

Я. И. БИНДЕР

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ В СИСТЕМАХ  
ОБЕСПЕЧЕНИЯ СЧИСЛЕНИЯ НА БАЗЕ  
ОДНОГО СВОБОДНОГО ГИРОСКОПА**

*Статья развивает предложенный ранее автором подход к обеспечению невозмущаемости навигационного счисления, основанный на построении одноканальной инерциальной вертикали (ИВ) с помощью трехгранника акселерометров и только одного свободного гироскопа (СГ). Для повышения точности выработки мгновенных значений углов ориентации, необходимых для решения задач управления объектом, предлагается метод, использующий данные канала ИВ, а также разность значений курса, вырабатываемых на базе информации СГ и «бюджетного» микромеханического инерциального блока, и показания лага, обрабатываемые в соответствии с принципом гироскопического ориентирования с корректируемым маятником. Приводятся результаты моделирования, подтверждающие эффективность предложенного метода.*

**Ключевые слова:** свободный гироскоп, одноканальная инерциальная вертикаль, гироскопическое ориентирование с корректируемым маятником, лаг, микромеханический инерциальный блок.

**Введение**

В опубликованных ранее работах [1] и [2] автором был предложен альтернативный подход к построению невозмущенного инерционными ускорениями географически ориентированного горизонтного трехгранника для поддержки навигационного счисления (НС). В рамках данного подхода предлагалась схема, реализующая с помощью трехгранника акселерометров и только одного свободного гироскопа (СГ) с полярной (СГ–П) или экваториальной (СГ–Э) ориентацией одноканальную инерциальную вертикаль (ИВ), а также вырабатывающая значения курса объекта, возмущенные его инерционными ускорениями, влияние которых компенсируется по данным внешнего измерителя скорости в соответствии с принципом, названным автором гироскопическим ориентированием с корректируемым маятником (ГОКМ).

Было показано, что любая ориентация позволяет обеспечить невозмущаемость счисляемых координат, притом что вариант с СГ–Э обладает дополнительными возможностями, позволяя автономно оценить (а значит, и откорректировать) погрешности НС на интервале несколько часов с точностью до ошибок гироскопа. Кроме того, появляется возможность корректировать ошибки СГ–Э при наблюдениях по координатам места, обеспечивая эффективный метод коррекции азимутального курса, не требующий привлечения внешнего курсоуказания.

---

**Биндер** Яков Исаакович. Кандидат технических наук, главный конструктор по направлению – начальник отдела АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Представленные работы [1, 2], затрагивающие класс подвижных объектов типа морских водоизмещающих судов и автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА), со всей очевидностью доказывают необходимость и достаточность использования для обеспечения режима НС схем, построенных на одном СГ.

Однако при всей важности минимизации погрешности определения местоположения объекта и одновременной оптимизации состава используемых технических средств организация НС хотя и основная, но не единственная задача обеспечения кораблевождения. Необходимы и параметры их ориентации в динамике, причем в ряде случаев с предъявлением достаточно жестких точностных требований, в то время как при использовании ГОКМ мгновенные значения углов качки и курса будут искажены инерционными ускорениями [1, 2].

Как будет показано в настоящей работе, для многократного повышения точности выработки мгновенных значений параметров ориентации достаточно привлечь данные дополнительного «бюджетного» микромеханического инерциального блока (ММИБ). Речь здесь, разумеется, идет не о построении на его базе БИНС [7, 8] и/или ее «комплексировании» с прецизионным гироскопом [6]. В этих случаях точность построения инерциальной вертикали определяется главным образом качеством микромеханического гироскопа (ММГ), что часто не позволяет на их доступных образцах достигнуть даже невысокой точности, регламентируемой ИМО для углов ориентации. «Инерциального» определения при ГОКМ угла ориентации в плоскости, содержащей главную ось СГ и кажущуюся вертикаль, оказывается достаточно для построения алгоритма, отличного от инерциального и обеспечивающего решение задачи ориентации с гораздо более высокой точностью, чем можно было бы ожидать от ММГ. Структура соответствующих измерений и фильтрационная процедура будут рассмотрены ниже для схем и с СГ–Э и с СГ–П, на примере которой проводится полунатурное моделирование, а также расчеты достижимой точности.

Полученные в работе результаты без оговорок приложимы к низкочастотным объектам (АНПА, наземным, внутритрубным и т.д.). Для морских подводных и надводных водоизмещающих кораблей и судов следует принять во внимание необходимость некоторых ограничений отстояния блока акселерометров от центра качаний.

Для упрощения восприятия основного материала статьи она начинается с некоторых положений работ [1, 2].

## 1. Одноканальная инерциальная вертикаль в задаче ориентации

Достижение невозмущаемости вертикали в плоскости, содержащей главную ось СГ и вектор кажущегося ускорения, базируется на измерении положения вектора кинетического момента СГ относительно палубы, введении поправки на ее наклон по показаниям акселерометров, возмущенных инерционными ускорениями объекта, и использовании получившегося измерения в качестве входного сигнала для динамического звена, описываемого уравнением маятника Шулера.

На рис. 1 введены следующие обозначения [1]:  $\tau, \rho$  – углы, характеризующие рассогласование вектора кинетического момента  $\vec{H}_П$  СГ–П относительно оси мира в геоцентрической системе координат;  $C_1, C_2, C_3$  – проекции  $\vec{H}_П$  на плоскость горизонта и нормаль к ней, формируемые с использованием углов

качек и направляющих косинусов  $\bar{H}_\Pi$ , списываемых оптической (или какой-то иной) системой съема непосредственно с ротора СГ-П; ГШК – блок, в котором вырабатывается курс  $K_{CG}^\Pi$  и широта  $\varphi_M$ ;  $g$  – значение модуля вектора силы тяжести на широте нахождения объекта;  $V_{LN}$  – северная составляющая линейной скорости объекта, вырабатываемая по информации лага;  $v^2 = \frac{g}{R}$  – квадрат частоты Шулера;  $1-H(p)$  – передаточная функция в контуре демпфирования канала вертикали.

В контуре ИВ для СГ-П вырабатывается (аналогично северному каналу ИНС) широта  $\varphi_\Pi$ , а также северные составляющие линейных скорости  $V_N$  и ускорения  $\dot{V}_N$ . Значения  $\dot{V}_N$ , как показано в [1], необходимы для обеспечения невозмущаемости НС движением объекта.

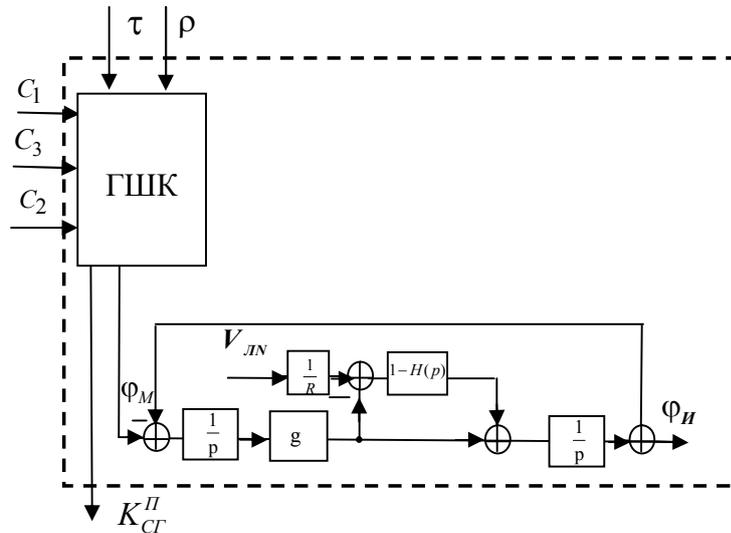


Рис. 1. Блок-схема ИВ для СГ-П

Первичные значения углов ориентации, согласно [1, 2], могут быть рассчитаны по показаниям акселерометров, при этом наличие в них инерционных ускорений игнорируется. Соответствующие методические погрешности углов курса  $K_{CG}^\Pi$ , килевой  $\psi^\Pi$  и бортовой  $\theta^\Pi$  качки для схемы с СГ-П будут иметь вид:

$$\Delta K_{CG}^\Pi = tg\varphi \frac{\dot{V}_E}{g}; \tag{1}$$

$$\Delta\theta^\Pi = \frac{-\dot{V}_E \cos K + \dot{V}_N \sin K}{g \cos \psi}, \tag{2}$$

$$\Delta\psi^\Pi = \frac{\dot{V}_E \sin K + \dot{V}_N \cos K}{g},$$

где  $\varphi$  – широта места, выработанная НС;  $\dot{V}_N, \dot{V}_E$  – северная и восточная составляющие инерционного ускорения движения объекта.

Из (2) очевидно, что значения  $\dot{V}_N$ , о которых говорилось выше, могут быть использованы и для коррекции методических погрешностей в углах качек.

В схеме с СГ–Э соответствующие погрешности, обусловленные наличием инерционных ускорений, имеют уже другой вид [4]:

$$\Delta K_{CG}^{\text{Э}} = \frac{\dot{V}_{\perp}}{g} \operatorname{tgh}; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Delta \theta^{\text{Э}} &= \frac{-\dot{V}_{\text{экв}} \sin q - \dot{V}_{\perp} \cos q}{g \cos \psi}, \\ \Delta \psi^{\text{Э}} &= \frac{\dot{V}_{\text{экв}} \cos q - \dot{V}_{\perp} \sin q}{g}. \end{aligned} \quad (4)$$

В выражениях (3), (4):

$h, A_{\text{Э}}$  и  $q$  – высота, азимут и курсовой угол СГ–Э соответственно;

$$q = A_{\text{Э}} - K_{CG}^{\text{Э}}, \quad \operatorname{tgh} q = \frac{H_x^{\text{Э}} \cos \theta + H_z^{\text{Э}} \sin \theta}{(H_x^{\text{Э}} \sin \theta - H_z^{\text{Э}} \cos \theta) \sin \psi + H_y^{\text{Э}} \cos \psi}, \quad H_x^{\text{Э}}, H_y^{\text{Э}}, H_z^{\text{Э}} -$$

направляющие косинусы вектора кинетического момента СГ–Э;

$\frac{\dot{V}_{\text{экв}}}{g} = \frac{\dot{V}_E}{g} \sin A_{\text{Э}} + \frac{\dot{V}_N}{g} \cos A_{\text{Э}}$  – составляющая инерционного ускорения, исполь-

зуемая по аналогии с  $\dot{V}_N$  в схеме с СГ–П для выработки поправок к значениям углов качек;

$\frac{\dot{V}_{\perp}}{g} = \frac{\dot{V}_E}{g} \cos A_{\text{Э}} - \frac{\dot{V}_N}{g} \sin A_{\text{Э}}$  – составляющая инерционного ускорения, перпенди-

кулярная плоскости, содержащей главную ось гироскопа и вектор кажущегося ускорения (аналогично  $\dot{V}_E$  в схеме с СГ–П).

Составляющие  $\dot{V}_{\perp}$  и  $\dot{V}_E$  уместно будет объединить понятием «поперечные ускорения».

## 2. Постановка и решение задачи определения «поперечных ускорений»

### 2.1. О возможных методах определения «поперечных ускорений»

Из формул (1–4) очевидно, что решение задачи ориентации для ГОКМ исчерпывается компенсацией «поперечных ускорений». В этой связи рассмотрим в порядке усложнения возможные подходы к их определению.

а) Численное дифференцирование со сглаживанием показаний лага неоднократно рассматривалось и даже предлагалось (для достижения невозмущаемости корректируемого гирокомпаса [5]), однако автору неизвестны примеры успешного внедрения подобных решений.

Задачу можно переформулировать в постановке оптимальной фильтрации (ОФК), формируя измерение

$$Z = \frac{V^{\lambda}}{g} = \frac{1}{g} \int_0^t W_I dt + \frac{\Delta V^{\lambda}}{g}, \quad (5)$$

где  $W_I = \dot{V}$  – инерционное ускорение объекта;  $V^{\lambda}$ ,  $\Delta V^{\lambda}$  – показание и погрешность лага соответственно, и определяя вектор состояния как  $x = [V, W_I]^T$ .

Однако к существенному продвижению это не ведет в силу крайней неопределенности описания инерционных ускорений.

б) Развитием рассматриваемого подхода можно считать формирование в качестве измерения разности показаний лага и интеграла от выходных сигналов акселерометров, то есть от проекций на палубные оси кажущихся ускорений, содержащих информацию об углах качки.

В качестве примера рассмотрим случай, при котором объект движется на север. Поперечное ускорение  $\dot{V}_E$ , в данном случае совпадающее с боковым, определяет погрешность  $\Delta\theta^{\lambda} = \frac{-\dot{V}_E}{g}$ . Условия моделирования движения объекта:

угол бортовой качки –  $\theta = A_0 \sin(\omega_0 t + \Phi_0)$ , где  $A_0 = 3^\circ$ ,  $\omega_0 = \frac{2\pi}{25}$ ,  $\Phi_0 = 0$ . Параметры движения объекта в продольном направлении, включая угол килевой качки, для данного примера моделирования значения не имеют.

Сформируем измерение  $Z = \frac{1}{g} (\int_0^t W_x dt - V_x^{\lambda})$ , которое при  $K = 0$  и малых значениях углов качек приобретает следующий вид:

$$Z = \int_0^t \left( \frac{\dot{V}_E}{g} - \theta \right) dt - \frac{V_E^{\lambda}}{g} = - \int_0^t \theta dt - \frac{\Delta V_E^{\lambda}}{g}, \quad (6)$$

где  $\Delta V_E^{\lambda}$  – погрешность доплеровского лага (ДЛ) (флуктуационная составляющая с СКО  $\sigma_{\lambda} = 0,1$  уз).

Вектор состояния данной системы для ОФК можно представить следующим образом:

$$x = [I_1, \theta, \omega_0]^T, \quad (7)$$

где:

$$\dot{I}_1 = \theta;$$

$$\dot{\theta} = \omega_0;$$

$$\dot{\omega}_0 = -2\mu_0\omega_0 + [-(\mu_0^2 + \lambda_0^2)] \cdot \theta + \sqrt{4\sigma_0^2\mu_0(\mu_0^2 + \lambda_0^2)} \cdot \xi_0 \quad [11];$$

$\omega_0$  – угловая скорость бортовой качки;

$\mu_0$  – коэффициент нерегулярности случайных значений углов бортовой качки

$$\left( \frac{1}{\mu_0} = 20 \text{ с} \right);$$

$\sigma_{\theta}^2$ ,  $\lambda_{\theta}$  – соответственно дисперсия и преобладающая частота углов бортовой качки ( $3\sigma_{\theta} = 4^{\circ}$ ,  $\lambda_{\theta} = \frac{2\pi}{25}$ );

$\xi_{\theta}$  – белый шум единичной интенсивности.

В (6, 7) не учтены переносные (прежде всего, наиболее значительные из них – тангенциальные) ускорения, обусловленные отстоянием блока акселерометров от центра качания, что вполне соотносится с замечаниями, сделанными во введении.

На рис. 2 приведена погрешность выработки угла бортовой качки для данного варианта моделирования.

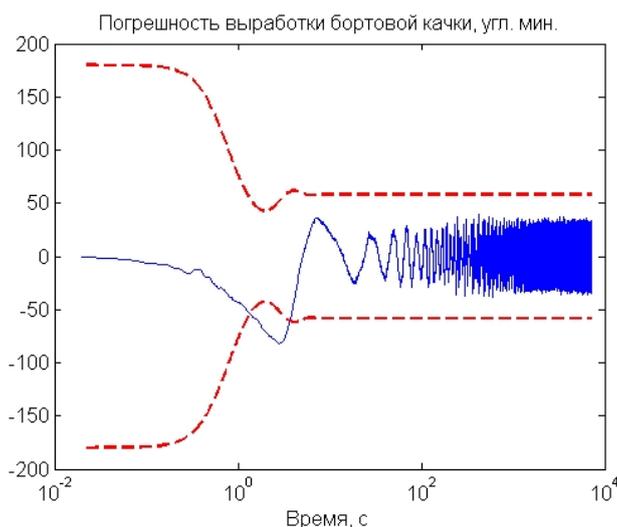


Рис. 2. Погрешность выработки угла бортовой качки (пунктиром здесь и далее показаны оценки (3 СКО), вырабатываемые ковариационным каналом)

Как следует из рис. 2, предельная погрешность оценки угла качки при таком способе решения задачи ориентации достигает  $1^{\circ}$  (при конкретном варианте моделирования – 38 угл. мин). Значения связанной с погрешностью горизонтирования (см., например, (1)) составляющей ошибки курсоуказания могут существенно превысить требования ИМО, приближаясь к  $2^{\circ}$ . Таким образом, следует констатировать, что, ограничиваясь трехгранником акселерометров, одним СГ и лагом, мы не получаем устойчивого решения задачи ориентации объекта, даже оставаясь в нежестких рамках требований к обеспечению кораблевождения широкого класса объектов.

в) Широкое распространение в последние 15-20 лет ММИБ позволяет в принципе рассмотреть их использование для решения задачи ориентации совместно с вышеуказанными техническими средствами, обеспечивающими НС в режиме ГОКМ. При этом, однако, приходится принимать во внимание ограниченность доступа отечественных потребителей к современным моделям ММГ.

Можно обратиться, в частности, к работам [7] и [8]. В первой из них приведены оценки ошибок углов крена и тангажа, полученные при полунатурном моделировании инерциального измерительного модуля (ИИМ), включающего ММГ CRG20 (Silicon Sensing) и микромеханический акселерометр (ММА) ADXL203, ADXL321 (Analog Devices), в составе испытательного стенда несущей

щей системы беспилотного вертолета – значения СКО оценок этих погрешностей составляют  $0,63$  и  $0,55^\circ$  соответственно. В работе [8] значения СКО выработки углов крена и тангажа составляют  $0,4^\circ$  для БИНС, использующих ММГ (тип чувствительного элемента (ЧЭ) не указан): БИНС GL-SVG-02 (ООО «Гиролаб», г. Пермь) и БИНС Компа-Нав-3 (ООО «ТЕКНОЛ», г. Москва).

Можно, разумеется, иметь в виду определенное влияние на приведенные выше показатели характера движения объекта, но основной вывод остается прежним – задача высокоточной выработки углов ориентации ( $<10$  угл. мин по качкам,  $<10$  сек ф угл. мин по курсу) при использовании ММГ класса consumer-grade не решается.

В рассматриваемом контексте особняком стоит работа [6], посвященная решению задачи, казалось бы, идентичной исследуемой здесь, притом что и используемые инерциальные ЧЭ в обоих случаях полностью совпадают. Принципиальная разница заключается в том, что в ГОКМ с тем же набором ЧЭ задача обеспечения НС (которая в [6] декларируется как титульная, в частности, в интересах АНПА) уже решена [1, 2], причем с точностью, определяемой СГ и никак не зависящей от ММГ (они там просто не появляются). Тем не менее определенный интерес в силу внешнего (аппаратного) сходства этих схем представляет и сравнение результатов решения задачи ориентации. Таковое проводится ниже, по мере изложения предлагаемого автором метода, являющегося основным предметом данной работы, а также результатов моделирования его применения.

## 2.2. Метод определения «поперечных ускорений» в схеме ГОКМ при использовании ММГ

Сущность предлагаемого метода кратко формулируется следующим образом:

- с помощью ММИБ тем или иным способом (см. ниже) вырабатывается угол курса объекта (используемые при этом схемы его определения принципиального значения не имеют), обладающий в силу больших значений неконтролируемых дрейфов ММГ сугубо гироазимутальным характером;
- формируется первое измерение – разность значений вновь определенного «гироазимутального» курса (ММИБ) и «точного» (см. [1, 2] и введение к данной статье) курса, определяемого СГ и возмущенного инерционными ускорениями объекта;
- указанная разность интегрируется, а результат инерционного возмущения компенсируется по данным внешнего источника скорости объекта в полном соответствии с принципами гироскопического ориентирования с корректируемым маятником;
- в результате применения к описанной системе измерений фильтрационной процедуры оцениваются мгновенные значения «поперечного» ускорения, а также углов курса и неизвестной компоненты качки объекта.

Рассмотрим вышеизложенное подробнее, при этом во избежание увеличения объема статьи, совершенно неоправданного основной ее направленностью, проведем основной анализ применительно к использованию СГ с полярной ориентацией, делая необходимые замечания об особенностях экваториальной.

Итак, для СГ–П с учетом (1) имеем

$$Z_{1}^{\Pi} = K_{СГ}^{\Pi} - K_{ГА}^M = \operatorname{tg}\varphi \frac{\dot{V}_E}{g} - \Delta K_{ГА}^M, \quad (8)$$

для СГ–Э с учетом (2):

$$Z^{\mathcal{E}}_1 = K^{\mathcal{E}}_{CG} - K^M_{GA} = \frac{\dot{V}_{\perp}}{g} tgh - \Delta K^M_{GA}. \quad (9)$$

В (8) и (9)  $K^M_{GA}$ ,  $\Delta K^M_{GA}$  – соответственно азимутальный курс, вырабатываемый ММИБ, и его погрешность.

При этом не принципиально, строится ли такой ММИБ на базе акселерометров  $w_x, w_y, w_z$  (см. рис. 3) и двух ММГ  $\omega_x, \omega_z$  с осями чувствительности, ориентированными вдоль осей  $X$  и  $Z$  связанной с корпусом объекта системы координат  $XYZ$  (рис. 3), либо при построении ММИБ используется только триада ортогонально расположенных ММГ  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ .

Поскольку алгоритмы гироазимутального режима работы инерциального измерительного модуля, построенного на двух одноосных датчиках угловой скорости (ДУС) (см. рис. 3) и триаде акселерометров, уже подробно исследованы в работе [9], воспользуемся ее результатами.

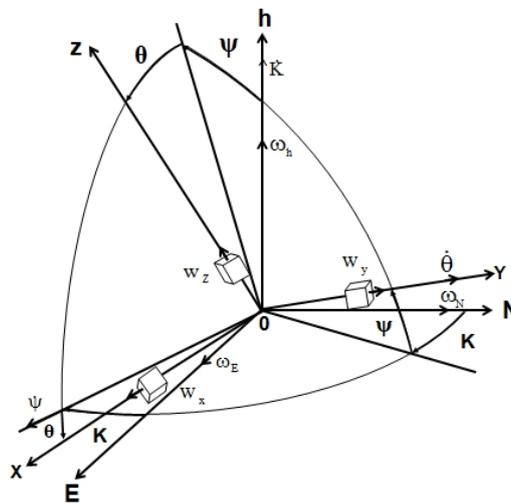


Рис. 3. Географическая  $ENh$  и палубная  $XYZ$  системы координат

Характер погрешности и уровень точности гироазимутального режима работы ММИБ будет определяться следующим выражением [9]:

$$\Delta K^M_{GA} = \int_0^t (\Delta\omega_x \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \psi} - \Delta\omega_z \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \psi}) dt. \quad (10)$$

Наибольший вклад в  $\Delta K^M_{GA}$ , впрочем как и в любой другой из упомянутых схем, будет вносить дрейф  $\Delta\omega_z$  ММГ, вызывая накопление погрешности курсоуказания.

Второе измерение в схеме с СГ–П в соответствии с вышеописанным имеет вид:

$$Z_{2}^{\Pi} = \int_0^t Z_1 dt - (tg\varphi \frac{V_E^A}{g}) = - \int_0^t \Delta K_{GA}^M dt - tg\varphi \frac{\Delta V_E^A}{g}. \quad (11)$$

В случае использования СГ–Э:

$$Z_{2}^{\mathcal{E}} = \int_0^t Z_1 dt - \frac{V_{комн}}{g} = - \int_0^t \Delta K_{GA}^M dt - \frac{\Delta V_{комн}}{g}. \quad (12)$$

Физический смысл предлагаемого метода становится очевиден из рассмотрения структуры измерений (11) и (12):  $\Delta K_{GA}^M$  – заведомо низкочастотный процесс, близкий к винеровскому, в отличие от весьма неопределенных  $W_I$  (см. (5)) и  $\theta$  (см. (6)). По сравнению с этими величинами  $\Delta K_{GA}^M$  имеет еще и существенно более низкую интенсивность, будучи по природе все-таки погрешностью измерения некой переменной. Этим объясняется высокая эффективность ОФК с измерениями (11) и (12). Далее «срабатывает» цепочка безынерционных преобразований: оценка текущего значения  $K_{GA}^M$  определяет выработку корректуры к мгновенным значениям угла курса  $K_{CG}^{\Pi \text{ кор}}$  (8) в схеме с СГ–П или  $K_{CG}^{\mathcal{E} \text{ кор}}$  (9) в схеме с СГ–Э. Формирование разности  $K_{CG}^{\Pi}$  и  $K_{CG}^{\Pi \text{ кор}}$  в схеме с СГ–П позволяет (см. (8)) вычислить ускорение  $\dot{V}_E$ , которое вместе с ускорением  $\dot{V}_N$  (см. рис. 1) используется для выработки поправок к значениям углов качки в этой схеме. Соответственно, формирование разности  $K_{CG}^{\mathcal{E}}$  и  $K_{CG}^{\mathcal{E} \text{ кор}}$  позволяет (см. (9)) вычислить ускорение  $\dot{V}_{\perp}$ , которое вместе с ускорением  $\dot{V}_{\text{экв}}$  используется для выработки поправок к значениям углов качки уже в схеме с СГ–Э.

Модель (в которой для общности учтена возможность использования относительного лага – ОЛ) комплексной обработки данных СГ–П и ММИБ может быть представлена в векторно-матричной форме в терминах пространства состояния [10]:

$$x_{k+1} = \Phi_{k/k+1} \cdot x_k + \Gamma_{k/k+1} \cdot w_k, z_{k+1} = H_{k+1} \cdot x_{k+1} + v_{k+1}, \quad (13)$$

где  $x = [\Delta\omega_x^1, \Delta\omega_z^1, \Delta\omega_x^2, \Delta\omega_z^2, \Delta\omega_x^3, \Delta\omega_z^3, \Delta K_{GA}^M, V_x, V_y, W_x, W_y, \Delta V_{T_N}, \Delta V_{T_E}]^T$  – вектор состояния системы;

$\Delta\omega_x^1, \Delta\omega_z^1; \Delta\omega_x^2, \Delta\omega_z^2; \Delta\omega_x^3, \Delta\omega_z^3$  – составляющие модели уходов ММГ ММИБ;

$\Delta\omega_j^1$  ( $j = x, z$ ) – случайные составляющие уходов, характеризующие дрейф нуля в пуске;

$\Delta\omega_j^2$  – флуктуационные составляющие уходов;

$\Delta\omega_j^3$  – систематические составляющие уходов, характеризующие смещение нулей от пуска к пуску;

$\Delta\omega_j^1 = -\alpha_1 \Delta\omega_j^1 + \sigma_1 \sqrt{2\alpha_1} \xi_{j1}$ ,  $\alpha_1^{-1}$  – интервал корреляции;

$\Delta\omega_j^2 = -\alpha_2 \Delta\omega_j^2 + \sigma_2 \sqrt{2\alpha_2} \xi_{j2}$ ,  $\alpha_2^{-1}$  – интервал корреляции;

$$\Delta\dot{\omega}_j^3 = 0;$$

$$\Delta\dot{K}_{GA}^M = (\Delta\omega_x^1 + \Delta\omega_x^2 + \Delta\omega_x^3) \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\psi} - (\Delta\omega_z^1 + \Delta\omega_z^2 + \Delta\omega_z^3) \cdot \frac{\cos\theta}{\cos\psi};$$

$V_y, V_x, W_y, W_x$  – соответственно значения продольной и поперечной составляющей скорости и ускорения объекта.

Степень адекватности описания инерционного ускорения в рассматриваемой постановке задачи фильтрации (в отличие от представленной (5)) не влияет на результат ее решения. В рамках выбранного с точки зрения удобства реализации неинвариантного подхода [10] для описания «полезного сигнала» может быть использован процесс Пуассона, имеющий ту же корреляционную функцию, что и марковский первого порядка [11, 12]:

$$\dot{V}_y = W_y = -\alpha_y V_y + \sigma_y \sqrt{2\alpha_y} \xi_y, \alpha_y^{-1} \text{ – интервал корреляции};$$

$$\dot{V}_x = W_x = -\alpha_x V_x + \sigma_x \sqrt{2\alpha_x} \xi_x, \alpha_x^{-1} \text{ – интервал корреляции};$$

$$3\sigma_y = 3\sigma_x = 3 \cdot 10^{-1} g, 1/\alpha_y = 1/\alpha_x = 1 \text{ с};$$

$\Delta V_{T_N}, \Delta V_{T_E}$  – ошибки ОЛ, обусловленные не измеряемыми лагом течениями;

$$\Delta\dot{V}_{T_N} = -\alpha_{T_N} \Delta V_{T_N} + \sigma_{T_N} \sqrt{2\alpha_{T_N}} \xi_{T_N}, \alpha_{T_N}^{-1} \text{ – интервал корреляции};$$

$$\Delta\dot{V}_{T_E} = -\alpha_{T_E} \Delta V_{T_E} + \sigma_{T_E} \sqrt{2\alpha_{T_E}} \xi_{T_E}, \alpha_{T_E}^{-1} \text{ – интервал корреляции};$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_{T_N}, \sigma_{T_E}$  – СКО соответствующих процессов;

$\xi_{j1}, \xi_{j2}, \xi_x, \xi_y, \xi_{T_N}, \xi_{T_E}$  – белые шумы единичной интенсивности;

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_l^y \\ 0 \\ K_{CT}^H - K_{GA}^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_y + \Delta V_{T_N} \cos K + \Delta V_{T_E} \sin K \\ V_x - \Delta V_{T_N} \sin K + \Delta V_{T_E} \cos K_x \\ \frac{(W_x \cos K + W_y \sin K)}{g} \operatorname{tg}\phi - \Delta K_{GA}^M \end{bmatrix} \text{ – вектор измерений.} \quad (14)$$

При применении в навигационной системе двухкомпонентного ДЛ модель системы может быть представлена следующим образом:

$$x_{k+1} = \Phi_{k/k+1} \cdot x_k + \Gamma_{k/k+1} \cdot w_k, z_{k+1} = H_{k+1} \cdot x_{k+1} + v_{k+1}, \quad (15)$$

где  $x = [\Delta\omega_x^1, \Delta\omega_z^1, \Delta\omega_x^2, \Delta\omega_z^2, \Delta\omega_x^3, \Delta\omega_z^3, \Delta K_{GA}^M, V_x, V_y, W_x, W_y]^T$  – вектор состояния системы, одноименные переменные которого соответствуют (13);

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_l^y \\ V_l^x \\ K_{CT}^H - K_{GA}^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_y \\ V_x \\ \frac{(W_x \cos K + W_y \sin K)}{g} \operatorname{tg}\phi - \Delta K_{GA}^M \end{bmatrix} \text{ – вектор измерений.} \quad (16)$$

Постановка задачи (13–16) в соответствии с ограничениями, изложенными во введении, не учитывает влияние переносных ускорений, возникающих на большой качке при больших же отстояниях от центра качаний. Предварительное рассмотрение расширенной модели вектора состояния, при тех же измерителях (СГ, акселерометры, ММИБ, лаг) учитывающей эти эффекты, указывает на возможность смягчения требований к отстоянию инерциальных элементов от центра качаний. Такая задача может быть поставлена отдельно, так как ее рассмотрение здесь неизбежно влечет за собой неоправданное увеличение объема данной работы, цель которой – изложение основных принципов определения параметров ориентации при использовании ГОКМ.

Ниже представлены результаты моделирования описанной выше системы при различных вариантах задания дрейфов ММГ, прочих инструментальных ошибок и параметров движения объекта, а также сравнительного анализа погрешностей углов ориентации, полученных с помощью предлагаемой в работе схемы и других, также базирующихся на применении ММГ.

### 3. Результаты моделирования

#### Вариант моделирования № 1

Условия моделирования:

- задаются следующие погрешности ММГ, рассматриваемые в качестве примера и приведенные ранее в [6]:
  - $\Delta\omega_j^3$  – случайные величины с уровнем 40 °/ч;
  - $\Delta\omega_j^1$  – марковские процессы первого порядка  $\sigma_1 = 6$  °/ч,  $1/\alpha_1 = 600$  с;
  - $\Delta\omega_j^2$  – марковские процессы первого порядка с параметрами  $\sigma_2 = 100$  °/ч,  $1/\alpha_2 = 1$  с;
- инструментальные погрешности применяемых акселерометров не задавались;
- флуктуационные составляющие погрешностей ДЛ –  $\sigma = 0,1$  уз.;
- условия углового и линейного движения объекта:
  - $K = 0^\circ$ ; углы рыскания  $\gamma_p = A_p \sin(\omega_p t + \Phi_p)$ , где  $A_p = 1.3^\circ$ ,  $\omega_p = \frac{2\pi}{15}$ ,  $\Phi_p = 0$ , углы бортовой качки  $\theta = A_\theta \sin(\omega_\theta t + \Phi_\theta)$ , где  $A_\theta = 3^\circ$ ,  $\omega_\theta = \frac{2\pi}{25}$ ,  $\Phi_\theta = 0$ ;
  - начальное значение продольной скорости  $V_{0y} = 2$  уз. ; ускорения объекта вдоль продольной оси величиной +0,083 уз./с и –0,083 уз./с длительностью 1 мин и 0,5 мин, действующие в моменты времени 3 и 10 мин от носителя начала отсчета.

Результаты описанного выше варианта моделирования, приведенные на рис. 4, показывают, что погрешности, полученные с использованием предлагаемого метода, не превышают по углу курса и бортовой качки соответственно (9-10) угл. мин и (5-6) угл. мин (здесь и далее  $\varphi = 60^\circ$ ). При использовании тех же моделей и численных значений погрешностей ММГ в работе [6] получены результаты, приведенные на рис. 5. Как следует из рисунков, погрешности параметров ориентации в схеме построения гирогоризонткомпаса [6], по край-

ней мере, в 2,5-3 раза превышают аналогичные погрешности, полученные с помощью представленного в работе метода.

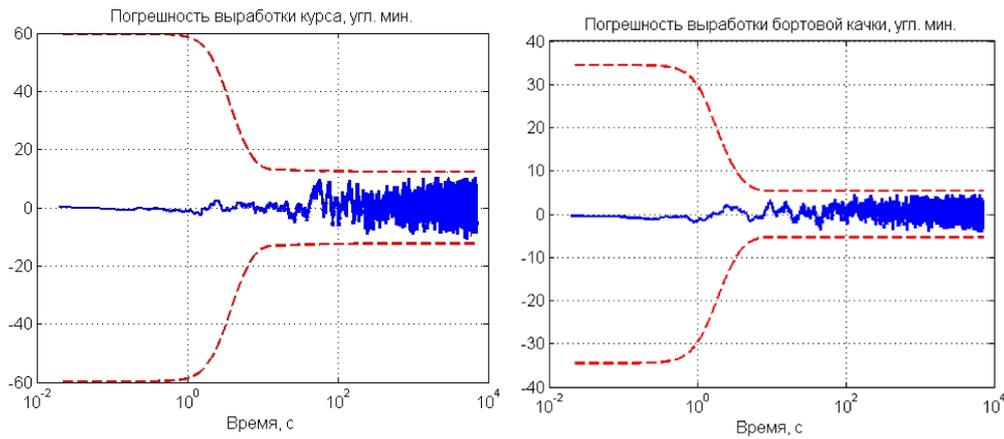


Рис. 4. Погрешности выработки курса и угла бортовой качки для варианта моделирования № 1

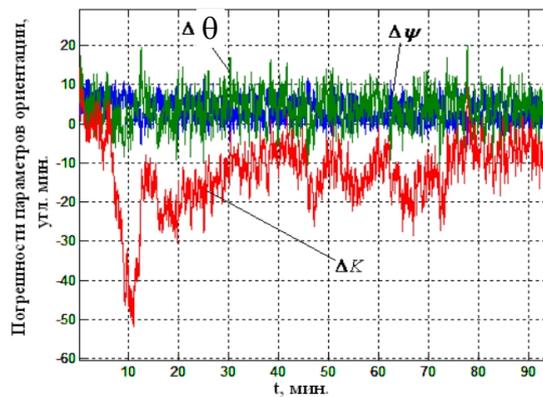


Рис. 5. Погрешности углов ориентации в схеме гиригоризонткомпаса с комплексированием информации от СГ и ММИБ [6]

В [6] также были приведены результаты испытаний гиригоризонткомпаса с привлечением экспериментальных данных БИНС, содержащей MMA ADXL 105 и ММГ ADXRS 150 (Analog Devices). Полученные в ходе испытаний ошибки выработки углов качек ( $2^\circ$ ) существенно превышают допустимые по IMO, что в [6] объясняется прежде всего низкой точностью применяемых ММГ. Ниже приводятся результаты полунатурного моделирования схемы, построенной в соответствии с предлагаемым в данной работе методом, с использованием ММГ ADXRS 150.

#### Вариант моделирования № 2

Условия моделирования:

- используются значения ММГ, представляющие реальные сигналы гироскопов ADXRS 150;
- флуктуационные составляющие погрешностей ДЛ –  $3\sigma = 0,1$  уз.;

- условия углового и линейного движения объекта соответствуют варианту моделирования № 1.
- В ОФК модель уходов гироскопов ADXRS 150 задана следующим образом:
- $\Delta\omega_j^1$  – марковские процессы первого порядка с параметрами  $\sigma_1 = 100 \text{ }^\circ/\text{ч}$ ,  $1/\alpha_1 = 20 \text{ с}$ ;
  - $\Delta\omega_j^2$  – марковские процессы первого порядка с параметрами  $\sigma_2 = 100 \text{ }^\circ/\text{ч}$ ,  $1/\alpha_2 = 1 \text{ с}$ ;
  - $\Delta\omega_j^3$  отсутствует.

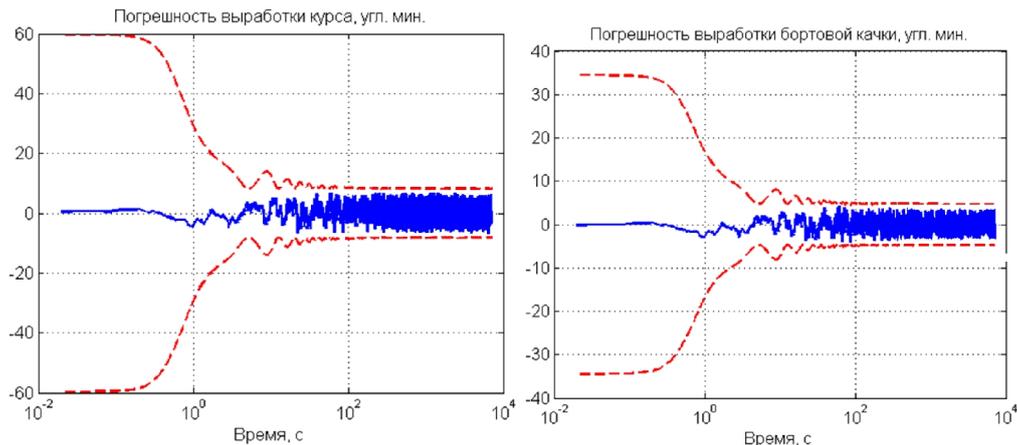


Рис. 6. Погрешности выработки курса и угла бортовой качки для варианта моделирования № 2

Результаты проведенного полунатурного моделирования подтверждают, что в случае применения тех же гироскопов ADXRS 150, что и в работе [6], погрешности углов ориентации, полученные с использованием предлагаемого метода, не превышают следующих значений: (8-9) угл. мин. по углу курса и (4-5) угл. мин по углу бортовой качки.

Еще одна серия численных экспериментов была проведена для оценки влияния уровня точности применяемых ММГ на эффективность задачи ориентации (см. моделирование № 3).

### Вариант моделирования № 3

В табл. 1 и 2 приведены погрешности угла курса  $\Delta K$  ( $\sigma$ ) для различных численных значений параметров ухода ММГ, заданного марковским процессом ( $\sigma_{\Delta\omega_n}$  и  $1/\alpha$ ) первого порядка (табл. 1) и белым шумом ( $\sigma_{\Delta\omega_e}$ ) на частоте дискретизации (табл. 2).

Условия моделирования:

- флуктуационные составляющие погрешностей ДЛ –  $3\sigma = 0,1$  уз.;
- условия углового и линейного движения объекта соответствуют варианту моделирования № 1.

Т а б л и ц а 1

$\frac{1}{\alpha}, \text{с}$ $\sigma_{\Delta\omega_n} \text{ } \frac{\circ}{\text{час}}$	$\Delta K(\sigma)$ , угл. мин		
	20	100	600
6	0,78	0,61	0,41
100	3,66	2,59	1,69
200	5,24	3,73	2,44

Т а б л и ц а 2

$\sigma_{\Delta\omega_n} \text{ } \frac{\circ}{\text{час}}$	6	50	100
$\Delta K(\sigma)$ , угл. мин	0,38	1,84	3,10

Как следует из табл. 1 и 2, чувствительность предлагаемого здесь метода к уровню точности применяемых микромеханических гироскопов гораздо ниже, чем в схемах, представленных в работах [7] и [8]. Очевидно, что требования ИМО будут выполняться при использовании любых ММГ класса consumer-grade, а выбор ММГ с уровнем дрейфа  $\sigma = 100 \text{ } \frac{\circ}{\text{час}}$  (дешевых и легкодоступных на рынке) обеспечивает уже прецизионное решение задачи ориентации.

#### Вариант моделирования № 4

В предыдущих трех случаях проводилось исследование эффективности предлагаемого метода для схемы, включающей ДЛ. В данном варианте моделирования мы рассмотрим влияние перехода к использованию ОЛ, не измеряющие составляющие скорости весьма интенсивного течения.

Условия моделирования:

- используются значения ММГ, представляющие реальные сигналы гироскопов ADXRS 150;
- модель уходов гироскопов ADXRS 150 задана в ОФК так же, как и в варианте моделирования № 2;
- течения  $V_{T_N}, V_{T_E}$  задаются марковским процессом первого порядка с параметрами:  $3\sigma_j = 1 \text{ уз}$ ,  $1/\alpha_j = 7200 \text{ с}$ ,  $j = T_N, T_E$ ;
- погрешности ОЛ  $\Delta V_{T_N}, \Delta V_{T_E}$  задаются марковским процессом первого порядка с параметрами  $3\sigma_j = 2 \text{ уз}$ ,  $1/\alpha_j = 7200 \text{ с}$ ,  $j = T_N, T_E$  [11];
- флуктуационные составляющие погрешностей ОЛ –  $\sigma = 01 \text{ уз}$ . [11];
- условия углового и линейного движения объекта:
  - $K = 0^\circ$ ; углы рыскания  $\gamma_p = A_p \sin(\omega_p t + \Phi_p)$ , где  $A_p = 1.3^\circ$ ,  $\omega_p = \frac{2\pi}{15}$ ,  $\Phi_p = 0$ ;
  - углы килевой качки  $\psi = A_\psi \sin(\omega_\psi t + \Phi_\psi)$ , где  $A_\psi = 3^\circ$ ,  $\omega_\psi = \frac{2\pi}{20}$ ,  $\Phi_\psi = 0$ ; уг-
  - лы бортовой качки  $\theta = A_\theta \sin(\omega_\theta t + \Phi_\theta)$ , где  $A_\theta = 3^\circ$ ,  $\omega_\theta = \frac{2\pi}{25}$ ,  $\Phi_\theta = 0$ ;

- начальное значение продольной скорости  $V_{0y} = 2$  уз.; ускорения объекта вдоль продольной оси величиной  $+0,083$  уз./с и  $-0,083$  уз./с длительностью 1 мин и 0,5 мин, действующие в моменты времени 3 и 10 мин относительно начала отсчета.

На рис. 7 приведены погрешности выработки углов курса и бортовой качки для варианта моделирования № 4.

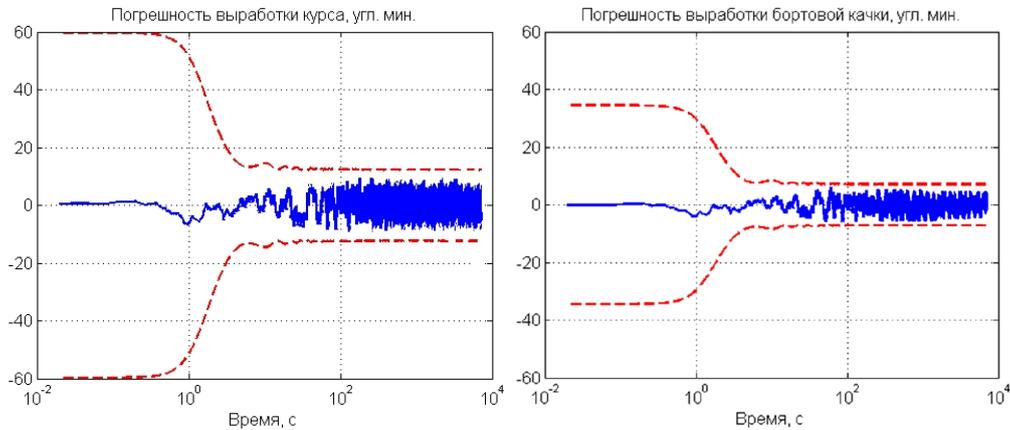


Рис. 7. Погрешности выработки курса и угла бортовой качки для варианта моделирования № 4

Результаты проведенного моделирования с использованием ОЛ показывают, что по сравнению с вариантом моделирования № 2 (см. рис. 6), где применялся ДЛ, погрешности углов ориентации незначительно увеличиваются, но и в этом случае они не превышают (12-13) угл. мин. по углу курса и (6-7) угл. мин по углу бортовой качки.

### Заключение

Ранее предложенные автором схемы поддержки и коррекции счисления на базе трехгранника акселерометров и единственного свободного гироскопа, обеспечивая высокоточную навигацию, не были предназначены для решения задачи ориентации – выработки мгновенных значений углов курса и качки объекта. Современные требования к оперативности и точности этой информации, необходимой для организации управления объектом и/или ориентации бортовых систем-потребителей, могут быть достаточно высоки.

Для решения этой задачи в работе используется информация об одной из составляющих качки, вырабатываемая одноканальной инерциальной вертикалью, а также вводится дополнительный микромеханический инерциальный блок, используемый только для выработки значений гироазимутального курса. Их сравнение с определяемыми на базе информации свободных гироскопов прецизионными значениями курса объекта, возмущенными его инерционными ускорениями, позволяет построить разностное измерение, содержащее сумму погрешности «микромеханического» гироазимутального курса и возмущения. После интегрирования этого разностного измерения с компенсационной коррекцией по данным внешнего измерителя скорости формируется фильтрационная процедура для оценки текущих значений поперечного ускорения соответствующей компоненты качки и угла курса объекта.

Погрешности определения параметров ориентации для объектов типа АНПА в предлагаемой схеме, полученные при использовании реальных сигналов ММГ класса consumer-grade, многократно ниже, чем для других схем, построенных на микромеханических элементах того же качества, и, в зависимости от типа измерителя скорости, составляют (4-7) угл. мин и (8-13) угл. мин по углам качки и курса. С применением более точных ММГ можно ожидать повышения точности определения параметров ориентации объекта по сравнению с указанными выше.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Биндер Я. И.** О построении горизонтного трехгранника в гироскопических системах ориентации, предназначенных для поддержки навигационного счисления. Часть 1. Принцип гироскопического ориентирования с корректируемым маятником. Схема реализации на свободном гироскопе // *Гироскопия и навигация*. 2014. №4. С. 69–84.
2. **Биндер Я.И.** Счисление пути с использованием гироазимутгоризонта на одном свободном гироскопе с экваториальной ориентацией // *Гироскопия и навигация*. 2016. №3. С. 38–54.
3. **Binder Y., Litmanovich Y., Paderina T.** An Alternative Approach to Eliminate the Motion Induced Disturbances in Dead-Reckoning Navigation. 2016 *DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, September 20-21, 2016, Karlsruhe, Germany, Proceedings, p. 20.
4. **Binder Y., Litmanovich Y., Paderina T.** Alternative Method for Compensation of the Motion Induced Disturbances of the Vertical. Application to the Navigational Problems. *ION Pacific PNT 2017 Conference*, May 1-4, 2017, Honolulu, Hawaii, Proceedings, pp. 745–756.
5. **Блинов И.А., Жерлаков А.В., Перфильев В.К., Смирнов Е.Л., Якушенков А.А.** Электронавигационные приборы // Учебник для вузов ММФ. Москва: Транспорт, 1980.
6. **Лочехин А.В.** Интегрированная система с инерциальным модулем на электростатическом гироскопе и микромеханических датчиках. Автореферат диссертации на соискание степени кандидата технических наук. Санкт-Петербург, 2010.
7. **Голованов П.Н., Попов А.Н., Сергушов И.В., Яшин А.Г., Алешкин В.В.** Результаты испытаний инерциального измерительного блока в составе несущей системы беспилотного вертолета // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. Т. 18. № 1 (2). 2016.
8. **Борисова А.Ю., Смаль А.В.** Анализ разработок современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем // *Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал*. 2017. №5. URL: <http://engsi.ru/doc/859644.html>.
9. **Биндер Я.И.** Исследование возможности построения бесплатформенного гироазимута с неполным числом измерителей // *Навигация и гидрография*. 2017. № 49.
10. **Степанов О.А.** Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. 508 с.
11. **Анучин О.Н., Емельянец Г.И.** Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов. Санкт-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 390 с.
12. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического регулирования. Москва: Наука, 1972.

**Binder Ya.I.** (Concern CSRI Elektropribor, JSC, St.Petersburg).

Determination of Orientation Angles in Dead Reckoning Systems Based on One Free Gyroscope. *Гироскопия и Навигация*. 2017. Vol. 25. No. 4. P. 18–34.

**Abstract.** The paper considers the development of the approach proposed earlier by the author to ensure the imperturbability of dead reckoning, based on the construction of a single-channel inertial vertical using a trihedron of accelerometers and a single free gyroscope. In order to improve the accuracy of instantaneous orientation angles required to solve vehicle control problems, a method is proposed that uses the data from the inertial vertical channel, as well as the difference in heading values generated with the use of information from the free gyro and the “budget” MEMS inertial

unit, and lag readings processed in accordance with the principle of gyroscopic orientation with a controllable pendulum. The simulation results are presented, which confirm the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** free gyroscope, single-channel inertial vertical, gyroscopic orientation with controllable pendulum, log, MEMS inertial unit.

## REFERENCES

1. **Binder, Ya.I.**, Construction of a Geographically Oriented Horizon Trihedron in Gyroscopic Orientation Systems Intended to Aid Navigation Dead Reckoning. Part 1. Gyroscopic Orientation with a Correctable Pendulum. Implementation in a Free Gyroscope. *Gyroscopy and Navigation*, 2015, no. 2. pp. 123–132/
2. **Binder, Ya.I.**, Dead Reckoning Using an Attitude and Heading Reference System Based on a Free Gyro with Equatorial Orientation, *Gyroscopy and Navigation*, 2017, no. 2. pp. 104–114.
3. **Binder Y., Litmanovich Y., and Paderina T.** An Alternative Approach to Eliminate the Motion Induced Disturbances in Dead-Reckoning Navigation. *2016 DGON Inertial Sensors and Systems (ISS)*, September 20-21, 2016, Karlsruhe, Germany, Proceedings, p. 20.
4. **Binder, Y., Litmanovich, Y., and Paderina, T.** Alternative Method for Compensation of the Motion Induced Disturbances of the Vertical. Application to Navigational Problems, *Proc. of ION Pacific PNT 2017 Conference*, May 1-4, 2017, Honolulu, Hawaii, pp. 745–756.
5. **Blinov, I.A., Zherlakov, A.V., Perfil'ev, V.K., Smirnov, E.L., and Yakushenkov, A.A.**, *Elektronavigatsionnye pribory* (Electronavigation Devices), Textbook for high schools of Ministry for Maritime Fleet, Moscow: Transport, 1980.
6. **Lochekhin, A.V.**, An Integrated System with an Inertial Module Based on an Electrostatic Gyroscope and Micromechanical Sensors, *Cand. Sci. Dissertation*, St. Petersburg, 2010.
7. **Golovanov, P.N., Popov, A.N., Sergushov, I.V., Yashin, A.G., Aleshkin, V.V.**, Results of Testings the Inertial Measurement Unit in the Structure of an Unmanned Helicopter Carrier System, *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra Rossiiskoi Akademii Nauk*, 2016, vol. 1, no. 1 (2).
8. **Borisova, A.Yu., and Smal', A.V.**, Analysis of Developments of Modern Strapdown Inertial Navigation Systems, *Engineering bulletin. N.E. Bauman MGTU, Electronic journal*, 2017, no. 5. URL: <http://engsi.ru/doc/859644.html>.
9. **Binder, Ya.I.**, Studying the Feasibility of Constructing a Strapdown Gyroazimuth with an Incomplete Number of Sensors, *Navigatsiia i gidrografiya*, 2017, no. 49.
10. **Stepanov, O.A.**, *Osnovy teorii otsenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoi informatsii* (Fundamentals of the Estimation Theory with Applications to the Problems of Navigation Information Processing), Part 1, *Vvedenie v teoriyu otsenivaniya* (Introduction to the Estimation Theory), St. Petersburg: TsNII Elektropribor, 2010.
11. **Anuchin, O.N., and Emeliantsev, G.I.**, *Integrirrovannye sistemy orientatsii i navigatsii dlya morskikh podvizhnykh ob"ektov* (Integrated Navigation and Orientation Systems for Marine Vehicles), St. Petersburg: CSRI Elektropribor, 2003.
12. **Besekerskii, V.A., and Popov, E.P.** *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Theory of Automatic Control Systems), Moscow: Nauka, 1972.

Материал поступил 31.10.2017