta y) = \frac{3}{2} \sigma_g^2 d^2 e^{-\rho} \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{3} \right), \quad (1)$$

где σ_g и d – заданные среднеквадратичное отклонение и параметр корреляции случайного поля АСТ, $\rho = \frac{1}{d} \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ – нормированное расстояние между двумя произвольными точками, разности координат которых Δx и Δy .

Задача состоит в том, чтобы на плоской поверхности сформировать случайные реализации трансформант АГПЗ как функции северной x и восточной y координат в локальной области $x_S \leq x \leq x_N$, $y_W \leq y \leq y_E$. В состав

трансформант входят: АСТ g , УОЛ в плоскостях меридиана ξ и первого вертикала η , горизонтальные градиенты g_x, g_y , АСТ по осям x и y . При этом КФ и взаимноковариационные функции (ВКФ) реализаций всех трансформант должны быть самосогласованными и удовлетворять исходной формуле (1).

Обосновать выбор значений параметров σ_g и d в (1) на практике непросто. Их оценки могут быть найдены, например, по измерительным данным АСТ, а также с учетом известной связи между КФ и ВКФ различных трансформант в самосогласованных моделях АГПЗ [14]. Размеры локальной области (x_S, x_N, y_W, y_E) ограничены возможностями моделирования АГПЗ с требуемой точностью на плоскости, а не сфере.

III. ФОРМИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ НА ОСНОВЕ ДВУМЕРНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

Моделями самосогласованных трансформант АГПЗ являются двумерные тригонометрические ряды, в которых n и m – максимальные номера гармоник по осям x и y соответственно. Это обосновано тем, что гармонические функции являются решениями уравнения Лапласа для потенциала объемных масс [11, 12]. Указанные ряды позволяют рассчитывать значение любой трансформанты по координатам x_k, y_k произвольной k -й точки внутри локальной области. Задав такие точки на некоторой траектории или в узлах сетки, можно легко формировать требуемые одномерные или двумерные случайные реализации.

Аргументы $X_{i,j}^k, Y_{i,j}^k$ функций двумерного тригонометрического ряда рассчитываются по координатам x_k, y_k произвольно заданной точки, номерам гармоник $0 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq m$ и также учитывают масштабирование моделируемой локальной области (x_S, x_N, y_W, y_E) по области существования системы ортогональных функций $[-\pi, \pi]$.

Множители при тригонометрических функциях (амплитуды гармоник) являются случайными величинами. Их получают путем умножения взаимно независимых нормально распределенных псевдослучайных чисел $r_{i,j}^c, r_{i,j}^s, r_{i,j}^{cs}$ на соответствующие коэффициенты трансформант. Эти коэффициенты $C_{i,j}^g, C_{i,j}^\xi, \dots, C_{i,j}^{gy}$ находятся посредством канонического разложения КФ трансформант (АСТ g , УОЛ ξ, \dots горизонтального градиента АСТ g_y) в двумерные ряды Фурье. При предположении, что моделируемое АГПЗ является однородным и изотропным, используется преобразование Ганкеля, позволяющее заметно упростить нахождение коэффициентов трансформант [16].

Важно заметить, что набор псевдослучайных чисел $r_{i,j}^c, r_{i,j}^s, r_{i,j}^{cs}$ един для всех случайных реализаций трансформант. Это является необходимым условием достижения самосогласованности трансформант АГПЗ. Требуемые характеристики пространственной изменчивости всех реализаций обеспечиваются коэффициентами $C_{i,j}^g, C_{i,j}^\xi, \dots, C_{i,j}^{gy}$, которые определяются согласно исходной КФ (1). Схема вычисления значений трансформант в произвольной k -й точке приведена на рис. 1.



Рис. 1. Схема вычисления значений трансформант в одной точке

Для указанных выше моделей АГПЗ КФ и ВКФ трансформант можно найти в [14]. Соответствующие им формулы, с помощью которых находятся коэффициенты $C_{i,j}^g, C_{i,j}^\xi, \dots, C_{i,j}^{gy}$ для КФ (1), имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} (C_{i,j}^T)^2 &= \iint K_T(x,y) \cos(X_{i,j}) \cos(Y_{i,j}) dx dy = \\ &= 2\pi \int_0 K_T(\rho) \rho J_0(\Omega\rho) d\rho = \frac{3}{2} \sigma_T^2 d^2 \frac{10\pi d^2}{[1+d^2\Omega^2]^{7/2}}, \\ C_{i,j}^g &= C_{i,j}^T \Omega, \\ C_{i,j}^\xi &= \frac{1}{\gamma} C_{i,j}^T i\omega_x, C_{i,j}^\eta = \frac{1}{\gamma} C_{i,j}^T j\omega_y, \\ C_{i,j}^{gx} &= C_{i,j}^T \Omega i\omega_x, C_{i,j}^{gy} = C_{i,j}^T \Omega j\omega_y, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где пределы в интегралах предполагаются бесконечными, $\Omega^2 = (i\omega_x)^2 + (j\omega_y)^2$, ω_x и ω_y – частоты, значения которых соответствуют границам x_S, x_N, y_W, y_E локальной области, J_0 – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, γ – нормальное значение ускорения силы тяжести. Аналогичные расчитанные формулы для модели АГПЗ 4-го порядка приведены в развернутом виде в [15]. В общем случае легко записать формулы, аналогичные (2), представляющие собой линейные комбинации соответствующих формул моделей 3-го и 4-го порядков. Это обеспечит «плавный» переход от модели АГПЗ высокой пространственной изменчивости к модели «спокойного» поля в заданной локальной области.

Необходимое число членов n и m отрезка ряда Фурье может быть определено на основе равенства

$$\varepsilon_T = 1 - \frac{1}{\sigma_T^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{i,j}^T)^2, \quad (3)$$

где ε_T – относительные потери в точности моделирования возмущающего потенциала АГПЗ. Аналогичные показатели точности легко определить и для рассматриваемых трансформант. Формула (3) также позволяет частично компенсировать потери в точности в случае заданных n и m путем нормирования значений $C_{i,j}^g, C_{i,j}^{\xi} \dots C_{i,j}^{gy}$, например, с помощью следующей замены:

$$C_{i,j}^g \leftarrow C_{i,j}^g / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (C_{i,j}^g)^2.$$

Формируемые таким образом случайные реализации трансформант АГПЗ являются самосогласованными, имеют среднеквадратичные отклонения, ковариации и пространственные радиусы корреляции в соответствии с заданным видом и параметрами исходной КФ (1).

IV. ЧИСЛОВЫЕ ПРИМЕРЫ СЛУЧАЙНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ ТРАНСФОРМАНТ И ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ ИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАДАНЫМ

Расчетные примеры моделирования случайных самосогласованных реализаций некоторых трансформант АГПЗ приведены на рис. 2–4. Размеры локальной области составляют 100×100 км. Изоаномалы проведены через 2 мГал, 1" и через 0,2 Э соответственно.

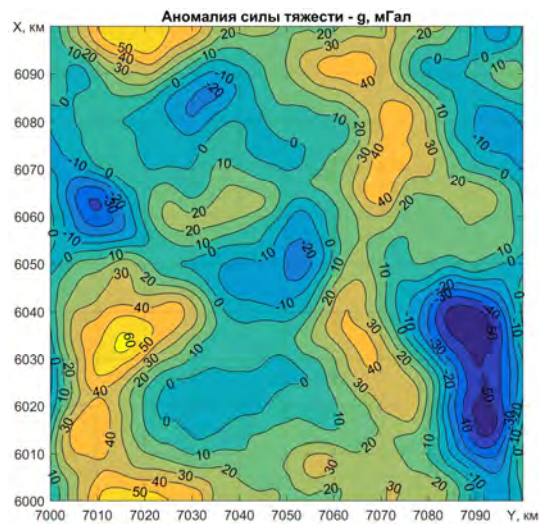


Рис. 2. Пример случайной реализации АСТ

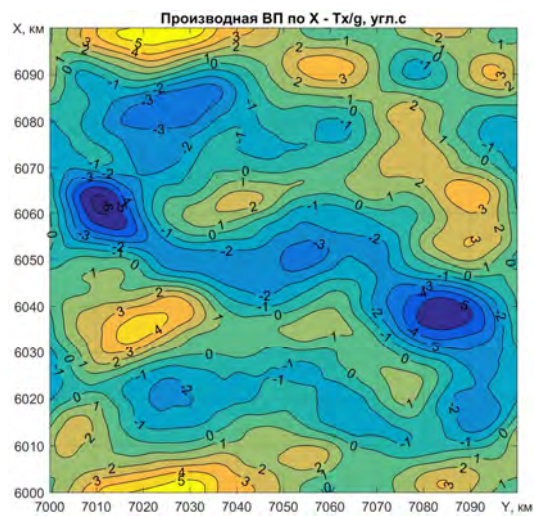


Рис. 3. Пример случайной реализации УОЛ в плоскости меридиана

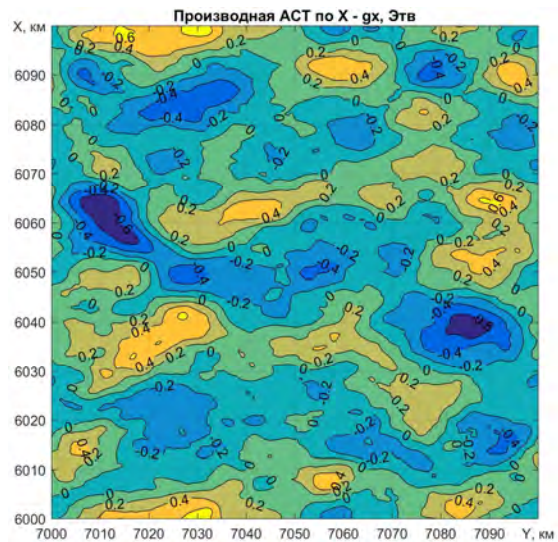


Рис. 4. Пример случайной реализации составляющей g_x горизонтального градиента АСТ

Пространственный радиус корреляции случайного поля АСТ принят равным 8 км [11], среднеквадратичное отклонение – 20 мГал. При шаге сетки 500 м и числе гармоник тригонометрического ряда $n = m = 100$ точность моделирования любой трансформанты, определяемая (3), не хуже 99,5% для исходной КФ (1). При других исходных данных реализации трансформант могут быть получены с помощью доступной программы [15].

Соответствие статистических характеристик случайных реализаций заданным и свойство самосогласованности подтверждают графики КФ (рис. 5) и ВКФ (рис. 6). Утолщенные линии рассчитаны для аналитических КФ и ВКФ, тонкие линии – для случайных реализаций соответствующих трансформант (АСТ, УОЛ в плоскости меридиана и производная АСТ по оси x). По случайным реализациям графики получены путем осреднения КФ и ВКФ, построенных для 402 прямолинейных сечений, проходящих через все узлы сетки параллельно осям x и y . На всех рисунках прослеживаются также выполнение соотношений между дисперсиями [14], присущих самосогласованным моделям АГПЗ.

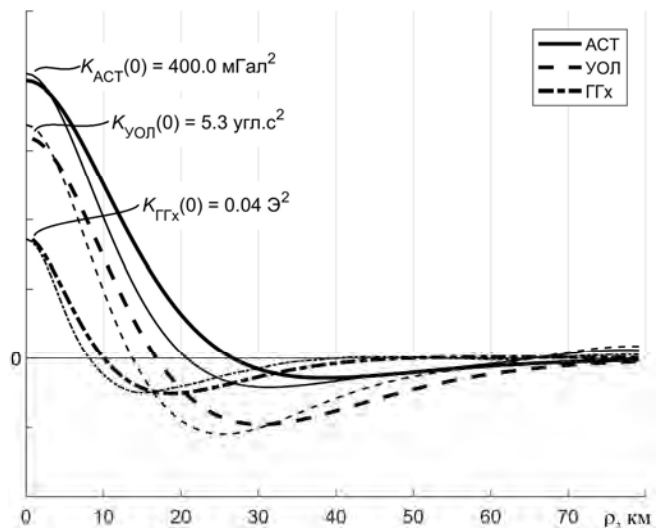


Рис. 5. Графики КФ АСТ, УОЛ в плоскости меридиана и производная АСТ по оси x

ЛИТЕРАТУРА

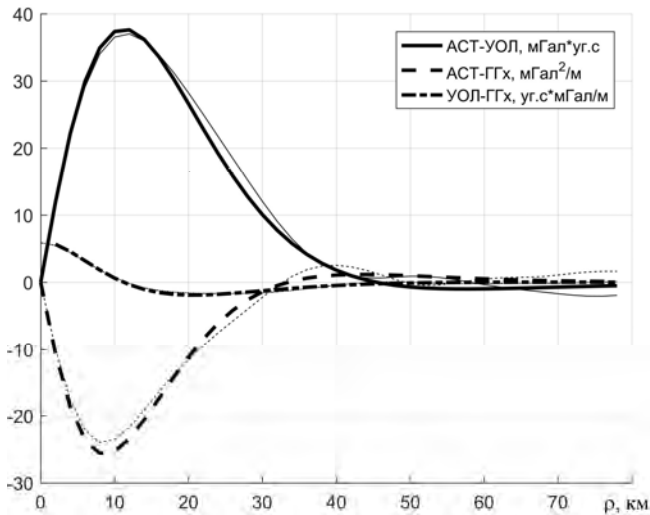


Рис. 6. Графики ВКФ: АСТ и УОЛ в плоскости меридиана, АСТ и ее производная по оси x , УОЛ в плоскости меридиана и производная АСТ по оси x

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен подход, позволяющий формировать случайные реализации трансформант аномального гравитационного поля (возмущающего потенциала, аномалии силы тяжести, уклонений отвесной линии, горизонтальных градиентов силы тяжести) в заданной локальной области на горизонтальной плоскости.

Получаемые реализации не являются статистически взаимно независимыми случайными полями плоских координат. Напротив, они считаются самосогласованными, поскольку одновременно все удовлетворяют уравнению Лапласа для потенциала объемных масс.

Требуемые характеристики пространственной изменчивости трансформант достигаются путем задания вида и параметров ковариационной функции возмущающего потенциала поля (среднеквадратичного отклонения и радиуса корреляции) или однозначно связанных с ней ковариационных функций трансформант.

В основу решения задачи положено каноническое разложение ковариационных функций возмущающего потенциала и трансформант по тригонометрическим функциям двух аргументов, соответствующим плоским координатам в локальной области.

Соответствие модельных характеристик пространственной изменчивости поля заданным проиллюстрировано примером расчета случайных реализаций на плоскости и построения функций ковариации для разных самосогласованных трансформант.

- [1] Степанов О.А., Носов А.С., Торопов А.Б. О классификации алгоритмов решения задачи навигации по геофизическим полям // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов, СПб: ЦНИИ Электроприбор, 2020. С. 326–336.
- [2] Каршаков Е.В., Павлов Б.В., Тхоренко М.Ю., Папуша И.А. Перспективные системы навигации летательных аппаратов по физическим полям: градиент стационарного магнитного поля, градиент гравитационного поля, переменное магнитное поле // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов, СПб: изд-во ЦНИИ Электроприбор, 2020. С. 316–325.
- [3] Навигация по гравитационному и магнитному полям Земли. Новые технологии. Тезисы докладов II научно-технической конференции. Менделеево, Московская обл., 29–31 октября 2019 г. 144 с.
- [4] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 3. С. 102–125.
- [5] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч.2. Современные тенденции развития // Гироскопия и навигация. 2015. № 4. С. 147–159.
- [6] Джанджгава Г. И., Августов Л. И. Навигация по геополям: научно-методические материалы в помощь разработчикам систем автономной навигации с использованием данных о геофизических полях. – М.: Научтехлитиздат, 2018. – 293 с.
- [7] Дунаевская К.В., Киселев Л.В., Костоусов В.Б. Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по картам геофизических полей // Гироскопия и навигация. 2021. № 1. С. 52–69.
- [8] Каршаков, Е.В., Павлов, Б.В., Тхоренко, М.Ю., Папуша, И.А. Перспективные системы навигации летательных аппаратов с использованием измерений потенциальных физических полей // Гироскопия и навигация. 2021. № 1. С. 32–51.
- [9] Дмитриев С.П. Высокоточная морская навигация. СПб.: Судостроение, 1991. – 220 с.
- [10] Jordan, S.K., Self-consistent statistical models for gravity anomaly and undulation of the geoid, Journal of Geophysical Research, 1972, vol. 77, №. 20, pp. 2156–2202.
- [11] Гофман-Велленгоф Б., Мориц Г. Физическая геодезия: перевод с английского Ю.М. Неймана, Л.С. Сугаиповой / Под редакцией Ю.М. Неймана. М.: Изд-во МИИГАиК, 2007. 426 с.
- [12] Канушин В.Ф., Ганагина И.Г., Голдобин Д.Н. Моделирование высот квазигеоида на локальных участках земной поверхности по результатам разложения в обобщенный ряд Фурье // Гироскопия и навигация. 2020. № 4. С. 82–94.
- [13] Müller, S., Schüler, L., GSTools: Reverberating Red. Zenodo, 2019. URL: <https://zenodo.org/record/3468230#.YG8eXB8zaUk> (дата обращения: 08.04.2021).
- [14] Левицкая З.Н. Статистические модели аномальных характеристик гравитационного поля Земли, Гравиметрические исследования на море. 1988. С. 26–47.
- [15] Программа для ЭВМ 2019615528 Российская Федерация. Программа по формированию реализаций самосогласованных составляющих аномального гравитационного поля Земли / Шолохов А.В., Белоножко М.Г.; приор. 22.04.19; патентообладатель ФГКВОУ ВО ВА РВСН им. Петра Великого МО РФ; опубл. 26.04.19, Бюл. № 5. URL: <https://github.com/SholokhovAV/RandomGravitySampler> (дата обращения: 13.04.2021).
- [16] Прудников А.П. Интегралы и ряды. В 3. Т.2 Специальные функции. 2-е изд., исправ. М.: Физматлит, 2003. 664 с.

Способ комплексирования измерительных систем космического беспилотного летательного аппарата

М.С. Селезнева
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

К.А. Неусыпин
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

Фам Суан Чыонг
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
truongpx@mta.edu.vn

Аннотация—В настоящей работе предложены простые критерии выбора рабочего контура навигационных комплексов в процессе полета космических беспилотных летательных аппаратов в меняющейся помеховой обстановке. В рамках заданной системы управления и с учетом логики ее работы построена система маршрутной коррекции, обеспечивающую приведение беспилотного летательного аппарата в заданную область пространства с требуемыми точностями. Предложены критерии выбора рабочего контура навигационного комплекса в процессе полета беспилотного летательного аппарата, основанный на анализе оценок дисперсий измерительного и приведенного измерительного шумов. Проведено моделирование тестовой математической модели ошибок ИНС с различными внешними источниками информации, а также моделирование по данным лабораторного эксперимента. Анализ результатов моделирования показал, что разработанные алгоритмические способы позволяют повысить эффективность навигационных комплексов беспилотного летательного аппарата при его функционировании в различной помеховой обстановке.

Ключевые слова—беспилотный летательный аппарат, инерциальная навигационная система, маршрутная коррекция, алгоритмы повышения точности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Решение задач мониторинга больших пространств и поверхностей Земли и океана, доставки полезной нагрузки в заданную точку и другие сложные задачи осуществляется с помощью высокоточных беспилотных летательных аппаратов (БЛА). БЛА исследуемого класса осуществляют полеты в атмосфере на высотах до 25 тыс. км, а также предусмотрена фаза полета по рельефу местности. Управление такими БЛА является наиболее сложным из-за высоких требований к точности управления. Системы управления ЛА вырабатывают сигналы управления на основе измерительной информации от различных навигационных систем. Навигационные системы имеют погрешности и для повышения точности навигационных определений их объединяют в навигационные комплексы (НК). Как правило, базовой системой в НК является инерциальная навигационная система (ИНС), а в качестве внешней по отношению к ИНС системы используют: спутниковые навигационные системы (GPS, ГЛОНАСС), разнообразные радиолокационные системы (РЛС), астросистемы и др. [1, 2, 3]

Измерительные сигналы этих систем имеют погрешности, обусловленные конструктивными особенностями и условиями функционирования БЛА, в частности пас-

сивными помехами. Наиболее распространенная схема алгоритмической коррекции навигационных систем и НК предусматривает совместную обработку сигналов от ИНС и внешнего датчика с помощью алгоритма оценивания (АО).

Алгоритмическое обеспечение высокоточных НК включает нелинейные алгоритмы оценивания, в частности нелинейный фильтр Калмана (НФК), адаптивные модификации НФК [4, 5] позволяют получить высокую точность навигационных определений выбранного состава НК. Однако при отсутствии достоверной информации о модели оцениваемого процесса точность НФК существенно снижается, поэтому применяются адаптивные модификации линейного ФК. Дальнейшее повышение точности НК с адаптивным ФК возможно путем выбора наилучшего состава НК в зависимости от режима полета и помеховой обстановки, что обеспечит максимально точное определение навигационных параметров БЛА.

Управление БЛА осуществляется с помощью системы маршрутной коррекции. При разработке системы маршрутной коррекции БЛА обычно используют контурные алгоритмы ввиду их высокой надежности и инвариантности к суточной и сезонной изменчивости. Примером такого алгоритма может служить алгоритм селекции, основанный на силуэтном методе Савельева–Козко. Причинами использования данного метода являются: простота реализации; детальная проработка; достаточный уровень достоверности результата, т.е. высокая точность селекции. Точность системы маршрутной коррекции зависит от достоверности сигналов НК.

II. КРИТЕРИИ ВЫБОРА РАБОЧЕГО КОНТУРА НАВИГАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА

В практических приложениях при функционировании НК БЛА априорная информация о ковариационных матрицах входного и измерительного шумов достоверно неизвестна. Поэтому для оценивания погрешностей ИНС применяется адаптивный алгоритм [6, 7].

Для определения рабочего контура НК необходимо сформировать специальный критерий. Разработан критерий определения рабочего контура НК на основе скалярного подхода [8, 9], который позволяет использовать алгоритмы в виде формул с переменными коэффициентами. Такой подход позволяет определять аналитическое выражение и формулу с переменными коэффициентами для неизвестной компоненты вектора состояния.

Уравнение состояния системы может быть представлено в дискретном времени [10, 11]

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (1)$$

и уравнение измерения

$$z_k = Hx_k + v_k. \quad (2)$$

Вектор состояния в $(n+1)$ -й момент времени выражается через состояние системы в первый момент времени x_1 :

$$x_{n+1} = A^n x_1 + A^{n-1} B u_1 + A^{n-2} B u_2 + \dots + B u_n + A^{n-1} w_1 + A^{n-2} w_2 + \dots + w_n = A^n x_1 + \sum_{j=1}^n A^{j-1} B u_{n+1-j} + \sum_{j=1}^n A^{j-1} w_{n+1-j}. \quad (3)$$

Представим уравнение (3) в поэлементной форме:

$$\begin{bmatrix} x_{n+1}^1 \\ x_{n+1}^2 \\ \dots \\ x_{n+1}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \\ \dots \\ x_1^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_1^2 \\ \dots \\ u_1^n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1^1 \\ w_1^2 \\ \dots \\ w_1^n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\text{где } \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = A^n; \quad \begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_1^2 \\ \dots \\ u_1^n \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n A^{j-1} B u_{n+1-j};$$

$$\begin{bmatrix} w_1^1 \\ w_1^2 \\ \dots \\ w_1^n \end{bmatrix} = \sum_{j=1}^n A^{j-1} w_{n+1-j},$$

и i -я компонента вектора состояния определяется

$$x_{n+1}^i = a_{ii} x_1^i + a_{i1} x_1^1 + a_{i2} x_1^2 + \dots + a_{in} x_1^n + u_1^i + w_1^i. \quad (5)$$

В этом уравнении содержится все компоненты вектора состояния. Для их определения можно использовать уравнение

$$x_{n+1}^i = a_{ii} x_1^i + (a_{i1} z_1^{*1} + a_{i2} z_1^{*2} + \dots + a_{in} z_1^{*n}) + (a_{i1} v_1^{*1} + a_{i2} v_1^{*2} + \dots + a_{in} v_1^{*n}) + u_1^i + w_1^i, \quad (6)$$

$$\text{где } z_1^* = \begin{bmatrix} z_1^{*1} \\ z_1^{*2} \\ \dots \\ z_1^{*n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ \dots \\ HA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix};$$

$$v_1^* = \begin{bmatrix} v_1^{*1} \\ v_1^{*2} \\ \dots \\ v_1^{*n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H \\ HA \\ \dots \\ HA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ Hw_1 + v_2 \\ \dots \\ HA^{n-2} w_1 + \dots + Hw_1 + v_n \end{bmatrix}.$$

Введем новые обозначения:

$$s_1^i = a_{i1} z_1^{*1} + a_{i2} z_1^{*2} + \dots + a_{in} z_1^{*n},$$

$$w_1^{*i} = a_{i1} v_1^{*1} + a_{i2} v_1^{*2} + \dots + a_{in} v_1^{*n} + w_1^i. \quad (7)$$

Уравнение (6) можно переписать:

$$x_{n+1}^i = a_{ii} x_1^i + s_1^i + u_1^i + w_1^{*i}. \quad (8)$$

При этом уравнение состояния системы имеет вид:

$$x_{nk+1}^i = a_{ii} x_{n(k-1)+1}^i + s_k^i + u_{n(k-1)+1}^i + w_k^{*i}, \quad (9)$$

где $s_k^i = a_{i1} \hat{x}_{n(k-1)+1}^1 + a_{i2} \hat{x}_{n(k-1)+1}^2 + \dots + a_{in} \hat{x}_{n(k-1)+1}^n$, и оптимальная оценка переменной x_{nk+1}^i в моменты времени $k = 1, 2, \dots$ примет вид:

$$\hat{x}_{nk+1}^i = a_{ii} \hat{x}_{n(k-1)+1}^i + s_k^i + u_{n(k-1)+1}^i + k_k^i (z_{k+1}^{*i} - a_{ii} \hat{x}_{n(k-1)+1}^i - s_k^i - u_{n(k-1)+1}^i) \quad (10)$$

Коэффициент усиления k_k^i и дисперсия ошибок оценивания соответственно определяются выражениями

$$k_k^i = \frac{P_{k,k-1}^i}{P_{k,k-1}^i + r_k^i},$$

$$P_{k,k-1}^i = a_{ii}^2 (1 - k_{k-1}^i) P_{k-1,k-2}^i + q_{k-1}^i. \quad (11)$$

В случае если неизвестна дисперсия измерительного шума, можно модифицировать уравнение для коэффициента усиления следующим образом

$$k_k^i = \frac{P_{k,k-1}^i}{P_{k,k-1}^i + \hat{r}_k^i}, \quad (12)$$

где оценка дисперсии измерительного шума определяется на основе уравнения для случая оценивания в скалярном виде

$$\hat{r}_k^i = M \left[(\hat{g}_k^i)^2 \right] - P_{k,k-1}^i. \quad (13)$$

Вычисленные таким образом оценки дисперсии измерительного шума используются в критерии выбора рабочего контура НК. Критерий реализован в БФИ на рис. 1.

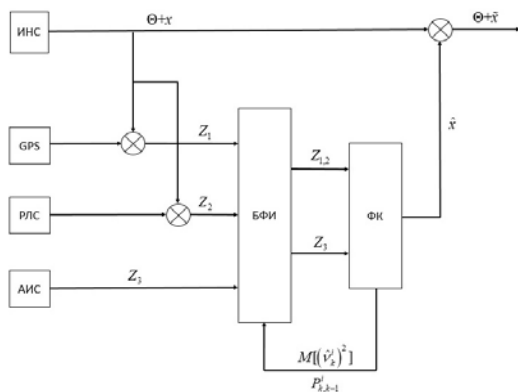


Рис. 1. Структура навигационного комплекса высокоточного беспилотного летательного аппарата

Сравниваются оценки дисперсии измерительного шума для структуры НК, включающего ИНС и GPS, с оценкой дисперсии измерительного шума структуры ИНС с РЛС. По минимальному значению оценки выбирается рабочий контур НК.

$$\hat{r}_k^i \geq \hat{r}_k^j \quad (14)$$

где $i \neq j$; i -й рабочий контур НК; j -й рабочий контур НК.

Второй вариант критерия выбора рабочего контура НК БЛА заключается в сравнении оценок дисперсий приведенных измерительных шумов. В этом случае критерий имеет следующий вид:

$$\hat{r}_k^{i*} \geq \hat{r}_k^{j*} \quad (15)$$

Критерий сравнения оценок дисперсий приведенного шума позволяет выбрать рабочий контур НК с помощью которого можно получить наилучшие оценки погрешностей ИНС посредством адаптивного АО.

Погрешности ИНС в определении местоположения, полученные в ходе лабораторного эксперимента, необходимо сравнить с расчетными ошибками в определении широты и долготы, которые вычислены с помощью АО.

Значения долготы, полученные в процессе эксперимента и ее оценки приведены на рис. 2.

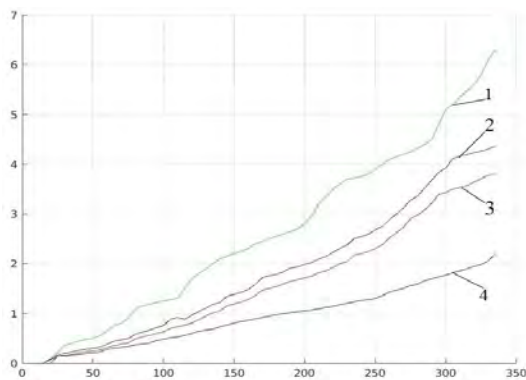


Рис. 2. Долгота и ее оценки

На рис. 2: 1 – реальные значения долготы, полученные в процессе эксперимента с реальной ИНС; 2 – оценка

долготы, полученная с помощью АИНС; 3 – оценка долготы, полученная с помощью ИНС+ГЛОНАСС; 4 – оценка долготы, полученная с помощью ИНС+РЛС.

Точность коррекции НК с помощью линейного адаптивного АО приведены в таблице.

Табл. 1. Точность коррекции НК с помощью различных алгоритмов оценивания

Состав НК	Точность коррекции (%)	Точность коррекции при увеличенном уровне помех	Точность коррекции при аномальных помехах
ИНС+РЛС	70%	67%	64%
ИНС СНС	75%	72%	66%
АИНС	80%	75%	–
ИНС+СНС+АИС	88%	74%	66%
НК с критерием выбора состава	89%	74%	66%

Представленный способ выбора состава НК продемонстрировал высокую эффективность.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10005)

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Джанджгава Г.И. и др. Навигационный комплекс с повышенными характеристиками наблюдаемости и управляемости // Авиакосмическое приборостроение. 2016. № 6. С. 18–24.
- [2] Джанджгава Г.И. и др. Инерциальная навигационная система с высокоточной алгоритмической коррекцией // Инженерная физика. 2018. №5. С. 86–93.
- [3] Селезнева М.С. и др. Задача коррекции инерциальных навигационных систем с использованием самоорганизующейся прогнозирующей модели // Технические науки – от теории к практике. 2016. № 12 (60).
- [4] Hostetler, L., Andreas, R., Nonlinear Kalman filtering techniques for terrain-aided navigation, IEEE Transactions on Automatic Control, 1983, vol. 28, no. 3, pp. 315–323.
- [5] Julier, S.J., Uhlmann, J.K., New extension of the Kalman filter to nonlinear systems, Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI, International Society for Optics and Photonics, 1997, vol. 3068, pp. 182–193.
- [6] Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Адаптивные алгоритмы оценивания (сходимость, оптимальность, стабильность) // Автоматика и телемеханика. 1979. №3. С. 71–84.
- [7] Цибизова Т.Ю., Шэнь К., Неусыпин К.А. Исследование алгоритмов оценивания в задаче коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Фундаментальные исследования. 2015. Т. 2. №6.
- [8] Шэнь К., Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Исследование алгоритмов коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Приборостроение». 2016. №2 (107).
- [9] Цибизова Т.Ю., Тхай Н.Д. Алгоритмические способы коррекции навигационных систем в выходном сигнале // Вестник евразийской науки. 2015. Т. 7. №3 (28).
- [10] Селезнева М.С. и др. Алгоритмы обработки информации навигационных систем и комплексов летательных аппаратов. 2018. 254 с.
- [11] Неусыпин К.А., Пролетарский А.В., Цибизова Т.Ю. Системы управления летательными аппаратами и алгоритмы обработки информации. 2006.

Алгоритм определения пространственной ориентации некооперируемого космического объекта по результатам обработки последовательности стереоизображений

С.П. Симаков

Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П.Королева
Самара, Россия
sp.simakov63@gmail.com

И.В. Белоконов

Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П.Королева
Самара, Россия
ibelokonov@mail.ru

Аннотация—В исследовании рассматривается задача определения характеристик движения космического мусора с помощью наноспутника, снабженного видеоаппаратурой, позволяющей делать стереоизображения. Предложен оригинальный алгоритм определения пространственной ориентации космического мусора по паре одномоментных стереоизображений, использующий метод случайных выборок триангулированных точек для связки двух последовательно сделанных стереоизображений. Методом статистических испытаний проведен вероятностный анализ эффективности использования предложенного алгоритма. Приведены результаты решения модельной задачи сближения наноспутника с космическим мусором и рекомендации по настройке алгоритма и выбора программы проведения измерений.

Ключевые слова—космический мусор, некооперируемый объект, наноспутник, стереоизображения, метод дифференциальной эволюции.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема борьбы с засоренностью околоземного космического пространства приобретает все большую актуальность. В настоящее время обсуждается несколько миссий, направленных на удаление с орбиты крупногабаритных фрагментов орбитальных ступеней ракет и космических аппаратов. Во всех таких миссиях предполагается сближение с космическим мусором, который является некооперируемым объектом, и предварительное изучение характера его движения. Ключевым этапом при этом является определение пространственной ориентации космического мусора относительно космического аппарата инспектора. Наиболее перспективными в данном случае являются методы обработки оптических изображений как с использованием одной оптической камеры [1], так и методы стереофотограмметрии, предполагающие получение характеристик объектов по обработке стереоизображений, полученных с пары камер. Одним из таких примеров является работа [2], в которой приводится описание методики относительной навигации аппарата-инспектора, относительно объекта наблюдения. Параметры движения при этом находятся при помощи обработки последовательности стереоизображений, выполняемой в два этапа. Особенностью данной работы является также использование моделей динамики для прогнозирования параметров движения в случаях, при которых поступление новых измерений отсутствует.

В работе [3] авторами рассматривается использование итеративного метода ближайших точек для нахождения параметров движения аппарата-инспектора относительно объекта наблюдения по результатам обработки стереоизображений.

Однако существенным недостатком таких методов являются их вычислительная сложность и отсутствие однозначности полученных по фотографии решений.

В настоящее время все чаще изучаются возможности использования в подобных миссиях наноспутников класса CubeSat, которые отличаются дешевизной за счет высокой степени унификации и стандартизации бортовых систем, а также коротким сроком создания. При этом малые размеры таких аппаратов накладывают существенные ограничения на используемые средства наблюдения и на вычислительную сложность алгоритмов, так как задача должна решаться на борту наноспутника.

В работе решается задача определения характеристик движения космического мусора с помощью наноспутника, снабженного видеоаппаратурой, позволяющей делать стереоизображения. Предложен оригинальный алгоритм определения пространственной ориентации космического мусора в системе координат, связанной со спутником-инспектором, базирующийся на принципах триангуляции и использующий пару последовательно проведенных одномоментных стереоизображений.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

A. Используемые системы координат

В работе использованы следующие системы координат.

1) Связанная система координат наноспутника (ССК) O_cXYZ с началом в центре масс объекта. Ось O_cX направлена вдоль продольной оси объекта. Ось O_cY располагается в плоскости симметрии, совпадающей с плоскостью траектории, и направлена вверх. Ось O_cZ дополняет систему координат до правой.

2) Система координат, связанная с оптическим сенсором левой камеры стереопары (СКС), установленной на наноспутнике, $Oxyz$ с началом в оптическом центре камеры. Ось Ox направлена параллельно оптической оси. Оси Oy и Oz формируют проецирующую плоскость Oyz .

В. Допущения и ограничения

Рассматриваются следующие допущения, накладывающие ограничения на динамику движения наноспутника и космического мусора.

1) *Параметры движения наноспутника в абсолютной геоцентрической системе координат заранее известны и в рамках текущей работы не рассматриваются.*

2) *Движение наноспутника происходит по околокруговой орбите.*

3) *При относительном движении наноспутника и космического мусора не учитываются поправки, вносимые несферичностью центрального поля притяжения Земли, а также возмущения, вносимые влиянием атмосферы Земли.*

4) *Угловые скорости вращения космического мусора предполагаются постоянными и малыми.*

Следует также выделить допущения, влияющие на процесс обработки оптических изображений:

5) *На наноспутнике установлены две оптические камеры, составляющие стереопару, жестко закрепленные на одном из его торцов. Оптическая ось камер параллельна оси Ox .*

6) *Угловое положение установки камер друг относительно друга A^* , а также расстояние между оптическими центрами камер T^* заранее известны.*

7) *Этап триангуляции оптических изображений в трехмерные координаты в данной работе не рассматривается. Предполагается, что данный этап выполняется посредством модуля OpenCV [4].*

8) *В работе не учитываются факторы, влияющие на качество изображений, поступающих со стереокамеры.*

9) *Предполагается, что космический мусор находится в поле зрения камеры на протяжении всего процесса получения изображений.*

С. Математическая формулировка задачи

Формулируется задача поиска вектора переменных, описывающих угловое и линейное смещение СКС наноспутника между двумя последовательными моментами времени t и $t+1$.

Вектор состояния системы переменных имеет вид:

$$\mathbf{x} = [\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{r}_c], \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]^T$ – вектор модифицированных параметров Родрига [5], описывающий угловой поворот СКС из момента времени t в момент $t+1$; $\mathbf{r}_c = [x_c, y_c, z_c]$ – вектор перемещения СКС из момента времени t в момент $t+1$.

Использование модифицированных параметров Родрига в рассматриваемой задаче позволяет снизить ее вычислительную сложность.

Модель измерений, используемая в работе, является классической для задач обработки измерений с оптических сенсоров [6], а преобразование координат в компоненты, составляющие единичный вектор, используется в работе [7].

В момент времени t выделяется некоторое количество особых точек в СКС, координаты которых могут быть выражены в векторном виде как $\mathbf{r}_1^i = [x_{1i}, y_{1i}, z_{1i}]^T$. Для момента времени $t+1$ набор этих точек в той же системе координат СКС будет выражаться как $\mathbf{r}_2^i = [x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}]^T$.

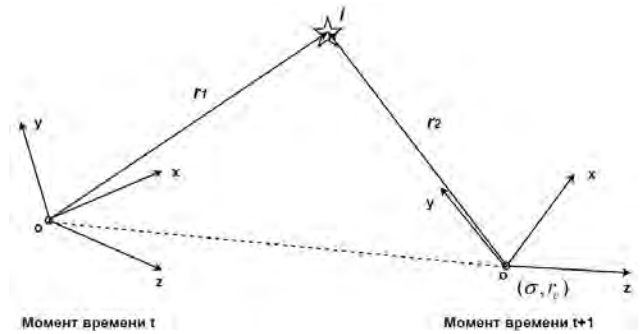


Рис. 1. Системы координат и особые точки

Измерение в момент времени $t+1$ запишется как

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{\sqrt{(x_{2i})^2 + (y_{2i})^2 + (z_{2i})^2}} \begin{bmatrix} x_{2i} \\ y_{2i} \\ z_{2i} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

С другой стороны, измерение можно записать и через момент времени t :

$$\mathbf{m}_i = \mathbf{A} \mathbf{r}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

где \mathbf{r}_i – радиус-вектор, который имеет вид

$$\mathbf{r}_i = \frac{1}{\sqrt{(x_{1i} - x_c)^2 + (y_{1i} - y_c)^2 + (z_{1i} - z_c)^2}} \begin{bmatrix} (x_{1i} - x_c) \\ (y_{1i} - y_c) \\ (z_{1i} - z_c) \end{bmatrix},$$

где N – количество измеряемых в один момент времени точек $x_i, y_i, z_i; x_{(1/2)i}, y_{(1/2)i}, z_{(1/2)i}$ – координаты особой точки в t или $t+1$; m_i ; x_c, y_c, z_c – линейное смещение между состояниями t и $t+1$; A_{ij} – компоненты матрицы углового движения объекта между состояниями t и $t+1$.

Матрица, описывающая угловое перемещение СКС между двумя моментами времени, определится как [5]

$$\mathbf{A} = [\mathbf{I}_{3 \times 3}] + \frac{8[\boldsymbol{\sigma} \times]^2 - 4(1 - \boldsymbol{\sigma}^2)[\boldsymbol{\sigma} \times]}{(1 + \boldsymbol{\sigma}^2)^2}, \quad (4)$$

где $[\mathbf{I}_{3 \times 3}]$ – единичная матрица. Параметр $[\boldsymbol{\sigma} \times]$ определится как

$$[\boldsymbol{\sigma} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Параметры $[\boldsymbol{\sigma} \times]^2$ и $\boldsymbol{\sigma}^2$ определяются как $[\boldsymbol{\sigma} \times]^2 = [\boldsymbol{\sigma} \times]^T [\boldsymbol{\sigma} \times]$ и $\boldsymbol{\sigma}^2 = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma}$ соответственно.

III. АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

Для обеспечения связи двух последовательно проведенных стереоизображений для моментов времени t и $t+1$ предлагается использовать алгоритм, основанный на случайных выборках триангулированных точек [8] и выполнить следующие шаги.

1) При помощи программных средств выделяются особые точки на поверхности наблюдаемого объекта для каждой стереопары изображений в последовательные моменты времени при помощи *OpenCV*.

2) Проводится триангуляция каждой стереопары и определяются трехмерные координаты точек.

3) Для каждой пары трехмерных координат в последовательные моменты времени:

a) формируются подвыборки точек для двух последовательных моментов времени t и $t+1$ – M_1 и M_2 соответственно;

b) записывается модель степени соответствия точек для каждой пары последовательных моментов времени с использованием специальной целевой функции оценки с заданным порогом:

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [m_i(M_2) - m_i(M_1 | x)]^2 ; \quad (5)$$

c) на основе сформированной подвыборки точек находятся оценки приращений параметров движения, оптимальные по минимуму заданной ранее целевой функции, при помощи метода дифференциальной эволюции, обеспечивающего регулярную сходимость в условиях значительной степени неопределённости:

$$\hat{x} = \arg \min_{x \in X} L(M_2, M_1 | x) ; \quad (6)$$

d) проверяются найденные оценки путем сопоставления с точками, не вошедшими в подвыборку.

4) Добавляются найденные приращения параметров движения к вычисленным на предыдущем шаге алгоритма:

$$x_{t+1} = x_t + \hat{x} . \quad (7)$$

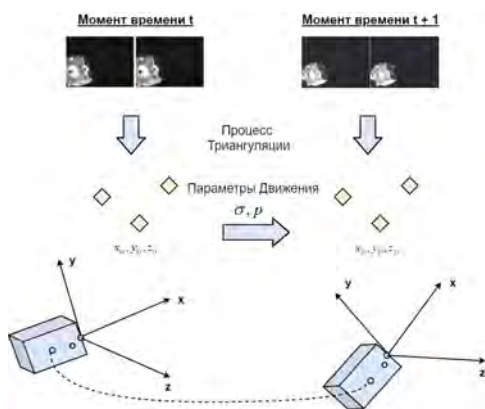


Рис. 2. Алгоритм получения параметров движения по обработке двух последовательных стереоизображений

IV. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Основная цель численного моделирования – получить оценку точности, достигаемую при помощи разработанного алгоритма, а также дать рекомендации по настройке параметров алгоритма.

Для оценки результатов численных экспериментов использовался метод статистических испытаний, в рамках которого заданное количество раз производилось решение задачи разработанным алгоритмом для фиксированного количества точек на поверхности некооперируемого объекта. В качестве модельной задачи рассматривалось сближение наноспутника с космическим мусором. Для моделирования движения космического мусора относительно центра масс использовалась модель, представленная в [9], а для моделирования движения наноспутника относительно космического мусора – модель относительного движения [10].

Начальное расстояние для модельной задачи сближения с космическим мусором выбирается из соображений выхода на близкую инспекционную траекторию [10, 11].

ТАБЛИЦА I. Начальные условия моделирования

Параметры орбиты	
Высота, км	400
Начальные условия движения космического мусора	
Угловые скорости, град/с	
ω_x	0
ω_y	4
ω_z	4
Начальные линейные скорости, м/с	
V_x	-0.41
V_y	-0.01
V_z	-0.02
Расстояние до космического мусора, м	
x_c	80
y_c	20
z_c	5
Инерционные характеристики и габариты космического мусора	
Моменты инерции, кг/м ³	
I_x	0.08
I_y, I_z	0.4
Длина, м	0.6
Масса, кг	12

Задача рассматривалась на временном интервале в 200 секунд. Временной промежуток между соседними измерениями составил 0,1 секунды. В качестве измерительных устройств будет использоваться стереопара из двух камер с углом обзора 170 градусов и фокусным расстоянием 38 мм.

Для оценки параметров настройки метода случайных подвыборок точек использовалось выражение, описывающее вероятность построения корректной модели:

$$q = C_I^n / C_T^n = I!(T-n)! / (T!(I-n)!), \quad (8)$$

где n – количество выбираемых для построения модели соответствия точек; I – количество соответствующих

друг другу точек; T – общее количество точек, найденное для текущего момента времени.

В исследовании также используется параметр $w = I/T$, характеризующий качественное соотношение точек в выборке.

Вероятность того, что за k итераций алгоритм ни разу не выберет n соответствующих точек, составляет $(1-q)^k$, и такая ситуация означает, что точная модель не будет построена.

В работе оценивалась вероятность ошибки алгоритма на данных для различного процентного состава выборки $w = 25, 50, 75$ %; количества выбираемых точек модели $n = 2, 5, 10, 20$; количества итераций $k = 10, 100, 1000$.

V. РЕЗУЛЬТАТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Из результатов моделирования следует, что ошибки при определении параметров линейного и углового движения снижаются с уменьшением расстояния между наноспутником и космическим мусором. Максимальные значения ошибок составляют 1,2 м и 0,2 градуса и соответствует начальному расстоянию между наноспутником и космическим мусором 80 м.

По результатам моделирования сформированы следующие рекомендации по настройке метода случайных подвыборок точек и программы проведения измерений.

1. Количество итераций метода k слабо влияет на построение ошибочной модели соответствия.

2. Сильное влияние на построение ошибочной модели соответствия оказывает количество выбираемых для построения точек n . Наилучшим вариантом является тот, при котором выбирается малое количество точек ($n \leq 5$).

3. Выбором величины интервала времени между соседними изображениями можно добиться снижения погрешности решения задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мансур М., Давидсон П., Степанов О.А., Раунио Ю.П., Ареф М.М., Пише Р. Определение дальности на основе данных о собственном движении, полученных с помощью монокулярной камеры // Гироскопия и навигация. 2019. №2. С.28–51.
- [2] Tweddle, B.E., Relative Computer Vision Based Navigation for Small Inspection Spacecraft, AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2011.
- [3] Aghili, F., A Prediction and Motion-Planning Scheme for Visually Guided Robotic Capturing of Free-Floating Tumbling Objects with Uncertain Dynamics, IEEE Transactions on Robotics, vol. 28(3), pp. 634–649.
- [4] Beyeler, M., OpenCV with Python Blueprints: Design and develop advanced computer vision projects using OpenCV with Python, Packt Publishing Ltd., 2015.
- [5] Schaub, H., and Junkins, J.L., Analytical Mechanics of Space Systems, AIAA education series, 2009.
- [6] Gunnam, K.K., Hughes, D.C., Junkins, J.L. and Kehtarnavaz, N., A Vision-Based DSP Embedded Navigation Sensor, IEEE Sensor Journal, vol. 5, pp. 428–442.
- [7] Lee, D. and Pernicka, H., Vision-Based Relative State Estimation Using the Unscented Kalman Filter, Int'l J. of Aeronautical & Space Sci, vol. 12, pp. 24–36.
- [8] Szeliski, R., Computer Vision: Algorithms and Applications, SpringerVerlag New York, 2010.
- [9] Попов В.И. Системы ориентации и стабилизации космических аппаратов. М: Машиностроение, 1986. 184 с.
- [10] Апазов Р.Ф. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли/ Р.Ф. Апазов, О.Г. Сытин. М.: Наука, 1987. 440 с.
- [11] Щербаков, М.С. К вопросу возможности обеспечения пассивного инспекционного движения спутника в нормальном поле притяжения // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. 2019. С. 755–757.

Разработка, настройка и испытания новой малогабаритной инерциально-спутниковой навигационной системы

А.Б. Тарасенко
МФТИ
Долгопрудный, Россия
borisich_38@mail.ru

А.Б. Колчев
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.А. Фомичев
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

П.А. Филатов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

П.В. Ларионов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Э.А. Миликов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Аннотация—В работе изложен опыт разработки и исследования инерциально-спутниковой навигационной системы, представлены результаты испытаний системы и перспективы ее улучшения.

Ключевые слова—гироскопы, интегрированная навигационная система, акселерометр, инерциальная навигация, калибровка БИНС.

1. ВВЕДЕНИЕ

В докладе рассматривается прототип интегрированной навигационной системы НСИ-2020 разработки Лаборатории лазерных навигационных систем МФТИ и АО «ЛАЗЕКС». Компания «ЛАЗЕКС» начала работу над инерциально-спутниковыми навигационными системами в 1990 г. на базе МФТИ и НИИ «Полнос», впервые ввела в эксплуатацию систему НСИ-2000 в 1997 г. и с тех пор продолжает производство и совершенствование этой линейки систем. Фирмой выпущено более 160 систем, ими оборудован 31 самолет. Компания успешно разрабатывает и испытывает новые системы, такие как БИНС-05Л, различные модификации НСИ-2010 [3] и обсуждаемую здесь НСИ-2020, а также новый четырехчастотный гироскоп зеемановского типа [4], который также будет в скором времени применен в построении БИНС.

Представленный образец является дальнейшим шагом по миниатюризации, понижению веса и энергопотребления интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем, повышению их надежности при сохранении и улучшении точности автономной навигации, в соответствии с существующими и возникающими потребностями авиации и других возможных пользователей данного типа оборудования. Разработка прототипа произведена в рамках госзадания «Создание и натурные испытания в арктической зоне новых навигационных автономных и комплексированных с ГЛОНАСС бесплатформенных систем на лазерных гироскопах повышенной точности с интеграцией приемной аппаратуры дополнительных радионавигационных средств для авиационного транспорта и морских судов». Улучшение автономной точности прибора достигается как с помощью новых инерциальных датчиков и модернизации средств обработки их сигнала, так и совершенствованием методик и средств настройки системы.



Рис. 1. Образец НСИ-2020

ТАБЛИЦА 1 ТРЕБОВАНИЯ К СИСТЕМЕ

Параметр	Значение
Погрешность счисления координат местоположения [км за час работы]	1.85
Погрешность счисления скорости [м/с]	0.8
Встроенный помехозащищенный приемник СНС	GPS/GLONASS/ GALILEO/BEIDOU с функцией приема SBAS
Внешний информационный интерфейс	ГОСТ15650, ГОСТ РТМ 1495-75(изм.3) и ГОСТ18977, ARINC664 (опционально)
Масса [кг]	9
Среднее время наработки на отказ, не менее, [ч]	30000
Потребляемая мощность [Вт]	~30
Диапазон рабочих перегрузок [g]	15

На данный момент наиболее популярными датчиками угловой скорости, применяемыми по всему миру в построении высокоточных инерциальных навигационных систем, являются волоконно-оптические гироскопы [8, 10], они служат основой инерциальной части как в более архаичных моделях (~15кг и более), так и в современных, более легких. Следовательно, обсуждаемый здесь образец в некоторой степени выделяется из этого тренда.

II. УСТРОЙСТВО СИСТЕМЫ

A. Гироскопы

Система использует новую версию отечественного лазерного гироскопа с плоским контуром на виброподставке с цифровым выходом ЛГК180М [5]. Эта модификация гироскопа имеет точностные и шумовые характеристики, делающие ее пригодной для построения высокоточной навигационной системы (вариация Аллана для примененных здесь датчиков оказывается порядка 0.003-0.006 °/ч при усреднении около 20 минут, уровень шума в требуемые 0.01 °/ч оказывается обеспечен за время усреднения в 10 минут, соответствующее готовности системы. Немногие имеющиеся недостатки этой модели происходят от использования виброподставки: вибрация, очевидно, повышает шум в показаниях расположенных в блоке акселерометров, а также возникает угроза резонанса при воздействии внешних вибраций на частоте подставки.

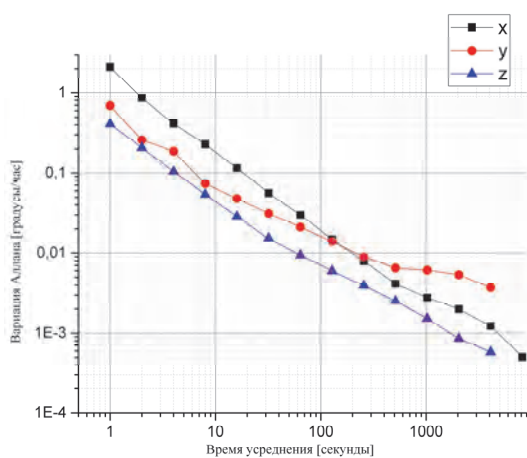


Рис. 2. Вариация Аллана для тройки гироскопов в вертикальном положении

Нижеприведенный рис. 3 демонстрирует повторяемость показаний гироскопа и аппроксимируемость температурных изменений. Здесь построены скорректированные температурной моделью ошибок (о которой будет сказано далее), усредненные на 10 минутах показания вертикально направленного гироскопа в 3-х запусках в одном и том же положении зафиксированного блока в запуске из холодного состояния (величина самопрогрева прибора составляет ~10 °С на показанном интервале).

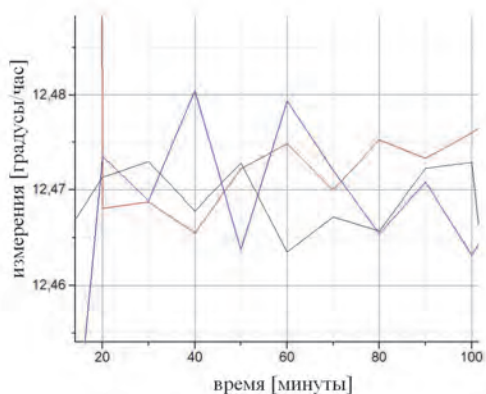


Рис. 3. Повторяемость показаний гироскопов, компенсируемость температурных изменений в показаниях, усреднение по 10 мин

ТАБЛИЦА 2 НЕКОТОРЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЛГК180М

Наименование параметра	требования
нестабильность МК, не более	10-5 отн.ед.
нелинейность МК, не более	5 x 10 ⁻⁶ отн.ед.
нестабильность нулевого сигнала в запуске	<0.005 °/ч
нестабильность нулевого сигнала от запуска к запуску	<0.01 °/ч
зависимость нулевого сигнала от температуры	<0.003(°/ч)/°С
зависимость нулевого сигнала от величины внешнего магнитного поля	<0.003 (°/ч)/Гс.
нестабильность оси чувствительности	<15 угл.с
Напряжение питания от сети постоянного тока	24±0.5 В
Потребляемая мощность	<3.5 Вт
Масса изделия	<0.9 кг

B. Акселерометры

В системе применены отечественные кварцевые маятниковые акселерометры в совокупности с отлаженной версией нового АЦП их сигнала, о котором также будет уместнее сказать в этом пункте. Важнейшими из достоинств данного аналого-цифрового преобразователя являются крайне низкий уровень собственного шума (совокупный уровень шума с различными акселерометрами достигает нескольких μg при времени усреднения в 10-100 с), малая восприимчивость к температурным изменениям, хорошая аппроксимируемость этой восприимчивости полиномом и незначительная ширина гистерезиса (см. рис. 5). Вариация Аллана для показаний акселерометра, снятых при помощи этого АЦП, представлены на рис. 4, в этом эксперименте гироскопы были включены, что соответствует условиям эксплуатации.

Влияние гироскопов также было изучено следующим образом: в процессе работы акселерометров было произведено несколько коротких включений гироскопов, закрепленных на той же инерциальной сборке. Эксперимент показал (рис. 6), что работа виброподставки гироскопов не оказывает существенного влияния на показания акселерометров, сдвига измерений не наблюдается, шумовые характеристики остаются в пределах допустимого, хотя и почти на порядок выше таковых при отсутствии вибрации.

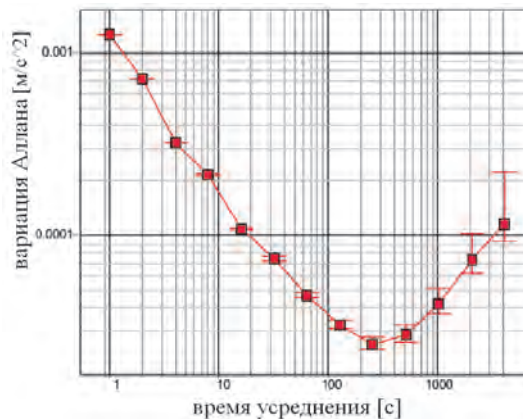


Рис. 4. Шумовая характеристика АК (при воздействии ЛГ)

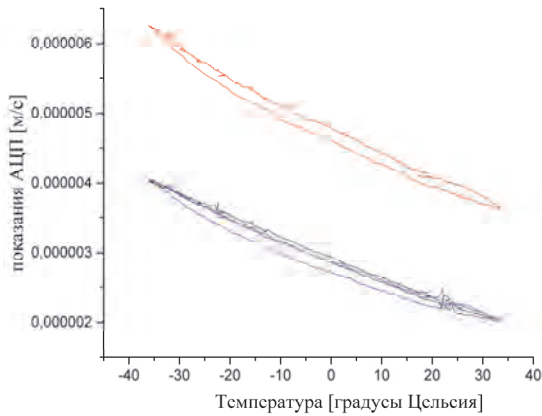


Рис. 5. Климатические испытания АЦП акселерометров

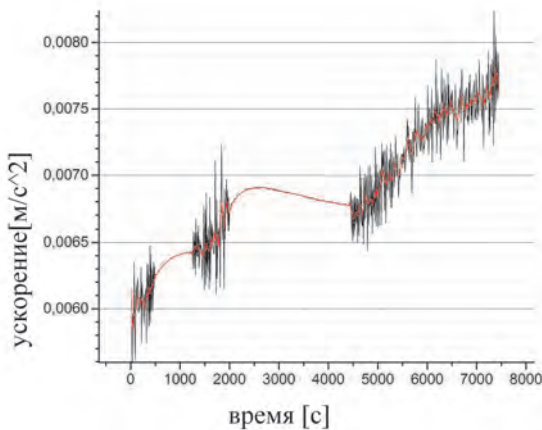


Рис. 6. Влияние виброподставки гироскопов на показания акселерометров

Рис. 7 демонстрирует воспроизводимость показаний бокового акселерометра от включения к включению (~0,0001 м/с) и величину температурного выхода после корректирующей модели: верхняя линия на графике показывает остаточную температурную изменчивость показаний 0,0004 м/с за ~15 градусов.

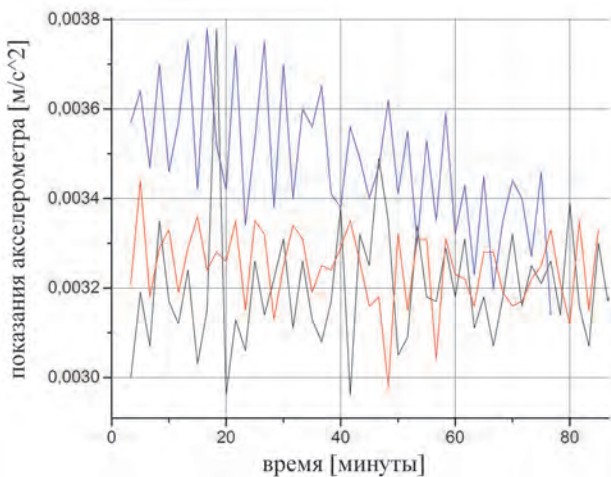


Рис. 7. Температурный выход и повторяемость показаний акселерометров

С. Электроника

Помимо описанного АЦП сигнала акселерометров, стоит упомянуть вычислительная электроника: был

приведен к более компактному виду и усовершенствован программно-аппаратный модуль, уже длительное время успешно используемый и хорошо зарекомендовавший себя в навигационной системе БИНС-05Л.

Д. Компоновка

Система НСИ-2020 представляет собой моноблок. Инерциальная часть подвешена на амортизаторы с целью защиты чувствительных элементов системы от внешних вибраций. Вибрационные испытания показали, что в новом блоке удалось снизить влияние вибраций, в том числе и характерных для БЛА вертолетного типа (где основным источником вибрации является несущий винт), которые на данный момент являются одной из перспективных областей применения подобных навигационных систем. В 2020 г. один из предыдущих вариантов системы (НСИ-2010) принял участие в летных испытаниях в условиях Крайнего Севера, где подтвердил свою работоспособность, прототип НСИ-2020 собран с учетом этого опыта.

Также при разработке конструкции блока было учтено влияние size-эффекта – восприимчивости акселерометров к вращению, оцененное при исследовании свойств предыдущих прототипов малогабаритных систем. Уравнение компенсирующей модели для size-эффекта выглядит следующим образом [9]:

$$(\hat{w}, \bar{e}) = A - (\bar{\omega}, \bar{e}) \cdot (\bar{\omega}, \bar{\rho}) + (\bar{\rho}, \bar{e}) \cdot \omega^2, \quad (1)$$

где (\hat{w}, \bar{e}) – искомая проекция вектора кажущегося ускорения, \bar{e} – единичный вектор, сонаправленный оси чувствительности акселерометра, $\bar{\omega}$ – вектор угловой скорости системы, A – фактическое измерение ускорения, $\bar{\rho}$ – радиус-вектор датчика в приборной системе координат.

Величина ошибки зависит от расположения акселерометра в системе. Для наиболее современных образцов БИНС акселерометры зачастую изготавливаются и устанавливаются единым блоком, дабы избежать ошибки, вызванной эффектом. Для данного прототипа влияние size-эффекта также было измерено и оказалось пренебрежимо мало благодаря удачному расположению датчиков на инерциальной сборке, поэтому здесь компенсационная модель применена не была.

На рис. 8 показаны результаты борьбы со внешними вибрациями. Образец был подвергнут воздействию широкополосной случайной вибрации 10-500 Гц плотностью 0,002 г²/Гц и 500-2000 Гц с плотностью 0,000252 в течение ~15 минут. Можно видеть, что в новом прототипе не наблюдается смещения сигнала, вносимого вибрацией, шум остается на приемлемом уровне (~0,001 м/с) при усреднении на времени готовности системы. Также образец был испытан синусоидальным воздействием на уровне 0,2 g на частотах 5–300 Гц, при этом возрастание шума (без смещения усредненных показаний, до приемлемого уровня) имело место в показаниях лишь одного бокового акселерометра, гироскопы в составе блока не показали чувствительности к этому типу воздействия.

В целом блок при сравнительно малых габаритах имеет свойство универсальности в плане выбора инерциальных датчиков, допускает установку разных моделей датчиков в принятом форм-факторе или, в крайнем

случае, установку адаптированной под новые датчики инерциальной сборки.

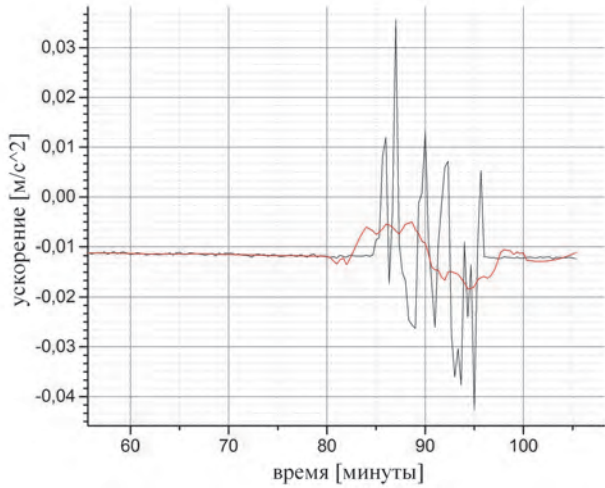


Рис. 8. Показания бокового акселерометра НСИ-2020, усреднение 20 с, сглаживание 10 мин, вибрация ШСВ на уровне 0.0002 g

Е. Математическая модель

Математическая модель ошибок инерциального блока представлена следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} V_1^* &= (1 + \delta K_{A1}) \cdot V1 + \delta G_{A12} \cdot V2 + \delta G_{A13} \cdot V3 - \delta a_1 \cdot dt, \\ V_2^* &= \delta G_{A21} \cdot V1 + (1 + \delta K_{A2}) \cdot V2 + \delta G_{A23} \cdot V3 - \delta a_2 \cdot dt, \\ V_3^* &= \delta G_{A31} \cdot V1 + \delta G_{A32} \cdot V2 + (1 + \delta K_{A3}) \cdot V3 - \delta a_3 \cdot dt, \end{aligned} \quad (2)$$

где dt – период съема информации в секундах;
 $V1, V2, V3$ – измеренные приращения скорости (м/с);
 $\delta K_{A1}, \delta K_{A2}, \delta K_{A3}$ – поправки к масштабным коэффициентам показаний в строительных осях;
 $\delta G_{A12}, \delta G_{A13}, \delta G_{A21}, \delta G_{A23}, \delta G_{A31}, \delta G_{A32}$ – параметры несоосности осей чувствительности датчиков;
 $\delta a_1, \delta a_2, \delta a_3$ – значения дрейфа нуля акселерометров в проекциях на строительные оси (м/с²).

Для гироскопов:

$$\begin{aligned} \Theta_1^* &= (1 + \delta K_1) \cdot \Theta 1 + \delta G_{12} \cdot \Theta 2 + \\ &+ \delta G_{13} \cdot \Theta 3 - \delta \omega_1 \cdot dt, \\ \Theta_2^* &= \delta G_{21} \cdot \Theta 1 + (1 + \delta K_2) \cdot \Theta 2 + \\ &+ \delta G_{23} \cdot \Theta 3 - \delta \omega_2 \cdot dt, \\ \Theta_3^* &= \delta G_{31} \cdot \Theta 1 + \delta G_{32} \cdot \Theta 2 + \\ &+ (1 + \delta K_3) \cdot \Theta 3 - \delta \omega_3 \cdot dt, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Theta 1, \Theta 2, \Theta 3$ – приращения углов в проекциях на приборные оси (рад.);
 $\delta \omega_1, \delta \omega_2, \delta \omega_3$ – значения дрейфа гироскопов в проекциях на приборные оси (рад/с);

Параметры неортогональностей и поправок к масштабным коэффициентам представлены полиномами 3-й степени от температуры датчика каждый, в дрейфах также присутствуют параметры градиентов:

$$\begin{aligned} \delta a_1 &= \delta a_{10} + \delta a_{11} \cdot T_{A1} + \delta a_{12} \cdot T_{A1}^2 + \\ &+ \delta a_{13} \cdot T_{A1}^3 + \delta a_{1adc} \cdot T_{adc}, \\ \delta a_2 &= \delta a_{20} + \delta a_{21} \cdot T_{A2} + \delta a_{22} \cdot T_{A2}^2 + \\ &+ \delta a_{23} \cdot T_{A2}^3 + \delta a_{2adc} \cdot T_{adc}, \\ \delta a_3 &= \delta a_{30} + \delta a_{31} \cdot T_{A3} + \delta a_{32} \cdot T_{A3}^2 + \\ &+ \delta a_{33} \cdot T_{A3}^3 + \delta a_{3adc} \cdot T_{adc} \end{aligned} \quad (4)$$

для акселерометров и

$$\begin{aligned} \delta \omega_X^* &= \delta \omega_{10} + \delta \omega_{11} \cdot T_{G1} + \delta \omega_{12} \cdot T_{G1}^2 + \\ &+ \delta \omega_{13} \cdot T_{G1}^3 + \delta \omega_{1\Delta T} \cdot (T_{G1} - T_D - \Delta T_{nom}), \\ \delta \omega_Y^* &= \delta \omega_{20} + \delta \omega_{21} \cdot T_{G2} + \delta \omega_{22} \cdot T_{G2}^2 + \\ &+ \delta \omega_{23} \cdot T_{G2}^3 + \delta \omega_{2\Delta T} \cdot (T_{G2} - T_D - \Delta T_{nom}), \\ \delta \omega_Z^* &= \delta \omega_{30} + \delta \omega_{31} \cdot T_{G3} + \delta \omega_{32} \cdot T_{G3}^2 + \\ &+ \delta \omega_{33} \cdot T_{G3}^3 + \delta \omega_{3\Delta T} \cdot (T_{G3} - T_D - \Delta T_{nom}) \end{aligned} \quad (5)$$

для гироскопов, где T_D – температура «внешнего» термодатчика, (°C), T_G и T_A – температуры инерциальных датчиков (°C), ΔT_{nom} – измеренное номинальное значение разности температур, T_{adc} – измеряемая температура платы обработки сигналов акселерометров (°C).

Температуры измеряются встроенными термодатчиками акселерометров, гироскопов, плат и различных точек инерциальной сборки.

Простота модели обусловлена уже отмеченными свойствами системы: слабая чувствительность датчиков к магнитному полю (для гироскопов – обусловлено плоскостью контура резонатора), малость влияния size-эффекта, выдача гироскопом уже существенно скорректированных цифровых данных, что весьма привлекательно с точки зрения построения БИНС.

III. ПРОЦЕДУРА КАЛИБРОВКИ

Процедура настройки инерциального блока состоит из двух стадий: сначала по прямым измерениям инвариантов (скорости вращения Земли и ускорения свободного падения) и поворотам в различных температурных условиях рассчитываются параметры первичных компенсационных моделей, включающих соответствующие температурные зависимости. При этом были реализованы различные варианты калибровочной процедуры, как с термостабилизацией и длительной выдержкой в определенных положениях, так и в плавно меняющейся температуре с более частой сменой положений. Представленные далее результаты работы системы достигнуты с «динамическим» вариантом процедуры.

Первичная калибровка системы производилась на высокоточном двухосном поворотном стенде с климатической камерой (рис. 9), программа измерений в температурном диапазоне от -30 до +60 градусов потребовала 24 часа работы калибровочного стенда.

Запись показаний блока выполняется непрерывно, с чередованием следующих 12 угловых положений, где R0 – положение продольной осью X блока вертикально вверх, R1-R3 – положения, кратно 90 градусам отличающиеся от R0 (положения внутренней оси калибровочного стенда):

- 1) стол горизонтален, угол вокруг оси стола R0;
- 2) стол горизонтален, угол вокруг оси стола R2;
- 3) стол горизонтален, но перевернут на 180 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R1;
- 4) стол горизонтален, но перевернут на 180 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R3;
- 5) стол повернут на +90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R0;
- 6) стол повернут на +90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R1;
- 7) стол повернут на +90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R2;
- 8) стол повернут на +90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R3;
- 9) стол повернут на -90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R0;
- 10) стол повернут на -90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R1;
- 11) стол повернут на -90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R2;
- 12) стол повернут на -90 градусов вокруг горизонтальной оси, угол вокруг оси стола R3.

При расчете калибровочных констант показания температуры усредняются на каждом цикле измерений. С помощью метода наименьших квадратов по полученным наборам данных вычисляются параметры модели. Для уточнения параметров производится несколько итераций расчета.

На втором этапе калибровки блока результаты работы навигационных алгоритмов с учетом первичной компенсации ошибок применяются для коррекции этих параметров, таким образом достигается наилучшая точность автономной навигации системы.



Рис. 9. Двухосный высокоточный поворотный стенд лаборатории лазерных навигационных систем МФТИ

При необходимости может производиться несколько итераций этой процедуры. Этот шаг может принести существенное улучшение точности навигационных параметров, но только при достаточном качестве выполнения первого шага.

Здесь стоит отметить еще раз такие

положительные качества инерциальной части системы как хорошая повторяемость температурных зависимостей датчиков с одной стороны, и хорошая воспроизводимость температурного выхода блока в целом, с другой, эти качества можно оценить по рис. 3 и 7.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Итоговая точность системы зависит от следующих факторов:

- точность инерциальных датчиков и обрабатывающей электроники (шумовые и точностные характеристики, чувствительность к внешним воздействиям, невоспроизводимость, нестабильность параметров);
- качество калибровки (компенсация погрешностей датчиков и инерциального блока в совокупности, точность определения параметров компенсирующей модели, правильный выбор модели);
- реализация навигационных алгоритмов.

Под точностью ИНС понимается точность выдаваемых ею навигационных параметров: скорости и координаты. Выяснение полученных точностных характеристик настроенной системы производится в ходе стендовых испытаний – повороты и развороты закрепленной на калибровочном стенде системы, работающей в автономном режиме при различных температурных условиях, испытания с низкой и средней динамикой движения, а также и в мобильных испытаниях, состоящих в поездке автомобиле длительностью 1-2 часа при интенсивном и разнообразном маневрировании.

Следующие графики на рис. 10–13 показывают результаты стендовых испытаний откалиброванной системы – ошибки измерения северных и восточных компонент местоположения и скорости.

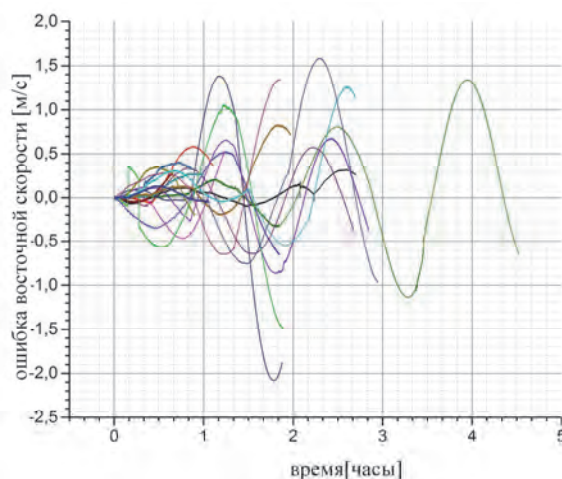


Рис. 10. Ошибка автономного определения восточной составляющей скорости в стендовых испытаниях

Здесь представлены результаты примерно 15 запусков, в большинстве из них система претерпевала несколько поворотов по курсу и длительно находилась в покое между ними, в нескольких из этих запусков система сверх этого в течение суммарно 10-20 мин подвергалась более разнообразным и интенсивным передвижениям (в основном поворотам).

Перед экспериментами блок прогревался в течение 10-60 мин. Запуски производились на 3 разных испытательных стендах чтобы удостовериться в успешном отделении погрешностей калибровочного стенда от погрешностей самого блока.

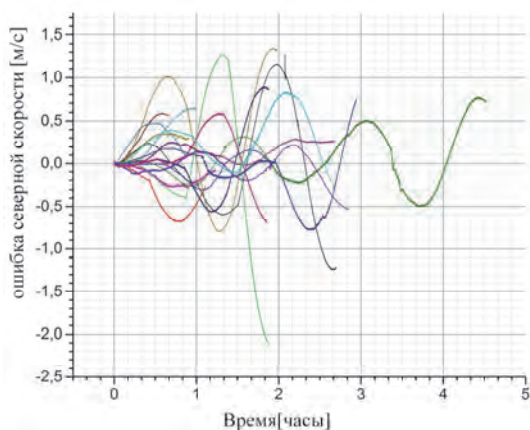


Рис. 11. Ошибка автономного определения северной составляющей скорости в стендовых испытаниях

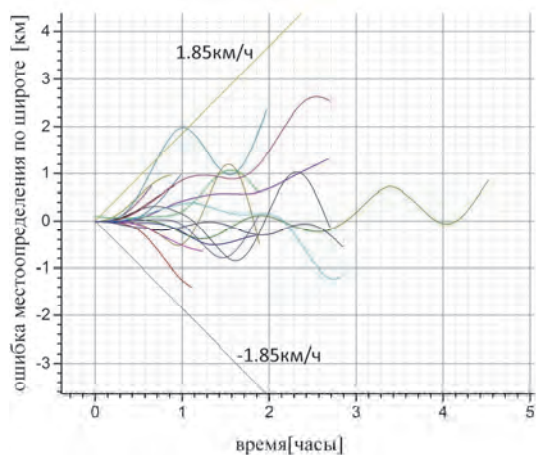


Рис. 12. Ошибка автономного определения широты в стендовых испытаниях

Как можно заметить, большинство кривых укладываются в требования к автономной точности инерциальной навигационной системы, в графиках практически отсутствует тренд, большинство кривых для проекций скорости не имеют переломов в точках разворота, что свидетельствует о качественной компенсации неортогональностей.

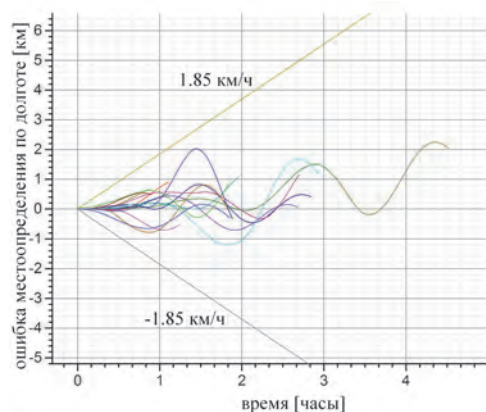


Рис. 13. Ошибка автономного определения долготы в стендовых испытаниях

Следующие рисунки (14–15) демонстрируют результаты мобильных испытаний системы. Прибор был установлен в кузов автомобиля, прогрев, приведен в готовность и провёл 2 часа в поездке, при этом примерно час поездки приходится на движение по городу с необходимостью в частом маневрировании, еще час – движение за пределами города с возможностью развить высокую скорость, некоторые участки дороги обеспечивают даже избыточную вибрацию, несвойственную для обычных полетов, таким образом достигается полнота испытания свойств системы. Таким образом, достигнутая ныне автономная точность системы составила около 2.5 км/ч.

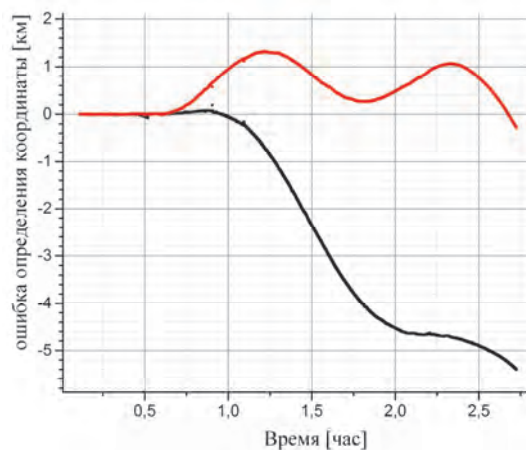


Рис. 14. Ошибка автономного определения координаты системы (верхняя линия – широта, нижняя – долгота)

Повышенная (по сравнению со стендовыми испытаниями) ошибка в поездке с может быть связана со сложностью задачи разделения погрешностей блока и крепежа, с недостаточным, на данный момент, вниманием к ней, а с также повышенной вибрацией.

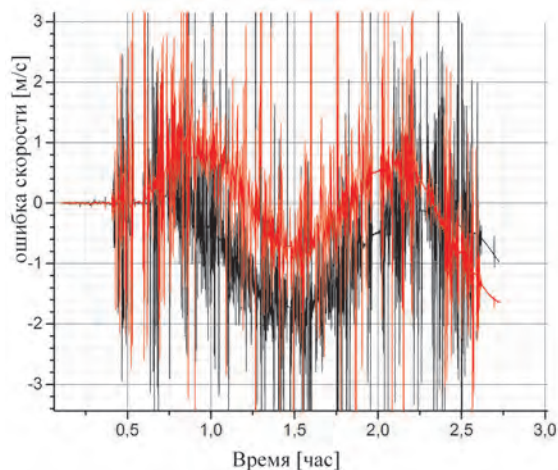


Рис. 15. Ошибка автономного определения скорости системы (северная и восточная компоненты)

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В сравнении с предыдущей работой [7] удалось добиться улучшения автономной точности в поездке в 4-5 раз, при этом имеется возможность последующего улучшения этого результата без вмешательства непосредственно в систему. При этом сохраняется необходимость более качественной отработки температурного выхода прибора на режим.

Потенциал дальнейшего улучшения точности автономной работы системы видится в применении разработанного и изготовленного в МФТИ четырехчастотного лазерного гироскопа [4] с магнитооптической частотной подставкой на эффекте Зеемана, малочувствительного к магнитным полям и лишённого подвижных элементов (как уже было замечено, конструкция инерциальной части системы предполагает возможность установки различных датчиков при минимуме доработок, однако и пересадка имеющихся разработок в новый корпус также не составляет сложности). Ведется работа по подбору еще более точных и менее чувствительных к внешним воздействиям акселерометров. Возможно также существенное улучшение точности навигации с помощью применения нейронных сетей, в частности для решения задач по калибровке инерциальной части системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Фомичев А.А., Вахитов Т.Н., Жихарева А.А., Колчев А.Б., Ларионов П.В., Брославец Ю.Ю., Морозов А.Д., Счастливец К.Ю., Успенский В.Б., Кедров В.Д., Тазьба А.М. Результаты разработки, испытаний и эксплуатации интегрированных инерциально-спутниковых систем серии НСИ АО «ЛАЗЕКС» // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 224–233.
- [2] Фомичев А.А., Ларионов П.В., Полукеев Е.А., Вахитов Т.Н., Колчев А.Б., Счастливец К.Ю., Успенский В.Б. Лазерная интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система с расширенной доступностью спутниковых измерений // Труды МФТИ. 2013. Том 5. №4. С. 37–47.
- [3] Счастливец К.Ю., Успенский В.Б., Тарасенко А.Б., Ларионов П.В., Фомичёв А.А., Колядин С.А., Волков Э.В., Малогабаритная интегрированная инерциальная навигационная система НСИ-2010 – опыт разработки, настройки и результаты автономных испытаний // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 105–109.
- [4] Миликов Э.А., Брославец Ю.Ю., Семенов В.Г., Филатов П.А. К вопросу разработки четырехчастотного лазерного гироскопа зеемановского типа // Навигация и управление движением. Материалы XXII конференции молодых ученых с международным участием. Санкт-Петербург, 2020. С. 213–217.
- [5] Енин В.Н., Санеев И.В., Волков Э.В. Малогабаритный прецизионный лазерный гироскоп с виброподставкой // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2017. №5. С. 105–118.
- [6] Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009.
- [7] Тарасенко А.Б., Миликов Э.А., Ларионов П.В., Успенский В.Б., Фомичев А.А. Результаты модификации интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы НСИ-2000MTG // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 116–118.
- [8] Passaro, V.M.N., Cuccovillo, A., Vaiani, L., Carlo, M., Campanella, C.E., Gyroscope Technology and Applications: A Review in the Industrial Perspective, Sensors (Basel, Switzerland), Oct. 2017, vol. 17, 10 2284. 7, doi:10.3390/s17102284.
- [9] Hung, J.C., Hunter, J.S., Stripling, W.W., White, H.V., Size effect on navigation using a strapdown IMU. Technical report T-79-73, Redstone Arsenal, Alabama, U.S., Army missile research and development command, 1979.
- [10] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 3–10.

Наземные одноосные колесные модули для транспортировки и управления угловой ориентацией аппаратуры мониторинга окружающей среды

Б.С. Алешин
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
kaf305@mail.ru

Э.Д. Курис
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
ekuris@mail.ru

В.А. Петрухин
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
rikssorge@me.com

А.И. Черноморский
Московский авиационный институт
Москва, Россия
chernomorscky@yandex.ru

К.С. Лельков
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
pec-orange@mail.ru

Т.С. Хорев
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
ieslondor@gmail.com

В.В. Михеев
Кафедра 305,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
slav009@yandex.ru

Аннотация—Предложена структура и принципы построения комплекса бортовых систем одноосного колесного модуля с двухступенной относительно оси колесной пары управляемой платформой как носителя аппаратуры мониторинга. Представлена математическая модель движения модуля по негоризонтальной подстилающей поверхности. Разработаны алгоритмы его бортовых систем – системы управления ориентацией платформы, навигационной системы и системы траекторного управления. Они объединены в единый комплекс информационными связями, реализуемыми на основе использования фактора качения колес ОКМ по подстилающей поверхности с учетом их возможного проскальзывания относительно нее. Представлены результаты экспериментальных исследований модуля.

Ключевые слова—колесный модуль, маховики, проскальзывание, навигация, траекторное управление, управление ориентацией, информационные связи, математическая модель, алгоритмы, эксперимент.

I. ВВЕДЕНИЕ

Разработка роботов для автоматизированного мониторинга поверхностей объектов окружающей среды, в частности приземных объектов аэродромной инфраструктуры – взлетно-посадочных полос, рулежных дорожек (уклонов и дефектов их покрытий, качества разметки), наружных поверхностей воздушных судов на их стоянке (состояния и дефектов), рабочей инфраструктуры на поверхности аэродрома (нарушений зон безопасности), является значимой проблемой. Перспективно использование в этих устройствах в качестве носителей аппаратуры мониторинга (в частности, фотомониторинга) одноосных колесных модулей (ОКМ). Они представляются собой фактически наземные гироскопические стабилизаторы с платформой, на которой размещается носимая аппаратура. Платформа ОКМ обычно обладает верхней маятниковостью, что предопределяет ее соб-

ственную неустойчивость, и опирается на колесную пару. ОКМ обеспечивает как возможность перемещения аппаратуры по программной пространственно-временной траектории, так и управление угловой ориентацией платформы с этой аппаратурой относительно плоскости горизонта, а также в азимуте.

Одним из прототипов ОКМ является транспортное средство типа Segway [1], платформа которого, однако, имеет только одну степень свободы относительно оси колесной пары и лишь грубо стабилизируется в плоскости горизонта за счет направленного формирования линейных ускорений ОКМ и соответствующих моментов сил инерции, приложенных к платформе. При этом отсутствует возможность управления угловой ориентацией платформы относительно плоскости горизонта. В работах [2, 3] для решения этой задачи предложены способ, реализуемый в традиционных силовых гироскопических стабилизаторах с использованием для стабилизации гравитирующих масс в качестве силовых исполнительных элементов. Вместе с тем, как показывает анализ, с точки зрения минимизации энергетических затрат на борту автономного ОКМ для управления угловой ориентацией его платформы целесообразно использовать маховично-гравитационный способ. Вопросы управления с помощью маховиков угловыми движениями объектов с верхней маятниковостью, а также платформами традиционных гироскопических стабилизаторов рассмотрены соответственно в работах [4, 5, 6]. Применительно к ОКМ схема с маховичной компенсацией моментов сил инерции, действующих на платформу, обладающую одной степенью свободы относительно оси колесной пары, рассмотрена в работе [7]. В тоже время применительно к эффективному решению задач мониторинга обеспечение необходимых функциональных возможностей ОКМ достигается приданием его платформе второй степени свободы относительно оси колесной пары [8, 9]. Еще одна

дополнительная степень свободы платформы ОКМ относительно земной подстилающей поверхности вокруг вертикальной оси обеспечивается качением по этой поверхности собственно колесной пары. Целью настоящей работы является изложение принципов построения ОКМ с двухстепенной платформой, снабженного комплексом бортовых систем – системой управления ориентацией платформы (СУОП), навигационной системой (НС) и системой траекторного управления (СТУ) его движением по негоризонтальной подстилающей поверхности с учетом возможного проскальзывания колес относительно нее.

II. СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ ОКМ

Схема построения ОКМ представлена на рис. 1. Рама с платформой установлена на оси колесной пары $o_T y_p$, составленной из двух мотор-колес (o_T – центр оси колесной пары); платформа обладает двумя вращательными степенями свободы относительно этой оси – вместе с рамой вокруг оси $o_T y_p$ и вокруг оси $o_T x_T$ рамы. Будем полагать, что ОКМ может перемещаться по характерной для аэродромных покрытий поверхности с пространственным периодом неровностей порядка 100 м и с уклонами до 15° . При этом перемещение ОКМ со скоростями порядка 0,5 м/с на достаточно длительных интервалах времени можно интерпретировать как движение по плоскости, обладающей малыми уклонами. Управляемая платформа в процессе мониторинга может отклоняться от плоскости горизонта на малые углы (до 10°). На рис. 1. представлены следующие системы координат (СК): $OXYZ$ – стартовая СК (OX , OY лежат в плоскости горизонта); $o_T x_T y_T z_T$ – сопровождающая СК (ее оси параллельны осям $OXYZ$); $o_T x_p y_p z_p$ – траекторная горизонтальная СК; $o_T x_c y_c z_c$ – скоростная СК; $o_T x_p y_p z_p$ – СК рамы; $o_T x_{п} y_{п} z_{п}$ – СК платформы (центр масс платформы $o_{ц}$ смещен относительно o_T на величину $l_{ц}$). На рис. 1 обозначены также: V и V_T – скорость перемещения ОКМ по подстилающей поверхности и ее проекция на плоскость горизонта; θ_T – угол разворота ОКМ по курсу в плоскости горизонта соответственно; α_T и β_T – углы отклонения платформы от плоскости горизонта

вокруг осей $o_T y_T$ и $o_T x_T$; α и β – углы отклонения платформы от подстилающей поверхности вокруг осей $o_T y_p$ и $o_T x_p$; α_y и β_y – продольный и поперечный уклоны подстилающей поверхности; $\dot{\theta}$ и $\dot{\theta}_T$ – угловые скорости курсового разворота ОКМ в плоскости подстилающей поверхности и в плоскости горизонта; $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2$ – угловые скорости вращения первого и второго мотор-колес (МК1 и МК2); $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2, \dot{\psi}_3$ – угловые скорости вращения маховиков 1, 2, 3 (М1, М2, М3).

М1, М2 установлены соответственно на раме и на платформе для управления угловой ориентацией платформы с закрепленной на ней фотокамерой относительно плоскости горизонта по углам α_T и β_T . Это управление осуществляется реактивными моментами двигателей вращения маховиков (ДВМ) ДВМ1 и ДВМ2, а также гравитационными моментами маховиков, развиваемыми при их перемещениях p_1, p_2 соответствующими двигателями линейных перемещений (ДЛМ) ДЛМ1 и ДЛМ2 вдоль осей $o_T x_{п}$ и $o_T y_{п}$. Эти перемещения обеспечивают замещение реактивных моментов ДВМ гравитационными моментами маховиков. Компенсационный маховик М3 предназначен для компенсации своими гироскопическим и реактивным моментами возмущающих моментов сил инерции, приложенных в центре масс платформы $o_{ц}$ при ускоренных движениях ОКМ. Управление ДВМ и ДЛМ осуществляется контроллерами этих двигателей. Инерциальный измерительный блок (ИИБ) и приемник глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) являются источниками информации об угловых скоростях и углах разворота платформы (ИИБ), а также о координатах и скоростях центра o_T ОКМ (ГНСС). Источником информации об угловых скоростях $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2$ являются энкодеры мотор-колес. Расположенные по трем углам платформы три лазерных высотомера ЛВ (ЛВ1, ЛВ2, ЛВ3) измеряют высоты до подстилающей поверхности. Это позволяет определять углы α и β по разности показаний соответственно ЛВ1, ЛВ2 и ЛВ2, ЛВ3, отнесенных к расстояниям между ними вдоль осей $o_T x_{п}$ и $o_T y_{п}$ соответственно. В вычислителе, установленном на платформе, реализуются алгоритмы определения

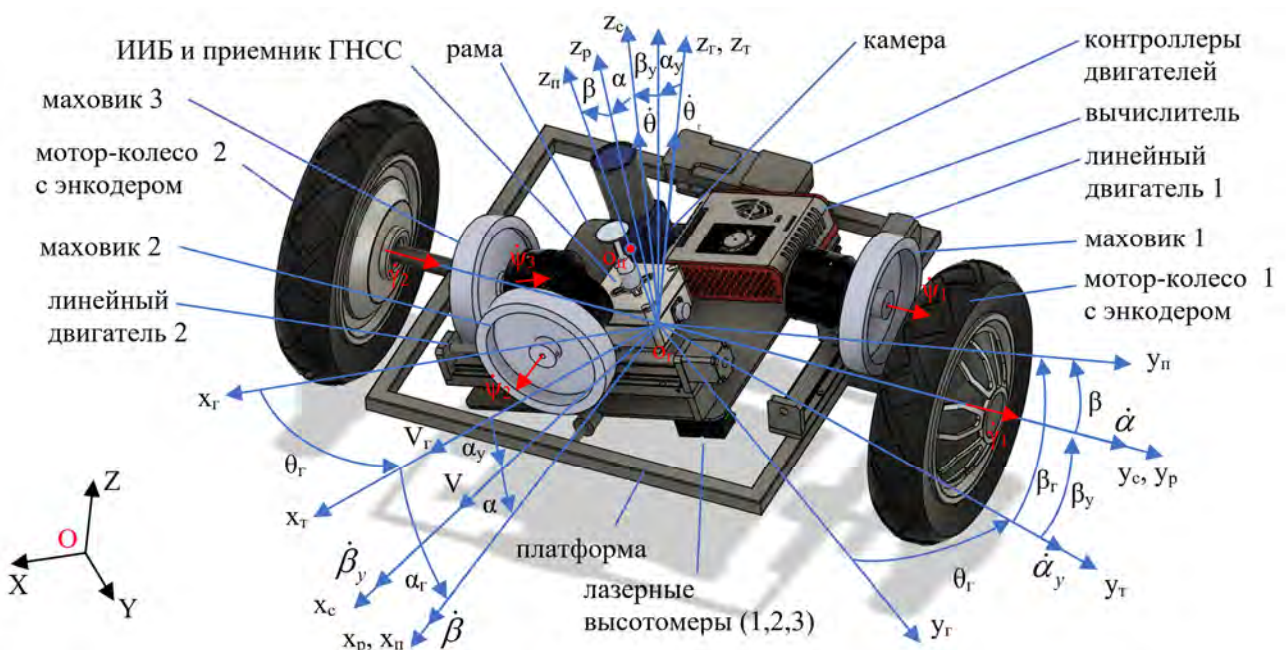


Рис. 1. Схема построения ОКМ

навигационных параметров и параметров ориентации ОКМ, а также вырабатываются команды на контроллеры управления ДВМ, ДЛМ и двигателями мотор-колес ДМК (ДМК1, ДМК2).

III. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА КОМПЛЕКСА БОРТОВЫХ СИСТЕМ ОКМ

На рис. 2 представлена структура комплекса информационно взаимосвязанных бортовых систем ОКМ – СУОП, НС, СТУ.

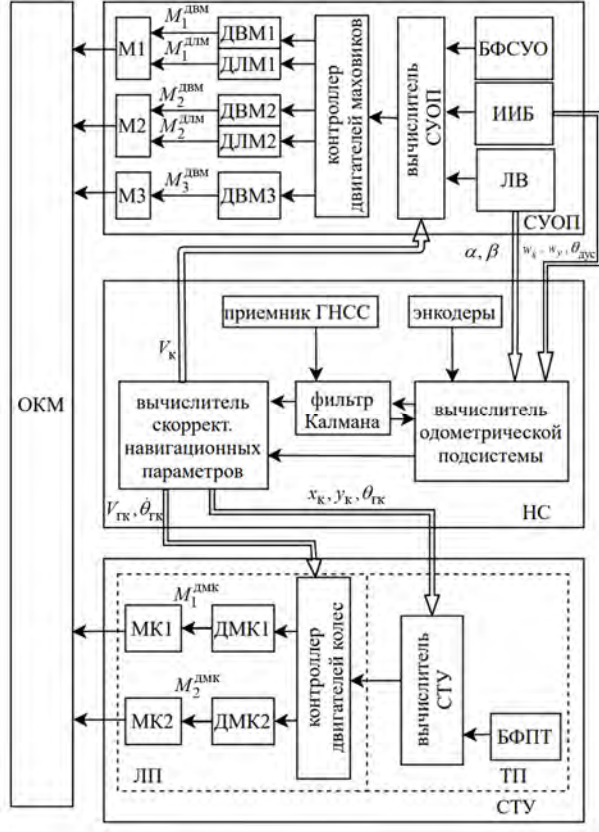


Рис. 2. Структура комплекса бортовых систем ОКМ. БФСУО – блок формирования сигналов управления ориентацией платформы, БФПТ – блок формирования программной траектории. ЛП – подсистема локомоторного управления СТУ, ТП – подсистема траекторного управления СТУ

На рис. 2 двойными линиями обозначены информационные связи между системами. Связь между НС и СУОП осуществляется по скорректированному сигналу скорости V_k , определяемой в НС одометрической подсистемой, корректируемой по сигналам ГНСС (индекс k обозначает скорректированное значение параметра). Связи между СУОП и НС реализуются по сигналам α и β от ЛВ1, ЛВ2, ЛВ3, по сигналам кажущихся ускорений w_x и w_y от горизонтальных акселерометров ИИБ с ориентированными по осям $o_{\Gamma}x_{\Pi}$ и $o_{\Gamma}y_{\Pi}$ осями чувствительности, а также по сигналам $\dot{\theta}_{\text{дус}}$ от датчика угловой скорости (ДУС) платформы вокруг оси $o_{\Gamma}z_{\Pi}$, установленного в ИИБ. Связь между НС и СТУ осуществляется по сигналам о скорректированных скоростях $V_{\Gamma k}, \dot{\theta}_{\Gamma k}$ (индекс Γ обозначает осуществление линейных и угловых перемещений ОКМ с этими скоростями в плоскости

горизонта), а также по сигналам о курсовом угле $\theta_{\Gamma k}$ и координатах x_k, y_k, z_k центра o_{Γ} в СК $OXYZ$.

На рис. 2 обозначены также моменты $M_1^{\text{ДВМ}}, M_2^{\text{ДВМ}}, M_3^{\text{ДВМ}}$ и $M_1^{\text{ДЛМ}}, M_2^{\text{ДЛМ}}$, за счет которых через маховики осуществляется соответственно реактивное и гравитационное управление угловой ориентацией платформы ОКМ. Здесь же указаны моменты $M_1^{\text{ДМК}}, M_2^{\text{ДМК}}$, развиваемые соответствующими двигателями мотор-колес и осуществляющие траекторное управление ОКМ.

IV. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОКМ

Используя результаты полученные в [9], учитывая, что уклоны α_y, β_y подстилающей поверхности и отклонения платформы $\alpha_{\Gamma}, \beta_{\Gamma}$ относительно плоскости горизонта малы, опуская величины второго порядка малости и старше, математическую модель ОКМ при отсутствии проскальзывания колес относительно подстилающей поверхности можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \left(J_y^p + J_y^{\Pi} \cos^2 \beta + J_z^{\Pi} \sin^2 \beta + m^M p_1^2 \right) \ddot{\alpha} + \\ & + m^n l_{\Pi} \left(\dot{V} \cos \alpha \cos \beta - g \alpha_{\Gamma} \cos \beta \right) + \\ & + J^M \dot{\psi}_2 \dot{\theta} \cos \alpha - m^M g p_1 = \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & = -M_1^{\text{ДВМ}} - M_3^{\text{ДВМ}} \cos \beta - M_1^{\text{ДМК}} - \\ & - M_2^{\text{ДМК}} + M_{y\theta}^p; \\ & \left(J_x^{\Pi} + m^M p_2^2 \right) \ddot{\beta} - m^n l_{\Pi} \left(\dot{V} \cos^2 \alpha \cos \beta + \right. \\ & \left. + g \beta_{\Gamma} \right) - J^M \dot{\psi}_3 \dot{\theta} \cos \alpha \cos \beta + m^M g p_2 = \end{aligned} \quad (2)$$

$$= -M_2^{\text{ДВМ}} + M_{x\theta}^{\Pi}; \quad (3)$$

$$m^M \left(\ddot{p}_1 + \dot{V} \cos \alpha - g \alpha_{\Gamma} \right) = M_1^{\text{ДЛМ}} n^{-1}; \quad (4)$$

$$m^M \left(\ddot{p}_2 + \dot{V} \dot{\theta} \cos \beta + g \beta_{\Gamma} \right) = M_2^{\text{ДЛМ}} n^{-1}; \quad (5)$$

$$J^M \ddot{\psi}_1 = M_1^{\text{ДВМ}}; J^M \ddot{\psi}_2 = M_2^{\text{ДВМ}}; \quad (6)$$

$$J^M \ddot{\psi}_3 = M_3^{\text{ДВМ}}; \quad (7)$$

$$\left(\frac{2J^k}{r} + mr \right) \dot{V} = mgr \alpha_y + M_1^{\text{ДМК}} + \quad (8)$$

$$+ M_2^{\text{ДМК}} + M_1^{\text{МТР}} + M_2^{\text{МТР}};$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2J^k b}{r} + \frac{r}{b} J_z \right) \ddot{\theta} + J^M \frac{r}{b} \left(\begin{aligned} & \dot{\psi}_3 \dot{\beta} \cos \alpha \cos \beta + \\ & + \dot{\psi}_3 \cos \alpha \sin \beta - \\ & \dot{\psi}_2 \dot{\alpha} \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \right) = \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & = -M_1^{\text{ДМК}} + M_2^{\text{ДМК}} - M_1^{\text{МТР}} + M_2^{\text{МТР}}; \\ & a_{\Gamma} = a_y + \alpha; \beta_{\Gamma} = \beta_y + \beta, \end{aligned} \quad (10)$$

где J_y^p и $J_x^{\Pi}, J_y^{\Pi}, J_z^{\Pi}$ – моменты инерции рамы и платформы вокруг соответствующих осей; J^k – момент инерции колеса вокруг его оси вращения; m^M, J^M – масса и момент инерции маховика вокруг его оси собствен-

ного вращения; m и J_z – суммарная масса ОКМ и его момент инерции вокруг оси $o_\Gamma z_c$; r – радиус колеса; $2b$ – колея колесной пары; n – передаточное отношение ДЛМ; $M_1^{\text{МТР}}, M_2^{\text{МТР}}$ – моменты сил трения колес о подстилающую поверхность; $M_{y_b}^p, M_{x_b}^p$ – возмущающие моменты вокруг соответствующих осей рамы и платформы.

V. АЛГОРИТМЫ СУОП, НС, СТУ

A. Алгоритмы СУОП

В СУОП решается задача формирования моментов $M_1^{\text{ДВМ}}, M_2^{\text{ДВМ}}, M_3^{\text{ДВМ}}$, а также $M_1^{\text{ДЛМ}}, M_2^{\text{ДЛМ}}$.

С целью компенсации в (1) момента сил инерции $m^p l_{\text{ц}} \dot{V} \cos \alpha \cos \beta$ реактивным моментом $-M_3^{\text{ДВМ}} \cos \beta$ его следует формировать на основе соотношения

$$M_3^{\text{ДВМ}} = -m^p l_{\text{ц}} \dot{V} \cos \alpha. \quad (9)$$

Используя (9) с учетом (5), получим требуемую для компенсации величину $\dot{\psi}_3$:

$$\dot{\psi}_3 = -\frac{m^p}{J^m} l_{\text{ц}} V \cos \alpha. \quad (10)$$

Выполнение (10) обеспечивает также компенсацию в (2) момента $-m^p l_{\text{ц}} \dot{\theta} V \cos^2 \alpha \cos \beta$ центробежных сил инерции платформы гироскопическим моментом $-J^m \dot{\psi}_3 \dot{\theta} \cos \alpha \cos \beta$, развиваемым МЗ.

При реализации (9) используется получаемое на выходе НС значение скорости V , равное V_k (рис. 2).

Моменты $M_1^{\text{ДВМ}}, M_2^{\text{ДВМ}}$, формируемые в контурах, содержащих вычислитель СУОП, контролер двигателей маховиков, ДВМ1 или ДВМ2 (рис. 2), фактически являются выходами эквивалентных ПИД-регуляторов, на входах которых соответствующие разности заданных ($\alpha_{\text{зад}}, \beta_{\text{зад}}$) и текущих ($\alpha_\Gamma, \beta_\Gamma$) отклонений платформы от плоскости горизонта. При этом углы $\alpha_\Gamma, \beta_\Gamma$ определяются на основе сигналов w_x, w_y (рис. 2):

$$\alpha_\Gamma = \frac{1}{g} (w_x + \dot{V}_k \cos \alpha); \beta_\Gamma = \frac{1}{g} (V_k \dot{\theta} \cos \beta - w_y). \quad (11)$$

Моменты $M_1^{\text{ДЛМ}}, M_2^{\text{ДЛМ}}$, формируемые в контурах, содержащих вычислитель СУОП, контроллер двигателей маховиков, ДЛМ1 или ДЛМ2 (рис. 2), фактически также являются выходами эквивалентных ПИД-регуляторов, на входы которых поступают, в частности, соответствующие угловые скорости $\dot{\psi}_1$ и $\dot{\psi}_2$ [10]. Эти моменты порождают перемещения p_1, p_2 и, соответственно, гравитационные моменты маховиков с целью ограничения $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$.

B. Алгоритмы НС

НС осуществляет определение скорректированных с учетом проскальзывания колес ОКМ относительно подстилающей поверхности его координат x_k, y_k, z_k центра o_Γ оси колесной пары ОКМ в стартовой СК $OXYZ$, курсового угла $\theta_{\Gamma k}$, а также скоростей $V_{\Gamma k}$ и $\dot{\theta}_{\Gamma k}$. Основой навигационного решения является использование информации от одометрической подсистемы, которая обладает полной автономностью и высокой частотой измерений. При наличии проскальзывания, однако, возникают ошибки в измерении линейной и угловой скоростей ОКМ. В этой связи измерения одометрической подсистемы корректируются по измерениям ГНСС и по измерениям $\dot{\theta}_{\text{дус}}$ ДУС разворотов ОКМ вокруг оси $o_\Gamma z_{\text{п}}$.

По измерениям энкодеров в одометрической подсистеме скорости $V_{od}, \dot{\theta}_{od}$ при перемещении ОКМ по подстилающей поверхности без проскальзывания можно определить на основе соотношений:

$$\begin{aligned} V_{od} &= \frac{\dot{\gamma}_1 l_1 + \dot{\gamma}_2 l_2}{4\pi}; \\ \dot{\theta}_{od} &= \frac{\dot{\gamma}_2 l_2 - \dot{\gamma}_1 l_1}{4\pi b}, \end{aligned} \quad (12)$$

где l_1, l_2 – длины окружностей первого и второго колес ОКМ; индекс od обозначает принадлежность к измерениям одометрической подсистемы.

Ошибки измерений (12) при наличии проскальзывания колес ОКМ для построения алгоритма НС можно интерпретировать как результат эквивалентного проявления ошибок $\delta l_1, \delta l_2$ определения расчетных длин окружностей колес. Тогда ошибки $\delta V_{od}, \delta \dot{\theta}_{od}$ измерений скоростей принимают вид:

$$\begin{aligned} \delta V_{od} &= \frac{\dot{\gamma}_1 \delta l_1 + \dot{\gamma}_2 \delta l_2}{4\pi}; \\ \delta \dot{\theta}_{od} &= \frac{\dot{\gamma}_2 \delta l_2 - \dot{\gamma}_1 \delta l_1}{4\pi b}. \end{aligned} \quad (13)$$

Оценка ошибок измерений одометрической подсистемы осуществляется в фильтре Калмана. Уравнение системы ошибок измерений и уравнение измерений таковы:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{F} \times \mathbf{X} + \mathbf{Q}; \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{H} \times \mathbf{X} + \mathbf{v}, \end{aligned} \quad (14)$$

где \mathbf{X} – вектор состояния системы ошибок измерений; \mathbf{F} – матрица динамики этой системы; \mathbf{Z} – вектор измерений; \mathbf{H} – матрица измерений; \mathbf{Q}, \mathbf{v} – векторы белых шумов с нулевыми математическими ожиданиями.

В решаемой задаче вектор состояния \mathbf{X} примем в виде

$$\mathbf{X} = [\delta x \quad \delta y \quad \delta z \quad \delta \theta_\Gamma \quad \delta l_1 \quad \delta l_2 \quad \delta \omega_{\text{дус}}]^T, \quad (15)$$

где $\delta x, \delta y, \delta z$ и $\delta\theta_\Gamma$ – ошибки измерений одометрической подсистемой соответствующих координат и угла курса; $\delta\omega_{\text{дус}}$ – ошибка вычисления сдвига нуля ДУС.

Будем отыскивать компоненты матрицы \mathbf{F} применительно к оценке фильтром ошибок на интервале Δt между двумя последовательными измерениями ДУС и одометрической подсистемы. Для значений определяемых координат x_m, y_m, z_m и угла курса $\theta_{\Gamma m}$ на m -ом шаге имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} x_m &= x_{(m-1)к} + V_{\text{Год}} \cos \theta_{\Gamma m} \Delta t; \\ y_m &= y_{(m-1)к} + V_{\text{Год}} \sin \theta_{\Gamma m} \Delta t; \\ z_m &= z_{(m-1)к} + V_{od} \sin \alpha_y \Delta t; \\ \theta_{\Gamma m} &= \theta_{\Gamma(m-1)к} + \dot{\theta}_{\text{Год}m} \Delta t, \end{aligned} \quad (16)$$

где $x_{(m-1)к}, y_{(m-1)к}, z_{(m-1)к}$ и $\theta_{\Gamma(m-1)к}$ – значения скорректированных координат и курсового угла ОКМ на $(m-1)$ -м шаге; $V_{\text{Год}} = V_{od} \cos \alpha_y$ – проекция V_{od} на плоскость горизонта; $\dot{\theta}_{\text{Год}} = \dot{\theta}_{od} \cos \alpha_y \cos \beta_y$ – проекция $\dot{\theta}_{od}$ на вертикальную ось $o_\Gamma z_\Gamma$; $\alpha_y = \alpha_\Gamma - \alpha$.

Ошибки $\delta x, \delta y, \delta z$ и $\delta\theta_\Gamma$ определения координат и угла курса ОКМ, имеющие место при наличии проскальзывания и получаемые на основе варьирования (14), имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta x &= \cos \alpha_y (\delta V_{od} \cos \theta_\Gamma - \delta\theta_\Gamma V_{od} \sin \theta_\Gamma) \Delta t; \\ \delta y &= \cos \alpha_y (\delta V_{od} \sin \theta_\Gamma + \delta\theta_\Gamma V_{od} \cos \theta_\Gamma) \Delta t; \\ \delta z &= \delta V_{od} \sin \alpha_y \Delta t; \\ \delta\theta_\Gamma &= \delta\dot{\theta}_{od} \cos \alpha_y \cos \beta_y \Delta t. \end{aligned} \quad (17)$$

Проекция курсовой угловой скорости $\dot{\theta}_{\text{Год}}$ на нормаль к плоскости платформы имеет вид:

$$\dot{\theta}_{\text{под}} = \dot{\theta}_{od} \cos \alpha \cos \beta. \quad (18)$$

Приближённо сдвиг нуля курсового гироскопа $\omega_{\text{дус}}$ можно определить так:

$$\omega_{\text{дус}} = \dot{\theta}_{\text{дус}} - \dot{\theta}_{\text{под}}. \quad (19)$$

Тогда ошибка определения сдвига нуля $\delta\omega_{\text{дус}}$, порождаемая проскальзыванием, принимает вид:

$$\delta\omega_{\text{дус}} = -\frac{(\dot{\gamma}_2 \delta l_2 - \dot{\gamma}_1 \delta l_1)}{4\pi b} \cos \alpha \cos \beta. \quad (20)$$

Соотношения (17), (20) определяют матрицу \mathbf{F} динамики системы ошибок измерений:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & f_{14} & f_{15} & f_{16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{24} & f_{25} & f_{26} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{35} & f_{36} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{45} & f_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Delta t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{75} & f_{76} & 0 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где элементы матрицы \mathbf{F} :

$$\begin{aligned} f_{14} &= -V_{od} \cos \alpha_y \sin \theta_\Gamma; f_{15} = \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \cos \alpha_y \cos \theta_\Gamma; \\ f_{16} &= \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \cos \alpha_y \cos \theta_\Gamma; f_{24} = V_{od} \cos \alpha_y \cos \theta_\Gamma; \\ f_{25} &= \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \cos \alpha_y \sin \theta_\Gamma; f_{26} = \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \cos \alpha_y \sin \theta_\Gamma; \\ f_{35} &= \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \sin \alpha_y; f_{36} = \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \sin \alpha_y; f_{45} = -\frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi b} \cos \alpha_y \cos \beta_y; \\ f_{46} &= \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi b} \cos \alpha_y \cos \beta_y; f_{75} = \frac{\dot{\gamma}_1 \cos \alpha \cos \beta}{4\pi b \Delta t}; \\ f_{76} &= -\frac{\dot{\gamma}_2 \cos \alpha \cos \beta}{4\pi b \Delta t}. \end{aligned}$$

Вектор измерений \mathbf{Z} будем формировать следующим образом:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} x_s - x \\ y_s - y \\ z_s - z \\ \dot{x}_s - \dot{x} \\ \dot{y}_s - \dot{y} \\ \dot{z}_s - \dot{z} \\ (\dot{\theta}_{\text{дусс}} - \omega_{\text{дуск}}) - \dot{\theta}_{\text{под}} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где x_s, y_s, z_s и $\dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s$ – соответственно координаты и проекции скорости центра o_Γ ОКМ на оси стартовой СК $OXYZ$, определяемые приемником ГНСС; $\dot{\theta}_{\text{дусс}}$ – осредненные на интервале Δt измерения ДУС; $\omega_{\text{дуск}}$ – скорректированное значение сдвига нуля ДУС.

Полагая, что вклад ошибок измерений ГНСС в решение навигационной задачи существенно менее значим, чем вклад ошибок измерений одометрической подсистемой, порождаемых фактором проскальзывания колес ОКМ, измерения ГНСС можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_s &= x + v_x; y_s = y + v_y; z_s = z + v_z; \\ \dot{x}_s &= V_{\text{Год}} \cos \theta_\Gamma + v_{\dot{x}}; \dot{y}_s = V_{\text{Год}} \sin \theta_\Gamma + v_{\dot{y}}; \dot{z}_s = \\ &= V_{od} \cos \alpha_y + v_{\dot{z}}, \end{aligned} \quad (23)$$

где v_x, v_y, v_z и $v_{\dot{x}}, v_{\dot{y}}, v_{\dot{z}}$ – белые шумы измерений ГНСС координат и скоростей ОКМ.

Для компонент вектора измерений \mathbf{Z} имеем:

$$\begin{aligned} x_s - x &= \delta x + v_x; \\ y_s - y &= \delta y + v_y; \\ z_s - z &= \delta z + v_z; \\ \dot{x}_s - \dot{x} &= \delta V_{\text{Год}} \cos \theta_{\Gamma} - \delta \theta_{\Gamma} V_{\text{Год}} \sin \theta_{\Gamma} + v_{\dot{x}}; \\ \dot{y}_s - \dot{y} &= \delta V_{\text{Год}} \sin \theta_{\Gamma} + \delta \theta_{\Gamma} V_{\text{Год}} \cos \theta_{\Gamma} + v_{\dot{y}}; \\ \dot{z}_s - \dot{z} &= \delta V_{\text{од}} \sin \alpha_y + v_{\dot{z}}; \\ (\dot{\theta}_{\text{дусс}} - \omega_{\text{дуск}}) - \dot{\theta}_{\text{под}} &= \delta \omega_{\text{дус}}. \end{aligned} \quad (24)$$

На основе (24) получим матрицу измерений \mathbf{H} в следующем виде:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{44} & h_{45} & h_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_{54} & h_{55} & h_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{65} & h_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

где элементы матрицы \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} h_{44} &= -V_{\text{Год}} \sin \theta_{\Gamma}; h_{45} = \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \cos \alpha_y \cos \theta_{\Gamma}; \\ h_{46} &= \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \cos \alpha_y \cos \theta_{\Gamma}; h_{54} = V_{\text{Год}} \cos \theta_{\Gamma}; \\ h_{55} &= \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \cos \alpha_y \sin \theta_{\Gamma}; h_{56} = \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \cos \alpha_y \sin \theta_{\Gamma}; \\ h_{65} &= \frac{\dot{\gamma}_1}{4\pi} \sin \alpha_y; h_{66} = \frac{\dot{\gamma}_2}{4\pi} \sin \alpha_y. \end{aligned}$$

Получаемые в фильтре Калмана оптимальные оценки $\delta \hat{x}, \delta \hat{y}, \delta \hat{z}, \delta \hat{\theta}_{\Gamma}, \delta \hat{l}_1, \delta \hat{l}_2$ используются для коррекции навигационных параметров ОКМ:

$$\begin{aligned} x_k &= x - \delta \hat{x}; \\ y_k &= y - \delta \hat{y}; \\ z_k &= z - \delta \hat{z}; \\ \theta_{\Gamma k} &= \theta_{\Gamma} - \delta \hat{\theta}_{\Gamma}; \\ V_{\Gamma k} &= \frac{\dot{\gamma}_1 l_{1k} + \dot{\gamma}_2 l_{2k}}{4\pi} \cos \alpha_y; \\ \dot{\theta}_{\Gamma k} &= \frac{\dot{\gamma}_2 l_{1k} - \dot{\gamma}_1 l_{2k}}{4\pi b} \cos \alpha_y \cos \beta_y; \\ V_k &= \frac{\dot{\gamma}_1 l_{1k} + \dot{\gamma}_2 l_{2k}}{4\pi}, \end{aligned} \quad (26)$$

где $l_{1k} = l_1 - \delta \hat{l}_1, l_{2k} = l_2 - \delta \hat{l}_2$.

Оценка $\delta \hat{\omega}_{\text{дус}}$ используется для вычисления сдвига нуля ДУС:

$$\omega_{\text{дуск}} = \omega_{\text{дус}} - \delta \hat{\omega}_{\text{дус}}. \quad (27)$$

С. Алгоритмы СТУ

СТУ осуществляет выведение и поддержание центра o_{Γ} оси колесной пары ОКМ на программной пространственно-временной траектории, задаваемой БФПТ координатными функциями $x_{\Pi}(t), y_{\Pi}(t)$ в СК $OXYZ$. С этой целью в СТУ решается задача формирования требуемых моментов $M_1^{\text{ДМК}}, M_2^{\text{ДМК}}$. Они являются выходами контуров локомобионной подсистемы СТУ, содержащей контроллер двигателей колес и ДМК (ДМК1, ДМК2), которые реализуют ПИД-регуляторы, на входы которых поступают разности управляющих и скорректированных линейных скоростей ($V_{\text{Гу}} - V_{\text{Гк}}$) и угловых скоростей ($\dot{\theta}_{\text{Гу}} - \dot{\theta}_{\text{Гк}}$) ОКМ. В свою очередь, используя подход изложенный в [10,11], скорости $V_{\text{Гу}}$ и $\dot{\theta}_{\text{Гу}}$ будем формировать в траекторной подсистеме СТУ на основе соотношений:

$$\begin{aligned} V_{\text{Гу}} &= V_{\Pi} \cos e_3 + k_1 e_1; \\ \dot{\theta}_{\text{Гу}} &= \dot{\theta}_{\Pi} + V_{\Pi} k_2 e_2 + k_3 \sin e_3, \end{aligned} \quad (28)$$

где $V_{\Pi} = \pm (\dot{x}_{\Pi}^2 + \dot{y}_{\Pi}^2)^{1/2}$; $\dot{\theta}_{\Pi} = (\ddot{y}_{\Pi} \dot{x}_{\Pi} - \ddot{x}_{\Pi} \dot{y}_{\Pi}) (\dot{x}_{\Pi}^2 + \dot{y}_{\Pi}^2)^{-1}$; e_1, e_2, e_3 – компоненты вектора \mathbf{e} , определяющего соответственно тангенциальную, нормальную и угловую ошибки траекторного управления:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{\Gamma k} & \sin \theta_{\Gamma k} & 0 \\ -\sin \theta_{\Gamma k} & \cos \theta_{\Gamma k} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\Pi} - x_k \\ y_{\Pi} - y_k \\ \theta_{\Pi} - \theta_{\Gamma k} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Выбор знака V_{Π} зависит от направления перемещения ОКМ. Коэффициенты k_1, k_2, k_3 в (28) в соответствии с рекомендациями для колесных машин [12,13] будем выбирать так:

$$k_1 = k_3 = 2\xi (\dot{\theta}_{\Pi}^2 + \zeta V_{\Pi}^2)^{1/2}; k_2 = \eta |V_{\Pi}| \quad (30)$$

где $0 < \xi < 1, \eta > 0, \zeta > 0$ – свободные параметры.

VI. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОКМ

Разработанный ОКМ содержит в качестве измерителей: ИИБ Analog Devices ADIS16480 с микромеханическими акселерометрами и гироскопами; три лазерных высотометра Garmin LIDAR-Lite v4; энкодеры мотор-колес; двухчастотный приемник ГНСС Ublox M9P с поддержкой созвездий GPS, GLONASS и Baidu. Силовая исполнительная система управления ориентацией включает три идентичных маховика с исполнительными двигателями ДВМ и ДЛМ постоянного тока. Центральным вычислителем ОКМ является одноплатный компьютер Nvidia Jenson Xavier NX. Для формирования управлений ДМК используются контроллеры Flipsky 4.12; для формирования управлений ДВМ и ДЛМ используются контроллеры DC Motor Driver 2x15A Lite.

В процессе численных экспериментов с СУОП, в которой используется маховично-гравитационный способ управления платформой, была подтверждена его эффективность в общем случае при перемещениях ОКМ по

программным траекториям на негоризонтальной подстилающей поверхности [8, 9]. Для оценки эффективности предложенных принципов формирования НС и СТУ проведены экспериментальные исследования этих систем ОКМ в условиях его перемещений по программным пространственно-временным траекториям на аэродромной подстилающей поверхности. Характерные результаты этих исследований представлены на рис. 3, 4.

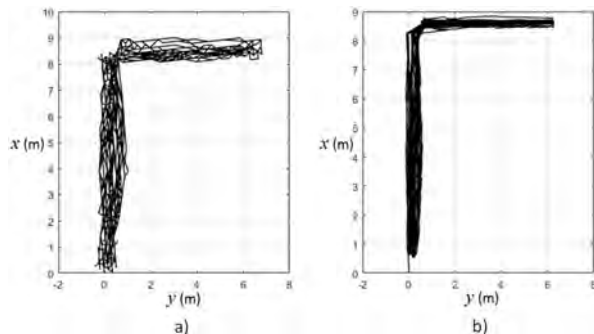


Рис. 3. Траектории ОКМ, полученные: а) – по результатам измерений ГНСС; б) – по результатам скорректированных измерений одометрической подсистемы

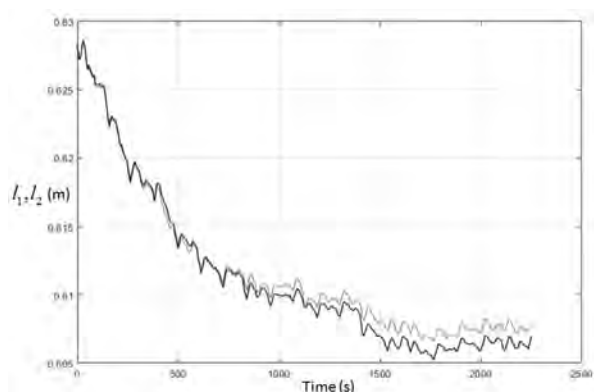


Рис. 4. Расчетные длины окружностей колес, используемые в алгоритмах НС

Характерная программная Г-образная траектория имеет общую протяженность 15 м. В каждом эксперименте осуществлялось порядка 200 проездов ОКМ по этой траектории. Время одного проезда составляет 11 секунд. Непосредственные измерения на аэродромном покрытии показали, что отклонения реализуемых траекторий от программной не превышают 0.3 м. График на рис. 3, а отображает траектории ОКМ, построенные по результатам измерений только ГНСС. Максимальная величина разброса результатов измерений координат x, y в этом случае составляет 0.9 м. На рис. 3, б представлены траектории, построенные по результатам измерений одометрической системы, скорректированным на основе измерений ГНСС и курсового ДУС. В этом случае разброс результатов измерений по координатам x, y существенно меньше, чем в предыдущем варианте, и составляет 0.6 м. На рис. 4 представлены характерные экспериментальные результаты определения полученных по информации от фильтра Калмана в НС оценок эквивалентных расчетных длин окружностей колес ОКМ, используемых в алгоритме НС. Эти длины в процессе перемещений ОКМ уменьшаются от 0.628 м. (предварительно измеренная длина окружностей каждого из колес) до 0.608 м. на первом колесе и до 0.605 м. на втором. Уменьшения длин определяются тем, что вслед-

ствие проскальзывания колес ОКМ перемещается на меньшие расстояния за каждый их оборот, чем в случае, если проскальзывание отсутствует. Следует отметить также, что оценки эквивалентных расчетных длин окружностей различны для первого и второго колес. Это связано с наличием разворотов ОКМ в процессе его перемещений, поскольку при разворотах колеса вращаются с разной скоростью, а следовательно, прокатывают разные расстояния по подстилающей поверхности. Полученный результат экспериментально подтверждает адекватность принятого в работе принципа учета фактора проскальзывания колес ОКМ путем эквивалентной корректировки расчетных длин окружностей колес в алгоритмах НС.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применительно к разработке роботов как наземных колёсных носителей аппаратуры мониторинга окружающей среды предложен вариант построения одноосного колёсного модуля с платформой, имеющей две угловые степени свободы относительно оси колесной пары. Такой ОКМ, учитывая вращательную степень свободы колёсной пары относительно подстилающей поверхности, представляет собой фактически трехосный гироскопический стабилизатор с управляемой платформой, способный перемещаться по программным траекториям на этой поверхности. Особенностью управления угловой ориентацией платформы является использование для этих целей маховично-гравитационного способа реализации управляющих платформой моментов. Разработаны принципы построения бортовых систем ОКМ – СУОП, НС, СТУ. Эти системы объединены в единый комплекс информационными связями, реализуемыми на основе использования фактора качения колес ОКМ по подстилающей поверхности с учетом их возможного проскальзывания относительно нее. Особенностью СУОП является использование в ней для компенсации моментов сил инерции, приложенных к платформе с верхней маятниковостью при ускоренных движениях ОКМ, моментов, развиваемых дополнительным компенсационным маховиком. В алгоритмах НС, осуществляющей одометрическое определение навигационных параметров с коррекцией их по информации от ГНСС и от курсового ДУС, предложена процедура корректировки расчетных длин окружностей колес ОКМ, адекватно обеспечивающая учёт их проскальзывания. СТУ реализуется на основе комплекса ТП и ЛП с учетом величин уклонов подстилающей поверхности. Результаты экспериментальных и численных исследований в целом подтвердили эффективность предложенных структуры и принципов построения взаимосвязанных бортовых систем одноосного колёсного модуля с управляемой платформой.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Voth, D., Segway to the future [autonomous mobile robot], IEEE Intelligent Systems 20, 2005, pp. 5–8.
- [2] Aleshin, B.S., Kuris, E.D., Lel'kov, K.S., et al., Control of the angular orientation of the platform of a uniaxial wheeled module moving without slippage over an underlying surface, Journal of Computer and Systems Sciences International, 2017, vol. 56, no 1, pp. 146–156, doi:10.1134/S1064230717010026.
- [3] Jian Huang, Feng Ding, Fukuda, T., & Matsuno, T., Modeling and Velocity Control for a Novel Narrow Vehicle Based on Mobile Wheeled Inverted Pendulum, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(5), 1607–1617, doi:10.1109/tcst.2012.2214439.

- [4] Кулешов А.В., Подчерзев В.П., Фатеев В.В., Бордачев Д.А. Двухосный индикаторный маховичный гиросtabilизатор // *Авиакосмическое приборостроение*. 2015. № 11. С. 3–12.
- [5] Белотелов В.Н., Мартыненко Ю.Г. Управление пространственным движением перевернутого маятника, установленного на колесной паре // *Изв. РАН. МТТ*. 2006. № 3. С. 25–42.
- [6] Безнос А.В., Гришин А.А., Ленский А.В. и др. Управление при помощи маховика маятником с неподвижной точкой подвеса // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. 2004. № 1. С. 27–38.
- [7] Murdok, D.D., Modeling, Identification and control of a wheeled balancing system, Georgia Institute of Technology, Dissertation in electrical and computer engineering, 2016, p. 143.
- [8] Алешин Б.С., Черноморский А.И., Михеев В.В. Индикаторная стабилизация в плоскости горизонта двухступенной платформы одноосного колесного модуля при его перемещениях по негоризонтальной неровной поверхности // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. 2018. №5. С. 122–135 [Электронный ресурс]. URL: <http://ras.jes.su/tisu/s000233880002852-6-1> (дата обращения: 14.04.2021). DOI: 10.31857/S000233880002852-6.
- [9] Черноморский А.И., Михеев В.В. Управление одноосным колесным модулем, перемещающимся на неровной поверхности по заданной траектории // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2018. № 12. С. 502–512.
- [10] Kolmanovsky, I., McClamroch, N., Developments in nonholonomic control problems, *Control Systems, IEEE, Japan*, 1995, vol. 14, no. 6, pp. 20–36.
- [11] Bloch, A.M., *Nonholonomic Mechanics and Control*. Interdisciplinary Applied Mathematics, New York: Springer-Verlag, 2003, 484, p. 157.
- [12] De Luca, A., Oriolo, G., Vendittelli, M., Control of wheeled mobile robots: An experimental overview, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. London, 2001, vol. 270, pp. 181–226.
- [13] Oriolo, G., De Luca, A., Vendittelli M. WMR Control Via Dynamic Feedback Linearization: Design, Implementation, and Experimental Validation, *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 2002, vol. 10, no. 6, pp. 835–852.

Оценка погрешности бесплатформенной инерциальной навигационной системы по результатам распознавания дорожных знаков в многомерном оптическом геофизическом поле

Р.Р. Бикмаев

Управление навигационно-геодезических систем,
МОУ «Институт инженерной физики»

Серпухов, Россия
naviserp5@iifmail.ru

Аннотация—В работе исследуются ошибки бесплатформенной инерциальной навигационной системы на наземном транспортном средстве при интеграции с активной стереокамерой. Навигационный алгоритм основывается на линейризованном фильтре Калмана состояния ошибки, в котором система счисления пути комплексируется с навигационными данными распознанных дорожных знаков. Распознавание дорожных знаков осуществляется на основе сверточной нейронной сети. Алгоритм апробирован на натуральных данных.

Ключевые слова—сверточные нейронные сети, облако точек, линейризованный фильтр Калмана состояния ошибки.

I. ВВЕДЕНИЕ

Бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) – основной навигационный датчик в системах счисления пути (ССП), которые широко используются в автономной навигации наземных транспортных средствах.

Главный ее недостаток – ошибки определения координат и курсового угла, нарастающие в зависимости от пройденного расстояния.

Снижение ошибки может обеспечиваться за счет: (1) интегрирования в навигационную систему методов абсолютной (глобальной) локализации с использованием дополнительных измерений; (2) коррекции ошибок местоположения и ориентации с применением параметрических методов фильтрации [1].

II. Подходы

Оцениванием погрешности БИНС для коррекции автономной системы навигации занимается большое количество научных школ с использованием теории оценивания линейных динамических систем. Главное отличие – в алгоритмах интеграции навигационных датчиков.

Наиболее распространенный подход: оценивание погрешности БИНС в алгоритмах комплексирования одометра, БИНС и спутниковой навигационной системы [2]. Данный метод интеграции имеет ограничение в автономности в периоды недоступности или недостоверности спутникового сигнала.

Интегрирование навигационной информации с использованием дополнительной информации из цифровой карты дорог (ЦКД) позволяет оценивать погрешности БИНС без использования спутниковой навигации [3]. В данном подходе точность оценки зависит от информа-

тивности, точности ЦКД и согласованности положения объекта по отношению к ориентирам на карте или ассоциации данных [4].

Для решения задачи ассоциации данных требуется интеграция БИНС, одометра и ЦКД с дополнительными датчиками: датчиком высоты, лазерным дальномером или техническим зрением [5].

Идея предлагаемого подхода – интеграция активной стереокамеры с одометром, БИНС и ЦКД для оценки погрешности БИНС по результатам распознавания ориентиров. Для оптимальной оценки используется параметрический метод фильтрации: косвенный (Indirect) фильтр Калмана или линейризованный (расширенный) фильтр Калмана состояния ошибки (ES-EKF) с включением в кинематическую модель движения измерения БИНС [6].

III. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На борту транспортного средства в точке центра масс расположена БИНС, с которой связана система координат F^I ; активная стереокамера, у которой оптический канал цветного изображения связан с системой координат F_1^C , а оптический канал глубины – с F_2^C . Также объект навигации оборудован колесным одометром, который связан с системой координат F^E , как представлено на рис. 1.

Для навигационной аппаратуры путем калибровки получены внутренние и внешние (матрицы взаимного перехода) параметры. Временная синхронизация датчиков не учитывается.

Транспортное средство движется со скоростью U и курсом α в трехмерной плоскости в навигационной (глобальной) системе координат $X^N Y^N Z^N$. Система координат транспортного средства (бортовая система координат) $X^L Y^L Z^L$ совмещена с навигационной системой координат в точке начальной выставки.

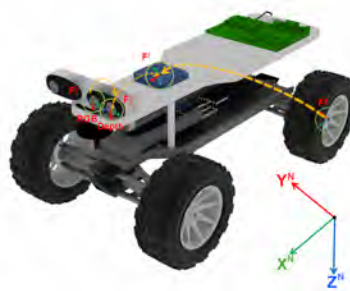


Рис. 1. Используемые системы координат

Колесный одометр с БИНС образуют системучисления пути (ССП), которая измеряет навигационную информацию в навигационной системе координат с частотой вращения колеса. ЦКД задана дорожными знакам с координатами X, Y, H .

У активной стереокамеры оба оптических канала OZ_1^C и OZ_2^C параллельны продольной оси транспортного средства. Оптический сенсор производит измерения в системах координат F_1^C и F_2^C . Используя информацию карты объектов, камера по каналу цвета распознает ориентиры, а по каналу глубины формирует по контуру распознанного дорожного знака навигационную информацию в виде облако точек, которое является многомерным оптическим геофизическим полем. По нему измеряется местоположение транспортного средства в навигационной системе координат с частотой встречаемости объектов на карте.

Требуется: (1) разработать алгоритм оценивания погрешностей БИНС на основе распознавания ориентиров; (2) оценить точность алгоритма по отношению к расчетной опорной траектории.

IV. РЕШЕНИЕ

Алгоритм линеаризованной фильтрации погрешности БИНС на основе распознавания ориентиров включает в себя: (1) кинематическую модель движения; (2) модели измерения для камеры и ССП; (3) вектор состояния ошибок и ее динамическую модель; (4) алгоритм измерения местоположения транспортного средства по распознанным дорожным знакам.

Функциональная схема предлагаемого решения изображена на рис. 2.

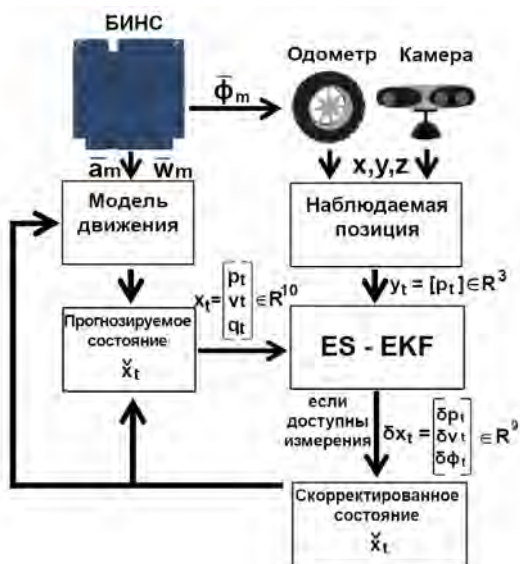


Рис. 2. Функциональная схема алгоритма оптимальной оценки погрешности БИНС

A. Линеаризованный фильтр Калмана состояния ошибки (ES-EKF)

Для нелинейных систем уравнение движения и уравнение наблюдения линеаризуется с помощью ряда Тейлора первого порядка в следующий вид:

$$\begin{aligned} x_t &= f_{t-1}(x_{t-1}, u_{t-1}, w_{t-1}) \approx f_{t-1}(\hat{x}_{t-1}, u_{t-1}, 0) \\ &+ F_{t-1}(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1}) + L_{t-1}w_{t-1} \\ y_t &= h_t(x_t, v_k) \approx h_t(\tilde{x}_t, 0) + H_t(x_t - \tilde{x}_t) + M_t v_t \end{aligned} \quad (1)$$

Перенос членов (1) приводит к следующему типу:

$$\begin{aligned} \underbrace{x_t - f_{t-1}(\hat{x}_{t-1}, u_{t-1}, 0)}_{\delta x_t} &= F_{t-1} \underbrace{(x_{t-1} - \hat{x}_{t-1})}_{\delta x_{t-1}} + L_{t-1}w_{t-1} \\ y_t &= h_t(\tilde{x}_t, 0) + H_t \underbrace{(x_t - \tilde{x}_t)}_{\delta x_t} + M_t v_t \end{aligned} \quad (2)$$

где $\delta x_{t-1}, \delta x_t$ – состояние ошибки на предыдущем и последующем такте времени.

Из (2) динамика ошибки определяется как

$$\delta x_t = F_{t-1} \delta x_{t-1} + L_{t-1}w_{t-1}, \quad (3)$$

где $w_t \sim N(0, Q_k)$ – ошибки модели и управления.

Из уравнения (3) следует, что преобразованное уравнение движения позволяет оценивать состояние ошибки и использовать его как коррекцию к номинальному состоянию, прогнозируемому моделью движения.

Алгоритм линеаризованного фильтра Калмана состояния ошибки представлен на рис. 3.

Высокочастотные данные с БИНС через вектор управления u_t интегрированы в номинальное состояние x_t , которое не учитывает ошибку w_t и недостатки модели. Ошибки будут накапливаться, собираться в состоянии ошибки δx и оцениваться фильтром Калмана, включающего все шумы и возмущения.

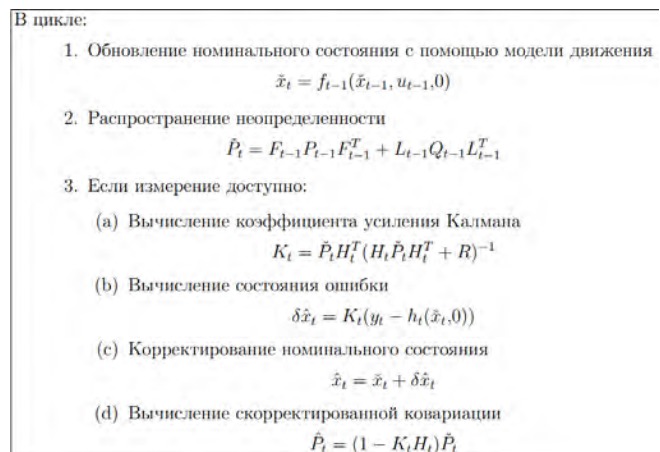


Рис. 3. Алгоритм линеаризованного фильтра Калмана состояния ошибки

Состояние ошибки включает в себя значения слабого по амплитуде сигнала. Поэтому его динамика эволюции корректно определяется линейной динамической системой с ее динамическими матрицами, матрицами управления и измерениями, вычисленными из значений номинального состояния. Параллельно с интегрированием номинального

состояния косвенный фильтр Калмана предсказывает гауссову оценку состояния ошибки – шаг 2 (рис. 3).

На шаге 3 выполняется коррекция фильтра при поступлении измерительной информации, отличной от БИНС. Это обновление обеспечивает апостериорную гауссову оценку состояния ошибки. После чего среднее значение состояния ошибки вводится в номинальное состояние и обнуляется. Матрица ковариаций состояния ошибки обновляется, чтобы отразить этот сброс. Эти шаги повторяются в цикле до тех пор, пока работает система.

Из-за того что состояние ошибки невелико по сравнению с номинальным значением, ошибка линеаризация будет незначительной. Динамика изменения ошибки БИНС будет медленной, что позволяет с более низкой скоростью корректировать состояние системы.

В. Модель движения

Для оценки вектора состояния $x_t \in R^{10}$ кинематическая модель движения задается уравнениями равноускоренного движения по динамике местоположения p_t и скорости v_t по трем осям, а также ориентации в четы-

рехмерном векторе – кватернионе $q \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} q_w \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix}$, как

представлено в следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} p_t &= p_{t-1} + v_{t-1}\Delta t + (C^{ni}a_{t-1} + g_n)\frac{\Delta t^2}{2}, \\ v_t &= v_{t-1} + (C^{ni}a_{t-1} + g_n)\Delta t, \\ q_t &= q_{t-1} \oplus q(\omega_{t-1}\Delta t) = \Omega(q(\omega_{t-1}\Delta t))q_{t-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Входными параметрами модели движения являются получаемые из БИНС по трем осям навигационные данные – ускорение a_t и угловая скорость ω_t .

С. Модели измерения

1) Модель измерения ССП

Модель измерения системы счисления пути описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} X^N &= X_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \cos(\Delta \alpha_i), \\ Y^N &= Y_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \sin(\Delta \alpha_i), \\ Z^N &= Z_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \sin(\Delta \theta_i), \end{aligned} \quad (5)$$

где X_0, Y_0, Z_0 – параметры начальной выставки в навигационной СК, ΔS_i – приращения пути за каждый такт колесного одометра, $\Delta \alpha$ – изменение курса, θ – угол тангажа.

Вставим его в уравнение наблюдения и получаем следующую модель измерения ССП:

$$y_t = H_t \begin{bmatrix} X_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \cos(\Delta \alpha_i) \\ Y_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \sin(\Delta \alpha_i) \\ Z_0 + \sum_{i=1}^n \Delta S_i \sin(\Delta \theta_i) \end{bmatrix} + v_t, \quad (6)$$

где H_t – матрица Якоби, $v_t \sim N(0, R_{DR})$ – ошибка измерения ССП.

2) Модель измерения активной стереокамеры

Она предполагает, что канал глубины камеры измеряет дальность D на оптический знак относительно локальной системы координат автомобиля. Кроме того, цветной канал обнаруживает визуальные элементы с отличительными признаками, по которым определяется сигнатура ориентира ЦКД. Каждый объект в карте имеет идентификатор m и координаты местоположения m_x, m_y, m_z в навигационной системе.

Измеренная дальность D для случая, когда обнаруженные камерой отличительные признаки в момент времени t соответствует ориентиру m на ЦКД, связаны с локальными координатами следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} X^L &= D(c_x - x_p) / f_x, \\ Y^L &= D(c_y - y_p) / f_y, \\ Z^L &= D. \end{aligned} \quad (7)$$

где c_x, c_y, f_x, f_y – калибровочные данные смещения оптической оси и фокуса камеры глубины.

Измерения из локальной в навигационную СК преобразуются через матрицу перехода T :

$$\begin{bmatrix} X^N \\ Y^N \\ Z^N \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} X^L \\ Y^L \\ Z^L \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где матрица

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \theta & \cos \alpha \sin \theta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \theta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & X_t \\ \sin \alpha \cos \theta & \sin \alpha \sin \theta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \theta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & Y_t \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \gamma & \cos \theta \cos \gamma & Z_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

в которой α, θ, γ – углы ориентации по курсу, тангажу и крену; X_t, Y_t, Z_t – параметры переноса от камеры в центр масс.

Уравнение наблюдения для стереокамеры выводится аналогично (6) с ошибкой измерения стереокамеры $v_i \sim N(0, R_C)$.

D. Состояние ошибки БИНС

Оно задано вектором $\delta x_t = \begin{bmatrix} \delta p_t \\ \delta v_t \\ \delta \phi_t \end{bmatrix} \in R^9$, где $\delta \phi_t$ –

ошибки по крену, тангажу и рысканию. Его динамика описывается (3), в котором $w_t \sim N(0, Q_t)$ – ошибки измерения акселерометров и датчика угловых скоростей БИНС.

E. Алгоритм измерения местоположения транспортного средства по распознанным дорожным знакам

Алгоритм представлен на рис.4. Входными данными для него являются цветное изображение $I(x_p, y_p)$ с канала RGB и информация D с канала глубины.

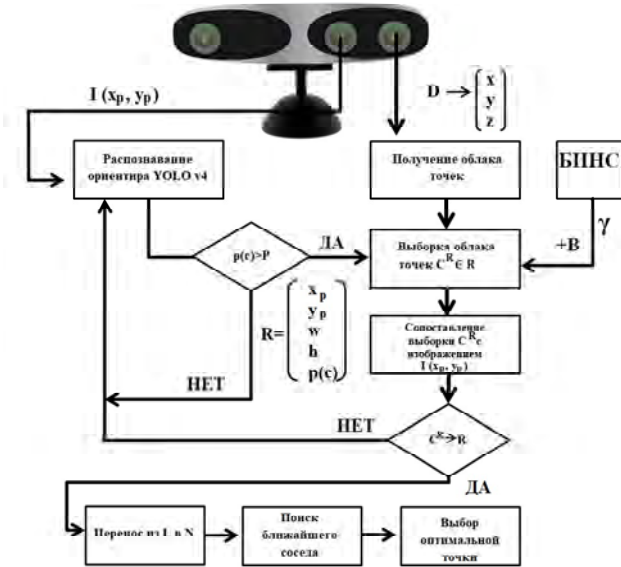


Рис. 4. Алгоритм измерения местоположения транспортного средства по распознанным дорожным знакам.

Ориентирами на ЦКД выбраны дорожные знаки как наиболее информативные оптические реперы на дороге. Их распознавание обеспечивает сверточная нейронная сеть архитектуры YOLO v4 с топологией сети в 53 слоя [7]. Для этого методом глубокого машинного обучения был получен классификатор из 10 классов дорожных знаков.

Подбор весовых параметров классификатора происходил путем оптимизации функции потерь:

$$J(\varpi, b) = \lambda \sum \sum I_{ij} [(x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2] + \lambda \sum \sum I_{ij} [(\sqrt{w_i} - \sqrt{\hat{w}_i})^2 + (\sqrt{h_i} - \sqrt{\hat{h}_i})^2] + \sum \sum I_{ij} (C_i - \hat{C}_i)^2 + \sum I_{ij} \sum (p_i(c) - \hat{p}_i(c))^2, \quad (9)$$

где ϖ, b – вес нейрона и смещение функции активации, x_i, y_i, w_i, h_i – координаты ограничивающего прямоугольника, определенные сетью, $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{w}_i, \hat{h}_i$ – координаты ограничивающего прямоугольника обучающей выборки, C_i, \hat{C}_i – определение класса сетью и ее оценка в обучающей выборке, $p_i(c), \hat{p}_i(c)$ – вероятность появления класса, определенная нейронной сетью и ее оценка в обучающей выборке, λ – регуляризатор, I_{ij} – характеристика наличия объекта.

Оптимизация $J(\varpi, b)$ производится в цикле из трех шагов: (1) вычисление по (9) текущих потерь (алгоритм прямого распространения ошибки); (2) вычисление текущего градиента (алгоритм обратного распространения ошибки); (3) обновление параметров ϖ и b (градиентный спуск).

Результатом распознавания ориентиров является получение ограничивающей рамки вокруг объектов на изображении с параметрами $R = [x_{top} \ y_{top} \ w \ h \ p(c)]^T$.

Информация D с канала глубины преобразуется во множество точек с координатами евклидова пространства согласно (7).

Полученное множество точек (облако точек) разбивается на выборку C^R по размеру R с добавлением смещения B для увеличения площади ограничивающего прямоугольника, если выполняется условие: вероятность распознавания объекта выше порога P .

Далее сопоставляем выбранное облако точек с ограничивающей рамкой на изображении. Для этого переходим от исходной евклидовой системы координат к гомогенной системе координат по следующему выражению:

$$R' = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x X + c_x Z \\ f_y Y + c_y Z \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Если $R' \in R$, то выполняется условие $C^R \rightarrow R$, и в эти точки евклидова пространства по (8) преобразуются в навигационную СК.

Далее производится поиск по известному алгоритму ближайшего соседа простым перебором координат точек из C^R с потенциальным ориентиром $m = [m_x \ m_y \ m_z]$ из ЦКД.

Координаты выбранной точки являются измерением местоположения транспортного средства относительно распознанного ориентира по следующему выражению:

$$X = m_x - (m_x - X^N) \\ Y = m_y - (m_y - Y^N) \\ Z = m_z - (m_z - Z^N) \quad (10)$$

F. Оценка алгоритма

Оценка алгоритма линеаризованной фильтрации производилась как среднеквадратическая ошибка (СКО) между вектором оценки состояния и вектором состояния расчетной опорной траектории:

$$\sigma = \sqrt{|\hat{x}_t - x_t^{\text{опор}}|} \quad (11)$$

V. РЕЗУЛЬТАТЫ

Представленный подход апробирован в эксперименте. Для этого в помещении собран испытательный стенд, в составе которого: (1) роботизированная машина, оборудованная одометром, БИНС на основе микроэлектромеханических систем, активная стереокамера Orbbec Astra на технологии Structured-Light и графическая плата NVIDIA Jetson TX-1 (рис. 5, а); (2) дорожные знаки высотой 0.1 м (рис.5, б); трассы с линейными и нелинейными участками (рис.5, в).



а) б) в)

Рис. 5. На рисунке: а) макет автомобиля; б) дорожные знаки; в) цифровая модель дороги в 3D

A. Определение ошибки измерения ССП

Ошибка рассчитывалась на основании (11) по результатам 10 заездов по маршруту, имеющую расчетную опорную траекторию и представлена в табл. 1.

TABLE I. ОШИБКА ИЗМЕРЕНИЯ ССП

СКО	Координаты		
	X	Y	Z
σ , м	0.31	0.28	0.92

Визуальное сравнение одного заезда с опорной траекторией представлено на рис. 6

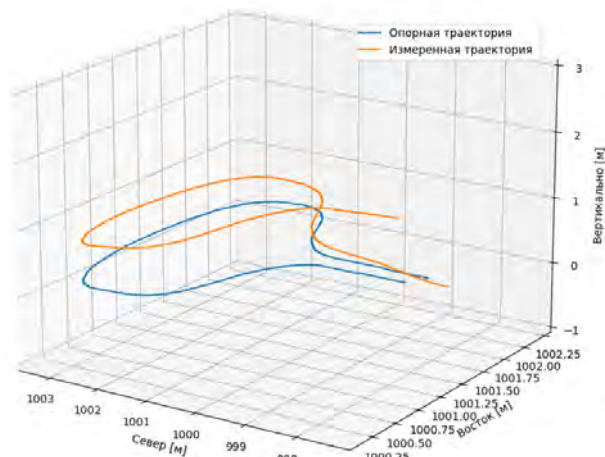


Рис. 6. Графики опорной и измеренной ССП траекторий

B. Определение ошибки измерения стереокамеры

В работе ошибка изменения дальности камерой глубины исследовалась путем наблюдения в стационарном положении транспортного средства за ориентирами на расстоянии 1, 1.5 и 2 метра. СКО представлено в табл. 2.

TABLE II. ОШИБКА ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ

СКО	Расстояние, м		
	1.0	1.5	2.0
σ , м	0.029	0.058	0.11

Полученные значения СКО сопоставимы с метрологической оценкой ошибки измерения данного типа стереокамеры [8].

C. Определение ошибки алгоритма измерения местоположения

Для получения лучшего классификатора в алгоритм распознавания сверточной нейронной сетью организовано глубокое машинное обучение с учителем в 20 тысяч итераций.

Выбор оптимальных весовых параметров осуществлялся с вычислением средней точности локализации распознанного объекта на изображении (mean Average Precision) по формуле

$$mAP = \frac{1}{N} \sum_1^N \frac{tp}{tp + fp}, \quad (12)$$

где tp – истинное положительное решение, fp – ложное положительное решение, N – количество распознанных объектов при пороге распознавания 50%.

На рис. 7 представлена динамика изменения точности локализации и функции потерь.

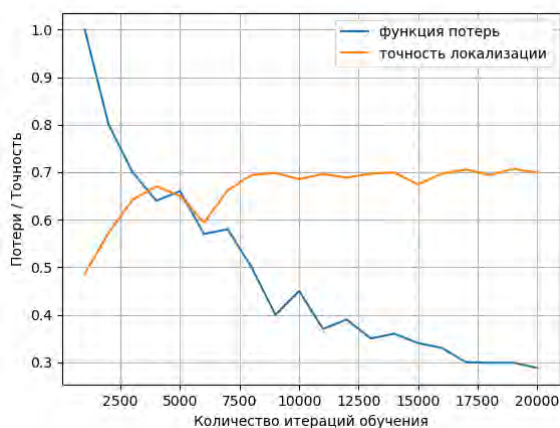


Рис. 7. Сравнение изменения функции потерь и точности локализации сверточной нейронной сети

Из рис. 7 следует, что после 17 тысяч итераций глубокого машинного обучения график изменения точности локализации становится пологим, так же как функция потерь. Поэтому модель весовых параметров на этом шаге была выбрана как оптимальная.

Для определения ошибки алгоритма созданы опорные измерения: на маршруте движения были определе-

ны контрольные точки, в которых известны координаты видимых ориентиров. Проезд через контрольную точку фиксировался по времени.

На рис. 8 демонстрируется распознавание сверточной нейронной сетью ориентира при проезде через контрольную точку.



Рис. 8. Распознанный дорожный знак «Въезд запрещен»

На рис. 9 показано изображение глубины, полученное в тот же момент времени, но по другому видеоканалу.



Рис. 9. Изображение глубины распознанного дорожного знака «Въезд запрещен»

По результатам 10 заездов были определены местоположения автомобиля, измеренные алгоритмом. Они показаны на рис. 10 точками зеленого цвета.

На основании (11) измеренные координаты сопоставлялись с опорными, определенными на контрольных точках. СКО алгоритма представлены в табл. 3.

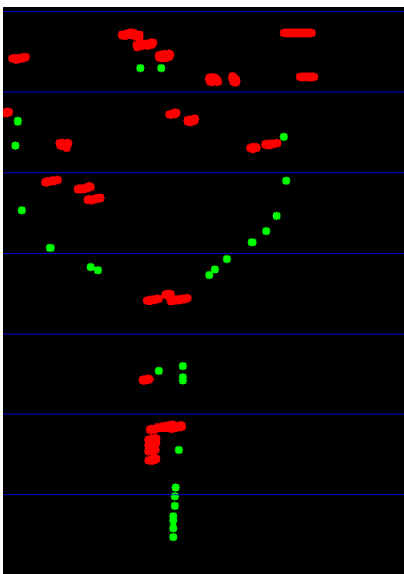


Рис. 10. Вид сверху, в котором красными точками отмечены облака точек распознанных ориентиров, а зелеными – местоположение транспортного средства

TABLE III. ОШИБКА ИЗМЕРЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ КАМЕРОЙ

СКО	Координаты		
	X	Y	Z
σ , м	0.07	0.04	0.03

D. Определение ошибки БИНС

При реализации алгоритма оптимальной оценки погрешности БИНС были учтены СКО, определенные для системы счисления пути и стереокамеры, в матрицах R_{DR}, R_C . Для БИНС ошибки измерения акселерометров задавались 0.1 м/с^2 и ошибки датчиков угловых скоростей – 0.1 град./с .

В ходе эксперимента были получены траектории для автономной навигации (только ССП) и при интеграции алгоритма измерения местоположения по распознанным дорожным знакам по значениям оценок линейризованным фильтром Калмана (рис. 11).

СКО, рассчитанный по (11), для алгоритма оптимальной оценки погрешности БИНС при двух режимах работы приведен в табл. 4.

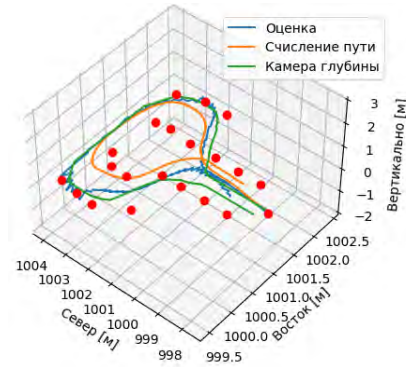


Рис. 11. Графики опорной, оцененной только автономной навигацией и интегрированной со стереокамерой

TABLE IV. ОШИБКА ОЦЕНКИ ТРАЕКТОРИИ

СКО	При автономной навигации			При интеграции стереокамеры		
	X	Y	Z	X	Y	Z
σ , м	0.29	0.18	0.69	0.16	0.10	0.15

Также для режимов автономной навигации и интеграции со стереокамерой получены амплитуды изменения ошибок БИНС по местоположению (рис. 12), скорости и ориентации (рис. 13).

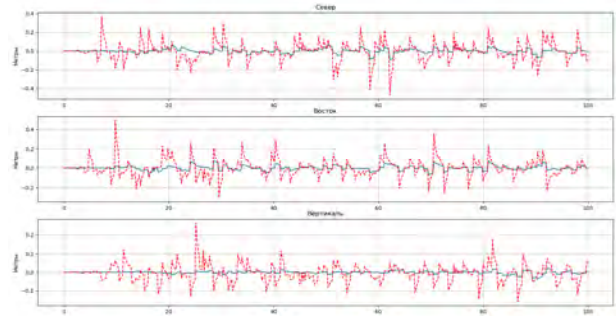


Рис. 12. Графики ошибок БИНС по местоположению

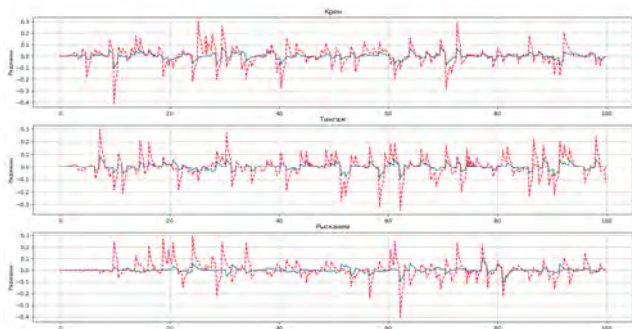


Рис. 13. Графики ошибок БИНС по углам Эйлера

На рис. 12 и 13 наблюдается резкий рост амплитуды ошибок БИНС на криволинейных участках траектории.

VI. Выводы

Из полученных результатов следует: (1) СКО измерений местоположения автомобиля по распознанным дорожным знакам ниже, чем СКО навигационных данных, получаемых от системы счисления пути; (2) интегрирование активной стереокамеры в систему автономной навигации обеспечивает уменьшение ошибки БИНС; (3) интеграция стереокамеры на криволинейных участках маршрута сглаживает амплитуду изменения ошибки ориентации транспортного средства.

Предложенный подход оценки погрешности БИНС реализован на языке программирования C++, с использованием библиотеки YOLOv4, OpenCV4, PCL, Eigen и Qt5.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Thrun, S., Burgard, W., and Fox, D., Probabilistic Robotics, MIT-Press, 2005, pp. 33–65.
- [2] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Кальченко А.О. Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона // Труды МАИ. 2015. Вып. 84. С. 16.
- [3] Котов Н.И. Наземная бесплатформенная инерциальная навигационная система, корректируемая в движении по информации контрольных точек дорожной сети // Сборник статей XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2008. С. 260–262.
- [4] Cox, J.C., A review of statistical data association techniques for motion correspondence. International Journal of Computer Vision, vol. 10(1), 1993, pp.53–66.
- [5] Садеков Р.Н. Принципы применения систем технического зрения в наземных интегрированных навигационных системах // Аэрокосмические технологии: Научные материалы Третьей международной научно-технической конференции, посвящённой 100-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея (РФ, г. Реутов, Москва, 20–21 мая 2014 г.) / Под ред. Симоньянца Р.П. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. С. 13.
- [6] Roumeliotis, S.I., Sukhatme, G.S. and Bekey, G.A., Circumventing dynamic modeling: evaluation of the error-state Kalman filter applied to mobile robot localization, Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999, pp. 1656–1663.
- [7] Bochkovskiy, A., Wang, C., Liao, H.M., YOLOv4: Optimal Speed and Accuracy of Object Detection. arXiv-2004.10934, 2020.
- [8] Giancola, S., Valenti, M., Sala, R., A Survey on 3D Cameras: Metrological Comparison of Time-of-Flight, Structured-Light and Active Stereoscopic Technologies. Springer, 2018, pp. 61–69.

▪ ЗАСЕДАНИЕ III – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ ▪

Инерциальная навигация и геофизические инварианты

А.В. Чернодаров
Экспериментальная мастерская
«НаукаСофт», Университет МАИ
Москва, Россия
e-mail: chernod@mail.ru

А.П. Патрикеев
Экспериментальная мастерская
«НаукаСофт»
Москва, Россия
e-mail: apatrikeev@naukasoft.ru

С.Е. Переляев
Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
e-mail: Pers2030@yandex.ru

Аннотация—Работа посвящена проблеме повышения точности бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) как в процессе начальной выставки, так и при автономном счислении координат. Предлагаемое решение проблемы опирается на использование геофизических инвариантов и их комбинаций для наблюдений ошибок БИНС. При начальной выставке кроме типовых инвариантов, связанных с неподвижностью основания БИНС, рассматриваются проекции векторов угловой скорости вращения Земли и ускорения силы тяжести на оси различных систем координат. В режиме автономной навигации БИНС в качестве инвариантов предлагается использовать проекции вектора угловой скорости вращения Земли на оси инерциальной системы координат. Такие проекции сравниваются с их значениями, вычисленными в БИНС. Формируемые наблюдения применяются для оценки ошибок БИНС с помощью обобщенного фильтра Калмана. Приводятся и анализируются результаты натуральных экспериментов с инерциально-спутниковой навигационной системой БИНС-500НС.

Ключевые слова—инерциальная навигационная система, всеширотное счисление координат, геофизические инварианты, глобальная навигационная спутниковая система, обобщенный фильтр Калмана.

I. ВВЕДЕНИЕ

Традиционно для оценки ошибок инерциальных навигационных систем (ИНС) используется информации от устройств, работа которых основана на других физических принципах [1–5]. Недостатком традиционных подходов является зависимость ИНС от таких устройств, а также от их ошибок. Кроме того, датчики внешней по отношению к ИНС информации имеют особенности, которые в ряде случаев ограничивают возможность их применения для коррекции ИНС. Например, при применении глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) возникают трудности, связан-

ные с нестабильностью информации от ГНСС по следующим причинам [6]:

- естественные и имитационные помехи;
- переотражение сигналов;
- пропадание сигналов из-за затенений и в туннелях;
- появления аномальных сигналов при изменении спутниковых созвездий и плохом геометрическом факторе.

Использование аномальных сигналов наблюдений может привести к нарушению информационной целостности [6–13] инерциально-спутниковых навигационных систем, когда при аппаратурной исправности получаемые оценки ошибок являются недостоверными. Применение оптико-электронных [3, 14, 15], радиолокационных [14] и астровизирных [3, 14] устройств для коррекции ИНС не всегда представляется возможным из-за ограничений на массу и габариты бортового оборудования.

В то же время функционирование ИНС тесно связано с геофизическими инвариантами, которые применяются, например, в геоинерциальных системах [16]. В таких системах используется информация о рельефе земной поверхности [17], а также об аномалиях ускорения силы тяжести [18, 19] и магнитного поля [14]. Однако указанные инварианты часто имеют нечеткий, размытый характер. Поэтому они не обеспечивают необходимую точность позиционирования.

В работе предлагается расширить применение стабильных (четких) геофизических инвариантов в инерциальной навигации. Такими инвариантами могут быть угловая скорость вращения Земли и ускорение силы тяжести. Аналитическая реализация алгоритмов ориентации и навигации позволяет сформировать наблюдения параметров бесплатформенных ИНС (БИНС), косвенно

связанных с указанными инвариантами и их комбинациями. Математический аппарат обобщенного фильтра Калмана (ОФК) [20] позволяет выполнять непрерывное оценивание ошибок БИНС по таким наблюдениям. Обобщение связано с расширением области применения традиционного линейного фильтра [5] на задачи оптимизации нелинейных динамических систем.

Цель работы – исследование новых возможностей геофизических инвариантов для формирования наблюдений ошибок БИНС при начальной выставке и в режиме навигации.

Достижение поставленной цели опирается на алгоритмы всеширотного счисления параметров движения [3, 21], реализованные в бесплатформенной инерциально-спутниковой навигационной системе БИНС-500НС [21] разработки ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт» (Москва). В развернутом виде система БИНС-500НС показана на рис. 1. Инерциальный измерительный модуль (ИИМ) системы БИНС-500НС выполнен на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) разработки НПК «ОПТОЛИНК» (Зеленоград) [22]. Частота обновления и регистрации данных на встроенную в систему флэш-память для ИИМ – 1кГц, для ГНСС ≤1Гц. Рассматриваемые в работе технологические решения реализованы на операционной системе реального времени Linux, поддерживающей модульную архитектуру построения БИНС.

Наличие встроенной флэш-памяти позволило получить и проанализировать зарегистрированные данные с учетом реальных условий эксплуатации. Кроме того, это позволило модернизировать и исследовать программно-математическое обеспечение на множестве траекторий и разработанных алгоритмов.

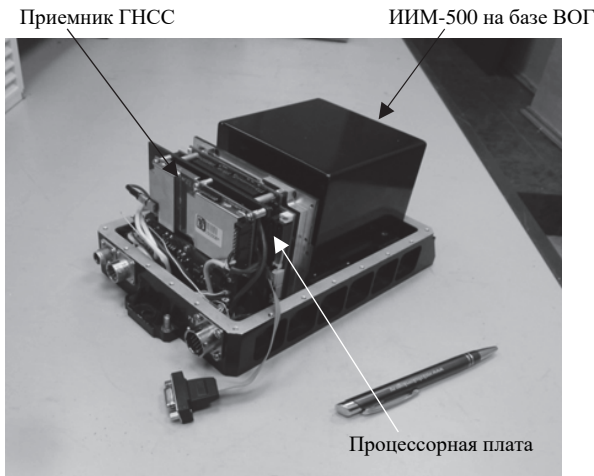


Рис. 1. Инерциально-спутниковая навигационная система БИНС-500НС

II. ВСЕШИРОТНЫЕ АЛГОРИТМЫ СЧИСЛЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Алгоритмы всеширотного счисления координат [3, 21] основаны на решении уравнений Пуассона в матричной

$$\dot{C}_2 = \tilde{\Pi}_2 C_2 \quad (1)$$

или в кватернионной форме

$$2\dot{\bar{P}}_2 = \Pi_2 \bar{P}_2, \quad (2)$$

где

$$\tilde{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_\zeta & -\omega_\eta \\ -\omega_\zeta & 0 & \omega_\xi \\ \omega_\eta & -\omega_\xi & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\xi & -\omega_\eta & -\omega_\zeta \\ \omega_\xi & \dots & \dots & \dots \\ \omega_\eta & \vdots & \tilde{\Pi}_2 & \\ \omega_\zeta & \vdots & & \end{bmatrix},$$

$C_2, \bar{P}_2 = \{p_0, p_1, p_2, p_3\}$ – соответственно матрица направляющих косинусов (МНК) и кватернион, характеризующие угловую ориентацию опорного полусвободного в азимуте трехгранника $o\xi\eta\zeta$ [3, 14, 21] относительно земной геоцентрической системы координат $O_I X_E Y_E Z_E$; $\bar{\omega} = [\omega_\xi \ \omega_\eta \ \omega_\zeta]^T$ – вектор угловой скорости вращения опорного трехгранника $o\xi\eta\zeta$ в геодезической системе координат [3, 14]. Для полусвободного в азимуте трехгранника $\omega_\zeta = 0$ [3]. Угловые скорости $\omega_\xi, \omega_\eta, \omega_\zeta$ определяются по проекциям V_ξ, V_η, V_ζ вектора относительной скорости \bar{V} из решения основного уравнения инерциальной навигации [3, 14]

$$\dot{\bar{V}} = C_3^T \bar{a} + \bar{g} - 2\bar{\Omega} \times \bar{V} - \bar{\omega} \times \bar{V}, \quad (3)$$

где $\bar{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ – вектор сигналов акселерометров; $\bar{g} = \bar{g}_{\text{гп}} - \bar{\Omega} \times (\bar{\Omega} \times \bar{R})$ – вектор ускорения силы тяжести; $g = \|\bar{g}\|_2$; $\bar{g}_{\text{гп}} = [g_\xi \ g_\eta \ g_\zeta]^T_{\text{гп}}$ – вектор гравитационного ускорения; $\bar{\Omega} = [\Omega_\xi \ \Omega_\eta \ \Omega_\zeta]^T$ – вектор угловой скорости вращения Земли; $\Omega = \|\bar{\Omega}\|_2$; $\bar{R} = [0 \ 0 \ R]^T$ – радиус-вектор местоположения ИИМ; (\times) – оператор векторного произведения; C_3 – МНК, характеризующая угловую ориентацию связанной с ИИМ системы координат $o\xi\eta\zeta$ относительно опорного трехгранника $o\xi\eta\zeta$, имеет вид

$$C_3 = C_0 C_1^T C_2^T, \quad (4)$$

C_1 – МНК, характеризующая ориентацию земной геоцентрической системы координат $O_I X_E Y_E Z_E$ отно-

сительно инерциальной $O_I X_I Y_I Z_I$ [2, 23]; C_0 – МНК, характеризующая угловую ориентацию связанной с ИИМ системы координат $oxyz$ относительно инерциальной $O_I X_I Y_I Z_I$, определяется из решения уравнения Пуассона

$$\dot{C}_0 = \tilde{\Pi}_0 C_0 \quad (5)$$

или его модификации для кватерниона $\bar{q}_0 = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, а именно

$$2\dot{\bar{q}}_0 = \Pi_0 \bar{q}_0; \quad (6)$$

$$\Pi_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\Theta}_x & -\dot{\Theta}_y & -\dot{\Theta}_z \\ \dot{\Theta}_x & \dots & \dots & \dots \\ \dot{\Theta}_y & \vdots & \tilde{\Pi}_0 & \\ \dot{\Theta}_z & \vdots & & \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\Pi}_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\Theta}_z & -\dot{\Theta}_y \\ -\dot{\Theta}_z & 0 & \dot{\Theta}_x \\ \dot{\Theta}_y & -\dot{\Theta}_x & 0 \end{bmatrix};$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos \Omega t & \sin \Omega t & 0 \\ -\sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$\dot{\Theta} = [\dot{\Theta}_x \ \dot{\Theta}_y \ \dot{\Theta}_z]^T$ – вектор сигналов датчиков угловой скорости.

Учитывая равенство (4), МНК C_3 может также определяться путем решения дифференциального уравнения

$$\dot{C}_3 = \tilde{\Pi}_0 C_3 - C_3 \tilde{\Pi}_2 - C_3 C_2 \tilde{\Pi}_1 C_2^T, \quad (8)$$

где $\tilde{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \Omega & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Следует отметить, что при определении МНК, характеризующей ориентацию ИИМ относительно сопровождающего трехгранника $oENH$ геодезической системы координат [2, 3], элемент

$$\Delta \dot{C}_3 = C_3 C_2 \tilde{\Pi}_1 C_2^T \quad (9)$$

в уравнении (8) не вычисляется. В этом случае матрица $\tilde{\Pi}_2$ [4, 24, 25] формируется на основе проекций векторов $\bar{\omega}$ и $\bar{\Omega}$ на оси трехгранника $oENH$.

Всеширотный алгоритм счисления координат может быть реализован путем решения уравнений Пуассона (1), (5) или (1), (8). Указанные уравнения могут быть также реализованы в кватернионной форме.

По элементам матрицы C_0 могут быть найдены углы ориентации $\bar{\psi}, \bar{\vartheta}, \bar{\gamma}$ связанной системы координат $oxyz$ относительно инерциальной $O_I X_I Y_I Z_I$. В этом случае полагается, что начальные направления осей указанных трехгранников совпадают, а повороты выполняются против часовой стрелки следующим образом [23]: первый на угол $\bar{\psi}$ вокруг третьей оси $O_I Z_I$, второй – на угол $\bar{\vartheta}$ вокруг нового положения первой оси $O_I X'_I$; третий – на угол $\bar{\gamma}$ вокруг нового положения второй оси $O_I Y'_I$.

Определяя МНК C_0 как базовую, взаимосвязь изменяемых в работе преобразований координат может быть представлена таблицей 1, где φ, λ – геодезические широта и долгота; $\psi_r, \vartheta, \gamma$ – углы гироскопического курса, тангажа и крена ИИМ относительно опорной системы координат $o\xi\eta\zeta$; A – азимутальный угол опорного навигационного трехгранника $o\xi\eta\zeta$ относительно геодезического сопровождающего трехгранника $oENH$; $\Delta t = t - t_0$ – время работы БИНС.

ТАБЛИЦА 1

C_0	C_1	\tilde{C}_2	C_3	C_4	C_5
$\bar{\psi}$	$\Omega \Delta t$	λ	ψ_r	A	$\pi/2$
$\bar{\vartheta}$	0	0	ϑ	0	$\pi/2$
$\bar{\gamma}$	0	$-\varphi$	γ	0	0

Соответствующие МНК формируются путем присвоения углам $\bar{\psi}, \bar{\vartheta}, \bar{\gamma}$ конкретных значений. Например, при определении МНК C_3 имеем: $\bar{\psi} = \psi_r, \bar{\vartheta} = \vartheta, \bar{\gamma} = \gamma$.

Начальные значения МНК C_2 и C_0 при $t = t_0$ имеют вид:

$$C_2(t_0) = C_4 C_5 \tilde{C}_2; \quad (10)$$

$$C_0(t_0) = C_3 C_2 \quad (11)$$

при $C_1(t_0) = I$, где I – единичная матрица.

С учетом (10), (11) определяются начальные значения кватернионов [26]:

$$\begin{aligned}
q_0 &= 0.5 \sqrt{1 + C_{0(0,0)} + C_{0(1,1)} + C_{0(2,2)}}; \\
q_1 &= 0.25 [C_{0(1,2)} - C_{0(2,1)}] / q_0; \\
q_2 &= 0.25 [C_{0(2,0)} - C_{0(0,2)}] / q_0; \\
q_3 &= 0.25 [C_{0(0,1)} - C_{0(1,0)}] / q_0,
\end{aligned}$$

где $C_{0(i,j)}$ – элементы МНК C_0 .

Начальные значения углов истинного курса ψ , тангажа ϑ и крена γ определяются методом аналитического гирокомпасирования [27] по сигналам чувствительных элементов ИИМ, а также по известной геодезической широте точки начальной выставки.

По элементам МНК C_2 или кватерниона \bar{P}_2 определяются геодезические широта φ , долгота λ и азимут A опорного трехгранника $o\xi\eta\zeta$ относительно сопровождающего трехгранника $oENH$ геодезической системы координат [21]:

$$\varphi = \arctg [(p_0^2 + p_3^2 - 0.5) / \sqrt{(p_0^2 + p_3^2)(p_1^2 + p_2^2)}], \quad [-\pi/2, \pi/2]; \quad (12)$$

$$\lambda = \arctg [(p_2 p_3 - p_0 p_1) / (p_1 p_3 + p_0 p_2)], \quad [-\pi, \pi]; \quad (13)$$

$$A = \arctg [(p_0 p_2 - p_1 p_3) / (p_2 p_3 + p_0 p_1)], \quad [0, 2\pi], \quad (14)$$

где p_i – элементы кватерниона \bar{P}_2 .

Углы ориентации ИИМ относительно опорного трехгранника определяются из следующих соотношений [21]:

$$\psi_\Gamma = \arctg [-\frac{C_{3(1,0)}}{C_{3(1,1)}}]; \quad \gamma = \arctg [-\frac{C_{3(0,2)}}{C_{3(2,2)}}];$$

$$\vartheta = \arctg \frac{C_{3(1,2)}}{\sqrt{C_{3(0,2)}^2 + C_{3(2,2)}^2}}.$$

В режиме навигации угол истинного курса имеет вид

$$\psi = A + \psi_\Gamma.$$

Элементы МНК C_3 определяются из (4) с учетом взаимосвязи МНК C_0 , C_2 и кватернионов \bar{q}_0 , \bar{P}_2 :

$$\begin{aligned}
C_{2(0,1)} &= 2(p_1 p_2 + p_0 p_3); \\
C_{2(1,1)} &= 2(p_0 p_0 + p_2 p_2) - 1; \\
C_{2(2,1)} &= 2(p_2 p_3 - p_0 p_1); \\
C_{2(0,2)} &= 2(p_1 p_3 - p_0 p_2);
\end{aligned}$$

$$C_{2(1,2)} = 2(p_2 p_3 + p_0 p_1);$$

$$C_{2(2,2)} = 2(p_0 p_0 + p_3 p_3) - 1;$$

$$C_{2(0,0)} = C_{2(1,1)} C_{2(2,2)} - C_{2(1,2)} C_{2(2,1)};$$

$$C_{2(1,0)} = C_{2(0,2)} C_{2(2,1)} - C_{2(0,1)} C_{2(2,2)};$$

$$C_{2(2,0)} = C_{2(0,1)} C_{2(1,2)} - C_{2(1,1)} C_{2(0,2)},$$

где $C_{2(i,j)}$ – элементы МНК C_2 .

Следует отметить, что традиционные алгоритмы счисления геодезических координат [4, 24, 25] имеют более простую реализацию, а именно:

$$\dot{\varphi} = V_N / R; \quad \dot{\lambda} = V_E / (R \cos \varphi). \quad (15)$$

Однако уравнения (15) вырождаются при их реализации в высоких широтах.

Счисляемые при реализации всеширотного алгоритма МНК могут быть использованы при формировании наблюдений геофизических инвариантов.

III. ВЗАИМОСВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ С ГЕОФИЗИЧЕСКИМИ ИНВАРИАНТАМИ

A. Начальная выставка БИНС на неподвижном основании и геофизические инварианты

В режиме начальной выставки БИНС определяются начальные условия для интегрирования уравнений вида (1)–(3), (5), (6). Геодезические координаты точки начальной выставки полагаются известными. Начальные значения углов ориентации могут быть определены методом аналитического гирокомпасирования (АГК) [27]. Такой метод реализуется по сигналам гироскопов и акселерометров, которые измеряют проекции вектора угловой скорости вращения Земли и ускорения силы тяжести на оси ИИМ. Инвариантами здесь являются угловая скорость вращения Земли и ускорение силы тяжести в точке начальной выставки.

Опираясь на метод АГК, начальные значения элементов матрицы ориентации C_3 могут быть определены по следующему алгоритму:

$$C_{3(0,2)} = -a_y / g;$$

$$C_{3(1,2)} = a_x / g;$$

$$C_{3(2,2)} = a_z / g;$$

$$C_{3(0,1)} = -[\Theta_y + C_{3(0,2)} \Omega \sin \varphi] / (\Omega \cos \varphi);$$

$$C_{3(1,1)} = [\Theta_x - C_{3(1,2)} \Omega \sin \varphi] / (\Omega \cos \varphi);$$

$$C_{3(2,1)} = [\Theta_z - C_{3(2,2)} \Omega \sin \varphi] / (\Omega \cos \varphi);$$

$$C_{3(0,0)} = C_{3(2,2)} C_{3(1,1)} - C_{3(2,1)} C_{3(1,2)};$$

$$C_{3(1,0)} = C_{3(0,2)} C_{3(2,1)} - C_{3(0,1)} C_{3(2,2)};$$

$$C_{3(2,0)} = C_{3(0,1)} C_{3(1,2)} - C_{3(0,2)} C_{3(1,1)}.$$

Представленные соотношения показывают, что режим АГК может быть реализован при произвольной ориентации ИИМ. Можно также видеть, что на точность метода АГК влияют дрейфы гироскопов и смещения сигналов акселерометров, а также колебания основания БИНС. Поэтому метод АГК используется для приближенного определения начальных углов ориентации ИИМ. Уточнение углов ориентации после режима АГК, а также оценка инструментальных дрейфов чувствительных элементов может быть выполнена в режиме точной начальной выставки. Такой режим реализуется с использованием наблюдений геофизических инвариантов и ОФК.

Типовыми являются инварианты, связанные с неподвижным основанием БИНС, а именно: нулевые относительные скорости и неизменные координаты

$$Z_{V(i)} = [V_\xi V_\eta V_\zeta]_{(i)\text{БИНС}}^T; \quad (16)$$

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]_{\text{БИНС}}^T - [\varphi_i \lambda_i h_i]_{\text{ТНВ}}^T, \quad (17)$$

где h_i – высота относительно земного эллипсоида;

ТНВ – обозначение точки начальной выставки.

Для повышения оперативности оценивания ошибок БИНС могут быть также использованы приращения составляющих вектора относительного ускорения на интервале наблюдения

$$Z_{\dot{V}(i)} = \dot{V}_i. \quad (18)$$

В работах [21, 28], кроме того, предлагается дополнительно формировать наблюдения, связанные с неизменностью проекций вектора угловой скорости вращения Земли на оси инерциальной системы координат $O_I X_I Y_I Z_I$:

$$Z_{\bar{\Omega}(i)} = \Delta \hat{\Omega}_i - \Delta \bar{\Omega}_i, \quad (19)$$

$$\text{где } \Delta \hat{\Omega}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} C_0^T(\tau) \dot{\Theta}(\tau) dt; \quad (20)$$

$$\Delta \bar{\Omega}_i = [0:0:\Omega \Delta t_i]^T;$$

$\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ – интервал наблюдения.

Особенность режима точной начальной выставки связана с реализацией «псевдосчисления» параметров ориентации и навигации по сигналам чувствительных элементов при неподвижном основании БИНС.

При кватернионной реализации уравнений счисления базовый вектор ошибок БИНС включает 18 параметров, а именно: ошибки счисления составляющих вектора относительной скорости, ошибки счисления элементов кватернионов навигации и ориентации, угловые дрейфы гироскопов, смещения сигналов акселерометров и ошибку счисления высоты относительно земного эллипсоида.

Некоторые результаты эксперимента по оценке точностных характеристик системы БИНС-500НС после начальной выставки представлены на рис. 2–5. Результаты сравнительного анализа функционирования БИНС

с различными схемами демпфирования ошибок чувствительных элементов (ЧЭ) получены на основе счисления параметров движения по зарегистрированным сигналам ЧЭ и ГНСС.

Эксперименты проводились в наземных условиях с размещением оборудования в подвижной лаборатории на базе автомобиля. Циклограмма работы системы БИНС-500НС включала следующие этапы: грубая начальная выставка (НВ) методом АГК ($t = 0:300$ с); точная начальная выставка с применением инвариантов и ОФК ($300\text{с} < t < 740$ с); режим автономной инерциальной навигации ($t > 740$ с). На рис. 2 показана горизонтальная траектория движения испытательной лаборатории, где

$$\Delta \varphi_R = [\varphi(t) - \varphi(t_0)]R; \quad \Delta \lambda_R = [\lambda(t) - \lambda(t_0)]R \cos \varphi.$$

На рис. 3–5 представлены круговые позиционные ошибки ΔS системы БИНС-500НС в инерциальном режиме: на рис. 3 – только после грубой НВ методом АГК; на рис. 4 – после АГК и точной начальной выставки по алгоритму (16), (17); на рис. 5 – после АГК и точной начальной выставки по алгоритму (16), (17), (19), где

$$\Delta \hat{S} = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}; \quad \delta_\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{СНС}})R;$$

$$\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{СНС}})R \cos \varphi_{\text{СНС}}.$$

Представленная на рис. 3 позиционная ошибка соответствует режиму АГК в течение 740 с. Графику на рис. 3 соответствует средняя круговая оценка инструментального дрейфа ВОГ $\Delta \hat{\omega}_i$, полученная с помощью ОФК по зарегистрированным данным и показанная на рис. 6, где

$$\Delta \hat{\omega}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=i-N+1}^i \Delta \hat{\omega}_k; \quad \Delta \hat{\omega} = \sqrt{\Delta \hat{\omega}_x^2 + \Delta \hat{\omega}_y^2 + \Delta \hat{\omega}_z^2},$$

$\Delta \hat{\omega}_x, \Delta \hat{\omega}_y, \Delta \hat{\omega}_z$ – оценки дрейфов ВОГ по соответствующим осям ИИМ; N – число отсчетов.

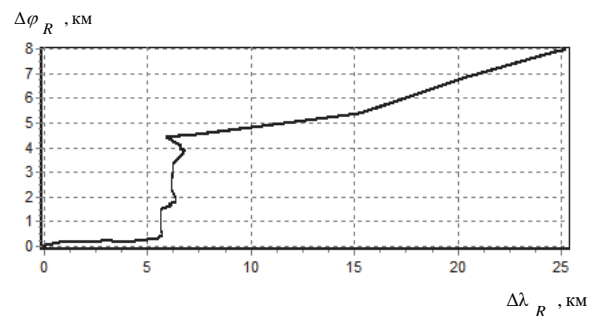


Рис. 2. Горизонтальная траектория движения испытательной лаборатории

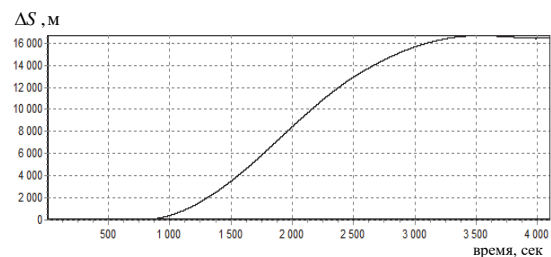


Рис. 3. Круговая позиционная ошибка в инерциальном режиме после гирокомпасирования

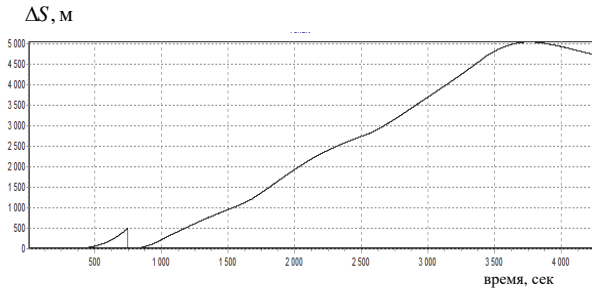


Рис. 4. Круговая позиционная ошибка в инерциальном режиме после точной НВ по алгоритму (16), (17)

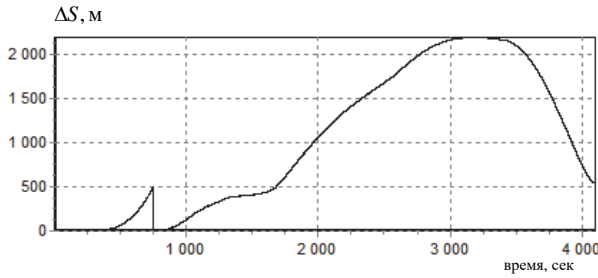


Рис. 5. Круговая позиционная ошибка в инерциальном режиме после точной НВ по алгоритму (16), (17), (19)

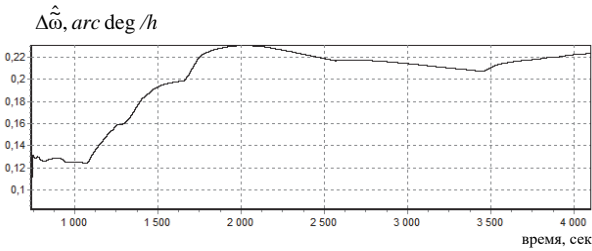


Рис. 6. Средняя круговая оценка дрейфа ВОГ

Можно видеть, что применение дополнительных наблюдений (19) позволяет повысить точность начальной выставки и на этой основе уменьшить позиционную ошибку числения не менее, чем в 2 раза.

По характеристикам инструментальных дрейфов чувствительных элементов систему БИНС-500НС можно отнести к среднему классу точности. Поэтому повышение точностных характеристик таких БИНС опирается на возможности бортовой компьютерной реализации современных математических методов оценки и компенсации инструментальных дрейфов чувствительных элементов в процессе эксплуатации.

Для повышения наблюдаемости ошибок чувствительных элементов и параметров ориентации может быть использован геофизический инвариант, связанный с неизменностью векторного произведения $\bar{\Omega}_{ENH} \times \bar{g}_{ENH}$ в точке начальной выставки БИНС, где $\bar{\Omega}_{ENH}$; \bar{g}_{ENH} – соответственно векторы угловой скорости вращения Земли и ускорения силы тяжести в проекциях на оси сопровождающего трехгранника $oENH$ геодезической системы координат. Наблюдение такого инварианта имеет вид

$$Z_{(\bar{\Omega} \times \bar{g})i} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \{ [C_4^T(\tau) C_3^T(\tau) \dot{\Theta}(\tau)] \times$$

$$\times [C_4^T(\tau) C_3^T(\tau) \bar{a}(\tau)] \} dt -$$

$$- [\Omega \cos \varphi g \Delta t_i; 0; 0]^T, \quad (21)$$

где C_4 – МНК, характеризующая взаимную угловую ориентацию трехгранников $o\xi\eta\zeta$ и $oENH$; $C_4 = C_1$ при замене $\Omega t = A$.

Возможные геофизические инварианты для применения в режиме начальной выставки БИНС представлены также в работе [29]. Однако в указанной работе не показано отображение предлагаемых инвариантов на алгоритмы оценивания ошибок БИНС с помощью ОФК.

В. Начальная выставка БИНС на качающемся основании и геофизические инварианты

При выполнении начальной выставки БИНС на качающемся основании необходимо учитывать следующие особенности реализации такого режима:

- цифровая обработка сигналов чувствительных элементов [30] в режиме АГК может привести к динамическим искажениям формируемых углов ориентации. Поэтому интервалы сглаживания измерений должны быть согласованы со спектром колебаний;
- в режиме точной начальной выставки при отсутствии линейных перемещений справедливы наблюдения (16)–(18). Однако наблюдения (19), (21) должны формироваться с учетом вращения ИИМ вокруг центра масс.

С учетом указанных особенностей могут быть модифицированы наблюдения (19), связанные с неизменностью проекций вектора угловой скорости вращения Земли на оси инерциальной системы координат:

$$Z_{\dot{\delta}(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} [C_0^T \dot{\Theta}(\tau) - C_2^T \dot{\delta}(\tau)] d\tau - [0; 0; \Omega \Delta t_i]^T, \quad (22)$$

где $\dot{\delta} = [\dot{\delta}_\xi \ \dot{\delta}_\eta \ \dot{\delta}_\zeta]^T$ – вектор угловой скорости вращения ИИМ относительно опорного трехгранника $o\xi\eta\zeta$;

$$\dot{\delta}_\xi = \dot{\vartheta} \cos \psi_\Gamma - \dot{\gamma} \sin \psi_\Gamma \cos \vartheta; \quad (23)$$

$$\dot{\delta}_\eta = \dot{\vartheta} \sin \psi_\Gamma + \dot{\gamma} \cos \psi_\Gamma \cos \vartheta; \quad (24)$$

$$\dot{\delta}_\zeta = \dot{\psi}_\Gamma + \dot{\gamma} \sin \vartheta. \quad (25)$$

Углы ориентации ψ_Γ , ϑ , γ определяются по элементам матрицы C_3 , а их производные – из решения следующих уравнений:

$$\dot{C}_3 = \dot{C}_0 C_1^T C_2^T + C_0 \dot{C}_1^T C_2^T + C_0 C_1^T \dot{C}_2^T, \quad (26)$$

где МНК \dot{C}_0 и C_0 определяются из уравнений (5); МНК \dot{C}_2 и C_2 определяются из уравнений (1); МНК C_1 определяется из уравнения (7), а \dot{C}_1 имеет вид:

$$\dot{C}_1 = \begin{bmatrix} -\Omega \sin \Omega t & \Omega \cos \Omega t & 0 \\ -\Omega \cos \Omega t & -\Omega \sin \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

t – время функционирования БИНС.

С. Автономная навигация БИНС и геофизические инварианты

Геофизические инварианты могут быть использованы для коррекции БИНС и в режиме автономной инерциальной навигации [31]. Для этого предлагается расширенная модификация наблюдения угловой скорости вращения Земли в инерциальной системе координат. Такая модификация должна формироваться с учетом движения объекта относительно Земли и его вращения вокруг центра масс. Наблюдение, расширенное относительно (22), будет иметь вид:

$$Z_{\bar{\omega}(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \{C_0^T \dot{\Theta}(\tau) - C_2^T [\bar{\omega}(\tau) + \dot{\delta}(\tau)]\} d\tau - [0; 0; \Omega \Delta t_i]^T. \quad (27)$$

Таким образом, на основе геофизических инвариантов могут быть сформированы наблюдения, косвенно связанные с ошибками БИНС и дрейфами чувствительных элементов. Обработка таких наблюдений с помощью ОФК позволяет непрерывно оценивать ошибки и корректировать параметры БИНС. Реализация предлагаемой технологии коррекции БИНС с помощью ОФК опирается на достаточно сложные математические модели наблюдений (19), (21), (27). Например, наиболее простая модель наблюдения (19) имеет вид

$$Z_{\bar{\omega}(i)} = \tilde{H}_i \Phi_i x_{i-1} + \mathcal{G}_i, \quad (28)$$

где $\tilde{H}_i(x) = H_i + H_{i-1} \Phi_i^{-1}$;

\mathcal{G}_i – вектор случайных ошибок наблюдений;

Φ_i ; Φ_i^{-1} – прямая и обратная переходные матрицы для вектора ошибок БИНС $x(t)$, определяемые из решения дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} d\Phi(t, t_{i-1})/dt &= \dot{\Phi}(t, t_{i-1}) = A(t)\Phi(t, t_{i-1}); \\ \dot{\Phi}^{-1}(t, t_{i-1}) &= -\Phi^{-1}(t, t_{i-1})A(t) \end{aligned}$$

при $\Phi(t_{i-1}, t_{i-1}) = I$; I – единичная матрица; $A(t) = \partial F[Y(t), t] / \partial Y$ – матрица коэффициентов, характеризующих динамику изменения ошибок БИНС. Указанная матрица формируется путем варьирования уравнений (2) и (5) по входящим в них параметрам $Y(t)$, а также путем учета динамики изменения дрейфов ВОГ и смещений сигналов акселерометров. В системе БИНС-500НС динамика дрейфов сигналов чувствительных элементов моделируется на основе уравнений формирующего фильтра первого порядка [3, 14].

Матрица H_i для наблюдения (28) формируется путем варьирования уравнения (20) по входящим в него параметрам с учетом взаимосвязи МНК с кватернионами.

На рис. 7 показана круговая позиционная ошибка ΔS системы БИНС-500НС в инерциальном режиме, соответствующая алгоритму (16), (17), (19), (27).

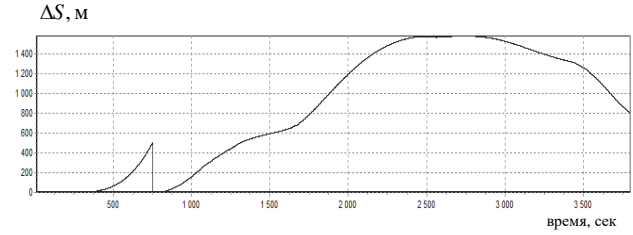


Рис. 7. Круговая позиционная ошибка в инерциальном режиме после точной начальной выставки по алгоритму (16), (17), (19), (27)

Можно видеть, что применение наблюдений (27) позволило уменьшить ошибку автономного инерциального счисления геодезических координат не менее, чем в 1,5 раза.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современное состояние инерциальных чувствительных элементов не обеспечивает необходимую точность автономного позиционирования подвижных объектов с помощью БИНС. В то же время возможности компьютерных технологий позволяют применить перспективные математические методы для оценки и компенсации инструментальных дрейфов чувствительных элементов. В представленной работе такие методы опираются на наблюдения геофизических инвариантов и математический аппарат ОФК. Кроме традиционных инвариантов, связанных с неизменностью положения БИНС при начальной выставке и с неизменностью геофизических полей в режиме навигации, предлагается расширить использование традиционных параметров, неизменных во времени и в пространстве. Такими параметрами являются векторы угловой скорости вращения Земли и ускорения силы тяжести, а также их комбинации. Реализация предлагаемых подходов основана на использовании, как самих наблюдений инвариантов, так и их математических моделей, связанных с ошибками БИНС и чувствительных элементов. Новыми можно считать наблюдения, связанные с неизменностью величины и направления угловой скорости вращения Земли в инерциальной системе координат. В режиме начальной выставки вычисленные значения углов поворота основания БИНС должны проектироваться на инерциальную систему координат и сравниваться с их значениями, известными априорно. В режиме инерциальной навигации может быть использована расширенная модификация такого наблюдения, учитывающая движение объекта относительно Земли и его вращение вокруг центра масс. Таким образом, предлагаемый подход обеспечивает непрерывную оценку и коррекцию параметров БИНС и дрейфов чувствительных элементов по наблюдениям инвариантов, как в процессе начальной выставки, так и в автономном инерциальном режиме. Рассмотренные инварианты отображаются на всеширотный алгоритм счисления геодезических координат, реализованный в инерциально-спутниковой навигационной системе БИНС-500НС.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Noureldin, A., Karamat, T., Geogy, J., *Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration*, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.
- [2] Rogers, R.M., *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems, Second Edition*. AIAA Education Series, 2003.
- [3] Бабич О.А. *Обработка информации в навигационных комплексах*. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
- [4] Емельянец Г.И., Степанов А.П. *Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации* / под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
- [5] Степанов О.А. *Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть I. Введение в теорию оценивания* / Изд. 3-е. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.
- [6] Шмидт Дж.Т. *Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды* // Гироскопия и навигация. 2019. № 1. С. 3–21.
- [7] Чернодаров А.В. *Контроль и адаптивно-робастная защита целостности инерциально-спутниковых наблюдений* // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 30–40.
- [8] Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. *Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем*. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 207 с.
- [9] Харисов В.Н. *ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования* / Под ред. В.Н. Харисова и А.И. Перова. М.: Радиотехника, 4-е издание, 2010. 800 с.
- [10] Van Graas, F., *Signals Integrity, AGARD-LS-207*, Neuilly-sur-Seine Cedex, France, 1996, pp. 7.1–7.12.
- [11] Wu, F., Gu, C., Zhang, Y.H., Mu, R.X., *SINS Aided GPS Integrity Monitoring for SINS/GPS Tightly Integrated Navigation System*, 24th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Electropritor, 2017, pp. 106–112.
- [12] Tanil, C., Khanafseh, S., Joerger, M., and Pervan, B., *An INS Monitor to Detect GNSS Spoofers Capable of Tracking Vehicle Position*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 54, no. 1, 2018, pp. 131–143.
- [13] Tanil, C., Khanafseh, S., and Pervan, B., *Detecting Global Navigation Satellite System Spoofing Using Inertial Sensing of Aircraft Disturbance*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 40, no. 8, 2017, pp. 2006–2016.
- [14] Titterton, D.H. and Weston, J.L., *Strapdown Inertial Navigation Technology*, Reston, AIAA, 2004.
- [15] Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И. и др. *Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве* / Л.И. Августов / под редакцией Г.И. Джанджгавы. М.: ООО Научтехлитиздат, 2015. 592 с.
- [16] Чернодаров А.В. *Комплексная обработка информации в геонинерциальных навигационных системах* // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 487–491.
- [17] Джанджгава Г.И., Августов Л.И. *Навигация по геополям. Научно-методические материалы*. М.: Научтехлитиздат, 2018. 296 с.
- [18] *Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли* / под общей редакцией В.Г. Пешехонова; науч. редактор О.А. Степанов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.
- [19] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Казьмин О.О. и др. *Летная отработка гравиинерциально-спутниковой навигационной системы* // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 244–247.
- [20] Maybeck, P.S., *Stochastic Models, Estimation and Control*. N.Y., Academic Press, 1982, vol. 2.
- [21] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Карпов О.А. *Летная отработка инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС в высоких широтах* // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 296–299.
- [22] <http://www.optolink.ru>.
- [23] Бромберг П.В. *Теория инерциальных систем навигации*. М.: Наука, ГРФМЛ, 1979. 296 с.
- [24] Savage, P.G. *Strapdown System Computational Elements*. NATO RTO Lecture Series No. 232, *Advances in Navigation Sensors and Integration Technology*, October 2003, pp. 3.1–3.28.
- [25] Челноков Ю.Н. *Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 512 с.
- [26] Онищенко С.М. *Применение гиперкомплексных чисел в теории инерциальной навигации. Автономные системы*. Киев: Наукова думка, 1983. 208 с.
- [27] Матвеев В.В., Распопов В.Я. *Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем*. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. 280 с.
- [28] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Переляев С.Е. *Полунатурная отработка программно-математического обеспечения инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500 на волоконно-оптических гироскопах* // Гироскопия и навигация. 2010. № 4. С. 19–31.
- [29] Водичева Л.В., Алиевская Е.Л., Парышева Ю.В. *Начальная выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на неподвижном основании: методы и их погрешности* // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С. 71–74.
- [30] Чернодаров А.В., Переляев С.Е. *Контроль и оценка состояния инерциальных чувствительных элементов при комплексной первичной обработке сигналов* // XIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор», 2007. С. 93–95.
- [31] Пат. 2725029 Российская Федерация, МПК G01C 23/00. *Способ повышения точности бесплатформенной инерциальной навигационной системы* / Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Халютин О.С.; приор. 06.02.19; опубли. 29.06.20, Бюл. № 19.

Оценка обобщенных параметров в задаче начальной выставки и калибровки ИНС для космических средств выведения

Л.Н. Бельский
АО НПО автоматики
им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия

Л.В. Водичева
АО НПО автоматики
им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Ю.В. Парышева
АО НПО автоматики
им. академика Н.А. Семихатова
Екатеринбург, Россия

Аннотация—Рассматривается методика начальной выставки и калибровки ИНС для космических средств выведения. Методика основана на введении при обработке информации промежуточных (обобщенных) параметров, что позволяет существенно упростить алгоритмы и эффективно отфильтровать шумы измерения и входные возмущения. Приводится вывод основных соотношений и результаты оценки точности, полученные по результатам реальных пусков.

Ключевые слова—космические средства выведения, инерциальный измерительный блок, гиросtabilизированная платформа, начальная выставка, калибровка.

I. ВВЕДЕНИЕ

Автономной начальной выставке и калибровке инерциальных измерительных блоков (ИИБ), рассматриваемым обычно как две различные задачи инерциальной навигации, посвящено множество работ. Методы решения этих задач зависят от класса подвижного объекта. Для космических средств выведения навигационным базисом, по отношению к которому определяется начальная ориентация приборной системы координат (ПСК) ИИБ, является инерциальная система координат, привязанная в момент старта к Земле. Требования к точности начальной выставки (3σ) являются достаточно жесткими: $10\div 15''$ относительно вертикали и $1\div 2'$ относительно направления на Север.

На стартовом комплексе корпус ракеты-носителя (РН) подвергается ветровым возмущениям, приводящим к искажению измеряемых векторов нормальной реакции опоры на ускорение силы тяжести (далее – ускорение силы тяжести) и скорости вращения Земли, по которым осуществляется начальная выставка.

В докладе рассматривается методика выставки и калибровки ИНС, разработанная в НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова (НПОА) и успешно применяемая в системах управления (СУ) семейства РН «Союз-2» [1]. Основное внимание уделяется оценке обобщенных параметров, которые вводятся в качестве промежуточных для упрощения алгоритмов. Рассматриваемые технические решения были получены разработчиками НПОА, не имели достаточно полного освещения в литературе и могут представлять интерес для разработчиков аналогичных систем для различных подвижных объектов.

II. ПРОЦЕДУРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРЕНИЙ

Связанные между собой начальная выставка и калибровка рассматриваются как единая задача, реализуемая

системой выработки начальных условий (СВНУ), работающей в различных режимах. Для платформенного варианта ИИБ, используемого в СУ «Союз-2», СВНУ включает две подсистемы: систему грубого приведения, устанавливающую гиросtabilизированную платформу (ГСП) в заданное положение, и систему точного определения параметров (СТОП), работающую при стабилизированной в инерциальном пространстве платформе и решающую задачи аналитической точной выставки и оценки калибруемых параметров.

В процессе работы СВНУ ГСП с измерителями кажущегося ускорения (ИКУ), оси которых формируют ПСК, разворачивается в различные программные положения, обеспечивающие наблюдаемость оцениваемых параметров, и стабилизируется, после чего начинает работать СТОП. В СТОП процесс обработки измерительной информации разбивается на два этапа. Вначале по измерениям ИИБ на интервале наблюдения оцениваются промежуточные (обобщенные) параметры, представляющие собой функции погрешностей грубой выставки и инструментальных погрешностей ИИБ; затем по обобщенным параметрам разово определяются выходные параметры СВНУ. Аналогичный подход применительно к задаче гиросtabilизации рассматривается в фундаментальной работе [2].

В модель погрешностей измерения включены смещения нулей, погрешности масштабных коэффициентов, углы неортогональности осей ИКУ, и составляющие угловой скорости ухода ГСП. Каждая погрешность представляется суммой систематической и случайной составляющих. Значения систематических погрешностей определяются при последней калибровке ИИБ и используются для коррекции показаний датчиков. Под случайной составляющей понимается среднее отклонение параметра от его систематического значения на интервале работы СВНУ. Случайные составляющие характеризуют нестабильность параметров от запуска к запуску, оцениваются в результате текущей калибровки и используются для формирования последующих значений систематических составляющих.

Углы неортогональности δ_1 , δ_2 , δ_3 осей чувствительности ИКУ параметризуются таким образом, что направляющие косинусы этих осей в ортогональной ПСК, имеют вид:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin \delta_2 & \cos \delta_2 \cdot \cos \delta_3 & \cos \delta_2 \cdot \sin \delta_3 \\ \sin \delta_1 & 0 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\delta_2 & 1 & \delta_3 \\ \delta_1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Измерения формируются как разности между кажущимся ускорением, измеряемым ИКУ ($\hat{w}_{\mathfrak{x}}(t)$, $\mathfrak{x} = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$) и эталонным ускорением силы тяжести. Оба вектора проектируются на оси чувствительности ИКУ $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, образующие инерциальную систему координат. Проекция ускорения силы тяжести пересчитываются с помощью грубой матрицы H_k . Погрешности грубой

выставки вокруг северной (ON), вертикальной (OH) и восточной (OE) осей $\Delta\psi_k, \Delta\varphi_k, \Delta\theta_k$ задаются в инерциальной системе координат, в начальный момент совпадающей с географической $ONHE$.

Полученный разностный сигнал является функцией случайных составляющих инструментальных погрешностей и погрешностей грубой выставки и имеет вид:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta\dot{w}_{\bar{x}}(t) \\ \Delta\dot{w}_{\bar{y}}(t) \\ \Delta\dot{w}_{\bar{z}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \hat{w}_{\bar{x}}(t) \\ \hat{w}_{\bar{y}}(t) \\ \hat{w}_{\bar{z}}(t) \end{bmatrix} - M_{syst} \cdot H_k \cdot W(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} \approx M_{syst} \cdot H_k \cdot \begin{bmatrix} 0 & \Delta\theta_k & -\Delta\varphi_k \\ -\Delta\theta_k & 0 & \Delta\psi_k \\ \Delta\varphi_k & -\Delta\psi_k & 0 \end{bmatrix} \cdot W(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} + \\ M_{syst} \cdot \left\{ \left(\begin{bmatrix} -\rho_{\bar{x}} & 0 & 0 \\ -\delta_2 & -\rho_{\bar{y}} & \delta_3 \\ \delta_1 & 0 & -\rho_{\bar{z}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_z t & -\omega_y t \\ -\omega_z t & 0 & \omega_x t \\ \omega_y t & -\omega_x t & 0 \end{bmatrix} \right) \cdot H_k \cdot W(t) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_{\bar{x}} \\ \tau_{\bar{y}} \\ \tau_{\bar{z}} \end{bmatrix} \right\} \\ W(t) &= \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi_c + \sin^2 \varphi_c \cos \Omega t & \sin \varphi_c \cos \varphi_c (1 - \cos \Omega t) & \sin \varphi_c \sin \Omega t \\ \sin \varphi_c \cos \varphi_c (1 - \cos \Omega t) & \cos^2 \varphi_c \cos \Omega t + \sin^2 \varphi_c & -\cos \varphi_c \sin \Omega t \\ -\sin \varphi_c \sin \Omega t & \cos \varphi_c \sin \Omega t & \cos \Omega t \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\rho_{\mathfrak{x}}, \tau_{\mathfrak{x}}, \mathfrak{x} = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ – случайные составляющие погрешностей масштабных коэффициентов и смещений нуля ИКУ; $\omega_p, p = x, y, z$ – случайные составляющие угловых скоростей ухода ГСП вокруг осей ПСК; φ_c – широта старта; Ω – величина скорости вращения Земли; k – номер ориентации.

Разлагая $\sin \Omega t, \cos \Omega t$ в ряды Тейлора, получаем полиномиальное представление разностного сигнала. Как показала практика, для обеспечения требуемой точности горизонтирования и калибровки ИИБ достаточно разностный сигнал ускорения представить полиномом первого порядка, т.е. $\Delta\dot{w}_{\mathfrak{x}}(t) = a_{\mathfrak{x},0} + b_{\mathfrak{x},0}t$, $\mathfrak{x} = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$, где с точностью до членов первого порядка:

$$\begin{aligned} a_{\bar{x},0} &= h_{11,k} \Delta\theta_k - h_{13,k} \Delta\psi_k + h_{12,k} \cdot g \cdot \rho_{\bar{x}} + \bar{\tau}_{\bar{x}}; \\ a_{\bar{y},0} &= -h_{21,k} \Delta\theta_k + h_{23,k} \Delta\psi_k + h_{22,k} \cdot g \cdot \rho_{\bar{y}} + \bar{\tau}_{\bar{y}} - \\ &\quad - h_{12,k} \cdot g \cdot \delta_2 + h_{32,k} \cdot g \cdot \delta_3; \\ a_{\bar{z},0} &= h_{31,k} \Delta\theta_k - h_{33,k} \Delta\psi_k + h_{32,k} \cdot g \cdot \rho_{\bar{z}} + \bar{\tau}_{\bar{z}} + h_{12,k} \cdot g \cdot \delta_1; \\ b_{\bar{x},0} &= g \Omega_N h_{11,k} \Delta\varphi_k + g (-h_{32,k} \cdot \omega_y + h_{22,k} \cdot \omega_z) - \\ &\quad - g \Omega_N \cdot (h_{13,k} \cdot \rho_{\bar{x}} + h_{12,k} \Delta\psi_k); \\ b_{\bar{y},0} &= g \Omega_N h_{21,k} \Delta\varphi_k + g (-h_{12,k} \cdot \omega_z + h_{32,k} \cdot \omega_x) - \\ &\quad - g \Omega_N (h_{23,k} \cdot \rho_{\bar{y}} - h_{13,k} \cdot \delta_2 + h_{33,k} \cdot \delta_3 + h_{22,k} \Delta\psi_k); \\ b_{\bar{z},0} &= g \Omega_N h_{31,k} \Delta\varphi_k + g (-h_{22,k} \cdot \omega_x + h_{12,k} \cdot \omega_y) - \\ &\quad - g \Omega_N (h_{33,k} \cdot \rho_{\bar{z}} + h_{13,k} \cdot \delta_1 + h_{32,k} \Delta\psi_k). \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно из соотношений (3), коэффициенты $a_{\mathfrak{x},0}$ являются линейными функциями погрешностей горизонтирования ($\Delta\theta_k, \Delta\psi_k$) и погрешностей ИКУ; коэффициенты $b_{\mathfrak{x},0}$ – линейные функции погрешностей азимутальной выставки ($\Delta\varphi_k$), случайных уходов ГСП, а также погрешностей измерения северной составляющей скорости вра-

щения Земли, которая в платформенном варианте ИИБ измеряется с помощью эквивалентного восточного акселерометра. Эти коэффициенты и являются обобщенными параметрами, которые в физическом смысле эквивалентны соответственно линейному ускорению и угловой скорости ухода ГСП.

Обобщенные параметры оцениваются по циклическим измерениям ИКУ на интервале наблюдения. Предварительно разностный сигнал ускорения дважды интегрируется. Это позволяет более эффективно, чем при общепринятом при начальной выставке однократном интегрировании [2], сгладить шумы измерения и высокочастотные входные возмущения [3]. Полезный сигнал становится эквивалентным линейному перемещению и по каждой измерительной оси ИКУ может быть представлен полином третьего порядка:

$$s_{\mathfrak{x}}(t) = s_{\mathfrak{x},0} + v_{\mathfrak{x},0} \cdot t + a_{\mathfrak{x},0} \cdot \frac{t^2}{2} + b_{\mathfrak{x},0} \cdot \frac{t^3}{6}, \quad \mathfrak{x} = \bar{x}, \bar{y}, \bar{z}. \quad (4)$$

Формирование измерительного сигнала в осях ИКУ позволяет проводить обработку информации по каждой оси отдельно.

III. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Для оценки обобщенных параметров используется традиционный фильтр Калмана [4], который может быть применен непосредственно к соотношению (4). В этом случае элементы вектора состояния являются непосредственно коэффициентами полинома $X_{\mathfrak{x}i} = [S_{\mathfrak{x}0}, V_{\mathfrak{x}0}, a_{\mathfrak{x}0}, b_{\mathfrak{x}0}]^T$, переходная матрица состояния Φ_i является единичной, а матрица измерения, рассчитываемая на каждом шаге, имеет вид $H_i = \left[1, t_i, \frac{t_i^2}{2}, \frac{t_i^3}{6} \right]$. В первых версиях СУ «Союза-2» использовались бортовые компьютеры с 32-разрядным представлением чисел с фиксированной запятой, что со-

здавало проблемы при вычислении с требуемой точностью существенно растущих с ростом времени элементов матрицы H_i . Покажем, как построить эквивалентный четырехмерный фильтр Калмана, позволяющий оценить коэффициенты полинома (4) с минимальными вычислительными погрешностями.

В качестве элементов вектора состояния будем использовать текущие сглаженные (отфильтрованные) значения разностного перемещения, скорости, ускорения и ухода $X_{xi} = [S_{xi}, V_{xi}, a_{xi}, b_{xi}]^T$, изменение которых уравнением состояния:

$$X_{xi} = \Phi_i \cdot X_{xi-1}; \Phi_i = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} & \frac{\Delta t^3}{6} \\ 0 & 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где Δt – длительность шага работы фильтра.

Согласно соотношению (4) $V_{xi} = V_{x,0} + a_{x,0} \cdot t_i + b \frac{t_i^2}{2}$; $a_{x,i} = a_{x,0} + b_x \cdot t_i$; $b_{x,i} = b_x = const$. Несложно показать, как от (5) перейти к (4). Уравнение состояния (5) дополня-

$$\begin{aligned} c_{\bar{x},0} &= g\Omega_N \left[-\Delta\theta_k (h_{11,k}\Omega_N + h_{12,k}\Omega_H) + \Delta\varphi_k h_{13,k}\Omega_H + \Delta\Psi_k h_{13,k}\Omega_N - 2(-h_{33,k}\omega_y + h_{23,k}\omega_z) \right]; \\ c_{\bar{y},0} &= g\Omega_N \left[-\Delta\theta_k (h_{21,k}\Omega_N + h_{22,k}\Omega_H) + \Delta\varphi_k h_{23,k}\Omega_H + \Delta\Psi_k h_{23,k}\Omega_N - 2(-h_{13,k}\omega_z + h_{33,k}\omega_x) \right]; \\ c_{\bar{z},0} &= g\Omega_N \left[-\Delta\theta_k (h_{31,k}\Omega_N + h_{32,k}\Omega_H) + \Delta\varphi_k h_{33,k}\Omega_H + \Delta\Psi_k h_{33,k}\Omega_N - 2(-h_{23,k}\omega_x + h_{13,k}\omega_y) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Для оценки коэффициентов полинома (6) можно использовать фильтр пятого порядка, аналогичный вышеописанному фильтру четвертого порядка. Однако, было найдено более простое и эффективное решение: порядок оценивающего фильтра остается равным четырем, а полученные обобщенные параметры затем корректируются. Снижение порядка фильтра позволяет более эффективно фильтровать низкочастотные возмущения, вызываемые ветровыми колебаниями.

Найдем поправки к обобщенным параметрам, оцениваемым с помощью четырехмерного фильтра, как функции выходных параметров СВНУ. Пусть истинный полезный сигнал в ускорении имеет вид полинома второго порядка

(опустим символ x) $a(t) = a_0 + b_0 t + c_0 \frac{t^2}{2}$, а аппроксими-

руется полиномом первого порядка $\hat{a}(t) = \hat{a}_0 + \hat{b}_0 t$. Будем считать, что фильтр Калмана рекуррентно реализует МНК, что имеет место при нормальном распределении погрешностей [4]. Тогда выражения для оценок \hat{a}_0, \hat{b}_0 как функций параметров истинного сигнала a_0, b_0 (соотношения (3)) и c_0 (соотношения (7)) определяются путем миними-

руется простым скалярным уравнением измерения с матрицей $H_i = [1, 0, 0, 0]$. Текущие значения обобщенных параметров по каждой измерительной оси $\hat{a}_{x,i}, \hat{b}_{x,i}$, от которых легко перейти к коэффициентам аппроксимирующего полинома (4), оцениваются с помощью известных соотношений фильтра Калмана [4], в котором и матрица состояния, и матрица измерения постоянны.

Еще одно эквивалентное преобразование основных соотношений фильтра позволило за счет снижения диапазонов рассчитываемых величин уменьшить вычислительные погрешности: входной разностный сигнал перемещения S_{xi} был заменен на его приращение за шаг работы $\Delta S_{xi} = S_{xi} - S_{xi-1}$.

При аппроксимации разностного перемещения полиномом третьего порядка предполагается, что угловая скорость ухода ГСП постоянна. Такого приближения достаточно для обеспечения точности горизонтирования и калибровки. Для обеспечения точности гирокомпасирования степень полинома, как, в частности, в работе [2], должна быть на порядок выше, т.е.

$$s_x(t) = s_{x,0} + v_{x,0} \cdot t + a_{x,0} \cdot \frac{t^2}{2} + b_{x,0} \cdot \frac{t^3}{6} + c_{x,0} \cdot \frac{t^4}{24}, \quad (6)$$

где с точностью до членов первого порядка малости относительно погрешностей выставки и калибровки:

$$\text{заци функции } \min_{\hat{a}_0, \hat{b}_0} \left\{ F = \int_0^T \left(a_0 + b_0 t + c_0 \frac{t^2}{2} - \hat{a}_0 - \hat{b}_0 t \right)^2 dt \right\}$$

и имеют вид:

$$\hat{a}_0 = a_0 - c_0 \frac{T^2}{12}; \hat{b}_0 = b_0 + c_0 \frac{T}{2}, \quad (8)$$

где T – интервал наблюдения.

Очевидно, что часть членов в правых частях соотношений (7) имеют малую величину и ими можно пренебречь. Полученные соотношения для обобщенных параметров как функций погрешностей ИИБ и углов рассогласования, были подтверждены результатами математического моделирования.

IV. ОЦЕНКА ВЫХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ СВНУ

Обобщенные параметры $a_{x,0}, b_{x,0}$ представляют собой линейные функции выходных параметров СВНУ, выраженные соотношениями (3) с учетом поправок (7), (8). Эти соотношения являются уравнениями измерения при оцен-

ке выходных параметров СВНУ. Калибровка ИИБ проводится в одном запуске с полетом; в последней ориентации оси ПСК ориентируются вдоль осей инерциальной стартовой системы координат и решается задача начальной выставки.

Выбор программных ориентаций (матриц H_k) и организация обработки измерений в процессе работы СВНУ позволяют существенно минимизировать погрешности оценки, хотя обеспечить наблюдаемость всех параметров невозможно [5]. Оценка выходных параметров СВНУ по обобщенным осуществляется следующим образом. Вначале проводится калибровка ИИБ, при этом ориентации выбираются таким образом, чтобы погрешности горизонтирования, составляющие единицы угловых минут, минимально влияли на точность. Затем, при откалиброванном

ИИБ, проводится двухпозиционное гирокомпасирование, позволяющее исключить влияние нестабильности уходов от запуска к запуску на точность определения азимутального угла, и в последней ориентации – точное горизонтирование и уточнение значений уходов. Более детально задачу оценки выходных параметров СВНУ с учетом выбора программных ориентаций целесообразно рассмотреть отдельно.

Результаты математического моделирования и результаты оценок, полученные по более чем ста пускам РН «Союз-2», показали, что в условиях ветровых колебаний с частотой $0.7 \div 1$ Гц и амплитудой $4 \div 7'$ по углу и $2 \div 3$ см по перемещению погрешности горизонтирования составляют $5.7 \div 6.3''$, погрешности оценки азимутального угла $1.7'$. Погрешности калибровки приведены в таблице.

ТАБЛИЦА

Погрешности калибровки				
Наименование параметра	Смещение нуля ИКУ, m/c^2	Масштабный коэффициент ИКУ, %	Углы неортогональности ИКУ, "	Уходы ГСП, $''/c$
Нестабильность от запуска к запуску	0,003	0,03	40	0,15
Погрешность калибровки	$(1.2 \div 1.7) \cdot 10^{-4}$	$(1.1 \div 1.6) \cdot 10^{-4}$	$7.9 \div 11.5$	$0.017 \div 0.02$

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введение обобщенных параметров в качестве промежуточных, позволяет свести большие объемы измерительной информации к небольшому числу параметров, по которым разово оцениваются параметры начальной ориентации и инструментальные погрешности ИИБ. Это существенно упрощает алгоритмы, не снижая точности начальной выставки и калибровки и позволяет эффективно фильтровать как шумы измерения, так и возмущающие входные воздействия.

Рассмотренную методику, изначально разработанную для платформенных ИНС и успешно используемую в СУ РН «Союз-2», планируется применять, с некоторыми модификациями, к начальной выставке БИНС перспективных космических средств выведения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шалимов Л.Н., Бельский Л.Н., Кутовой В.М., Тарасов И.А., Гохфельд В.Д. Результаты испытаний интегрированной навигационной системы управления ракеты-носителя «Союз-2» // Гирокоспия и навигация. 2011. № 4. С. 75–83.
- [2] Hung, J.C. and White, H.V., Self-Alignment Techniques for Inertial Measurement Units, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1975, vol. AES-11, no. 6, pp. 1232–1247.
- [3] Бельский Л.Н., Водичева Л.В. Ускоренная прецизионная начальная выставка и калибровка ИНС летательного аппарата на подвижном основании // Гирокоспия и навигация. 2001. №4(35). С. 3–18.
- [4] Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси / Пер. с нем. М.: Физматлит, 1982. 199 с.
- [5] Spencer, R.V. and Crocker, E.B., Observability Considerations for an Inertial Gyrocompass, AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1980, vol. 3, no. 4, pp. 332–337.

Способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем средней точности

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
Тульский государственный
университет
Тула, Россия
ProxAV@rambler.ru

А.Э. Соловьев
ФГБОУ ВО
Тульский государственный
университет
Тула, Россия
soaled@rambler.ru

В.А. Смирнов
ФГБОУ ВО
Тульский государственный
университет
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

Аннотация—Рассматривается способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем средней точности. Особенностью предлагаемого способа калибровки является то, что он не требует применения прецизионных стенов вращения, однако обеспечивает требуемую точность калибровки инерциальных измерительных блоков низкой и средней точности.

Ключевые слова—навигационные параметры, быстрые вычисления, спутниковая навигационная система.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широкое распространение получили бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС) малой и средней точности, выполненные на основе микромеханических чувствительных элементов, погрешности которых – смещение нуля и погрешность масштабного коэффициента – весьма значительны.

Для снижения влияния указанных погрешностей необходима калибровка чувствительных элементов.

Большинство существующих методов калибровки требует применения высокоточных стенов вращения, позволяющих достаточно эффективно провести калибровку чувствительных элементов БИНС [1, 2, 3, 4]. Однако применение прецизионных испытательных стенов для массовой калибровки БИНС малой и средней точности представляется нецелесообразным, поэтому необходимы методы калибровки, позволяющие избежать использования прецизионного стенового оборудования.

Математическая модель погрешностей триады датчиков угловой скорости и триады акселерометров инерциального измерительного блока БИНС в общем случае включает следующие основные составляющие [1, 2, 3, 4]:

- погрешность смещения нуля каждого датчика;
- погрешность масштабного коэффициента каждого датчика;
- погрешность положения измерительной оси каждого датчика;
- погрешность, обусловленная чувствительностью датчиков по перекрестным осям.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАЛИБРОВКИ ТРИАДЫ ДАТЧИКОВ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ И АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Рассмотрим математическую модель калибровки триады акселерометров и датчиков угловой скорости.

Выходные сигналы триады акселерометров представим в виде

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{xи} \\ a_{yи} \\ a_{zи} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где u_i – выходной сигнал i -ого акселерометра; k_i – коэффициент передачи i -ого акселерометра по его оси чувствительности; k_{ij} – коэффициенты передачи по перекрестным осям, обусловленные неортогональностью измерительных осей и другими факторами; n_i – смещение нуля i -ого акселерометра; s_i – случайный шум i -ого акселерометра, не имеющий постоянной составляющей.

При калибровке акселерометров в поле силы тяжести, считая, что в исходном положении ось OY направлена по местной вертикали, можно записать:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_y & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\begin{pmatrix} c_x & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_y & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_z \end{pmatrix}$ – матрица направляющих косинусов

ориентации измерительного блока относительно местной вертикали.

При повороте на 180° вокруг оси OZ относительно начального положения:

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_x & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yx} & c_y & c_{yz} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{z1} \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{xy} \\ c_y \\ c_{zy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{z2} \end{pmatrix} = -g \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{xy} \\ c_y \\ c_{zy} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix}.$$

Случайные шумы достаточно эффективно подавляются при осреднении измерений, поэтому в дальнейшем исключим их из рассмотрения.

Суммируя и вычитая первое и второе уравнения системы (4), найдем:

$$\begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{z1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{z2} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{z1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{z2} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{xy} g \\ c_y g \\ c_{zy} g \end{pmatrix},$$

Выполняя повороты на $\pm 90^\circ$ вокруг оси OZ относительно начального положения и повороты на $\pm 90^\circ$ вокруг оси OX относительно начального положения получим еще две пары уравнений, аналогичных (5).

Из (5) следует, что смещения нуля акселерометров достаточно просто определяются из любой пары уравнений независимо от наклона основания. Единственным требованием является точное выдерживание углов поворота относительно начального положения (0° , 180° , $\pm 90^\circ$). Для определения коэффициентов передачи получаем следующую систему:

$$\begin{pmatrix} u_{x1} \\ u_{y1} \\ u_{z1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{x2} \\ u_{y2} \\ u_{z2} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{xy} g \\ c_y g \\ c_{zy} g \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} u_{x3} \\ u_{y3} \\ u_{z3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{x4} \\ u_{y4} \\ u_{z4} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_x g \\ c_{yx} g \\ c_{zx} g \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} u_{x5} \\ u_{y5} \\ u_{z5} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u_{x6} \\ u_{y6} \\ u_{z6} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{xz} g \\ c_{yz} g \\ c_z g \end{pmatrix},$$

где u_{i3} , u_{i4} – выходные сигналы триады акселерометров при повороте на $\pm 90^\circ$ вокруг оси OZ ; u_{i5} , u_{i6} – выходные сигналы триады акселерометров при повороте на $\pm 90^\circ$ вокруг оси OX .

Из уравнений (6) определяется матрица коэффициентов передачи:

$$K = U_\Delta C^T \frac{g}{2}, \quad (7)$$

$$\text{где } U_\Delta = \begin{pmatrix} u_{x1} - u_{x2} & u_{x3} - u_{x4} & u_{x5} - u_{x6} \\ u_{y1} - u_{y2} & u_{y3} - u_{y4} & u_{y5} - u_{y6} \\ u_{z1} - u_{z2} & u_{z3} - u_{z4} & u_{z5} - u_{z6} \end{pmatrix}.$$

Полученная математическая модель показывает, что при калибровке акселерометров в поле силы тяжести смещения нуля и матрицу коэффициентов передачи можно откалибровать по результатам измерения сигналов датчиков для положений инерциального измерительного блока, соответствующих повороту на углы, кратные 0° , 180° и $\pm 90^\circ$ относительно исходного положения.

Аналогичные (1)–(7) уравнения можно записать и для калибровки датчиков угловой скорости. Однако калибровка грубых ДУС путем измерения угловой скорости вращения Земли невозможна, что требует задания угловой скорости путем поворота блока. С другой стороны, упрощается калибровка смещения нуля, которую можно осуществить, осредняя сигналы ДУС при неподвижном инерциальном измерительном блоке.

Предположим, что смещения нуля ДУС откалиброваны. В этом случае уравнение (1) для ДУС можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \\ u'_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k'_x & k'_{xy} & k'_{xz} \\ k'_{yx} & k'_y & k'_{yz} \\ k'_{zx} & k'_{zy} & k'_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где ω_i – проекция угловой скорости инерциального измерительного блока на соответствующую связанную с ним ось.

При отсутствии высокоточного стенда вращения задать угловые скорости невозможно, поэтому рассмотрим возможность калибровки путем поворотов на углы, кратные 90° .

При повороте вокруг одной оси, например, OX , уравнения (8) можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} \int_0^t u'_x(\tau) d\tau \\ \int_0^t u'_y(\tau) d\tau \\ \int_0^t u'_z(\tau) d\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k'_x & k'_{xy} & k'_{xz} \\ k'_{yx} & k'_y & k'_{yz} \\ k'_{zx} & k'_{zy} & k'_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \int_0^t \omega_x(\tau) d\tau \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

Поскольку по определению поворот выполняется вокруг оси ОХ на заданный угол α_x , то $\int_0^t \omega_x(\tau) d\tau = \alpha_x$. В этом случае (9) принимает вид

$$\begin{pmatrix} \int_0^t u_x(\tau) d\tau \\ 0 \\ \int_0^t u_y(\tau) d\tau \\ 0 \\ \int_0^t u_z(\tau) d\tau \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k'_x \\ k'_{yx} \\ k'_{zx} \end{pmatrix} \alpha_x. \quad (10)$$

Уравнение (10) показывает, что, вычисляя интегралы выходных сигналов при повороте вокруг одной измерительной оси на фиксированный угол, можно определить один столбец матрицы коэффициентов передачи. Три поворота вокруг трех осей инерциального измерительного блока обеспечивают полное определение матрицы коэффициентов передачи триады датчиков угловой скорости.

Из уравнений (1)–(4) несложно получить оценку допуска на параллельность граней приспособления:

$$\varepsilon < 2\sqrt{\frac{\delta n_y}{g}}, \quad (11)$$

где ε – угол непараллельности граней.

Численные оценки по формуле (11) показывают, что для калибровки смещения нуля акселерометров до уровня $\delta n_y = 10^{-7} g$ допустимое отклонение параллельности граней составит 2 мрад или 6 угловых минут, что вполне реализуемо при современном уровне технологии.

Для проверки предложенного метода калибровки датчиков угловой скорости и акселерометров проведена калибровка инерциального измерительного модуля FIS1100 (рис. 1).

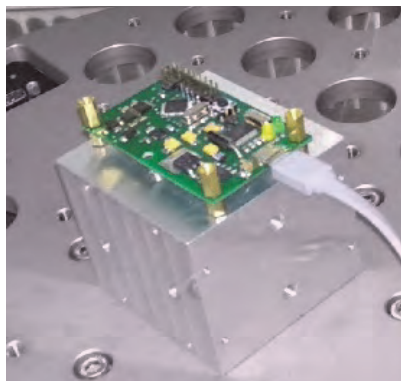


Рис. 1. Микромеханический измерительный блок на приспособлении для калибровки

Результаты эксперимента показали работоспособность предложенного метода калибровки.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, имея приспособление для поворота инерциального измерительного блока на углы, кратные 90° , можно обеспечить его полную калибровку. Таким приспособлением может быть металлический куб, имеющий полость для установки внутри инерциального измерительного блока. Грани куба должны быть изготовлены с достаточно высокой точностью, однако при массовой калибровке инерциальных измерительных блоков изготовление такого приспособления оправдано, поскольку его стоимость намного ниже стоимости станда вращения. Процедура калибровки при помощи такого приспособления также очень проста.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Климкович Б.В. Калибровка БИНС в инерциальном режиме. Объединение скоростного и скалярного методов // Гироскопия и навигация. 2014. №3 (86). С. 29–40.
- [2] Иванов Д.С., Ткачѳв С.С. Калибровка датчиков для определения ориентации малого космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. №28. С. 1–30.
- [3] Тарыгин И.Е., Козлов А.В. Анализ наблюдаемости в задаче калибровки температурных моделей погрешностей инерциальных датчиков авиационной навигационной системы // Труды МАИ. 2016. №89. С. 52–82.
- [4] Матасов А.И. Калибровка бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ. 2016. №89. С. 1–34.

Стендовая калибровка блока ньютонометров при зависящих от знака входного сигнала ошибках масштабных коэффициентов

Г.О. Баранцев
Лаборатория управления и
навигации мех.-мат. ф-та МГУ
имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
gleb.barantsev@math.msu.ru

П.В. Алюнов
ПАО АНПП «Темп-Авиа»
Арзамас, Россия
oficaln@yandex.ru

А.А. Голован
Лаборатория управления и
навигации мех.-мат. ф-та МГУ
имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
aagolovan@yandex.ru

А.Ю. Мишин
ПАО АНПП «Темп-Авиа»
Арзамас, Россия
andrew_mishin@mail.ru

А.И. Матасов
Лаборатория управления и
навигации мех.-мат. ф-та МГУ
имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
alexander.matasov@gmail.com

Д.М. Фомин
ПАО АНПП «Темп-Авиа»
Арзамас, Россия
fdm_arzamas@mail.ru

Аннотация—Рассматривается задача одновременной калибровки блока ньютонометров и номинально высокоточного стенда. В отличие от традиционных постановок задач калибровки предполагается, что ошибки масштабных коэффициентов зависят от знаков входных сигналов ньютонометров. К задаче оценивания применяется гарантирующий подход. Численно получен оптимальный план калибровки и построены оптимальные гарантирующие оценки искомым параметров. Совместно с предприятием ПАО АНПП «Темп-Авиа» (г. Арзамас) проведены соответствующие эксперименты.

Ключевые слова—блок ньютонометров, калибровка, гарантирующий подход к оцениванию.

I. ВВЕДЕНИЕ

Блок из трех ньютонометров является одним из основных сенсоров инерциальной навигационной системы. Известно, что этот блок нуждается в калибровке перед началом функционирования системы (см., например, [1, 2]). Однако, традиционные линейные модели показаний блока ньютонометров не всегда вполне удовлетворительны. В ряде случаев допускают, что ошибки масштабных коэффициентов блока зависят от знака сигнала, поступающего на вход ньютонометра. В данной работе рассматривается соответствующая асимметричная (кусочно-линейная) модель блока ньютонометров.

Обычно предполагается, что угловые и геометрические погрешности прецизионных стендов малы настолько, что ими можно пренебречь. Тем не менее, кроме ошибок самого блока, разумно включать в состав оцениваемых параметров возможные геометрические погрешности номинально высокоточного стенда (неортогональность осей вращения, негоризонтальность основания из-за просадки фундамента) и его инструментальные погрешности (систематические ошибки измерения углов поворота). При этом задача оценивания становится многопараметрической, и тогда выбор плана экспериментов не очевиден. В рамках гарантирующего подхода к оцениванию параметров определяется оптимальный план экспериментов и строятся соответствующие алгоритмы оценивания.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ

Рассмотрим блок из трех ньютонометров, установленный на двухступенном стенде. Схема двухступенного стенда описана, например, в [3]. Основание стенда неподвижно относительно Земли. Введем следующие обозначения для ошибок стенда. Пусть κ – малый угол отклонения внешней оси стенда от горизонтальной плоскости; α^* – малый угол отклонения внутренней оси от вертикальной плоскости, образованной внешней осью и географической вертикалью, вследствие негоризонтальности основания; ϵ – малый угол неортогональности осей стенда; $\Delta\alpha, \Delta\beta$ – неизвестные смещения при измерении углов стенда.

Блок ньютонометров прикрепляется к планшайбе на внутренней раме стенда вдоль установочных осей. Погрешность реального расположения блока по осям установочного трехгранника опишем неизвестным вектором малого поворота $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)^T$. Ошибку в знании ускорения силы тяжести в точке проведения испытаний обозначим Δg .

Структурная модель показаний блока ньютонометров имеет вид:

$$f' = (I_3 + \Gamma)f_z + \Delta f^0 + \Delta f^s,$$

где $f' \in \mathbb{R}^3$ – показания блока ньютонометров, $I_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ – единичная матрица, $\Gamma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ – нижнетреугольная матрица погрешностей блока (в которой диагональные элементы характеризуют ошибки масштабных коэффициентов, а внедиагональные – несоосности ньютонометров), $f_z \in \mathbb{R}^3$ – вектор удельной силы, действующей на чувствительную массу ньютонометра, в проекциях на оси приборного трехгранника (при рассматриваемых нами статических экспериментах эта удельная сила равна ускорению силы тяжести с обратным знаком), $\Delta f^0 \in \mathbb{R}^3$ – систематические смещения показаний блока, $\Delta f^s \in \mathbb{R}^3$ – флуктуационные погрешности (влияние которых существенно снижается осреднением до уровня остаточного немоделируемого сигнала электро-механического контура блока ньютонометров).

Измерения для соответствующей задачи оценивания формируются как нормированная разность осредненных показаний блока ньютонометров и их предсказанных

значений по измерениям углов стенда. После соответствующих вычислений нетрудно показать, что итоговые измерения можно представить в следующем виде:

$$z^{(p)}(\alpha, \beta) = H^{(p)}(\alpha, \beta)x + \varrho^{(p)}(\alpha, \beta), \quad p = 1, 2, 3,$$

где $x = (u^T, v^{\pm T}, w^T)^T \in \mathbb{R}^{18}$, $u = (\kappa, \Delta\alpha + \alpha^*, \epsilon)^T \in \mathbb{R}^3$, $v^{\pm} \in \mathbb{R}^{12}$, $w = g^{-1}(\Delta f_1^0, \Delta f_2^0, \Delta f_3^0)^T \in \mathbb{R}^3$,

$$v^{\pm} = \begin{pmatrix} \Gamma_{11}^+ - \frac{\Delta g}{g} \\ \Gamma_{11}^- - \frac{\Delta g}{g} \\ \Gamma_{21} - \theta_2 + \Delta\beta \\ \Gamma_{21} + \theta_2 \\ \theta_3 - \Delta\beta \\ \Gamma_{22}^+ - \frac{\Delta g}{g} \\ \Gamma_{22}^- - \frac{\Delta g}{g} \\ \Gamma_{32} - \theta_1 \\ -\theta_2 \\ \theta_1 \\ \Gamma_{33}^+ - \frac{\Delta g}{g} \\ \Gamma_{33}^- - \frac{\Delta g}{g} \end{pmatrix} \quad z(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} z^{(1)}(\alpha, \beta) \\ z^{(2)}(\alpha, \beta) \\ z^{(3)}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3,$$

$$\varrho(\alpha, \beta) = \begin{pmatrix} \varrho^{(1)}(\alpha, \beta) \\ \varrho^{(2)}(\alpha, \beta) \\ \varrho^{(3)}(\alpha, \beta) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3,$$

$$| \varrho^{(p)}(\alpha, \beta) | \leq \sigma, \quad p = 1, 2, 3;$$

здесь σ – заданная величина.

Функции $H^{(p)}(\alpha, \beta)$ имеют весьма громоздкий вид и поэтому явно не приводятся. Особенностью этих функций является то, что если для заданной пары углов (α, β) знак входного сигнала какого-либо ньютометра не гарантирован, то соответствующее измерение исключается из рассмотрения.

Требуется по измерениям при всевозможных допустимых угловых положениях из квадрата $[0, 2\pi] \times [0, 2\pi]$ оценить: (а) погрешности стенда; (б) масштабные коэффициенты (с точностью до ошибки знания ускорения силы тяжести); (с) перекосы осей чувствительности ньютометров; (д) погрешности углов установки блока ньютометров на планшайбу (с точностью до систематического смещения в измерении угла поворота внутренней рамы); (е) систематические смещения показаний ньютометров.

III. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для решения задач оценивания применялся гарантирующий подход [4,5]. Этот подход позволяет свести задачу выбора экономного оптимального плана калибровки к решению некоторой задачи линейного программирования. Для вычислений на исходном квадрате всех значений (α, β) была взята сетка с шагом в 1° по обоим углам. Расчеты выполнялись при помощи пакета IBM ILOG CPLEX Optimization Studio. Применялись два чис-

ленных метода: метод внутренней точки и симплекс-метод; они дали одинаковые результаты.

Разработанная общая теория была применена для калибровки реальных блоков ньютометров на высокоточном испытательном стенде. Решению задачи оценивания предшествовал трудоемкий этап обработки исходных данных для их подготовки к «точной» калибровке. В частности, была проверена корректность полученных в экспериментах «сырых» данных и проведена предварительная «грубая» калибровка. В итоге с помощью процедуры «точной» калибровки были получены оценки погрешностей блока ньютометров, которые, в частности, выявили значимую ($\sim 7 \cdot 10^{-3}$) асимметрию ошибок масштабных коэффициентов в первом ньютометре блока и незначительную ($\sim 4 \cdot 10^{-4}$) – во втором. Выявление асимметрии ошибок масштабных коэффициентов может быть использовано, например, при отборе комплектов ньютометров для инерциальных систем различной точности. Для другого блока ньютометров не было выявлено значимой асимметрии.

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ «ТОЧНОЙ» КАЛИБРОВКИ

Калибровочные параметры	Полученные значения погрешностей	
<i>Погрешности стенда</i>		
Негоризонтальность внешней оси	-0.62 [угл.мин]	
Невертикальность внутренней оси	0.72 [угл.мин]	
Неортогональность осей стенда	-1.6 [угл.мин]	
<i>Ошибки масштабных коэффициентов ньютометров</i>		
	+	-
Ньютометр 1	$6.9 \cdot 10^{-5}$	$4.3 \cdot 10^{-4}$
Асимметрия 1	$3.6 \cdot 10^{-4}$	
Ньютометр 2	$6.5 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$
Асимметрия 2	$5.4 \cdot 10^{-4}$	
Ньютометр 3	$7.7 \cdot 10^{-4}$	$5.4 \cdot 10^{-4}$
Асимметрия 3	$2.3 \cdot 10^{-4}$	
<i>Перекосы осей ньютометров</i>		
Ньютометры 1 и 2	48 [угл.мин]	
Ньютометры 1 и 3	53 [угл.мин]	
Ньютометры 2 и 3	7.1 [угл.мин]	
<i>Погрешности углов установки блока ньютометров на планшайбу</i>		
Угол 1	-3.8 [угл.мин]	
Угол 2	-2.3 [угл.мин]	
Угол 3	2.5 [угл.мин]	
<i>Систематические смещения показаний ньютометров</i>		
Ньютометр 1	$-1.9 \cdot 10^{-3}$ [м/с ²]	
Ньютометр 2	$1.9 \cdot 10^{-3}$ [м/с ²]	
Ньютометр 3	$-3.9 \cdot 10^{-3}$ [м/с ²]	
+/- означает знак входного сигнала ньютометра		

ТАБЛИЦА II. ИТОГОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КАЛИБРОВКИ

Калибровочные параметры	Полученные значения погрешностей	
<i>Диагональные элементы матрицы Г</i>		
	+	–
Ньютонометр 1	$6.6 \cdot 10^{-2}$	$6.6 \cdot 10^{-2}$
Асимметрия 1	$3.6 \cdot 10^{-4}$	
Ньютонометр 2	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$
Асимметрия 2	$5.4 \cdot 10^{-4}$	
Ньютонометр 3	$6.5 \cdot 10^{-2}$	$6.5 \cdot 10^{-2}$
Асимметрия 3	$2.3 \cdot 10^{-4}$	
<i>Внедиагональные элементы матрицы Г</i>		
Γ_{21}	$1.2 \cdot 10^{-2}$	
Γ_{31}	$1.4 \cdot 10^{-2}$	
Γ_{32}	$1.9 \cdot 10^{-3}$	
<i>Систематические смещения показаний ньютонометров</i>		
Ньютонометр 1	$2.8 \cdot 10^{-2}$ [м/с ²]	
Ньютонометр 2	$1.5 \cdot 10^{-2}$ [м/с ²]	
Ньютонометр 3	$-2.6 \cdot 10^{-2}$ [м/с ²]	
+/- означает знак входного сигнала ньютонометра		

Зато были обнаружены существенные перекосы осей чувствительности, а также большие ошибки масштабных коэффициентов и значительные систематические смещения нулей. Кроме того, и погрешности установки блока на планшайбу оказались весьма велики. Геометрические ошибки самого стенда находятся на границе допу-

стимого. Результаты для второго случая представлены в таблицах I и II.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для решения задачи калибровки блоков ньютонометров в случае асимметрии ошибок масштабных коэффициентов разработана общая методика, основанная на гарантирующем подходе. Этот подход позволил достаточно просто получить оптимальный план угловых калибровочных положений. Эффективность гарантирующего подхода к оцениванию подтверждена реальными экспериментами на испытательном стенде.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Егоров Ю.Г., Дзуев А.А., Попов Е.А. Синтез программ калибровки блока акселерометров БИНС при инвариантном подходе // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 1. С. 61–71.
- [2] Тихомиров В.В., Дзуев А.А., Голиков В.П., Требухов А.В. Калибровка БИНС с блоком инерциальных датчиков, закрепленным на амортизаторах // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 1. С. 33–46.
- [3] Голован А.А., Матасов А.И. Гарантирующий подход для определения оптимального плана калибровки. Фундаментальная и прикладная математика. 2018. Т. 22. № 2. С. 133–145.
- [4] Лидов М.Л. Минимаксные методы оценивания. М.: Препринт №71. М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2010.
- [5] Акимов П.А., Деревянкин А.В., Матасов А.И. Гарантирующее оценивание и I_1 – аппроксимация в задачах оценивания параметров БИНС при стендовых испытаниях. М.: Изд-во МГУ, 2012.

Определение допустимых уровней частотных характеристик измерительных каналов бесплатформенной инерциальной навигационной системы

А.А. Федотов
АО «НПО Автоматики
имени академика Н.А. Семихатова»
г. Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

С.Ю. Перепелкина
АО «НПО Автоматики
имени академика Н.А. Семихатова»
г. Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Аннотация—Рассмотрено влияние линейных и вибрационных нагрузок на типовые погрешности бесплатформенной инерциальной навигационной системы в условиях автономного (чисто инерциального) режима полета. Оговорен перечень исследуемых инструментальных и методических составляющих погрешности бесплатформенной инерциальной навигационной системы, оказывающих определяющее влияние на допуск амплитудно-фазовых частотных характеристик измерительных каналов. Описан порядок определения допустимых уровней частотных характеристик измерительных каналов. Приведены результаты численного моделирования.

Ключевые слова—амплитудно-фазовая частотная характеристика, бесплатформенная инерциальная навигационная система, линейные и вибрационные нагрузки.

I. ВВЕДЕНИЕ

При построении системы управления объектом ракетно-космической техники на базе бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) актуальным, особенно для условий автономного (чисто инерциального) режима полета, является вопрос по снижению влияния неидеальности амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) акселерометрических и гироскопических измерительных каналов блока чувствительных элементов на результирующую точность БИНС. Целью настоящего исследования является определение допустимого уровня отклонений АФЧХ измерительных каналов как одной из основных причин повышенного ухода БИНС в условиях действия линейных и вибрационных нагрузок с учетом сохранения баланса между основными составляющими погрешности БИНС. Данная тема и ранее затрагивалась в технической литературе, отметим в этой связи работы [1–7].

Традиционно к основным составляющим погрешности БИНС относят инструментальную составляющую, связанную с погрешностями изготовления и функционирования измерительных каналов блока чувствительных элементов, и методическую составляющую, связанную с обработкой на дискретной шкале времени интегральных показаний измерительных каналов. В рамках инструментальной составляющей рассмотрены типовые погрешности измерительных каналов, вызванные, в частности, неточностью выставки, смеще-

нием нулевого сигнала и погрешностью масштабного коэффициента. В рамках методической составляющей – параметры многошагового алгоритма БИНС, включая такт опроса измерительной информации. Влияние прочих составляющих на точность БИНС (взаимная корреляция погрешностей измерительных каналов, начальная выставка блока чувствительных элементов, квантование измерительной информации по уровню и т.д.) в данной статье не рассматривалось.

Движение объекта ракетно-космической техники в условиях действия линейной нагрузки сопровождается вибрациями места установки блока чувствительных элементов, что, в условиях неидеальности АФЧХ, неизбежно приводит к искажению выходного сигнала измерительных каналов, пропорциональному (в первом приближении) действующей нагрузке. В то же время скорость накопления погрешности БИНС может многократно превышать скорость нарастания самой нагрузки. Имея соответствующую численную оценку для заданных уровней механических нагрузок в месте установки блока чувствительных элементов и исходя из требуемой точности БИНС, можно сформулировать требования к частотным характеристикам отдельных измерительных каналов и допустимый уровень их взаимного отклонения.

В рамках настоящего исследования проведено численное статистическое моделирование на типовом участке движения, характеризующимся повышенными линейными и вибрационными нагрузками. Показания акселерометрических и гироскопических измерительных каналов формировались в виде приращений за такт опроса вектора кажущейся скорости и вектора угловой скорости соответственно в проекциях на измерительные оси блока чувствительных элементов. Неидеальность АФЧХ измерительных каналов в полосах пропускания и запирающего полезного сигнала задавалась в рабочем диапазоне частот в виде систематических отклонений от номинальной передаточной функции.

Действия, выполняемые при определении допустимых уровней частотных характеристик, проиллюстрированы на примере бесплатформенной инерциальной системы ориентации (БИСО), как более восприимчивой к вибрационным нагрузкам и предъявляющей более жесткие требования к месту установки блока чувствительных элементов.

II. ВЛИЯНИЕ АФЧХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ НА ОСНОВНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОГРЕШНОСТИ БИНС

На участке свободного движения (с не более, чем одним направлением жесткой внешней связи) вибрации в месте установки блока чувствительных элементов БИНС неизбежно сопровождаются угловыми колебаниями, носящими прецессионный характер (с пространственным вращением вектора угловой скорости). Составляющие погрешности БИНС из-за неидеальности АФЧХ оценивались численно. Для их выделения из суммарной погрешности БИНС в условиях моделирования линейных и вибрационных нагрузок предварительно были сделаны оценки величин инструментальной и методической составляющих.

При оценке суммарной погрешности БИНС в условиях высокого уровня линейных и вибрационных нагрузок определяющее значение может иметь неидеальность АФЧХ измерительных каналов. Для пояснения данного факта рассмотрим типовое коническое движение [1] основания в месте установки блока чувствительных элементов БИНС. Под амплитудной погрешностью акселерометрических $\Delta A_{AK}(f)$ и гироскопических $\Delta A_{ГК}(f)$ измерительных каналов при фиксированной частоте колебаний f будем понимать отклонение по амплитуде выходного сигнала относительно входного вида $\left(\frac{A(f)_{вых}}{A(f)_{вх}} - 1 \right)$, меняющееся от значения «0» в полосе пропускания полезного сигнала до значения «1» в полосе записания.

Для гироскопических измерительных каналов в качестве входного сигнала рассмотрим прецессию относительно оси конуса, которая по аналогии с [8] в первом приближении может быть представлена выражением вида $2\pi f \cdot \varepsilon^2 / 2$, где ε – амплитуда угловых колебаний. При линейном искажении амплитуды вида $\varepsilon \rightarrow \varepsilon(1 + \Delta A_{ГК})$ получим первичную оценку ухода (*coning error*) по угловому положению

$$\delta GK(f) = 2\pi f \cdot \Delta A_{ГК} \cdot \varepsilon^2. \quad (1)$$

Для акселерометрических измерительных каналов в качестве входного сигнала рассмотрим линейную нагрузку, действующую вдоль оси конуса. Тогда относительную погрешность (*sculling error*) выходного сигнала вдоль оси конуса в условиях конических вибраций в первом приближении можно записать как

$$\delta AK(f) = \varepsilon^2 \cdot (\Delta A_{ГК} + \Delta A_{AK}). \quad (2)$$

Оценки (1) и (2), определяющие угловой уход и относительную погрешность расчета скорости (скоростной уход), записаны без учета инструментальной и методической составляющих погрешности БИНС. Отметим, что амплитудные погрешности измерительных каналов линейно входят в соотношения (1) и (2). Кроме того, соотношения (1) и (2) также задают ограничения по уровню допустимых конических (угловых) колебаний основания в месте установки блока чувствительных элементов БИНС. Получаемые при этом ошибки БИНС пропорциональны квадрату уровня вибрационных нагрузок.

В условиях движения, характеризующегося повышенными линейными и вибрационными нагрузками, величины уходов $\delta GK(f)$ и $\delta AK(f)$ могут значительно превосходить соответствующие инструментальные и методические составляющие погрешности БИНС. В таком случае совершенствование амплитудной характеристики является прямым способом повышения точности БИНС.

Перейдем к рассмотрению фазовой погрешности. При фиксированной частоте колебаний f получаем постоянный сдвиг по времени (запаздывание) выходного сигнала относительно входного. Обозначим уровень рассинхронизации акселерометрических каналов через Δt_{AK} , гироскопических каналов – через $\Delta t_{ГК}$. Взаимную рассинхронизацию акселерометрических и гироскопических измерительных каналов обозначим через Δt . После умножения Δt_{AK} , $\Delta t_{ГК}$ и Δt на $(2\pi f)$ получим соответствующие выражения для относительных фазовых погрешностей $\Delta \varphi_{AK}(f)$, $\Delta \varphi_{ГК}(f)$ и $\Delta \varphi(f)$.

При численном моделировании исследовались колебания в поддиапазонах частот полосы пропускания полезного сигнала, характеризующиеся одинаковым допуском на амплитудную погрешность и постоянной энергетической характеристикой $(2\pi f)^2 \cdot \varepsilon \approx const$. Результаты моделирования показали высокую чувствительность погрешности БИНС к каждому из рассматриваемых уровней рассинхронизации. Особенно это характерно для величины $\Delta t_{ГК}$.

Получаемые оценки погрешности БИНС из-за неидеальности АФЧХ с увеличением частоты в первом приближении обратно пропорциональны уровню рассинхронизации измерительных каналов. Отсюда следует, что допуск на относительную фазовую погрешность в каждом поддиапазоне частот может быть определен в виде некоторой константы. Соответствующий допуск определяется исходя из требуемых точностных характеристик БИНС и напрямую не связан с рассматриваемыми инструментальной и методической составляющими погрешности БИНС.

В то же время следует отметить, что уходы $\delta GK(f)$ и $\delta AK(f)$ могут иметь доминирующее значение в области резонансных частот изделия. В связи с этим данные уходы необходимо рассматривать в совокупности с инструментальной и методической составляющими погрешности БИНС.

С практической точки зрения рассматриваемый диапазон частот может быть условно поделен на участки с преобладанием тех или иных погрешностей. При этом оптимизация АФЧХ и оптимизация алгоритма БИНС могут выполняться в «своей» области частот. Кроме того, нужно определиться с переходным участком, содержащим частоту среза. Здесь, ввиду размытости передаточной функции (определяется фильтром), необходимы конструктивные решения, ограничивающие уровень вибронагрузок.

Оптимальное положение частоты среза соответствует совпадению вибрационной составляющей погрешности БИНС с дополнительным интегральным сигналом, вызванным коническими вибрациями. Дополнительный ин-

тегральный сигнал рассматривается в осях чувствительности акселерометрических и гироскопических измерительных каналов БИНС. Задача определения допустимых уровней частотных характеристик измерительных каналов может рассматриваться как многокритериальная.

В целом, уточнение АФЧХ опирается на численное моделирование движения с высоким уровнем линейных и вибрационных нагрузок. Это дает возможность оценить уровень уходов, которые непосредственно определяются погрешностями реализации АФЧХ измерительных каналов. Полученные численные оценки погрешностей БИНС позволяют косвенно задать допуск на неидеальность АФЧХ акселерометрических и гироскопических измерительных каналов.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При получении аналитических и численных оценок использовалась разработанная в Акционерном обществе "Научно-производственное объединение автоматики имени академика Н.А. Семихатова" модель движения в условиях линейных и вибрационных нагрузок основания в месте установки блока чувствительных элементов БИНС. Оценка методической составляющей погрешности БИНС осуществлялась с использованием одного из известных в технической литературе многошаговых алгоритмов БИНС [1, 9]. При этом учитывалась взаимная рассинхронизация измерительных каналов.

Моделируемый участок движения характеризовался заданными ограничениями на уровень линейных нагрузок в частотных поддиапазонах длительностью 1–2 октавы каждый и вибрационными нагрузками с амплитудой угловых колебаний до 2 угл.град в диапазоне частот до 400 Гц. Допуск на уровень угловых колебаний основания рассчитывался исходя из возможного резонанса на одной частоте в каждом из поддиапазонов. В процессе моделирования оценивалось выполнение заданных уровней в части углового и скоростного уходов.

При моделировании рассчитывался допуск по уровню угловых колебаний в месте установки блока чувствительных элементов для рассматриваемых составляющих погрешностей БИНС. Соответствующие графики зависимости амплитуды конических колебаний от частоты представлены на рис. 1 и рис. 2 в логарифмическом масштабе для акселерометрического и гироскопического измерительных каналов соответственно. Дополнительно на рис. 2 приведен график прецессии относительно оси конуса.

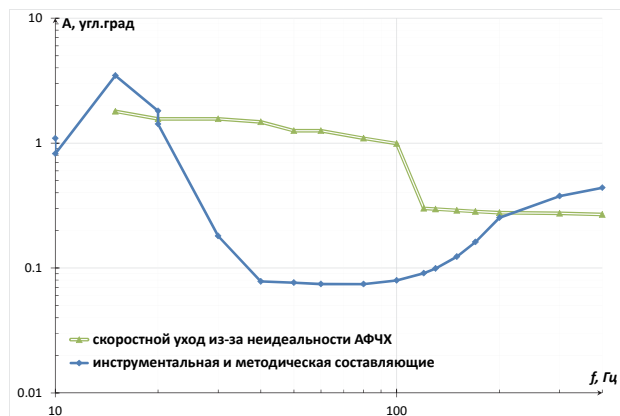


Рис. 1. Допуск на уровень конических колебаний для погрешностей акселерометрических каналов при заданной ошибке расчета скорости

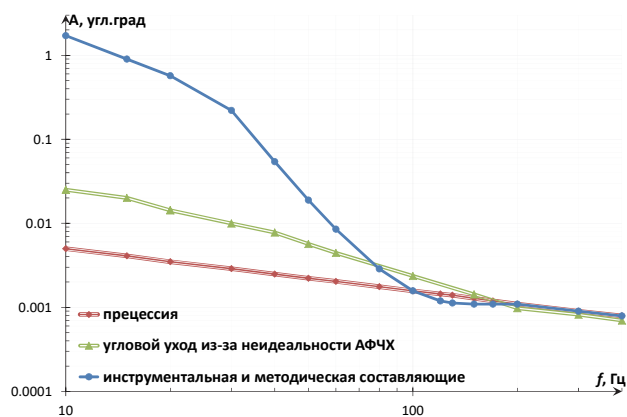


Рис. 2. Допуск на уровень конических колебаний для погрешностей гироскопических каналов при заданном уровне углового ухода

Как показали результаты моделирования, веса составляющих погрешности БИНС перераспределяются с увеличением частоты колебаний основания. При этом особый интерес представляют значения частот в районе пересечения составляющих между собой. Такие пересечения характеризуются увеличением суммарной погрешности БИНС.

Так, например, из рис. 2 следует, что на частотах < 80 Гц доминирующим является угловой уход, обусловленный неидеальностью АФЧХ. На частотах > 200 Гц рассматриваемые погрешности БИНС выходят на уровень прецессии. Используемый алгоритм БИНС «не чувствует» указанные частоты и будет давать дополнительную погрешность при наличии соответствующего сигнала (или шума). В связи с этим данные частоты должны быть отфильтрованы таким образом, чтобы уровень суммарного ухода не превышал прецессию. Угловой уход при этом будет определяться уровнем прецессии.

Диапазон частот 80–200 Гц для изображенных на рис. 2 графиков характеризуется преобладанием инструментальной и методической составляющих погрешности БИНС. Это может существенно снизить точность по угловому положению при наличии соответствующих вибраций. Один из возможных способов переноса такого участка в область высоких частот полосы записываемого полезного сигнала заключается в уменьшении такта опроса измерительной информации и соответствующего уменьшения шага счета алгоритма БИНС. Такой вариант показан на рис. 3, где шаг счета уменьшен в два раза.

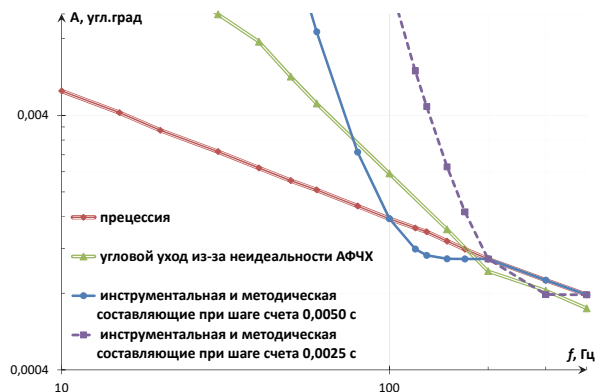


Рис. 3. Допуск на уровень конических колебаний для погрешностей гироскопических каналов при заданном уровне углового ухода. Два варианта значений шага съема данных БИНС: 2,5 мс и 5 мс

На основании полученной информации можно сформулировать требования к допустимому уровню угловых колебаний основания совместно с диапазонами возможных значений АФЧХ измерительных каналов. Допуск по угловым колебаниям основания в месте установки блока чувствительных элементов, обеспечивающий выполнение требований по угловому и скоростному уходам БИНС, формируется в виде зависимости амплитуды угловых колебаний от частоты. Диапазоны АФЧХ представляются в виде кусочно-постоянных отклонений от номинальной передаточной функции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, создан инструмент, позволяющий получать численные оценки необходимых уровней АФЧХ акселерометрических и гироскопических измерительных каналов с учетом вибронгрузок в месте установки блока чувствительных элементов исходя из обеспечения заданных требований по угловому и скоростному уходам БИНС.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Марк Дж., Тазаргес Д. Конические алгоритмы, учитывающие неидеальность частотной характеристики выходных сигналов гироскопов // Гироскопия и навигация. 2000. №1(28). С. 65–77.
- [2] Лестев А.М., Федоров М.В. О вибрационной погрешности маятникового микромеханического акселерометра // Гироскопия и навигация. 2011. №3(74). С. 96–101.
- [3] Лопарев А.В., Степанов О.А., Челпанов И.Б. Использование частотного подхода при синтезе нестационарных алгоритмов обработки навигационной информации // Гироскопия и навигация. 2011. №3(74). С. 115–132.
- [4] Lai, J., Lv, P., Liu, J., Jiang, B., Noncommutativity Error Analysis of Strapdown Inertial Navigation System under the Vibration in UAVs, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2012, vol. 9, pp. 1–8, doi: 10.5772/52758.
- [5] Alam, M., Rohac, J., Adaptive Data Filtering of Inertial Sensors with Variable Bandwidth, *Sensors* 2015, 15, pp. 3282–3298, doi:10.3390/s150203282.
- [6] Yang, H., Zhang, R., Höflinger, F., Li, W., Reindl L.M., Vibration Error Compensation for Mobile Vehicle using Strap-down Inertial Navigation System, 13th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices, 2016, pp. 401–405. doi: 10.1109/SSD.2016.7473705.
- [7] Plakisy, Yu., Breslavsky, D., Homozkova, I., Naumenko, K., Closed-form quaternion representations for rigid body rotation: application to error assessment in orientation algorithms of strapdown inertial navigation systems, *Continuum Mech. Thermodyn*, Accepted: 11 December 2020.
- [8] Федотов А.А., Перепелкина С.Ю. Повышение точности бесплатформенной инерциальной навигационной системы за счет управляемого прецессионного движения // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С.167–170.
- [9] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем; под ред. Д.С. Фурманова. М.: Наука, 1992. 280 с.

Метод автономного определения широты и долготы подвижного объекта

В.В. Аврутов,
Национальный технический университет Украины
(Киевский политехнический институт
имени Игоря Сикорского)
Киев, Украина
v.avrutov@kpi.ua

О.И. Нестеренко
Национальный технический университет Украины
(Киевский политехнический институт
имени Игоря Сикорского)
Киев, Украина
oleg.i.nesterenko@gmail.com

Аннотация—Предлагается способ автономного определения широты и долготы подвижного объекта на основе сигналов гироскопов без использования двойного интегрирования сигналов акселерометров.

Представлены результаты полунатурного моделирования определения широты и долготы с использованием информации полета малогабаритного летательного аппарата.

Ключевые слова—гироскопы, широта, долгота, инерциально-измерительный модуль.

I. ВВЕДЕНИЕ

Для автономного определения местоположения подвижных объектов используются инерциальные навигационные системы (ИНС) [1, 2], в основе работы которых лежит двойное интегрирование показаний акселерометров – измерителей кажущегося ускорения объекта. Кроме акселерометров ИНС содержат гироскопы, с помощью которых происходит физическое (для платформенных ИНС) или аналитическое (для бесплатформенных ИНС) построение той или иной системы координат.

Двойное интегрирование выходных сигналов акселерометров, содержащих нулевые сигналы, приводит к накоплению погрешностей ИНС. Первый способ повышения точности ИНС состоит в использовании очень точных чувствительных элементов – гироскопов и акселерометров. Из-за высокой стоимости такие чувствительные элементы используются лишь в ИНС подводной и космической навигации [3, 4]. Второй способ повышения точности ИНС – интегрирование или комплексирование их со спутниковыми навигационными системами [5]. Однако такие системы перестают быть полностью автономными.

Предлагается метод автономного определения долготы и широты на подвижном основании, при котором используется измерение абсолютной угловой скорости объекта. Под автономным понимается метод, не использующий астрономические, спутниковые навигационные или радионавигационные системы.

II. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Введем в рассмотрение следующие системы координат: $O\xi\eta\zeta$ – географическая система координат, причем ось $O\eta$ направлена на север, ось $O\xi$ – на восток, а $O\zeta$ – местная вертикаль, $Oxuz$ – система координат, связанная с инерциально-измерительным модулем (ИИМ).

Проекция абсолютной угловой скорости на оси $O\eta$ и $O\zeta$ будут иметь вид [1]:

$$\begin{aligned}\omega_\eta &= (\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi; \\ \omega_\zeta &= (\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi.\end{aligned}\quad (1.1)$$

Здесь Ω – угловая скорость вращения Земли, φ, λ – текущие значения широты и долготы соответственно.

Очевидно, что широту можно определить по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{\omega_\zeta}{\omega_\eta}.\quad (1.2)$$

Для определения текущей долготы воспользуемся, например, первым соотношением (1.1). Интегрируя его, можно получить

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^t \left(\frac{\omega_\eta}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt,\quad (1.3)$$

где t_0, t – начальный и текущий моменты времени движения. Отметим, что для первого интегрирования необходимо знать начальное значение долготы λ_0 .

Для определения текущих значений широты и долготы подвижного объекта возникает задача в выражении $\omega_\eta, \omega_\zeta$ через проекции угловой скорости объекта $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$, измеряемые, например, гироскопами ИИМ.

Рассмотрим ИИМ, оси которого $oxuz$ жестко связаны с объектом. Пусть ψ, θ, γ – углы поворота объекта. Связь между осями $Oxuz$ и $O\xi\eta\zeta$ можно выразить через матрицу направляющих косинусов \mathbf{C}_n^b :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}.\quad (1.4)$$

Из последнего соотношения, учитывая ортогональность поворотов, можно получить проекции $\omega_\eta, \omega_\zeta$:

$$\begin{bmatrix} \omega_\zeta \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix},\quad (1.5)$$

где \mathbf{C}_b^n – транспонированная матрица \mathbf{C}_n^b :

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{bx} - \dot{\theta} \cos \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \\ \omega_{by} - \dot{\psi} \sin \theta - \dot{\gamma} \\ \omega_{bz} - \dot{\theta} \sin \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}.$$

Из матричного уравнения (1.5) получим:

$$\begin{aligned} \omega_\eta &= c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z, \\ \omega_\zeta &= c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Итак, для определения проекций $\omega_\eta, \omega_\zeta$ необходимо знать проекции абсолютной угловой скорости объекта $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$, измеряемые гироскопами ИИМ, элементы матрицы направляющих косинусов, углы поворота объекта ψ, θ, γ и их производные.

Полученные выражения (1.6) подставим в выражение (1.2) для определения широты:

$$\varphi = \arctg \frac{c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z}{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}. \quad (1.7)$$

Аналогично можно подставить значение ω_η из (1.6) в выражение (1.3) для определения долготы:

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_0}^t \left(\frac{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt. \quad (1.8)$$

Для проверки полученных зависимостей проводились вычисления широты и долготы, рассчитанные с использованием соотношений (1.7) и (1.8) соответственно. Скорость движения основания принималась равной 200 м/с, 400 м/с и 600 м/с. Начальные координаты принимались равными 50° с.ш. и 30° в.д.

Параллельно проводились контрольные вычисления широты и долготы, интегрируя известные соотношения [5]:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \frac{v_N}{R}, \\ \dot{\lambda} &= \frac{v_E}{R \cos \varphi}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Результаты показали практическое совпадение вычисленных значений широты (1.7) и долготы (1.8) «эталонным» значениям, вычисленным по формулам (1.9). Отличие вычисленных и «эталонных» значений широты и долготы не превышает значений 10^{-13} град.

Итак, полученные выражения (1.7) и (1.8) позволяют вычислять широту и долготу объекта при его движении. При этом выражения (1.7) и (1.8) не накладывают огра-

ничений на траекторию движения. Отметим, что по сравнению с традиционным алгоритмом БИНС вычисления широты обходится без интегрирования показаний акселерометров, а вычисление долготы требует лишь однократного интегрирования показаний гироскопов.

Если для определения широты места достаточно иметь сигналы гироскопов ИИМ, элементы матрицы направляющих косинусов, углы поворота объекта и их производные, то для определения долготы необходимо, кроме того, знать начальное значение долготы.

III. ПОЛУНАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЛОЖЕННОГО МЕТОДА

Для проверки эффективности разработанного метода автономного определения широты и долготы использовались экспериментальные данные ИНС, полученные в полете на небольшом самолете Cessna (рис. 1) недалеко от г. Орlando (шт. Флорида, США). Такие данные содержали информацию об углах курса, тангажа, крена самолета, выходных сигналах трех микромеханических гироскопов – датчиков угловой скорости, трех микромеханических акселерометров, информацию о широте, долготе и высоте, измеренную приемником спутниковой навигационной системы (GNSS), а также информацию о горизонтальной и вертикальной составляющих скорости самолета и текущее время.



Рис. 1. Самолет Cessna

Общее время полета составляло немногим более 104 мин, траектория полета самолета изображена на рис. 2.

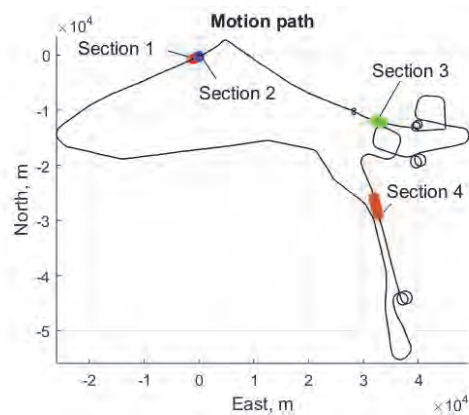


Рис. 2. Траектория полета самолета Cessna

На рис. 3–6 приведены графические зависимости выходных сигналов гироскопов, а также графические зависимости широты и долготы от времени для четырех

участков полета (кривая 1 – расчетные значения широты и долготы, кривая 2 – значения широты и долготы, измеренные с помощью приемника GNSS).

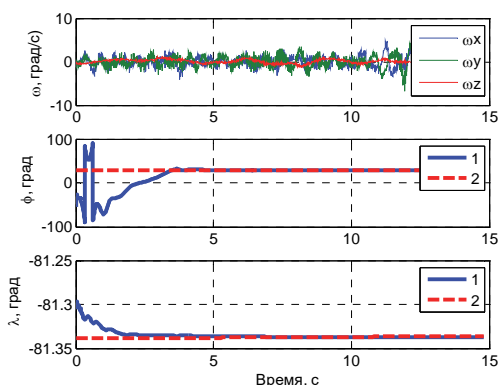


Рис. 3. Выходные сигналы гироскопов, широта и долгота для 1-го участка полета

Из рис. 3 видно, что начиная с 3-й секунды, значения широты, рассчитанные разработанным методом, колеблются около значения широты, измеренной приемником GNSS, а начиная со 2-й секунды рассчитанные разработанным методом значения долготы стремятся к значениям долготы, которая измерялась приемником GNSS.

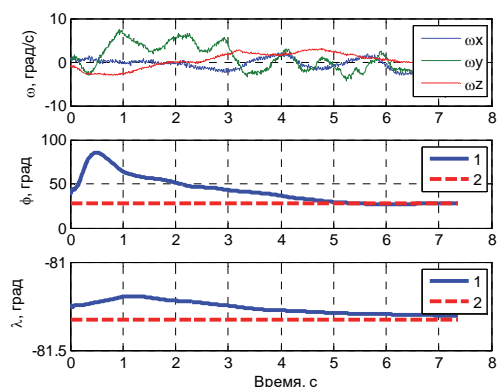


Рис. 4. Выходные сигналы гироскопов, широта и долгота для 2-го участка полета

Из рис.4 видно, что начиная с 5-й секунды значения широты, рассчитанные разработанным методом, сходятся к значению широты, измеренному приемником GNSS, а начиная с 6-й секунды рассчитанные разработанным методом значения долготы стремятся к значению долготы, измеренному приемником GNSS.

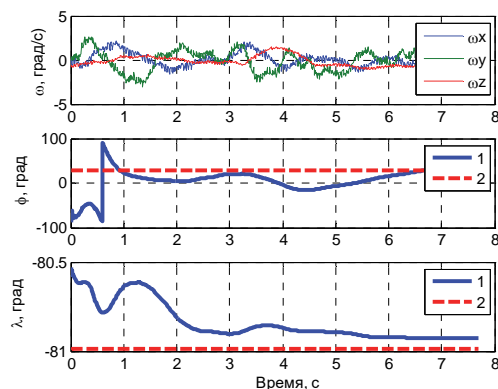


Рис. 5. Выходные сигналы гироскопов, широта и долгота для 3-го участка полета

Из рис. 5 видно, что начиная с 6-й секунды значения широты, рассчитанные разработанным методом, колеблются около значения широты, измеренной приемником GNSS, а начиная с 7-й секунды рассчитанные разработанным методом значения долготы стремятся к значению, измеренному приемником GNSS.

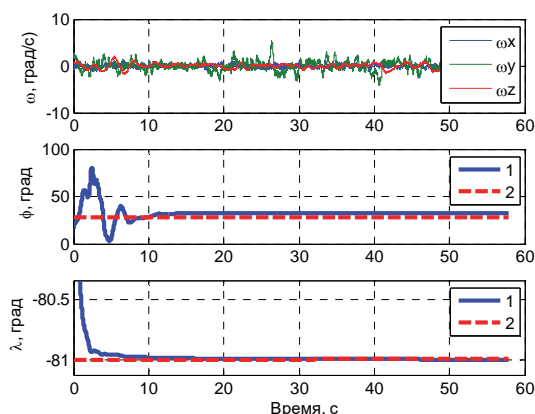


Рис. 6. Выходные сигналы гироскопов, широта и долгота для 4-го участка полета

Из рис. 6 видно, что начиная с 10-й секунды значения широты, рассчитанные разработанным методом, колеблются около значения широты, измеренной приемником GNSS, а начиная с 15-й секунды (видно по численным данным) рассчитанные разработанным методом значения долготы стремятся к значению, измеренному приемником GNSS.

Различие выходных сигналов гироскопов на участках траектории полета вызваны маневрированием самолета из-за турбулентности.

Для уменьшения влияния шумов гироскопов и маневрирования объекта использовались сглаживающие фильтры, параметры которых выбирались исходя из минимума ошибки определения широты для каждого участка траектории. При этом отчетливо виден переходной процесс, вызванный инерционностью сглаживающего фильтра.

В табл. 1 представлены численные результаты расчетов погрешностей широты и долготы для указанных участков траектории полета.

Как видно из приведенных результатов, максимальные погрешности определения широты, рассчитанные разработанным методом, не превышают величины 0,0446 град, а минимальные – 0,0114 град. Максимальные погрешности определения долготы равны 0,0592 град, минимальные – 0,0063 град. Причем погрешности определения долготы, рассчитанные разработанным методом, значительно меньше погрешности определения широты.

Табл.1. Численные значения погрешностей широты и долготы для участков траектории полета

№ участка полета	Погрешность широты, град	Погрешность долготы, град
1	0.0114	0.0019
2	0.0446	0.0221
3	0.0133	0.0592
4	0.0221	0.0063

IV. Выводы

Предложен автономный способ определения долготы и широты на подвижном основании без предъявления ограничений на характер траектории подвижного объекта. При этом вычисление широты обходится без интегрирования показаний акселерометров, а вычисление долготы требует лишь однократного интегрирования показаний гироскопов.

Сравнение результатов расчетных значений широты и долготы с реальными данными экспериментального полета самолета подтвердили работоспособность метода автономного определения широты и долготы.

Разработанный способ определения долготы и широты на подвижном основании может быть альтернативой стандартному методу с двойным интегрированием

сигналов акселерометров и может применяться в качестве резервного алгоритма без изменения состава инерциально-измерительного модуля.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука, 1979. 296 с.
- [2] Titterton, D.H. and Weston, J.L., Strapdown Inertial Navigation Technology, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series 17, 2004, p. 558.
- [3] Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. №1 (72). С. 3–17.
- [4] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 3–10.
- [5] Schmidt, G.T., GPS Based Navigation Systems in Difficult Environments, Gyroscopy and Navigation, 2019, vol. 10, no. 2, pp. 41–53.

Адаптивно-робастная обработка сигналов инерциальных измерителей

А.В. Чернодаров
Экспериментальная мастерская
«НаукаСофт», Университет МАИ
Москва, Россия
e-mail: chernod@mail.ru

П.С. Горшков
Экспериментальная мастерская
«НаукаСофт»
Москва, Россия
e-mail: pgorshkov@naukasoft.ru

А.П. Патрикеев
Экспериментальная мастерская
«НаукаСофт»
Москва, Россия
e-mail: apatrikeev@naukasoft.ru

Аннотация—Работа посвящена проблеме реализации аналитических подходов к улучшению эксплуатационных характеристик чувствительных элементов (ЧЭ) бесплатформенных инерциальных навигационных систем. Предлагаемое решение проблемы опирается на приведении задачи цифровой обработки сигналов ЧЭ к калмановской конструкции и настройке такой конструкции на функционирование в условиях априорной неопределенности и возможных аномальных измерений. Приводятся результаты экспериментальных исследований, подтверждающие эффективность применения предлагаемого подхода.

Ключевые слова—бесплатформенная инерциальная навигационная система, инерциальные чувствительные элементы, цифровая обработка сигналов, глобальная навигационная спутниковая система, обобщенный фильтр Калмана.

I. ВВЕДЕНИЕ

Современный уровень развития бортовой электроники позволяет оценивать и компенсировать погрешности инерциальных измерителей в режиме реального времени. Традиционно такие задачи решаются на уровне вторичной обработки сигналов наблюдений. Для этого используются внешняя по отношению к бесплатформенным инерциальным навигационным системам (БИНС) информация и математический аппарат обобщенного фильтра Калмана (ОФК) [1]. В то же время вопросы применения такого математического аппарата для первичной обработки сигналов рассмотрены, на наш взгляд, еще недостаточно. Представляется целесообразным расширить область применения современных модификаций ОФК на задачи первичной обработки сигналов инерциальных измерителей. Кроме того, перспективной, на наш взгляд, является задача взаимодействия контуров первичной и вторичной обработки сигналов чувствительных элементов (ЧЭ) БИНС: гироскопов и акселерометров. Рассматриваются следующие режимы взаимодействия контуров первичной и вторичной обработки сигналов:

- при наличии внешней информации функционируют оба контура обработки сигналов. Выполняется адаптивная настройка параметров моделей ошибок инерциальных датчиков, корректируются оценки, формируемые при первичной обработке сигналов;
- при отсутствии внешней информации функционирует контур первичной обработки сигналов. В указанном контуре выполняются следующие операции: парирование аномальных сигналов с помощью робастных процедур, прогнозирование и компенсация оценок ошибок датчиков, цифровая обработка и интегрирование сигналов. Следует отметить, что в контуре первичной обработки выполняется, как правило, только цифровая фильтрация, интегрирование и компенсация некоммутативных

эффектов в сигналах датчиков. Адаптивно-робастные процедуры обработки сигналов опираются на применение комбинированных статистических критериев и согласование прогнозируемых и реальных ковариаций обновляющей последовательности. Обновляющая последовательность в этих процедурах – это разность между прогнозируемыми и реальными сигналами наблюдений.

Цель работы – повышение точностных характеристик БИНС на основе комбинированной оценки и компенсации инструментальных дрейфов инерциальных измерителей на уровне первичной и вторичной обработки сигналов.

Достижение поставленной в работе цели базируется на приведении задачи цифровой обработки сигналов к конструкции ОФК и настройке такой конструкции на функционирование в условиях априорной неопределенности и возможных аномальных измерений. Предлагаемые решения опираются на работу [2].

II. СТРУКТУРА СИСТЕМЫ ИНТЕГРИРОВАННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В интегрированных навигационных системах реализуется, как правило, многоуровневая обработка сигналов инерциальных чувствительных элементов [2]. При таком подходе гауссовские помехи «подавляются» на этапе сглаживания выходных сигналов ЧЭ, а аномальные и автокоррелированные – на этапе оценивания дрейфов с учетом информации о моделях шумов и геофизических инвариантах. Оценивание выполняется по внешней по отношению к БИНС информации. Представляется целесообразным объединение указанных контуров в единую структуру.

Известно [1], что процедуры ОФК включают контуры прогноза параметров и их коррекции на основе обработки наблюдений. Реализация контура прогноза предусматривает наличие моделей изменения оцениваемых параметров между сеансами формирования наблюдений. В работе [2] такие модели предлагается строить по сигналам чувствительных элементов в режиме реального времени с помощью ортогональных полиномов Чебышева по скользящей выборке отсчетов сигналов ЧЭ. Однако такой подход не предусматривает взаимодействие с контуром обработки внешних наблюдений и имеет следующие недостатки:

- не учитывается динамика изменения оценок дрейфов ЧЭ и их ковариаций между сеансами наблюдений;
- не учитывается априорная информация о моделях дрейфов ЧЭ при формировании оптимального коэффициента усиления ОФК;

- затруднено построение процедур контроля и парирования аномальных сигналов на основе статистических критериев согласия [3].

Для исключения указанных недостатков предлагается технология комбинированной обработки сигналов ЧЭ по следующему алгоритму.

Прогноз оценок ошибок инерциального измерительного модуля (ИИМ) между сеансами внешних наблюдений:

$$\hat{x}_{i/i-1} = m_0 = T\Phi_i \hat{x}_{i-1/i-1}; \quad (1)$$

$$\hat{y}_{i/i-1} = \hat{y}_0; \quad (2)$$

$$\tilde{P}_{i/i-1} = M_0 = T\Phi_i P_{i-1/i-1} \Phi_i^T T^T + \Gamma_i Q_{i-1} \Gamma_i^T. \quad (3)$$

Адаптивно-робастная компенсация оценок ошибок:

$$z_j = \hat{y}_{j-1} - y_j; \quad (4)$$

$$v_j = z_j - H_j m_{j-1}; \quad (5)$$

$$\beta_j = v_j / \sqrt{R_j}; \quad (6)$$

$$\psi_j = \psi(\beta_j); \quad \psi'_j = \psi'(\beta_j); \quad (7)$$

$$\alpha_j^2 = H_j M_{j-1} H_j^T \psi'_j + R_j; \quad (8)$$

$$K_j = M_{j-1} H_j^T / \alpha_j^2; \quad (9)$$

$$M_j = (K_j \psi'_j H_j - I) M_{j-1} (K_j \psi'_j H_j - I)^T + K_j R_j \psi'_j K_j^T; \quad (10)$$

$$m_j = m_{j-1} + K_j \psi_j \sqrt{R_j}; \quad (11)$$

$$\tilde{P}_{i/i} = M_l; \quad \hat{x}_{i/i} = m_l; \quad j = \overline{1, l}; \quad (12)$$

$$\hat{y}_{i/i} = \hat{y}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}, \quad (13)$$

где $y_j; \hat{y}_j$ – соответственно измеренное и прогнозируемое значения сигнала j -го ЧЭ. В работе использована процедура прогнозирования сигналов с помощью полиномов Чебышева [2]; T – матрица связи векторов ошибок ИИМ и БИНС; I – единичная матрица;

$$P_{i/i-1} = \begin{bmatrix} P_{0,0(i/i-1)} & \cdots & \cdots & P_{0,n(i/i-1)} \\ \vdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \tilde{P}_{i/i-1} & \vdots \\ P_{n,0(i/i-1)} & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} -$$

прогнозируемая ковариационная матрица ошибок оценивания; $m_j, \hat{x}_{i/i}$ – оценки вектора ошибок x_i на i -м шаге после обработки соответственно j -го элемента и всего вектора наблюдений Z_i ; $M_j; P_{i/i}$ – ковариационные

матрицы ошибок указанных оценок; $\Phi_i; \Gamma_i$ – переходные матрицы для вектора ошибок x_i и вектора возмущений ξ_i соответственно; Q_i – ковариационная матрица для вектора возмущений; l – размерность вектора наблюдений; R_j – дисперсия ошибки j -го наблюдения;

$$\psi_j = \psi(\beta_j) = \left. \frac{\partial \rho(\beta)}{\partial \beta} \right|_{\beta=\beta_j}; \quad \psi'_j = \psi'(\beta_j) = \left. \frac{\partial^2 \rho(\beta)}{\partial \beta^2} \right|_{\beta=\beta_j} - \quad (14)$$

функции влияния, определяющие уровень доверия к поступающим наблюдениям; $\rho(\beta) = -\ln f(\beta)$ – функция правдоподобия; $f(\beta)$ – функция плотности вероятности (ФПВ).

Функции (14) могут быть сформированы с учетом «априорных» предположений о законах распределения полезного сигнала и шума. В [4] были предложены следующие значения указанных функций.

Для кондиционных сигналов можно использовать распределение Гаусса с параметрами

$$\rho_g(\beta) = 0.5 \ln(2\pi) + 0.5\beta^2; \quad \psi_g(\beta_j) = \beta_j; \quad \psi'_g(\beta_j) = 1. \quad (15)$$

Для «выбросов» можно использовать распределение Лапласа с параметрами

$$\rho_l(\beta) = \ln 2 + |\beta|; \quad \psi_l(\beta_j) = |\beta_j|; \quad \psi'_l(\beta_j) = 0. \quad (16)$$

Нечеткость границ между аномальными и кондиционными сигналами может быть учтена на основе свертки ФПВ Гаусса и Лапласа. В [4] показано, что в этом случае функции влияния могут иметь вид:

$$\psi_{lg}(\beta_j) = \beta_j / 3; \quad \psi'_{lg}(\beta_j) = 1/3. \quad (17)$$

Для предотвращения расходимости ОФК [1] необходимо при формировании коэффициента усиления (9) учитывать реальные наблюдения (4). Известно [3], что необходимое условие достоверного оценивания по j -му элементу вектора наблюдений Z_i имеет вид:

$$\beta_j^2 = v_j^2 / \alpha_j^2 \in \chi^2(1, 2). \quad (18)$$

Опираясь на справочник [5], можно утверждать, что для квантиля $\alpha(1) = 0.001$ допуск для параметра (18)

будет иметь значение $\eta_1^2 \approx 11.8$.

С учетом указанного допуска, а также функций влияния (15), (17) при нарушении условия (18) выполняется следующая коррекция дисперсии невязки α_j^2 в соотношении (8):

$$\alpha_j^2 := \alpha_j^2 + \Delta \alpha_j^2, \quad (19)$$

где $\Delta\alpha_j^2 = (v_j^2 - \eta_1^2 \alpha_j^2) / \eta_1^2$.

Таким образом, адаптивно-робастная обработка сигналов ЧЭ может быть выполнена по алгоритму (1)–(13), (15)–(19).

III. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ

Объектом исследований являлся инерциальный измерительный модуль инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500 [6] на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ).

На рис. 1 показаны: выходной сигнал $\hat{\theta}$ (график синего цвета, угл. град./с) одного из ВОГ; сглаженный с помощью адаптивно-робастного цифрового фильтра сигнал $\hat{\hat{\theta}}$ (график красного цвета) того же ВОГ.

На рис. 2 и 3 представлены круговые позиционные ошибки ΔS системы БИНС-500: на рис. 2 – при использовании необработанных сигналов ВОГ; на рис. 3 – при использовании сигналов ВОГ после адаптивно-робастной обработки, где

$$\Delta\hat{S} = \sqrt{\delta\varphi^2 + \delta\lambda^2}; \delta\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{СНС}})R \cos\varphi_{\text{СНС}};$$

$\delta\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{СНС}})R$; R – радиус-вектор БИНС; СНС – спутниковая навигационная система; φ, λ – геодезические широта и долгота местоположения БИНС;

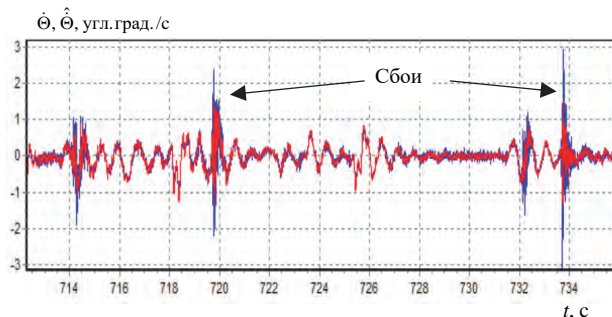


Рис. 1. Выходной сигнал одного из ВОГ

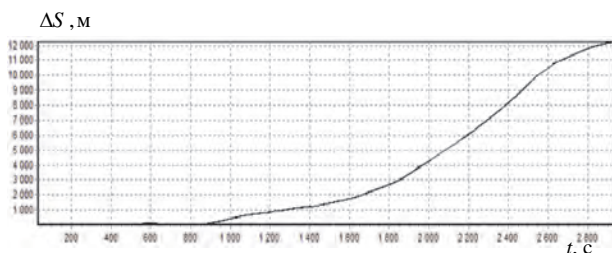


Рис. 2. Круговая позиционная ошибка системы БИНС-500 при использовании необработанных сигналов ВОГ

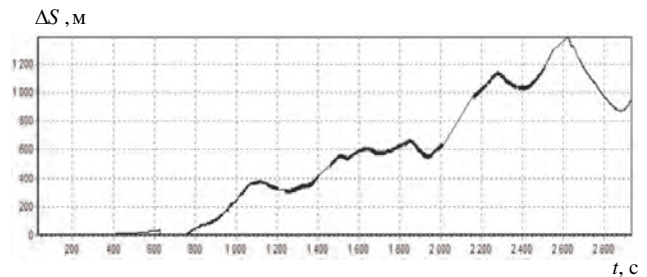


Рис. 3. Круговая позиционная ошибка системы БИНС-500 при использовании сигналов ВОГ после адаптивно-робастной обработки

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты исследований подтвердили эффективность объединения в едином технологическом цикле контуров первичной и вторичной обработки наблюдений инерциальных измерителей. Такое объединение позволяет применять процедуры оценивания параметров в условиях априорной неопределенности относительно моделей шумов и аномальных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Maybeck, P.S. Stochastic Models, Estimation and Control. N.Y., Academic Press, 1982, vol. 2.
- [2] Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Чернодаров А.В. и др. Многоуровневая обработка сигналов волоконно-оптических гироскопов в бесплатформенных инерциальных навигационных // XV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2008. С. 54–56.
- [3] Чернодаров А.В. Контроль и адаптивно-робастная защита целостности инерциально-спутниковых наблюдений // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2020. С. 30–40.
- [4] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Будкин В.Л. и др. Летная отработка бортовых оценивающих фильтров // XI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2004. С. 19–28.
- [5] Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, ГРФМЛ, 1973.
- [6] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Переляев С.Е. Полунатурная отработка программно-математического обеспечения инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500 на волоконно-оптических гироскопах // Гироскопия и навигация. 2010. №4. С. 19–31.

Результаты оценок точности определения азимута кольцевыми лазерными гироскопами

Д.А. Буров
Отдел по разработке
гироскопических приборов и систем
АО «ВНИИ «Сигнал»
Ковров, Россия
daburov12@mail.ru

Аннотация—Представлены результаты обработки измерений, полученных с использованием высокоточных кольцевых лазерных гироскопов (КЛГ) при текущем достигнутом уровне их отработки с использованием стендов моделирования движения. Испытания КЛГ предусматривали выполнение различных схем проведения измерений с целью оценки азимута исходя из заданного времени его определения. Схемы измерений имитировали работу одноосного измерителя с одним КЛГ и одним акселерометром в составе гироскопа, двухосного измерителя с двумя КЛГ и двумя акселерометрами в составе гироскопа как с поворотом осей измерителей в пространстве, так и без их поворотов, а также работу вариантов систем угловой ориентации (СУО) с одной либо двумя поворотными рамами. Представлены результаты оценок точности определения азимута в зависимости от схем проведения измерений. Результаты представлены для нормальных климатических условий и в диапазоне заданных рабочих температур. По результатам испытаний сделаны выводы о возможной степени влияния на точность определения азимута взаимовлияния КЛГ в составе гироскопа и в составе СУО с фиксированными поворотами части элементов стандартной структуры БИНС при использовании двухосного либо трехосного измерителей. Проведено сравнение эффективности определения азимута различными схемами проведения измерений.

Ключевые слова—кольцевые лазерные гироскопы, определение азимута, автокомпенсация погрешностей, испытание.

I. ВВЕДЕНИЕ

Кольцевые лазерные гироскопы находят широкое применение при разработке современных гироскопов и бесплатформенных инерциальных навигационных систем.

Главной задачей гироскопа является автономное высокоточное определение азимута. Аналогичная задача решается в режиме начальной выставки БИНС.

В гироскопе, предварительно грубо ориентированном в плоскости горизонта на земной поверхности, для определения азимута возможно применение различных схем построения, например, схемы одноосного измерителя с одним КЛГ и одним акселерометром в составе, схемы двухосного измерителя с двумя КЛГ и двумя акселерометрами в составе.

В БИНС, имеющей в своем составе триаду ортогональных КЛГ и триаду ортогональных акселерометров, в режиме начальной выставки для определения азимута при условии ограничения углов наклона также может использоваться информация одноосного измерителя (от одного горизонтального КЛГ и соосного ему акселерометра), двухосного измерителя (от горизонтальных КЛГ

и акселерометров), а также – без ограничения рабочих углов наклона – информация трехосного измерителя (от триады КЛГ и триады акселерометров), что обычно и применяется на практике.

Применение различных измерителей без возможности изменения положения их рабочих осей в пространстве не позволяет максимально использовать потенциальную точность чувствительных элементов гироскопа и БИНС в процессе определения азимута как за счет оптимального расположения осей чувствительности измерителей в пространстве, так и путем автокомпенсации их погрешностей.

Например, классическая структура БИНС, включающая триаду гироскопов и триаду акселерометров, жестко установленных на корпусе, не предусматривает применение автокомпенсации, что не позволяет улучшить ее характеристики.

Простейшим способом применения автокомпенсации для БИНС является непрерывное вращение инерциального модуля или целиком БИНС вокруг вертикальной оси, благодаря чему появляется возможность проводить оценку систематических дрейфов гироскопов [1].

Более сложными способами применения автокомпенсации являются варианты кинематических схем систем углового ориентирования, предполагающие применение фиксированных поворотов части элементов стандартной структуры БИНС. Наиболее оптимально такие СУО могут содержать одну поворотную раму (наиболее простые, но ограниченные по выполняемым функциям и условиям функционирования) и две поворотные рамы (более сложные, но обладающие большими возможностями по условиям функционирования), что позволяет создавать эффективные структуры гироскопов с точки зрения достигаемой массы, габаритов и стоимости. При этом поворотные рамы в составе СУО обеспечивают фиксированные повороты чувствительных элементов.

II. РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНОК ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА ПРИ ИМИТАЦИИ РАБОТЫ ГИРОКОМПАСА И СИСТЕМ УГЛОВОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ

Измерения, использованные при обработке, получены с использованием натуральных образцов высокоточных кольцевых лазерных гироскопов с периметром резонатора 56 см при текущем достигнутом уровне их отработки на одноосном и трехосном стендах моделирования движения. Одноосный стенд представляет собой платформу, вращающуюся в азимуте. Кинематическая схема трехосного стенда включает связанную с основанием стенда наружную раму подвеса с вертикальной осью вращения, установленную в ней среднюю раму подвеса с горизон-

тальной осью вращения. В средней раме установлена платформа, вращающаяся вокруг оси, нормальной к основанию платформы. С использованием трехосного стенда может имитироваться работа вариантов СУО с двумя поворотными рамами.

Испытания образцов высокоточных КЛГ предусматривали выполнение различных схем проведения измерений с целью оценки азимута исходя из заданного времени его определения. Схемы проведения измерений имитировали работу одноосного измерителя с одним КЛГ и одним акселерометром в составе гирокомпаса, двухосного измерителя с двумя КЛГ и двумя акселерометрами в составе гирокомпаса [2] как с поворотом осей измерителей в пространстве, так и без их поворотов, а также работу вариантов СУО с одной либо двумя поворотными рамами [3, 4]. В табл. I представлены некоторые результаты оценок точности определения азимута в зависимости от схем проведения измерений, возможных к применению в рассмотренных структурах гирокомпаса и СУО. Результаты представлены для нормальных климатических условий и в диапазоне заданных рабочих температур. Время измерения азимута – 8 минут.

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ ВЫСОКОТОЧНЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ЛАЗЕРНЫХ ГИРОКОМПАСОВ НА СТЕНДЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Используемый измеритель	Схема проведения измерений	Условия испытаний		Погрешность определения азимута (σ), угл. сек.
		В диапазоне положений оси измерителя относительно направления на Север от 300° до 60° и от 120° до 240°	Рабочая температура +20°C Рабочая температура -50°C	
Одноосный измеритель с одним КЛГ	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 2 положения в азимуте	Рабочая температура +20°C	13,6	
		Рабочая температура -50°C	70,7	
	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 3 положения в азимуте	Рабочая температура +20°C		33,7
		Рабочая температура -50°C		72,5
	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 4 положения в азимуте	Рабочая температура +20°C		15,3
		Рабочая температура -50°C		46,9
		Рабочая температура +50°C		33,8
	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 12 положений в азимуте	Рабочая температура +20°C		9,7
	Двухосный измеритель с двумя	Без автокомпенсации погрешностей изме-	После калибровки с определением нулевых смещений КЛГ. Рабочая температура +20°C	37,1

Используемый измеритель	Схема проведения измерений	Условия испытаний	Погрешность определения азимута (σ), угл. сек.
КЛГ	рителя		
	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 2 положения в азимуте	Рабочая температура +20°C	23,1
	Автокомпенсация погрешностей с поворотами в 4 положения в азимуте	Рабочая температура +20°C	19,5

Проведены серии замеров скорости дрейфа для работы одного КЛГ из пары (имитация работы одноосного измерителя) и для КЛГ, работающих в паре на одном основании (имитация работы двухосного измерителя). Некоторые результаты представлены в табл. II.

ТАБЛИЦА II. РЕЗУЛЬТАТЫ ЗАМЕРОВ СКОРОСТИ ДРЕЙФА КЛГ

Используемый измеритель	Номер КЛГ в паре. Условия получения оценки параметра	Среднее значение случайной составляющей дрейфа нулевых сигналов КЛГ в запуске (3 σ), °/ч	Коэффициент снижения точности датчика
Одноосный измеритель с одним КЛГ	1 По серии из 2-х часовых измерений	0,00134	1,473
		По серии из 4-х часовых измерений	
Двухосный измеритель с двумя КЛГ	2 По серии из 2-х часовых измерений	0,00161	1,211
		По серии из 4-х часовых измерений	

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В испытываемых высокоточных КЛГ для снижения влияния зоны захвата встречных волн используется виброподставка. По результатам имитационных испытаний сделан вывод о зависимости точности определения азимута от взаимовлияния КЛГ с виброподставкой друг на друга в составе гирокомпаса и в составе СУО с фиксированными поворотами части элементов стандартной структуры БИНС при использовании двухосного, либо трехосного измерителей.

Особенностью двухосного либо трехосного измерителей является то, что они позволяют определять квад-

рант азимута без поворотов чувствительного элемента. При этом теоретически выигрыш по точности определения азимута при работе двухосного измерителя из-за эффекта комплексирования сигналов двух датчиков может достигать $\sqrt{2}$ раз. Однако по результатам проведенных испытаний получено, что взаимовлияние вибрирующих КЛГ в двухосном измерителе может приводить к снижению точности работы датчиков в среднем от 1,2 до 1,5 раза.

В итоге при использовании фиксированных поворотов одноосный измеритель по сравнению с двухосным может иметь сопоставимый уровень точности измерения азимута (по результатам проведенных испытаний получено, что точность одноосного измерителя на КЛГ с виброподставкой даже несколько выше по отношению к двухосному измерителю). При сопоставимом уровне точности главным преимуществом одноосного измерителя по отношению к двухосному являются меньшая масса и стоимость.

Проведено сравнение эффективности определения азимута различными схемами проведения измерений. Известно, что схема проведения измерений при автокомпенсации погрешностей поддается оптимизации по критерию «количество положений при автокомпенсации – точность определения азимута» [5]. В данном случае наибольшую эффективность по обобщенному критерию «количество положений при автокомпенсации – точность определения азимута – масса – габариты – стоимость» показала методика измерений, включающая автокомпенсацию погрешностей с поворотами одноосного измерителя в 6-12 положений в азимуте.

Представленные результаты получены и используются в ходе проводимой в АО «ВНИИ «Сигнал» инициативной работы по созданию высокоточного лазерного гирокомпаса [2], а также работ по совершенствованию БИНС на базе кольцевых лазерных гироскопов [6].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Анучин О.Н., Емельянец Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / под общ. ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб., 2003. 389 с.
- [2] Буров Д.А., Морозов А.В. Формирование предложений по созданию комплекта высокоточного полевого гирокомпаса // Оборонная техника. 2017. № 7–8. С. 61–73.
- [3] Буров Д.А. Структуры систем угловой ориентации с автокомпенсацией погрешностей // Оборонная техника. 2017. №7–8. С. 105–117.
- [4] Буров Д.А. Анализ структур БИНС с автокомпенсацией погрешностей // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. – СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 175–184.
- [5] Буров Д.А. Применение вариации Аллана для оптимизации гирокомпасирования при автокомпенсации погрешностей чувствительных элементов // XXIX конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 342–349.
- [6] Тютюгин Д.Ю., Буров Д.А., Карбулаков А.С., Морозов А.В. Разработка перспективной бесплатформенной инерциальной навигационной системы на базе высокоточных кольцевых лазерных гироскопов для систем навигации наземных подвижных объектов // Оборонная техника. 2015. № 11–12. С. 49.

Особенности использования микромеханических акселерометров в задаче мониторинга коротких и импульсных неровностей рельсового пути

А.В. Большакова
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
balvas13@yandex.ru

Д.Ю. Ларионов
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
lariondan@yandex.ru

А.М. Боронахин
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
amboronahin@etu.ru

Л.Н. Подгорная
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
lnpodgornaya@etu.ru

Р.В. Шалымов
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
rvshalymov@etu.ru

Е.Д. Бохман
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
edbokhman@mail.ru

А.Н. Ткаченко
Каф. лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия
antkachenko@etu.ru

Аннотация—Одним из наиболее перспективных направлений развития железнодорожной диагностической аппаратуры является применение измерительных комплексов, встраиваемых непосредственно в регулярно курсирующие составы. Крайне востребованными для осуществления такого типа мониторинга являются системы обнаружения неровностей рельсового пути и определения их характеристик. Особенности реализации последних с использованием микромеханических акселерометров, устанавливаемых в непосредственной близости к точке контакта колесо-рельс, и посвящена настоящая работа.

Ключевые слова—акселерометр, дефект, колесо, неровность, рельс.

I. ВВЕДЕНИЕ

Железнодорожное сообщение остается одним из наиболее востребованных способов перевозки пассажиров и грузов [1]. Важно обеспечить безопасность и бесперебойность осуществления этого вида перевозок. Поэтому разработка средств и методов контроля состояния рельсового пути, не предполагающих существенного снижения трафика на контролируемом участке, является задачей, значимость которой очевидна. Одним из возможных путей решения этой задачи является использование встраиваемых систем диагностики рельсового пути, т.е. измерителей, устанавливаемых непосредственно на регулярно курсирующие поезда и не требующих постоянного участия в их работе человека-оператора [2]. Решение такой задачи для разных параметров рельсового

пути имеет разную степень сложности. Одним из сложнейших с этой точки зрения нормативных показателей является обнаружение и измерение характеристик импульсных (одиночных) и коротких (обычно периодических) неровностей рельсового пути [3]. До сих пор во многих странах мира этот класс рельсовых дефектов контролируется исключительно с использованием ручных измерителей [4].

Целью настоящей работы является обобщение имеющихся и предложение ряда новых решений, применимых для осуществления мониторинга коротких и импульсных неровностей с использованием микромеханических акселерометров, устанавливаемых в непосредственной близости к точкам контакта железнодорожной подвижной единицы (вагона или локомотива) и рельсового пути.

II. КОНФИГУРАЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Первый вопрос, который встает перед разработчиком анализируемого типа систем, – это место установки и датчиковый состав.

A. Возможные места установки датчиков

Основными вариантами установки микромеханических акселерометров являются подрессоренная часть ходовой тележки [5] и буксы колес [6] или, что близко по сути, оси колесных пар. В первом случае система мониторинга будет иметь скорее качественный характер,

т.е. будет в состоянии показать ухудшение состояния контролируемого участка, но не даст возможности с достаточной точностью измерить глубину и протяженность неровности на рельсе (в силу влияния характеристик гасителей колебаний тележки). Во втором случае перемещение буксы (или конца оси колесной пары) будет воспроизводить перемещение точки контакта колесо-рельс, а значит, эту схему можно использовать как измерительную.

В. Выбор состава датчиков

Следует отметить, что в силу большого разнообразия возмущающих воздействий (как по амплитуде, так и по частоте), потребуется использование набора датчиков с разными характеристиками для создания на их основе так называемого виртуального акселерометра (обеспечивающего необходимую точность измерений во всем диапазоне интересующих амплитуд и частот воздействий) [7]. Критерии выбора датчиков в формируемый в этом случае измерительный модуль основаны как на особенностях подвижного объекта (в первую очередь – рабочей скорости) [8], так и на требованиях к точности измерения параметров неровностей (требования нормативов могут существенно отличаться) [9]. Алгоритм же формирования виртуального акселерометра должен базироваться на результатах калибровочных испытаний. При этом недостаточно ограничиться традиционной калибровкой на вращательном стенде или центрифуге [10]: значимым является построение амплитудно-частотной характеристики каждого из датчиков по результатам испытаний на вибростенде (в условиях, приближенных к эксплуатационным) [11].

III. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДЕФЕКТОВ В ПОКАЗАНИЯХ ДАТЧИКОВ

Следующим шагом является разработка алгоритма выявления момента прохождения искомого типа дефекта по показаниям акселерометра на фоне большого количества разнообразных вибраций и ударов, которые будет регистрировать датчик. Подходом к решению здесь может стать установка датчиков на два следом идущих по одному рельсу колеса ходовой тележки. В этом случае прохождение неровности вызовет отклик в сигнале каждого из них (см. рис. 1), а значение коэффициента взаимной корреляции их показаний, смещенных друг относительно друга на время, затрачиваемое на прохождение базы тележки, становится достоверным критерием для обнаружения дефекта. Следует также отметить, что в сигнале каждого из датчиков помимо информации о состоянии находящегося под ним рельса присутствует влияние неровностей на поверхности катания колеса, на котором этот датчик установлен. Однако всплески в сигнале акселерометра, связанные с неровностями на поверхности катания колеса и рельса, могут быть разделены, как показано в работе [12]. Обнаружение коротких (волнообразных) дефектов по сравнению с импульсными может отличаться сравнением огибающих сигналов (например, по Гильберту) [13], а не самих измеренных ускорений; и/или использованием полосовых фильтров для выделения неровностей с заданной пространственной частотой [14].

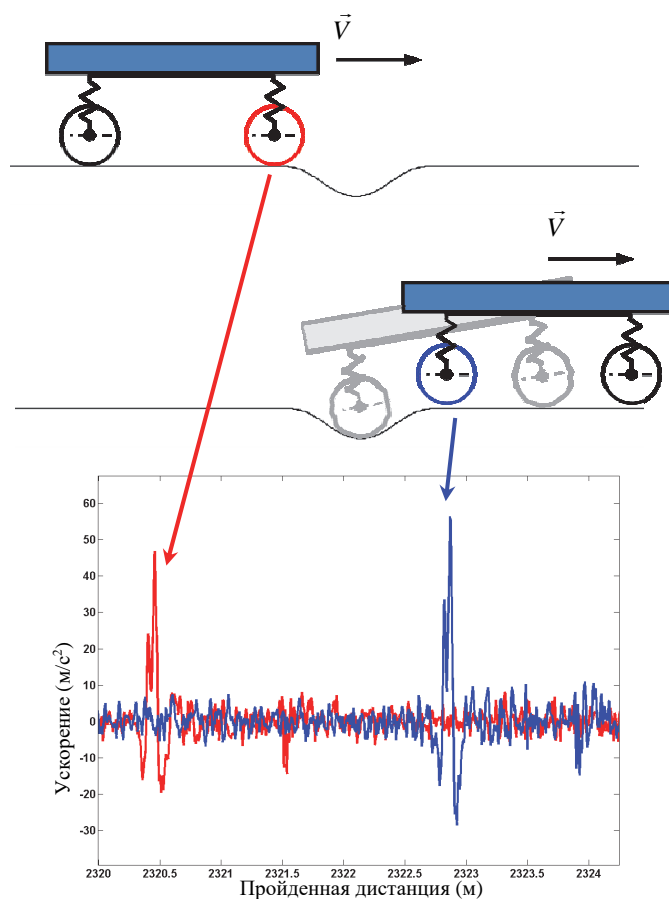


Рис. 1. Последовательное прохождение неровности рельса колесами вагона и показания установленных на них акселерометров

IV. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАЙДЕННЫХ ДЕФЕКТОВ

Последним шагом должно стать определение характеристик выявленного ранее дефекта. Простейшим подходом здесь может стать прямое двойное численное интегрирование сигнала акселерометра. Однако следует отметить, что наличие в показаниях МЭМС-датчиков значительных шумов приводит к наличию существенно квадратичного тренда при их интегрировании. Поэтому применение этого подхода предполагает использование промежуточной фильтрации (например, с использованием дискретного вейвлет-преобразования) [5, 15]. Альтернативой в этой области является представление сигнала датчика в виде функциональной зависимости, определяемой формой контролируемой неровности и ее последующее аналитическое интегрирование [16]. Простейшим вариантом представления формы проходимой неровности является тригонометрическая функция, однако большей точностью должны отличаться представления сигнала в виде суммы двух гармоник с разными пространственными частотами, либо синусоидального сигнала, затухающего по заданному закону (например, экспоненциальному) [17].

При высоких требованиях к точности измерения параметров неровности (на уровне долей миллиметра) значение приобретают и размеры пятна контакта между колесом и рельсом. Фактически, увеличение диаметра пятна контакта (если принять допущение о его круглой форме) соответствует увеличению размера бегущего

окна, на котором происходит сглаживание сигнала акселерометра, который был бы получен при гипотетическом точечном контакте в системе колесо-рельс.

В. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует отметить, что особенности использования встраиваемых измерительных комплексов для диагностики коротких и импульсных неровностей рельсового пути раскрыты в настоящей работе не в полной мере. Помимо проанализированных путей использования микромеханических акселерометров для контроля этого типа дефектов, существуют альтернативные по физическому принципу подходы к мониторингу, в первую очередь – оптическое сканирование поверхностей катания рельсов. Такие измерители обычно требуют высокочастотной и в то же время высокоточной съемки подсвеченного лазером контура рельса и крайне чувствительны к попаданию посторонних предметов в поле зрения камеры. Поэтому при многих достоинствах они ограничены применимы на многих железных дорогах мира (в том числе и в России), т.к. не являются всепогодными (наличие снега и наледи, частично скрывающих рельсы, является здесь практически непреодолимым препятствием). Именно поэтому, несмотря на все перечисленные особенности, требуемые к учету при формировании инерциального измерителя неровностей рельсов, этот тип диагностических систем все чаще и все с большим качеством решения доходит до внедрения в измерительные комплексы на железных дорогах разных стран мира.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Railway passenger transport statistics – quarterly and annual data – Statistics Explained. URL: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Railway_passenger_transport_statistics_-_quarterly_and_annual_data (дата обращения 28 марта 2021 года).
- [2] Track Geometry Measurement For The TER Project In Dakar | Uroven. URL: <https://www.uroven.co.uk/track-geometry-measurement-for-the-ter-project-in-dakar> (дата обращения 28 марта 2021 года).
- [3] Grassie, S.L., Kalousek Rail, J., Corrugation: Characteristics, Causes and Treatments, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit, 1993, no.207 (16), pp. 57–68.
- [4] Müller-BBM Rail Technologies GmbH. URL: <https://www.muellerbbm-rail.com/products/rail-roughness-measuring-device> (дата обращения 28 марта 2021 года).
- [5] Hopkins, B.M., A Wavelet-Based Rail Surface Defect Prediction and Detection Algorithm: PhD thesis: Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, VA, 2012, 194 p.
- [6] Boronahin, A.M., Bokhman, E.D., Filatov, Yu.V., Larionov, D.Yu., Podgornaya, L.N., Shalymov, R.V., Inertial system for railway track diagnostics, Proc. on Symp. Inertial Sensors and Systems, Karlsruhe, 2012, pp. 17.1–17.20.
- [7] Bolshakova, A.V., Boronahin, A.M., Larionov, D.Y., Podgornaya, L.N., Shalymov, R.V., Analysis of the possibilities of using an inertrack rail track diagnostic system with downsized composition, Proceedings of the 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, EIConRus 2020, pp. 1162–1164.
- [8] Boronahin, A.M., Podgornaya, L.N., Bokhman, E.D., Larionov, D.Yu., Shalymov, R.V., Integrated inertial technologies for dynamic monitoring of railway tracks, 21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2014, pp. 95–97.
- [9] British standard. Railway applications – Track – Track geometry quality. Part 1: Characterisation of track geometry. BS EN 13848-1:2003+A1:2008.
- [10] Boronahin, A.M., Filatov, Yu.V., Dao, V.B., Le, V.T., Dynamic calibration of an accelerometer triad on a two-axis test bed, 22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2015, pp. 397–400.
- [11] Большакова А.В., Боронахин А.М., Ларионов Д.Ю., Подгорная Л.Н., Ткаченко А.Н., Шалымов Р.В. Особенности испытаний и выбора микромеханических акселерометров для задачи диагностики рельсового пути // Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 105–107.
- [12] Boronahin, A., Larionov, D., Podgornaya, L., Tkachenko, A., Shalymov, R., Inertial method of railway track diagnostics incorporating the condition of rolling surfaces of the railcar's wheels, 4th International Conference on Intelligent Transportation Engineering, ICITE 2019, Singapore, 2019, pp. 49–53.
- [13] Belov, I.V., Shalymov, R.V., Tkachenko, A.N., Larionov, D.Yu., Podgornaya, L.N., Development of an Algorithm for Detecting Railway Corrugations in Acceleration Data, Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, EIConRus 2021. СПб: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2021, в печати.
- [14] Tanaka, H., Matsumoto, M., Harada, Y., Application of axle-box acceleration to track condition monitoring for rail corrugation management, 7th IET Conference on Railway Condition Monitoring 2016 (RCM 2016), Birmingham, 2016, pp. 1–7.
- [15] Ng, A.K., Martua, L., Sun, G., Dynamic modelling and acceleration signal analysis of rail surface defects for enhanced rail condition monitoring and diagnosis, 4th International Conference on Intelligent Transportation Engineering, ICITE 2019, Singapore, 2019, pp. 69–73.
- [16] Boronahin, A.M., Podgornaya, L.N., Bokhman, E.D., Filipyeny N.S., Filatov, Yu.V., Shalymov, R.B., Larionov, D.Yu., Railway diagnostic inertial system based on micromechanical sensors, 18th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2011, pp. 175–183.
- [17] Боронахин А.М., Ларионов Д.Ю., Подгорная Л.Н., Ткаченко А.Н., Шалымов Р.В. Использование МЭМС-датчиков для решения задач мониторинга состояния рельсового пути // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2017. № 9–2. С. 111–123.

Система измерения параметров дыхания человека

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный
университет»
Тула, Россия
ProxAV@rambler.ru

В.А. Смирнов
ФГБОУ ВО
«Тульский государственный
университет»
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

М.А. Прохорцова
МБОУ
ЦО №39
Тула, Россия
ProxAV@rambler.ru

Аннотация—Разработана система для определения параметров дыхания человека, в том числе остановки дыхания, по сигналам микромеханических акселерометров и датчиков угловой скорости.

Ключевые слова—дыхание, апноэ, датчик угловой скорости, акселерометр, фильтр Баттерворта.

I. ВВЕДЕНИЕ

Одним из важных факторов, влияющих на здоровье, является длительная задержка дыхания во сне, иначе апноэ. Ночная задержка дыхания обусловлена прекращением движения грудной клетки и связана с такими патологиями, как расстройство центральной нервной системы и нарушение работы мышц, обеспечивающих дыхательный процесс. Важно на ранних этапах выявить неврологические нарушения дыхания. Данная патология часто встречается у детей. Распространенность первичного апноэ грудных детей достигает 0,5% среди доношенных новорожденных, 25% среди детей, родившихся с весом менее 2500 г, и у 85% детей, весящих при рождении 1000 г и меньше [1].

В зависимости от того, насколько тяжелая форма апноэ у ребенка, рекомендуется следить за дыханием малыша с помощью специального мониторинга, отслеживающего продолжительность задержки дыхания, для своевременного оказания медицинской помощи.

Существует много методов регистрации параметров дыхания, в том числе и для диагностики апноэ.

Авторами предлагается использовать для регистрации параметров дыхания человека показания микромеханических ДУСов и акселерометров, закрепленных на грудной клетке или на животе человека. Акселерометры измеряют проекции линейных ускорений перемещения грудной клетки человека в процессе дыхания. Измерение трех проекций ускорения позволяет исключить влияние ускорения свободного падения. Измерение трех проекций угловых скоростей, измеренных трехосным ДУСом, позволяет учесть составляющие ускорения, обусловленные движениями человека, не связанными с дыхательным процессом [2, 3].

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Для регистрации параметров дыхания разработано устройство, чувствительным элементом которого является инерциальный модуль трехосевого гироскопа и трехосевого акселерометра GY-521 (вес – около 5 г, стоимость – около 1\$).

Обработка сигналов с чувствительных элементов и передача данных по беспроводному интерфейсу wi-fi осуществляется модулем ESP8266.

Для уменьшения шумов датчиков в микропроцессоре реализован фильтр Баттерворта четвертого порядка. Эффективность применения фильтра видна из рис. 1, где показан результат измерения ускорения по одной оси при расположении предлагаемой системы измерения параметров дыхания на груди пациента.

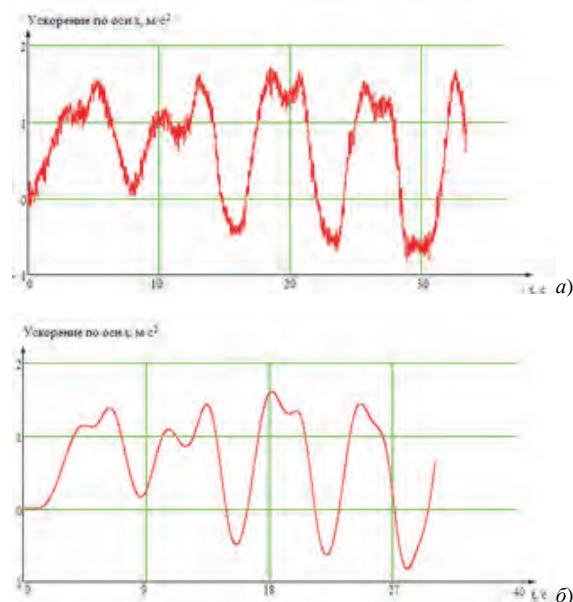


Рис. 1. Результаты фильтрации сигнала с акселерометра при измерении ускорения по оси ОХ: а – сигнал до фильтра; б – сигнал после фильтра

Обработанные данные передаются на компьютер с использованием интерфейса Bluetooth (также возможна передача на планшет или смартфон с соответствующим интерфейсом).

В качестве источника питания устройства используется малогабаритная батарейка или литий-ионный аккумулятор (3,3–4,8 В).

В устройстве предусмотрена система зарядки аккумулятора через USB-разъем.

В разработанном устройстве предусмотрен экстренный режим: если человек перестает дышать больше чем на 15 секунд, то пьезоэлемент, установленный в передающей части, сработает и издаст звук, чтобы человек смог проснуться, либо услышал медицинский персонал и принял необходимые меры.

Для оценки работоспособности предложенной методики определения параметров дыхания человека, проведены экспериментальные исследования, как на взрослом человеке, так и на ребенке (рис. 2).

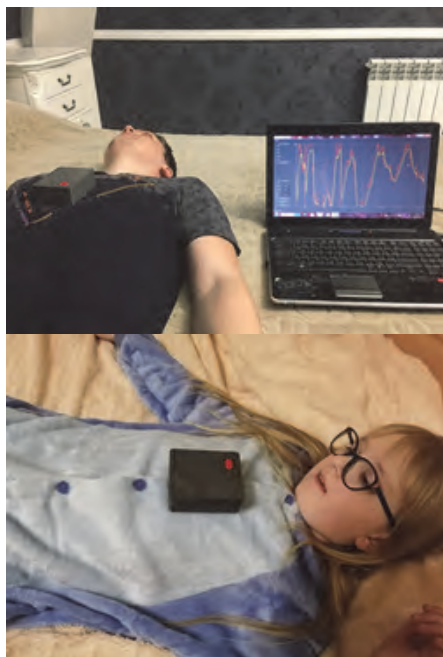


Рис. 2. Размещение прибора для измерения параметров дыхания на человеке

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов экспериментальных исследований показал, что предложенный метод измерения параметров дыхания работоспособен, позволяет определять частоту дыхания, относительную амплитуду дыхания, выявить остановку дыхания (при этом запаздывание по времени составляет не более 0,5 секунд).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бузунов Р.В., Легейда И.В., Царева Е.В. Храп и синдром обструктивного апноэ сна у взрослых и детей. Практическое руководство для врачей. Москва, 2012, 121 с.
- [2] Прохорцов А.В., Сенина Е.Н. и др. Способ регистрации движения грудной клетки при диагностике состояния сонного апноэ // Вестник новых медицинских технологий. 2014.Т. 21. № 4. С. 133–136.
- [3] Прохорцов А.В., Богданов М.Б., Сенин А.Н. Экспериментальное обоснование возможности определения остановки дыхания по сигналам с ДУСов. // Известия ТулГУ. Серия «Технические науки». 2016. №12-2. С. 28–32.
- [4] Прохорцов А.В. Экспериментальное обоснование возможности определения остановки дыхания по сигналам с акселерометров и датчиков угловых скоростей // Биотехносфера. 2017. №1. С. 21–23.

Идентификация параметров модели чувствительного элемента демпфированного гравиметра

А.В. Моторин
АО «Концерн «ЦНИИ
«Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург
ORCID: 0000-0002-2093-5079

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ
«Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург
ORCID: 0000-0003-3640-3760

А.А. Краснов
АО «Концерн «ЦНИИ
«Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург
ORCID: 0000-0003-0298-2418

А.В. Соколов
АО «Концерн «ЦНИИ
«Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург
ORCID: 0000-0002-6423-1591

Аннотация—В рамках байесовского подхода предложена постановка совместной задачи уточнения модели чувствительного элемента гравиметра и оценивания аномалий силы тяжести на подвижном объекте. Такая постановка позволяет корректно учесть динамические свойства демпфированного гравиметра при измерении АСТ с борта подвижного объекта и в том числе создает возможность идентификации параметров модели чувствительного элемента гравиметра как на этапе калибровки гравиметра, так и непосредственно в процессе проведения гравиметрической съемки. Приводятся и анализируются результаты моделирования при решении сформулированной задачи в режимах фильтрации и сглаживания.

Ключевые слова—аномалия силы тяжести, модель гравиметра, калибровка, идентификация, фильтрация.

1. ВВЕДЕНИЕ

Измерения аномалий силы тяжести и карты, составленные на их основе, широко применяются в геолого-разведке, геофизике и высокоточной инерциальной навигации [1]. В связи с необходимостью получения измерений на значительных площадях суши и Мирового океана гравиметрическая съемка выполняется с подвижных объектов, в частности с самолетов. Основной проблемой при проведении таких съемок является наличие инерционных ускорений, вызванных вертикальными перемещениями и вибрацией носителя аппаратуры, которые должны быть компенсированы для обеспечения необходимой точности определения аномалий силы тяжести (АСТ). Эти инерционные ускорения на несколько десятичных порядков превосходят сами значения АСТ, представляющие собой оцениваемый полезный сигнал. Таким образом, выделение (оценивание) полезного сигнала играет ключевую роль при обработке результатов гравиметрической съемки, выполняемой с борта подвижных объектов.

Задача выделения полезного сигнала решается в том числе и алгоритмическими методами, при построении которых в последнее время значительное внимание уделяется построению адаптивных алгоритмов оценивания. Необходимость использования адаптивного подхода обусловлена тем, что традиционно полезный сигнал и помехи измерений описываются случайными процессами

или последовательностями, свойства или статистические характеристики которых известны неточно. Применение таких алгоритмов также создает предпосылки и для более корректного учета и/или уточнения параметров модели чувствительного элемента (ЧЭ) гравиметра в процессе съемки.

Для выполнения гравиметрической съемки широко используются мобильные гравиметры серии «Чекан» [2]. В гравиметрах данной серии ЧЭ для снижения уровня действующих на него возмущающих ускорений погружен в вязкую жидкость. При этом наряду с подавлением инерционной помехи искажается и полезный сигнал. Учет демпфирующих свойств гравиметра при обработке данных съемки выполняется путем применения специального восстанавливающего фильтра к выходному сигналу гравиметра. Для реализации этой процедуры необходимо располагать моделью, описывающей процесс преобразования входного сигнала в ЧЭ гравиметра. В настоящее время в качестве такой модели используется аperiodическое звено первого порядка с фиксированной постоянной времени. Параметры модели определяются в результате калибровки ЧЭ гравиметра методом наклона, осуществляемой на предприятии-изготовителе [3]. При калибровке гравиметра методом наклона выполняется идентификация параметров переходной характеристики гравиметра. Метод наклона позволяет определить коэффициенты градуировочной характеристики гравиметра с точностью лучше 0,05%, а постоянную времени – с точностью порядка 1%. Такая точность калибровки достаточна для проведения морской гравиметрической съемки. При выполнении аэрогравиметрической съемки, когда необходимо компенсировать инерционную помеху с привлечением спутниковых навигационных данных, точность определения постоянной времени гравиметра требуется на порядок лучше.

В настоящей работе в рамках байесовского подхода рассматривается совместная задача оценивания АСТ и уточнения параметров модели ЧЭ гравиметра. Это позволяет более корректно учесть динамические свойства ЧЭ гравиметра, а также создает возможность идентификации и/или уточнения параметров модели как на этапе калибровки гравиметра, так и непосредственно в процессе проведения гравиметрической съемки.

II. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АДАПТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ГРАВИМЕТРА ПРИ КАЛИБРОВКЕ

Предварительно приведем постановку задачи оценивания параметров модели ЧЭ гравиметра непосредственно при его калибровке. Упрощенно передаточную функцию ЧЭ гравиметра можно представить в виде апериодического звена 1-го порядка с постоянной времени около 100 с [1, 4]. Определение этой постоянной времени является одной из задач калибровки гравиметра. В процессе калибровки выполняются наклоны гравиметра на угол $\theta = 5^\circ$ в горизонтальной плоскости, в результате чего на ЧЭ гравиметра действует проекция действительной силы тяжести: $\Delta g = g(1 - \cos(\theta))$, где g – ускорение силы тяжести в пункте калибровки. Графики задаваемого воздействия и измерений приведены на рис. 1.

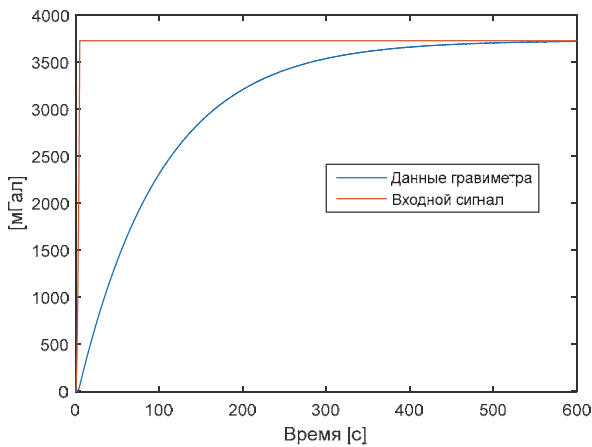


Рис. 1. Задаваемое воздействие Δg (красный цвет) и выходной сигнал гравиметра z_1 (голубой цвет)

Определение постоянной времени гравиметра традиционно решается аппроксимацией по методу наименьших квадратов выходного сигнала, который в общем представляет собой экспоненциальную функцию. С другой стороны, можно поставить и решить задачу оценивания в рамках байесовского подхода [5–7]. В этом случае решению подлежит совместная задача оценивания постоянной времени T гравиметра и масштабного коэффициента K и выхода гравиметра, представленного в виде апериодического звена вида

$$\dot{z}_1 = -\frac{1}{T} z_1 + \frac{1}{T} \Delta g, \quad (1)$$

по измерениям

$$\tilde{y} = K z_1 + v_{sp}, \quad (2)$$

где v_{sp} – белом шумная составляющая погрешности гравиметра. Нетрудно заметить, что эта задача является нелинейной и для ее решения необходимо использовать соответствующие методы, разрабатываемые в рамках байесовской теории фильтрации [5–7]. На рис. 2 приведены погрешности оценивания T и соответствующие расчетные среднеквадратические отклонения (СКО) погрешности оценивания, полученные с использованием метода сеток, описанного в работах [7–10].

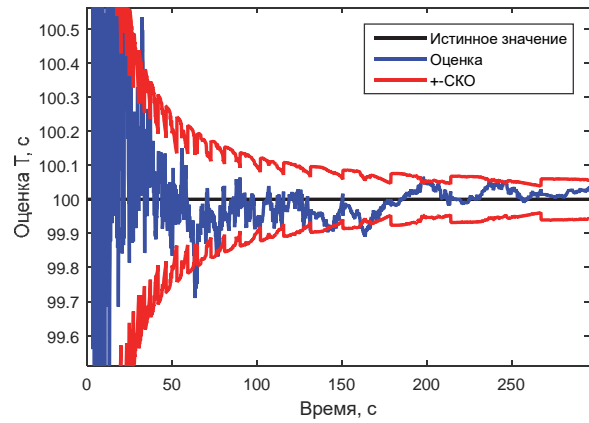


Рис. 2. Оценки параметра T

Видно, что оценивание параметра T осуществляется быстрее, чем завершится переходный процесс ЧЭ гравиметра на рис. 1, достигая СКО 0.1 с на 100 с, что потенциально позволяет не дожидаться его завершения в процедуре калибровки и использовать в целом произвольное входное воздействие.

Отметим также, что решение задачи в такой постановке приводит к формированию банка фильтров Калмана, количество фильтров в котором равно числу точек сетки. В отличие от ранее использовавшегося алгоритма [8–10] с целью сокращения объема вычислений применялся алгоритм с адаптивной сеткой. На представленном графике наблюдаются скачки расчетной СКО, что связано с неточностью аппроксимации ф.п.р.в. при пересчете сетки. Процедура адаптивного подбора позволяет существенно уменьшить количество узлов сетки, что значительно снижает вычислительную сложность. Так, на конец интервала оценивания шаг сетки составил около 0.1 с при 10 точках сетки. Чтобы достичь такой плотности сетки при априорной неопределенности в 10 с, для алгоритма без адаптивной подстройки понадобилась бы сетка в 100 точек, т.е. банк из 100 фильтров Калмана. Выигрыш кажется небольшим при оценивании одного параметра, но он быстро растет в задачах с большим числом неизвестных параметров. Уже при двух неизвестных параметрах, для каждого из которых задается сетка в 100 значений, общее число точек сетки (и, соответственно, фильтров в банке) будет 10^4 , в то время как при использовании алгоритма с адаптивным подбором сетки можно ограничиться банком из 100 фильтров.

III. СОВМЕСТНАЯ ЗАДАЧА УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА И ОЦЕНИВАНИЯ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Приведем теперь в рамках байесовского подхода постановку совместной задачи уточнения параметров ЧЭ гравиметра и оценивания АСТ в процессе проведения съемки. Для этого к используемым ранее моделям АСТ и вертикального ускорения [9–12] необходимо добавить модель ЧЭ гравиметра. В общем виде задача может быть сформулирована как задача оценивания вектора состояния вида

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -\beta x_1 + x_2, \\
\dot{x}_2 &= -\beta x_2 + x_3, \\
\dot{x}_3 &= -\beta x_3 + q_{za} w_{za}, \\
\dot{x}_4 &= x_5, \\
\dot{x}_5 &= x_6, \\
\dot{x}_6 &= -a_3 x_4 - a_2 x_5 - a_1 x_6 + w_{\Delta h}, \\
\dot{z}_1 &= -\frac{1}{T} z_1 + \frac{1}{T} [-\beta \zeta x_1 + x_2 - x_6 + \bar{g}]
\end{aligned} \tag{3}$$

по измерениям гравиметра g_{zp} и приемной аппаратуры спутниковой навигационной системы (СНС):

$$\begin{aligned}
g_{zp} &= K z_1 + v_{zp}, \\
h_{СНС} &= x_4 + v_{СНС}.
\end{aligned} \tag{4}$$

В этих соотношениях $x_{1,2,3}$ описывает так называемую модель Джордана для АСТ, которая определяется в виде $\Delta g_A = -\beta \zeta x_1 + x_2$ [12]; $x_{4,5,6}$ описывает модель вертикального движения объекта, инерционность ЧЭ гравиметра отражена в передаточном звене z_1 ; \bar{g} – возмущающие ускорения; $v_{zp}, v_{СНС}$ – бел шумные погрешности гравиметра и СНС соответственно.

В такой постановке отсутствует необходимость предварительного интегрирования данных гравиметра и/или дифференцирования данных СНС, как это часто делается на практике, при составлении разностных измерений. В отсутствие измерений СНС такая задача будет полностью аналогична задаче обработки данных морской съемки.

Параметры моделей АСТ и вертикальных ускорений в (3) определяются следующим образом [9, 10]: $\beta = \alpha V$, где V – скорость носителя; $\alpha = \sqrt{2} \sigma_{\bar{g}} / \sigma_{\partial \bar{g} / \partial t}$ – параметр, определяющий пространственную изменчивость АСТ, где $\sigma_{\bar{g}}$ – СКО АСТ, $\sigma_{\partial \bar{g} / \partial t}$ – СКО производной АСТ вдоль траектории; $q_{za} w_{za}$ – порождающий белый шум интенсивности $q_{za}^2 = 10 \beta^3 \sigma_{\bar{g}}^2$, $\zeta = (\sqrt{5} - 1) / \sqrt{5}$ – безразмерный коэффициент, $\Delta h = x_4$ – вертикальное перемещение объекта с СКО, равным $\sigma_{\Delta h}$; $\dot{h} = -x_5$, $\ddot{h} = -x_6$, – вертикальные скорость и ускорение. Коэффициенты a_j , $j=1,2,3$ определяются как $a_3 = (\lambda^2 + \mu^2) \gamma$, $a_2 = \lambda^2 + \mu^2 + 2\mu\gamma$, $a_1 = 2\mu + \gamma$, где параметр $\lambda = 2\pi / T_a$, а T_a – преобладающий период вертикальных перемещений; $\mu = 1/\tau$, τ – интервал корреляции, $\gamma = 0,1 c^{-1}$. Интенсивность порождающего белого шума $w_{\Delta h}$ задается величиной $2\sigma_{\Delta h}^2 a_3 (a_1 a_2 - a_3) / a_1$; СКО вертикальных перемещений $\sigma_{\Delta h}$ и вертикальных ускорений $\sigma_{\ddot{h}}$ связаны соотношением $\sigma_{\ddot{h}} = \sigma_{\Delta h} \sqrt{(a_2 a_3) / a_1}$. Возмущающие ускорения \bar{g} включают в себя ускорения, вызванные изменением высоты, эффектом Этвеша и изменением нормальной силы тяжести. Следует отметить, что ранее в работах [9, 10] эти поправки рассчитывались вне постановки задачи байесовского оценивания с использова-

нием данных от СНС. Точность их расчета, как правило, не учитывалась в решении задачи. Настоящая постановка позволит в будущем расширить модель и учитывать погрешности определения поправок в самой схеме обработки.

Неизвестными или подлежащими уточнению в модели (3) на практике могут являться несколько параметров. В целях определения возможности уточнения параметров модели в такой постановке непосредственно в процессе проведения съемки было проведено моделирование решения задачи при неизвестных постоянной времени гравиметра, его масштабного коэффициента и величины $\sigma_{\partial \bar{g} / \partial t}$, определяющей СКО изменчивости АСТ. Параметры моделирования задавались следующими: $\sigma_{\partial \bar{g} / \partial t} = 1$ мГал/км, $\sigma_{\bar{g}} = 30$ мГал, $V = 150$ км/ч, $\sigma_{\ddot{h}} = 18$ Гал с преобладающим периодом 15 с, среднеквадратические значения бел шумных погрешностей измерения гравиметра – 0.5 мГал и СНС – 1 см [13], что соответствует уровням погрешностей и скоростей при осуществлении съемки АСТ с борта летательного аппарата. Результаты оценивания параметров приведены на рис. 3.

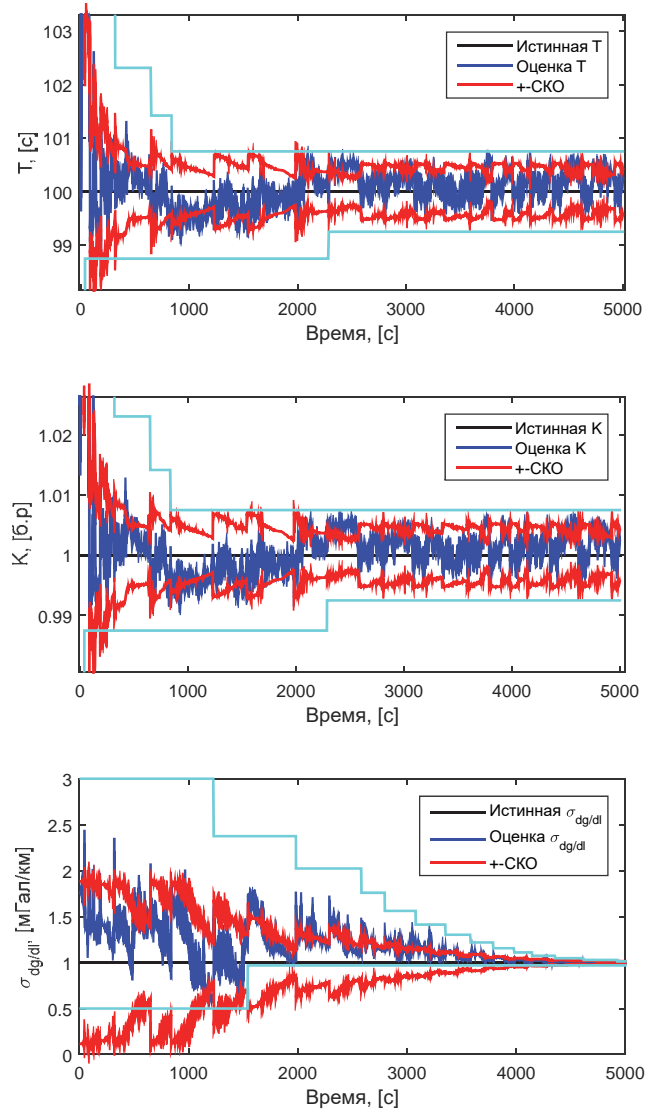


Рис. 3. Оценки параметров T , K , $\sigma_{\partial \bar{g} / \partial t}$. Голубым обозначены границы сетки

Из графиков на рис. 3 видно, что СКО погрешности оценивания по этим параметрам составляет порядка 0,5 с, 0,05 и 0,02 мГал/км соответственно на конец интервала времени, что подтверждает возможность их идентификации в такой постановке. При этом оценка найдена с использованием адаптивного подбора параметров сетки с банка из всего 125 фильтров (задана равномерная сетка по 5 точек на параметр).

После определения параметров таким образом оценка АСТ находилась путем решения задачи оценивания в режиме сглаживания. Погрешность оценивания, приведенная на рис. 4 для режима сглаживания, согласуется с результатами моделирования, полученными ранее в [9, 10]. Отметим здесь, что в моделировании не учитывались возмущающие ускорения \bar{g} . Это подтверждает возможность уточнения модели ЧЭ гравиметра и его дополнительной калибровки по результатам проведения съемки аналогично [14, 15].

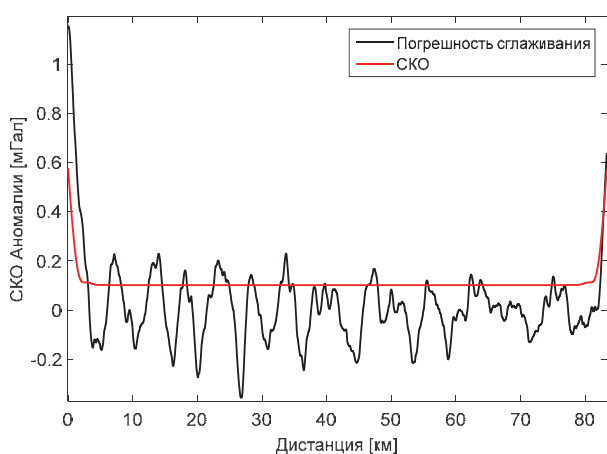


Рис. 4. Погрешность оценок АСТ в режиме сглаживания

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках байесовского подхода предложена постановка совместной задачи уточнения модели ЧЭ гравиметра и оценивания аномалий силы тяжести на подвижном объекте, позволяющая корректно учесть динамические свойства демпфированного гравиметра. Отмечается нелинейный характер сформулированной задачи. Для ее решения предложен метод сеток с адаптивной процедурой выбора узлов сетки на каждом шаге обработки. Приведены результаты моделирования, подтверждающие работоспособность предложенного алгоритма и возможность идентификации параметров модели ЧЭ гравиметра непосредственно в процессе проведения съемки карты АСТ совместно с другими неизвестными параметрами модели.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под ред. В.Г. Пешехонов, науч. ред. О.А. Степанов. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.
- [2] Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Краснов А.А. Развитие гравиметрических комплексов ЦНИИ «Электроприбор» // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : Сборник материалов, Санкт-Петербург, 27–29 мая 2019 года. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 273–277.
- [3] Соколов А.В., Краснов А.А., Элинсон Л.С. и др. Калибровка гравиметра «Чекан-АМ» методом наклона // Гироскопия и навигация. 2015. № 3(90). С. 41–51. DOI 10.17285/0869-7035.2015.23.3.041-051.
- [4] Соколов А.В., Краснов А.А., Железняк Л.К. Методы повышения точности морского гравиметра // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 2(105). С. 70–81.
- [5] Gelb, A., Applied optimal estimation, Cambridge, England: M.I.T. Press, 1974.
- [6] Sarkka, S., Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.
- [7] Motorin, A.V., Stepanov, O.A. Designing an error model for navigation sensors using the Bayesian approach, IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems, 2015, pp. 54–58.
- [8] Stepanov, O.A., Koshaev, D.A., Motorin, A.V., Identification of gravity anomaly model parameters in airborne gravimetry problems using nonlinear filtering methods, Gyroscopy and Navigation, 2015, 6(4), pp. 318–323.
- [9] Stepanov, O.A., Koshaev, D.A., Motorin, A.V., Krasnov, A.A., and Sokolov, A.V., Algorithms for Integrated Processing of Marine Gravimeter Data and GNSS Measurements, IFAC-PapersOnLine, 2020, vol. 53, no. 2, pp. 500–505.
- [10] Motorin, A., Stepanov, O., Koshaev, D., Krasnov, A., and Sokolov, A., Using High-Precision Satellite Measurements to Solve the Problem of Marine Gravimetric Surveys, 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2020, pp. 1–4.
- [11] Zheng, W. and Chen, X., An Approach to Gravity Anomaly Solution in Airborne Scalar Gravimetry, Mathematical Problems in Engineering, Apr. 2021, vol. 2021, pp. 1–9.
- [12] Jordan, S.K., Self-consistent Statistical Models for Gravity Anomaly and Undulation of the Geoid, Journal of Geophysical Research, 1972, vol. 77, no. 20, pp. 2156–2202.
- [13] Соколов А.В., Краснов А.А., Коновалов А.Б. Измерения ускорения силы тяжести с борта воздушных носителей различных типов // Измерительная техника. 2016. № 6. С. 10–13.
- [14] Болотин Ю.В., Федоров А.В., Анализ точности калибровки авиационного гравиметра на повторных галсах, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем., мех., 2008, № 3, 49–57
- [15] Golovan, A.A., Klevtsov, V.V., Koneshov, I.V., Smoller, Y.L., and Yurist, S.S., Application of GT-2A Gravimetric Complex in the Problems of Airborne Gravimetry, Izv. Phys. Solid Earth, Jul. 2018, vol. 54, no. 4, pp. 658–664.

Оценка погрешностей современных информационно-измерительных систем в условиях реальных эксплуатационных воздействий с использованием частотного метода

Д.М. Калихман, Е.А. Депутатова, Д.С. Гнусарев
Филиал ФГУП «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
410019, Россия, г. Саратов, ул. Осипова, д. 1
lidkalihman@yandex.ru

Аннотация—В докладе рассмотрена работа современных информационно-измерительных систем (ИИС), в качестве которых могут быть рассмотрены системы различного назначения, например такие как блок кварцевых маятниковых акселерометров и прецизионные поворотные стенды с инерциальными чувствительными элементами, в качестве которых применены измерители угловой скорости различного класса и принципа действия и измерители кажущегося ускорения. Разработана методика оценки погрешностей рассмотренных в докладе ИИС на основе частотного метода, позволяющая получить комплексную интегральную оценку погрешностей практически любой ИИС, что позволяет сформировать применение алгоритмов цифровой фильтрации для компенсации погрешностей в управляющем процессоре ИИС.

Ключевые слова—информационно-измерительная система; измеритель угловой скорости; измеритель кажущегося ускорения; кварцевый маятниковый акселерометр; погрешность; частотный метод; прецизионный стенд; инерциальный чувствительный элемент; система автоматического управления.

I. ВВЕДЕНИЕ

Совершенствование технологий бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) за последние годы привело к развитию информационно-измерительных систем, в которых информация с первичных измерителей – датчиков угловых скоростей и кажущихся ускорений комплексировается с информацией от спутниковых систем, причем алгоритмы комплексирования информации и цифровой фильтрации, применяемые при разработке БИНС, могут основываться на весьма широком спектре алгоритмов в зависимости от решаемой задачи [1].

Кроме того, существенно расширился диапазон измерений прецизионных измерителей угловой скорости. Если ранее в электромеханических системах диапазон угловых скоростей был напрямую связан с их точностью, то ныне положение радикально изменилось, появились измерители угловой скорости, основанные на новых физических принципах, такие как волоконно-оптические (ВОГ), лазерные (ЛГ), волновые твердотельные (ВТГ) и основанные на явлении ядерного магнитного резонанса (ЯМГ) гироскопы, обладающие высокой точностью по случайной составляющей дрейфа, погрешности масштабного коэффициента и широким диапазоном измерения угловых скоростей [2–5]. На

«ПО «Корпус» (г. Саратов) разработаны акселерометры и блоки на их основе с цифровыми регуляторами и регулируемым диапазоном измерения, с успехом применяемые в системах управления космическими кораблями [6–7], которые могут быть применены в самом широком классе ИИС [8]. Все прецизионные измерительные приборы, являющиеся чувствительными элементами БИНС, вне зависимости от характера построения их регуляторов (аналогового или цифрового) являются системами компенсационного типа, а это означает, что их динамические характеристики оказывают влияние на их погрешности не менее, нежели статические, и эксплуатационные условия в плане внешних возмущающих воздействий играют немаловажную роль при принятии решения об использовании того или иного инерциального чувствительного элемента в информационно-измерительной системе.

В связи с этим получило развитие направление разработки прецизионных стендов с инерциальными чувствительными элементами (ИЧЭ) и цифровыми системами управления, где в качестве ИЧЭ могут применяться гироскопы указанного типа и навигационного класса точности, а также прецизионные акселерометры и высокоточные оптические датчики угла, о чем также не раз докладывалось на Международных конференциях по интегрированным навигационным системам [9–12]. В связи с этим в последние годы подобные сложные системы автоматического управления (САУ), решающие задачи высокоточного измерения какой-либо величины (угловой скорости, линейного ускорения и т.д.) принято называть информационно-измерительными системами. В связи с этим достаточно актуально встает вопрос о комплексной интегральной оценке точностных характеристик подобных систем для применения алгоритмов цифровой фильтрации выходного сигнала в управляющем процессоре, в который, как правило, поступает информация с выхода ИИС для последующей обработки.

II. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДУЕМОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим в качестве примера информационно-измерительной системы стенд с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления (ЦСУ), где в качестве ИЧЭ применен измеритель угловой скорости, находящийся в режиме самоконтроля. Данная схема подробно рассмотрена в рабо-

тах [13–15]. В качестве ИЧЭ, которые могут быть взаимозаменяемыми рассмотрены лазерный гироскоп (ЛГ), волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) и поплавковый датчик угловой скорости (ДУС), а в принципе любой прецизионный измеритель угловой скорости. В качестве датчика угла применен угловой энкодер, погрешности которого рассматривались в работе [9]. Напомним принцип работы подобной ИИС, представленной на рис. 1.

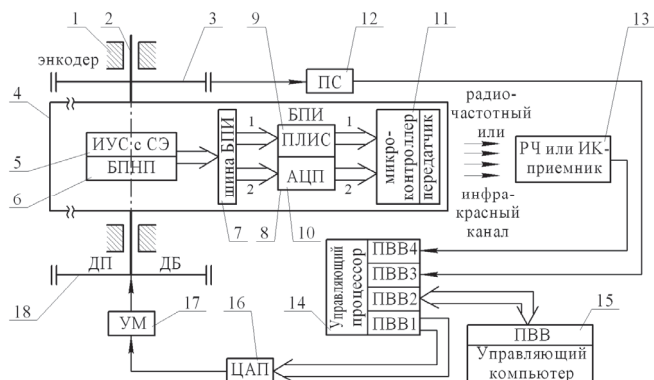


Рис. 1. Функционально-кинематическая схема ИИС – стенда с цифровой системой управления и ИУС в качестве ИЧЭ

С управляющего компьютера 15 во второй порт ввода-вывода ПВВ2 управляющего процессора 14 поступает код, пропорциональный задаваемому управляемому напряжению $U_{зад}$. Из второго порта ввода-вывода ПВВ2 код передается в ядро процессора 14, где алгоритмически реализован сумматор сигналов, а оттуда через первый порт ввода-вывода ПВВ1 управляющего процессора 14 – на вход ЦАП 16, реализованный (рис. 1) как внешнее по отношению к управляющему процессору 14 устройство. С выхода ЦАП 16 соответствующее этому коду напряжение через усилитель мощности (УМ) 17 поступает на датчик положения – двигатель бесконтактный (ДП-ДБ) 18. Двигатель ДП-ДБ 18 задает траверсе стенда 2 вращение с угловой скоростью, пропорциональной подаваемому управляемому напряжению $U_{зад}$. Измеритель угловой скорости 5, являющийся одновременно и чувствительным элементом стенда, и испытуемым прибором, измеряет заданную угловую скорость и формирует на своем выходе сигнал, пропорциональный заданной угловой скорости. В случае если выходной сигнал ИУС 5 имеет аналоговую форму, то он поступает на вход АЦП 10 БПИ 8, а если цифровую – на вход ПЛИС 9 БПИ 8. С выхода АЦП 10 сигнал поступает на второй вход микроконтроллера 11, а с выхода ПЛИС 9 – на первый вход микроконтроллера 11. Микроконтроллер формирует кодовую комбинацию, поступающую в формирователь инфракрасного либо радиочастотного сигнала, встроенный в микроконтроллер, данный сигнал поступает на приемник радиочастотной или инфракрасной информации 13, с выхода которого, преобразованный в код, он поступает в четвертый порт ввода-вывода ПВВ4 управляющего процессора 14. Из четвертого порта ввода-вывода ПВВ4 управляющего процессора 14 код поступает в ядро процессора 14, где в виде алгоритма запрограммирован цифровой регулятор соответствующего измерительного датчика угловой скорости, обеспечивающий требуемые динамические характеристики ИУС 5 – чувствительного элемента стенда. Преобразовавшись в регуляторе, сигнал об измеренной ИУС 5 угловой скорости сравнивается в алгоритмиче-

ски реализованном сумматоре управляющего процессора 14 с заданным значением угловой скорости, поступившим в виде входного воздействия по стандартному интерфейсу через второй порт ввода-вывода ПВВ2 управляющего процессора 14 от управляющего компьютера 15; в сумматоре формируется разностный управляющий сигнал, который поступает на вход цифрового регулятора системы управления двигателем, запрограммированного в виде алгоритма в управляющем процессоре 14 и обеспечивающего требуемые динамические характеристики системы управления двигателем 18 стенда. При этом преобразованный управляющий сигнал поступает на ЦАП 16, откуда в виде аналогового сигнала – на усилитель мощности УМ 17, а оттуда – на ДП-ДБ 18. Таким образом, реализуется цифровая система управления через управляющий процессор 14, работающая по разностному принципу – при разностном управляющем сигнале, стремящемся к нулю, траверса 2 стенда вращается с заданной угловой скоростью. При подаче с управляющего компьютера 15 гармонического или любого другого сигнала система работает аналогичным образом.

С углового энкодера 3 через преобразователь сигнала (ПС) 12 последовательность импульсов, число которых пропорционально углу поворота платформы стенда, поступает в третий порт ввода-вывода ПВВ3 управляющего процессора 14. В управляющем процессоре 14 происходит вычисление угловой скорости стенда как отношения измеренного угла ко времени опроса, измеряемого таймером процессора 14. Использование таймера управляющего процессора 14, а не управляющего компьютера 15 связано с тем, что, как правило, в управляющем компьютере используются операционные системы, не являющиеся системами реального времени, а поэтому не обеспечивающие необходимую точность отсчета интервалов времени для вычисления угловой скорости стенда. Полученная информация через второй порт ввода-вывода ПВВ2 управляющего процессора 14 через стандартный интерфейс поступает в порт ввода-вывода управляющего компьютера 15. По тому же каналу поступает информация об угловой скорости, измеренной ДУС 5 – испытуемым прибором. В управляющем компьютере 15 происходит комплексная обработка полученных данных об угле и угловой скорости, заданной стендом, и выходной информации ДУС 5, что позволяет формировать выходную информацию о масштабном коэффициенте и динамических характеристиках испытуемого прибора ДУС 5 (в случае подачи на вход системы управления стендом гармонического сигнала). Таким образом, осуществляется самоконтроль измерителя угловой скорости ДУС 5. Аналогичным образом осуществляется самоконтроль ВОГ и ЛГ, как это показано в работах [13–15]. Суть предлагаемой методики заключается в следующем. Составляется структурная схема цифровой системы управления с каждым инерциальным чувствительным элементом. В настоящем докладе рассматривается вариант структурной схемы с поплавковым ДУС в качестве ИЧЭ как наиболее сложный вариант системы управления. В работах [13–15] представлены аналогичные структурные схемы с ВОГ и ЛГ. В данной работе поплавковый ДУС взят в рассмотрение как ИЧЭ также и потому, что аналогичный способ контроля погрешности стенда с поплавковым ДУС в режиме «самоконтроля» был рассмотрен в монографии

[16] и появилась возможность сравнить результаты моделирования аналоговой и цифровой САУ.

Формируются на структурных схемах помехи, действующие в САУ. В нашем случае на рис. 2 введены обозначения: ω_α – угловая скорость вращения платформы 3 стэнда; $M_z = H\omega_\alpha$ – гироскопический момент измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; M_β – момент сопротивления, действующий по оси прецессии измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; $M_{om} = k_{om}i_{om}$ – парирующий момент датчика момента измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; i_{om} – ток в цепи обратной связи измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда, пропорциональный измеряемой угловой скорости; ω_β – угловая скорость прецессии гиросула измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; β – угол прецессии гиросула 7 измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; U_{dy} – переменное напряжение на выходе датчика угла 9 измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; y – напряжение на выходе предварительного усилителя 13 в цепи обратной связи измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; u_1 – управляющее напряжение с выхода ЦАП 18 в цепи обратной связи измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; U_{zad} – задающее воздействие, поступающее в виде кода в порт ввода-вывода 17 управляющего процессора 15 от управляющего компьютера 26; e – разностный сигнал ошибки управления; u_2 – управляющее напряжение с выхода ЦАП 16 в цепи обратной связи стэнда; M_{dv} – момент, формируемый двигателем бесконтактным (ДБ) 18 стэнда; M_α – момент сопротивления по оси вращения траверсы 2 стэнда; I_β – момент инерции гиросула 5-1 измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; n_β – момент жидкостного демпфирования измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; H – кинетический момент измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; k_{dy} – коэффициент передачи датчика угла 5-2 измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; k_{om} – коэффициент передачи датчика момента 5-7 измерительного ДУС 5 – чувствительного элемента стэнда; s – оператор дифференцирования по Лапласу.

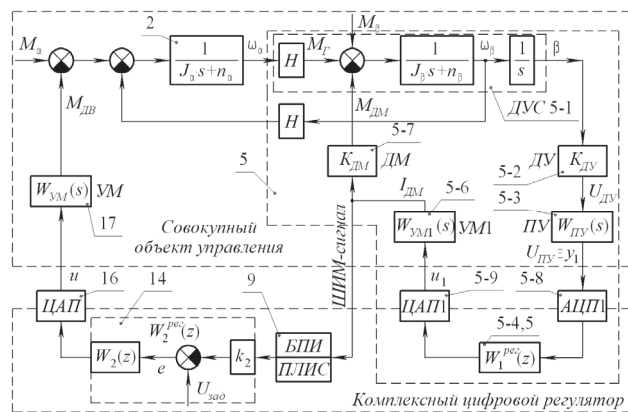


Рис. 2. Структурная схема предлагаемого стэнда в случае испытания ДУС с электрической аналого-цифровой обратной связью

III. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Суть предлагаемой методики состоит в следующем:

1. По каждому возмущающему воздействию формируется импульсная переходная функция вида

$$K_{M\alpha}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} [R_{M\alpha}(\omega) \cos(\omega\tau) - S_{M\alpha}(\omega) \sin(\omega\tau)] d\omega, \quad (1)$$

где $R_{M\alpha}(\omega)$ и $S_{M\alpha}(\omega)$ – действительная и мнимая части передаточной функции замкнутой системы $\Phi_{\omega\alpha/M\alpha}(j\omega)$ [17]; ω_α – нестабильность угловой скорости стэнда по помехе M_α – нестабильности момента трения по оси вращения стэнда.

Аналогичным образом формируются передаточные функции и импульсные переходные функции по остальным помехам, действующим в системе управления. В нашем случае это помехи M_β – нестабильность момента трения по оси прецессии ДУС и ΔU_{zad} – нестабильность источника опорного напряжения. Если система дискретная, то, соответственно, формируются передаточные функции замкнутой системы управления по каждой помехе вида $\Phi_{\omega\alpha/M\alpha}(z)$, а импульсная переходная функция записывается в дискретном виде в соответствии с правилами формирования дискретных функций [18]. Помеха в обоих случаях задается в виде случайной функции с соответствующим законом распределения [20]. Затем формируется интеграл свертки вида [19]

$$\omega_{\alpha, M\alpha}(t) = \int_0^\infty M_\alpha(t-\tau) K_{M\alpha}(\tau) dt. \quad (2)$$

На выходе имеем массив случайных величин, соответствующий реакции исследуемой системы на данную помеху. В нашем случае будет три массива случайных величин, характеризующих нестабильность задаваемой стэндом угловой скорости на помехи M_α , M_β и ΔU_{zad} .

В случае цифровой системы управления выражение (2) примет вид [18]

$$\omega_{\alpha, M\alpha}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} K_{M\alpha}(kT_0) M_\alpha(t - kT_0). \quad (3)$$

Если квантование входного и выходного сигналов осуществляется синхронно, при $t = nT_0$ имеем [18]

$$\omega_{\alpha, M\alpha}(nT_0) = \sum_{k=0}^{\infty} K_{M\alpha}(kT_0) M_\alpha((n-k)T_0). \quad (4)$$

Следует отметить, что при моделировании погрешности $\omega_{\alpha, \Delta U_{zad}}$ в аналоговой системе управления стэндом, работающим в режиме «самоконтроля», бралась помеха ΔU_{zad} от источника калибровочных напряжений [16]. В случае схемы, изображенной на рис. 1, в роли данной погрешности выступает погрешность квантования управляющего процессора 14 и ЦАП 16.

2. После получения массивов нестабильностей задаваемой угловой скорости по каждой помехе формируются массивы функций плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) по каждой случайной величине [20]. В нашем случае рассматриваются ф.п.р.в. $\Phi_{\alpha, M\alpha}$, $\Phi_{\alpha, M\beta}$, $\Phi_{\alpha, \Delta U_{zad}}$.

3. Комплексная погрешность ИИС вычисляется как сумма независимых случайных величин по известному алгоритму [20].

В нашем случае случайная величина $\omega_{\alpha, M\alpha}(t)$, имеющая ф.п.р.в. $\Phi_{\alpha, M\alpha}$, складывается со случайной величиной $\omega_{\alpha, M\beta}(t)$, имеющей ф.п.р.в. $\Phi_{\alpha, M\beta}$. Результат сложения определяется выражением [20]

$$\varphi_{\alpha, M\alpha; \alpha, M\beta} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{\alpha, M\alpha}(\tau) \varphi_{\alpha, M\beta}(t - \tau) d\tau. \quad (5)$$

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Циклически замыкая этот процесс, можно определить функцию плотности распределения вероятности линейной комбинации произвольного числа случайных величин. В случае дискретных систем выражение (5) преобразуется аналогично выражениям (3) и (4). В качестве одной из составляющих погрешности можно рассмотреть погрешность оптического датчика угла, погрешность которого исследовалась в работе [9], также сформировать его ф.п.р.в. и циклически замкнуть ее по выражению (5). Таким образом, получается комплексная оценка погрешности стенда с цифровой системой управления по рис. 1. Если в качестве ИЧЭ будут использованы ЛГ и ВОГ, то формируются неустойчивости задаваемой угловой скорости по передаточным функциям соответствующих САУ [13–15]. И оценивается комплексная ф.п.р.в. погрешности системы. Формируется толерантный интервал погрешности, т.е. ее математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение. По результатам моделирования аналоговой САУ [16] совокупная ф.п.р.в. носит характер гауссовского случайного процесса, а толерантный интервал совокупной ошибки по угловой скорости поплавкового ДУС, находящегося в режиме самоконтроля, по вышеприведенной методике $M \pm 3\sigma$ составил $1,51723 \cdot 10^{-4} \pm \pm 6,878 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{с}$ или приблизительно $0,546 \pm 0,247 \text{ } ^\circ/\text{ч}$. Если учесть, что рассмотренный ИЧЭ принадлежит к классу приборов средней точности со случайной составляющей дрейфа $0,36 \text{ } ^\circ/\text{ч}$ и погрешностью масштабного коэффициента $0,1\text{--}0,05 \text{ } \%$, то результат получился вполне адекватным. Необходимо учесть также и тот факт, что стенд, работающий по указанному принципу, будет контролировать масштабный коэффициент ИУС не очень долго, так как ему не нужно ждать полный оборот платформы стенда для измерения осредненного значения угла поворота. Поступающий в систему обратной связи стенда сигнал (неважно, аналоговый или цифровой) говорит о мгновенном значении измеренной ИЧЭ угловой скорости, так что погрешность масштабного коэффициента можно определить достаточно быстро при сравнении показаний оптического датчика угла и сигнала из обратной связи поверяемого ДУС, а при малом шаге квантования получить достаточно большое количество значений для оценки погрешности прибора. Математическое моделирование, проведенное при исследовании схемы по рис. 1, дало несколько лучшие результаты по критерию $M \pm 3\sigma$. По результатам моделирования цифровой САУ совокупная ф.п.р.в. носит также характер гауссовского случайного процесса, а толерантный интервал совокупной ошибки по угловой скорости поплавкового ДУС, находящегося в режиме самоконтроля, по вышеприведенной методике составил $0,346 \pm 0,187 \text{ } ^\circ/\text{ч}$. В аналоговой системе был применен фотоэлектрический датчик угла с погрешностью $0,31$ угловой секунды, а в схеме с ЦСУ – угловой энкодер фирмы Renishaw с погрешностью $0,05$ угловой секунды. Таким образом, основную часть совокупной погрешности привносит неустойчивость трения по оси подвеса M_α и собственные погрешности гироскопа. Поэтому применение более точного базовым техническим характеристикам прибора, например ЛГ со случайной составляющей дрейфа нуле-

вого сигнала $0,01 \text{ } ^\circ/\text{ч}$ и погрешностью масштабного коэффициента $0,0001 \text{ } \%$, а также разгрузка оси подвеса стенда, например при помощи миниатюрной аэростатической опоры, позволяют существенно повысить точностные характеристики системы.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в докладе представлена одна из возможных методик комплексной интегральной оценки погрешности ИИС, построенная на основе частотного метода исследования погрешностей САУ [16–20], позволяющая оценить комплексную интегральную погрешность ИИС для последующего ее снижения методом цифровой фильтрации в управляющем процессоре ИИС. Для этого необходимо иметь входную информацию о спектральной плотности входных дестабилизирующих воздействий, которым подвергается ИИС в условиях эксплуатации, с достаточной точностью аналитически определить динамические характеристики ИИС, что даст возможность оценить погрешности ИИС, вызванные как отдельно взятым дестабилизирующим фактором, так и их совместным воздействием на ИИС. Стенд с цифровой системой управления, рассмотренный в настоящем докладе, является лишь одним из возможных примеров применения данной методики, которая может быть с успехом применена для оценки погрешности практически любой информационно-измерительной системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Измайлов Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП», № 1, 2010. С. 27–35.
- [2] Патрюэль И., Онтас И., Лефевр Э., Наполитано Ф. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на основе ВОГ с уходом одна морская миля в месяц: мечта уже достижима? // Гироскопия и навигация. 2013. № 3. С. 3–13.
- [3] Негри С., Лабарр Э. и др. Новое поколение инерциальных навигационных систем на основе ВТГ для аппаратов, обеспечивающих запуск спутников // Гироскопия и навигация. 2016. № 1. С. 49–59.
- [4] Delhayе, F., HRG Technological Breakthrough for Advanced Space Launcher Inertial Reference System /Jean-Philippe Girault, Proceed. 25-th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg: CSRI Elektropribor, 2018, pp. 267–271.
- [5] Пешехонов В.Г., Литманович Ю.А., Вершовский А.К. Гироскоп на основе явления ядерного магнитного резонанса: прошлое, настоящее, будущее // Материалы 7 российской мультиконференции по проблемам управления. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 35–42.
- [6] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Шестиосный блок измерителей кажущихся ускорений на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью для систем управления космическими кораблями «Союз-МС» и «Прогресс-МС» // Материалы XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 225–231.
- [7] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Результаты лётных испытаний шестиосного блока измерителей кажущегося ускорения на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью в составе космического корабля «Союз МС-14» // Материалы XXVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 184–187.
- [8] Калихман Д.М., Скоробогатов В.В. и др. Кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью как система автоматического управления: результаты синтеза регуляторов и программно-математического обеспечения. Перспективы дальнейшего развития // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. 2019. Вып. 26. С. 2–37.

- [9] Калихман Д.М., Депутатова Е.А. и др. Применение метода максимального правдоподобия при комплексировании информации с первичных измерителей в прецизионном поворотном стенде с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления для улучшения его точностных характеристик // *Материалы XXVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 221–225.
- [10] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Основы разработки комплексного цифрового управления прецизионными стендами с инерциальными чувствительными элементами по сигналам с измерителей угловой скорости, кажущегося ускорения и оптического датчика угла // *Материалы XXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 302–307.
- [11] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Пути расширения диапазона измерения и повышения точностных характеристик поворотных стендов с инерциальными чувствительными элементами для контроля гироскопических приборов угла // *Материалы XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 334–339.
- [12] Калихман Д.М., Депутатова Е.А. и др. Разработка цифровых регуляторов для систем управления гироскопическими приборами и метрологическими установками на их основе с применением современных методов синтеза с целью улучшения точностных и динамических характеристик угла // *Материалы XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 274–278.
- [13] Калихман Д.М., Полушкин А.В. и др. Цифровая стабилизация движений прецизионных управляемых оснований с инерциальными чувствительными элементами. Часть 1. Применение поплавкового измерителя угловой скорости // *Известия РАН. Теория и системы управления*, №1, 2011. С. 120–132.
- [14] Пат. 2403538 Российская Федерация. Универсальный стенд для контроля прецизионных гироскопических измерителей угловой скорости / Калихман Д.М. [и др.]; приор. 22.05.09; заявитель и патентообладатель ФГУП «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина»; опубл. 10.11.2010, Бюл. № 31.
- [15] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Универсальный стенд с цифровой системой управления для контроля измерителей угловой скорости различного принципа действия // *Материалы XXVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2010. С. 147–154.
- [16] Калихман Д.М. Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов / под ред. акад. В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2008. 304 с.
- [17] Куропаткин П.В. Теория автоматического управления. М.: Высшая школа, 1973. 528 с.
- [18] Изерман Р. Цифровые системы управления: пер. с англ. М.: Мир, 1984. 541 с.
- [19] Ривкин С.С. Статистический синтез гироскопических устройств. Л.: Судостроение, 1970. 422 с.
- [20] Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: Мир, 1974. 463 с.

Способы повышения точностных характеристик гироскопических приборов на микромеханических датчиках для пилотажных систем управления

А.Г. Кузнецов
ПАО «Московский институт
электромеханики и автоматики»
Москва, Российская Федерация
inbox@aomiea.ru

В.И. Галкин
ПАО «Московский институт
электромеханики и автоматики»
Москва, Российская Федерация
inbox@aomiea.ru

Д.Н. Воробьев
ПАО «Московский институт
электромеханики и автоматики»
Москва, Российская Федерация
inbox@aomiea.ru

Аннотация—В настоящем докладе изложены результаты исследования способов повышения точности микромеханических датчиков. Применен комплексный подход, включающий компенсацию погрешности измерений по результатам калибровки в заводских условиях, компенсацию погрешностей в запуске и компенсацию погрешностей в процессе полета летательных аппаратов.

Ключевые слова—пилотажные системы, микромеханические датчики, точностные характеристики, калибровка, алгоритмическая компенсация, интерполяция.

Благодаря таким преимуществам, как высокая надежность работы в эксплуатации, малое энергопотребление, миниатюрные размеры и невысокая стоимость, микромеханические датчики находят широкое применение при создании гироскопических приборов [1]. На рис. 1 показана малогабаритная (40×40×40 мм) микромеханическая курсовертикаль, разработанная в ПАО «МИЭА» [2].



Рис. 1. Микромеханическая курсовертикаль БЧЭММ-1 и летательные аппараты, для которых она предназначена

Однако наряду с указанными преимуществами датчики имеют и существенный недостаток – сравнительно невысокие точностные характеристики из-за недокомпенсированности, временной и температурной нестабильности их нулевых сигналов и масштабных коэффициентов.

В настоящей работе изложены результаты исследования способов минимизации этих недостатков. Приме-

нен комплексный подход, включающий компенсацию погрешности измерений по результатам калибровки в заводских условиях, компенсацию погрешностей в запуске и компенсацию погрешностей в процессе полета летательных аппаратов [3].

Коэффициенты температурной зависимости нулевых сигналов и масштабных коэффициентов, неортогональность измерительных осей, зависимость от перегрузок, измеренные в процессе заводской калибровки, используются при алгоритмической компенсации погрешностей датчиков.

Алгоритмическая компенсация может быть осуществлена несколькими способами: путем параболической интерполяции Лагранжа, интерполяционными сплайнами, степенными полиномами или кусочно-линейной аппроксимацией. Выбор способа компенсации зависит от характера изменения погрешности: линейная, нелинейная, с одним или несколькими экстремумами. На рис. 2 показана интерполяция температурной зависимости нулевого сигнала гироскопа, осуществленная кубическим сплайном.

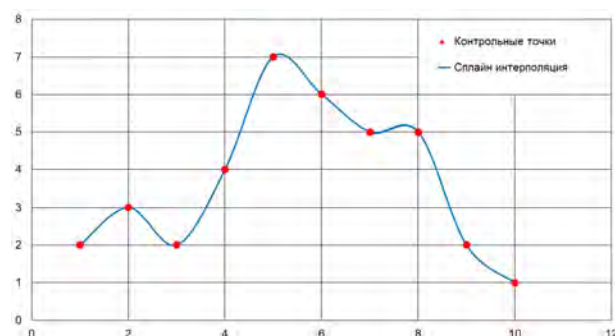


Рис. 2. График интерполяции температурной зависимости нулевого сигнала гироскопа, построенный с использованием кубического сплайна

Большой проблемой микромеханических датчиков является нестабильность их нулевых сигналов от пуска к пуску. Одним из способов сведения к минимуму такой погрешности для микромеханических гироскопов является компенсация нулевого сигнала в запуске. В запуске измеряется нулевой сигнал $\omega_{0и}^3$ и сравнивается с записанным значением $\omega_{0и}^K$ в микроконтроллере гироскопического прибора, определенным по результатам завод-

ской калибровки. В процессе полета на каждом такте расчета угловой скорости из значения нулевого сигнала, определенного в процессе заводской калибровки, производится вычитание поправочного значения, определенного в процессе запуска гироскопа:

$$\Delta\omega_{0i} = \omega_{0i}^3 - \omega_{0i}^k.$$

Точностные характеристики микромеханических датчиков можно существенно улучшить и путем компенсации их дрейфа в процессе полета ЛА. С этой целью разработан специальный алгоритм, выделяющий и компенсирующий изменение нулевого сигнала, возникающее в процессе полета ЛА вследствие случайных неконтролируемых воздействий на чувствительный элемент гироскопа. Необходимое программное обеспечение реализуется в дополнительном микропроцессоре гироскопического прибора.

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИИ НУЛЕВЫХ СИГНАЛОВ МИКРОМЕХАНИЧЕСКИХ ГИРОСКОПОВ

Способы алгоритмической компенсации нулевых сигналов		Тип гироскопов (фирма-изготовитель)		
		<i>LY503ALH STMicroelectronics</i>	<i>ММГ-ЭП2 ЦНИИ «Электроприбор»</i>	<i>STIM210 Sensoror</i>
До алг. компенсации	$\omega_0, ^\circ/\text{с}$	147,18	0,424	0,074
	$\Delta\omega_0, ^\circ/\text{с}$	1,88	0,35	0,04
После алг. компенсации	$\omega_0, ^\circ/\text{с}$	1,51	0,04	0,022
	$\Delta\omega_0, ^\circ/\text{с}$	0,29	0,025	0,01
После учета от пуска к пуску	$\omega_0, ^\circ/\text{с}$	0,5	0,02	0,013
	$\Delta\omega_0, ^\circ/\text{с}$	0,25	0,01	0,008
После компенсации в полете	$\omega_0, ^\circ/\text{с}$	0,03	0,001	0,00012
	$\Delta\omega_0, ^\circ/\text{с}$	0,015	0,0005	0,00006

В табл. 1 приведены результаты реализации комплексной алгоритмической компенсации нулевых сигналов гироскопов микромеханических датчиков, получивших наиболее широкое применение.

Как видно из приведенной таблицы, используя комплексный подход, удалось на два порядка уменьшить некомпенсированные нулевые сигналы и повысить их стабильность.

Выводы

Реализация разработанных алгоритмов позволила повысить точностные характеристики микромеханических датчиков до уровня, приемлемого для построения одноосных и трехосных измерителей угловых скоростей и линейных ускорений для комплексных систем управления широкого класса летательных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Галкин В.И. гироскопические приборы на микромеханических датчиках – Проблемы и пути их решения. LAP LAMBERT Academic publishing, 2020. С. 165, ISBN: 978-620-2-79865-5.
- [2] Кузнецов А.Г., Галкин В.И., Молчанов А.В., Портнов Б.И., Якубович А.М. Результаты разработки и летных испытаний микромеханического блока // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, СПб.: ГНЦ «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 16–26.
- [3] Кузнецов А.Г., Галкин В.И., Воробьев Д.Н., Кондратьев А.В. Комплексный подход к повышению точностных характеристик микромеханических датчиков для пилотажных систем управления // Труды Московского института электромеханики и автоматики. 2020. Вып. 27 «Навигация и управление летательными аппаратами». С. 41–57.

Методика определения областей устойчивости стационарных колебаний нелинейного МЭМС-резонатора при действии систем фазовой автоподстройки частоты и автоматической регулировки усиления

А. В. Лукин

Высшая школа «Механика и процессы управления» Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия
lukin_av@spbstu.ru

Аннотация—Работа посвящена исследованию динамики микромеханического резонатора при действии систем фазовой автоподстройки частоты генератора и стабилизации амплитуды колебаний. Особое внимание направлено на изучение фактора нелинейности упругой восстанавливающей силы резонатора. Установлено, что выбор параметров системы управления на основе анализа устойчивости рабочего резонансного режима для механически линейной модели, в общем случае, не обеспечивает требуемой резонансной фазовой настройки и стабилизации амплитуды колебаний. Обнаружены устойчивые многочастотные режимы колебаний, выполнено аналитическое исследование механизмов их появления и эволюции при изменении ключевых параметров системы. Определены реальные области стабильной работы системы управления (не совпадающие, как было обнаружено, с областями устойчивости рабочего резонансного режима по причине присутствия в фазовом пространстве системы скрытых притягивающих аттракторов). Разработана методика определения подобных областей стабильной работы. Отмечено существенное усложнение структуры возможных движений в системе с увеличением добротности резонатора.

Ключевые слова—ММГ, ФАПЧ, АРУ, управление, динамика.

I. ВВЕДЕНИЕ

Высокие требования к стабильности работы резонансных датчиков (в частности, чувствительных элементов микроэлектромеханических вибрационных гироскопов) приводят к необходимости применения систем управления с обратной связью, обеспечивающих постоянство амплитуды колебаний резонатора и его частотную настройку на резонанс. Первая из названных задач, как правило, решается с помощью системы автоматической регулировки усиления (АРУ). Для решения второй задачи широкое распространение получили системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ). Математическое моделирование динамики микроэлектромеханических систем (МЭМС) в условиях работы подобных алгоритмов управления представляет значительный теоретический и прикладной интерес.

Настоящая работа посвящена качественному (параметрическому) исследованию нелинейной динамики МЭМС-резонатора с нелинейной упругой характеристикой при совместном действии систем АРУ и ФАПЧ. Рас-

сматриваются вопросы устойчивости стационарных колебательных режимов, их эволюции и ветвления в зависимости от ключевых механических параметров резонатора и параметров системы управления.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуем динамику микромеханического резонатора при действии системы управления, предназначенной для резонансной частотной настройки и стабилизации амплитуды колебаний. Настройка частоты электростатического двигателя на резонанс обеспечивается системой фазовой автоподстройки частоты. Стабилизация амплитуды первичных колебаний достигается работой контура автоматической регулировки усиления.

Схема ФАПЧ содержит фазовый детектор, фильтр нижних частот (ФНЧ), регулятор и опорный генератор, управляемый напряжением (ГУН) [1, 2]. Схема представляет собой замкнутую систему управления, задача которой состоит в обеспечении требуемой разности фаз между выходным сигналом преобразователя емкость-напряжение датчика перемещений резонатора и опорным сигналом ГУН.

Амплитудный канал, реализующий схему АРУ, состоит из амплитудного детектора и ПИ-регулятора.

Математическая модель резонатора в системе ФАПЧ-АРУ описывается следующей системой уравнений [3, 4]:

$$\begin{aligned}\ddot{x} + c\dot{x} + \omega_n^2 x + \beta x^3 &= A \cos \theta, \\ \dot{\theta} &= \omega_0 + K_{VCO} z, \\ \dot{z} &= K_I^{PLL} y, \\ \dot{y} &= \lambda^{PLL} (K_G x \cos \theta - y), \\ A &= K_p (X_0 - r) + B, \\ \dot{B} &= K_I^{AGC} (X_0 - r), \\ \dot{r} &= \lambda^{AGC} \left(\frac{\pi}{2} |x| - r \right),\end{aligned}\tag{1}$$

где x – перемещение резонатора, ω_n – собственная частота резонатора, $c = 2\omega_n \xi = \frac{\omega_n}{Q}$ – параметр диссипации (ξ –

коэффициент относительного затухания, Q – добротность резонатора), β – коэффициент при кубическом члене в восстанавливающей силе, θ – фаза ГУН ($\omega = \dot{\theta}$ – мгновенная частота ГУН), z – сигнал управления ГУН, y – выходной сигнал фазового детектора, ω_0 – собственная (свободная) частота ГУН, K_{VCO} – пропорциональный коэффициент усиления ГУН, K_I^{PLL} – интегральный коэффициент усиления регулятора, K_G , λ^{PLL} – коэффициент передачи и частота полюса ФНЧ ФАПЧ, A – выходной сигнал схемы АРУ, B – сигнал управления АРУ, r – оценка текущей амплитуды колебаний, K_p , K_I^{AGC} – пропорциональный и интегральный коэффициенты регулятора схемы АРУ, λ^{AGC} – частота полюса ФНЧ АРУ, X_0 – требуемая амплитуда стационарных колебаний.

Параметр геометрической нелинейности резонатора β удобно связать с отношением κ линейной и кубической компонент упругой восстанавливающей силы при амплитуде смещения X_0 :

$$\begin{aligned} \beta X_0^3 &= \kappa \omega_n^2 X_0, \\ \beta &= \kappa \frac{\omega_n^2}{X_0^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

III. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

Для качественного (параметрического) исследования динамики системы применим метод усреднения. Представим искомое решение для механического звена в виде

$$x = a(t) \cos [\theta(t) + \phi(t)], \quad (3)$$

где $a(t)$ – амплитуда, $\theta(t) + \phi(t)$ – мгновенная фаза колебаний. Мгновенная фаза ГУН равна θ , поэтому ϕ – разность фаз между резонатором и ГУН.

Дифференцируя (3), получим

$$\dot{x} = -a\dot{\theta} \sin(\theta + \phi) + \dot{a} \cos(\theta + \phi) - a\dot{\phi} \sin(\theta + \phi). \quad (4)$$

Потребуем

$$\dot{a} \cos(\theta + \phi) - a\dot{\phi} \sin(\theta + \phi) = 0. \quad (5)$$

Тогда

$$\ddot{x} = -\dot{a}\dot{\theta} \sin(\theta + \phi) - a\ddot{\theta} \sin(\theta + \phi) - a\dot{\theta}(\dot{\theta} + \dot{\phi}) \cos(\theta + \phi). \quad (6)$$

Отметим, что динамика фазы ГУН описывается простым уравнением

$$\ddot{\theta} = K_{VCO} K_I^{PLL} y. \quad (7)$$

Переменная θ является «быстрой» и может рассматриваться как нормализованное время. Следуя процедуре

метода усреднения, подставим (3), (4) и (6) в (1), выразим из первого уравнения (1) и (5) $\dot{a}, \dot{\phi}$ и усредним правые части системы по явно входящему «времени» θ . Таким образом, мы придем к автономной системе дифференциальных уравнений, описывающей эволюцию медленных переменных $\tilde{a}, \tilde{\phi}, \tilde{z}, \tilde{y}, \tilde{B}, \tilde{r}$:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{a}} &= -\frac{\tilde{B} \sin \tilde{\phi} + K_p (X_0 - \tilde{r}) \sin \tilde{\phi} + c(\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z}) \tilde{a} + K_{VCO} K_I^{PLL} \tilde{y} \tilde{a}}{2(\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z})}, \\ \dot{\tilde{\phi}} &= -\frac{[(\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z})^2 - \omega_n^2] \tilde{a} + [\tilde{B} + K_p (X_0 - \tilde{r})] \cdot \cos \tilde{\phi} - \frac{3}{4} \beta \tilde{a}^3}{2\tilde{a}(\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z})}, \\ \dot{\tilde{z}} &= K_I^{PLL} \tilde{y}, \\ \dot{\tilde{y}} &= -\lambda^{PLL} \left(\tilde{y} - \frac{K_c}{2} \tilde{a} \cos \tilde{\phi} \right), \\ \dot{\tilde{B}} &= K_I^{AGC} (X_0 - \tilde{r}), \\ \dot{\tilde{r}} &= \lambda^{AGC} (\tilde{a} - \tilde{r}). \end{aligned} \quad (8)$$

Возможным стационарным периодическим режимам системы (1) соответствуют неподвижные точки (положения равновесия) динамической системы (8):

$$\tilde{y}_0 = 0, \quad \tilde{r}_0 = X_0, \quad \tilde{a}_0 = X_0, \quad \tilde{\phi}_0 = \pm \frac{\pi}{2}. \quad (9)$$

Стационарные значения \tilde{z} определяются из уравнения

$$(\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z}_0)^2 - \omega_n^2 - \frac{3}{4} \beta X_0^2 = 0. \quad (10)$$

Наконец,

$$\tilde{B}_0 = c X_0 [\omega_0 + K_{VCO} \tilde{z}_0]. \quad (11)$$

Основной интерес представляет решение, для которого $\tilde{\phi}_0 = -\frac{\pi}{2}$, и \tilde{z}_0 имеет знак $\text{sgn}(\omega_n - \omega_0)$.

Анализ устойчивости рассматриваемого стационарного режима выполняется путем вычисления собственных значений якобиана правой части системы (8) в данной неподвижной точке. Для линейного резонатора ($\kappa = 0$) область устойчивости в пространстве параметров характеризуется условиями [4]:

$$\begin{aligned} K_I^{AGC} < K_{I \text{ MAX}}^{AGC} &= \omega_n \left(c + \frac{K_p}{\omega_n} \right) \cdot \left(\frac{c}{2} + \lambda^{AGC} \right), \\ K_I^{PLL} < K_{I \text{ MAX}}^{PLL} &= \frac{c(\lambda^{PLL} + \frac{c}{2})}{K_G K_{VCO} X_0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для общего случая $\kappa \neq 0$ условия, характеризующие устойчивость системы, являются чрезвычайно громоздкими и в явном виде не приводятся.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Среди параметров, входящих в систему уравнений (8), выделим группы фиксированных и варьируемых. Значения фиксированных параметров приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. ФИКСИРОВАННЫЕ ПАРАМЕТРЫ СИСТЕМЫ

Параметр	Значение
$f_n(\omega_n = 2\pi f_n)$	10 кГц
$f_0(\omega_0 = 2\pi f_0)$	9 кГц
X_0	3 мкм
K_p	$1 \cdot 10^8$
K_G	$1 \cdot 10^6$
K_{VCO}	$1 \cdot 10^4$

К числу варьируемых относятся параметры Q , κ , λ^{AGC} , λ^{PLL} , K_I^{AGC} , K_I^{PLL} .

Локальный анализ динамики системы в окрестности рабочего резонансного режима колебаний с заданной постоянной амплитудой позволил найти явный символичный вид условий устойчивости рассматриваемого решения по параметрам системы управления ФАПЧ-АРУ и по механическим параметрам резонатора (степень нелинейности силовой характеристики, величина добротности). Установлено, что выбор параметров системы управления на основе анализа устойчивости рабочего резонансного режима для механически линейной модели, вообще говоря, не обеспечивает требуемой стабилизации амплитуды и относительной фазы колебаний.

Численным моделированием обнаружены притягивающие (устойчивые) сложные многочастотные режимы колебаний с переменной амплитудой и фазой. Указанные режимы являются нежелательными (паразитными) с точки зрения целевых функций резонатора как первич-

ного колебательного контура датчика инерциальной информации. Отмечена множественность подобных режимов при фиксированных параметрах системы, характеризующихся своими областями притяжения по начальным условиям и иным возмущениям, а также их сосуществование с рабочим стационарным режимом. Физически нестабильные решения соответствуют гистерезисному движению изображающей точки в пространстве «амплитуда–частота» воздействия по резонансной (амплитудно-частотной) характеристике (АЧХ) механического звена (резонатора): в силу механической нелинейности скелетная кривая имеет наклон вправо, что приводит к возможности явления «срывов» колебаний при прохождении через соответствующие предельные точки на АЧХ.

Выполнено аналитическое исследование механизмов появления указанных паразитных режимов и их эволюции при изменении ключевых параметров системы: степени механической нелинейности, добротности резонатора и частот полюсов фильтра нижних частот контуров ФАПЧ и АРУ. На основе применения программного комплекса MATCONT [5] развита численная методика нахождения областей существования подобных режимов в пространстве параметров системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шахильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: «Связь», 1972.
- [2] Люкшонков Р.Г. Термокомпенсация в микромеханических гироскопах с контуром стабилизации амплитуды первичных колебаний. Дисс. на соискание уч. ст. к.т.н. СПб.: ИТМО, 2016.
- [3] Horowitz, R. et al., Stability and Resolution Analysis of a Phase-Locked Loop Natural Frequency Tracking System for MEMS Fatigue Testing, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2002, 124, 599–605.
- [4] Park, S. et al., Oscillation Control Algorithms for Resonant Sensors with Applications to Vibratory Gyroscopes, *Sensors*, 2009, 9, 5952–5967.
- [5] Govaerts, W. et al., MATCONT: Continuation toolbox for ODEs in Matlab, August 2019, adapted for version MatCont 7.1.

Инерциальная навигация и управление космическим роботом для обслуживания геостационарного спутника

Е.И. Сомов

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
e_somov@mail.ru

С.А. Бутырин

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
butyrinsa@mail.ru

С.Е. Сомов

Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет;
Отдел динамики и управления,
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
s_somov@mail.ru

Аннотация—Рассматриваются методы навигации и управления космическим роботом при сближении с геостационарным информационным спутником в условиях неопределенности и неполноты измерения.

Ключевые слова—геостационарный спутник, космический робот, сближение, навигация, управление.

I. ВВЕДЕНИЕ

В перспективных системах космической связи планируется создание геостационарных платформ, которые собираются на орбите космическими роботами-манипуляторами (КРМ) из сменных и пополняемых компонентов, а затем регулярно обслуживаются КРМ в течение нескольких десятилетий.

В стратегии обслуживания предусмотрено доведение КРМ на геостационарную орбиту (ГСО) и многоэтапное сближение с геостационарным спутником (целью) с применением плазменной электрореактивной двигательной установки (ЭДУ) на расстоянии 500 м [1], термokatалитической ЭДУ на основе 8 двигателей с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) тяги (рис. 1) на дальность 50 м [2] и силового гироскопического кластера (СГК) с цифровым управлением, рис. 2. Предполагается, что система управления движением (СУД) робота имеет бесплатформенную инерциальную навигационную систему (БИНС) с инерциальным измерительным модулем (ИИМ), который корректируется сигналами астрономической системы (АС) на основе звездных датчиков и навигационных спутников ГЛОНАСС/GPS. При дальности менее 100 м координаты пространственного движения КРМ относительно цели определяются также видекамерами и дальномерами. Далее выполняется обслуживание геостационарного спутника, начиная с его облета для визуальной инспекции [3].

Данная статья развивает результаты [4] и является продолжением статьи авторов в трудах этой конференции, где исследованы задачи управления КРМ при его до-выведении на ГСО и сближении с целью на расстояние 500 м с помощью плазменной ЭДУ. Здесь разрабатываются алгоритмы обработки информации, калибровки и юстировки БИНС, а также алгоритмы управления КРМ при сближении с целью на дальность 50 м.

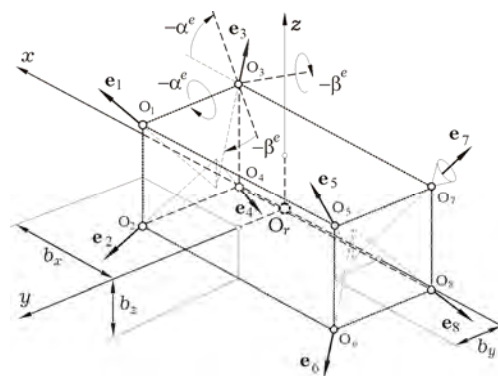


Рис. 1. Схема ЭДУ на основе восьми электрореактивных двигателей

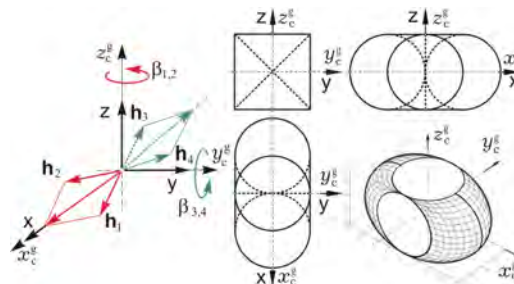


Рис. 2. Схема 2-SPE СГК на основе четырех гиридинов

II. МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для описания пространственного движения КРМ применяются геоцентрическая инерциальная система координат (ИСК) $O_{\oplus}X^1Y^1Z^1$, обозначения $\{\cdot\} = \text{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \text{line}(\cdot)$, $(\cdot)^t, [\cdot \times]$, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ и \circ, \sim для векторов, матриц и кватернионов, $i = 1, 2, \dots, m \equiv 1 \div m$. Используются орбитальная система координат (ОСК) КРМ $O_r x^0 y^0 z^0$ с полюсом O_r и связанная с корпусом КРМ система координат (ССК) $O_r x y z$. Корпус робота считается твердым телом с массой m и тензором инерции \mathbf{J} , при векторах расположения \mathbf{r}_r и скорости \mathbf{v}_r модель его движения в проекции на оси ССК имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_r^* + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_r &= \mathbf{v}_r; & m(\mathbf{v}_r^* + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r) &= \mathbf{P}^e + \mathbf{F}^d; \\ \dot{\boldsymbol{\Lambda}} &= \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega} / 2; & \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} &= \mathbf{M}^g + \mathbf{M}^e + \mathbf{M}^d. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь кватернион \mathbf{A} представляет ориентацию КРМ в ИСК, вектор $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$, где \mathbf{H} – вектор кинетического момента (КМ) СГК; векторы \mathbf{P}^e , \mathbf{M}^e и $\mathbf{M}^g \equiv -\mathbf{H}^*$ представляют тягу термokatалитической ЭДУ, моменты этой ЭДУ и СГК, \mathbf{F}^d и \mathbf{T}^d – векторы внешних возмущающих сил и моментов, и используется символ $(\cdot)^*$ локальной производной по времени.

На рис. 1 положения ортов \mathbf{e}_p , $p = 1 \div 8$ по осям сопл электрореактивных двигателей (ЭРД) определяются углами α^e , β^e . Вектор \mathbf{p}_p точки O_p приложения вектора тяги p -го ЭРД определяется параметрами b_x , b_y и b_z . Каждый ЭРД имеет ШИМ тяги $p_p(t)$ с нелинейным непрерывно-дискретным описанием

$$p_p(t) = P^m \text{PWM}(t - T_{zu}^e, t_r, \tau_m, v_{pr}) \quad \forall t \in [t_r, t_{r+1})$$

при периоде T_u^e и запаздывании T_{zu}^e . Здесь P^m является значением тяги, одинаковым для всех ЭРД, $t_r = rT_u^e$, $r \in N_0 \equiv [0, 1, 2, \dots)$ и функции

$$\text{PWM}(t, t_r, \tau_m, v_{pr}) \equiv \begin{cases} \text{sign } v_{pr} & t \in [t_r, t_r + \tau_{pr}), \\ 0 & t \in [t_r + \tau_{pr}, t_{r+1}); \end{cases}$$

$$\tau_{pr}(\tau_m) = \begin{cases} 0 & |v_{pr}| \leq \tau_m; \\ \text{sat}(T_u^e, |v_{pr}|) & |v_{pr}| > \tau_m. \end{cases}$$

Векторы тяги ЭРД $\mathbf{p}_p = -p_p \mathbf{e}_p$ применяются при формировании векторов $\mathbf{P}^e = \Sigma \mathbf{p}_p(t)$ и $\mathbf{M}^e = \Sigma [\mathbf{p}_p \times] \mathbf{p}_p(t)$.

Столбец $\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) = h_g \mathbf{h} \equiv h_g \Sigma \mathbf{h}_p(\boldsymbol{\beta}_p)$ представляет вектор КМ СГК, где $|\mathbf{h}_p| = 1$, $p = 1 \div 4$. При цифровом управлении гиродинами (ГД) $\mathbf{u}_k^g(t) = \{u_{pk}^g(t)\}$, $u_{pk}^g(t) \equiv u_{pk}^g \forall t \in [t_k, t_{k+1})$ в моменты времени $t_k = kT_u$ с периодом T_u , $k \in N_0$ вектор $\mathbf{M}_k^g = \{M_i^g\}$ управляющего момента СГК формируется в виде $\mathbf{M}_k^g(t) = -h_g \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}(t)) \mathbf{u}_k^g(t)$; $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_k^g(t)$, где $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$ и матрица $\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) / \partial \boldsymbol{\beta}$.

В составе ИИМ традиционно выделяют (i) подсистему определения ориентации с интегрирующими гироскопами при коррекции сигналами от АС и (ii) подсистему определения положения с интегрирующими акселерометрами при коррекции сигналами от спутников GPS/ГЛОНАСС. Проблемы обработки сигналов в этих подсистемах связаны с численным интегрированием кинематических соотношений по информации только о векторе дискретных приращений квазиординат.

Проблемы калибровки и юстировки подсистемы определения ориентации исследовались ранее для БИНС спутников землеобзора на низких солнечно-синхронных орбитах и обслуживающих их КРМ [5]. Особенности калибровки и юстировки подсистемы определения положения КРМ на ГСО заключаются в

измерении кажущегося ускорения при обязательном учете возмущений от гравитационных полей Земли, Луны и Солнца, а также в уменьшенном числе навигационных спутников, сигналы которых доступны для коррекции этой подсистемы. Задача состоит в создании алгоритмов обработки дискретной измерительной информации, калибровки и юстировки БИНС, алгоритмов дискретного управления КРМ при его сближении с геостационарным спутником от расстояния 500 м на дальность 50 м и в анализе динамики СУД при таком сближении на основе компьютерной имитации.

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ И НАВИГАЦИЯ

В подсистеме определения ориентации выполняется калибровка (идентификация и компенсация вектора дрейфа \mathbf{b}^o по угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и погрешности m масштабного коэффициента измерения) и юстировка – идентификация и компенсация погрешности взаимного углового положения базисов ИИМ \mathbf{G} и АС \mathbf{A} с использованием сигналов АС с периодом T_o .

Для идентификации вектора дрейфа \mathbf{b}^o используются векторные значения приращений квазиординат в промежуточных точках с периодом T_q , кратным периоду дискретности T_o , методы аппроксимации и полиномиальной интерполяции в скользящих окнах. Здесь в базисе \mathbf{A} выполняется численное интегрирование кинематического уравнения для вектора модифицированных параметров Родрига (МПР) $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{e} \text{tg}(\Phi/4)$, который связан с кватернионом \mathbf{A} явными соотношениями.

Векторы приращений угловых квазиординат $\mathbf{i}_{ms}^{g^o}$, $s \in N_0$ формируются с периодом $T_q \ll T_o$ по формуле

$$\mathbf{i}_{ms}^{g^o} = \int_{t_s}^{t_{s+1}} \boldsymbol{\omega}_m^g(\tau) d\tau + \boldsymbol{\delta}_s^n \equiv \text{Int}(t_s, T_q, \boldsymbol{\omega}_m^g(t)) + \boldsymbol{\delta}_s^n,$$

где $\boldsymbol{\omega}_m^g(t) \equiv (1+m)\mathbf{S}^\Delta(\boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{b}^o)$, а измеренные АС значения кватерниона $\mathbf{A}_{mn}^a = \mathbf{A}_n \circ \mathbf{A}_n^n$ – в моменты времени t_n , $n \in N_0$ с периодом T_o . Здесь $\boldsymbol{\omega}_m^g(t)$ представляет вектор угловой скорости в базисе \mathbf{G} с учетом неизвестных вариаций вектора дрейфа $\mathbf{b}^o = \mathbf{b}^o(t)$, матрица $\mathbf{S}^\Delta = \mathbf{I}_3 + [\Delta \times]$ с вектором «скосов» $\Delta = \{\Delta_i\}$, $i = 1 \div 3$ описывает погрешности взаимного углового положения базисов \mathbf{G} и \mathbf{A} , скалярная функция $m = m(t)$ представляет медленную вариацию масштабного коэффициента, учтены центрированные гауссовские шумы $\boldsymbol{\delta}_n^n$ со среднеквадратичным отклонением (СКО) σ^b и \mathbf{A}_n^n с СКО σ^a в сигналах ИИМ и АС соответственно. Предполагается малая вариация m масштабного коэффициента, когда справедливо условие $1 - m^2 \approx 1$.

Задача оценивания значений кватерниона $\hat{\mathbf{A}}_l$, $l \in N_0$ с требуемым периодом $T_p = t_{l+1} - t_l$, кратном периоду T_o , решается с применением алгоритмов калибровки и юстировки БИНС и получением оценок $\hat{\mathbf{b}}_n^o$, $\hat{\mathbf{S}}_n^\Delta$ и \hat{m}_n ,

постоянных на периоде T_o . Здесь оценка $\hat{\mathbf{b}}_n^\omega$ обновляется online в моменты времени t_n , а оценки $\hat{\mathbf{S}}_n^\Delta$ и \hat{m}_n получаются offline на основе обработки информации, накопленной на длительных временных интервалах.

При локальном времени $\tau \equiv t - nT_o \in [0, T_o]$ непрерывная векторная оценка $\hat{\mathbf{i}}_n^\omega(\tau)$ приращения квази-координат в базисе \mathbf{A} вычисляется по соотношению

$$\hat{\mathbf{i}}_n^\omega(\tau) = (1 - \hat{m}_n)(\hat{\mathbf{S}}_n^\Delta)^t (\hat{\mathbf{i}}_n^{\text{g}\omega}(\tau) - \hat{\mathbf{b}}_n^\omega \tau); \hat{\mathbf{i}}_{n+1}^\omega = \hat{\mathbf{i}}_n^\omega(T_o),$$

где векторный интерполяционный полином $\hat{\mathbf{i}}_n^{\text{g}\omega}(\tau)$ 5-го порядка формируется в базисе \mathbf{G} . Оценка $\hat{\boldsymbol{\omega}}_n(\tau)$ вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ в базисе \mathbf{A} на интервале времени $t \in [t_n, t_{n+1}]$ получается явным дифференцированием полинома $\hat{\mathbf{i}}_n^\omega(\tau)$. При дискретной оценке дрейфа $\hat{\mathbf{b}}_n^\omega$ применяется дискретный фильтр Луенбергера с периодом T_o и параметрами, при которых обеспечивается качество оценки $\hat{\mathbf{b}}_n^\omega$, близкое к качеству оценки фильтром Калмана. При известной оценке $\hat{\boldsymbol{\omega}}_n(\tau)$ локального времени $\tau \equiv t - nT_o \in [0, T_o]$ в фильтре Луенбергера выполняется интегрирование кинематического уравнения для вектора МПР $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_n(\tau)$ на интервале $t \in [t_n, t_{n+1}]$. Это позволяет получить значения $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_l$ и далее искомые оценки кватерниона $\hat{\Lambda}_l$, $l \in \mathbb{N}_0$ с периодом T_p [5]. После рекуррентной дискретной фильтрации с этим периодом получаются векторы $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_l^f$, которые применяются в СУД.

Для юстировки и калибровки ИИМ формируются два массива значений векторов – $\hat{\boldsymbol{\omega}}_i^g$ в базисе \mathbf{G} и $\hat{\boldsymbol{\omega}}_i^a$ в базисе \mathbf{A} , для которых вычисляются значения модулей $\hat{\omega}_i^g = |\hat{\boldsymbol{\omega}}_i^g|$, $\hat{\omega}_i^a = |\hat{\boldsymbol{\omega}}_i^a|$ и ортов $\hat{\mathbf{e}}_{\omega_i}^g = \hat{\boldsymbol{\omega}}_i^g / \hat{\omega}_i^g$, $\hat{\mathbf{e}}_{\omega_i}^a = \hat{\boldsymbol{\omega}}_i^a / \hat{\omega}_i^a$ при $\hat{\omega}_i^g > 0$ и $\hat{\omega}_i^a > 0$. Юстировка ИИМ (оценка матрицы $\hat{\mathbf{S}}_n^\Delta$) основана на известном алгоритме QUEST (Quaternion Estimation) для ортов $\hat{\mathbf{e}}_{\omega_i}^g$ и $\hat{\mathbf{e}}_{\omega_i}^a$. Для калибровки погрешности m масштабного коэффициента вычисляется последовательность значений $m_i = 1 - \hat{\omega}_i^m / \hat{\omega}_i^a$, далее оценка \hat{m}_n получается их осреднением [5].

Ошибки в оценке ориентации определяются кватернионом $\mathbf{E}_l = (e_{0l}, \mathbf{e}_l) \equiv \tilde{\Lambda}_l \circ \Lambda_l$, вектором $\boldsymbol{\sigma}_l^e = \mathbf{e}_l / (1 + e_{0l}) = \mathbf{e}_l^e \text{tg}(\Phi_l/4)$ с ортом \mathbf{e}_l^e оси Эйлера и углом Φ_l , а также вектором ошибки $\delta\boldsymbol{\phi}_l = \{\delta\phi_{il}\} = 4\boldsymbol{\sigma}_l^e$. Для векторов $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_l^f$ погрешности оценки векторов угловой ошибки $\delta\boldsymbol{\phi}_l^f$ вычисляются на основе таких же соотношений.

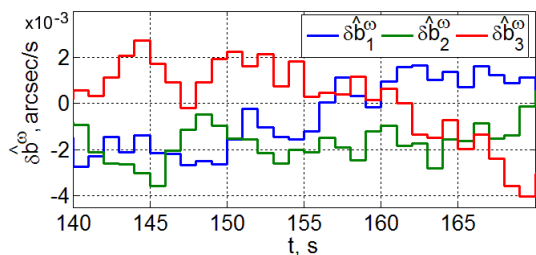


Рис. 3. Погрешности оценки вектора дрейфа ИИМ

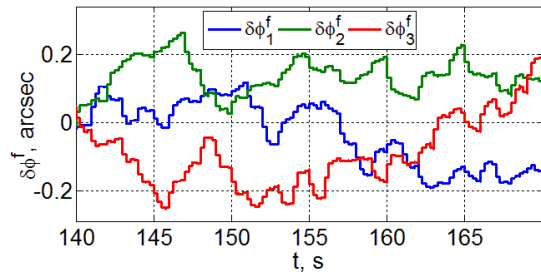


Рис. 4. Погрешности оценки вектора угловой ошибки

Эффективность разработанных дискретных алгоритмов фильтрации, калибровки и юстировки подсистемы определения ориентации проверена компьютерной имитацией при неизвестном векторе дрейфа $\mathbf{b}^\omega = \{b_i^\omega\}$ с компонентами $b_i^\omega = \text{const}$, $|b_i^\omega| \leq 0.2$ угл. сек/с $\forall i = 1 \div 3$ и периодами $T_o = 1$ с, $\sigma^a = 1$ угл.сек $\sqrt{\text{Гц}}$ на частоте 1 Гц; $T_q = 1/16$ с, $\sigma^b = 0.001$ угл. сек $\sqrt{\text{Гц}}$ на частоте 16 Гц; $T_p = 1/4$ с для формирования измерений $\hat{\boldsymbol{\sigma}}_l^f$.

Имитация выполнялась $\forall t \in [0, 360]$ с при угловой стабилизации КРМ в ОСК и начальном условии $\hat{\mathbf{b}}^\omega(0) = \mathbf{0}$ в фильтре Луенбергера. Установлено, что переходный процесс идентификации вектора дрейфа завершается при $t \cong 160$ с, когда точность оценки компонентов $\delta\hat{b}_i^\omega$ вектора $\delta\hat{\mathbf{b}}^\omega = \{\delta\hat{b}_i^\omega\} = \mathbf{b}^\omega - \hat{\mathbf{b}}^\omega$ становится не хуже 0.004 угл. сек/с по модулю, см. рис. 3. При этом получают погрешности оценки вектора угловой ошибки $\delta\boldsymbol{\phi}_l^f$, представленные на рис. 4.

Аналогичные алгоритмы обработки информации, калибровки и юстировки применяются в подсистеме ИИМ для определения положения и скорости поступательного движения КРМ на ГСО. Здесь используется вектор кажущейся скорости, получаемый интегрированием вектора кажущегося ускорения от действия внешних негравитационных сил, который измеряется кластером акселерометров и представляется в ИСК [6, 7]. Для навигационного оборудования КРМ на ГСО видимыми являются только обратные навигационные спутники, линии визирования которых проходят вблизи горизонта Земли. Количество таких видимых спутников в среднем составляет 2-4, что затрудняет коррекцию этой подсистемы ИИМ.

IV. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ НАВЕДЕНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

Синтез закона наведения КРМ в поступательном перемещении выполняется с помощью его параметризации векторным сплайном времени и формировании векторов положения $\mathbf{r}_r^p(t)$, скорости $\mathbf{v}_r^p(t)$ и ускорения $\mathbf{w}_r^p(t)$ КРМ, где моменты времени переключения постоянных значений вектора ускорения вычисляются аналитически [2,4]. Закон углового наведения робота определяется кватернионом $\Lambda^p(t)$, векторами угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^p(t)$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^p(t) = \{\varepsilon_i^p(t)\}$.

Перемещение цели относительно КРМ определяется векторами $\Delta\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_t(t) - \mathbf{r}_r(t)$ и $\Delta\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_t(t) - \mathbf{v}_r(t)$. В дискретном алгоритме управления ЭДУ используется

вектор $\delta\Delta\mathbf{r}_r = \Delta\mathbf{r}_r^p - \Delta\mathbf{r}_r$ рассогласования между программной $\Delta\mathbf{r}_r^p \equiv \Delta\mathbf{r}_r^p(t_r) = \mathbf{r}_r^p(t_r) - \mathbf{r}_r^p(t_r)$ и измеренной $\Delta\mathbf{r}_r \equiv \Delta\mathbf{r}_r(t_r)$ разностями положений цели и робота.

Значения вектора $\delta\Delta\mathbf{r}_r$ формируются в ССК робота с периодом T_u^c в моменты времени t_r . В этом алгоритме сначала вычисляется командный вектор \mathbf{I}_r^c импульса тяги каталитической ЭДУ $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$ по формулам

$$\mathbf{g}_{r+1} = k_b^c \mathbf{g}_r - k_c^c \delta\Delta\mathbf{r}_r; \mathbf{I}_r^c = T_u^c m (k_u^c (\mathbf{g}_r - k_p^c \delta\Delta\mathbf{r}_r) + \mathbf{w}_r^p), \quad (2)$$

а затем формируются длительности τ_{pr} , $p = 1 \div 8$ включения всех 8 ЭРД для реализации ШИМ их тяги [2].

Погрешность ориентации КРМ определяется кватернионом $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\Lambda}^p \circ \mathbf{A}$, матрицей $\mathbf{C}^c = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$, где $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$, вектором МПР $\boldsymbol{\sigma}^e$ и вектором угловой погрешности $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = 4\boldsymbol{\sigma}^e$. В алгоритме цифрового управления ориентацией КРМ с периодом T_u сначала определяются значения векторов углового рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_k = -\delta\boldsymbol{\phi}_k^t$ и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k$ для вычисления вектора \mathbf{M}_k^g управляющего момента СГК

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{k+1} &= k_b^g \mathbf{g}_k + k_c^g \boldsymbol{\varepsilon}_k; \tilde{\mathbf{m}}_k = k_u^g (\mathbf{g}_k + k_p^g \boldsymbol{\varepsilon}_k); \\ \mathbf{M}_k^g &= \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J} (\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\varepsilon}_k^p + [\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\omega}_k^p \times] \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k), \end{aligned} \quad (3)$$

где вектор $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$. Далее вектор \mathbf{M}_k^g распределяется между четырьмя ГД по аналитическим соотношениям [4] с формированием вектора цифрового управления ГД $\mathbf{u}_k^g(t) = \hat{\mathbf{p}}(t)$ при его фиксации $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$.

V. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ИМИТАЦИИ

При имитации динамики СУД было принято, что сближение КРМ на заданное расстояние 500 м завершается при $t = t_* = 35732$ с после поворотного маневра робота на угол 55.45 град и его угловой стабилизация в ИСК $\forall t \in [35722, 35732)$ с. На рис. 5 цветом выделены координаты КРМ по рысканию (синий цвет, ось x), крену (зеленый, ось y) и тангажу (красный цвет, ось z), а модули векторов отмечены черным цветом.

Последующее сближение КРМ с целью на дальность 50 м имитировалось для модели (1) при законах управления (2) и (3) $\forall t \in [35732, 39732)$ с, когда ЭРД с тягой $P^m = 0.5$ Н имеют период ШИМ $T_u^c = 4$ с, а гиродины с КМ $h_g = 30$ Нмс управляются с периодом $T_u = 0.5$ с. На рис. 6 представлены изменения положения и скорости цели относительно КРМ при таком сближении.

Рис. 7 и 8 представляют соответственно рассогласования в положении и ошибки угловой стабилизации КРМ при сближении с целью. Нетрудно убедиться, что несмотря на внешние и параметрические возмущения, а также дискретные шумы в измерениях, здесь достигается точность стабилизации пространственного движения

робота ≈ 0.5 м по расположению и ≈ 36 угл. сек по ориентации.

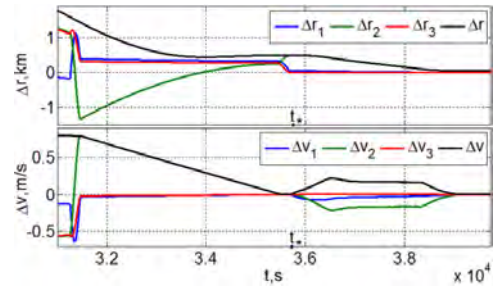


Рис. 5. Изменения положения и скорости цели относительно КРМ при завершении его перелета и сближении

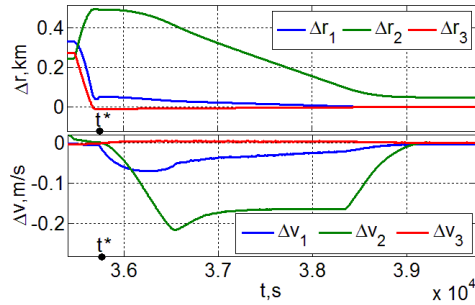


Рис. 6. Положение и скорость цели относительно КРМ при сближении

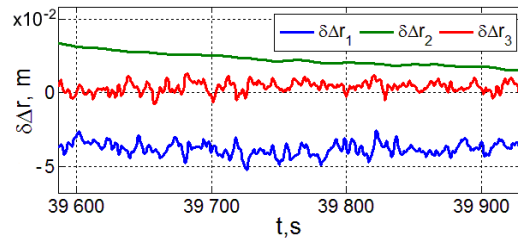


Рис. 7. Рассогласование в положении КРМ при сближении с целью

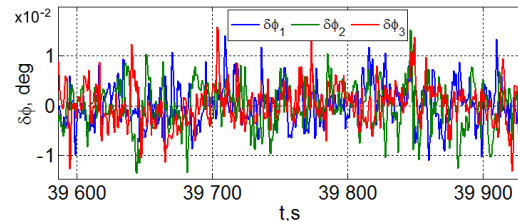


Рис. 8. Ошибки угловой стабилизации КРМ при сближении с целью

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко представлены алгоритмы навигации и управления пространственным движением робота при его сближении с геостационарным спутником, а также результаты по эффективности разработанных алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Вывод на орбиту и сближение космического робота с геостационарным спутником // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 2. С. 90–98.
- [2] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Somova, T., Nonlinear digital and pulse-width control at approaching a space robot with a geostationary satellite, Mathematics in Engineering, Science and Aerospace, 2020, vol. 11, no. 4, pp. 993–1001.
- [3] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е. Управление космическим роботом при визуальной инспекции состояния геостационарного спутника // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 5. С. 79–83.

- [4] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Navigation, guidance and control of a space robot during approach to a geostationary information satellite, Proc. of 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 2020, pp. 1–5.
- [5] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Somova, T., In-flight calibration, alignment and verification of an astroinertial attitude determination system for free-flying robots and land-survey satellites, Proc. of 4th IEEE International Workshop on Metrology for Aerospace, 2017, pp. 473–478.
- [6] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука. 1992.
- [7] Titterton, D.H., Weston, J.L., Strapdown inertial navigation technology, IET, 2005.

Мультичастотный твердотельный лазерный гироскоп на $YAG:Cr^{4+}$

Ю.Ю. Брославец
МФТИ
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

А.А. Фомичев
МФТИ
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Д.М. Амбарцумян
МФТИ
г. Долгопрудный, Россия
crazydaisy9595@mail.ru

Е.А. Полукеев
МФТИ
г. Долгопрудный, Россия
epolukeev2105@yandex.ru

В.Г. Семенов
МФТИ
г. Долгопрудный, Россия
valerii.semenov.g@gmail.com

Аннотация—В работе проведены исследования, направленные на создание мультичастотного твердотельного лазерного гироскопа, работающего в режиме синхронизации мод. В качестве активной среды кольцевого лазера использована широкополосная активная среда $YAG:Cr^{4+}$. Повышение стабильности и уменьшение уровня шумов достигалось за счет работы в режиме синхронизации мод. На основе уравнений, базирующихся на теории Лэмба, для многочастотной генерации в лазере составлена физико-математическая модель динамики двунаправленной генерации в гироскопе в режиме синхронизации мод. Представлено обоснование системы регистрации сигналов биений встречных волн в многочастотном режиме. Определено влияние фазы и глубины модуляции потерь на величину области устойчивой синхронизации мод, а также параметры генерации, обеспечивающие регистрацию угловых величин с максимальной точностью.

Ключевые слова—твердотельный лазерный гироскоп, кольцевой лазер, синхронизация мод, керровская синхронизация мод, захват частоты.

I. ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день лазерные гироскопы [3–5] широко используются в качестве датчиков угловых величин в навигационных системах различного применения. Они обладают высокой точностью, большим ресурсом работы и высокой механической прочностью. Основная часть лазерных гироскопов – гелий-неоновые. Это требует применения сложных вакуумных технологий. Такие гироскопы обладают достаточно высоким энергопотреблением, подвержены влиянию магнитных полей. Использование гелий-неонового лазера в качестве гироскопа связано в первую очередь с возможностью генерации очень узких линий, приближающихся к квантовому пределу. Это получается благодаря узкой линии усиления с неоднородным уширением, разряженной однородной активной среде и малым возмущениям в такой среде. Использование же твердотельных активных сред в основном сдерживается однородным характером уширения линии усиления, приводящей к сильной конкуренции встречных волн и в результате к неустойчивости режима двунаправленной генерации, препятствующей созданию высокоточного лазерного гироскопа на таких средах. В то же время твердотельные лазерные гироскопы обладают рядом положительных качеств [1, 2, 8, 14, 16, 18–20]. Это и полностью твердотельная конструкция, и высокая эффективность генерации, и, соответственно, малые тепловые возмущения, и высокая технологичность при изготовлении, и очень малое энергопотребление лазера при

использовании полупроводниковых лазеров для накачки. Преодоление основных проблем, связанных с нестабильностью двунаправленной генерации, успешно реализуется в ряде работ. Так, в разработках фирмы Thales используются поступательно-колебательные смещения активной среды [1, 2] для сглаживания динамических решеток инверсии, приводящих к сильной связи в активной среде. Кроме того, используя еще активное управление потерями для встречных волн, получают стабильную двунаправленную генерацию и точностные параметры гироскопа близкие к гелий-неоновым. В тоже время в этом гироскопе в качестве активной среды используется кристалл $YAG:Nd^{3+}$, обладающий однородной линией уширения и сильной конкуренцией, при генерации встречных волн в кольцевом лазере без принятия специальных мер.

В работе в качестве активной среды использован кристалл $YAG:Cr^{4+}$ [9, 18–21, 26–28], имеющий, с одной стороны, очень широкую линию усиления ~ 76 ТГц, а с другой – ионы Cr^{4+} обладают особенностями взаимодействия с излучением накачки и излучением генерации, приводящие к ослаблению конкуренции при генерации встречных волн в кольцевом лазере. Использование $YAG:Cr^{4+}$, $Al_2O_3:Ti^{3+}$ и др. широкополосных твердотельных активных сред, позволяющих генерировать большое количество синхронизированных продольных мод, дает возможность существенно ослабить шумы благодаря сужению ширины линии каждой продольной моды при генерации в случае синхронизации мод в лазере и тем самым повысить точность лазерного гироскопа. Поэтому в работе выполнены исследования, направленные на создание твердотельного лазерного гироскопа, использующие эти возможности.

II. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ БИЕНИЙ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН ПРИ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД. ОСОБЕННОСТИ ОПТИЧЕСКОГО СМЕСИТЕЛЯ ДЛЯ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

В лазерном гироскопе при работе в режиме синхронизации мод возникает вопрос, какой сигнал будет регистрировать детектор после оптического смесителя и как выделить из него сигнал вращения. Важна и сама конструкция, и оптическая схема такого смесителя.

Синхронизация мод соответствует условию генерации, при котором моды резонатора генерируются с примерно одинаковыми амплитудами и синхронизованными фазами. Рассмотрим генерацию $2n + 1$ продоль-

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00962 а.

ных мод с одинаковыми амплитудами E_0 . Предположим, что фазы ϕ_l мод в выходном пучке синхронизованы таким образом, что между ними выполняется соотношение [22–24]: $\phi_l - \phi_{l-1} = \phi$, где ϕ – постоянная величина. При этом полное электрическое поле $E(t)$ электромагнитной волны в данной точке выходного пучка без учета постоянной части полной фазы можно записать в виде суммы [22]

$$E(t) = \sum_{l=-n}^n E_0 \exp\{i[(\omega_0 - l\Delta\omega)t + l\phi]\}, \quad (1)$$

где ω_0 – частота центральной моды, а $\Delta\omega$ – межмодовое расстояние по частоте. Используя (1), полное электрическое поле волны $E(t)$ можно записать следующим образом:

$$E(t) = A(t) \exp\{i\omega_0 t\},$$

здесь $A(t) = \sum_{l=-n}^n E_0 \exp\{il(\Delta\omega t + \phi)\}.$ (2)

В этом случае функция $E(t)$ может быть представлена в виде синусоидальной волны с несущей частотой, равной частоте центральной моды ω_0 , причем амплитуда $A(t)$ модулирована во времени.

Амплитуду $A(t')$ можно вычислить [22], получая

$$A(t') = E_0 \frac{\sin((2n+1)\Delta\omega t'/2)}{\sin(\Delta\omega t'/2)}. \quad (3)$$

Рассмотрим кольцевой лазер, в котором генерируются два встречных пучка, в каждом из которых продольные моды синхронизованы. В этом случае для поля каждой из волн можно записать:

$$E_1(t) = A_1(t) \exp\{i\omega_{01} t\}, \quad (4)$$

$$\text{где } A_1(t') = E_{01} \frac{\sin((2n+1)\Delta\omega_1 t'/2)}{\sin(\Delta\omega_1 t'/2)}, \quad (5)$$

$$E_2(t) = A_2(t) \exp\{i\omega_{02} t\}, \quad (6)$$

$$\text{где } A_2(t') = E_{02} \frac{\sin((2n+1)\Delta\omega_2 t'/2)}{\sin(\Delta\omega_2 t'/2)}. \quad (7)$$

Таким образом, детектируемый после оптического смесителя фотодиодом сигнал можно представить как

$$J = K \times (E_1(t) + E_2(t))^2, \quad (8)$$

где K – передаточный коэффициент системы регистрации фототока с фотодиода.

При численном моделировании детектирования сигнала биений в лазерном гироскопе с синхронизацией

мод можно увидеть (рис. 1, а, б), что сигнал биений будет представлять последовательность коротких импульсов с частотой повторения, соответствующей межмодовой частоте (сотни МГц), огибающая которых и соответствует разности частот встречных волн пропорциональная угловой скорости вращения. При этом импульсы встречных волн для получения интерференции должны накладываться друг на друга. Таким образом, поскольку амплитуда поля в импульсе может быть очень значительной, будет существенно улучшаться соотношение сигнал шум при использовании детектирования сигнала только в момент одновременного прохождения импульсов встречных волн. В этом случае не будет происходить накопления уровня помех в промежутках между импульсами. Поскольку частота следования импульсов очень высокая, а нестабильность амплитуды мала, шумы, связанные с дискретностью измерений, будут очень малы. С другой стороны, для подавления захвата частоты необходимо предусмотреть генерацию импульсов в кольцевом лазере со сдвигом во времени, чтобы импульсы встречных волн не проходили одновременно рассеивающие области: зеркала, активную среду, дисперсионные элементы. В этом случае рассеянное излучение будет слабо влиять на встречные волны и захват частоты будет существенно подавлен. Чтобы обеспечить одновременно и сдвиг импульсов во времени в самом лазере и их синхронное падение на фотодетектор в оптическом смесителе необходимо предусмотреть оптическую задержку для одного из встречных лучей. Временная задержка для пикосекундных импульсов может быть 1-5 мм оптического пути. Для выполнения этих требований можно предложить показанную на рис. 2., оптическую схему. Для детектирования сигнала биений с подавлением шума необходимо использовать АЦП со стробированием по сигналам генерируемых импульсов. А для обработки полученных данных необходимо использовать фильтр нижних частот. Что позволит существенно улучшить соотношение «сигнал–шум» и тем самым повысить точность.

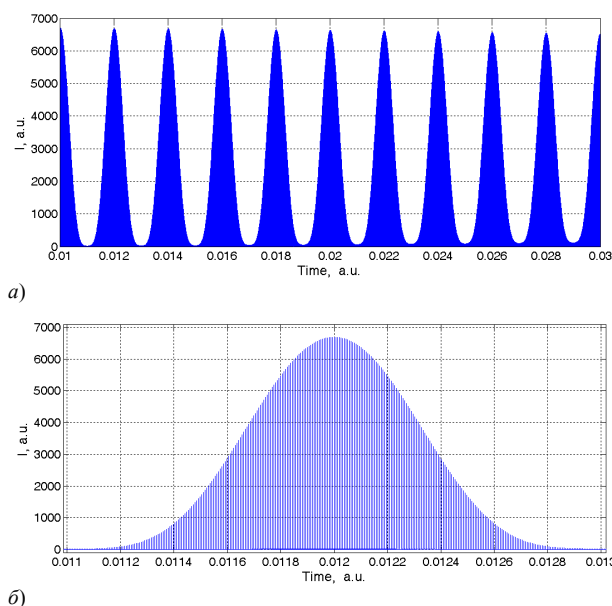


Рис. 1. Зависимость фототока сигнала биений встречных волн на быстрореагирующем фотоприемнике после оптического смесителя. Огибающая представляет собой разность несущих частот встречных волн. На рис. б показано, что огибающая сигнала состоит из последовательности сверхкоротких импульсов, следующих с большой частотой (сотни МГц)

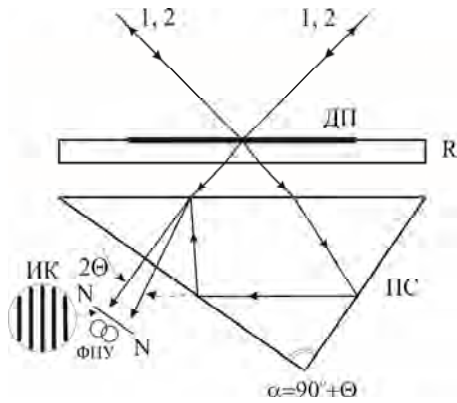


Рис. 2. Оптическая схема смесителя обеспечивающего необходимое совпадение импульсов на фотодетекторе благодаря оптической задержке. Одно из плеч интерферометра больше другого, обеспечивая оптическую задержку импульсов встречных волн для их перекрытия на фотодетекторе

Отражающие и полупрозрачные покрытия оптического смесителя должны обеспечивать работу в широком диапазоне длин волн, обусловленном генерацией сверхкоротких импульсов. Таким образом, предложенный смеситель дает возможность детектирования сигнала биений встречных волн, обеспечивая повышенный уровень соотношения «сигнал–шум» для гироскопа, использующий эти возможности.

III. ОСОБЕННОСТИ ШИРОКОПОЛОСНОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЫ YAG:Cr⁴⁺, ИСПОЛЪЗУЕМОЙ В ТВЕРДОТВОРНОМ ЛАЗЕРНОМ ГИРОСКОПЕ

Активная среда YAG:Cr⁴⁺, используемая в твердотельном лазерном гироскопе, обладает широкой линией усиления и рядом особенностей, приводящих к ослаблению конкуренции встречных волн [21, 26–28]. Описание активной среды YAG:Cr⁴⁺, сделанные, например, в работе [21], показывают, что переход между двумя любыми энергетическими уровнями следует разделять на два в соответствии с поляризациями и их ориентациями относительно оси S₄. Это проиллюстрировано на рис. 4. Энергетическая схема показана на рис. 3. Особое внимание стоит уделить переходам ³B₁→³A₂ и ³B₁→³E при использовании D_{2d} симметрии.

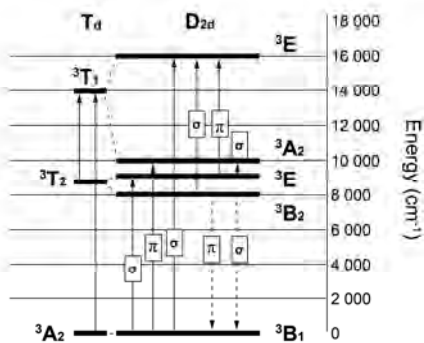


Рис. 3. Схема энергетических уровней в кристалле YAG:Cr⁴⁺

Основной недостаток твердотельных активных сред, мешающий их широкому использованию в лазерных гироскопах, это конкуренция встречных волн, связанная с однородным уширением. Используя особенности взаимодействия при генерации активных центров ионов Cr⁴⁺ с поляризованным излучением, можно преодолеть

часть этих недостатков. Так, в работе [21] приведена формула для соотношения ортогональных поляризаций. Можно получить ситуацию, когда встречные лучи будут иметь разные поляризации. Это важно для взаимодействия волн в гироскопе и может обеспечить незначительную конкуренцию встречных волн в нем.

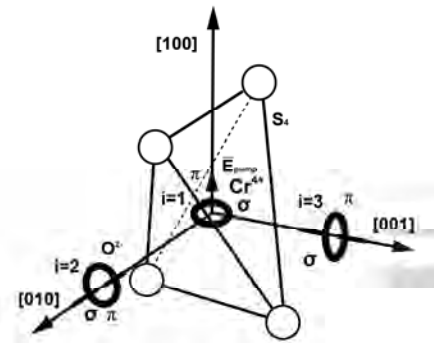


Рис. 4. Конфигурация ионов Cr⁴⁺. Положение луча в кристаллической решетке с Cr⁴⁺, π обозначает случай, при котором электрический вектор излучения параллелен оси S₄, а σ – когда перпендикулярен ей

IV. ПОДАВЛЕНИЕ ШУМОВ ПРИ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД

Синхронизация продольных мод обычно используется для генерации сверхкоротких импульсов, длительность которых обратно пропорциональна ширине спектра синхронизированных мод и для широкополосных сред может достигать единиц фемтосекунд. При этом излучение лазера представляет собой последовательность сверхкоротких импульсов, следующих друг за другом с частотой, соответствующей смещению по частоте одной продольной моды относительно другой. В этом случае спектр продольных мод излучения лазера становится эквидистантным и каждая мода имеет одинаковый фиксированный сдвиг по фазе относительно соседних. Получается такая «гребенка» эквидистантного набора частот, связанных с высокой точностью друг с другом в широком диапазоне частот. Это успешно используется в атомных эталонах частоты для получения высокоточного опорного сигнала в радиотехническом диапазоне без потери точности при переносе из оптического. Что говорит о высокой точности привязки всех частот продольных мод друг к другу при их синхронизации.

Одним из важных свойств синхронизации продольных мод является существенное подавление как фундаментальных шумов, присущих лазеру, так и технических, связанных с различными возмущениями, благодаря связи друг с другом большого количества осцилляторов [6, 15, 18, 19]. Это позволяет существенно улучшить точностные характеристики лазерного гироскопа при использовании многочастотного режима генерации и синхронизации продольных мод. Исследования показали [7, 8, 15], что синхронизация продольных мод также существенно уменьшает область захвата частоты, ослабляя связь встречных волн в лазерном гироскопе, особенно при генерации импульсов, сдвинутых друг относительно друга так, чтобы они не пересекались на рассеивающих элементах кольцевого лазера. Преимущество многочастотного режима генерации при синхронизации продольных мод в гелий-неоновых лазерных гироскопах реализовать можно только при достаточно большом периметре резонатора. В навигационных лазерных газовых гироскопах обычно используется работа в двухчастотном или четы-

рехчастотном режиме генерации (рис. 5, а), и реализовать синхронизацию мод невозможно. Более удобными в этом плане являются твердотельные лазерные гироскопы, обладающие существенно более широкой линией усиления активной среды, для YAG:Cr⁴⁺ ширина линии усиления достигает $\Delta f \sim 76$ THz. Такие широкополосные активные среды позволяют генерировать большое количество продольных мод (рис. 5, б) даже при малом периметре резонатора и создать условия для работы в режиме синхронизации мод.

Сокращение естественной ширины линии генерации продольной моды «n» при синхронизации «N» мод описывается следующим выражением [6]:

$$\Delta\Omega_{nsynch}^n = \left[\frac{1}{N} + \frac{12}{N(N^2 - 1)} n^2 \right] \Delta\Omega_{fr}^n. \quad (9)$$

Здесь $\Delta\Omega_{fr}^n$ – спектральная ширина моды в режиме свободной генерации, центральная мода имеет номер $n=0$.

Одним из основных недостатков, сдерживающих использование твердотельных лазерных сред в лазерных гироскопах, является однородное уширение, приводящее к сильной конкуренции встречных волн и в результате к неустойчивости двунаправленного режима генерации. Преодоление этого недостатка различными методами предлагается в работах [1, 2, 7, 8]. В нашей работе устойчивая двунаправленная генерация достигается за счет ряда факторов: использования особенностей активных центров в матрице широкополосной активной среды YAG:Cr⁴⁺ [9], ширина линии усиления (рис. 5) которой достигает $\Delta f \sim 76$ THz (для He-Ne активной среды – 1.5 ГГц), применения режима синхронизации мод и других механизмов подавления конкуренции. Широкая линия усиления в этой среде позволяет генерировать большое количество синхронизированных продольных мод даже при небольших размерах гироскопа. Это дает возможность значительно уменьшить шумы излучения при генерации [6] (9).

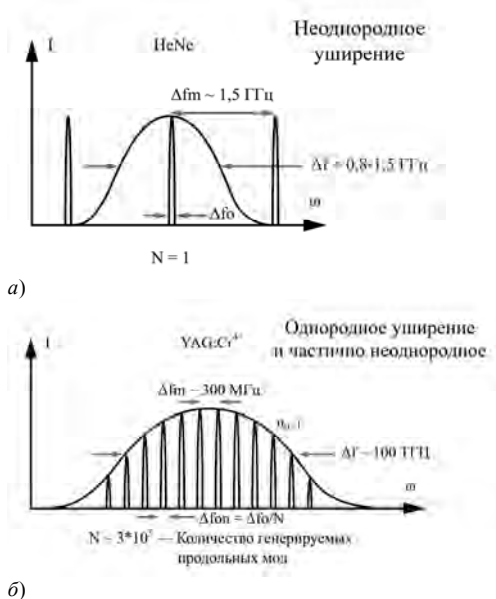


рис. 5. Контур усиления активной среды и спектр продольных мод He-Ne (а) лазерного гироскопа и твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr⁴⁺ (б)

Для получения стабильной синхронизации мод в двунаправленном режиме генерации, когда существует связь встречных волн через рассеяние на оптических элементах, важной задачей становится расширение области захвата частот боковыми полосами ближайшей продольной моды одного направления. Поэтому в работе проведено численное моделирование многочастотной генерации в кольцевом лазере на YAG:Cr⁴⁺ в режиме синхронизации мод при воздействии внешних возмущений, а также процесс их синхронизации при двунаправленной генерации и с учетом связи встречных волн через рассеяние. Многочастотная генерация описывалась системой уравнений Ван дер Поля (10), которая получается на основе подхода развитого в работах Лэмба из кинетических уравнений для матрицы плотности и уравнений Максвелла. Также для описания двунаправленной генерации и синхронизации мод в лазерном гироскопе на YAG:Cr⁴⁺ использованы уравнения и подходы для их решения, представленные в работах [10–19].

При моделировании синхронизация мод обеспечивается модуляцией потерь в резонаторе на межмодовой частоте с учетом фазы φ_i для моды, вследствие чего возникающие боковые полосы синхронизируют колебания соседних продольных мод. Для описания многочастотной генерации в режиме синхронизации мод составлена система уравнений Ван дер Поля для $n/2$ пар встречных волн продольных мод, связанных через рассеяние на оптических элементах:

$$\begin{cases} \frac{d^2 e_{i+1}}{dt^2} + (\omega_{i+1} + \Delta\omega_i)^2 e_{i+1} = [\beta_i(1 - \gamma e_i^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_i)] \frac{de_{i+1}}{dt} + \Theta_i e_i + K_i \frac{de_i}{dt} & CW \Rightarrow \\ \frac{d^2 e_i}{dt^2} + (\omega_i + \Delta\omega_i)^2 e_i = [\beta_i(1 - \gamma e_i^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_i)] \frac{de_i}{dt} + \Theta_i e_{i+1} + K_i \frac{de_{i+1}}{dt} & CCW \Leftarrow \\ \frac{d^2 e_3}{dt^2} + (\omega_3 + \Delta\omega_i)^2 e_3 = [\beta_3(1 - \gamma e_3^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_3)] \frac{de_3}{dt} + \Theta_3 e_i + K_2 e_i + K_3 \left(\frac{de_i}{dt} + \frac{de_2}{dt} \right) & CW \Rightarrow \\ \frac{d^2 e_2}{dt^2} + (\omega_2 + \Delta\omega_i)^2 e_2 = [\beta_2(1 - \gamma e_2^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_2)] \frac{de_2}{dt} + \Theta_2 e_{i+1} + K_2 e_{i+1} + K_3 \left(\frac{de_{i+1}}{dt} + \frac{de_2}{dt} \right) & CCW \Leftarrow \\ \dots \\ \frac{d^2 e_{n-1}}{dt^2} + (\omega_{n-1} + \Delta\omega_i)^2 e_{n-1} = [\beta_{n-1}(1 - \gamma e_{n-1}^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_{n-1})] \frac{de_{n-1}}{dt} + \Theta_{n-1} e_n + K_{n-2} \frac{de_{n-2}}{dt} & CW \Rightarrow \\ \frac{d^2 e_n}{dt^2} + (\omega_n + \Delta\omega_i)^2 e_n = [\beta_n(1 - \gamma e_n^2) - \alpha - \delta \cos(\Delta\omega_i t + \varphi_n)] \frac{de_n}{dt} + \Theta_n e_{n-1} + K_{n/2} \frac{de_{n-2}}{dt} & CCW \Leftarrow \end{cases} \quad (10)$$

Здесь e_i – электрическое поле волн продольных мод (e_i – в одном направлении (CW), e_{i+1} – в противоположном (CCW)), Θ_i – коэффициенты рассеяния для встречных волн на оптических элементах, приводящие к захвату частоты, K_i – коэффициенты, описывающие степень связи продольных мод друг с другом (эта связь обусловлена амплитудной модуляцией излучения в резонаторе, возникающей благодаря керровской линзе и диафрагме, на межмодовой частоте и приводит к синхронизации мод), $\Delta\omega_i$ – частота модуляции потерь, φ_i – фазы, соответствующие модуляции потерь для каждой из волн, β_i – коэффициенты усиления, γ – коэффициент насыщения усиления, α – коэффициент потерь, δ – глубина модуляции потерь. Разность резонансных частот встречных волн для каждой продольной моды $\omega_{0(i+1)} - \omega_{0(i)} = \omega_s$ обусловлена эффектом Саньяка и пропорциональна угловой скорости вращения $\omega_s = 8\pi S \Omega_{rot} / (n_0 \lambda L)$, где L и S – периметр и площадь резонатора, λ – длина волны генерации, n_0 – показатель преломления среды.

В результате моделирования генерации при синхронизации мод определена степень подавления амплитудных и фазовых шумов в генерируемом излучении, связанных с флуктуациями длины резонатора. Амплитудные и фазовые шумы в генерируемом излучении приводят к соответствующим флуктуациям сигнала биений встречных волн, вызывая ошибку при измерении угловых величин в лазерном гироскопе.

При численном моделировании определена также степень уменьшения связи встречных волн при двунаправленной генерации в многочастотном режиме при синхронизации мод в сравнении с двухчастотным, двунаправленным режимом генерации.

В результате численного моделирования найдено, что существует определенный диапазон перестройки частоты модуляции потерь, зависящий от глубины модуляции и параметров лазера, в котором наблюдается стабильная синхронизация мод. В этом случае максимальное подавление флуктуаций частоты и фазы сигналов биений встречных волн проявляется в центре этой области.

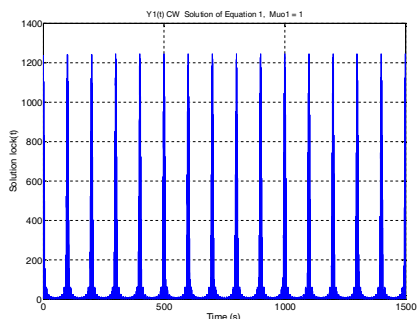


Рис. 6. Формирование последовательности импульсов при синхронизации мод

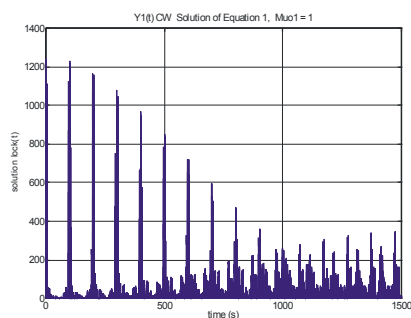


Рис. 7. Нарушение синхронизации мод (структуры импульсов) в результате флуктуаций длины резонатора

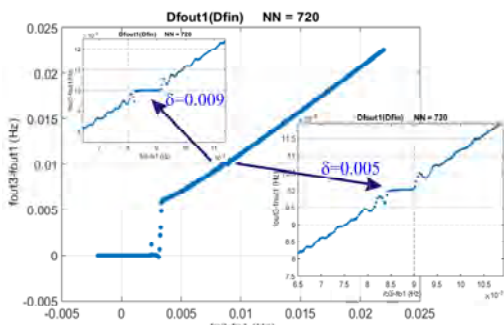


Рис. 8. Зависимость разности частот продольных мод (1, 3) от разности их парциальных частот. С увеличением глубины модуляции δ амплитуды волн область захвата боковой полосой соседней моды становится больше

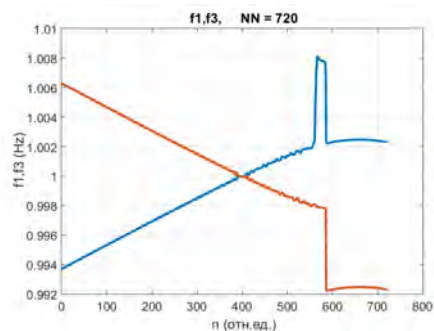


Рис. 9. Зависимость частот продольных мод (1, 3) от их парциальных частот (индекс n). При $n=400$ наблюдается захват, связанный с появлением боковой полосы. На графиках к одной из частот (3) необходимо к зависимости добавить смещение частоты на 0.01 Гц, соответствующее смещению боковой полосы вследствие амплитудной модуляции

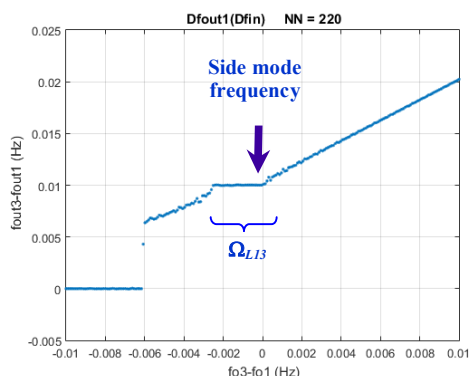


Рис. 10. Разность частот продольных мод одного направления в области захвата боковой полосой. Выполнение неравенства $\Omega_{L13} > \Omega_{L12}$ обеспечивает устойчивую синхронизацию мод. Здесь Ω_{L12} – это область захвата для встречных волн

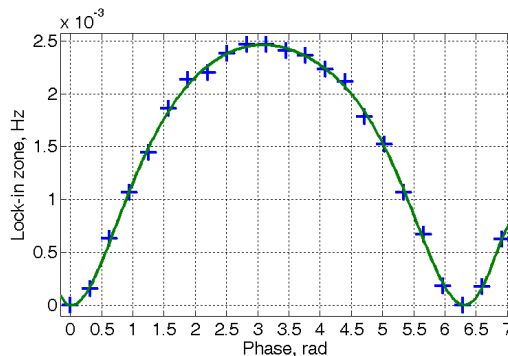


Рис. 11. Зависимость зоны захвата боковой частотой соседней продольной моды от фазы амплитудной модуляции. Полученная зависимость имеет периодический характер и достигает максимальных величин при фазе, равной $\pi+2\pi n$, где n – целое число

Таким образом, проведенное моделирование (рис. 6–11) дало возможность определить параметры механизма, обеспечивающего синхронизацию мод при наличии связи между встречными волнами за счет рассеяния на оптических элементах. Это способствовало уменьшению области захвата, а также частотных, фазовых и амплитудных шумов при генерации в кольцевом лазере и тем самым улучшить точность лазерного гироскопа.

V. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

В работе была создана экспериментальная установка (рис. 13) на основе твердотельного лазерного гироскопа с активной средой YAG:Cr⁴⁺ [9, 18, 19]. Для возможно-

сти генерации фемтосекундных импульсов в режиме синхронизации мод и перестройки длины волны использовался дисперсионный резонатор [15, 16] (рис. 13). Длина волны генерации могла перестраиваться в широком диапазоне длин волн, при этом оптимальная настройка оказалась вблизи 1.5 мкм. Для накачки использовался волоконный иттербиевый лазер, генерирующий на длине волны 1.064 мкм. Кроме того, была изучена возможность использовать в качестве накачки полупроводниковый лазер. В результате оптимизации и настройки параметров резонатора лазера была получена стабильная двунаправленная генерация в кольцевом лазере в режиме синхронизации мод. Резонатор кольцевого лазера имеет z-образную конфигурацию и состоит из двух сферических зеркал, обеспечивающих фокусировку излучения моды в активной среде, двух плоских зеркал и дисперсионной призмы, вырезанной для преломляющих граней под угол Брюстера. В качестве активного элемента лазера использовался 20 мм длины кристалл $YAG:Cr^{4+}$ с входной и выходной гранями, вырезанными под угол Брюстера. Перестройка длины волны и изменение спектра излучения могла осуществляться за счет поворота призмы, смещения и изменения апертуры диафрагмы, а также поворотом выходного зеркала, расположенного за призмой. Полученная двунаправленная генерация показала высокую стабильность, выходная мощность в каждом направлении достигала 100 мВт. Чувствительность лазерного гироскопа к вращению определялась путем поворота оптического стола на небольшой угол. По расщеплению спектров частот продольных мод определена чувствительность на уровне 1 градуса в секунду (рис. 12).

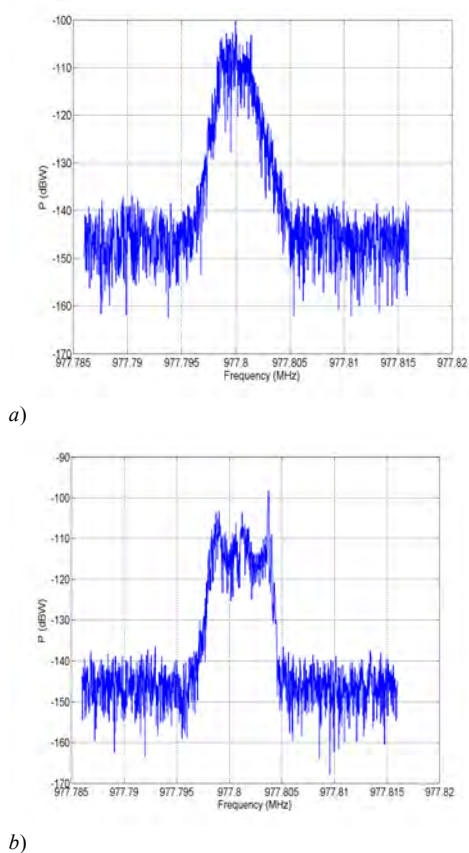


Рис. 12. Сигнал биений продольных мод на выходе оптического смесителя в покое (а) и при вращении с угловой скоростью 1 градус в секунду

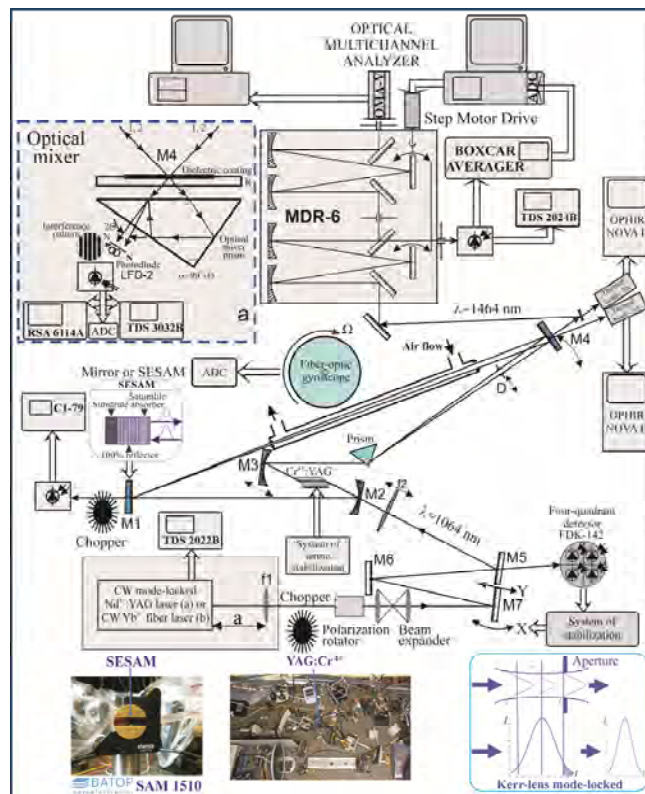


Рис. 13. Схема экспериментальной установки твердотельного лазерного гироскопа на $YAG:Cr^{4+}$

Для синхронизации мод использовался керровский механизм, когда в активной среде благодаря сильной фокусировке излучения формируется керровская линза, приводящая к расширению пучка на переднем и заднем фронте импульса. Затем когда импульс с таким поперечным пространственным распределением проходит через диафрагму, то передний и задний фронт сокращаются, обладая большими потерями (рис. 13). Это и приводит к селекции более интенсивных и коротких импульсов. В результате в лазере формируется последовательность фемтосекундных импульсов с частотой следования соответствующей межмодовой частоте. Керровская линза в активной среде формируется вследствие гауссова распределения поперечной структуры поля основной моды и обладает очень малыми характерными временами благодаря оптическому эффекту Керра, связанному с деформацией электронных оболочек среды и приводящему к линейной зависимости показателя преломления от интенсивности: $n = n_0 + n_2 I$. При этом величина $n_2 = 6.2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ очень мала, поэтому требуется очень сильная фокусировка излучения и сверхкороткие импульсы, обеспечивающие большие интенсивности, чтобы получить достаточную для синхронизации мод глубину модуляции потерь. Таким образом, получена длительность импульсов порядка 400 фс при настройке лазера в режим синхронизации мод. При этом наблюдалось уменьшение флуктуаций как интенсивности и спектра генерируемого излучения, так и частоты биений встречных волн. Длительность импульсов определялась по методу генерации второй гармоники. Спектр импульсов выходного излучения показан на рис. 14. При этом импульсы излучения в соответствии с оценкой $\Delta\omega_{1/2} \tau_{1/2} \approx 3.3$ являются практически спектрально ограниченными. Сигнал биений встречных

волн детектировался на фотоприемнике, размещенном на выходе оптического смесителя, и затем регистрировался с помощью скоростного АЦП.

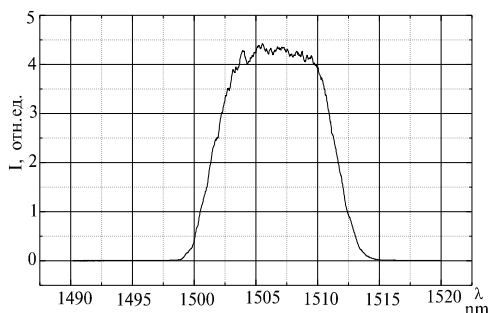


Рис. 14. Оптический спектр выходного излучения при синхронизации мод. Наблюдается уширение спектра, обусловленное генерацией сверхкоротких импульсов

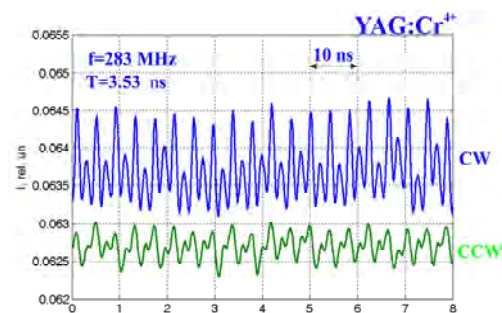


Рис. 15. Зависимость интенсивности каждого из встречных лучей на выходе кольцевого лазера при синхронизации мод. Наблюдается последовательность сверхкоротких импульсов с частотой 283 МГц

Для получения синхронизации мод наряду с керровским механизмом был использован полупроводниковый насыщающийся поглотитель SESAM (SAM 1510) (рис. 13), позволяющий улучшить начальный запуск синхронизации мод.

В целом экспериментальные исследования показали высокую стабильность двунаправленной генерации в кольцевом лазере и уменьшение флуктуаций сигнала биений, что способствовало улучшению регистрации углового вращения.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве оптического смесителя можно использовать смеситель, обеспечивающий расчетную задержку импульсов встречных волн так, чтобы они совпадали во времени на фотоприемнике. При этом лучше использовать синхронную регистрацию, обеспечивающую большое соотношение «сигнал–шум».

Синхронизация мод в двунаправленном режиме генерации получается более стабильной при сдвиге фазы модуляции потерь на π . Это может быть обеспечено путем использования керровской синхронизации мод.

Для устойчивой синхронизации мод в двунаправленном режиме необходимо выполнение неравенства $\Omega_{L13} > \Omega_{L12}$, ширина области захвата встречных волн должна быть меньше чем область захвата соседней моды боковой полосой. Величина области захвата частоты боковой полосой соседней моды зависит периодически от фазы модуляции потерь и максимальна, когда фаза равна π .

Генерация в лазере незначительно изменяет уровень люминесценции, причем в основном в коротковолновой части спектра. В длинноволновой части и рядом с линией генерации усиление практически не изменяется. Это говорит о малом влиянии друг на друга при генерации волн с разной частотой.

В результате расчетов и численного моделирования создана экспериментальная установка лазерного гироскопа на основе активной среды YAG:Cr^{4+} . Получена керровская синхронизация мод. Изучена динамика генерации и стабильность синхронизации мод при введении частотной невзаимности в резонатор.

В созданном лазере использовано минимальное количество дополнительных внутррезонаторных элементов для обеспечения режима синхронизации мод и дисперсии, обеспечивающей солитонный режим распространения импульсов в резонаторе.

Исследования показали, что особенности спектральных свойств широкополосной активной среды YAG:Cr^{4+} , используемой в кольцевом лазере гироскопа приводят к малой конкуренции при генерации встречных волн. Это позволяет получить устойчивую двунаправленную генерацию.

При керровской синхронизации мод использование полупроводникового насыщающегося поглотителя SESAM улучшает начальный запуск генерации гироскопа в режиме синхронизации мод.

Экспериментальные исследования показали высокую стабильность двунаправленной генерации и уменьшение флуктуаций сигнала биений, что повышает точность измерения угловых величин при использовании твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+} .

В целом проведенные исследования показали хорошие перспективы создания твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+} , работающего в многочастотном режиме генерации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Schwartz, S., Gutty, F., Feugnet, G., Loil, É., and Pocholle, J.-P., Solid-state ring laser gyro behaving like its helium-neon counterpart at low rotation rates, *OPTICS LETTERS*, 2009, vol. 34, no.24, pp. 3884–3886.
- [2] Schwartz, S., Lauprêtre, T., Goldfarb, F., Bretenaker, F., Ghosh, R., Carusotto, I., Feugnet, G., Gutty, F., Pocholle, J.-P., The solid-state ring laser gyro: current and future trends, *Proc. SPIE 8636, Advances in Slow and Fast Light VI*, 86360M (March 6, 2013). doi:10.1117/12.2013186.
- [3] Aronowitz, F., Laser gyros, In: *Lasers Applications*. Russian edition, M: «Mir», 1974, pp. 182–269.
- [4] Azarova, V.V., Golyaev, Yu.D., Dmitriev, V.G., Ring gas lasers with magneto-optical control for laser gyroscopy (invited paper), *QUANTUM ELECTRON*, 2000, 30 (2), 96–104.
- [5] Volk, C.H., Gillespie, S.C., Mark, J.G., Tazartes, D.A., *Multioscillator Ring Laser Gyroscopes and their Applications*, Litton Guidance and Control Systems, 5500 Canoga Ave, Woodland Hills, CA 91367-6698.
- [6] Malakhov, A.N. and Mal'tsev, A.A., Width of the spectral lines of an N-mode system which has an equidistant spectrum of natural frequencies and operates in a self-synchronous mode, *Radiofizika*, 1973, vol. 16, no. 8, pp. 1211–1220.
- [7] Bohn, M.J., Diels, J.-C. Bidirectional Kerr-lens mode-locked femtosecond ring laser, *Optics Communications*, 1997, no. 41, pp.53–58.

- [8] Golyaev, J.D., Zadernovskii, A.A., Stolyarov, S.N., The Solid-state Ring Laser and Opportunities of its use in Gyroscopy, «El. Tekhnika», 1983, no.3, vol. 11.
- [9] Alcock, J., The Cr⁴⁺:YAG Laser at 25 Years: A Review of the Promise, Progress, and Limitations of this Broad Gain Bandwidth 1.5 nm Laser Medium, Information and Communications Technologies, National Research Council of Canada, 1200 Montreal Road, Ottawa, Ontario, K1A 0R6, Canada, IEEE PHOTONICS SOCIETY NEWSLETTER, June, 2013.
- [10] Khanin, Ya.I., Osnovy Dinamiki Lazerov, Foundations of Laser Dynamics, M.: Nauka, «Fizmatlit», 1999.
- [11] Yariv, A., Kvantovaya Elektronika, pod redaktsiei Khanina Ya.I., M.: Sov. Radio, second edition, 1980.
- [12] Kvantovaya Optika i Kvantovaya Radiofizika. Lektsii v Letnei Shkole Teoreticheskoi Fiziki Grenobl'skogo Universiteta, Lezush, France, M.: «Mir», 1966.
- [13] Zeiger, S.G., Klimontovich, Yu.L., Landa, P.S., Lariontsev, E.G., and Fradkin, E.E., Wave and Fluctuational Processes in Lasers, M.: Nauka, 1974, 415 p.
- [14] Scully, M.O., Zubairy, S., Quantum Optics, Cambridge University Press, 1997, pod redaktsiei Samartseva V.V., Moscow: Nauka, «Fizmatlit», 2003, 510 p.
- [15] Broslavets, Yu.Yu., Satdykova, G.I., Fomitchev, A.A., Mode Locking in a Laser Gyroscope with a Solid State Active Medium The 23rd St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, Concern CSRI Elektropribor, JSC, 2016, pp. 131–144.
- [16] Broslavets, Yu.Yu., Georgieva, M.A., Fomitchev, A.A., Generation Regimes of Laser Gyro with Solid-state Broadband Active Medium and Gyro with Semiconductor Optical Amplifier, 20th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. P.: CSRI Elektropribor, 2013, pp. 63–65.
- [17] Kravtsov N.V., Lvov B.V., Petrun'kin V.Yu., Samusev K.B., Shelaev A.N., Shokalo V.I., Synchronization of longitudinal modes in a solid-state ring laser with semiconductor pumping, Avtometriya, 4, Leningrad, 1987.
- [18] Broslavets, Yu.Yu., Georgieva, M.A., Fomitchev A.A., Kerr-lens mode locking in a ring bidirectional YAG:Cr⁴⁺ laser, 20th International Conference on Advanced Laser Technologies, ALT Proceedings, 2012, vol. 1, doi:10.12684/alt.1.65.
- [19] Broslavets, Yu.Yu., Fomitchev A.A., Longitudinal modes lock-in in YAG:Cr⁴⁺ laser gyroscope at mode locking regime and its influence on lock-in of counterpropagating waves, International Conference Laser Optics, 2016, R1-66 – R1-66, doi: 10.1109/LO.2016.7549684, IEEE Conference Publications.
- [20] Broslavets, Yu.Yu., Fomitchev A.A., Polukeev E.A., and Ambartsuyan D.M., Noise rejection during mode-locking in a solid-state laser gyroscope based on YAG:Cr⁴⁺, International Conference Laser Optics (ICLO), St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1–1, doi: 10.1109/ICLO48556.2020.9285628.
- [21] Okhrimchuk A.G. and Shestakov A.V., Absorption saturation mechanism for YAG:Cr⁴⁺ crystals, Phys. Rev. B 61, 988, 2000, doi 10.1103/PhysRevB.61.988.
- [22] Звелто О. Принципы лазеров. СПб.: Издательство «Лань», 2008.
- [23] Херман И., Вильгельми Б. Лазеры сверхкоротких световых импульсов. М.: Мир, 1986.
- [24] Коротеев Н.И., Шумай И.Л. Физика мощного лазерного излучения. М.: Наука, Физматлит, 1991.
- [25] Ахманов С.А., Вислоух В.А. Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.
- [26] Eilers, H. et al., Performance of a Cr:YAG laser, IEEE Journal of Quantum Electronics, Sept. 1993, vol. 29, no. 9, pp. 2508–2512, doi: 10.1109/3.247708.
- [27] Okhrimchuk, A.G., Shestakov, A.V., Performance of YAG:Cr⁴⁺ laser crystal, Optical Materials, 1994, vol. 3, issue 1, pp. 1–13.
- [28] Бородин Н.И., Охримчук А.Г., Смолин Д.В., Шестаков А.В., Сенсбилизация люминесценции ионов Тm³⁺ ионами Cr⁴⁺ при непрерывной двухмикронной генерации в кристалле YAG:Tm³⁺, Cr⁴⁺, Ca²⁺ // Квантовая электроника, 21:11 (1994), 1038–1040 [Quantum Electron., 24:11 (1994), 965–967]

Новый четырехчастотный зеемановский лазерный гироскоп с непланарным симметричным резонатором, его параметры и особенности работы

Ю.Ю. Брославец
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

П.В. Ларионов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Е.А. Полукеев
МФТИ
Долгопрудный, Россия
epolukeev2105@yandex.ru

П.А. Филатов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.И. Вареник
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Э.А. Миликов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
milikov.ea@mipt.ru

В.Г. Семенов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
valerii.semenov.g@gmail.com

А.А. Фомичев
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Б. Колчев
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Д. Морозов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Б. Тарасенко
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Аннотация—В работе проведена оценка значений максимально достижимых точностей четырехчастотного зеемановского лазерного гироскопа (ЗЛГ) с непланарным симметричным резонатором с периметром 28 см. Приведены результаты измерений случайной шумовой составляющей сигнала четырехчастотного ЗЛГ, проведено сравнение с двухчастотным ЗЛГ. Оценен вклад магнитного поля в ошибку измерений четырехчастотного ЗЛГ. Представлен метод улучшения вычитания влияния внешних магнитных полей и система регулирования периметра, а также других параметров гироскопа, обеспечивающая такой режим работы ЗЛГ. Рассчитана эффективность использования дополнительных сигналов четырехчастотного ЗЛГ, получаемых от интерференции волн с одинаковым направлением обхода резонатора. Проведен анализ факторов, влияющих на достижение предельно возможных точностей измерений в четырехчастотном ЗЛГ, предложены наиболее перспективные направления модернизации четырехчастотного ЗЛГ для повышения точностных характеристик.

Ключевые слова—лазерный гироскоп, четырехчастотный лазерный гироскоп, зеемановский лазерный гироскоп, инерциальная навигационная система.

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных решений, направленных на улучшение точностных характеристик бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), является переход с широко применяемых на сегодняшний день двухчастотных [1] ЗЛГ [2] на четырехчастотные ЛГ [3, 9–12, 18]. Преимуществом ЗЛГ является отсутствие в конструкции механических подвижных элементов, так как вывод рабочей точки в линейную область характеристики обеспечивается не непосредственным вращением лазерного гироскопа вокруг оси чувствительности, а наложением на активную среду продольного магнитного поля. При этом чувствительность к внешним магнитным

полям [4], характерная для двухчастотных ЗЛГ, в четырехчастотных ЗЛГ компенсируется детектированием и обработкой сигналов, полученных от волн ортогональных круговых поляризаций, смещение частот которых при наложении магнитного поля имеет противоположные знаки.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХЧАСТОТНОГО ЗЛГ

A. Предел минимальной измеряемой угловой скорости

Для обеспечения актуальной для современной авиации точности в БИНС к лазерным гироскопам предъявляется требование по дрейфу нуля на уровне $\leq 0,01$ °/ч во всех условиях внешних воздействий. Далее приведена оценка теоретического предела минимального возможного дрейфа четырехчастотного ЗЛГ, который определяется естественными флуктуациями разности частот встречных волн [5, 6], то есть в основном спонтанными переходами, приводящими к нарушению фазы генерируемого излучения.

Предельная чувствительность лазерного гироскопа определяется как средний разброс усредненной за время измерения T частоты биений между встречными волнами [5, 6], которая, в свою очередь, связана со спектральной плотностью флуктуаций разности частот встречных волн:

$$S_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{T}}, \quad (1)$$

$$D = \frac{\mu^2 + \gamma^2}{\mu^2} \frac{\hbar\omega_0 (\Delta\omega_p)^2}{2P} \left(1 + \frac{R^0}{D^0} \right), \quad (2)$$

где S_f – предельная чувствительность лазерного гироскопа,

T – время измерения,

Для расчетов использованы следующие величины, характерные для исследуемого гироскопа:

$\mu \approx \gamma$ – отстройка частоты генерации относительно центра линии усиления,

γ – ширина линии спонтанного излучения атома,

$\hbar = 1,05457 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка,

$\omega_0 = 2,9758 \cdot 10^{15}$ рад/с – частота генерации лазера,

$\Delta\omega_p = 3,14 \cdot 10^6$ рад/с – ширина полосы резонатора (указана величина, характерная для экспериментального образца четырехчастотного ЗЛГ, в дальнейшем планируется снижение в 5-10 раз),

$P = 10^{-3}$ Вт – мощность лазерного излучения (указана величина, характерная для экспериментального образца четырехчастотного ЗЛГ, в дальнейшем планируется снижение в 5 раз),

$R^0 \approx 3 \cdot D^0$, D^0 – диагональные элементы матрицы плотности (величины порядка 3 и 1 соответственно),

$D \approx 0,0006$ Гц – спектральная плотность флуктуаций разности частот встречных волн (рассчитана на основе приведенных выше параметров).

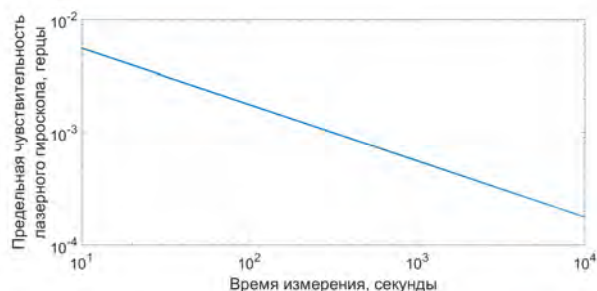


Рис. 1. Теоретическая предельная чувствительность четырехчастотного ЗЛГ в зависимости от времени измерения

Для четырехчастотного ЗЛГ с непланарным симметричным оптическим резонатором в форме правильного тетраэдра с периметром 28 см предельная чувствительность определена как средний разброс частоты биений между встречными волнами, усредненной за время измерения. Для времени усреднения 600 с получено значение 0,0007 Гц.

Полученную величину предельной чувствительности с помощью масштабного коэффициента можно пересчитать в величину минимальной измеряемой угловой скорости:

$$\Omega_{\min} = \frac{S_f}{K}, \quad (3)$$

$$K = \frac{4 \cdot S}{\lambda \cdot L}, \quad (4)$$

Ω_{\min} – минимальная измеряемая угловая скорость,

K – масштабный коэффициент,

S – площадь оптического контура гироскопа,

λ – длина волны излучения,

L – периметр резонатора.

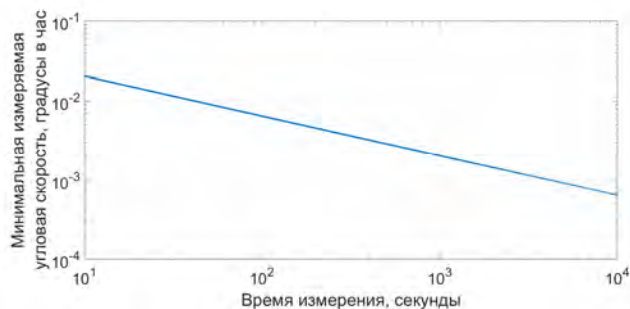


Рис. 2. Теоретическая минимальная измеряемая четырехчастотным ЗЛГ угловая скорость в зависимости от времени измерения

Для четырехчастотного ЗЛГ, работающего на длине волны 632,991 нм, имеющего непланарный симметричный оптический резонатор в форме правильного тетраэдра с периметром 28 см, минимальная измеряемая угловая скорость при времени измерения 600 с составила 0,0026 °/ч.

Б. Коэффициент случайного дрейфа

Одним из параметров лазерного гироскопа является коэффициент случайного дрейфа (ARW – angular random walk):

$$R_\phi = S_f \frac{\sqrt{T}}{K} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{D}}{K}, \quad (5)$$

где R_ϕ – коэффициент случайного дрейфа.

Для приведенных параметров четырехчастотного ЗЛГ значение коэффициента случайного дрейфа 0,0011 °/√ч.

В. Ошибка измерения угла

Через коэффициент случайного дрейфа можно определить ошибку в измерении угла, накапливаемую за время работы:

$$\sigma_\phi = R_\phi \sqrt{T}, \quad (6)$$

где σ_ϕ – ошибка измерения угла.

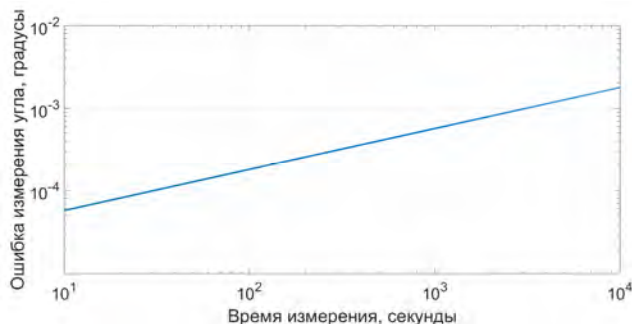


Рис. 3. Ошибка измерения угла четырехчастотным ЗЛГ в зависимости от времени измерения

Для приведенных параметров четырехчастотного ЗЛГ минимальная ошибка измерения угла за час работы составляет 0,0011°.

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХЧАСТОТНОГО ЗЛГ

A. Среднеквадратическое отклонение

Все дальнейшие измерения проведены на экспериментальном образце четырехчастотного ЗЛГ без гермооболочки и магнитных экранов. Среднеквадратическое отклонение характеризует измеряемые лазерным гироскопом исходные данные. Для четырехчастотного ЗЛГ с непланарным симметричным оптическим резонатором в форме правильного тетраэдра с периметром 28 см получены значения: поляризация 1 – 0,013 °/ч, поляризация 2 – 0,104 °/ч, четырехчастотный режим – 0,051 °/ч.

B. Вариация Аллана

Проведены экспериментальные исследования точностных характеристик экспериментального образца четырехчастотного ЗЛГ. Случайная шумовая составляющая сигнала четырехчастотного ЗЛГ определена расчетом вариации Аллана:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2}, \quad (7)$$

где σ – вариация Аллана, M – количество интервалов усреднения измеренных значений, \bar{y} – усредненные за временной интервал τ измеренные значения.

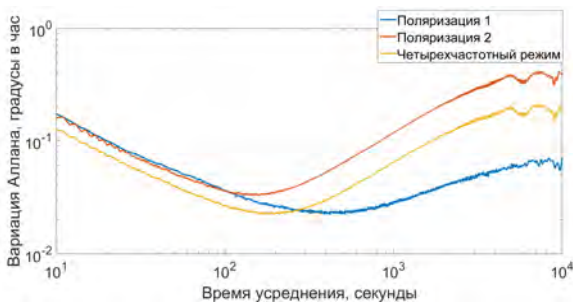


Рис. 4. Вариация Аллана четырехчастотного ЗЛГ в зависимости от времени усреднения сигнала

Вариация Аллана четырехчастотного ЗЛГ составила 0,02-0,03 °/ч при времени усреднения не более 150 с.

B. Коэффициент случайного дрейфа (ARW)

$$R_\phi = \sigma \cdot \sqrt{T}. \quad (8)$$

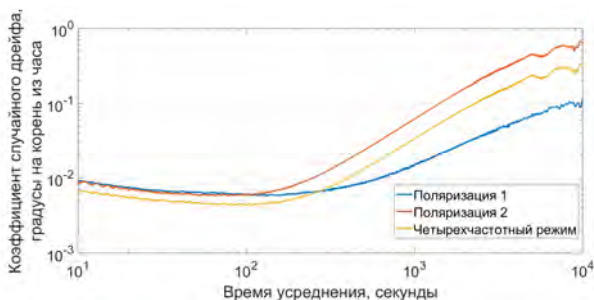


Рис. 5. Коэффициент случайного дрейфа четырехчастотного ЗЛГ в зависимости от времени усреднения сигнала Коэффициент случайного дрейфа четырехчастотного ЗЛГ составил 0,004-0,006 °/√ч при времени усреднения не более 120 с

Г. Ошибка измерения угла

За время измерения с учетом наличия дрейфа лазерный гироскоп дает ошибку в измерении угла, определяемую следующим образом:

$$\phi = \sigma \cdot T. \quad (9)$$

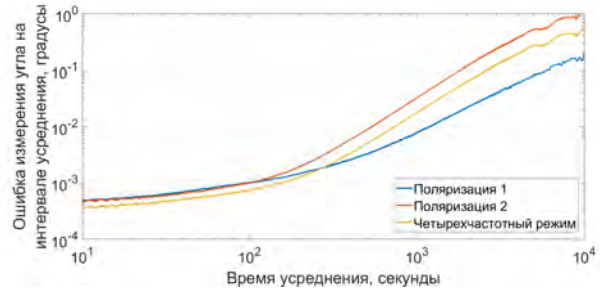


Рис. 6. Ошибка измерения угла четырехчастотным ЗЛГ в зависимости от времени усреднения

Для четырехчастотного ЗЛГ с указанными выше характеристиками получены значения: поляризация 1 – 0,0039° (на 600с), поляризация 2 – 0,0124° (на 600 с), четырехчастотный режим – 0,0068° (на 600 с).

IV. СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЕХЧАСТОТНОГО ЗЛГ

A. Учет разницы в магнитных чувствительностях волн ортогональных круговых поляризаций

Так как теоретический предел точности четырехчастотного ЗЛГ превосходит точность, достигнутую на экспериментальном образце, важно определить источники ошибок и разработать методы их компенсации. Первая исследованная остаточная составляющая ошибки измерений – магнитная. Вследствие различной дисперсии коэффициента преломления в гелий-неоновом лазере по частоте генерируемые в четырехчастотном ЗЛГ волны ортогональных круговых поляризаций имеют разную чувствительность к магнитному полю. Это приводит к неполной компенсации магнитной чувствительности четырехчастотного ЗЛГ при обработке сигналов волн ортогональных круговых поляризаций. В качестве решения данной проблемы предложено дополнительное детектирование сигналов биений волн, распространяющихся в одном направлении в оптическом резонаторе [7]:

$$\Omega = \frac{N_{ЛКП}^+ - N_{ПКП}^+ + N_{ЛКП}^- - N_{ПКП}^-}{4KT_3} - \frac{N_{СВ}^+ - N_{ССВ}^+ + N_{СВ}^- - N_{ССВ}^-}{4KT_3 \cdot (N_{СВ}^+ + N_{ССВ}^- - N_{ССВ}^+ - N_{СВ}^-)} \cdot (N_{ЛКП}^+ - N_{ЛКП}^- - N_{ПКП}^+ + N_{ПКП}^-) \quad (10)$$

Ω – угловая скорость вращения;

N – количество импульсов биений (индексы «+» и «-» относятся к положительному и отрицательному полупериодам работы зеэмановской частотной подставки, индексы ЛКП и ПКП обозначают излучение левой и правой

круговых поляризации, CW и CCW – волны, распространяющиеся в резонаторе по и против часовой стрелки);

K – масштабный коэффициент лазерного гироскопа;

T_3 – период зеэмановской частотной подставки.

Система регулирования периметра четырехчастотного ЗЛГ как правило строится таким образом, чтобы обеспечить равенство частотных смещений волн ортогональных круговых поляризации зеэмановской частотной подставкой, что достигается при равенстве магнитных чувствительностей волн ортогональных круговых поляризации. Если принять, что это условие заведомо выполняется, то в формуле (10) последний множитель обращается в ноль, при этом формула для определения угловой скорости вращения принимает традиционный вид, не зависящий от сигналов биений волн, сонаправленных в контуре резонатора. Тем не менее на практике система регулирования периметра работает в режиме непрерывной подстройки, отслеживая внешние воздействия. Управляющий сигнал подается на пьезодвигатель, после чего происходит смещение зеркал. Таким образом, система регулирования периметра удерживает равными магнитные чувствительности волн ортогональных круговых поляризации с определенной точностью, но в высокоточном приборе является важным учет относительно небольшого различия указанных величин. Детектирование двух дополнительных сигналов позволяет рассчитывать на улучшение предельных точностей в четырехчастотном ЗЛГ.

Ошибка от разницы магнитных чувствительностей волн ортогональных круговых поляризации может давать ощутимый вклад при воздействии магнитного поля Земли. Дополнительные детектируемые сигналы позволяют учесть разницу между магнитными чувствительностями волн ортогональных круговых поляризации и провести более полную компенсацию магнитной составляющей ошибки измерений.

Б. Учет разницы в условиях для встречных волн в лазерном гироскопе

С точки зрения дальнейшего повышения точности четырехчастотного ЗЛГ, перспективным является учет прочих невзаимных эффектов, влияющих по-разному на встречные волны ортогональных круговых поляризации.

Например, важным является учет эффекта Физо-Френеля, связанного с существующим в газоразрядной трубке лазера потоком атомов при накачке постоянным током. Как следствие, коэффициенты преломления оптической среды для встречных волн имеют неравные значения.

В. Оцифровка выходных сигналов

Точность измерений четырехчастотного ЗЛГ может быть ухудшена схемой детектирования выходных сигналов. Интерференционные картины, получаемые при сведении встречных лучей, детектируются фотоприемниками на выходе оптического смесителя излучения. При этом сигнал биений от фотоприемников после усиления и фильтрации превращается в прямоугольные импульсы с помощью компараторов – при превышении сигнала фотоприемника над установленным порогом, формируется импульс сигнала биений. При этом для срабатывания компаратора используется значение сигнала в одной точке, что может приводить к значительным флуктуаци-

ям фазы при изменении амплитуды. Кроме того, имеет место взаимное проникновение излучения ортогональных круговых поляризации вследствие неполного разделения лучей волн ортогональных круговых поляризации поляризатором, контраст которого ограничен технологией и качеством изготовления. Таким образом, на фотоприемниках одновременно имеется не только основной сигнал, но и примесь сигнала от волны ортогональной круговой поляризации. Следовательно, срабатывание компаратора не соответствует истинному импульсу сигнала, что ограничивает точность лазерного гироскопа. Использование вместо компараторов АЦП может существенно уменьшить такие ошибки, одновременно дав еще дополнительные параметры работы лазерного гироскопа. Для компенсации проникновения сигнала одной поляризации в другую, можно было бы использовать как аналоговое вычитание, так и цифровое, существенно ослабляя помехи от взаимопроникновения сигналов.

V. ВЫВОДЫ

Таким образом, обозначены подходы к определению теоретического предела точности четырехчастотного ЗЛГ, а также представлена фактическая точность экспериментального образца четырехчастотного ЗЛГ, предложен метод повышения точности компенсацией остаточной магнитной составляющей ошибки измерений и дальнейший учет невзаимных эффектов, по-разному влияющих на волны ортогональных круговых поляризации.

VI. ЧЕТЫРЕХЧАСТОТНЫЙ ЗЕЭМАНОВСКИЙ ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП С НЕПЛАНАРНЫМ СИММЕТРИЧНЫМ РЕЗОНАТОРОМ, ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИТАНИЯ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Современные лазерные гироскопы [1–7, 18] (рис. 7) широко используются как датчики угловой скорости и ориентации, определяя точность работы БИНС. Такие гироскопы характеризуются рядом положительных качеств: высокой точностью, быстрым выходом на рабочий режим, малой чувствительностью к ускорениям и ударам, высокой механической прочностью. Тем не менее повышение точности, а особенно уменьшение чувствительности к воздействию внешних магнитных полей лазерных гироскопов с магнитооптической частотной подставкой, является важнейшей задачей [8–15], решение которой актуально ввиду возрастающих требований по точности в навигации.

Нелинейность выходной частотной характеристики и образование области захвата частоты [1, 17, 18] (рис. 15), в которой разность частот встречных волн равна нулю и измерение вращения вызывает большие сложности, обусловлена связью встречных волн через рассеяние на оптических элементах резонатора. Одним из подходов, обеспечивающих создание частотной подставки, является использование магнитооптических явлений [2–4, 7–15, 18], для чего лазерный гироскоп делается чувствительным к магнитному полю благодаря либо эффекту Фарадея, либо работающим совместно эффектам Зеэмана и затягивания частоты. Это позволяет путем наложения магнитного поля сместить рабочую точку на выходной частотной характеристике в линейную область и измерять малые вращения с высокой точностью. Но в этом случае лазерный гироскоп оказывается чувствительным к внешним магнитным полям, что существенно ухудшает его точность.

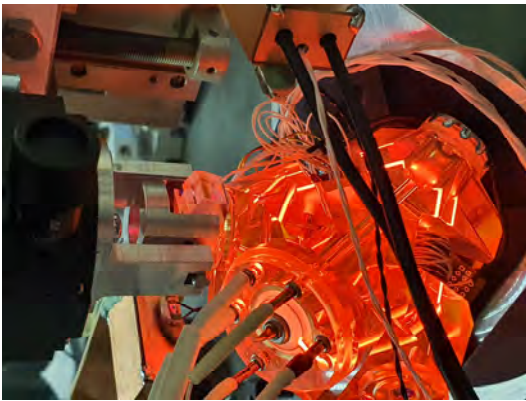


Рис. 7. Фотография четырехчастотного лазерного гироскопа во время настройки оптического смесителя

Для уменьшения магнитной чувствительности таких гироскопов используют одновременную генерацию на модах с левой и правой поляризацией (рис. 9), так называемый четырехчастотный режим генерации [18]. Но чувствительность разности частот встречных волн при воздействии магнитного поля для мод с ортогональной круговой поляризацией, хотя и имеет разный знак, по величине может отличаться в зависимости от ряда условий. Для зеemanовских лазерных гироскопов величина расщепления частот генерации встречных волн определяется зеemanовским расщеплением уровней и аномальной дисперсией усиливающей активной среды. Дисперсионная кривая зависит от усиления, интенсивности генерации, ширины и симметричности контура усиления, который может изменяться при изменениях температуры, однородного уширения, давления, состава рабочей смеси, соотношения изотопов неона, гелия, а также других параметров рабочей смеси.

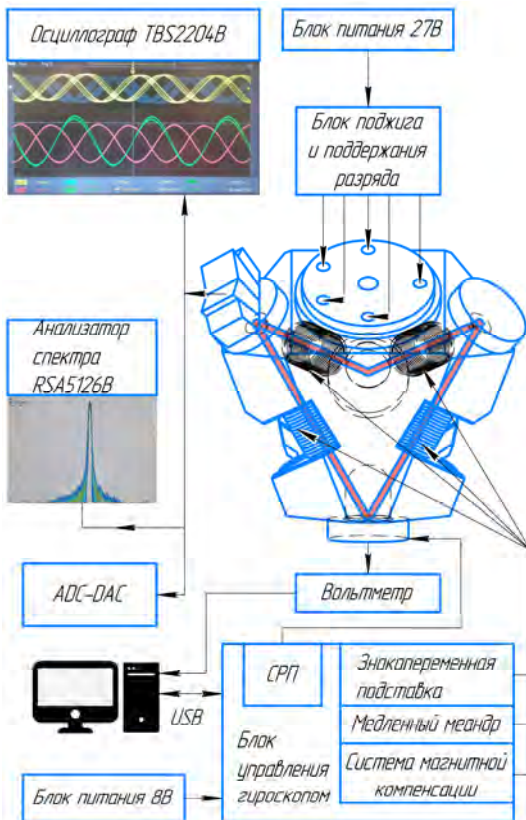


Рис. 8. Схема экспериментальной установки четырехчастотного лазерного гироскопа

Сумма частот зеemanовских биений пучков ортогональных поляризаций [15]:

$$f_1 + f_2 = K\xi, \quad (11)$$

$$K = \Delta\nu\eta\mu\delta K(\mu, \delta), \quad (12)$$

где ξ – расстройка частоты,

$\Delta\nu$ – ширина полосы резонатора,

η – превышение усиления над потерями,

μ – зеemanовское расщепление подуровней,

δ – межмодовый интервал,

$K(\mu, \delta)$ – функция магнитной чувствительности к расстройке.

Это выражение (11), с одной стороны, определяет точность системы поддержания периметра, а с другой – остаточную чувствительность к влиянию магнитного поля. Для получения максимального подавления влияния магнитных полей необходимо сделать, чтобы чувствительность к смещению частоты (рис. 11) по модулю для волн левой и правой поляризации была одинаковой. Еще более сильное подавление влияния магнитных полей может быть достигнуто, если первая производная при изменении величины магнитного поля будет минимальна. Что можно осуществить, выбирая оптимальную рабочую точку для гироскопа.

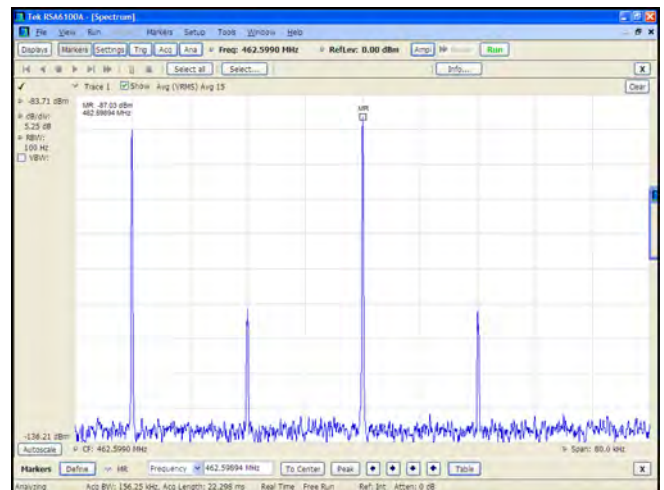


Рис. 9. Спектр сигнала биений волн одного направления, имеющих левую и правую круговые поляризации и аналогично, но противоположного направления. Межмодовый интервал ~462.6 МГц. Два больших пика соответствуют встречным направлениям волн, а малые пики возникают в результате взаимодействия волн через рассеяние на элементах резонатора

Таким образом, в работе представлены результаты по созданию нового четырехчастотного зеemanовского лазерного гироскопа с непланарным резонатором в форме правильного тетраэдра (рис. 7, 8). Показана возможность максимального подавления влияния внешних магнитных полей за счет оптимального выбора рабочей точки, высокой точности системы регулирования периметра и использования как магнитных экранов, так и активного экранирования.

В гироскопе был использован непланарный резонатор (рис. 7, 8), в котором все углы падения на зеркала имеют 30 градусов, а отношение p к s компоненты эллиптического пучка на выходе лазера получилось равным 4.5, что мо-

жет быть хорошо скомпенсировано с помощью специального многослойного отражающего покрытия, преобразовав поляризацию излучения в круговую. Круговая поляризация излучения необходима для возможности разделения пучков с левой и правой поляризацией. Это легко можно осуществить, используя фазовую пластинку $\lambda/4$, преобразуя круговые ортогональные поляризации в ортогональные линейные, которые можно разделить с помощью поляризатора на основе наклонного многослойного покрытия. При работе четырехчастотного гироскопа очень важно разделение сигналов биений от разных поляризаций, и именно компенсация эллиптичности обеспечивает малое проникновение одного сигнала в другой.

В работе проведена оптимизация распределения поля моды (рис. 10) в непланарном резонаторе четырехчастотного лазерного гироскопа с целью уменьшения потерь в резонаторе, обеспечения устойчивости распределения поля на зеркалах и диафрагме при температурных деформациях резонатора и смещениях зеркал при работе системы регулирования периметра. В результате оптимизации получены зависимости размеров перетяжек в ортогональных плоскостях для астигматичного пучка в зависимости от размеров диафрагмы в резонаторе для разной кривизны используемых сферических зеркал.

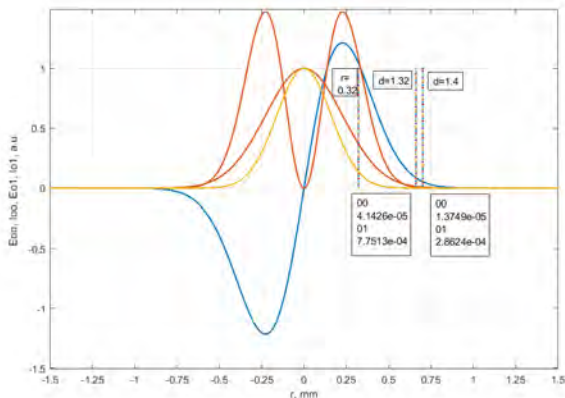


Рис. 10. Распределение поля и интенсивности основной и первой поперечной моды в поперечном сечении диафрагмы. Рассчитаны потери для соответствующих мод, обусловленные негауссовой диафрагмой. Астигматичность пучка, ввиду незначительности, при расчете потерь, не учитывалась. Приведены потери для мод на диафрагме при диаметре 1.32 мм и 1.4 мм

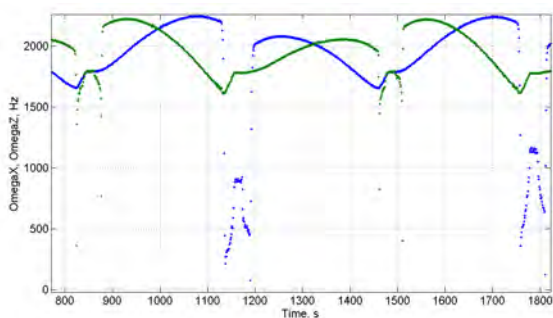


Рис. 11. Зависимость величины подставки сигналов биений ортогональных поляризаций A_{sin} и B_{sin} при перестройке частоты генерации в лазерном гироскопе. Перестройка происходила пилообразным (от времени) напряжением, подаваемым на пьезодвигатели

Для определения областей оптимальной работы гироскопа при перестройке частоты измерена зависимость мощности генерируемого излучения в одном направлении для излучения левой и правой поляризации (рис. 12).

Для этого выходное излучение направлялось на компенсирующее покрытие, превращающее эллиптическую поляризацию в круговую и после сдвига фазы на $\pi/2$ – в две ортогональные линейные, которые разделялись с помощью призмы Глана. Интенсивность измерялась с помощью ФЭУ с красным фильтром. Область перекрытия кривых соответствует наличию четырехчастотного режима работы. Одним из грубых методов настройки длины периметра может быть выведение длины резонатора в точку равенства мощностей генерации волн с левой и правой поляризациями. Это будет обеспечивать стабилизацию частоты. В этом случае, для генерируемых в гироскопе волн с левой и правой поляризацией, чувствительность к воздействию магнитного поля будет разная.

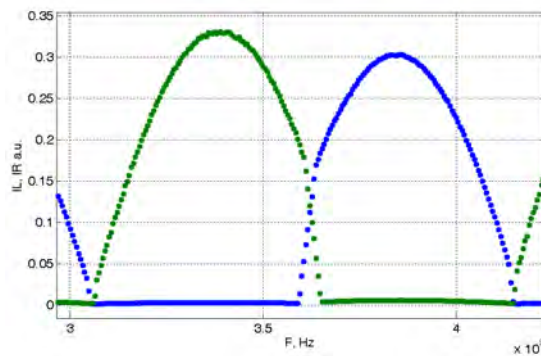


Рис. 12. Зависимость интенсивности излучения на выходе кольцевого лазера в одном направлении для ортогональных круговых поляризаций при перестройке частоты. Измерения проводились при незначительном превышении усиления над порогом. Увеличение превышения усиления приводит к увеличению перекрытия областей генерации волн с левой и правой круговой поляризацией

Оптимальным методом стабилизации длины периметра резонатора является подход, основывающийся на сравнении частот знакопеременных подставок. Для уменьшения остаточной чувствительности зеемановского четырехчастотного лазерного гироскопа к внешним магнитным полям рабочая точка, определяемая частотами генерации излучения мод с левой и правой поляризацией относительно контура усиления, была выбрана так, чтобы обеспечивалось равенство по модулю чувствительностей к магнитному полю для мод ортогональных поляризаций. В соответствии с кривыми на рис. 11 рабочая точка с равными чувствительностями к магнитному полю соответствует пересечению зависимостей величин подставок для волн ортогональных поляризаций от перестройки периметра. Без использования экранов и активного экранирования получено подавление чувствительности к влиянию внешних магнитных полей более чем на два порядка.

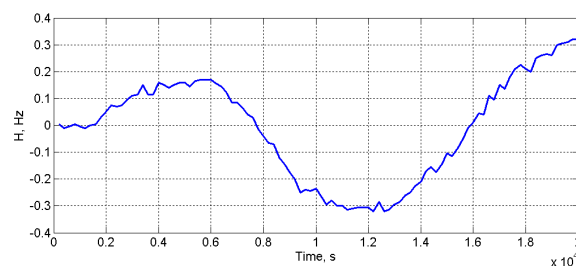


Рис. 13. Зависимость сигнала величины внешнего магнитного поля измеряемого в четырехчастотном режиме работы. Измеряемый сигнал может использоваться для дополнительной компенсации внешнего магнитного поля

В четырехчастотном гироскопе, вычитая сигналы вращения, полученные для волн с левой и правой поляризации, получается сигнал пропорциональный величине внешнего магнитного поля (рис. 13). Этот сигнал может быть использован для компенсации остаточного влияния магнитного поля в физико-математической модели или в качестве сигнала в системе активного экранирования. Необходимо отметить, что ослабление величины магнитного поля в области активных промежутков, получаемое при работе активной системы экранирования, существенно уменьшает влияние нелинейных эффектов и повышает как степень экранирования, так и стабильность работы системы регулирования периметром.

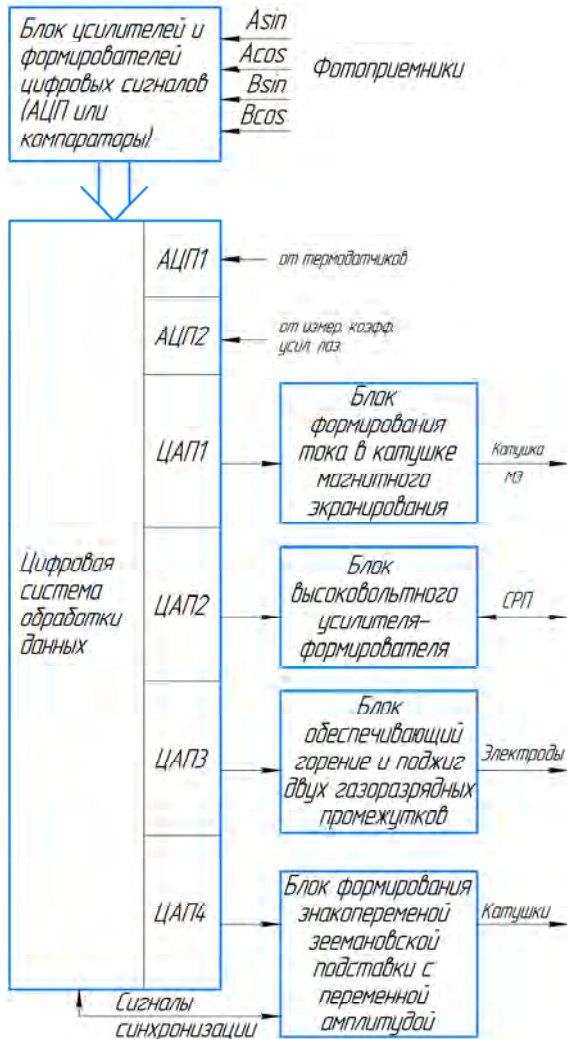


Рис. 14. Структурная схема электронных блоков обеспечивающих работу четырехчастотного лазерного гироскопа

Экспериментальные исследования проводились на установке (рис. 8, 14), включающей в себя созданный четырехчастотный зеемановский лазерный гироскоп с непланарным резонатором с периметром 28 см в форме правильного тетраэдра, комплект контрольно измерительной аппаратуры: осциллограф, блоки питания, радиотехнический спектроанализатор, мультиметры, компьютер, блок управления гироскопом, АЦП, радиоэлектронные схемы, созданные для системы управления периметром (СРП) и другие приборы. Так же использованы созданные программы, обеспечивающие сбор данных измеряемых параметров гироскопа, а также их обработку. Для управления

гироскопом создан специальный электронный блок, обеспечивающий необходимые сбор и обработку данных, режимы управления, а также блоки поджига и поддержания разряда в лазерном гироскопе. Для обеспечения работы в четырехчастотном режиме использовалась ~53/47% смесь изотопов Ne^{20} и Ne^{22} неона в активной среде. Соотношение изотопов очень важно для обеспечения симметричности контура усиления, что обеспечивает лучшее вычитание влияния магнитных полей.

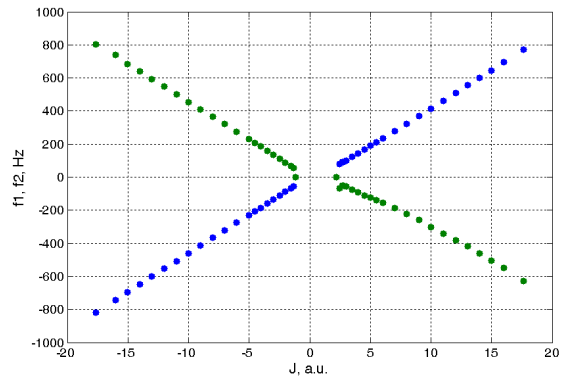


Рис. 15. Выходная частотная характеристика четырехчастотного лазерного гироскопа для ортогональных поляризаций. Граница области захвата $\Omega_L \sim 100$ Гц

В работе проведены исследования захвата частоты при работе гироскопа в четырехчастотном режиме (рис. 15). В резонаторе использованы зеркала, нанесенные на подложки с малой шероховатостью, что и определило малую область захвата частоты встречных волн. Измерение выходной частотной характеристики лазерного гироскопа показало, что граница захвата ~ 100 Гц и наблюдается гистерезис, вход и выход из области захвата находятся в разных точках. При этом граница захвата для волн разных поляризаций незначительно отличается.

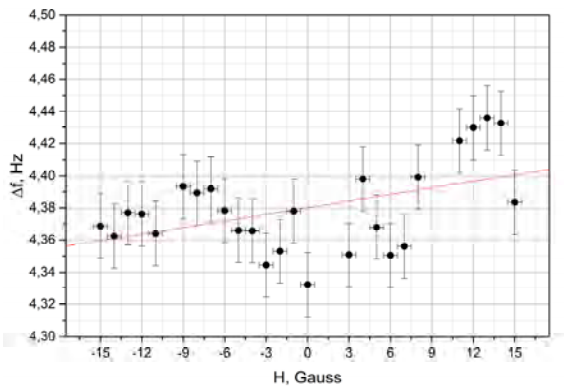


Рис. 16. Зависимость частоты сигнала биений лазерного гироскопа в четырехчастотном режиме работы от величины внешнего магнитного поля в режиме активного и пассивного экранирования. Чувствительность к магнитному полю 0.001 Гц/Гс, что соответствует 0.0018 градуса в час на Гаусс

Для определения остаточной магнитной чувствительности (рис. 16) были проведены измерения влияния внешнего магнитного поля на сигнал вращения лазерного гироскопа в четырехчастотном режиме генерации с внешним экраном и активной системой подавления магнитного поля работающей по сигналам, получаемым из сигналов биений (рис. 13). Величина магнитного поля регулировалась изменением тока во внешней катушке и измерялась с помощью магнетометра. Полученная зави-

симость (рис. 16) показала чувствительность к магнитному полю на уровне 0.0018 градусов в час на Гаусс.

В целом в результате проведенных исследований, создан зеэмановский четырехчастотный лазерный гироскоп, обладающий малой чувствительностью к внешним магнитным полям и дрейфом нуля порядка нескольких тысячных градуса в час.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- В результате проведенных исследований получены оптимальные области частот генерации в пределах контура усиления активной среды, а также необходимая амплитуда подставки, обеспечивающие максимальное подавление влияния магнитного поля на дрейф гироскопа.
- Создана система управления гироскопом, выводящая его в режим минимальной магнитной чувствительности, а также система активного магнитного экранирования.
- Использование разработанных методов в четырехчастотном лазерном гироскопе в совокупности позволяет получить ослабление влияния магнитного поля более чем на три порядка.
- Чувствительность к внешним магнитным полям составила 0.0018 градусов в час на Гаусс.
- Ряд полученных результатов может быть использован не только в четырехчастотном зеэмановском лазерном гироскопе, но и на двухчастотных зеэмановских лазерных гироскопах с квазичетырехчастотным режимом работы.

Авторы выражают особую благодарность Е.А. Шурыгину за проведенные измерения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Аронович, Ф. Лазерные гироскопы. Применения лазеров. М.: «Мир», 1974. С. 211–221.
- [2] Азарова, В.В., Голяев, Ю.Д., Дмитриев, В.Г. Кольцевые газовые лазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии // Квантовая электроника. 2000. 30. №2. С. 96–104.
- [3] Азарова, В.В., Голяев, Ю.Д., Савельев, И.И. Зеэмановские лазерные гироскопы // Квантовая электроника. 2015. 45. №2. С. 171–179.
- [4] Колбас, Ю.Ю., Савельев, И.И., Хохлов, Н.И. Влияние внешних и внутренних магнитных полей на стабильность смещения нуля зеэмановского лазерного гироскопа // Квантовая электроника. 2015. 45. №6. С. 573–581.
- [5] Зейгер, С.Г., Климонтович, Ю.Л., Ланда, П.С. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. М.: «Наука», 1974, 415 с.
- [6] Брославец, Ю.Ю., Георгиева, М.А. Лазерный гироскоп. Лабораторная работа по курсам: квантовая электроника, физические основы фотоники и нанофотоники. М.: МФТИ, 2018, 36 с.
- [7] Milikov, E.A., Broslavets, Yu.Yu., Semenov, V.G., Fomichev, A.A. Four-frequency Zeeman laser gyro's counterpropagating waves signals processing methods, Proceedings – International Conference Laser Optics 2020, ICLO 2020, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., ISBN: 978-172815233-2, DOI: 10.1109/ICLO48556.2020.9285430.
- [8] Jianqiang, Y., Baolun Y., Meng G., and Yong Z., Study on the magnetic sensitivity of four frequency differential ring laser gyro, 2nd IEEE International Conference on Information Management and Engineering, Chengdu, IEEE, 2010, pp. 529–533.
- [9] Smith, I.W., Dorschner, T.A., and Holz, M., Four-frequency ring laser gyroscopes, ICALEO, Orlando, Laser Institute of America, 1982, 84.
- [10] Smith, I.W. and Dorschner, T.A., Biassing The raytheon four-frequency ring laser gyroscope, 22nd Annual Technical Symposium, San Diego, SPIE Proceedings, 1978, vol. 0157, pp. 21–29.
- [11] Andrews, D.A. and King, T.A., Investigation of a multi-oscillator ring laser with magneto-optic bias, J. Phys. D: Appl. Phys., 1994, 27, pp. 1815–1822.
- [12] Volk, C.H., Gillespie, S.C., Mark, J.G., Tazartes, D.A., Multioscillator ring laser gyroscopes and their applications, Optical Gyros and their Applications, NATO RTO AGARDograph, 1999, p. 339.
- [13] Назаренко М.М., Савельев И.И., Скулаченко С.С., Хромых А.М., Юдин И.И. Исследование зеэмановских биений в двухмодовом лазере бегущей волны // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. №8. С. 1738–1746.
- [14] Назаренко М.М., Рыбаков Б.В., Серебряков Г.С., Скулаченко С.С., Юдин И.И. Лазерный источник излучения для практической интерферометрии // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. №4. С. 880–882.
- [15] Назаренко М.М., Савельев И.И., Скулаченко С.С., Хромых А.М., Юдин И.И. Взаимодействие мод с ортогональными круговыми поляризациями в кольцевом зеэмановском лазере // Квантовая электроника. 1979. Т. 6. № 8. С. 1698–1704.
- [16] Веткин В.А., Хромых А.М. Конкуренция продольных мод в кольцевом лазере с анизотропным резонатором // Квантовая электроника. 1972. № 3(9). С. 59–68.
- [17] Aronowitz, F., Collins, R.J., Lock-In and Intensity-Phase Interaction in the Ring Laser, 1970, 41, pp.130–141.
- [18] Broslavets, Yu.Yu., Fomichev, A.A., Ambartsumyan, D.M. and Polukeev, E.A. Creation of Conditions for the Maximum Suppression of Magnetic Field Influence on Zero Drift in Four-Frequency and Quasi-Four-Frequency Zeeman Laser Gyroscopes, 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS43215.2020.9133808.

Методы исследования температурных характеристик чувствительного элемента волоконно-оптического гироскопа

Д.С. Смирнов
НИЦ Световодной Фотоники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
dsmirnov@itmo.ru

В.Е. Стригалев
НИЦ Световодной Фотоники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
vestrigalev@itmo.ru

И.Г. Дейнека
НИЦ Световодной Фотоники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
igdeyneka@itmo.ru

И.К. Мешковский
НИЦ Световодной Фотоники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
igorkm@itmo.ru

А.В. Куликов
НИЦ Световодной Фотоники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
avkulikov@itmo.ru

Аннотация—Одним из источников ошибки показаний волоконно-оптического гироскопа (ВОГ) является температура окружающей среды. В частности, температурное воздействие на чувствительный элемент ВОГ – волоконно-оптический контур (ВОК) вызывает ошибку угловой скорости, которая пропорциональна пространственным и временным градиентам температуры окружающей среды. Для компенсации этой ошибки ВОК оснащают датчиками температуры, которые могут устанавливаться как на внешний корпус катушки, так и непосредственно на само волокно [1]. С увеличением скорости изменения температуры критическим моментом становится время детектирования этих изменений: несовпадение во времени данных ВОГ и температурных измерителей может негативно отразиться на результатах компенсации. Установка датчиков температуры на поверхность оптического волокна увеличивает механическое воздействие на волокно, что может привести к возникновению ошибок, например, при вибрациях. Разницу во времени между моментом регистрации температуры и реакцией гироскопа на изменение температуры ВОК можно вычислить с помощью методов оптимизации [2]. Однако методы оптимизации не всегда могут отличить локальный максимум от глобального, что может привести к неверному вычислению информации о данной разнице. Целью работы является рассмотрение способов измерения температуры волоконно-оптического контура для определения разницы во времени между реакцией гироскопа и регистрацией соответствующего этой реакции значения температуры датчиками температуры.

Ключевые слова—волоконно-оптический гироскоп, ВБР, распределенное измерение температуры.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для повышения точностных характеристик волоконно-оптических гироскопов в широких диапазонах температур необходимо снижать зависимость показаний угловой скорости от пространственных и временных градиентов температуры. В частности, изменение температуры волоконно-оптического контура (ВОК) влечет за собой ошибку детектирования угловой скорости. Для вычисления ошибки угловой скорости в литературе встречается следующее условие [3]:

$$E = D_T \Delta T + D_{\dot{T}} (dT / dt) + \bar{D}_{\nabla \bar{T}} \cdot \frac{d\nabla \bar{T}}{dt}, \quad (1)$$

где $D_T \Delta T$ – дрейф, обусловленный температурой (ΔT), $D_{\dot{T}} (dT/dt)$ – дрейф, обусловленный изменением температуры во времени (dT/dt), $\bar{D}_{\nabla \bar{T}} \cdot (d\nabla \bar{T} / dt)$ – дрейф, обусловленный изменением температурного градиента во времени $D_T \Delta T \cdot (d\nabla \bar{T} / dt)$.

Ряд работ посвящен вопросу улучшения работы алгоритма компенсации: уточнению вида зависимости (добавление квадрата и куба температуры и т.д.), а также улучшению работы самого алгоритма термокомпенсации (1) (точность подбора коэффициентов, увеличение вычислительной эффективности решения задачи оптимизации). В рамках данной статьи предлагается обзор потенциальных методов и направлений исследования ВОК для повышения точностных характеристик волоконно-оптического гироскопа.

2. КОНСТРУКЦИЯ ВОК

В классическом представлении ВОК для гироскопов навигационного класса точности представляет собой длинный отрезок волокна (~1 км), намотанный на цилиндрический каркас (рис. 1).

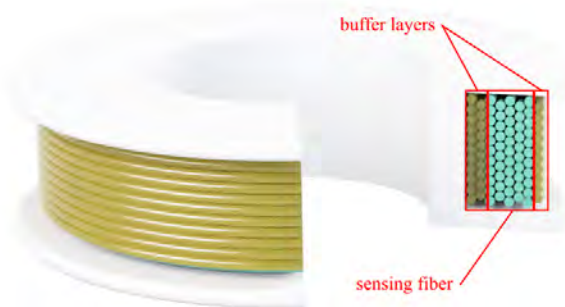


Рис. 1. Разрез ВОК: желтым цветом показаны буферные слои оптического волокна, зеленым – чувствительная часть ВОК

Для снижения различных эффектов, включая пространственные температурные градиенты, оптическое волокно наматывается на цилиндрический каркас поверх буферных слоев оптического волокна, а сверху закрывается дополнительными буферными слоями волокна. Для уменьшения взаимодействия поляризационных мод в волокне зазоры между слоями волокна заполнены специальным компаундом.

III. СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОПТИЧЕСКОГО КОНТУРА

A. Измерение температуры окружающей среды

Исследователи в статье рассматривают проблему оптимального положения термоматрицы. Для этого датчики закрепляют в различных местах конструкции с целью выявления наилучшего места расположения термодатчика для повышения эффективности алгоритмов компенсации.

Авторы статьи [4] выявили оптимальные места расположения датчиков температуры путем моделирования распространения тепла в конструкции ВОК. В результате авторы предлагают располагать датчики температуры в наиболее и наименее прогретые места ВОК.

Для измерения температуры волокна отдельные точечные датчики не подходят, поэтому необходимо использовать методы, в которых чувствительным элементом является само волокно.

B. Точечное измерение температуры оптического волокна

Для псевдораспределенного измерения температуры в оптическом волокне могут использоваться волоконные Брэгговские решетки (ВБР): сдвиг резонансной длины волны ВБР определяется выражением

$$\lambda_B = 2 \left(\Lambda \frac{\partial n}{\partial l} + n \frac{\partial \Lambda}{\partial l} \right) \delta l + 2 \left(\Lambda \frac{\partial n}{\partial T} + n \frac{\partial \Lambda}{\partial T} \right) \delta T, \quad (2)$$

где λ_B – резонансная длина волны ВБР; n – показатель преломления; Λ – период ВБР; δl – изменение длины, вызванное деформирующим напряжением; δT – температура.

В связи с особенностями конструкции ВОК при воздействиях на волокно могут возникнуть деформирующие напряжения, что не позволит интерпретировать информацию о сдвиге резонансной длины волны как следствие однозначно температурного воздействия.

C. Распределенное измерение температуры оптического волокна

На сегодняшний день широкое развитие получили распределенные системы измерения температуры (DTS) с использованием оптического волокна. Одним из таких способов является метод на основе излучения Рамана: его преимущество заключается в том, что натяжение в волокне не влияет на показания температуры. Использование данного метода продемонстрировано в работе [5], где исследователи заменили двулучепреломляющее оптическое волокно на многомодовое. Авторы проводили

измерения с целью выбора подходящего компаунда для ВОК. Такой метод исследования позволяет производить измерения в отрезках волокна до нескольких километров, но пространственное разрешение таких измерительных систем на сегодняшний день составляет 1 м; при этом радиус ВОК в современных волоконно-оптических гироскопах не превышает 10 см. Такое соотношение не позволит оценить пространственные градиенты в ВОК.

Развитие методов рефлектометрии позволило улучшить разрешение измеряемой температуры: приборы на основе метода рефлектометрии рассеяния (OBR) позволяют на расстоянии до 70 м получать рефлектограмму с пространственным разрешением 1 мм [6]. Учитывая, что диаметр ВОК может варьироваться от десятков миллиметров [7] до десятков сантиметров [8], с использованием данного метода возможно провести измерение распределения температуры сразу в нескольких витках волокна.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы рассмотрены методы измерения температуры волоконно-оптического контура, оценены их достоинства и недостатки. Для проведения исследований макетов ВОК рекомендуется рассмотреть возможность использования комбинаций приведенных способов измерения температуры волокна для построения наиболее полной тепловой модели, что позволит снизить ошибку угловой скорости, вызванной изменением температуры окружающей среды.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Vahrameev, E.I. et al., Termometriya bloka chuvstvitel'nosti volokonno-opticheskogo gyroskopa v usloviyakh teplovogo dreifa [Thermometry of sensing block of fiber-optic gyroscope in a thermal drift conditions], PNRPU Aerosp. Eng. Bull., 2010, no. 30, pp. 27–40.
- [2] Huang, C., Li, A., Qin, F., Tong, L., and Wang, Z., Temperature error compensation method for fiber optic gyroscope considering heat transfer delay, IEEE 3rd International Conference on Electronic Information Technology and Computer Engineering, EITCE 2019, 2019, doi: 10.1109/EITCE47263.2019.9094814.
- [3] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros. 2008.
- [4] Breslavsky, D.V., Pogorelov, S.Y., Schastlivets, K.Y., Batyrev, B.I., Kuznetsov, Y.A., and Oleynik, S.V., Development of method for determine temperature gradients in fiber-optic gyroscope oius501, Mech. Mech. Eng., 2012, pp. 90–101.
- [5] Shi, H., Xu, B., Ding, D., and Feng, W., Multi-factor fiber coil temperature distribution model of FOG based on distributed fiber temperaturesensor, AOPC 2017: Optoelectronics and Micro/Nano-Optics, Oct. 2017, p. 62, doi: 10.1117/12.2285247.
- [6] Luna Technologies, OBR 4600 Reflectometer, 2019.
- [7] Fizoptika, Fiber Optic Gyroscope VG091A/VG091A-4LN.
- [8] Gromov, D., Teplovaya zashchita i termostabilizaciya volokonno-opticheskikh gyroskopov [Thermal protection and thermostabilisation of fiber-optic gyroscopes], ITMO University, 2014.

Работа выполнена в Университете ИТМО при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, название проекта – «Создание производства волоконнооптических гироскопов для контрольно-измерительных устройств и наземных транспортных систем», Соглашение №075-11-2019-026 от 27.11.2019.

Поляризационно-устойчивый германосиликатный световод с эллиптической сердцевиной для волоконно-оптических гироскопов

Д.Р. Девятьяров
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
nineyarov@mail.ru

Аннотация—Представлена MCVD-технология поляризационно-устойчивых одномодовых волоконных световодов с эллиптической сердцевиной, легированной 20 мол% GeO₂ для волоконно-оптических гироскопов, затухание и h-параметр которых на длине волны 1.55 мкм равны соответственно 2 дБ/км и $3 \cdot 10^{-5}$.

Ключевые слова—MCVD-технология, поляризационно-устойчивые оптические волокна, германо-силикатные волокна, волоконно-оптические гироскопы, кислорододефицитные германиевые центры.

I. ВВЕДЕНИЕ

Интерферометрические волоконно-оптические датчики являются важнейшей частью многих современных систем навигации. Чувствительным элементом таких приборов является многovitковый кольцевой интерферометр Саньяка, работающий по известному принципу [1]. Наиболее распространенные варианты таких интерферометров требуют применения оптических волокон (ОВ), сохраняющих состояние поляризации. Востребованность такого рода навигационных приборов в самых различных областях [2] накладывает на световоды дополнительные требования, в том числе к изгибостойкости, оптическим потерям и т.д.

Сохранению состояния поляризации в одномодовом волоконном световоде способствует двулучепреломление, что обеспечивается анизотропией напряженного состояния сердцевины или ее эллиптической формой. Второе конструктивное решение для световода из кварцевого стекла с германосиликатной сердцевиной по простоте конструкции волокна и ее технологии выгодно отличается от первого. Однако изготовление таких световодов наиболее простым методом химического парофазного осаждения (MCVD) не реализовано до настоящего времени, так как для таких световодов необходимо создание большой разницы показателей преломления сердцевины и оболочки (Δn), что влечет за собой аномально высокий уровень оптических потерь (ОП) [3]. Основная причина этого явления заключается в дефиците кислорода центральной части германосиликатной сердцевины [4], что приводит к образованию дефектов, повышающих затухание световодов.

Недавно предложено техническое решение по устранению дефектной по содержанию кислорода части сердцевины в одномодовых световодах, высоколегированных GeO₂ [5] при MCVD методе их изготовления. Этот факт определяет новые технологические возможности для изготовления германосиликатных ПОВС с эллиптической сердцевиной и малыми ОП.

Цель настоящей работы заключалась в разработке технологических приемов по снижению ОП в высоколегированном GeO₂ поляризационно-устойчивом одномодовом световоде с эллиптической сердцевиной (ПОВС) и исследовании его оптических свойств.

II. ТЕХНОЛОГИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ СВЕТОВОДА

Процесс изготовления заготовки ПОВС состоял из следующих этапов:

- получение предзаготовки MCVD методом;
- нарезание боковых канавок на предзаготовку;
- высокотемпературное кругление предзаготовки;
- перетяжка круглой предзаготовки до диаметра 1.5 мм;
- сплавление перетяжки с кварцевой трубой с наружным диаметром 25 и толщиной стенки 3 мм.

Предзаготовка ПОВС изготовлена на автоматизированном комплексе OFC-12-729. На внутреннюю поверхность метровой трубы из кварцевого стекла марки F-300 с наружным диаметром 25 мм и толщиной стенки 3 мм наносили слои оболочки из чистого кварцевого стекла и слои сердцевины, легированной 20 мол% GeO₂. Последующим сжатием трубы при температуре 2200-2250 °С уменьшали диаметр внутреннего канала до 2-3 мм. В процессе этой операции трубу продували кислородом, содержащим не более $5 \cdot 10^{-3}$ масс. % влаги. Последующей операцией внутреннего травления смесью SF₆ и кислорода при температуре 1700-1800 °С удаляли до 30 % внутреннего дефектного слоя сердцевины. Окончательное сжатие трубы в штабик осуществляли при температуре 2250 °С. На рефрактометре P-101 измерены радиальный профиль ПП и геометрические параметры поперечного сечения предзаготовки (табл. 1, рис. 1). Профиль ПП сердцевины свидетельствует о существенном устранении при газофазном травлении градиента концентрации германия по центру сердцевины, обусловленного высокой летучестью GeO₂. Следует отметить, что ширина дефектной по содержанию кислорода зоны существенно больше зоны дефектной по содержанию германия, что обусловлено разной скоростью диффузии этих атомов.

Эллиптическую форму сердцевины создавали известным методом [6], заключающимся в нарезании боковых канавок на предзаготовку и ее высокотемпературное кругление. После перетяжки круглой предзаготовки до диаметра 1.5 мм ее сплавливали с кварцевой трубой с

наружным диаметром 25 мм и толщиной стенки 3 мм. Полученная таким образом заготовка имела наружный диаметр ≈ 16 мм и эллиптическую сердцевину с осями длиной 0.47 и 0.19 мм

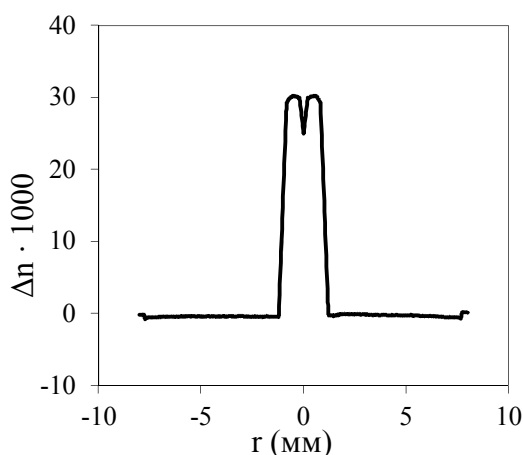


Рис. 1. Радиальный профиль показателя преломления в предзаготовке

ТАБЛИЦА 1. ПАРАМЕТРЫ ПРЕФОРМЫ

Δn	Диаметр преформы, мм	Диаметр сердцевины, мм	Диаметр покрытия, мм
0.03	15.5	2.6	5.6

Из полученной заготовки в графитовой печи со скоростью 60 м/мин при температуре ≈ 2050 °С вытянули 1 км ПОВС диаметром 125 мкм и эллиптической сердцевиной 3×5 мкм. Во время вытяжки наносилось защитное двухслойное УФ отверждаемое эпоксиакрилатное покрытие толщиной 65 мкм.

III. ИЗМЕРЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИЗГОТОВЛЕННОГО СВЕТОВОДА

С помощью спектроанализатора методом разрыва был измерен спектр поглощения, полученного ПОВС (рис. 2). При вводе излучения в волокно его изгибали для вывода высшей моды. Длину волны ее отсечки определяли на двухметровом отрезке волокна методом изгиба на этом же приборе. По интенсивности пика поглощения ОН-группами на длине волны 1.25 мкм, равного 12 дБ/км следует, что их содержание $\approx 6 \cdot 10^{-4}$ масс %. ОП на длине волны 1.31 и 1.55 мкм равны соответственно 6.1 и 2 дБ/км. Длина волны отсечки моды LP_{11} измерялась на отрезке ОВ длиной 2 м путем наматывания части ОВ на катушку с малым диаметром и составила 1310 нм. Коэффициент связи ортогональных поляризационных мод (Н-параметр) измерялся методом скрещенных поляризаторов [7] на ПОВС длиной 1 км на длине волны 1.55 мкм для двух ортогональных мод и равен $3 \cdot 10^{-5}$ и $2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$. Такие измерения проводили с волокном, намотанным на катушку диаметром 160 мм. Мощность излучения, изотропно введенного в световод, отличалась для двух ортогональных мод на выходе из волокна на 10 %, что свидетельствует о дихроизме ПОВС с эллиптической сердцевиной.

С помощью микрометра и комплекта для измерения оптических потерь было также измерено затухание на изгибе ОВ на 180° на длине волны 1550 нм, которое составило не более 0,1 дБ на виток до диаметра изгиба 3 мм. Для сравнения, в стандартных германосиликатных

ОВ SMF-28 при подобном изгибе диаметром в 6 мм набирается порядка 17 дБ ОП.

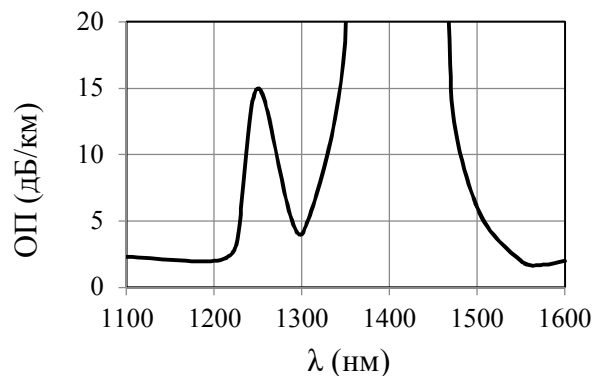


Рис. 2. Спектральная зависимость ОП ПОВС с эллиптической сердцевиной

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В настоящей работе представлена технология одномодовых ОВ, сохраняющих поляризацию излучения, с эллиптической высоколегированной GeO_2 сердцевиной, которые не уступают по поляризационной устойчивости аналогичным световодам фирмы «Draka» [9]. Предложенная технология существенно проще аналога, но несколько уступает по ОП световодов на длине волны 1.55 μm (2 вместо 1 дБ/км). Этот недостаток легко устранить. Используя технологию упрочнения волокна боросиликатной оболочкой [8], ОП ПОВС можно снизить до уровня рэлеевского рассеяния ≈ 0.5 дБ/км. Поляризационная устойчивость световодов (h -параметр $= 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$) является достаточной для применения такого световода в волоконно-оптических гироскопах [1] и обеспечена не высокой твердостью кварцевого стекла сердцевины в отличие от аналога [9], а оболочкой, окружающей сердцевину. Одномодовый световод с аналогичной геометрией германосиликатной сердцевины и фторсиликатной оболочкой имел h -параметр на уровне 0.003 м^{-1} [7], хотя Δn на 16% больше, чем у ОВ фирмы «Draka». Деполяризация излучения, возможно, связана с низкой вязкостью стекла сердцевины и оболочки. Высокий уровень Δn также позволяет обеспечить изгибостойкость полученного световода, что делает возможным его использование в малогабаритных датчиках.

Таким образом, получен сохраняющий поляризацию излучения одномодовый световод с эллиптической сердцевиной, высоколегированной GeO_2 , со свойствами, приемлемыми для использования в волоконно-оптических гироскопах. Технология их изготовления выгодно отличается от аналогов простотой, высокой производительностью и малыми затратами. Изложенные в работе принципы повышения поляризационной и радиационной стойкости ПОВС могут служить основой для дальнейшего совершенствования их технологии.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Lefevre, H., The Fiber-Optic Gyroscope. 2nd-e изд. Norwood: Artech House Publishers, 2014, 440 с.
- [2] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 2 (109). С. 3–10.
- [3] Dyott, R.B., Cozens, J.R., Single-polarisation single-mode optical fiber waveguides with elliptical cores, Electron. Lett., 1979, vol. 15, pp. 380–382.

- [4] Ainslie, B.J., Beales, K.J., Day, C.R., and Rush, J.D., IEEE J. Quant. Electron, QE-17, 854 (1981).
- [5] Patent EP 1612192. (29.06.2004) Methods for optical fiber manufacture.
- [6] Bisyarin, M.A., Buryeev, S.V., Eronyan, M.A., Komarov, A.V., Levit, L.G, Khokhlov, A.V., Kulesh, A.Yu., Meshkovskii, I.K., Utkin, E.Yu., Anisotropic single-mode lightguide with an elliptical germanium silicate core and depressed cladding, J. Opt. Techn., 2014, vol. 81, no.2, pp. 108–110.
- [7] Sezerman, O., Best, G., Accurate alignment preserves polarization, Laser Focus World, 33 (1997) 27–30.
- [8] Kulesh, A.Yu., Meshkovskii, I.K., Reutskii, A.A., Scheglov, A.A., Tokarev, A.V., M.A.Eronyan Reducing optical losses in high strength quartz light guides, J. Opt. Technol., 2016, vol. 83, no. 12, pp. 785–786.
- [9] <http://tdvniikp.ru/userdata/uploads/html/im/production/Draka/DrakaElite%20Elliptical%20Core%20Single-Mode%20Fiber%20-%20E-Core.pdf> (accessed 10 December 2020).

Диссипативное и консервативное обратное рассеяние в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа

Е.А. Петрухин
АО «Серпуховский завод «Металлист»,
Серпухов, РФ
e-mail: petruhin53@mail.ru

А.С. Бессонов
МИРЭА – Российский технологический университет
(РТУ МИРЭА),
Москва, РФ

Аннотация—Анализируются эффекты, связанные с влиянием обратного рассеяния на амплитудно-частотные характеристики лазерного гироскопа. Показано, что разделение источников обратного рассеяния на диссипативную и консервативную составляющие позволяет адекватно их описать. Опора на результаты модельных экспериментов позволяет избежать ошибок, связанных с использованием трендовых расчетных зависимостей, полученных при введении целого ряда упрощающих допущений.

Ключевые слова—лазерный гироскоп, кольцевой резонатор, обратное рассеяние, комплексные коэффициенты связи, амплитудно-частотная характеристика, коррекция масштабного коэффициента.

1. ВВЕДЕНИЕ

Обратное рассеяние (ОР), вызванное неоднородностями покрытий зеркал, является одним из основных источников погрешности лазерного гироскопа (ЛГ) на основе кольцевого He-Ne лазера с длиной волны $\lambda=632,8$ нм. Существуют три основных параметра, характеризующих точность ЛГ. Это стабильность сдвига нуля, случайный дрейф нуля и нелинейность масштабного коэффициента. Два последних из перечисленных параметров определяются ОР. Не случайно, что совершенствование технологий полировки подложек и методов нанесения многослойных диэлектрических зеркал явилось ключевым фактором, позволяющим современным ЛГ решать многие прецизионные задачи навигации, измерения угловых перемещений, геодезии и геофизики.

В теории кольцевых газовых лазеров [1–5] влияние ОР на амплитудно-частотные характеристики ЛГ описываются при помощи двух линейных параметров, так называемых комплексных коэффициентов связи (ККС), представляющих собой части поля собственных колебаний кольцевого резонатора, попадающих в результате ОР во встречную волну:

$$r_{cw,ccw} = r_{cw,ccw} \exp(i\varphi_{cw,ccw}). \quad (1)$$

Здесь под индексами «си» и «сси» подразумеваются волны в направлении по и против часовой стрелки соответственно, r_{cw} и r_{ccw} – модули ККС, φ_{cw} и φ_{ccw} – фазовые сдвиги, возникающие в процессе ОР.

Поля встречных волн ОР формируются двумя типами источников рассеяния света: диссипативными и консервативными, отличающимися величиной фазового сдвига. При диссипативном рассеянии света фазовый сдвиг составляет 180° , тогда как при консервативном ОР эта величина равна 90° . При этом диссипативное ОР является причиной синхронизации частот встречных волн кольце-

вого лазера, возникающей при регистрации малых скоростей вращения (так называемый порог захвата). Оба типа источников ОР приводят к нелинейным искажениям масштабного коэффициента (МК) ЛГ. Причем диссипативное ОР дает нелинейную поправку МК отрицательного знака, а консервативное ОР – положительного.

Более того, анализ статистики составляющих ОР показал [6], что консервативные и диссипативные источники ОР формируются двумя независимыми (или некоррелированными) массивами источников. Это свойство формирования полей ОР существенно усложняет процесс сборки датчиков ЛГ, превращая его в своего рода «лотерею» со значительным разбросом величин ССС.

Измерения величин ККС в кольцевых резонаторах ЛГ [7] позволили обнаружить целый ряд интересных особенностей физических механизмов формирования полей ОР. Выяснилось, что консервативное ОР превалирует в многослойных диэлектрических зеркалах (со слоями TiO_2-SiO_2 и TiO_2-SiO_2). Поэтому нелинейная поправка МК имеет, как правило, положительный знак (positive scale factor correction).

Заметим, что словосочетание «как правило» обязательно присутствует при обсуждении результатов измерений ККС. Связано это с тем, что поля ОР внутри КР формируются вследствие интерференции массивов точечных источников со случайной фазой. По этой причине гистограммы распределений диссипативных и консервативных составляющих хорошо описываются распределением Рэлея [8]. Поэтому стандартное отклонение измеренных значений оказывается сопоставимо с его средним значением для большого количества датчиков ЛГ, собранных из зеркал примерно одинаковых по качеству.

Основная часть теоретических и экспериментальных работ (а общее их число составляет несколько сотен статей и патентов), посвященных исследованию эффектов ОР в кольцевом газовом лазере, была опубликована в 60–90-х годах прошлого века. Однако при всем обилии опубликованных статей и патентов нельзя утверждать, что в нашем понимании эффектов ОР не осталось «белых пятен».

В последнее время всплеск интереса к эффектам ОР подогревается работами нескольких групп исследователей, занимающихся ЛГ сверхбольшого (до нескольких десятков метров) периметра резонатора [9]. Такие ЛГ используются для измерения стабильности угловой скорости вращения Земли. В этом случае угловая скорость вращения Земли является одновременно частотной подставкой, выводящей КЛ из режима захвата частот встречных волн и измеряемой величиной. Эксперименты показывают, что причина медленного дрейфа частоты

биений ВВ ЛГ сверхбольшого размера связана с ОР. Использование модели интерференции полей ОР консервативных и диссипативных источников позволяет добиться хорошего качественного и количественного согласия с результатами экспериментов [10].

II. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТИ И РАЗНОСТИ ФАЗ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ ГАЗОВОМ ЛАЗЕРЕ И ОСНОВНЫЕ ТРЕНДЫ ПОВЕДЕНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА

При описании эффектов, связанных с влиянием обратного рассеяния на амплитудно-частотные характеристики кольцевого лазера, воспользуемся следующей системой из трех уравнений для интенсивностей и разности фаз ВВ КЛ:

$$\frac{dI_{cw}}{dt} = I_{cw} \frac{c}{L} [(\alpha - \delta) - \beta I_{cw} - \theta I_{ccw} + 2r_{ccw} \left(\frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2}] \times \cos(\psi + \phi_{cw} + \phi_{ccw}), \quad (2)$$

$$\frac{dI_{ccw}}{dt} = I_{ccw} \frac{c}{L} [(\alpha - \delta) - \beta I_{ccw} - \theta I_{cw} + 2r_{cw} \left(\frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2}] \times \cos(\psi), \quad (3)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega - \frac{c}{L} (I_{cw} - I_{ccw}) (\beta_r - \theta_r) + \frac{c}{L} [r_{ccw} \left(\frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2} \times \sin(\psi + \phi_{cw} + \phi_{ccw}) + r_{cw} \left(\frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2} \sin(\psi)], \quad (4)$$

где I_{cw} и I_{ccw} – интенсивности встречных волн кольцевого лазера в направлении по и против часовой стрелки, ψ – разность фаз встречных волн, Ω – частота подставки, α – коэффициент усиления активной среды минус потери кольцевого резонатора δ . Коэффициенты β и θ являются, соответственно, параметрами само- и взаимного нелинейного насыщения встречных волн в активной среде (β_r и θ_r – вещественные части этих параметров, β и θ – мнимые), c – скорость света, L – периметр кольцевого резонатора.

Эта система уравнений взята из работ [4, 5]. По сравнению с общепринятой системой уравнений (см., например, [1]) в правую часть уравнения для фазы добавлена составляющая, связанная с учетом вещественных частей параметров само- и взаимного насыщения. Это, в частности, позволяет выявить влияние консервативной составляющей ОР на порог захвата. Заметим, что при настройке на центр линии усиления активной среды величины параметров β_r и θ_r равны нулю, и фазовое уравнение (4) приобретает более привычную форму.

К другим упрощающим анализ системы уравнений (2)–(4) допущениям можно отнести предположение малости превышения усиления над потерями ($\eta = (\alpha - \delta) / \delta \ll 1$), а также равенство потерь ВВ.

Однако следует заметить, что и при введении этих упрощений аналитического решения системы уравнений (2)–(4) для произвольных значений ККС не удастся получить. Связано это главным образом с тем, что коэффициенты поляризуемости активной среды α , β и θ являются функциями частоты. Это означает, что при решении

системы этих уравнений мы должны опираться на модель поляризуемости активной среды, а это существенно усложняет численное решение.

Попытка численного решения, предпринятая авторами работы [11] при описании медленного дрейфа частоты биений ЛГ сверхбольшого размера, оказалась неудачной. Авторы при проведении своих расчетов необоснованно ввели еще одно упрощающее допущение: пренебрегли влиянием взаимного нелинейного насыщения ВВ в активной среде He-Ne лазера с длиной волны $\lambda = 632,8$ нм, что не соответствует действительности: при рабочих давлениях (5-10 торр) He-Ne газовой смеси параметры нелинейного само- и взаимного насыщения различаются по величине примерно в 2 раза [12].

Вызывает также вопрос о правомерности использования этой системы уравнений, которая выведена в предположении малости превышения усиления над потерями. В частности, Ф. Аронович [1] предлагал в качестве критерия малости считать величину превышения усиления над потерями ($\eta = \alpha / \delta - 1$) менее 0,2. Заметим, что в реальных условиях работы ЛГ величина $\eta = 2-10$.

Поэтому на расчетные зависимости, полученные в результате анализа системы уравнений (2)–(4) (с введением упрощающих допущений), следует относиться критически, рассматривая их в качестве трендов поведения столь сложной системы, которую представляет собой кольцевой газовый лазер.

Такую трендовую зависимость удастся получить для случая диссипативного ОР с величиной $\varphi = 2\pi$. Равенство интенсивностей ВВ приводит к хорошо известному фазовому уравнению

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega + \Omega_L \sin(\psi). \quad (5)$$

Здесь зависимость разностной частоты ВВ $\Delta\nu$ КЛ при приближении частоты подставки Ω к порогу захвата Ω_L определяется следующим образом:

$$\Delta\nu(\Omega) = \sqrt{\Omega^2 - \Omega_L^2}, \quad (6)$$

$$\Omega_L = 2 \frac{c}{L} r_{dis}, \quad (7)$$

где r_{dis} – модуль диссипативной составляющей ОР.

В случае консервативного ОР ($\varphi = \pi$) трендовая зависимость $\Delta\nu(\Omega)$ имеет следующий вид [13]:

$$\Delta\nu(\Omega) = \sqrt{\Omega^2 + \Omega_{cons}^2}, \quad (8)$$

$$\Omega_{cons} = 2 \frac{c}{L} r_{cons}, \quad (9)$$

где r_{cons} – модуль консервативной составляющей ОР.

На рис. 1 для наглядности приведены зависимости $\Delta\nu(\Omega)$ для двух видов ОР. В случае чисто консервативного ОР расчет указывает на возможность отсутствия синхронизации частот ВВ при нулевой угловой скорости вращения КЛ. Такой режим работы в кольцевых He-Ne

лазерах с длиной волны $\lambda=632,8$ нм в экспериментах не наблюдается.

Однако при проведении экспериментов с кольцевыми волоконно-оптическими гироскопами удается наблюдать разностную частоту ВВ в отсутствие вращения [14]. В этом случае источником консервативного ОР являются торцы волокон гироскопа в переходных зонах, характеризующиеся скачком величины показателя преломления в местах перехода пассивной и активной областей волоконно-оптического гироскопа.

На языке нелинейных поправок масштабного коэффициента ЛГ (относительно идеального ЛГ) можно сказать, что диссипативное и консервативное ОР дают различающиеся по знаку поправки: знак «+» – источники консервативного ОР и знак «-» – источники диссипативного ОР.

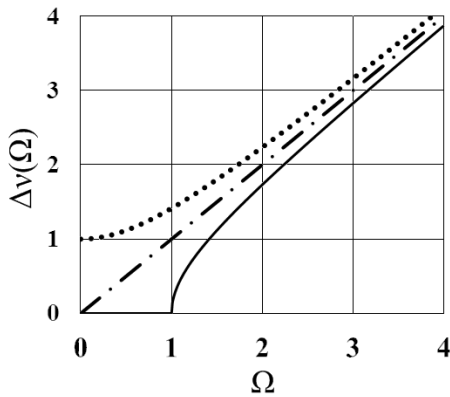


Рис. 1. Расчетные зависимости частоты биений ВВ КЛ от скорости вращения (безразмерные величины) в отсутствие ОР (штриховая линия), при консервативном ОР (точечная линия) и диссипативном ОР (сплошная линия), $\Omega_L = \Omega_c = 1$

Особое место при анализе системы уравнений (2)–(4) занимает так называемый режим слабой связи. В этом случае частотная подставка значительно превышает порог захвата ($\Omega \gg \Omega_L$). Используя метод малых возмущений, удастся получить аналитические соотношения для частоты биений и интенсивностей ВВ [3, 4]. Нелинейная поправка МК описывается следующим соотношением:

$$\Delta\nu = -\frac{\Omega_L^2}{2\Omega} + \frac{S_-^2}{2(\Omega_g^2 + \Omega^2)} \left[1 + \frac{\beta_r - \theta_r}{\beta + \theta} \right], \quad (10)$$

$$\Omega_L = S_+ - \frac{\beta_r - \theta_r}{\beta + \theta} S_-, \quad (11)$$

$$\Omega_g = \Delta\Omega_c \frac{\alpha - \delta}{\delta} \left[\frac{\beta - \theta}{\beta + \theta} \right], \quad (12)$$

где Ω_g – прочность предельного цикла КЛ, $\Delta\Omega_c$ – полоса кольцевого резонатора. Коэффициенты S_+ и S_- прямо пропорциональны диссипативной и консервативной составляющим ККС:

$$S_+ = \frac{c}{L} \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 + 2r_{cw}r_{ccw} \cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})} = \quad (13)$$

$$= 2 \frac{c}{L} r_{cons},$$

$$S_- = \frac{c}{L} \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 - 2r_{cw}r_{ccw} \cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})} = \quad (14)$$

$$= 2 \frac{c}{L} r_{cons}.$$

Соотношение (10) можно использовать при определении значений диссипативной и консервативной составляющих ОР при измерении нелинейных поправок масштабного коэффициента ЛГ ΔK [15]. На рис. 2 представлена типичная зависимость $\Delta K(\Omega)$ датчика ЗЛК-20 (НИИ «Полнос»).

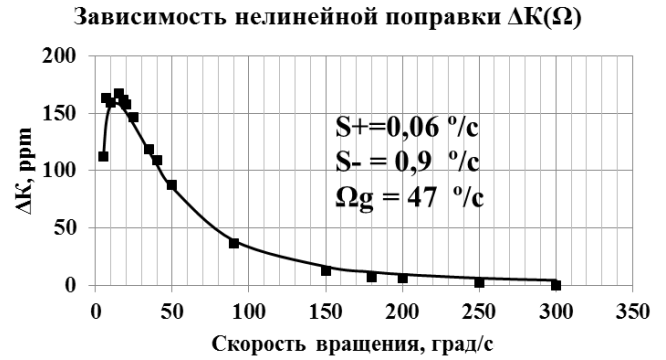


Рис. 2. Зависимость нелинейной поправки МК датчика ЗЛК-20 производства НИИ «Полнос» (с выключенной знакопеременной подставкой) от угловой скорости вращения. Сплошная линия – результат расчета с использованием соотношения (10)

Измерения этой зависимости в широком диапазоне значений превышения усиления над потерями выявили нелинейный характер поведения прочности предельного цикла. На рис. 3 представлены результаты измерений зависимости $\Omega_g(\eta)$, где η – превышение усиления над потерями.

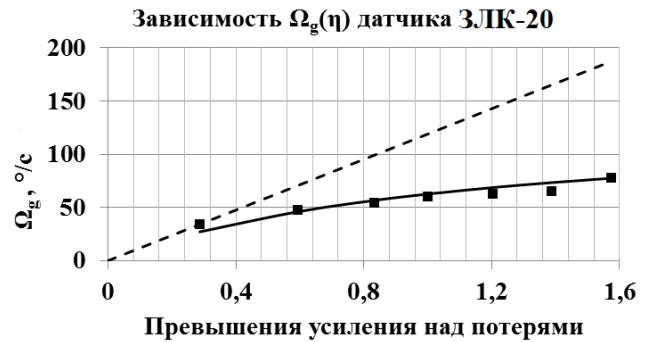


Рис. 3. Зависимость прочности предельного цикла земановского ЛГ (датчик ЗЛК-20) от превышения усиления над потерями (экспериментальные точки). Расчет – линейная зависимость

При этом поведение постоянной составляющей интенсивности генерации КЛ I_0 не проявляет насыщения и следует линейной зависимости:

$$I_0 = \frac{\alpha - \delta}{\beta + \theta}, \quad (15)$$

Таким образом, линейной зависимости прочности предельного цикла КЛ от превышения усиления над потерями в эксперименте не наблюдается, и это ставит под сомнение правомерность использования системы уравнений (2)–(4).

Однако ситуация не столь безнадежна. Мы имеем возможность «подправить» трендовую зависимость (11) введением в нее эмпирически полученной зависимостью $\Omega_g(\eta)$. Возможно, что с точки зрения «чистой теории», это выглядит неверным, однако для описания такого важного параметра, как масштабный коэффициент ЛГ, такой подход правомерен. Тем более что при аппроксимации зависимости $\Delta K(\Omega)$ выяснилось, что величины параметров ОР S_+ и S_- остаются линейными коэффициентами и не зависят от значений параметра η [15].

Без опоры на результаты модельных экспериментов использование модернизированных трендовых зависимостей ведет к принципиально неверным выводам. В качестве примера приведем результаты работ [16–18]. Выводы авторов, основанные на анализе системы уравнений (2)–(4), своими подходами кардинально отличаются от нашей трактовки и представляются нам ошибочными.

Автор работ [16, 17] приводит результаты расчетов ширины зоны захвата кольцевого He-Ne лазера. Он утверждает: 1) при асимметричном ОР (т.е., при $r_{cw} \neq r_{ccw}$) положения левой и правой границ зоны захвата различаются; 2) порог захвата уменьшается при росте превышения усиления над потерями.

Следует заметить, что структура системы уравнений (2)–(4) нечувствительна к замене индексов направления вращения. Параметры ОР S_+ и S_- не изменяются при замене направлений по и против часовой стрелки и наоборот. Поэтому при использовании соотношения (11) в качестве трендовой зависимости при определении левой и правой границы различие между ними появиться не может.

Второе утверждение автора относительно зависимости $\Omega_L(\eta)$ относится главным образом к методу измерения порога захвата. В ранних экспериментах (60–70-х годов прошлого века) порог захвата определялся величиной подставки Ω , при которой исчезают биения частот встречных волн [19, с. 258].

Такой метод измерения имеет серьезные недостатки, связанные с влиянием гистерезисных явлений. Для того чтобы определить границу «мертвой зоны», частотную подставку медленно уменьшают. В результате ширина мертвой зоны зависит от скорости уменьшения частотной подставки. Как правило, чем медленнее мы уменьшаем подставку (типичная величина времени релаксации составляет несколько минут), тем меньшую величину порога захвата мы получаем (3-5 раз). По этой причине этот метод не используется в настоящее время в метрологии ЛГ.

Теперь приведем комментарий относительно результатов работы [18], где авторы объяснили медленный дрейф частоты биений сдвигом нуля ЛГ сверхбольшого размера, вызванного ОР. Это выглядит очень странно, так как эффекты ОР не могут вызвать сдвига нуля ЛГ. Все изменения частоты биений являются результатом нелинейных искажений МК (смотри соотношение (10)).

Рабочий режим ЛГ сверхбольшого размера характеризуется следующим соотношением параметров: $\Omega \gg \Omega_g$, Ω_L . Поэтому соотношение (10) выглядит следующим образом:

$$\Delta v = \Omega + \frac{S_-^2 - S_+^2}{2\Omega} = \Omega - \left(\frac{c}{L}\right)^2 \frac{2r_{cw}r_{ccw} \cos(\varphi)}{\Omega}. \quad (16)$$

Таким образом, мы получаем то же самое соотношение для поправки к частоте биений, которое авторы работы [18] приписали сдвигу нуля ЛГ. Еще раз подчеркнем, что эффекты ОР приводят только к нелинейным искажениям частотной характеристики и не приводят к сдвигу нуля ЛГ.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разделение источников ОР на консервативную и диссипативную составляющие позволяет корректно описать АЧХ ЛГ. При этом необходимо помнить, что исходная система уравнений для интенсивностей и разности фаз ВВ не имеет аналитического и численного решения. Для получения аналитических трендовых зависимостей приходится вводить целый ряд упрощающих допущений, не всегда согласующихся с реальным режимом работы ЛГ (например, малость превышения усиления над потерями).

Опора на результаты модельных экспериментов дает возможность избежать ошибок при интерпретации. В частности, использование эмпирически полученной зависимости прочности предельного цикла от превышения усиления над потерями позволяет адекватно описать АЧХ ЛГ в приближении слабой связи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Aronowitz, F., *Optical Gyros and their Applications*, Neuilly-sur-Seine, France, RTO AGARDograph 339, 1999, pp.3-1-3-45.
- [2] Волновые и флуктуационные процессы в лазерах / под ред. Ю.Л. Климонтовича. М.: Наука, 1974.
- [3] Etrich, C., Mandel, P., Centeno, N.R., Spreeuw, R.J.C., Woerdman J.P., *Phys. Rev. A*, 46, 525 (1992).
- [4] Бирман А.Я. Лекции по физике кольцевых газовых лазеров, НИИПФ, М., 1976–1977. Не опубликованы.
- [5] Хошев И.М. Теоретические исследования параметрических эффектов в газовых лазерах: диссертация на соискание ученой степени к.ф.-м.н.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 1978.
- [6] Петрухин Е.А., Хохлов И.Н., Хохлов Н.И. О корреляционной связи консервативных и диссипативных составляющих обратного рассеяния в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа // *Квантовая электроника*. 2013. №4(51). С. 359–354.
- [7] Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. Способ измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа // *Квантовая электроника*. 2017. №7(47). С. 675–682.
- [8] Rayleigh, Lord. *Phylos. Mag.*, 10, 73 (1880).
- [9] Schreiber, K.U., Wells, J.-P. R., *Rev. of Sci. Instr.*, 84, 041101 (2013).
- [10] Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. Моделирование медленного дрейфа частоты биений лазерного гироскопа сверхбольшого размера // Труды XXXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 482-485.
- [11] Beghi, A., Belfi, J., Beverini, N., Bouhadeh, B., Cuccato, D., Di Virgilio, A., Ortolan, A., *Appl. Phys. B*, 51, 7518 (2012).
- [12] Бирман А.Я., Петрухин Е.А., Савушкин А.Ф. Об одном методе нелинейной спектроскопии с использованием кольцевого лазера // *Квантовая электроника*. 1979. № 12(6). С. 2626–2629.
- [13] Horstman, L., Hsu, N., Hendrie, J., Smith, D., Diels, J.-C., *Photonics Res.*, 8, 252 (2020).
- [14] Sunada, S., Tamura, S., Inagaki, K., Harayama, T., *Phys. Rev. A*, 78, 053822-1 (2008).

- [15] Бекетов С.Е., Бессонов А.С., Петрухин Е.А., Хохлов И.Н., Хохлов Н.И. Влияние обратного рассеяния на нелинейные искажения масштабного коэффициента лазерного гироскопа с прямоугольной подставкой // Квантовая электроника. 2019. 11(49). С. 1059–1067.
- [16] Бондаренко Е.А. Расчет параметров синхронизации частот встречных волн лазерного гироскопа // Квантовая электроника. 2011. №9(41). С. 824–828.
- [17] Бондаренко Е.А. Лазерный гироскоп с четырехзеркальным квадратным резонатором: количественная оценка параметров зоны синхронизации частот встречных волн от усиления активной среды // Квантовая электроника. 2012. №5(42). С. 824–828. №5(42). С. 465–470.
- [18] Hurst, R.B., Rabeendran, N., Schreiber, K.U., Wells, J.-P., R. Appl. Opt., 53, 7610 (2014).
- [19] Применения лазеров / под ред. В.П. Тычинского: М.: Мир, 1974. 446 с.

Упругая динамическая деформация виброподвеса лазерного гироскопа и ее влияние на точность определения ориентации

Г.О. Баранцев
Лаборатория управления и
навигации мех.-мат. ф-та
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
gleb.barantsev@math.msu.ru

А.В. Козлов
Лаборатория управления и
навигации мех.-мат. ф-та
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
a.kozlov@navlab.ru

И.Х.Шаймарданов
АО «Инерциальные технологии
«Технокомплекса»
Раменское, Россия
ilhamzinst@rambler.ru

А.В. Некрасов
АО «Инерциальные технологии
«Технокомплекса»
Раменское, Россия
al_nekrasov@mail.ru

Аннотация—Работа посвящена влиянию упругой динамической крутильной деформации виброподвеса лазерного гироскопа на точность определения ориентации по показаниям блока чувствительных элементов бескарданной инерциальной навигационной системы, а также методу калибровки параметров этих деформаций и их компенсации в режиме навигации. Методика калибровки является расширением стандартного метода для систем навигационного класса точности на поворотном стенде с горизонтальной осью вращения, разработанного ранее Н.А. Парусниковым в 2009 году. Расширение заключается во включении параметров упругих деформаций виброподвесов в оцениваемый вектор состояния линейной динамической системы. Исследуются условия наблюдаемости новых компонент и ковариации ошибок их оценки, приводятся результаты экспериментов.

Ключевые слова—инерциальные навигационные системы, лазерные гироскопы, виброподвес, упругие деформации, калибровка.

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерные гироскопы, используемые в бескарданных инерциальных навигационных системах (БИНС), имеют особенность, связанную с наличием зоны захвата встречных лучей. Она не позволяет регистрировать изменение ориентации при малых угловых скоростях. Одним из способов выхода из зоны захвата является установка лазерного гироскопа на так называемый виброподвес, создающий высокочастотные колебания корпуса гироскопа [1, 2]. Эти колебания сдвигают рабочий диапазон измерения в зону линейной характеристики, а ошибки, связанные с остаточными кратковременными прохождением через зону захвата, осредняются за счет случайной составляющей колебаний. Лазерный гироскоп, таким образом, совершает относительно корпуса БИНС псевдослучайные вибрации с амплитудой порядка единиц угловых минут на частотах порядка сотен герц, то есть с угловыми скоростями порядка десятков градусов в секунду. В показаниях гироскопа эти колебания большей частью устраняются, например, с помощью измерений датчика относительной угловой скорости или путем специальной фильтрации. Остаточные не скомпенсированные колебания имеют величину порядка десятых долей градуса в секунду.

При этом поворот корпуса гироскопа относительно БИНС происходит как за счет устройств, возбуждающих колебания виброподвеса (пьезоэлектрических пластин), так и благодаря моменту других, внешних, сил, возникающих в точках крепления. Из-за них среднее положение вибраций смещается от нуля, и в показаниях гироскопа появляется дополнительная систематическая погрешность.

Влияние описанного эффекта на точность решения навигационной задачи существенно зависит от траектории движения объекта. Оказывается, что во многих случаях им можно пренебречь: например, в случае если ориентация объекта относительно вертикали большую часть времени в среднем постоянна, и при этом объект редко испытывает значительные перегрузки. Однако в авиации существуют траектории реальных полетов, в которых исключительно за счет упругой деформации виброподвесов лазерных гироскопов погрешность координат достигает свыше километра за час полета. Примеры таких смоделированных ошибок координат на реальных траекториях приведены на рис. 1. Наличие соответствующих погрешностей подтверждается также и в стендовых испытаниях.

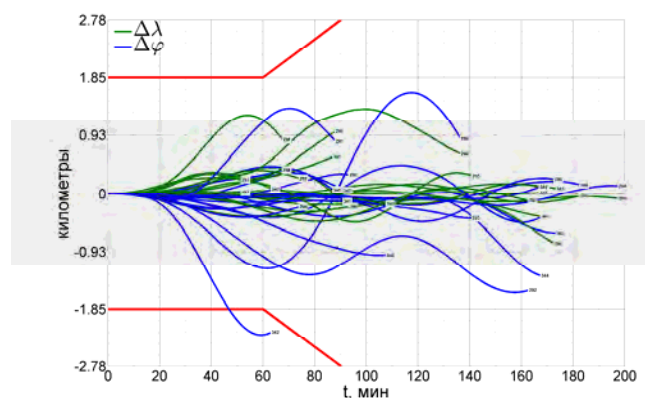


Рис. 1. Примеры смоделированных ошибок координат, вызванных упругой деформацией виброподвесов лазерных гироскопов, на реальных полетных траекториях

В литературе [3, 4] рассматриваются изгибные деформации осей виброподвесов лазерных гироскопов. При этом для их калибровки проводятся специальные эксперименты. В данной работе рассматривается калиб-

ровка модели для наиболее существенных из наблюдаемых деформаций — поворотов вокруг оси виброподвеса, а также их компенсация и влияние на навигационное решение. По сравнению с изгибными деформациями оси, крутильная эластичность виброподвеса всегда намного выше в силу его конструкции, и поэтому в первую очередь может проявиться в ошибках навигационного решения.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТИ

Сформулируем фактически наблюдаемые в БИНС погрешности, связанные с упругой динамической деформацией виброподвеса лазерного гироскопа, в виде модели.

Рассмотрим один гироскоп. Пусть действующие на него перегрузки вызывают малый поворот виброподвеса за счет упругих деформаций. При включенном виброподвесе это означает смещение среднего положения, вокруг которого происходят его колебания. В данной работе исследуются только деформации, возникающие при действии перегрузки вдоль оси чувствительности гироскопа, наличие которых экспериментально подтверждено. Возможные деформации, возникающие при ортогональных перегрузках, еще предстоит исследовать в будущем. Коэффициенты линейной связи угла поворота и удельной силы обозначим μ_i , где $i \in \{X, Y, Z\}$ — номер гироскопа:

$$\gamma_i = \mu_i f_i, \quad (1)$$

где γ_i — угол поворота, а f_i — проекция удельной силы реакции, действующей в основании виброподвеса. Коэффициенты μ_i на практике достаточно малы, чтобы считать поле сил внутри блока чувствительных элементов однородным, а также чтобы пренебрегать погрешностями их измерений. Таким образом, в дальнейшем вместо f_i в (1) можно использовать измерения акселерометров (ньютонметров) f_i' . Если перейти к угловым скоростям, проекция измеряемой лазерным гироскопом угловой скорости на его ось чувствительности изменится на величину

$$\Delta v_i = -d\gamma_i / dt = -\mu_i df_i / dt, \quad (2)$$

где Δv_i — дополнительный дрейф, связанный с упругой деформацией виброподвеса лазерного гироскопа.

III. ЗАДАЧА КАЛИБРОВКИ

Для того чтобы в режиме навигации компенсировать описанные выше дополнительные дрейфы ориентации с использованием модели (1), необходимы оценки коэффициентов μ_i . Учитывая их малость, в большинстве экспериментов на поворотных стендах удельную силу реакции, действующую на блок чувствительных элементов БИНС, можно считать постоянной и совпадающей с реакцией опоры. В этом случае для производной вектора удельной силы по компонентам в (2) и матрицы L перехода от опорных (навигационных) осей к приборным имеем:

$$df / dt \approx -d[L \cdot g] / dt = -[dL / dt] \cdot g - L \cdot dg / dt = \omega \times [L \cdot g] = \omega \times f, \\ f = [f_x, f_y, f_z]^T, \quad \omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T, \quad g = [0, 0, -g_0]^T.$$

Последнее равенство следует из кинематического уравнения Пуассона, связывающего производную мат-

рицы ориентации и угловую скорость ω приборного трехгранника (вращением Земли здесь пренебрегаем), и постоянства проекций вектора удельной силы тяжести g в опорных осях.

Рассмотрим далее модель инструментальных погрешностей гироскопов. Например, стандартная модель содержит постоянные дрейфы v_i^0 , погрешности масштабных коэффициентов Θ_{ij} и перекосы осей чувствительности $\Theta_{ij}, j \neq i$, с высокочастотными стохастическими составляющими типа белого шума v_i^s :

$$\omega' - \omega = -v^0 - \Theta \cdot \omega - v^s, \quad (3)$$

где ω' — тройка измерений гироскопов, v^0, v^s — столбцы из соответствующих компонент, а Θ — матрица из элементов Θ_{ij} . Рассмотренные выше дополнительные дрейфы, связанные с упругой деформацией виброподвеса, внесут систематический вклад в инструментальную погрешность гироскопов. В исходную модель (3) добавятся дополнительные слагаемые (2):

$$\omega'_X - \omega_X = \dots - \mu_X (\omega_Z f_Y - \omega_Y f_Z), \\ \omega'_Y - \omega_Y = \dots - \mu_Y (\omega_X f_Z - \omega_Z f_X), \\ \omega'_Z - \omega_Z = \dots - \mu_Z (\omega_Y f_X - \omega_X f_Y).$$

В этом виде описанная модель пригодна (и используется) для стендовой калибровки БИНС.

В настоящей работе используется методика стендовой калибровки Н.А. Парусникова (МГУ им. М.В. Ломоносова) для БИНС в сборе, в которой задача калибровки сводится к оцениванию вектора состояния линейной динамической системы с измерениями [5, 6]. В вектор состояния входят малые компоненты вектора конечного поворота — кинематической ошибки ориентации БИНС, вычисленной по показаниям гироскопов ω' , а также все параметры модели ее инструментальных погрешностей. В качестве измерений используется разность модельной (вычисленной на основе показаний инерциальных датчиков) удельной силы реакции и ее истинного вектора, противоположного силе тяжести. В качестве алгоритма оценивания используется фильтр Калмана.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧИ КАЛИБРОВКИ

Для проверки выполнения условий наблюдаемости введенных параметров μ_i в калибровочном эксперименте и проведения ковариационного анализа было выполнено моделирование. План вращений в эксперименте совпадает с серийно применяемой в АО «ИТТ» методикой калибровки БИНС и состоит из начальной выставки, набора вращений вокруг каждой из приборных осей, установленной горизонтально, и ряда статических положений. После начальной выставки БИНС переходит в режим счисления ориентации. Алгоритм оценивания на протяжении всего эксперимента после начальной выставки используется один и тот же, без деления на этапы.

Использовались модельные данные, полученные имитатором БИНС на трехосном поворотном стенде. В показаниях лазерных гироскопов смоделировано наличие упругих динамических деформаций виброподвеса с коэффициентами $\mu_i = 10''/g$. Здесь и далее в единицах измерения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$. В отсутствие шумов измерений при моделировании длительность калибровки сокращена вчетверо по сравнению с реальным экспериментом. Стенд вращается последовательно вокруг каждой из

приборных осей БИНС по профилю угловой скорости, представленному на рис. 2.

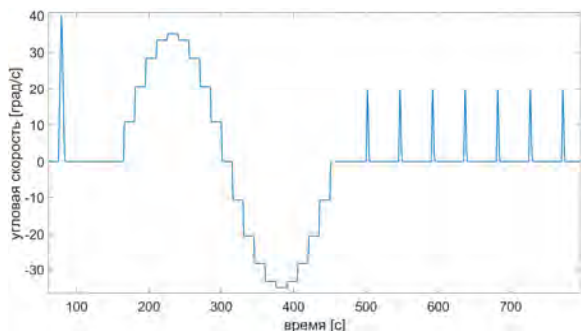


Рис. 2. Имитируемый профиль угловой скорости вращения стенда при моделировании

Далее проводится обработка данных. На рис. 3 ниже представлено изменение во времени оценок коэффициентов упругой деформации виброподвеса и их ожидаемые ковариации σ_i ($i \in \{X, Y, Z\}$). Анализ результатов обработки модельных данных показывает, что наблюдаемость новых параметров модели инструментальных ошибок в стандартном калибровочном эксперименте, используемом в АО «ИТТ» имеется и параметры оцениваются правильно. Ожидаемая точность оценки в соответствии с ковариациями на конец эксперимента составляет порядка долей угловой секунды на единицу удельной силы в g.

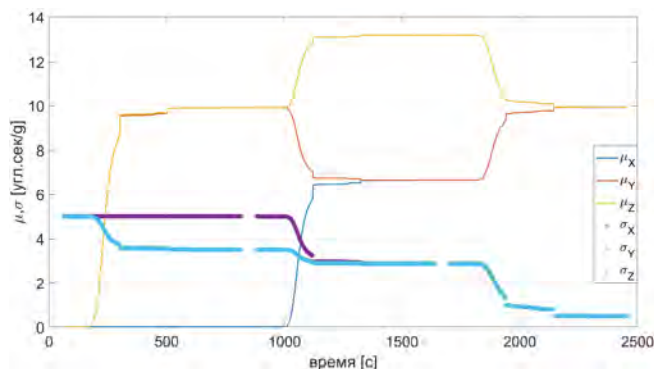


Рис. 3. Оценки коэффициентов упругой динамической деформации виброподвесов при моделировании калибровки

Хорошая наблюдаемость исследуемых коэффициентов объясняется тем, что при вращении БИНС вокруг горизонтальной оси погрешности измерений, связанные с упругими поворотами виброподвесов гироскопов вокруг осей, ортогональных оси вращения, не осредняются и приводят к росту угла отклонения модельной (вычисленной БИНС) оси вращения от фактической в вертикальной плоскости. При этом скорость роста этого отклонения в среднем пропорциональна угловой скорости вращения. Ни одна из стандартных инструментальных погрешностей не может приводить к такому эффекту.

V. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

На рис. 4 приведены результаты обработки реального эксперимента. На графике показаны во времени угловая скорость вращения стенда (для удобства поделена на 10), фактические оценки коэффициентов линейной связи угла упругого поворота оси виброподвеса и удельной силы и оценки ковариаций их ошибки. Оценки коэффициентов для трех гироскопов близки друг другу и составляют около 1.05–1.25 [угл.сек/г].

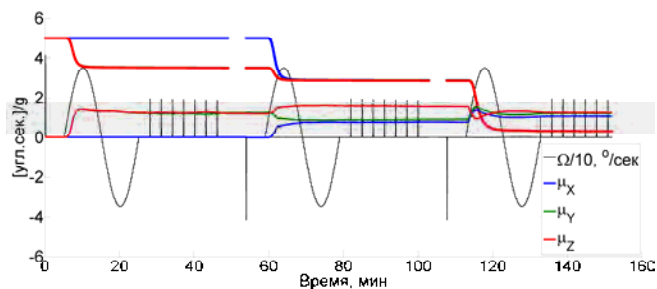


Рис. 4. Оценки коэффициентов упругой динамической деформации виброподвесов в реальном эксперименте

Далее приведено сравнение навигационных решений в первом цикле вращения БИНС (вокруг первой приборной оси, расположенной горизонтально), первое из которых не учитывает наличия упругих деформаций виброподвеса, а во втором они компенсируются с использованием оцененных коэффициентов из модели (1). При этом скоростная ошибка уменьшается с примерно 8 м/с до примерно 1.2 м/с.

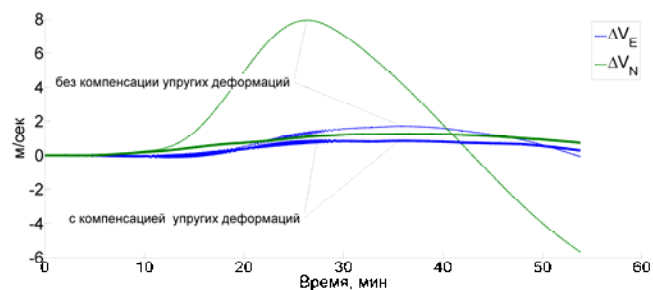


Рис. 5. Влияние компенсации упругих динамических деформаций виброподвеса лазерного гироскопа на скоростные ошибки навигационного решения в калибровочном эксперименте

В данном цикле ось вращения направлена на север. Именно поэтому, как описано в конце предыдущего раздела, основная ошибка, вызванная деформацией виброподвесов, проявляется в северной компоненте модельной скорости. Конечно, в реальных полетах подобный тип движения встречается редко, и потому исследуемые погрешности могут достаточно долго оставаться незамеченными.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описана модель упругих крутильных динамических деформаций осей виброподвесов лазерных гироскопов БИНС и способ ее калибровки. Параметры этих деформаций оцениваются в стандартных калибровочных экспериментах, и для исследуемой системы их величина составляет около 1 [угл.сек/г]. Компенсация этих деформаций на этапе счисления ориентации существенно улучшает точность навигации при определенных движениях БИНС.

Например, в рассмотренном эксперименте при вращении вокруг горизонтальной оси с угловой скоростью порядка 30°/сек в течение 20 минут, скоростная ошибка без компенсации составляет до 8 м/с и уменьшается до 1.2 м/с.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Dong-Chan Lee, Gun Moon, Jae-Cheul Lee, Mechanical Dither Design for Ring Laser Gyroscope, KSME International Journal, 2002, vol. 16, no.4, pp. 485-491.
- [2] Азарова В.В., Макеев А.П., Кузнецов Е.П., Голяев Ю.Д. Частотная характеристика лазерных гироскопов в широком диапазоне

- угловых скоростей вращения // Гироскопия и навигация. 2018. №2 (101). С. 3–14. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.2.003-014.
- [3] Diesel, J.W., Calibration of a Ring Laser Gyro Inertial Navigation System, Thirteenth biennial guidance test symposium, Holloman AFB, New Mexico, 6, 7, & 8 october 1987.
- [4] Wang, L., Wu, W., Pan, X., Dynamic Error Compensation and Parameter Optimization for RLG SINS in Vibration Environments, 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 29–31 May 2017.
- [5] Козлов А.В., Парусников Н.А., Вавилова Н.Б., Тарьгин И.Е., Голован А.А., Динамическая стендовая калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем в сборе // Известия ЮФУ. Технические науки. 2018. Т. 195. №1. С. 241–257.
- [6] Тарьгин И.Е. Методика калибровки тепловой модели блока чувствительных элементов, состоящего из трех датчиков угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №4. С. 88–102. DOI 10.17285/0869-7035.0016.

Моделирование процесса измерения параметров виброподставки оптико-электронной системой для лазерного гироскопа при воздействии реальных возмущений

А.А. Авиев
ООО «НПК «Электрооптика»
Москва, Россия
aviev.aleksey@gmail.com

Аннотация—В работе исследуется оптико-электронная система, измеряющая параметры колебаний чувствительного элемента в лазерном гироскопе с виброподставкой для их последующей компенсации. Рассмотрены динамическая модель системы, модель ее оптического канала и алгоритм обработки выходных сигналов системы. С их использованием проведено моделирование процесса работы измерительной системы в условиях реальных динамических возмущений.

Ключевые слова—лазерный гироскоп, кольцевой лазер, виброподставка, оптико-электронная измерительная система, математическое моделирование.

I. ВВЕДЕНИЕ

Широкое распространение среди лазерных гироскопов (ЛГ) получили приборы с виброподставкой [1–3]. В таких гироскопах чувствительный элемент (ЧЭ), представляющий собой кольцевой лазер, совершает крутильные колебания относительно основания прибора, что вносит дополнительную составляющую в его выходной сигнал. Точностные характеристики гироскопа существенно зависят от качества ее вычитания [4]. В [5] для определения параметров относительных колебаний ЧЭ и их последующей компенсации предложено использовать оптико-электронную измерительную систему (ОЭИС), свободную от недостатков известных систем и способов вычитания [6–12].

При воздействии на ЛГ различных динамических возмущений параметры конструкции ОЭИС могут изменяться. Настоящая работа посвящена исследованию функционирования измерительной системы в таких условиях. В работе рассматриваются динамическая модель движения компонентов ОЭИС, модель ее оптического канала, а также алгоритм обработки выходных сигналов системы. Первая модель позволяет определять изменение взаимного расположения компонентов ОЭИС при различных видах и уровнях динамических возмущений. Вторая модель, в свою очередь, позволяет получать выходные сигналы системы с учетом этого расположения. Алгоритм обработки сигналов ОЭИС осуществляет их преобразование в параметры относительных колебаний ЧЭ. Исследование проводилось путем математического моделирования с использованием записи параметров движения реального объекта.

II. ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННАЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА

A. Принцип действия и основные компоненты

ОЭИС состоит из транспаранта, оптико-электронного модуля и электронного блока обработки сигналов (рис. 1). Принцип действия системы основан на регистрации лазерного излучения, отраженного от участков транспаранта с микрометками. Миниатюрный транспарант жестко закрепляется на моноблоке ЧЭ, который при помощи вибропривода совершает рабочие угловые колебания относительно основания ЛГ. Оптико-электронный модуль устанавливается на основании гироскопа и формирует лазерное излучение, которое проецируется на транспарант в виде трех световых пятен (центрального и двух дополнительных). При движении ЧЭ это излучение модулируется микрометками, отражается от транспаранта и регистрируется фотоприемником оптико-электронного модуля. Дальнейшая обработка и преобразование сигналов осуществляется в электронном блоке системы.

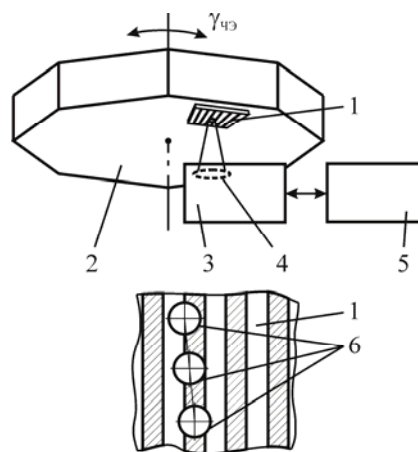


Рис. 1. Общая функциональная схема оптико-электронной системы: 1 – транспарант; 2 – чувствительный элемент (кольцевой лазер); 3 – оптико-электронный модуль; 4 – объектив; 5 – электронный блок обработки сигналов; 6 – световые пятна

Центральное световое пятно служит для формирования сигналов в блоке автоматической фокусировки излучения на поверхность транспаранта. Подстройка осуществляется за счет пьезоактуатора, перемещающего объектив внутри оптико-электронного модуля. Дополнительные световые пятна расположены на поверхности транспаранта с различным сдвигом по отношению к его микрометкам и позволяют сформировать два выходных синусно-косинусных квадратурных сигнала. Значение

фазы этих сигналов несет информацию о величине и направлении перемещения ЧЭ с транспарантом, что позволяет определять параметры его рабочих колебаний.

В. Динамическая модель

Компоненты ОЭИС разделяются на подвижные (объектив и транспарант) и установленные на основании ЛГ (все остальные компоненты). Транспарант закреплен на моноблоке ЧЭ, который посредством упругих торсионов связан с основанием гироскопа. Объектив связан с основанием ЛГ через актуатор перемещения. Таким образом, в модели достаточно учесть только движение ЧЭ и объектива относительно основания гироскопа.

Объектив и ЧЭ представляют собой твердые тела, имеющие по шесть степеней свободы. Движение этих тел складывается из перемещения их центров масс и вращения вокруг них. Исходя из этого, динамическая модель построена с использованием теоремы о движении центра масс совокупности материальных точек и динамических уравнений Эйлера [13, 14]. В модели учитываются следующие параметры:

- силы и моменты упругости, действующие со стороны точек крепления подвижных компонентов;
- силы и моменты вязкого демпфирования;
- активные силы и моменты, связанные с управляющими сигналами;
- сила тяжести.

На вход модели подаются параметры движения объекта:

- ускорение, сообщаемое основанию ЛГ;
- угловая скорость вращения гироскопа;
- угловое ускорение ЛГ.

Динамическая модель позволяет определять взаимное расположение компонентов ОЭИС при различных условиях функционирования.

С. Модель оптического канала

В модели последовательно рассматриваются:

- прохождение лазерного излучения через передающий канал ОЭИС;
- отражение этого излучения от транспаранта с микрометками;
- распространение излучения в приемном канале измерительной системы.

При этом выполняются указанные ниже вычисления [15–17]:

- расчет параметров лазерного пучка и волновых фронтов;
- трассировка лучей и расчет aberrаций;
- аппроксимация оптических полей на поверхностях волновых фронтов;
- расчет дифракционных картин.

Также в модели используются элементы методики расчета полей в оптических системах чтения и записи информации на цифровых оптических дисках [18].

Модель оптического канала позволяет рассчитать амплитуду оптического поля на фотоприемнике опико-электронного модуля с учетом конкретного расположения компонентов системы, aberrаций и явления дифракции. По полученному распределению амплитуды формируются выходные квадратурные сигналы ОЭИС.

Д. Алгоритм обработки сигналов

Рассматриваемый алгоритм содержит следующие стадии:

- грубое определение параметров квадратурных сигналов (амплитуд и смещений);
- сглаживание этих сигналов;
- корректировка амплитуд и смещений;
- выделение фазы квадратурных сигналов.

На первой стадии выполняется оценка максимальных и минимальных значений сигналов на небольшом интервале времени, по которым грубо вычисляются параметры амплитуды и смещения. Сглаживание сигналов производится с помощью низкочастотного фильтра. Корректировка амплитуд и смещений осуществляется путем применения алгоритма градиентного спуска, в котором минимизируется функционал, составленный по основному тригонометрическому тождеству. Выделение фазы квадратурных сигналов выполняется с помощью следящего цифрового контура [19]. Значение и скорость изменения этой фазы позволяют перейти к параметрам рабочих колебаний ЧЭ, в первую очередь к углу $\gamma_{чэ}$ поворота ЧЭ относительно основания ЛГ.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

А. Условия моделирования

Моделирование работы ОЭИС было проведено путем последовательного применения рассмотренных моделей. Схема процесса моделирования приведена на рис. 2.

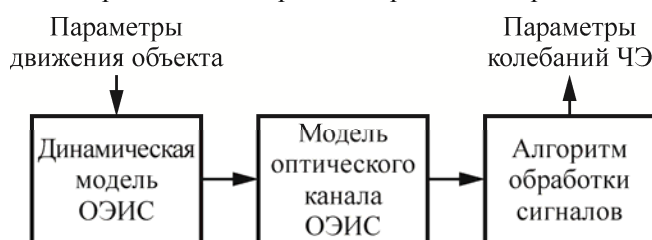


Рис. 2. Схема процесса моделирования

Исследование проводилось в двух вариантах: без внешних возмущений (ЛГ находился в покое) и с возмущениями (гироскоп находился в движении). Для их учета была использована запись параметров движения реального объекта, соответствующая участку выполнения маневров. Линейное ускорение основания ЛГ при этом достигало величины 2,5 g, а его угловая скорость – 60 град/с. Эти воздействия подавались на вход динамической модели ОЭИС.

В. Результаты моделирования

Первым исследовался случай отсутствия возмущений. Моделирование показало, что погрешность $\delta\gamma_{\text{ЧЭ}}$ измерения системой относительного угла поворота ЧЭ в таких условиях находится в пределах $\pm 0,05$ угл. сек (рис. 3, красная линия). Эта погрешность обусловлена технологическим несовершенством используемого транспаранта.

После этого рассматривался случай наличия внешних возмущений. Исследование показало, что решающее влияние на погрешность измерительной системы оказывает паразитное движение ЧЭ вместе с транспарантом. При указанных выше возмущениях погрешность измерительной системы возросла и оказалась в пределах ± 1 угл. сек (рис. 3, синяя линия).

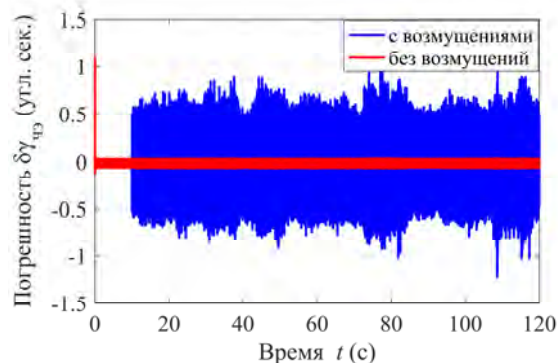


Рис. 3. Погрешность ОЭИС: при отсутствии (красная линия) и при наличии (синяя линия) возмущений

Для снижения полученной погрешности предложено применять две ОЭИС, расположенные диаметрально по отношению к оси вращения ЧЭ (рис. 4). Сложение показаний двух измерительных систем позволяет скомпенсировать возросшую погрешность и вернуть ее значение обратно в диапазон $\pm 0,05$ угл. сек. (рис. 5, зеленая линия).

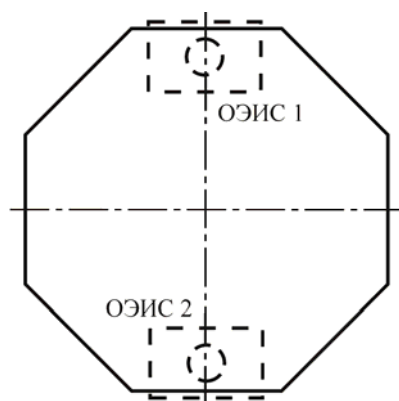


Рис. 4. Схема расположения измерительных систем

Амплитуда рабочих колебаний ЧЭ в данном исследовании была выбрана равной 3 угл. мин (размах составил 6 угл. мин). С учетом величины достигнутой погрешности ОЭИС подавление составляющей виброподставки при ее вычитании по показаниям системы составит не менее 70 дБ. Такой уровень подавления превосходит параметры некоторых цифровых фильтров [7, 8] при отсутствии искажений характеристики ЛГ в области частоты виброподставки.

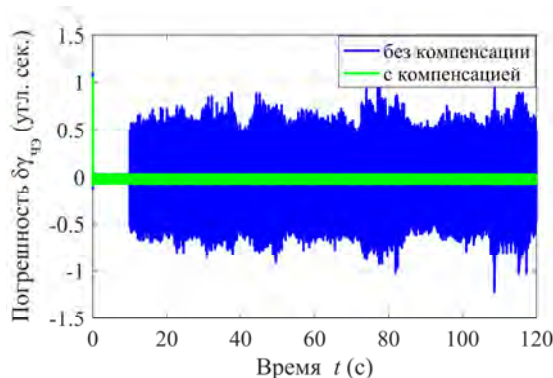


Рис. 5. Погрешность ОЭИС при наличии возмущений: без компенсации (синяя линия) и с компенсацией (зеленая линия)

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено моделирование оптико-электронной системы, предназначенной для измерения параметров колебаний чувствительного элемента в лазерном гироскопе с виброподставкой. Рассмотрены динамическая модель измерительной системы, модель ее оптического канала и алгоритм обработки выходных сигналов системы. С помощью этих моделей проанализирована работа системы в условиях воздействия реальных динамических возмущений. Математическое моделирование показало, что наибольшее влияние на погрешность измерительной системы оказывает паразитное движение чувствительного элемента. Измерение его относительного положения при таком движении выполняется с погрешностью в пределах ± 1 угл. сек. Эта погрешность может быть существенно уменьшена за счет использования двух оптико-электронных систем. Суммарная погрешность пары измерительных систем находится в диапазоне $\pm 0,05$ угл. сек и обусловлена технологическим несовершенством используемых транспарантов. При достигнутой величине погрешности измерительная система обеспечивает подавление составляющей виброподставки на уровне 70 дБ и не вызывает искажений характеристики гироскопа в области частоты рабочих колебаний чувствительного элемента.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Aronowitz, F., Fundamentals of the Ring Laser Gyro, Optical Gyros and their Application. RTO-AG-339, 1999, pp. 3-1–3-45.
- [2] Лукьянов Д.П. и др. 50 лет лазерному гироскопу // XX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: материалы конф. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С. 7–21.
- [3] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. № 2 (109). С. 3–10.
- [4] Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. 316 с.
- [5] Авиев А.А. Оптико-электронная система для измерения параметров колебаний виброподставки в кольцевом лазерном гироскопе // Известия ТулГУ. Технические науки. 2016. № 6. С. 14–25.
- [6] Gamertsfelder, G., Ljung, B., Ring Laser Gyroscope with Compensation, US Patent no. 4411527, 1983.
- [7] Ansheng, C., Jianli, L., Zhongyi, C., Dither Signal Removal of Ring Laser Gyro POS Based on Combined Digital Filter, Proc. 8th IEEE International Symposium on Instrumentation and Control Technology (ISICT), London, IEEE, 2012, pp. 178–182.
- [8] Чиркин М.В. и др. Фильтрация выходных сигналов триады лазерных гироскопов // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам:

- материалы конф. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 327–329.
- [9] Regimanu, B., Das, K., Rao, K., Development of Multistage Digital Filters for Dither Signal Removal in Ring Laser Gyro, *Frequenz*, 2019, vol. 73, pp. 123–130.
- [10] Региману Б. и др. Фильтрация вибросигнала лазерного гироскопа с использованием вейвлет-преобразования // *Гироскопия и навигация*. 2019. Т. 27. № 3 (106). С. 71–86.
- [11] Banerjee, K., Dam, B., Majumdar, K., Banerjee, R., Patranabis, D., An Improved Dither-Stripping Scheme for Strapdown Ring Laser Gyroscopes, Proc. 2004 IEEE Region 10 Conference TENCON 2004, Chiang Mai, IEEE, 2004, vol. 1, pp. 689–692.
- [12] Чесноков Г.И. и др. Некоторые пути улучшения тактико-технических характеристик бесплатформенных инерциальных навигационных систем // X Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: материалы конф. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2003. С. 155–164.
- [13] Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматлит, 1961. 824 с.
- [14] Кветкин Г.А. Инструментальные погрешности измерительного блока на базе триады лазерных гироскопов при динамических возмущениях: дис. ... канд. техн. наук: МГТУ им. Н.Э. Баумана. М., 2011. 206 с.
- [15] Носов П.А., Пахомов И.И., Ширанков А.Ф. Состояние и перспективы развития методов расчета преобразования лазерного излучения оптическими системами // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2012. № 9. С. 167–177.
- [16] Пахомов И.И., Цибуля А.Б. Расчет оптических систем лазерных приборов. М.: Радио и связь, 1986. 150 с.
- [17] Борн М., Вольф Э. Основы оптики: пер. с англ. / под ред. Г.П. Мотулевича. 2-е испр. изд. М.: Наука, 1973. 720 с.
- [18] Фролов М.Е. Проектирование и расчет высокоапертурных лазерных систем устройств хранения информации на цифровых оптических дисках: дис. ... канд. техн. наук: МГТУ им. Н.Э. Баумана. М., 2007. 201 с.
- [19] Analog Devices Inc., Closed-loop Position Estimation with Signal Compensation for Sinusoidal Encoders with the AMD401, Technical Report AN401-23, 2000.

Исследование точностных характеристик акселерометров типа Q-flex для модернизации БИНС

П.А. Филатов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
petr.filatov@phystech.edu

А.Д. Морозов
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Э.А. Миликов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
milikov@phystech.edu

В.Г. Семенов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.А. Фомичев
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.И. Вареник
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Б. Тарасенко
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Аннотация—Разработана методика определения точностных параметров акселерометров на двухосном поворотном стенде. Ее применение позволяет сократить время калибровки отдельных инерциальных датчиков, а также проводить сбор данных во время динамического измерения температур. В работе приведены результаты расчетов основных параметров акселерометров типа Q-flex, полученных на основе экспериментальных данных. Приведена математическая оценка навигационной ошибки, возникающей из-за наличия погрешностей акселерометров. Благодаря математической оценке навигационных ошибок определяется пригодность использования акселерометров на подвижных объектах.

Ключевые слова—акселерометр Q-flex, инерциальная навигационная система, точностные параметры акселерометров, методика калибровки.

I. ВВЕДЕНИЕ

Для точного определения координат летательного объекта используются современные инерциальные датчики, такие как лазерные гироскопы и акселерометры, входящие в состав бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). При работе инерциальных датчиков возникают погрешности, которые приводят к медленному накоплению ошибок инерциальных навигационных систем (ИНС). В связи с этим актуальной является задача нахождения оптимальных составляющих БИНС (акселерометров, гироскопов и их комплектов), а также разработка методик испытаний для дальнейшего моделирования как приборов, находящихся отдельно, так и размещенных в БИНС.

В работе представлены сравнительные характеристики акселерометров типа Q-flex: Er-S1-E1 пр-ва Ericco International Limited, Китай (далее Er); AK-18 пр-ва АО «Серпуховский завод «Металлист», г. Серпухов (далее AK18); KA-1, пр-ва АО «ПНППК», г. Пермь (далее KA1); конструкция Q-flex акселерометров представлена на рис. 1. Метрологические характеристики акселерометров определены через стандартную линейную модель погрешностей смещения нуля (СН) и масштабного коэффициента (МК) [1]. Приведено сравнение остаточных погрешностей акселерометров (после компенсации мат.

модели), сравнение навигационной ошибки для определения пригодности использования акселерометров.

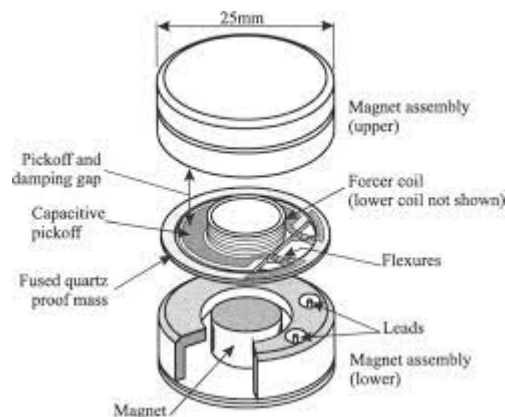


Рис. 1. Схема акселерометров типа Q-flex

В статье излагается разработанная и реализованная методика определения точностных параметров акселерометров, в которую входит программа поворотов на двухосном стенде (ДС) имитации пространственного движения и программа обработки данных.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

A. Акселерометры типа Q-flex

Навигационные маятниковые акселерометры используются в ИНС для определения кажущегося ускорения. Точность преобразования ускорения в электрический сигнал принято определять погрешностью смещения нуля и погрешностью масштабного коэффициента (или чувствительностью), а также влиянием температуры и временных параметров на эти величины. Смещение нуля (СН) – систематическая ошибка, связанная с показанием прибора при нулевом значении ускорения, имеющая размерность в m/s^2 или μg . СН имеет определяющее значение для акселерометров, расположенных в поперечных плоскостях ИНС, так как вносят существенную ошибку в определение скорости.

Функция преобразования (ФП) сигнала акселерометров может быть представлена в виде [2]

$$Y_d = K_1 \cdot (1 + 0,5k_{1,A} \text{sign} a_i) a_i + K_2 a_i^2 + M_0 a_p + M_p a_0 + M_{ip} a_i a_p + K_{(0\Sigma)}, \quad (1)$$

где Y_d – действительная индивидуальная ФП акселерометра; K_1 – действительный коэффициент преобразования (КП) акселерометра; a_i – измеряемая проекция кажущегося ускорения на ось чувствительности акселерометра; $k_{1,A}$ – коэффициент асимметрии КП; a_0 , a_p – неизмеряемые проекции кажущегося ускорения на его ось подвеса и ось маятника соответственно; $K_{(0\Sigma)} = \delta a$ – соответственно смещение нуля (СН) ФП; K_2 – коэффициенты квадратичной нелинейности ФП; $M_p = \varphi$, $M_0 = \theta$ – аддитивные систематические коэффициенты перекрестной чувствительности и погрешности базовой плоскости (БП) (как малые углы неортогональности оси чувствительности относительно осей подвеса и маятника соответственно); M_{ip} – мультипликативный систематический коэффициент перекрестной чувствительности и соответствующей погрешности.

Упрощенную модель (1) можно представить в следующем виде:

$$Y_d = K_1(1 + \delta K) a_i + M_0 a_p + M_p a_0 + K_{(0\Sigma)}. \quad (2)$$

В (2) не учтено следующее: квадратичная нелинейность, что может привести к нелинейному виду ФП; M_{ip} , так как порядок величины достаточно мал; коэффициент асимметрии коэффициента преобразования, вместо него используется погрешность коэффициента преобразования. Модель (2) имеет погрешность аппроксимации в 3 раза большую, чем модель (1) для акселерометров с трансформаторным датчиком угла [2].

Погрешность аппроксимации ΔA рассчитывается по формуле [2]

$$\Delta A = \frac{Y_d - Y_i}{K_1}, \quad (3)$$

где Y_i – идеальная (без погрешностей) линейная ФП.

Эта погрешность является ошибкой, которую вносят инерциальные датчики в ошибку ИНС.

Б. Оценка навигационной ошибки

Рассмотрим скоростную и координатную ошибку при прямолинейном движении объекта, когда ошибками гироскопов можно пренебречь.

Ошибка определения пространственной координаты БИНС, отсчитываемой вдоль горизонтальной оси ИНС, определяется как интеграл от скорости при нулевом начальном условии (после выставки ИНС) и имеет вид [3]:

$$\delta r(t) = \frac{T_s^2(\delta a - g \cdot \alpha_0)}{(2\pi)^2} \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{T_s} t) + R \cdot \delta \omega \cdot (\frac{T_s}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{T_s} t - t), \quad (4)$$

где t – время, T_s – период Шулера, δa – погрешность акселерометра, α_0 – начальная ошибка определения вертикали, $\delta \omega$ – погрешность гироскопа, R – радиус Земли.

Поскольку исследуется вклад акселерометров в ошибку определения координаты, для упрощения будем считать гироскопы идеальными.

Ошибка носит колебательный характер и достигает своего максимального значения при половине периода Шулера:

$$t = \frac{T_s}{2} = 42,17 \text{ мин}. \quad (5)$$

Тогда максимальная ошибка координаты при максимальной погрешности акселерометра имеет вид:

$$|\Delta r| = \max_t \max_{\delta a} |\delta r(t)| = \frac{2 \cdot T_s^2 \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \delta a_{\max}}{(2\pi)^2}. \quad (6)$$

Таким образом, полученное выражение (6) можно использовать как оценку вклада ошибок акселерометров при худшей их реализации в ошибку определения местоположения. Под худшей реализацией подразумевается максимально возможная по модулю погрешность аппроксимации сигнала акселерометра с учетом выбранной модели.

В. Методика исследования метрологических характеристик акселерометров

Экспериментальная часть исследования проводилась на двухосном стенде с точностью позиционирования и неортогональностью (НО) осей стенда не более 2", в температурном диапазоне $[-30; 60]$ °С.

Задавались повороты вокруг горизонтальной оси стенда для вычисления таких параметров, как КП и СН, при положениях осей чувствительности акселерометров, сонаправленных или направленных противоположно \vec{g} . Тогда, пренебрегая погрешностями, малыми по величине для такого положения акселерометров ($M_0 a_p, M_p a_0$), модель (1) представима в виде

$$\begin{aligned} Y_d \uparrow &= (1 + \delta K) \cdot g + \delta a, \\ Y_d \downarrow &= -(1 + \delta K) \cdot g + \delta a. \end{aligned} \quad (7)$$

Для определения углов НО и отклонения БП от горизонтали проводились повороты на 180° вокруг вертикальной оси. ФП тогда принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_d &= K \cdot \sin(\varphi - \theta) \cdot g + \delta a, \\ \bar{Y}_d &= K \cdot \sin(\varphi + \theta) \cdot g + \delta a, \end{aligned} \quad (8)$$

где φ – угол неортогональности оси чувствительности акселерометра; θ – отклонение базовой плоскости (рис. 2).

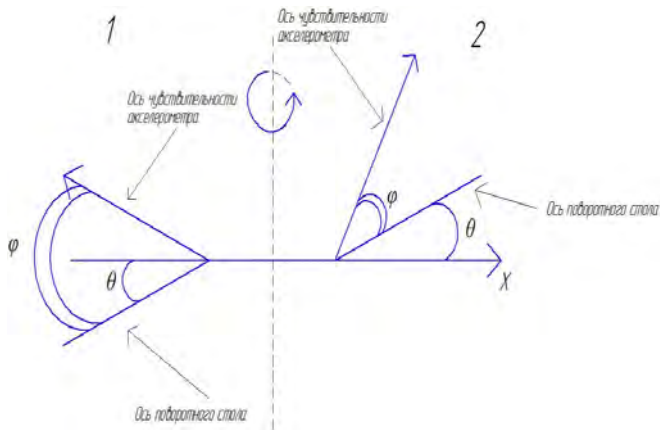


Рис. 2. Углы неортогональности и отклонения базовой плоскости для двух положений акселерометра

III. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе представлены акселерометры типа Q-flex – КНР (Er), пермский (KA1) и серпуховский (AK18). Необходимо провести разделение погрешностей СН и КП, что возможно с помощью разработанной методики поворотов на специализированном стенде. Для преобразования сигнала акселерометров использовался 24-битный $\Delta\Sigma$ АЦП с точностью измерения не менее 0,001% (не менее 18 двоичных разрядов с учетом знака).

A. Расчет коэффициента преобразования и смещения нуля

Предложенная методика для оптимизации стандартных испытаний заключается в повторяющихся поворотах акселерометров, закрепленных внутри стенда, вокруг горизонтальной оси двухосного стенда с выдержкой 100 с в положениях 0° и 180° . Повороты осуществляются при изменении внешней температуры внутри камеры теплехолода в температурном диапазоне $[-30;50]^\circ\text{C}$. При помощи разработанной программы на ЭВМ происходит усреднение сырых данных, разделение данных, полученных в разных положениях осей двухосного стенда. К достоинствам методики относится динамическая реализация поворотов, которая позволяет определить точностные характеристики не только в квазистационарных температурных точках, но и во всем температурном диапазоне; сокращение времени необходимого для исследований метрологических характеристик инерциальных датчиков.

По формуле (6) были получены следующие значения погрешностей КП и СН от температуры (табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. Линейные коэффициенты погрешностей упрощенной модели

Акселерометр	Коэффициенты погрешностей КП и СН			
	δK_0	δK_1 ($1/^\circ\text{C}$)	δa_0 мкг	δa_1 мкг/ $^\circ\text{C}$
AK-18	0,00154	6,7E-5	2623	-10,8
KA1	2,46E-4	1,15814E-4	-1963	12,4
Er	0,00246	-4,41977E-6	-621	-10,1

B. Расчет углов неортогональности и отклонения базовой плоскости

Методика заключалась в повороте акселерометров вокруг вертикальной оси с шагом 45° для горизонтального положения осей чувствительности акселерометров.

По формуле (8) были получены следующие значения углов отклонения чувствительного элемента (ЧЭ) акселерометра (табл. 2).

ТАБЛИЦА 2. Углы неортогональности и отклонения базовой плоскости

Акселерометр	Углы отклонения НО и БП	
	φ "	θ "
AK-18	743"	124"
KA1	279"	124"
Er	170"	124"

B. Оценка навигационной ошибки

Погрешность аппроксимации нулевого сигнала акселерометра (3) отображена на рис. 3. Невоспроизводимость менее 50 мкг для каждого акселерометра.

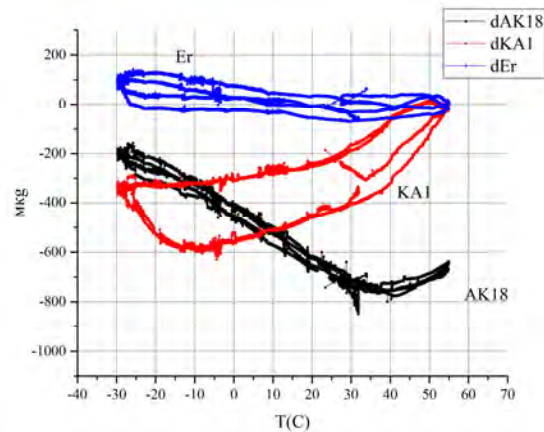


Рис. 3. Погрешность аппроксимации исследуемых акселерометров

Вклад максимальной ошибки нулевого сигнала акселерометров (рис. 3) в максимальную ошибку определения координаты (6) при ошибках гироскопов, равных нулю, имеет следующие значения (табл. 3).

ТАБЛИЦА 3. Погрешность координаты ИНС для Er, KA1, AK-18

Расчетная погрешность	Углы отклонения НО и БП		
	Er	KA1	AK-18
δa_{max} , мкг	150	600	800
Δr км	1,375	5,5	7,34

Из [2] следует, что погрешность выбранной нами упрощенной модели (2) в 3 раза больше погрешности полной модели (1). Позволим себе оценку: максимальное значение погрешности аппроксимации, которое мы подставляем в уравнение (5), может быть в 3 раза меньше. В таком случае ошибка определения координаты уменьшится в 3 раза и будет составлять 0,45 км для Er акселерометра.

IV. Выводы

В работе исследованы точностные характеристики кварцевых акселерометров типа Q-flex для дальнейшего использования в качестве датчиков первичной информации. Рассчитаны погрешности аппроксимации, по результатам которых проведена оценка навигационной ошибки. Для акселерометра Eg рассчитанная ошибка координат с учетом выбранной упрощенной модели (2) составила 1,37 км. По сравнению с другими рассматриваемыми в работе акселерометрами, акселерометр Eg является наиболее подходящим для проведения дальнейших испытаний и установки в ИНС.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Аврутов В.В. Испытания инерциальных приборов: Учебное пособие. К.: НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», 2016. 205 с.
- [2] Черняк Н.Г., Хазинедарлу Е. Исследование метрологических характеристик навигационно маятникового компенсационного акселерометра с трансформаторным датчиком угла // Информационные системы, механика и управления: научно-технический сборник. 2009. Вып. 3. С. 5–20.
- [3] Успенский В.Б., Татарина О.А. Математические основы инерциальной навигации: учеб. пособ. Х.: Изд-во «Підручник НТУ «ХП»», 2017. 192 с.

Гиросtabilизатор с увеличенной скоростью управляемой прецессии на базе гироскопа со сферическом шарикоподшипниковым подвесом

В.Я. Распопов
Кафедра «Приборы управления»
ФГБОУ ВО «Тульский
государственный университет»
Тула, Российская Федерация
tgupu@yandex.ru

Р.В. Алалуев
Кафедра «Приборы управления»
ФГБОУ ВО «Тульский
государственный университет»
Тула, Российская Федерация
tgupu@yandex.ru

В.В. Лихошерст
Кафедра «Приборы управления»
ФГБОУ ВО «Тульский
государственный университет»
Тула, Российская Федерация
tgupu@yandex.ru

С.И. Шепилов
Серийное конструкторское бюро
АО «Мичуринский завод «Прогресс»
Мичуринск, Российская Федерация,
906@mzp.su

Аннотация—Исследована динамика индикаторного гиросtabilизатора, в котором в качестве чувствительного элемента применен гироскоп на сферическом шарикоподшипниковом подвесе. Показаны взаимовлияния датчиков углов и моментов в гироскопе, которые ухудшают качество стабилизации и управления гиросtabilизатора. Модернизация конструкции гироскопа обеспечила уменьшение шума в выходном сигнале гироскопа и увеличение скорости управляемого движения гиросtabilизатора.

Ключевые слова—гироскоп, гиросtabilизатор, сферический шарикоподшипниковый подвес.

I. ВВЕДЕНИЕ

Стабилизация оптической аппаратуры (оборудования) является одной из распространенных задач решаемой при помощи гиросtabilизаторов. В статье рассматривается подобный стабилизатор, имеющий две оси стабилизации. Вокруг вертикальной оси стабилизатор имеет неограниченный угол прокачки, а диапазон отклонений вокруг горизонтальной оси ограничен углами до $\pm 45^\circ$. Чувствительным элементом гиросtabilизатора является гироскоп Д-7, выполненный по схеме гироскопа со сферическим шарикоподшипниковым подвесом [1].

Гироскоп работает в двух основных режимах:

- свободного гироскопа с углами прокачки не более $0,5^\circ$;
- удержания ротора (арретирования), при этом гироскоп работает как датчик угловой скорости с электрической пружиной в обратной связи.

Режимы работы гироскопа обусловлены режимами работы гиросtabilизатора:

- стабилизация – удержание заданного направления при эволюциях основания;
- управление через гироскоп – изменение угловой ориентации оборудования совместно с режимом стабилизации или без него;

- быстрая смена угловой ориентации (переброс) – подача управляющего сигнала непосредственно на двигателя стабилизации.

В первых двух режимах работы гиросtabilизатора Д-7 является свободным гироскопом, скоростью прецессии которого можно управлять амплитудой напряжения, приложенного к катушкам электромагнитных датчиков момента. При перебросе гиросtabilизатора Д-7 используется в режиме арретирования.

Гироскоп Д-7 обеспечивает требуемую точность гиросtabilизатора в режиме стабилизации. В режиме управления имеется возрастание шумовой составляющей выходного сигнала и не обеспечивается требуемая угловая скорость управляемой прецессии гироскопа. В режиме переброса с угловыми скоростями более $70^\circ/\text{с}$ ротор гироскопа ложится на упор.

Расширение диапазона угловой скорости прецессии в первую очередь связано с преобразователями энергии – датчиками угла и момента.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработать математическое описание с учетом взаимовлияния электромагнитных процессов в датчиках угла и момента серийного и модернизированного гироскопов.

Выполнить математическое моделирование работы гиросtabilизатора в режимах стабилизации, управления и переброса для параметров серийного и модернизированного гироскопов. Оценить достигнутые результаты по точности и угловой скорости управления гиросtabilизатора с модернизированным гироскопом.

III. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДАТЧИКОВ УГЛА И МОМЕНТА

Гироскоп Д-7 имеет четыре индукционных датчика угла 1 (рис. 1), попарно включенные в дифференциальную схему и ориентированные по направлению осей чувствительности. Четыре датчика момента 2 имеют независимое включение и смещены на угол 45° относи-

тельно датчиков угла. Оба преобразователя имеют единый магнитопровод замыкания магнитного потока (якорь) 3, расположенный в торцевой поверхности ротора (ротор на рис. 1 не показан).

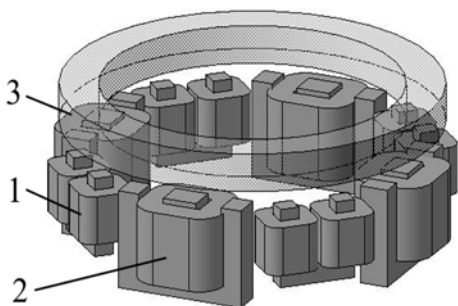


Рис. 1. Расположение датчиков угла (1), момента (2) и магнитопровода (3)

Исследование взаимовлияния датчиков угла и момента гироскопа выполнено при следующих допущениях:

- магнитные сопротивления материала якоря и сердечника катушек не изменяются при изменении их взаимного положения;
- магнитопроводы не насыщены;
- изменение магнитной проводимости цепи обусловлено только изменением величины воздушного зазора;
- потоки рассеяния малы и не оказывают влияния на изменение магнитной проводимости зазора.

Выходной сигнал индукционного датчика угла при дифференциальной схеме включения определяется выражением

$$U = (I_1 - I_2)R_H, \quad (1)$$

где U – выходное напряжение, I_1, I_2 – токи в катушках чувствительности датчика угла; R_H – сопротивление нагрузки.

Токи в катушках датчиков угла зависят от углового положения ротора (магнитопровода) и для одной пары катушек чувствительности, принимая допущение об их идентичности, описываются уравнениями [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= \frac{1}{L_1(\alpha)} \left(U_1 - I_1 R + I_1 \frac{\mu_0 \cdot w^2 \cdot S \cdot l \cdot \cos \alpha}{(\delta_0 - l \cdot \sin \alpha)^2} \frac{d\alpha}{dt} + \varepsilon_1 \right), \\ \frac{dI_2}{dt} &= \frac{1}{L_2(\alpha)} \left(U_2 - I_2 R - I_2 \frac{\mu_0 \cdot w^2 \cdot S \cdot l \cdot \cos \alpha}{(\delta_0 + l \cdot \sin \alpha)^2} \frac{d\alpha}{dt} + \varepsilon_2 \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $L(\alpha)$ – индуктивность датчика в функции угла отклонения ротора, R – активное сопротивление катушки, μ_0 – магнитная проницаемость воздуха, w – число витков катушки, S – площадь полюсного наконечника, l – расстояние от оси вращения ротора до центра полюсного наконечника, δ_0 – воздушный зазор в начальном положении ротора, α – текущий угол отклонения ротора, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – суммарные ЭДС всех источников для первой и второй катушек чувствительности датчика угла.

Источниками ЭДС являются все катушки датчиков момента и вторая пара катушек датчиков угла. Наводимая ЭДС от одного источника определяется выражением

$$\varepsilon = -w \cdot w_u \cdot G_m \cdot \frac{dI_u}{dt}, \quad (3)$$

где ε – наводимая ЭДС, w_u – число витков катушки источника ЭДС, G_m – суммарная магнитная проводимость от катушки источника до катушки датчика угла, I_u – ток в катушке источнике.

Очевидно, что выходной сигнал второго датчика угла будет описываться выражениями, аналогичными (1)–(3) с параметрами, соответствующими второй координате углового отклонения ротора β .

Цепь преобразования выходного сигнала датчика угла в контуре управления гиросtabilизатором включает аналого-цифровой преобразователь и демодулятор. Частота дискретизации сигнала составляет 500 Гц, разрядность данных $2^{16} - 32768$ ед.кода соответствуют $0,5^\circ$ углового отклонения ротора гироскопа.

Изменение тока в обмотке датчика момента может быть описано одним из уравнений, подобным (2), с параметрами, определяемыми конструкцией датчика, без наводимой ЭДС, при учете влияния на величину зазора двух координат движения [2]:

$$\frac{dI_{DM}}{dt} = \frac{1}{L_{DM}(\alpha, \beta)} \left(U_{DM} - I_{DM} R_{DM} + \frac{\sqrt{2} \mu_0 \cdot w_{DM}^2 \cdot S_{DM} \cdot l \cdot \left(\frac{d\alpha}{dt} \cos \alpha + \frac{d\beta}{dt} \cos \beta \right)}{4 \left(\delta_0 - \frac{\sqrt{2}}{4} l (\sin \alpha + \sin \beta) \right)^2} \right), \quad (4)$$

$$\text{где } \frac{1}{L_{DM}(\alpha, \beta)} = \frac{\delta_0 - \frac{\sqrt{2}}{4} l (\sin \alpha + \sin \beta)}{\mu_0 \cdot w_{DM}^2 \cdot S_{DM}},$$

U_{DM} – напряжение, подаваемое на датчик момента, I_{DM}, R_{DM} – ток и сопротивление обмотки датчика момента, w_{DM}, S_{DM} – число витков и площадь поперечного сечения магнитопровода.

Прикладываемое напряжение U_{DM} формируется цифроаналоговым преобразователем, т.е. это напряжение дискретно по времени и квантовано по уровню. Разрядность 2^{12} , частота дискретизации 10 кГц. Исходя из расположения катушек датчиков момента (рис. 1), для создания момента относительно одной из осей чувствительности гироскопа необходимо подавать управляющие напряжения на два датчика момента одновременно.

Моделирование работы гироскопа с индукционным датчиком угла выполнено для двух вариантов математического описания: с учетом и без учета ЭДС, наводимой датчиками момента. Математическая модель гироскопа

скопа при постоянном кинетическом моменте ротора имеет вид [3]:

$$\begin{cases} A(\ddot{\alpha} + \dot{\Omega}_Y) + h\dot{\alpha} + m_{\Pi}\alpha - \\ - H(\Omega_X + \dot{\beta} - \Omega_Z\alpha) - m_{pB}\beta = M_{\alpha\Sigma}, \\ A(\ddot{\beta} + \dot{\Omega}_X) + h\dot{\beta} + m_{\Pi}\beta + \\ + H(\Omega_Z\beta + \Omega_Y + \dot{\alpha}) + m_{pB}\alpha = M_{\beta\Sigma}, \end{cases} \quad (5)$$

где C и A – соответственно осевой и экваториальный моменты инерции ротора, $\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z$ – угловые скорости движения основания, H – кинетический момент ротора, h – коэффициент демпфирования, $M_{\alpha\Sigma}, M_{\beta\Sigma}$ – суммарные моменты управления, создаваемые датчиками моментов, m_{pB} – удельный радиально-восстанавливающий момент m_{Π} – удельный перекрестный момент, вектор которого перпендикулярен вектору радиально-восстанавливающего момента.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 приведены результаты моделирования, представляющие собой разности выходного сигнала датчиков угла после демодуляции и фильтрации при учете наводимой ЭДС, полученные при функционировании гироскопа в режиме арретирования для угловых скоростей основания по одной из осей чувствительности 10 °/с (рис. 2, а) и 20 °/с (рис. 2, б).

Из результатов моделирования следует вывод о необходимости исключения взаимовлияния датчика угла и момента для обеспечения более высокого соотношения «сигнал–шум» в выходном сигнале в переходных режимах (изменение угловой скорости основания). С этой целью в конструкцию ротора внесены изменения: на каждой из торцевых поверхностей размещены по одному магнитопроводу – один для датчиков угла, второй для датчиков момента [4].

Пространственное разнесение датчиков угла и момента позволило увеличить количество последних до восьми. Отсутствие взаимовлияния позволяет улучшить значение характеристики «сигнал–шум» при переменной угловой скорости основания.

Выполнено моделирование работы гиросtabilизатора при использовании математического описания гироскопов Д-7 и Д-7М как системы, состоящей из механической, индукционной и электромагнитной частей. Структурная схема гиросtabilизатора приведена на рис. 3.

При моделировании использовались известные математические модели кинематики движения гиросtabilизатора [3], выражения (1)–(4) для датчиков угла и момента, при описании усилительно-преобразующего тракта учитывалась дискретизация сигнала по времени и квантование по уровню.

В режиме стабилизации точностные характеристики гиросtabilизатора при использовании в качестве чувствительного элемента модернизированного гироскопа Д-7М и Д-7 практически идентичны (гироскопы имеют различные величины кинетического момента). Это свидетельствует о том, что проведенная модернизация не

привела к ухудшению характеристик прибора в режиме свободного гироскопа.

Погрешности стабилизации для Д-7 по каналу Y – 0,0355 °/с, по каналу Z – 0,00305 °/с; для Д-7М по каналу Y – 0,0315 °/с, по каналу Z – 0,00299 °/с.

В режиме управления на обмотки датчиков момента гироскопов двух типов подавались напряжения номиналов 1, 2 В со скоростями нарастания 2 В/с, 4 В/с. В гироскопе Д7 учитывается взаимовлияние датчиков момента на датчики угла. Для создания момента по одной оси работают два электромагнита. В Д-7М взаимовлияние отсутствует, момент по каждой из осей создается тремя датчиками момента. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

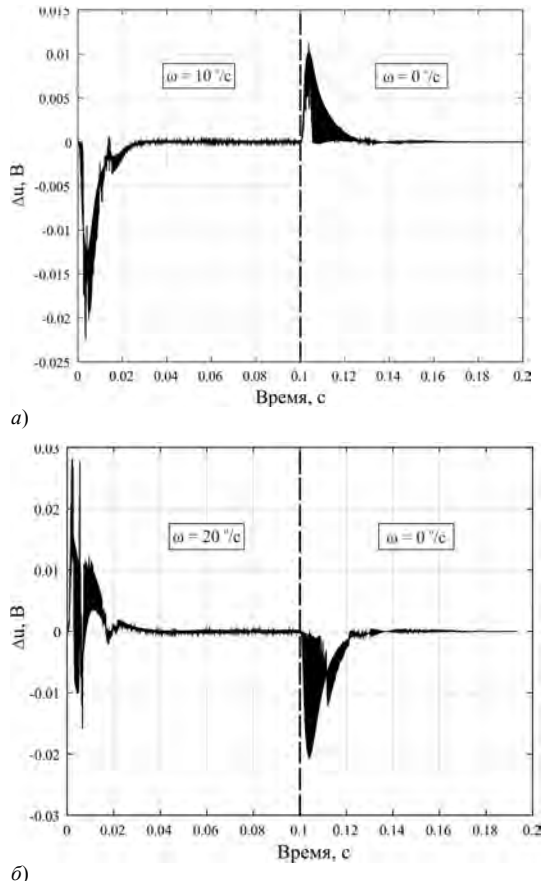


Рис. 2. Влияние датчиков момента на датчики угла

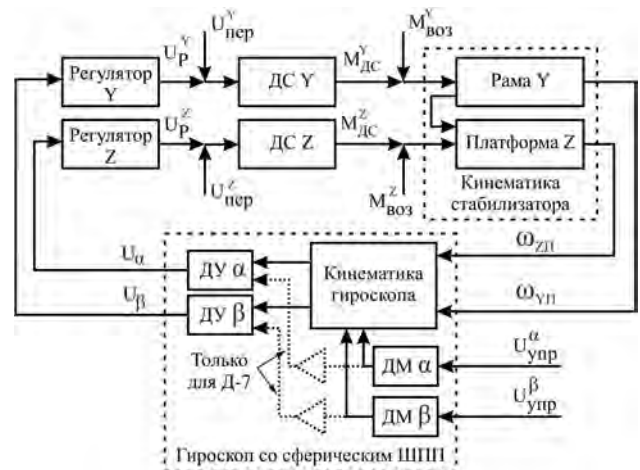


Рис. 3. Структурная схема гиросtabilизатора

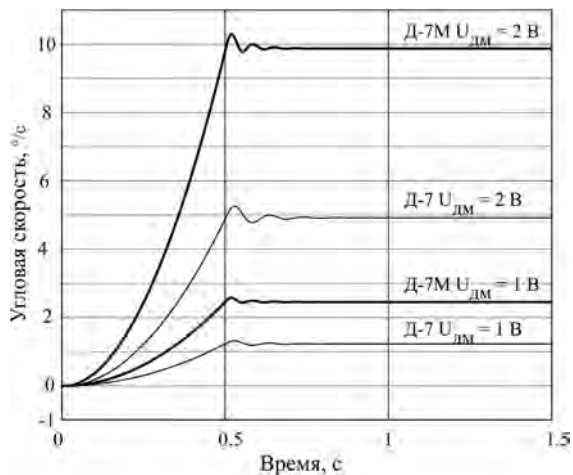


Рис. 4. Угловые скорости платформы в режиме управления

В режиме управления угловые скорости прецессии гиросtabilизатора на базе гироскопа Д-7М существенно больше (минимум в 1,5 раза) и увеличиваются с увеличением амплитуды приложенного напряжения. При этом во время изменения амплитуды напряжения на датчике момента в выходном сигнале отсутствует шумовая составляющая, обусловленная их взаимовлиянием. Максимальная угловая скорость управляемой прецессии в модернизированном гироскопе составляет $160 \text{ }^\circ/\text{с}$ с обеспечением устойчивости гироскопа и без изменения контуров управления.

При работе гиросtabilизатора в режиме переброса работа гироскопа в режиме арретирования показана на рис. 5 для двух вариантов гироскопов. Достижимая угловая скорость переброса гироскопа Д-7 составляет порядка $70 \text{ }^\circ/\text{с}$. Увеличение угловой скорости в режиме арретирования приводит к потере устойчивости ввиду нелинейного характера момента электромагнитных датчиков.

В модернизированном гироскопе обеспечивается угловая скорость переброса до $180 \text{ }^\circ/\text{с}$, однако колебательный характер выходного сигнала ограничивает практическое применение Д-7М до угловых скоростей переброса порядка $150\text{-}160 \text{ }^\circ/\text{с}$ [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель гироскопа Д-7 с учетом процессов, протекающих в электромеханических преобразователях энергии. На основании результатов моделирования выработаны рекомендации по модернизации гироскопа Д-7.

Разработано математическое описание модернизированного гироскопа Д-7М и проведен сравнительный ана-

лиз функционирования с гироскопом Д-7 в составе двухосного стабилизатора. Показано, что точностные характеристики гиросtabilизатора с обоими гироскопами идентичны, но эксплуатационные характеристики гиросtabilизатора с гироскопом Д-7М улучшены по скорости управления.

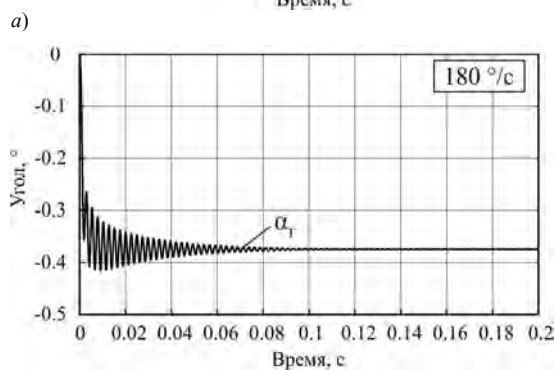
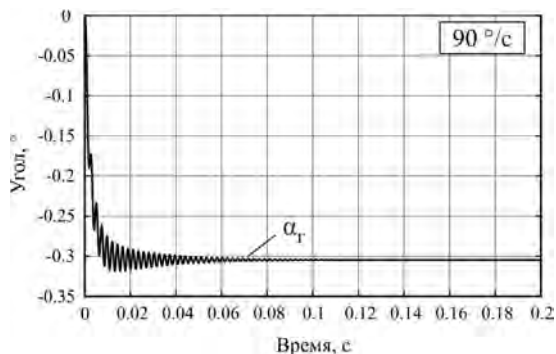


Рис. 5. Режим арретирования: гироскоп Д-7 (а) и Д-7М (б)

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Распов В.Я. Гироскопы с шарикоподшипниковым подвесом: Монография. Тула: «Гриф и К», 2003. 176 с.
- [2] Шепилов С.И., Лихошерст В.В. Комплексная математическая модель гироскопа со сферическим шарикоподшипниковым подвесом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2017. № 9-2. С. 34–42.
- [3] Распов В.Я. Теория гироскопических систем. Гиросtabilизаторы. Тула: ТулГУ, 2016. 388 с.
- [4] Распов В.Я., Малютин Д.М., Алалуев Р.В., Телухин С.В., Шепилов С.И. Гироскопический датчик углов со сферическим шарикоподшипниковым подвесом с улучшенными эксплуатационными характеристиками // Гироскопия и навигация. 2018. №2 (101). С. 88–94.
- [5] Алалуев Р.В., Малютин Д.М., Распов В.Я., Телухин С.В., Шепилов С.И., Ладонкин А.В. Результаты экспериментальных исследований датчика углов со сферическим шарикоподшипниковым подвесом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2017. №9-2. С. 43–51.

Исследование эффекта от введения в состав трехкомпонентного гироскопического измерителя угловой скорости на основе гироскопа Ковалевской компьютерной модели его поступательных движений и отрицательных электромеханических обратных связей по сигналам от них

П. К. Плотников
Саратовский государственный
технический университет
имени Гагарина Ю.А.
Саратов, Россия
plotnikovpk@mail.ru

Аннотация—Исследуется введение электромеханических обратных связей по двум координатам поступательных экваториальных движений гироскопера, обеспечивающих слежение гироскопера за колебаниями эталонной модели. Показано теоретически и математическим моделированием эффективность способа – колебания совпадают с высокой точностью. В примере – с ошибкой менее 0.1%.

Ключевые слова—гироскоп, датчик угловой скорости, эталонная модель, обратная связь.

За основу принята схема трехкомпонентного измерителя угловой скорости на основе гироскопа Ковалевской на пружинном подвесе [1–2]. Устройство прибора поясняется чертежами рис. 1–2.

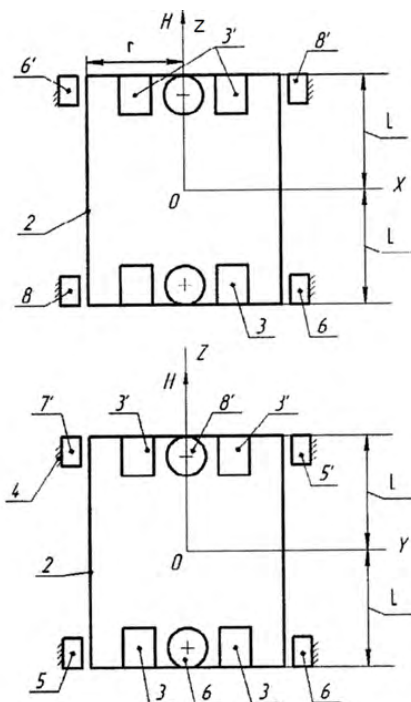


Рис. 1. Кинематическая схема пружинного подвеса гироскопа Ковалевской

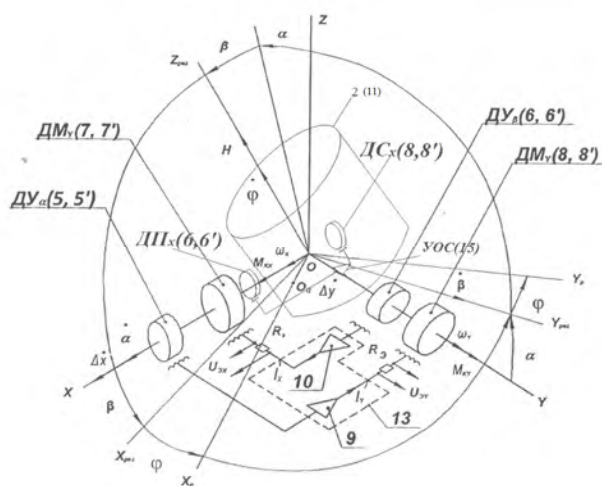


Рис. 2. Электрокинематическая схема, поясняющая работу систем радиальной коррекции и электромеханических ОС

На чертежах приняты следующие обозначения: 1 – ротор гироскопа Ковалевской; 2 – гироскопера (ротор с кожухом); 3 – пружинная опора; 4 – корпус прибора; 5 и 5' – датчики перемещений гироскопера вдоль оси Oy , разность сигналов которых, деленная на $2L$, определяется ниже:

$$\Delta y_5 = y_5 + y_{5'}, \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\Delta y_5}{2L}, \quad (2)$$

где y_{50} – поступательное перемещение центра подвеса гироскопера. Формулы (1)–(2) позволяет определить угол α поворота гироскопа для малых углов (рис. 2). Т.о., при разности сигналов датчики 5 и 5' образуют датчик угла α (Δy_5); 6 и 6' – датчики перемещений кожуха вдоль оси Ox , разность сигналов которых позволяет определить угол β по формуле, аналогичной (1). Таким образом, 6 и 6' образуют датчик угла β (Δy_6). При суммировании

сигналов датчиков 5 и 5' получают сигнал о двойном радиальном перемещении гироскопа вдоль оси ОУ:

$$\hat{y}_5 + \hat{y}_{5'} = 2y_{50}. \quad (3)$$

При суммировании сигналов датчиков 6 и 6' получают сигнал о двойном радиальном перемещении гироскопа вдоль оси ОХ, а из их разности выводят формулу для угла β :

$$\hat{x}_6 + \hat{x}_{6'} = 2x_{60}; \quad \beta = \frac{\Delta x'_6}{2L}. \quad (4)$$

Далее для поступательных перемещений гироскопа 2 используем переменные x и y без индексов, т.к. они привязывают перемещения к осям чувствительности датчиков перемещений. Две пары датчиков перемещений, алгоритмами которых являются формула (3) и первая формула (3а) сумм перемещений соответствующих датчиков, далее будем называть датчиками суммарных поступательных перемещений.

Разнесенные датчики силы 7 и 7' образуют датчик моментов ДМх. Разнесенные датчики силы 8 и 8' образуют датчик моментов вокруг оси Оу (Мку). Моменты сил коррекции от сигналов (ДУ α), (ДУ β), которые усиливаются усилителями 9 и 10, обозначены Мку, Мкх. Они образуют два контура межосевой радиальной коррекции. Кроме того, R_z – эталонное сопротивление для съема информации об угловых скоростях ω_x и ω_y . В состав прибора входят (рис. 2) чувствительный элемент 11 в виде гироскопа Ковалевской, источники электрического питания 12 (не показаны), компьютерно управляющий блок (13). В состав прибора введены два контура электромеханических обратных связей, их входами являются сигналы разностей координат относительных поступательных движений x и y гироскопа от датчиков перемещений и координат x_e и y_e эталонной модели гироскопа Ковалевской. При этом каждый контур обратной связи содержит последовательно соединенные соответствующие датчик суммарных перемещений, корректирующее устройство, усилитель, нагруженный на дополнительно введенную обмотку в каждой из пары датчиков силы 7 и 7' (ось ox) или 8 и 8' (ось oy), составляющих при соответствующем соединении датчик суммарной силы, приложенной к центру подвеса гироскопа для коррекции его положения. На вторые обмотки и, следовательно, на входы поступают сигналы от систем межосевой радиальной коррекции.

Соответствующие пружины подвеса гироскопа создают противодействующие силы $C_x x$; $C_y y$ по соответствующим осям. Для разгона ротора 1 в конструкции прибора применен трехфазный синхронный электродвигатель. Обмотки запитываются от источника переменного тока с частотой 0,05...0,5 кГц. В соответствии с теорией в гироскопе Ковалевской применено соответствующее распределение масс и моментов инерции [1].

Работа трехкомпонентного измерителя угловой скорости описана в [1–2]. В состав прибора введены два контура электромеханических обратных связей по разностям перемещений гироскопа и эталонной модели и их производным по времени. После корректирующих устройств и усилителей сигналы подключены к допол-

нительно введенным обмоткам датчиков силы для обеспечения развязки сигналов по угловому и поступательным движениям. Элементы и блоки измерения угловой скорости ω_z в начальный момент времени t_0 в блоке начальной выставки определяют $x(t_0)$, $\dot{x}(t_0)$, $y(t_0)$, $\dot{y}(t_0)$ по сигналам суммарных датчиков перемещения 5, 5' и 6, 6' гироскопа. В момент их ввода в эталонную модель происходит ее запуск, и она генерирует по алгоритмам (10) в блоке 13 сигналы x_e , y_e , из них вычитаются медленно изменяющиеся сигналы, определяются соответствующие их первые и вторые производные для двух контуров электромеханических обратных связей. Для них в блоке вычисления и управления 13 вырабатываются по алгоритмам (9) соответствующие переменные, с помощью, например, наблюдающего устройства идентификации Льюинбергера определяются производные по времени и по алгоритмам (12), (13) определяется оценка третьего компонента угловой скорости ПО $\hat{\omega}_z$.

Запишем дифференциальные уравнения углового движения гироскопа:

$$J\ddot{\alpha} + n_\alpha \dot{\alpha} + K_{\alpha\alpha} \alpha + H\dot{\beta} + K_\beta \beta = -H\omega_y + mlW_z \sin \varphi; \quad (5)$$

$$J\ddot{\beta} + n_\beta \dot{\beta} + K_{\beta\beta} \beta - H\dot{\alpha} - K_\alpha \alpha = -H\omega_x + mlW_z \cos \varphi, \quad (6)$$

где α , β – углы поворота ротора относительно резалевого системы координат; K_α , K_β – коэффициенты передачи радиальной коррекции; n_α , n_β – коэффициенты демпфирования. На рис. 2 принято: $K_\alpha = K_\beta = K$. На выходе компьютерно управляющего блока 13 реализуются оценки угловых скоростей:

$$\hat{\omega}_x = -\frac{K\delta m}{H} I_y - K_{ny} \beta / H; \quad \hat{\omega}_y = -\frac{K\delta m}{H} I_x - K_{nx} \alpha / H. \quad (7)$$

где K_{ny} – коэффициент жесткости пружин по углу β ; K_{nx} – коэффициент жесткости пружин вокруг оси ox ; $K\delta m$ коэффициент передачи датчика момента.

Дифференциальные уравнения относительного поступательного движения центра масс ротора с учетом указанных выше сил, введенных сил позиционной коррекции U_x , U_y и сил инерции mW_x , mW_y имеют вид:

$$M\ddot{x} + n_x \dot{x} + C_x x = m\Omega^2 l \cos \Omega t + 2M\omega_z y - \dot{m}W_x - U_x, \quad (8a)$$

$$M\ddot{y} + n_y \dot{y} + C_y y = m\Omega^2 l \sin \Omega t + 2M\omega_z x - \dot{m}W_y - U_y, \quad (8б)$$

$$U_x = K_1(x - x_e) + N(\dot{x} - \dot{x}_e); \quad U_y = K_1(y - y_e) + N(\dot{y} - \dot{y}_e), \quad (8в)$$

где n_x , n_y – коэффициенты демпфирования; C_x , C_y – коэффициенты жесткости электростатического подвеса; W_x , W_y – медленно изменяющиеся компоненты кажущегося ускорения объекта; U_x , U_y – члены коррекции для соответствующих осей по разности сигналов от датчиков поступательных перемещений и эталонной модели, а также их производных по времени (уравнения (8с), реализуемой в блоке 13. Далее будем считать, что кажущиеся

ускорения либо скомпенсированы, например, по сигналам акселерометров, либо пренебрежимо малы. Принимаем

$$n_x = n_y = n_1, C_x = C_y = C, \\ C_0 = C/M; 2h = n_1/M; n = N/M; K = K_1/M, \quad (9)$$

где K_1, N – коэффициенты передачи электромеханических обратных связей; C_0 – квадрат частоты собственных недемпфированных колебаний, обеспечиваемых механическими пружинами подвеса.

Здесь описываются только колебания относительно среднего положения, определяемого ускорениями по соответствующей оси, а также управление по разности положений и скоростей гироскопа и эталонной модели. Такая форма более удобна и для реализации следующей, эталонной (компьютерной) модели гироскопа Ковалевской в вычислительно-управляющем блоке 13:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + C_0x = \frac{m}{M}\Omega_0^2 l \cos \Omega_0 t, \quad (10) \\ \ddot{y} + 2h\dot{y} + C_0y = \frac{m}{M}\Omega_0^2 l \sin \Omega_0 t.$$

Применен датчик оборотов ротора для определения частоты его вращения Ω_0 . Начальные значения перемещений и их скоростей берутся по результатам измерений в гироскопе Ковалевской с датчиков суммарных перемещений и вводятся в эталонную модель в блоке 13. Колебания эталонной модели определяются путем решения в реальном времени уравнений (10) в блоке 13. Обозначим переменные поступательных относительных перемещений гироскопа с учетом виртуальных поступательных перемещений модели гироскопа Ковалевской x_g, y_g . Движения x и y определяют с помощью датчиков 5, 5' и 6, 6'.

Применив в вычислительно-управляющем блоке 13 (в бортовом компьютере) фильтр нижних частот или процедуру осреднения, отделяют колебания $\Delta x, \Delta y$ с частотами Ω_0 от низкочастотных движений x_0, y_0 и от эталонных колебаний x_g, y_g : $\Delta x = x - x_0 - x_g$; $\Delta y = y - y_0 - y_g$. Нетрудно видеть, что при $W_x = W_y = 0$; $\omega_z = 0$ имеет место $\Delta x = \Delta y = 0$. Значит, при отсутствии полезного ω_z и вредного W_x, W_y сигналов введенные электромеханические обратные связи устраняют колебания, которые бы имели место в этом случае в приборе [1], что является недостатком. В данном приборе он устранен. Повышается точность и расширяется диапазон измерения прибора. В бортовом компьютере определяют оценки \hat{x}, \hat{y} . В нем же вычисляют с помощью алгоритмов, например, в виде наблюдающего устройства идентификации Льюинбергера (основы компьютерной программы) производные по времени $\dot{\hat{x}}, \dot{\hat{y}}, \ddot{\hat{x}}, \ddot{\hat{y}}$.

Из (8) выводят алгоритм определения оценки угловой скорости $\hat{\omega}_z$, для чего первое уравнение в (8) вначале умножают на \dot{y} , второе уравнение в (8) умножают на \dot{x} , вычитают из первого выражения второе, приводят чле-

ны, а затем делят на приведенный коэффициент при ω_z . Получают:

$$\hat{\omega}_z = \frac{(x\dot{y} - y\dot{x}) + C_0(xy - yx) - (u_x\dot{y} - u_y\dot{x}) - \frac{m}{M}\Omega_0^2 l (\dot{y} \cos \Omega_0 t - \dot{x} \sin \Omega_0 t)}{2(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)}, \quad (11)$$

$$u_x = (K(x - x_g) + n(\dot{x} - \dot{x}_g)), \quad (12) \\ u_y = (K(y - y_g) + n(\dot{y} - \dot{y}_g)).$$

Необходимо отметить и увеличенное значение коэффициента $C_0 + K$ при члене с непосредственно измеряемыми координатами, что также повышает точность определения ω_z .

На рис. 3 приведены результаты моделирования работы описанного предлагаемого измерителя по уравнениям (9) с эталонной моделью (10) и по алгоритму (13) при следующих значениях параметров:

$$m=0.01, \text{ кг}; \quad M=0.02, \text{ кг}; \quad C_x = C_y = C; \quad \Omega_0 = 157,8, \text{ с}^{-1}; \\ h=111, \text{ с}^{-1}; \quad C_0 = \Omega_0^2; \quad l = 10^{-5}, \text{ м}; \quad K_x = K_y = 3.14 \cdot 10^6, \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \\ n_x = n_y = 141, \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}}; \quad \omega_z = 1, \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

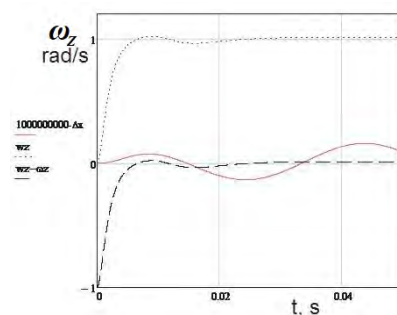


Рис. 3. График ошибки экваториальных движений, оценки угловой скорости $\hat{\omega}_z$ и ее погрешности

Как видно из графика рис. 3, управление по разности сигналов прибора и эталонной модели позволяет быстро скорректировать ошибку в начальных условиях, уменьшить амплитуду колебаний гироскопа в зазоре до амплитуды колебаний эталонной модели с ошибкой Δx на три порядка меньше указанной амплитуды порядка 3.5 мкм. Алгоритм вычисления оценки угловой скорости ПО вокруг оси собственного вращения гироскопа $\hat{\omega}_z$ при этом остался невозмущаемым. Показана эффективность введения электромеханических ОС, обеспечивающих реальность практического использования данного прибора.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пат. 175218 Российская Федерация, МПК G01C 19/00. Трехкомпонентный измеритель угловой скорости на основе гироскопа Ковалевской с пружинным подвесом / Плотников П.К., приор. 29.05.2017; заявитель и патентообладатель Плотников П.К.; опубл. 28.11.2017, Бюл. № 34.
- [2] Плотников П.К. Теоретическое обоснование возможности применения гироскопа Ковалевской в качестве трехкомпонентного измерителя угловой скорости // Доклады академии наук. 2018. Т. 479. № 4. С. 395–398.

Разработка цифровых углоизмерительных технологий на основе использования двумерных шкал для метрологического обеспечения навигационных систем

А.Н. Королев,
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
al_korolev@mail.ru

А.Я. Лукин
Кафедра физики,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия
alexander_lukin@inbox.ru

Е.Д. Бохман
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
edbokhman@mail.ru

П.А. Павлов,
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
pavl-petr@yandex.ru

П.А. Иванов
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
ivanov_etu@mail.ru

Ю.В. Филатов
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем,
Санкт-Петербургский Электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
yvfilatov@etu.ru

Аннотация—В работе рассмотрена возможность использования новой углоизмерительной технологии на базе 2D-шкал в системах калибровки систем навигации и ориентации. Проведено моделирование и получены оценки погрешности измерений для фотоприемных матриц с различным размером информационного поля.

Ключевые слова—угловые измерения, 2D-шкала, цифровая камера, оптическая марка, опорное направление.

I. ВВЕДЕНИЕ

Калибровку систем навигации и ориентации необходимо проводить с помощью моделирующих стендов посредством определения погрешностей инерциальных измерителей (гироскопов и акселерометров) путем сравнения выходных сигналов инерциальной системы с данными моделирующего стенда. Динамические испытательные стенды, используемые в целях полунатурного моделирования, должны обеспечивать движение относительно нескольких осей (до пяти) с нестабильностью скорости вращения лучше тысячной или десятитысячной процента, обеспечивать позиционирование в произвольном угловом положении с погрешностью менее 1-2 угловой секунды. Эффективность работы моделирующих стендов, в свою очередь, определяется их конструктивными особенностями, приводом и в значительной степени средствами угловых измерений, используемыми для управления движением поворотных платформ стенда [1, 2].

В настоящее время используется целый ряд методов точного измерения углов для поворотных платформ с погрешностью на уровне долей угловой секунды [3, 4]. Все эти методы основаны на использовании круговых шкал (растровых или дифракционных), где расстояние между соседними штрихами шкалы, деленное на ее радиус, определяет угловую цену деления шкалы. Дальнейшее увеличение разрешения достигается использованием различных методов интерполяции. Поскольку расстояние между штрихами

практически невозможно сделать меньше длины световой волны из-за дифракционных ограничений, дальнейшее уменьшение цены деления достигается только увеличением радиуса круговой шкалы. Все это свидетельствует о том, что известные измерительные технологии на основе радиальных шкал достигли технологического предела и дальнейшее повышение их точности ограничено реальными размерами таких шкал.

В данной работе предложена принципиально новая концепция построения измерителей угла на основе 2D-шкал, т.е. шкал, представляющих собой двумерное множество элементов с известным расположением. Измерение угла в таком методе производится с помощью регистрации поворота 2D-марки светочувствительной матрицей цифровой камеры с соответствующей обработкой изображения. Такой подход позволяет сформировать угловую шкалу на значительно меньшей площади и повысить точность измерений.

II. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 2D-ШКАЛ

В работе [5] была изложена новая концепция измерения угла и приведены результаты модельных и экспериментальных исследований.

Был предложен новый универсальный малогабаритный измеритель угла, основанный на измерении угла поворота изображения марки на светочувствительной матрице цифровой камеры. Конфигурация оптической марки (рис. 1) представляет собой двумерное множество элементов, например ортогональную решетку из элементов в форме круга с относительной яркостью 1 на фоне с относительной яркостью 0.

Поскольку ортогональная решетка обладает свойством симметрии относительно поворотов на определенные углы (0, 90, 180 и 270 градусов), необходимы метки, однозначно определяющие ориентацию марки. В марке использованы три элемента, имеющие больший диаметр по сравнению с остальными и образующие неравносторонний треугольник. Положение этого

треугольника определяет ориентацию решетки и обеспечивает диапазон измерения 0–360°.

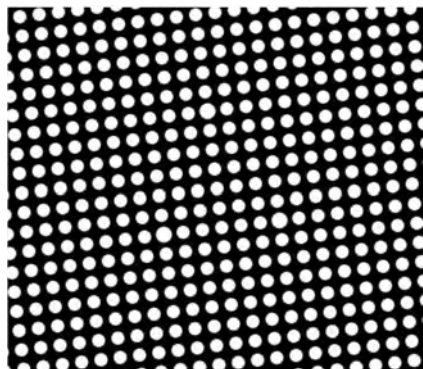


Рис. 1. Конфигурация оптической марки

Схема измерителя угла, иллюстрирующая новую концепцию, приведена на рис. 2. Оптическая марка 2 с осветителем вращается вместе с ротором 1 и изображается объективом 3 на фотоприемной матрице цифровой камеры 4. Выходной сигнал с выхода цифровой камеры 4 подается в компьютер 5, который выполняет преобразование и обработку видеоданных, обеспечивая определение угла поворота марки относительно координат фотоприемной матрицы.

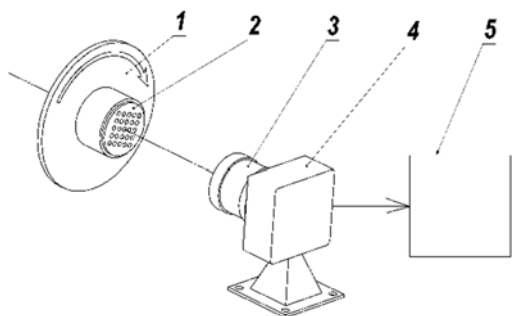


Рис. 2. Схема измерителя угла

Рассматриваемая концепция измерения угла обеспечивает переход от анализа одномерной растровой шкалы к анализу двумерного информационного поля, что требует совершенно новых конструктивных решений и технологии обработки данных. Важным при этом является высокий уровень усреднения координат элементов марки, пропорциональный M^2 , где M – число элементов в измерительном поле, поскольку вычисление средневзвешенных координат выполняется для M элементов по оси X и для M элементов по оси Y . Общее число элементов в анализируемом поле может составлять при этом от несколько сотен до нескольких десятков и сотен тысяч. Ограничения связаны исключительно с размерами фотоприемной матрицы, полем зрения оптики и их разрешающей способностью.

В связи с высоким уровнем усреднения, измерительная система становится чрезвычайно устойчивой к влиянию дестабилизирующих факторов, например шума приемника излучения. Следствием этого является высокая разрешающая способность новой измерительной технологии, что позволяет использовать измерительное поле малых размеров. Погрешность измерений на уровне 1 угловой секунды может быть получена на светочувствительной матрице размером 5 мм. Это почти на два порядка меньше габаритов растровых датчиков.

Следствием новой технологии является потеря привязки результатов измерения угла к оси вращения. Очевидно, что любые поперечные поступательные смещения не будут приводить к изменению результатов измерения угла. В этом существенное отличие от известных измерительных технологий, для которых основным ограничителем точности является люфт ротора относительно статора в пределах зазора подшипников.

Возможность синтеза изображений марки с любым произвольным углом поворота со сколь угодно высокой точностью позволяет получить для данной технологии эталоны угла в форме цифровых файлов. Это совершенно новая ситуация для метрологии.

В этом нет никакого противоречия. Ведь в отличие от множества измеряемых величин, для которых существуют физические эталоны, угол – по определению величина безразмерная.

Совокупность перечисленных свойств и возможностей позволяет говорить именно о новой концепции измерения угла, а сама концепция может служить основой для создания широкого класса достаточно простых, компактных и недорогих датчиков и измерителей плоского угла различного назначения и уровня точности.

Было разработано несколько вариантов конструкции измерителей угла, выполнена разработка программного обеспечения, оптимизация параметров измерительной марки и метрологические исследования.

III. ПЕРЕДАЧА НАПРАВЛЕНИЯ

Одним из возможных направлений использования рассматриваемой технологии является решение задачи привязки объектов к опорным направлениям.

Задачи пространственной ориентации очень часто приходится решать с помощью бесконтактных оптических измерений углов между некоторыми направлениями, задаваемыми в пространстве призмами или зеркалами. Такие измерения обычно проводятся с помощью теодолитов или тахеометров. Эти приборы очень удобны для проведения измерений, но из-за их довольно малых габаритов точность угловых измерений не очень высока. Обычно она ограничена одной угловой секундой или немного лучше. В некоторых задачах точность должна быть на уровне одной десятой угловой секунды. Одним из способов достижения столь высокого уровня точности является использование поворотного стола с достаточно хорошей точностью позиционирования и установка на его платформе высокоточного автоколлиматора.

Поворотный стол обычно содержит угловой энкодер (чаще всего это оптический энкодер) и привод. Привод должен обеспечивать прецизионные повороты на заданные углы в автоматическом режиме. Цифровой автоколлиматор должен быть установлен на платформе поворотного стола. Задачей автоколлиматора является оптическая связь с отражателями, задающими угловые направления. Система позиционирования платформы должна обеспечивать попадание изображения марки автоколлиматора в поле зрения ПЗС-матрицы. Угловые положения поворотного стола должны определяться устройством измерения угла,

ротор которого установлен на роторе поворотного стола, а статор – на корпусе поворотного стола. В качестве устройства измерения угла обычно используют инкрементный оптический энкодер, работающий в динамическом и статическом режимах. Угловое положение отражателя, задающего угловое направление, определяется суммированием показаний оптического энкодера и автоколлиматора [6].

Точность системы измерения угла определяется точностью автоколлиматора и поворотного стола. Для достижения среднеквадратичной погрешности измерения угла между двумя угловыми направлениями, равной 0,3 угл.с, необходимо иметь погрешности поворотного стола и автоколлиматора не более 0,2 угл.с. На данный момент автоколлиматоры с такой точностью производятся рядом компаний.

Точность поворотного стола обычно определяется точностью оптического энкодера и качеством шарикоподшипников, в которых установлен шпиндель. На данный момент угловым оптическим энкодером с указанной выше точностью является прибор RON 905 производства компании Heidenhain. При использовании интерполятора RON 905 имеет точность в пределах $\pm 0,2$ угл.с. К недостаткам углоизмерительной системы на основе поворотного стола следует отнести высокие требования к соосности и сравнительно большую громоздкость конструкции.

Использование теодолита гораздо удобнее, однако точностные характеристики теодолитов обычно находятся в лучшем случае на уровне 0,5 угл.с.

Технология угловых измерений с использованием 2D-шкал позволяет обеспечить высокую точность измерений и при этом сохранить габариты системы на уровне, характерном для теодолитов, и даже уменьшить их.

IV. ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ 2D-ШКАЛ

Использование новой углоизмерительной технологии в задаче передачи направления требует предварительной оценки ожидаемой точности системы. В процессе исследований достаточно трудно экспериментально определить оптимальные конфигурации марки и предельные метрологические возможности новой измерительной технологии. Поэтому возникла необходимость разработки математической модели измерителя угла, использующей генератор изображений марки с любым углом поворота и стандартным для данного измерителя алгоритмом обработки изображения марки и вычисления угла. Создание программы генерации изображения марки интересно также в связи с возможностью получения для данной измерительной технологии цифровых эталонов угла в форме файлов изображений.

Для корректного и полного описания изображения марки в программе моделирования необходимо, чтобы генератор при формировании изображения марки обеспечивал учет следующих параметров: 1) размер фотоприемной матрицы в пикселах, 2) диаметр элементов марки, 3) шаг решетки марки, 4) оптическую передаточную функцию объектива, 5) шумы фотоприемной матрицы, 6) количество кадров, по которым

производится усреднение результатов для одного измерения, 7) количество измерений, по которым производится усреднение при получении окончательного результата измерения.

В разработанной программе синтеза предусмотрена также возможность дополнительно вводить дисторсию, пространственный шум в топологии марки, менять сдвиг сетки и центра вращения, генерировать наклон марки и наклон матрицы к оптической оси объектива.

Главная проблема разработки модели состояла в формировании дискретизированного изображения марки для произвольного угла. Формирование дискретного массива данных из аналитического описания решетки элементов методом поэлементного интегрирования весьма затруднительно. Поэтому был использован метод формирования дискретизированных элементов марки с дробным сдвигом центра элемента относительно решетки отсчетов через фазу преобразования Фурье [7].

Программа метрологического моделирования позволила проводить оценку инструментальной погрешности измерителя угла для любых параметров измерителя.

Были рассмотрены варианты построения системы с камерами различного разрешения – 5 Мпикс, 26 Мпикс, 65 Мпикс и 105 Мпикс.

Для камеры с разрешением 26 Мпикс (5120×5120 пикс), размером пиксела 4.5 мкм и размером матрицы 23×23 мм результаты модельных измерений для оптимальных параметров марки (период 43 пикс, диаметр элемента 36 пикс) в диапазоне 0–45 град с шагом 0.05 град представлены на рис. 3. СКО результата измерения составляет 0.004 угл.с; $3\sigma=0.012$ угл.с. Полученные результаты дают возможность рассчитать прогноз погрешности для камеры 26 Мпикс.

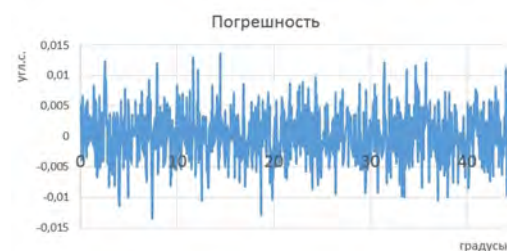


Рис. 3. Инструментальная погрешность измерителя угла для камеры 26 Мпикс

При погрешности определения координат пятна $\sigma=0.03$ пикс, области анализа изображения марки, представляющей собой круг радиусом $R=2550$ пикс, и числа пятен, используемых для обработки, $N=9060$ получаем оценку инструментальной погрешности измерения угла порядка $\Delta\varphi=0.03$ угл.с.

В результате цикла исследований были определены оптимальные параметры марки и оптическая передаточная функция для измерителя угла с камерой 65 Мпикс. Были получены результаты модельных измерений для камеры с разрешением 65 Мпикс (5344×7000 пикс), размером пиксела 3.2 мкм и размером матрицы 30×22,4 мм, при оптимальных параметрах марки (период 42 пикс, диаметр элемента 36 пикс) в диапазоне

80-90 град с шагом 0.05 град. Результаты представлены на рис. 4.

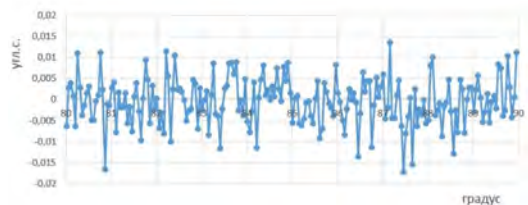


Рис. 4. Инструментальная погрешность измерителя угла для камеры 65 Мпикс

Полученные результаты дают возможность рассчитать прогноз погрешности для камеры 65 Мпикс. Для $\sigma = 0.03$ пикс, $R=2550$ пикс и $N=15240$, получаем $\Delta\varphi=0.015$ угл.с.

По результатам исследований была сформирована таблица прогнозируемых погрешностей измерения угла для фотоприемных матриц с различным размером информационного поля.

ТАБЛИЦА. ПРОГНОЗ ПОГРЕШНОСТИ

Информ. поле, Мпикс	Размер матрицы, мм	Размер пиксела, мкм	Оценка погрешности, угл. с
1,5	6,6×5,3	5,2	0,42
5	8,4×7,1	3,45	0,15
26	23×23	4,5	0,03
65	29,9×22,4	3,2	0,014
105	36,1×29,4	3,2	0,007

По результатам расчетов был построен график зависимости оценки погрешности цифрового измерителя угла от размеров информационного поля фотоприемной матрицы (рис. 5).

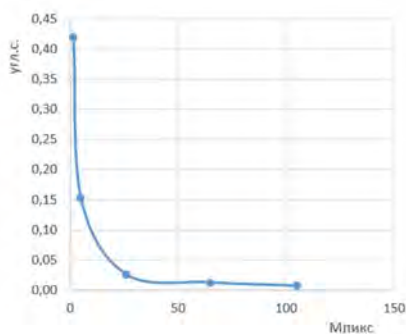


Рис. 5. Зависимость оценки погрешности измерителя угла от размеров информационного поля фотоприемной матрицы

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования точностных характеристик углоизмерительной системы на основе 2D-шкалы показывают перспективность данного направления развития цифровых технологий. Представляются актуальными работы с использованием развиваемого подхода по созданию теодолитов, гониометров, поворотных столов и многоосных стендов для калибровки и испытания навигационных систем.

БЛАГОДАРНОСТИ

Проведенные исследования имели финансовую поддержку в рамках гранта РНФ № 20-19-00412.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Emel'yantsev, G.I., Blazhnov, B.A., Dranitsyna, E.V., Stepanov, A.P., Calibration of a precision SINS IMU and construction of IMU-bound orthogonal frame, *Gyroscopy and Navigation*, 2016, 7 (3), pp. 205–213.
- [2] Boronakhin, A.M., Ivanov, P.A., Bokhman, E.D., Filatov, Yu.V., Surov, I.L., New complex of test beds for small-sized inertial systems and their sensors, *Gyroscopy and Navigation*, 2012, vol. 3, no. 3, pp. 188–193.
- [3] Probst, R., Wittekopf, R., Krause, M., Dangschat, H., Ernst, A., The new PTB angle comparator, *Meas. Sci. Technol.* 1998, vol. 9, pp. 1059–1066.
- [4] Pisani, M., Astrua, M., The new INRIM Rotating Encoder Angle Comparator, *Meas. Sci. Technol.*, 2017, vol. 28, p. 4.
- [5] Korolev, A.N., Lukin, A.Ya., Polishchuk, G.S., New concept of angular measurement, Model and experimental studies, *Journal of Optical Technology*, 2012, 79(6), p. 352–356.
- [6] Bokhman, E.D., Ivanov, P.A., Larichev, R.A., Nikolaev, M.S., Pavlov, P.A., Filatov, Yu.V., Berkovich, S.B., Kotov, N.I., Automated Angle Measurement System for Directions Transmission, *Gyroscopy and Navigation*, 2019, 10(3), p. 180–185.
- [7] Bokhman, E.D., Venediktov, V.Y., Korolev, A.N., Lukin, A.Y., Digital goniometer with a two-dimensional scale, *Journal of Optical Technology*, 2018, 85(5), p. 269–274.

Синтез корректирующего контура маятникового акселерометра с применением компьютерных технологий

В.М. Никифоров
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

Б.Д. Чернышев
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.А. Нижегородов
Филиал ВА РВСН
имени Петра Великого
г. Серпухов, Россия

А.С. Анохин
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.А. Гусев
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.Д. Ворона
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

К.А. Андреев
ФГУП «НПЦАП имени
академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

Аннотация—В данной статье рассматривается реализация с практическим подтверждением применимости метода, основанного на подборе параметров корректирующего контура, используя математическую модель маятникового компенсационного акселерометра и программные средства. Используя предложенный метод, получены определенные значения параметров корректирующего контура. Проведены моделирование работы акселерометра с данным корректирующим контуром и экспериментальная оценка. Показано полное соответствие результатов моделирования и результатов экспериментальной оценки.

Ключевые слова—маятниковый акселерометр, резонанс, область достижимости, математическое моделирование.

I. ВВЕДЕНИЕ

К современным измерительным приборам, применяемым в навигации, предъявляются высокие требования в части динамических параметров подвижной системы приборов, так как они влияют непосредственно на качество измерений.

Одной из проблем синтеза корректирующего контура (КК) маятникового компенсационного акселерометра (МКА) является наличие резонанса подвижной системы, отрицательно влияющего на динамические параметры замкнутой системы акселерометра (перерегулирование и время переходного процесса тока обратной связи, резонансные частоты АЧХ).

Рассматриваемый акселерометр представляет собой газонаполненный МКА, включающий в себя:

- чувствительный элемент, представляющий упругий подвес на растяжках;
- фотоэлектрический датчик угла;
- магнитоэлектрический датчик момента;
- встроенный усилитель мощности с КК.

В рассматриваемом МКА возникает резонанс, который проявляется резким подъемом АЧХ замкнутой системы МКА на частоте от 350 до 550 Гц, подвижной системы [1].

В настоящее время одним из способов синтеза КК является метод, основанный на использовании желаемых ЛАЧХ разомкнутой системы акселерометра. Данный метод позволяет определить структуру КК, однако не обеспечивает отсутствие резонанса подвижной системы в заданном диапазоне частот.

Уменьшение резонанса подвижной системы МКА может быть осуществлено различными путями:

- уточнением параметров элементов КК;
- экспериментально;
- с использованием математической модели (ММ) МКА.

На практике подбор параметров элементов КК – процесс достаточно трудоемкий ввиду необходимости после каждого уточнения проводить оценку динамических параметров МКА. Экспериментальный подход требует значительного количества итераций и значительного объема средств. Поэтому целью данной работы стала реализация с практическим подтверждением применимости метода, основанного на подборе параметров КК, используя ММ МКА и программные средства.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МКА

ММ МКА реализована в виде структурных схем в среде динамического моделирования на основе системы дифференциальных уравнений.

Структурные схемы замкнутой системы МКА и КК приведены соответственно на рис. 1 и 2.

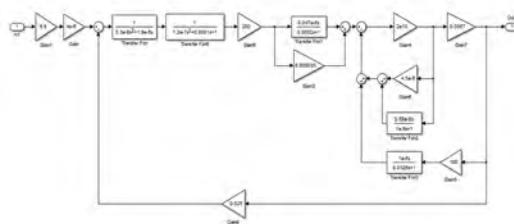


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы МКА

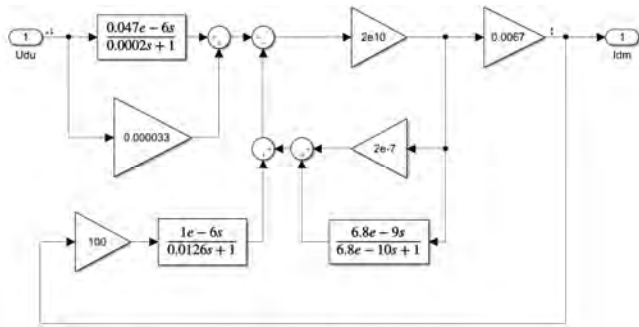


Рис. 2. Структурная схема КК замкнутой системы МКА

Механическая часть МКА и КК, построенных с использованием желаемых ЛАЧХ, могут быть представлены в виде передаточных функций четвертого и третьего порядков соответственно. Общая передаточная функция МКА имеет седьмой порядок:

$$W_{\text{рег}}(s) = \frac{0.91849s^3 + 1.35073 \cdot 10^9 s^2 + 93.88000s + 1.66000 \cdot 10^{14}}{8.56803 \cdot 10^6 s^3 + 8.37722 \cdot 10^{10} s^2 + 2.0468 \cdot 10^{14} s + 1.00025 \cdot 10^{14}}$$

В результате моделирования построена АЧХ замкнутой системы МКА (рис. 3). На АЧХ имеет место резкий подъем (резонанс) на частоте ~440 Гц. Наличие резонанса подтверждено экспериментально и отрицательно сказывается на динамических параметрах замкнутой системы акселерометра [2–3].

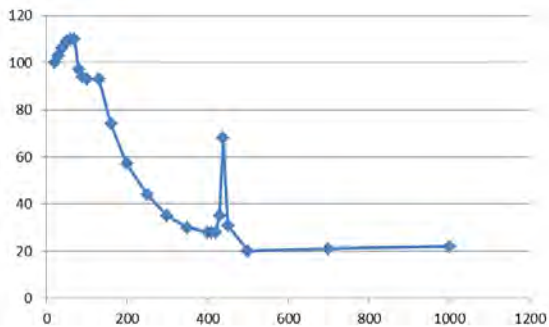


Рис. 3. АЧХ замкнутой системы МКА

Для обеспечения нормальной эксплуатации с требуемым качеством МКА определены следующие критерии качества замкнутой системы МКА:

- амплитуда резонанса подвижной системы МКА в диапазоне частот от 350 до 550 Гц не должна превышать 40 усл.ед.;
- перерегулирование переходного процесса тока обратной связи $\sigma \leq 35\%$;
- время установления переходного процесса t_p тока обратной связи I_{oc} на уровне $\pm 5\%$ от установившегося значения $t_{уст}$ не более 0,03 с.

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КК

На основе вышесказанного поставлена следующая задача: для МКА, заданного ММ, представленной через электронные элементы, применяемые в конструкции КК, необходимо найти такие параметры КК $R_g, R_{dob}, R_{vh}, R_{oy}, C_g, C_{oy}$, при которых будут обеспечены заданные критерии качества замкнутой системы МКА (рис. 4), то есть динамические параметры подвиж-

ной системы МКА достигнут заданных временных и частотных областей достижимостей при наложенных ограничениях на номинальные значения электронных элементов КК:

$$\begin{aligned} \underline{R}_g &\leq R_g \leq \bar{R}_g, \\ \underline{R}_{dob} &\leq R_{dob} \leq \bar{R}_{dob}, \\ \underline{R}_{vh} &\leq R_{vh} \leq \bar{R}_{vh}, \\ \underline{R}_{oy} &\leq R_{oy} \leq \bar{R}_{oy}, \\ \underline{C}_g &\leq C_g \leq \bar{C}_g, \\ \underline{C}_{oy} &\leq C_{oy} \leq \bar{C}_{oy}, \end{aligned}$$

где $\underline{R} \leq R \leq \bar{R}$ – диапазон изменения соответствующего параметра R от минимального до максимального значения.

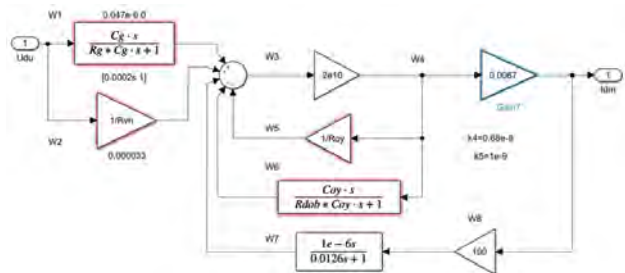


Рис. 4. Структурная схема КК

Варьируемыми параметрами являются $R_g, R_{dob}, R_{vh}, R_{oy}, C_g, C_{oy}$.

Для решения поставленной задачи применена среда динамического моделирования. Использованы модули оптимизации среды, с помощью которых задаются необходимые допустимые временные и частотные области достижимостей динамических параметров подвижной системы МКА (рис. 5 и 6).

В результате решения поставленной задачи были получены определенные значения параметров КК:

$$\begin{aligned} R_g &= 100 \text{ Ом}, & R_{dob} &= 0.0264 \text{ Ом}, & R_{vh} &= 31707 \text{ Ом}, \\ R_{oy} &= 1.9657 \cdot 10^7 \text{ Ом}, & C_g &= 2.3386 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}, & C_{oy} &= 1.5204 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}. \end{aligned}$$

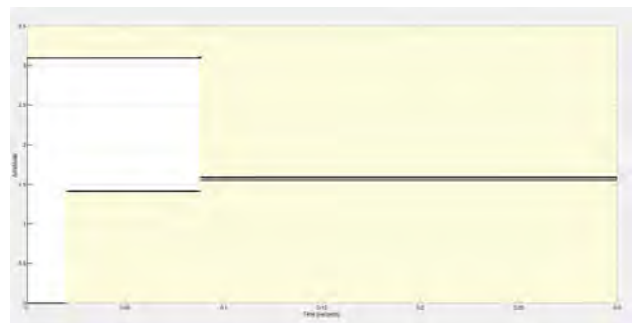


Рис. 5. Временная область достижимости тока I_{oc} МКА

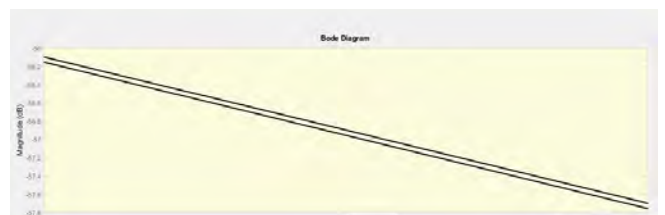


Рис. 6. Частотная область достижимости параметров МКА

IV. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Проведено моделирование МКА с КК с данными значениями параметров. Моделирование показало соответствие АЧХ и переходного процесса критериям качества замкнутой системы МКА (рис. 7–9), определенным для нормальной эксплуатации с требуемым качеством [4–7].

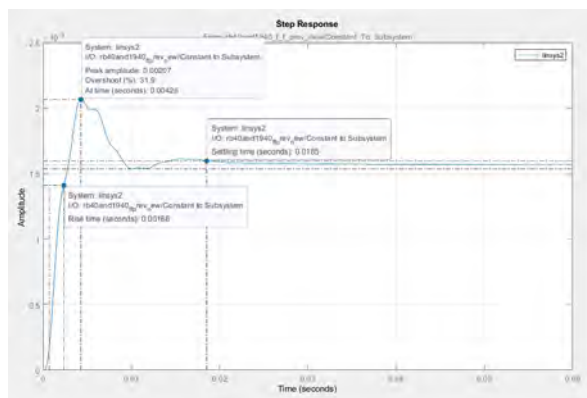


Рис. 7. Переходной процесс тока I_{oc} при воздействии ускорения $1g$

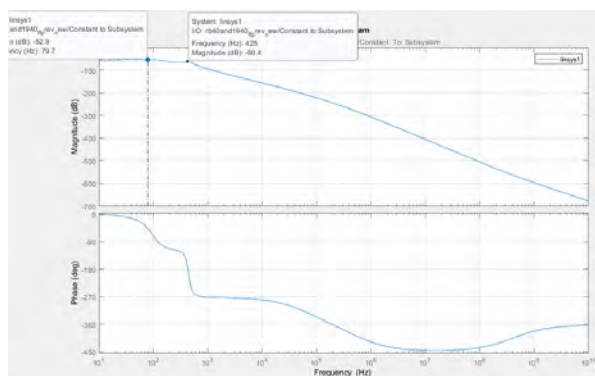


Рис. 8. ЛАЧХ тока I_{oc}

Для проверки правильности модели динамические параметры замкнутой системы МКА были оценены экспериментально. Экспериментальные результаты совпали с результатами моделирования (рис. 10 и 11). На АЧХ замкнутой системы МКА амплитуда резонанса в диапазоне частот от 350 до 550 Гц существенно снижена и меньше амплитуды, заданной в критериях качества.

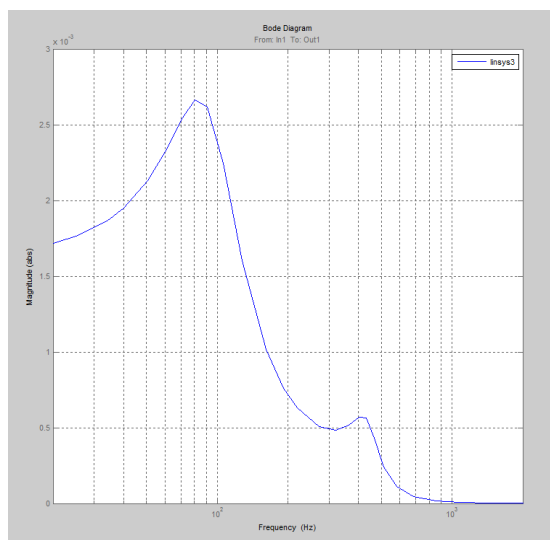


Рис. 9. АЧХ замкнутой системы акселерометра с уменьшенным резонансом

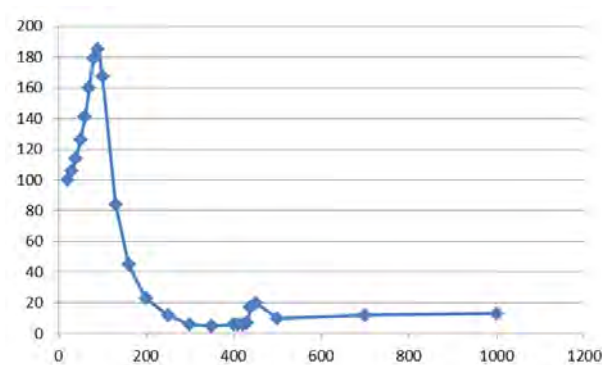


Рис. 10. Экспериментальная АЧХ замкнутой системы МКА

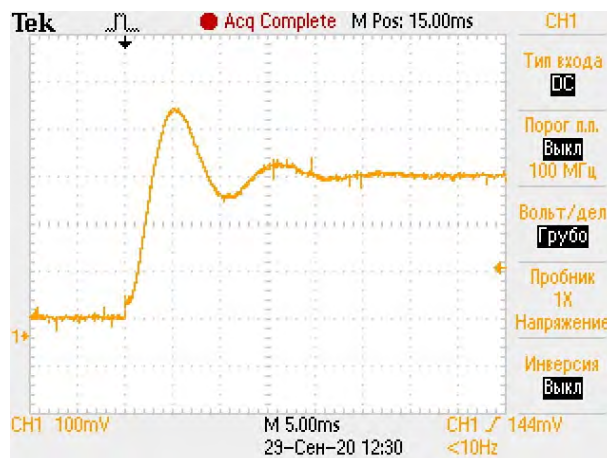


Рис. 11. Переходный процесс по току обратной связи МКА

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение современных компьютерных технологий при построении и оптимизации корректирующих контуров (регуляторов) является эффективным вычислительным аппаратом, который существенно сокращает время разработки и удешевляет процесс проектирования в целом.

Математическое моделирование в среде динамического моделирования позволяет не только подбирать параметры регуляторов, но и определять оптимальную в частных случаях структуру регуляторов, используя итеративный подход.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Анохин А.С., Кузьмин К.С., Смирнов Е.С., Киселев Л.Н. Влияние «конструктивного» резонанса на устойчивость «сухого» акселерометра // Труды ФГУП «НПЦАП». Научно-технический журнал. 2016. №3. С.46–50.
- [2] Анохин А.С., Кузьмин К.С., Чхиквадзе Л.И. Методика синтеза корректирующего контура «сухого» маятникового компенсационного акселерометра // Труды ФГУП «НПЦАП» Научно-технический журнал. 2015. №1. С. 35–41.
- [3] Анохин А.С., Ворона А.Д., Кузьмин К.С., Николаева В.В., Чернышев Б.Д. Обеспечение динамических параметров маятникового компенсационного акселерометра // Труды ФГУП «НПЦАП» Научно-технический журнал. 2017. №2. С. 23–26.
- [4] Никифоров В.М., Чайковский М.М., Гусев А.А., Андреев К.А., Анохин А.С., Стихарева Н.П. Повышение качества переходного процесса компенсационного маятникового акселерометра при LMI-управлении. // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2020. С. 310–312.
- [5] Никифоров В.М., Гусев А.А., Андреев К.А., Осокин С.А., Нижегородов А.А., Стихарева Н.П.. Регрессионная модель тока датчи-

ка момента маятникового акселерометра на основе двойного планирования факторного эксперимента // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 313–315.

- [6] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Идентификация математической модели маятникового акселерометра с учётом параметрической неопределённости // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по

интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 329–332.

- [7] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Синтез регулятора обратной связи маятникового акселерометра с применением линейных матричных неравенств и построением инвариантных эллипсоидов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 326–328.

Способ измерения ширины зоны захвата в лазерных гироскопических датчиках

И.Н. Хохлов
АО «НИИ «Полюс» им. М.Ф. Стельмаха»
Москва, Россия
<https://orcid.org/0000-0002-2676-4880>

А.О. Синельников
АО «НИИ «Полюс» им. М.Ф. Стельмаха»
Москва, Россия
<https://orcid.org/0000-0002-6867-0065>

Аннотация—разработан способ измерения ширины зоны захвата в лазерных гироскопических датчиках по нелинейным искажениям масштабного коэффициента, возникающим при вращении датчика с угловой скоростью, равной амплитуде его частотной подставки. Достоверность представленного способа подтверждается сходимостью результатов измерения ширины зоны захвата с данными, полученными известными методами на тех же приборах.

Ключевые слова—лазерный гироскопический датчик, выходная характеристика, зона захвата, масштабный коэффициент, частотная подставка.

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Связь встречных волн через обратное рассеяние или захват частот [1] является хорошо известным физическим эффектом, существенно ограничивающим точность гироскопических систем при малых угловых скоростях [2–4].

В настоящий момент разработчиками лазерных гироскопов предложено множество способов борьбы с этим эффектом [5–7]. Однако ни одна существующая оптико-физическая схема лазерного гироскопического датчика не позволяет полностью его нивелировать, поэтому измерение ширины зоны захвата является актуальной задачей.

В АО «НИИ «Полюс» им. М.Ф. Стельмаха» разработан типоряд лазерных гироскопических датчиков на основе кольцевых He-Ne лазеров с неплоским резонатором и магнитооптической частотной подставкой на эффекте Зеемана [8–10]. Это позволяет вывести рабочую точку датчика из зоны захвата на линейную область выходной характеристики. Применение магнитооптической частотной подставки [11–12] обеспечивает лазерным гироскопическим датчикам большую устойчивость к механическим воздействиям, по сравнению с аналогичными приборами с механической частотной подставкой и оптоволоконными датчиками [13–14].

Однако в лазерных гироскопических датчиках это приводит к появлению нелинейности выходной характеристики и нестабильности масштабного коэффициента при скоростях вращения близких к амплитуде частотной подставки [15, 16]. Поэтому задача контроля ширины зоны захвата в условиях реальной работы датчика является актуальной [17, 18].

Целью работы является разработка способа измерения ширины зоны захвата лазерного гироскопического датчика по искажениям частотной характеристики при скоростях вращения близких к амплитуде частотной подставки.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Как было сказано ранее, применение периодической частотной подставки приводит к существенному нели-

нейному характеру поведения выходной характеристики лазерного гироскопического датчика при угловых скоростях истинного вращения близких к амплитуде частотной подставки [15]. В этой зоне частотная зависимость масштабного коэффициента испытывает осцилляцию по типу аномальной дисперсии вблизи частоты поглощения, что является следствием сильной связи встречных волн [19].

Данный эффект вызван обратным рассеянием света [1] на зеркалах лазерного гироскопического датчика в следствие неоднородности их поверхности. Выделяют 2 типа источников обратного рассеяния: диссипативный (S_+) и консервативный (S_-) [20]. Они отличаются величиной фазового сдвига излучения, попадающего во встречную волну.

Физический смысл их различия заключается в следующем: диссипативное обратное рассеяние вызвано неоднородностями показателя поглощения зеркал; консервативное обратное рассеяние вызвано неоднородностями их показателя преломления. К явлению захвата частот встречных волн приводит именно диссипативная составляющая обратного рассеяния (S_+).

Данные параметры влияют на выходную частотную характеристику лазерного гироскопического датчика с периодической частотной подставкой следующим образом:

- диссипативная составляющая обратного рассеяния S_+ определяет ширину области значительных нелинейных искажений масштабного коэффициента в диапазоне угловых скоростей вращения, близких к амплитуде частотной подставки. А также S_+ влияет на скорость возрастания функции частотной характеристики в зоне захвата;
- величина консервативной составляющей обратного рассеяния S_- определяет величину малых нелинейных искажений масштабного коэффициента при угловых скоростях вращения, не входящих в диапазон угловых скоростей, близких к амплитуде частотной подставки.

На рис. 1 представлена выходная характеристика лазерного гироскопического датчика. На ней показаны диапазоны угловых скоростей, соответствующие нелинейным искажениям масштабного коэффициента, которые определяются параметрами S_+ и S_- .

Таким образом, опираясь на представленные теоретические данные можно разработать способ определения ширины зоны захвата по нелинейным искажениям масштабного коэффициента лазерного гироскопического датчика.

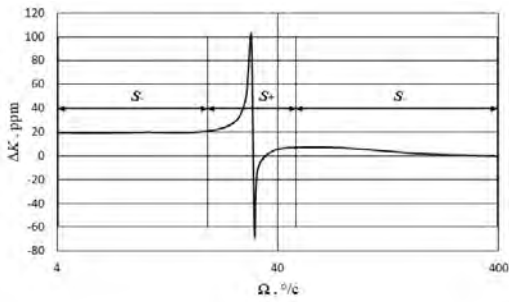


Рис. 1. Общий вид зависимости нелинейных искажений масштабного коэффициента лазерного гироскопического датчика от угловой скорости вращения

III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

A. Описание экспериментальных работ

В первой части экспериментального исследования (в период с 2018 года по 2020 год) были проведены измерения масштабных коэффициентов лазерных гироскопических датчиков типа ЗЛК-20 и ЗЛК-16 [20] при нескольких угловых скоростях, вблизи амплитуды частотной подставки и на значительном удалении от нее.

Измерения проводились на одноосевом испытательном стенде с вертикальной осью вращения. Общее количество лазерных гироскопических датчиков, участвовавших в эксперименте, за данный временной период составило около 350 штук.

Далее проводился расчет значений нелинейных искажений масштабного коэффициента (ΔK) при разных угловых скоростях. Последующая аппроксимация полученной зависимости позволила рассчитать диссипативную (S_+) и консервативную (S_-) составляющие обратного рассеяния, что подробно описано в работе [20]. Это позволило полностью описать выходную частотную характеристику каждого отдельно взятого лазерного гироскопического датчика и убедиться во взаимной независимости величин S_+ и S_- [21].

Дальнейшая статистическая обработка массива полученных данных позволила установить зависимость для вычисления ширины зоны захвата по трем специально подобранным значениям масштабного коэффициента.

B. Расчет ширины зоны захвата

Два из трех значений масштабного коэффициента (K_1 и K_2) лазерного гироскопического датчика измеряются при угловой скорости (Ω), близкой к амплитуде частотной подставки (Ω_0). Третий масштабный коэффициент (K_3) измеряется при угловой скорости, на порядок превышающей амплитуду частотной подставки, например при угловой скорости 400 °/с. Данная угловая скорость соответствует линейному участку зависимости масштабного коэффициента датчиков ЗЛК-20 и ЗЛК-16 от угловой скорости вращения, что позволяет принять значение K_3 за опорное.

Масштабные коэффициенты K_1 и K_2 измеряются при угловых скоростях на 1 и 2 °/с (соответственно) меньше угловой скорости, равной амплитуде частотной подставки, которая определяется индивидуально для каждого типа датчика и находится в диапазоне 30-40 °/с.

Далее рассчитывается отклонение (ΔK_i) масштабных коэффициентов ΔK_1 и ΔK_2 относительно опорного значения K_3 по формуле (1):

$$\Delta K_i = (K_i / K_3 - 1) 10^6 \text{ [ppm]}. \quad (1)$$

Учитывая, что масштабный коэффициент K_3 является опорным, его относительное отклонение ΔK_3 обращается в ноль.

В результате имеем набор значений ΔK_i , каждое из которых получено при разных угловых скоростях вращения зеemanовского гироскопического датчика. Графически эта зависимость представлена на рис. 2.

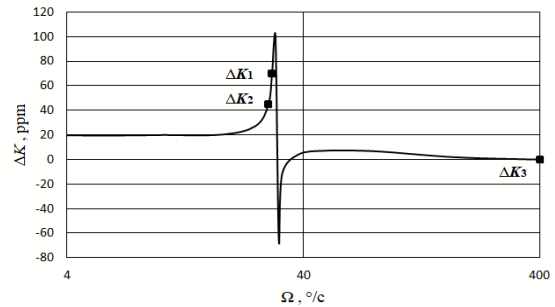


Рис. 2. Экспериментальная зависимость нелинейных искажений масштабного коэффициента от угловой скорости вращения лазерного гироскопического датчика.

Во второй части эксперимента было установлено, что зависимость масштабных коэффициентов от ширины зоны захвата носит полиномиальный характер и может быть описана квадратным уравнением (2):

$$(\Delta K_1 - \Delta K_2) = a\Omega_L^2 - b\Omega_L + c. \quad (2)$$

Значением функции (2) является разность нелинейных искажений двух масштабных коэффициентов относительно третьего (опорного) масштабного коэффициента, соответствующего линейному участку выходной характеристики. Аргументом функции (2) является ширина зоны захвата (Ω_L).

В результате аппроксимации экспериментальной зависимости (рис. 3) были определены эмпирические коэффициенты (a , b , c) для исходного квадратного уравнения, представленные в табл. 1.

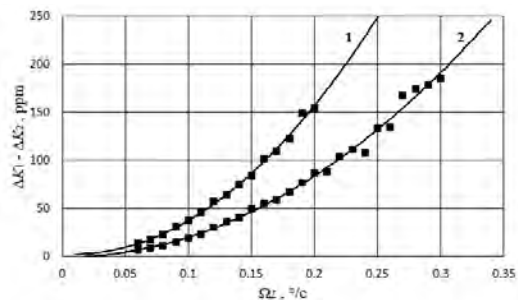


Рис. 3. Аппроксимация зависимости разности нелинейных искажений масштабного коэффициента от ширины зоны захвата для датчиков типа ЗЛК-20 (1) и ЗЛК-16 (2)

ТАБЛИЦА 1. ЭМПИРИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Тип датчика	Коэффициенты		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
ЗЛК-20	4273.9	82.222	2.9076
ЗЛК-16	2179.3	14.385	0.3062

Это позволило описать зависимость масштабных коэффициентов от ширины зоны захвата через разность их нелинейных искажений.

При известном значении функции (2) с применением эмпирических коэффициентов ширина зоны захвата для каждого конкретного лазерного гироскопического датчика вычисляется путем решения данного квадратного уравнения по формуле (3):

$$\Omega_i = (b + (b^2 - 4a(c - (\Delta K_1 - \Delta K_2)))^{0.5}) / 2a \text{ [}^\circ/\text{c]} \quad (3)$$

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как видно из табл. 1, значения эмпирических коэффициентов значительно отличаются друг от друга в зависимости от типа лазерного гироскопического датчика (ЗЛК-20 или ЗЛК-16). Это отличие обусловлено как разной амплитудой частотной подставки, применяющейся в данных типах датчиков, так и различием в длине оптического контура, которая для ЗЛК-20 составляет 200 мм, а для ЗЛК-16 – 160 мм.

Для подтверждения достоверности результатов измерений, получаемых данным способом, был проведен сравнительный анализ ширины зоны захвата (Ω_i), рассчитанной по формуле (3), (способ 1) и измеренной по известной методике [17] (способ 2), на 20 датчиках типа ЗЛК-20 и 20 датчиках типа ЗЛК-16. Полученные значения были усреднены. Результаты эксперимента приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Тип датчика	Способ	
	1	2
ЗЛК-20	$\langle \Omega_i \rangle = 0.084 \text{ }^\circ/\text{c}$	$\langle \Omega_i \rangle = 0.089 \text{ }^\circ/\text{c}$
ЗЛК-16	$\langle \Omega_i \rangle = 0.117 \text{ }^\circ/\text{c}$	$\langle \Omega_i \rangle = 0.105 \text{ }^\circ/\text{c}$

Как видно из табл. 2, совпадение средних значений $\langle \Omega_i \rangle$, измеренных двумя принципиально разными способами, составляет более 90% для обоих типов лазерных гироскопических датчиков, что говорит о достоверности результатов, полученных в данной работе.

Как было сказано ранее, всем типам лазерных гироскопических датчиков со знакопеременной частотной подставкой свойственна нелинейность выходной характеристики. Учитывая это, способ определения ширины зоны захвата по нелинейным искажениям масштабного коэффициента может быть применим и для других типов лазерных гироскопических датчиков. С учетом проведения дополнительных исследований его можно адаптировать для лазерных датчиков на виброподвесе.

V. ВЫВОДЫ

Предложенный способ измерения ширины зоны захвата был успешно апробирован на участке испытаний

лазерных гироскопических датчиков в АО «НИИ «Поллюс» им. М.Ф. Стельмаха на серийно выпускаемых приборах.

Значения ширины зоны захвата, полученные представленным способом, хорошо согласуются со значениями, которые были получены с помощью альтернативных методов измерения [17, 18]. Это позволяет судить о высокой достоверности результатов, полученных в данной работе.

Основными преимуществами представленного способа перед известными альтернативными способами измерения ширины зоны захвата в лазерных гироскопических датчиках являются:

- полная автоматизация процесса измерений;
- исключение ошибок измерения, вызванных человеческим фактором;
- отсутствие необходимости входа в зону захвата или работа вблизи нее, что не соответствует штатному режиму работы датчиков;
- сокращение времени и уменьшение трудоемкости процесса измерения ширины зоны захвата.

Указанные преимущества достигаются за счет сокращения количества входных данных, требуемых для расчета, интеграцией с процессом измерения других выходных параметров датчика и более высокой автоматизации измерений, которую демонстрирует данный способ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Aronowitz, F., Optical Gyros and their Applications, RTO AGAR-Dograph, 1999, 339, p.3.1.
- [2] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. 2020. №2. С. 3–10. DOI 10.17285/0869-7035.0028.
- [3] Filatov, Y.V., Pavlov, P.A., Velikoseltsev, A.A., Ulrich Schreiber, K. Precision angle measurement systems on the basis of ring laser gyro, Sensors (Switzerland), 2020, 20(23), pp. 1–14, 6930.
- [4] Lukyanov, D., Filatov, Yu., Golyaev, Yu., ...Schreiber, K.-U., Perlmutter, M. 50th anniversary of the laser gyro, 20th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2013, Proceedings, 2013, pp. 36–49.
- [5] Wang, S., Zhang, Z., Research on Principle, Application and Development Trend of Laser Gyro, Journal of Physics: Conference Series, 2020, vol. 1549, issue 2, 022118.
- [6] Barbour, N., Schmidt, G. Inertial sensor technology trends IEEE Sensors, Journal, 2001, 1(4), pp. 332–339.
- [7] Belov, A.V., Solovieva, T.I. Intellectual Ring Laser Quality Control System – Key Component of Ring Lasers Science-Based Production, Procedia Computer Science, 2016, 96, pp. 456–464.
- [8] Golyaev, Y.D., Zapotylo, N.R., Nedzvetskaya, A.A., Sinelnikov, A.O., Tikhmenev, N.V. Laser gyros with increased time of continuous operation, 18th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2011, Proceedings, 2011, p. 53.
- [9] Голяев Ю.Д., Запотылко Н.Р., Недзвецкая, А.А., Синельников А.О., Тихменев Н.В. Термостабильные оптические резонаторы для земановских лазерных гироскопов // Оптика и спектроскопия. 2012. Т. 113. № 2. С. 253–255.
- [10] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. Зеэмановские лазерные гироскопы // Квантовая электроника. 2015. Т. 45. №2. С. 171–179.
- [11] Merzlikin, A.M., Puzko, R.S., Mode locking suppression in a magneto-optical gyro, Scientific Reports, 2020, 10(1), 19490.
- [12] Guerrero, H., Pérez del Real, R., Fernández de Caleyá, R., and Rosa, G., Magnetic field biasing in Faraday effect sensors, Applied Physics Letters, 1999, vol. 74, issue 24, id. 3702.

- [13] Peng Zu, Chi Chiu Chan, Tianxun Gong, Yongxing Jin, Wei Chang Wong, and Xinyong Dong, Magneto-optical fiber sensor based on bandgap effect of photonic crystal fiber infiltrated with magnetic fluid, *Applied Physics Letters*, 2012, vol. 101, issue 24, id. 241118, 4 pages.
- [14] Jie Zheng, Xinyong Dong, Peng Zu, Junhua Ji, Haibin Su, and Perry Ping Shum, Intensity-modulated magnetic field sensor based on magnetic fluid and optical fiber gratings, *Applied Physics Letters*, 2013, vol. 103, issue 18, id. 183511, 4 pages.
- [15] Азарова В.В., Макеев А.П., Кузнецов Е.В., Голяев Ю.Д. Частотная характеристика ЛГ в широком диапазоне угловых скоростей вращения // *Гироскопия и навигация*. 2018. Т. 26. №2 (101). С. 3–14. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.2.003-014.
- [16] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Кузнецов Е.В. Частотная характеристика лазерных гироскопов с учетом неравенства интенсивностей встречных волн // *Гироскопия и навигация*. 2020. Т. 28. № 4 (111). С. 71-81. DOI 10.17285/0869-7035.0050
- [17] Синельников А.О., Ермак Е.М., Коржавый А.П. Особенности захвата частот в лазерном гироскопе с частотной подставкой на эффекте Зеемана // *Наукоемкие технологии*. 2012. № 10. Т. 13. С. 40-45.
- [18] Алексеев С.Ю., Чиркин М.В., Мишин В.Ю., Морозов Д.А., Борисов М.В., Молчанов А.В., Захаров М.А. Методика измерения порога синхронизации при изготовлении и эксплуатации прецизионных кольцевых лазеров // *Гироскопия и навигация*. 2013. № 2. С. 75–83.
- [19] Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. Измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа // *Квантовая электроника*. 2017. Т. 47. № 7. С. 675–682.
- [20] Бекетов С.А., Бессонов А.С., Петрухин Е.А., Хохлов И.Н., Хохлов Н.И. Влияние обратного рассеяния на нелинейные искажения масштабного коэффициента лазерного гироскопа с прямоугольной подставкой // *Квантовая электроника*. 2019. Т. 49. № 11. С. 1059–1067.
- [21] Petrukhin, E.A., Khokhlov, I.N., Khokhlov, N.I., Correlation relationship between the dissipative and conservative backscattering components in the ring resonator of a laser gyroscope, *Quantum Electronics*, 2021, 51 (4) 359 –364, <https://doi.org/10.1070/QEL17466>.

Влияние разночастотности и нелинейности на дрейф волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости

А.А. Маслов
НИУ «МЭИ», Россия
Maslov954@ya.ru

Д.А. Маслов
НИУ «МЭИ», Россия

И.В. Меркурьев
НИУ «МЭИ», Россия
MerkuryevIV@ya.ru

В.В. Подалков
НИУ «МЭИ», Россия

Аннотация—Исследуется динамика волнового твердотельного гироскопа, работающего в компенсационном режиме функционирования датчика угловой скорости. При этом учтены разночастотность и нелинейность. Получены формулы масштабного коэффициента гироскопа и угловой скорости дрейфа. Показано, что дрейф гироскопа с емкостными датчиками управления прямо пропорционален разночастотности, коэффициенту нелинейности и квадрату амплитуды колебаний резонатора. Приведен числовой пример.

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, датчик угловой скорости, разночастотность, нелинейность, дрейф.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время вопросам совершенствования волнового твердотельного гироскопа уделяется большое внимание [1–7]. Гироскопы такого типа находят широкое применение в автомобильной электронике, медицинской технике, робототехнике, в товарах широкого потребления. В работе [8] проведено исследование динамики гироскопа, работающего в режиме датчика угловой скорости. Дан анализ технических характеристик микромеханического волнового гироскопа как единой микромеханической системы, содержащей механическую часть (резонатор) и электронные модули. С этих позиций рассмотрены вопросы возбуждения и управления колебаниями резонатора для достижения требуемых характеристик по чувствительности, линейности и рабочей полосе частот пропускания прибора. В [9, 10] рассматривается динамика волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости.

Однако в этих работах не рассматривается дрейф угловой скорости, обусловленный упругой анизотропией резонатора и нелинейностью колебаний. Поэтому в данной работе ставится задача исследования влияния разночастотности и нелинейности на дрейф волнового твердотельного гироскопа в режиме датчика угловой скорости

II. УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАТОРА

Рассматривается цилиндрический кварцевый резонатор, один край которого свободен, а другой жестко прикреплен к подвижному основанию. Для поддержания незатухающих колебаний цилиндрической оболочки используются емкостные датчики управления, расположенные вблизи от свободной кромки резонатора.

Предположим, что основание прибора вращается относительно оси, перпендикулярной его плоскости с уг-

ловой скоростью Ω , которую в дальнейшем будем считать малой по сравнению с характерной частотой колебаний резонатора ω . Тогда система дифференциальных уравнений, описывающая динамику резонатора в одно-модовом приближении, имеет вид [11]:

$$\begin{aligned} \ddot{f} + \omega^2 f &= -\gamma \dot{f} + v \dot{g} - h_c^* f - h_s^* g + \xi^* (f^2 + g^2) f - \\ &\quad - u_1^* \sin \omega_0 t + u_2^* \cos \omega_0 t, \\ \ddot{g} + \omega^2 g &= -\gamma \dot{g} - v \dot{f} + h_c^* g - h_s^* f + \xi^* (f^2 + g^2) g - \\ &\quad - u_3^* \sin \omega_0 t + u_4^* \cos \omega_0 t, \end{aligned} \quad (1)$$

где f и g – обобщенные координаты основной формы колебаний резонатора в двух фиксированных точках, отстоящих друг от друга под углом в 45° , и нормализованные относительно рабочего зазора емкостного датчика управления; $h_s^* = h^* \sin 4\alpha$, $h_c^* = h^* \cos 4\alpha$ – компоненты, характеризующие упругую анизотропию, h^* – модуль разночастотности, α – угол ориентации главной оси жесткости относительно осей отсчета; $\gamma = \omega / Q$ – коэффициент демпфирования, Q – коэффициент добротности; v – нормализованная угловая скорость; ξ^* – коэффициент нелинейности; $u_1^*, u_2^*, u_3^*, u_4^*$ – нормализованные амплитуды сигналов возбуждения колебаний резонатора; точкой обозначено дифференцирование по времени t ; ω_0 – частота внешнего гармонического возбуждения основной моды колебаний резонатора.

Отметим, что для составления уравнений динамики резонатора электромеханической системы в [11] применяется методика, предложенная В.Ф. Журавлевым [12].

При определении функции Лагранжа использовано выражение для кинетической потенциальной энергии резонатора с малыми геометрическими погрешностями изготовления и потенциальной энергии электростатического поля управляющих конденсаторов. Учитывая, что функция нормального прогиба резонатора является конечной по отношению к номинальному зазору между резонатором и неподвижными электродами, получены выражения для нелинейных управляющих воздействий на резонатор. Внутренние потери при колебаниях учитывались с помощью модели Кельвина–Фойгта. Внешними потерями пренебрегали, считая объем корпуса прибора вакуумированным.

Методики определения компонент, характеризующих упругую анизотропию с учетом коэффициента нелинейности представлены в [13, 14].

Будем полагать, что частота внешнего воздействия близка к собственной частоте колебательного контура, т.е.

$$\omega_0 = \omega + \lambda, \quad \lambda \ll \omega,$$

где λ – поправка к частоте, которая вводится для настройки резонансного режима работы гироскопа на подвижном основании.

III. ОСРЕДНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Систему (1) будем исследовать методом усреднения Крылова–Боголюбова [15]. С этой целью введем медленные переменные p_1, q_1, p_2, q_2 по следующим формулам:

$$\begin{aligned} f &= p_1 \sin \omega_0 t + q_1 \cos \omega_0 t, \\ g &= p_2 \sin \omega_0 t + q_2 \cos \omega_0 t, \\ \dot{f} &= p_1 \omega_0 \cos \omega_0 t - q_1 \omega_0 \sin \omega_0 t, \\ \dot{g} &= p_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - q_2 \omega_0 \sin \omega_0 t. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и проводя осреднение по явно входящему времени [16, 17], приходим к системе уравнений движения в медленных переменных p_1, q_1, p_2, q_2 :

$$\begin{aligned} 2\dot{q}_1 &= -\gamma q_1 + \nu q_2 + h_c p_1 + h_s p_2 - 2\lambda p_1 + u_1 + \xi k_1, \\ 2\dot{p}_1 &= -\gamma p_1 + \nu p_2 - h_c q_1 - h_s q_2 + 2\lambda q_1 + u_2 + \xi k_2, \\ 2\dot{q}_2 &= -\gamma q_2 - \nu q_1 - h_c p_2 + h_s p_1 - 2\lambda p_2 + u_3 + \xi k_3, \\ 2\dot{p}_2 &= -\gamma p_2 - \nu p_1 + h_c q_2 - h_s q_1 + 2\lambda q_2 + u_4 + \xi k_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\xi = \xi^* / \omega$, $h_c = h_c^* / \omega$, $h_s = h_s^* / \omega$, $u_i = u_i^* / \omega$, $i = 1, 2, 3, 4$; $k_1 = -p_1 E - q_2 X$, $k_2 = q_1 E - p_2 X$, $k_3 = -p_2 E + q_1 X$, $k_4 = q_2 E + p_1 X$; $E = 3(q_1^2 + p_1^2 + q_2^2 + p_2^2) / 4$, $X = (p_2 q_1 - p_1 q_2) / 2$ – нелинейные слагаемые модели.

Значения u_1, \dots, u_4 являются управляющими сигналами системы (3), позволяющими стабилизировать амплитуды колебаний двух нормальных форм колебательного контура. Отметим, что в электронном контуре гироскопа физически реализуется схема осреднения Крылова–Боголюбова: измеряемые индукционными датчиками высокочастотные функции времени f , g с помощью контуров обработки сигналов [17] представляются в виде (2). Таким образом, медленные переменные p_1, q_1, p_2, q_2 системы (3) являются измеряемыми.

IV. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ РЕЗОНАТОРА В КОМПЕНСАЦИОННОМ РЕЖИМЕ ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Рассмотрим функционирование микрогироскопа в режиме датчика угловой скорости компенсационного

типа. В этом случае задается первичная возбуждающая волна с заданным значением амплитуды колебаний. Из-за вращения основания возникает вторая волна, пучности которой располагаются под углом $\pi/4$ к пучностям первичной возбуждающей волны. Целью управления является возбуждение и поддержание заданной амплитуды колебаний первичной возбуждающей волны и полная компенсация колебаний второй волны. Сигналы управления, необходимые для компенсации, позволяют определить угловую скорость основания гироскопа.

Зададим программные значения \bar{A} , \bar{B} амплитуд колебаний двух нормальных форм $\bar{A} = \bar{q}_1$, $\bar{B} = 0$, при этом $\bar{q}_2 = \bar{p}_1 = \bar{p}_2 = 0$, где $\bar{q}_1, \bar{p}_1, \bar{q}_2, \bar{p}_2$ – заданные значения медленных переменных.

Построим пропорциональный регулятор (П-регулятор). Зададим управление u_1, \dots, u_4 в виде обратной связи по измерению медленных переменных p_1, q_1, p_2, q_2 :

$$u_1 = -K_{oc}(q_1 - \bar{q}_1), \quad u_2 = -K_{oc}p_1, \quad u_3 = -K_{oc}q_2, \quad u_4 = -K_{oc}p_2, \quad (4)$$

где K_{oc} – коэффициент усиления в цепи обратной связи. В дальнейшем будем рассматривать гироскоп, работающий в резонансе $\lambda = 0$.

Уравнения замкнутой системы управления примут вид:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= (-K_{oc} + \gamma)q_1 + h_c p_1 + h_s p_2 + \nu q_2 + \xi k_1 + K_{oc} \bar{q}_1 / 2, \\ \dot{p}_1 &= (-K_{oc} + \gamma)p_1 - h_c q_1 - h_s q_2 + \nu p_2 + \xi k_2 / 2, \\ \dot{q}_2 &= (-K_{oc} + \gamma)q_2 - h_c p_2 + h_s p_1 + \xi k_3 - \nu q_1 / 2, \\ \dot{p}_2 &= (-K_{oc} + \gamma)p_2 + h_c q_2 - h_s q_1 + \xi k_4 - \nu p_1 / 2. \end{aligned} \quad (5)$$

При исследовании устойчивости замкнутой системы дифференциальных уравнений (5) учтем, что $h_c, h_s, \xi \ll K_{oc}$. Пренебрегая слагаемыми, содержащими параметры h_c, h_s, ξ , построим характеристическое уравнение

$$\left((s + \varepsilon K_{oc} + \varepsilon \gamma)^2 + \varepsilon^2 \nu^2 \right)^2 = 0$$

и найдем его корни:

$$s_{1,2} = -\varepsilon(K_{oc} + \gamma + i\nu), \quad s_{3,4} = -\varepsilon(K_{oc} + \gamma - i\nu).$$

Так как коэффициент K_{oc} , коэффициент демпфирования γ принимают только положительные значения, то действительные части корней характеристического уравнения отрицательны. Следовательно, решение системы асимптотически устойчиво.

Таким образом, решение замкнутой системы (5) можно представить в виде суммы асимптотически устойчивого решения, зависящего от начальных условий $q_1(0) = q_{10}, p_1(0) = p_{10}, q_2(0) = q_{20}, p_2(0) = p_{20}$ и частного решения

$$\begin{aligned}
q_1 &= e^{-(K_{oc}+\gamma)t/2} [q_{10} \cos(vt/2) + q_{20} \sin(vt/2)] + \\
&+ K_{oc} \bar{q}_1 (K_{oc} + \gamma) / (v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2), \\
p_1 &= e^{-(K_{oc}+\gamma)t/2} [p_{10} \cos(vt/2) + p_{20} \sin(vt/2)], \\
q_2 &= e^{-(K_{oc}+\gamma)t/2} [q_{20} \cos(vt/2) - q_{10} \sin(vt/2)] - \\
&- K_{oc} \bar{q}_1 v / (v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2), \\
p_2 &= e^{-(K_{oc}+\gamma)t/2} [p_{20} \cos(vt/2) - p_{10} \sin(vt/2)].
\end{aligned}$$

Анализ установившегося решения

$$\begin{aligned}
q_1 &= K_{oc} \bar{q}_1 (K_{oc} + \gamma) / (v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2), \\
q_2 &= -K_{oc} \bar{q}_1 v / (v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2), \quad p_1 = 0, \quad p_2 = 0,
\end{aligned} \quad (6)$$

показывает, что имеется статическая ошибка регулирования, вызванная наличием угловой скорости основания. Значения установившихся амплитуд колебаний q_1, q_2 отличаются от программных значений \bar{q}_1, \bar{q}_2 на величину, зависящую от коэффициента усиления K_{oc} и угловой скорости основания v , коэффициента демпфирования γ .

Отметим, что отношение установившихся значений (6) пропорционально угловой скорости основания:

$$\frac{q_2}{q_1} = -\frac{v}{K_{oc} + \gamma}.$$

Таким образом, угловая скорость основания v может быть определена по измерениям установившихся значений:

$$v = -(K_{oc} + \gamma) \frac{q_2}{q_1}. \quad (7)$$

Точность определения угловой скорости основания зависит от уровня случайных и систематических погрешностей в измерениях медленных переменных.

Пусть установившееся значение q_1 отличается от программного \bar{q}_1 на величину $\tilde{q}_1 = q_1 - \bar{q}_1$. Тогда, учитывая, что $\tilde{q}_1 / \bar{q}_1 < 1$ ($\tilde{q}_1 \approx 10^{-5}, \bar{q}_1 = 0.05$ [11]), раскладывая в знакочередующийся убывающий ряд и удерживая первые члены ряда, получим

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{\tilde{q}_1 + \bar{q}_1} = \frac{1}{\bar{q}_1 \left(1 + \frac{\tilde{q}_1}{\bar{q}_1}\right)} \approx \frac{1}{\bar{q}_1} \left(1 - \frac{\tilde{q}_1}{\bar{q}_1}\right) \quad (8)$$

с относительной погрешностью, не превышающей $(\tilde{q}_1 / \bar{q}_1)^2$.

Учитывая, что

$$q_2 = -u_3 / K_{oc}, \quad (9)$$

где $u_3 = -\eta U_3$, η – параметр, характеризующий электростатические датчики управления [11], U_3 – напряжение управления, и то, что угловая скорость равна $\Omega = v / (4K_B)$, где K_B – масштабный коэффициент Брайана цилиндрического резонатора, получим

$$\Omega = K_G U_3, \quad (10)$$

где $K_G = \frac{K_{oc} + \gamma}{4K_B K_{oc} \bar{q}_1} \left(1 + \frac{v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma)}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2}\right) \eta$ – масштабный коэффициент гироскопа с относительной погрешностью, не превышающей $\left(\frac{v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma)}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2}\right)^2$.

Проводя замену $q_1 = \tilde{q}_1 + \bar{q}_1$ и линеаризацию системы (5) относительно $\tilde{q}_1, p_1, q_2, p_2$, которые имеют порядок 10^{-5} [11], получим

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{q}}_1 &= -(K_{oc} + \gamma)\tilde{q}_1 + (h_c - \xi_1)p_1 + h_s p_2 + v q_2 + K_{oc} \bar{q}_1 / 2, \\
\dot{p}_1 &= -(K_{oc} + \gamma)p_1 - h_c q_1 - h_s q_2 + v p_2 + \xi_1 \bar{q}_1 / 2, \\
\dot{q}_2 &= \left(-K_{oc} + \gamma\right)q_2 - \left(h_c - \frac{1}{3}\xi_1\right)p_2 + h_s p_1 - v q_1 / 2, \\
\dot{p}_2 &= -(K_{oc} + \gamma)p_2 + (h_c + \xi_1)q_2 - h_s q_1 - v p_1 / 2,
\end{aligned} \quad (11)$$

где $\xi_1 = \frac{3}{4} \xi \bar{q}_1^2$ – параметр, характеризующий нелинейность.

Для определения стационарного решения системы (11) выпишем неоднородную систему линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами относительно медленных переменных $\tilde{q}_1, p_1, q_2, p_2$:

$$\begin{aligned}
-(K_{oc} + \gamma)\tilde{q}_1 + (h_c - \xi_1)p_1 + h_s p_2 + v q_2 &= \gamma \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)p_1 - h_c \tilde{q}_1 - h_s q_2 + v p_2 &= h_c \bar{q}_1 - \xi_1 \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)q_2 - \left(h_c - \frac{1}{3}\xi_1\right)p_2 + h_s p_1 - v \tilde{q}_1 &= v \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)p_2 + (h_c + \xi_1)q_2 - h_s \tilde{q}_1 - v p_1 &= h_s \bar{q}_1.
\end{aligned} \quad (12)$$

V. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ И СОСТАВЛЯЮЩЕЙ РАЗНОЧАСТОТНОСТИ h_s НА УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ ДРЕЙФА

Полагая, что $h_c = 0$, с учетом (12) получим:

$$\begin{aligned}
-(K_{oc} + \gamma)\tilde{q}_1 - \xi_1 p_1 + h_s p_2 + v q_2 &= \gamma \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)p_1 - h_s q_2 + v p_2 &= -\xi_1 \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)q_2 - \frac{1}{3}\xi_1 p_2 + h_s p_1 - v \tilde{q}_1 &= v \bar{q}_1, \\
-(K_{oc} + \gamma)p_2 + \xi_1 q_2 - h_s \tilde{q}_1 - v p_1 &= h_s \bar{q}_1.
\end{aligned}$$

Для кварцевого цилиндрического резонатора [11] $K_{oc}, \gamma, h_s \gg \xi_1$. Поэтому слагаемыми $\xi_1 p_1, \xi_1 q_2, \xi_1 p_2$ пренебрегаем, а $\xi_1 \bar{q}_1$ оставляем, т.к. $\bar{q}_1 \gg p_1, q_2, p_2$.

В результате получим:

$$\begin{aligned} -(K_{oc} + \gamma)\bar{q}_1 + h_s p_2 + v q_2 &= \gamma \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)p_1 - h_s q_2 + v p_2 &= -\xi_1 \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)q_2 + h_s p_1 - v \bar{q}_1 &= v \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)p_2 - h_s \bar{q}_1 - v p_1 &= h_s \bar{q}_1. \end{aligned} \quad (13)$$

Решая систему (13), находим статические погрешности регулирования:

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= -\frac{(v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma) + h_s^2)\bar{q}_1}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_s^2}, \\ q_2 &= \frac{-4K_{oc}v\bar{q}_1 + 3\xi h_s \bar{q}_1^3}{4(v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_s^2)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вычислим отношение статических погрешностей:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{q_2}{\bar{q}_1 + \bar{q}_1} = -\frac{v}{K_{oc} + \gamma} + \frac{3\xi h_s \bar{q}_1^2}{4K_{oc}(K_{oc} + \gamma)}.$$

С учетом (8) получим

$$v = -(K_{oc} + \gamma)\frac{q_2}{\bar{q}_1} \left(1 - \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_1}\right) + \frac{3\xi h_s \bar{q}_1^2}{4K_{oc}}. \quad (15)$$

Подставляя (14) и (9) в (15), найдем угловую скорость гироскопа

$$\Omega = K_{\Gamma} U_3 + \Omega_{др}, \quad (16)$$

где $K_{\Gamma} = \frac{K_{oc} + \gamma}{4K_B K_{oc} \bar{q}_1} \left(1 + \frac{v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma) + h_s^2}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_s^2}\right) \eta$ – масштабный коэффициент гироскопа,

$$\Omega_{др} = \frac{3\xi h_s \bar{q}_1^2}{16K_B K_{oc}} - \text{угловая скорость дрейфа.}$$

Таким образом, разночастотность совместно с нелинейностью вызывает угловую скорость дрейфа гироскопа, пропорциональную коэффициенту нелинейности, составляющей разночастотности h_s , квадрату заданной амплитуды колебаний первичной возбуждающей волны и обратно пропорциональную коэффициенту обратной связи и масштабному коэффициенту Брайана. Коэффициент Брайана может быть незначительно увеличен при изменении высоты цилиндрического резонатора. Изменения коэффициента усиления в цепи обратной связи ограничены [8]. Поэтому существенно снизить уход гироскопа можно, уменьшая амплитуду колебаний и

составляющую разночастотности h_s . Однако следует учитывать, что при малых амплитудах колебаний снижается отношение сигнала к шуму, а улучшение балансировки повышает стоимость прибора.

VI. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ И СОСТАВЛЯЮЩЕЙ РАЗНОЧАСТОТНОСТИ h_c НА УГЛОВУЮ СКОРОСТЬ ДРЕЙФА

Учитывая, что $h_c \gg \xi_1$, и полагая, что $h_s = 0$, получим:

$$\begin{aligned} -(K_{oc} + \gamma)\bar{q}_1 + h_c p_1 + v q_2 &= \gamma \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)p_1 - h_c \bar{q}_1 + v p_2 &= h_c \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)q_2 - h_c p_2 - v \bar{q}_1 &= v \bar{q}_1, \\ -(K_{oc} + \gamma)p_2 + h_c q_2 - v p_1 &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Решая систему линейных уравнений (17), получим:

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= -\frac{(v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma) + h_c^2)\bar{q}_1}{(v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_c^2)}, \\ q_2 &= -\frac{K_{oc}v\bar{q}_1}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_c^2}. \end{aligned}$$

Используя формулы (7), (8), (9), (10), найдем:

$$\begin{aligned} \Omega &= K_{\Gamma} U_3, \\ K_{\Gamma} &= \frac{(K_{oc} + \gamma)}{4K_B K_{oc} \bar{q}_1} \left(1 + \frac{v^2 + \gamma(K_{oc} + \gamma) + h_c^2}{v^2 + (K_{oc} + \gamma)^2 + h_c^2}\right) \eta. \end{aligned}$$

VII. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР

Рассмотрим волновой твердотельный гироскоп с цилиндрическим резонатором, изготовленным из кварцевого стекла с нанесением на его поверхность металлического покрытия и работающим в режиме датчика угловой скорости. Принимаем следующие размеры цилиндрического резонатора [11]: радиус $R = 20$ мм, толщина $h = 1$ мм, высота $H = R$. При данных значениях параметров резонатора его характерная частота собственных колебаний $\omega = 20890 \text{ с}^{-1}$ (3260 Гц). При добротности $Q = 5 \cdot 10^5$ получаем коэффициент демпфирования $\gamma = \omega / Q = 0.0417 \text{ с}^{-1}$. При коэффициенте обратной связи $K_{oc} = 500 \text{ с}^{-1}$, масштабном коэффициенте Брайана данного цилиндрического резонатора 0.327, заданной амплитуды колебаний первичной возбуждающей волны $\bar{q}_1 = 0.05$, коэффициенте нелинейности $\xi = 0.561 \text{ с}^{-1}$ и составляющей разночастотности $h_s = 0.314 \text{ с}^{-1}$ (0.05 Гц) дрейф, вычисленный по формуле (16), равен 0.195 °/час. Также проводилось численное моделирование, которое подтвердило проведенные расчеты.

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена формула определения дрейфа угловой скорости волнового твердотельного гироскопа, работа-

ющего в режиме датчика угловой скорости. При этом учтены разночастотность и нелинейность. Показано, что уход гироскопа, пропорционален коэффициенту нелинейности, составляющей разночастотности h_s , квадрату заданной амплитуды колебаний первичной возбуждающей волны и обратно пропорционален коэффициенту обратной связи и масштабному коэффициенту Брауна.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация, 2020. №2. С. 3–10.
- [2] Переляев С.Е. Обзор и анализ направлений создания бесплатформенных инерциальных навигационных систем на волновых твердотельных гироскопах // Новости навигации. 2018. № 2. С. 21–27.
- [3] Басараб М.А., Лунин Б.С., Матвеев В.А., Фомичев А.В., Чуманкин, Е.А., Юрин А.В. Миниатюрные волновые твердотельные гироскопы для малых космических аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. №4. С.80–96.
- [4] Шарма Н.Г., Сундарараджан Т., Сингх Г.С. Гибридный резонатор твердотельного волнового гироскопа с высокой добротностью: конструкция с использованием термоупругого демпфирования, исследование чувствительности и определение характеристик // Гироскопия и навигация. Том 29. №1 (112), 2021. С. 70–96.
- [5] Шарма Н.Г., Сундарараджан Т., Сингх Г.С. Влияние геометрических дефектов на процессы диссипации энергии колебаний и характеристики резонатора твердотельного волнового гироскопа с высокой добротностью // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №3 (110). С. 18–31.
- [6] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Компенсация уходов волнового твердотельного гироскопа, вызванных анизотропией упругих свойств монокристаллического резонатора // Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №2 (109). С. 25–36.
- [7] Расповов В.Я., Алалуев Р.В., Ладонкин А.В., Лихошерст В.В., Шепилов С.И. Настройка и калибровка волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором, работающего в режиме датчика угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 31–41.
- [8] Северов Л.А., Пономарев В.К., Панферов А.И., Овчинникова Н.А. Структура и характеристики волнового микромеханического датчика угловой скорости с кольцевым резонатором // Гироскопия и навигация. 2014. № 3. С. 59–72.
- [9] Гавриленко А.Б., Меркурьев И.В., Подалков В.В., Сбытова Е.С. Динамика микромеханического волнового твердотельного гироскопа. Москва: Издательство МЭИ, 2016. 60 с.
- [10] Maslov, A.A., Maslov, D.A., Merkuryev, I.V., Podalkov, V.V., Methods to Eliminate Nonlinearity of Electrostatic Control Sensors of the Wave Solid-state Gyroscope, 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, 2017, pp. 478–481.
- [11] Маслов Д.А. Влияние нелинейных свойств электростатических и электромагнитных датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа: дис. к.т.н.: НИУ МЭИ, 2019. 127 с.
- [12] Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 1995. №5. С. 12–24.
- [13] Maslov, D.A., Merkuryev, I.V. Increase in the accuracy of the parameters identification for a vibrating ring microgyroscope operating in the forced oscillation mode with nonlinearity taken into account, Russian Journal of Nonlinear Dynamics, 2018, 14(3), pp. 377–386.
- [14] Патент 2544308 (РФ). Способ определения параметров волнового твердотельного гироскопа / Маслов А.А., Меркурьев И.В., Маслов Д.А., 2015.
- [15] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974, 503 с.
- [16] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). М.: Изд-во «Ким Л.А». 2017, 194 с.
- [17] Меркурьев И.В., Подалков В.В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 228 с.

Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа на основе нейросетевого авторегрессионного алгоритма прогнозирования временных рядов

М.А. Басараб
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
basarab70@gmail.com

И.П. Иванов
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
ivanov@bmstu.ru

Б.С. Лунин
МГУ им. М.В. Ломоносова
Москва, Россия
luninboris@yandex.ru

Аннотация—Предложен метод решения задачи идентификации параметров волнового твердотельного гироскопа по данным временных рядов сигналов, полученных с датчиков съема информации. Динамическая модель гироскопа описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с неизвестными коэффициентами, связанными с параметрами прибора (номинальная собственная частота колебаний, номинальный коэффициент затухания, амплитуды и углы 4-й гармоники неоднородности по массе и по жесткости). Алгоритм идентификации параметров основан на использовании авторегрессионной модели временного ряда и однослойной нейронной сети NNAR, реализующей прогноз его динамики после обучения. Найденные весовые коэффициенты нейронной сети позволяют идентифицировать искомые параметры резонатора гироскопа.

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, временной ряд, нейронная сеть, прогноз, авторегрессия.

I. ВВЕДЕНИЕ

Волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) относится к классу кориолисовых вибрационных гироскопов [1–3] и функционирует на основе эффекта прецессии упругих волн, возбужденных в осесимметричных твердых телах (резонаторах). Точность прибора зависит от технологических факторов изготовления и неоднородностей его геометрии и физических характеристик. Точное определение рабочих характеристик прибора и параметров неоднородностей необходимо для его последующей балансировки. Ранее были предложены аналитические подходы к идентификации параметров неоднородности ВТГ [4–6]. Однако данные подходы достаточно громоздки, требуют формирования специальной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и в ряде случаев, особенно при наличии шумов, могут быть неустойчивыми вследствие плохой обусловленности матрицы такой СЛАУ.

В настоящей работе предлагается решение поставленной проблемы с помощью технологии машинного обучения на основе построения нейросетевой авторегрессионной модели временных рядов (NNAR) [7, 8], соответствующих сигналам, поступающим с датчиков ВТГ. Обучение нейронной сети осуществляется методом скользящего окна путем итерационного прохода по обучающим сегментам временных рядов. После удовлетворения критерия сходимости получается набор коэффициентов авторегрессии в виде весов нейронной сети прогноза. Далее по этим весо-

вым коэффициентам возможно определение искомых параметров неоднородностей распределения массы и добротности резонатора ВТГ с помощью замены производных по времени в системе дифференциальных уравнений динамики ВТГ конечными разностями соответствующего порядка.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим кольцевую модель свободных колебаний неидеального ВТГ:

$$\ddot{w}'' - \dot{w} + [\kappa^2(w'' + w)]^{IV} + [\kappa^2(w'' + w)]'' + \xi [\kappa^2(\dot{w}'' + \dot{w})]^{IV} + \xi [\kappa^2(\dot{w}'' + \dot{w})]'' = 0, \quad (1)$$

где $w = w(\varphi, t)$ – радиальное перемещение точки на кромке кольца, м; $\kappa^2 = EJ / (\rho SR^4)$; ρ – плотность материала, кг/м³; S – площадь поперечного сечения, м²; R – радиус средней нейтральной линии, м; E – модуль упругости материала, Па; $J = h^4 / 12$ – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси, м⁴; h – толщина, м; ξ – время затухания, с.

В качестве начальных условий заданы перемещения и ускорения точек резонатора:

$$w(\varphi, 0) = \alpha_0(\varphi), \quad \dot{w}(\varphi, 0) = \alpha_1(\varphi).$$

Пусть физические параметры неоднородны и могут быть разложены в ряд Фурье по углу φ :

$$\xi = \xi_0 + \sum_{l=1}^N (\Delta_{lc}^{(l)} \cos l\varphi + \Delta_{ls}^{(l)} \sin l\varphi), \quad (2)$$

$$\kappa^2 = \kappa_0^2 + \sum_{l=1}^N (\Delta_{lc}^{(2)} \cos l\varphi + \Delta_{ls}^{(2)} \sin l\varphi).$$

Здесь $\Delta_{lc}^{(1)}, \Delta_{ls}^{(1)}, \Delta_{lc}^{(2)}, \Delta_{ls}^{(2)}$ – компоненты амплитуд l -й гармоники дефекта затухания и упруго-массовой анизотропии.

Представим решение (1) в виде эволюции волны, возбужденной по второй форме колебаний:

$$w(\varphi, t) = p(t) \sin(2\varphi) + q(t) \cos(2\varphi). \quad (3)$$

Подставив (3) и (2) в (1), можно получить систему дифференциальных уравнений относительно амплитуд p, q :

$$\begin{aligned} \ddot{p} + \omega_0^2 (\xi_0 + \Delta_{4c}^{(1)}) \dot{p} + \Delta_{4s}^{(1)} \dot{q} + \omega_0^2 \left(1 + \frac{\Delta_{4c}^{(2)}}{\kappa_0^2} \right) p + \frac{\omega_0^2}{\kappa_0^2} \Delta_{4s}^{(2)} q &= 0, \\ \ddot{q} + \omega_0^2 (\xi_0 - \Delta_{4c}^{(1)}) \dot{q} + \Delta_{4s}^{(1)} \dot{p} + \omega_0^2 \left(1 - \frac{\Delta_{4c}^{(2)}}{\kappa_0^2} \right) q + \frac{\omega_0^2}{\kappa_0^2} \Delta_{4s}^{(2)} p &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega_0 = 6\kappa_0\sqrt{5}$ – собственная частота колебаний идеального резонатора по второй форме.

С помощью соответствующей измерительной схемы можно получить значения амплитуд в дискретные моменты времени:

$$p_n = p(t_n), \quad q_n = q(t_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (5)$$

Задача заключается в оценке параметров модели (4) $\Delta_{4c}^{(1)}, \Delta_{4s}^{(1)}, \Delta_{4c}^{(2)}, \Delta_{4s}^{(2)}, \omega_0^2, \xi_0$ по значениям временных рядов (5) на ограниченном интервале времени $t \in [0, T]$.

III. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Полагая, что динамический процесс, описываемый системой (4), является достаточно гладким и, кроме того, квазипериодическим, используем однослойную линейную нейронную сеть авторегрессии (NNAR) [7]:

$$\begin{aligned} p_j^* &= \sum_{i=1}^m w_{1,2i-1} p_{j-i} + \sum_{i=1}^m w_{1,2i} q_{j-i}, \\ q_j^* &= \sum_{i=1}^m w_{2,2i-1} p_{j-i} + \sum_{i=1}^m w_{2,2i} q_{j-i}, \end{aligned} \quad (6)$$

$(j = m, \dots, M),$

где p_j^*, q_j^* – прогнозируемые значения; w_{1i}, w_{2i} – компоненты векторов весовых коэффициентов; m – длина двумерного «скользящего» окна; M – длина обучающего сегмента двумерного временного ряда.

Обновление весов NNAR на эпохах $k = 1, 2, \dots$ проводится по дельта-правилу, начиная с некоторого начального набора $w_{1i}^{(0)}, w_{2i}^{(0)}$:

$$\begin{aligned} w_{1,2i-1}^{(k)} &= w_{1,2i-1}^{(k-1)} + \eta p_i (p_j^* - p_j), \\ w_{1,2i}^{(k)} &= w_{1,2i}^{(k-1)} + \eta q_i (p_j^* - p_j); \\ w_{2,2i-1}^{(k)} &= w_{2,2i-1}^{(k-1)} + \eta p_i (q_j^* - q_j), \\ w_{2,2i}^{(k)} &= w_{2,2i}^{(k-1)} + \eta q_i (q_j^* - q_j). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\eta \in (0, 1]$ – норма обучения.

Поскольку уравнения системы (4) в общем случае связаны, связанными между собой являются и значения (p_j, q_j) . Принимая в расчет эту неявную зависимость, можно использовать также сокращенную модель прогноза:

$$p_j^* = \sum_{i=1}^m w_i p_{j-i}, \quad q_j^* = \sum_{i=1}^m v_i q_{j-i} \quad (j = m, \dots, M). \quad (8)$$

Обучение нейронной сети осуществляется путем итерационного прохода скользящего окна по обучающему сегменту временных рядов длины M от первого отсчета ($j = m$) до крайнего правого ($j = M$) с единичным временным лагом.

После удовлетворения критерия сходимости (малость нормы разности между векторами спрогнозированных значений $(p_j^*), (q_j^*)$ и реальными измеренными значениями $(p_j), (q_j)$) будем иметь набор итоговых весов w_{1i}, w_{2i} прогнозной модели (6).

Оценка параметров модели (4) по найденным весовым коэффициентам авторегрессионной модели (6) производится по следующему алгоритму:

- 1) заменим производные по времени в (4) с помощью конечных разностей m -го порядка;
- 2) представим крайние правые значения сеточных функций (p_j, q_j) через предшествующие значения $(p_{j-1}, q_{j-1}), (p_{j-2}, q_{j-2}), \dots$ в виде, аналогичном (6);
- 3) сопоставив оба представления, выразим искомые параметры $\Delta_{4c}^{(1)}, \Delta_{4s}^{(1)}, \Delta_{4c}^{(2)}, \Delta_{4s}^{(2)}, \omega_0^2, \xi_0$ через весовые коэффициенты w_{1i}, w_{2i} .

IV. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Рассмотрим сначала случай идеального резонатора ВТГ, когда $\kappa^2 = \kappa_0^2 = \text{const}$, $\xi = \xi_0 = \text{const}$. Тогда (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{p} + \omega_0^2 \xi_0 \dot{p} + \omega_0^2 p &= 0, \\ \ddot{q} + \omega_0^2 \xi_0 \dot{q} + \omega_0^2 q &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Очевидно, что прогноз необходимо осуществлять по схеме (8). Возьмем для определенности амплитуду p . Пусть длина окна прогноза $m = 2$, тогда

$$p_j^* = w_1 p_{j-1} + w_2 p_{j-2} \quad (j = m, \dots, M). \quad (10)$$

В соответствии с предложенным алгоритмом заменим производные по времени в первом уравнении (9) конечно-разностными аппроксимациями второго порядка точности по временному шагу τ :

$$\ddot{p}(t_{j-1}) \approx \frac{p_j - 2p_{j-1} + p_{j-2}}{\tau}, \quad \dot{p}(t_{j-1}) \approx \frac{p_j - p_{j-2}}{2\tau}. \quad (11)$$

Подставим (11) в (9) и выразим p_j через предшествующие значения:

$$p_j = \frac{2 - \omega_0^2 \tau^2}{0.5\omega_0^2 \xi_0 \tau + 1} p_{j-1} + \frac{0.5\omega_0^2 \xi_0 \tau - 1}{0.5\omega_0^2 \xi_0 \tau + 1} p_{j-2}. \quad (12)$$

Сравнение выражений (10) и (12) дает выражения, связывающие веса нейронной сети прогноза и параметры ВТГ:

$$\xi_0 = \frac{\tau(1 + w_2)}{1 - w_1 - w_2}, \quad \omega_0^2 = \frac{1 - w_1 - w_2}{0.5\tau^2(1 - w_2)}. \quad (13)$$

Примем следующие значения физических параметров: $\omega_0 = 38598.5$ рад/с; $\xi_0 = 2.0 \cdot 10^{-7}$ с.

В вычислительном эксперименте используем параметры: $\tau = 1 \cdot 10^{-5}$ с; $T = 0.0025$ с ($M=250$ отсчетов); $\eta = 1$.

В ходе эксперимента после 250000 эпох обучения на интервале $(T, 4T)$ была достигнута квадратичная погрешность прогноза менее 0.1 %. Были получены следующие значения весов:

$$w_1 = -0.997, \quad w_2 = 1.851.$$

Относительная погрешность вычисления значений собственной частоты и коэффициента затухания по формулам (13) оказалась менее $1 \cdot 10^{-7}$.

Следует отметить, что даже незначительное увеличение длины окна m приводит к существенному снижению количества эпох, требуемому для обеспечения одной и той же точности прогноза, однако при этом усложняется задача интерпретации весовых коэффициентов.

Исследуем далее динамику неоднородного ВТГ. Пусть в (4)

$$\Delta_{4c}^{(1)} = 0.0114, \quad \Delta_{4s}^{(1)} = 0.1462; \quad \Delta_{4c}^{(2)} = -0.0249, \quad \Delta_{4s}^{(2)} = -0.0154.$$

Обучение проведем на том же интервале $(0, T)$ и с тем же шагом τ , но длина скользящего окна прогноза $m = 4$. Значения весовых коэффициентов после 50000 эпох обучения:

$$w_1 = -0.5231, \quad w_2 = -0.063, \quad w_3 = 0.4042, \quad w_4 = 0.8109.$$

С помощью сокращенной модели (8) можно добиться удовлетворительного качества прогноза с погрешностью порядка 2%. Связь между весами и параметрами неоднородности более сложная, чем в случае идеального резонатора, однако по-прежнему наблюдается непрерывная взаимосвязь между ними, что позволяет сделать вывод о возможности построения эмпирических зависимостей.

Результаты численного эксперимента позволяют сделать вывод о том, что с увеличением размера скользящего окна быстро растет точность прогноза и уменьшается количество необходимых эпох обучения для ее обеспечения. В то же время это приводит к усложнению структуры и увеличению числа весовых коэффициентов нейронной сети, что затрудняет аналитическую интерпретацию результатов обучения. Другим возможным параметром оптимизации является норма обучения, а также выбор самого метода обучения.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод оценки параметров неидеального ВТГ на основе линейной нейросетевой авторегрессионной модели. Решена также задача прогнозирования динамики колебаний, являющаяся важной при оптимизации алгоритмов инерциальной навигации. Метод отличается гибкостью и эффективностью, а также позволяет получить явную интерпретацию весовых коэффициентов прогнозной модели двумерного временного ряда. Предложенный подход может использоваться для оценки параметров других типов вибрационных гироскопов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985.
- [2] Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Радиотехника, 2014.
- [3] Apostolyuk, V., Coriolis Vibratory Gyroscopes. Theory and Design, Springer, 2016.
- [4] Shatalov, M., Lunin, B.S., Vibratory Gyroscopes: Identification of Mathematical Model from Test Data, 14th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2007.
- [5] Журавлев В.Ф. Задача идентификации погрешностей обобщенного маятника Фуко // Механика твердого тела. 2000. №5. С. 186–192.
- [6] Maslov, A.A., Maslov, D.A., Merkuruyev, I.V., Podalkov, V.V., Development of Methods for Identification of Nonlinear Mathematical Model Parameters of Solid-State Wave Gyroscope, 27th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, CSRI Elektropribor, 2020, pp. 1–4.
- [7] Hyndman, R.J., Athanasopoulos, G., Forecasting: Principles and Practice. 2nd Ed. Melbourne: O’Texts, 2018.

▪ ЗАСЕДАНИЕ IV – ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ▪

*Новые кватернионные модели
регулярной механики космического полета
и их приложения в задачах
прогноза движения космических тел
и инерциальной навигации в космосе*

Ю.Н. Челноков, М.Ю. Логинов
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com; mike.loginov@gmail.com

Аннотация—В докладе обсуждаются проблемы регуляризации моделей механики космического полета, космической инерциальной навигации, прогноза движения космических тел и аппаратов. Приводятся результаты сравнительного исследования точности численного интегрирования классических ньютоновских дифференциальных уравнений (ДУ) пространственной ограниченной задачи трех тел (Земля, Луна и космический аппарат) в декартовых координатах и построенных нами регулярных кватернионных ДУ этой задачи в четырехмерных переменных Кустаанхеймо-Штифеля (KS-переменных).

Ключевые слова—кватернионная регуляризация моделей механики космического полета, космической инерциальной навигации, прогноза движения космических тел и аппаратов.

I. ПРОБЛЕМА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ УРАВНЕНИЙ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ И АСТРОДИНАМИКИ

Как известно, в основе описания движения, навигации и прогноза движения космических тел, в том числе космических аппаратов, и космической инерциальной навигации лежат векторные ньютоновские дифференциальные уравнения возмущенной пространственной задачи двух тел (например, Земля и космический аппарат) и возмущенной пространственной ограниченной задачи трех тел (например, Земля, Луна и космический аппарат (КА)) или эквивалентные им скалярные уравнения в декартовых или криволинейных координатах. Эти уравнения являются существенно нелинейными и вырождаются при соударении объекта (КА) с телом притяжения, например с Землей или Луной (при равенстве нулю расстояния между объектом и телом притяжения), что делает использование этих уравнений неудобными при изучении движения объекта в малой окрестности тела

притяжения или его движения по сильно вытянутым орбитам и при решении задач инерциальной навигации в космосе. Указанная особенность (сингулярность) уравнений движения объекта в космосе (деление на ноль) создает не только теоретические, но и практические (вычислительные) трудности. Проблема устранения указанной особенности в уравнениях движения тел, порождаемой силами гравитации, получила название проблемы регуляризации и является в настоящее время одной из основных проблем небесной механики и механики космического полета (астродинамики). Эта проблема является также актуальной и в космической инерциальной навигации, поскольку в ее основе лежит численное интегрирование уравнений движения материальной точки (объекта) в декартовых или криволинейных координатах в гравитационном поле планеты (или планет), в котором движется объект.

Указанная проблема регуляризации восходит к Эйлеру (Euler, 1765) и Леви-Чивита (Levi-Civita, 1920), давшим решения одномерной и двумерной задач о соударении двух тел (в случаях прямолинейного и плоского движений). Эффективная регуляризация уравнений возмущенной пространственной задачи двух тел была предложена Кустаанхеймо и Штифелем (Kustaanheimo, Stiefel, 1964–1965) и развита Штифелем и Шейфеле в широко цитируемой книге [1] (1971). История регуляризации задачи трех тел начинается со знаменитых работ Пуанкаре (Poincare, 1907) и Зундмана (Sundman, 1912). Примеры преобразований, удовлетворяющих требованию регуляризации всех столкновений двух тел с помощью одного «глобального» преобразования в плоской ограниченной задаче трех тел, приведены в работах Thiele (1896), Burrau (1906), Birkhoff (1915) и Lemaitre

(1955). Вальдфогель (Waldvogel, 1972) получил глобальную регуляризацию плоской задачи трех тел с произвольными массами. В работе Арсеца и Заре (Aarseth, Zare, 1974) [2] с использованием канонического формализма Гамильтона и двух преобразований Кустаанхеймо–Штифеля построена теория восьмимерной регуляризации уравнений возмущенной пространственной неограниченной задачи трех тел. Эта теория развита в широко цитируемой книге Арсеца (Aarseth 2003) [3]. Однако она неприменима к регуляризации уравнений возмущенной пространственной ограниченной задачи трех тел (в механике космического полета).

Наиболее эффективная регуляризация особенностей уравнений небесной механики и астродинамики, порождаемых гравитационными силами, достигается за счет перехода от трехмерного пространства декартовых координат к четырехмерному пространству новых координат (к четырехмерным переменным Кустаанхеймо–Штифеля или к другим четырехмерным переменным, введенным Челноковым), а также за счет регуляризующего преобразования времени и использования дополнительных энергетических переменных. Четырехмерность нового используемого пространства делает естественным использование четырехмерных гиперкомплексных переменных (кватернионов Гамильтона) для описания движения в таком пространстве и для решения проблемы регуляризации. В настоящее время признано, что кватернионный метод является наиболее эффективным методом регуляризации моделей небесной механики и астродинамики. Приоритет в разработке этого метода, как указано в работе Waldvogel (2008) [4], принадлежит Челнокову (1981, 1984) [5, 6].

Челноковым построены новые кватернионные регулярные модели небесной механики и астродинамики, основанные на дифференциальных уравнениях возмущенной пространственной задачи двух тел, возмущенного центрального движения и возмущенной пространственной ограниченной задачи трех тел [5–14]. Даны их эффективные приложения к решению актуальных задач оптимального управления орбитальным движением космических аппаратов (совместно с Сапунковым) и инерциальной навигации в космосе [15–26].

Актуальность и важность кватернионной регуляризации особенностей уравнений астродинамики, порождаемых ньютоновскими силами гравитации, подтверждается большим количеством публикаций в этом направлении в ведущих научных журналах других ученых (в большинстве своем в зарубежных журналах), в частности публикациями Velte (1978), Vivarelli (1983, 1988, 1991), Шагова (1990); Deprit, Eliepe и Ferrer (1994), Vrbik (1995, 1998), Waldvogel (2006, 2008), Saha (2009), Zhao (2015), Breiter и Langner (2017, 2019). В работах Stiefel and Scheifele (1971), Бордовицкой (1984), Fukushima (2005, 2007), Pelaez, Hedo, Rodriguez (2007), Bau, Bombardelli, Pelaez и Lorenzini (2015), Amato, Bombardelli, Bau, Morand, Rosengren (2019) приводятся результаты сравнения численного решения уравнений орбитального движения небесных и космических тел в переменных Кустаанхеймо–Штифеля, параметрах Эйлера и в других переменных, которые свидетельствуют об эффективности использования переменных Кустаанхеймо–Штифеля и параметров Эйлера в задачах небесной механики и астродинамики.

II. СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ (ЗЕМЛЯ, ЛУНА, КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ)

Нами выполнено сравнительное исследование точности численного интегрирования классических ньютоновских дифференциальных уравнений пространственной ограниченной задачи трех тел (Земля, Луна и космический аппарат) в декартовых координатах и построенных нами регулярных кватернионных дифференциальных уравнений этой задачи в четырехмерных переменных Кустаанхеймо–Штифеля (KS-переменных).

Дифференциальные уравнения ограниченной задачи трех тел (КА, Земля, Луна) в декартовых координатах имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dv_{x0}}{dt} &= -\left(\frac{fm_0}{r_0^3} + \frac{fm_1}{r_1^3}\right)x_0 + \left(\frac{fm_1}{r_1^3} - \frac{fm_1}{r_{01}^3}\right)x_{01}, \\ \frac{dv_{y0}}{dt} &= -\left(\frac{fm_0}{r_0^3} + \frac{fm_1}{r_1^3}\right)y_0 + \left(\frac{fm_1}{r_1^3} - \frac{fm_1}{r_{01}^3}\right)y_{01}, \\ \frac{dv_{z0}}{dt} &= -\left(\frac{fm_0}{r_0^3} + \frac{fm_1}{r_1^3}\right)z_0 + \left(\frac{fm_1}{r_1^3} - \frac{fm_1}{r_{01}^3}\right)z_{01}, \\ \frac{dx_0}{dt} &= v_{x0}, \quad \frac{dy_0}{dt} = v_{y0}, \quad \frac{dz_0}{dt} = v_{z0}, \\ r_0 &= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}, \quad r_{01} = \sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2 + z_{01}^2}, \\ r_1 &= \sqrt{(x_{01} - x_0)^2 + (z_{01} - z_0)^2 + (z_{01} - z_0)^2}, \\ f &= 6,67408 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}, \quad m_0 = 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ кг}, \\ m_1 &= 7,342 \cdot 10^{22} \text{ кг}. \end{aligned}$$

В этих уравнениях x_0, y_0, z_0 – декартовы координаты КА в системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$, начало M_0 которой совпадает с центром масс Земли, а координатные оси параллельны осям инерциальной системы координат; v_{x0}, v_{y0}, v_{z0} – проекции вектора скорости КА на оси системы координат $M_0X_0Y_0Z_0$; r_0 – модуль радиус-вектора \mathbf{r}_0 КА, проведенного из точки M_0 , т.е. расстояние от центра масс Земли до КА; r_1 – модуль радиус-вектора \mathbf{r}_1 КА, проведенного из точки M_1 , т.е. расстояние от центра масс Луны до КА; r_{01} – модуль радиус-вектора \mathbf{r}_{01} Луны, проведенного из точки M_0 , т.е. расстояние между центрами масс Земли и Луны; f – гравитационная постоянная; m_0, m_1 – массы Земли и Луны соответственно; x_{01}, y_{01}, z_{01} – декартовы координаты центра масс Луны в системе координат $M_0X_0Y_0Z_0$.

Построенные нами регулярные кватернионные дифференциальные уравнения ограниченной задачи трех тел в KS-переменных имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{u}_0}{d\tau} &= \mathbf{s}_0, \\ \frac{ds_0}{d\tau} &= \frac{h_0^* \mathbf{u}_0}{2} - \frac{r_0}{2} \left\{ \frac{fm_1 r_0}{r_1^3} \mathbf{u}_0 + \mathbf{i} \circ \mathbf{u}_0 \circ \left[fm_1 (r_1^{-3} - r_{01}^{-3}) \mathbf{R}_{01} \right] \right\}, \\ \frac{dh_0^*}{d\tau} &= -fm_1 r_1^{-3} r_0 \frac{dr_0}{d\tau} + fm_1 (r_1^{-3} - r_{01}^{-3}) \left(\frac{d\mathbf{r}_0}{d\tau} \cdot \mathbf{r}_{01} \right), \\ \frac{dt}{d\tau} &= r_0, \\ \mathbf{u}_0 &= u_{00} + u_{01} \mathbf{i} + u_{02} \mathbf{j} + u_{03} \mathbf{k}, \quad \mathbf{s}_0 = s_{00} + s_{01} \mathbf{i} + s_{02} \mathbf{j} + s_{03} \mathbf{k}, \\ r_0 &= u_{00}^2 + u_{01}^2 + u_{02}^2 + u_{03}^2, \quad \mathbf{R}_{01} = x_{01} \mathbf{i} + y_{01} \mathbf{j} + z_{01} \mathbf{k}, \\ r_1 &= \sqrt{(x_{01} - x_0)^2 + (y_{01} - y_0)^2 + (z_{01} - z_0)^2}, \\ r_{01} &= \sqrt{x_{01}^2 + y_{01}^2 + z_{01}^2}, \\ x_0 &= u_{00}^2 + u_{01}^2 - u_{02}^2 - u_{03}^2, \quad y_0 = 2(u_{01}u_{02} - u_{00}u_{03}), \\ z_0 &= 2(u_{01}u_{03} + u_{00}u_{02}). \end{aligned}$$

В этих уравнениях \mathbf{u}_0 – кватернион, компоненты $u_{00}, u_{01}, u_{02}, u_{03}$ которого являются KS -переменными и характеризуют местоположение КА в системе координат $M_0 X_0 Y_0 Z_0$; \mathbf{s}_0 – кватернион с компонентами $s_{00}, s_{01}, s_{02}, s_{03}$, характеризующими скорость КА в системе координат $M_0 X_0 Y_0 Z_0$; t – реальное время, τ – фиктивное время (независимая переменная); h_0^* – кеплеровская энергия КА, являющаяся дополнительной переменной; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – векторные мнимые единицы Гамильтона.

Для входящих в регулярные кватернионные дифференциальные уравнения величин $dr_0/d\tau$ и $(d\mathbf{r}_0/d\tau) \cdot \mathbf{r}_{01}$ справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{dr_0}{d\tau} &= 2(u_{00}s_{00} + u_{01}s_{01} + u_{02}s_{02} + u_{03}s_{03}), \\ \frac{d\mathbf{r}_0}{d\tau} \cdot \mathbf{r}_{01} &= 2x_{01}(u_{00}s_{00} + u_{01}s_{01} - u_{02}s_{02} - u_{03}s_{03}) + \\ &+ 2y_{01}(u_{02}s_{01} + u_{01}s_{02} - u_{03}s_{00} - u_{00}s_{03}) + \\ &+ 2z_{01}(u_{03}s_{01} + u_{01}s_{03} + u_{02}s_{00} + u_{00}s_{02}). \end{aligned}$$

Декартовы координаты x_{01}, y_{01}, z_{01} центра масс Луны в системе координат $M_0 X_0 Y_0 Z_0$, входящие и в классические ньютоновские, и в регулярные кватернионные дифференциальные уравнения, задавались соотношениями:

$$\begin{aligned} x_{01} &= a \cos(nt), \quad y_{01} = a \sin(nt), \quad z_{01} = 0, \\ a &= 3,85 \times 10^8 \text{ м}, \quad n = \sqrt{\frac{f(m_0 + m_1)}{a^3}}. \end{aligned}$$

Исследована точность определения траектории движения КА в поле тяготения Земли и Луны для четырех орбит: круговой (влияние поля тяготения Луны не учитывается), двух эллиптических со средним эксцентриситетом 0,05 и одной эллиптической с большим эксцен-

триситетом 0,85 (гравитация Луны учитывается). Траектория КА определялась численным интегрированием приведенных классических ньютоновских дифференциальных уравнений в декартовых координатах и предложенных нами регулярных кватернионных дифференциальных уравнений в KS -переменных методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Уравнения в KS -переменных интегрировались в новом времени τ , называемым фиктивным. Оно является новой независимой переменной в регулярных уравнениях и связано с реальным временем t дифференциальным соотношением, содержащим расстояние от КА до Земли. В реальном времени шаги интегрирования регулярных кватернионных и классических ньютоновских дифференциальных уравнений совпадали. На интервале времени в 50 оборотов КА выполнялось прямое, а затем обратное интегрирование уравнений движения. Точность численного решения определялась максимальным отклонением обратной траектории КА от прямой для всех орбит, кроме круговой, для которой точность определялась разницей между траекторией, полученной численным интегрированием, и истинной траекторией, полученной из аналитического закона движения, который в случае круговой орбиты нам известен.

Приведем описания орбит, а также условия и результаты моделирования для каждой из них. Первая орбита – круговая. По этой орбите объект движется вокруг Земли на расстоянии 10000 км от ее центра. Период обращения объекта вокруг Земли составил 2,8 часа, интервал интегрирования – 50 оборотов (около 139 часов), шаг интегрирования в реальном времени – 30 с. Вторая орбита и две остальные орбиты взяты из книги Бордовицына [27]. Эксцентриситет второй орбиты – 0,05, период оборота – 2 часа, интервал интегрирования – 100 часов, шаг интегрирования в реальном времени – 30 с. Эксцентриситет третьей орбиты – 0,05, период оборота – 20 часов, интервал интегрирования – 1000 ч, шаг интегрирования в реальном времени – 360 с. Эксцентриситет четвертой орбиты – 0,85, период оборота – 20 часов, интервал интегрирования – 1000 часов, шаг интегрирования в реальном времени – 60 с.

Регулярные кватернионные уравнения в KS -переменных показали значительно более высокую точность, чем уравнения в декартовых координатах: для круговой орбиты точность оказалась выше на 2 порядка, для эллиптических орбит со средним эксцентриситетом – на 4 порядка, для эллиптической орбиты с высоким эксцентриситетом – на 7 порядков. Параметры всех орбит, кроме первой, взяты из книги Бордовицыной [27], в которой приводятся результаты численных исследований ряда авторов пространственной задачи двух тел с использованием известных канонических уравнений в KS -переменных и уравнений в декартовых координатах. Сравнение этих результатов с нашими показало, что они в целом согласуются между собой.

Полученные нами результаты подтверждают значительные преимущества регулярных кватернионных уравнений в KS -переменных в задачах прогноза движения небесных и космических тел, а также в задачах коррекции параметров орбитального движения КА и инерциальной навигации в космосе.

Нами также предложены новые регулярные кватернионные уравнения функционирования платформенных

и бесплатформенных инерциальных навигационных систем, построенные в рамках возмущенной пространственной ограниченной задачи трех тел (Земля, Луна, космический аппарат), которые имеют достоинства регулярных кватернионных уравнений астродинамики и могут быть использованы при полете на Луну.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Stiefel, E.L., Scheifele, G., Linear and regular celestial mechanics, Berlin: Springer, 1971. 350 p.
- [2] Aarseth, S.J., Zare, K.A., Regularization of the Three-Body Problem, *Cel. Mech.*, 1974, vol. 10, pp. 185–205.
- [3] Aarseth, S.J., *Gravitational N-Body Simulations*, Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 408 p.
- [4] Waldvogel, J., Quaternions for Regularizing Celestial Mechanics: The Right Way, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 2008, vol. 102 (1), pp. 149–162.
- [5] Chelnokov, Yu.N., On regularization of the equations of the three-dimensional two body problem, *Mech. Solids*, 1981, vol. 16, no. 6, pp. 1–10.
- [6] Chelnokov, Yu.N., Regular equations of the three-dimensional two body problem, *Mech. Solids*, 1984, vol. 19, no. 1, pp. 1–7.
- [7] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization and stabilization of perturbed central motion. I, *Mech. Solids*, 1993, vol. 28, no. 1, pp. 16–25.
- [8] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization and stabilization of perturbed central motion. II, *Mech. Solids*, 1993, vol. 28, no. 2, pp. 1–12.
- [9] Chelnokov, Yu.N., Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. I, *Cosmic Research*, 1992, vol. 30, no. 6, pp. 612–621.
- [10] Chelnokov, Yu.N., Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II, *Cosmic Research*, 1993, vol. 31, no. 3, pp. 409–418.
- [11] Chelnokov, Yu.N., *Kvaternionnye modeli i metody dinamiki, navigatsii i upravleniia dvizheniem (Quaternion Models and Methods of Dynamics, Navigation and Motion Control)*, Moscow: Fizmatlit, 2011.
- [12] Chelnokov, Yu.N., Quaternion Regularization of the Equations of the Perturbed Spatial Restricted Three-Body Problem: I, *Mech. Solids*, 2017, vol. 52, no. 6, pp. 613–639.
- [13] Chelnokov, Yu.N., Quaternion Regularization of the Equations of the Perturbed Spatial Restricted Three-Body Problem: II, *Mech. Solids*, 2018, vol. 53, issue 6, pp. 634–651.
- [14] Chelnokov, Yu.N., Quaternion Equations of Disturbed Motion of an Artificial Earth Satellite, *Cosmic Research*, 2019, vol. 57, no. 2, pp. 101–114.
- [15] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization in celestial mechanics and astrodynamics and trajectory motion control. I, *Cosmic Research*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 353–364.
- [16] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization in celestial mechanics and astrodynamics and trajectory motion control. II, *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 4, pp. 350–361.
- [17] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization in celestial mechanics, astrodynamics, and trajectory motion control. III, *Cosmic Research*, 2015, vol. 53, no. 5, pp. 394–409.
- [18] Sapunkov, Ya.G., and Chelnokov, Yu.N., Design of optimum control strategies and trajectories of a Spacecraft with the regular quaternion equations of the two body problem, *Cosmic Research*, 1996, vol. 34, no. 2, pp. 137–145.
- [19] Chelnokov, Yu.N., and Yurko, V.A., Quaternion construction of optimum managements and trajectories of movement of a space vehicle in the newtonian gravitational field, *Mech. Solids*, 1996, vol. 33, no. 6, pp. 1–12.
- [20] Chelnokov, Yu.N., Analysis of optimal motion control for a material points in a central field with application of quaternions, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2007, vol. 46, no 5, pp. 688–713.
- [21] Sapunkov, Ya.G., and Chelnokov, Yu.N., Construction of optimum controls and trajectories of motion of the center of masses of a spacecraft equipped with the solar sail and low thrust engine, using quaternions and Kustaanheimo–Stiefel variables, *Cosmic Research*, 2014, vol. 52, no. 6, pp. 450–460.
- [22] Chelnokov, Yu.N., Quaternion algorithms for three-dimensional inertial navigation systems, *Mech. Solids*, 1983, vol. 18, no. 6, pp. 1–8.
- [23] Chelnokov, Y.N., *Inertial Navigation in Space Using Quaternion Regular Equations of Astrodynamics*, 25th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2018, pp. 209–212.
- [24] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regular equations of inertial navigation in space, *System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI*, 2018, pp. 115–117.
- [25] Chelnokov, Yu.N., Inertial Navigation in Space Using the Regular Quaternion Equations of Astrodynamics, *Mechanics of Solids*, 2019, vol. 54, issue. 2, pp. 157–168.
- [26] Chelnokov Yu.N. Quaternion Regular Equations and Algorithms of Space Inertial Navigation, 26th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2019, pp. 303–306
- [27] Bordovitsyna, T.V., *Sovremennyye chislennyye metody v zadachakh nebesnoi mekhaniki (Modern Numerical Methods in the Problems of Celestial Mechanics)*, Moscow: Nauka, 1984.

Кватернионный алгоритм математической начальной выставки БИНС на неподвижном основании с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова

А.В. Молоденков
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
molalexei@yandex.ru

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
chelnokovyun@gmail.com

С.Е. Переляев
Институт проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
sergey-perelyaev@mail.ru

Аннотация—Рассматривается задача начальной выставки БИНС на основе метода векторного согласования (гироскопирования). Задача начальной выставки БИНС математически сводится к решению неоднородной системы линейных алгебраических уравнений, матрица коэффициентов которой может быть плохо обусловлена. С использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова решения некорректных задач предложен кватернионный алгоритм начальной выставки БИНС. Приводятся примеры расчетов и проведен анализ полученных результатов.

Ключевые слова—БИНС, кватернион, начальная выставка, метод гироскопирования, метод регуляризации А.Н. Тихонова.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для функционирования алгоритмов инерциальной ориентации и навигации бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) непосредственно перед работой этих алгоритмов требуется проводить математическую начальную выставку БИНС. Эффективным методом математической начальной выставки (не калибровки!) БИНС считается метод векторного согласования. Сущность его состоит в определении взаимной ориентации приборного Y (связанного с блоком чувствительных элементов БИНС) и опорного X трехгранников по результатам измерений проекций не менее чем двух неколлинеарных векторов на оси обоих трехгранников. Нами рассматривается определение начальной ориентации объекта с помощью метода гироскопирования [1, 2], являющегося разновидностью метода векторного согласования. Этот способ начальной выставки основан на использовании информации о проекциях векторов кажущегося ускорения \mathbf{a} и абсолютной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ объекта в системах координат X и Y . Считается, что вдоль осей связанной системы координат Y установлены три одноосных акселерометра и три гироскопа (вообще говоря, три измерителя абсолютной угловой скорости любой физической природы), измеряющие проекции векторов \mathbf{a} и $\boldsymbol{\omega}$. Если при этом будут известны проекции этих же векторов на оси базовой системы координат X , то можно установить взаимную ориентацию трехгранников X и Y .

Нами решается задача начальной выставки БИНС в случае неподвижного основания, когда акселерометры измеряют проекции g_i ($i=1, 2, 3$) вектора ускорения силы тяжести \mathbf{g} (точнее измеряют проекции $-g_i$ вектора $-\mathbf{g}$), а гироскопы измеряют проекции u_i вектора \mathbf{u} угловой ско-

рости вращения Земли на связанные с объектом оси. Проекция этих же векторов на оси нормальной географической системы координат (НГСК) X также определяются по известным формулам. Связь между проекциями векторов \mathbf{u} и \mathbf{g} в системах координат Y и X устанавливается известными кватернионными соотношениями. В этих соотношениях неизвестной величиной является кватернион ориентации объекта в системе координат X . Выделяя в уравнениях скалярную и векторную части, получаем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), где неизвестной величиной является вектор конечного поворота $\boldsymbol{\theta}$, совмещающего системы координат X и Y (отметим, что при получении уравнений предполагается отсутствие поворота системы координат X относительно Y). Таким образом, математическая постановка задачи начальной выставки БИНС на основе гироскопирования заключается в нахождении неизвестного вектора $\boldsymbol{\theta}$ из полученной переопределенной СЛАУ.

При нахождении вектора $\boldsymbol{\theta}$ непосредственно из СЛАУ (алгоритм 1) и данным, содержащим погрешности измерений, компоненты вектора $\boldsymbol{\theta}$ находятся также с погрешностями (в особенности компонента вектора $\boldsymbol{\theta}$, отвечающая за курс объекта ψ). В зависимости от априорно заданных в ходе численных экспериментов величин углов курса ψ , крена θ , тангажа γ объекта и погрешностей данных задачи (показаний гироскопов и акселерометров), погрешность нахождения угла курса объекта $\Delta\psi$ может отличаться в целом ряде случаев от погрешностей нахождения углов крена $\Delta\theta$ и тангажа $\Delta\gamma$ на два-три (в основном) и более порядков. Поэтому, чтобы сгладить эти эффекты, к задаче нами применялся метод регуляризации А.Н. Тихонова [3] (алгоритм 2), который заключается в умножении левой и правой части СЛАУ на транспонированную матрицу коэффициентов этой СЛАУ и в прибавлении к элементам главной диагонали матрицы коэффициентов вновь полученной СЛАУ (в случае необходимости, в зависимости от величины определителя этой матрицы) параметра регуляризации системы.

Ранее этот подход был успешно применен авторами при юстировке космического манипуляционного комплекса [4]. Альтернативные подходы к решению подобных задач представлены, например, в [5].

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ БИНС

Рассмотрим задачу начальной выставки БИНС на неподвижном основании, когда акселерометры измеряют

проекция вектора ускорения силы тяжести \mathbf{g} , а гироскопы измеряют проекции u_i ($i=1,2,3$) вектора \mathbf{u} угловой скорости вращения Земли на связанные с объектом оси системы координат Y . Проекция этих же векторов g_i^* , u_i^* на оси НГСК X будем считать известными и равными:

$$\begin{aligned} g_1^* &= 0, & g_2^* &= -g, & g_3^* &= 0, \\ u_1^* &= u \cos \varphi, & u_2^* &= u \sin \varphi, & u_3^* &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ – географическая широта точки нахождения объекта, $u = 7,29 \cdot 10^{-5} c^{-1}$ – угловая скорость суточного вращения Земли, g – ускорение силы тяжести в этой точке, определяемое по показаниям акселерометров g_i ($i=1,2,3$), $g = (g_1^2 + g_2^2 + g_3^2)^{1/2}$.

Связь между проекциями векторов \mathbf{u} и \mathbf{g} в системах координат Y и X устанавливается кватернионными соотношениями:

$$\mathbf{u}_Y = \tilde{\mathbf{v}} \circ \mathbf{u}_X \circ \mathbf{v}, \quad \mathbf{g}_Y = \tilde{\mathbf{v}} \circ \mathbf{g}_X \circ \mathbf{v}, \quad (2)$$

где кватернион $\mathbf{v} = v_0 + v_1 \mathbf{i}_1 + v_2 \mathbf{i}_2 + v_3 \mathbf{i}_3 = v_0 + \mathbf{v}$ определяет взаимную ориентацию базисов Y и X (компоненты этого кватерниона v_j ($j=0,1,2,3$) – параметры Эйлера, характеризующие эту ориентацию); \circ означает кватернионное произведение, \mathbf{u}_Y , \mathbf{g}_Y и \mathbf{u}_X , \mathbf{g}_X – отображения векторов \mathbf{u} , \mathbf{g} на базисы Y и X :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_Y &= u_1 \mathbf{i}_1 + u_2 \mathbf{i}_2 + u_3 \mathbf{i}_3, & \mathbf{g}_Y &= g_1 \mathbf{i}_1 + g_2 \mathbf{i}_2 + g_3 \mathbf{i}_3, \\ \mathbf{u}_X &= u \cos \varphi \mathbf{i}_1 + u \sin \varphi \mathbf{i}_2, & \mathbf{g}_X &= -g \mathbf{i}_2. \end{aligned} \quad (3)$$

В кватернионных уравнениях (2) неизвестной величиной является кватернион \mathbf{v} ориентации объекта в системе координат X .

Выделяя в уравнениях (2) скалярную и векторную части (в соответствии с методом решения такого рода уравнений), получим:

$$(\mathbf{u}^-, \boldsymbol{\theta}) = 0, \quad (4)$$

$$[\mathbf{u}^+, \boldsymbol{\theta}] = \mathbf{u}^-, \quad (5)$$

$$(\mathbf{g}^-, \boldsymbol{\theta}) = 0, \quad (6)$$

$$[\mathbf{g}^+, \boldsymbol{\theta}] = \mathbf{g}^-, \quad (7)$$

где $\mathbf{u}^- = \mathbf{u}_Y - \mathbf{u}_X$, $\mathbf{u}^+ = \mathbf{u}_X + \mathbf{u}_Y$,

$\mathbf{g}^- = \mathbf{g}_Y - \mathbf{g}_X$, $\mathbf{g}^+ = \mathbf{g}_X + \mathbf{g}_Y$.

Здесь $\boldsymbol{\theta} = (1/v_0) \mathbf{v}$ – вектор конечного поворота, совмещающего системы координат Y и X (отметим, что при получении уравнений (4) из (2) полагалось, что $v_0 \neq 0$, т.е. что отсутствует полуоборот системы координат Y относительно X); $[\cdot, \cdot]$ и (\cdot, \cdot) означают векторное и скалярное произведения соответственно.

Математическая постановка задачи начальной выставки БИНС на основе гироскопирования заключается в нахождении неизвестного вектора $\boldsymbol{\theta}$ из СЛАУ (4)–(7).

III. АЛГОРИТМ 1 НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ БИНС

Для определения $\boldsymbol{\theta}$ умножим обе части уравнения (7) векторным способом на вектор \mathbf{u}^- , откуда с учетом (4) получим

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{g}^-, \mathbf{u}^-] / (\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+). \quad (8)$$

Аналогично, если (5) умножить на вектор \mathbf{g}^- , то с учетом (6)

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^-] / (\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-). \quad (9)$$

Решения (8) и (9) равнозначны, так как $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+)$ и однозначно определяют вектор $\boldsymbol{\theta}$, если $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+) \neq 0$. В скалярной форме решения (8), (9) имеют вид:

$$\theta_1 = \frac{g_2^- u_3^- - g_3^- u_2^-}{g_1^+ u_1^- + g_2^+ u_2^- + g_3^+ u_3^-}, \quad \theta_2 = \frac{g_3^- u_1^- - g_1^- u_3^-}{g_1^+ u_1^- + g_2^+ u_2^- + g_3^+ u_3^-}, \quad (10)$$

$$\theta_3 = \frac{g_1^- u_2^- - g_2^- u_1^-}{g_1^+ u_1^- + g_2^+ u_2^- + g_3^+ u_3^-},$$

$$\theta_1 = \frac{u_2^- g_3^- - u_3^- g_2^-}{u_1^+ g_1^- + u_2^+ g_2^- + u_3^+ g_3^-}, \quad \theta_2 = \frac{u_3^- g_1^- - u_1^- g_3^-}{u_1^+ g_1^- + u_2^+ g_2^- + u_3^+ g_3^-},$$

$$\theta_3 = \frac{u_1^- g_2^- - u_2^- g_1^-}{u_1^+ g_1^- + u_2^+ g_2^- + u_3^+ g_3^-}. \quad (11)$$

Скалярное произведение (\mathbf{u}, \mathbf{g}) является инвариантом относительно поворота системы координат. Инвариант можно использовать для нормировки данных от элементной базы БИНС при решении задачи начальной выставки. Если $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+) = 0$, то $(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^-) = 0$, так как системы линейных уравнений, решениями которых являются (8)–(11), являются совместными. В этом случае комбинируются проекции уравнений (5) и (7): из одного уравнения берутся две проекции, а из другого одна. В результате перебора различных комбинаций систем уравнений можно получить три варианта формул для определения проекций вектора $\boldsymbol{\theta}$:

$$\theta_1 = \frac{u_3^- g_1^+ - u_1^+ g_3^-}{u_1^+ g_2^+ - u_2^+ g_1^+}, \quad \theta_2 = \frac{u_3^- g_2^+ - u_2^+ g_3^-}{u_1^+ g_2^+ - u_2^+ g_1^+}, \quad (12)$$

$$\theta_3 = \frac{u_3^- g_3^+ - u_3^+ g_3^-}{u_1^+ g_2^+ - u_2^+ g_1^+} = 0,$$

$$\theta_1 = \frac{u_2^- g_1^+ - u_1^+ g_2^-}{u_3^+ g_1^+ - u_1^+ g_3^+}, \quad \theta_2 = \frac{u_2^- g_2^+ - u_2^+ g_2^-}{u_3^+ g_1^+ - u_1^+ g_3^+}, \quad (13)$$

$$\theta_3 = \frac{u_2^- g_3^+ - u_3^+ g_2^-}{u_3^+ g_1^+ - u_1^+ g_3^+} = 0,$$

$$\theta_1 = \frac{u_1^- g_1^+ - u_1^+ g_1^-}{u_2^+ g_3^+ - u_3^+ g_2^+}, \quad \theta_2 = \frac{u_1^- g_2^+ - u_2^+ g_1^-}{u_2^+ g_3^+ - u_3^+ g_2^+},$$

$$\theta_3 = \frac{u_1^- g_3^+ - u_3^+ g_1^-}{u_2^+ g_3^+ - u_3^+ g_2^+} = 0. \quad (14)$$

Знаменатели в формулах (12)–(14) являются проекциями векторного произведения $[\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^+]$. Если хотя бы одна из проекций этого произведения отлична от нуля, то для определения вектора конечного поворота можно воспользоваться соответствующей формулой из (12)–(14).

Если $(\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^-) = -(\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^+) = 0$, $[\mathbf{u}^-, \mathbf{g}^-] = 0$ и $[\mathbf{u}^+, \mathbf{g}^+] = 0$, то для определения координат вектора конечного поворота из уравнений (5) и (7) с учетом того, что $\theta_3 = 0$, можно получить формулы:

$$\theta_1 = u_2^- / u_3^+, \quad \theta_2 = -u_1^- / u_3^+, \quad \theta_3 = 0, \quad (15)$$

$$\theta_1 = g_2^- / g_3^+, \quad \theta_2 = -g_1^- / g_3^+, \quad \theta_3 = 0. \quad (16)$$

Таким образом, для решения задачи начальной выставки получены формулы, определяющие координаты вектора конечного поворота θ при различных взаимных расположениях векторов \mathbf{u}^+ , \mathbf{u}^- , \mathbf{g}^+ , \mathbf{g}^- .

IV. АЛГОРИТМ 2 НАЧАЛЬНОЙ ВЫСТАВКИ БИНС

Как показали численные эксперименты (см. разд. 5 доклада), при нахождении вектора θ непосредственно из СЛАУ (4)–(7) по алгоритму 1 и данным, заданным с погрешностями, одна из компонент вектора θ (которая отвечает за курс объекта) находится также с существенной погрешностью (в сравнении с другими двумя искомыми компонентами вектора θ). Поэтому, чтобы сгладить эти эффекты, было решено применить к задаче начальной выставки БИНС метод регуляризации А.Н. Тихонова [3].

С учетом введенных обозначений метод регуляризации для переопределенной СЛАУ (4)–(7) имеет вид в векторно-матричной форме:

$$(A^T A + \alpha E) \theta = A^T \mathbf{B}, \quad (17)$$

$$\theta = (A^T A + \alpha E)^{-1} A^T \mathbf{B}, \quad (18)$$

где E – единичная матрица размерности 3×3 , $\alpha \geq 0$ – некоторый малый параметр (параметр регуляризации),

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & u_1^- & u_2^- & u_3^- & g_1^- & g_2^- & g_3^- \end{bmatrix},$$

$$A^T = \begin{bmatrix} u_1^- & g_1^- & 0 & -u_3^+ & u_2^+ & 0 & -g_3^+ & g_2^+ \\ u_2^- & g_2^- & u_3^+ & 0 & -u_1^+ & g_3^+ & 0 & -g_1^+ \\ u_3^- & g_3^- & -u_2^+ & u_1^+ & 0 & -g_2^+ & g_1^+ & 0 \end{bmatrix},$$

T обозначает транспонирование матрицы, -1 – обращение матрицы. Следует отметить, что матрица коэффициентов в СЛАУ (17) получается симметрической.

Окончательно, после всех проведенных преобразований, СЛАУ (17) принимает в безразмерной форме вид:

$$\begin{pmatrix} Z + Q/2 + \alpha & M & N \\ M & F + Q/2 + \alpha & H \\ N & H & K + Q/2 + \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H \\ -N \\ L \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$Z = \frac{g_2 g}{g_{мск}^2} - \frac{u_1}{u} \cos \varphi + \frac{u_2}{u} \sin \varphi,$$

$$M = -\frac{g_1 g}{g_{мск}^2} - \frac{u_1}{u} \sin \varphi - \frac{u_2}{u} \cos \varphi,$$

$$F = -\frac{g_2 g}{g_{мск}^2} + \frac{u_1}{u} \cos \varphi - \frac{u_2}{u} \sin \varphi,$$

$$K = \frac{g_2 g}{g_{мск}^2} + \frac{u_1}{u} \cos \varphi + \frac{u_2}{u} \sin \varphi,$$

$$L = \frac{g_1 g}{g_{мск}^2} + \frac{u_1}{u} \sin \varphi - \frac{u_2}{u} \cos \varphi,$$

$$H = -\frac{g_3 g}{g_{мск}^2} - \frac{u_3}{u} \sin \varphi, \quad N = -\frac{u_3}{u} \cos \varphi,$$

$$Q = -\frac{\|\mathbf{g}\|^2}{g_{мск}^2} + \frac{\|\mathbf{u}\|^2}{u^2} + \frac{g^2}{g_{эо}^2} + 1,$$

$$\|\mathbf{u}\|^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2, \quad \|\mathbf{g}\|^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2.$$

где $g_{мск} = 9.8154 \text{ м/с}^2$ – ускорение силы тяжести в районе г. Москвы. Относительно параметра регуляризации α отметим, что если элементы матрицы A и вектора \mathbf{B} заданы с некоторым ε -приближением, то параметр регуляризации может быть вычислен, например [6], по формуле $\alpha = 0.5 \sqrt{n\varepsilon}$, где n – порядок итоговой квадратной матрицы коэффициентов СЛАУ (17). Выражения (18), (19) образуют алгоритм начальной выставки БИНС на основе мгновенной информации, получаемой от чувствительных элементов БИНС.

V. ОПИСАНИЕ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Ниже приводятся описание численного эксперимента, проведенного по алгоритмам 1 и 2 начальной выставки БИНС на неподвижном основании, на основе большого массива проведенных вычислений. Расчеты проводились для следующих значений местоположения объекта: долгота 37,57 град, широта 55,7945 град и высота над уровнем моря 1000 м.

В ходе численного эксперимента из СЛАУ (19) по заданным элементам матрицы коэффициентов и вектора правой части находился вектор θ , из которого далее определялись углы ориентации объекта. При этом элементы матрицы коэффициентов и вектора правой части СЛАУ (19) строились по априорно задаваемым углам ориентации объекта и известным проекциям векторов \mathbf{u} и \mathbf{g} в НГСК.

При нахождении вектора θ непосредственно из (4)–(7) по алгоритму 1, в зависимости от априорно заданных величин углов ориентации объекта ψ , θ , γ и вносимых погрешностей данных задачи (показаний гироскопов и аксе-

лерометров объекта), погрешность нахождения угла курса объекта $\Delta\psi$ может отличаться в целом ряде случаев от погрешностей нахождения других углов ориентации объекта $\Delta\theta$, $\Delta\gamma$ на два-три (в основном) и более порядков.

Анализ результатов численного эксперимента показал, что погрешности нахождения углов ориентации объекта $\Delta\psi$, $\Delta\theta$, $\Delta\gamma$ с применением метода регуляризации по алгоритму 2 стали носить между собой сопоставимый по порядку (более регулярный) характер.

Отметим подробнее некоторые особенности алгоритмов.

1. При наличии погрешностей в показаниях акселерометров и гироскопов в обоих алгоритмах хуже двух других углов находится угол курса объекта ψ .

2. С учетом детерминированных погрешностей в показаниях гироскопов 0.01 град/час и отсутствии погрешностей акселерометров угол курса объекта ψ находится по алгоритму 2 с погрешностями, лежащими в интервале (0.01–0.087) град.

3. При наличии детерминированных погрешностей в показаниях гироскопов величиной 0.01 град/час (одинаковая погрешность для всех гироскопов) и наличии детерминированных погрешностей акселерометров 0.00005 м/с² или 0.0001 м/с² (одинаковая погрешность для всех акселерометров) угол курса объекта ψ находится по алгоритму 2 с погрешностями, лежащими в интервале (0.0035–0.006) град. Во всех перечисленных случаях предыдущего и данного пунктов углы крена ϑ и тангажа γ находятся с меньшими погрешностями, лежащими в интервале (0.0001–0.001) град.

4. Отметим парадоксальный факт: если гироскопы объекта имеют погрешности равные 0.01 град/час, то наличие малых погрешностей в показаниях акселерометров (0.00005 м/с² или 0.0001 м/с²) положительно вли-

яет на точность алгоритма 2 с методом регуляризации (это, видимо, можно объяснить тем, что входная информация алгоритма становится более сбалансированной).

5. Во всех изученных случаях углы ориентации объекта находились по алгоритму 2 существенно лучше, чем по алгоритму 1. Отметим, что в докладе представлены формулы для определения погрешности начальной выставки БИНС на неподвижном основании при заданных детерминированных погрешностях измерения векторов силы тяжести и угловой скорости вращения Земли.

В докладе получены алгоритмы 1 и 2 начальной выставки БИНС для мгновенной входной информации, когда известны проекции векторов ω и a (u и g) на связанные оси. Также решена задача начальной выставки на основе интегральной информации БИНС по приращениям интегралов от проекций на связанные координатные оси векторов абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения объекта.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006.
- [2] Britting, K.R., Inertial navigation system analysis, John Wiley and Sons. 1971.
- [3] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
- [4] Aleshin, I.N., Baturin, V.V., Molodenkov, A.V., Peisakhovich, G.A., Sadomtsev, Y.V., Utkin, G.V., Chelnokov, Y.N., Motion Control for a Space Platform Complex. V. Algorithms for Adjustment of the Complex, Journal of Computer and Systems Sciences International, 2002, vol. 41, no. 3, pp. 462–469.
- [5] Li, J. and Tao, R., Initial alignment technology of strapdown inertial navigation system based-on stationary base, International Conference on Intelligent Control and Information Processing, Dalian, 2010, pp. 561–564.
- [6] Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам для ЭВМ. М.: Наука, 1987.

Анализ уравнений движения и некоторых свойств корректируемого бесплатформенно-компьютерного гироскопаса

П.К. Плотников, А.П. Плотников
Саратовский государственный
технический университет имени
Гагарина Ю. А.
Саратов, Россия
plotnikovpk@mail.ru

Аннотация—Развивается подход к построению конструктивно более простых, но алгоритмически более сложных, чем обычные с кардановыми подвесами, бесплатформенных гироскопаса. В них функции ориентации и кардановых подвесов, по сигналам закрепленных на борту объекта гироскопов и акселерометров, выполняются в бортовых компьютерах. В данной работе за основу берутся дифференциальные уравнения движения однороторных с косвенной коррекцией гироскопаса в кардановых подвесах, а, с другой стороны, алгоритмы бесплатформенной инерциальной системы ориентации (БИСО) [1] для построения алгоритмов работы бесплатформенного гироскопаса. Показана аналогия свойств исходного с косвенной коррекцией и аналитически построенного бесплатформенно-компьютерного гироскопаса. Показано применение коррекции неинерциальной природы для повышения точности гироскопаса.

Ключевые слова—гироскопас, ориентация, алгоритмы, бортовой компьютер, подвижный объект, корректирующие сигналы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Тенденцией развития инерциальной навигации является переход от платформенных к бесплатформенным инерциальным навигационным системам (БИС), которые не имеют сложного карданова подвеса. Датчики первичной инерциальной информации (трехкомпонентный гироскопический измеритель угловой скорости (ТГИУС) с трехкомпонентным измерителем кажущегося ускорения (ТИКУ)) являются одинаковыми по составу, хотя в БИС они имеют более широкие диапазоны измерений и более высокие точности. Использование их сигналов, функционирование системы, а также карданова подвеса и устройств коррекции в ней выполняют бортовые компьютеры (БК). Алгоритмы БИС известны [1], [2] и др. Они являются общими, базируются на применении различных разновидностей уравнений маятников Шулера. Для ряда применений систем достаточно использовать не полноразмерную БИС, а усеченную, которая обеспечивает выдачу информации по отдельным параметрам движения подвижных объектов (ПО), например только по углам ориентации. Этот подход уже использован на практике [1] и др. В частности, при построении алгоритмов [1] за исходные приняты дифференциальные уравнения движения гироскопика с радиальной позиционно-интегральной коррекцией. В данной статье для формирования алгоритмов БК бесплатформенного гироскопаса (БГК) используются дифференциальные уравнения движения однороторного гироскопаса с косвенной инерциальной коррекцией [2] или, что очень близко, корректируемого однороторного гироскопаса [2, 3] (КГК). По виду алгоритмы функционирования БГК

отличаются от уравнений движения КГК [2, 3]. В то же время ниже будет показано, что дифференциальные уравнения ошибок КГК и БГК близки по двум углам друг к другу, что свидетельствует о практической идентичности свойств сопоставляемых приборов, в первую очередь, о свойстве измерения угла курса с очень близкими по величине погрешностями. Отметим, что БГК моделирует платформу трехосного гиросtabilизатора, а поэтому конструктивно он гораздо проще КГК, в частности, не нужны горизонтальные кардановы подвесы.

II. СХЕМЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КГК И БГК

При построении уравнений функционирования БГК за основу берутся схемы КГК и БГК (рис. 1, рис.2), а также дифференциальные уравнения БГК для описания виртуального движения трехгранника $\hat{\eta}$, моделируемого в БК по аналогии с [4].

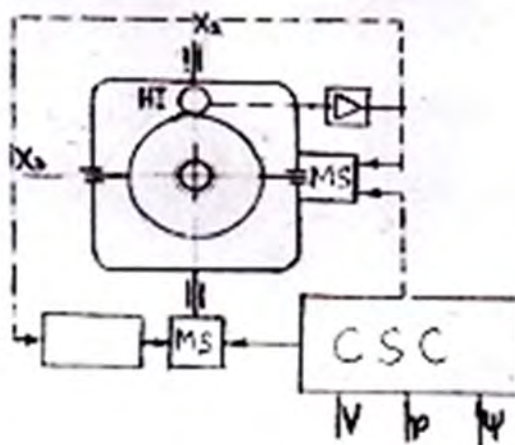


Рис. 1. Корректируемый гироскопас в кардановом подвесе

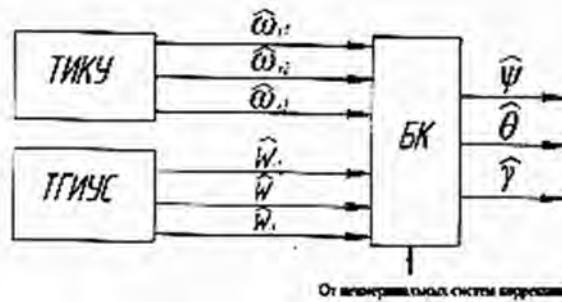


Рис. 2. Функциональная схема бесплатформенно-компьютерного гироскопаса

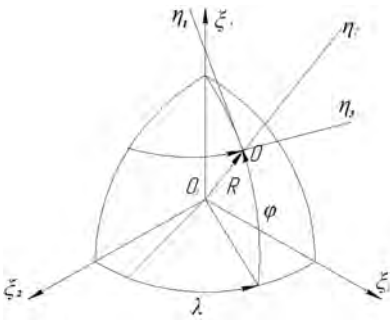


Рис. 3. Опорная система координат

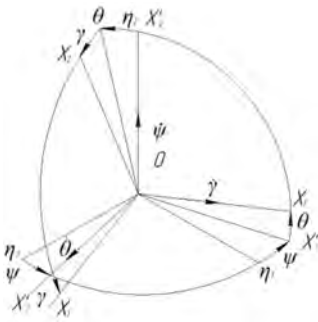


Рис. 4. Схема поворотов СК, связанной с ПО

Вводятся в рассмотрение следующие правые ортогональные системы координат (рис. 3–5): ξ – инерциальная; η – сопровождающая географическая [1], ось $O_{\eta 2}$ которой направлена по вертикали места, оси $O_{\eta 1}$ и $O_{\eta 3}$ лежат в плоскости горизонта; X – система координат (СК), связанная с ПО, причем ось OX_1 – продольная, OX_2 – нормальная, OX_3 – поперечная, направленная на правый борт. Точку O совмещаем с центром масс ПО; X' – система координат, поворачивающаяся относительно η на угол курса; ψ, θ, γ – углы курса, тангажа и крена; – оценки этих углов на выходе БК; $\omega_{xi} W_{xi}$ ($i=1,2,3$) – компоненты абсолютных угловых скоростей ПО и кажущегося ускорения точки O ; – оценки этих параметров на выходах ТГИУС и ТИКУ.

Приведем уравнения движения по углам ошибок КГК [2] в переменных данной статьи, для чего приводятся соотношения соответствия параметров. Дифференциальные уравнения движения КГК:

$$\begin{aligned} H(\dot{\beta} - \bar{\omega}_{\eta 1} \chi + \bar{\omega}_{\eta 2}) &= n(\chi + W_{\eta 1}/g) - M_{\eta 3}^k, \\ H(\dot{\chi} + \bar{\omega}_{\eta 1} \beta + \bar{\omega}_{\eta 3}) &= -n\varepsilon(\chi + W_{\eta 1}/g) + M_{\eta 2}^k. \end{aligned} \quad (1)$$

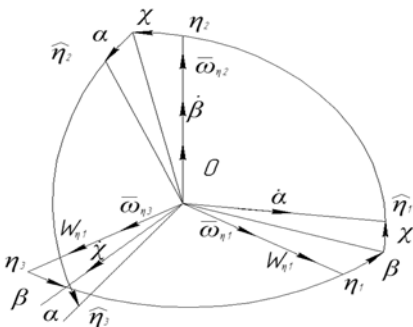


Рис. 5. Схема поворотов моделируемой в БК географической сопровождающей системы

где H – кинетический момент; n – коэффициент передачи горизонтальной коррекции; εn – коэффициент передачи горизонтальной азимутальной коррекции; $M_{\eta 2}^k, M_{\eta 3}^k$ – моменты сил коррекции неинерциальной природы – от GPS, магнитометров и других приборов. Для БК корректирующие сигналы вводятся от неинерциальных навигационных систем аналогично КГК. В статье за положительный угол ψ принят угол, отсчитываемый против часовой стрелки. Для перехода к общепринятым обозначениям после решения следует у угла курса ψ изменить знак на обратный; λ, φ – углы географической долготы и широты места; R – радиус Земли, принятой за сферу; O_3 – центр Земли; $\bar{\omega}_{\eta i}, \bar{W}_{\eta i}$ ($i=1,3$) – компоненты переносной угловой скорости системы координат η и кажущегося ускорения точки O по ее осям OXi ($i=1,3$) соответственно.

Переносные угловые скорости трехгранника в проекциях на его оси определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{\eta 1} &= \frac{V_{\eta 3}}{R} = U \cdot \cos \varphi + \frac{v_{\eta 3}}{R}; \quad \bar{\omega}_{\eta 2} = U \sin \varphi + \frac{v_{\eta 3}}{R} \cdot \tan \varphi; \\ \bar{\omega}_{\eta 2} &= -\frac{V_{\eta 1}}{R} = -\frac{v_{\eta 1}}{R}; \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $V_{\eta 1}, V_{\eta 3}$ – компоненты абсолютной скорости точки O ПО по осям $O_{\eta 1}$ и $O_{\eta 3}$ соответственно; $v_{\eta 1}, v_{\eta 3}$ – компоненты скорости движения ПО относительно Земли.

В данной работе используются кинематические уравнения Эйлера. Для их вывода были записаны формулы для проекций абсолютной угловой скорости поворотов ПО на оси трехгранника η , а затем разрешены относительно производных по времени от углов ориентации ψ, θ, γ . В кинематические уравнения введены члены коррекции по оси $O\hat{\eta}_1$. Следуя методике, приведенной в [1], по другим осям – члены горизонтальной и азимутальной позиционной коррекции по аналогии с [2], [3]. Тогда будем иметь следующие алгоритмы БК:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\theta} &= (\bar{\omega}_{\eta 1} - \omega_{\eta 1}^k) \sin \psi + (\bar{\omega}_{\eta 3} - \omega_{\eta 3}^k) \cos \psi; \\ \dot{\psi} &= [(\bar{\omega}_{\eta 1} - \omega_{\eta 1}^k) \cos \psi - (\bar{\omega}_{\eta 3} - \omega_{\eta 3}^k) \sin \psi] \cos^{-1} \theta; \\ \dot{\psi} &= [(\bar{\omega}_{\eta 1} - \omega_{\eta 1}^k) \cos \psi - (\bar{\omega}_{\eta 3} - \omega_{\eta 3}^k) \sin \psi] \tan \theta + \bar{\omega}_{\eta 2} + \omega_{\eta 2}^k; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\omega_{\eta 1}^k = -k_{\gamma} \hat{W}_{\eta 3} - \int_{-t_0}^t k_{\gamma}^i \hat{W}_{\eta 3} dt + \omega_{\eta 1}^k(t_0), \quad (4)$$

$$\omega_{\eta 3}^k = k_{\psi} \hat{W}_{\eta 1} + \omega_{\eta 3}^{sk}. \quad (5)$$

где $\hat{\omega}_{\eta i}; \hat{W}_{\eta i}$ ($i=1,2,3$) – оценки соответствующих переменных на выходах ТГИУС и ТИКУ; $\omega_{\eta 1}^k, \omega_{\eta 3}^k$ – угловые скорости коррекции от ТИКУ вырабатываемые в БК; $\omega_{\eta 3}^{kc}, \omega_{\eta 2}^{vc}$ – члены внешней коррекции, формируемые в БК от датчиков скорости и широты от внешних систем [2–3], за счет которых прибор назван корректируемым ГК; $k_{\gamma}, \dots, k_{\psi}$ – коэффициенты передачи по соответствующим переменным. При $\omega_{\eta 3}^{kc} = \omega_{\eta 2}^{vc} = 0$ прибор в кар-

дановом подвесе называют ГК с косвенным управлением. Будем называть в работе его компьютерный аналог бесплатформенным ГК с косвенной коррекцией (управлением). Задав начальные значения $\hat{\theta}_0, \hat{\gamma}_0$ и имея на выходе БК оценки углов ориентации, представим их в виде

$$\hat{\psi} = \psi + \Delta\psi; \hat{\theta} = \theta + \Delta\theta; \hat{\gamma} = \gamma + \Delta\gamma, \quad (6)$$

где ψ, θ, γ – истинные углы ориентации; $\Delta\psi, \Delta\theta, \Delta\gamma$ – их малые погрешности, отсчитываемые вокруг осей $O\eta_3, OX^1, OX^1$. Для удобства обращения эти погрешности приводят, как в [6] к осям трехгранника $\hat{\eta}$, моделируемого в БК:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\Delta\gamma \cos\psi \cos\theta - \Delta\theta \sin\psi \\ \beta &= -\Delta\psi - \Delta\gamma \sin\theta \\ \chi &= -\Delta\theta \cos\psi + \Delta\gamma \sin\psi \cos\theta \end{aligned} \quad (7)$$

III. АНАЛИЗ СВОЙСТВ КГК И БГК

В (7) сохранены члены, линейные относительно $\Delta\psi, \Delta\theta, \Delta\gamma$. По аналогии с [6] после преобразований получили уравнения ошибок БГК:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\bar{\omega}_{\eta_1} - \omega_{\eta_1}^k - \bar{\omega}_{\eta_2}\chi + \bar{\omega}_{\eta_3}\beta + \Delta\omega_{\eta_1}, \\ \dot{\chi} &= -\bar{\omega}_{\eta_3} - \omega_{\eta_3}^k + \bar{\omega}_{\eta_2}\alpha - \bar{\omega}_{\eta_1}\beta + \Delta\omega_{\eta_2}, \\ \dot{\beta} &= -\bar{\omega}_{\eta_2} - \omega_{\eta_2}^k - \bar{\omega}_{\eta_3}\alpha + \bar{\omega}_{\eta_1}\chi + \Delta\omega_{\eta_3}. \end{aligned} \quad (8)$$

где $\Delta\omega_{\eta_i} (i=1,2,3)$ – суммарные угловые скорости поворотов трехгранника $\hat{\eta}$ относительно географического от погрешностей ТГИУС и ТИКУ, а также от угловых скоростей внешней коррекции. Не учитывая члены второго порядка малости, имея в виду, что [2]

$$\begin{aligned} W_{\eta_1} &= W_{\eta_1} + g\chi - W_{\eta_3}\beta + \Delta W_{\eta_1}, \\ \hat{W}_{\eta_2} &= g + W_{\eta_3}\alpha - W_{\eta_1}\chi + \Delta W_{\eta_2}, \\ \hat{W}_{\eta_3} &= W_{\eta_3} - g\alpha + W_{\eta_1}\beta + \Delta W_{\eta_3}, \end{aligned}$$

где $\Delta W_{\eta_1} \dots \Delta W_{\eta_3}$ – погрешности акселерометров, приведенные к первой и третьей осям трехгранника, будем иметь преобразованные по отношению к (8) дифференциальные уравнения погрешностей БГК:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k_\gamma g\alpha + k_\gamma^l g \int_{t_0}^t \alpha d\tau &= -\bar{\omega}_{\eta_1} - k_\gamma (-W_{\eta_1}\beta - W_{\eta_3} - \Delta W_{\eta_3}) + k_\gamma^l g \int_{t_0}^t (-W_{\eta_1}\beta - W_{\eta_3} - \Delta W_{\eta_3}) d\tau + \Delta\omega_{\eta_1} - \\ &\quad \bar{\omega}_{\eta_2}\chi + \bar{\omega}_{\eta_3}\beta, \\ \dot{\chi} - k_\theta g\chi - \bar{\omega}_{\eta_1}\chi &= -\bar{\omega}_{\eta_3} + k_\theta (W_{\eta_3}\beta + W_{\eta_1} + \Delta W_{\eta_1}) - \\ &\quad \Delta\omega_{\eta_2} - \bar{\omega}_{\eta_3}\alpha - \bar{\omega}_{\eta_2}^{sk}, \\ \dot{\beta} + k_\psi g\beta + \bar{\omega}_{\eta_1}\beta &= -\bar{\omega}_{\eta_2} - k_\psi (-W_{\eta_3}\beta + W_{\eta_1} + \Delta W_{\eta_1}) - \\ &\quad \Delta\omega_{\eta_3} + \bar{\omega}_{\eta_2}\alpha - \bar{\omega}_{\eta_3}^{sk}. \end{aligned} \quad (9)$$

Параметрам и переменным в [2] поставлены в соответствие обозначения:

$$n\varepsilon / H = K_\psi; n / H = K_\theta; M_{\eta_3}^k / H = \omega_{\eta_2}^k; M_{\eta_3}^k / H = \omega_{\eta_2}^k. \quad (10)$$

Осям $o\xi, o\eta, o\zeta$ [6] соответствуют оси $o\eta_3, o\eta_1, o\eta_2$ в данной статье, углам α, β, χ [6] соответствуют углы β, χ в данной статье, а угол α в данной статье – это угол отклонения моделируемого в БК географического трехгранника от плоскости горизонта. В (9) $\Delta W_{\eta_i} (i=1,2,3)$ можно ввести с соответствующими коэффициентами в состав $\Delta\omega_{\eta_i} (i=1,2,3)$. Левые части системы дифференциальных уравнений (10) совпадают с левыми частями уравнений (66) КГК в [2] с точностью до обозначений. Уравнение (9) описывает поведение трехгранника $\hat{\eta}$ по углу α , т.е. процесс приведения его к плоскости горизонта с последующей стабилизацией. Оно практически не связано с двумя другими уравнениями (10). При этом условия уравнения (10) описывают поведение трехгранника $\hat{\eta}$ по двум другим углам погрешностей (β, χ), где угол β – погрешность по углу курса, и χ – погрешность по другому углу отклонения трехгранника от плоскости горизонта. Отметим, что дифференциальные уравнения движения (9) и (10) по углам ошибок получаются из алгоритмов (4), (5), (7) с учетом значений:

$$\psi = \theta = \chi = 0; v\eta_1 = v\eta_3 = 0.$$

После выкладок получили уравнения (9) и (10). Для оценки гирокомпасного эффекта по уравнениям (10) положим, что погрешности в ТГИУС и ТИКУ отсутствуют, т.е. $\Delta\omega_{\eta_i} = \Delta W_{\eta_i} = 0 (i=1,2,3)$. Сведя систему уравнений к единственному по углу ошибки курса, оставив члены уравнений одинакового порядка малости, получим:

$$\ddot{\beta} + K_\psi g \dot{\beta} + \bar{\omega}_{\eta_1} (\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g) = (\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g) \bar{\omega}_{\eta_3} - K_\psi g \bar{\omega}_{\eta_2} \quad (11)$$

$$\text{Обозначив } 2h = K_\psi g \Omega_0^2 = \bar{\omega}_{\eta_1} (\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g), \quad (12)$$

приведем левую часть уравнения (11) к стандартной форме:

$$\ddot{\beta} + 2h\dot{\beta} + \Omega_0^2 \beta = (\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g) \bar{\omega}_{\eta_3} - K_\psi g \bar{\omega}_{\eta_2}.$$

В установившемся режиме при $W_{\eta_1} = 0$ погрешность курса будет равна:

$$\beta_{ycm} = -\frac{\bar{\omega}_{\eta_3}}{\bar{\omega}_{\eta_1}} - \frac{K_\psi}{K_\theta} \frac{\bar{\omega}_{\eta_2}}{\bar{\omega}_{\eta_1}} \quad (13)$$

В случае подключения коррекции от GPS и других источников информации методические погрешности будут устранены, и останутся погрешности от датчиков первичной инерциальной информации, так что погрешность по курсу будет определяться формулой:

$$\beta_{cm} = \frac{K_\psi^2 K_\theta g \Delta W_{\eta_1} - K_\psi g \Delta\omega_{\eta_2} - (\Delta\bar{\omega}_{\eta_3} + K_\psi \Delta W_{\eta_1})(\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g)}{\bar{\omega}_{\eta_1} (\bar{\omega}_{\eta_1} + K_\theta g)} \quad (14)$$

Для начальной выставки назначают величину частоты собственных колебаний порядка $\Omega_0 \approx 1 \text{ Гц} = 6,28 \text{ с}^{-1}$, а оптимальный показатель затухания –

$$h = \frac{\sqrt{2}}{2} \Omega_0 \approx 0,707 \Omega_0 = 4,44 \text{ с}^{-1}. \quad (15)$$

Решением уравнения для нулевых начальных условий будет формула:

$$\beta = \frac{((\bar{\omega}_{\eta 1} + K_{\theta} g) \bar{\omega}_{\eta 3} - K_{\psi} g \bar{\omega}_{\eta 2})}{\Omega_0^2} \cdot \left[1 - \frac{\Omega_0}{\Omega} e^{-ht} \sin(\Omega t + \lambda) \right]; \quad \Omega^2 = \Omega_0^2 - h^2; \quad tg \lambda = \Omega / h. \quad (16)$$

После затухания переходного процесса (тпп $\approx 3/h = 0,676$ с) имеет место статическая ошибка $\beta_{ст}$.

С учетом того, что для всех широт применения КГК и БГК $k_{\psi} g \gg U \cos \varphi$, имеем:

$$\beta_{ст} = \tan \varphi \cdot K_{\psi} / K_{\theta}. \quad (18)$$

Пример. 1. Режим начальной выставки. Коэффициенты передачи k_0 , k_{ψ} определяются из (12), (13). Для уменьшения ошибки начальной выставки к ее окончанию коэффициент k_{ψ} нужно существенно уменьшить. Тогда легко обеспечивается заданная точность выставки.

2. Рабочий режим. После проведения начальной выставки производят перенастройку параметров на частоту Шулера невозмущаемости к горизонтальным ускорениям ПО, которые возникают после начала его движения. При отсутствии внешней коррекции, т.е. при $\omega_{\eta 2}^{vc} = \omega_{\eta 3}^{kc} = 0$, условие настройки БГК с косвенным управлением на частоту Шулера по углам β и χ имеют вид формулы

$$h=0; \quad \Omega_0 = \sqrt{\bar{\omega}_{\eta 1}(\bar{\omega}_{\eta 1} + k_{\theta} g)}; \quad \Omega_0 = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}. \quad (19)$$

Для этого режима полагают $K_{\psi} = 0$, не учитывают погрешности датчиков первичной информации, члены второго порядка малости. Сведя два последних дифференциальных уравнения в системе (9) к углу β , получим упрощенное уравнение:

$$\ddot{\beta} + 2h\dot{\beta} + \Omega_0^2 \beta = -\bar{\omega}_{\eta 3} - K_{\theta} \bar{\omega}_{\eta 1} W_{\eta 1}. \quad (20)$$

Так как $\dot{\bar{\omega}}_{\eta 3} = \frac{-W_{\eta 1}}{R}$, а при $V_{\eta 3} = 0$ имеем $\bar{\omega}_{\eta 1} = U \cos \varphi$, правая часть этого уравнения примет вид:

$$W_{\eta 1} / R - K_{\theta} U \cos \varphi W_{\eta 1} = 0. \quad (21)$$

Из этого уравнения имеем: $K_{\theta} = \frac{1}{R \cos \varphi}$. После этого из формулы (12) получаем

$$\Omega_0^2 = U \cos \varphi \frac{g}{RU \cos \varphi} = g / R. \quad (22)$$

Это – квадрат частоты маятника Шулера. Такие же соотношения будут получены для карданового ГК из дифференциальных уравнений (1) с учетом обозначений (10).

По углу α начальная выставка осуществляется так же, как для рассмотренных двух углов (канал по углу α фактически независим от углов β, χ). Настройка на частоту

Шулера производится для первого уравнения системы (9) в соответствии с формулами [4]:

$$k_{\gamma} = 0; \quad v = \sqrt{g/R} = \sqrt{k_{\gamma}^l g} \quad \text{или} \quad k_{\gamma}^l = 1/R. \quad (23)$$

Условие $k_{\gamma} = 0$, т.е. отсутствие демпфирования в канале – необходимое условие обеспечения свойства инвариантности БГК к действию ускорений $W_{\eta i}$ ($i = 1, 3$).

Введение сигналов внешней коррекции неинерциальной природы производится на этапе начальной выставки и в рабочем режиме, когда имеются указанные сигналы в соответствии с методикой и алгоритмами [2, 3].

Достоинством БГК по отношению к КГК являются меньшие, примерно вдвое, вес и габариты, а также стоимость, большие возможности использования современной элементной базы, в первую очередь БК, и идеология построения системы. Подтвердим это по данным зарубежных приборов. Так, если для классического гирокомпаса «Гирокомпас Standard 22» типа «Аншютц» имеем [5–6] данные: Динамическая погрешность: $0,4^{\circ} \text{ сек } \varphi$. Масса системы (основной прибор): 17,5 кг. Установившаяся погрешность: $0,1^{\circ} \text{ сек } \varphi$. Время приведения в меридиан: 1 час – быстрый пуск, 3 часа – нормальный пуск. Сертификат: РМРС. Цена порядка 15–20 тыс. евро.

Что касается БГК, то он может быть выполнен на основе микроэлектромеханических датчиков (МЭМС) типа ADIS16495-1 (3 ММГ и 3 ММА) с неинерциальной коррекцией. Стоимость каждого ADIS16495 2399\$, дрейф $0,8$ угл. град/час. И могут для дублирования применяться микроакселерометры, например, ADXL356 с дрейфом 5 микрог, стоимостью каждого порядка 33 доллара (Фирма «ANALOG DEVICES»). С учетом стоимости микро GPS (97.15 доллара [8]), микроконтроллера и микроэлектроники общая стоимость БГК в 1.5–2 раза будет меньше стоимости ГК. По массе и габаритам разница будет в несколько раз больше в пользу БГК.

1. В подтверждение на основе [6–7] приведем данные по кардановым гироскопам: 1. Standard-22 (Аншютц) с гиросферой с маятниковостью и поддерживающей жидкостью; Гюйс. Точность 0.1–0.5 угл. град. Масса приборов 15–30 кг. Стоимость 10–20 тыс. евро.

2. Приведем данные по приборам 2-го типа [6–7]: Navigat 2100; SGB-2000; LKF-95 и др. – на тройках волоконно-оптических гироскопов и тройках акселерометров, видимо – это БГК. Точность (0.5–1) угл. град, масса 10–20 кг, стоимость (4–8) тыс. евро. Все типы приборов используют сигналы лагов, ГНСС, а второго типа – ещё и компаса для начальной инициализации. Первый тип приборов – основной на судах, второй – резервный.

В заключение отметим, что при начальной выставке требуется малое время готовности БГК. Для обеспечения этого условия, как показано в примере, частота собственных колебаний Ω_0 делается выше на 1–3 порядка чем частота Шулера, в зависимости от типа ПО за счет k_{ψ}, k_{γ}^l , а коэффициенты k_{γ}, k_0 подбираются из условия оптимальности для двух характеристических уравнений – одно для (9), а второе – для (10). В рабочем режиме обеспечиваются условия (11)–(12) при $k_{\psi} = k_{\theta} = 0$. Итак, показан вариант БГК с двумя типами настройки на частоту Шулера: по

горизонту – угол α [1], а также по курсу и другому углу ошибки по горизонту [2] – это является новым.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Плотников П.К. Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. №3. С. 23–35.
- [2] Одинцов А.А. Теория и расчет гироскопических приборов. Киев: «Вища школа», 1985. 392 с.
- [3] Кошляков В.Н. Теория гироскопических компасов. М.: Наука, 1972. 344 с.
- [4] Plotnikov, P.K., Korkishko, Yu.N., Micheev, A.V., Yu.V. Chebotarevsky Yu.V., Development of a Strapdown Gyrocompass on Base of Fiber-Optic Gyroscope, Symposium Gyro Technology, 2004, Germany, pp. 1500–1512.
- [5] Морской портал: <https://sea-man.org>.
- [6] МикроGPS: Geos-5MR. Производитель: ДЦ «Гео Стар Навигация». Участник фонда «Сколково». <https://intelli.com.ua/ru/okompanii.html>.
- [7] Подпорин С.А. Сравнительный анализ современных систем курсоуказания морских судов // Сб. науч. трудов. Академия военноморских сил им. П.С. Нахимова. 2011. Вып. 1 (5). С. 200–205.
- [8] Titterton, D.H., Weston, J.L., Strapdown inertial navigation technology, London. Peter Peregrinus LTD, 1997.

Теория двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Технические приложения в новых волновых твердотельных гироскопах

С.Е. Переляев
Институт проблем механики
им. А.Ю. Иилинского РАН
119526, Москва, Россия
Проспект Вернадского, 101-1
e-mail: ipm@ipmnet.ru

В.Ф. Журавлев
Институт проблем механики
им. А.Ю. Иилинского РАН
119526, Москва, Россия
Проспект Вернадского, 101-1
e-mail: ipm@ipmnet.ru

Б.П. Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН»
Россия, 456320,
Челябинская обл.,
Миасс г., ул. Менделеева, 31
e-mail: mdcn@medicon-miass.ru

С.Б. Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН»
Россия, 456320,
Челябинская обл.,
Миасс г., ул. Менделеева, 31
e-mail: mdcn@medicon-miass.ru

Аннотация—Изложены основы фундаментальной теории двумерного осциллятора Ван-дер-Поля с внешним эффективным управлением [1]. Рассматриваются вопросы формирования обратных связей эффективного управления колебаниями осциллятора Ван-дер-Поля. Под эффективностью управления понимается выбор таких законов формирования обратных связей, которые обеспечивают наискорейший выход осциллятора на стационарный режим функционирования. Изучается одномерный и двумерный осциллятор, совершающий плоские колебания. Представлены прикладные аспекты реализации принципиальной теории двумерного осциллятора Ван-дер-Поля с внешним эффективным управлением в перспективных высокочастотных инерциальных датчиках, представлены инженерно-конструкторские решения в современных разработках волновых твердотельных гироскопов нового поколения на основе высокочастотных кварцевых полусферических резонаторов для высокочастотных объектов авиационно-космического назначения.

Ключевые слова—одномерный и двумерный осциллятор Ван-дер-Поля, постоянная Ляпунова, предельный цикл, волновой твердотельный гироскоп (ВТГ)

I. ВВЕДЕНИЕ

Модель двумерного осциллятора Ван-дер-Поля используется обычно для изучения работы волнового твердотельного гироскопа (кварцевого полусферического резонатора). Осциллятор в свободном режиме (в отсутствии возмущающих сил и управления) описывает эллиптическую траекторию в горизонтальной плоскости с произвольными главными полуосями и с произвольным наклоном большой полуоси эллипса основной формы колебаний к оси абсцисс. Интерес к рассмотрению новой математической модели двумерных автоколебаний вызван двумя причинами. Во-первых, на практике находят широкое применение современные гироскопические системы, где подобная модель востребована. Во-вторых, в отличие от известного одномерного осциллятора Ван-дер-Поля, двумерная модель как математический объект гораздо богаче своими свойствами, поскольку помимо потенциальных и диссипативных сил в ней могут рассматриваться и силы более сложной природы, определя-

ющие различные особенности поведения гармонического осциллятора.

В данной работе рассматриваются вопросы формирования обратных связей эффективного управления колебаниями двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Под эффективностью управления понимается выбор таких законов формирования обратных связей, которые обеспечивают наискорейший выход осциллятора на стационарный режим функционирования. Цель работы – исследование новых возможностей повышения точностных параметров волновых твердотельных гироскопов интегрирующего типа – в режиме свободной волны. Исследуются два типа осциллятора – классический, с одной степенью свободы, совершающий прямолинейные колебания, и двумерный, совершающий плоские колебания. В докладе рассматривается нелинейная колебательная система – осциллятор Ван-дер-Поля с управлением по полной энергии колебаний. Вместо традиционной формы обратной связи по амплитуде колебаний в таком осцилляторе рассмотрены проблемы реализации обратной связи с управлением по полной энергии колебаний. Отметим, что вид обратной связи выбранный Ван-дер-Подем и используемый в различных последующих работах, по нелинейным методам, где это уравнение используется в качестве примера, для многих технических приложений не является наилучшим.

II. ОДНОМЕРНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР ВАН-ДЕР-ПОЛЯ С УПРАВЛЕНИЕМ ПО ЭНЕРГИИ КОЛЕБАНИЙ

Вместо традиционной формы обратной связи в классической системе уравнений Ван-дер-Поля [2] рассмотрим обратную связь с управлением по энергии колебаний эквивалентного осциллятора:

$$\ddot{x} + \omega x = 2^n \varepsilon \omega (E^n - E_0^n) \dot{x}, \quad (2.1)$$

$$\text{где} \quad E = \frac{1}{2}(m\dot{x}^2 + cx^2) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2). \quad (2.2)$$

В отличие от обычных записей уравнения Ван-дер-Поля обратная связь здесь представлена в более общем виде. Единственной причиной введения обратной связи в одномерном случае является стремление обеспечить пе-

риодический процесс, несмотря на неизбежное присутствие в реальных системах диссипативных сил.

Найдем такое $n \in (0, 1, \dots)$, чтобы стационарное, асимптотически устойчивое решение уравнения (2.1) отвечало максимальному по модулю отрицательному показателю Ляпунова. Для этого приведем уравнение (2.1) к нормальной форме Коши

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = -\omega^2 x + \varepsilon \omega m ((y^2 + \omega^2 x^2)^n - ((y_0^2 + \omega^2 x_0^2)^n)) y \quad (2.3)$$

Выполним в системе уравнений (2.3) замену исходных переменных $(x, y) \rightarrow (r, \varphi)$: $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$.

Получаем систему:

$$\dot{r} = \varepsilon m \omega^{2n+1} (r^{2n} - r_0^{2n}) r \sin^2 \varphi,$$

$$\dot{\varphi} = -\omega + \varepsilon m \omega^{2n+1} (r^{2n} - r_0^{2n}) \sin \varphi \cos \varphi. \quad (2.4)$$

Осредняем систему (2.4) по быстрой переменной – фазе φ [3]:

$$\dot{r} = \varepsilon m \omega^{2n} (r^n - r_0^n) r, \quad \dot{\varphi} = -\omega. \quad (2.5)$$

Стационарное решение системы (2.5) имеет вид

$$r = r_0, \quad \dot{\varphi} = -\omega + \varphi_0$$

или в исходных переменных $(x, y) \rightarrow (r, \varphi)$:

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, \quad x = r_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.6)$$

Для исследования устойчивости этого решения запишем уравнение в вариациях в первом уравнении системы (2.5):

$$\delta \dot{r} = n \varepsilon m \omega^{2n} r_0^n \delta r. \quad (2.7)$$

Устойчивость (2.7) имеет место при коэффициенте $\varepsilon < 0$.

Модуль показателя Ляпунова $\lambda = n |\varepsilon| m \omega^{2n} r_0^n \delta r$ монотонно возрастает при увеличении n , что говорит о том, что управление с обратной связью по энергии колебаний является существенно более эффективным, чем управление с известной классической обратной связью по амплитуде.

III. ДВУМЕРНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР ВАН-ДЕР-ПОЛЯ С УПРАВЛЕНИЕМ ПО ЭНЕРГИИ КОЛЕБАНИЙ

Уравнения двумерного управляемого осциллятора Ван-дер-Поля получены в следующем виде [1]:

$$\dot{q}_1 + q_1 = Q_1 = -d(E - 1/2)\dot{q}_1 - pKq_2 - \gamma \dot{q}_2,$$

$$\dot{q}_2 + q_2 = Q_2 = -d(E - 1/2)\dot{q}_2 + pKq_1 + \gamma \dot{q}_1, \quad (3.1)$$

$$E = 1/2 (q_1^2 + q_2^2 + q_1^2 + q_2^2), \quad K = q_1 q_2 - q_1 q_2.$$

Осциллятор в свободном режиме ($d = p = \gamma = 0$) описывает эллиптическую траекторию в плоскости (q_1, q_2) с произвольными главными полуосями и с произвольным наклоном большой полуоси к оси абсцисс q_1 . Также как и в одномерном случае, обратная связь должна фиксировать значение удвоенной полной энергии. В отличие от классического одномерного осциллятора Ван-дер-Поля, в котором посредством специальной обратной связи поддерживается постоянная амплитуда колебаний, в двумерном случае (3.1) можно стабилизировать полную энергию колебаний (коэффициент обратной связи d),

площадь эллипса (квадратура с коэффициентом обратной связи p), его наклон к оси абсцисс и его прецессию (коэффициент γ). Задачи управления в двумерной системе (3.1) гораздо содержательнее, чем в одномерной системе (2.1). Общее решение системы (3.1) при равных нулю правых частях определяет известное уравнение эллиптической траектории в параметрической форме [4]:

$$q_1 = x_1 \cos t + x_3 \sin t, \quad q_2 = x_2 \cos t + x_4 \sin t. \quad (3.2)$$

Скорость движения по этой эллиптической траектории:

$$\dot{q}_1 = -x_1 \sin t + x_3 \cos t, \quad \dot{q}_2 = -x_2 \sin t + x_4 \cos t. \quad (3.3)$$

Произвольные постоянные (x_1, x_2, x_3, x_4) в выражениях (3.2) и (3.3) в дальнейшем будут рассматриваться как медленно меняющиеся фазовые переменные, в том случае, когда правые части не равны нулю и малы в сравнении с восстанавливающей силой осциллятора. Два первых интеграла системы (3.1) в случае $Q = 0$ представляют собой полную энергию колебаний [5]

$$E = 1/2 (q_1^2 + q_2^2 + q_1^2 + q_2^2) =$$

$$= 1/2 (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) = 1/2 x^2. \quad (3.4)$$

и момент количества движения (кинетический момент)

$$K = q_1 \dot{q}_2 - \dot{q}_1 q_2 = x_1 x_4 - x_2 x_3. \quad (3.5)$$

Площадь эллипса (квадратура) [6]:

$$\pi r k = 1/2 \oint (q_1 dq_2 - q_2 dq_1) =$$

$$= 1/2 \int_0^{2\pi} (q_1 q_2 - q_1 q_2) dt = \pi K \quad (3.6)$$

где r – большая полуось эллипса, k – малая полуось.

Используя формулы (3.2) и (3.3) в качестве замены переменных $(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4)$ в уравнениях (3.1), получим, после осреднения по времени, новые уравнения в фазовых переменных:

$$\dot{x} = -dS e_2 - pK e_3 - \gamma e_1, \quad (3.7)$$

$$S = (x^2 - 1)/2, \quad K = x_1 x_4 - x_2 x_3. \quad (3.8)$$

IV. БАЗИС ИНФИНИТЕЗМАЛЬНЫХ ЭВОЛЮЦИЙ

В четырехмерном пространстве x многообразие $K=0$ представляет собой трехмерный конус. Если $Q \neq 0$, то точка $x(t)$ в фазовом пространстве $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ движется.

В конфигурационном пространстве $q=(q_1, q_2)$ этому соответствует эволюция начальной (невозмущенной) траектории, эллипса, или отрезка прямой. Будем отталкиваться от начальной траектории в виде отрезка прямой, поскольку в реальных технических приложениях чаще всего это и требуется. Имеется четыре типа простейших эволюций:

- прецессия формы колебаний – вращение отрезка прямой в плоскости $q=(q_1, q_2)$, когда существует такая вращающаяся система координат, в плоскости $q=(q_1, q_2)$, в которой этот отрезок неподвижен;
- изменение амплитуды колебаний, когда меняется лишь длина отрезка прямой;

- изменение частоты колебаний $q(t)$ вдоль неподвижного отрезка;
- наконец, разрушение формы колебаний, это такая эволюция, которая не сводится к первым трем. Всем этим типам эволюции прямолинейной формы колебаний в плоскости $q=(q_1, q_2)$, соответствуют определенные направления движения точки $x(t)$ в фазовом пространстве. Каждому из этих направлений соответствует один из четырех векторов, образующих базис инфинитезимальных эволюций, построенный по аналогии с публикацией [7]:

$$\begin{aligned} e_1 &= [x_2, -x_1, x_4, -x_3] & e_2 &= [x_1, x_2, x_3, x_4], \\ e_3 &= [x_4, -x_3, -x_2, -x_1] & e_4 &= [x_3, x_4, -x_1, -x_2], \end{aligned} \quad (4.1)$$

где e_1 – определяет прецессию прямолинейной формы, e_2 – вариацию амплитуды, e_3 – разрушение прямолинейной формы и e_4 – изменение частоты колебаний.

Вычислим матрицу скалярных произведений (матрица Грама):

$$\Gamma = \begin{vmatrix} (e_1, e_1) & \cdot & \cdot & (e_1, e_4) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ (e_4, e_1) & \cdot & \cdot & (e_4, e_4) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x^2 & 0 & 0 & 2K \\ 0 & x^2 & -2K & 0 \\ 0 & -2K & x^2 & 0 \\ 2K & 0 & 0 & x^2 \end{vmatrix}$$

В работах [2, 4] для системы (3.1) приведен базис инфинитезимальных эволюций ее фазового состояния в окрестности нулевой квадратуры ($K = q_1 q_2 - q_1 q_2 = 0$), соответствующей прямолинейным колебаниям в плоскости (q_1, q_2) . Компоненты этого базиса позволяют выяснить, какие трансформации претерпевает эллиптическая траектория свободного двумерного осциллятора под воздействием перечисленных в [5] сил.

V. ДВУМЕРНЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР ВАН-ДЕР-ПОЛЯ С ЭФФЕКТИВНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Задачи управления в системе (3.1) гораздо содержательнее, чем в системе (2.1). Помимо управления амплитудой плоских колебаний можно управлять площадью описываемого эллипса, отношением его полуосей и наклоном большой полуоси к оси абсцисс.

В публикации [1] система (3.7) изучалась в переменных (S, K) при $\gamma=0$. Было показано, что устойчивость многообразия $S = 0$, $K = 0$, определяется отличным от нуля коэффициентом Ляпунова по переменной S , в то время как по квадратуре колебаний устойчивость имеет место с нулевым коэффициентом Ляпунова, т.е. определяется лишь нелинейными членами. Для повышения эффективности управления достаточно в (3.7) увеличить амплитуду обратной связи при малых x , для чего (3.7) следует изменить так [7]:

$$\dot{x} = -dS e_2 - p(K/E) e_3 = -dS e_2 - (2K/x^2) e_3, \quad (5.1)$$

S, K определены (3.8). Перейдем в уравнениях (5.1)–(3.8) от переменных x к переменным S, K . В этом случае имеем

$$\dot{S} = \frac{dS}{dx} \dot{x} = x \left(-dS e_2 - p \frac{2K}{x^2} e_3 \right) \quad (5.2)$$

В силу (4.1) $x = e_2$, а в силу (4.2) произведение $(e_2 \cdot e_3) = 2K$, поэтому (5.2) переписывается в виде

$$\dot{S} = -dS(2S + 1) - 4p \left(\frac{K^2}{2S + 1} \right) \quad (5.3)$$

Аналогично

$$\dot{K} = \frac{dK}{dx} \dot{x} = e_3 \left(-dS e_2 - p \frac{2K}{x^2} e_3 \right) = -2(dSK - pK), \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -dS(2S + 1) - 4p \left(\frac{K^2}{2S + 1} \right), \\ \dot{K} &= 2K(-dS - p). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Система (5.5) содержит особую точку $S=K=0$, характеризующую стационарный режим колебаний с постоянной энергией $x^2=1$ и с равной нулю квадратурой $x_1 x_4 - x_2 x_3 = 0$. Линеаризация системы (5.5) в окрестности этой точки приводит к системе

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -dS, \\ \dot{K} &= -2pK \end{aligned} \quad (5.6)$$

Таким образом, рассмотренное управление приводит к линейным в окрестности стационарного режима уравнениям в вариациях с характеристическими числами $-d$ и $-2p$. Поставленная в работе цель достигнута. В системе (3.1) новое управление выглядит так

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + q_1 &= -d(E - 1/2)\dot{q}_1 - p(K/E) q_2, \\ \ddot{q}_2 + q_2 &= -d(E - 1/2)\dot{q}_2 - p(K/E) q_1, \\ E &= 1/2(q_1^2 + q_2^2 + \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2), K = q_1 q_2 - \dot{q}_1 \dot{q}_2. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Двумерные уравнения Ван-дер-Поля (5.7) с учетом стабилизации значения полной энергии и квадратуры, а также с управлением прецессией стоячей волны и стабилизацией частоты автоколебаний, приобретают вид

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + q_1 &= -d(E - 1/2)\dot{q}_1 - p(K/E) q_2 - \gamma \dot{q}_2 + c q_1, \\ \ddot{q}_2 + q_2 &= -d(E - 1/2)\dot{q}_2 - p(K/E) q_1 + \gamma \dot{q}_1 + c q_2. \end{aligned} \quad (5.8)$$

В уравнениях (5.8) перейдем от переменных (q_1, q_2) переменным (S, K) по формулам

$$\begin{aligned} S &= 2E - 1/2 = (q_1^2 + q_2^2 + \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - 1/2, \\ K &= q_1 q_2 - \dot{q}_1 \dot{q}_2. \end{aligned} \quad (5.9)$$

После осреднения по времени получаем уравнения вида (5.5) на два порядка меньше исходных уравнений [7].

Изложенная модель двумерного осциллятора Ван-дер-Поля находит техническое применение в качестве модели волнового твердотельного гироскопа.

Расширенная математическая модель двумерного осциллятора Ван-дер-Поля с внешним управлением эффективно используется для изучения режимов функционирования нового волнового твердотельного гироскопа (кварцевого полусферического резонатора) [6].

VI. ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ В ВОЛНОВЫХ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ГИРОСКОПАХ

Базовый конструктивный элемент современного двухдетального ВТГ, имеет кварцевый полусферический

резонатор из высококачественного и высокодобротного плавленного кварца [8]. Рабочая поверхность резонатора напыляется тонким слоем золота или платины. Такое тонкое покрытие позволяет контролировать форму упругой деформации кромки резонатора с помощью специальной системы емкостных датчиков и управлять формой (модой) упругих рабочих колебаний, изменяя электрические потенциалы на управляющих электродах.

Необходимое для функционирования ВТГ движение (колебания резонатора в пределах упругих деформаций кромки полусферы) не связано ни с износом, ни с деградацией материала, поэтому практически не ограничивает долговечности самого прибора [9].

Такой уникальный физический принцип работы ВТГ дает новому гироскопу целый ряд основных преимуществ: полное отсутствие вращающихся частей, малое время готовности, малые габаритно-массовые характеристики, весьма длительный рабочий ресурс прибора; высокая температурная стабильность основного конструкционного материала полусферы (чистого плавленного кварца); высокая приборная точность и малая случайная погрешность; устойчивость к условиям окружающей среды (температура, удары, вибрации, гамма излучение и сильные магнитные поля); весьма небольшая потребляемая мощность датчика; сохранение инерциальной информации при полном кратковременном отключении бортового электропитания. Все перечисленные выше преимущества переводят ВТГ в класс одних из наиболее перспективных гироскопов [9]. Для высокодинамичных объектов авиационно-космического назначения реализована новая конструкция ВТГ на базе двухдетального промышленного инерциального датчика (ИД) нового поколения с полусферическим кварцевым 30-мм беззубцовым резонатором и полусферическими электродами разработки «НПП «Медикон». Гироскоп функционирует в интегрирующем режиме свободной волны. Новая функциональная электроника имеет многоканальную цифровую «пушпульную» схему управления по специальному алгоритму [10] съема, детектирования первичных сигналов инерциального датчика и определения параметров стоячей волны. Данный алгоритм разработан и реализован сотрудниками «Лаборатории Механики Систем» В.Ф.Журавлевым и С.Е.Переляевым (Института Проблем Механики им.А.Ю.Ишлинского РАН). Авторами синтезирована многоканальная система прямого цифрового управления.

Аппаратная часть цифровой системы реализована на базе нового модуля контроллеров гироскопа (МКГ), включающего трехпроцессорную структуру обработки первичных синусных и косинусных сигналов одновременно трех гироскопов в одной системе на кристалле (FPGA/ПЛИС) на базе нового поколения ПЛИС серии «Xilinx-7». Встроенные ПЛИС (FPGA) седьмой серии, созданные на основе современной высокопроизводительной и низкоэнергетической 28 нм технологии обеспечивают беспрецедентное увеличение производительности системы, при этом потребляя на 50% меньше энергии. По сравнению с одноядерной структурой, работающей даже с большей тактовой частотой, классическая реализация алгоритма имеет меньшую скорость выполнения команд из-за необходимости чаще обращаться к медленным регистрам периферийных устройств самого процессора.

Разработанный модуль МКГ-2 позволяет реализовать новую «пушпульную» схему управления гироскопом на

основе двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Обработка первичных сигналов и оценка вектора состояния ВТГ производится цифровыми методами с помощью высокоскоростного сбора данных. Данная задача решена с помощью быстродействующего 16-разрядного АЦП с частотой сэмплирования не менее 3 млн. выборок в секунду. Аппаратная часть электронного модуля управления содержит процессор обработки сигналов, буферы аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синтезатор частот, асинхронный микроконтроллер последовательного интерфейса [8]. Цифровой процессор по специальным алгоритмам обработки определяет углы ориентации волны, полную энергию и квадратную составляющую колебаний кварцевого резонатора и, используя эту информацию, вычисляет соответствующие весовые коэффициенты для эффективного управления стоячей волной прибора. Аппаратно-программная реализация бортового машинного алгоритма обработки информационных и формирования управляющих сигналов производится параллельно в отдельном процессоре современной программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС) нового поколения. Каждый из каналов формирователей сигналов управления содержит ряд цифроаналоговых преобразователей (ЦАП), на вход которых в цифровом виде поступает информация о весовых коэффициентах управления, и как опорные, сигналы синусов и косинусов и их производные с электродов информационных сигналов ИД, т.е. с выходов малогабаритных быстродействующих аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Алгоритм управления и приема данных от каждого АЦП реализован в ПЛИС (FPGA) типа «Kintex-7» с помощью отдельного «конечного автомата» (*finite state machine*) [8,9]. Результаты преобразования каждого входного АЦП преобразуются «конечным автоматом» в параллельный 16-битный код, сопровождаемый признаком готовности. Данная информация поступает на входы быстродействующего цифрового процессора (ЦП) реального времени. В этом машинном реализованном на кристалле ЦП по специальному синтезированному алгоритму формируются законы прямого цифрового многоканального управления, которые в виде напряжений с выходов ЦАП подаются на управляющие электроды ИД, расположенные на плате кварцевого узла возбуждения, съема и управления (ВСУ) прибора. Новый полностью цифровой модуль электроники – модуль контроллеров гироскопов (МКГ-2) включает трехпроцессорную структуру обработки выходных аналоговых сигналов трех инерциальных датчиков (гироскопов). Модуль МКГ-2 реализован на базе современной программируемой системы на кристалле (FPGA) типа «Kintex-7» с встроенными контроллерами, последовательным интерфейсом и главным 64-битным цифровым процессором [8,9]. Программа, реализующая алгоритм обработки информационных и формирования управляющих сигналов каждого из трех каналов, выполняется параллельно в отдельном процессоре («Micro-Blaze»). Малогабаритный модуль МКГ-2 обработки сигналов трех гироскопов с встроенными аппаратно на одном кристалле ПЛИС встроенными контроллерами, последовательным интерфейсом и главным 64-битным процессором обеспечивает заданную точность вычислений, а также формирования коэффициентов управления и фазы сигнала, на уровне необходимом для получения нестабильности дрейфа нуля нового ВТГ не более 0.003 град/ч.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Новый высоконадежный интегрирующий гироскоп ВТГ-30 с цифровым выходом является высокоточным прибором автономной ориентации, разработанным российскими специалистами для широкого круга задач авиационно-космического назначения. Гироскоп включает миниатюрный инерциальный датчик (сконструирован на базе высокочастотного беззубцового кварцевого [10] резонатора диаметром 30мм) и модуль функциональной цифровой обслуживающей электроники (МКГ). МКГ – многоканальная система съема и прямого преобразования первичных аналоговых сигналов ИД, цифровой обработки и формирования дискретных сигналов управления. В настоящее время изготовлена опытная партия таких гироскопов и проводятся отработочные испытания новой конструкции высокоточного прибора (дрейф не более 0.005 град/ч). Отработочные испытания ВТГ показали, что прибор способен весьма успешно конкурировать с волоконно-оптическими (ВОГ) и кольцевыми лазерными гироскопами (КЛГ) навигационного класса точности по цене промышленного производства, превосходя последние по показателю надежности функционирования в самых различных и жестких условиях эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Журавлёв В.Ф. Двумерный осциллятор Ван-дер-Поля с внешним управлением // Нелин. динамика. 2016. Т. 12. № 2. С. 211–222.
- [2] Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
- [3] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы теории колебаний. М.: Наука, 1988. 328 с.
- [4] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 126 с.
- [5] Журавлёв В.Ф. Теоретические основы волнового твердотельного гироскопа // Изв.РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 15–26.
- [6] Климов Д.М., Журавлёв В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017. 194 с.
- [7] Журавлёв В.Ф. О формировании обратных связей в пространственном осцилляторе Ван-дер-Поля. // Прикладная математика и механика. Т.84. № 2. 2020. С. 151–157.
- [8] Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Волновой твердотельный гироскоп - инерциальный датчик нового поколения // Материалы XXIV Санкт-Петербургской между. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.:ОАО«Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 287–290.
- [9] Переляев С.Е., Журавлев В.Ф., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Миниатюрный волновой твердотельный гироскоп нового поколения для бескарданных инерциальных навигационных систем беспилотных летательных аппаратов // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.:«Концерн «ЦНИИ«Электроприбор», 2019. С. 250–254.
- [10] Переляев С.Е., Журавлев В.Ф., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Принципиальные вопросы теории новых гироскопических датчиков семейства «обобщенный маятник Фуко» и прикладные аспекты ее реализации в инженерной практике современной гироскопии. // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 262–272.

Непрерывное оценивание скорости по данным глобальных навигационных спутниковых систем на основе сглаживающих сплайнов с априорно неопределенным параметром сглаживания

Д.А. Кошаев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор»
Санкт-Петербург
<https://orcid.org/0000-0003-1401-8933>

Аннотация—Представлены результаты применения разработанного рекуррентного алгоритма построения сглаживающих сплайнов, в котором предусматривается априорная неопределенность параметра сглаживания и наличие в измерениях как белозумной, так и коррелированной во времени составляющих помехи. Сплайн формируется с учетом апостериорных вероятностей возможных значений параметра сглаживания. Алгоритм позволяет использовать сглаживающие сплайны для получения непрерывных оценок параметров движения по дискретным измерениям без предварительного определения модели динамики рассматриваемого объекта и при описании помех измерений с помощью различных стохастических процессов. Проведены эксперименты с камеральной обработкой натуральных данных. Проанализированы погрешности полученных с помощью сплайнов оценок скорости малогабаритного самолета при его маневрировании по курсу и во время посадки. Для построения сплайнов использованы прецизионные навигационные решения на основе измерений глобальных навигационных спутниковых систем. Рассмотрены варианты с дискретностью измерений от 0,1 с до 1 с. В качестве эталонных данных использованы результаты сильносвязанного инерциально-спутникового комплексирования на частоте 200 Гц.

Ключевые слова—сглаживающий сплайн, параметры движения, глобальная навигационная спутниковая система.

I. ВВЕДЕНИЕ

Сглаживающие полиномиальные сплайны позволяют получить аппроксимацию непрерывных процессов на основе баланса между отклонениями аппроксимации от измерений и нежелательными свойствами самой аппроксимации. Такие сплайны могут быть полезны, когда аппроксимируемый процесс, в принципе, трудно описать с помощью типовых для задач байесовского оценивания марковских моделей, либо когда предварительно требуется идентифицировать большое число параметров и структуру этих моделей.

В классической постановке задача построения сглаживающего сплайна предусматривает наличие в измерениях только белозумной помехи. В этой постановке для моментов времени t_k , $k = \overline{0, n}$, называемых узлами, имеются измерения $y_k = s_k + v_k$, где $s_k = s(t_k)$, $s(t)$ – сплайн m -й степени, v_k – центрированная гауссовская белозумная помеха с известной дисперсией $r_k > 0$. Предполагается, что сплайн обладает дефектом 1, т.е. $s(t)$ и производные $s^{(j)}(t)$, $j = \overline{1, m-1}$ непрерывны во

внутренних узлах t_k , $k = \overline{1, n-1}$. Нужно найти такой сплайн $s(t)$, который с учетом указанных условий непрерывности минимизирует критерий [1-3]

$$J = \sum_{k=0}^n (y_k - s_k)^2 / r_k + \lambda \int_{t_0}^{t_n} L[s(t)]^2 dt, \quad (1)$$

где $L[\cdot]$ – линейный дифференциальный оператор, $\lambda > 0$ – параметр сглаживания. Для кубических сглаживающих сплайнов зачастую используется $L[s(t)] = \ddot{s}(t)$.

В более общем случае измерения содержат как белозумную, так и коррелированную во времени (цветную) составляющие помехи – $y_k = s_k + v_k$, где $v_k = G_k x_k + v_k$, x_k – одно- или многомерный марковский процесс, подчиняющийся уравнению $x_k = F_k x_{k-1} + w_k$ с начальным условием x_0 и порождающим белым шумом w_k , имеющими центрированное гауссовское распределение. Здесь x_0 , w_k , v_k взаимно некоррелированы. Ковариационные матрицы для x_0 и w_k , переходная матрица F_k , а также матрица-строка G_k – известны. В этом случае критерий принимает вид [10]

$$J = (\bar{y} - \bar{s})^T (\bar{P}^v)^{-1} (\bar{y} - \bar{s}) + \lambda \int_{t_0}^{t_n} L[s(t)]^2 dt, \quad (2)$$

где $\bar{y} = (y_0, \dots, y_n)^T$; $\bar{s} = (s_0, \dots, s_n)^T$; \bar{P}^v – ковариационная матрица вектора помех $\bar{v} = (v_0, \dots, v_n)^T$. Очевидно, что (1) является частным случаем (2).

Для построения сглаживающего сплайна на основе критерия (1) сначала были разработаны нерекуррентные методы [1-3, 8], реализация которых при большом числе узлов n наталкивается на серьезные трудности. Затем появились более удобные для практического применения рекуррентные методы на базе процедур калмановской фильтрации и сглаживания [4, 5]. Но и они не лишены недостатка – еще до обработки измерений для них требуется определить модели вектора состояния на всем интервале решения $[t_0; t_n]$. При добавлении нового измерения или изменении параметра сглаживания модели приходится пересчитывать. Публикаций по рекуррентным методам построения сглаживающих сплайнов на основе критерия (2), учитывающего присутствие в измерениях коррелированной составляющей помехи, на данный момент найти не удалось.

В [6, 7] был представлен рекуррентный алгоритм построения кубического сглаживающего В-сплайна по критерию (1), в котором модели для вектора состояния вычисляются не сразу для всего интервала решения, а последовательно, по мере обработки измерений. В этом алгоритме вектор состояния на каждом k -м шаге решения ($k = \overline{1, n}$) включает четверки коэффициентов, определяющих В-сплайн на интервале $[t_{k-1}; t_k]$. В настоящее время этот алгоритм доработан и сделан более универсальным. Теперь он опирается на более общий критерий (2), учитывающий присутствие коррелированной составляющей помехи. Алгоритм вырабатывает оценки коэффициентов кусочно-полиномиальной формы сплайна. На каждом k -шаге решения вектор состояния здесь имеет вид $X_k = (a_k^0, \dots, a_k^m, x_k^T)^T$, где $a_k^j, j = \overline{0, m}$ – коэффициенты кусочно-полиномиального представления сплайна на интервале $[t_{k-1}; t_k]$. Доработанный алгоритм пригоден не только для решения задачи сглаживания на закрепленном интервале. Им можно воспользоваться и в задачах оценивания по нарастающей выборке измерений: сглаживание с постоянным запаздыванием и в закрепленной точке, фильтрация. Применение ранее упомянутых рекуррентных методов в этих задачах затруднено из-за необходимости пересчитывать результаты с каждым новым измерением. В новом алгоритме можно учесть еще и изменчивость параметра λ от времени.

Нетривиальной проблемой при построении сглаживающего сплайна является выбор параметра сглаживания λ в условиях его априорной неопределенности. В настоящее время для выбора λ используются критерии обобщенной перекрестной проверки, несмещенного риска, обобщенной функции правдоподобия [5, 8–12]. В исследуемом алгоритме предусматривается вычисление апостериорных вероятностей возможных значений λ^ℓ параметра λ – $P(\lambda = \lambda^\ell | \bar{y})$. Представляется, что апостериорная вероятность – это более объективный показатель достоверности параметра λ . Итоговый сглаживающий сплайн строится по средневзвешенным коэффициентам сплайнов, соответствующим различным λ . В качестве весов выступают апостериорные вероятности.

Настоящий доклад посвящен анализу возможностей применения нового алгоритма построения сглаживающих сплайнов для непрерывного оценивания скорости по данным глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Следует отметить, что скоростные ГНСС-решения, несмотря на первоочередную важность координат, не остаются без внимания исследователей [13]. Как правило, речь идет о решениях по одномоментным измерениям ГНСС, которые, как известно, поступают на сравнительно низкой частоте. Для получения высокочастотных решений может применяться комплексирование измерений ГНСС и данных инерциального измерительного модуля (ИИМ), способного вырабатывать показания на частотах в сотни герц и выше. Понятно, что ИИМ существенно повышает стоимость навигационного обеспечения. При этом точность ИИМ на базе микромеханических чувствительных элементов может оказаться не достаточной, а более точные ИИМ, например, на волоконно оптических или лазерных гироскопах, не всегда применимы на малогабаритных объектах, та-

ких как беспилотные летательные аппараты. В этой связи получение непрерывных оценок скорости с опорой только на данные ГНСС представляет определенный интерес. В камеральном режиме эти оценки могут служить в качестве эталонных при испытаниях других приборов. Еще одним применением непрерывных оценок скорости можно назвать управление полетом ведомого аппарата по ведущему. Такое управление предполагает формирование и передачу на ведомый аппарат информации о движении ведущего с постоянным запаздыванием.

В докладе представлены результаты экспериментов, подтверждающих эффективность применения сглаживающих сплайнов с априорно неопределенным параметром сглаживания для оценивания скорости реального самолета с частотой, намного превышающей частоту данных ГНСС. Выявлены преимущества таких сплайнов перед интерполяционными. Проанализирована чувствительность к отклонению параметра сглаживания от наиболее вероятного значения. Несмотря на пригодность рассматриваемого алгоритма для решения задачи оценивания по нарастающей выборке измерений и возможность учета изменчивости параметра сглаживания λ , в данной работе исследования ограничиваются задачей сглаживания на закрепленном интервале с постоянным λ .

II. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для оценки эффективности применения сглаживающих сплайнов с априорно неопределенным параметром сглаживания были проведены эксперименты с камеральной обработкой натуральных данных, зарегистрированных на малогабаритном самолете. Рассматривался участок траектории самолета длительностью 1000 с, где выполнялся горизонтальный маневр по курсу на полтора оборота с путевой скоростью ~ 80 м/с, а также 120-секундный участок с быстрым изменением высоты при совершении посадки.

В роли измерений для построения сплайнов выступали прецизионные навигационные решения, полученные в дифференциальном режиме по фазовым двухчастотным измерениям ГЛОНАСС и GPS от приемников NovAtel SE-D-RT2-G-J-Z [14] (мобильный) и NovAtel DL-V3-L1L2-G [15] (базовый). Частота измерений приемников и полученных по ним решений – 10 Гц. Одновременно с измерениями ГНСС на самолете на частоте 200 Гц были зарегистрированы данные ИИМ LCI (Northrop Grumman Litef GmbH) [16], построенного на волоконно оптических гироскопах и относящегося к тактическому классу. С помощью пакета камеральной обработки Inertial Explorer [17] проведено сильносвязанное комплексирование измерений ГНСС и данных ИИМ с учетом смещений антенны приемника относительно центра измерений ИИМ. В результате получены эталонные значения географических координат и составляющих скорости на частоте 200 Гц.

В экспериментах использовались сглаживающие кубические сплайны со штрафом на вторую производную. Помимо них в эксперименте также участвовали интерполяционные линейные и кубические сплайны [4]. Последние определялись при естественных краевых условиях – $\dot{s}(t_0) = \dot{s}(t_n) = 0$. Сплайны строились по измерениям широты φ , долготы λ и высоты h , взятым из навигационных ГНСС-решений с дискретностью Δt в 0,1,

0,2, 0,5 и 1 с. Величина Δt определяет длину интервалов $[t_{k-1}; t_k]$ между соседними узлами сплайнов. Производные сплайнов для φ , λ , h использовались при получении оценок географических составляющих скорости $V_N = \dot{\varphi}R_1(\varphi)$, $V_E = \dot{\lambda}R_2(\varphi)\cos\varphi$, $V_Z = \dot{h}$ с учетом радиусов кривизны $R_1(\varphi)$, $R_2(\varphi)$ земного эллипсоида. Анализировались погрешности оценок на частоте эталонных данных – 200 Гц.

Для помех измерений φ , λ использовалась модель в виде белого шума, а для помех измерений h – модель в виде суммы белого шума и узкополосного марковского процесса второго порядка [18]. Параметры моделей определялись на основе анализа имеющихся реализаций навигационных ГНСС-решений. Таким образом, сглаживающие сплайны для φ , λ определялись по критерию (1), а сплайны для h – по критерию (2).

Отметим, что для участка траектории длительностью 1000 с при дискретности измерений $\Delta t=0,1$ с количество узлов сплайна составляет $n=10^4$. Построение сглаживающего сплайна нерекуррентным методом в этом случае трудно реализуемо даже при заранее известном параметре сглаживания. Реализация разработанного рекуррентного алгоритма с таким количеством узлов, несмотря на необходимость получения множества частных решений для различных значений параметра сглаживания и вычисление их апостериорных вероятностей, не вызывает проблем.

III. АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ

Установлено, что с точки зрения точности оценивания координат у сглаживающих сплайнов нет заметных преимуществ перед интерполяционными. Это проиллюстрировано на рис. 1, где показан 2-секундный фрагмент эталонной реализации высоты с соответствующими сплайнами при дискретности измерений $\Delta t=1$ с и 0,1 с. Точками на рисунках отмечены узловые значения сплайнов. Для интерполяционных сплайнов узловые значения совпадают с измерениями. Высота в данном фрагменте изменяется всего на 4 см, что позволяет увидеть важные детали в поведении сплайнов. Обращаем внимание, что при $\Delta t=0,1$ с интерполяционные сплайны подвержены мелким колебаниям, которые почти не сказываются на точности позиционирования, но вносят существенный вклад в погрешность определения скорости. В сглаживающем сплайне такие колебания отсутствуют, что позволяет точнее оценить скорость с его помощью.

Действительно, при определении составляющих скорости V_N , V_E , V_Z достоинства сглаживающих сплайнов перед интерполяционными проявляются вполне отчетливо. На рис. 2 на примерах с V_Z на том же 2-секундном фрагменте траектории видны недостатки интерполяционных сплайнов.

Линейный интерполяционный сплайн не способен передать изменчивость скорости. Рассчитанная с его помощью скорость имеет вид кусочно-постоянной функции, что при наличии даже сравнительно небольшого ускорения при $\Delta t=1$ с приводит к погрешности более 0,1 м/с. При $\Delta t=0,1$ с погрешность линейного интерполяционного сплайна также значительна, главным образом, из-за ничем не ослабленного влияния шумов измерений.

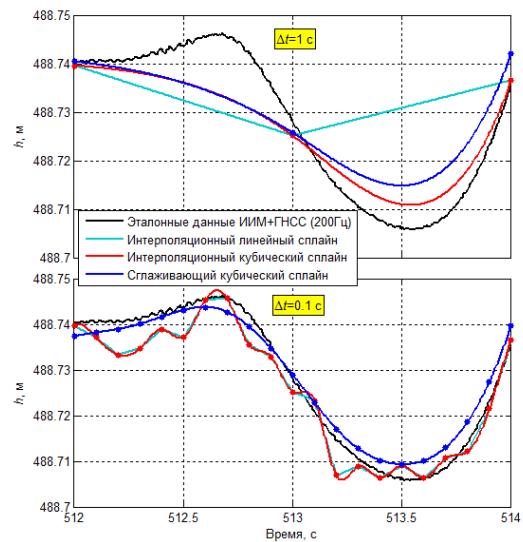


Рис. 1. Эталонная высота и воспроизводящие ее сплайны, построенные по ГНСС-решениям с $\Delta t=1$ с и 0,1 с

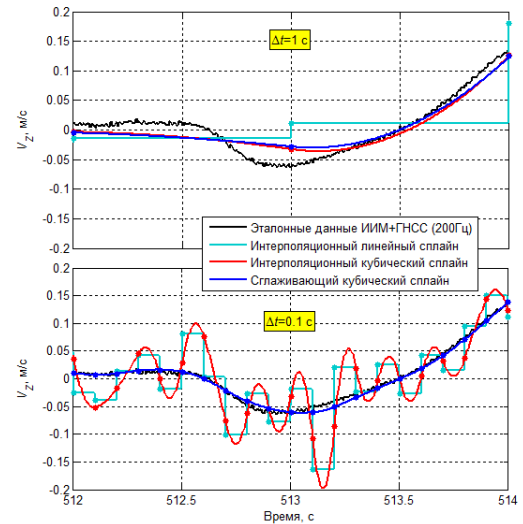


Рис. 2. Эталонная вертикальная скорость и ее оценки, полученные с помощью сплайнов на основе ГНСС-решений с $\Delta t=1$ с и 0,1 с

Кубический интерполяционный сплайн также нельзя назвать эффективным в определении скорости. При малой дискретности $\Delta t=0,1$ с полученная с его помощью оценка V_Z приобретает излишнюю колебательность (осцилляции), из-за чего ее погрешность даже хуже, чем в случае $\Delta t=1$ с. Это связано с влиянием шума измерений, который в случае интерполяции никак не подавляется. Оценка V_Z , вычисленная на основе сглаживающего сплайна при $\Delta t=1$ с почти такая же, как при использовании кубической интерполяции высоты, но при $\Delta t=0,1$ с она гораздо точнее, чем результат применения интерполяционных сплайнов. Таким образом, уже по рассмотренным коротким фрагментам понятно, что сглаживающие сплайны способны более адекватно воспроизвести скорость с учетом ее изменчивости и наличия помех. Помехи, как видно из примеров, оказывают ограниченное влияние на оценки, полученные на основе сглаживающих сплайнов.

Рассмотрим протяженные реализации погрешностей определения скорости с помощью сплайнов. На рис. 3, 4 приведены графики таких погрешностей при наименьшей дискретности измерений $\Delta t=0,1$ с. Там же показаны

утроенные значения расчетных среднеквадратических погрешностей (СКП) оценивания скорости с помощью сглаживающего сплайна. Справа от графиков погрешностей приведены соответствующие гистограммы, где треугольными маркерами отмечены предельные для рассматриваемой реализации значения погрешностей. Под графиками погрешностей представлены графики определяемых составляющих скорости. Они позволяют установить связь погрешности с изменением скорости.

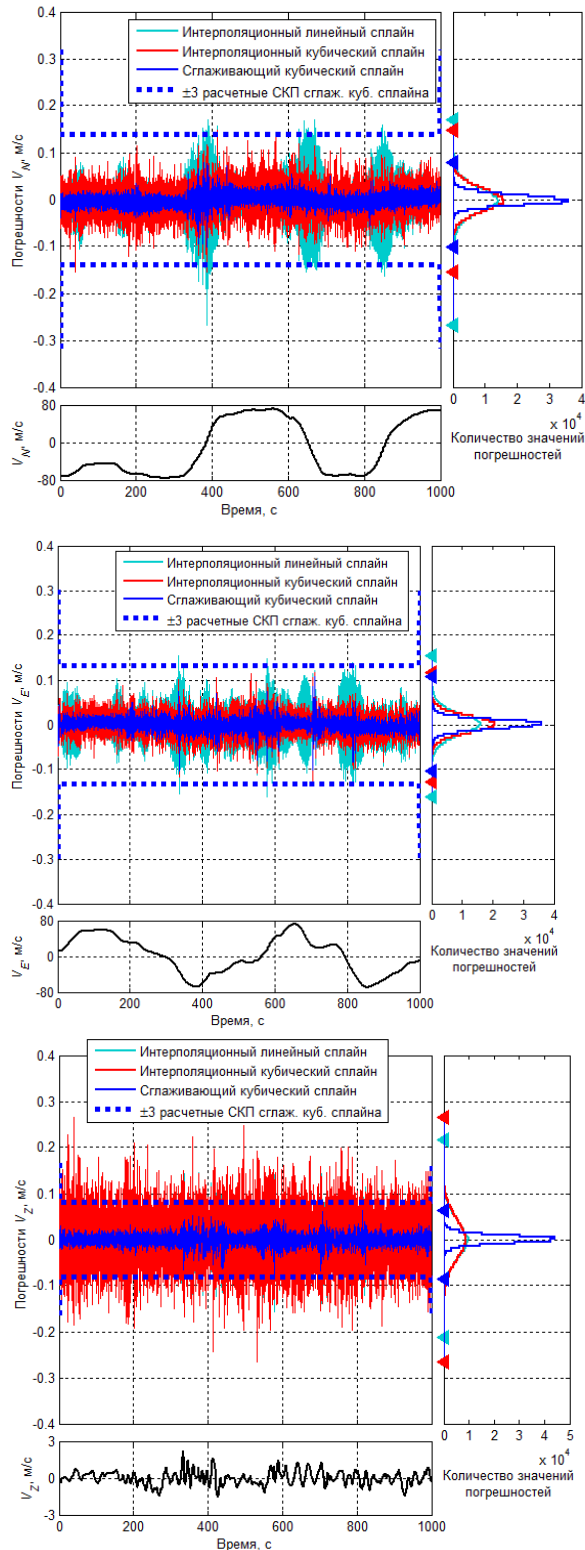


Рис. 3. Погрешности определения V_N , V_E , V_Z на основе сплайнов с $\Delta t=0,1$ с для самолета, выполняющего маневр по курсу

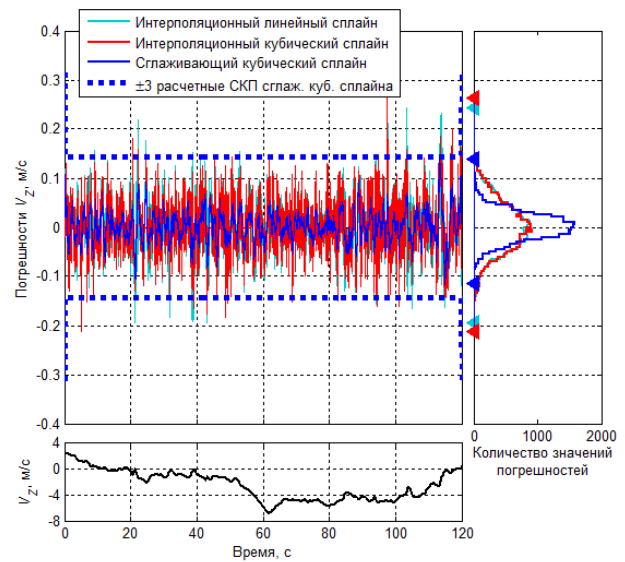


Рис. 4. Погрешности определения V_Z на основе сплайнов с $\Delta t=0,1$ с для самолета, совершающего посадку

Нетрудно видеть, что уровень погрешности оценок V_N , V_E при использовании линейного интерполяционного сплайна возрастает при значительном ускорении, которое возникает при разворотах самолета. Вертикальные ускорения при развороте и даже при посадке намного меньше горизонтальных, и погрешности оценок V_Z , полученных с помощью линейного интерполяционного сплайна, находятся на одном уровне. Погрешности определения скорости с применением кубического интерполяционного и сглаживающего сплайнов слабо реагируют на ускорение. Их уровень остается достаточно стабильным на протяжении всего рассматриваемого интервала. Уровень погрешности при использовании сглаживающего сплайна заметно меньше. При этом расчетные СКП для сглаживающего сплайна адекватно отражают уровень действительных погрешностей. Увеличенные значения расчетных СКП в начале и в конце реализации – это проявление известного в задачах сглаживания краевого эффекта. Как показывают гистограммы, погрешности имеют распределение, близкое по форме к гауссовскому.

Для получения обобщенной характеристики точности были рассчитаны выборочные СКП сплайнов в определении составляющих скорости на рассмотренных участках траектории. Их значения приведены в табл. 1. Отметим, что СКП мгновенных скоростных ГНСС-решений составляет порядка 0,03 м/с для V_N , V_E и 0,05-0,06 м/с для V_Z . Это точности решений, которые формируются по набору измерений ГНСС, относящихся к текущему моменту времени, без учета решений в соседние моменты времени, т.е. без сглаживания. В экспериментах, напомним, речь идет о точности воспроизведения скорости на частоте 200 Гц, значительно превышающей частоту выработки спутниковых измерений.

Из представленных результатов можно сделать следующие выводы в отношении точности определения составляющих скорости с помощью сплайнов.

- Сглаживающий сплайн для всех рассмотренных значений Δt обеспечивает определение скорости с точностью не хуже, чем интерполяционные сплайны.

- При использовании сглаживающего сплайна достижимая СКП оценивания всех трех составляющих скорости при горизонтальном развороте находится на уровне 0,01 м/с. При быстром изменении высоты в процессе посадки СКП оценивания V_Z с помощью сглаживающего сплайна составляет порядка 0,03 м/с. Это лучше, чем СКП мгновенных скоростных ГНСС-решений.
- В случае применения сглаживающего сплайна по мере уменьшения Δt СКП оценивания скорости либо также уменьшается – для V_Z , либо не меняется – для V_N , V_E . При переходе от $\Delta t=1$ с к $\Delta t=0,1$ с СКП оценивания V_Z в рассмотренных примерах сокращается примерно в 3 раза.
- Интерполяционный линейный сплайн по точности определению скорости не может составить конкуренцию сглаживающему сплайну ни при каких условиях.
- Интерполяционный кубический сплайн при $\Delta t=1$ и 0,5 с обеспечивает точность определения скорости такую же или немного худшую, чем сглаживающий сплайн. Но по мере дальнейшего уменьшения Δt точность определения скорости с помощью этого сплайна деградирует для всех составляющих скорости. Отсутствие ясной взаимосвязи между точностью кубического интерполяционного сплайна и дискретностью измерений не позволяет использовать его с предсказуемым результатом.

Таблица 1. Результаты определения составляющих скорости на частоте 200 Гц по измерениям координат с дискретностью Δt

Участок траектории	Измеряемая координата	Определяемая составляющая скорости	Δt , с	СКП составляющих скорости, м/с		
				Интерполяционный линейный сплайн	Интерполяционный кубический сплайн	Сглаживающий кубический сплайн
Горизонтальное маневрирование по курсу длительностью 1000 с	φ	V_N	1	0,223	0,012	0,012
			0,5	0,112	0,012	0,012
			0,2	0,047	0,016	0,012
			0,1	0,033	0,027	0,012
	λ	V_E	1	0,201	0,013	0,013
			0,5	0,101	0,013	0,013
			0,2	0,043	0,015	0,013
			0,1	0,028	0,021	0,013
	h	V_Z	1	0,052	0,027	0,027
			0,5	0,031	0,016	0,015
			0,2	0,026	0,025	0,011
			0,1	0,044	0,048	0,010
Посадка длительностью 120 с	h	V_Z	1	0,147	0,084	0,084
			0,5	0,083	0,037	0,035
			0,2	0,050	0,039	0,031
			0,1	0,053	0,054	0,031

Опираясь на эти выводы и учитывая, что современные приемники спутниковой навигации, как правило, способны вырабатывать измерения с дискретностью $\Delta t=0,2$ с, 0,1 с, можно утверждать: сглаживающие сплайны являются более эффективным инструментом для получения значений скорости на высокой частоте.

При этом априорная неопределенность параметра сглаживания λ не является препятствием для успешного применения сглаживающего сплайна. Используемый алгоритм автоматически адаптирует сплайн к динамике самолета на данном участке на основе апостериорных вероятностей возможных значений параметра сглаживания.

IV. ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ К ПАРАМЕТРУ СГЛАЖИВАНИЯ

Установлено, что в рассмотренных примерах определения скорости «средневзвешенный» сплайн незначительно отличается от сплайна, построенного для наиболее вероятного параметра сглаживания λ^* . Каждому Δt соответствует свое значение λ^* – чем меньше Δt , тем больше λ^* . В связи с возможностью без потерь для точности принять для окончательного решения $\lambda=\lambda^*$, возникает вопрос, какова чувствительность СКП определения скорости к отклонению единственного используемого параметра сглаживания λ от наиболее вероятного λ^* ? Иными словами, насколько критична ошибка в выборе λ ?

Были проведены расчеты с изменением λ в большую и в меньшую сторону относительно наиболее вероятного значения λ^* . На рис. 5 представлены графики СКП определения вертикальной скорости в зависимости от отношения λ/λ^* , отложенного на логарифмической шкале в диапазоне 0,01-100. Отметим, что параметр λ в критериях (1), (2) играет роль величины, обратной к дисперсии. Из графиков видно, что СКП более чувствительна к увеличению λ в N раз, чем к уменьшению во столько же раз, если $N \gg 1$. Обращаем также внимание, что чувствительность СКП к изменению параметра λ для $\Delta t=(0,1-0,5)$ с примерно одинаковая. При $\Delta t=1$ с чувствительность проявляется в меньшей степени.

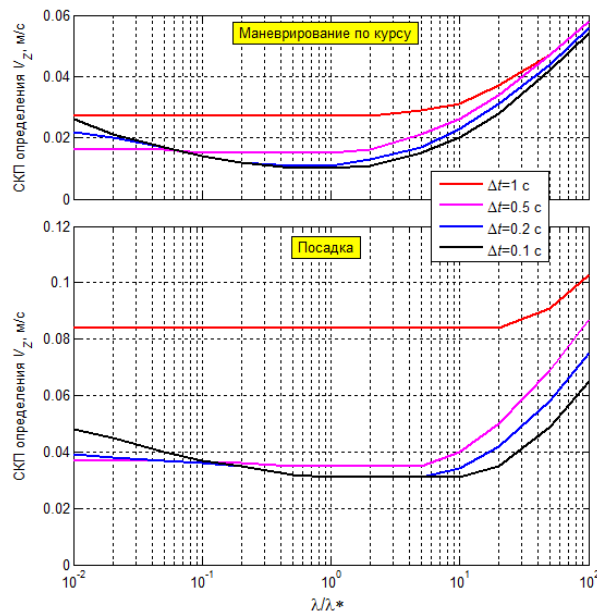


Рис. 5. СКП определения V_Z с помощью сглаживающего сплайна при отклонении параметра сглаживания от наиболее вероятного значения на участках маневрирования по курсу и посадки.

СКП оценивания горизонтальных составляющих скорости оказываются менее чувствительны к изменению параметра λ . Тем не менее представленные зависимости СКП вертикальной скорости от λ/λ^* показывают, что неудачный выбор параметра сглаживания, основан-

ный на интуитивно-эмпирических соображениях или недостаточно объективном критерии, может привести к существенным потерям в точности. Используемый алгоритм построения сглаживающего сплайна позволяет избежать таких потерь, поскольку он учитывает апостериорные вероятности возможных значений параметра сглаживания.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подтверждено преимущество использования сглаживающих сплайнов с априорно неопределенным параметром сглаживания по сравнению с интерполяционными сплайнами в экспериментах по определению 200-герцовых оценок скорости малогабаритного самолета по данным ГНСС. Установлено, что при использовании сглаживающего сплайна достижимая СКП оценивания всех трех составляющих скорости при горизонтальном развороте находится на уровне 0,01 м/с. При быстром изменении высоты в процессе посадки СКП оценивания вертикальной скорости с помощью сглаживающего сплайна составляет порядка 0,03 м/с. Это лучше, чем СКП мгновенных скоростных ГНСС-решений. Показано, что неудачный выбор параметра сглаживания может привести к существенным потерям в точности определения скорости. Результаты экспериментов демонстрируют способность разработанного алгоритма автоматически адаптировать сглаживающий сплайн к динамике самолета на основе апостериорных вероятностей возможных значений параметра сглаживания.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Reinsch, C., Smoothing by spline functions. *Numer. Math.*, 10, 1967, pp. 177–183.
- [2] Wahba, G., Improper priors, spline smoothing, and the problem of guarding against model errors in regression, *J. Roy. Statist. Soc. B*, 40, 1978, pp. 364–372.
- [3] Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
- [4] Weinert, H.L., Byrd, R.H., Sidhu, G.S., A Stochastic Framework for Recursive Computation of Spline Functions – Part II, Smoothing Splines. *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 30. no. 2, February 1980, pp. 255–268.
- [5] Kohn, R., Ansley C.F. A new algorithm for spline smoothing based on smoothing a stochastic process, *SIAM J. Sci. Stat. Comput*, vol. 8, no. 1, January 1987, pp. 33–48.
- [6] Кошаев Д.А. Рекуррентное оценивание коэффициентов сглаживающих В-сплайнов с адаптивным определением параметра сглаживания // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2019). 17–20 июня 2019. Москва. ИПУ РАН. С. 448–453.
- [7] Кошаев Д.А. Рекуррентное построение сглаживающих сплайнов для аппроксимации данных гравиметрической съемки // Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. 6–8 октября 2020. Санкт-Петербург. С. 153–159.
- [8] Wahba, G., *Spline Models for Observational Data*. SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1990.
- [9] Eggermont, P.P.B., LaRiccia, V.N., *Maximum Penalized Likelihood Estimation, Volume II: Regression*, Springer, Dordrecht, Heidelberg, London, New York, 2009.
- [10] Wang, Y., *Smoothing splines. Methods and applications*, Chapman and Hall/CRC. Santa Barbara, California, 2011.
- [11] Gu, C., *Smoothing Spline ANOVA Models*, Second Edition, Springer, New York, Heidelberg, Dordrecht, London, 2013.
- [12] Lukas, M.A., de Hoog, F.R., Anderssen, R.S., Practical use of robust GCV and modified GCV for spline smoothing, *Computational Statistics*, vol. 31, issue1, March 2016, pp. 269–289.
- [13] Ван С., Ту Ж., Хань Ц., Чжан Ж., Фань Л. Сравнительный анализ трех методов определения скорости по данным GPS // Гироскопия и навигация. 2020. №2. С. 54–69.
- [14] <https://hexagondownloads.blob.core.windows.net/public/Novatel/assets/Documents/Papers/SPAN-SE/SPAN-SE.pdf>
- [15] <https://hexagondownloads.blob.core.windows.net/public/Novatel/assets/Documents/Papers/DL-V3/DL-V3.pdf>
- [16] <https://hexagondownloads.blob.core.windows.net/public/Novatel/assets/Documents/Papers/IMU-LCI/IMU-LCI.pdf>
- [17] <https://novatel.com/products/waypoint-software/inertial-explorer>
- [18] Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. 3-е изд. СПб.: ГНЦ РФ «ЦНИИ «Электроприбор», 2003.

Многокритериальная оптимизация параметров процедуры траекторной фильтрации при помощи генетического алгоритма

Д.А. Бедин

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук
(ИММ УрО РАН)
Екатеринбург, Россия
ORCID: 0000-0002-3790-2943, bedin@imm.uran.ru

А.Г. Иванов

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук
(ИММ УрО РАН)
Екатеринбург, Россия
ORCID: 0000-0002-5852-7273, iagsoft@imm.uran.ru

Аннотация—Для метода траекторной фильтрации Interacting Multiple Model (IMM) предложена процедура, оптимизирующая его внутренние параметры. Процедура основана на генетическом алгоритме оптимизации. Для траекторной фильтрации качество работы алгоритма задается не одним, а несколькими критериями. Предложенный алгоритм оптимизации позволяет выделять и улучшать парето-оптимальные решения.

Ключевые слова—задача фильтрации, метод IMM, генетические алгоритмы многокритериальной оптимизации, парето-оптимальность.

I. ЗАДАЧА ТРАЕКТОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Наблюдаемый объект – воздушное судно (ВС) движется согласно некоторой динамике:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (1)$$

где x — вектор состояния, описывающий ВС. Для нужд навигации в управлении воздушным движением достаточно часто используют [1] следующий простой вариант динамики ВС:

$$\begin{cases} \dot{x}_N(t_i) = V(t_i) \cos \varphi(t_i), \\ \dot{x}_E(t_i) = V(t_i) \sin \varphi(t_i), \\ V(t_i) = w(t_i), \\ \varphi(t_i) = u(t_i)/V(t_i). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь x_N , x_E – северная и восточная координаты ВС, V – величина скорости, φ – путевой угол; управления w , u – суть продольное и поперечное ускорения; t_i – текущий момент времени. Движение системы (2) с $u(t) = w(t) = 0$ носит название модели постоянной скорости (constant velocity, CV) [1, 2]. Участок с $u(t) = \text{const}$, $w(t) = 0$ – движение в повороте (coordinated turn, CT), а участок, где $u(t) = 0$, $w(t) = \text{const}$, – равноускоренное движение (constant acceleration, CA).

Средства наблюдения (это могут быть радиолокаторы, ГНСС, угломерные и дальномерные устройства) в дискретные моменты времени t_i производят измерения:

$$y_i = h(t_i, x(t_i)) + \omega_i. \quad (3)$$

Здесь ω_i – случайная ошибка измерения. Для многих средств измерения (радиолокаторы, ГНСС) функция h просто выделяет «геометрическую» часть координат (x_N, x_E) вектора состояния x .

Задачей фильтрации называют задачу построения оценки \hat{x}_i на момент t_i как функции (либо как алгоритма, в случае если такую функцию нельзя выписать простой формулой) от истории измерений до времени t_i : $\hat{x}_i = \hat{x}(\{y_j : j \leq i\})$.

В случае если динамика (1) и уравнение наблюдения (3) линейные, а ошибки ω_i распределены по нормальному закону, фильтр Калмана [3] приближает фазовое состояние наилучшим образом в смысле среднеквадратичного отклонения

$$J(t_i) = E\{(\hat{x}_i - x(t_i))^2\}. \quad (4)$$

В случае если динамика (1) имеет переключения во времени (например, в динамике (2) функции $u(t)$, $w(t)$ имеют кусочно-постоянную структуру), фильтр Калмана не оптимален.

Для движения с динамикой (2) с переключениями поведение показателя (4) как функции времени t вдоль траектории может сильно различаться в зависимости от алгоритма фильтрации [2]. Например, алгоритмы, обеспечивающие малое значение J на участках длительного постоянства $u(\cdot)$, $w(\cdot)$, как правило, имеют большой «выброс» значений J в момент переключения управлений $u(\cdot)$, $w(\cdot)$. Наблюдается и обратное: алгоритмы, имеющие маленький «выброс» в момент изменения управлений, имеют худшее J на участках постоянства.

Достаточно сбалансированно (относительная малость показателя J на всех участках движения) показывают себя алгоритмы, основанные на скрытых марковских моделях [4], в частности метод Interacting Multiple Model (IMM) [2, 4], включающий в себя несколько фильтров Калмана с разными моделями движения.

Метод ИММ имеет достаточно большое число параметров, влияющих на качество работы [2, 4]. Самое большое значение имеет то, какие модели движения и в каком количестве входят в его структуру. При фиксированном наборе моделей динамики очень важен процесс переключения между ними. Переключение регулируется матрицей переходных вероятностей. Ее компоненты (или константы, от которых они зависят) – второй по важности настроечный набор параметров. Также важны параметры, задающие поведение каждой модели, в том числе уровень шума динамики.

Авторы поставили задачу настроить параметры алгоритма ИММ с целью улучшить качество его работы [6–8]. Важно отметить, что влияние параметров на работу метода ИММ имеет сложный характер. Кроме того, в будущем предполагается изменять количество моделей внутри метода, и в задаче появятся как вещественнозначные, так и целочисленные параметры. Поэтому для оптимизации было решено использовать методы прямого поиска. Генетический подход, представляющий собой прямой поиск с эвристиками [5] (каждая особь в популяции генетического алгоритма соответствует фиксированному набору параметров ИММ), показался наиболее удобным вариантом и был реализован авторами [6–8].

II. КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА ТРАЕКТОРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Важной особенностью рассматриваемой проблемы является то, что в практической траекторной обработке для оценки качества принято использовать не критерий J , а другие показатели, с разных сторон описывающие близость между истинным состоянием $x(t_i)$ и его оценкой \hat{x}_i . В управлении воздушным движением качество приближения траектории оценивается по «каналам» и участкам движения. Требования к качеству сведены в стандарты [9, 10].

Траектория ВС разделяется на участки – промежутки постоянства (CV, CT, CA) управлений $u(\cdot)$, $w(\cdot)$ в системе (2), а также на периоды «установления» после смены управлений [9]. Каналы же [9] представляют собой скалярные показатели, характеризующие вектор отклонения $x(t) - \hat{x}$: продольное δ_{lon} , поперечное δ_{lat} отклонения, отклонения по величине скорости $\delta_V = V(t) - \hat{V}$ и путевому углу $\delta_\varphi = \varphi - \hat{\varphi}$. Продольное и поперечное отклонения выражаются формулами:

$$\begin{aligned}\delta_{lon} &= \cos\varphi(t)(x_N(t) - \hat{x}_N(t)) + \sin\varphi(t)(x_E(t) - \hat{x}_E(t)), \\ \delta_{lat} &= -\sin\varphi(t)(x_N(t) - \hat{x}_N(t)) + \cos\varphi(t)(x_E(t) - \hat{x}_E(t)).\end{aligned}$$

Стандарты [10] устанавливают предельные значения среднеквадратичных отклонений в каналах отдельно для промежутков постоянства управлений и для максимальных отклонений в периоды смены управлений. Эти величины зависят от «схемы наблюдения»: количества радиолокаторов, шага измерений по времени и уровня ошибки ω . Схема наблюдения жестко прописывается в стандартах [10].

Чтобы сделать критерии подходящими для разных схем наблюдения и разных маневренных возможностей ВС, было решено сравнивать отклонения δ не со стан-

дартом, а с границей Рао–Крамера [11, 12]. Граница Рао–Крамера R вычисляется по модели движения (2), управлениям $u(\cdot)$, $w(\cdot)$ и представляет собой матрицу 4×4 с компонентами R_{NN} , R_{NE} , ..., задающую нижнюю грань для среднего квадрата отклонения несмещенных оценок \hat{x} . Вычислительные формулы для $R(t)$ как функции от времени t основаны на формулах из [12], примененных для динамики (2).

Абсолютные отклонения δ переводятся в относительные отклонения Δ путем деления на соответствующее значение границы Рао–Крамера:

$$\begin{aligned}\Delta_{lon} &= \delta_{lon} / \sqrt{\cos^2\varphi(t)R_{NN} + 2\sin\varphi\cos\varphi R_{NE} + \sin^2\varphi R_{EE}}, \\ \Delta_{lat} &= \delta_{lat} / \sqrt{\sin^2\varphi(t)R_{NN} - 2\sin\varphi\cos\varphi R_{NE} + \cos^2\varphi R_{EE}}, \\ \Delta_V &= \delta_V / \sqrt{R_{VV}}, \quad \Delta_\varphi = \delta_\varphi / \sqrt{R_{\varphi\varphi}}.\end{aligned}$$

После такого преобразования удастся не только сделать отклонения Δ универсальными относительно разных условий наблюдения, но и обеспечить их применимость к разным участкам движения: в момент переключения управлений u , w граница Рао–Крамера $R(t)$, так же как и оценка $\hat{x}(t)$, претерпевает скачок и после него имеет период установления [8]. Благодаря этому свойству в нашем алгоритме вместо критериев из стандартов [10] мы применили другие, основанные на относительных отклонениях Δ .

В нашей программе оптимизации отклонения δ и Δ вычисляются вдоль каждой траектории из обучающего набора. Далее по ним вычисляются среднеквадратичные отклонения в каналах c_{lon} , c_{lat} , c_V , c_φ , а также комбинированные отклонения: c_{2d} – в плоскости (x_N, x_E) , c_{4d} – по всему вектору состояния. Расчет для одномерных каналов ведется по следующей формуле (на примере для c_{lon}):

$$c_{lon} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \Delta_{lon}^2(t_i^k)},$$

где N – число траекторий в наборе, n_k – число измерений в траектории k из набора, $n = \sum_{k=1}^N n_k$, t_i^k – время измерения i в траектории k . Многомерные показатели c_{2d} , c_{4d} вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}c_{2d} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \delta_{2d}^T(t_i^k) R_{2d}^{-1}(t_i^k) \delta_{2d}(t_i^k)}, \\ c_{4d} &= \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{n_k} \delta_{4d}^T(t_i^k) R^{-1}(t_i^k) \delta_{4d}(t_i^k)},\end{aligned}$$

где $\delta_{2d} = [\delta_{lon} \delta_{lat}]^T$, $\delta_{4d} = [\delta_{lon} \delta_{lat} \delta_V \delta_\varphi]^T$, а R_{2d} – верхний левый 2×2 блок матрицы R .

Поскольку оценки \hat{x} подвержены влиянию случайных ошибок измерений ω , значения показателей c_{lon} , c_{lat} , ..., вычисленные по набору траекторий, сами являются случайными числами. Для корректного обращения с ними в генетической программе предусмотрено вычисление доверительных интервалов. Методика вычисления представлена в работе [8].

III. ПОСТРОЕНИЕ ПАРЕТО-ФРОНТОВ

В траекторной фильтрации для практического использования нужны алгоритмы с достаточно малыми значениями разных показателей качества. При этом критерии могут быть противоречащими друг другу: например, улучшение показателя c_V в канале скорости может приводить к худшему определению координат на плоскости и большим значениям показателя c_{2d} . Практическое моделирование подтверждает это: было отмечено, что значения параметров, оптимальные для каждого критерия не совпадают, и часто достаточно далеки друг от друга.

Поиск параметров, одновременно хороших по различным критериям, но необязательно оптимальных по какому-либо критерию, тесно перекликается с поиском парето-оптимальных параметров. Поэтому авторы решили ввести выделение парето-фронта в существующий [6–8] генетический алгоритм оптимизации. Для этого был использован алгоритм недоминирующей сортировки из [13].

Следует отметить, что существует большой выбор генетических алгоритмов оптимизации (в том числе NSGA-II, описанный в [13]), изначально ориентированных на многокритериальную оптимизацию [14] и особую обработку парето-оптимальных особей в процедурах селекции. Авторы воздержались от перехода на такие алгоритмы, поскольку существующий генетический алгоритм [6–8] представляется пригодным для нахождения парето-оптимальных решений.

Алгоритм недоминирующей сортировки ранжирует популяцию, выделяя особи разных рангов. Ранг 1 – это Парето-оптимальные особи. Ранг 2 – это особи, которые станут парето-оптимальными после удаления особей ранга 1, и т.д. Ранги, с одной стороны, показывают близость решения к парето-оптимальности, с другой – позволяют визуализировать процессы внутри генетической оптимизации. Так, мутация (ненаправленное размножение) имеет цель как можно сильнее разнообразить популяцию, в ее ходе следует ожидать появления особей с разным рангом. Процедура селекции должна оставлять «правильные» с точки зрения прикладной задачи особи, и ожидается, что в результате ее работы сохранятся особи с высоким рангом.

Такие свойства генетических процедур были продемонстрированы в ходе моделирования. При проведении работ был использован суперкомпьютер «Уран» ИММ УрО РАН. Максимальный размер популяции составлял 4000 особей. Обучающая выборка состояла из 2000 модельных траекторий в силу динамики (2) с различными условиями наблюдения и маневренными возможностями ВС. Методика моделирования детально изложена в работах [7, 8].

На рис. 1–3 представлены проекции популяции на плоскость двух критериев. На рис. 1 взяты два критерия

c_{lat} , c_{lon} , отражающие качество работы траекторной фильтрации в горизонтальной плоскости. Видна слабая «корреляция» между значениями показателей внутри популяции. Особи ранга 1 располагаются в левом нижнем углу так, как если бы они являлись парето-оптимальными только для этих двух критериев. Окраска остальных особей плавно изменяется от зеленого до синего в соответствии с рангом в направлении от нижнего левого угла к верхнему правому. На рис. 2 изображена проекция популяции на плоскость критериев c_φ и c_V . В отличие от рис. 1 не наблюдается «корреляция» между критериями, при этом сам характер распределения рангов другой: парето-оптимальные решения располагаются, в том числе, и в середине рисунка. Это объясняется тем, что рисунок – это проекция сложной пространственной картины, и особи со «средними» по качеству значениями критериев c_V , c_φ имеют очень хорошие значения остальных.

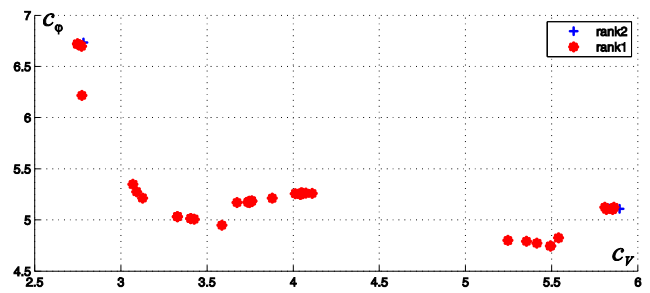


Рис. 1. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев c_φ , c_V . Особи, «выжившие» после обработки всей выборки

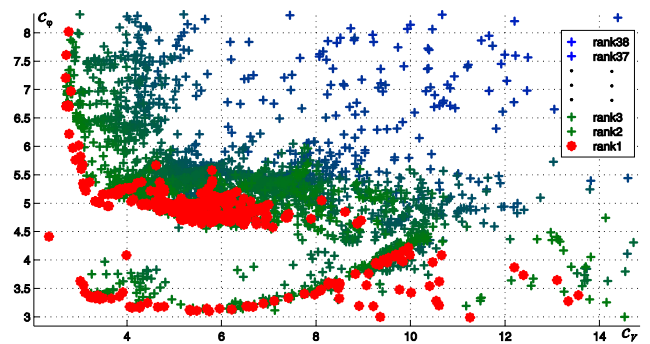


Рис. 2. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев c_φ , c_V

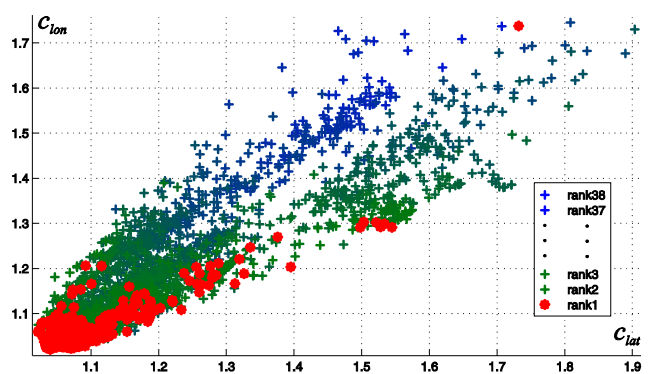


Рис. 3. Проекция популяции генетического алгоритма на плоскость критериев c_{lon} , c_{lat}

На всех рисунках из серии заметно разнообразие популяции: много особей с различными значениями критериев и разным рангом. На рис. 3 представлена та же плоскость критериев c_V , c_ϕ , что и на рис. 2, но изображены только те особи, что «пережили» все поколения процесса селекции. Видно, что остались только особи ранга 1 и 2, таким образом, текущий вариант селекции действительно выделяет парето-оптимальные решения или близкие к ним точки.

На рис. 4 представлена плоскость двух генов g_{13} , g_{15} – двух отдельных параметров метода ИММ. Изображены отдельные особи, окраска, как и на рисунках выше, соответствует их рангу. Видно, что особи разных рангов хорошо «перемешаны» друг с другом, в том числе и особи с рангом 1. Это означает, что для парето-оптимальных параметров характерен большой разброс и нет сосредоточения у каких-либо выделенных значений. Такая же картина видна и на рис. 5 для двух других генов g_{11} , g_{12} , но в отличие от рис. 4 вся популяция в целом смещена к некоторым более оптимальным значениям.

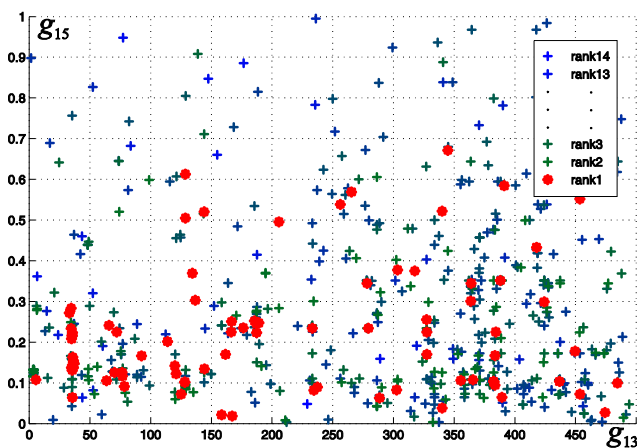


Рис. 4. Проекция популяции на плоскость генов g_{13} , g_{15}

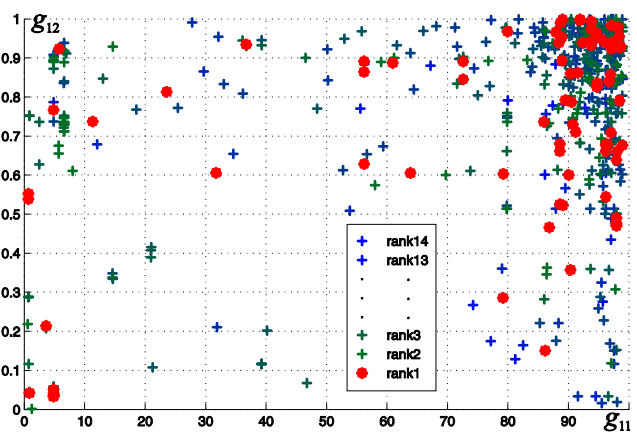


Рис. 5. Проекция популяции на плоскость генов g_{11} , g_{12}

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью генетического алгоритма в ходе моделирования удалось получить параметры метода ИММ, обладающие достаточно малыми значениями нескольких критериев, соответствующих требованиям, предъявляемым реальным алгоритмам траекторной фильтрации. При помощи недоминирующей сортировки были выделены парето-оптимальные решения. В дальнейшем алгоритм может быть усовершенствован введением в процедуру селекции приоритета особей с высоким рангом.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы благодарят ООО «Фирма «НИТА» за предоставленные данные и обсуждение постановки задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Li, X.R., Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part I. Dynamic model, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 2003, vol. 39, no. 4, pp. 1333–1364.
- [2] Bar-Shalom, Y., Blair, W.D., Multitarget-multisensor tracking: Applications and advances, vol. III, Artech House, Norwood, MA. 2000, 608 p.
- [3] Балакришнан А.В. Теория фильтрации Калмана. М.: Наука. 1988. 168 с.
- [4] Li, X.R., Jilkov, V.P., Survey of maneuvering target tracking. Part V. Multiple-model methods, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 2005, vol. 41, no. 4, pp. 1255–1321.
- [5] Michalewicz, Z., Genetic algorithms + Data structures = Evolution programs, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1996. 252 p.
- [6] Бедин Д.А., Иванов А.Г. Использование генетического алгоритма для определения параметров многогипотезного алгоритма восстановления траектории воздушного судна // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2019. С. 87–90.
- [7] Bedin, D.A., Ivanov, A.G., Trajectory Tracking by the Interacting Multiple Model Algorithm: Genetic Approach to Improve the Performance, 2020 IEEE National Radar Conference (RadarConf20), Florence, Italy, 2020, pp. 1–6.
- [8] Bedin, D.A., Ivanov, A.G., Multicriteria Genetic Optimization Procedure for Trajectory Tracking by the Interacting Multiple Model Algorithm, Mathematical Modeling and Scientific Computing: Focus on Complex Processes and Systems: workshop, dedicated to the memory of Nikolai Botkin, Munich, Germany, CEUR Workshop Proceedings, 2020, vol. 2783, pp. 17–28.
- [9] EUROCONTROL Standard for Radar Surveillance in En-Route Airspace and Major Terminal Areas, Std. <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-standard-radar-surveillance-en-route-airspace-and-major-terminal-areas>.
- [10] EUROCONTROL Specification for ATM Surveillance System Performance, Std. <https://www.eurocontrol.int/publication/eurocontrol-specification-atm-surveillance-system-performance-esassp>.
- [11] Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 472 с.
- [12] Šimandl, M., Královec, J., Tichavský, P., Filtering, predictive, and smoothing Cramér–Rao bounds for discrete-time nonlinear dynamic systems, Automatica, 2001, vol. 37, no. 11, pp. 1703–1716.
- [13] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T., A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 2, April 2002, pp. 182–197.
- [14] Zitzler, E., Thiele, L., Multiobjective Evolutionary Algorithms: a Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, vol. 3, no. 4, pp. 257–271.

Применение метода проекции градиента в задаче расстановки обнаружителей с целью противодействия уклоняющемуся объекту

А.А. Галяев
38 лаборатория
ИПУ РАН
Москва, Россия
galaev@ipu.ru

ORCID: 0000-0001-6494-6880

А.С. Самохин
38 лаборатория
ИПУ РАН
Москва, Россия
samokhin@ipu.ru

ORCID: 0000-0002-0821-050X

М.А. Самохина
38 лаборатория
ИПУ РАН
Москва, Россия
ph@ipu.ru

ORCID: 0000-0002-7043-706X

Аннотация—Статья посвящена оптимизации противодействия объекту, уклоняющемуся от обнаружения неподвижными сенсорами в конфликтной среде. Считается, что уклоняющийся объект перемещается оптимальным образом между двумя заданными точками. Требуется расставить обнаружители в заданном прямоугольнике между точками старта и финиша так, чтобы максимизировать минимально возможное значение функционала риска для уклоняющегося объекта. Задача исследуется на основе комбинации методов оптимального управления и градиентных методов. Представлены результаты численных расчётов для случая расстановки трех обнаружителей в различных прямоугольниках.

Ключевые слова—конфликтная среда, отклонение от обнаружения, расстановка обнаружителей, размещение сенсоров, функционал риска, численное моделирование, оптимизация, минимакс.

I. ВВЕДЕНИЕ

Современные системы охраны могут включать в себя неподвижные обнаружители для предотвращения несанкционированного доступа к охраняемому объекту [1]. В работе рассматривается противодействие уклоняющемуся объекту, перемещающемуся между двумя заданными точками в конфликтной среде. При этом считается, что местоположение и воздействие обнаружителей уклоняющемуся объекту известно, и он осуществляет движение таким образом, чтобы повысить скрытность, скорость перемещения при этом оптимизируется.

Задача заключается в оптимизации расстановки в охраняемой области, находящейся в плоскости движения уклоняющегося объекта, неподвижных обнаружителей с целью уменьшения скрытности [2–3]. Ее актуальность заключается в возможном практическом применении для противодействия автономным необитаемым подводным аппаратам.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача оптимизации расстановки некоторого заранее определенного количества N неподвижных обнаружителей – точек L_i на плоскости. По данной плоскости из фиксированной точки старта в фиксированную точку финиша за фиксированное конечное время T должен переместиться уклоняющийся объект, считающийся материальной точкой и управляющийся величиной и направлением вектора скорости v . Точки L_i разрешается размещать в некотором прямоугольнике Π , расположенном между точками старта и финиша.

Материальная точка передвигается так, чтобы минимизировать интегральный функционал риска обнаружения

$$I = \int_0^T \sum_{i=1}^N \frac{v^2}{r_i^2} dt, \quad (1)$$

зависящий от величины вектора скорости точки v , расстояний r_i до каждого из обнаружителей L_i . Нужно расположить точки L_i так, чтобы максимизировать глобальный минимум функционала I по всем возможным фиксированным расположениям точек L_i , при этом скорость ограничена заданным значением v_{\max} .

В случае $N = 2$ для возможного расположения обнаружителей лишь в узлах некоторой заданной сетки результаты приведены в [4]. В настоящей работе исследуется расстановка трех обнаружителей в любых точках заданного прямоугольника размещения Π без привязки к сеткам.

III. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Без ограничения общности можно считать, что уклоняющийся объект стартует из точки с координатами $(0, 0)$ и должен попасть в точку $(0, 1)$.

Для решения задачи расстановки обнаружителей в области возможного их расположения вводится прямоугольная равномерная сетка. Начальные конфигурации обнаружителей соответствуют их расположению в узлах данной сетки, см. рис. 1.

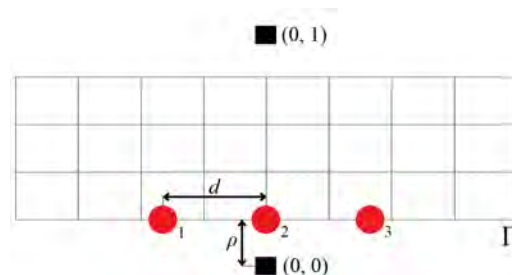


Рис. 1. Схема расположения обнаружителей. Квадратами отмечены точки старта и финиша уклоняющегося объекта; кругами – расположение обнаружителей; Π – разрешенный прямоугольник размещения обнаружителей; ρ – расстояние от точек старта и финиша до Π ; d – расстояние от обнаружителя, не лежащего на отрезке, соединяющем старт и финиш до этого отрезка; 1, 2, 3 – условная нумерация обнаружителей

Далее их положение меняется за счет работы метода проекции градиента. На каждом шаге в случае ухода

обнаружителя L_i из допустимого прямоугольника Π после сдвига его позиции координаты L_i проецируются на Π , при этом обнаружитель сдвигается в ближайшую точку границы Π .

Для каждого перебираемого в ходе работы градиентного метода расположения обнаружителей решается вспомогательная задача о нахождении оптимальных путей и вычисляется лучшее (наименьшее) значение функционала (1) I , которого может добиться уклоняющийся объект по всем локально-оптимальным путям при текущей конфигурации обнаружителей. Цель работы градиентного метода – максимизировать эту величину.

Такие вспомогательные задачи формализуются как задачи оптимального управления, на основе принципа максимума для них выписывается и анализируется система необходимых условий оптимальности, после чего они могут быть сведены к краевым задачам, состоящим из систем дифференциальных уравнений (2) и краевых условий (3):

$$\begin{cases} \dot{x} = v \frac{p_x}{\|p\|} \\ \dot{y} = v \frac{p_y}{\|p\|} \\ \dot{p}_x = - \sum_{i=1,3} \frac{v^2(x-a_i)}{\left((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2\right)^2}, \\ \dot{p}_y = - \sum_{i=1,3} \frac{v^2(y-b_i)}{\left((x-a_i)^2 + (y-b_i)^2\right)^2}, \end{cases} \quad (2)$$

где скорость уклоняющегося объекта находится из условия оптимальности по управлению и ограничена сверху заданной величиной v_{\max} :

$$v = \min \left(\frac{\|p\|}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{(x-a_i)^2 + (y-b_i)^2}}, v_{\max} \right),$$

$$x(0) = y(0) = x(T) = 0, y(T) = 1, \quad (3)$$

здесь (x, y) – координаты уклоняющегося объекта, (a_i, b_i) – координаты i -го обнаружителя, p_x и p_y – сопряженные переменные, задающие управление уклоняющимся объектом, на них в (2) выписана система уравнений Эйлера-Лагранжа, $\|p\| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$.

Краевая задача (2)–(3) решается численно разработанным авторами программным комплексом на языке С с использованием метода стрельбы. При этом подбираются два параметра пристрелки, для решения возникающих задач Коши используется явный одношаговый метод Рунге-Кутты 8-го порядка с автоматическим выбором шага. В случае одного неподвижного обнаружителя решение вспомогательной задачи реализовано в [5]. В текущем случае трех обнаружителей для корректного

решения вспомогательной задачи метод стрельбы запускается из точек сетки в двухпараметрическом пространстве параметров пристрелки. При достаточном времени T получаются различные траектории обхода уклоняющимся объектом каждого обнаружителя слева или справа. В случае $T < 1/v_{\max}$ вспомогательная задача не имеет решений вовсе.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Задача расстановки $N = 3$ обнаружителей решалась с ограничением на максимальную скорость материальной точки $v_{\max} = 2$ с фиксированным временем перехода $T = 1$. В результате численного моделирования построены карты оптимального расположения обнаружителей. При этом к каждой локально-оптимальной конфигурации метод сходиллся многократно с различных начальных приближений, данные решения сохранялись при измельчении стартовой сетки.

В результате работы градиентного метода оказалось, что для всевозможных прямоугольников, расположенных симметрично посередине между точками старта и финиша, лучшим расположением обнаружителей является размещение их на нижней и верхней сторонах прямоугольника Π .

При этом при увеличении расстояния ρ от точки старта до Π от сколь угодно малой величины $\varepsilon > 0$ до значения 0.08 оптимальным будет расположение двух обнаружителей в ближайшей к старту одной точке прямоугольника, обозначенной цифрой 2 на рис. 1, а третьего обнаружителя – в симметричной, ближайшей к финишу точке Π или полностью симметричное относительно центра Π расположение. При стремлении ρ к нулю значение функционала стремится к бесконечности. При $\rho = 0.08$ значение функционала составляет 2653.

При увеличении ρ от 0.08 до 0.18, один обнаружитель в оптимальной конфигурации так и остается в точке на верхней стороне прямоугольника, ближайшей к финишу, а остальные два обнаружителя отъезжают в разные стороны по нижней стороне прямоугольника Π на расстояние d до отрезка соединяющего старт и финиш, d при этом меняется от 0 до 0.06.

При дальнейшем увеличении ρ от 0.18 до 0.5, при котором Π вырождается в отрезок, оптимальной оказывается конфигурация, приведенная на рис. 1, при которой один обнаружитель находится в ближайшей к старту точке 2, а обнаружители 1 и 3 расположены симметрично относительно 2 на нижней стороне прямоугольника (или же полностью симметричное расположение всех трех обнаружителей на верхней стороне Π , ближайшей к точке финиша). При таком росте ρ расстояние между обнаружителями, не лежащими на отрезке, соединяющем точки старта и финиша до обнаружителя, лежащего на этом отрезке, плавно меняется от 0.41 до 0.46, а значение максимизируемого функционала соответственно уменьшается с 499 до 266.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена плоская задача оптимизации расстановки сенсоров с равномерно распространяющи-

мися полями обнаружения в конфликтной среде для противодействия уклоняющемуся объекту. В качестве результатов описано лучшее расположение обнаружителей в различных прямоугольных областях возможного размещения в случае $N = 3$, получено три принципиально различные схемы размещения.

Карты расположения обнаружителей строились численно, авторами был разработан соответствующий программный комплекс на языке С, включающий в себя реализацию методов решения задач Коши, краевых задач, проекции градиента. Для решения исходной задачи также решалась вспомогательная задача планирования маршрута уклоняющегося объекта в конфликтной среде на плоскости на основе принципа максимума Понтрягина.

В качестве развития задачи предполагается исследование задачи охраны периметра, а не одной точки, расстановка большего числа обнаружителей, рассмотрение случая подвижных обнаружителей, а также разработка методов, уменьшающих вычислительную сложность решения вспомогательной задачи поиска путей уклоня-

ющимся объектом при фиксированном расположении обнаружителей.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Abramyants, T.G., Galyaev, A.A., Maslov, E.P., Rudko, I.M., Yakhno, V.P., Evasion of a moving object in a conflict environment from detection by the system of heterogeneous observers, *Management and navigation of moving objects*, 2015, no. 2, pp. 31–37.
- [2] Dogan, A., Zengin, U., Unmanned Aerial Vehicle Dynamic-Target Pursuit by Using Probabilistic Threat Exposure Map, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2006, vol. 29, no. 4, pp. 723–732.
- [3] Галяев А.А., Маслов Е.П., Оптимизация законов уклонения подвижного объекта от обнаружения // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2010. №4. С. 52–62.
- [4] Галяев А.А., Самохин А.С., Самохина М.А. О задаче оптимальной расстановки обнаружителей на плоскости // *Материалы конференции «Математическая теория управления и ее приложения» (МТУИП-2020)*. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 372–375.
- [5] Самохина М.А., Самохин А.С., Поиск оптимального пути между точками на плоскости в конфликтной среде при наличии одного сенсора. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020611810, 11.02.2020.

Адаптивное оценивание процессов с разладкой в навигационных приложениях с использованием машинного обучения

О.С. Амосов

Лаборатория интеллектуальных систем управления
и моделирования,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, г. Москва
osa18@yandex.ru

С.Г. Амосова

Лаборатория киберфизических систем,
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, г. Москва
amosovasg@yandex.ru

Abstract—Дана постановка задачи адаптивного оценивания процессов с разладкой и рассмотрено ее решение на основе банка традиционных фильтров Калмана и банка нейросетевых алгоритмов. В качестве иллюстрирующего примера рассмотрена задача адаптивной оценки процессов с разладкой применительно к траекторному слежению за маневрирующим объектом по данным РЛС.

Ключевые слова—адаптивное оценивание, навигация, управление движением, фильтр Калмана, машинное обучение, нейронная сеть.

I. ВВЕДЕНИЕ

Применение современных алгоритмов обработки данных, для оптимизации параметров которых используется машинное обучение не только в режиме offline, но и online [1], открывает дополнительные возможности для построения адаптивных алгоритмов оценивания процессов с разладкой. Под разладкой будем понимать любое изменение вероятностных характеристик случайных процессов. Такие процессы с нарушениями могут быть вызваны, например, скачкообразными или линейными изменениями при уходе гироскопов и смещениях нуля акселерометров инерциальных навигационных систем. В качестве разладки – маневра – принимается внезапное (непредвиденное) изменение характера движения объекта под воздействием случайных и (или) детерминированных сил [2, 3].

Среди алгоритмов машинного обучения наибольшее внимание в настоящее время уделяется в силу его эффективности нейросетевому (глубокому) обучению, поэтому в докладе выбор сделан в его пользу. При создании нейросетевых алгоритмов оценивания используется обучение с учителем и для их адаптации обучение с подкреплением.

Таким образом, целью настоящей статьи является описание традиционного и нейросетевого способов адаптации алгоритмов оценивания стохастических процессов с разладкой применительно к задачам обработки навигационной информации.

II. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

A. Постановка задачи адаптивного оценивания

На практике имеют место ситуации, когда навигационная система или система управления подвижными объектами работает в условиях изменения окружающей среды и возникает априорная неопределенность. Априорная неопределенность моделей состояния и измерения

передается введением вектора сопровождающих неизвестных параметров. Ниже приводится постановка задачи адаптивного оценивания процессов с разладкой.

Необходимо оценить $(n+l)$ -мерную случайную последовательность $\mathbf{z}_i = (\mathbf{x}_i^T, \boldsymbol{\theta}_i^T)^T$, $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, \dots, x_{ni})^T$, $\boldsymbol{\theta}_i = (\theta_{1i}, \dots, \theta_{li})^T$ динамической системы по набору $\mathbf{Y}_i = [y_1^T \dots y_{i-1}^T y_i^T]^T$ m -мерных векторов измерений $y_i = [y_{1i} \dots y_{mi}]^T$ исходя из условия минимизации заданного критерия. Здесь \mathbf{x}_i – вектор состояния, а $\boldsymbol{\theta}_i$ – вектор сопровождающих параметров.

Заметим, что в некоторых случаях имеются уравнения динамики системы, а измерения могут быть записаны следующим образом [4–6]:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{s}_i(\mathbf{z}_i) + \mathbf{v}_i, \quad (1)$$

где $\mathbf{s}_i(\mathbf{z}_i) = [s_{1i}(\mathbf{z}_i) \dots s_{mi}(\mathbf{z}_i)]^T$ – m -мерная в общем случае нелинейная вектор-функция векторного аргумента, которая обычно считается известной; а $\mathbf{v}_i = [v_{1i} \dots v_{mi}]^T$ – случайный вектор, передающий наличие ошибок измерения.

B. Решение задачи адаптивного оценивания

Для решения задачи рассматриваются традиционный и нейросетевой подходы. В первом из них для решения задач оценивания нестационарных процессов с разладкой используется многоальтернативный метод на основе банка фильтров Калмана (ФК). Этот метод получил развитие и сейчас находит широкое применение в различных задачах, где приходится сталкиваться с многоальтернативными состояниями системы или процесса [7]. В методе применяется набор фильтров, каждый из которых настроен на конкретную гипотезу о модели, описывающей поведение процесса. Невязки фильтров используются для вычисления апостериорных вероятностей гипотез о различных состояниях. Такой метод является оптимальным при использовании ФК для всех возможных моделей процесса.

В альтернативном подходе используется банк нейросетевых алгоритмов. Для вычисления апостериорных вероятностей гипотез о различных состояниях используется также нейросетевой алгоритм, в котором учитываются невязки фильтров. При этом инструментом для адаптации нейросетевых алгоритмов рассматривается алгоритм машинного обучения с подкреплением.

На рис. 1 представлена схема адаптивного оценивания процесса с разладкой, которая применима для обоих подходов. Здесь используются следующие обозначения: $\mathbf{K}_i^{(j)}$ – фильтр для j модели, описывающей поведение процесса, где $j = \overline{1, N}$; $\beta_i^{(j)}$ – соответствующие весовые коэффициенты для фильтров.

Адаптивный фильтр состоит из N параллельно включенных фильтров, каждый из которых настроен на одну из возможных j моделей поведения процесса. Результирующая оценка фильтруемых параметров получается как взвешенная сумма оценок на выходах этих элементарных фильтров. Весовые коэффициенты уточняются на каждом шаге измерения i с использованием невязок измерений $\tilde{\mathbf{y}}_{i/i-1}^{(j)}$. Элементарные фильтры реализуются как с использованием фильтра Калмана, так и с использованием нейросетевых алгоритмов.

Отличие нейросетевого подхода от известного на основе банка фильтров Калмана состоит в том, что каждый из нейросетевых фильтров, настроенных с использованием обучения с учителем, может быть нелинейным.

В качестве нейронных сетей (НС) для оценивания состояния динамических систем рассматриваются как сети прямого распространения, так и глубокие сети со сверточными и рекуррентными слоями.

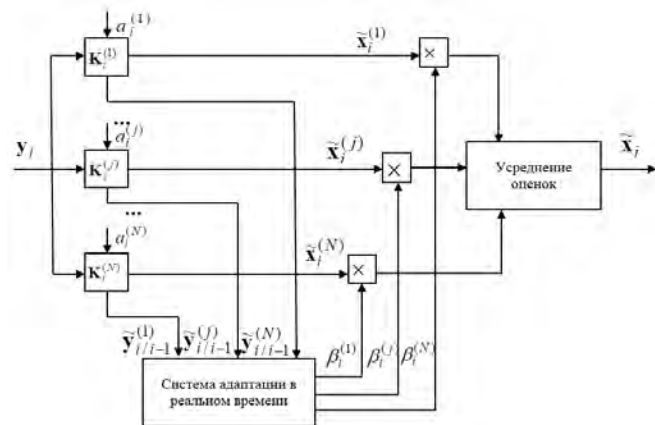


Рис. 1. Адаптивная система оценивания процесса с разладкой

III. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТРАЕКТОРНОГО СЛЕЖЕНИЯ

Рассмотрим пример движения объекта в сферической системе координат [2, 8, 9]. Предполагается отсутствие его перемещений в вертикальной плоскости. Необходимо оценить в декартовой системе координат вектор состояния $\mathbf{x}_i = [x_i, v_i^x, y_i, v_i^y]^T$ маневрирующего в горизонтальной плоскости объекта (высота не меняется) по результатам измерения полярных координат дальности ρ_i и азимута α_i двухкоординатной радиолокационной станцией [2, 8]:

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} \rho_i \\ \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1(x_i, y_i) \\ s_2(x_i, y_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \\ \arctg \frac{y_i}{x_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \rho_i \\ \Delta \alpha_i \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Для получения линейной модели измерений первичные измерения полярных координат объекта дальности ρ_i и пеленга α_i могут быть преобразованы в прямоугольную систему координат и представлены в форме [2, 9]

$$x_i^* = \underbrace{\rho_i \cos \alpha_i}_{x_i} + \Delta x_i; \quad y_i^* = \underbrace{\rho_i \sin \alpha_i}_{y_i} + \Delta y_i, \quad (3)$$

где Δx_i и Δy_i – случайные ошибки измерений координат с характеристиками:

$$\begin{aligned} E(\Delta x_i) &= E(\Delta y_i) = 0; \\ \sigma_{\Delta x_i}^2 &= E(\Delta x_i^2) = \sigma_{\Delta \rho_i}^2 \cos^2 \alpha_i + \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2 \sin^2 \alpha_i; \\ \sigma_{\Delta y_i}^2 &= E(\Delta y_i^2) = \sigma_{\Delta \rho_i}^2 \sin^2 \alpha_i + \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2 \cos^2 \alpha_i; \\ E(\Delta x_i \Delta y_i) &= R_{\Delta x_i \Delta y_i} = (\sigma_{\Delta \rho_i}^2 - \sigma_{\Delta \alpha_i}^2 \rho_i^2) \sin \alpha_i \cos \alpha_i. \end{aligned}$$

Линейные измерения могут быть использованы в фильтре Калмана.

Объект на траектории совершает маневр по курсу на постоянной высоте с перегрузкой $4g$, двигаясь с постоянной скоростью $v = 300$ м/с (траектория на рис. 2, а, б). Период обзора $T = 2$ с, $\sigma_{\Delta \rho_i} = 20$ м, $\sigma_{\Delta \alpha_i} = 5^\circ$.

Начальное движение объекта равномерное прямолинейное по курсу 135° в течение 30 периодов обзора T РЛС. Маневр продолжается в течение $15 T$. По окончании маневра объект продолжает равномерное прямолинейное движение 30 периодов обзора T .

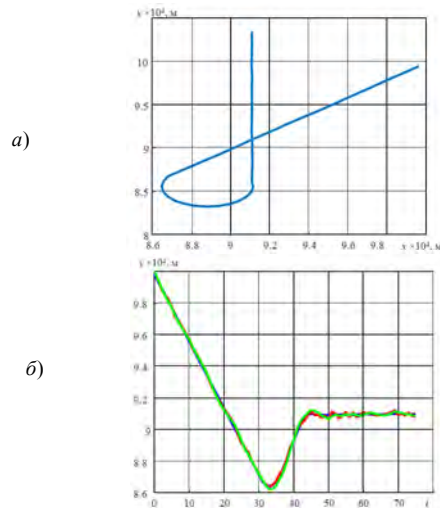


Рис. 2. Траектории маневрирующего объекта

Полиномиальная модель движения в горизонтальной плоскости в декартовой системе координат для координаты x_i и ее скорости v_i^x (для координаты y_i и ее скорости v_i^y запись аналогична) может быть записана в виде

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + v_{i-1}^x \cdot T + (w_i^{ax} + a_i^x)T^2/2, \\ v_i^x &= v_{i-1}^x \cdot T + (w_i^{ax} + a_i^x)T. \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) в качестве модели сопровождающего параметра $\theta_i^x = a_i^x$ выбран полумарковский процесс [2], который принимает только фиксированные значения в диапазоне от $-a_{\max}$ до $+a_{\max}$. Переходы скачкообразного процесса из состояния k в состояние j происходят с вероятностью π_{kj} , определяемой априорными данными о маневре объекта.

В момент времени t_{i-1} параметр занимает состояние a_{i-1}^x , в следующий момент времени t_i может перейти в состояние a_i^x , причем $k \neq j$ или $k = j$; $k, j = \overline{1, N}$. В этом случае выражение для апостериорной вероятности $P(a_i^x / \mathbf{Y}_i)$ примет вид [2]:

$$P(a_i^x / \mathbf{Y}_i) = P_i^j = \frac{\sum_{k=1}^N \pi_{kj} P(a_{i-1}^x / \mathbf{Y}_{i-1}) p(\mathbf{y}_i / a_{i-1}^x)}{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \pi_{kj} P(a_{i-1}^x / \mathbf{Y}_{i-1}) p(\mathbf{y}_i / a_{i-1}^x)}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^N \pi_{kj} P_{i-1}^k \exp\{-[x_i^* - \tilde{x}_{i/i-1}^k]^2 q_i^{-1} / 2\}}{\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \pi_{kj} P_{i-1}^k \exp\{-[x_i^* - \tilde{x}_{i/i-1}^k]^2 q_i^{-1} / 2\}}. \quad (5)$$

Сопоставление рис. 1 и формулы (5) дает $\beta_i^j = P_i^j$. При моделировании период обзора $T = 2$ с, $\sigma_w^x = \sigma_w^y = g / 2$.

Математическое описание фильтров Калмана сложно записать с использованием математических моделей движения (4) и измерений (3) и по этой причине в статье не приводится.

В качестве нейросетевых фильтров были применены нейронные сети прямого распространения, обученные с учителем.

В случае байесовской постановки задачи оценивания априорная информация об оцениваемом векторе \mathbf{x}_i и используемых измерениях \mathbf{Y}_i задается либо в виде их совместной функции плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) $f(\mathbf{x}_i, \mathbf{Y}_i)$, что характерно для традиционной постановки, либо в виде согласованного набора реализаций [5, 6, 8–9]

$$\{(\mathbf{Y}_i^{(j)}, \mathbf{x}_i^{(j)})\}, \quad j = \overline{1, L}, \quad (6)$$

что характерно для постановки задачи оценивания с использованием настраиваемых, обучаемых систем.

Пары $\mathbf{x}_i^{(j)}$, $\mathbf{Y}_i^{(j)}$, $j = \overline{1, L}$ являются реализациями случайного вектора $[\mathbf{x}_i^T \quad \mathbf{Y}_i^T]^T$ с ф.п.р.в. $f(\mathbf{x}_i, \mathbf{Y}_i)$.

Обучающий массив и тестовый массивы формируются с использованием уравнений для модели поведения процесса (4) и измерений (2) или (3).

Если априорная информация задана в виде (6), то, располагая таким набором данных, можно найти с использованием нейронной сети оценку $\tilde{\mathbf{x}}_i^{NN}(\mathbf{Y}_i)$, минимизирующую критерий вида

$$\tilde{J}_i = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \|\mathbf{x}_i^{(j)} - \tilde{\mathbf{x}}_i^{NN}(\mathbf{Y}_i^{(j)})\|^2,$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_i^{NN}(\mathbf{Y}_i) = \mathbf{K}_i^{NN}(\mathbf{Y}_i, \tilde{\mathbf{W}}_i)$, $\mathbf{K}_i^{NN}(\mathbf{Y}_i, \tilde{\mathbf{W}}_i)$ – нейронная сеть, $\tilde{\mathbf{W}}_i$ – матрица, определяющая набор весов, \mathbf{Y}_i – вход нейронной сети [5, 6].

Были подготовлены 2 варианта нейросетевых фильтров. В первом варианте для обучения использовалась модель движения (4) и пересчитанные вне фильтра измерения (3), которые используются при построении линейного ФК. Во втором варианте для обучения использовалась модель движения (4) и непосредственно измерения (2).

Для построения нейронной сети выбран декомпозиционный подход [10]. В качестве исходной выбрана двухслойная нейронная сеть с последовательными связями. НС содержит один скрытый слой с 20 нейронами. Выходной слой содержит 2 нейрона. $\varphi(s) = th s = \frac{e^s - e^{-s}}{e^s + e^{-s}}$ – активационная функция нейронов скрытого слоя, $\psi(s) = s$ – активационная функция нейронов выходного слоя. На вход НС подается прошлая оценка, текущее и только часть предыдущих измерений. Выходными сигналами НС является координата x_i и ее скорость v_i^x .

На рис. 3, а приведены графики среднеквадратических отклонений ошибок фильтрации по координате x неадаптивным, а на рис. 3, б – адаптивными фильтрами, где:

1 – расчетное среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибок оценивания $\sigma_i^{\text{ФК}}$, соответствующее дисперсии ошибок оптимального оценивания, которое является диагональным элементом расчетной матрицы ковариаций ошибок ФК;

2 – выборочное СКО ошибок измерения по координате x_i $\tilde{\sigma}_i^x$;

3 – выборочные СКО ошибок оценивания $\tilde{\sigma}_i$ адаптивными ФК и нейросетевым фильтром, обученным с использованием моделей процесса (2) измерений (3) при $N=3$ и $a_{\max} = 4g$;

4 – $\tilde{\sigma}_i$ при $N=3$ и $a_{\max} = 8g$.

Точности, достигаемые с использованием банка ФК и банка нейросетевых фильтров 1 варианта, совпадают. Точности фильтрации, достигаемые с использованием банка нейросетевых фильтров 2 варианта, выше на 10%.

Для формирования итоговой оценки фильтрации с использованием банка ФК или банка НС использовалось выражение (5).

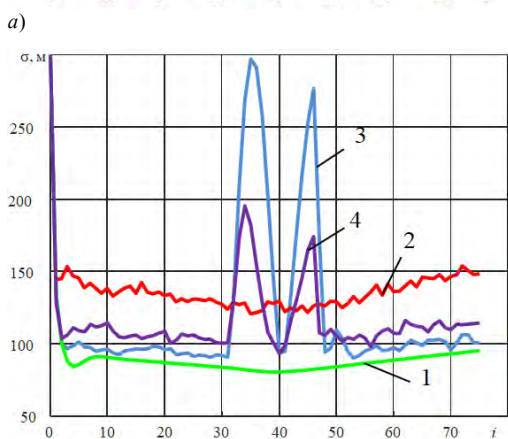
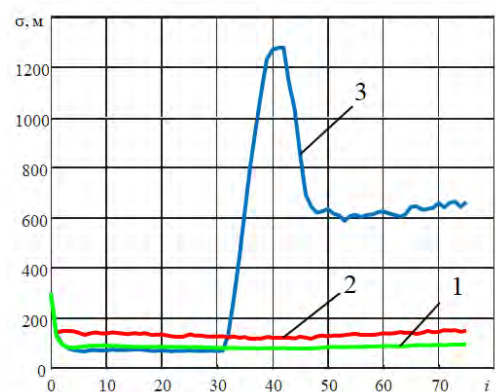


Рис. 3. СКО ошибок фильтрации по координате x : а) – неадаптивным фильтром; б) – адаптивными фильтрами

Была предпринята попытка использования для вычисления вероятностей по невязкам измерений нейронной сети глубокого обучения с использованием рекуррентного слоя долгой краткосрочной памяти (англ. Long short-term memory; сеть LSTM) и слоя SoftMax, который и предназначен для формирования на своем выходе вероятностей. В настоящее время исследуемые нейросетевые алгоритмы находятся в процессе доработки.

IV. Выводы

Дана постановка задачи адаптивного оценивания процессов с разладкой.

Для решения задачи рассмотрены традиционный и нейросетевой методы решения.

Предложено решение задачи адаптивного оценивания с минимизацией среднеквадратического критерия на основе банка традиционных фильтров Калмана и банка нейросетевых алгоритмов.

Рассмотрены возможности использования НС прямого распространения для слежения за маневрирующими объектами.

В качестве иллюстрирующего примера рассмотрена задача адаптивной оценки процессов с разладкой применительно к траекторному слежению за маневрирующим объектом по данным РЛС.

V. ПЕРСПЕКТИВЫ

Представляется интересным для решения задач адаптивного оценивания процессов с разладкой построение глубоких нейронных сетей со сверточными и рекуррентными слоями. Одной из сложных проблем, которые надо решать при синтезе таких систем, является подготовка и разметка обучающего множества (датасета).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение / пер. с англ. А.А. Слинкина. 2-е изд., испр. М.: ДНК Пресс, 2018. 652 с.
- [2] Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию. Киев: Издательство КВиЦ, 2000. 428 с.
- [3] Bar-Shalom, Y., Li, X.-Rong, and Thiagalingam, Kirubarajan. Estimation with applications to tracking and navigation, New York, John Wiley & Sons, 2001, p. 558.
- [4] Степанов О.А. Линейный оптимальный алгоритм в нелинейных задачах обработки навигационной информации // Гироскопия и навигация. 2006. № 4 (55). С. 11–20.
- [5] Stepanov, O.A., Toropov, A.B., Comparison of Kalman-type algorithms in nonlinear navigation problems for autonomous vehicles, 6th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles, Toulouse, France, 2007, vol. 6, issue PART 1, pp. 493–498.
- [6] Stepanov, O.A., Amosov, O.S., The Comparison of the Monte-Carlo method and neural networks algorithms in nonlinear estimation problems, 9th IFAC Workshop «Adaptation and Learning in Control and Signal Processing», ALCOSP'2007, Saint Petersburg, 2007, IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline), vol. 9, issue PART 1, pp. 392–397.
- [7] Степанов О.А., Моторин А.В. Методы адаптивного оценивания в задачах обработки навигационной информации // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2019). Москва. 17–20 июня 2019. С. 1359–1366.
- [8] Amosov, O.S., Malashevskaya, E.A., Baena, S.G., High-speed neurofuzzy algorithms for filtering the mobile object trajectory parameters, 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2016, Proceedings, pp. 389–392.
- [9] Amosov, O.S., Baena, S.G. Wavelet Based Filtering of Mobile Object Fractional Trajectory Parameters. IEEE International Conference on Control and Automation (IEEE ICCA 2017), Ohrid, Macedonia. July 3–6, 2017. art. no. 8003045. pp. 118–123, doi: 10.1109/ICCA.2017.8003045.
- [10] Amosov, O.S., Baena, S.G. Decomposition Synthetic Approach for Optimum Nonlinear Estimation, IFAC-PapersOnLine, 2015, vol. 48. no. 11, pp. 819–824.

Численное и аналитическое моделирование движения наноразмерных элементов инерциальных датчиков

М.А. Барулина
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
barulina@iptmuran.ru

Д.В. Кондратов
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
kondratov@iptmuran.ru

О.В. Маркелова
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
markelova@iptmuran.ru

С.А. Галкина
Институт проблем точной
механики и управления РАН
Саратов, Россия
galkina@iptmuran.ru

Аннотация— В работе построена математическая модель движения конструктивных элементов микро- и нанодатчиков – наноластин, находящихся под воздействием стационарной распределенной нагрузки. Построение математической модели основано на принципе виртуальных перемещений, теории деформации пластин третьего порядка и новой модифицированной теории парных напряжений. Аналитическое решение было получено для некоторых видов закрепления. Проведена верификация полученных соотношений путем численного моделирования с помощью ANSYS и при нулевых значениях параметров, которые вводятся новой модифицированной теорией изгиба и учитывают несплошность материала пластины. Отличие получаемых результатов составило менее 0.8%. Проведена серия компьютерных экспериментов для определения степени влияния размерно зависимых параметров материала на прогиб наноластины.

Ключевые слова—теория пластин третьего порядка, аналитическое решение, нанолампа, размерно-зависимая пластины.

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наблюдается устойчивый тренд на уменьшение массогабаритных характеристик навигационных систем и, соответственно, датчиков, входящих в эти системы, а также их элементов. Идут активные работы по созданию как МЭМС-датчиков, содержащих отдельные наноразмерные элементы, так и НЭМС-датчиков, все элементы которых не превышают 100 нм. Потенциальная область применения нано- и микродатчиков с наноразмерными элементами обширна. Например, они могут использоваться для измерения массы молекул, при этом чувствительный элемент имеет фактор в виде высокочастотных нанобалок или наноластин [1–3].

При этом разработка таких устройств сталкивается с рядом проблем. Одной из таких проблем является невозможность применения классических теорий для изучения движения наноразмерных элементов, так как нарушаются основные гипотезы таких теорий, например, гипотеза сплошности. Существует ряд теорий, которые позволяют путем введения в рассмотрение дополнительных параметров адаптировать классические теории к изучению наноразмерных объектов. Ранее другими авторами были получены численные решения изгиба

наноразмерных объектов в виде балок или пластин Кирхгофа, описываемые теорией изгиба первого порядка [4] или пластин Миндлина [5]. Но, учитывая, что в большом количестве описанных в литературе конструктивных схем наноразмерные элементы представляют собой высокочастотные резонаторы [6], использование для описания их динамики теории изгиба первого порядка не может быть применимо. Поэтому представляется важным и актуальным построение математической модели движения наноразмерных элементов с использованием теории деформации третьего порядка.

Целью настоящей работы является:

Разработка математической модели движения наноластин, находящихся под действием нестационарной распределенной нагрузки и представляющих собой элементы инерциальных датчиков, а также построение решения этой модели для некоторых граничных условий, используя принцип виртуальных перемещений, теорию изгиба третьего порядка, новую модифицированную теорию парных напряжений.

Теория деформации пластин третьего порядка заключается в том, что прямолинейный элемент нормали к недеформированной срединной поверхности при малых деформациях сохраняет свою длину и прямолинейность, но не остается перпендикулярным к деформированной срединной поверхности. Теория изгиба третьего порядка, в отличие от классической теории Кирхгофа-Лява, позволяет более полно учитывать пространственные эффекты и исследовать, например, движение пластин при наличии, высокочастотных колебаний.

Новая модифицированная теория парных напряжений была предложена W. Chen и X. Li. [7]. В этой теории вводятся в рассмотрение три размерно зависимых параметра материала, которые позволяют учесть неоднородность распределения материала по трем координатным направлениям.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- провести анализ существующих и перспективных конструктивных схем датчиков, содержащих наноразмерные элементы;

- рассмотреть теории, разработанные для адаптации классических теорий деформации к наноразмерным объектам. К таким теориям относится, например, модифицированная теория парных напряжений;
- создать математическую модель изгиба наноразмерного элемента в виде пластины, находящейся под распределенной нагрузкой, с использованием принципа виртуальных перемещений, теории изгиба третьего порядка, новой модифицированной теории парных напряжений;
- получить аналитическое решение изгиба рассматриваемого наноразмерного элемента при некоторых граничных условиях;
- провести серию компьютерных экспериментов для верификации полученных соотношений и установления степени влияния параметров, которые вводятся в новой модифицированной теории изгиба (размерно зависимый параметр материала), на прогиб нанопластины.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

A. Основные соотношения

Рассмотрим ортотропную размерно-зависимую пластину постоянной толщины h под воздействием распределенной нагрузки, приложенной к верхней грани пластины. Центр координат расположим в левом углу срединной плоскости пластины. Оси x_1, x_2 направлены по длине и ширине пластины. Положительное направление оси x_3 – вертикально вниз от срединной пластины по ее толщине. Таким образом, координата точек срединной плоскости будет иметь вид $(x_1, x_2, 0)$. Плотность ρ_0 пластины – постоянна.

Перемещения произвольной точки пластины согласно теории деформации третьего порядка имеет вид:

$$\begin{aligned} u_1(t, x_1, x_2, x_3) &= u_0(t, x_1, x_2) + x_3 \phi_1(t, x_1, x_2) - \frac{4}{3h^2} x_3^3 \left(\phi_1(t, x_1, x_2) + \frac{\partial w_0(t, x_1, x_2)}{\partial x_1} \right) \\ u_2(t, x_1, x_2, x_3) &= v_0(t, x_1, x_2) + x_3 \phi_2(t, x_1, x_2) - \frac{4}{3h^2} x_3^3 \left(\phi_2(t, x_1, x_2) + \frac{\partial w_0(t, x_1, x_2)}{\partial x_2} \right), \\ u_3(t, x_1, x_2, x_3) &= w_0(t, x_1, x_2) \end{aligned}$$

где (u_0, v_0, w_0) – перемещения точек срединной плоскости вдоль координатных осей (x_1, x_2, x_3) , ϕ_1, ϕ_2 – углы поворота сечения пластины относительно осей x_2 и x_1 соответственно.

Основные соотношения согласно новой модифицированной теории парных напряжений:

$$\sigma_{ij} = \hat{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl}; \quad m_{ij} = l_i^2 G_i \chi_{ij} + l_j^2 G_j \chi_{ji}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}); \quad \chi_{ij} = \omega_{i,j}; \quad \omega_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} u_{k,j},$$

где l_i – размерно-зависимый параметр и нижний индекс i означает направление, l_i можно рассматривать как измерение размеров примесей или дефектов в микроструктурах; C_{ijkl}, G_i – упругие константы; σ, ε – тензор напряжений и деформаций; χ – тензор кривизны (градиента вращения); m – тензор парных напряжений; u – перемещение; e – символ перестановки (символ Леви-Чивита).

B. Математическая модель и аналитическое решения для свободно опертой нанопластины

Процесс получения уравнений движения нанопластины подробно описан в [8]. Полученные уравнения довольно сложны, но для ряда граничных условий можно получить аналитическое решение.

Так, аналитическое решение может быть сформулировано для свободно опертой нанопластины. В этом случае неизвестные переменные $(u_0, v_0, w_0, \phi_1, \phi_2)$ должны быть представлены в виде двойных рядов Фурье:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} U_{nm}(t) \cos(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2); \quad v_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} V_{nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \cos(\beta_m x_2) \\ w_0 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2); \quad \phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_{1nm}(t) \cos(\alpha_n x_1) \sin(\beta_m x_2) \\ \phi_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \Psi_{2nm}(t) \sin(\alpha_n x_1) \cos(\beta_m x_2); \quad \alpha_n = n\pi/L_1, \quad \beta_m = m\pi/L_2 \end{aligned}$$

Тогда уравнения движения можно свести к системе линейных дифференциальных уравнений:

$$A \frac{\partial^2}{\partial t^2} V = -I_{5 \times 5} Q + BV, \quad (1)$$

где $V = (U_{nm}, V_{nm}, W_{nm}, \Psi_{1nm}, \Psi_{2nm})^T$, $I_{5 \times 5}$ – единичная матрица, $Q = (0, 0, 1260 Q_{nm}, 0, 0)^T$ – вектор внешних нагрузок, A и B – матрицы, компоненты которых зависят от упругих констант и размерно-зависимых параметров.

Матричное уравнение (1) имеет довольно простую форму и может быть аналитически решено.

III. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Моделирование проводилось для нанопластины со следующими параметрами:

$$\begin{aligned} \rho &= 1840 \text{ кг/м}^3, \quad h = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}, \quad L_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \quad L_2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}, \\ E_1 &= 2.04 \cdot 10^{10} \text{ Па}; \quad E_2 = 1.84 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \quad E_3 = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \\ G_{12} &= 9.2 \cdot 10^9 \text{ Па}; \quad G_{23} = 8.4 \cdot 10^9 \text{ Па}; \quad G_{13} = 6.6 \cdot 10^9 \text{ Па}, \\ \nu_{12} &= 0.11, \quad \nu_{13} = 0.14, \quad \nu_{23} = 0.09. \end{aligned}$$

Результат решения уравнения (1) показан на рис. 1. Максимальный прогиб пластины имеет место в ее центре и равен $5.0397 \cdot 10^{-9}$ м при $l_i = 0$. Максимальный прогиб пластины, согласно расчетам ANSYS, составлял $5.0823 \cdot 10^{-9}$ м. Таким образом, погрешность полученного решения составила менее 0,8%.

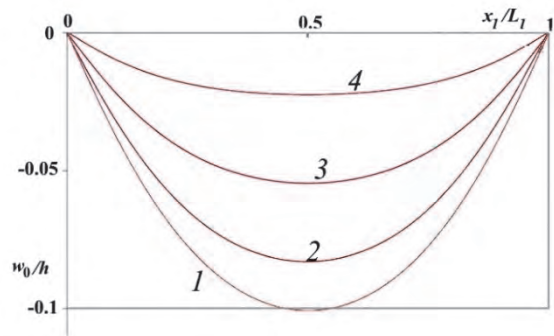


Рис. 1. Безразмерный прогиб средней плоскости пластины, $x_2 = L_2/2$: 1 – $l_i = 0$; 2 – $l_i = 1/4h$; 3 – $l_i = 1/2h$; 4 – $l_i = 1/h$

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе была построена математическая модель движения такого наноразмерного элемента датчика, как наноразмерная прямоугольная пластина, находящаяся под действием нестационарной распределенной нагрузки. Для построения модели были использованы принцип виртуальных перемещений, теория изгиба пластин третьего порядка и новая модифицированная теория парных напряжений. Компоненты (u_0, v_0, w_0) вектора смещения точек срединной поверхности и углы поворота ϕ_1 и ϕ_2 поперечного сечения пластины были представлены в виде двойных тригонометрических рядов.

Построенное решение было проверено путем сравнения результатов расчета с результатами численного моделирования плит, выполненного в одном из известных программ конечно-элементного моделирования. Эксперименты показали сильное влияние размерно-зависимых параметров на деформацию пластины; качественно эта зависимость хорошо коррелирует с зависимостями, полученными ранее другими авторами для нанобаров.

Полученные результаты могут быть использованы для моделирования деформаций и напряженно-деформированного состояния чувствительных элементов наносенсоров, представляющих собой нанопластину.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №19-08-00807.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yang, Y.T., Callegari, C., Feng, X.L., Ekinci, K.L., Rouke, M.L., Zeptogram-scale nanomechanical mass sensing, *Nano letters*, 2006, vol. 6, no. 4, pp. 583–586.
- [2] de Oliveira, O., Marystela, F.L.G., de Lima Leite, F., Da Luzia Róz, A., *Nanoscience and its applications*, Norwich: William Andrew, 2017.
- [3] Askari, H., Jamshidifar, H., Fidan, B., High resolution mass identification using nonlinear vibrations of nanoplates, *Measurement*, 2017, vol. 101, pp. 166–174.
- [4] Emam, S.A., A general nonlocal nonlinear model for buckling of nanobeams, *Applied Mathematical Modelling*, 2013, vol. 37, no. 10–11, pp. 6929–6939.
- [5] Yekani, S.M.A., Fallah, F., A Levy solution for bending, buckling, and vibration of Mindlin micro plates with a modified couple stress theory, *S N Appl. Sci.*, 2020, vol. 2, no. 12.
- [6] Barulina, M.A., Galkina, S.A., Markelova, O.V., Golikova, O.V., From micro to nano. Problems of modeling of nanoelectromechanical sensors, *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.*, 2020, vol. 984, p. 12012.
- [7] Chen, W., Li, X., A new modified couple stress theory for anisotropic elasticity and microscale laminated Kirchhoff plate model, *Arch Appl Mech.*, 2014, vol. 84, no. 3, pp. 323–341.
- [8] Barulina, M.A., Equations of Motion of a NEMS-sensor's Sensing Element as Rectangular Size-Dependent Nanoplate, *Nano- and microsystem technology*, 2020, vol. 3, pp. 164–171.

Общая теория резонаторов НЭМС в виде нанобалок и нанопластин

И.В. Папкина
Саратовский государственный
технический университет имени
Гагарина Ю.А., Саратов
ikravzova@mail.ru

А.В. Крысько
Саратовский государственный
технический университет имени
Гагарина Ю.А., Саратов
anton.krisko@gmail.com

В.А. Крысько
Саратовский государственный
технический университет имени
Гагарина Ю.А., Саратов
tak@sun.ru

Аннотация—Работа посвящена построению общей теории резонаторов НЭМС с учетом размерно зависимых параметров на основе модифицированной моментной, градиентной и поверхностной теорий упругости. Рассматриваются резонаторы в виде слоистых балок и пластин из ортотропного, неоднородного, разномодульного материала. Нанорезонаторы находятся под действием электростатической силы, силы Казимира и Ван-дер-Ваальса. Используются деформационная теория пластичности.

Ключевые слова—НЭМС, МЭМС, математическая модель, нанопластинка, нанобалка, связанная задача термоупругости на основе модифицированной моментной теории и теории Кармана, хаос, ляпуновские показатели, Фурье-спектр.

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные тенденции развития микромеханических датчиков инерциальной информации (ММДИИ) связаны с уменьшением размеров их компонентов вплоть до наноразмеров. При этом в настоящее время идет переходный период, в котором получают распространение датчики, в которых микро- и наномеханические компоненты размещаются на одной подложке. Под наномеханическими датчиками инерциальной информации (НМДИИ) будем понимать датчики, имеющие как микро-, так и наноразмерные компоненты (датчики колебаний [1], микроприводы [2], микропереключатели [3]). Поскольку масштабы таких структур довольно малы, свойства материалов и притяжение межмолекулярных сил играют важную роль, которую нельзя игнорировать при точном теоретическом моделировании таких структур. Зависимость упругого поведения от размеров тела в микронном масштабе экспериментально наблюдалась в разных веществах (металлах [4, 5] и сплавах [6], полимерах [7], кристаллах [8]).

При переходе от МЭМС к НЭМС размеры элементов уменьшаются, что делает методы изготовления, ранее разработанные для МЭМС, непригодными для производства высокоточных элементов НЭМС. Новая концепция изготовления строительных блоков для устройств нанoeлектроники и наномеханики обсуждалась в [9].

Использование наноразмерных балок, пластин и облочков в качестве основных элементов наномеханических датчиков инерциальной информации (НМДИИ), например, в датчиках удара и биосенсорах, устройствах памяти, детекторах биомассы, миниатюрных коллекторах вибрационной энергии становится все более распространенным. Этот класс датчиков имеет ряд преимуществ, а именно малую стоимость и очень малый размер. Вместе с широким применением наноструктур в современных приборах возникает необходимость моделировать их механическое поведение с большой точностью.

Из-за нелинейной природы конструктивных элементов этих устройств для точной их работы требуется подавление нелинейностей, поскольку они могут повлиять на эффективность и привести к отказу. В свою очередь, нелинейности часто используются для достижения лучших характеристик работы устройства. Элементы этих конструкций работают в условиях неравномерного нестационарного нагрева, при котором изменяются физико-механические свойства материалов и возникают градиенты температуры, сопровождающиеся неодинаковым тепловым расширением частей элементов. Напряжения, возникающие из-за воздействия тепловых и силовых факторов, могут приводить к образованию трещин и разрушению конструкций из хрупкого материала. Тенденция материала к охрупчиванию повышается при действии мгновенных термических и силовых возмущений. Повторные нагружения могут вызвать усталостные разрушения. В известной литературе этим вопросам не уделялось внимание.

Механизмы, основанные на построении новых адекватных математических моделей, применении методов нелинейной динамики, современного программного обеспечения демонстрируют большие возможности для моделирования нанодатчиков с высокой чувствительностью.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Область Ω пространства R^3 в декартовой системе координат определена следующим образом (рис. 1): $\Omega = \{(xyz/xy) \in [0, a] \times [0, b], -h \leq z \leq h\}$, где a – длина, b – ширина пластины, $2h$ – толщина пластины, область $S = \{[0, a] \times [0, b]\}$ – прямоугольный план пластины δ_i – толщина i -го слоя пластины, $i = 0, n + m$; $z = -h$ – нижняя лицевая поверхность пластины; $z = h$ – верхняя лицевая поверхность пластины.

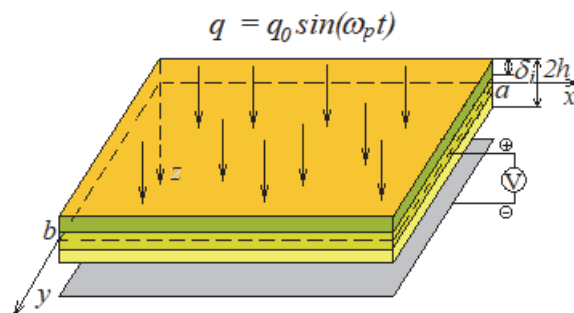


Рис. 1. Расчетная схема пластины

Декартова система координат привязана к срединной поверхности пластинки так, как показано на рис. 1. Используются следующие гипотезы: тело многослойной пластины упругое, неоднородное, ортотропное. Геометрическая нелинейность учитывается по модели Новожилова [10]; учитывается градиентная и поверхностная

теории упругости. В частном случае из градиентной теории можно получить модифицированную теорию упругости. Учитывается кинематическая гипотеза n -го приближения. Пусть u_x и v_y – перемещения пластинки в направлениях x, y соответственно, w_z – прогиб. $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$ – компоненты тензора деформаций пластинки по теории n -го порядка. Разрешающие уравнения движения пластинки, граничные и начальные условия получим из вариационного принципа Остроградского–Гамильтона:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta K - \delta \Pi + \delta W) dt = 0, \quad (1)$$

здесь K, Π – кинетическая и потенциальная энергия соответственно, δW – работа внешних сил. В классической теории упругости работа деформации и энергия деформации зависят от тензора напряжений и не зависят от вектора вращения вследствие материальной независимости. Однако градиент вектора вращения может представлять собой существенный фактор в уравнениях состояния.

Для микро- и нанобалок Лам и соавт. [11] представили модифицированную теорию градиента деформации, включающую дополнительное уравнение равновесия помимо классических уравнений равновесия, а также дополнительные тензоры, а именно тензор градиента симметричного вращения, тензор градиента дилатации и тензор градиента растяжения девиатора помимо классического тензора деформации. Поэтому для характеристики этих тензоров введены три независимых параметра шкалы длины материала в дополнение к двум классическим материальным константам. Для учета влияния поверхности Гуртин и Мердок [12] разработали общую континуальную модель поверхностной теории упругости. В их формулировке поверхность твердого тела рассматривается как очень тонкий слой, прилипший к нижележащему материалу без проскальзывания. Константы для материала и поверхностного слоя различны.

На пластинку действует нагрузка:

$q(x, y, t) = q_n + q_0 \sin(\omega_p t) + q_k + q_v + q_{kul}$ – внешняя нормальная нагрузка, q_n – аддитивный цветной шум, q_0 – амплитуда внешней нормальной нагрузки, ω_p – частота

возбуждения, $q_{kul} = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2(h_0 - w)^2}$ – электростатическая

сила, где V – разность потенциалов между двумя электродами, $q_v = \frac{A}{6\pi(h_0 - w)^3}$ – сила Ван-дер-Ваальса, где A –

постоянная Хамакера, которая лежит в диапазоне $[0,4; 4] \times 10^{-19}$ Дж в вакууме,

$q_c = q_c^{T=0} + q_c^T = \frac{\hbar c \pi^2}{240(h_0 - w)^4} + \frac{\zeta(3)}{8} \frac{Rk_B T}{(h_0 - w)^2}$ – сила

Казимира, где $\hbar = 1,055 \times 10^{-34}$ Джс – постоянная Планка, деленная на 2π , $c = 2,998 \times 10^8$ мс⁻¹ – скорость света в вакууме, $\zeta(3) = 1,202$ – дзета-функция Римана, k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, R – радиус кривизны сферического пластинки. $q_c^{T=0}$ – сила

Казимира при нулевой температуре. Нулевые колебания вакуума представляют собой случайные электромагнитные квантовые колебания, которые остаются в вакууме после удаления всех других энергий. Учитывая силу Казимира при конечной температуре, другой источник силы возникает из-за тепловых колебаний электромагнитного поля, представленного q_c^T . На малых расстояниях, $((h_0 - w) \leq 1$ мкм при $T = 300K$) тепловая сила Казимира намного меньше, чем нулевая сила Казимира: $F_c^T \ll q_c^{T=0}$. Но на больших расстояниях $(h_0 - w) \geq 3$ мкм при $T = 300 K$ тепловая сила Казимира доминирует: $q_c^T \gg q_c^{T=0}$. Отметим, что тепловая сила Казимира F_c^T , которая здесь описывается моделью Друде, также может быть рассчитана по модели плазмы $F_c^T = (\zeta(3)/4) (Rk_B T / (h_0 - w)^2)$, хотя при наноразмерных расстояниях относительная разница между ними очень мала. Когда расстояние разделения намного меньше, чем длина волны поглощения для диэлектрика и длина волны плазмы для металла (обычно ниже 20 нм), модель Друде дает переход от режима Казимира к режиму Ван-дер-Ваальса, а затем, когда расстояние разделения пересекает переходная область Ван-дер-Ваальса, становится действующей. Построена математическая модель температурного поля для ортотропного тела на основе следующих гипотез: 1) гипотеза Катанео–Вернота, которая учитывает задержку времени (время релаксации), т.к. процесс передачи кванта энергии на микроуровне от элемента объема тела к соседним элементам происходит с задержкой во времени относительно момента получения кванта; 2) гипотеза Максвелла–Каттанео–Лькова, которая учитывает задержку или демпфирование градиента температуры. Гипотезы в сочетании с уравнением теплового баланса позволяют получить гиперболическое уравнение теплопроводности, учитывающее тепловую инерцию.

В частном случае из полученной системы дифференциальных уравнений получаем уравнения для изотропной пластины.

В основу вывода основных уравнений положена деформационная теории пластичности, согласно которой модуль растяжения E и коэффициент поперечного сжатия ν связаны с модулем сдвига G и объемной деформацией K формулами для изотропного материала:

$$E = \frac{9KG}{3K + G}, \nu = \frac{1}{2} \frac{3K - 2G}{3K + G}. \quad (2)$$

Здесь мы считаем $K = K_0 = const$. В теории малых упруго-пластических деформаций модуль сдвига определяется по формуле

$$G = \frac{1}{3} \frac{\sigma_i(e_i)}{e_i}, \quad (3)$$

где σ_i – интенсивность напряжения, а e_i – интенсивность деформаций:

Процесс нагружения и разгрузки элемента приведен на рис. 2. В частном случае, когда слоистая структура в виде балок и пластин из изотропного неоднородного материала, каждый из которых обладает своими свойствами имеет свою диаграмму.

Подробное описание в работе [13].

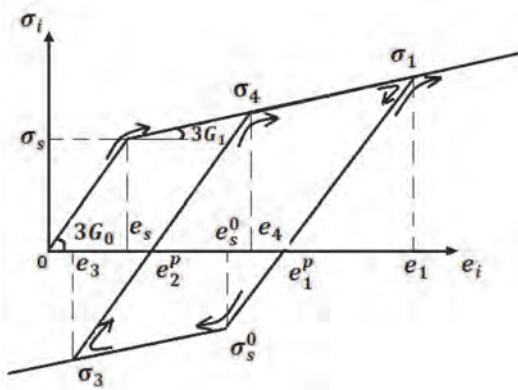


Рис. 2. Графическая зависимость $\sigma_i(e_i)$

Все существующие материалы обладают свойствами, когда модуль упругости и коэффициент Пуассона разные при растяжении и сжатии, причем они существенно зависят от температуры и напряженно-деформируемого состояния. В работе используются гипотезы для разномодульного материала С.А. Амбарцумяна [14]. Диаграмма зависимости напряжения σ_0 от деформаций ε_0 для изотропного материала приведена на рис. 3 [15]. Каждый слой пластины может быть как разномодульным, так и одномодульным.

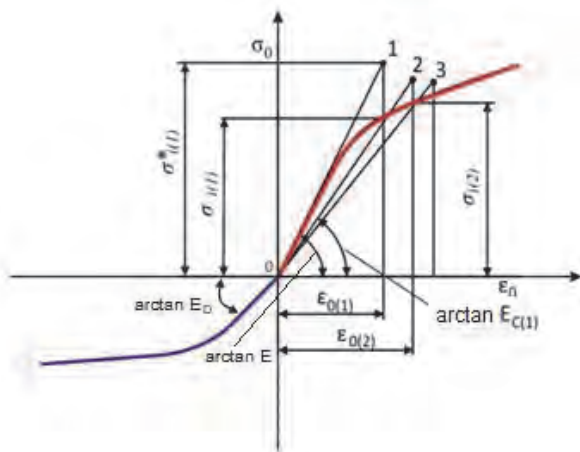


Рис. 3. Разномодульный материал

Как частный случай получены математические модели нанорезонаторов модели Эйлера–Бернулли–Кирхгофа, С.П. Тимошенко [16], Шереметьева–Пелеха [17], Григолоука–Куликова [18–20]. Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений описывает нелинейную динамику различных связанных полей и учитывает неоднородность материала. Системы уравнений в частных производных решены как системы с почти бесконечным числом степеней свободы. Системы нелинейных дифференциальных уравнений сводятся к задаче Коши разными по своей структуре методами (вариационными методами, конечно-разностными методами 2-го, 4-го порядка точности, конечными разностями конечного элемента, а задача Коши также решается разными методами: Ньюмарка, Рунге–Кутты от 4-го до 6-го порядка, методом продолжения по параметру). Исследуется сходимость этих методов для получения достоверных результатов. Для анализа типа хаотической динамики

также применены разные методы для определения спектра ляпуновских показателей (Вольфа, Розенштейна, Канца, Сано–Савада и разработанный авторами на основе сетевой структуры). Такая постановка и разработанный комплекс программ позволит получить достоверные результаты, наиболее близко отражающие реальную работу прибора.

Выводы

1. Построена общая теория НЭМС резонаторов в виде многослойных нанобалок и нанопластин, подчиняющихся кинематическим моделям Эйлера–Бернулли, Кирхгофа, Тимошенко, Шереметьева–Пелеха, Григолоука–Куликова.
2. Построенная теория учитывает геометрическую нелинейность по модели Кармана, а также физическую нелинейность по деформационной теории пластичности.
3. Построенная теория наиболее близко описывает свойства материала слоистой структуры, который может быть разномодульным. Его свойства зависят от температуры и напряженно-деформируемого состояния и разномодульности.
4. Размерная зависимость материала учтена на основе различных теорий. А именно: модифицированная моментная теория упругости, градиентная теория упругости и поверхностная теория упругости.
5. Слоистая структура НЭМС-резонатора выполнена из ортотропного материала – как симметричного, так и несимметричного строения относительно срединной поверхности.
6. Численные решения для сведения к задаче Коши получены принципиально разными методами: Бубного–Галеркина в высших приближениях, вариационно-разностным методом, конечно-разностным методом, методом конечных элементов, что подтверждает достоверность результатов.
7. Исследована сходимость. Задача Коши для каждого из методов решена также несколькими методами типа Рунге–Кутты и Ньюмарка.
8. Хаотическая динамика изучена для определения спектра ляпуновских показателей несколькими методами: Вольфа, Розенштейна, Канца, Сано–Савада и разработанным авторами на основе сетевой структуры.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 19-19-00215.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Fu, Y., Zhang, J., Electromechanical dynamic buckling phenomenon in symmetric electric fields actuated microbeams considering material damping, *Acta Mech.*, 2010, 212, 29–42.
- [2] Zand, M., Moghimi, Ahmadian M.T. Static pull-in analysis of electrostatically actuated microbeams using homotopy perturbation method, *Appl. Math. Model.*, 2010, 34, 1032–1041.
- [3] Jia, X.L., Yang, J., Kitipornchai, S., Pull-in instability of geometrically nonlinear micro-switches under electrostatic and Casimir forces, *Acta Mech.*, 2011, 218, 161–174.
- [4] Fleck, N.A., Muller, G.M., Ashby, M.F., Hutchinson, J.W., Strain gradient plasticity: theory and experiments, *Acta Metall. Mater.*, 1994, 42, 475–487.

- [5] Nix, W.D., Mechanical properties of thin films, *Metall. Trans. A*, 1989, 20, 2217–2245.
- [6] Mazza, E., Abel, S., Dual, J., Experimental determination of mechanical properties of Ni and Ni-Fe microbars, *Microsystem Technologies*, 1996, 2 (4) 197–202.
- [7] Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J., Tong, P., Experiments and theory in strain gradient elasticity, *J. Mech Phys Solids*, 2003, 51, 1477–1508.
- [8] Ma, Q., Clarke, D.R., Size dependent hardness of silver single crystals, *Journal of Materials Research*, 1995, 10 (4), 853–863.
- [9] Prinz, V.Ya., New precise nanostructures: semiconductor shells and their well ordered, *Microelectronic Engineering*, 2003, 69 (2–4), pp. 466–475.
- [10] Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. Л.-М., 1948.
- [11] Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J., Tong, P., Experiments and theory in strain gradient elasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, 2003, 51, 1477–508.
- [12] Gurtin, M.E., Murdoch, A., A continuum theory of elastic material surfaces, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1975, 57, 291–323.
- [13] Krysko, A.V., Awrejcewicz, J., Papkova, I.V., Krysko, V.A., Stability Improvement of Flexible Shallow Shells Using Neutron Radiation, *Materials*, 2020, vol. 13(14), 3187.
- [14] Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука, 1982. 320 с.
- [15] Awrejcewicz, J., Krysko, V.A., Zhigalov, M.V., Krysko, A.V., Contact interaction of two rectangular plates made from different materials with an account of physical non-linearity, *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(2), 1191–1211.
- [16] Timoshenko, S.P. On the correction for shear of differential equation for transverse vibration of prismatic bar, *Philosophical Magazine*. 1921, 41, 3 6, pp. 744–746.
- [17] Sheremetev, M.P., Pelekh, B.L., Construction of refined plate theory, *Engineering magazine*, 1964, 4(3):34–41.
- [18] Grigolyuk, E.I., Kulikov, G.M., General direction of the development of the theory of shells, *Mekhanika Kompozitnykh Materialov*, 1988, 2:287–298.
- [19] Awrejcewicz, J., Krysko, V.A., Zhigalov, M.V., Papkova, I.V., Krysko-jr., V.A., Mathematical models for quantifying flexible multilayer orthotropic shells under transverse shear stresses, *Composite Structures*, 2018, vol. 204, pp. 896–911.
- [20] Krysko-jr., V.A., Awrejcewicz, J., Zhigalov, M.V., Krysko, V.A., On the mathematical modeling of symmetric/asymmetric multi-layer orthotropic shells, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2020, vol.120, pp.1–14.

■ КРУГЛЫЙ СТОЛ: УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ ■

Проблемы управления и обеспечения навигации в межпланетных миссиях на базе малых КА

М.Ю. Овчинников
Отдел динамики космических систем,
Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН
Москва, Россия
ovchinni@keldysh.ru

Аннотация—Последняя декада ознаменовалась бурным ростом количества миссий на базе малых КА и разнообразием областей их применения. Перечисление реализованных и планируемых миссий стало уже безнадежным делом, пожалуй, за исключением миссий, демонстрирующих новые технологии. Околоземные миссии становятся прерогативой инженеров и даже заводов, серийно производящих малые КА для массового применения. Однако межпланетные миссии на базе малых КА стоят особняком – к сожалению, технологии, применяемые для разработки больших КА для межпланетных миссий, ограниченно применимы для малых аппаратов. В первую очередь это связано с низкими энергетическими возможностями по изменению траектории движения, передаче сигнала на дальние расстояния, автономности существования, навигационному обеспечению таких аппаратов. Хотя с точки зрения научной новизны как решаемых полезной нагрузкой задач, так и основы для баллистической реализации именно межпланетные миссии привлекают внимание исследователей. Дело в том, что традиционные способы, царящие в мире межпланетных миссий – на двигателях большой тяги, для малых аппаратов неприменимы. В работе обсуждаются способы межпланетного передвижения малых КА и проблемы навигационного обеспечения их полета.

Ключевые слова—*малый космический аппарат, кубсат, межпланетная миссия, баллистика, низкоэнергетическая траектория.*

I. ВВЕДЕНИЕ

Будем говорить о межпланетных миссиях на базе кубсатов и их вариантов, скажем, вплоть до формата 12U (1U-аппарат – это кубик объемом один литр, массой около одного килограмма), ибо многие межпланетные космические аппараты (КА) подступают к этому семейству «сверху», уменьшая свою массу до пары-тройки сотен, а

то и десятков килограммов. Напомним, что существует общепринятая, но, пожалуй, мало связанная с какой-либо мнемоникой классификация: от 1000 до 500 кг – это малые, от 500 до 100 – мини, от 100 до 10 – микро, от 10 до 1 – нано, от 1 до 0.1 – пико, от 0.1 до 0.01 – фемто-аппараты. Думается, что это не предел миниатюризации, ибо всерьез рассматривается и «умная пыль», что в какой-то мере тоже можно рассматривать как спутники. Автор 20 лет назад прорабатывал проект спутника размером 1 мм с основными присущими ему компонентами. Для всех типоразмеров иногда используется собирательный термин – малые или микроКА. В последнее десятилетие стало модно использовать название кубсат (Cubesat), изначально введенное профессорами Бобом Твиггсом (Bob Twiggs, Stanford University) и Джорди Пуиг-Суари (Jordi Puig-Suari, California Polytechnic State University) еще в самом конце прошлого столетия [1]. Они стали их использовать для обучения студентов, ибо это способствовало охвату всех этапов разработки космической миссии периодом обучения студента в университете. В дальнейшем кубсат стали именовать 1U-кубсат (от one-Unit). По массе он принадлежит семейству наноспутников. Осознав, что в такой 1U-кубсат мало что полезного можно поместить, разработчики стали собирать из них по принципу блочной структуры более объемные спутники, продолжая, тем не менее, называть их кубсатами. Наиболее распространенные их форм-факторы – это 3U-, 6U-, 12U-кубсаты. При этом стоит заметить, что 12U-кубсат массой около 15 кг относится уже не к наноспутникам, а микроспутникам. В дальнейшем, говоря кубсат применительно к межпланетным миссиям, будем иметь ввиду именно эти форм-факторы, тяготея к их верхней границе – 12U.

Говоря про состоявшиеся или объявленные и ожидаемые межпланетные миссии, следует отметить, что последние годы общественность ожидает готовность аме-

риканской сверхтяжелой ракеты SLS для запуска к Луне пилотируемого корабля «Орион» с тринадцатью кубсатами в качестве попутной нагрузки в миссии Artemis-1 [2]. Кубсаты будут выведены на отлетную траекторию. Среди этих кубсатов есть аппараты, имеющие как ионную двигательную установку для достижения Луны (IceCube, Morehead State University), так и двигательную установку на паре от кипящей воды с весьма низким удельным импульсом для выхода на орбиту вокруг точки либрации L_2 в системе Земля–Луна (EQUULEUS, JAXA). В 2018 г. была успешно реализована первая межпланетная миссия кубсатов – это два американских 6U-кубсата MarCO, выведенные на отлетную траекторию к Марсу вместе с основным КА InSight [3]. Европейское космическое агентство провело анализ и отбор межпланетных миссий на базе кубсатов [4], и есть планы в 2024 или 2025 гг. запустить к одному из астероидов 12U-кубсат M-Argo с собственной электроракетной двигательной установкой (ЭРДУ). Есть грандиозные планы по освоению Луны космическими аппаратами в ближайшем будущем [5], среди них присутствуют и кубсаты. В частности, стоит отметить 12U-кубсат CAPSTONE – для девятимесячной миссии к Луне с целью проверки возможности использования почти прямолинейных (иногда называемых высокоэллиптическими) гало-орбит в окрестности точки либрации L_2 (near-rectilinear halo orbit – NRHO) разработки Advanced Space (Boulder, Colorado) для размещения на этой орбите окололунной орбитальной станции [6]. Орбиты эти замечательны тем, что, несмотря на их неустойчивость в смысле Ляпунова, это орбиты не вокруг Луны, как мы привыкли к орбитам вокруг Земли, а вокруг коллинеарных точек либрации – они требуют относительно небольшое значение характеристической скорости ΔV для их поддержания и удобны для выхода на них с Земли и посадки на Луну с энергетической точки зрения [7]. Есть у них и преимущества по радиовидимости аппарата с Земли и светозатенению орбиты, но они предъявляют высокие требования по точности определения скорости, положения аппарата и исполнения корректирующих импульсов, ибо срок баллистического существования на ней невысок. Это все к слову о важности миссии CAPSTONE.

Проявляется интерес разработчиков межпланетных кубсатов и к полетам к астероидам. Можно отметить проект 6U-кубсата Near-Earth Asteroid Scout (NEA Scout, Marshall Space Flight Center и Jet Propulsion Laboratory), планируемый к выводу на отлетную траекторию на SLS и дальше с помощью гравитационного маневра у Луны, двигателя малой тяги на холодном газе и солнечном парусе. Через 2.5 года предполагается достичь околоземного астероида, возможно 1991 VG. Другая миссия, представляющая интерес для упоминания, – это китайская миссия Zheng He [8] к долгоживущему квазиспутнику Земли – астероиду 2016 HO₃, открытому в 2016 г. и позже названному Камо’алева. Правда, миссия не относится к классу кубсатов, хотя два кубсата и будут отделены от основного аппарата при подлете к астероиду. Баллистическая реализация миссий к астероидам несколько проще, так как не нужен тормозной импульс около астероида, если правильно рассчитать траекторию сближения.

В чем же проблема, почему так мало реализованных и планируемых межпланетных миссий на базе кубса-

тов? Пожалуй, с точки зрения баллистики существуют две проблемы – это как уйти на отлетную траекторию от Земли, а затем как затормозиться около планеты назначения и как обеспечить навигацию на этапе межпланетного перелета и около планеты назначения. Самостоятельно кубсаты уйти с низкой околоземной орбиты не способны – не хватает энергии. Точнее, можно пытаться уйти на малой тяге, но длительное движение в радиационных поясах превратит кубсат в мертвое тело. Просматриваются три варианта реализации межпланетной миссии на кубсате. Это попутная доставка кубсата в окрестность планеты назначения с дальнейшим отделением от материнского аппарата и выводом на рабочую орбиту либо сразу путем задания необходимых орбитальных элементов импульсом при отделении, либо довод на рабочую орбиту собственным маломощным двигателем. Второй вариант – это вывод на отлетную траекторию, что позволяет аппарату уйти из зоны притяжения Земли. Надо быть реалистами, и надеяться на такой индивидуальный отлет с заданными параметрами вряд ли придется – скорее всего речь может идти о попутном запуске с основным аппаратом, как это планируется сделать с кубсатами на SLS [9] или возможном попутном выводе с отечественной миссией, например Луна-26, планируемой в 2024 г. (с миссией Луна-25, планируемой в 2021 г., желающие улететь уже опоздали). Далее, с помощью корректирующего импульса двигателем на самом кубсате либо двигателем разгонного блока аппарат уходит в автономный полет. Для ухода на отлетную траекторию с низкой околоземной орбиты требуется около 3.2 км/сек разгонного импульса. Теперь возможны разные сценарии в зависимости от возможностей аппарата – это уход на низкоэнергетическую траекторию, чтобы, используя притяжение Солнца, уменьшить константу интеграла Якоби и в результате сблизиться с Луной со скоростью, допускающей захват аппарата, либо при наличии нужного запаса импульса или характеристической скорости выполнять эту процедуру снижения константы интеграла собственным двигателем. И, наконец, третий вариант достижения Луны – это вывод на среднюю, геостационарную или геопереходную орбиты, а затем на ЭРДУ малой тяги по спирали медленный уход от Земли с увеличением константы интеграла Якоби, чтобы проскочить «горлышко» между областями влияния Земли и Луны в районе L_1 , и затем такой-же медленный спуск к Луне по спирали с уменьшением константы интеграла Якоби, если речь идет о лунной миссии. Основная опасность такого медленного ухода от Земли – это накопление дозы радиации при проходе радиационных поясов. Так реализовывалась европейская миссия SMART-1 в 2003 г. [10] и рассчитывалась шведская миссия Vifrost с аппаратом массой около 40 кг [11].

Для IceCube после ухода на отлетную траекторию и отделения от основного аппарата главной проблемой становится торможение у Луны. С этой целью используется притяжение Солнца и задача из ограниченной задачи трех тел переходит в ограниченную задачу четырех тел и после гравитационных маневров у Луны и Земли IceCube через три месяца полета подходит к Луне со скоростью, допускающей его баллистический захват с использованием его двигателя, и далее на этом двигателе происходит сближение с Луной и выход на заданную орбиту вокруг Луны.

Оптимальные по различным критериям траектории перелета космического аппарата к другим планетам Солнечной системы хорошо и подробно изучены. Они требуют достаточного запаса характеристической скорости для ухода на отлетную траекторию. Так, для полета на Марс минимальное значения ΔV составляет около 3.6 км/сек для ухода с низкой околоземной орбиты. Вторая проблема – это опять же торможение у планеты. При перелете по гомановской траектории тормозной импульс для выхода на низкую околомарсианскую орбиту составляет около 2.1 км/сек. Ясно, что для кубсатов это недостижимая цель. Остается малая тяга либо с помощью ЭРДУ, либо с помощью солнечного паруса, несмотря на столь затратные по времени способы перелета, так как требуется несколько витков вокруг Солнца для необходимого увеличения полуоси орбиты КА. В обоих случаях хорошо бы уйти на отлетную траекторию попутным запуском, а затем уже добираться на малой тяге. ЭРДУ, помимо запаса рабочего тела, например ксенона, еще требует и достаточно большой электрической мощности для своей работы. Это габариты и масса КА. Остается солнечный парус. Эта тема сейчас активно разрабатывается за рубежом и в России, проводятся эксперименты в космосе по разворачиванию паруса, что является первостепенной проблемой. Особо возрастает роль математических методов проектирования баллистики. Для марсианских миссий на кубсатах предлагается использовать инвариантные многообразия, позволяющие приближаться или удаляться от периодических орбит вокруг неустойчивых точек либрации в рамках ограниченной задачи трех тел (Земля–Солнце–КА и Марс–Солнце–КА). К сожалению, инвариантные многообразия систем Земля–Солнце и Марс–Солнце не пересекаются, и для перехода с неустойчивого многообразия первой системы на устойчивое многообразие второй системы приходится использовать либо корректирующий импульс, либо, например, солнечный парус.

Интересный способ временной реализации миссии на Марс с использованием орбиты ожидания вокруг Луны, что позволяет не привязываться к стартовому «окну» для отправки миссии на Марс, а при попутной okazji добираться до Луны, кружиться вокруг нее до подходящего момента фазирования Земли и Марса и затем стартовать к Марсу, предложен в [12].

II. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ВАРИАНТЫ ПОЛЕТА НА ЛУНУ НА БАЗЕ КУБСАТОВ

Рассмотрим примеры реализации миссий на базе кубсатов, не вдаваясь в детали, но обращая внимание на особенности реализации из-за специфики кубсатов. Особенности таких миссий, связанные с конструкцией, терморегулированием, связью, радиационной стойкостью, двигательными установками, достаточно детально изложены в [13]. В настоящем разделе обратим внимание, быть может с кратким описанием, на возможные и известные способы доставки кубсатов к месту назначения. Это может быть планета, астероид, орбита вокруг планеты или точки либрации.

A. Прямой перелет к Луне

Классическими примерами прямого перелета с оптимальной датой старта раз в месяц к Луне могут служить самые первые миссии с прямым стартом с Земли –

Луна-1 (пролет Луны, геоцентрическая орбита КА была гиперболической), Луна-2 (попадание в Луну без торможения), Луна-3 (первый гравитационный маневр у Луны, полет по эллиптической траектории). Далее, после выполненных Д.Е. Охочимским и Т.М. Энеевым исследований (так называемый вариант со «звездочкой») со стартом с промежуточной околоземной орбиты [14] столь жесткое ограничение по времени запуска к Луне отпало. Теперь так летают и современные миссии к Луне. Нельзя не отметить мастерство Д.Е. Охочимского убедить главного конструктора С.П. Королева отказаться от согласованных и уже принятых технических решений, внести коренное изменение в схему управления полетом, переделать третью ракетную ступень, создать четвертую ступень со стартующим в невесомости с заданным углом тангажа на невидимом с территории СССР участке орбиты двигателем для реализации, можно сказать, революционной схемы отлета от Земли [15]. В принципе можно использовать прямой попутный перелет кубсата на борту лунного космического аппарата к Луне и отделение его уже на окололунной орбите. При этом возникает вопрос о стоимости такой миссии, ее целесообразности и безопасности основной миссии. Стоимость будет сопоставима со стоимостью доставки полезной нагрузки на Луну. В таком варианте вопрос баллистики будет решаться разработчиками основного КА, а двигательная установка кубсата может понадобиться для поддержания его окололунной орбиты, которая из-за сильно неоднородного поля Луны весьма нестабильна.

Обратимся к схеме доставки 13-ти кубсатов в рамках миссии Artemis-1 на отлетную траекторию. Точки их возможного отделения от переходного кольца между последней ступенью ракеты SLS и основной нагрузкой показаны на рис. 1 (точка 1 находится на расстоянии 36507 км от Земли после прохождения первого радиационного пояса, 2 – на 70242 км после прохождения радиационных поясов, 3 – на 192300 км на полпути к Луне, 4 – на 395248 км в ближайшей к Луне точке траектории, 5 – на 355807 км после гравитационного маневра у Луны) [16]. Согласно схеме, приведенной в [17], лишь один кубсат будет отделен от переходного кольца после облета Луны. Остальные – сразу после отлета от Земли. В любом случае, чтобы кубсат стал спутником Луны или вышел на гало-орбиту вокруг точки либрации в системе Земля–Луна, необходимы бортовые двигатели. Для перехода на окололунную орбиту потребуется ΔV порядка 600÷900 м/с в зависимости от высоты рабочей орбиты. Имеющиеся на рынке коммерческие ионные двигатели формата IU вполне могут обеспечить требуемые ΔV для 6U-кубсатов [13].

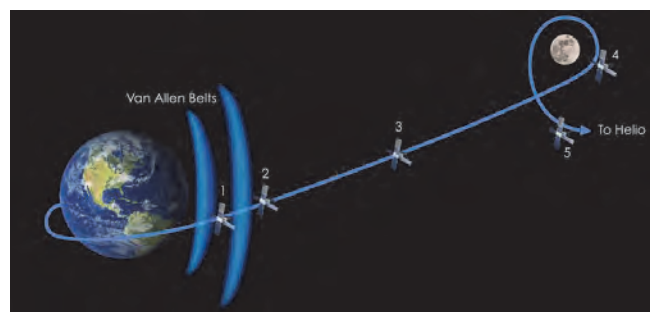


Рис. 1. Точки отделения попутной нагрузки вдоль траектории полета в миссии Artemis-1

Теория прямого перелета строится на базе сопряженных конических сечений – КА, будучи введенным на высокую эллиптическую орбиту в рамках задачи двух тел Земля–КА, выходит из сферы влияния Земли и попадает в сферу влияния Луны с гиперболической скоростью, которую и необходимо погасить, чтобы аппарат стал спутником Луны. В рамках задачи двух тел можно также применить для экономии топлива резонансные сближения с Луной, когда аппарат уже с достаточно высоким апогеем проходит его с небольшим отставанием, но почти одновременно с Луной, так что Луна при сближении с КА обеспечивает увеличение его орбитальной скорости, тем самым поднимает его перигей (рис. 2).

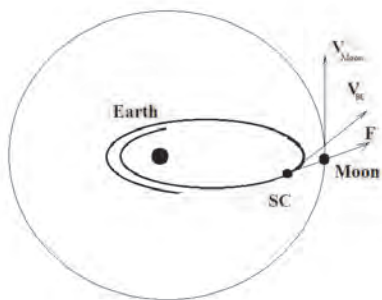


Рис. 2. Схема резонансного сближения

Таким образом проходил полет европейского малого аппарата SMART-1. Теория этой методики, позволяющая экономить топливо, получила свое обоснование несколькими годами позже. Те витки вокруг Земли, на которых происходит существенное изменение высоты перигея при сближении с Луной, обозначены ромбами на рис.3.

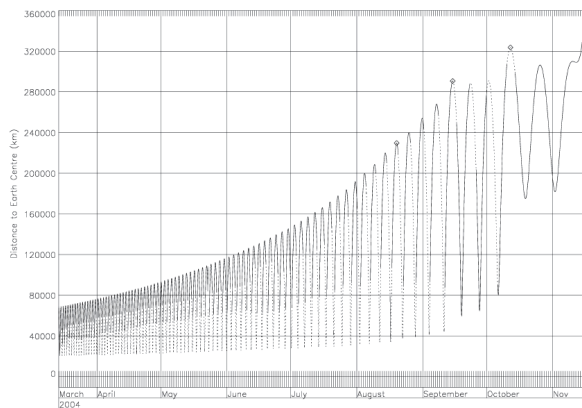


Рис. 3. Резонансные сближения космического аппарата SMART-1 с Луной

Резонансные сближения еще называют внешними гравитационными маневрами в отличие от классических гравитационных маневров, когда аппарат входит в сферу влияния планеты с гиперболической скоростью и покидает сферу с такой же по величине скоростью относительно планеты, но направленной в другую сторону, и за счет движения планеты происходит изменение гелиоцентрической скорости аппарата. В настоящее время практически ни одна межпланетная миссия не обходится без гравитационного маневра, а как правило, даже и без нескольких таких маневров. Только благодаря гравитационным маневрам миссиям «Вояджер-1» (маневры около Юпитера и Сатурна) и «Вояджер-2» (около Юпитера Сатурна, Урана и Нептуна), запущенным в 1977 г., удалось выйти за пределы гелиосферы.

Гравитационный маневр требует наличия скорости планеты в гелиоцентрической системе координат, чем и характеризуется движение планет в Солнечной системе. Если целью гравитационного маневра является увеличение гелиоцентрической скорости, то надо принимать во внимание, что для каждой планеты существует максимально возможное приращение скорости.

Остается еще один способ реализации гравитационного маневра – использовать эффект Оберта. С этой целью необходимо в перигентре включить двигатель для увеличения кинетической энергии аппарата. Действительно, пусть в перигентре скорость аппарата V , а ее приращение в результате включения двигателя или активации иного движителя – ΔV , тогда при выполнении естественного условия $|\Delta V| \ll V$ имеем приращение кинетической энергии

$$\Delta E = \frac{1}{2}[(V + \Delta V)^2 - V^2] \approx V \cdot \Delta V.$$

Тем самым скорость в перигентре играет роль коэффициента усиления. Получается, что при существующих технологиях наиболее быстрым вариантом будет схема с использованием эффекта Оберта – от Земли осуществляется перелет к Юпитеру, где с помощью гравитационного маневра аппарат направляется к Солнцу, потом необходимо выдать мощный импульс на расстоянии нескольких солнечных радиусов от Солнца и аппарат вылетает из Солнечной системы с большой скоростью. JPL сейчас рассматривает проект достижения фокуса гравитационной линзы Солнца для исследования экзопланет, находящегося на расстоянии в диапазоне 600÷800 астрономических единиц (АЕ) от Солнца (в зависимости от длины волны лучей света, искривляемых гравитационным полем Солнца) [18]. К сожалению, скорость, достигнутая «Вояджер-2» (около 3.6 АЕ/год, у «Вояджер-1» чуть меньше) позволит достичь фокуса не ранее, чем через полторы сотни лет. Использование эффекта Оберта позволило бы увеличить скорость вылета за пределы Солнечной системы до 20 АЕ/год и достичь фокуса такой гравитационной линзы за время жизни одного поколения ученых. Фантастическая идея! Для ее реализации нужны кубсаты, ибо в качестве движителя в районе перигелия рассматривается как более эффективный солнечный парус. Идет проработка материалов, способных выдержать столь высокие тепловые потоки при нахождении вблизи Солнца.

В. Перелет к Луне по низкоэнергетическим траекториям

В начале 90-х гг. прошлого столетия работы Э. Бельбруно [19] положили начало эре низкоэнергетических перелетов между Землей и Луной. В 1991 г. японский лунный зонд Hiten использовал такую траекторию для перелета к Луне, не имея достаточного количества топлива для достижения орбиты Луны по классическим переходным орбитам. Можно выделить два типа низкоэнергетических траекторий, наиболее подходящих для малогабаритных спутников типа кубсат, не обремененных достаточными энергетическими возможностями. Их цель общая – увеличить величину константы интеграла Якоби в задаче трех тел (планета старта-планета назначения и КА), а способы достижения этой цели разные.

Рассмотрим первый способ, не требующий отлетного импульса (trans-lunar injection) с околоземной траектории и допускающий использование двигателя малой тяги, например экономичного ЭРДУ с высоким удельным импульсом. Способ основывается на увеличении константы интеграла Якоби за счет движения под действием малой тяги по раскручивающейся спирали, оставаясь в рамках задачи трех тел. Первым примером миссии, использующей этот способ, служит уже упоминавшийся SMART-1. Схожий подход применяется для шведской миссии Vifrost [11] с той лишь разницей, что в ней для сокращения продолжительности миссии не предполагается использовать резонансные сближения. Миссия стартует со средней околоземной наклонной орбиты, что позволяет сократить время пребывания аппарата в зоне радиационных поясов. Масса аппарата около 40 кг и количество топлива фиксировано. Рассматриваются две стартовые орбиты – геопереходная с высотами апогея/перигея 35950/250 км, наклоном 7 градусов и средняя 23200/23200 км, наклоном 55 градусов. Эти орбиты выбраны как реально реализуемые и как весьма типовые для попутного запуска кубсатов на Луну. Полет разбивается на три этапа. На первом этапе вектор тяги направлен по касательной к орбите, чтобы обеспечить максимально быстрый уход из радиационных поясов, и заканчивается при увеличении перигея до 40000 км. Значительный выигрыш дает использование второй из указанных выше стартовой орбиты за счет меньшего времени нахождения в радиационных поясах, и тем самым может быть снижен сухой вес аппарата из-за снижения массы экранирующего материала. Далее наступает третий этап миссии – снижение от точки L_1 Земля–Луна до финальной орбиты, которая для Vifrost выбрана почти полярной высотой 100 км. Тормозящее ускорение на этом этапе направлено против вектора скорости аппарата. Интегрирование ведется в обратном времени – от финальной орбиты до точки L_1 . На втором этапе конструирования миссии решается красная задача с минимизацией квадрата ускорения. Время перелета на всех трех участках траектории получается как результат решения оптимизационной задачи на ограничениях, задаваемых заказчиком. Общий вид траектории перелета для одной из выбранных начальных масс КА (35 кг) представлен на рис. 4 в геоцентрической инерциальной системе координат. Здесь голубым цветом обозначен первый этап – раскрутка вокруг Земли до 40000 км, красным цветом обозначен второй этап – достижение точки либрации L_1 .

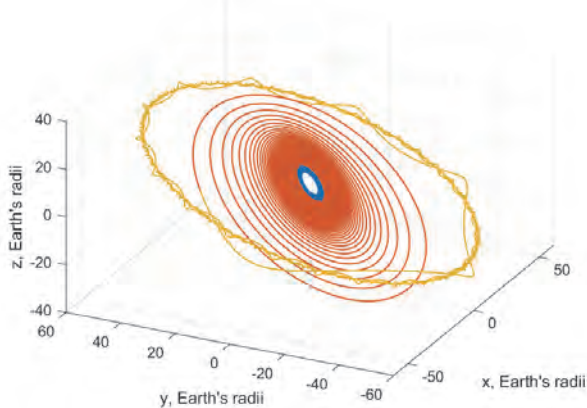


Рис. 4. Пример перелета со средней околоземной орбиты на низкую окололунную орбиту

И наконец, желтым цветом обозначена спиральная траектория на третьем этапе, заканчивающемся выходом КА на низкую окололунную орбиту. Последний этап в селеноцентрической инерциальной системе координат показан отдельно на рис. 5 голубым цветом. Общее время перелета составляет 443 дня, затраты топлива – 4.4 кг. Использование резонансных сближений с Луной позволит на втором этапе миссии несколько сэкономить топливо, но приведет к удлинению времени перелета на пару месяцев. Не будем заострять внимание на рабочей орбите вокруг Луны и на затраты топлива для ее поддержания, так как это выбор конкретного заказчика. Поясним, чем вызван интерес к этой миссии. Для реализации межпланетного перелета нужен отлетный импульс. Для достижения Луны – это около 3.2 км/сек. Для кубсата нужен попутный запуск, дожидаться которого для его разработчиков задача совсем не простая – не так много и не так часто реализуются межпланетные миссии, которые, как правило, сопровождаются предельной нагрузкой комплекса выведения по массе. Примером служит результат переносов запуска SLS. Необходима альтернатива. В основном КА выводятся на низкие околоземные орбиты, которые как стартовые для межпланетных кубсатов, снабженных двигателями малой тяги, не подходят – что стоит только высокий уровень накопленной радиации при прохождении радиационных поясов, по сравнению с чем неприемлемая длительность миссии отходит на второй план. На средние же орбиты выводятся, в частности, навигационные спутники, на геопереходные орбиты выводятся высокие метеорологические и связные спутники, количество которых несравнимо выше, чем межпланетных КА. Конечно, специфика таких спутников может усугубляться ограничениями со стороны их заказчиков на наличие попутной нагрузки, но это лучше, чем полное отсутствие попутного запуска. Геопереходные орбиты, как правило, имеют три значения наклона – полученные выводом с американского мыса Канаверал, с японского и китайского полигонов – около 28.5 градусов, с Куру (французская Гвиана) – 7 градусов, с Байконура – 46 градусов. С точки зрения минимизации накопленной дозы радиации при прохождении радиационных поясов геопереходная орбита, формируемая с Байконура, наиболее щадящая. Именно поэтому миссия Vifrost была рассмотрена выше так подробно.

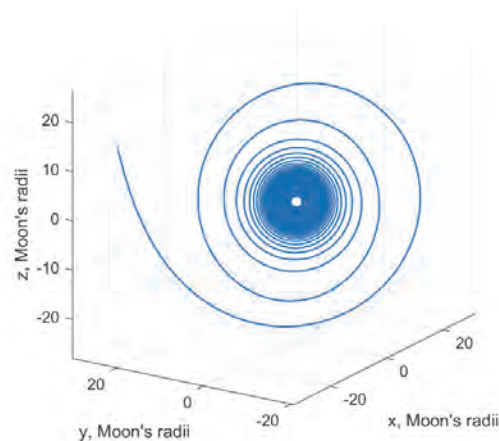


Рис. 5. «Скрутка» по спирали из точки L_1 до низкой окололунной орбиты

Рассмотрим второй способ реализации низкоэнергетических траекторий, когда увеличение константы интеграла Якоби реализуется сторонними силами – внешними по отношению к задаче трех тел – Земля–Луна–КА. Речь идет о привлечении гравитационного поля Солнца. В качестве примера упомянем планируемую среди 13-ти кубсатов на SLS миссию IceCube разработки Morehead State University в кооперации с NASA Goddard Spaceflight Center, JPL, NASA Independent Verification and Validation Center и Busek Space Propulsion Company. Миссия базируется на 6U-кубсате с ионным двигателем, обеспечивающим тягу 1.2 мН, удельный импульс 2500 сек и при массе топлива 1.5 кг суммарное ΔV около 1.2 км/сек [20]. После отделения уже на отлетной траектории от ракеты на кубсате включается двигатель, чтобы изменить траекторию. При этом за несколько включений двигателя поворачивается картинная плоскость Луны и изменяется энергия КА так, что изменяются условия для гравитационного маневра, и аппарат движется по траектории в системе Земля–Солнце, перед тем как вернуться к Луне. В комбинации с включением малой тяги действие на этих участках траектории солнечных и лунных возмущений позволяют поднять перигей для достижения орбиты Луны, подстроить сближение с ней, повернуть линию аписид и достичь баллистического сближения с Луной, что снижает требования к величине ΔV для захвата ею (рис. 6) [21]. Длительность такого перелета около трех месяцев. Еще одна цель, реализуемая при такой схеме полета – это сокращение времени нахождения КА в радиационных поясах Земли. Иными словами, когда КА направляется к точке либрации L_1 системы Земля–Солнце, он подвергается действию возмущений со стороны Солнца, приводящему траекторию в окрестность Луны и в конце концов захвату КА.

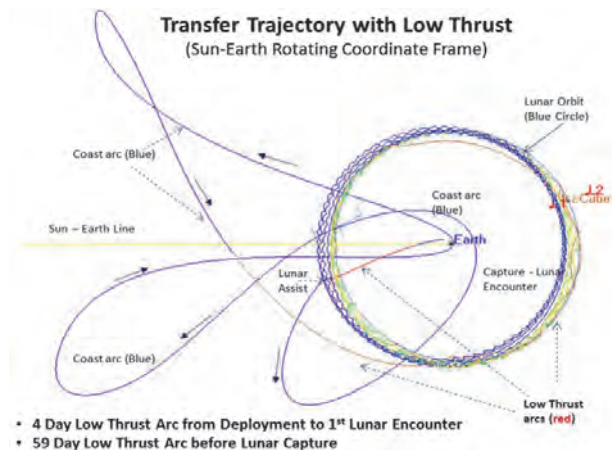


Рис. 6. Сближение кубсата IceCube с Луной по низкоэнергетической траектории

Необходимо сказать еще об одном методе конструирования межпланетных траекторий – это использование инвариантных многообразий. Сделаем небольшое «философское» отступление. Речь идет именно о методе построения или конструирования межпланетных траекторий, а не о движениях КА. Действительно, аппарат не «знает» по какой траектории он движется будь это эллиптическая орбита или инвариантные многообразия, или сопряженные конические сечения. Для разработчика это просто разные способы описания или приближе-

ния его движения. Усложнение моделей движения может привести к обнаружению новых движений, как, например, переход от метода сопряженных конических сечений к ограниченной круговой задаче трех тел позволило обнаружить низкоэнергетические траектории, включая и инвариантные многообразия [22]. Вокруг неустойчивых коллинеарных точек либрации в задаче трех тел L_1 , L_2 , L_3 существуют периодические гало-орбиты и квазипериодические орбиты Лиссажу, такие что в зависимости от начальных условий фазовые траектории могут стремиться к этим орбитам (устойчивые многообразия) либо, наоборот, удаляться от них (неустойчивые многообразия). Пример таких многообразий приведен на рис. 7, где (a) – устойчивые, а (b) – неустойчивые. Если говорить кратко, то точка (или орбиты вокруг нее) L_1 , находящаяся между двумя телами (ближе к менее массивному) в системе Земля–Солнце подходит для наблюдения Солнца (первым аппаратом, работавшим вблизи этой точки, был ISEE-3, запущенный в 1978 г.); в системе Луна–Земля подходит для размещения орбитальной лунной станции. Точка (или орбиты вокруг нее) L_2 , находящаяся за менее массивным телом, в системе Земля–Солнце подходит для размещения телескопов и обсерваторий даже лишь при частичном затенении Землей (первым запущенным в 2001 г. туда аппаратом был WMAP, сейчас там работает отечественный аппарат Спектр-РГ); в системе Луна–Земля подходит для размещения промежуточного узла связи объектов, находящихся на обратной стороне Луны с Землей (впервые было предложено Фаркуа в 1968 г., а применено на практике лишь в 2018 г. на китайском спутнике Цюэцяо для связи с китайской лунной станцией Чаньэ-4). Точка (или орбиты вокруг нее) L_3 , находящаяся за более массивным телом, в системе Земля–Солнце может быть использована для наблюдения Солнца. Возможен низкоэнергетический перелет между точками L_1 и L_2 . Как это ни удивительно, но устойчивые треугольные точки либрации L_4 и L_5 не привлекают к себе столь пристального внимания, хотя в 2009 г. через эти точки в системе Земля–Солнце пролетел аппарат STEREO. В 2001 г. космический аппарат Genesis был выведен в окрестность точки L_1 системы Земля–Солнце на ляпуновскую гало-орбиту. На это ушло около трех месяцев и по расчету требовалось от 6 до 36 м/сек ΔV . За три года аппарат совершил четыре оборота по этой орбите (на поддержание гало-орбиты требовалось около 9 м/сек ΔV в год) и был направлен к точке L_2 . Перелет занял пять месяцев, аппарат прошел более трех миллионов километров. После облета точки L_2 и гравитационного маневра вокруг Луны он сблизился с Землей, выполняя установленные требования на условия посадки (рис. 8) [23].

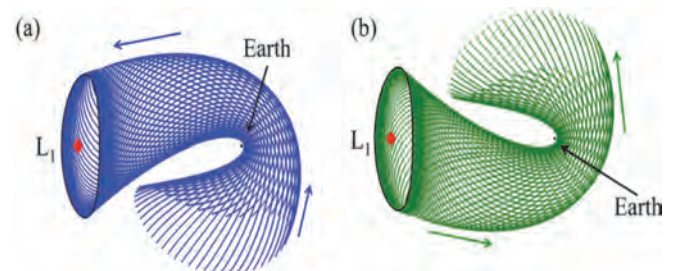


Рис. 7. Инвариантные многообразия точки L_1 системы Земля–Солнце во вращающейся с ними системе координат

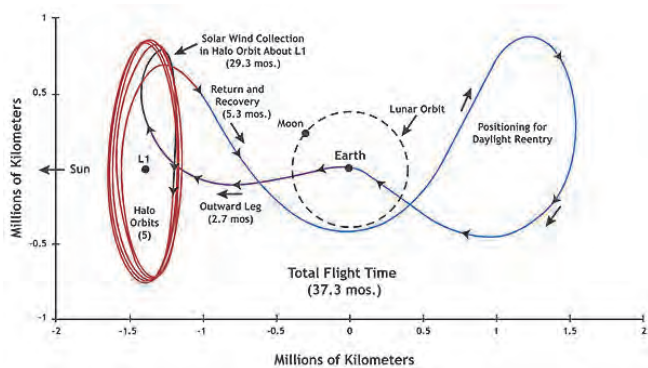


Рис. 8. Крузный план КА Genesis

Естественно, возникает вопрос: как эти методы маневрирования и поддержания орбит могут быть использованы для конструирования миссий на базе кубсатов. Перечисленные в этом разделе аппараты имели массу в несколько сотен килограммов и выше, с соответствующим запасом характеристической скорости ΔV . Большинство кубсатов, даже межпланетных, не обладают запасом характеристической скорости в километр в секунду. Однако возможности инвариантных многообразий обеспечивают шанс столь слабым в энергетическом смысле аппаратам передвигаться на большие расстояния в пространстве. Цена этого – время. Сравните – длительность перелета IceCube до Луны составляет около трех месяцев, в то время как прямой перелет занимает чуть больше трех дней.

Наличие инвариантных многообразий дает еще одну возможность осуществления межпланетных перелетов. Как уже было упомянуто на примере Genesis, пересекающиеся многообразия позволяют при небольших затратах ΔV (порядка 10-20 м/сек) «пересаживаться» с неустойчивого многообразия одной точки либрации на устойчивое многообразие другой точки либрации – траектории на многообразиях пересекаются, вообще говоря, под углом друг к другу, и импульс нужен, чтобы поменять направление вектора скорости, направив его по касательной к траектории из устойчивого многообразия. У Genesis переход был выполнен между точками либрации системы Земля–Солнце. Но если пересекаются многообразия разных систем, то так можно перейти в окрестность точки либрации другой системы. Например, из системы Земля–Луна в систему Земля–Солнце. Рассуждая дальше, если пересекаются многообразия разных систем планета–Солнце, то так можно перейти из системы Марс–Солнце в систему Юпитер–Солнце и так далее. Получается космический суперхайвэй [24]. К сожалению, многообразия системы Земля–Солнце не пересекаются с многообразиями систем, образуемых соседними с Землей планетами и Солнцем. Но с этим уже нашли как бороться. Оказывается, что эти разрывные участки можно преодолеть, используя двигатели малой тяги или солнечный парус [25]. Конечно, все это требует времени и прецизионного исполнения маневров и надежной навигации.

III. О НАВИГАЦИИ В МЕЖПЛАНЕТНЫХ МИССИЯХ

Что касается навигации при выполнении межпланетной миссии, то в отличие от mission design с внедрением новых математических подходов и методов теории динамических систем особого прогресса не наблюдает-

ся. Что же требуется и есть в наличии? Необходимо измерять расстояние и доплеровский сдвиг частоты на уже ослабленном сигнале, иметь оценку орбиты. Для окололунных орбит можно использовать УВЧ-диапазон, но для уменьшения потерь целесообразно применять S-, X- и Ka-диапазоны. Для передачи данных при скорости не более нескольких кбит/сек доступные на 6U-кубсатах уровни мощности вполне приемлемы. Учитывая ограничения, связанные с большими расстояниями, межпланетные кубсаты должны в конечном итоге обладать значительной автономией программного и аппаратного обеспечения, чтобы обрабатывать на борту большие объемы данных, иметь алгоритмы для обнаружения и реагирования на нештатные ситуации и минимизации необходимости взаимодействия с Землей. По этой причине включение кубсатов в круг межпланетных миссий с необходимостью будет способствовать ускорению разработки автономных систем принятия решений на основе современных математических методов, включая и элементы искусственного интеллекта.

Навигационные алгоритмы и аппаратные средства, необходимые для автономных межпланетных кубсатов во многом такие же, как и для крупномасштабных межпланетных миссий. Они не масштабируются и требуют по существу тех же ресурсов, что и другие межпланетные миссии. Если же кубсат играет вспомогательную роль в межпланетной миссии, то есть предполагается его доставка в составе основного, более мощного аппарата к планете назначения с дальнейшим его отделением, то можно будет воспользоваться ресурсами, предоставляемыми основным аппаратом, например решить задачу относительной навигации. В будущем будут развиваться оптические средства передачи информации, требующие меньше энергии и приемных устройств меньших размеров, разрабатываются чиповые атомные часы космического применения, активно прорабатывается использование пульсаров [13].

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Малые аппараты ворвались в наш космический мир две декады назад, кубсаты активизировались в прошлую декаду. Появлению малых аппаратов способствовали миниатюризация элементной базы, появление легких конверсионных носителей и возможность попутного запуска, сокращение финансирования космической отрасли в мире. Их появление способствовало приходу в отрасль молодежи, требующей «все и сразу». Чем кубсат не средство реализации таких амбиций! Околоземное применение малых аппаратов постепенно переходит в полосу индустриализации – уже созданы целые заводы по их производству. Научный интерес переходит в межпланетную сферу – здесь есть потребность в свежих математических идеях и методах для конструирования и реализации миссий на базе кубсатов. Для конструирования межпланетных миссий используются традиционные методы – сопряженные конические сечения, гравитационные маневры (традиционные, иногда с эффектом Оберта, и внешние – резонансные сближения), низкоэнергетические траектории, обнаруженные в рамках задачи трех тел. Наглядным инструментом являются инвариантные многообразия, существующие в окрестности коллинеарных точек либрации. Входят в обиход разработчика и ограниченные круговые задачи четырех тел. Как обычно, необходимо установить компромисс

между наглядностью, достоверностью результата и сложностью исследования модели.

Новые методы обеспечения навигации межпланетных миссий на кубсатах требуют разработки новой элементной базы, способной к адаптации на столь малогабаритных аппаратах. Задачи ждут новых исследователей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит С.П. Трофимова за обсуждения и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] <https://en.wikipedia.org/wiki/CubeSat>
- [2] <https://www.nasa.gov/artemis-1>
- [3] <https://www.jpl.nasa.gov/cubesat/missions/marco.php>
- [4] Walker, R., Walker, R., Binns, D., Bramanti, C., Casasco, M., Concari, P., Izzo, D., Feili, D., Fernandez, P., Fernandez, J.G., Hager, Ph., Koschny, D., Pesquita, V., Wallace, N., Carnelli, I., Khan, M., Scoubeau, M., Taubert, D., Deep-space CubeSats: thinking inside the box, *Astronomy & Geophysics*, vol. 59, Is. 5, pp 5.24–5.30, October 2018, <https://doi.org/10.1093/astroge/aty232>.
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_missions_to_the_Moon
- [6] Cheetham, B., Cislunar Autonomous Positioning System Technology Operations and Navigation Experiment (CAPSTONE), <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2020-4140>.
- [7] Trofimov, S., Shirobokov, M., Tselousova, A., Ovchinnikov, M., Transfers from near-rectilinear halo orbits to low-perilune orbits and the Moon's surface, *Acta Astronautica*, vol 167, pp. 260–271, February 2020, <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.10.049>.
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/ZhengHe_\(spacecraft\)](https://en.wikipedia.org/wiki/ZhengHe_(spacecraft))
- [9] Creech, S.D., NASA's Space Launch System: Launch Capability for Lunar Exploration and Transformative Science, *IEEEExplore*, 21 August 2020, doi: 10.1109/AERO47225.2020.9172508.
- [10] Racca, G.D., Marini, A., Stagnaro, L., van Dooren, J., di Napoli, L., Foing, B.H., Volp, J., Brinkmann, J., Grünagel, R., Estublier, D., Tremolizzo, E., McKay, M., Camino, O., Schoemaekers, J., Hechler, M., Khan, M., Rathman, P., Andersson, G., Anflo, K., Berge, S., Bodin, P., Edfors, A., Hussain, A., Kugelberg, J., Larsson, N., Ljung, B., Meijer, L., Mörtzell, A., Nordebäck, T., Persson, S., Sjöberg, F., SMART-1 Mission Description and Development Status, *Planetary and Space Science*, 2002, vol. 50, pp.1323–1337.
- [11] Ovchinnikov, M., Shirobokov, M., Trofimov, S., Barabash, S., Atterwall, P.-E., Low-thrust microspacecraft delivery to a lunar orbit after the launch to GTO or MEO, 71st International Astronautical Congress (IAC) – The CyberSpace Edition, 12–14 October 2020, IAC-20-C1.4.13, 8 p.
- [12] Graziani, F., Sparvieri, N., Carletta, S., A low-cost Earth-Moon-Mars mission using a microsatellite platform, 71st International Astronautical Congress (IAC) – The CyberSpace Edition, 12–14 October 2020, IAC-20-C1.4.16.x61563, 9 p.
- [13] Malphrus, B., Freeman, A., Staehle, R., Klesh, A., Walker, R., Interplanetary Cubesat missions, pp.85-121 in *CubeSat Handbook*. From Mission Design to Operations, 1st Edition, Editors: Ch. Cappelletti, S. Battistini, B. Malphrus, Academic Press, 2020, 498 p.
- [14] Келдыш М.В., Ершов В.Г., Охотимский Д.Е., Энеев Т.М., Теоретические исследования по динамике полёта к Марсу и Венере // Келдыш М.В. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. С.243–261.
- [15] Платонов А.К. О построении движений в баллистике и мехатронике // Прикладная небесная механика и управление движением. Сборник статей, посвященный 90-летию со дня рождения Д.Е.Охотимского. М.: ИПМ им.М.В.Келдыша, 2010. с.127-222. <https://keldysh.ru/memory/okhotsimsky/platonov.pdf>.
- [16] Space Launch System (SLS), Block 1B Secondary Payloads: ESPA-Type and 27U Cubesat Potential Accommodations, White Paper, April 12, 2019, <https://ntrs.nasa.gov/citations/20190020091>
- [17] SLS Mission Planner's Guide, December 19, 2018, <https://ntrs.nasa.gov/citations/20170005323>
- [18] <https://www.hou.usra.edu/meetings/V2050/pdf/8203.pdf>
- [19] Belbruno, E., The Dynamical Mechanism of Ballistic Lunar Capture Transfers in the Four-Body Problem from the Perspective of Invariant Manifolds and Hill's Regions, *Centre de Recerca Matematica*, Preprint, 1994, 24 p.
- [20] Ovchinnikov, M., Shirobokov, M., Trofimov, S., Barabash, S., Atterwall, P.-E., Low-thrust microspacecraft delivery to a lunar orbit after the launch to GTO or MEO, 71st International Astronautical Congress (IAC) – The CyberSpace Edition, 12–14 October 2020, IAC-20-C1.4.13, 8 p.
- [21] Malphrus, B., Zhirkina, P., Brown, K., Folta, D., Brambora, C., Hurlford, T., Grubbm, M., Tsay, M., Clark, P., The lunar IceCube EM-1 mission: Prospecting the Moon for water ice, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2019, vol. 34, is. 4, pp. 6–14, doi: 10.1109/MAES.2019.2909384.
- [22] Folta, D.C., Bosanac, N., Cox, A., Howell, K.C., The lunar IceCube mission design: construction of feasible transfer trajectories with a constrained departure, 26th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, February 2016, AAS AAS 16-285, 19 p.
- [23] Conley, C.C., Low energy transit orbits in the restricted three-body problem, *SIAM J. Appl. Math.*, 1968, vol. 16, is. 4, pp. 732–746.
- [24] Lo, M., Williams, B., Bollman, W., Han, D., Hahn, Y., Bell, J., Hirst, E., Corwin, R., Hong, P., Howell, K., Barden, B., Wilson, R., GENESIS mission design, *Journal of the Astronautical Sciences*, January–March 2001, vol. 49, no.1, pp. 169–184.
- [25] Lo, M.W., The Interplanetary Superhighway and the Origins Program, *IEEE Aerospace Conference*, March 2002, Big Sky, MT, USA.
- [26] Kakoi, M., Howell, K., Folta, D., Access to Mars from Earth-Moon Libration Point Orbits: Manifold and Direct Options, *Acta Astronautica*, September–October 2014, vol. 102, pp. 269–286, <https://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.06.010>.

Решение задач навигации и управления при выведении полезной нагрузки на геостационарную орбиту на основе современных и перспективных информационных ГНСС–технологий

Д.А. Козорез
Кафедра «Информационно-
управляющие комплексы»,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
kozorez_da@mail.ru

М.Н. Красильщиков
Кафедра «Информационно-
управляющие комплексы»,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
mnkr@mail.ru

Д.М. Кружков
Кафедра «Информационно-
управляющие комплексы»,
Московский авиационный институт
Москва, Россия
kruzchkovd@mail.ru

Аннотация—Рассматривается проблема обеспечения автономного функционирования космического аппарата на геостационарной орбите на различных этапах активного существования в интересах снижения стоимости жизненного цикла КА и повышения надежности функционирования. Описаны теоретические основы, облик и функционально-программный прототип макета автономной интегрированной системы навигации и управления движением. Показаны возможности создания подобной системы на основе современных и перспективных информационных ГНСС-технологий.

Ключевые слова—ГНСС, навигация, автономное управление, выведение.

I. ВВЕДЕНИЕ

Обеспечение длительного автономного функционирования – одна из наиболее актуальных проблем совершенствования существующих и разработки перспективных космических систем различного назначения [1]. Актуальность этой проблемы определяется тем фактом, что основная доля затрат на поддержание и развертывание компонент Национальной информационной спутниковой системы на геостационарной орбите (ГСО) без учета затрат на разработку приходится на содержание соответствующей наземной инфраструктуры, являющейся, в силу наличия человеческого фактора, также и наименее надежным звеном соответствующего контура управления системой. При этом перманентное повышение требований к эффективности решения целевых задач информационными спутниковыми системами в процессе их автономного функционирования приводит к существенному повышению требований по точности позиционирования космического аппарата (КА), а также точности «наведения» и «стабилизации» чувствительных элементов бортовой целевой аппаратуры КА, что, в свою очередь, связано с необходимостью ужесточения требований к точности определения и «отработки» параметров ориентации КА. Таким образом, актуальной становится проблема обеспечения автономности процессов довыведения, удержания в рабочей точке и коррекции орбит КА на ГСО различного назначения. С научной точки зрения актуальность определяется тем, что резервы повышения автономности за счет наличия на борту избыточной нави-

гационной информации в указанных условиях функционирования практически исчерпаны и единственным возможным путем решения данной проблемы является разработка комплексных алгоритмов и структуры интегрированной бортовой системы навигации и управления, включая комплекс моделей аппаратных средств и их характеристики, а также состав математических моделей и алгоритмов функционирования, обеспечивающих в совокупности автономное функционирование системы на рассматриваемых этапах жизненного цикла КА в соответствии с международными требованиями.

II. КОНЦЕПЦИЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ АВТОНОМНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КА НА ГСО

A. Общие требования и предпосылки формирования концепции

Как известно [1], наибольшие требования по точности навигации предъявляются к бортовым средствам КА навигационного и геодезического обеспечения, а по точности ориентации – к бортовым средствам КА связи и навигации. Для перспективных космических средств предъявляются требования по точности решения навигационной задачи на уровне 1 м, 0,01 м/с и 0,6 угл.мин соответственно для компонент положения, скорости и углов ориентации КА. В итоге возникает необходимость в обеспечении автономного высокоточного функционирования космических систем в течение всего их жизненного цикла. В частности, жизненный цикл КА на ГСО начинается в момент его отделения от ракеты-носителя и включает в себя этапы довыведения, перевода в рабочую точку, удержания вплоть до перевода КА на орбиту захоронения (последний этап не рассматривается). В настоящее время, как правило, навигационная задача и задача управления движением решаются с использованием наземного комплекса управления (НКУ), циклограмма управления рассчитывается на Земле на некоторый период времени вперед, «закладывается» на борт и обрабатывается далее под контролем НКУ. При этом алгоритмы управления движением, как правило, строятся без учета случайных и неопределенных ошибок отработки управляющих воздействий (тяга двигателя коррекции, ориентация вектора тяги и т.п.) и ошибок реше-

ния задач навигации и определения ориентации КА. Точность управления оценивается путем статистического моделирования. Требование автономности функционирования КА на ГСО приводит к расширению состава задач, возлагаемых на навигационную систему как подсистему автономной интегрированной системы управления КА на ГСО на всех этапах его жизненного цикла. В частности, с учетом длительности этапа довыведения, реализуемого с использованием стационарного плазменного двигателя (СПД), впервые возникают такие задачи, как непрерывное определение параметров ориентации КА с требуемой для данного этапа траектории точностью, оценка модуля и ориентации вектора тяги СПД, оценка случайных и неопределенных составляющих ошибок исполнения динамических операций, прогноз траекторий и расчет возможных точек встречи с потенциально опасными объектами, формирование баллистической информации с требуемыми предельными погрешностями, включая расчет поправок к бортовой шкале времени (БШВ). Решение перечисленных выше задач возможно лишь путем использования перспективных дополнений ГНСС, включая межспутниковые каналы связи. Способы преодоления всех перечисленных выше трудностей и определяют концепцию автономной системы навигации и управления КА на ГСО на этапах довыведения, перевода на рабочую долготу, удержания в рабочей точке с учетом возможной коллокации с другими КА. Возникающая в результате научно-техническая задача может быть классифицирована как задача оптимального управления по неполным и неточным данным. Базовая концепция автономной системы навигации и управления КА на ГСО состоит в условном разделении задач управления и навигации с последующей отработкой соответствующих алгоритмов путем моделирования процессов функционирования создаваемой замкнутой интегрированной системы в различных режимах, соответствующих этапам жизненного цикла КА на ГСО. Заметим, что в рассматриваемой технической задаче одновременно присутствуют разнородные по своей физической природе неконтролируемые факторы: детерминированные, стохастические и неопределенные. В результате для создания алгоритмов управления и навигации следует рассматривать различные подходы к учету неконтролируемых факторов, включая детерминированный, стохастический и гарантирующий. В описанных условиях существует несколько вариантов формализации задач управления. В общем случае целесообразно использовать модель движения центра масс КА в инерциальной системе координат, полученную путем линеаризации классических уравнений движения центра масс КА относительно круговой невозмущенной орбиты (в центральном поле) для задачи двух тел:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k [u_k (1 + \mu_k) + \eta_k] + D_k + \xi_k, \quad (1)$$

где $k = \overline{1, N}$, N – количество коррекций орбиты с использованием управления, x_k – n -мерный вектор отклонений равноденственных параметров орбиты (оскулирующих элементов орбиты КА в момент прохождения восходящего узла) КА от номинальных (вектор состояния системы), u_k – m -мерный вектор управления, характеризующий приращение характеристической скорости в результате коррекции, A_k и B_k – матрицы коэффициентов линеаризации размеров $n \times n$ и $n \times m$ соответственно, D_k –

вектор возмущений размером $n \times 1$, обусловленный систематическими возмущениями, вызванными влиянием внешней среды (нецентральность гравитационного поля, аэродинамические и другие силы), μ_k – мультипликативная ошибка исполнения коррекции (центрированная случайная величина со среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\mu k}$), η_k – m -мерный вектор аддитивных ошибок реализации коррекции, ξ_k – n -мерный вектор неконтролируемых факторов, возмущающих компоненты вектора прогноза состояния x_{k+1} . Матрицы коэффициентов линеаризации зависят от параметров номинальной орбиты, а также от длительностей активных и пассивных участков. Поэтому модель (1) линейна лишь по вектору состояния, по управлению она нелинейна.

В. Формализация постановки задачи управления в различных вариантах

Модель (1) является обобщенной в том смысле, что свойства начальных условий, неконтролируемых факторов и ошибок реализации управления трактуются по-разному в зависимости от используемого подхода к решению задачи управления: детерминированного, стохастического или минимаксного. В детерминированной задаче определен вектор начальных условий x_0 , а возмущения μ_k , η_k , ξ_k отсутствуют, т.е.

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k [u_k]_k. \quad (2)$$

В детерминированной постановке рассматривается совокупность технических задач управления переводом динамической системы (2) из заданного начального состояния, характеризуемого вектором x_1 , в конечное x_{N+1} при условии $x_{N+1} \in X_{N+1}$

В рамках стохастического подхода решается задача синтеза оптимального управления дискретной стохастической системой общего вида:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k [u_k (1 + \mu_k) + \eta_k] + S_k + \xi_k \quad (3)$$

или

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k (1 + \mu_k) + S_k + v_k, \quad (4)$$

где N – число шагов, x_k – n -мерный вектор состояния системы, известный точно, u_k – m -мерный вектор управления, A_k – квадратная матрица размером $n \times n$, B_k – прямоугольная матрица размером $n \times m$, S_k – неслучайный вектор размером $n \times 1$, μ_k – центрированная случайная величина со среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\mu k}$, η_k – центрированный гауссов случайный m -мерный вектор с корреляционной матрицей H_k , ξ_k – центрированный гауссов случайный n -мерный вектор с корреляционной матрицей N_i , $v_k = B_k \eta_k + \xi_k$ – гауссов случайный вектор.

Будем полагать далее, что случайные факторы μ_k , η_k , ξ_k независимы и начальные условия гауссовы с известными статистическими характеристиками.

В качестве критерия оптимальности используется выражение

$$\bar{J}^0 = M \left[\sum_{k=1}^N (x_k^T Q_k^0 x_k + u_k^T W_k^0 u_k) + x_{N+1}^T K^0 x_{N+1} \right], \quad (5)$$

где Q_k^0 , W_k^0 и K^0 – заданные положительно определенные симметричные матрицы.

Оптимальным управлением является вектор $u_k(x_k)$, который доставляет минимум введенному критерию с учетом l изопериметрических ограничений ($j = \overline{1, l}$):

$$J^j = M \left[\sum_{k=1}^N (x_k^T Q_k^j x_k + u_k^T W_k^j u_k) + x_{N+1}^T K^j x_{N+1} \right] \leq J_*^j. \quad (6)$$

Для синтеза оптимального управления воспользуемся достаточным условием оптимальности.

При неособенной матрице

$$\Gamma_k = W_k + B_k^T K_{k+1} B_k (1 + \sigma_{\mu k}^2) \quad (7)$$

оптимальное управление вычисляется по формуле

$$u_k = -L_k x_k - d_k, \quad (8)$$

где $L_k = \Gamma_k^{-1} B_k^T K_{k+1} A_k$, $d_k = \Gamma_k^{-1} B_k^T (K_{k+1} S_k + G_{k+1})$.

Левые части изопериметрических ограничений при найденном оптимальном управлении можно вычислить с помощью рекуррентных соотношений (промежуточные выкладки опущены):

$$\begin{aligned} R_k^j(x_k) = & x_k^T (Q_k^j + A_k^T K_{k+1}^j A_k - A_k^T K_{k+1}^j L_k - L_k^T K_{k+1}^j A_k + \\ & + L_k^T \Gamma_k^j L_k) x_k + 2(G_{k+1}^j)^T (S_k - B_k d_k) + \\ & + 2[(A_k - B_k L_k)^T (G_{k+1}^j + K_{k+1}^j S_k) - A_k^T K_{k+1}^j d_k]^T x_k + \\ & + c_{k+1}^j + \text{Sp}(V_k K_{k+1}^j) + S_k^T K_{k+1}^j S_k + d_k^T \Gamma_k^j d_k - 2S_k^T K_{k+1}^j B_k d_k, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Gamma_k^j = W_k^j + B_k^T K_{k+1}^j B_k (1 + \sigma_{\mu k}^2)$.

При формализации задачи управления в рамках гарантирующего (минимаксного) подхода модель движения записывается в виде

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k v_k + S_k, \quad (10)$$

где $v_k = 1 + \mu_k$.

Для определения оптимального управления воспользуемся достаточным условием оптимальности, которое в рассматриваемом случае принимает вид ($v_k^B = 1 + \mu_m$, $v_k^H = 1 - \mu_m$):

$$\begin{aligned} R_k(x_k) = & \min_{u_k} \max_{v_k^H \leq v_k \leq v_k^B} \{x_k^T Q_k x_k + \\ & + u_k^T W_k u_k + R_{k+1}(x_{k+1}) / x_k, u_k\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Если неопределенное возмущение трактовать как управление некой «противодействующей» стороны, то при «оптимальном» управлении в смысле максимума по возмущению функции будущих потерь последняя должна зависеть только от абсолютного значения мультипликативного возмущения. С учетом сказанного гарантирующее управление определяется в форме

$$u_k = -L_k x_k - d_k, \quad (12)$$

где $L_k = \Gamma_k^{-1} l_k$, $d_k = \Gamma_k^{-1} r_k$, $\Gamma_k = B_k^T K_{k+1} B_k$, $l_k = B_k^T K_{k+1} A_k$.

Таким образом, алгоритм гарантирующего управления по форме совпадает с алгоритмом стохастического управления и отличается от последнего только методами вычисления коэффициентов обратной связи и компенсации вектора управления.

С. Формализация постановки задачи управления в различных вариантах

В соответствии с концепцией построения автономной системы управления КА на ГСО [1, 2, 3] при разработке алгоритмов управления рассматривались различные подходы к учету неконтролируемых факторов – детерминированный, стохастический и гарантирующий. Если случайные воздействия пренебрежимо малы, используется детерминированный подход, который дает оптимистичное (наилучшее) решение. Стохастический подход дает решение, оптимальное в среднем по множеству исходов, и применяется, когда статистические характеристики случайных факторов известны. Гарантирующий подход принято называть пессимистическим, поскольку он приводит к наилучшему решению в наихудшем с точки зрения влияния неопределенных неконтролируемых факторов случае.

Наличие алгоритмов автономного управления и навигации, созданных в рамках трех упомянутых подходов, позволит сформировать программно-математическое обеспечение интегрированной автономной системы навигации и управления динамическими операциями КА на ГСО, адаптируемое к конкретной ситуации.

Перейдем к формированию алгоритмов автономного управления на основе развитой концепции и с учетом предложенной ранее формализации. Рассмотрим вначале детерминированный подход при следующих допущениях:

- принципиальными являются трансверсальное и бинормальное направления ускорения от тяги электрической реактивной двигательной установки (ЭРДУ). Радиальная составляющая появляется из-за ошибок ориентации;
- начальные условия заданы системой автономной навигации;
- система ориентации и стабилизации спутника в течение активного участка поддерживает необходимую ориентацию вектора тяги;
- коррекция положения КА в плоскости орбиты по времени может совпадать с коррекцией наклона.

На этапе довыведения на ГСО для управления движением центра масс КА предлагается использовать алгоритм квазиоптимального управления с обратной связью. Алгоритм построен на базе необходимых условий оптимальности программы управления при перелете между некомпланарными орбитами с использованием непрерывно работающей ЭРДУ (за исключением теневых участков).

Управлением в задаче довыведения являются углы тангажа θ и рыскания ψ , определяющие орт ориентации вектора тяги маршевого двигателя. Так как, скорее всего,

двигатель будет жестко закреплен на КА вдоль строительной оси Ox , то вычисляемые требуемые углы ориентации тяги фактически будут являться требуемыми углами ориентации всего КА.

Углы тангажа θ и рыскания ψ в любой момент времени вычисляются по формулам [1]:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{A_r}{\sqrt{A_r^2 + A_x^2}}, \sin \theta = \frac{A_x}{\sqrt{A_r^2 + A_x^2}}, \\ \sin \psi &= \frac{\sqrt{A_r^2 + A_x^2}}{\sqrt{A_r^2 + A_x^2 + A_n^2}}, \sin \theta = \frac{A_n}{\sqrt{A_r^2 + A_x^2 + A_n^2}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} A_r &= hp_h + [(\xi + 1) \cos F + e_x] p_{ex} + \\ &+ [(\xi + 1) \sin F + e_y] p_{ey}; \\ A_x &= \xi (p_{ex} \sin F - p_{ey} \cos F), \\ A_n &= \eta (-e_y p_{ex} + e_x p_{ey}) + \\ &+ \frac{1}{2} \tilde{\varphi} (p_{ix} \cos F - p_{iy} \sin F). \end{aligned} \quad (14)$$

В приведенных соотношениях выше $h = \sqrt{p/\mu_E}$, $e_x = e \cdot \cos(\Omega + w)$, $e_y = e \cdot \sin(\Omega + w)$, $i_x = \operatorname{tg}(i/2) \cos \Omega$, $i_y = \operatorname{tg}(i/2) \sin \Omega$, $F = v + w + \Omega$, e – эксцентриситет, p – фокальный параметр, w – аргумент перигея, i – наклонение, Ω – долгота восходящего узла, v – истинная аномалия, $\xi = 1 + e_x \cos F + e_y \sin F$, $\eta = i_x \sin F - i_y \cos F$, $\varphi = 1 + i_x^2 + i_y^2$. Переменные p_h , p_{ex} , p_{ey} , p_{ix} , p_{iy} , p_F сопряжены с фазовыми координатами h , e_x , e_y , i_x , i_y и F соответственно.

Отметим здесь, что элементы орбиты КА, используемые в приведенных выше соотношениях, рассчитываются на основе известных на борту компонент вектора состояния КА, включающего его координаты и компоненты вектора скорости. Таким образом, управление зависит от вырабатываемых на борту навигационных оценок координат и скорости КА.

Управление КА осуществляется на основе результатов решения навигационной задачи. Алгоритм управления использует не только оценки компонент координат и вектора скорости КА, но и оценки углов его ориентации, фактического значения тяги двигателя, а также углов отклонения вектора тяги от номинала. В процессе проведения исследования одной из основных задач было формирование требований к вырабатываемым оценкам перечисленных параметров вектора состояния КА исходя из перспективных требований к точности довыведения и приведения в рабочую точку.

При построении алгоритма удержания КА в рабочей позиции целесообразно использовать те же подходы и методы, что и в случае приведения в орбитальную позицию. Целью удержания в окрестности опорной орбиты является обеспечение принадлежности вектора состояния КА заданной области на длительном интервале времени, соизмеримом со сроком активного существования КА. При этом предполагается, что доступен полный вектор состояния, получаемый от системы навигации. В этом случае, как и при вводе КА в систему, в качестве рабочей

можно принять ту же самую модель управляемого движения, но с адаптацией к данному этапу. Дело в том, что модель управляемого возмущенного движения прогнозирует состояние КА в конце активного участка, тогда как при удержании нас будет интересовать прогноз вектора состояния наперед после очередной коррекции. Иными словами, при удержании управление осуществляется не терминальным состоянием, как при вводе в орбитальную структуру, а будущей эволюцией вектора состояния.

Соответствующую модель нетрудно получить из рабочей модели, учитывая только вековые возмущения. Принимая во внимание близость к нулю эксцентриситета орбиты, ограничимся рассмотрением только углового движения. Коррекции эксцентриситета, если и потребуются, будут осуществляться за счет соответствующего выбора момента включения ДУ.

Для определения стратегии удержания используется комбинированный метод оптимизации. В данном случае программная составляющая представляет собой интервалы времени между коррекциями удержания $\{\Delta t_k\}$ и число коррекций, а синтезируемой составляющей по-прежнему является последовательность $\{u_k\}$. Поэтому формально для решения задачи можно воспользоваться любым из выше рассмотренных алгоритмов. Однако количество коррекций на этапе удержания определяется моментом исчерпания имеющегося запаса топлива и может быть сколь угодно большим. Поэтому можно говорить о существовании установившегося режима, когда параметры управления не зависят от времени, а коррекции удержания проводятся через равные, наперед заданные, промежутки времени. Тогда программная составляющая вырождается в единственный параметр – интервал времени Δt_k . Его следует интерпретировать как нижнее значение длительности пассивного участка при определении момента включения из условия минимизации эксцентриситета.

Гипотеза об установившемся режиме постулирует независимость функции будущих потерь от времени. Это означает, что коэффициенты обратной связи синтезируемой составляющей рассчитываются при $N=1$ при выбранном интервале Δt_k между коррекциями с помощью соответствующих рекуррентных соотношений методом последовательных приближений. Затем уравнения возмущенного движения многократно моделируются (статистически или гарантированно) с определением величины управляющего воздействия по линейному закону. В результате находим статистические (или гарантированные) оценки вектора состояния, на основе которых отыскивается оптимальный интервал между коррекциями.

Задачи удержания наклонения и долготы восходящего узла решаются аналогично.

III. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАВИГАЦИОННОГО РЕШЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГНСС-ТЕХНОЛОГИЙ

Обсудим формализацию задачи автономной навигации и формирование облика автономной навигационной системы КА на ГСО. Заметим, что стандартная схема решения на борту навигационной задачи, состоящая из двух действий – «получить и обработать», в рассматриваемой задаче не применима вследствие влияния большого количества неконтролируемых факторов различной природы. Таким образом, в процесс решения нави-

гационной задачи необходимо ввести дополнительные процедуры: предварительной «отбраковки» результатов измерений путем формирования их прогнозных значений на основе априорной на данный момент времени оценки вектора состояния или на основе других измерений; так называемого интервального оценивания, включающего сравнения последовательности измерений друг с другом; планирования навигационных измерений, позволяющего определить оптимальные в смысле минимума погрешности навигационных измерений условия их формирования с учетом прогноза движения КА. Поскольку автономное решение задач навигации и управления КА на ГСО рассматривается в рамках обсуждаемой проблемы применительно к следующим трем этапам его жизненного цикла: доведение КА на ГСО с промежуточной орбиты, перевод КА на требуемую долготу «стояния» (слот) орбитальной структуры и удержание КА в окрестности номинального положения слота, особенности этих этапов создают некоторую специфику в части решения задач автономной навигации для каждого из них. Предлагается компромисс между сложностью модели и ее точностью, когда затрачивается как можно меньше вычислительных ресурсов и при этом на интервалах прогноза движения КА не происходит существенного ухудшения точности навигационного решения.

Детальный анализ условий работы на рассматриваемых этапах жизненного цикла КА на ГСО многоканального и многосистемного ГНСС–приёмника [1, 4, 5], рассматриваемого в качестве интеллектуального ядра автономной навигационной системы, позволил определить рациональные варианты установки антенн ГНСС–приёмника на борту КА, а также алгоритмы и циклограммы обработки ГНСС–измерений в интересах достижения максимальной точности и достоверности навигационного решения (рис. 1).

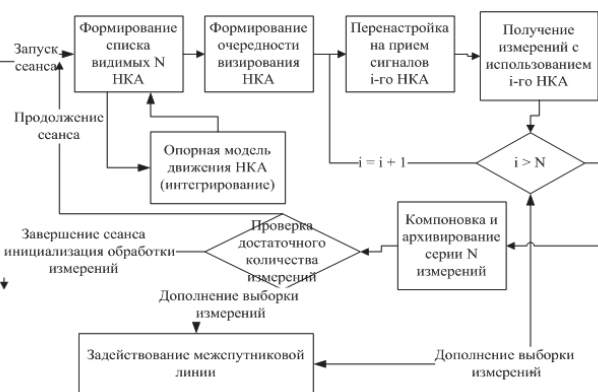


Рис. 1.

В качестве алгоритмов интеграции данных и обработки навигационной информации используются метод наименьших квадратов и динамическая фильтрация. В частности, используется так называемая скалярная модификация фильтра Калмана (СМ ФК), характеризующаяся процедурой коррекции, при которой проводится m итераций, где m – число отдельно обрабатываемых алгоритмом измерений, доступных в момент времени t_i . В процедуре коррекции соблюдается строгая очередность обработки измерений, обусловленная стремлением повысить точность оценок путем первоочередной обработки тех измерений, аналитическая функция которых дает ненулевую частную производную по возможно больше-

му количеству компонент оцениваемого вектора состояния центра масс КА.

Рассмотрим более подробно оригинальную процедуру оценки модуля и ориентации тяги СПД [1, 6], используемого в качестве маршевого на этапе доведения, построенную на основе так называемого квазилинейного или расширенного фильтра Калмана. Задача оценки фактического уровня и ориентации тяги решается отдельно от задачи оценки компонент положения и скорости центра масс КА, для чего вводится вектор состояния, характеризующий этот двигатель:

$$\mathbf{X}_2 = (X_{IF} \ Y_{IF} \ Z_{IF} \ V_{X_{IF}} \ V_{Y_{IF}} \ V_{Z_{IF}} \ \tilde{P} \ \tilde{\alpha} \ \tilde{\beta})^T, \quad (15)$$

где \tilde{P} – опорный модуль тяги, α и β – опорные углы ориентации тяги относительно осей инерциальной системы координат (СК), образуемые в результате последовательных разворотов вектора тяги относительно строительных осей КА и строительных осей КА – относительно инерциальных.

Процедуры оценки компонент положения, скорости, уровня и ориентации тяги в обсуждаемой интегрированной автономной навигационной системе выглядят следующим образом (рис. 2).

- С использованием скалярной модификации фильтра Калмана в рамках сильно связанной архитектуры формируются оценки компонент текущего вектора состояния центра масс КА X_1 с учетом того, что оценки параметров ориентации КА и соответствующих систематических ошибок уже получены с некоторой точностью. При этом на борту КА на каждом шаге алгоритма формируются две траектории его движения: «истинная», полученная в результате обработки измерений, и опорная, полученная путем интегрирования уравнений движения КА с учетом всех естественных возмущающих факторов и влияния оцениваемой на борту тяги СПД.
- Путем обработки данных, представленных в форме вектора «невязка» опорной и «истинной» траекторий, сформированных в рамках предыдущей процедуры на каждом шаге квазилинейного фильтра Калмана, осуществляется оценка фактического уровня и ориентации тяги СПД. Необходимо подчеркнуть, что опорная траектория, формируемая на каждом шаге данной процедуры, корректируется с учетом оценок компонент вектора тяги, полученных на предыдущем шаге.

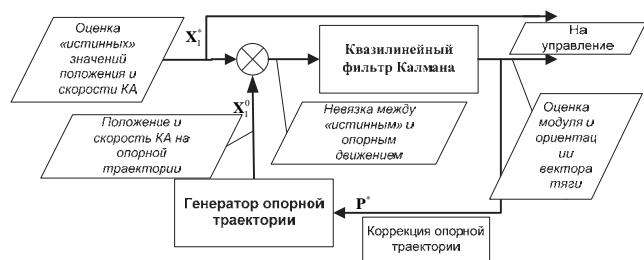


Рис. 2.

Остановимся на различиях в исполняемых бортовых алгоритмах в зависимости от этапа жизненного цикла

КА на ГСО. Рассмотрим этап довыведения КА на ГСО, характеризующийся рядом особенностей, затрудняющих проведение навигационных измерений и формирование высокоточного навигационного решения, а именно:

- перманентное изменение ориентации и текущих параметров орбиты КА и, как следствие, ухудшение информативности оптических и радионавигационных измерений, обусловленное выходом из зоны обзора астродатчиков и потерей сигнала ГНСС;
- необходимость высокоточного прогнозирования управляемого движения КА с учетом ускорения от тяги двигателя, сравнимого по модулю с ускорениями от возмущающих факторов;
- необходимость проведения сеансов ГНСС-измерений для различных типов промежуточных орбит с разбросом большой полуоси до 50 000 км, эксцентриситета до 0.6, наклонения до 1.2.

На этапе приведения КА в рабочую точку на ГСО выявлена следующая особенность решения навигационной задачи, состоящая в необходимости получения высокоточного навигационного решения за относительно короткий промежуток времени до проведения очередного корректирующего импульса, включая высокоточную оценку компонент вектора тяги корректирующего двигателя.

С учетом сказанного, в состав бортовых алгоритмов навигации введен отдельный блок регулирования процесса накопления и фильтрации измерений, определяющий «время жизни» измерения на интервале, пока управляющее воздействие не приведет к суммарному изменению координат с момента получения измерения на величину более 0.1 м или изменению компонент скорости более 10^{-4} м/с. Прогнозирование таких изменений для каждого из формируемых измерений дает возможность управлять размером выборки, обрабатываемой с использованием метода наименьших квадратов (МНК) в целях получения максимальной точности навигационной информации. При отсутствии возможности использования МНК в силу ограниченного количества измерений блок прогноза их устаревания позволяет регулировать значение доверительной вероятности отдельного измерения при обработке в интегральном фильтре Калмана, изменяя при этом коэффициенты в матрице весов (матрице ковариаций ошибок измерений).

Перейдем к рассмотрению особенностей процесса удержания КА на ГСО. Кратко перечислим особенности данного этапа, влияющие на процесс проведения навигационных измерений и формирование высокоточного навигационного решения:

- необходимость сохранения постоянной ориентации КА относительно орбитальной СК на протяжении длительного времени;
- высокие требования по точности позиционирования (менее 1 м по координатам и 1 см/с по компонентам скорости) и ориентации (менее 1 угловой минуты) КА при формировании на борту навигационного решения;
- высокие требования к точности определения периода обращения орбиты КА и удержанию КА на заданной долготе стояния;

- необходимость оперативной и высокоточной оценки сообщаемых корректирующими двигателями установками импульсов удержания КА.

Для достижения указанных характеристик в режиме удержания КА применяются разработанные процедуры оптимального планирования сеансов измерений, критериями оптимальности которых являются максимальная наблюдаемость всех параметров движения КА (выбирается максимум для самых ненаблюдаемых параметров), максимальная длительность сеанса, минимальная априорная неопределенность сдвига бортовой шкалы НКА относительно системного времени. После формирования плана измерений производится его отработка бортовой навигационной аппаратурой КА. Речь идет прежде всего о формировании радионавигационных измерений ГНСС и межспутниковых измерений. Высокие требования к определению периода обращения приводят к необходимости проведения дополнительных процедур сглаживания навигационного решения численными методами оптимальной фильтрации, где в качестве измерений выступают оценки компонент координат или скоростей либо получаемые на их основе значения периода обращения КА.

IV. ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ КОМПЛЕКС ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В целях подтверждения возможности реализации полностью автономных процессов навигации и управления движением КА на ГСО на протяжении всего жизненного цикла и, что самое главное, на этапе довыведения были проведены так называемые комплексные эксперименты, включающие имитационное полунатурное моделирование с использованием специализированных аппаратных средств. Для этого был создан программно-аппаратный комплекс (ПАК) (стенд) полунатурного моделирования [4], в состав которого включены следующие элементы:

- имитатор навигационных сигналов ГНСС (модель NI (National Instruments) PXIe-GNSS);
- имитатор приемника сигналов ГНСС (разработан на базе NI USRP-2920);
- сервер высокоточного координатного обеспечения (генерирует эфемериды НКА);
- ЭВМ для моделирования истинного движения КА и функционирования его бортовой интегрированной системы управления и навигации;
- сетевой концентратор.

Таким образом созданный ПАК фактически обеспечивал реализацию функционально-программного прототипа (ФПП), то есть макета создаваемой интегрированной системы навигации и управления движением, и имитационное моделирование процессов функционирования созданного ФПП. ФПП включил помимо прочего все необходимые модели управляемого движения КА на ГСО на рассматриваемых этапах его жизненного цикла в рамках детерминированного, стохастического и минимаксного подходов. В составе моделей движения учтены все имеющие значимость с точки зрения точности моделирования неконтролируемые факторы, а также управ-

ляющие силы и моменты, действующие на движение центра масс и угловое движение вокруг центра масс КА:

- неконтролируемые факторы – возмущения гравитационного поля Земли с учетом ее несферичности, гравитационное влияние Луны и Солнца, давление солнечного света, прочие факторы – альbedo и излучение Земли, приливы в твердом теле Земли, океанические приливы;
- управляющие ускорения – ускорения, сообщаемые маршевой двигательной установкой (ДУ) при доведении на ГСО в непрерывном режиме, ускорения, сообщаемые ДУ в периоды коррекции орбиты при функционировании (удержании) на ГСО, угловые ускорения, сообщаемые бортовой гироскопической системой стабилизации и ориентации в режиме отработки требуемых при доведении маневров, угловые ускорения, сообщаемые бортовой гироскопической системой стабилизации и ориентации в режиме стабилизации в рабочей точке на ГСО, угловые ускорения, сообщаемые двигателями ориентации для: разгрузки гироскопической системы, успокоения вращения КА, отработки управляющих команд по изменению ориентации в целях достижения определенной пространственной ориентации ДУ.

Среди моделей бортовых аппаратных средств в составе ПАКа основное внимание уделяется детальной модели бортового ГНСС-приемника как источника навигационной информации, включая используемые модели движения навигационного космического аппарата (НКА) ГЛОНАСС и GPS с учетом возмущающих факторов, состав которых задан нормативными документами и стандартами в области движения искусственных спутников Земли, формирования транслируемых сигналов на борту НКА с учетом особенностей технической реализации этих процессов, геометрической радиовидимости НКА приемной ГНСС-антенной, приема ГНСС-сигналов антенной КА на ГСО с учетом ее усиления, диаграммы направленности НКА и ослабления ГНСС-сигнала при распространении, с учетом обработки кодовых и фазовых измерений. В составе моделей бортовых исполнительных систем и устройств формирования управляющих сил и моментов реализованы модели маршевого двигателя электрического типа, силовых гироскопических устройства системы угловой ориентации и стабилизации (СУОС) и газовых реактивных двигателей коррекции.

Состав и особенности моделей неконтролируемых факторов в рамках описываемой стохастической модели с учетом высоких требований по точности навигации и управления движением КА на ГСО определяются такими факторами, как неточность в знании мгновенных угловых координат полюса Земли в промежуточной земной системе координат, определяющих положение «истинной» оси вращения Земли и угловую величину неравномерности вращения вокруг этой оси; неточность в знании собственных координат центра масс КА в земной СК, определяемая как разница между «истинными» координатами КА и их оценками, получаемыми на борту КА; ошибки в знании координат небесных тел, используемых при расчете гравитационного ускорения третьего тела, определяемые как разница между эфемеридами небесных тел, построенными с использованием звездных каталогов, и грубым расчетом на борту КА с использо-

ванием predetermined рядов. Заметим, что модели высокоточного описания сил и моментов, действующих на КА при попадании на него солнечного света, являются стохастическими, представляемыми в данной модели в виде набора случайных величин с характеристиками, соответствующими паспортам используемых оптических приборов, а также ошибок ориентации КА, фактического положения солнечных батарей, ошибок основного модельного параметра, определяющего величину мощности получаемого КА солнечного излучения. Моделирование этих ошибок проводится путем генерации нормально-распределенных случайных величин или с использованием соответствующих формирующих фильтров.

Среди особенностей стохастических моделей бортовых навигационных средств основное внимание, как и при детерминированном подходе, уделяется модели бортового приемника ГНСС-сигналов. Базовое отличие стохастической модели движения НКА, используемой для генерации эфемерид НКА и, в конечном счете, для формирования ГНСС-измерений, состоит в учете ошибок эфемерид. Для воспроизведения ситуации, наиболее адекватной реальной физической картине, ошибки эфемерид не генерируются случайным образом, а формируются автоматически с использованием оперативных версий наиболее точных файлов RINEX и SP3, включающих навигационные сигналы НКА без специальной обработки. Стохастическая модель кодовых измерений учитывает тот факт, что разность моментов времени излучения сигнала НКА и его приема борту КА на ГСО случайна в силу влияния ошибок, в качестве которых выступают сдвиг БШВ бортового ГНСС-приемника и сдвиги БШВ НКА, образующих рабочее созвездие. Систематические компоненты этих ошибок включены в состав компонент расширенного вектора состояния КА на ГСО с целью их уточнения при решении навигационной задачи. Аналогично, модели фазовых измерений характеризуются учетом следующих случайных и неопределенных факторов: ошибок ориентации КА на ГСО; ошибок решения навигационной задачи по компонентам положения и скорости центра масс КА на ГСО; непредсказуемых скачков фазы при формировании фазовых измерений. В отличие от ГНСС-приемника при описании стохастических моделей аппаратных средств СУОС КА на ГСО: оптико-электронных астроприборов КА, датчика инфракрасного излучения Земли, солнечного прибора (датчика ориентации на Солнце), датчиков угловых скоростей (ДУС) – вполне допустимо применение стандартных стохастических моделей, приведенных, в частности, в работах [4, 7, 8]. В ПАКе использовалась модель тяги двигателя электрического типа (рассматриваемые в исследовании модели преимущественно плазменного типа – СПД-140, СПД-100 и т.д.) при условии штатной его работы, которая имеет следующий вид:

$$P_R = P_N (U_0) + \Delta P(t) + \Delta P_{Sys}, \quad (16)$$

где P_R – мгновенная величина тяги, P_N – номинальное значение тяги при напряжении U_0 , представляемое как константа, ΔP_{Sys} – систематическое отклонение тяги, представляется как случайная величина с нулевым МО и $D_{\Delta P_{Sys}}$, $\Delta P(t)$ – флуктуация тяги, представляемая в виде стационарного случайного процесса с известной корреляционной функцией. Эта модель отражает результаты испытаний перспективного плазменного двигателя [1] и использования его типичного профиля тяги.

V. РЕЗУЛЬТАТЫ

С использованием созданного ПАК верифицирована стохастическая модель тяги стационарных плазменных двигателей, используемых как на этапе довыведения, так и при переводе КА на требуемую долготу на ГСО и удержании в рабочей точке. Данная стохастическая модель учитывает разброс модуля и ориентации вектора тяги. По результатам имитационного моделирования с использованием ПАК показана возможность оценки фактического значения тяги МДУ с ошибкой менее 1% от номинала (ЗСКО), оценки углов ориентации тяги с ошибкой менее 10' при времени проведения оценки тяги менее 4 часов (3 СКО).

По результатам имитационного моделирования с использованием ПАК [1, 5, 6] показано, что с учетом получаемых ошибок оценок модуля и ориентации вектора тяги предложенные алгоритмы автономной навигации обеспечивают на этапе довыведения в автономном режиме на интервале более 1 года на уровне 3 СКО:

- ошибки оценки координат центра масс КА менее 100 м (при приведении с использованием дополнительных процедур обработки менее 5 м);
- ошибки оценки вектора скорости менее 0.7 м/с (при приведении с использованием дополнительных процедур обработки менее 0.004 м/с);
- ошибка оценки углов ориентации менее 1' (при приведении с использованием дополнительных процедур обработки менее 0.1');
- ошибка оценки ориентации солнечных батарей менее 6°;
- ошибка оценки ориентации связанных осей КА относительно орбитальных менее 10'.

По результатам имитационного моделирования с использованием ПАК показано, что при выполнении указанных выше характеристик точности оценивания модуля и ориентации вектора тяги СПД и решения навигационной задачи автономными средствами предложенные стохастические алгоритмы управления обеспечивают следующие характеристики терминальной точности этапов довыведения и перевода КА на рабочую долготу на ГСО (ЗСКО):

- ошибки по наклонению не более 0.05°;
- ошибки по эксцентриситету не более 0.0001;
- ошибки по полуоси не более 30 км;
- ошибки по долготе подспутниковой точки не более 0.05°.

По результатам имитационного моделирования с использованием ПАК показано, что предложенные алгоритмы удержания КА на рабочей долготы стояния на ГСО обеспечивают:

- максимальное отклонение линии визирования с ошибкой менее 4' (3 СКО);
- время выхода на стабилизированный режим после выполнения коррекций орбиты менее 30 мин;
- время сохранения стабилизации без нарушений более 1 года.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Козорез Д.А. Разработка теоретических основ и алгоритмического обеспечения для создания автономных интегрированных систем навигации и управления космическими аппаратами на геостационарной орбите на основных этапах их жизненного цикла: дисс. ...докт. техн. наук: ФГБОУ ВО «МАИ (НИУ)». М., 2019. 343 с.
- [2] Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И. Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. 1. Концепция построения автономной интегрированной навигационной системы // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2015. № 5. С. 137.
- [3] Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И. Решение навигационной задачи при автономном выведении полезной нагрузки на геостационарную орбиту с помощью двигателя малой тяги // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2015. № 1. С. 106.
- [4] Козорез Д. А., Красильщиков М. Н., Кружков Д. М. Компьютерное моделирование процесса довыведения космического аппарата на геостационарную орбиту с использованием стационарного плазменного двигателя // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2015. №9 (135). С. 9–15.
- [5] Войковский А.П., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И. Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. II. Моделирование процессов функционирования интегрированной автономной системы навигации и управления космического аппарата // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2016. № 5. С. 107–117.
- [6] Козорез Д.А., Кружков Д.М. Оценка модуля и ориентации тяги плазменного двигателя при выведении космического аппарата на геостационарную орбиту // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 11 (125). С. 13–19.
- [7] Красильщиков М. Н., Козорез Д.А., Сыпало К.И., Самарин О.Ф., Савостьянов В.Ю. К проблеме высокоточного позиционирования фазового центра антенны многофункциональной бортовой РЛС авиационного базирования // Гирскопия и навигация. 2013. №2 (81). С. 14–30.
- [8] Красильщиков М.Н., Сыпало К.И., Козорез Д.А. Анализ условий обеспечения функционирования инерциально-спутниковой навигационной системы беспилотного летательного аппарата в условиях помех // Автоматика и телемеханика. 2010. №3. С. 72.

Задачи навигации и управления движением в точном земледелии

Л.Б. Рапопорт, А.А. Генералов
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Москва, ул. Профсоюзная 65, 117997

Т.А. Тормагов, М.Ю. Шавин
Сколковский институт науки и технологий,
Москва, Территория Инновационного Центра «Сколково»,
Большой бульвар д.30, стр.1 121205

Аннотация—В статье рассматриваются математические постановки задач, возникающих при построении систем точного земледелия. Рассматриваются задачи планирования пути, стабилизации движения колесного робота вдоль пути, оценки областей притяжения, обнаружения препятствий и предотвращения соударений, навигации и определения ориентации робота в пространстве.

Ключевые слова—глобальная навигационная спутниковая система (ГНСС), бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), LIDAR, параллельные пути, путевая стабилизация, область притяжения, метод потенциалов, линеаризация обратной связи, предотвращение соударений, расширенный фильтр Калмана.

1. ВВЕДЕНИЕ

Человечество начало получать достаточно пищи всего несколько десятилетий назад. До этого дефицит продуктов питания испытывали в той или иной степени даже развитые страны. Изменения случилось благодаря разработке и совершенствованию инструментов выращивания сельскохозяйственных культур. Настоящая революция произошла, когда люди научились применять высокоточные инструменты земледелия. Целью точного земледелия является получение большего результата с меньшими затратами труда. Это достигается за счет того, что большие машины, обрабатывающие большие поля (см. рис. 1.) выполняют точную работу, позиционируя обрабатывающие инструменты с высокой точностью, достигающей в некоторых приложениях сантиметровой величины. В самом общем случае сельскохозяйственный робот выполняет следующие задачи:

- 1) автоматическую посадку растений и закладку семян;
- 2) точное картографирование посадок с помощью GNSS и мониторинг урожайности;
- 3) навигацию и автоматическое управление;
- 4) дифференцированное внесение удобрений;
- 5) дифференцированную обработку пестицидами и инсектицидами.

Специфика работы машины, обрабатывающей поле, состоит в повторяющихся действиях. Действия повторяются автоматически проход за проходом по заранее спланированным путям (см. рис. 2).

Поле не обязательно является плоским и не обязательно имеет простую прямоугольную границу. В общем случае решается задача оптимального покрытия поля с учетом неровности поверхности. Этой задаче посвящена обширная литература, см. [1–10], где приведены постановки задачи планирования путей, покрывающих сельскохозяйственные поля. В работах [5, 6, 9, 10] рассматривается покрытие неровного поля, определенного сложной

поверхностью в трехмерном пространстве и ограниченного криволинейным контуром.



Рис. 1. Сельскохозяйственный робот. В кабине присутствует оператор, следящий за безопасностью выполнения работ. Руление и управление навесным оборудованием выполняется автоматически

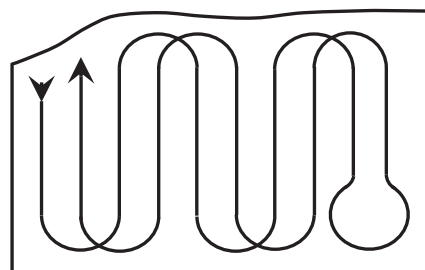


Рис. 2. Поле, покрытое параллельными путями с определенным порядком следования по путям

Различные виды работ требуют своего способа планирования пути. Различают машины двух типов: а) имеющие механизм Аккермана поворота передних колес и б) разворачивающиеся на месте с помощью дифференциального привода задних колес. В зависимости от кинематической схемы машины, накладываются или не накладываются ограничения на максимальную кривизну при решении задачи планирования пути. Задачи планирования путей и управления движением для машин типа а), называемых также неголономными роботами, описаны в работах [1] и [11–13].

Один из подходов к решению задачи планирования пути состоит в построении набора контрольных точек, через которые затем проводится сплайн. Контрольные точки параллельного пути строятся сдвигом вдоль нормали к сплайну. Нормаль лежит в плоскости, касательной к полю в данной точке.

После того, как пути построены, требуется решить задачу следования по криволинейным путям с высокой точностью. Для выполнения многих задач земледелия требуется сантиметровая точность позиционирования рабочих инструментов. Для синтеза алгоритмов стабилизации движения колесного робота удобно использовать метод линеаризации обратной связи, см. [14]. Кинематика колесного робота описывается нелинейными дифференциальными уравнениями. Синтезируется такой нелинейный контроллер, который превращает замкнутую управляемую систему в линейную систему с заранее заданным показателем экспоненциальной устойчивости, см. [11–14].

Наличие ограничений на управление (угол поворота передних колес) может приводить к существенным переходным процессам в замкнутой системе автоматического руления, построенной с использованием метода линеаризации обратной связью, см. [12, 13]. Актуальной является задача оценки области притяжения в координатах боковое отклонение – угловое отклонение, см. [12, 15]. Эта область инвариантна, т.е. однажды попав в нее, система больше ее не покинет. Если инвариантная область притяжения вписана в некоторую область, удовлетворяющую геометрическим ограничениям, таким как, например, полоса определенной ширины, то в процессе движения эти ограничения не будут нарушены несмотря на наличие переходных процессов. Эта конструкция оказывается важной при переходе от автоматических систем, не исключающих присутствие оператора в кабине, к полностью автономным.

В автономном роботе присутствие оператора не предполагается. Управление автономным роботом состоит из двух этапов. На первом этапе программным управлением робот приводится в область притяжения, гарантированную алгоритмом автоматического руления при ограниченном угле поворота колес, после чего система управления переходит ко второму этапу и включает алгоритм автоматического руления.

Несмотря на то что робот движется по заранее спланированному пути, не содержащему препятствий, быстро меняющаяся обстановка, случайно брошенные на поле предметы, внезапное появление людей или животных может привести к необходимости объезда обнаруженных препятствий или к необходимости снижения скорости вплоть до аварийной остановки. Для реализации этой функции нужно использовать LIDAR и видеокамеры. При этом в комбинации с методом линеаризации обратной связью используется метод искусственного отталкивающего потенциала, порожденного препятствием.

Реализация сантиметровой точности позиционирования рабочего инструмента предполагает использование ГНСС оборудования для навигации и определения ориентации. Точная ориентация машины необходима для пересчета положения антенны, обычно расположенной на крыше кабины, на положение навесного оборудования, расположенного вблизи земли на расстоянии нескольких метров от антенны. Для реализации фазово-дифференциального режима позиционирования используются высокоточные ГНСС приемники, имеющие одну, две или три антенны. Фазово-дифференциальный режим позиционирования, называемый также RTK, требует приема коррекций (или полных фазовых и кодовых измерений) от базовой станции или от сервиса по предоставлению RTK поправок через мобильный интернет. Детали построения алгоритмов фазово-дифференциальной навигации могут быть найдены во множестве книг, см. например [16].

В случае использования одной антенны точное определение ориентации возможно в предположении отсутствия бокового проскальзывания колес машины. Такое ограничение называется неголономным. В общем случае, когда предполагается работа сельскохозяйственной техники на существенно неровных полях, когда боковое проскальзывание неизбежно, необходимо использовать двух- или даже трехантенный навигационный приемник. Примером такого оборудования может служить приемник ADM - 1 компании TOPCON. Точность определения

ориентации тем больше, чем больше расстояние между антеннами. Для дополнительного сглаживания угловой ориентации используется расширенный фильтр Калмана (ЕКФ) или другие методы фильтрации, позволяющие интегрировать решение ГНСС с данными, полученными от бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), также входящих в состав оборудования.

Как уже упоминалось, автономность функционирования предполагает использование LIDAR и оптической стереокамеры для анализа облака точек, полученных от препятствий, встреченных на пути робота, и не учтенных на этапе планирования пути. Данные от дополнительных сенсоров, расположенных в различных точках машины, сводятся с учетом ориентации машины в единую локальную карту препятствий. На основе этой информации строится обобщенный искусственный потенциал, действие которого сводится к синтезу искусственной отталкивающей силы, модифицирующей ранее синтезированное управление рулем и скоростью движения таким образом, чтобы избежать столкновения с препятствием. После объезда препятствия анализируется принадлежность области притяжения перед переключением в режим автоматического управления.

В данной работе рассмотрены математические постановки этих задач и описаны пути их решения.

II. ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ ПУТИ

Рассматривается задача планирования путей по трехмерному и в общем случае неровному полю. Пути должны полностью покрыть поле. В зависимости от кинематической схемы машины накладываются (механизм Аккермана руления передними колесами) или не накладываются (дифференциальное управление задними колесами) ограничения на максимальную кривизну планируемого пути. Требуется проложить пути, расположенные на заданном расстоянии d друг от друга. Можно поставить следующие задачи.

А) Построение параллельных путей на поле с использованием начального пути в виде прямой. Изменяя угол ориентации начальной прямой, можно добиться минимально возможного количества разворотов машины на границах поля (см. рис. 3). Слева на рисунке показано изображение поля на карте, два других изображения иллюстрируют планирование параллельных путей при различной ориентации начального пути.

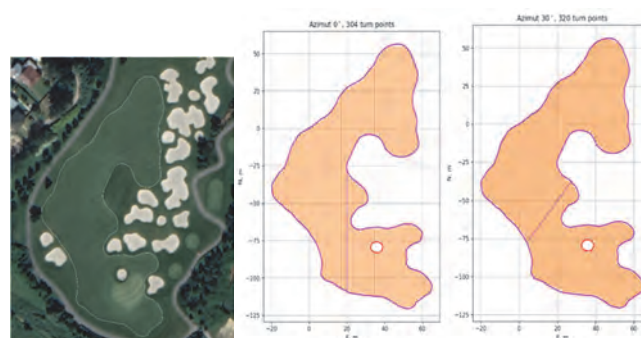


Рис. 3. Построение параллельных путей на поле с криволинейной границей при различных углах ориентации начального прямого пути (отмечен фиолетовой линией). Различные углы ориентации начального пути дают различное общее количество путей и, как следствие, различное количество разворотов машины на границе поля (304 для угла 0° и 320 для угла 30°)

Очевидно, что в этом случае параллельные пути существуют всегда независимо от кинематической схемы машины.

Б) Построение параллельных путей на поле с использованием одной из криволинейных границ поля в качестве начального пути. В этом случае задача построения параллельных путей становится значительно более сложной. Кривизна пути u – это величина, обратная мгновенному радиусу кривизны $u = 1/R$. Кривизна является переменной величиной, зависящей от путевого параметра. Для сегмента окружности кривизна постоянна. Прямолинейному пути отвечает нулевая кривизна и бесконечно большой радиус кривизны. Далее для того чтобы различать направление поворота, будем считать кривизну положительной, если при движении вдоль пути в положительном направлении (в направлении возрастания путевого параметра) машина поворачивает налево. В противном случае знак кривизны отрицательный. При построении пути, находящегося слева от исходного (т.е. при сдвиге пути на фиксированную величину d влево), положительная кривизна $u = 1/R$ увеличивается и становится равной $u' = 1/(R - d)$, так как радиус кривизны R уменьшается и становится равным $R - d$. Эта конструкция работает до тех пор, пока $R > d$. При достижении кривизной значения $R = d$ происходит вырождение. Дальнейшее построение параллельных путей связано с поиском и устранением особенностей. Рис. 4 иллюстрирует возникновение особенностей типа «ласточкин хвост» (левая часть) и параллельные пути, полученные с применением алгоритма устранения особенностей (внутренний контур поля для простоты удален). На правой части рисунка можно увидеть параллельные пути, имеющие угловые точки, в которых мгновенная кривизна достигает бесконечно больших значений. В качестве начального криволинейного пути взята левая граница поля. На практике такие пути могут быть реализованы только машинами с дифференциальным управлением скоростью вращения задних колес. Такая кинематическая схема используется в ряде автономных косилок полей для гольфа и мало распространена в земледелии.

В) Построение параллельных криволинейных путей в случае ограничения на кривизну. Такая постановка задачи актуальна в случае кинематической схемы, предполагающей руление передними колесами. Известно, что при угле поворота рулевого колеса α ($\alpha > 0$ для поворота влево и $\alpha < 0$ для поворота вправо) и расстоянии между осями H кривизна траектории, описываемой точкой, расположенной в середине задней оси (так называемой целевой точки), равна

$$u = \frac{\text{tg } \alpha}{H}. \quad (1)$$

Если угол поворота рулевого колеса ограничен величиной $|\alpha| \leq \bar{\alpha}$, то кривизна траектории, описываемой целевой точкой, будет ограничена:

$$|u| \leq \bar{u}, \quad \bar{u} = \frac{\text{tg } \bar{\alpha}}{H}. \quad (2)$$

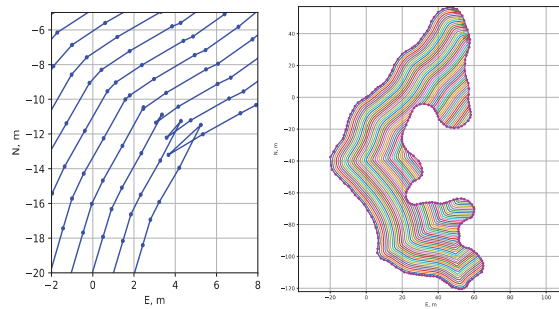


Рис. 4. Иллюстрация возникновения особенностей типа «ласточкин хвост» (слева) и параллельные пути, полученные после применения алгоритма поиска и устранения особенностей

Точное построение параллельных путей в этом случае невозможно, так как, какой бы ни была конечная положительная кривизна (не прямого) участка пути, после k сдвигов влево она станет равной $u' = \frac{1}{R - kd}$. Максимальное количество сдвигов, таким образом, равно $\left\lfloor \frac{R - 1/\bar{u}}{d} \right\rfloor$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ означает округление до наименьшего целого. Существует несколько подходов к решению задачи построения путей с соблюдением ограничения на кривизну. Каждый из подходов предполагает нарушение одного из ограничений. Например, можно нарушить требование строгой параллельности (т.е. строгого соблюдения расстояния d), позволив построить путь на большем расстоянии от исходного (см. рис. 5). При этом появятся необработанные участки. Можно потребовать отсутствия необработанных участков, но при этом придется пожертвовать ограничением на строгую параллельность путей и отсутствие перекрытия соседних полос. Можно поставить задачу минимизации суммарной величины перекрытия при сохранении ограничения на максимальную кривизну путей. Приведем постановку этой задачи более подробно.

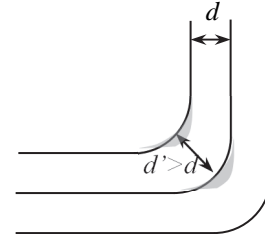


Рис. 5. Происхождение необработанных (непокрытых) участков при нарушении строгой параллельности путей и сохранении ограничения на максимальную кривизну. Необработанные участки показаны серым

Итак, рассматривается задача планирования путей по трехмерному полю. Нужно обеспечить его покрытие без пропусков с минимизацией площади перекрывающихся участков. Поле делится на параллельные дорожки, которые далее последовательно обрабатываются. В качестве начального пути в целях минимизации числа точек поворота используется заранее выбранный участок границы поля. Пути аппроксимируются с помощью В-сплайнов, для которых первая и вторая производные непрерывны. Сплайновая траектория представляется совокупностью элементарных участков, каждый из которых строится по четырем контрольным точкам и лежит в их выпуклой оболочке.

Можно предложить следующий алгоритм, состоящий в исключении необработанных участков поля за счет ограниченного наложения соседних путей, например 10-20%

от ширины d . Подход сводится к решению оптимизационной задачи вида Second Order Cone Programming (SOCP), см. [17], в которой минимизируется средняя кривизна в точках соединения элементарных участков сплайнов с одновременной минимизацией средней ширины перекрытия соседних дорожек. В результате за счет частичного перекрытия последующие пути спрямляются и ограничение на кривизну выполняется. Алгоритм работает следующим образом:

- 1) по контрольным точкам исходного криволинейного пути строится сплайн, на котором с равным шагом в евклидовой метрике выбираются точки $p_i, i = 1, \dots, n$;
- 2) для этих точек определяются направления нормали к сплайну $n_i, \|n_i\| = 1$;
- 3) вдоль вычисленных направлений нормали ищутся точки $p_i + a_i n_i$, являющиеся решением оптимизационной задачи, где скалярные величины a_i определяют шаг сдвига в точке с номером i ;
- 4) траектории продлеваются до границы поля;
- 5) полученное решение оптимизационной задачи используется как набор контрольных точек следующего пути.

Оптимизационная задача, сформулированная на шаге 3, минимизирует следующую целевую функцию

$$\min_{a_i} \beta \|u\|^2 - \sum_{i=1}^n a_i \quad (3)$$

(β – масштабный коэффициент) при ограничениях

$$\alpha d \leq a_i \leq d, \quad (4)$$

где $\alpha = 0.8 \div 0.9$ – допустимая мера перекрытия соседних путей и

$$u_i \leq \bar{u}, \quad (5)$$

u_i – оценка модуля кривизны в начале i -го элементарного участка сплайна, $i = 1, \dots, n$, $\|u\|^2 = \sum_{i=1}^n u_i^2$. Весьма

важно то, что ограничения (5) можно представить в виде ограничений в форме Second Order Cone, и поэтому задача (3)–(5) формулируется как задача SOCP, которая является задачей выпуклого программирования, для которой существуют эффективные и быстрые методы решения.

На рис. 6 приведен пример применения описанного выше подхода.

В качестве начального пути выбрана нижняя левая граница поля. Виден эффект спрямления последующих путей, являющихся параллельными с точностью до возможного 20% перекрытия на участках максимальной кривизны.

Следует заметить, что задача покрытия поля параллельными путями не исчерпывает списка математических задач, возникающих в этой области. После того как пути построены, возникает следующая задача определения порядка и направления проезда трактором вдоль путей. Последовательный проезд с изменением направления,

проиллюстрированный на рис. 7, или проезд «через один ряд», как показано на рис. 2, может оказаться не оптимальным решением для полей сложной формы с внутренними контурами и существенно криволинейной границей.

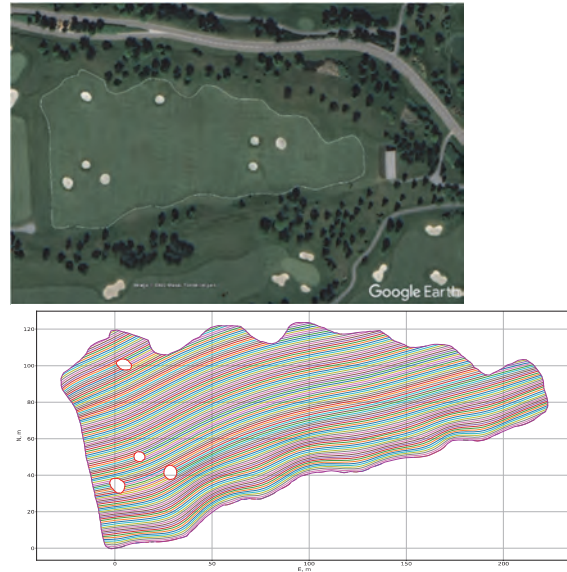


Рис. 6. Пример построения параллельных путей при $\alpha = 0.8, d = 1 \text{ m}, \bar{u} = 0.5 \text{ m}^{-1}$

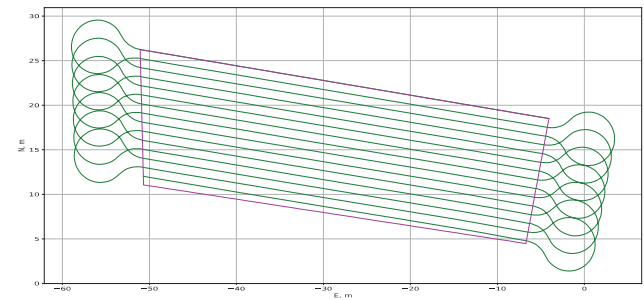


Рис. 7. Последовательный проезд по параллельным путям с Ω -образным разворотом на границе поля

В общем случае для решения задачи об оптимальной последовательности проезда вдоль путей ставятся задачи, относящиеся к типу «задач о бродячем торговце» и являющиеся вычислительно трудными. Для решения таких задач стараются найти быстрые приближенные методы, см. [18, 19]. Один из подходов к решению задачи оптимальной последовательности проезда рядов несколькими машинами состоит в использовании эвристических алгоритмов, таких как «Simulated Annealing».

III. ЗАДАЧА ПУТЕВОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

После того, как пути построены, требуется решить задачу следования по криволинейным путям с высокой точностью. Часто требуется сантиметровая точность. Для синтеза закона управления требуется описание кинематической схемы робота в виде системы дифференциальных уравнений, формулировка цели управления в виде алгебраического соотношения (например, равенство нулю бокового и углового отклонения от требуемого пути). Удобно использовать какой-нибудь из известных методов синтеза управления нелинейными системами, например метод линеаризации обратной связью [14]. При этом для формального синтеза контроллера можно воспользоваться методами компьютерной алгебры. Ниже

проиллюстрировано применение этого метода в применении к колесному роботу, оснащенный механизмом Аккермана руления передними колесами (случай В предыдущей секции).

Итак, пусть $X \in R^3$ – это позиция целевой точки в WGS-84, C – матрица поворота из связанной с роботом системы координат (body frame или BF) в WGS-84. Начало связанной системы координат лежит в рабочей точке. Первая ось BF направлена по центральной линии платформы робота вперед, вторая лежит в плоскости платформы и направлена вправо ортогонально первой. Третья ось направлена вниз ортогонально первым двум, дополняя их до правой тройки. Векторы считаются столбцами и символ T обозначает транспонирование. Пусть целевая точка лежит на середине задней оси. Вектор скорости целевой точки в BF и WGS-84 имеет вид (если индекс опущен то, вектор относится к WGS-84):

$$V_{BF} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad V = CV_{BF}, \quad (6)$$

где v – это абсолютная величина линейной скорости целевой точки. Для простоты считаем ее константой. Пусть $e = (1, 0, 0)^T$. Тогда уравнения движения имеют вид:

$$\dot{X} = vCe, \quad \dot{C} = C\Omega, \quad (7)$$

где

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} = \omega^\times, \quad \omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

ω – это вектор угловой скорости, измеренный гироскопом, закрепленным на платформе, и выраженный в BF. Третья компонента ω_3 также выражается через линейную скорость и мгновенную кривизну траектории, описываемой целевой точкой в плоскости, касательной к поверхности поля и совпадающей с плоскостью платформы, см. выражение (1):

$$\omega_3 = v\mu, \quad \mu = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{H}. \quad (9)$$

Поверхность, по которой едет машина, заранее неизвестна. Предполагается для простоты изложения, что машина едет по ней без проскальзывания. Это означает, что все четыре колеса касаются ее одновременно и катятся без проскальзывания. Эта идеализация может считаться имеющей отношение к действительности, только если линейные размеры машины пренебрежимо малы по сравнению с величиной, обратной к максимальной кривизне поверхности.

Итак, робот едет по поверхности без проскальзывания и все четыре колеса касаются ее одновременно. Предположим, что путь, определенный в предыдущей секции, имеет вид $p(s)$, где s – это путевой параметр. Функция $p(s)$ считается дважды непрерывно дифференцируемой (выполняется для кубического сплайна). Путевой параметр может быть безразмерным или иметь размерность

длины пути, измеренной в [m] вдоль траектории. Расстояние от точки X до пути $p(s)$ определено выражением

$$\|\Delta\|, \quad \Delta = X - p(s^*), \quad (10)$$

где $p(s^*)$ – это ближайшая к X точка пути, $\|\cdot\|$ – это евклидова норма вектора. Считаем, что величина s^* определена однозначно, т.е. минимум $\min_s \|X - p(s)\|$ достигается в единственной точке. Обозначим

$$p'(s) = \frac{d}{ds} p(s), \quad p''(s) = \frac{d^2}{ds^2} p(s).$$

Тогда величина s^* определяется решением уравнения

$$\Delta^T p'(s) = (X - p(s))^T p'(s) = 0. \quad (11)$$

Дифференцирование последнего выражения по времени дает

$$\dot{X}^T p' + X^T p'' \dot{s} - \|p'\|^2 \dot{s} - p^T p'' \dot{s} = 0,$$

откуда с учетом (7) получаем

$$\dot{s}^* = \frac{ve^T C^T p'}{\|p'\|^2 - \Delta^T p''}. \quad (12)$$

Напомним, что все операции дифференцирования, решения уравнений и упрощения выражений можно делать с помощью средств компьютерной алгебры. Выражение (12) вычисляется в точке s^* . Символ зависимости от s опущен.

Обозначим $\delta = \|\Delta\| = \sqrt{\Delta^T \Delta}$. Синтезируем управление методом линеаризации обратной связью для обеспечения экспоненциального убывания с требуемой скоростью $e^{-\lambda t}$ нормы бокового отклонения δ целевой точки X от заданного пути. Для этого вычислим $\dot{\delta}$ и $\ddot{\delta}$ (относительная степень системы (7), (8) равна 2). Имеем

$$\dot{\delta} = \frac{\Delta^T \dot{\Delta}}{\delta} = \frac{\Delta^T (vCe - p'\dot{s})}{\delta}.$$

С учетом (11) получаем $\Delta^T p' = 0$ и окончательно

$$\dot{\delta} = \frac{v\Delta^T Ce}{\delta}. \quad (13)$$

Далее, с учетом уравнений (7), (8), (13) получаем

$$\begin{aligned} \ddot{\delta} &= \frac{v\dot{\Delta}^T Ce + v\Delta^T C\Omega e - v\Delta^T Ce \dot{\delta}}{\delta^2} \dot{\delta} = \\ &= \frac{v(v e^T C^T - \dot{s} p'^T) Ce + v\Delta^T C\Omega e}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta}. \end{aligned} \quad (14)$$

Заметим, что $C^T \Delta$ – это боковое отклонение Δ , выраженное в BF. При этом третья компонента этого вектора равна 0, поскольку вектор Δ лежит в плоскости, касательной к поверхности:

$$C^T \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{BF,1} \\ \Delta_{BF,2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

С учетом последнего выражения и (8), (9) перепишем (14) в виде

$$\ddot{\delta} = \frac{v^2 - v\dot{s}p^{iT}Ce + v^2u(\Delta_{BF,2})}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta}. \quad (16)$$

Выражение (13) с учетом (15) принимает вид

$$\dot{\delta} = \frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta}. \quad (17)$$

Следуя схеме метода линеаризации обратной связью, запишем желаемое дифференциальное уравнение, обеспечивающее экспоненциальное убывание величины δ :

$$\ddot{\delta} + 2\lambda\dot{\delta} + \lambda^2\delta = 0. \quad (18)$$

Подстановка выражений (16) и (17) дает алгебраическое уравнение

$$\frac{v^2 - v\dot{s}p^{iT}Ce + v^2u(\Delta_{BF,2})}{\delta} - \frac{\dot{\delta}^2}{\delta} + 2\lambda\frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta} + \lambda^2\delta = 0,$$

которое решается относительно u :

$$u^* = \frac{-\lambda^2\delta^2 - 2v\lambda\Delta_{BF,1} - v^2 + v\dot{s}p^{iT}Ce + \left(\frac{v\Delta_{BF,1}}{\delta}\right)^2}{v^2\Delta_{BF,2}}. \quad (19)$$

В силу (2) управление u ограничено величиной \bar{u} . Определим операцию насыщения выражением

$$\text{sat}_{\bar{u}}(u) = \begin{cases} \bar{u} & \text{for } u > \bar{u}, \\ u & \text{for } |u| < \bar{u}, \\ -\bar{u} & \text{for } u < -\bar{u}. \end{cases} \quad (20)$$

Окончательно определим управление, удовлетворяющее ограничению (2):

$$u = \text{sat}_{\bar{u}}(u^*). \quad (21)$$

В этой секции мы показали, как формально может быть выведено выражение для контроллера на основе описания кинематической схемы (и, следовательно, дифференциального уравнения) и определения цели управления.

Управление (19) обеспечивает экспоненциальное убывание величины δ , однако дополнительное ограничение (21) может разрушить это свойство. В следующей секции мы исследуем этот вопрос.

IV. АВТОНОМНОСТЬ, БЕЗОПАСНОСТЬ, ГАРАНТИРОВАННОЕ ПОВЕДЕНИЕ И ОЦЕНКА ОБЛАСТИ ПРИТЯЖЕНИЯ

В этой секции мы обсудим построение инвариантных областей притяжения, удовлетворяющих геометрическим ограничениям и гарантирующих такое поведение, при котором состояние робота принадлежит этим областям. В сельскохозяйственных приложениях роботы контактируют с обитаемой средой, неожиданно появившимися препятствиями и могут причинить вред из-за неисправности оборудования или проблем с программным обеспечением.

Таким образом, повышая эффективность выполнения работы, эти роботы становятся источником потенциальной опасности.

Один из подходов, повышающих безопасность и предсказуемость поведения робота, состоит в оценке инвариантной области в фазовом пространстве, которой фазовая траектория робота принадлежит. Если движение начато внутри области, то оно будет продолжаться внутри области, поскольку она инвариантна. Инвариантная область является одновременно областью притяжения состояния равновесия, отвечающего рабочему режиму. В случае уравнений движения, описанных в предыдущей секции, рабочий режим отвечает состоянию равновесия $\delta = 0$, $\dot{\delta} = 0$ системы дифференциальных уравнений (18). Наличие ограничений на управление, т.е. замена управления (19) на (21), приводит к тому, что траектории системы (7), (8), замкнутой управлением (21), перестает удовлетворять линейному дифференциальному уравнению (18). Замкнутая система становится нелинейной в силу нелинейности соотношения (21).

Стандартный подход для построения таких оценок областей притяжения нелинейных динамических систем использует функции Ляпунова $V(z)$ из определенных параметрических классов. Здесь z – это вектор фазового пространства, полученный после применения некоторой замены переменных. Примеры замены переменных, используемых в задачах стабилизации колесных роботов, описаны в работах [11–13]. С помощью функции Ляпунова оценка области притяжения строится как

$$\Omega(\alpha) = \{z : V(z) \leq \alpha\} \quad (22)$$

при условии, что производная по времени в силу динамики системы отрицательна $\dot{V} < 0$ (см. [14]). Константа α управляет размером области притяжения. Чем больше константа, тем шире будет область. Таким образом, с помощью набора констант $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \dots$ будет сгенерирован набор областей притяжения $\Omega(\alpha_1) \subset \Omega(\alpha_2) \subset \Omega(\alpha_3) \dots$. Каждая из областей инвариантна и гарантирует привлечение к положению равновесия $z = 0$, отвечающему движению вдоль пути с нулевым боковым и угловым отклонением. Самая внешняя и самая широкая область соответствует максимально возможной постоянной α . Каждому постоянному значению можно присвоить свой цвет индикации на дисплее в центре мониторинга. Самая внешняя область определена таким образом, что внутри нее не нарушаются геометрические ограничения. В качестве одного из ограничений можно взять максимально возможное отклонение от пути. В качестве другого ограничения можно взять тангенс угла между осью машины и касательной к пути в точке $p(s^*)$. Если тангенс угла конечен в начале движения, то он останется конечным и на протяжении всего движения в силу ограниченности области $\Omega(\alpha)$, и машина не станет перпендикулярно пути и не поедет в обратном направлении. Ограниченность области притяжения обеспечивается тем, что в качестве функции Ляпунова берется строго положительно определенная функция, например квадратичная форма с положительно определенной матрицей [12] или функция Лурье–Постникова [15].

V. АВТОНОМНОСТЬ, БЕЗОПАСНОСТЬ, ОБНАРУЖЕНИЕ И ОБЪЕЗД ПРЕПЯТСТВИЙ

Для обеспечения возможности обнаружения препятствий робот оснащается такими дополнительными сенсорами, как LIDAR и стереокамера, позволяющими генерировать облака точек, порожденных препятствиями, попавшими в область чувствительности сенсоров.

Можно считать, что каждая i -я точка облака имеет координаты Y_i в связанной системе координат (BF). После преобразования в WGS-84 имеем $\tilde{X}_i = CY_i$ (см. начало секции III). Искусственный потенциал, порожденный одной точкой облака, может быть определен разными способами, например так:

$$\Pi_i(X) = \begin{cases} \left(r_{\min} - \|X - \tilde{X}_i\| \right)^2, & \|X - \tilde{X}_i\| \leq r_{\min}, \\ 0, & \|X - \tilde{X}_i\| > r_{\min}. \end{cases}$$

Тогда потенциал, сгенерированный всем облаком, определяется как сумма элементарных потенциалов по всем точкам облака:

$$\Pi(X) = \sum_i \Pi_i(X).$$

Здесь r_{\min} – это радиус круга чувствительности за пределами которого наличие препятствий игнорируется, X – это текущие координаты целевой точки робота. На рис. 8 изображен пример облака точек, порожденных двумерным LIDAR'ом, и линии уровня искусственного потенциала, порожденного этим облаком.

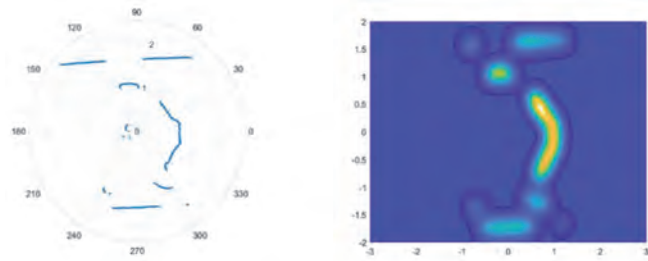


Рис. 8. Облако точек, полученное двумерным LIDAR'ом (слева) и линии уровня порожденного им потенциала

Для синтеза контроллера методом линеаризации обратной связью теперь используется не величина δ , определенная в секции III, а

$$\tilde{\delta} = \delta + \beta \Pi(X), \quad (23)$$

где β – положительный масштабный коэффициент. Использование функции (23) для синтеза контроллера позволяет реализовать объезд препятствий или снижение скорости и торможение.

VI. НАВИГАЦИЯ, ОРИЕНТАЦИЯ И НАВИГАЦИОННОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

Для решения задач точной навигации и ориентации на крыше робота размещается одна, две или три навигационные ГНСС-антенны, соединенные со спутниковым навигационным приемником. Например, при использовании трех антенн один из входов трехантенного приемника является многочастотным. В общем случае для достижения надежной работы в фазово-дифференциальном (RTK)

режиме первый вход (который называют Master) должен принимать сигналы GPS (L1, L2, L5), ГЛОНАСС (L1, L2), Galileo (E1, E5a) и Beidou (B1, B2). Два других входа (их называют Slaves) достаточно иметь одночастотными, принимающими, например, сигналы GPS L1, ГЛОНАСС L1, и Beidou B1. Соответственно, антенна Master должна быть многочастотной, в то время как две вспомогательные антенны Slave достаточно иметь одночастотными.

Кроме того, в состав навигационного оборудования включают БИНС, дающую измерения угловых скоростей тела робота и линейных ускорений точки, в которой расположен БИНС.

Спутниковый приемник ГНСС решает задачу позиционирования фазового центра антенны Master и определения векторов Slave1 – Master и Slave2 – Master (b_1 и b_2 соответственно) в системе координат WGS-84. Считается, что представление этих векторов в координатах BF известно и равно b_1^0 и b_2^0 соответственно.

Интеграция измерений ГНСС и БИНС для получения сглаженной позиции целевой точки X и ориентации C делается с помощью расширенного фильтра Калмана, который в данной работе не описывается. Добавим только, что в модели измерений для решения задач ориентации используются соотношения

$$\begin{aligned} b_1 &= Cb_1^0, \\ b_2 &= Cb_2^0 \end{aligned}$$

для случая трех антенн и неголономное соотношение (6) для случая одной антенны. Алгоритм определения ориентации должен быть способен переключаться между одно-, двух- и трехантенным режимом в случае потери фиксированного решения при определении межантенных векторов b_1 и b_2 . Потеря фиксации в фазово-дифференциальном режиме обработки возникает при нахождении и изоляции большого количества скачков фазы и наличия других аномалий в фазовых и кодовых измерениях. Такое происходит при проезде вблизи деревьев, присутствующих на сельскохозяйственном поле в качестве лесозащитных полос.

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье даны постановки математических задач из области навигации и управления движением колесных роботов, возникающих в точном земледелии. Задачи охватывают такие области, как планирование путей, покрывающих поле, и составление расписания движения по ним, стабилизацию движения вдоль путей, оценку областей притяжения, обеспечение безопасности работы автономных роботов. Для указанных задач описаны методы решения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Khan, I. Noreen, and Z. Habib, On complete coverage path planning algorithms for non-holonomic mobile robots: Survey and challenges, *Journal of Information Science and Engineering*, 2017, no. 1, pp. 101–121.
- [2] Cao, Z.L., Huang, Y., and Hall, E.L., Region filling operations with random obstacle avoidance for mobile robots, *Journal of Robotic systems*, 1988, no. 2, pp. 87–102.
- [3] Hameed, I.A., Bochtis, D., and Sorensen, C., Driving angle and track sequence optimization for operational path planning using genetic algorithms, *Applied Engineering in Agriculture*, 2011, no. 6, pp. 1077–1086.

- [4] Oksanen, T., and Visala, A., Coverage path planning algorithms for agricultural field machines, *Journal of field robotics*, 2009, no. 8, pp. 651–668.
- [5] Hameed, I.A., la Cour-Harbo, A., and Osen, O.L., Side-to-side 3d coverage path planning approach for agricultural robots to minimize skip/overlap areas between swaths, *Robotics and Autonomous Systems*, 2016, vol. 76, pp. 36–45.
- [6] Jin, J., and Tang, L., Coverage path planning on three-dimensional terrain for arable farming, *Journal of field robotics*, 2011, no. 3, pp. 424–440.
- [7] Hameed, I., Bochtis, D., Sørensen, C., and Nøremark, M., Automated generation of guidance lines for operational field planning, *Biosystems engineering*, 2010, no. 4, pp. 294–306.
- [8] Fabre, S., Soures, P., Taix, M., and Cordesses, L., Farmwork path planning for field coverage with minimum overlapping, 8th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), 2001, vol. 2, pp. 691–694.
- [9] Shen, M., Wang, S., Wang, S., and Su, Y., Simulation study on coverage path planning of autonomous tasks in hilly farmland based on energy consumption model, *Mathematical Problems in Engineering*, Hindawi, vol. 2020.
- [10] Hameed, I.A., Intelligent coverage path planning for agricultural robots and autonomous machines on three-dimensional terrain, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2014, no. 3-4, pp. 965–983.
- [11] Thuilot, B., Cariou, C., Martinet, P., and Berducat, M., Automatic guidance of a farm tractor relying on a single CP-DGPS, *Autonomous Robots*, 2002, no. 1, pp. 53–71.
- [12] Рапопорт Л.Б. Оценка области притяжения в задаче управления колесным роботом // *Автоматика и телемеханика*. 2006. № 9. С. 69–89.
- [13] Pesterev, A., Rapoport, L., and Morozov, Y., Control of a wheeled robot following a curvilinear path, 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference, St. Petersburg, 2008, pp. 1–7.
- [14] Халил Х.К. Нелинейные системы. Институт компьютерных исследований. Москва-Ижевск: ИКИ-РХД, 2009. 812 с.
- [15] Rapoport, L. and Generalov, A., Lurie Systems Stability Approach for Attraction Domain Estimation in the Wheeled Robot Control Problem, Optimization and Applications, 11th International Conference, ОПИМА 2020, Moscow, 2020, pp. 224–238.
- [16] Leick, A., Rapoport, L., and Tatarnikov, D., *GPS Satellite Surveying*, Wiley & Sons, 2015, fourth edition.
- [17] Ben-Tal, A. and Nemirovski, A., *Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms, and Engineering Applications*, MOS-SIAM Series on Optimization, 2001.
- [18] Erdoğan, S. and Miller-Hooks, E., A green vehicle routing problem, *Transportation Research part E*, 2012, no. 1, pp. 100–114.
- [19] Lin, J., Zhou, W., and Wolfson, O. Electric vehicle routing problem, The 9th International Conference on City Logistics, Transportation Research Procedia, 12, 2016, pp. 508–521.

Задача исследования максимальной погрешности при решении задач управления движением

А.В. Небылов

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения,

Санкт-Петербург, Россия

Тел.: 8 (951) 669-84-39,

e-mail: nebylov@aanet.ru

Аннотация—На круглом столе анализируется максимальная ошибка управления при ограничении одной производной опорного действия. Представлена методика определения наиболее неблагоприятного воздействия.

Ключевые слова—управление движением, наиболее неблагоприятное воздействие, максимальная погрешность.

I. ВВЕДЕНИЕ

Системы управления движением очень быстро развиваются и совершенствуются. Благодаря этому достигнут значительный прогресс в области беспилотников разных классов, систем наведения и стыковки, разнообразных роботов. Существенное отличие систем управления движением от автоматических систем другого назначения состоит в повышенных рисках от превышения ошибкой управления допустимой величины. Такой сбой в управлении обычно приводит к катастрофическим результатам из-за столкновения объекта управления с другими объектами с близкими траекториями движения. Возникает необходимость жесткого ограничения величины ошибки управления, полного исключения возможности, нулевой вероятности превышения ошибкой заданной допустимой величины. Это требует специального исследования, специальных методов описания свойств входных воздействий.

Обычно рассматривают две составляющие ошибки управления: динамическую ошибку и ошибку от широкополосного шума датчика рассогласования. Если известны такие числовые характеристики задающего воздействия, как максимальные значения его первой и второй производных, то можно строго ограничить максимальную динамическую ошибку правильным выбором динамики системы управления. При этом закон распределения динамической ошибки будет финитным, и можно оценивать максимальную ошибку в строгом смысле этого слова. Однако ошибка от широкополосного шума обычно имеет нормальный закон распределения и, строго говоря, может быть бесконечно большой. Приходится рассматривать практически максимальную ошибку на уровне «пять сигма» или другом уровне исходя из приемлемой очень малой вероятности достижения такой ошибки. В качестве примера анализа максимальной ошибки предполагается рассмотреть управление полетом в режиме следования рельефу местности.

Проблема управления движением динамических систем является одной из проблем теории автоматического управления, которые особенно важны для практического

применения. Мы не будем рассматривать задачи управления движением роботизированных манипуляторов, которые имеют свои трудности. Ограничимся рассмотрением класса задач перемещения физического объекта из одной точки пространства в другую.

Этот класс проблем можно разделить на две части.

В первой части необходимо рассмотреть движение объекта по заданной траектории. В этом случае желаемая траектория полета известна априори. При известных свойствах системы управления можно построить график динамической ошибки и определить максимальное значение динамической ошибки в конкретной реализации процесса управления. Примером может служить посадка космического корабля в заданной точке планеты. Это не наш случай.

Во второй части траектория полета априори не известна и формируется во время полета по определенным критериям с учетом многих обстоятельств. Например, воздушный бой. Формирование траектории полета, хотя и случайное, подчиняется определенным ограничениям. Возможные значения некоторых производных удара, некоторых других числовых характеристик искомой траектории движения всегда ограничены. Принимая во внимание такие ограничения, можно поставить задачу поиска наиболее неблагоприятного задающего действия, которое вызовет максимальную динамическую ошибку системы управления движением. Давайте проанализируем такой случай.

Рассмотрим замкнутую линейную систему автоматического управления движением в одной из плоскостей, структурная схема которой приведена на рис. 1, где $W(s)$ – передаточная функция разомкнутого контура системы, $g(t)$ – искомая (заданная) траектория движения, $y(t)$ – фактическое положение летательного аппарата в момент времени t , $v(t)$ – погрешность измерения фактического положения летательного аппарата навигационной системой, приведенная к входу системы управления, $e(t)$ – погрешность управления движением.

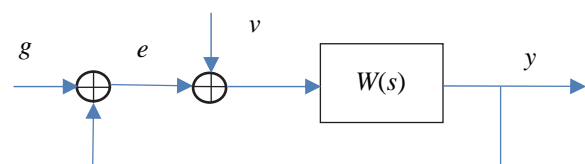


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы управления движением.

Соотношение между действиями (уравнение замыкания) выглядит следующим образом: $e(t) = g(t) - y(t)$.

Мы предполагаем, что случайные процессы $g(t)$ и $v(t)$ центрированы, независимы и взаимно некоррелированы. Ошибка $e(t)$ состоит из двух независимых компонентов: динамической ошибки $e_g(t)$ и ошибки от шума $e_v(t)$. В гипотетическом случае стационарности воздействий и знания их спектральных плотностей $S_g(\omega)$ и $S_v(\omega)$ для дисперсий, составляющих погрешности и общей погрешности мы можем записать:

$$D_e = D_{eg} + D_{ev}, \quad (1)$$

$$D_{eg} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |H_e(j\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega, \quad (2)$$

$$D_{ev} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty |H_e(j\omega)|^2 S_v(\omega) d\omega, \quad (3)$$

где $H(j\omega) = \frac{W(j\omega)}{1+W(j\omega)}$ – передаточная функция замкнутой системы, $H_e(j\omega) = \frac{1}{1+W(j\omega)}$ – передаточная функция замкнутой системы для ошибки.

Исследуя формулы (1)–(3), можно было бы решить задачу синтеза фильтра Винера. Однако это не имеет практического смысла по двум причинам:

- если для спектральной плотности $S_v(\omega)$ чаще всего можно принять единую модель $S_v(\omega) = S_v$, которая действительно справедлива для большинства датчиков положения, то спектральная модель опорного действия в подавляющем большинстве случаев неизвестна, что делает невозможным расчет по формуле (2);
- как уже объяснялось, для большинства инженерных задач важно не минимизировать стандартное отклонение, а ограничить максимальную ошибку.

Задача оценки максимального значения динамической погрешности требует разработки специальной методики.

II. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Максимальная (или практически максимальная) погрешность во многих случаях является наиболее объективной характеристикой точности управления. Однако довольно продолжительный период господства Винера и Калмана при полном спектрально-корреляционном описании действий в области динамической фильтрации привел к смещению максимальной ошибки на ошибку г.-м.-с. в качестве основного критерия точности.

Переход к концепции синтеза робастных динамических систем, отказ от применения неопределенных спектральных моделей воздействий и замена их численными характеристиками производных, в первую очередь максимальными значениями, создают хорошие условия для возрождения использования максимальной погрешности при исследовании систем управления. Рассмотрим анализ максимальной погрешности по максимальным значениям производных действия, когда реализация неравенств вида

$$|g^{(i)}(t)| \leq g_M^i, \quad i = K, N, 0 \leq K \leq N. \quad (4)$$

Рассмотрим оцененную динамическую ошибку как результат прохождения опорного действия через фильтр с передаточной функцией:

$$H_e(s) = [1+W(s)]^{-1} = \sum_{i=r}^n a_i s^i \left(1 + \sum_{i=r}^n b_i s^i + \sum_{i=r}^n a_i s^i \right)^{-1}, \quad (5)$$

Такая передаточная функция соответствует замкнутой системе с передаточной функцией для разомкнутого контура вида $W(s)$. Если $a_i=0$ для $i=0, r-1$, это означает наличие свойства астатизма r -го порядка, $r \leq n$.

Для определения оценки максимальной динамической погрешности в основном достаточно только реализации одного неравенства (4) при $i=k$, которое ограничивает производную опорного действия порядком, совпадающим с порядком астатизма для рассматриваемой системы. Для статических систем может быть задано только значение максимального опорного действия. Однако дополнительная информация, включающая в совокупности несколько величин $g_m(i)$, должна привести к улучшению оценки максимальной ошибки.

На самом деле максимальная погрешность не является статистической характеристикой точности системы, поскольку она достигается при некотором определенном действии, наиболее неблагоприятном в этом смысле, и в частности мгновенном. Определение наиболее неблагоприятного входного воздействия и максимальной ошибки являются взаимозависимыми проблемами, которые должны решаться совместно.

III. СУТЬ АНАЛИЗА МАКСИМАЛЬНОЙ ОШИБКИ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Подвергнув передаточную функцию $H_e(s)$, выраженную формулой (5), обратному преобразованию Лапласа, получен импульсный отклик замкнутой системы на ошибку $w_e(t) = L^{-1}\{H_e(s)\}$, т.е. закон изменения ошибки при $g(t)=\delta(t)$. Тогда закон изменения погрешности при произвольном действии и нулевых начальных условиях определяется формулой свертки как $e_g(t) = w_e(t) * g(t)$, а для максимальной погрешности запишем

$$e_{gm} = \int_0^{T_c} w_e(\tau) g_{mu}(T_c - \tau) d\tau, \quad (6)$$

где $\pm g_{mu}(t)$ – наиболее неблагоприятное действие, удовлетворяющее (4); T_c – продолжительность процесса управления.

Как показано ниже, необходимым условием максимальной погрешности (6) конечности является справедливость неравенства $r \geq K$, где K – порядок младшей производной среди ограниченных (4) производных $\{g^{(i)}\}_K^N$.

Если это не выполняется, то нет смысла ставить задачу о максимальной оценке ошибок. Учитывая это, удобно иметь дело с передаточной функцией

$$H_{eK}(s) = H_e(s)/s^K$$

и с соответствующим импульсным откликом $w_{eK}(t) = L^{-1}\{H_{eK}(s)\}$ при анализе. Эта передаточная функция коррелирует изображение ошибки с K -й производной действия. Тогда выражение (6) становится

$$e_{gm} = \max_{t,g} \{h_{eK}(t) * g^{(K)}(t)\} = \int_0^{T_c} w_{eK}(\tau) g_{mu}^{(K)}(T_c - \tau) d\tau. \quad (7)$$

Формула (6) и, следовательно, эквивалентная формула (7) могут служить основой для определения максимальной погрешности и для наиболее неблагоприятного действия. Впервые на это указал Б.В. Булгаков, за которым последовала серия работ по исследованию максимального значения выходной величины в динамической системе методом так называемого накопления возмущений. Такой метод наиболее эффективен в случае, когда неравенства (4) ограничивают только одну производную действия, т.е. $N=K$.

При увеличении числа ограниченных производных опорного действия сложность решения задачи определения максимальной погрешности резко возрастает, что в целом вынуждает использовать численные методы.

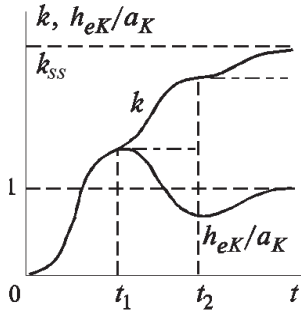


Рис. 2. Кривая накопления ошибок со ступенчатым откликом с двумя экстремумами

Задача выбора действия с линейным амплитудным спектром, максимизирующим ошибку управления, аналогична задаче выбора линейного спектра мощности действия, максимизирующего ошибку г.-м.-с. Переход к двойной задаче и применение аппроксимационного метода, объясненного в [1], полезны и здесь. Это обстоятельство используется при рассмотрении единого метода синтеза робастных систем на дисперсиях или на максимальных значениях производных действия.

Грубая оценка при постоянном значении ограниченной производной. Предположим, что известно только свойство опорного действия, что его K -я производная подчиняется условию (4) $K \geq 0$. Это соответствует общему ограничению (4) при $N=K$:

$$e_{ss}(t) = c_0 g(t) + c_1 \dot{g}(t) + \dots + \frac{c_{K-1} g^{(K-1)}(t)}{(K-1)!} + \frac{c_K g^{(K)}(t)}{K!}, \quad (8)$$

$$c_i = \frac{d^i H_e(s)}{ds^i} \Big|_{s=0}, \quad i = \overline{0, K}, \quad (9)$$

где c_i – коэффициенты ошибок, определяется следующим образом.

Поскольку действие, описанное (7), и его нижние производные могут иметь бесконечно большие начальные значения или бесконечно расти со временем, необходимым условием конечности ошибки является равенство нулю коэффициентов ошибки (9) при $i = 0, K-1$. То есть система должна иметь астатизм K -го порядка и выше. В противном случае постановка задачи вычисления максимальной погрешности бессмысленна.

Для системы с передаточной функцией (5), когда $r=K$, из (9) получаем

$$c_K = \frac{d^K H_e(s)}{ds^K} \Big|_{s=0} = a_K. \quad (10)$$

Следовательно, в соответствии с (8)

$$e_{ss}(t) = e_{ss} = a_K g_M^{(K)}. \quad (11)$$

Для точного определения максимальной погрешности мы будем использовать метод «накопления возмущений», разработанный Б.В. Булгаковым, и введем безразмерный коэффициент накопления погрешности [1, 2]:

$$k(T_y) = \frac{1}{a_K} \int_0^{T_y} |w_{eK}(t)| dt. \quad (12)$$

Коэффициент (12) показывает, во сколько раз максимальная погрешность при наиболее неблагоприятном опорном действии превышает установившееся значение погрешности при постоянном значении K -й производной опорного действия. Затем максимальная погрешность определяется следующим образом:

$$e_M = k e_{ss} = k a_K g_M^{(K)}. \quad (13)$$

Кривая $k(t)$, называемая кривой Б.В. Булгакова, может быть получена графически из переходного отклика:

$$h_{eK}(t) = \int_0^t w_{eK}(\tau) d\tau = L^{-1} \{ H_{eK}(s) / s \}. \quad (14)$$

На рис. 2 показано построение кривой $k(t)$ для системы третьего порядка, которая имеет только два экстремума переходного (ступенчатого) отклика $h_{eK}(t)$.

Пусть скорость изменения опорного воздействия ограничена максимальным значением $g_M^{(1)} = 10$ град/с, широкополосное возмущение рассматривается белым шумом с интенсивностью рельефа $S_v(\omega) = S_v = 0.001$ град²·с. Это соответствует общему ограничению (4) при $N=K=1$. Простейшая передаточная функция системы с разомкнутым контуром имеет вид

$$W(s) = \frac{K_1}{s}. \quad (15)$$

Целевая функция оптимизации по критерию минимума максимальной суммарной ошибки имеет вид

$$e_m = e_{gm} + e_{vm} = \frac{g_M^{(1)}}{K_1} + 5\sigma_{ev} = \frac{g_M^{(1)}}{K_1} + 5 \left(S_v \cdot \frac{K_1}{2} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Исследовав (16) на экстремум, получаем выражение для оптимальной величины добротности в системе управления первого порядка (15) с астатизмом первого порядка:

$$K_1 = \left[\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{S_v} \right)^{1/2} \cdot g_M^{(1)} \right]^{2/3}. \quad (17)$$

Подстановка (17) в (16) дает

$$e_m = 3.12 (g_m^{(1)} S_v)^{1/3}. \quad (18)$$

Подстановка числовых значений $g_m^{(1)} = 10$ град/с, $S_v = 0.001$ град²·с в (18) позволяет получить максимальную ошибку в оптимальной системе $e_m = 0.945$ град при оптимальной добротности $K_1 = 31.75$ с⁻¹.

При повышении интенсивности белого шума на порядок до $S_v = 0.01$ град²·с максимальное значение ошибки возрастет до $e_m = 2.036$ град.

К сожалению, в системе первого порядка переходная характеристика не имеет ни единого экстремума и расчет коэффициента Б. Булгакова не позволяет получить его отличие от единицы. Для систем более высокого порядка эффект накопления динамической ошибки более значителен, и формы наиболее неблагоприятных воздействий очень интересны.

Это важно, поскольку воздействие и его нижние производные могут иметь бесконечно большие начальные значения или расти бесконечно во времени. Поэтому необходимым условием конечности погрешности является равенство нулю коэффициентов погрешности от нуля до $K-1$. Для этого система должна иметь астатизм порядка ниже K . Для системы с передаточной функцией (5) при $r = K$ получаем $e_{st}(t) = e_{st} = a_k g_m^{(K)}$.

IV. ВЫВОД ОБЩЕГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ МАКСИМАЛЬНОЙ ОШИБКИ

Исследуя формулу (12), можно найти вид наиболее неблагоприятного задающего воздействия для точного определения максимальной погрешности. Такое воздействие должно обеспечить максимизацию подынтегрального выражения в (7), если оно имеет фиксированный знак. Следовательно, согласно (7), производная K -го действия должна изменяться по закону $g_m^{(K)} = g_m^{(K)} \text{sign } w_{eK}(T_j - t)$.

При этом ошибка управления достигает своего максимально возможного значения. Значение интеграла в правой части (12) легко определяется при рассмотрении переходной характеристики (отклика на ступенчатое воздействие) $h(t)$, описывающей закон изменения ошибки для воздействия $g(t)$, K -я производная которого является единичной ступенчатой функцией, и при нулевых начальных условиях. Заметим, что переходная характеристика ступенчатого отклика в общем случае не является монотонным.

V. ПРИМЕР ЗАДАЧИ ГАРАНТИРОВАНИЯ ТОЧНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим полет самолета в режиме следования рельефу местности, когда траектория движения должна отслеживать длиннопериодические спектральные составляющие профиля подстилающей поверхности.[3]

Самолет оборудован стандартным набором навигационных датчиков, включая достаточно точный позиционный радиовысотомер, который вместе с инерциальной системой позволяет измерять текущую геометрическую высоту полета. Другим источником информации о профиле подстилающей поверхности является цифровая карта района полета, которая при хорошей точности навигационных измерений дает информацию о высоте текущей точки поверхности, конечно с определенной широкополосной погрешностью, уровень которой зависит от точности навигации и дискретности карты. Каждый из указанных измерительных каналов имеет погрешность типа

белого шума, совокупный уровень которых важен для анализа достижимой точности управления полетом в продольной плоскости.



Рис. 3. Полет в режиме следования рельефу местности

Задающим воздействием в этом канале управления является текущая высота неровности подстилающей поверхности, которую должна частично отслеживать траектория полета. Основной числовой характеристикой этого задающего воздействия является максимальная величина первой производной g_m , однозначно определяемая по максимальному углу уклонов подстилающей поверхности α_M и путевой скорости самолет V :

$$g_m^{(1)} = V \text{tg} \alpha_M.$$

Для умеренно холмистой поверхности можно принять

$$\alpha_M = 35^\circ, \text{tg} \alpha_M = 0.7,$$

откуда $g_m^{(1)} = 0.7V$.

Заметим, что рассматриваемая физическая модель позволяет ограничить не только первую производную воздействия, но и его самого g_m , поскольку высота холмов или гор по трассе движения также известна. Например, для гористой местности максимальный диапазон изменения высот может составлять 1 км. Но пока примем ограничение только для первой производной задающего воздействия [4].

Задача состоит в стабилизации геометрической высоты полета при профиле рельефа местности с ограниченной первой производной и шуме измерений с равномерной спектральной плотностью на уровне $S_v(\omega) = N$.

При уровне скорости полета V максимальная скорость изменения высоты

$$h^{(1)} = V \text{tg} 35^\circ = 0.7V. \quad (19)$$

Ошибка определения геометрической высоты: стационарный случайный типа белого шума с уровнем $N = 1$ м²/Гц в полосе частот 10 Гц.

Система управления имеет простейшую структуру с передаточной функцией первого порядка: $W(s) = K_1 / s$. Динамикой исполнительных элементов летательного аппарата пренебрегаем.

Максимальную ошибку управления определим по формуле (18) как

$$e_m = 3.12 (g_m^{(1)} S_v)^{1/3}$$

или, с учетом (19), $e_m = 3.12 (0.7VN)^{1/3} = 2.77 (VN)^{1/3}$.

При дозвуковом полете самолета или вертолета с путевой скоростью $V = 250$ м/с получаем максимальную ошибку управления $e_m = 17.4$ м.

При сверхзвуковом полете для скорости $V=1000$ м/с максимальная ошибка составит $e_m = 27.7$ м

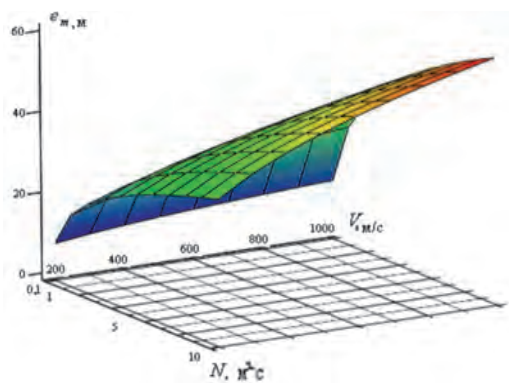


Рис. 4. Кривая максимальной погрешности

Зависимость максимальной ошибки управления e_m в метрах от скорости полета V в м/с и уровня шума измерения N в $\text{м}^2/\text{с}$ показана на рис. 4.

Заметим, что оптимизация системы управления по критерию минимума максимальной ошибки имеет во многих содержательных задачах преимущество перед оптимизацией по критерию минимума среднеквадратичной ошибки (или дисперсии ошибки). Она предельно снижает максимальную ошибку, но среднеквадратичная ошибка при этом не достигает абсолютного минимума. И наоборот, оптимизация по критерию минимума СКО несколько

повышает максимальную ошибку и расширяет полосу пропускания системы. Соответствующие количественные оценки легко получить на основе приведенных в статье соотношений и разработанной в [1, 2] методики.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа была поддержана Российским научным фондом по проекту 22-49-04412

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены подходы к расчету максимальной ошибки управления по максимальным значениям производных воздействия. Рекомендуется анализ в частотной области. Имея оценку максимальной погрешности, мы аналитически или численно решаем задачу синтеза линейных систем с заданной точностью и максимальной простотой, а также задачу оптимизации системы по критерию минимальной максимальной погрешности.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Небылов А.В. Гарантирование Точности Управления. Springer-Verlag, Гейдельберг, Германия, 2004. 204 с.
- [2] Небылов А.В., Ватсон Дж. Редакторы. Аэрокосмические навигационные системы. John Wiley & Sons, Великобритания, 2016. 371 с.
- [3] Ривкин Б.С.. e-Навигация. Прошло 5 лет // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 101–120. DOI 10.17285/0869-7035.0026.
- [4] Дунаевская К.В., Киселев Л.В., Костоусов В.Б. Исследование метода вычисления текущей характеристики точности в задаче навигации по картам геофизических полей // Гироскопия и навигация. Том 29. №1 (112), 2021. С. 52–69. DOI 10.17285/0869-7035.0056.

**XXVIII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ, 2021**

Верстка *Е.А. Дубровская*

Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30.
Тел. (812) 499-82-93, факс (812) 232 33 76,
e-mail: editor@eprib.ru
<http://www.elektropribor.spb.ru>