

Ч. ДУ, О. Л. СТАРИНОВА, А. Ю. ДЁМИНА

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ПЕРЕЛЕТАМИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ МЕЖДУ ГАЛО-ОРБИТАМИ, ПОРОЖДЕННЫМИ ТОЧКОЙ ЛИБРАЦИИ L2 СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ–ЛУНА

В представленной работе решается задача оптимального управления космическим аппаратом с электроракетной двигательной установкой, маневрирующим между пространственными гало-орбитами возле точки либрации L2 системы Земля–Луна. Предложенная методика позволяет выполнять поиск начальных приближений для расчета траекторий перелетов в рамках ограниченной задачи трех тел, а также повысить вычислительную эффективность расчетов. Приводится пример расчета перелета между гало-орбитами космического аппарата с двигателями малой тяги, подтверждающий обоснованность применения данного вычислительного процесса.

Ключевые слова: оптимальное управление, электроракетные двигатели, система Земля–Луна, ограниченная задача трех тел.

Введение

В настоящее время многими странами разрабатывается концепция изучения и освоения Луны и окололунного пространства. Обитаемые и посещаемые станции, размещенные на поверхности Луны или на орбитах в ее окрестности, могут быть использованы в качестве платформы для научных и технологических исследований, в том числе для изучения проблем, возникающих при планировании долгосрочных полетов человека в дальний космос [1]. Их создание требует развитой инфраструктуры обслуживающих космических аппаратов (КА), которые должны наилучшим образом обеспечивать связь, доставку полезных грузов, разведку и навигацию. Таким образом, интерес к исследованию Луны делает актуальными вопросы маневрирования между гало-орбитами в окрестностях точек либрации, в частности L2, системы Земля–Луна [2–7], которые относятся к классу потенциальных рабочих орбит, представляющих интерес с точки зрения расположения обслуживающих КА.

Использование электроракетных двигательных установок (ЭРДУ) позволяет сократить расход рабочего тела для выполнения космических исследовательских миссий [8]. Эти двигатели по сравнению с химическими обладают такими преимуществами, как высокий удельный импульс и длительное время работы, что крайне важно для долгосрочных миссий [9].

Ду Чунжуй. Кандидат технических наук, кафедра динамики полета и систем управления, Самарский университет; доцент, Институт аэронавтики, Северо-Западный политехнический университет (Сиань, Китай).

Старинова Ольга Леонардовна. Доктор технических наук, заведующая кафедрой динамики полета и систем управления, Самарский университет; Нанкинский университет науки и технологий (Китай).

Дёмина Алёна Юрьевна. Аспирантка, кафедра динамики полета и систем управления, Самарский университет.

Математическая модель, описывающая управляемое движение КА с ЭРДУ в рамках ограниченной задачи трех тел, не допускает аналитического решения и высокочувствительна к начальным условиям [10–12]. В связи с этим с целью проектирования оптимального перелета КА с ЭРДУ в рамках круговой ограниченной задачи трех тел многие исследователи [13–17] успешно применяли принцип максимума Понтрягина. Традиционно для решения краевых задач оптимального программного управления КА с ЭРДУ используются итерационные численные методы оптимизации [10, 11, 13–16, 18, 19]. Тем не менее авторы работ [10–13, 15–17] отмечают, что даже при наличии хорошего начального приближения каждое решение требует значительных вычислительных затрат.

Анализ источников показывает, что в целом методы расчета траекторий перелетов КА с ЭРДУ в рамках ограниченной задачи трех тел развиты недостаточно. Отмечается также, что методики оптимизации имеют плохую сходимость и низкую вычислительную эффективность из-за многоэкстремальности рассматриваемых задач, их негладкости, ограниченности области существования решения, высокой чувствительности к изменениям краевых условий. Используемые итерационные методы требуют задания начального приближения для законов управления, подходы к определению которого не всегда являются регулярными. В работах [15, 16] методика выбора начального приближения для определения законов управления не обсуждается.

В настоящей статье описывается новая методика формирования оптимального по расходу рабочего тела программного управления КА с ЭРДУ для расчета перелетов между гало-орбитами системы Земля–Луна. Предлагается схема применения методов продолжения по параметрам, которая помогает находить начальные условия для сопряженных переменных.

Кроме того, большинство исследователей описывают двигательные установки, создающие значительную тягу (от 0,1 до 1 Н) при массе КА от 2000 до 3500 кг, то есть номинальное ускорение составляет не более 0,5 мм/с². При этом у КА, предназначенных для полетов к Луне или межпланетных перелетов, уровень задаваемых двигателями ускорений может быть ниже. Например, в миссии SMART-1 использовался двигатель Холла PPS-1350 с тягой 70 мН и удельным импульсом 1600 с [20, 21], в миссии DESTINY+ – ионный двигатель с тягой 40 мН и удельным импульсом 3000 с [22]. Суммируя вышеизложенное, можно сделать вывод, что разработка методик оптимизации межорбитальных перелетов КА с ЭРДУ в системе Земля–Луна является актуальной.

В качестве метода поиска оптимального управления используется принцип максимума Понтрягина. Начальные периодические орбиты определялись с помощью метода дифференциальной коррекции, а краевые задачи решаются посредством комбинации метода коллокации [23] и различных модификаций метода продолжения по параметру. Такой итерационный подход был предложен и успешно опробован в работе [24] для оптимизации межпланетных перелетов КА с ЭРДУ. Он прост в реализации и обеспечивает достижение нужных результатов с высокой степенью вероятности, что позволяет задействовать его для решения задач перелетов между орбитами на этапе планирования будущих лунных миссий.

Статья имеет следующую структуру. В первом разделе рассматривается математическая модель движения и постановка решаемых задач оптимального управления, во втором – приводятся разработанная методика и алгоритмы решения задач. В третьем разделе обсуждаются полученные результаты.

Модель движения и постановка задачи оптимального управления

Для моделирования движения КА в системе Земля–Луна в рамках ограниченной круговой задачи трех тел введем вращающуюся барицентрическую систему координат $Oxyz$ (рис. 1) [2]. Ось Ox лежит в средней плоскости движения Луны и вращается со средней скоростью ее вращения, ось Oz перпендикулярна средней плоскости вращения Луны, ось Oy дополняет оси Ox и Oz до правой тройки. Будем использовать безразмерную систему единиц, в которой сумма масс Земли и Луны, расстояние между ними, а также величина угловой скорости вращения Луны считаются единичными величинами. В этой системе координат Земля постоянно находится в точке $(-\mu, 0, 0)$, а Луна – в точке $(1 - \mu, 0, 0)$, где μ – отношение массы Луны к сумме масс Земли и Луны. Для перехода к безразмерным величинам координаты и составляющие скорости КА, а также длительность движения должны быть отнесены к характерным параметрам системы Земля–Луна, представленным в табл. 1 (l_* , s_* , τ_* – масштабные коэффициенты для перевода безразмерных координат, скорости и времени в размерные).

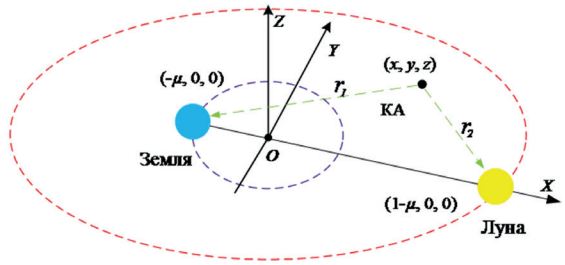


Рис. 1. Используемая вращающаяся система координат

Таблица 1

Параметры используемой модели движения

Параметр	Значение
l_*	384400 км
s_*	1024,5 м/с
τ_*	375675,84 с
μ	0,01215
g_0	9,80665 м/с ²

В системе координат $Oxyz$ уравнения управляемого движения КА с двигателем малой тяги можно записать в следующей векторной форме [8]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\alpha}, u) \Rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + C_1 u T_{\max} \boldsymbol{\alpha} / m \\ -C_2 u T_{\max} / c \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ и $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ – безразмерные векторы, определяющие положение и скорость КА; m – текущая безразмерная масса КА, равная отношению текущей массы КА к начальной на исходной орбите m_0 ; T_{\max} – максимальная величина тяги ДУ; $c = I_{sp} g_0$ – скорость истечения рабочего тела (I_{sp} – удельный импульс двигателя; g_0 – стандартное ускорение свободного падения на уровне моря); $u \in [0, 1]$ и $\boldsymbol{\alpha}$ – коэффициент дросселирования и единичный вектор направления тяги; $C_1 = \tau_*^2 / l_*$, $C_2 = \tau_*$ – константы для перевода ускорения, обусловленного тягой двигателей и расходом рабочего

тела, в безразмерные величины. Функции $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{v})$ описывают вектор ускорения КА при пассивном движении в рамках ограниченной задачи трех тел и определяются как

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right)^T, \quad \mathbf{h}(\mathbf{v}) = (2v_y, -2v_x, 0)^T, \quad (2)$$

где $U = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1-\mu)}{2}$ – псевдопотенциал системы;

$r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ и $r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2}$ – безразмерные расстояния от КА до Земли и Луны соответственно.

Проекции единичного вектора направления тяги α на оси вращающейся системы координат $Oxyz$ определяются углами θ_1 и θ_2 :

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где θ_1 – угол между осью Ox и проекцией тяги на плоскость xOy , а θ_2 – угол между вектором тяги и плоскостью xOy .

В настоящей статье предложена методика определения оптимального программного управления с помощью вектора тяги ЭРДУ, обеспечивающего минимальные затраты рабочего тела при заданном времени начала t_0 и завершения t_f движения и выполнении граничных условий пространственного перелета между заданными точками гало-орбит возле точки либрации L2 системы Земля–Луна:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) &= \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0, \\ \mathbf{r}(t_f) &= \mathbf{r}_f, \quad \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_f. \end{aligned} \quad (4)$$

Вектор функций управления состоит из трех параметров: углов $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$, определяющих направление тяги, и функции включения–выключения ЭРДУ $u(t)$. Рассматривается ЭРДУ с допускающими только включение и выключение нерегулируемыми двигателями постоянной мощности с заданными проектными параметрами, т.е. решается следующая оптимизационная задача:

$$(\theta_1(t), \theta_2(t), u(t))_{opt} = \arg \min \left(\frac{T_{max}}{c} \int_{t_0}^{t_f} u(t) dt \middle| \begin{array}{l} \theta_1(t) \in [0, 2\pi], \\ \theta_2(t) \in [-\pi, \pi], \\ u(t) \in \{0, 1\} \end{array} \right). \quad (5)$$

Вычислительная методика

Предлагаемая методика основана на последовательном использовании трех взаимосвязанных задач формирования оптимального управления с такими критериями, как быстродействие $J_i = \int_{t_0}^{t_f} 1 dt$, минимальное энергопотребление (мин-ЭН) $J_e = \frac{T_{max}}{c} \int_{t_0}^{t_f} u^2 dt$ и минимальный расход рабочего тела (мин-РТ) $J_f = \frac{T_{max}}{c} \int_{t_0}^{t_f} u dt$. Сначала решается задача оптимального по времени перелета, затем – задача минимизации энергопотребления, которое ведет к увеличению длительности перелета. При этом регулируется величина тяги двигателей. На последнем этапе решается задача (5),

содержащая дискретную функцию включения–выключения ЭРДУ вместо непрерывной функции дросселирования тяги $u(t)$. Такой подход был эффективно использован в работе [24] для оптимизации многовиткового гелиоцентрического КА с ЭРДУ. В [9] предлагается осуществлять переход к задаче (5) за счет применения гомотопического параметра ε , связывающего задачи оптимального энергопотребления и оптимального расхода рабочего тела соотношением

$$J_{ef} = \frac{T_{\max}}{c} \int_0^{t_f} (u - \varepsilon u(1-u)) dt, \quad \varepsilon \in [0,1]. \quad (6)$$

При $\varepsilon = 0$ функционал (6) совпадает с функционалом в задаче (5), при $\varepsilon = 1$ соответствует задаче минимизации энергопотребления. Введем вектор сопряженных переменных $\lambda = (\lambda_r, \lambda_v, \lambda_m)^T$ и запишем гамильтониан системы:

$$H = \lambda_r^T \mathbf{v} + \lambda_v^T \left(\mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{h}(\mathbf{v}) + \frac{T_{\max} u C_1}{m} \mathbf{a} \right) - \lambda_m \frac{T_{\max} u C_2}{c} - \begin{cases} 1, & \text{быстродействие,} \\ -\frac{T_{\max} C_2}{c} (u - \varepsilon u(1-u)), & \text{мин. энергопотребление или расход.} \end{cases} \quad (7)$$

С помощью принципа максимума Понтрягина можно показать, что оптимальное направление вектора тяги определяется зависимостью

$$\mathbf{a}_{opt} = \frac{\lambda_v}{\|\lambda_v\|}. \quad (8)$$

Для обеспечения оптимального быстродействия двигательная установка работает без выключений и все время выдает максимальную тягу. Для задач минимизации энергопотребления и расхода рабочего тела оптимальная функция дросселирования тяги u_{opt} определяется выражением

$$u_{opt} = \begin{cases} 0, & \text{если } S < -\varepsilon, \\ (\varepsilon + S)/2\varepsilon, & \text{если } -\varepsilon \leq S \leq \varepsilon, \\ 1, & \text{если } S > \varepsilon. \end{cases} \quad (9)$$

где $S = \frac{C_1 \|\lambda_v\| c}{C_2 m} - \lambda_m - 1$.

Дифференциальные уравнения для сопряженных переменных с учетом (8) определяются зависимостями:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_r = - \left(\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \lambda_v, \\ \dot{\lambda}_v = -\lambda_r - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \right)^T \lambda_v, \\ \dot{\lambda}_m = \frac{C_1 u T_{\max}}{m^2} \|\lambda_v\|. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, задача поиска оптимального управления (5) сводится к шестипараметрической краевой задаче: необходимо определить такие начальные значения сопряженных переменных, которые обеспечивали бы выполнение граничных условий (4) при дифференциальных уравнениях движения (1) и изменения сопряженных переменных (10) и оптимальной программы управления (8)–(9).

Для решения краевой задачи используются методы коллокации, продолжения по параметру и гомотопический. Метод коллокации (МК) применяется для интегрирования и выработки начальных приближений для генерируемой орбиты. Он обеспечивает формирование периодических орбит и демонстрирует высокую надежность даже в случаях крайне неудачных начальных приближений, в которых схема дифференциальной коррекции дает сбой [13]. Схема коллокации на основе формулы Lobatto IIIA позволяет найти решение в классе непрерывно-дифференцируемых функций C^1 , равномерно обеспечивающее высокую точность в диапазоне интегрирования [25]. С помощью данного метода можно определить численное решение как решение системы алгебраических уравнений, полученных из граничных условий и условий, отвечающих за требуемую конфигурацию орбиты. Таким образом, метод коллокации позволяет использовать периодические орбиты, рассматриваемые в задаче трех тел, в качестве начального приближения для расчетов.

Метод продолжения по параметру (МП) – эффективное средство решения сложных краевых задач [7, 9, 11, 19, 23]. Он предполагает применение известного решения, когда одно из значений некоторого непрерывного параметра берется в качестве начального приближения. Затем, изменяя параметр, переходят к требуемой задаче. Используются следующие модификации МП.

1. По начальной и конечной точкам траектории («МП-точка»): постепенно изменяются положения крайних точек в граничных условиях и получается серия оптимальных траекторий перелета КА с ЭРДУ между различными фиксированными точками. Это позволяет анализировать траектории и выполнять поиск глобального оптимального решения для перелета между орбитами.

2. По величине располагаемой тяги двигателя («МП-тяга»): для изменения максимальной располагаемой тяги ЭРДУ используется формула $T = (1 - \kappa)T_B + \kappa T_M$. При изменении параметра κ от 1 до 0 значение располагаемой тяги увеличивается от меньшего значения T_M до большего T_B . Кроме того, процесс «МП-тяга» позволяет рассчитать минимальное значение тяги, требуемое для перелета заданной длительности.

3. По длительности перелета («МП-время»): применяется с целью изменения длительности перелета, чтобы перейти от задач минимизации быстродействия к задачам минимизации энергопотребления при заданной длительности $t_f = (1 + \zeta)t_{f_{\min}}$. Переход к требуемому времени перелета $t_f \geq t_{f_{\min}}$ осуществляется за счет постепенного увеличения параметра ζ от 0 до $\zeta = (t_f/t_{f_{\min}}) - 1$.

4. Метод гомотопии (МГ): используется, чтобы перейти от задач минимизации энергопотребления (критерий J_e) к задачам минимизации расхода рабочего тела (критерий J_f) в соответствии с формулами (6) и (9). Параметр ϵ постепенно уменьшается от 1 до 0, и критерий оптимизации постепенно переходит от J_e к J_f , при этом закон управления приближается к дискретному виду.

На рис. 2 представлена схема применения этих методов в составе обобщенной вычислительной методики для расчета перелетов между гало-орбитами. В качестве начального приближения используется траектория пассивного движения КА по ис-

ходной гало-орбите. В основе численного определения начальных и конечных периодических орбит лежит метод дифференциальной коррекции [26]. С помощью процесса «МП-точка» точка прибытия перемещается на требуемую орбиту, при этом располагаемая тяга двигателей увеличивается («МП-тяги»). На этом этапе решается задача минимизации быстродействия. Затем время перелета увеличивается («МП-время») для перехода к задаче минимизации энергопотребления с заданной длительностью движения. И наконец, МГ используется для получения оптимальной траектории перелета с минимальным расходом рабочего тела.

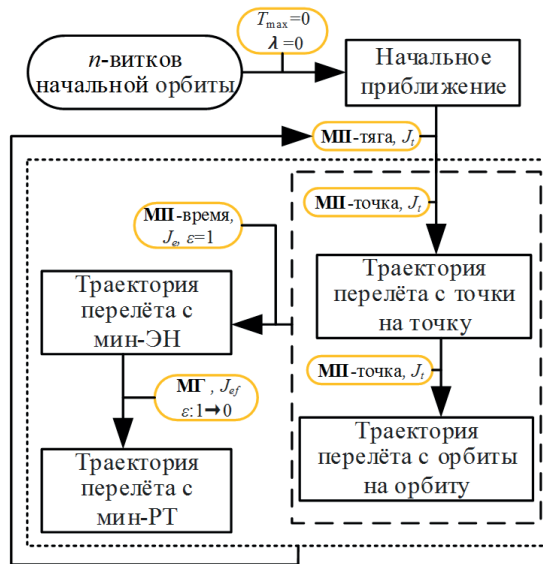


Рис. 2. Обобщенная методика решения задачи формирования оптимального управления для перелета между гало-орбитами КА с ЭРДУ

Результаты расчета оптимального управления и моделирования перелетов КА с ЭРДУ между орбитами Ляпунова и почти прямолинейными гало-орбитами

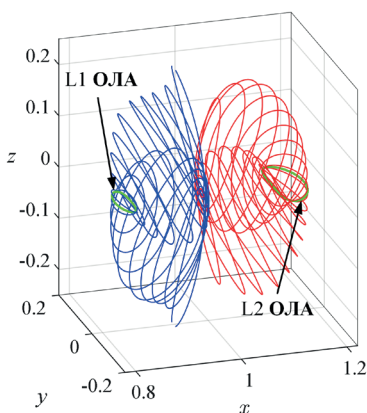


Рис. 3. Северное и южное орбитальные семейства гало-орбит

В модели круговой ограниченной задачи трех тел в окрестности коллинеарных точек либрации существуют так называемые орбиты Ляпунова (ГА0-ОЛ), которые являются плоским семейством периодических орбит при $z = 0$. Семейство гало-орбит ответвляется от орбит Ляпунова А (далее – ОЛА) с увеличением амплитуды изменений координаты z . В соответствии с направлением изменения амплитуды изменений координаты z гало-орбиты делятся на северное и южное орбитальные семейства (рис. 3).

В качестве параметров, определяющих гало-орбиту, используются следующие величины [5, 7–10]: для орбит Ляпунова – максимальное отдаление орбиты от Луны по координате Ox ($\max|x|$)

и орбитальный период; для гало-орбит – максимальные отклонения по координатам Ox и Oz от Луны ($\max|x|$ и $\max|z|$) и орбитальный период. Рассмотрим решение задач оптимальных перелетов между орбитой Ляпунова (ГА0-ОЛ) и двумя различными сопряженными почти прямолинейными гало-орбитами (ПГА и С-ПГА) возле точки либрации L2, параметры которых представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры орбит ГА0-ОЛ и ПГА

Орбиты	Период	$\max x $	$\max z $
ГА0-ОЛ	14,82 сут.	74204,68 км	0
ПГА	7,34 сут.	18320,02 км	73058,35 км
С-ПГА	7,34 сут.	18320,02 км	73058,35 км

Прототипом для моделирования движения послужил КА массой 1500 кг и тягой ЭРДУ, не превышающей тягу стационарного плазменного двигателя СПД-140 [27] с удельным импульсом $I_{sp} = 2000$ с. Предполагалось, что тяга двигателя может уменьшаться без изменения скорости истечения рабочего тела. Такой двигатель входил в состав ЭРДУ геостационарного спутника Eutelsat172В, запущенного 1 июня 2017 г.

Следуя разработанной методике, сначала примем в качестве начального приближения орбиту ГА0-ОЛ. Затем точка прибытия постепенно перемещается к целевой орбите («МП-точка»), как показано на рис. 4, в результате чего получается траектория перелета ТП1. На первом этапе расчетов начальная и конечная точки траектории перелета выбирались в самой удаленной от Луны части орбит.

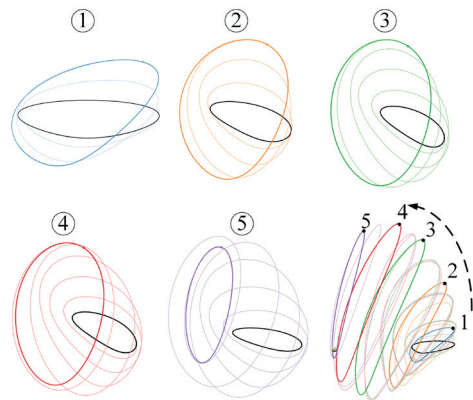


Рис. 4. Процесс перемещения точки прибытия

Для оптимальной по быстрдействию траектории перелета (рис. 5, а) располагаемая тяга составляла 100 мН, длительность перелета – 76,01 суток, расход рабочего тела – 33,54 кг. Оптимальные углы θ_1 и θ_2 , определяющие направление тяги ЭРДУ, представлены на рис. 5, б.

Благодаря симметрии орбит для перехода на южное семейство гало-орбит (сопряженная траектория перелета) необходимо использовать противоположное значение вертикальных компонент управляющего ускорения (рис. 6, С-ТП1). По сравнению с ТП1 угол отклонения тяги θ_1 в плоскости xOy не изменяется, а угол отклонения тяги в вертикальном направлении θ_2 имеет противоположное значение. Минимальная длительность перелета также не изменяется.

Для обеспечения оптимальной траектории перелета вектор тяги ЭРДУ должен совершать сложное пространственное движение, связанное с положением КА. Проекция вектора тяги на плоскость xOy вращается с периодом, близким к периоду движения КА по промежуточной гало-орбите. Отклонение вектора тяги от плоскости xOy имеет колебательный характер и меняет знак в окрестности наиболее удаленных от

оси Ox точек, причем период этих колебаний также связан с текущим периодом гало-орбиты. Система управления КА для выполнения таких маневров должна обеспечивать повороты вектора тяги ЭРДУ с угловыми скоростями не менее $0,000132$ град/с.

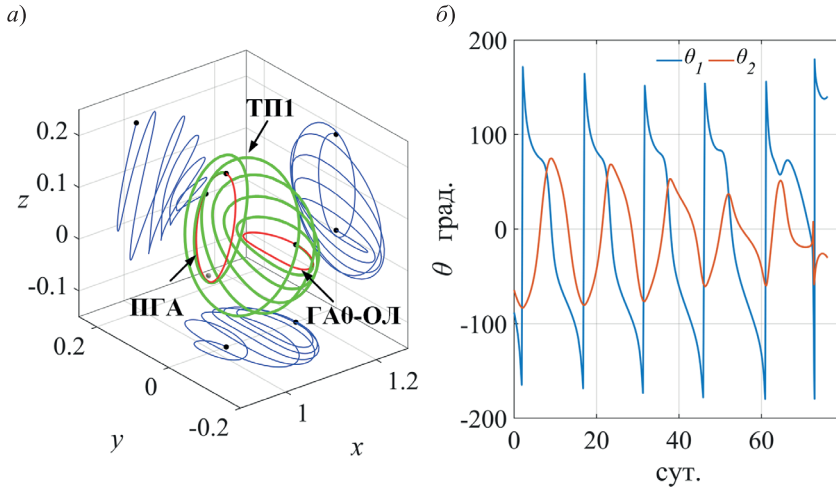


Рис. 5. Траектория (а) оптимального по быстродействию перелета (ТП1) с GA0-OL на северную гало-орбиту ПГА и программы изменения углов управления (б)

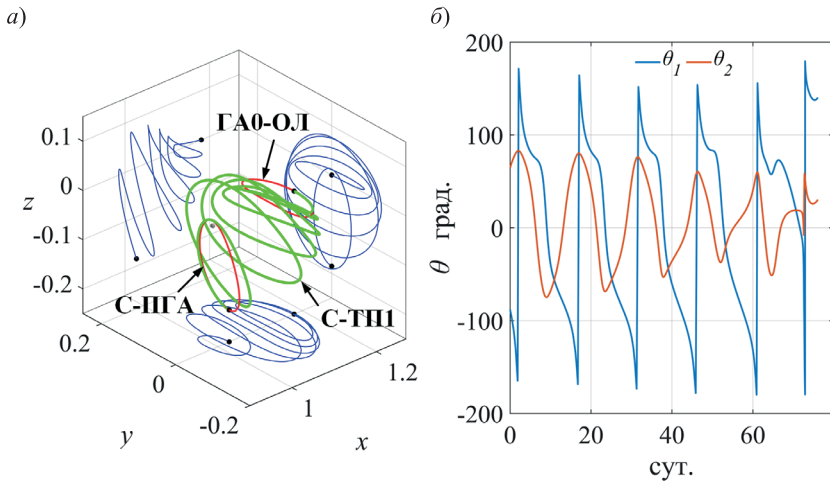


Рис. 6. Сопряженная с ТП1 траектория перелета С-ТП1 с GA0-OL на южную гало-орбиту С-ПГА (а) и изменение углов управления (б)

Оптимальные по энергопотреблению или расходу рабочего тела перелеты между гало-орбитами GA0-OL и ПГА получены на основе оптимального по быстродействию перелета ТП1. Увеличивая длительность перелета («МП-время») и переходя к задаче минимизации энергопотребления, получим промежуточную траекторию заданной длительности 79,42 сут. Затем, задействовав МГ, переходим к критерию минимума расхода рабочего тела и получаем требуемую оптимальную по расходу рабочего тела траекторию (ТП2) с дискретной функцией включения–выключения тяги. Процесс расчета и полученные результаты приведены на рис. 7 и в табл. 3.

На рис. 7, а показано изменение величины тяги двигателя $u(t)$ с использованием МГ при переходе от задачи минимизации энергопотребления к задаче минимизации

расхода рабочего тела. При уменьшении параметра ε от 1 до 0 функция дросселирования тяги $u(t)$ приближается к функции включения–выключения тяги. Расход рабочего тела при этом уменьшается с 28,46 кг до 27,79 кг. На рис. 7, б и в представлены полученные оптимальная по расходу рабочего тела траектория и оптимальные программы изменения углов управления.

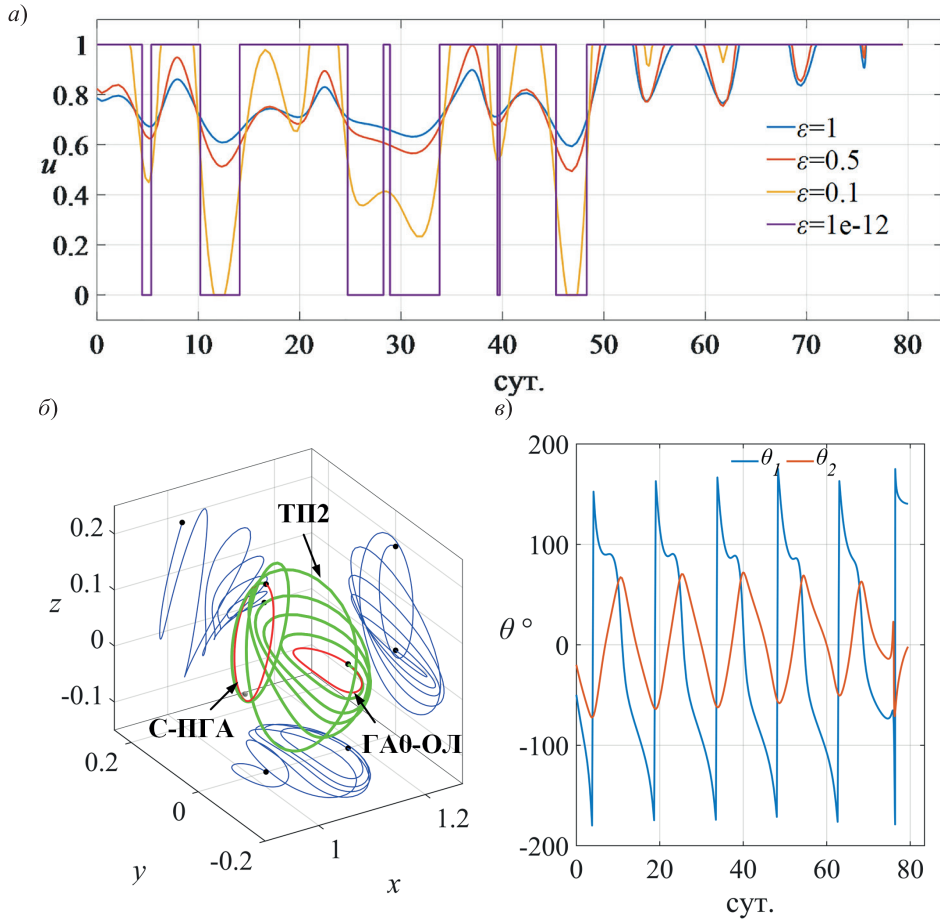


Рис. 7. Процесс расчета оптимальной по расходу рабочего тела траектории ТП2:

- а) изменение оптимальной функции дросселирования тяги в процессе МГ;
- б) оптимальная по расходу рабочего тела траектория перелета;
- в) оптимальная программа изменения углов управления

Т а б л и ц а 3

Сравнение перелетов, полученных на базе критериев минимальной длительности перелета, минимального энергопотребления и расхода рабочего тела

	Минимальная длительность перелета	Минимальное энергопотребление	Минимальный расход рабочего тела
Время перелета	76,01 сут.	79,42 сут.	79,42 сут.
Расход рабочего тела	33,54 кг	28,46 кг	27,79 кг

Можно отметить, что характер изменения углов управления по сравнению с задачей минимизации быстродействия не изменился. Пассивные участки на полученной траектории располагаются в окрестности наиболее удаленных от оси Ox точек. Как и следовало ожидать, увеличение длительности перелета при неизменных проектных параметрах КА и ЭРДУ приводит к сокращению расхода рабочего тела.

Заключение

В настоящей статье описаны разработанные методики формирования оптимального номинального управления КА с ЭРДУ при пространственных перелетах между периодическими орбитами возле точки либрации L2 системы Земля–Луна по критериям минимального времени перелета, энергопотребления и расхода рабочего тела. Показана эффективность применения метода дифференциальной коррекции для получения многовитковых траекторий пассивного движения по исходной гало-орбите, используемых в качестве начального приближения для решения краевых задач. Предлагаемая методика формирования оптимального управления основана на сочетании метода коллокации и четырех модификаций метода продолжения по параметру.

Приведенные примеры демонстрируют эффективность предложенной методики для оптимизации перелетов КА с ЭРДУ между орбитой Ляпунова и гало-орбитами возле точки L2 системы Земля–Луна. Получены оптимальные программы управления и соответствующие им траектории движения. Показано, что перелеты к симметричным гало-орбитам северного и южного семейства обеспечиваются симметричными программами управления и имеют одинаковую длительность.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда
№ 22-29-01092, <https://rscf.ru/project/22-29-01092/>.*

ЛИТЕРАТУРА

1. **Crusan, J.C. et al.**, Deep space gateway concept: Extending human presence into cislunar space, *IEEE Aerospace Conference*, 2018, pp. 110.
2. **Parker, J.S., Anderson, R.L.**, *Low-energy lunar trajectory design*, 1st Edition, JPL Deep-Space Communications and Navigation Series, Wiley, 2014, pp. 103–106.
3. **Аксенов С.А., Бобер С.А.** Управление движением космического аппарата на гало-орбите при наличии ограничений на направления корректирующих маневров // Некоторые аспекты современных проблем механики и информатики, 2018. С. 166–174.
4. **Шайхутдинов А.Р., Костенко В.И.** Перспективы использования гало-орбиты в окрестности точки либрации L2 системы Солнце–Земля для наземно-космического радиоинтерферометра Миллиметров // Космические исследования. 2020. Т. 58. №5. С. 434–442.
5. **Richardson, D.L.**, Analytic construction of periodic orbits about the collinear points, *Celestial mechanics*, 1980, vol. 22, no. 3. pp. 241–253.
6. **Grebow, D.**, *Generating periodic orbits in the circular restricted three-body problem with applications to lunar south pole coverage*, MSA Thesis, School of Aeronautics and Astronautics, Purdue University, 2006. pp. 1–165.
7. **Calleja, R.C. et al.**, Boundary-value problem formulations for computing invariant manifolds and connecting orbits in the circular restricted three body problem, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2012, vol. 114, no. 1, pp. 77–106.
8. **Zeng, H., Zhang, J.**, Modelin g low-thrust transfers between periodic orbits about five libration points: Manifolds and hierarchical design, *Acta Astronautica*, 2018, 145, pp. 408–423.
9. **Du, C., Starinova, O.L., Liu, Y.**, Transfer between the planar Lyapunov orbits around the Earth–Moon L2 point using low-thrust engine, *Acta Astronautica*, 2022, 201, pp. 513–525.

10. Xiangyu, L., Dong, Q., Yu, C., Progress of three-body orbital dynamics study, *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53, no. 5, pp. 1223–1245.
11. Петухов В.Г. Метод продолжения для оптимизации межпланетных траекторий с малой тягой // Космические исследования. 2012. Т. 50. №3. С. 258–258.
12. Pérez-Palau, D., Epenoy, R., Fuel optimization for low-thrust Earth–Moon transfer via indirect optimal control, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2018, 130, №2, pp. 1–29.
13. Ranieri, C.L., Ocampo, C.A., Indirect optimization of spiral trajectories, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29, №6, pp. 1360–1366.
14. Russell, R.P., Primer vector theory applied to global low-thrust trade studies, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30, № 2, pp. 460–472.
15. Pan, B., Pan, X., Ma, Y., A quadratic homotopy method for fuel-optimal low-thrust trajectory design, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2019, 233, no. 5, pp. 1741–1757.
16. Singh, S.K. et al., Low-Thrust Earth-Moon Transfers via manifolds of a halo orbit in the cis-lunar space, *43rd Annual AAS Guidance, Navigation and Control Conference*, Breckenridge, Colorado, 2020.
17. Ширококов М.Г., Трофимов С.П. Перелеты с малой тягой на окололунные орбиты с гало-орбит вокруг лунных точек либрации L1 и L2 // Космические исследования. 2020. 58. №3. С. 223–234.
18. Hargraves, C.R., Paris, S.W., Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1987, 10, no. 4. pp. 338–342.
19. Trélat, E., Optimal control and applications to aerospace: some results and challenges // *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2012, 154, no. 3, pp. 713–758.
20. Racca, G.D., Whitcomb, G.P., Foing, B.H., The SMART-1 mission, *ESA bulletin*, 1998, 95, pp. 72–81.
21. Foing, B.H. et al., SMART-1 mission to the Moon: status, first results and goals, *Advances in Space Research*, 2006, 37, no. 1, pp. 6–13.
22. Sarli, B.V. et al., Destiny trajectory design to (3200) Phaethon, *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2018, 65, no. 1, pp. 82–110.
23. Pritchett, R., Howell, K., Grebow, D. Low-thrust transfer design based on collocation techniques: applications in the restricted three-body problem, *Astrodynamics Specialist Conference*, Stevenson, Washington, August 21–24, 2017, pp. 1–92.
24. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой / изд. 2-е. М.: ЛЕНАНД, 2020. 200 с.
25. Shampine, L.F. et al., Solving boundary value problems for ordinary differential equations in MATLAB with bvp4c, *Tutorial notes*, 2000, pp. 1–27.
26. Howell, C.K., Three-dimensional, periodic, ‘halo’ orbits, *Celestial mechanics*, 1984, 32, no. 1, pp. 53–71.
27. Ким В.П. Стационарные плазменные двигатели в России: проблемы и перспективы // Труды МАИ. 2013. Т. 60. С. 1–12.

Du, C. (Samara University, Russia; Northwestern Polytechnical University, Xi’an, China), Starinova, O.L. (Samara University; Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, China), and Demina, A.Yu. (Samara University) Methodology of Optimal Control of Low-Thrust Spacecraft Transfer Between Halo Orbits around the Earth-Moon L2 Libration Point, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2023, vol. 31, no. 3 (122), pp. 36–47.

Abstract. The paper considers the problem of optimal control of an electric propulsion spacecraft maneuvering between the spatial halo orbits around the L2 libration point in the Earth-Moon system. The proposed methodology finds the initial approximations for calculating the transfer trajectories within the framework of restricted three-body problem and improves the computational efficiency of calculations. A low-thrust transfer between the halo orbits is calculated to confirm the validity of this computational procedure.

Key words: optimal control, electric propulsion engines, Earth-Moon system, restricted three-body problem.

Материал поступил 16.03.2023