ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
АО «КОНЦЕРН «ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
•ЭЛЕКТРОПРИБОР•

XXVII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

25 мая – 5 июня 2020

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)
- НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИТМО, РОССИЯ
- АМЕРИКАНСКОГО ИНСТИТУТА АЭРОНАВТИКИ И АСТРОНАВТИКИ (AIAA)
- ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРОВ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ – ОБЩЕСТВА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ (IEEE – AESS)
- ФРАНЦУЗСКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (IFN)
- НЕМЕЦКОГО ИНСТИТУТА НАВИГАЦИИ (DGON)
- ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ», РОССИЯ

В настоящем издании опубликованы на русском языке пленарные и стендовые доклады участников конференции из России, Украины, Республики Беларусь.

Стендовые доклады отмечены знаком *.

Полностью все доклады представлены в материалах конференции на английском языке − «27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems».

Тексты докладов публикуются в авторской редакции.

Главный редактор
академик РАН В. Г. Пешехонов

ISBN 978-5-91995-071-4

СОДЕРЖАНИЕ

▪ ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ▪

▪ ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ ▪

▪ ЗАСЕДАНИЕ I – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ▪

Отработка технологии контроля перемещения животных на земле с помощью научной аппаратуры, установленной на РС МКС

М.Ю. Беляев
ПАО «РКК «Энергия» им. С.П.Королева», г. Королев, Россия,
+7-495-513-70-09
Mikhail.Belyaev@rsce.ru

Й. Вепплер
ДЛР, Бонн, Германия,
Johannes.Weppler@dlr.de

М. Викельски
Институт поведения животных Макса Планка, Радольфцелл, Германия,
+49 7732 1501-62
wikelski@orn.mpg.de

О.Н. Волков
ПАО «РКК «Энергия» им. С.П.Королева», г. Королев, Россия,
+7-495-513-60-65
Oleg.n.volkov@rsce.ru

У. Мюллер
Институт поведения животных Макса Планка, Радольфцелл, Германия,
+49 7732 1501-62,
umueller@orn.mpg.de

В. Питц
Спейстех, Иммен-штадт, Германия,
+49 (0) 7545/93284-100
wolfgang.pitz@spacetech-i.com

О.Н. Соломина
Институт географии РАН, г. Москва, Россия,
+7-495-959-00-32
direct@igras.ru

Г.М. Тертицкий
Институт географии РАН, г. Москва, Россия,
+7-495-959-00-16
tertitski@igras.ru

***Аннотация*—Одна из актуальных задач изучения происходящих на Земле процессов связана с контролем перемещения животных. На РС МКС установлена аппаратура «Икарус», которая обеспечивает глобальный контроль из космоса за перемещением животных.**

Аппаратура «Икарус» создана в рамках соглашения о сотрудничестве между Германским аэрокосмическим центром и государственной корпорацией Роскосмос (далее – соглашение). Данное соглашение объединяет российский космический эксперимент «Ураган» с германским проектом ICARUS (International Cooperation Research Using Space – «Международное сотрудничество в области научных исследований животных с использованием космических технологий»).

Аппаратура «Икарус» представляет собой систему, состоящую из бортового и наземного сегментов. В бортовую часть входит управляющий компьютер OBC-I (On Board Computer Icarus), предназначенный для хранения и обработки данных, и антенный блок, обеспечивающий передачу баллистических данных о положении МКС в пространстве миниатюрным приемопередающим датчикам (тэгам), устанавливаемым на отслеживаемых животных, а также получение данных с тэгов о координатах перемещения птиц и животных при их сезонной миграции. Наземный сегмент включает в себя множество небольших (массой до 5 г) приемопередатчиков (тэгов), которые на Земле крепятся на мигрирующих животных и птицах. Эти датчики могут также записывать дополнительную информацию, такую как ускорение по трем координатам, данные магнитометра, температура, давление и влажность.

Часть информации с тэгов будет ежедневно передаваться в Центр управления полетами Москвы (ЦУП-М) по высокоскоростному каналу РСПИ с последующей передачей в центры пользователей в Германии и России. Большинство дополнительной информации, записанной в датчике, будет храниться в памяти тэгов для наземного считывания с помощью портативных приемников на Земле.

Ключевые слова—Международная космическая станция (МКС), космический эксперимент, перемещение и миграции животных, передатчик, тэг, Икарус, центр пользователей

I. Введение

Орбитальные станции (ОС) являются удобными исследовательскими лабораториями для отработки новых космических технологий и научной аппаратуры (НА) [1]. Один из примеров использования для этой цели ОС «Мир» связан с успешным проведением совместного российско-немецкого проекта с аппаратурой MOMS [2]. В состав НА MOMS входила и система MOMSNAV, обеспечивающая точную географическую привязку наблюдаемых объектов, что было первым опытом применения на орбитальных станциях спутниковых навигационных систем [2], [3].

В настоящее время на орбите функционирует МКС – самый крупный космический проект в истории. С учетом масштабности этого проекта, его международного характера целесообразно решение на его борту задач, являющихся важнейшими для всех людей нашей планеты. Такими задачами, безусловно, является изучение Земли и происходящих на ней процессов. Отработка технологий и научной аппаратуры изучения Земли выполняется в космическом эксперименте (КЭ) «Ураган» на российском сегменте (РС) МКС, в рамках которого изучаются также различные потенциально опасные и катастрофические явления на нашей планете [4].

Новые возможности для изучения процессов, происходящих на нашей планете, связаны с контролем и изучением перемещений животных. Энтузиастом и мировым лидером данного направления изучения фундаментальных вопросов биологии является директор немецкого Института поведения животных Макса Планка (MPIAB) профессор Мартин Викельски (рис. 1).

Рис. 1. Соломенная фруктовая летучая мышь (*крылан*) с меткой GPS/GSM из Университета Констанца выпускается в Национальном парке Касанка (Замбия) профессором М. Викельски

Для ответа на фундаментальные вопросы биологии ученые должны иметь информацию о местоположении наблюдаемого животного, его состоянии и т.п. Дикие животные, перемещающиеся на нашей планете, являются идеально приспособленными индикаторами для контроля и изучения изменений окружающей среды. Вопрос заключается только в том, как получать информацию об их местоположении, внутреннем состоянии и т.д. Сеть мобильной связи недоступна во многих частях планеты (моря, леса, пустыни, горы и т.п.), а системы спутниковой телефонной связи не могут быть достаточно миниатюризированы. Для глобального наблюдения за мелкими объектами могут использоваться только космические аппараты, функционирующие на низких орбитах.

Используемые в настоящее время технологии глобального слежения исключают приблизительно 75% видов птиц и млекопитающих, поскольку эти животные большей частью являются мелкими. Многие экологически и экономически важные виды являются вообще весьма мелкими, например летучие мыши, певчие птицы и мигрирующая саранча. Общим правилом при изучении миграции животных является то, что устройства, прикрепляемые к животным (метки), не должны иметь массу более, чем приблизительно 3% массы тела этого животного, чтобы не влиять на естественное поведение животных.

По инициативе Института поведения животных Макса Планка (MPIAB) в рамках программы международного сотрудничества ICARUS под руководством профессора М. Викельски были начаты работы по созданию системы слежения за мелкими животными. Научным руководителем космического эксперимента «Ураган» на РС МКС профессором М.Ю. Беляевым было предложено отработать такую технологию и систему на российском сегменте МКС. Это предложение основывалось на совпадении задач, решаемых в рамках обоих направлений исследований, а также на имеющихся возможностях отработки новых технологий и научной аппаратуры на российских орбитальных станциях [5–6]. В результате было подписано соглашение между космическими агентствами двух стран, позволившее начать работы по этому проекту.

II. Бортовой сегмент, доставка и монтаж аппаратуры на РС МКС

Система контроля перемещения животных включает в свой состав бортовой и наземный сегмент. Бортовой сегмент состоит из бортового компьютера (OBC-1), антенного комплекса, специальной мачты, устройства «Якорь-Икарус» и кабельной сети со специализированными интерфейсами. В состав OBC-1 входят плата процесса обработки данных, а также платы основного диапазона передатчика и приемника и пользовательской панели приемника.

Прием сигналов от передатчиков осуществляется антеннами бортового оборудования «Икарус». Команды управления передаются тегу с помощью передающей антенны, а прием сигналов от передатчика тега осуществляется приемными антеннами НА «Икарус». При разработке конструкции антенн и их размещении на поверхности РС МКС учитывались вопросы обеспечения прочности, минимизации затенения полей зрения антенн элементами конструкции МКС в течение всего времени выполнения эксперимента, удобства работы космонавтов при монтаже антенн и т.д. На рис. 2 показано размещение антенн НА «Икарус» на РС МКС.

Все антенны конструктивно соединяются между собой и образуют антенный блок.

Антенный блок представляет собой единую конструкцию, состоящую из нескольких секций, скрепленных между собой с помощью петель, которые в крайнем положении защелкиваются и придают жесткость конструкции. Одно из основных требований к конструкции антенного блока состояло в том, чтобы он мог трансформироваться в зависимости от решаемых задач. В результате антенный блок имел три конфигурации:

- транспортное положение, в котором антенный блок размещался в транспортно-грузовом корабле (ТГК) «Прогресс», имеющим люк для загрузки/разгрузки диаметром 800 мм (рис. 3, *а*);
- положение для транспортировки из шлюзового отсека РС МКС с диаметром люка 1000 мм и перемещения по внешней поверхности служебного модуля до места монтажа (рис. 3, *б*);
- рабочее положение (после монтажа антенного комплекса на механический интерфейс (мачту) и раскрытия приемных и передающей антенн, рис. 2).

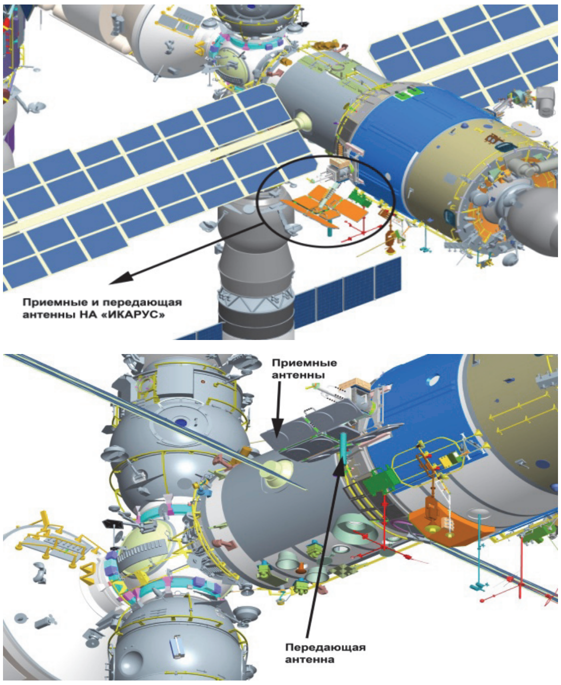


Рис. 2. Размещение бортового оборудования Икарус на служебном модуле РС МКС

а)

б)

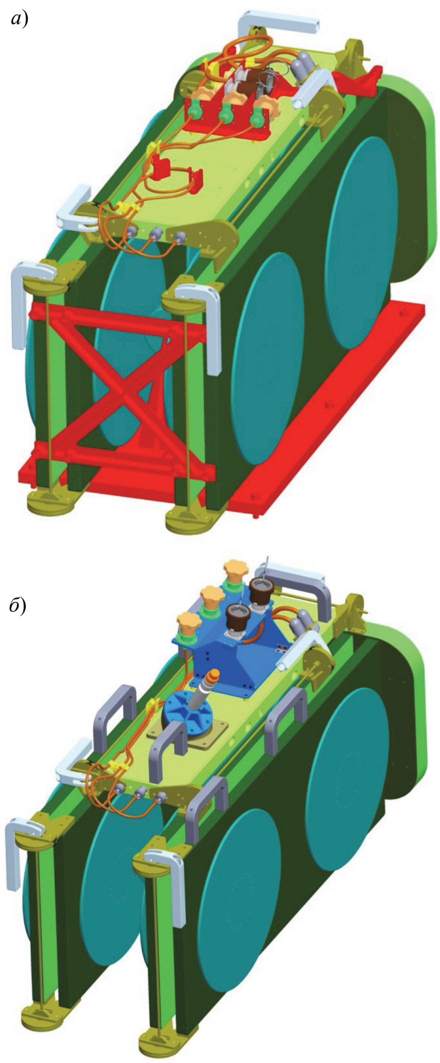


Рис. 3. Антенный блок в транспортном положении

Антенный блок состоит из приемной и передающей антенн. Приемная антенна состоит из двух боковых принимающих антенных сборок и сборки центральной платы, на которой крепятся боковые антенны. Каждая боковая сборка содержит четыре принимающих элемента, малошумящие усилители для каждого принимающего элемента, распределительное устройство боковой антенны, линейный фильтр и линейный усилитель.

Для центральной части диаграммы используется сигнал с двух боковых сборок, который объединяется с помощью центрального распределительного устройства. Таким образом, с приемной антенны по трем высокочастотным-кабелям сигнал поступает в ОВС-I.

ОВС-I состоит из блока питания и трех электронных печатных плат:

- DHP (Data Handling Processor);
- RXFE (Receiver Frontend);
- TRXBB (Transmit/Receive Baseband).

Плата RXFE обеспечивает декодирование высокочастотных сигналов, поступающих от тэгов животных и птиц через антенный приемник.

Плата TRXBB выполняет дальнейшее преобразование высокочастотного сигнала в двоичную последовательность, а также получение конфигурационной информации для тэгов от платы DHP и преобразование ее для сброса через антенный передатчик и была специально разработана для этого проекта [6].

Плата DHP обеспечивает функционирование аппаратуры в целом, содержит микропроцессор, оперативную память, интерфейсы ввода–вывода, отвечает за загрузку операционной системы Linux, загрузку прикладного программного обеспечения, принимает и обрабатывает управляющую информацию, поступающую от служебных систем РС МКС, передает служебную и научную информацию в бортовые системы РС МКС для передачи ее в ЦУП-М.

Таблица 1. Основные технические характеристики антенного блока аппаратуры «Икарус»

Восходящая линия связи (прием данных)	
Частота, МГц	401,688-402,812
Ширина полосы, МГц	1,1
Скорость передачи символов, бод/с	1306
Объем передаваемых данных за один пролет МКС над тегом, бит	1784
Метод подключения тега к каналу	Множественный доступ с кодовым разделением
Мгновенная область покрытия поверхности Земли	30 км × 800 км
Нисходящая линия связи (передача)	
Частота, МГц	468,065-468,135
Ширина полосы, кГц	42
Скорость передачи данных, бит/с	656
Передающая антенна	
Тип	Спиральная
Размер	376 × 376 × 1002 мм^3

Антенный блок «Икарус», а также специально разработанное оборудование для его монтажа и подключения (мачта, устройство фиксации космонавта «Якорь-Икарус», устройство дооснащения универсальной кабельной платформы (УКП), кабельные жгуты) были доставлены на РС МКС транспортным грузовым кораблем (ТГК) «Прогресс МС-08» в феврале 2018 г.

Перед выходом в открытый космос космонавтами была проведена подготовка оборудования для его монтажа на поверхности станции во время сеанса внекорабельной деятельности (ВКД).

После подготовки оборудования космонавты сформировали две укладки. Первая включала устройство «Якорь-Икарус» и мачту. Ее вынесли в самом начале ВКД и приступили к установке мачты на универсальное рабочее место дооснащения (УРМ-Д) на служебном модуле. После монтажа мачты приступили к прокладке и стыковке низкочастотных кабелей. Следующим шагом установили устройство «Якорь-Икарус», закрепив его при помощи замков за кольцевые поручни и основание УРМ-Д. Далее на место установки была транспортирована вторая укладка с антенным блоком. Космонавт О.Г. Артемьев, закрепившись ногами в устройстве «Якорь-Икарус», а космонавт С.В. Прокопьев, находясь с противоположной стороны, установили антенный блок на мачту. В этом же положении космонавты состыковали на фиксирующей плате антенного блока вторые концы низкочастотных кабелей, обеспечивающие электропитание и передачу телеметрии.

Специалисты ЦУП-М проверили правильность монтажа и стыковки кабелей (рис. 4).

Рис. 4. Специалисты по проведению экспериментов с НА «Икарус» из РКК «Энергия» (М.Ю. Беляев) и из ИГРАН (Г.М. Тертицкий и О.Н. Соломина) следят за выполнением монтажа НА «Икарус» в главном зале ЦУП-М

Получение телеметрических параметров подтверждало правильность стыковки. Затем из ЦУП-М выдали команды на подачу питания на нагревателях антенного блока. После контроля включения питания нагревателей космонавты приступили к укладке пятнадцатиметрового кабельного жгута по внешней поверхности СМ. По кабелям в жгуте будет передаваться информация от антенного блока (принятая от тэгов) в бортовой компьютер OBC-I. По завершении стыковки разъемов из ЦУП-М выдали команды на включение питания OBC-I, смонтированного ранее внутри гермоотсека СМ. По телеметрическим параметрам OBC-I вышел на «рабочий режим» (спустя 10 мин), это означало, что стыковка кабельного тракта выполнена верно.

Заключительный этап монтажа аппаратуры «Икарус» заключался в раскрытии четырех приемных панелей и одной передающей панели антенного блока.

Данную операцию космонавты отработали в гидротренажерном комплексе Центра подготовки космонавтов на специально созданном макете антенного блока, обладающего нулевой плавучестью.

В ходе более чем семичасового выхода в открытый космос космонавтами О.Г. Артемьевым и С.В. Прокопьевым успешно установлена и подключена крупногабаритная научная аппаратура «Икарус» на внешней поверхности СМ МКС (рис. 5).

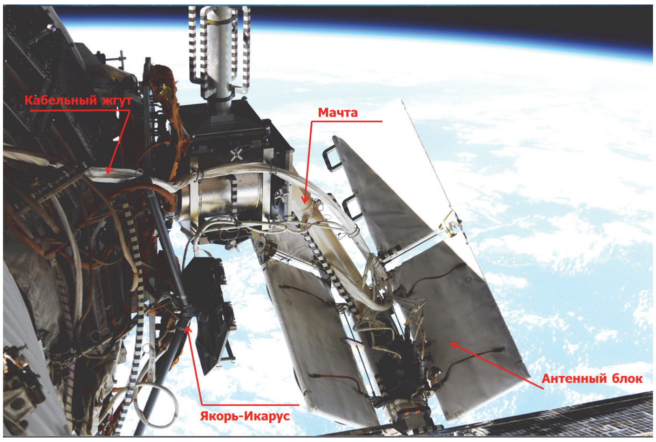


Рис. 5. Научная аппаратура «Икарус» после установки на внешнюю поверхность СМ РС МКС

Успешному выполнению работы предшествовала тщательная проработка конструкции, многочисленные наземные испытания, тренировки космонавтов и скрупулезное планирование каждой операции. При подготовке к ВКД с экипажем проводились различные тренировки, включающие отработку стыковки разъемов, установку механических интерфейсов аппаратуры и т.п.

III. Наземный сегмент

Наземный сегмент для выполнения исследований с аппаратурой «Икарус» состоит из двух основных частей: оборудование, предоставляемое пользователю (датчики, ручное оборудование и базовая станция), и наземная инфраструктура для проведения исследований, обработки и хранения получаемых результатов.

Главной технической задачей эксперимента с НА «Икарус» является передача небольших пакетов данных между датчиком (тегом), закрепленном на животном, и приемником на МКС. При этом миниатюрный передатчик должен позволять связываться с бортовым оборудованием «Икарус» на расстоянии до 600 км для измерения через регулярные промежутки времени своего абсолютного положения при помощи GPS-приемника и получения измеряемых значений температур и ускорения, дающих представление о поведении животного. При этом масса тега составляет менее 5 г. Для решения этой сложной задачи в теге применяется интегральная схема специального назначения (application-specific integrated circuit – ASIC), выполняющая основные функции передатчика. ASIC оптимизирована под низкое энергопотребление, где основными потребителями энергии является система радиочастотной связи и GPS. Срок службы тега составляет не менее 9 месяцев. На рис. 6 представлен общий вид передатчика и основных его элементов.

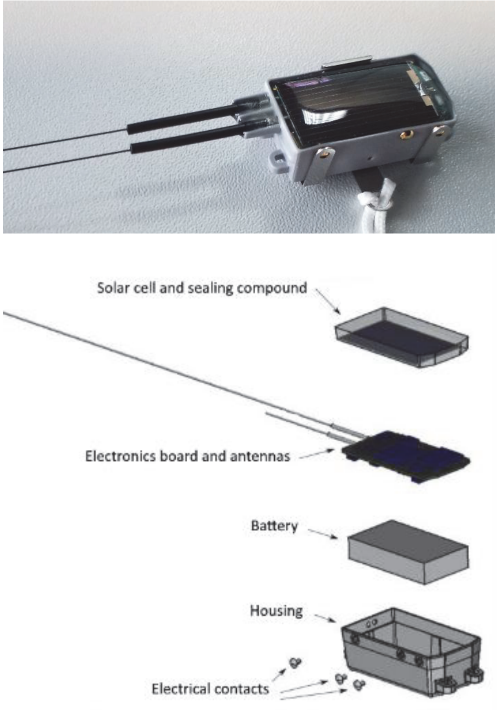


Рис. 6. Общий вид тега и основных его элементов

Таблица 2. Основные технические характеристики тэга

Масса, г	< 5
Размер, мм	< 26 × 15 × 9
Длина антенны, мм	200
Длина антенны GPS, мм	7,5
Датчики	GPS-приемник, акселерометр, магнитометр; датчики температуры, давления, влажности
Определение местоположения	GPS / ГЛОНАСС (/ Galileo)
Интервал определения местоположения, ч	1 (регулируемый)
Мощность батареи, мВт	20
Площадь солнечных батарей, см^2	2
Эффективность солнечных батарей, %	> 35
Мощность солнечных батарей, мВт	90
Аккумулятор	70 мАч, литий-полимерный
Внешний интерфейс	Последовательная синхронная шина IIC (Inter-Integrated Circuit)
Мощность передатчика, мВт	50
Память	512 Мб
Срок службы конструкции тега, месяц	> 9
Передаваемая с борта информация (команды)	• включение/выключение пользователем внутреннего электропитания • интервалы между сбором данных • выбор режима передачи • стирание внутренней памяти • сброс состояния датчика
Передаваемая на борт информация	• последние 20 местоположений по GPS • состояние «не функционирует/ работает» • идентификатор датчика • Обратная связь по командам

Для связи с датчиками на Земле требуются переносные ручные устройства и базовые станции. С помощью ручных устройств пользователь может инициировать датчик перед прикреплением к животному и загружать в датчик самые свежие данные для вычислений сеансов связи с МКС и данные местоположения по GPS. После того как датчик закреплен на животном, данные могут быть прочитаны из памяти датчика с помощью ручного устройства на расстоянии вплоть до 3 км.

Организация и обеспечение всех работ с НА «Икарус» осуществляется Центром операций «ICARUS» (IOC). Этот IOC географически распределен в России и Германии.

Наземный сегмент IOC, расположенный в России, решает следующие задачи:

- формирование и отработка управляющей информации;
- оперативный и послесеансный анализ состояния параметров аппаратуры «Икарус»;
- обработка целевых данных, поступающих от тэгов.

Российская часть IOC находится в ЦУП-М, РКК «Энергия» и ИГРАН.

Аппаратура «Икарус» работает круглосуточно, поэтому требует круглосуточного контроля и периодического управления с Земли. В соответствии с концепцией управления все команды (бинарные или в виде файлов) проходят отработку на стендах имитационного моделирования в РКК «Энергия» из состава наземного комплекса отработки (НКО). Их отличительной особенностью является возможность работы как с реальной аппаратурой, так и с моделью аппаратуры, что позволяет экономить машинное время и ускоряет процесс проведения испытаний.

Обеспечение отработки управляющей информации для аппаратуры «Икарус» стало возможно за счет интеграции математической модели НА «Икарус» в состав стенда. Модель содержит реальное программное обеспечение аппаратуры. Такой подход позволяет полностью моделировать работу управляющего компьютера «Икарус».

Формирование файлов с управляющей информацией осуществляется аппаратно-программными средствами ЦУП-М на основе данных, которые предоставляют разработчики аппаратуры. НА «Икарус» поддерживает возможность отслеживания положения до 120 наземных датчиков одновременно, поэтому для охвата всех функционирующих тэгов требуется ежедневная реконфигурация списка опрашиваемых тэгов. Этот функционал реализуется путем отправки командного файла на РС МКС, где средствами специальной информационно-управляющей системы (ИУС) файл маршрутизируется и доставляется до управляющего компьютера НА «Икарус». Файлы также содержат команды для управления тэгами, команды на получение расширенного набора данных о состоянии различных модулей аппаратуры «Икарус», а также различные конфигурационные настройки.

При проведении эксперимента с НА «Икарус» используются средства оценки контрольно-диагностических параметров аппаратуры [7]. Для осуществления оперативного контроля за ходом проведения эксперимента, для выявления тенденций, которые могут повлечь за собой возникновение нештатных ситуаций, используются средства оценки параметров аппаратуры «Икарус» в постреальном времени. Анализ осуществляется на основе архивов, формируемых компьютером ИУС. Архивы поступают в ЦУП-М, после чего проходят обработку с помощью аппаратно-программных средств НКО. Информация записывается в базу данных, что обеспечивает доступ специалистов к ней на протяжении всего времени проведения эксперимента. Средства также поддерживают возможность отправки архивов разработчикам аппаратуры для более детального анализа данных. Анализ данных позволяет выявлять тенденции и прогнозировать нештатные ситуации в работе аппаратуры. Помимо этого данные средства позволяют анализировать уже возникшие нештатные ситуации.

В случае необходимости в IOC готовятся исходные данные по изменению конфигурации для конкретных датчиков. Эти исходные данные передаются в ЦУП-М, где по ним формируются команды, которые передаются на РС МКС в OBC-I.

Данные от тэгов поступают на РС МКС и с помощью российских средств связи передаются в ЦУП-М, а затем в Институт географии РАН и Институт поведения животных Макса Планка (MPIAB) для хранения в своих базах данных. Разработанная и эксплуатируемая в MPIAB база данных «Movebank» [6] является открытой базой данных «internet» для отображения, редактирования, анализа и публикаций по миграциям животных.

IV. Циклограмма работы и первые включения оборудования

Антенны после установки на служебном модуле ориентированы таким образом, что сначала тег попадает в поле зрения передающей антенны НА «Икарус», а затем – приемной. Блок электроники обеспечивает обработку данных для обнаружения и распознавания слабых сигналов от 120 тегов, одновременно находящихся в поле зрения приемных антенн. В случае если в зоне приема одновременно будет находиться больше 120 тегов, будет получена информация только от 120 тегов.

Полет орбитальной станции происходит по почти круговой орбите с наклонением 51,6° на высоте около 400 км от Земли. В течение суток МКС делает ~16 оборотов вокруг земного шара. Конструкция антенн НА «Икарус» обеспечивает за 24 часа покрытие около 70% земной поверхности в диапазоне географических широт ~ ±55,5° (рис. 7).

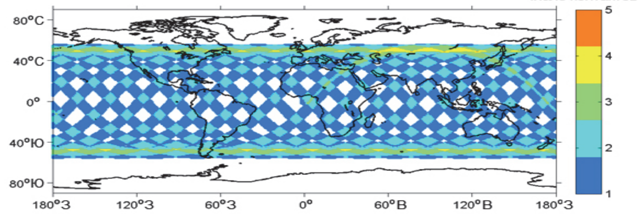


Рис. 7. Суточное покрытие земной поверхности в эксперименте с НА «Икарус»

Полное покрытие земной поверхности в данном диапазоне широт происходит за трое суток.

Из рис. 7 видно, что за счет особенностей траектории полета МКС на высоких широтах антенны бортового оборудования обеспечивают зону покрытия и число контактов с тегами больше, чем на экваторе.

Как только тег, закрепленный на теле животного, попадает в поле зрения антенн НА «Икарус», он начинает периодически принимать сигналы по нисходящей линии связи, отправляя на МКС координаты собственного местоположения и данные датчиков, собранные с момента последнего контакта.

Бортовое оборудование «Икарус» сохраняет полученные от передатчика данные до следующего сеанса связи с Землей, а далее передает их с помощью телеметрической системы РС МКС на наземные приемные пункты. После этого через московский центр управления полетом ЦУП-М информация поступает в операционный центр (IOC) для последующей обработки и хранения в базе данных.

В операционном центре ученые анализируют полученные данные и при необходимости готовят для передачи на РС МКС команды по перепрограммированию тегов, корректируя параметры конфигурации передатчиков.

Команды из операционного центра передаются через ЦУП-М бортовому оборудованию и посылаются на тэг при следующем контакте с орбитальной станцией после передачи им накопленных данных.

На рис. 8 представлена последовательность этапов обеспечения связи тега с бортовым оборудованием, включающая в себя:

1) спящий режим: передатчик находится в режиме низкого потребления энергии и ожидания момента, когда внутренний таймер «разбудит» тег к моменту ожидаемого контакта с МКС;

2) поиск МКС (запланированный запуск): после «пробуждения» передатчика его приемное устройство начинает периодически принимать радиочастотные сигналы для определения присутствия МКС в зоне его видимости;

3) поиск МКС (периодический прием сигналов): режим периодического приема сигналов продолжается до тех пор, пока связь с орбитальной станцией не будет установлена. В случае успешного приема сигнала передатчик получает последнюю информацию о параметрах орбиты МКС;

4) вычисление времени передачи данных: передатчик определяет свое местоположение относительно МКС, используя параметры орбиты станции и свои собственные GPS-координаты на земле, а также вычисляет время нахождения тега в зоне видимости приемных антенн бортового оборудования «Икарус». После этого приемное устройство передатчика уходит в режим ожидания;

5) передача данных: при достижении ожидаемого временного промежутка для сброса информации тег передает сохраненные координаты своего местоположения и данные датчиков;

6) передача команд: после передачи данных тег остается некоторое время в режиме приема сигналов, которые могут быть отправлены с бортового оборудования для его перепрограммирования;

7) уход в спящий режим: перед тем как уйти в спящий режим передатчик вычисляет временной интервал до следующего контакта с МКС. Спящий режим периодически прерывается для определения местоположения тега и снятия показаний его датчиков.

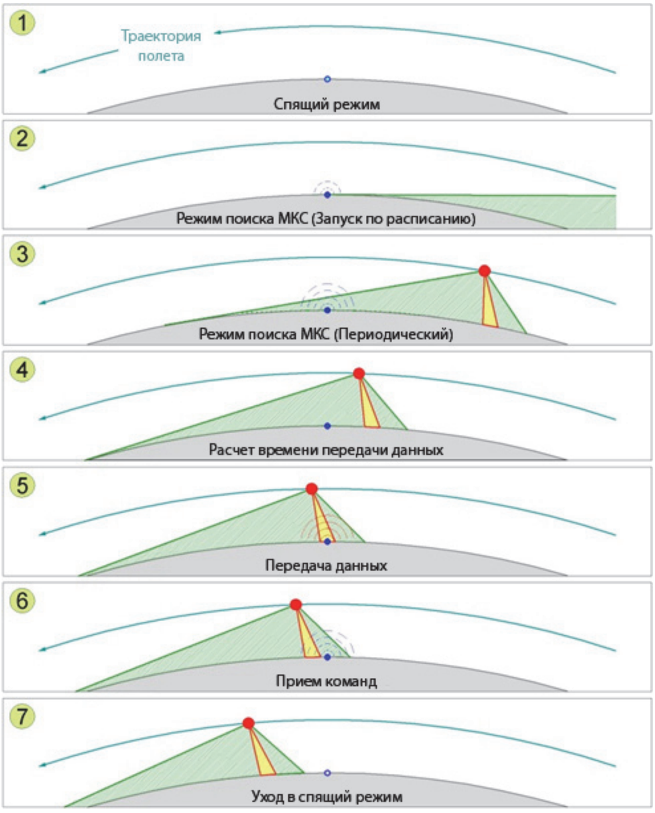


Рис. 8. Последовательность этапов обеспечения связи тега с бортовым оборудованием «Икарус»

Первое включение и функционирование системы было начато 10 марта 2020 г. Работа проводилась с имитаторами тэгов и реальными тэгами.

Тесты с аппаратурой «Икарус» будут выполняться до августа 2020 г. Уже первые проведенные тесты подтвердили работоспособность аппаратуры и нормальное функционирование всей системы. После их завершения ученые из Института географии Российской академии наук, Общества научных исследований имени Макса Планка (Германия), а в дальнейшем и ученые со всего мира, зарегистрированные в центре пользователей, смогут пользоваться данными, полученными в ходе эксперимента.

В процессе экспериментов с аппаратурой «Икарус» будет реализовано несколько крупных научных проектов. Использование глобальной системы контроля за перемещением объектов позволит решить важные научные проблемы. В процессе проведения космического эксперимента будет продемонстрирована возможность использования МКС в качестве орбитальной научной лаборатории для отработки новых систем и технологий, что является одной из целей космического эксперимента «Ураган». Большие возможности в выполнении исследований по контролю перемещения животных и птиц связаны также с одновременным использованием всего комплекса научной аппаратуры эксперимента «Ураган»: фотоспектрометрической аппаратуры ФСС, видеоспектрометрической аппаратуры ВСС, гиперспектрометра, аппаратуры ИК-диапазона РИВР и др [4], [8–10]. Наблюдение земной поверхности с помощью комплекса аппаратуры «Ураган» позволит не только контролировать перемещения животных и птиц, но и выяснить причины, приводящие к изменению их миграций.

Литература

[1] Беляев М.Ю. Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. М. :Машиностроение, 1984. 264 с.

[2] Belyaev, M.Yu., Rulev, D.N., Matveeva, T.V., Sasonov, V.V., Foeckersperger, S., Frank, H., Paeffgen, W. Experience of investigations performed with the help of navigation system aboard the research Priroda module on the Mir Space station, *9th Saint Petersburg international conference on integrated navigation systems*, 2002, pp. 105–110.

[3] Беляев М.Ю., Рулев Д.Н., Чернопятов А.Н., Сазонов В.В., Феккерспергер С., Пеффген В. Определение движения орбитальной станции «Мир» по данным измерений GPS // Космические исследования. 1999. Т. 37. № 3. С. 276–282.

[4] Беляев М.Ю., Десинов Л.В., Караваев Д.Ю., Сармин Э.Э., Юрина О.А. Аппаратура и программно-математическое обеспечение для изучения земной поверхности с борта российского сегмента Международной космической станции по программе «Ураган» // Космонавтика и ракетостроение. 2015. №1. С. 63–70.

[5] Беляев М.Ю., Викельски М., Лампен М., Легостаев В.П., Мюллер У., Науманн В., Тертицкий Г.М., Юрина О.А. Технология изучения перемещения животных и птиц на Земле с помощью аппаратуры ICARUS на российском сегмента МКС // Космическая техника и технологии. 2015. № 3. С. 38–51.

[6] Weppler, J., Belyaev, M.Yu., Solomina, O.N., Wikelski, M., Naumann, W., Pitz, W. ICARUS - Animal Observation from ISS, *Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC 68, Unlocking Imagination, Fostering Innovation and Strengthening Security*, 68th International Astronautical Congress, IAC 2017, Unlocking Imagination, Fostering Innovation and Strengthening Security, 2017, pp. 5312–5322.

[7] Voronin, F.A., Kharchikov, M.A. Soprovozhdenie provedeniya nauchnyh ehksperimentov na Mezhdunarodnoj kosmicheskoj stancii, Rossijskaya akademiya nauk, Gosudarstvennaya korporaciya po kosmicheskoj deyatel'nosti «Roskosmos», Komissiya RAN po razrabotke nauchnogo naslediya pionerov osvoeniya kosmicheskogo prostranstva, Moskovskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet imeni N.EH. Baumana [Russian Academy of Sciences, State Corporation for outer space activities "Roscosmos", the Commission of RAS on development of scientific heritage of pioneers of space exploration, Moscow state technical University named after N. Uh. Bauman], Moscow, 2016, p. 363.

[8] Беляев М.Ю, Десинов Л.В., Караваев Д.Ю., Легостаев В.П. Использование съемки земной поверхности с МКС в интересах топливно-энергетического комплекса // Известия РАН. «Энергетика. №4. 2013. С.75–90.

[9] Беляев М.Ю, Беляев Б.И., Десинов Л.В., Катковский Л.В., Крот Ю.А., Сармин Э.Э. Результаты испытаний фотоспектральной системы на МКС // Исследование Земли из космоса. 2014. № 6.

[10] Беляев М.Ю, Беляев Б.И., Десинов Л.В., Катковский Л.В., Сармин Э.Э. Обработка спектров и изображений с фотоспектральной системы в космическом эксперименте «Ураган» на МКС // Исследование Земли из космоса. 2014, № 6.

Некоторые результаты предварительных натурных испытаний алгоритмов разностно-дальномерной ГАНС для обеспечения навигации групп АНПА

Ю.В. Ваулин
Дальневосточный федеральный университет
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
vaulin@marine.febras.ru

Ф.С. Дубровин
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
f_dubrovin@mail.ru

А.Ф. Щербатюк
Дальневосточный федеральный университет
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
alex-scherba@yandex.ru

Д.А. Щербатюк
Дальневосточный федеральный университет
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
darya.shcherbatyuk@mail.ru

***Аннотация*—Рассмотрена задача обеспечения навигации групп автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) при помощи разностно-дальномерной навигационной системы с длинной базой (ГАНС ДБ). Рассмотрены два навигационных алгоритма, реализующих переборный и аналитический методы решения разностно-дальномерной задачи. Приведено описание выполненных экспериментов, включающих работу описанных алгоритмов в натурных морских условиях, приложены некоторые результаты их работы.**

Ключевые слова—автономный необитаемый подводный аппарат (АНПА), групповая навигация, гидроакустическая навигационная система с длинной базой (ГАНС ДБ), разностно-дальномерная навигационная система, гидроакустический модем

I. Введение

Обеспечение навигации групп автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) с применением гидроакустических навигационных систем с длинной базой (ГАНС ДБ) имеет свои определенные особенности. Прежде всего необходимо обеспечить одновременное определение координат на всех АНПА, входящих в группу. В результате проведенного сравнительного анализа известных подходов [1] установлено, что использование распространенного способа измерения дистанций между маяками ГАНС и АНПА в режиме «запрос–ответ» не позволяет эффективно решить задачу групповой навигации, поскольку предполагает поочередную работу с аппаратами. Наиболее подходящим методом обеспечения навигации группы АНПА является использование синхронной ГАНС. При использовании такой схемы излучение обсервационного сигнала маяками производится в заранее известные моменты времени. Синхронизация работы маяков и АНПА требует наличия дорогостоящих систем точного времени. Однако без этих систем можно обойтись, если организовать работу навигационной системы в режиме разностно-дальномерной ГАНС на базе гидроакустических (ГА) модемов с функцией измерения дистанций.

Настоящее исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-00038).

Различные способы решения разностно-дальномерной навигационной задачи широко описаны в литературе [2–4]. В данной работе предлагается следующая схема организации работы разностно-дальномерной ГАНС для групп АНПА на базе ГА модемов [5]. В предполагаемом районе работ размещаются три акустических маяка ГАНС. Координаты маяков должны быть определены с требуемой точностью и внесены во встроенную память маяков перед началом работ. Особенность предложенной схемы заключается в применении в качестве маяков разработанных ГА модемов с встроенной функцией измерения дистанций. Маяки ГАНС на базе ГА модемов в момент обсервации каждый раз не только излучают навигационный сигнал, но и передают пакет данных, в которых содержится информация о текущих координатах маяков. Такой функционал позволяет строить разностно-дальномерную ГАНС на основе не только стационарных донных маяков, но и мобильных маяков, в качестве которых могут выступать как АНПА, так и поверхностные водные аппараты, буи и т.п.

Первый маяк является ведущим и задает период работы всей системы. С определенным периодом ведущий маяк излучает навигационный пакет, в котором содержатся данные о собственных координатах. Этот обсервационный пакет принимается всеми АНПА, а также вторым и третьим маяками ГАНС. Время прихода обсервационного пакета фиксируется.

Второй и третий маяки являются ведомыми и постоянно находятся в режиме ожидания запроса от ведущего маяка. При получении такого запроса ведомые маяки излучают собственные навигационные пакеты, в которых передают информацию о себе и своих координатах. Эти пакеты также принимаются на всех аппаратах группы с фиксацией времени их прихода. Таким образом, в каждом обсервационном цикле на любом из АНПА фиксируются моменты прихода сигналов от трех маяков ГАНС, а также координаты маяков. И хотя время излучения обсервационного запроса ведущим маяком неизвестно, данных о времени прихода сигналов от трех маяков обычно достаточно для определения координат АНПА разностно-дальномерным способом.

В рамках данной работы исследованы два различных метода решения навигационной задачи разностно-дальномерной ГАНС. Первый подход позволяет решить задачу переборным методом, второй способ заключается в прямом (безытерационном) нахождении решения системы нелинейных уравнений в явном виде при помощи аналитических выражений (раздел 2). В разделе 3 приведены некоторые результаты моделирования работы данных алгоритмов, а в разделе 4 рассмотрены данные, полученные в ходе морских испытаний работы исследуемой навигационной системы.

II. Алгоритмы решения разностно-дальномерной задачи

Рассмотрим способ определения координат АНПА по данным о временах прихода сигналов от маяков синхронной ГАНС ДБ путем перебора решений и поиска величины рассинхронизации встроенных часов АНПА относительно часов ведущего маяка.

На входе алгоритма имеем следующие данные:

- x_i, y_i, z_i – координаты маяков (i = 1, 2, 3);
- c – скорость распространения звукового сигнала в воде;
- t_{A1}, t_{A2}, t_{A3} – времена распространения сигналов, измеренные на борту АНПА по внутренним часам.

Значения t_{Aj} (j = 1, 2, 3 – номера АНПА) связаны с истинными временами распространения сигналов t_1, t_2 и t_3 в соответствии с формулами

$$t_{Aj} = t_j + \Delta, \tag{1}$$

где Δ – величина рассинхронизации часов ведущего маяка и часов АНПА. Одной из задач алгоритма является поиск величины рассинхронизации Δ.

Излучение сигналов маяками производится не одновременно, а последовательно (моменты излучения сигналов маяками №2 и №3 привязаны к моменту приема сигнала от ведущего маяка №1). Поэтому значения t_1, t_2, t_3 зависят не только от дистанций между маяками и АНПА, но и от взаимных дистанций между маяками. Поэтому t_1 – это время распространения сигнала от ведущего маяка №1 до АНПА; t_2 – суммарное время распространения сигнала по маршруту «маяк №1 → маяк №2 → АНПА»; t_3 – суммарное время распространения сигнала по маршруту «маяк №1 → маяк №3 → АНПА».

Если D_{12} и D_{13} – заранее известные дистанции между ведущим маяком №1 и ведомыми маяками №2 и №3, а D_{1A}, D_{2A}, D_{3A} – дистанции между маяками и АНПА, то:

$$\begin{aligned} t_1 &= D_{1A} / c; \\ t_2 &= (D_{12} + D_{2A}) / c; \\ t_3 &= (D_{13} + D_{3A}) / c. \end{aligned} \tag{2}$$

Из выражений (2) с учетом соотношений (1) получаем следующие формулы для вычисления расстояний между маяками и АНПА:

$$\begin{aligned} D_{1A} &= (t_{A1} - \Delta)\, c; \\ D_{2A} &= (t_{A2} - \Delta)\, c - D_{12}; \\ D_{3A} &= (t_{A3} - \Delta)\, c - D_{13}. \end{aligned} \tag{3}$$

С другой стороны, дистанции D_{iA} связаны с координатами маяков (x_i, y_i, z_i) и координатами АНПА (x, y, z) системой уравнений

$$D_{iA} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}, \ (i = 1, 2, 3). \tag{4}$$

Таким образом, если определить величину рассинхронизации Δ, то задачу измерения координат АНПА можно решить методом трилатерации по трем дистанциям до маяков ГАНС путем решения системы уравнений (4).

Поскольку в реальности дистанции измеряются с некоторыми ошибками, на практике координаты АНПА рассчитываются отдельно по каждой паре маяков (в случае маяков можно составить три пары: 1–2, 1–3 и 2–3). Из полученных в результате вычислений решений необходимо выделить три наиболее близко сгруппированных решения (точки), образующих «треугольник невязки». Поиск величины рассинхронизации часов выполняется путем перебора решений системы уравнений для различных значений Δ в выражениях (3).

В рамках каждой обсервации критерием выбора оптимального значения величины $\Delta_{опт}$ в предложенном алгоритме является минимум площади «треугольника невязки» для всех пар маяков. Шаг изменения Δ для перебора выбирается исходя из характеристик акустических модемов, а именно в зависимости от точности измерения времени распространения сигнала. При моделировании использовался шаг изменения Δ = 1 мс. Диапазон изменения Δ зависит от максимально возможной величины рассинхронизации, и в предельном случае он может достигать периода обсервации.

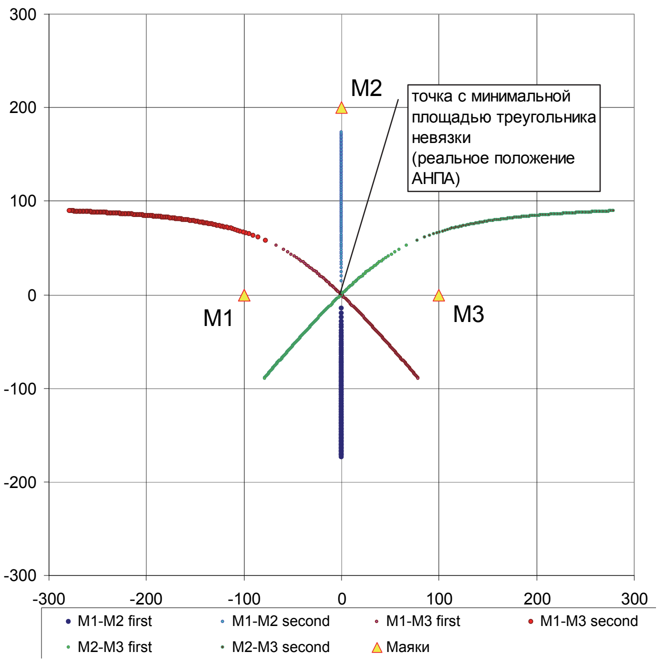


Рис. 1. Линии положения АНПА (диапазон перебора Δ: [–100, 100] мс)

На рис. 1 для одной обсервации показаны возможные местонахождения АНПА, полученные по результатам перебора решений для всех возможных Δ в заданном диапазоне. Реальные координаты АНПА на указанной карте находятся в точке (0; 0), а расчетные координаты при различных значениях Δ образуют так называемые «линии положения». Координаты точки пересечения линий положения соответствуют действительному положению АНПА, а величина Δ, с учетом которой были рассчитаны координаты этой точки, отражают реальную величину рассинхронизации часов АНПА и часов ведущего маяка. Первоначально, когда величина рассинхронизации неизвестна, алгоритм требует больших вычислительных ресурсов, и поиск решения может занять несколько секунд. Однако после первого расчета на последующих циклах обсервации диапазон перебора можно значительно уменьшить в зависимости от характеристик часов (скорости их ухода) и возможных погрешностей измерения дистанций.

Решение разностно-дальномерной задачи аналитическим методом основано на составлении системы уравнений, связывающих координаты АНПА, маяков и измеренные разности времен приема подводным аппаратом акустических сигналов от маяков. Получаемая в результате система нелинейных уравнений решается аналитическим методом.

Пусть для определения координат АНПА используются три маяка M_0, M_1 и M_2 с известными координатами (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) соответственно. Обозначим (x, y, z) – координаты АНПА, где z – вертикальная координата (глубина), измеряемая с требуемой точностью, а (x, y) – неизвестные горизонтальные координаты АНПА.

Можно записать следующую систему из трех нелинейных уравнений, связывающих координаты АНПА, маяков и измеренные дистанции:

$$\begin{cases} \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2} = \tilde{d}_1 - \Delta d \\ \sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2} = \tilde{d}_2 - \Delta d, \\ \sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2} = \tilde{d}_3 - \Delta d \end{cases} \quad (5)$$

где $\tilde{d}_k$ – рассчитанная наклонная дальность до k-ого маяка, Δd – систематическая ошибка определения наклонных дальностей, обусловленная рассинхронизацией часов АНПА относительно эталонных часов, задающих режим работы ГАНС.

Полученная система содержит три неизвестных: горизонтальные координаты АНПА (x, y), а также ошибку определения наклонных дальностей Δd. Она может быть сведена к следующей равносильной системе уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2+(z-z_2)^2} - \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2} = \tilde{d}_2 - \tilde{d}_1 \\ \sqrt{(x-x_3)^2+(y-y_3)^2+(z-z_3)^2} - \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2} = \tilde{d}_3 - \tilde{d}_1 \\ \Delta d = \tilde{d}_1 - \sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2} \end{cases} \quad (6)$$

Система решается стандартным образом и аналитическое решение в явном виде допускает эффективную программную реализацию.

III. Результаты модельных экспериментов

На начальном этапе исследование работы разработанных алгоритмов было выполнено с помощью компьютерного моделирования. По условиям моделирования маяки ГАНС устанавливались на расстоянии от 500 до 1000 м друг от друга. АНПА двигался по квадрату со скоростью 1 м/с. Период обсервации составлял 30 с.

В эксперименте №1 при исследовании переборного алгоритма величина случайной погрешности измерения дистанций составляла 5 мс. На рис. 2–3 показаны полученные результаты моделирования. Зеленые точки – реальные координаты АНПА во время обсерваций. Синими ромбами для сравнения обозначены координаты АНПА, рассчитанные классическим методом трилатерации для дальномерной ГАНС ДБ. Красными кружками обозначены координаты АНПА, полученные для разностно-дальномерной ГАНС методом перебора с применением фильтра, обеспечивающего интегрирование полученных значений величины рассинхронизации Δ. Среднее отклонение от реальных значений координат для разностно-дальномерного метода с перебором решений составило 3,67 м. Для классической дальномерной ГАНС ДБ при тех же условиях среднее отклонение составило 3,62 м.

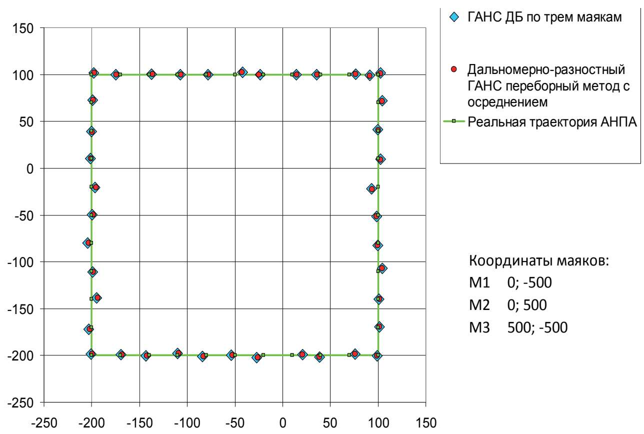


Рис. 2. Траектории движения АНПА, полученные различными методами в эксперименте №1

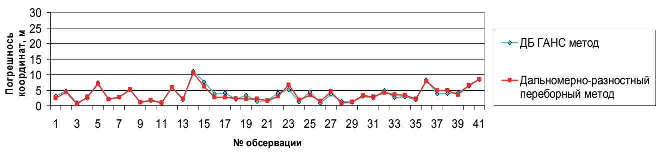


Рис. 3. Ошибки определения координат АНПА в эксперименте №1

В эксперименте №2 условия моделирования были изменены. В заданную скорость звука была введена ошибка 20 м/с. Величина случайной погрешности измерения дистанций составляла 2 мс. На рис. 4–5 показаны полученные результаты моделирования.

На рис. 6–7 приведены результаты моделирования работы переборного и аналитического алгоритмов в ходе эксперимента №3, когда часть траектории АНПА пролегает вдали от маяковых баз ГАНС. Заданные погрешности измерения дистанций – также 2 мс. Для сравнения приведены данные расчета методом перебора с применением фильтра и без применения фильтра. Очевидно, что фильтрация полученных значений Δ в таких условиях необходима. Также ясно, что при применении разностно-дальномерного метода следует уделять особое внимание рациональному расположению маяковой базы.

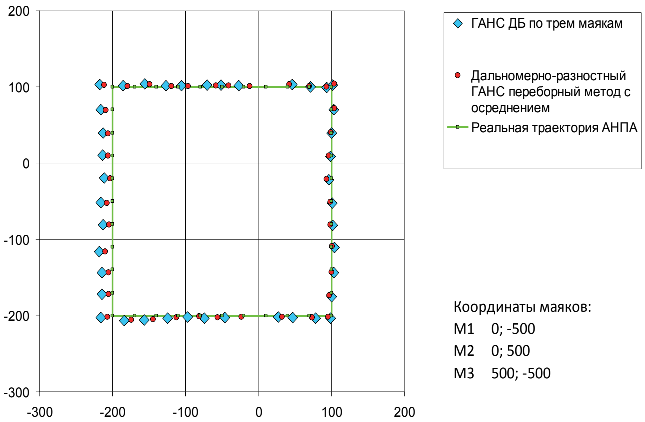


Рис. 4. Траектория движения АНПА, полученная в эксперименте №2 (скорость звука задана с ошибкой 20 м/с)

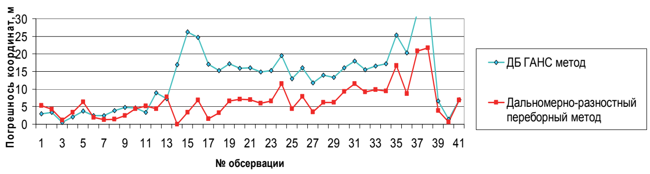


Рис. 5. Ошибки определения координат АНПА в эксперименте №2

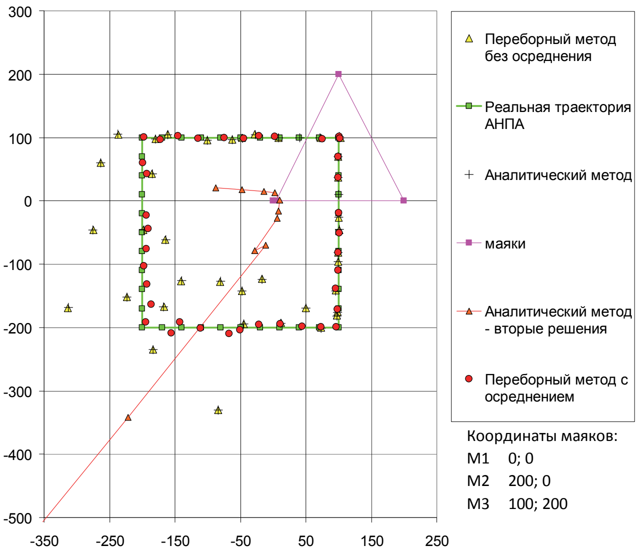


Рис. 6. Траектория движения АНПА рассчитанная для траектории, уходящей далеко от маяковых баз

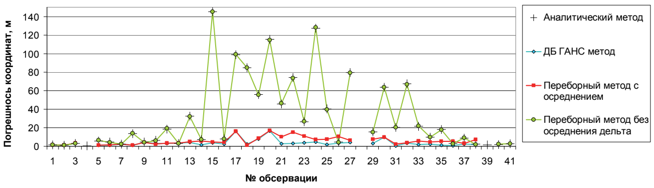


Рис. 7. Ошибки определения координат АНПА в эксперименте №3

Полученные в ходе моделирования данные показывают, что переборный и аналитический алгоритмы дают практически одинаковые решения: расстояния между найденными точками не превышает 1 м. Данная ошибка обусловлена конечным шагом перебора параметра рассинхронизации, равным 1 мс.

Результаты, полученные для переборного алгоритма в ходе модельных экспериментов №№1–3, приведены в табл. 1. В целом переборный метод для разностно-дальномерной ГАНС показал результаты, сопоставимые с классической дальномерной ГАНС. В некоторых случаях точность измерения координат данного алгоритма оказалась даже выше в связи с тем, что он частично компенсирует погрешность, связанную с ошибкой задания скорости звука.

Таблица 1. Погрешность определения координат

Среднее отклонение координат от истинных значений	**Условия эксперимента**		
	Погрешность фиксации моментов прихода откликов МО 5 мс	***Погрешность фиксации моментов прихода откликов МО 2 мс; ошибка скорости звука 20 м/с***	***Погрешность фиксации моментов прихода откликов МО 2 мс; удаленная база маяков***
Среднее отклонение координат для разностно-дальномерной ГАНС с перебором решений, м	3,62	6,64	5,74
Среднее отклонение координат для дальномерной ГАНС, м	3,67	12,9	3,55

IV. Результаты предварительных натурных испытаний алгоритмов разностно-дальномерной ГАНС

Осенью 2019 года в акватории Залива Петра Великого были проведены предварительные натурные эксперименты с целью испытания работы алгоритмов навигации группы АНПА и апробирования протоколов связи подводной сети на базе разработанных гидроакустических модемов. Для организации эксперимента использовались следующие технические средства:

- четыре гидроакустических модема в прочных корпусах (рис. 8);

Рис. 8. Комплект используемых в ходе эксперимента гидроакустических модемов

- имитатор АНПА;
- программное обеспечение, реализующее протоколы связи и алгоритм взаимодействия абонентов ГА сети;
- программное обеспечение, реализующее алгоритмы РД ГАНС.

На рис. 9 изображена схема расположения элементов сети РД ГАНС. Маяковая база системы включала в себя три маяка, построенных на базе созданных ГА модемов. Один из маяков являлся ведущим и имитировал стационарный маяк, два других маяка были ведомыми и имитировали автономные необитаемые водные аппараты (АНВА). Четвертый ГА модем располагался на имитаторе АНПА. В ходе эксперимента имитатор АНПА осуществлял движение внутри образованного маяками треугольника (см. рисунок 9). Координаты точек постановки всех трех маяков, а также имитатора АНПА в ходе эксперимента, измерялись при помощи высокоточного приемника спутниковой навигации, работающего в режиме кинематики реального времени и получающего дифференциальные поправки от развернутой на берегу базовой станции. При помощи мобильного ГА модема на имитаторе АНПА были произведены измерения моментов прихода акустических сигналов для 20 циклов работы РД ГАНС. На основе полученных в натурном эксперименте данных был выполнен расчет координат точек нахождения имитатора АНПА разностно-дальномерным методом и произведено их сравнение с координатами, полученными от высокоточного приемника СНС.

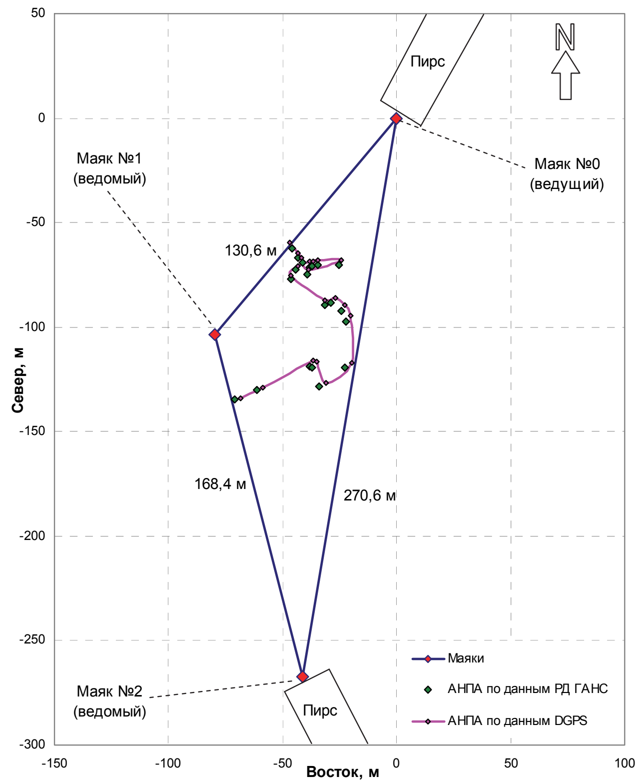


Рис. 9. Траектория движения мобильного модема (имитатора АНПА) по данным DGPS (розовая линия) и его местоположение, рассчитанное на основе измеренных разностей моментов прихода сигналов от маяков (РД ГАНС)

На рис. 10 приведен график изменения во времени расстояния между точками местонахождения имитатора АНПА, полученными на основе данных РД ГАНС и приемника спутниковой навигации DGPS.

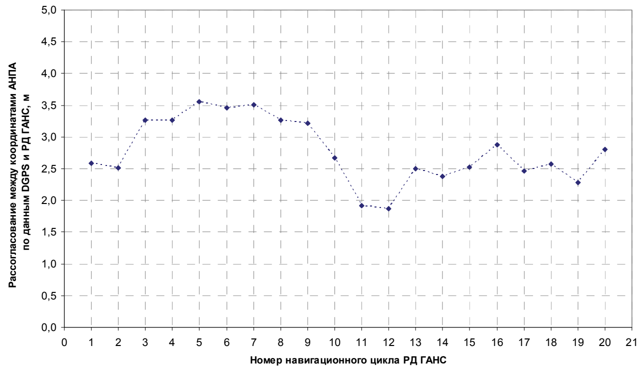


Рис. 10. Расстояния между точками местонахождения имитатора АНПА, полученными на основе данных от РД ГАНС и от приемника спутниковой навигации DGPS

В результате проведенных натурных испытаний получены следующие результаты:

- подтверждена работоспособность разработанных протоколов связи;
- проверено программное обеспечение, реализующее алгоритмы взаимодействия абонентов подводной ГА сети;
- получены точностные характеристики ГА модемов при измерении дистанций;
- в морских условиях исследована работа алгоритмов РД ГАНС.

Заключение

Описанный подход позволяет обеспечить одновременную навигацию для всех АНПА в группе без использования дорогостоящих систем точного времени за счет организации работы ГАНС в разностно-дальномерном режиме. Работоспособность разработанных алгоритмов решения РД задачи исследована в модельных и натурных экспериментах.

Достоинством обоих разработанных алгоритмов является то, что, кроме оценки координат АНПА, производится оценка величины рассинхронизации часов АНПА относительно часов ведущего маяка. Благодаря этому можно постоянно синхронизировать работу часов АНПА и при кратковременной потере сигналов от одного из маяков переходить к расчету координат по дистанциям до двух других маяков (как в синхронных ГАНС ДБ).

Важным элементом предложенной схемы навигации является применение в качестве маяков разработанных ГА модемов со встроенной функцией измерения дистанций. Возможность информационного обмена во время навигационных обсерваций позволяет строить высокомобильные, реконфигурируемые и адаптивные подводные сети. При этом узлами такой сети могут быть не только стационарные донные маяки, но и поверхностные водные аппараты и даже другие АНПА, координаты которых передаются в информационном пакете.

Настоящее исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-00038).

Литература

[1] Ваулин Ю.В., Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф., Щербатюк Д.А. О методах обеспечения навигации групп АНПА: краткий обзор // Подводные исследования и робототехника. 2019. № 4 (30). С. 27–36.

[2] Барабанов О.О., Барабанова Л.П. Математические задачи дальномерной навигации. Монография. М.: Физматлит, 2007. 272 с.

[3] Nuno Cruz, Anfbal Matos. Simultaneous Acoustic Navigation of Multiple AUVs, *Proceedings of the IFAC Conference on Maneuvering and Control of Marine Craft (MCMC)*, Lisbon, Portugal, September 2006.

[4] José Melo, Anfbal Matos, Tracking multiple Autonomous Underwater Vehicles, *Autonomous Robots*, 2018, vol. 43, no. 4, January.

[5] Ваулин Ю.В., Дубровин Ф.С., Щербатюк А.Ф., Щербатюк Д.А. Некоторые результаты моделирования алгоритмов разностно-дальномерной ГАНС для обеспечения навигации групп АНПА // Материалы докладов VIII Всероссийской науч.-техн. конференции «Технические проблемы освоения Мирового океана». Владивосток: Дальнаука, 2019. С. 111–119.

Оптимальная по расходу прецизионная посадка на Луну по сигналам окололунной спутниковой навигационной системы

Е.А. Микрин, М.В. Михайлов, И.В. Орловский, С.Н. Рожков, И.А. Краснопольский
РКК «Энергия»
Королев, Россия
mikhail.mikhailov@rsce.ru

***Аннотация*—Рассмотрена возможная идеология реализации лунной миссии, в которой интегрирование лунных модулей осуществляется на лунной орбитальной станции (ОС), устанавливаемой на высокой околокруговой орбите (HLO). Рассмотрена схема переходов с HLO на промежуточную низкую орбиту (LLO), перехода на спусковую орбиту, посадки в заданную точку Луны и возврата на ОС. Определена идеология, разработаны и промоделированы алгоритмы «грубого» и «точного» управления на различных участках полета. Определена идеология реализации оптимального по расходу спуска с LLO в заданную точку посадки, определена минимально возможная величина тормозного импульса для выполнения посадки. Разработаны алгоритмы квазиоптимальной посадки на участке торможения по измерениям от лунных навигационных спутников, близкой по величине тормозного импульса к оптимальной посадке. Исследована зависимость тормозного импульса от соотношения тяги двигателя и массы лунного взлетно-посадочного комплекса (ЛВПК). Исследована зависимость тормозного импульса квазиоптимальной посадки от соотношения тяги двигателя и массы ЛВПК. Разработаны идеология и алгоритмы контроля обеспечения прилунения со стороны оператора, обеспечивающего возможность визуальной оценки пригодности точки посадки с точки зрения безопасности прилунения и, при необходимости, возможность вмешиваться оператору в процесс управления для реализации смещения точки прилунения на безопасную площадку.**

Ключевые слова—посадка на Луну, тормозной импульс, навигация

I. Введение

Основные положения «Основ государственной политики РФ в области космической деятельности на период до 2030 года и дальнейшую перспективу» [1] определяют освоение Луны в качестве одной из главных стратегических целей космической деятельности России. В соответствии с этими положениями в период после 2030 года должно начаться осуществление регулярных пилотируемых полетов на Луну и развертывание на ней постоянно действующей базы и научных лабораторий. Проблемы освоения Луны связаны с решением целого ряда фундаментальных научных задач и создания новых уникальных космических технологий. Одной из таких технологий является задача посадки пилотируемого КА на любой участок Луны с высокой точностью и минимальными затратами рабочего тела. Задаче выполнения высокоточной посадки в любую заданную точку Луны с минимальными затратами рабочего тела посвящена настоящая работа.

Посадка на Луну включает два основных аспекта:

- схема подлета к Луне;
- собственно реализация посадки с управлением на разных этапах полета для обеспечения высокой надежности и точности прилунения.

Схема подлета – это важная часть лунного проекта. Правильное решение этой задачи существенно сказывается как на экономическом, так и на техническом результате проекта.

Посадка на Луну может выполняться различными способами, которые существенно зависят от идеологии организации полета к Луне, организации транспортной инфраструктуры перелета и сборки различных модулей.

Транспортные инфраструктуры организации перелета к Луне также могут существенно отличаться друг от друга. Изначально программы «Apollo» и Н1-Л3 использовали однопусковую схему перелета с использованием одного РН сверхтяжелого класса (РН СТК). Сегодня предполагается использование более сложной схемы с использованием, например, в качестве базы для организации многоразовых перелетов лунной станции (ЛС), осуществляющей интегрирование одноразовых и многоразовых модулей, их подготовку для организации посадки на Луну [2].

II. Состав лунной станции

Авторы предлагают рассмотреть следующий вариант построения инфраструктуры лунных миссий. Ее опорным элементом является лунная станция, представленная на рис. 1.

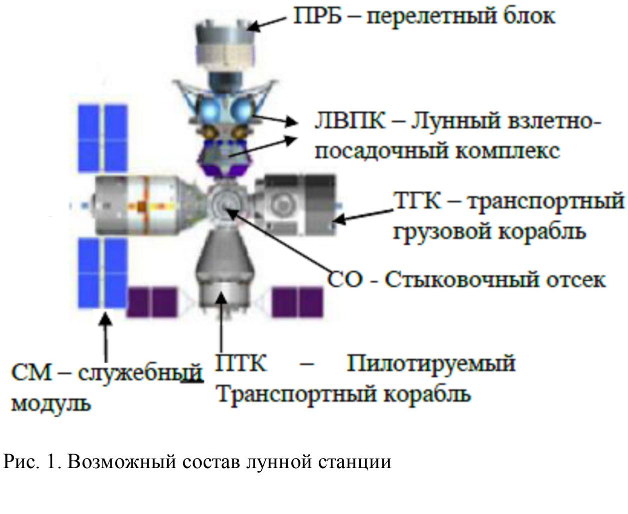


Рис. 1. Возможный состав лунной станции

Стыковочный отсек (СО) имеет несколько стыковочных портов, к которым могут пристыковаться модули различного назначения:

- ПТК – пилотируемый транспортный корабль (многоразовый);
- ТГК – транспортный грузовой корабль (одноразовый);
- ЛВПК – лунный взлетно-посадочный комплекс;
- ПРБ – перелетный блок (многоразовый).

ЛВПК состоит из одноразовой посадочной ступени (ПС) и многоразового взлетного модуля (ВМ).

Такая лунная станция обеспечивает одну из возможных схем лунной миссии. Рассматриваются и другие варианты организации полетов на Луну, включающие станцию, выводимую, например, на вытянутую эллиптическую окололунную гало-орбиту (NRHO), обеспечивающую экономичные переходы на орбиты подлета, спуска и орбиты дальнего космоса [3]. Инфраструктура лунной миссии может включать также модули, использующие для экономичного выведения грузов электрореактивные двигатели (ЭРД), а также некоторые другие целевые многоразовые модули. В данной работе мы будем рассматривать приведенный на рис. 1 состав лунных модулей, на основе которых реализуется одна из возможных схем организации лунной миссии, приведенная на рис. 2.

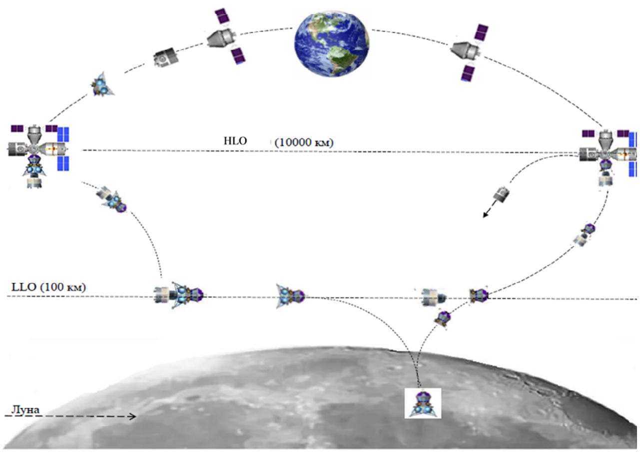


Рис. 2. Возможная схема реализации лунной миссии

III. Схема перелетов лунных модулей

Основными элементами лунной станции являются СМ с пристыкованным к нему СО, к которому стыкуются все остальные модули. С помощью РН различного класса осуществляется доставка модулей на ЛС.

Спуск и посадка ЛВПК на Луну начинается с перелета ЛВПК с орбиты ЛС высотой 10000 км на низкую лунную орбиту (LLO) высотой 100 км и наклонением $i = 90°$. Перевод орбиты осуществляется с помощью ПРБ, который в рассматриваемом варианте после вывода ЛВПК на LLO отстыковывается и остается на орбите до повторной стыковки с ВМ. С помощью посадочной ступени (ПС) ЛВПК обеспечивает посадку в заданную точку Луны. После завершения лунной миссии ВМ взлетает на LLO и стыкуется с ПРБ, переводящим ВМ на орбиту станции.

ПС остается на Луне. Задачей ПС является обеспечение посадки ЛВПК с промежуточной круговой орбиты высотой 100 км в заданную точку поверхности Луны с требуемой точностью по координатам и заданными скоростями на момент касания Луны.

После взлета с Луны на LLO ВМ стыкуется с ПРБ, который осуществляет обратный перелет к ЛС. Экипаж на ПТК возвращается на Землю, ТГК утилизируется.

Перед очередной лунной экспедицией к ЛС прибывает ПТК с очередным экипажем, ТГК с топливом для СМ и ПРБ, заправленная ПС, которая пристыковывается к ВМ для его повторного использования.

IV. Этапы выполнения посадки. Оптимальная посадка

Посадка ЛВПК осуществляется в четыре этапа:

- переход ЛВПК посредством ПРБ на LLO;
- переход с LLO на участок гашения скорости;
- гашение продольной скорости ЛВПК;
- конечный участок прилунения.

На каждом из этапов выполняется управление ЛВПК, последовательно обеспечивающее решение задачи безопасного прилунения в заданной точке Луны.

Перевод ЛВПК с HLO на LLO осуществляет ПРБ. Момент перевода определяется условиями обеспечения приведения точки посадки к трассе ЛВПК на спусковом витке за счет вращения Луны. То есть перевод ЛВПК на LLO представляет собой первый грубый этап приведения ЛВПК к заданной точке посадки по боковой дальности. Будем считать, что в процессе схода ЛВПК с LLO заданная точка посадки приближается к трассе полета и совмещается с трассой в момент посадки.

Вторым элементом грубого управления спуском является выбор момента начала спускового витка. Посадка ЛВПК от момента схода с LLO может выполняться различными способами, требующими разных затрат рабочего тела.

Очевидно, что оптимальным по расходу рабочего тела будет спуск, в котором на LLO реализуется первый тормозной импульс ΔV_1 за полвитка до пролета над точкой посадки (см. рис. 3). Величина тормозного импульса выбирается из условия, что периселений спусковой орбиты будет совпадать с точкой посадки. Для этого величина импульса должна быть ~23 м/с. Орбита ЛВПК пройдет через точку посадки (по касательной), где будет иметь скорость 1700 м/с. Представим себе гипотетический случай, когда тормозной импульс реализуется мгновенно и ЛВПК после гашения скорости окажется в точке посадки.

Суммарные затраты импульса скорости для реализации посадки с орбиты высотой 100 км составят $\Delta V_{min} \approx 1723$ м/с.

Конечно, полученная величина является предельно минимальной и в реальности достигнута быть не может, хотя бы потому, что тормозной импульс не может быть мгновенным, и вряд ли кто решится выполнять посадку без запаса по высоте и возможности реализации маневрирования в окрестности точки посадки. Тем не менее показанный предельно минимальный расход посадочного импульса может являться ориентиром для разработчиков реальных систем посадки на Луну. Например, суммарный импульс для реализации посадки Apollo составлял ΔV_A = 2150 м/с [4]. В настоящее время именно эта величина служит ориентиром для разработчиков ЛВПК. Легко оценить, какой выигрыш в весе полезной нагрузки ЛВПК (в весе ВМ) дает оптимальный импульс по сравнению с ΔVA. Представим, что предспусковой вес ЛВПК равен M_0 = 28 т, удельная тяга тормозных двигателей $R_{уд}$ = 3300 м/с.

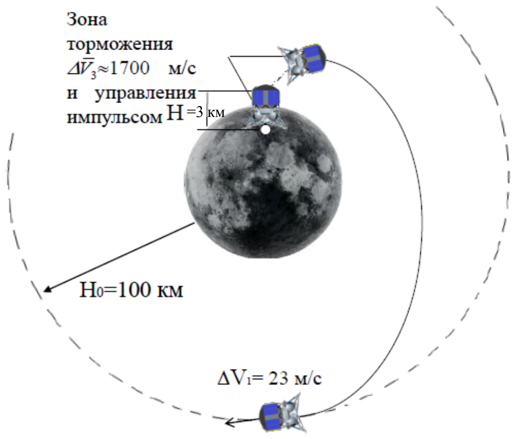


Рис. 3 Оптимальная по расходу рабочего тела управляемая посадка

Для тормозного импульса ΔV_A = 2150 м/с, используя формулу Циолковского, посадочная масса ЛВПК

$$M_k = \frac{M_0}{e^{\frac{\Delta V_a}{R_{уд}}}} = 14595\ кг \cdot \tag{1}$$

Для оптимального посадочного импульса ΔV_{min} конечная сухая масса ЛВПК, рассчитанная согласно (1), составит 16611 кг. Это означает, что при оптимальном спуске ЛВПК взлетная масса ВМ может быть увеличена более чем на 2 т. Однако реализация траекторий, близких к оптимальным, может быть выполнена, если система управления с высокой точностью определяет текущий вектор состояния объекта и реализует точное управление. Для высокоточного определения вектора состояния требуются соответствующие навигационные средства. Примером таких навигационных средств для космической техники является аппаратура спутниковой навигации, работающая по сигналам глобальных спутниковых навигационных систем (ГСНС), таких как ГЛОНАСС или GPS [5]. Они обеспечивают высокоточное определение текущего вектора состояния с точностями порядка единиц метров по положению и единиц см/с по скорости. При таких точностях знания вектора состояния многие динамические операции, такие как маневрирование, сближение, спуск на Землю, выполняются путем реализации оптимальных по расходу рабочего тела методов управления [6]. При низкой точности наведения управление должно выполняться с большими запасами как по расходу рабочего тела, так и по времени. Именно этим объясняется превышение более чем на 400 м/с запаса управляющего импульса по сравнению с минимально возможным его запасом (1723 м/с) для полетов в рамках программы Apollo. При полетах на Луну, учитывая высокую стоимость лунных миссий, создание экономичных прецизионных систем управления, позволяющих значительно экономить вес доставляемого к Луне груза и топлива, является актуальной технической и экономической задачей. В рамках использования для навигации и управления движением сигналов радионавигационных систем возможны два принципиальных подхода. С одной стороны, в работе [7] было показано, что на орбите Луны может быть развернута достаточно экономичная система спутниковой навигации и связи на базе системы двенадцати малых навигационно-связных спутников (НСС), обеспечивающая мгновенное определение вектора состояния окололунных объектов с высокой точностью, а также глобальную связь с Землей любого количества лунных объектов. Создание такой навигационно-связной системы позволит реализовать квазиоптимальное автономное управление лунными объектами при выполнении сложных технологических операций на орбитах Луны, таких как сближение КА, маневрирование на низких и высоких орбитах, спуск в заданную точку и навигация на поверхности Луны. С другой стороны, на первых этапах освоения Луны возможно использование околоземных ГНСС, с приемлемой точностью. По оценкам авторов, приведенным в работах [8, 9], может быть получена оценка вектора состояния КА, оборудованного аппаратурой спутниковой навигации, с погрешностями, не превышающими 50 м по координатам и 0,5 см/с по скорости.

Возникает вопрос, насколько в реальном спуске при точном измерении вектора состояния суммарный тормозной импульс может быть приближен к оптимальному значению ΔV_{min}.

V. Квазиоптимальная посадка. Алгоритмы управления спуском на этапе гашения скорости

Определим стратегию спуска с предспусковой орбиты. Выше отмечалось, что момент перехода с орбиты HLO на LLO выбирается таким образом, чтобы трасса орбиты в конце спуска проходила через заданную точку посадки. В зависимости от координат точки посадки определяется момент выдачи импульса $\Delta\bar{V}_1$, при котором, с учетом участка спуска, посадка осуществляется в заданную точку. Так как в данном случае предспусковая орбита определена, определены все остальные параметры спусковой траектории, то выбор момента выдачи импульса $\Delta\bar{V}_1$ и его величины представляет собой элемент «грубого» управления продольной дальностью. Величина импульса $\Delta\bar{V}_1$ определяет высоту периселения, в окрестности которого реализуется основной тормозной импульс (величиной ~1700 м/с). Величина периселения выбирается с учетом знания топографической обстановки в окрестности точки посадки. Сегодня топографическая карта высот поверхности Луны известна с точностью до 3÷4 м [10]. Разброс высот точек поверхности по этой карте составляет ±8 км относительно среднего радиуса Луны $R_л$ = 1738 км. Поэтому перед конкретным полетом необходимо тщательно исследовать вопрос выбора высоты периселения с точки зрения обеспечения безопасного подлета к точке посадки. Будем предполагать, что в нашем случае безопасная высота над уровнем «средней» Луны составила 3 км. Для такого периселения легко определить величину импульса $\Delta\bar{V}_1 \approx 21$ м/с. Через полвитка после выдачи импульса $\Delta\bar{V}_1$ в окрестности периселения вновь включается тормозной двигатель, задачей которого является гашение продольной скорости, которая в момент включения двигателя равна V_0~1700 м/с. При этом управление тягой двигателя отсутствует, а возможность управления заключается в изменении направления тяги относительно орбитальной системы координат путем поворотов ЛВПК с помощью двигателей ориентации. Основная составляющая тяги двигателя должна идти на гашение начальной горизонтальной скорости V_0, но одновременно необходимо удерживать корабль от падения на Луну и обеспечивать спуск с некоторой комфортной скоростью до высоты, близкой к нулевой, создавая управляемую подъемную силу. Будем предполагать, что в системе управления спуском ЛВПК имеется полная информация о движении корабля относительно лунной системы координат *Moon_ME*. Нам известны векторы координат и скорости ЛВПК, а также ориентация корабля. Принцип управления посадкой ЛВПК в окрестности периселения демонстрирует рис. 4. Пусть в окрестности периселения мы имеем высоту H_0~3 км и горизонтальную скорость $V_0 = 1700$ м/с. Задачей управления на этом участке является гашение горизонтальной скорости V_0 и обеспечение плавного спуска до высоты ~ 100 м – участка прилунения. Эта операция должна быть выполнена двигательной установкой, реализующей постоянную тягу. К моменту t_0, рассчитав время включения двигателя, система управления обеспечивает ориентацию ЛВПК, в которой тяга двигателя направлена против вектора $\bar{V}_0$. При включении двигателя скорость начнет гаситься, но под действием силы тяжести корабль начнет падать на поверхность Луны. Для управления «падением» система ориентации ЛВПК реализует развороты по тангажу на угол α таким образом, чтобы возникшая подъемная сила $P\sin\alpha$ уравновешивала «падение». Но при этом тормозящая сила становится равной $P\cos\alpha$, что снижает эффективность торможения. Чтобы торможение оставалось эффективным, необходимо, чтобы угол α был мал. Тогда тормозящая сила $P\cos\alpha$ будет близка к P, а расход рабочего тела на торможение скорости V_0 будет близок к оптимальному. Но, для того чтобы сила $P\sin\alpha$ была достаточна для управления спуском при малых значениях α, необходимо, чтобы тяга тормозного двигателя P удовлетворяла условию

$$P >> P_{Л}, \tag{2}$$

где $P_{Л}$ – вес ЛВПК на поверхности Луны.

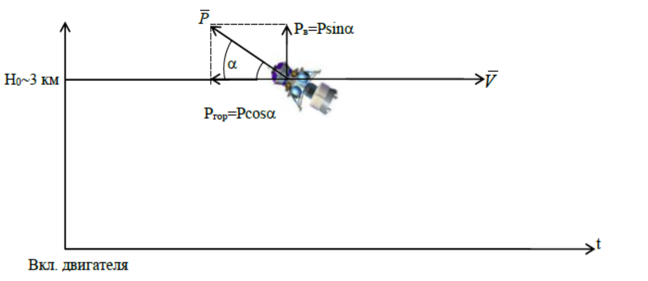


Рис. 4. Схема квазиоптимального спуска с управлением высотой путем варьирования угла α между направлением тяги тормозного двигателя и местным горизонтом

Например, если масса ЛВПК составляет 28 т, его вес на поверхности Луны будет составлять 4,3 т. Тогда для выполнения (2) необходимо, чтобы тяга тормозного двигателя ЛВПК была как минимум 8-10 т.

Рассмотрим алгоритмы управления углом тангажа α на участке гашения скорости ЛВПК.

При малых α можно считать, что *sin*α~α. Тогда подъемная сила от двигателя будет равна Pα.

Суммарная вертикальная сила, действующая на ЛВПК, будет равна

$$F_H = R_Л V^2 - P_Л + P\alpha = \ddot{H}, \tag{3}$$

где $R_{Л}$ – радиус Луны;

V – горизонтальная скорость ЛВПК;

H – текущая высота полета.

Зная начальную высоту H_0, конечное время гашения горизонтальной скорости t_k, а также высоту $H_{min} \approx 100$ м перехода на участок прилунения, сформируем плавную кривую номинального спуска с высоты H_0 до высоты *Hmin*. Примерный вид номинальной кривой спуска приведен на рис. 5. Для этой кривой формируется кривая производной высоты номинального спуска, примерный вид которой приведен на рис. 6

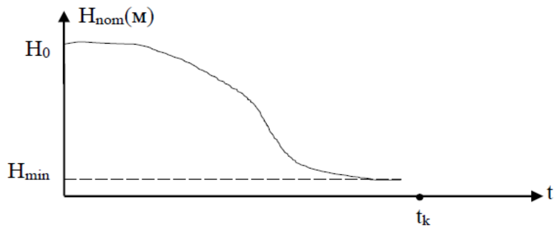


Рис. 5. Номинальная траектории спуска с высоты H_0 до высоты H_{min}

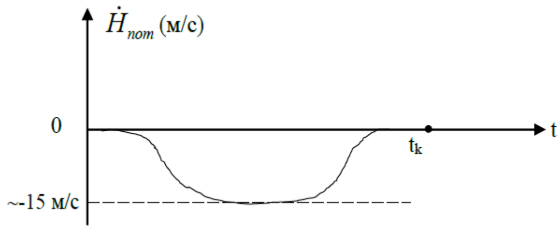


Рис. 6 Производная номинальной траектории спуска

Скорость изменения угла тангажа α меняем по алгоритму

$$P\alpha = 2\omega\left(\dot{H}_{nom} - \dot{H}\right) + \omega^2\left(H_{nom} - H\right) - R_Л V^2 + P_Л, \tag{4}$$

где H и $\dot{H}$ – измеряемые текущие значения высоты и скорости изменения высоты;

ω – собственная частота отслеживания траектории спуска.

Подставив значение $P\alpha$ в (3), получим уравнение изменения высоты полета

$$\ddot{H} = 2\omega\left(\dot{H}_{nom} - \dot{H}\right) + \omega^2\left(H_{nom} - H\right) = 0. \tag{5}$$

Уравнение (5) преобразуем к виду

$$\ddot{H} + 2\omega\dot{H} + \omega^2 H = 2\omega\dot{H}_{nom} + \omega^2 H_{nom} . \qquad (6)$$

Левая часть (6) представляет собой апериодическое звено второго порядка с постоянной времени $T = 2\pi / \omega$. Правая часть (6) является медленно меняющейся переменной с характеристическим временем изменения $T_{сп}$~300 с. При значении постоянной времени $T << T_{сп}$ реальные значения высоты H и скорости изменения высоты $\dot{H}$ будут отслеживать задаваемые номинальные значения H_{nom} и $\dot{H}_{nom}$ соответственно. В результате в момент завершения гашения горизонтальной скорости высота ЛВПК будет составлять H_{min} (~100 м), начиная с которой выполняется четвертый этап прилунения.

VI. Зависимость расхода от тяги тормозного двигателя

Выше отмечалось, что оптимальный расход топлива на гашение горизонтальной скорости ЛВПК обеспечивается при выполнении (2), то есть чем больше тяга двигателей, тем меньше расход. Для определения количественных соотношений между тягой двигателя и расходом в работе было проведено моделирование для ЛВПК с предспусковой массой 28 т и тормозными двигателями тягой 8, 10 и 12 т.

На рис. 7 приведены графики углов тангажа α на участке торможения для трех значений тяги двигателей. Из графиков видно, что с увеличением тяги двигателя уменьшается угол α и уменьшается длительность торможения. Оба фактора способствуют снижению расхода на торможение и его приближению к минимальному значению.

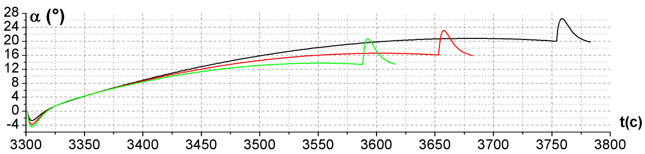


Рис. 7. Углы тангажа α на участке торможения для трех значений тяги двигателей (12, 10 и 8 т)

На рис. 8 для конечного участка торможения приведены графики расхода рабочего тела на торможение продольной скорости для рассмотренных трех значений тяги. Легко посчитать минимальный расход рабочего тела, определив массу ЛВПК в момент завершения работы двигателя. Согласно (1) получим $M_к$ = 16727 кг. В идеальном случае, когда $\alpha = 0$ и 100% тяги двигателя идет на гашение начальной горизонтальной скорости, масса истраченного рабочего тела составит $M_н - M_к$ = 11273 кг. С учетом результатов, приведенных на рис. 8, легко определить зависимость расхода рабочего тела от тяги двигателя, график которого приведен на рис. 9.

Полученный график дает возможность выбора тормозных двигателей (с учетом их веса) для максимизации полезного груза ЛВПК.

В табл. 1 для полученных расходов топлива приведем значения суммарного импульса.

Таблица 1

ΔQ, кг	11273	11375	11470	11600
ΔV, м/с	1700	1720	1739	1765

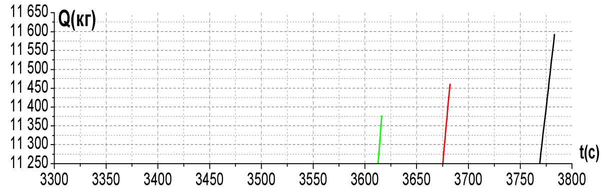


Рис. 8. Графики расхода рабочего тела для трех значений тяги двигателя (12, 10 и 8 т)

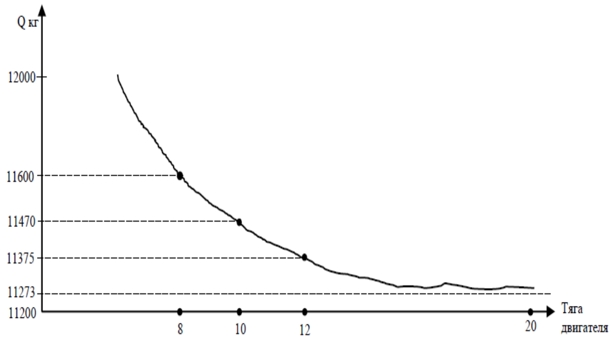


Рис. 9 График зависимости расхода рабочего тела на торможение от тяги двигателя для массы ЛВПК 28 т

После гашения горизонтальной скорости на высоте H_{min} реализуется четвертый этап прилунения, обеспечивающий точное управление продольной и боковой дальностью в момент прилунения, а также требуемые значения конечной скорости для безопасного прилунения. Маневр прилунения должен выполняться под контролем оператора (ЛВПК или ЦУП), обеспечивающего исключение возможности прилунения на площадку, непригодную для посадки ЛВПК.

VII. Алгоритмы управления спуском и горизонтальным полетом на участке прилунения. Контроль прилунения оператором

После гашения скорости система ориентации ЛВПК обеспечивает его установку в вертикальное положение. Одновременно осуществляется перевод двигателей в режим малой тяги, так как лунный вес ЛВПК после гашения скорости составляет примерно четверть от величины полной тяги двигателя. В режиме малой тяги ее величина регулируется в зависимости от текущей высоты и скорости спуска. Спуск должен выполняться со скоростью, близкой к номинальной, график зависимости которой от высоты приведен на рис. 10.

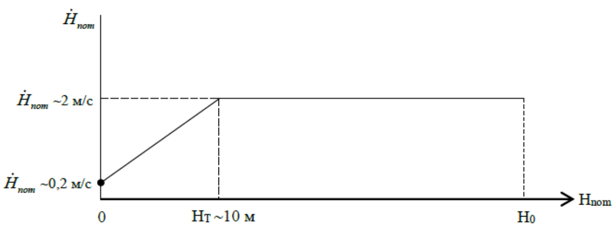


Рис. 10. Зависимость номинальной скорости спуска от текущей высоты

Тяга двигателя формируется по алгоритму

$$\frac{P}{M_0} = -g_Л + \omega\left(\dot{H}_{nom} - \dot{H}\right), \qquad (7)$$

где M_0 – текущая масса ЛВПК;

$\dot{H}_{nom}$ – номинальная скорость спуска

$\dot{H}$ – измеренная скорость спуска;

gЛ – ускорение свободного падения на Луне;

$\omega = 2\pi / T$, где Т – постоянная времени управления.

Учитывая, что вертикальная составляющая ускорения $\ddot{H} = \frac{P}{M_0} - q_Л$, из (7) получим уравнение регулирования высоты

$$\ddot{H} + \omega\dot{H} = \omega\dot{H}_{nom}. \qquad (8)$$

Уравнение (8) представляет собой апериодическое звено первого порядка с медленно меняющейся правой частью. При условии $\omega >> \frac{1}{\tau}$, где τ – характеристическое время изменения $\dot{H}_{nom}$, реальная скорость спуска ЛВПК будет с достаточно хорошей точностью отслеживать заданную номинальную скорость спуска $\dot{H}_{nom}$, обеспечив на конечном этапе спуска скорость прилунения $\dot{H} = 0.2\,м/с$.

На конечном участке прилунения осуществляется точное управление посадкой по продольной и боковой дальностям. Управление осуществляется вариацией углов тангажа $\varphi_Т$ и крена $\varphi_К$ в некотором малом диапазоне углов ±10°. Отклонение тяги двигателя от вертикали приводит к созданию продольного и бокового ускорения. Углы тангажа и рысканья варьируются по отклонениям реальных текущих координат и скорости центра масс ЛВПК от заданных номинальных значений. Для этого, так же как и при управлении высотой, формируются номинальные значения продольной дальности Lx_{nom}, Ly_{nom} и их скорости $\dot{L}_{xnom}$ и, $\dot{L}_{ynom}$, конечные значения которых – Lx_k, Ly_k, $\dot{L}_{xk}$, $\dot{L}_{yk}$ – удовлетворяют заданным граничным условиям:

- координаты Lx_k, Ly_k соответствуют координатам заданной точки посадки;
- скорости $\dot{L}_{xk}$, $\dot{L}_{yk}$ не должны превышать по модулю некоторого предельного значения ~0,1 м/с.

Продольное и боковое ускорения определяются углами тангажа и крена:

$$\begin{aligned}\ddot{L}_x &= -\varphi_T g_Л,\\ \ddot{L}_y &= \varphi_K g_Л.\end{aligned} \qquad (9)$$

Управление углами тангажа и крена осуществляется по отклонениям текущих значений координат и скоростей от их номинальных значений:

$$\begin{aligned}\varphi_T g_Л &= 2\omega\left(\dot{L}_{xnom} - \dot{L}_x\right) + \omega^2\left(L_{xnom} - L_x\right),\\ \varphi_k g_Л &= 2\omega\left(\dot{L}_{ynom} - \dot{L}_y\right) + \omega^2\left(L_{ynom} - L_y\right),\end{aligned} \qquad (10)$$

где $\omega = 2\pi / T$, T – постоянная времени управления.

При управлении по алгоритму (10) уравнения горизонтального движения ЛВПК будут иметь вид:

$$\begin{aligned}\ddot{L}_x + 2\omega\dot{L}_x + \omega^2 L_x &= 2\omega\dot{L}_{xnom} + \omega^2 L_{xnom},\\ \ddot{L}_y + 2\omega\dot{L}_y + \omega^2 L_y &= 2\omega\dot{L}_{ynom} + \omega^2 L_{ynom}.\end{aligned} \qquad (11)$$

Система уравнений (11) состоит из двух независимых уравнений управления продольной и боковой дальностью, каждое из которых представляет собой апериодическое звено второго порядка с медленно меняющейся правой частью. Для значения ω~0,2 $с^{-1}$ эта система уравнений устойчива, а выбранное управление обеспечивает прилунение в заданной точке с точностями измерения текущих координат ЛВПК. Если ошибка измерений координат будет составлять величину ~10 м, то такого же порядка будет и точность посадки.

VIII. Оценка конечного веса ЛВПК после приземления для тяги двигателей 8 тонн

Оценим расход рабочего тела на конечном участке спуска. Пусть начальная масса ЛВПК составляла 28 т, а тяга тормозных двигателей ~8 т. В соответствии с графиком расхода рабочего тела, приведенным на рис. 8 для двигателя тягой 8 т, расход на торможение горизонтальной скорости составил 11600 кг. Тогда масса ЛВПК на конечном участке спуска будет равна 16,4 т, а его лунный вес – 2,7 т. Соответственно, тяга двигателей в начальный момент конечного участка также составляет 2,7 т, а секундный расход рабочего тела ~8 кг/с. При длительности конечного участка 50 с расход составит 400 кг. Таким образом, суммарный расход на спуск составит 12 т вместо величины оптимального расхода 11273 кг. А конечный вес ЛВПК после прилунения составит $M_к$ = 16000 кг. Снижение расхода может быть достигнуто при выборе тормозного двигателя с тягой большей, чем 8 т, а также за счет уменьшения длительности конечного участка спуска. При точном измерении вектора состояния и идеальном управлении длительность конечного участка может быть практически приближена к нулю. Тогда, выбрав тягу тормозных двигателей на 20…30% больше, можно практически достичь оптимального значения расхода рабочего тела на посадку. При этом нужно учитывать, что увеличение тяги достигается за счет увеличения, например, числа корректирующих двигателей. Если тяга одного двигателя равна 2, то обеспечение спуска с тягой 8 т требует установки четырех двигателей, 10 т – пяти двигателей, 12 т – шести двигателей. Двигатель с тягой две тонны весит 70…90 кг. Установка дополнительных двигателей увеличивает сухую массу ЛВПК, что снижает реальный вес полезной нагрузки. В соответствии с данными, приведенными в табл. 1, установка пятого двигателя позволит увеличить вес ЛВПК на 130 кг. Но из этих 130 кг дополнительный двигатель сам по себе весит 90 кг. Отсюда выигрыш в массе полезного груза составит всего 40 кг. Для шести двигателей эффект будет уже обратным. Тяга шести двигателей, согласно табл. 1, обеспечит увеличение посадочной массы на 80 кг, что примерно равно массе добавляемого двигателя. Таким образом, добавление шестого двигателя не ведет к увеличению массы полезной нагрузки. Поэтому оптимальным выбором является тяга в 8…10 т. При тяге одного двигателя в две тонны двигательная установка ЛВПК должна состоять из 4-5 двигателей.

IX. Сравнение достигаемого экономического эффекта с затратами на окололунную спутниковую навигационную систему

Рассмотренный квазиоптимальный метод посадки, реализуемый при знании текущего вектора состояния с высокой точностью (что обеспечивает лунная система спутниковой навигации и связи), при начальном весе ЛВПК 28 т обеспечивает прилунение полезного груза весом 16 т. При проектировании ЛВПК из расчета суммарного импульса 2150 м/с посадочная масса, согласно (1), составляет 14,6 т. Выигрыш от реализации составит 1,4 т, то есть 10% от посадочной массы ЛВПК. Сегодня за базу для сравнения можно взять затраты на реализацию экспедиций на Луну по программе «Apollo». В ценах 2019 года полный бюджет программы составил ~150 млрд долларов [11]. Всего было проведено шесть экспедиций. Тогда стоимость каждой экспедиции можно оценить в 25 млрд долларов.

Количественным критерием эффективности экспедиции мы возьмем посадочный вес ЛВПК. Все затраты на лунные экспедиции идут на то, чтобы доставить ЛВПК такой-то массы на Луну. Поэтому экономия 10% массы ЛВПК пропорционально соответствует экономии затраченных средств. То есть экономия от предложенного в работе метода позволит сэкономить 10% средств или порядка 2,5 млрд долларов.

Проведем сравнение полученной экономии с затратами на разработку и развертывание спутниковой навигационной системы лунных навигационных спутников (ЛНС), обеспечивающей высокоточное определение вектора состоянии КА, за счет чего и достигается указанный выше экономический эффект.

В работе [7] показано, что группировка ЛНС может состоять из 12 малых спутников общим весом ~3 т, выводимых на орбиту Луны высотой 6000 км двумя РН «Союз-2» с разгонным блоком «Фрегат». Стоимость пусков известна и может быть оценена в 48,5 млн долларов за каждый. За базу оценки стоимости малых спутников ЛНС возьмем стоимость изготовления спутника «ГЛОНАСС». По разным источникам она составляет 12…30 млн долларов. Поэтому если брать стоимость одного ЛНС по верхней планке, то стоимость группировки составит 360 млн долларов. Тогда суммарная стоимость группировки и средств выведения составит ~450 млн долларов, что в 5 с лишним раз меньше стоимости экономии только в рамках одной посадки ЛВПК на Луну.

Данный пример демонстрирует экономическую эффективность окололунной спутниковой навигационной системы. Экономический эффект от ее использования при реализации лунных миссий многократно превышает стоимость ее разработки и развертывания.

X. Обеспечение безопасности прилунения

Полностью автоматическая посадка без оценки в реальном времени пригодности точки посадки для прилунения может оказаться недопустимой с точки зрения безопасности.

Существует достаточно большая вероятность прилунения в глубокий кратер или на неровную каменистую поверхность, посадка на которую приведет к аварии. Поэтому целесообразно последний участок спуска проводить под контролем оператора (ЛВПК, ОС или ЦУП). Для этого на ЛВПК должна быть установлена телекамера, снимающая место посадки. В РКК «Энергия» разработаны алгоритмы, позволяющие по текущему изображению места посадки и измеряемому вектору состояния объекта осуществить прогноз точки посадки. Оператор визуально может оценить пригодность точки прилунения для безопасной посадки и, при необходимости, вмешаться в процесс управления, выдав команду на смещение точки прилунения на безопасную площадку. Алгоритмы такого вмешательства реализованы в разработанной модели посадки.

На рис. 11 приведен фрагмент лунной поверхности, на котором прогноз точки посадки в виде маркера ложится на затененный кратер. В этом случае оператор в процессе спуска с помощью органов управления переводит маркер на ровный участок поверхности, после чего ЛВПК автоматически выполняет посадку в новую точку установки маркер (см. рис. 12).

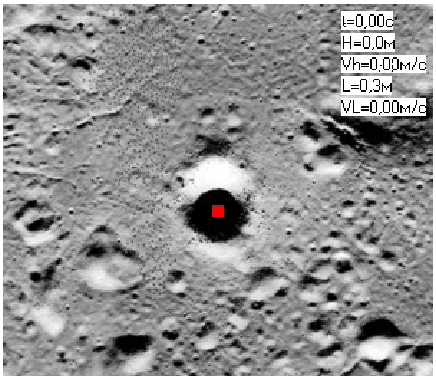


Рис. 11. Посадка без контроля оператора

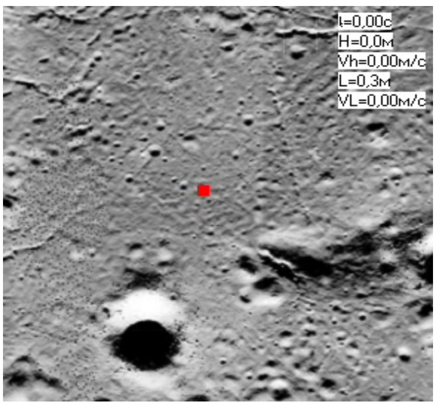


Рис. 12. Посадка под контролем оператора

XI. Заключение

1. Рассмотрена одна из возможных концепций организации лунных экспедиций, в которой интегрирование лунных одноразовых и многоразовых модулей осуществляется на высокой окололунной орбите (HLO). Предложен состав и функциональное назначение каждого из модулей.

2. Рассмотрена схема перелетов посадочных модулей с HLO на промежуточную низкую орбиту (LLO), перехода на спусковую орбиту, посадки в заданную точку Луны и возвращения на ОС.

3. Определена идеология «грубого» управления посадкой в заданную точку, в которой прохождение трассы посадочного витка через точку посадки определяется моментом схода с HLO, а обеспечение завершения гашения скорости лунного взлетно-посадочного комплекса (ЛВПК) над заданной точкой посадки определяется моментом схода с LLO.

4. Определена идеология реализации оптимального по расходу спуска с LLO в заданную точку посадки, определена минимально возможная величина тормозного импульса для выполнения посадки.

5. Определены алгоритмы квазиоптимальной посадки на участке торможения по измерениям от лунных навигационных спутников, близкой по величине тормозного импульса к оптимальной посадке. Исследована зависимость тормозного импульса от соотношения тяги двигателя и массы ЛВПК.

6. Определены алгоритмы «точного» управления продольной и боковой дальностью на конечном участке спуска.

7. Проведено сравнение экономической эффекта, достигаемого от реализации управления за счет группировки ЛНС, со стоимостью разработки и развертывания самой системы ЛНС. Показано что экономический эффект только в рамках одной экспедиции и посадки ЛВПК более чем в пять раз превышает затраты на создание окололунной навигационной системы.

8. Разработаны идеология и алгоритмы контроля обеспечения прилунения со стороны оператора, обеспечивающие возможность визуальной оценки пригодности места посадки с точки зрения безопасности прилунения и, при необходимости, возможность вмешательства оператора в процесс управления для реализации смещения точки прилунения на безопасную площадку.

Литература

[1] Основные положения Основ государственной политики Российской Федерации в области космической деятельности на период до 2030 года и дальнейшую перспективу (утв. Президентом РФ от 19.04.2013 N Пр-906).

[2] Wang, X., Mao, L., Yue, Y., Zhao, J., Manned lunar landing mission scale analysis and flight scheme selection based on mission architecture matrix, *Acta Astronautica* (2018), DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.08.032.

[3] Williams, J., Lee, D.E., Whitley, R.L., Bokelmann, K.A.,. Davis, D.C, and Berry, C.F., Targeting Cislunar Near Rectilinear Halo Orbits for Human Space Exploration, Paper No. AAS 17-267, AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, San Antonio, Texas, February 2017.

[4] Cheatham, Donald C., and Bennett, Floyd V., Apollo Lunar Module Landing Strategy. Presented at the Apollo Lunar Landing Mission Symposium, June 25–27, 1966. NASA TM X-58006, 1966, pp. 175–240.

[5] Михайлов Н.В. Автономная навигация космических аппаратов при помощи спутниковых радионавигационных систем. СПб.: Политехника, 2014. 362 с.

[6] Микрин Е.А., Михайлов М.В. Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С. 357.

[7] Чеботарев В.Е., Кудымов В.И., Звонарь В.Д., Внуков А.А., Владимиров А.В. Концепция окололунной навигации. Исследования наукограда. 2014. № 4 (10). С. 14-20.

[8] Микрин Е.А., Михайлов М.В., Орловский И.В., Рожков С.Н., Семёнов А.С., Краснопольский И.А. Навигация окололунных космических аппаратов по измерениям от навигационных систем ГЛОНАСС, GPS, GALILEO, BEIDOU // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. № 3 (106). С. 3–17.

[9] Микрин Е.А., Михайлов М.В., Орловский И.В., Рожков С.Н., Краснопольский И.А. Спутниковая навигация окололунных космических аппаратов и объектов на поверхности Луны // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №1. С. 22–32. DOI: 10.17285/0869-7035.2019.27.1.022-032.

[10] Barker, M.K., Mazarico, E., Neumann, G.A., Zuber, M.T., Haruyama, J., Smith, D.E. A new lunar digital elevation model from the Lunar Orbiter Laser Altimeter and SELENE Terrain Camera, *Icarus*, vol. 273, pp. 346–355. http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2015.07.039.

[11] Daily Cover. Apollo 11's 50th Anniversary: The Facts And Figures Behind The $152 Billion Moon Landing. Forbes. https://www.forbes.com/sites/alexknapp/2019/07/20/apollo-11-facts-figures-business/#31a3b3043377.

Контроль и адаптивно-робастная защита целостности инерциально-спутниковых наблюдений

А.В. Чернодаров
ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт»
Москва, Россия,
e-mail: chernod@mail.ru

***Аннотация*—Работа посвящена проблеме повышения достоверности контроля и локализации нарушений в инерциально-спутниковых навигационных системах. Предлагаемые решения проблемы опираются на декомпозицию диагностических моделей таких систем и применение комбинированных статистических критериев. Приводятся и анализируются результаты натурных экспериментов с интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системой БИНС-500НС.**

Ключевые слова*—*инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система, информационная целостность, контроль, обобщенный фильтр Калмана

I. Введение

Современное состояние бортового оборудования характеризуется применением навигационных комплексов (НК) нового поколения. Ядром таких НК являются интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы (ИСНС) [1, 2]. Интеграция основана на различии спектральных характеристик ошибок бесплатформенных инерциальных (БИНС) и спутниковых (СНС) навигационных систем. В БИНС такие ошибки лежат в низкочастотной, а в СНС – в высокочастотной области спектра. Однако в практических применениях возникают трудности спутниковой поддержки БИНС, связанные с нестабильностью информации от СНС по следующим причинам [3]:

- естественные и имитационные помехи;
- переотражение сигналов;
- пропадание сигналов из-за затенений и в туннелях;
- появления аномальных сигналов при изменении спутниковых созвездий и плохом геометрическом факторе.

Использование аномальных сигналов при формировании инерциально-спутниковых наблюдений может привести к нарушению информационной целостности [3–6] ИСНС, когда при аппаратурной исправности получаемые оценки навигационных параметров являются недостоверными. Поэтому возникает задача обнаружения и парирования аномальных наблюдений, а также локализации связанных с такими наблюдениями систем и их адаптации к текущей помеховой обстановке. Информационная целостность опирается на решение указанной задачи для защиты НК от недостоверной информации, которая может поступать от СНС и БИНС.

В настоящее время для контроля информационной целостности СНС применяются следующие аппаратные (*) и аналитические (**) средства:

* избыточное количество каналов первичных спутниковых измерений [6,7];

* адаптивные антенные решетки [5];

** информация БИНС [9,10] и других систем [30].

Следует отметить, что имитационные помехи, как правило, не обнаруживаются аппаратными средствами [11, 12]. В то же время при использовании БИНС для контроля информационной целостности СНС полагается, что инерциальная информация является достоверной [9,10]. Поэтому при комплексировании инерциальных и спутниковых навигационных систем возникает необходимость селекции нарушений в указанных системах.

Цель работы – повышение точностных характеристик ИСНС на основе локализации и парирования аномальных наблюдений, а также настройки параметров оценивающего фильтра на текущую помеховую обстановку.

II. Инерциально-спутниковая навигационная система как объект исследований

БИНС в структуре ИСНС является типовой наблюдаемой динамической системой (ДС), которая в общем виде описывается следующими уравнениями:

- уравнением БИНС

$$\dot{Y}_{\text{р}}(t) = F[Y_{\text{р}}(t)] + G(t)\xi(t)\,; \tag{1}$$

- моделью ошибок БИНС

$$dx / dt = \dot{x}(t) = A(t)x(t) + G(t)\xi(t)\,; \tag{2}$$

- сигналами наблюдения

$$Z(t) = h[Y_{\text{р}}(t)] - h[Y(t)]_{\text{СНС}}\,; \tag{3}$$

- моделью сигналов наблюдений

$$Z(t) = H(t)x(t) + \vartheta(t), \quad (4)$$

где $Y(t)$ – вектор параметров движения; $Y_p(t)$ – вектор параметров БИНС; $x(t) = \Delta Y(t) = Y_p(t) - Y(t)$ – вектор ошибок БИНС; $A(t) = \partial F[Y(t)]/\partial Y\big|_{Y(t)=Y_p(t)}$ – матрица коэффициентов, характеризующих динамику изменения ошибок БИНС; $\xi(t) = [\xi_1(t)\ldots\xi_r(t)]^T$ – вектор возмущений в БИНС, характеризующийся ковариационной матрицей $M[\xi(t)\xi^T(t-\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau)$; $\delta(t-\tau)$ – дельта-функция; $M[\ldots]$ – оператор математического ожидания; $G(t)$ – матрица интенсивностей возмущений; $H(t) = \left.\dfrac{\partial h[Y(t)]}{\partial Y}\right|_{Y(t)=Y_p(t)}$ – матрица связи наблюдаемых параметров с вектором ошибок БИНС; $\vartheta(t)$ – вектор возмущений в канале наблюдений, имеющий ковариационную матрицу $M[\vartheta(t)\vartheta^T(t-\tau) = R(t)\delta(t-\tau)$.

Дискретное представление уравнения (2) имеет вид

$$x_i = \Phi_i x_{i-1} + \Gamma_i \xi_{i-1}, \quad (5)$$

где Φ_i – переходная матрица для вектора ошибок, определяемая из решения дифференциального уравнения $\dot{\Phi}(t) = A(t)\Phi(t, t_{i-1})$ при $\Phi(t_{i-1}, t_{i-1}) = E$; E – единичная матрица соответствующей размерности; $x_i = x(t_i)$; Γ_i – переходная матрица для вектора возмущений ξ_i.

Типовая схема ИСНС с контуром формирования инерциально-спутниковых наблюдений для оценки вектора ошибок БИНС представлена на рис. 1, где ОФК – обобщенный фильтр Калмана [13]; ПК – преобразователь координат; $\wedge$ – символ оценки.

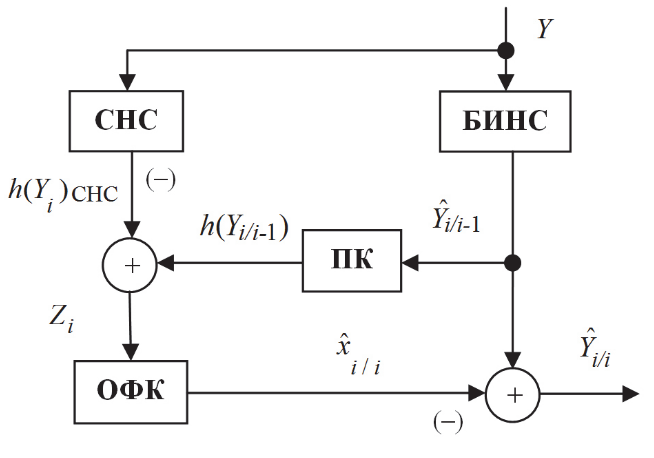


Рис. 1. Типовая схема ИСНС

Контроль информационной целостности может быть основан на оценивании ошибок ИСНС. Однако в этом случае каждому множеству состояний ИСНС необходимо будет ставить в соответствие свои уравнения вида (2). Кроме того, возникает задача согласования текущего состояния ИСНС с соответствующей моделью из «банка» оценивающих фильтров [4, 13], что трудно реализуемо на практике. Поэтому алгоритмы контроля целесообразно строить на основе уравнений вида (3), настроенных на исправное состояние ИСНС. С учетом этого могут быть сформированы диагностические параметры, которые должны отражать отклонение реального состояния ИСНС от исправного. Указанные параметры выбираются так, чтобы для них можно было обосновать формализованные допуски.

III. Контроль наблюдений по критерию χ^2

Статистические свойства ОФК позволяют сформировать диагностические параметры на базе вектора невязок

$$\nu_i = Z_i - H_i \hat{x}_{i/i-1} = [\nu_{1(i)} \nu_{2(i)} \ldots \nu_{j(i)} \ldots \nu_{l(i)}]^T, \quad (6)$$

где $\hat{x}_{i/i-1} = \Phi_i \hat{x}_{i-1/i-1}$ – прогнозируемая оценка на i-м шаге по $(i-1)$-м наблюдениям Z_{i-1}.

Известно [14, 15], что для ДС, модель ошибок которой настроена на исправное состояние, вектор невязок имеет гауссовское распределение с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей α_i, т.е.

$$\nu_i \in N(0, \alpha_i). \quad (7)$$

Учитывая принцип ортогональности оптимальных оценок $M[e_i \vartheta_i^T] = 0$, можно показать [15], что

$$\alpha_i = M[\nu_i \nu_i^T] = H_i P_{i/i-1} H_i^T + R_i, \quad (8)$$

где $e_i = x_i - \hat{x}_{i/i-1}$;

$P_{i/i-1} = M[e_i e_i^T] = \Phi_i P_{i-i/i-1} \Phi_i^T + \Gamma_i Q_{i-1} \Gamma_i^T$ – прогнозируемая ковариационная матрица.

Применение традиционного ОФК предполагает одновременную обработку всех элементов вектора наблюдения Z_i с учетом прогнозных значений оценок $\hat{x}_{i/i-1}$. Поэтому для контроля состояния ДС необходимо было бы проверять, является ли вектор ν_i l-мерной гауссовской последовательностью. Однако на практике решение данной задачи затруднительно. В связи с этим на базе вектора невязок формируют более компактные в вычислительном отношении диагностические параметры. Такие параметры опираются на следующую свертку вектора невязок ν_i с помощью ковариационной матрицы α_i:

$$J_i = \nu_i^T \alpha_i^{-1} \nu_i. \quad (9)$$

В квадратичной форме (9) элементы матрицы α_i рассматриваются как нормирующие коэффициенты, учитывающие информацию о требуемых статистических характеристиках ДС.

Можно показать [16], что если вектор невязок ν_i имеет гауссовское (нормальное) распределение, то квадратичная форма (9) имеет распределение χ^2 с l степенями свободы

$$J_i \in \chi^2(l, 2l)\,, \tag{10}$$

т.е. размерность вектора невязок l равна математическому ожиданию параметра J_i и половине его дисперсии.

Таким образом, соотношение (10) определяет необходимое условие правильного функционирования ДС. Поскольку квадратичная форма J_i объединяет все l элементов вектора невязок ν_i, то ее можно рассматривать в качестве обобщенного параметра состояния ДС. Правильному функционированию ДС можно поставить в соответствие область допустимых значений параметра J_i. При обосновании допуска на указанный параметр необходимо учитывать числовые характеристики для распределения χ^2 и заданный уровень значимости для критерия качества контроля. При реализации этих требований могут быть использованы свойства квантиля $a(l)$ для распределения χ^2, а именно

$$P\{J_i > J_{T,\, a(l)}\}\,, \tag{11}$$

где $J_{T,\, a(l)}$ – табличное значение параметра J_i для заданного квантиля $a(l)$ и числа степеней свободы l; $a(l)$ – квантиль порядка a, $a \in (0, 1)$.

Анализ табличных данных показывает, что с достаточно высокой точностью квантиль (11) отражает правило трех сигм. Такое правило применяется при обработке нормально распределенных скалярных случайных величин и сводится к следующему. Нормально распределенная случайная величина ξ с большой вероятностью принимает значения, близкие к своему математическому ожиданию, а именно [17]:

$$P\{|\xi - \mathrm{M}[\xi[| \geq k\sigma\} = \begin{cases} 0.3173..., & k = 1; \\ 0.0455..., & k = 2; \\ 0.0027..., & k = 3. \end{cases} \tag{12}$$

При k=3 соотношение (12) отражает правило 3σ для нормального закона распределения.

По аналогии с правилом (12) и с учетом квантиля 0.02(l) [18] можно утверждать, что с доверительной вероятностью 0,98 необходимым условием принадлежности параметра J_i к распределению χ^2 является следующее:

$$J_i \leq \gamma_l^2 = M[J_i] + 3\sqrt{D[J_i]} = l + 3\sqrt{2l}\,, \tag{13}$$

где $D\,[\ldots]$ – оператор дисперсии.

Таким образом, величина γ_l^2 определяет область допустимых значений параметра J_i при правильном функционировании ДС. С учетом допуска γ_l^2 контроль ДС по обобщенному параметру на основе критерия χ^2 сводится к проверке следующих условий:

$$\begin{cases} \text{если } J_i \leq \gamma_l^2\,, \text{ в ДС нет нарушений;} \\ \text{если } J_i > \gamma_l^2\,, \text{ в ДС есть нарушения.} \end{cases} \tag{14}$$

Контроль по обобщенному параметру J_i позволяет оценить состояние ДС в целом, без анализа, по какому из параметров вектора наблюдений наиболее вероятно произошло нарушение. Такой подход является типовым [7, 14] при контроле целостности ИСНС. На практике возникает необходимость оценки состояния ИСНС по каждому из элементов вектора Z_i, т.е. выполнить диагностирование ИСНС с глубиной до наблюдаемого параметра.

IV. Диагностика наблюдений по критерию χ^2

Задача диагностирования может быть решена, если ошибки наблюдений статистически независимы (некоррелированы), т.е. матрица R_i в соотношении (8) является диагональной. Если наблюдения взаимно коррелированы, то выполняется их предварительная декомпозиция [16]. С учетом этого представляется возможным выполнять поканальную (поэлементную) обработку вектора невязок (6) и анализировать состояние каждого из l измерительных каналов. Например, для контроля j-го измерительного канала может быть использована нормированная невязка $\beta_j = \nu_j / \sqrt{\alpha_j}$. Невязка ν_j представляет собой разность $\nu_j = z_j - \hat{z}_j$ между реальным z_j и прогнозируемым $\hat{z}_j = H_j \hat{m}_j$ значениями наблюдений, где m_j, $\hat{x}_{i/i}$ – оценки вектора ошибок ДС x_i на i-м шаге после обработки соответственно j-го элемента и всего вектора наблюдений Z_i; H_j – вектор – строка коэффициентов связи;

$$\alpha_j = H_j M_{j-1} H_j^T + R_j\,;\; j = \overline{1, l}\,;\; M_0 = P_{i/i-1}\,. \tag{15}$$

Статистические свойства параметра β_j^2 могут быть использованы для построения решающих правил. По аналогии с обобщенным параметром (9) при l=1 может быть сформировано необходимое условие правильного функционирования ДС по каждому из каналов наблюдений, а именно

$$\beta_j^2 \in \chi^2(1, 2)\,, \qquad (16)$$

или по правилу 3σ для квантиля $a(1) = 0.02$:

$$\beta_j^2 \le \gamma_1^2 = M[\beta_j^2] + 3\sqrt{D[\beta_j^2]} = 1 + 3\sqrt{2} \cong 5.2\,.$$

Опираясь на справочник [18], можно утверждать, что для квантилей $a(1) = 0.01$ и $a(1) = 0.001$ допуски будут иметь значения ≈7.6 и ≈ 11.8 соответственно.

С учетом допуска γ_1^2 диагностирование ДС по критерию χ^2 сводится к проверке следующих условий:

$$\begin{cases} \text{если } \beta_j^2 \le \gamma_1^2 \text{, в } j\text{-м наблюдении нет нарушений;} \\ \text{если } \beta_j^2 > \gamma_1^2 \text{, в } j\text{-м наблюдении есть нарушения.} \end{cases} \qquad (17)$$

Декомпозиция невязок позволяет применить скалярные критерии согласия для повышения достоверности контроля.

V. Диагностика наблюдений по критерию ϑ^2

Применение критерия χ^2 позволяет обнаруживать текущие нарушения в ДС. На практике возникает также необходимость накапливать и анализировать информацию о функционировании ДС за определенный период времени. На основе ретроспективных данных могут определяться соответствующие диагностические параметры. Технология последовательной обработки элементов вектора наблюдений позволяет формировать такие параметры по выборке невязок на скользящем временном интервале. Для этого могут быть использованы эргодические свойства ОФК, априорно настроенного на правильное функционирование ДС, и дисперсии невязок для каждого наблюдения. Прогнозируемое значение дисперсии α_j в j-м наблюдении в i-й момент времени определяется по соотношению (15), а ее оценка $\hat{\alpha}_{j(i)}$ – по выборке невязок, т.е.

$$\hat{\alpha}_{j(i)} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=i-N+1}^{i}[\nu_{j(k)} - \bar{\nu}_{j(i)}]^2; \qquad j = \overline{1, l}\,,$$

где $\bar{\nu}_{j(i)} = \frac{1}{N}\sum_{k=i-N+1}^{i}\nu_{j(k)}$ – оценка математического ожидания невязки в j-м наблюдении в i-й момент времени; N – количество отсчетов невязки на скользящем временном интервале $T = [t_{i-N+1}, t_i]$.

В качестве параметра, характеризующего состояние ДС на временном интервале T, может быть принято отношение реальной и прогнозируемой дисперсий

$$F_j = \hat{\alpha}_j / \alpha_j\,. \qquad (18)$$

Известно [16], что при выполнении условия (19) параметр (18) имеет распределение ϑ^2 (распределение Фишера), а именно

$$F_j \in \vartheta^2(a, b)\,, \qquad (19)$$

где $a = \frac{N}{N-2}$; $b = \frac{4N(N-1)}{(N-2)^2(N-4)}$ – табулированные значения математического ожидания и дисперсии для параметра F_j.

Используя правило 3σ, для квантиля $a = 0.02$ условие (19) может быть представлено в виде

$$F_j \le \eta_1^2 = M[F_j] + 3\sqrt{D[F_j]} = a + 3\sqrt{b}\,. \qquad (20)$$

С учетом допуска η_1^2 диагностирование ДС по критерию ϑ^2 сводится к проверке следующих условий:

$$\left.\begin{array}{l} F_j \le \eta_1^2 \text{, в } j\text{ – м наблюдении на интервале} \\ \qquad T = [t_{i-N+1}, t_i] \text{ не было нарушений;} \\ F_j > \eta_1^2 \text{ в } j\text{ – м наблюдении на интервале} \\ \qquad T = [t_{i-N+1}, t_i] \text{ были нарушения.} \end{array}\right\} \qquad (21)$$

Процедура (21) дополняет проверку (17) в интересах повышения достоверности диагностирования.

VI. Диагностика наблюдений по комбинированному критерию χ^2/ϑ^2

ИСНС является типовой ДС, поэтому для нее справедливы процедуры контроля (17), (21). В то же время при контроле инерциально-спутниковых наблюдений возникает задача различения нарушений в БИНС и СНС. Решение указанной задачи может быть основано на комплексировании критериев χ^2 и ϑ^2. Аномальные сигналы, связанные с СНС, являются, как правило, импульсными. На рис. 2 показаны типовые ошибки СНС [19]. В то же время нарушения, связанные с БИНС, являются постепенными и медленно меняющимися из-за ухудшения точностных характеристик чувствительных элементов: гироскопов и акселерометров.

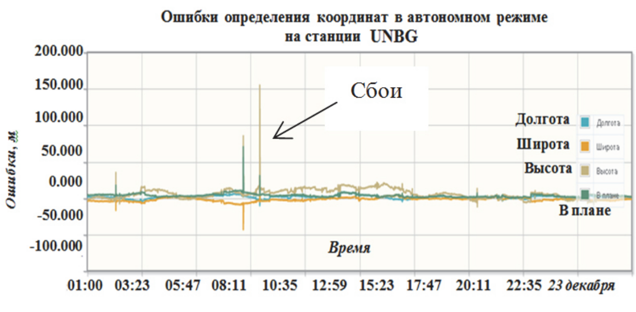


Рис. 2. Типовые ошибки СНС

Контроль по критерию χ^2 позволяет обнаруживать как аномальные наблюдения, так и постепенные нарушения. Диагностический параметр F_j, формируемый по критерию ϑ^2, определяется по множеству невязок ν_j на скользящем временном интервале. Сбойные сигналы, используемые для вычисления такого параметра, усредняются и несущественно влияют на результаты контроля по критерию ϑ^2. В то же время постепенные нарушения, характеризующиеся постоянными смещениями невязок относительно их номинальных значений, приводят к отклонению параметра F_j от допуска. Поэтому, если нарушение в j-м наблюдении выявляется по обоим критериям, то оно наиболее вероятно связано с БИНС, если только по критерию χ^2, то с СНС.

Парирование нарушений в ИСНС сводится к следующему алгоритму адаптивно-робастной обработки наблюдений:

- при отсутствии нарушений невязка ν_j обрабатывается с помощью ОФК;
- аномальные наблюдения, выявленные по критерию χ^2, исключаются из обработки или обрабатываются с коэффициентами робастного доверия [16, 20];
- нарушения, выявленные по обоим критериям χ^2 и ϑ^2, парируются путем адаптации параметров ОФК к реальным измерительным процессам в БИНС, а именно: при обработке j-го наблюдения и нарушении условия (20) из соотношений (18) и (20) определяется приращение $\Delta\alpha_j$, корректирующее в алгоритме ОФК дисперсию невязки (15) относительно допуска η_1^2 [21]:

$$\Delta\alpha_j = (\hat{\alpha}_j - \eta_1^2\alpha_j)/\eta_1^2;\ \alpha_j := \alpha_j + \Delta\alpha_j. \qquad (22)$$

Представленная технология контроля наблюдений позволяет обнаруживать только естественные для БИНС и СНС помехи. В то же время возникает необходимость обнаруживать и парировать имитационные помехи типа «spoofing» [8–10]. Можно показать, что рассмотренные диагностические процедуры могут быть применены для локализации имитационных помех.

VII. Диагностика имитационных помех наблюдений

A. Диагностика на основе приращений сигналов

Имитационные помехи связаны, как правило, со смещениями навигационных параметров относительно их истинных значений. Поэтому такие помехи могут быть обнаружены с помощью диагностических параметров, формируемых по критерию ϑ^2. Однако в этом случае возникает задача идентификации системы, из-за которой нарушилось условие (20). Решение такой задачи может быть основано на использовании в системе контроля дополнительных диагностических параметров, формируемых по приращениям наблюдений, в которых смещения удаляются.

В ИСНС типовым является индикаторный режим [22] коррекции БИНС по инерциально-спутниковым наблюдениям, который имеет вид:

прогноз: $m_0 = \hat{x}_{i/i-1} = \Phi_i \hat{x}_{i-1/i-1}$;

коррекция: $m_j = m_{j-1} + K_j \nu_j$; $j = \overline{1,l}$;

$$\hat{x}_{i/i} = m_l;\ \hat{Y}_{i/i} = \hat{Y}_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i},$$

где $\hat{x}_{i/i}$ – скорректированная оценка на i – м шаге по i наблюдениям Z_i; K_i – коэффициент усиления ОФК.

В таком режиме коррекции ошибки БИНС имеют возрастающий, колебательный характер. В то же время имитационные помехи СНС имеют, как правило, характер постоянных смещений. Для приращений наблюдений диагностический параметр для критерия ϑ^2 будет иметь вид

$$\tilde{F}_j = \hat{\tilde{\alpha}}_j / \tilde{\alpha}_j, \qquad (23)$$

где $$\tilde{z}_j = z_{j(i)} - z_{j(i-1)}; \qquad (24)$$

$$\tilde{\nu}_j = \tilde{z}_j - \tilde{H}_j m_j;\ \bar{\tilde{\nu}}_{j(i)} = \frac{1}{N}\sum_{k=i-N+1}^{i} \tilde{\nu}_{j(k)};$$

$$\hat{\tilde{\alpha}}_{j(i)} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=i-N+1}^{i} [\tilde{\nu}_{j(k)} - \bar{\tilde{\nu}}_{j(i)}]^2;$$

$$\tilde{H}_j = H_{j(i)} - H_{j(i-1)}\Phi_i^{-1};$$

$$\tilde{\alpha}_j = \tilde{H}_j M_{j-1} \tilde{H}_j^T + 2R_j;\ j = \overline{1,l};$$

Φ_i^{-1} – обратная переходная матрица, определяемая из решения дифференциального уравнения

$\dot{\Phi}^{-1}(t, t_{i-1}) = -\dot{\Phi}^{-1}(t, t_{i-1})A(t)$ при $\Phi^{-1}(t_{i-1}, t_{i-1}) = E$.

Парирование имитационных помех в ИСНС сводится к следующему алгоритму обработки наблюдений с помощью ОФК:

- если $F_j > \eta_1^2$ & $\tilde{F}_j > \eta_1^2$, то нарушения в БИНС и $\alpha_j := \alpha_j + \Delta\alpha_j$;
- если $F_j > \eta_1^2$ & $\tilde{F}_j < \eta_1^2$, то нарушения в СНС и $z_j := \tilde{z}_{j(i)}$; $\alpha_j := \tilde{\alpha}_j$.

Алгоритмы диагностирования, рассмотренные в п. IV – VII – A, выполняются в «прямом» (фильтрация) времени и позволяют обнаруживать нарушения с глубиной до элемента вектора наблюдений.

B. Обратная диагностика наблюдений

Диагностирование ИСНС с глубиной до элементов вектора состояния (ВС) может быть выполнено на основе совместной обработки сигналов наблюдений в «прямом» (фильтрация) и «обратном» (сглаживание) времени. Причем на этапе сглаживания множество элементов ВС может быть расширено относительно базового ВС, формируемого при фильтрации. В вектор состояния ИСНС могут быть дополнительно включены ошибки СНС.

Обобщенные параметры, реагирующие на разладку оценок ВС, конструктивно входят в следующую квадратичную форму:

$$J_i = \nu_{i/N}^T \Delta P_i^{-1} \nu_{i/N}, \qquad (25)$$

где $\nu_{i/N} = \delta_{f(i)} - \delta_{s(i)} = \Phi_{i+1}^{-1} x_{i+1/N} - x_{i/i}$;

$\delta_{f(i)} = x_i - \hat{x}_{i/i}$;

$\delta_{s(i)} = \Phi_{i+1}^{-1}(x_{i+1} - \hat{x}_{i+1/N})$;

$\Delta P_i = P_{i/i} + \Phi_i^{-1} P_{i+1/N} \Phi_i^{-T}$;

$\hat{x}_{i/i}, \hat{x}_{i/N}$ – оценки ВС x_i в i-й момент времени по i наблюдениям, полученные соответственно на этапах фильтрации и сглаживания; $P_{i/i}, P_{i/N}$ – ковариационные матрицы указанных оценок; $\Phi^{-T} = (\Phi^{-1})^T$.

Устойчивое сглаживание ($|\delta| < 3\sigma$), отражающее отсутствие аномальных сигналов наблюдений, характеризуется следующими распределениями невязки $\nu_{i/N}$ и квадратичной формы $J_{s(i)}$:

$$\nu_{i/N} \in N(0; \Delta P_i); \qquad J_{s(i)} \in \chi^2(n; 2n),$$

где n – размерность ВС.

С учетом статистических свойств распределения χ^2 и правила 3σ могут быть сформированы необходимые условия кондиционных наблюдений (отсутствие аномальных сигналов) ВС в целом $J_{s(i)} \le n + 3\sqrt{2n}$ и j-го элемента ВС, в частности

$$J_{s(i/j)} = J_{s(i/j-1)} + \tilde{\nu}_{i/N(j)}^2 / \Delta D_{i(j)} \le \gamma_j^2 = j + 3\sqrt{2j}, \qquad (26)$$

где $\tilde{\nu}_{i/N} = \Delta U_i^{-1} \nu_{i/N}$; $j = \overline{1, n}$; $\Delta U_i^{-1}; \Delta D_i^{-1}$ – соответственно верхняя треугольная с единичной диагональю и диагональная матрицы, получаемые путем ортогонального преобразования

$$\Delta P_i^{-1} = \Delta U_i^{-T} \Delta D_i^{-1} \Delta U_i^{-1}; \qquad (27)$$

$\Delta D_{i(j)}^{-1}$ – j-й элемент диагональной матрицы ΔD_i^{-1}.

С учетом разложения (27) и свойств статистики Фишера [17]

$$F_{s(j)} = \frac{\hat{\alpha}(i/j)}{\Delta D(i/j)} \in \vartheta^2(a, b)$$

может быть сформировано необходимое условие работоспособного состояния ИСНС ДС по j-му элементу ВС:

$$F_{s(j)} \le \eta_j^2 = a + 3\sqrt{b}, \qquad (28)$$

где $\hat{\alpha}(i/j)$ – оценка дисперсии невязки $\tilde{\nu}_{i/N(j)}$ на скользящем временном интервале.

Реализация соотношений (25), (27) требует обращения ковариационных матриц. Указанные вычислительно неустойчивые операции могут быть исключены при включении процедур диагностирования в структуру *U-D* алгоритмов сглаживания [16, 23].

Интерполяция: $m_0 = \tilde{x}_{(i/i+1)N} = \Phi_{i+1}^{-1} \hat{x}_{(i+1/i+1)N}$;

$$\nu_{i/N} = \tilde{x}_{(i/i+1)N} - \hat{x}_{i/i};$$

$$MWGS \begin{cases} \overline{W}_0 = [\Phi_{i+1}^{-1} U_{i+1/N} \vdots \Phi_{i+1}^{-1} \Gamma_{i+1}] \\ \overline{D}_0 = diag(D_{i+1/N}, Q_i) \end{cases} \to \begin{matrix} \tilde{U}_0 \\ \tilde{D}_0 \end{matrix};$$

Сглаживание: $f_j = \overline{U}_j^{-1} \tilde{U}_{j-1}$; $V_j = \tilde{D}_j f_j^T$;

$$\alpha_j = f_j V_j + D_{jj}; \; \tilde{K}_j = \tilde{U}_{j-1} V_j / \alpha_j;$$

$$MWGS \begin{cases} \overline{W}_j = [(\tilde{K}_j f_j - \tilde{U}_{j-1}) \vdots \tilde{K}_j] \\ \overline{D}_j = diag(\tilde{D}_{j-1}; D_{jj}) \end{cases} \to \begin{matrix} \tilde{U}_j \\ \tilde{D}_j \end{matrix};$$

$$K_j = \tilde{U}_j \tilde{D}_j \tilde{U}_j^T \overline{U}_j^{-T} D_j^{-1};$$

$$\tilde{\nu}_{i/N(j)} = \overline{U}_j^{-1} \nu_{i/N};$$

$$m_j = m_{j-1} - K_j \tilde{\nu}_j; \; j = \overline{1, n};$$

$$\hat{x}_{i/N} = m_n; \; U_{(i/i)N} = \tilde{U}_n; \; D_{(i/i)N} = \tilde{D}_n,$$

где $\overline{U}_j^{-1}$ – j-я строка матрицы $U_{i/i}^{-1}$; D_j^{-1} – j-й элемент диагональной матрицы $D_{i/i}^{-1}$; *MWGS* – процедура ортогонального преобразования [16,24] совокупности матриц – прямоугольной $\overline{W}_j$ размерности $n\times(n+r)$ и диагональной $\overline{D}_j$ размерности $(n+r)\times(n+r)$ – в совокупность матриц – верхней треугольной $\widetilde{U}_j$ с единичными диагональными элементами и диагональной $\widetilde{D}_j$ размерности $n\times n$; n – размерность вектора состояния.

Для реализации *U-D* алгоритма сглаживания необходимо определять $U_{i/i}^{-1}$, $D_{i/i}^{-1}$ компоненты апостериорной ковариационной матрицы ошибок оценивания $P_{i/i}^{-1}$. Для этого в *U-D* алгоритм фильтрации [16] дополнительно включаются следующие процедуры.

Прогноз: $U_0^{-T} = \Phi_i^{-T} U_{i-1/i-1}^{-T}$; $D_0^{-1} := D_{i-1/i-1}^{-1}$;

$$f_j = \Gamma_j U_{j-1}^{-T};\ V_j = D_{j-1}^{-1} f_j^T;$$

$$V_j = D_{j-1}^{-1} f_j^T;\ \ K_j = U_{j-1}^{-T} V_j / (f_j V_j + Q_{jj}^{-1});$$

$$MWGSL \begin{Bmatrix} \widetilde{W}_j = [K_j f_j - U_j^{-T} \vdots K_j] \\ \widetilde{D}_j = diag(D_j^{-1}, Q_{jj}^{-1}) \end{Bmatrix} \to \begin{matrix} U_j^{-T} \\ D_j^{-1} \end{matrix};\ j = \overline{1,r};$$

Коррекция: $U_0^{-T} := U_{i/i-1}^{-T} = U_r^{-T}$; $D_0^{-1} := D_{i/i-1}^{-1} = D_r^{-1}$;

$$MWGSL \begin{Bmatrix} \widetilde{W}_j = [U_{j-1}^{-T} \vdots H_j^T] \\ \widetilde{D}_j = diag(D_{j-1}^{-1}, R_j^{-1}) \end{Bmatrix} \to \begin{matrix} U_j^{-T} \\ D_j^{-1} \end{matrix};\ j = \overline{1,l};$$

$$U_{i/i}^{-T} = U_l^{-T};\ D_{i/i}^{-1} = D_l^{-1},$$

где *MWGSL* – аналогичная *MWGS* процедура формирования матриц: нижней треугольной с единичными диагональными элементами U_j^{-T} и диагональной D_j^{-1}.

Обратная диагностика выполняется при обнаружении нарушений, выявленных в «прямом времени».

Возможная схема контроля информационной целостности инерциально-спутниковых наблюдений может быть основана на включении в состав ИСНС дополнительных навигационных систем [21].

Контроль целостности ОФК может быть основана на адаптивно-робастных процедурах [25].

VIII. Анализ результатов исследований

A. Полунатурная отработка

В качестве объекта контроля рассматривается инерциально-спутниковая навигационная система БИНС-500НС [26] (см. рис. 3) разработки ООО «Экспериментальная мастерская «Наука-Софт» (Москва). Инерциальный измерительный модуль (ИИМ) системы БИНС-500НС выполнен на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) разработки НПК «Оптолинк» (Зеленоград). Частота обновления и регистрации данных на встроенную в систему флэш-память для ИИМ – 1кГц, для СНС ≤1Гц. Наличие встроенной флэш-памяти позволило получить и проанализировать зарегистрированные данные с учетом реальных условий эксплуатации. Кроме того, это позволило модернизировать и исследовать программно-математическое обеспечение (ПМО) на множестве траекторий и разработанных алгоритмов.

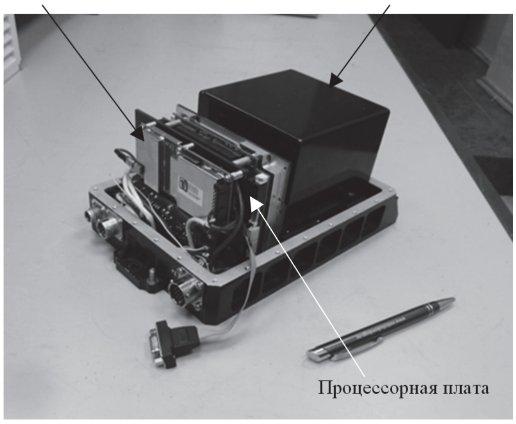


Рис. 3. Инерциально-спутниковая навигационная система БИНС-500НС

В системе БИНС-500НС реализованы следующие режимы работы.

Режим грубой начальной выставки реализуется на основе метода аналитического гирокомпасирования по выходным сигналам чувствительных элементов (ЧЭ) БИНС. По сигналам ЧЭ выполняется приближенное определение элементов соответствующей матрицы направляющих косинусов (МНК), а затем углов ориентации ИИМ относительно опорного навигационного трехгранника.

Режим точной начальной выставки реализуется на основе метода векторного согласования вычисленных по информации БИНС и априорно известных геофизических инвариантов:

$$Z_{\Theta(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} C_0^{\mathrm{T}}(\tau)\dot{\overline{\Theta}}(\tau)\,d\tau - [\,0 \vdots 0 \vdots \Omega\Delta t_i\,]^{\mathrm{T}};$$

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ТНВ}};$$

$$Z_{V(i)} = [V_\xi V_\eta V_\zeta]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{БИНС}},$$

где ТНВ – обозначение точки начальной выставки; $\dot{\overline{\Theta}} = [\dot{\Theta}_x \dot{\Theta}_y \dot{\Theta}_z]^{\mathrm{T}}$ – вектор выходных сигналов ВОГ; Ω – величина угловой скорости вращения Земли; $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ – шаг наблюдения; C_0 – МНК, характеризующая угловую ориентацию связанной с ИИМ системы координат относительно инерциальной; φ, λ – геодезические широта и долгота местоположения БИНС; $\overline{V} = [V_\xi V_\eta V_\zeta]^{\mathrm{T}}$ – вектор относительной скорости в проекциях на оси полусвободного в азимуте сопровождающего трехгранника $o\xi\eta\zeta$ [27].

Особенность указанного режима связана с реализацией «псевдосчисления» параметров ориентации и навигации по сигналам ЧЭ при неподвижном основании системы.

Режим инерциально-спутниковой навигации реализуется путем обработки с помощью ОФК следующих наблюдений:

$$Z_{K(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{СНС}};$$

$$Z_{V(i)} = C_1^T [V_\xi V_\eta V_\zeta]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}(i)} - [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{\text{СНС}(i)},$$

где C_1 – МНК, характеризующая взаимную угловую ориентацию опорного $o\xi\eta\zeta$ и геодезического $oENH$ трехгранников; h – высота над земным эллипсоидом.

Базовый вектор состояния БИНС включает 18 параметров, а именно: ошибки счисления составляющих вектора относительной скорости, ошибки счисления элементов кватернионов навигации и ориентации, угловые дрейфы ВОГ, смещения сигналов акселерометров, ошибку счисления высоты относительно земного эллипсоида.

Эксперименты проводились в наземных условиях с размещением оборудования в подвижной лаборатории на базе автомобиля. Циклограмма работы системы БИНС-500НС включала следующие этапы: грубая начальная выставка (t=0÷300с); точная начальная выставка (t=300÷760с); навигационный режим (t >760 с)

Некоторые результаты эксперимента по контролю и защите информационной целостности инерциально-спутниковых наблюдений в системе БИНС-500НС представлены на рис. 4–7. Результаты сравнительного анализа различных схем контроля получены на основе счисления параметров движения по зарегистрированным сигналам ЧЭ ИИМ и СНС.

На рис. 4 показана горизонтальная траектория движения испытательной лаборатории в городских условиях, где

$$\Delta\varphi_{\mathrm{R}} = [\varphi(t) - \varphi(t_0)]R; \quad \Delta\lambda_R = [\lambda(t) - \lambda(t_0)]R\cos\varphi;$$

R – величина радиуса-вектор местоположения ИСНС.

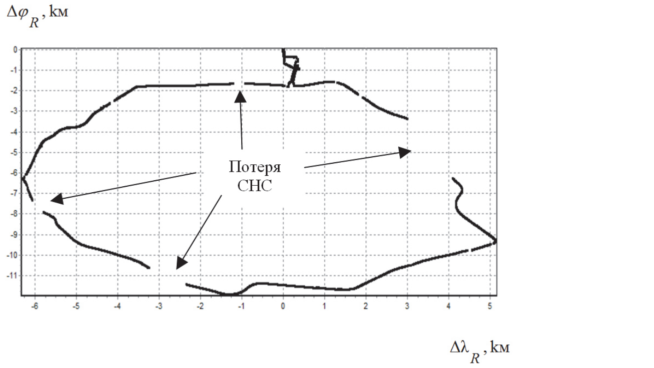


Рис. 4. Горизонтальная траектория движения испытательной лаборатории в городских условиях

На рис. 5–7 показаны круговые ошибки оценки местоположения БИНС ΔS в инерциально-спутниковом режиме, а именно: на рис. 5 – без контроля целостности наблюдений; на рис. 6 – с контролем целостности наблюдений и допуском $\gamma_1^2 = 11.8$; на рис. 7 – с контролем целостности наблюдений по комбинированному критерию χ^2/ϑ^2 и адаптивно-робастной настройкой ОФК, где

$$\Delta\hat{S} = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}; \; \delta\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{СНС}})R;$$

$$\delta\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{СНС}})R\cos\varphi_{\text{СНС}}.$$

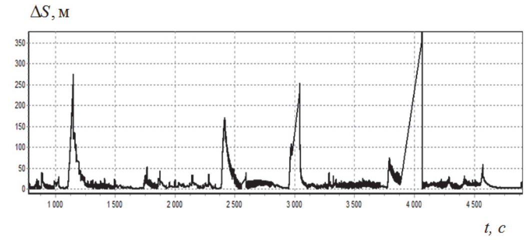


Рис. 5. Позиционная ошибка в инерциально-спутниковом режиме без контроля целостности наблюдений

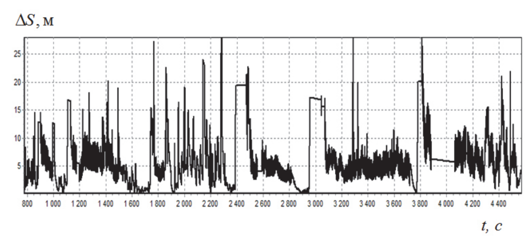


Рис. 6. Позиционная ошибка в инерциально-спутниковом режиме с контролем целостности наблюдений

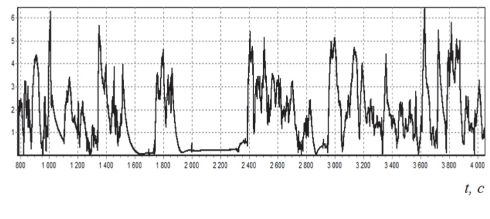


Рис. 7. Позиционная ошибка в инерциально-спутниковом режиме с контролем целостности наблюдений и адаптивно-робастной настройкой ОФК

Можно видеть, что реализация алгоритмов контроля информационной целостности наблюдений позволила не менее чем на порядок уменьшить круговую позиционную ошибку БИНС в автономном режиме навигации с периодической коррекцией от СНС. Добавление к таким алгоритмам адаптивных процедур настройки ОФК (22) позволило дополнительно уменьшить такую ошибку до единиц метров.

B. Математическое моделирование

В качестве объекта математического моделирования рассматривается одноканальная инерциальная навигационная система (ИНС) [28, 29]. Функционирование такой ИНС основано на моделировании маятника Шулера системой «гироскоп–акселерометр» (Г-А), которая обеспечивает инвариантность моделируемой вертикали к движению основания акселерометра относительно Земли при вычислении скорости и угловой координаты (например, географической широты φ). Для этого на датчик момента гироскопа подается сигнал, пропорциональный угловой скорости перемещения ИНС относительно земной поверхности $\dot{\varphi} = V / R$. При наблюдении вектора ошибок такой системы $x(t) = [\Delta V\ \delta\ \Delta a\ \Delta\omega]^T$ по сигналам скорости $z(t) = V_{ИНС}(t) - V_{СНС}(t)$ параметры уравнений (2), (4) будут иметь вид:

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & -g & 1 & 0 \\ 1/R & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/\tau_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau_\omega \end{bmatrix};$$

$$G(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a\sqrt{2/\tau_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega\sqrt{2/\tau_\omega} \end{bmatrix};$$

$$H(t) = [1\,0\,0\,0]^T,$$

где R – величина радиуса-вектора местоположения Г-А системы; g – ускорение силы тяжести; δ – угловая ошибка определения вертикали; ΔV – ошибка счисления скорости; Δa – ошибка акселерометра; $\Delta\omega$ – дрейф гироскопа; τ_a, τ_ω – соответственно время корреляции ошибки акселерометра и дрейфа гироскопа; σ_a, σ_ω – среднеквадратические значения ошибок соответственно акселерометра и гироскопа; $\Delta(...)$ – символ ошибки.

На рис. 8 и 9 представлены характерные результаты исследований алгоритма диагностирования ИНС по зарегистрированным данным. Моделировался отказ акселерометра на 500-й секунде, соответствующий имитационной помехе. Такой отказ косвенно проявляется в процессе фильтрации по каналу наблюдения скорости, когда обобщенный параметр β_V^2 превышает допуск.

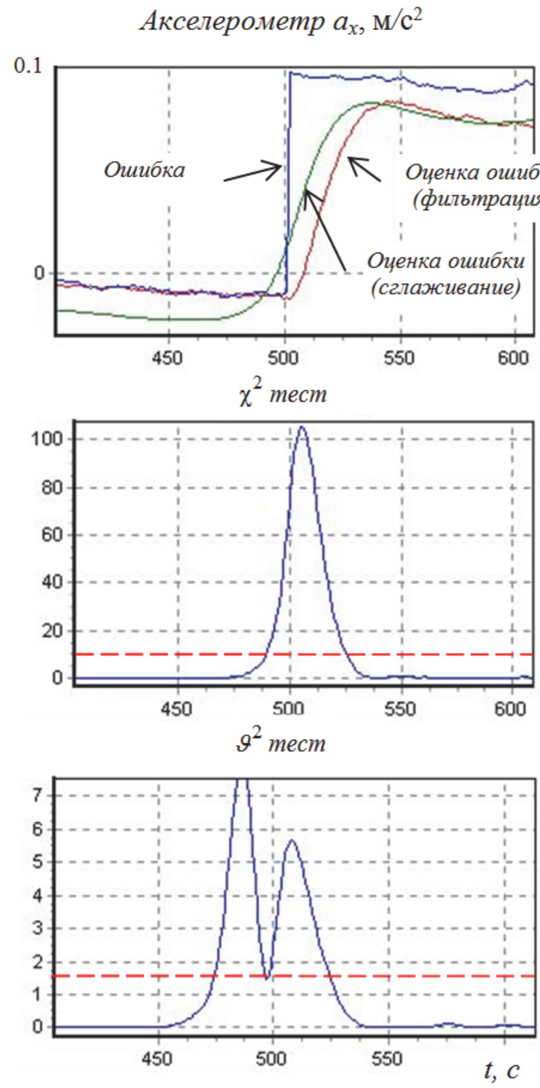


Рис. 8. Оценки ошибки акселерометра

При обработке зарегистрированных оценок в «обратном времени» и диагностировании по правилам (26), (28) определяется, какой из чувствительных элементов ИНС – акселерометр или гироскоп – наиболее вероятно привел к нарушению. На рис. 8 и 9 показана динамика изменения оценок соответственно смещения выходного сигнала акселерометра a_x и дрейфа гироскопа ω_x при обработке наблюдений скорости в «прямом времени» и уточнении указанных оценок в «обратном времени». При диагностировании по зарегистрированным данным отказавший акселерометр локализуется при превышении допусков обобщенными параметрами J_{Sa_j} (критерий χ^2) и F_{Sa_j} (критерий ϑ^2) (см. рис. 8). Можно также видеть (см. рис. 9), что отказ акселерометра несущественно повлиял на изменение обобщенных параметров $J_{S\omega_j}$ и $F_{S\omega_j}$, характеризующих состояние гироскопа ω_x.

Таким образом, комбинированная обработка наблюдений в «прямом» и «обратном» времени позволяет решать задачи диагностирования с глубиной до элемента вектора состояния динамической системы. Такой системой является ИСНС.

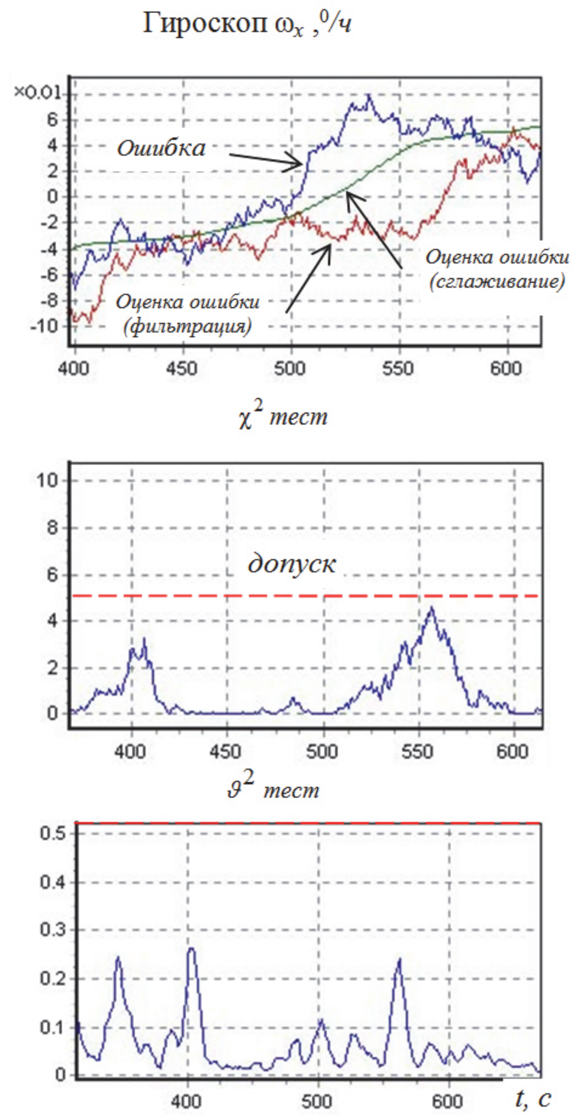


Рис. 9. Оценки ошибки гироскопа

IX. Заключение

Рассмотренные подходы к контролю информационной целостности инерциально-спутниковых наблюдений направлены на повышение навигационной безопасности подвижных объектов. Проведенные исследования подтвердили следующие возможности предлагаемых подходов:

- обнаружение и исключение или обработка с определенными коэффициентами доверия аномальных наблюдений;
- селекция случайных сбоев на фоне постепенных смещений сигналов наблюдений. Принятие на этой основе решения о нарушениях в БИНС и СНС;
- обнаружение и парирование имитационных помех на основе формирования и обработки разностных наблюдений;
- обнаружение и парирование имитационных помех на основе совместных процедур оптимальной фильтрации наблюдений и сглаживания оценок;
- повышение достоверности оценок на основе адаптивной настройки параметров ОФК на реальный измерительный процесс.

Предлагаемые подходы к обработке наблюдений опираются на применение комбинированных критериев согласия и соответствующих диагностических параметров.

Следует отметить, что возможности представленных алгоритмов контроля показаны на уровне вторичной обработки наблюдений. Такие возможности могут быть использованы и на уровне первичной обработки сигналов навигационных измерителей [31].

Литература

[1] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.

[2] Noureldin, A., Karamat, T., Georgy, J., Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.

[3] Шмидт Дж.Т. Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды // Гироскопия и навигация. 2019. № 1. С. 3–21.

[4] Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2003. 207 с.

[5] Харисов В.Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. В.Н. Харисова и А.И. Перова, 4-е издание. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

[6] Van Graas, F., Signals Integrity, AGARD-LS-207, Neuilly-sur-Seine Cedex, France, 1996, pp. 7/1-12.

[7] Wu, F., Gu, C., Zhang, Y.H., Mu, R.X., SINS Aided GPS Integrity Monitoring for SINS/GPS Tightly Integrated Navigation System, *24th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Electropribor, 2017, pp. 106–112.

[8] Wu, Q.W., Liu, Y., Xiao, X., Li, S., Implementation Details and Test Results of Real-Time INS Aided GNSS Spoofing Detection System Integrity Monitoring for SINS/GPS Tightly Integrated Navigation System, *23rd St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Electropribor, 2016, pp. 324–330.

[9] Tanil, C., Khanafseh, S., Joerger, M., and Pervan, B., An INS Monitor to Detect GNSS Spoofers Capable of Tracking Vehicle Position, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 54, no. 1, 2018, pp. 131-143.

[10] Tanıl, C., Khanafseh, S., and Pervan, B., Detecting Global Navigation Satellite System Spoofing Using Inertial Sensing of Aircraft Disturbance, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 40, no. 8, 2017, pp. 2006–2016.

[11] Харисов В.Н., Столяров С.А., Оганесян А.А. Направления развития перспективной аппаратуры потребителей глобальных навигационных спутниковых систем // XII Всероссийская научно-техническая конференция «Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2015. С. 58–62.

[12] Столяров С.А., Оганесян А.А., Федоров И.А. Навигационно-временное обеспечение робототехнических комплексов в условиях радиоэлектронного подавления сигналов ГЛОНАСС // XIII Всероссийская научно-техническая конференция «Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского». М.: Издательский дом Академии имени Н.Е. Жуковского, 2016. С. 392–394.

[13] Maybeck, P.S., Stochastic Models, Estimation and Control, N.Y., Academic Press, 1982, vol. 2.

[14] Gertler, J.J. Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems, N.Y.: Marcel Dekker, 1998.

[15] Kailath, T., An Innovations Approach to Least Squares Estimation. Part 1: Linear Filtering in Additive White Noise, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, no 6, 1968, pp. 646–655.

[16] Чернодаров, А.В. Контроль, диагностика и идентификация авиационных приборов и измерительно-вычислительных комплексов. М.: Научтехлитиздат, 2017. 300 с.

[17] Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, ГРФМЛ, 1985. 640 с.

[18] Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, ГРФМЛ, 1973. 832 с.

[19] Завалишин О.Н. Методы повышения целостности и непрерывности навигационных данных при точном заходе на посадку по приборам воздушных судов с использованием спутниковых радионавигационных систем: дис. … канд. техн. наук: МГТУ ГА. М., 2019. 235 с.

[20] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Будкин В.Л. и др. Летная отработка бортовых оценивающих фильтров // XI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2004. С. 19–28.

[21] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Иванов С.А. Интегрированная инерциально-одометрическая навигационная система со спутниковой калибровкой // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2019. С. 16–21.

[22] Chernodarov, A.V., Identification and an Inverse Filtering Problem, *18th IFAC Symposium on System Identification* (SYSID 2018), July 9-11, 2018, Stockholm, Sweden, pp. 66–71.

[23] Чернодаров А.В., Енютин В.В., Патрикеев А.П. Диагностирование интегрированных навигационных систем на основе совместных *U-D* процедур фильтрации и сглаживания // Гироскопия и навигация. 2000. № 3. С. 34–48.

[24] Bierman, G.J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, N.Y, Academic Press, 1977.

[25] Chernodarov, A.V. An H_∞ Technology for Control of the Integrity of the Kalman Type of Estimating Filters with the Use of Adaptive Robust Procedures, *1st IFAC Conference on Modeling, Identification and Control of Nonlinear Systems* (MICNON 2015), Saint Petersburg, June 24–26, 2015, pp. 358–363.

[26] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Карпов О.А. Летная отработка инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС в высоких широтах // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2018. С. 296–299.

[27] Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.

[28] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2010. 509 с.

[29] Titterton, D.H. and Weston, J.L., Strapdown Inertial Navigation Technology, Reston, AIAA, 2004.

[30] Аль Битар Н., Гаврилов А.И., Халаф В. Методы на основе искусственного интелекта для повышения точности интегрированной навигационной системы при отсутствии сигнала ГНСС. Аналитический обзор // Гироскопия и навигация. 2019. № 4. С. 3–28.

[31] Чернодаров А.В., Переляев С.Е. Контроль и оценка состояния инерциальных чувствительных элементов при комплексной первичной обработке сигналов // XIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2007. С. 93–95.

Анализ алгоритмов коррекции в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах

Ю.В. Болотин
Механико-математический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
ybolotin@yandex.ru

А.В. Брагин
Механико-математический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
avb9676@yandex.ru

Д.В. Гулевский
Механико-математический факультет
МГУ имени М.В. Ломоносова
Москва, Россия
GulevsiyDaniil@yandex.ru

***Аннотация*—Исследуется задача пешеходной навигации при помощи бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС), закрепленных на стопах человека. Для увеличения точности навигации в таких случаях обычно используется коррекция по нулевой скорости стопы в фазе опоры (ZUPT). Эта информация обрабатывается с помощью расширенного фильтра Калмана (EKF). Условие нулевой скорости записано в двух формах – в опорной и приборной системе координат, и показано, что применение общепринятой в навигации пешехода первой формы дает некорректный результат. Вторая форма приводит к корректному ZUPT-алгоритму, естественно записываемому в так называемых динамических ошибках. Проведен анализ алгоритма комплексирования БИНС, основанного на информации о максимальном расстоянии между стопами. Показано, как здесь может проявиться некорректность EKF и как ее можно избежать, опять перейдя к динамическим ошибкам. Результаты получены аналитически методами теории наблюдаемости и ковариационного анализа.**

Ключевые слова*—*БИНС, EKF, стопа, пешеходная навигация, ковариации, состоятельность

I. Введение

Навигация пешехода – быстро развивающаяся область навигации, где для определения местоположения и скорости используются различные средства: специализированные инерциальные датчики, смартфоны и их навигационные сенсоры, сигналы беспроводных сетей. Следуя [1, 2], мы занимались исследованием задачи пешеходной навигации с использованием бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС), прикрепленных к стопам. Для увеличения точности в подобных системах применяется коррекция по нулевой скорости (ZUPT) [3]. Идея ZUPT-коррекции состоит в использовании информации о нулевой скорости стопы в момент фазы опоры. Эта информация обрабатывается расширенным фильтром Калмана (EKF) или сигма-точечным фильтром Калмана (UKF) [4]. Вектор состояния фильтра обычно включает координаты, скорости и параметры ориентации БИНС. Некоторые авторы добавляли в вектор состояния ошибки БИНС, но это не давало существенного прироста точности без использования дополнительных измерений.

Один из подходов к увеличению точности заключается в использовании двух БИНС, закрепленных на разных стопах. Ключевая идея – знание того, что расстояние между стопами ограничено. Существуют различные алгоритмы, реализующие коррекцию с помощью этой информации [6, 7].

Стандартный подход к тестированию и улучшению алгоритмов пешеходной навигации – проверка их работы на реальных данных. При этом теоретических исследований в этой области не так много. Сложность получения теоретических результатов объясняется тем, что уравнения нестационарны, так что формулы ковариационного анализа не дают аналитических решений.

Недавно были опубликованы некоторые теоретические результаты. Интересный результат, касающийся комплексирования показаний множества инерциальных блоков, представлен в [5]. В [8] ковариационный анализ пешеходной навигации проведен аналитически с некоторыми упрощающими предположениями. Одним из предположений было то, что БИНС достаточно точна, чтобы отличием вычисленной ею скорости от реальной скорости в фазе опоры можно было пренебречь. В наших экспериментах указанное допущение нарушается, и его использование может привести к парадоксам. Например, ковариация ошибки оценки угла курса не растет линейно, как будто этот параметр наблюдается. Последнее неверно. По определению [9], алгоритм оценивания называется несостоятельным, когда он дает ложную наблюдаемость некоторых переменных. Таким образом, наши эксперименты показали, что реализованный EKF с ZUPT-коррекцией несостоятелен. Цель работы – изучить механизм этой несостоятельности.

Несостоятельность, или псевдонаблюдаемость EKF – хорошо известное явление, к примеру, в теории одновременной навигации и картографирования (SLAM) [12][1]. Так же как и в пешеходной навигации, некоторые ненаблюдаемые переменные кажутся наблюдаемыми при анализе ковариаций, генерируемых EKF. В [12] предлагается модификация EKF, сохраняющая свойства наблюдаемости системы. Результат достигается за счет специального выбора точки линеаризации EKF. Наш подход отличается тем, что мы достигаем той же цели (в другой постановке) с помощью преобразования координат. Насколько нам известно, результаты по состоятельности пешеходной навигации еще не публиковались.

Наши результаты чисто аналитические. Для аналитического подхода пришлось сделать некоторые допущения, например, считать фазу опоры мгновенной. По-

[1] Авторы благодарны Михаилу Пихлевскому (pikhletsky.mikhail @huawei.com), обратившему наше внимание на эти работы.

следнего предположения не было в [8], где фаза опоры имела конечную длительность. Мы приводим аналитические формулы для матриц наблюдаемости, инвариантных ненаблюдаемых подпространств, ковариаций ошибок координат, скоростей и углов.

Важной особенностью нашего подхода является преобразование координат – переход к так называемым динамическим ошибкам. Это преобразование было предложено Н.А.Парусниковым в 1973 году [10] и используется в практике высокоточной инерциальной навигации [11], но, насколько нам известно, является новым в пешеходной навигации. Оказывается, что в случае записи условия нулевой скорости в динамических ошибках ложная наблюдаемость курса пропадает. Использование динамических ошибок позволило разбить уравнения ошибок на 4 подсистемы и для каждой из них получить аналитические формулы для ковариаций ошибок оценок.

Далее мы исследовали вопрос комплексирования данных двух БИНС. Следуя [7], мы использовали ограниченность расстояния между стопами. Применив различные алгоритмы, использовавшие это ограничения на базе EKF, мы обнаружили, что все они несостоятельны: EKF-ковариации ошибок курса обеих БИНС были ограничены во времени, хотя ошибки курса не наблюдаемы, то есть ковариации должны расти. Мы аналитически нашли причину ложной наблюдаемости и предложили способ ее избежать. Для этого опять использовались динамические ошибки, на этот раз в системе меньшего порядка, вектор состояния которой содержал только координаты и курс.

II. Обозначения

A. Определения

Пусть один или два инерциальных измерительных блока закреплены на стопах, каждый блок содержит трехкомпонентный микроэлектромеханический акселерометр и трехкомпонентный микроэлектромеханический датчик угловой скорости (ДУС). Вначале рассмотрим случай применения одной БИНС.

Обозначения:

- M – приведенная чувствительная масса акселерометров. Положение БИНС – это положение точки M;
- O – некоторая точка, фиксированная на Земле. Мы будем считать точку O стартовой точкой траектории пешехода;
- $On_1n_2n_3$ – навигационная система координат (н.с.к.), связанная с Землей. Ось On_3 направлена вверх;
- p_n, v_n – координаты и скорости точки M в н.с.к. Здесь и далее нижние индексы у векторов будут обозначать принадлежность к системе координат;
- $Ms_1s_2s_3$ – приборная система координат (п.с.к.), связанная с корпусом БИНС. Оси Ms_1, Ms_2, Ms_3 совпадают с осями чувствительности акселерометров. Ориентация п.с.к. относительно н.с.к. определяется кватернионом q_{ns}. Вектор угловой скорости п.с.к. относительно н.с.к. в осях п.с.к. обозначим ω_s;
- $M's' = M's_1's_2's_3'$ – модель приборной с.к. (м.с.к.). Координаты p_n' точки M' – это модельные значения координат точки M. Ориентация м.с.к. относительно приборной определяется вектором малого поворота β_s. Угловую скорость м.с.к. относительно н.с.к. в осях м.с.к. обозначим ω_s';
- $Mp = Mp_1p_2p_3$ – так называемая виртуальная гироплатформа. Эта с.к. близка к опорной. Ориентация виртуальной гироплатформы относительно н.с.к. определяется вектором малого поворота β_n. Ориентация приборной с.к. относительно виртуальной гироплатформы определяется кватернионом $q_{ns'}$.

Поместим начала всех систем координат в точку O. Связь с.к. представлена на диаграмме:

$$
\begin{array}{ccc}
On & \xrightarrow{\beta_n} & Op \\
\uparrow q_{ns'} & & \uparrow q_{ns'} \\
Os' & \xrightarrow{\beta_s} & Os
\end{array}
$$

Обозначим $R_{ns} = R(q_{ns})$ матрицу поворота, соответствующую кватерниону q_{ns}. Преобразование координат может быть записано так: $p_n = R_{ns} p_s$. Обозначим $\Delta q(\beta_s)$ кватернион, соответствующий вектору малого поворота β_s.

Пусть f_s, ω_s – удельная сила, действующая на чувствительную массу и абсолютная угловая скорость БИНС. Измерения акселерометров и ДУС можно записать (r_s, ε_s – ошибки акселерометров и ДУС) так:

$$f_s' = f_s + r_s, \quad \omega_s' = \omega_s + \varepsilon_s .$$

B. Уравнения инерциальной навигации и уравнения ошибок

Пусть X – вектор состояния и X' – модельный вектор состояния:

$$X = \begin{bmatrix} p_n \\ v_n \\ q_{ns} \end{bmatrix}, \quad X' = \begin{bmatrix} p_n' \\ v_n' \\ q_{ns'} \end{bmatrix}.$$

Опорные и модельные уравнения имеют вид [1, 2]:

$$
\begin{aligned}
\dot p_n &= v_n, \\
\dot v_n &= R(q_{ns}) f_s + g_n, \\
\dot q_{ns} &= -\frac{1}{2}\tilde\omega_s \circ q_{ns},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot p_n' &= v_n', \\
\dot v_n' &= R(q_{ns'}) f_s' + g_n, \\
\dot q_{ns}' &= -\frac{1}{2}\tilde\omega_s' \circ q_{ns'}.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Здесь $\tilde{\omega}$ – кватернион вида $(0,\omega_1,\omega_2,\omega_3)$, $\circ$ – операция умножения кватернионов, $g_n = (0,0,-g)^T$ – вектор силы тяжести.

Для коррекции навигационных решений и исследования точности нам необходимы вектора ошибок БИНС и уравнения ошибок [2]. В нашей работе вектор ошибок следующий: $x = (\Delta p_n, \Delta v_n, \beta_n)^T$, где

$$\Delta p_n = p_n' - p_n, \quad \Delta v_n = v_n' - v_n$$

и β_n – вектор малого поворота между навигационной с.к. и виртуальной гироплатформой $q_{ns} = \Delta q(\beta_n) \circ q_{ns'}$. Заметим, что размерности X, x разные, поэтому формулы этапа коррекции для расширенного фильтра Калмана будут немного отличаться от стандартных.

Уравнения ошибок можно написать так:

$$\begin{aligned} \Delta\dot{p}_n &= \Delta v_n, \\ \Delta\dot{v}_n &= f_n' \times \beta_n + r_n, \\ \dot{\beta}_n &= \varepsilon_n. \end{aligned} \tag{3}$$

Следуя отчету Н.А.Парусникова от 1973 года [10], сделаем замену переменных в (3), перейдя к так называемым динамическим ошибкам δp_n, δv_n [11]:

$$\begin{aligned} \Delta p_n &= \delta p_n + p_n' \times \beta_n, \\ \Delta v_n &= \delta v_n + v_n' \times \beta_n. \end{aligned} \tag{4}$$

Замену проще понять с помощью следующих формул, где используется виртуальная гироплатформа:

$$\begin{aligned} \Delta p_n &= p_n' - p_p + p_p - p_n \\ &= \underbrace{p_n' - p_p}_{\delta p_n} + (I - \beta_n \times) p_n - p_n = \delta p_n + p_n \times \beta_n \\ \Delta v_n &= v_n' - v_p + v_p - v_n \\ &= \underbrace{v_n' - v_p}_{\delta v_n} + (I - \beta_n \times) v_n - v_n = \delta v_n + v_n \times \beta_n \end{aligned}$$

В динамических ошибках (3) примет вид:

$$\begin{aligned} \delta\dot{p}_n &= \delta v_n - p_n \times \varepsilon_n, \\ \delta\dot{v}_n &= -g_n \times \beta_n - v_n \times \varepsilon_n + r_n, \\ \dot{\beta}_n &= \varepsilon_n. \end{aligned} \tag{5}$$

Ниже мы называем $\Delta p_n, \Delta v_n$ полными ошибками.

C. Измерения нулевой скорости

В фазе опоры скорость стопы v близка к нулю, что можно использовать как измерение – ZUPT.

Если мы напишем условие нулевой скорости в н.с.к., получим $Z_n = v_n - \zeta_n = 0$, где $\zeta_n = v_n$ – ошибка нулевой скорости. Измерение нулевой скорости в терминах вектора ошибок имеет вид (см, например [2]):

$$z_n = v_n' - Z_n = v_n' = \Delta v_n + \zeta_n. \tag{6}$$

Если мы напишем условие нулевой скорости в п.с.к., получим $Z_s = v_s - \zeta_s = 0$, где $\zeta_s = v_s$ – ошибка нулевой скорости. Измерение нулевой скорости в терминах вектора ошибок примет вид

$$z_s = v_{s'}' - Z_s = v_s' - v_s \times \beta_s - v_s + \zeta_s = \Delta v_s - v_s \times \beta_s + \zeta_s.$$

Заметим, что β_s – вектор малого поворота между п.с.к. и м.с.к. Спроектировав последнее уравнение в н.с.к., получим $z_n = \delta v_n + \zeta_n$.

Следствие 1. При записи условия нулевой скорости в н.с.к. получим форму F. При записи условия нулевой скорости в п.с.к. получим форму D:

$$\text{форма D}: \quad z = \delta v_n + \zeta_n, \tag{7}$$

$$\text{форма F}: \quad z = \delta v_n + v_n' \times \beta_n + \zeta_n. \tag{8}$$

Заметим, что уравнения (5), (8) эквивалентны (3), (6) соответственно.

D. Наблюдаемость и состоятельность EKF

Условия состоятельности EKF, взятые из [9], [12], сжато изложены в приложении. Ниже все величины записываются в н.с.к., поэтому опускаем нижний индекс $(\cdot)_n$. Матрица системы в форме D есть

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0_3 & I_3 & 0_3 & -p\times & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & -g\times & -v\times & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 \\ \hline 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 \end{array}\right].$$

Здесь $(\cdot)\times$ обозначает кососимметрическую матрицу векторного произведения. Пусть t_k – время окончания k-й фазы опоры. Будем использовать нижний индекс $(\cdot)_k$ для обозначения величин в момент t_k. Пусть длительность шага будет $\tau_k = t_k - t_{k-1}$. Переходная матрица, и матрица измерений системы в дискретном времени k в форме D может быть записана так:

$$\begin{bmatrix} F_{k+1,k} \\ H_k \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc} I_3 & I_3\tau_k & -\frac{\tau_k^2}{2} g\times \\ 0_3 & I_3 & -\tau_k g\times \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \\ \hline 0_3 & I_3 & 0_3 \end{array}\right].$$

Матрица наблюдаемости имеет вид

$$\begin{bmatrix} H_k \\ H_{k+1}F_{k+1,k} \\ H_{k+2}F_{k+2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & I_3 & -\tau_k g\times \\ 0_3 & I_3 & -(\tau_k + \tau_{k+1}) g\times \end{bmatrix}.$$

Следствие 2. В форме D инвариантное ненаблюдаемое подпространство порождается столбцами матрицы

$$N_D = \begin{bmatrix} I_3 & 0_{3\times1} \\ 0_3 & 0_{3\times1} \\ 0_3 & g \end{bmatrix}.$$

Обратимся к форме F. Уравнения ошибок могут быть написаны в двух формах: в динамических ошибках, как в

(5), (8), или в полных ошибках, как в (3), (6). Рассмотрим первый случай. Матрица системы в форме F имеет вид

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0_3 & I_3 & 0_3 & -p\times & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & -g\times & -v\times & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & 0_3 & I_3 & 0_3 & 0_3 \\ \hline 0_3 & I_3 & v\times & 0_3 & 0_3 & I_3 \end{array}\right].$$

В дискретном времени $k\Delta t$ переходная матрица и матрица измерений системы в форме F будут иметь вид

$$\begin{bmatrix} F_{k+1,k} \\ H_k \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc} I_3 & I_3\tau_k & -\frac{\tau_k^2}{2} g\times \\ 0_3 & I_3 & -\tau_k g\times \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \\ \hline 0_3 & I_3 & v_k\times \end{array}\right].$$

Здесь v_k – скорость в конце k-й фазы опоры. Матрица наблюдаемости имеет вид

$$\begin{bmatrix} H_k \\ H_{k+1}F_{k+1,k} \\ H_{k+2}F_{k+2,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 & v_k\times \\ 0_3 & I_3 & -\tau_k g\times + v_{k+1}\times \\ 0_3 & I_3 & -(\tau_k+\tau_{k+1}) g\times + v_{k+2}\times \end{bmatrix}.$$

Следствие 3. В случае, когда g, v_k неколлинеарны хотя бы в один момент времени k, ненаблюдаемое инвариантное подпространство в форме F порождается столбцами матрицы

$$N_F = \begin{bmatrix} I_3 \\ 0_3 \\ 0_3 \end{bmatrix}.$$

Ненаблюдаемое инвариантное подпространство получается трехмерным, что неверно.

Этот результат имеет простое объяснение: когда модельная горизонтальная скорость не равна нулю, ошибка курса попадает в измерения (8), хотя очевидно, что угол курса не наблюдается. Легко видеть (показано ниже), что условия состоятельности [9] EKF нарушаются.

Посмотрим на проблемы с механической точки зрения. Если скорость измеряется каким-то внешним датчиком типа глобальной спутниковой навигационной системы (ГНСС), измерения следует относить к н.с.к., и мы получаем форму F; если скорость измеряется каким-то внутренним сенсором, например одометром, измерения следует относить к п.с.к., и мы получаем форму D. Из сказанного выше следует, что измерения ZUPT нужно относить к п.с.к. и использовать форму D.

Отметим некоторые преимущества использования динамических ошибок. Во-первых, измерения акселерометров, являющиеся быстро меняющейся функцией времени, отсутствуют в (5). Во-вторых, матрица перехода стационарна. В-третьих, проблемы с наблюдаемостью возникают не в динамических уравнениях, а в уравнениях измерений. В-четвертых, уравнения могут быть разложены на горизонтальный и вертикальный каналы, как показано в следующем разделе.

Ниже, приведя явные формулы для ковариаций, мы докажем, что в форме F ковариация ошибки оценки курса не растет во времени, что подтверждает несостоятельность EKF; в форме D ковариация ошибки оценки курса растет линейно.

III. Ковариационый анализ

A. *Ковриационый анализ: форма D*

Для теоретического анализа предположим, что длительность шага $\tau_k = \tau$ постоянна, фаза опоры очень короткая, шумы r_n, ε_n в (3) являются белыми с интенсивностью σ_f^2, σ_ω^2 соответственно. Ошибка измерения нулевой скорости ζ_n моделируется случайным вектором с нулевым средним и СКО σ_z^2. Для компактности опустим штрихи при обозначении модельных переменных, записывая p_1 вместо p_1', и т.д.

Вначале рассмотрим систему (5), (7). Мы можем разбить ее на три слабосвязанных и одну независимую систему уравнений горизонтального движения $(\delta p_2, \delta v_2, \beta_1)$, $(\delta p_1, \delta v_1, \beta_2)$, курса β_3 и вертикального движения $(\delta p_3, \delta v_3)$. Поскольку нам интересно горизонтальное движение, запишем первые три системы:

$$\begin{aligned} \delta\dot{p}_1 &= \delta v_1 - p_2\varepsilon_3 + p_3\varepsilon_2, \\ \delta\dot{v}_1 &= -g\beta_2 - v_2\varepsilon_3 + v_3\varepsilon_2 + r_1, \\ \dot{\beta}_2 &= \varepsilon_2, \\ z_1 &= \delta v_1 + \zeta_1; \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \delta\dot{p}_2 &= \delta v_2 - p_1\varepsilon_3 + p_3\varepsilon_1, \\ \delta\dot{v}_2 &= g\beta_1 - v_3\varepsilon_1 + v_1\varepsilon_3 + r_2, \\ \dot{\beta}_1 &= \varepsilon_1, \\ z_2 &= \delta v_2 + \zeta_2; \end{aligned} \tag{10}$$

$$\dot{\beta}_3 = \varepsilon_3. \tag{11}$$

Системы нестационарны, но периодичны; измерения происходят каждые $t_k = k\tau, \quad k = 0,1,2,\ldots$. Рекуррентные соотношения для ковариационных матриц x в стандартной записи имеют вид:

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= FP_{k-1|k-1}F^T + GQG^T, \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - P_{k|k-1}H^T\left(HP_{k|k-1}H^T + R\right)^{-1} HP_{k|k-1}. \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь $P_{k|k}$ – апостериорная оценка ковариаций в момент t_k (после ZUPT); $P_{k|k-1}$ – априорная оценка ковариаций в момент t_k (до ZUPT). Везде, где возможно, мы будем опускать индекс k . Система наблюдаема, если ковариационная матрица стремится к стационарному решению. Это решение можно найти как стационарную точку (12).

Начнем анализ с (9), (10). Предположим, что пешеход идет по горизонтальной поверхности, поэтому $v_3 << v_1, v_2$ и можно пренебречь членами $v_3\varepsilon_2, v_3\varepsilon_1$ в уравнениях для скорости. Опуская уравнения для координат (рассмотрим их позже) и пренебрегая ошибкой измерения нулевой скорости в уравнениях измерений (последнее предположение спорно, т.к. в реальности стопа пешехода в фазе опоры совершает микродвижения, но без него дальнейшая аналитика невозможна), получим:

$$\begin{aligned} \delta\dot{v}_1 &= -g\beta_2 - v_2\varepsilon_3 + r_1, \\ \dot{\beta}_2 &= \varepsilon_2, \\ z_1 &= \delta v_1; \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \delta\dot{v}_2 &= g\beta_1 + v_1\varepsilon_3 + r_2, \\ \dot{\beta}_1 &= \varepsilon_1, \\ z_2 &= \delta v_2. \end{aligned} \tag{14}$$

Решение (12) для (13), (14) может быть записано в апостериорных оценках ковариаций так:

$$P_{\delta v_i \beta_j} = 0, \quad P_{\delta v_i} = 0, \quad P_{\beta_i} = \frac{\sigma_\omega^2 \tau}{2}\left(\sqrt{1+4\chi_i^2}+1\right), \tag{15}$$

В априорных оценках соответствующие ковариации имеют вид:

$$\begin{aligned} P_{\delta v_i} &= \frac{\sigma_\omega^2 g \tau^3}{2}\left(\sqrt{1+4\chi_i^2}+1\right) + \sigma_i^2\tau, \\ P_{\beta_i} &= \frac{\sigma_\omega^2 \tau}{2}\left(\sqrt{1+4\chi_i^2}+3\right), \\ P_{\delta v_i \beta_j} &= \frac{\sigma_\omega^2 g \tau}{2}\left(\sqrt{1+4\chi_i^2}+1\right). \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь $i \neq j$ и равны 1 или 2. Обозначим

$$\sigma_i^2 = \sigma_f^2 + \overline{v}_j^2 \sigma_\omega^2, \quad \chi_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_\omega^2 g^2 \tau^2}. \tag{17}$$

Здесь верхняя черта обозначает среднее значение функции за шаг. Рассмотрим (11). Система не наблюдаема, $\beta_{3|k}$ – броуновское движение:

$$P_{\beta_{3,k+1|k+1}} = P_{\beta_{3,k|k}} + \sigma_\omega^2 \tau. \tag{18}$$

Следствие 4. Для измерения нулевой скорости в форме D ковариация ошибки оценки угла курса растет линейно.

B. Ковариационный анализ: форма F

Кратко рассмотрим форму F, определяемую (5), (8) (более детальный анализ проведен в [14]). Как и в случае с формой D, мы можем разбить (5), (8) на три слабосвязанные и одну независимую систему уравнений в β_3, $(\delta p_2, \delta v_2, \beta_1)$, $(\delta p_1, \delta v_1, \beta_2)$, $(\delta p_3, \delta v_3)$ [14]. Для ковариационного анализа мы опять предположим, что v_1, v_2 малы в фазе опоры. Отсюда получим:

Предложение 1. Когда модельная скорость в фазе опоры близка к нулю, стационарные значения ковариаций $\delta v_1, \beta_2, \delta v_2, \beta_1$ в форме F существуют и определяются асимптотическими формулами (15).

Имея этот результат, мы можем написать уравнения измерений в β_3 так:

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_3 &= \varepsilon_3, \\ z_1 &= \delta v_1 + v_2\beta_3, \\ z_2 &= \delta v_2 - v_1\beta_3, \\ P_{\delta v_i} &= \frac{\sigma_\omega^2 g \tau^3}{2}\left(\sqrt{1+4\chi_i^2}+1\right) + \sigma_i^2\tau. \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь δv_1, δv_2 могут считаться шумами измерений с известными интенсивностями. Снова рассматривая стационарные решения (12) для (19), опуская члены более высокого порядка по v_1, v_2, получим

$$P_{\beta_3} = \sqrt{\sigma_\omega \tau}\left(\frac{v_2^2}{P_{\delta v_1}} + \frac{v_1^2}{P_{\delta v_2}}\right)^{-1/2} \tag{20}$$

Следствие 5. Для измерения нулевой скорости в форме F ковариация ошибки оценки угла курса ограничена во времени. Следовательно, соответствующий EKF несостоятелен.

Мы видим, что запись условия нулевой скорости в форме D предпочтительна. Этот результат проиллюстрирован на рис. 2, где сравнивается СКО ошибки оценки угла курса для форм D и F. Траектория (ходьба в течение трех минут по прямой вперед и назад) показана на рис. 1. Далее будем использовать только форму D.

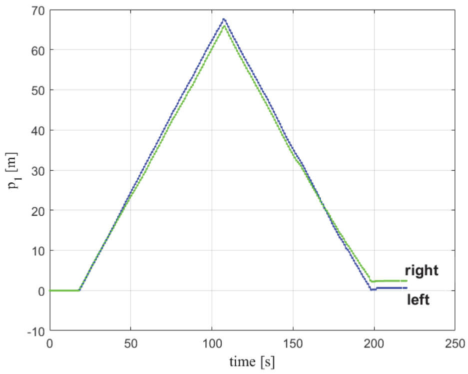


Рис. 1. Координаты БИНС левой и правой ноги в направлении On_1. Это была трехминутная ходьба по прямой туда и обратно. Ошибка в конце составила 2,5 м

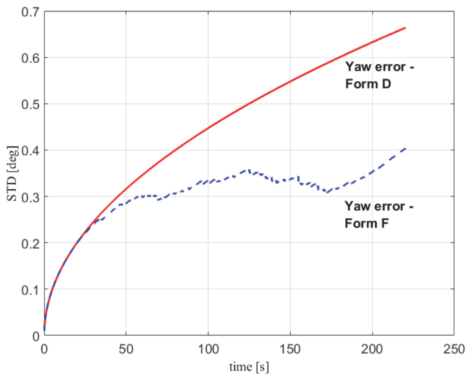


Рис. 2. СКО курсового угла для форм D и F измерений ZUPT. Ходьба вперед-назад в течение трех минут. Видно, что в случае F СКО не растет монотонно, что противоречит ненаблюдаемости угла курса

C. Ковариации динамичкеских ошибок координат

Динамические ошибки координат $\delta p_1, \delta p_2$ не наблюдаемы и ведут себя как броуновское движение. Чтобы найти его параметры, снова обратимся к формулам для расчета ковариаций, на этот раз для (9). Возьмем в качестве ковариаций $\delta v_1, \delta v_2, \beta_1, \beta_2$ их стационарные значения, определенные формулами (15). В результате несложных вычислений получим

$$\begin{aligned} P_{\delta p_1|k+1} &= P_{\delta p_1|k} + \sigma_\omega^2 \tau \overline{p_2^2} + Q_1, \\ P_{\delta p_2|k+1} &= P_{\delta p_2|k} + \sigma_\omega^2 \tau \overline{p_1^2} + Q_2, \\ P_{\delta p_1 \delta p_2|k+1} &= P_{\delta p_1 \delta p_2|k} - \sigma_\omega^2 \tau \overline{p_1 p_2}, \\ P_{\delta p_1 \beta_3|k+1} &= P_{\delta p_1 \beta_3|k} - \sigma_\omega^2 \tau \overline{p_2}, \\ P_{\delta p_2 \beta_3|k+1} &= P_{\delta p_2 \beta_3|k} + \sigma_\omega^2 \tau \overline{p_1}. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь введено обозначение

$$Q_i = \frac{\sigma_i^2 \tau^3}{4} \frac{\sqrt{1+4\chi_i^2}+1}{2\chi_i^2 + \sqrt{1+4\chi_i^2}+1}, \quad i = 1,2. \tag{22}$$

D. Ковариации полных ошибок координат

Для приложений важны полные, а не динамические ошибки координат. По определению

$$\Delta p_1 = \delta p_1 + p_2 \beta_3, \quad \Delta p_2 = \delta p_2 - p_1 \beta_3 .$$

Видно, что ошибка координат зависит от текущих значений координат. Для выяснения вида этой связи предположим, что пешеход идет вдоль координатной оси On_1, то есть $p_2(t) \equiv 0$. Тогда для серии k шагов (считая начальные ошибки нулевыми) получим:

$$\begin{aligned} P_{\Delta p_1 \Delta p_2} &= 0, \quad P_{\Delta p_1 \beta_3} = 0, \quad P_{\Delta p_1} = Q_1 k, \\ P_{\Delta p_2 \beta_3} &= \sigma_\omega^2 k \tau \left(\overline{\overline{p_1}} - p_1 \right), \quad P_{\beta_3} = \sigma_\omega^2 k \tau, \\ P_{\Delta p_2} &= Q_2 k + \sigma_\omega^2 k \tau \left(\overline{\overline{p_1^2}} + \overline{\overline{p_1}}^2 - 2 \overline{\overline{p_1}} p_1 \right). \end{aligned}$$

Здесь $\overline{\overline{p}}$ – среднее по всей траектории ходьбы.

Следствие 6. Ошибки координат в направлении движения не коррелированы с ошибкой курса. Ошибки координат в направлении, перпендикулярном направлению движению, коррелированы с ошибкой курса. Коэффициент корреляции $\Delta p_2, \beta_3$ определяется формулой

$$K_{\Delta p_2 \beta_3} = \left[1 + \frac{\overline{\overline{p_1^2}} - \overline{\overline{p_1}}^2}{\left(\overline{\overline{p_1}} - p_1 \right)^2} + \frac{\dfrac{Q_2}{\sigma_\omega^2 \tau}}{\left(\overline{\overline{p_1}} - p_1 \right)^2} \right]^{-\frac{1}{2}} .$$

Когда пешеход ушел от стартовой точки максимально далеко ($p_1 = \max$), коэффициент достигает максимума; когда пешеход возвращается к средней точке траектории ($p_1 = \overline{\overline{p_1}}$), коэффициент становится нулевым: ошибки оценок координат и курса становятся некоррелированными. Отличия ковариаций полных и динамических ошибок оценок координат можно видеть на рис. 3.

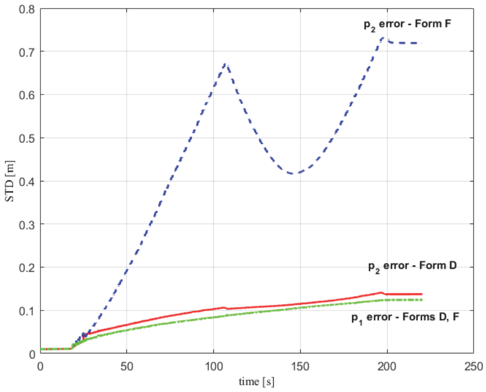


Рис. 3. СКО полных и динамических ошибок координат в формах D и F. СКО полной ошибки координат меняется в зависимости от координаты в силу пристутствия члена $p_1 \beta_3$ в формуле для соответствующей ошибки. Движение длилось 3 мин – ходьба по прямой туда и обратно

IV. DUMP – РЕДУКЦИЯ К КООРДИНАТАМ И КУРСУ

Редукция порядка системы, примененная в данной работе (мы называем эту процедуру DUMP), была предложена и протестирована многими авторами (см., например, [13]). Идея алгоритма состоит в исключении из рассмотрения наблюдаемых в результате ZUPT-коррекции переменных.

Основания для уменьшения размерности вектора состояния таковы:

- после ZUPT-коррекции СКО ошибок крена, тангажа и скоростей близки к нулю;
- ошибки координат и курса ведут себя как броуновское движение;
- коэффициенты корреляции между первой и второй группой переменных близки к нулю.

DUMP-система существует в дискретном времени k, где t_k – последний момент k-й фазы опоры. Вектор состояния Y_k DUMP-системы состоит из координат p_k и угла курса ψ_k в последний момент k-й фазы опоры.

A. Уравнения DUMP системы

Для вывода уравнений DUMP-системы введем систему координат шага (с.к.ш.) с началом в точке с модельными координатами БИНС в конце k-й фазы опоры, повернутую относительно н.с.к. на модельный курс ψ_k.

Пусть $p^0(t)$, $v^0(t)$, $q^0(t)$ – координаты, скорость и кватернион в с.к.ш. в момент $t_{k-1} < t < t_k$. Эти переменные могут быть получены решением модельных уравнений с нулевыми начальными условиями по координатам $p^0(t_{k-1}) = 0$, скоростям $v^0(t_{k-1}) = 0$ и углу курса $\psi^0(t_{k-1}) = 0$. Крен и тангаж $\theta^0(t_{k-1})$, $\gamma^0(t_{k-1})$ принимают значения с предыдущего шага. Обозначим $p_k^0 = p^0(t_k)$, $v_k^0 = v^0(t_k)$, $q_k^0 = q^0(t_k)$, $\psi_k^0 = \psi^0(t_k)$ определенные выше переменные в конце k -го шага. Вектор состояния DUMP-системы в конце $k+1$-й фазы опоры вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= p_k + \breve{p}_{k+1}, & \breve{p}_{k+1} &= R(\psi_k)\, p^0_{k+1}, \\ \psi_{k+1} &= \psi_k + \breve{\psi}_{k+1}, & \breve{\psi}_{k+1} &= \psi^0_{k+1}. \end{aligned} \tag{23}$$

Здесь p_k – координаты БИНС в момент t_k в системе координат On; $R(\psi_k)$ – матрица перехода от с.к.ш. к н.с.к., $\breve{p}_{k+1}$ – приращение координат, спроектированное из с.к.ш. в н.с.к. Введем векторы:

$$X^0_k = \begin{bmatrix} p^0_k \\ v^0_k \\ q^0_k \end{bmatrix}, \quad \breve{Y}_k = \begin{bmatrix} \breve{p}_k \\ \breve{\psi}_k \end{bmatrix}, \quad Y_k = \begin{bmatrix} p_k \\ \psi_k \end{bmatrix}.$$

Взаимодействие полного и укороченного векторов состояния показано на следующей диаграмме:

$$\begin{array}{ccccccc} Y_{k-1} & \xrightarrow{\tau_k} & Y_k & \xrightarrow{\tau_{k+1}} & Y_{k+1} & & \\ \uparrow \breve{Y}_{k-1} & & \uparrow \breve{Y}_k & & \uparrow \breve{Y}_{k+1} & & \\ X^0_{k-1} & \xrightarrow{\tau_k} & X^0_k & \xrightarrow{\tau_{k+1}} & X^0_{k+1} & \xrightarrow{\tau_{k+2}} & X^0_{k+2} \end{array}.$$

B. *Уравнения ошибок DUMP-системы*

Уравнения ошибок DUMP-системы в н.с.к. можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta p_{k+1|k} &= \Delta p_{k|k} + \breve{p}_{k+1|k} \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k} + \Delta\breve{p}_{k+1}, \\ \Delta\psi_{k+1|k} &= \Delta\psi_{k|k} + \Delta\breve{\psi}_{k+1}. \end{aligned} \tag{24}$$

Здесь $\Delta\breve{p}_{k+1} = R(\psi_{k|k})\Delta p^0_{k+1}$, $\Delta\breve{\psi}_{k+1}$ – ошибки оценок приращений координат и курса за $k+1$-й шаг, где Δp^0_{k+1} – ошибка оценки приращения координат в с.к.ш., $\Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k} = [0,0,\Delta\psi_{k|k}]^T$. Из (24) $p_{k+1|k} - p_{k|k} = \breve{p}_{k+1|k}$, поэтому уравнения ошибок можно переписать так:

$$\begin{aligned} \Delta p_{k+1|k} &= \Delta p_{k|k} + (p_{k+1|k} - p_{k|k}) \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k} + \Delta\breve{p}_{k+1}, \\ \Delta\psi_{k+1|k} &= \Delta\psi_{k|k} + \Delta\breve{\psi}_{k+1}; \end{aligned} \tag{25}$$

$$x^0_k = \begin{bmatrix} \Delta p^0_k \\ \delta v^0_k \\ \beta^0_k \end{bmatrix}, \quad \breve{y}_k = \begin{bmatrix} \Delta\breve{p}_k \\ \Delta\breve{\psi}_k \end{bmatrix}, \quad y_k = \begin{bmatrix} \Delta p_k \\ \Delta\psi_k \end{bmatrix}.$$

Взаимодействие векторов ошибок оценок полной и редуцированной систем показано на диаграмме

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow d_{k-1} & & \downarrow d_k & & \downarrow d_{k+1} & & \\ y_{k-1|k-1} & \xrightarrow{\tau_k} & y_{k|k} & \xrightarrow{\tau_{k+1}} & y_{k+1|k+1} & & \\ \uparrow \breve{y}_{k-1} & & \uparrow \breve{y}_k & & \uparrow \breve{y}_{k+1} & & \\ x^0_{k-1} & \xrightarrow{\tau_k} & x^0_k & \xrightarrow{\tau_{k+1}} & x^0_{k+1} & \xrightarrow{\tau_{k+2}} & x^0_{k+2} \end{array}.$$

Здесь d_k – дополнительное измерение, например измерение расстояния между стопами.

V. Коррекция по расстоянию между стопами

Рассмотрим случай, когда БИНС закреплены на обеих стопах пешехода: p^l, p^r – координаты БИНС, закрепленных на левой и правой стопах соответственно. Идея заключается в использовании информации о том, что расстояние между стопами не может превышать максимальной длины шага d [7]. Этот подход проиллюстрирован на рис. 4. Мы называем алгоритм коррекции DUPT (distance update). Помимо указанной, часто используется и другая информация [15].

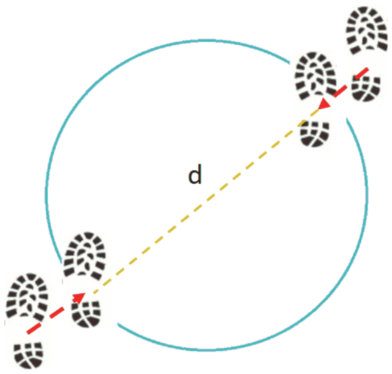


Рис. 4. Принцип DUPT: когда оценка расстояния между стопами превышает заданное d, проводится псевдоизмерение $\| p^l - p^r \| = d$

A. *Опорные уравнения и уравнения ошибок двух БИНС*

Будем анализировать DUPT в DUMP-форме. Рассматриваются состояния в дискретные моменты времени, соответствующие концу фазы опоры. Поэтому векторы состояния левой и правой БИНС соответствуют разным моментам времени t^l_i, t^r_j. Объединим эти множества и получим множество $\{t_k\}$, где каждый его элемент может соответствовать фазе опоры левой или правой ноги. Обозначим $\Im$, $\Re$ множества k, отвечающие t^l_i, t^r_j соответственно. Пусть

$$\breve{p}^l_k = \begin{cases} \breve{p}^l_k & \text{как в (24)}, \quad k \in \Im \\ 0, & k \in \Re \end{cases}, \tag{26}$$

$$\breve{\psi}^l_k = \begin{cases} \breve{\psi}^l_k & \text{как в (24)}, \quad k \in \Im \\ 0, & k \in \Re \end{cases}. \tag{27}$$

Опорные уравнения БИНС могут быть записаны так:

$$\begin{aligned} p^l_{k+1|k} &= p^l_{k|k} + \breve{p}^l_{k+1}, \\ \psi^l_{k+1|k} &= \psi^l_{k|k} + \breve{\psi}^l_{k+1}, \\ p^r_{k+1|k} &= p^r_{k|k} + \breve{p}^r_{k+1}, \\ \psi^r_{k+1|k} &= \psi^r_{k|k} + \breve{\psi}^r_{k+1}. \end{aligned}$$

Введем обозначения для $\Delta\breve{p}^l_k, \Delta\breve{p}^r_k$, $\Delta\breve{\psi}^l_k, \Delta\breve{\psi}^r_k$:

$$\Delta\breve{p}_k^l = \begin{cases} \Delta\breve{p}_k^l & \text{как в (25)}, \quad k \in \Im \\ 0, & k \in \Re \end{cases}.$$

$$\Delta\breve{\psi}_k^l = \begin{cases} \Delta\breve{\psi}_k^l & \text{как в (25)}, \quad k \in \Im \\ 0, & k \in \Re \end{cases}$$

Уравнения ошибок левой и правой БИНС имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta p_{k+1|k}^l &= \Delta p_{k|k}^l + (p_{k+1|k}^l - p_{k|k}^l) \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k}^l + \Delta\breve{p}_{k+1}^l, \\ \Delta\psi_{k+1|k}^l &= \Delta\psi_{k|k}^l + \Delta\breve{\psi}_{k+1}^l, \\ \Delta p_{k+1|k}^r &= \Delta p_{k|k}^r + (p_{k+1|k}^r - p_{k|k}^r) \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k}^r + \Delta\breve{p}_{k+1}^r, \\ \Delta\psi_{k+1|k}^r &= \Delta\psi_{k|k}^r + \Delta\breve{\psi}_{k+1}^r. \end{aligned}$$

Обозначим векторы состояния для объединенной системы двух БИНС в DUMP-форме:

$$Y_k^l = \begin{bmatrix} p_k^l \\ \psi_k^l \end{bmatrix}, \quad Y_k^r = \begin{bmatrix} p_k^r \\ \psi_k^r \end{bmatrix}, \quad Y_k^{lr} = \begin{bmatrix} Y_k^l \\ Y_k^r \end{bmatrix}.$$

Обозначим векторы ошибок для объединенной системы двух БИНС в DUMP-форме

$$y_k^l = \begin{bmatrix} \Delta p_k^l \\ \Delta\psi_k^l \end{bmatrix}, \quad y_k^r = \begin{bmatrix} \Delta p_k^r \\ \Delta\psi_k^r \end{bmatrix}, \quad y_k^{lr} = \begin{bmatrix} y_k^l \\ y_k^r \end{bmatrix}$$

Матрица перехода $F_{k+1,k}$ для уравнений ошибок

$$\begin{bmatrix} I_{3\times3} & (p_{k+1|k}^l - p_{k|k}^l)\times_3 & 0_{3\times3} & 0_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & 1 & 0_{1\times3} & 0 \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times1} & I_{3\times3} & (p_{k+1|k}^r - p_{k|k}^r)\times_3 \\ 0_{1\times3} & 0 & 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix} \tag{28}$$

Здесь $(\cdot)\times_3$ обозначает третий столбец матрицы векторного произведения. Легко видеть, что (28) не удовлетворяет полугрупповому свойству (36). Перепишем уравнения ошибок в другой форме (идея взята из [12]):

$$\begin{aligned} \Delta p_{k+1|k} &= \Delta p_{k|k} + (p_{k+1|k} - p_{k|k-1}) \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k} + \Delta\breve{p}_{k+1}, \\ \Delta\psi_{k+1|k} &= \Delta\psi_{k|k} + \Delta\breve{\psi}_{k+1}. \end{aligned}$$

Матрица перехода $F_{k+1,k}$ примет вид

$$\begin{bmatrix} I_{3\times3} & (p_{k+1|k}^l - p_{k|k-1}^l)\times_3 & 0_{3\times3} & 0_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & 1 & 0_{1\times3} & 0 \\ 0_{3\times3} & 0_{3\times1} & I_{3\times3} & (p_{k+1|k}^r - p_{k|k-1}^r)\times_3 \\ 0_{1\times3} & 0 & 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix}. \tag{29}$$

Предложение 2. Новая матрица состояния (29) удовлетворяет полугрупповому свойству (36).

B. DUPT-измерение для расширенного ФК

Ограничение на расстояние между стопами (DUPT) в момент k -й фазы опоры: $\| p_k^l - p_k^r \| \le d$. Существует несколько подходов к использованию этой информации. Одни базируются на квадратичном программировании [7], другие – на Байесовском методе [6] и т.д. Следуя основной цели работы, рассмотрим подход, основанный на применении EKF.

Рассмотрим нетривиальный случай: $\| p_k^l - p_k^r \| > d$. Запишем DUPT-измерение в виде $\| p_{k|k}^l - p_{k|k}^r \| = d$. После перехода к ошибкам измерение будет иметь вид

$$z_k = \frac{(p_{k|k-1}^l - p_{k|k-1}^r)^T}{\| p_{k|k-1}^l - p_{k|k-1}^r \|}(\Delta p_{k|k-1}^l - \Delta p_{k|k-1}^r), \tag{30}$$

где $z_k = d - \| p_{k|k-1}^l - p_{k|k-1}^r \|$. Уравнение (30) можно переписать в виде

$$z_k = H_k y_{k|k-1}^{lr} + \eta_k, \quad H_k = \frac{(p_{k|k-1}^l - p_{k|k-1}^r)^T}{\| p_{k|k-1}^l - p_{k|k-1}^r \|} L. \tag{31}$$

Здесь $L = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & 0_{3\times1} & -I_{3\times3} & 0_{3\times1} \end{bmatrix}$, η_k – шум, введенный искусственно.

Предложение 3. Пара $(F_{k+1,k}, H_k)$, определенная (28), (31) или (29), (31), не удовлетворяет свойству инвариантности ненаблюдаемого подпространства (37). Соответствующий расширенный ФК несостоятелен.

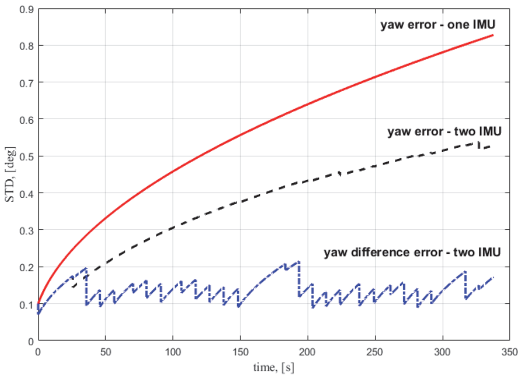


Рис. 5. СКО ошибки курса в режиме использования одной БИНС и в режиме комплексирования двух БИНС

C. Уравнения DUMP-системы в динамических ошибках

Чтобы преодолеть несостоятельность расширенного ФК с ограничениями на расстояние между стопами, обратимся снова к динамическим ошибкам:

$$\begin{aligned} \delta p_{k|k} &= \Delta p_{k|k} - p_{k|k-1} \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k|k}, \\ \delta p_{k+1|k} &= \Delta p_{k+1|k} - p_{k+1|k} \times \Delta\boldsymbol{\psi}_{k+1|k}. \end{aligned}$$

Уравнения ошибок примут вид:

$$\begin{aligned} \delta p_{k+1|k}^l &= \delta p_{k|k}^l + \Delta\breve{p}_{k+1}^l - p_{k+1|k}^l \times \Delta\breve{\boldsymbol{\psi}}_{k+1}^l, \\ \Delta\psi_{k+1|k}^l &= \Delta\psi_{k|k}^l + \Delta\breve{\psi}_{k+1}^l, \\ \delta p_{k+1|k}^r &= \delta p_{k|k}^r + \Delta\breve{p}_{k+1}^r - p_{k+1|k}^r \times \Delta\breve{\boldsymbol{\psi}}_{k+1}^r, \\ \Delta\psi_{k+1|k}^r &= \Delta\psi_{k|k}^r + \Delta\breve{\psi}_{k+1}^r. \end{aligned}$$

Матрица перехода примет вид $F_{k+1,k} = I_{8\times8}$, и очевидно, что верно следующее:

Предложение 4. В динамических ошибках матрица перехода удовлетворяет полугрупповому свойству (36).

Запишем в динамических ошибках DUPT-измерение

$$z_k = \frac{(p^l_{k|k-1} - p^r_{k|k-1})^T}{\| p^l_{k|k-1} - p^r_{k|k-1} \|}(\delta p^l_{k|k-1} - \delta p^r_{k|k-1}) + \\ + \frac{(p^l_{k|k-1} \times p^r_{k|k-1})^T}{\| p^l_{k|k-1} - p^r_{k|k-1} \|}(\Delta \psi^l_{k|k-1} - \Delta \psi^r_{k|k-1}) + \eta_k \quad (32)$$

Предложение 5. Для DUPT-измерений в форме (32) разность координат $p^l - p^r$ и разность курсов $\psi^l - \psi^r$ наблюдаемы. Координаты p^l, p^r и курсы ψ^l, ψ^r по отдельности не наблюдаемы.

Видно, что ненаблюдаемое инвариантное подпространство включает в себя столбцы матрицы

$$N_k = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & 0_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & 1 \\ -I_{3\times3} & 0_{3\times1} \\ 0_{1\times3} & -1 \end{bmatrix}.$$

Если p^l, p^r меняются во времени, ненаблюдаемое подпространство порождается столбцами матрицы N_k. При этом N_k – постоянная матрица.

Следствие 7. Пара $(F_{k+1,k}, H_k)$ в динамических ошибках удовлетворяет полугрупповому свойству и свойству инвариантности ненаблюдаемого подпространства.

Теорема 1. В динамических ошибках EKF для DUMP-DUPT-системы удовлетворяет необходимым условиям состоятельности фильтра.

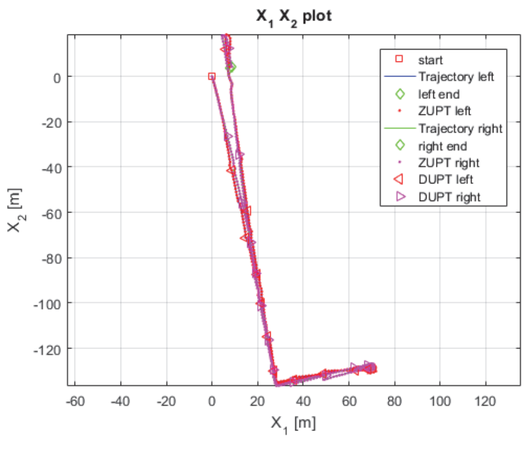


Рис. 6. Траектория для пятиминутного трека. Треугольники обозначают точки DUPT коррекции

VI. Эксперименты

Эксперименты проводились в МГУ им. Ломоносова в рамках проекта RuDaCoP Российского исследовательского института компании Huawei. Использовались инерциальные измерительные блоки MPU9250. Ошибка навигации определялась как разница между начальной и конечной точкой замкнутой траектории. В таблице ниже представлены осредненные результаты для 5- и 10-минутных треков. Эксперименты показали небольшое, но стабильное улучшение точности при использовании формы D. Однако нужно отметить, что многое зависит от выбора интенсивностей шума датчиков σ_f и σ_ω, используемых в EKF.

Таблица 1.

Средняя ошибка для 5 и 10 минутных треков [м]		
Длительность трека	***Форма D***	***Форма F***
5 min	13.2	14.6
10 min	12.5	13.6

VII. Заключение

Проведено аналитическое исследование состоятельности алгоритмов пешеходной навигации с применением БИНС, закрепленных на стопах, в рамках определенных гипотез. Основной результат – нужно корректно записывать условие ZUPT и измерение для EKF в случае использования грубых датчиков. При записи в навигационной с.к. (как делается обычно) эти уравнения приводят к несостоятельному EKF. Предложена состоятельная форма ZUPT. Его нужно записывать в приборной системе координат в динамических ошибках. Отметим также, что при использовании динамических ошибок уравнения ошибок можно разбить на четыре слабосвязанных системы для упрощения ковариационного анализа.

Следуя другим авторам, мы уменьшили порядок опорных уравнений и уравнений ошибок, оставив в векторе состояния только координаты и угол курса. В таком режиме было рассмотрено комплексирование данных двух БИНС, прикрепленных к разным стопам, на основе биомеханического ограничения на длину шага. Ограничение на расстояние между стопами записано в форме, пригодной для EKF. Далее EKF был проверен на предмет состоятельности. Так же как и в случае с ZUPT-коррекцией, оказалось, что при помощи динамических ошибок можно избежать несостоятельности EKF.

Эксперименты подтвердили теоретические результаты. Однако на практике состоятельный EKF не всегда позволяет увеличить точность навигации: в некоторых случаях несостоятельный EKF давал лучший результат. Это явление требует дальнейшего анализа.

Благодарность

Благодарим Российский исследовательский институт Huawei за техническую и финансовую поддержку и лично Илью Гарцеева, инициировавшего это исследование.

Приложение. Состоятельность EKF

Рассмотрим задачу оценивания в нелинейной системе

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= f_k(X_k, q_k), \\ Z_k &= h(X_k) + r_k. \end{aligned} \quad (33)$$

Уравнения ошибок EKF имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_{k+1,k} x_k + G_k q_k, \\ z_k &= H_k x_k + r_k. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $F_{k+1,k}, G_k, H_k$ – матрицы частных производных, зависящие от оценок X_k. Ковариации ошибок оценок вычисляются по известным формулам:

$$\begin{gathered} P_{k+1|k} = F_{k+1,k} P_{k|k} F_{k+1,k}^T + G_k Q_k G_k^T, \\ P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}, \quad K_k = P_{k|k-1} H_k^T R_k^{-1}. \end{gathered} \tag{35}$$

Определение 1. [9] EKF (при условии соответствия матриц шумов Q_k, R_k истинным шумам системы) состоятелен, если вычисленные ковариации P_k равны (или близки) к истинным значениям.

Матрица наблюдаемости на k -м шаге

$$O_k = \begin{bmatrix} H_k \\ H_{k+1} F_{k+1,k} \\ H_{k+2} F_{k+2,k} \\ \cdots \end{bmatrix}.$$

Пусть N_k – ненаблюдаемое инвариантное подпространство – ядро оператора O_k.

Предложение 6. [9] EKF состоятелен, если для всех k $F_{k,k-1}$ удовлетворяет полугрупповому свойству

$$F_{k,k-2} = F_{k,k-1} \cdot F_{k-1,k-2} \tag{36}$$

и N_k инвариантно во времени:

$$F_{k+1,k} \cdot N_k \subset N_{k+1}. \tag{37}$$

Литература

[1] Bancroft, J., Lachapelle, G., Cannon, M., and Petovello, M., Twin IMU-HSGPS Integration for Pedestrian Navigation, *ION GNSS* 2008, Savannah, GA, 2008, pp. 1377–1387.

[2] Nilsson, J.-O., et al., Foot-mounted INS for everybody – An open-source embedded implementation, *IEEE/ION PLANS 2012*, Myrtle Beach, SC, 2012, pp. 140–145 .

[3] Skog, I., et al., Zero-velocity detection – an algorithm evaluation, *IEEE Trans. Bio-Med. Eng.*, 2010, vol. 57, no. 11, pp. 2657–2666.

[4] Bolotin, Yu., Fatehrad, M., Pedestrian inertial navigation with foot zero velocity update, *22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2015, pp. 68–72.

[5] Skog, I., Nilsson, J.O., Handel, P., Nehorai, A., Inertial Sensor Arrays, Maximum Likelihood, and Cramer-Rao Bound, *IEEE Trans. Signal Processing*, 2016, vol. 64, no. 16, pp. 4218–4227.

[6] Zachariah, D., Skog, I., Jansson, M., and Handel, P., Bayesian estimation with distance bounds, *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, vol. 19, no. 12, pp. 880–883.

[7] Skog, I., Nilsson, J., Zachariah, D., and Handel, P., Fusing the information from two navigation systems using an upper bound on their maximum spatial separation, *IPIN 2012*, Sydney, NSW, 2012, pp. 1–5.

[8] Wang, Y., Chernyshoff, A., and Skel, A., Error analysis of ZUPT-aided pedestrian inertial navigation, *IPIN 2018*, Nantes, 2018, pp. 24–27.

[9] Bar-Shalom, Y., Li, X., and Kirubarajan, T., Estimation with applications to tracking and navigation, New Yourk, Wiley-Interscience, 2001.

[10] Отчет 1419. Издательство Московского университета, 1973.

[11] Golovan, A., Demidov, O., Vavilova, N., On GPS/GLONASS/INS tight integration for gimbal and strapdown systems of different accuracy, *IFAC Proc.*, 2010, vol. 43, issue 15, pp. 505–509.

[12] Huang, G., Mourikis, A., Roumeliotis, S., Analysis and improvement of consistency of extended Kalman filter-based SLAM, *IEEE ICRA*, Pasadena, 2008, pp. 473–479.

[13] Nilsson, J., Zahariah, D., Skog, I., and Handel, P., Cooperative localization by dual foot mounted inertial sensors and inter-agent ranging, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2013, vol. 164, p. 1–17.

[14] Bolotin, Yu.V., Bragin, A.V., Gartzeev, I.B., Covariance error analysis for pedestrian dead reckoning with foot mounted IMU, *IPIN-2019*, Piza, 2019, pp. 243–250.

[15] Kronenwett, N., Ruppelt, J. & Trommer, G.F., Motion monitoring based on a finite state machine for precise indoor localization. *Gyroscopy and Navigation*, 2017, vol. 8, pp. 2190–2199.

Робастная навигация в стесненных городских условиях с использованием сильно- / слабосвязанного комплексирования данных ИНС, GPS и камеры типа «рыбий глаз»

Хамза Бензеррук, Арул Эланго
Отдел электротехники
лаборатории LASSENA (ETS)
Монреаль, Канада
hamza.benzerrouk@lassena.etsmtl.ca

В.А. Небылов, А.В. Небылов
Государственный университет
аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
nebylov@aanet.ru

***Аннотация*—В этой публикации рассматривается первоначальная проблема функционирования интегрированной навигационной системы ИНС/СНС в городских условиях, когда измерения LOS/NLOS могут быть смешанными и последовательно доступными. Чтобы решить эту проблему, несколько алгоритмов фильтрации Калмана были исследованы и протестированы на реальной платформе под названием nano-iBB, которая является интегрированной системой навигации и записи, разработанной лабораторией LASSENA в Монреале. При использовании универсального инерциального измерительного модуля с девятью степенями свободы и GPS-приемника подход «сильносвязанная интегрированная система» был реализован и сравнен для длительной навигации в городе Монреале, в районах с препятствиями и без помех. Экспериментальные данные, собранные из четырех (04) систем iBB, использовались для свободного анализа и проверки сильносвязанного метода объединения информации для интегрированной системы ИНС/GPS. Чтобы достичь этого, были приняты различные сценарии и условия наблюдаемости, которые затем были реализованы в различных системах фильтрации Калмана при постобработке. Для достижения наилучшего обнаружения NLOS был выбран вид камеры «рыбий глаз» для обнаружения областей NLOS и выбора наилучших адаптивных или робастных нелинейных фильтров для сильносвязанной интеграции. Важно отметить, что нет отключения спутников, вместо этого были разработаны и применены адаптивные коэффициенты затухания и варианты квадратурных фильтров Калмана–Гаусса «Н-бесконечность». В ходе испытаний интегрированные навигационные системы и регистраторы micro-iBB продемонстрировали хорошие характеристики с использованием EKF/UKF фильтров Калмана, а затем с гораздо более высокой эффективностью – при использовании кубатурных фильтров Калмана высокого порядка. Было обнаружено, что он является хорошим кандидатом для систем оценки вождения и регистрации данных, анализа данных в реальном времени и постобработки для обнаружения аварийных ситуаций даже в условиях плотной городской среды**.

Ключевые слова—Доплер, ИНС, ГНСС, слияние, фильтрация Калмана

I. Введение

Интегрированные навигационные системы представляют основной интерес для большого навигационного сообщества. INS считаются основными и главными навигационными системами во многих навигационных задачах. В сочетании со вспомогательными навигационными системами благодаря разработке алгоритмов объединения информации они становятся мощным решением для оценки качества навигации. Среди многих применений в определенных условиях пешеходная и автомобильная навигация в затрудненной среде ГНСС, такой как в городских районах с плотной застройкой, стала очень сложной. Как правило, спутники ГСНС и инерционные модули измерения представляют собой современный уровень интеграции такого рода [1, 6]. Однако на навигационные системы ГНСС с низкой видимостью и доступностью могут влиять помехи многолучевого распространения, а также отсутствие линии визирования NLOS [1, 6].

Рис. 1. ИНС / ГНСС связанные системы NOVATEL SPAN-CPT и micro-iBB на борту лабораторного автомобиля Lassena-ETS в процессе навигации в плотных городских районах города Монреаля

В течение последних десятилетий с разработкой нового поколения приемников ГНСС для наземных приложений были разработаны различные методы для обнаружения и смягчения воздействия переотраженных сигналов, и они были адаптированы к структуре фильтрации Калмана, которая необходима для ИНС/ГНСС и других датчиков данных для слияния.

В этой работе были разработаны и реализованы адаптивные модифицированные расширенные, сигма-точечные и кубатурные фильтры Калмана во время реальной навигации и на встроенном анализаторе и регистраторе данных привода CDADR (называемом micro-iBB, см. рис. 2). Реальные тесты и вождение в городе Монреале продемонстрировали эффективность и точность предлагаемых подходов фильтрации Калмана в режимах и конфигурациях сильносвязанных ИНС/ГНСС [1, 3–4, 13].

Благодаря интенсивным исследованиям было продемонстрировано, что сигналы ГНСС являются наиболее подходящими навигационными средствами для комплексирования с ИНС. Приемник ГНСС должен быть связан с инерциальной навигационной системой из-за границы ошибки позиционирования и их свойства сходимости во времени. Существуют различные конструкции, которые были исследованы в течение последних двадцати лет, в которых использовались слабые, жесткие, сверхплотные и глубоко связанные подходы. Во всех конфигурациях модель пространства состояний на основе ошибок была принята по разным причинам и продемонстрировала свою эффективность в большинстве случаев и сценариев. Однако в этой статье мы рассмотрим метод прямой фильтрации, введенный в [6, 19] для получения преимуществ. Кроме того, мы разработали интегрированную навигационную систему ИНС/ГНСС Direct Loosely и Direct Tightly, основанную на адаптивных алгоритмах EKF/UKF, преимущество которой было подтверждено во время нашего вождения в городе Монреале в меняющихся густо застроенных районах. Исходя из этого, в данной разработке рассматриваются последовательные измерения LOS/NLOS ГНСС. Адаптивные EKF/UKF и HCDKF являются производными для обнаружения и смягчения эффектов NLOS благодаря использованию уровней последовательности инноваций и нескольких факторов затухания. Слабосвязанные архитектуры проектирования ИНС/ГНСС модифицированы в адаптивные формы, реализованы в рамках прямой фильтрации «Прямая оценка состояния INS». Это новое решение может быть непосредственно применено для оценки движения в плотной городской среде, а также для надежного обнаружения аварийных ситуаций или аварий в очень сложных условиях [6, 19].

II. Инновационная адаптивная нелинейная фильтрация Калмана

Постановка задачи нелинейной фильтрации в информационном пространстве остается неизменной и описывается следующими уравнениями:

$$x_k = f(x_{k-1}) + v_{k-1},$$
$$z_{k,m} = h_m(x_k) + n_{k,m}. \qquad (1)$$

В этой статье вместо разработки байесовской оценки были использованы 04 фильтра без производных в дополнение к фильтру Гаусса–Эрмита–Калмана со степенью 3, который уже был реализован в литературе (Jia et al, 2013):

- адаптивный надежный расширенный фильтр Калмана AEKF;
- адаптивный робастный сигма-точечный фильтр Калмана AUKF;
- адаптивный робастный фильтр Калмана 3-й степени на основе правил кубатуры;
- адаптивный робастный фильтр Калмана 5-й степени на основе правил кубатуры;
- адаптивный робастный фильтр Калмана 7-й степени на основе правил кубатуры.

Эти нелинейные фильтры более высоких степеней предлагаются в качестве превосходных альтернатив CKF и UKF, например, в [13, 17, 19, 22, 23]. Даже несмотря на многочисленные результаты моделирования в различных публикациях, которые были выполнены с теоретически обоснованным преимуществом свободных производных фильтров с кубатурой высокой степени, критерии селективности не обсуждались. Как выбрать квадратурные точки и градусы, все еще остается сложной задачей нелинейной оценки. В этой статье мы представляем обобщенный алгоритм квадратурного фильтра с функциями генерации нескольких квадратурных точек, основанных на одновременных критериях степени нелинейности и степени размерности состояния.

III. Внутренняя / сильносвязанная бесплатформенная ИНС / ГНСС (SINS)

Схему бесплатформенной ИНС можно увидеть на рис. 2, как описано в [3, 4]. IMU (инерциальный измерительный модуль), состоящий из акселерометров и гироскопов, объединяется с приемником GPS (ГНСС) с использованием свободно или сильносвязанных подходов. Оба метода обусловлены распространением сигналов и городской средой, которая, как предполагается в нашей работе, обнаруживается и идентифицируется с помощью камер «рыбий глаз». [4, 13, 16].

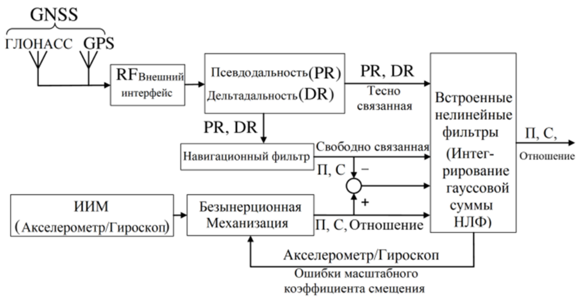


Рис. 2. Свободно и тесно связанная система интеграции ГНСС / SINS

1) Формулировка проблемы. Из-за степени наблюдаемости при использовании приемников ГНСС, а также из-за наблюдаемых состояний навигации становится возможным разработать оценку полного состояния с использованием алгоритмов фильтрации Калмана для объединения между датчиками инерциального модуля и приемниками ГНСС. Магнитометры также могут быть использованы для оценки курса автомобиля и обнаружения аномалий магнитного поля. Таким образом, объединение нескольких датчиков можно интегрировать с ИНС/ГНСС путем увеличения числа состояний и изменения нелинейных функций измерения. Кроме того, мы рассматриваем четыре (04) различных устройства micro-iBB, например, мы можем реализовать объединение данных между этими интегрированными системами и определить, какое из них следует отклонить, а какое – принять.

A. Инерциальная модель пространства состояний с дискретным временем

Уравнения механизации ИНС хорошо известны для интеграции состояний навигации, таких как позиция, скорости и углы ориентации в рамках задачи навигации. Можно рассматривать и реализовывать уравнения с (2) по (14), чтобы получать состояния навигации из кинематических уравнений с дискретным временем на основе выходов гироскопов и акселерометров. Важно отметить, что в зависимости от транспортного средства и его соответствующей динамики могут быть выбраны разные модели интеграции ориентации, такие как представление кватернионов или представление и интеграция углов Эйлера. Обе модели эффективны с преимуществами кватернионного алгебраического математического представления, используемого, чтобы избежать сингулярности, встречающейся в формулировке отношения Эйлера. Таким образом, путем интегрирования скорости мы получаем положение транспортного средства в локальной системе навигации. Более подробную информацию можно найти в [13, 17]:

Теперь, используя косинусную матрицу направления, можно рассчитать измерения, выраженные в навигационной системе (восток–север–вверх):

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_M+h} & 0 \\ \frac{1}{(R_N+h)\cos\varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\dot{r}(k) = \dot{r}(k-1) + (C_b^n(k)\cdot a_b(k) - \vec{g})\cdot \Delta t, \quad (3)$$

$$r(k) = r(k-1) + D^{-1}\cdot \frac{(\dot{r}(k)+\dot{r}(k-1))}{2}\cdot \Delta t. \quad (4)$$

Значение $C_b{}^n(k)$ распространяется с использованием уравнения [1]

$$C_b^n(k) = C_b^n(k-1)^{\Omega_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}(\mathrm{k})\cdot\Delta t}, \quad (5)$$

$$\Omega_{\mathrm{nb}}^{\mathrm{b}}(\mathrm{k}) = [\omega_{\mathrm{b}}(\mathrm{k})\times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z(\mathrm{k}) & \omega_y(\mathrm{k}) \\ \omega_z(\mathrm{k}) & 0 & -\omega_x(\mathrm{k}) \\ -\omega_y(\mathrm{k}) & \omega_x(\mathrm{k}) & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Тогда решение уравнения (4) можно выразить, как в [1],

$$e^{\Omega_{nb}^{b}\cdot\Delta t} = I\,\frac{\sin(\|\omega\Delta T\|)}{\|\omega\|}\Omega_{nb}^{b} + \frac{(1-cos(\|\omega\Delta T\|)}{\|\omega\|^2}\left(\Omega_{nb}^{b}\right)^2 \quad (7)$$

или по формуле Паде:

$$C_b^n(k) = C_b^n(k-1)\cdot\frac{2I_{3\times3}+\Omega(\mathrm{k})}{2I_{3\times3}-\Omega(\mathrm{k})} \quad (8)$$

где *wx*, *wy* и *wz* – оси *X*, *Y* и *Z* измерений гироскопов с b-рамой соответственно. Наконец, если $C_b{}^n$ отклоняется от нормы, применяют два различных подхода к оценке ориентации и то, что обычно называется AHRS (Справочная система указателей ориентации). Затем можно построить оценку состояния (фильтр Калмана) или расширенный фильтр Калмана в зависимости от модели пространства состояний, созданной и принятой в проекте интеграции между ИНС и ГНСС. Таким образом, как можно заметить в уравнениях (9)–(14), вместо представления углов Эйлера выбирается ориентация на основе дискретного временного кватерниона, что дает преимущество в исключении случаев сингулярности, например, при использовании углов Эйлера [12].

Рис. 3. Регистратор данных и навигационные системы в режиме реального времени: четыре (04) системы micro-iBB, разработанные в Lassena-ETS

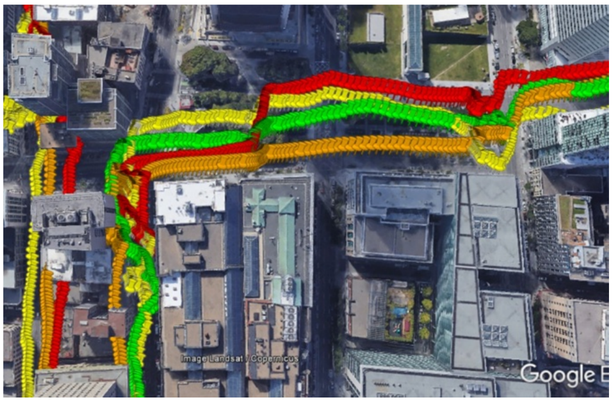


Рис. 4. Четыре (04) системы данных в реальном времени, записанных навигационными системами micro-iBB: сделано в Лассена-ETS

Ниже описаны все кинематические уравнения с дискретным временем, используемые в настоящей задаче слияния датчиков:

$$q_{k+1} = q_k + \frac{1}{2}\left[2\left(cos\frac{\|\omega\|}{2} - 1\right)I + \frac{2}{\|\omega\|}sin\frac{\|\omega\|}{2}S(\|\omega\|)\right]q_k, \quad (9)$$

$$\Delta v^l = R_b^l f^b \Delta t - \left(2\Omega_{\mathrm{ie}}^{\mathrm{l}} + \Omega_{\mathrm{el}}^{\mathrm{l}}\right)V^l\Delta t + g^l\Delta t, \quad (10)$$

$$v_{k+1}^l = v_k^l + \frac{1}{2}\left(\Delta v_k^l + \Delta v_{k+1}^l\right), \quad (11)$$

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \frac{1}{2}\frac{[v_{n,k}+v_{n,k+1}]}{R_N+h}\Delta t, \quad (12)$$

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k + \frac{1}{2}\frac{[v_{e,k}+v_{e,k+1}]}{(R_N+h)cos\varphi}\Delta t, \quad (13)$$

$$h_{k+1} = h_k + \frac{1}{2}\left(v_{u,k} + v_{u,k+1}\right)\Delta t. \quad (14)$$

В ходе этой работы рассматривались различные наблюдаемые сценарии с использованием измерения положения, скорости и курса от приемников ГНСС. Интересные результаты были получены с адаптивными формами расширенного фильтра Калмана EKF и сигма-точечного фильтра Калмана. Особенно когда объединение датчиков было реализовано с использованием методов прямой фильтрации с применением свободно и сильно связанной методологии. Различные условия наблюдаемости при последовательном измерении LOS/NLOS сделали эту работу сложной и интересной в связи с новыми результатами, полученными по результатам длительной навигации в Монреале из-за частого простоя с очень многочисленными неблагоприятными для движения зонами.

IV. Модели пространства состояний и измерений

Для реализации модели пространства состояния ошибки ИНС остаток, который состоит в разнице между измеренными псевдодальностями GPS (ГНСС) – измерениями доплеровского сдвига и предсказанными диапазонами с доплеровскими скоростями сдвига [8–19] от распространения ИНС, описывается следующим уравнением:

$$Z_k = \begin{bmatrix} \rho^1_{GNSS} - \rho^1_{INS} \\ \dot{\rho}^1_{GNSS} - \dot{\rho}^1_{INS} \\ \vdots \\ \rho^n_{GNSS} - \rho^n_{INS} \\ \dot{\rho}^n_{GNSS} - \dot{\rho}^n_{INS} \end{bmatrix}_n + v_k. \qquad (15)$$

Примечание: где Z_{k+1} – обновление измерений в фильтре Калмана, $\rho_{GNSS,}$ $\dot{\rho}_{GNSS,}$ $\ddot{\rho}_{GNSS}$ представляют диапазон измерения позиции и диапазон измерения скорости спутника GNSS n; $\rho_{INS,}$, $\dot{\rho}_{INS,}$, $\ddot{\rho}_{INS}$ – это прогнозируемые соответствующие значения, основанные на уравнениях механизации ИНС и положении спутника ГСНС на орбите (SGP4-TLE). Как видно на рис. 4, адаптивные фильтры, основанные на обнаружении и селективности LOS/NLOS, разрабатываются, когда нелинейные измерения представляют диапазоны и скорости яркости.

A. Методы анализа видимости небесной маски

В этой работе было выбрано несколько опорных точек для анализа видимости спутника и обнаружения линии прямой видимости (NLOS). Как описано и разработано в [30, 31, 32, 34], обработка «рыбий глаз» функционирует так.

Обработка изображения неба «рыбий глаз». Далее, чтобы спроецировать видимость спутника на бинаризованное изображение «рыбий глаз», важно рассчитать и спроецировать спутники GPS (ГНСС) на локальные координаты восток–север–верх (ENU), выбрав происхождение в месте расположения камеры «рыбий глаз» (во время испытаний или во время применения виртуального искажения). Позиции спутников и параметры орбиты получены из файлов TLE, доступны онлайн. Затем вторым шагом является преобразование координат ECEF в локальные координаты ENU с использованием следующих уравнений:

$$\begin{bmatrix} x_{sat,ENU} \\ y_{sat,ENU} \\ z_{sat,ENU} \end{bmatrix} = C^{ENU}_{ECEF} \begin{bmatrix} x_{sat,ECEF} - x_{0,ECEF} \\ y_{sat,ECEF} - y_{0,ECEF} \\ z_{sat,ECEF} - z_{0,ECEF} \end{bmatrix},$$

где C^{ENU}_{ECEF} – матрица вращения, обозначенная как

$$^{ENU}_{ECEF} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ -\sin\varphi_0\cos\lambda_0 & -\sin\varphi_0\sin\lambda_0 & \cos\varphi_0 \\ \cos\varphi_0\cos\lambda_0 & \cos\varphi_0\sin\lambda_0 & \sin\varphi_0 \end{bmatrix}.$$

Примечание: x_0, y_0, z_0, λ_0; и φ_0 – входное местоположение в ECEF и геодезические координаты соответственно. Наконец, необходимо преобразовать положения спутника из ECEF в азимут az_{sat} и углы el_{sat} возвышения, как описано ниже:

$$az_{sat} = \arctan(y_{sat,ENU}/x_{sat,ENU}),$$
$$el_{sat} = \arctan\left(z_{sat,ENU}/\sqrt{x^2_{sat,ENU} + y^2_{sat,ENU}}\right).$$

Затем спутники в зоне видимости наносятся на то же изображение неба, которое дает камера «рыбий глаз». Затем видимость подтверждается сравнением пикселей в бинаризованном изображении вида неба. Следуя методам, разработанным авторами в [30, 34], можно построить вид неба «рыбий глаз» в любом месте, используя Google Earth или другой API, такой как вид карты улиц.

Алгоритмы обработки изображений [34]:

1) Морфологическая обработка изображений. Этот шаг помогает очистить изображение от любых небольших объектов, которые могут повлиять на процесс сегментации.

2) Сегментация Канни. Как показано на рис. 7 и 8, обнаружение границ широко выполняется с помощью алгоритма детектора Канни. Это было использовано в нашем процессе обнаружения линий.

3) Обнаружение грубых линий. Преобразование Хафа используется для обнаружения линий на изображениях. Существуют различные версии, которые можно использовать, такие как линейное преобразование Хафа, циклическое преобразование Хафа и обобщенное преобразование Хафа для любого обнаружения края или кривой. Преобразование Хафа становится более надежным и мощным методом в сочетании с алгоритмом фильтрации Калмана в пространстве параметров Хафа.

4) Морфологическое вскрытие: дополнительная шумоподавляемость сегментированных изображений.

5) Операция заливки. Изменяет цвет определенного региона на черный, пока не будет найден край. Эта операция помогает окончательно определить область открытого неба из зон NLOS. Более подробная информация приведена в [34].

1. Обнаружение NLOS

В этой статье мы предполагаем, что обнаружение NLOS улучшено за счет интеграции камеры «рыбий глаз» и визуальных датчиков, чтобы улучшить селективность лучшей навигационной архитектуры: слабо- и сильносвязанная при стандартных и/или адаптивных конструкциях. Как показано на рис. 5, предложенная авторами в [33, 34] конструкция была воспроизведена с модификацией и адаптацией детектора NLOS. Фактически мы предлагаем решить проблему NLOS, используя адаптивные нелинейные фильтры с функцией повторного взвешивания. Кроме того, для этого применения разработано использование H_∞ -EKF, UKF, CKF и GHKF. Цель состоит в том, чтобы выполнить наилучшее обнаружение без отклонения спутников от различных совокупностей ГНСС. И компенсировать смещения (после оценки) эффектов NLOS.

2. Преобразование Хафа [37]

Поскольку мы предполагаем, что преобразования Хафа недостаточно для отслеживания линий, кривых, а только для обнаружения, EKF и другие алгоритмы нелинейной фильтрации связаны с преобразованием Хафа. Следующие параметры ρ_i, θ_i для $1 \le i \le n$ каждой линии и их движение (поступательное и вращательное) затем оцениваются. Эти параметры рассматриваются как центр вращения $(x; y)$; скорость вращения ω и поступательная скорость $(u; v)$. Состояния в последующие моменты времени, которые мы можем определить с помощью следующих уравнений, таких как предложенные в [37]:

$$s_{t+1} = \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ y_{t+1} \\ u_{t+1} \\ v_{t+1} \\ \omega_{t+1} \\ \rho_{1,t+1} \\ \theta_{1,t+1} \\ \vdots \\ \rho_{n,t+1} \\ \theta_{n,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t + u_t \\ y_t + v_t \\ u_t \\ v_t \\ \omega_t \\ r(1,t) \\ \theta_{1,t} + \omega_t \\ \vdots \\ r(n,t) \\ \theta_{n,t} + \omega_t \end{bmatrix} = f(s_t) \ .$$

Линейные параметры преобразования Хафа затем оцениваются непрерывно, как указано ниже:

$$m_t = [\rho_{1,t}, \theta_{1,t}, \ldots, \rho_{n,t}, \theta_{n,t}]_T = h(s_t).$$

Поскольку возникает нелинейность, для этой реализации необходимы по крайней мере EKF или лучшие алгоритмы, свободные от нелинейных производных. Для справки: уравнения EKF подробно представлены авторами в [37] и у Уэлча и Бишопа [38]. Это приводит к определению следующих векторов:

$$w_t = \left[\varepsilon_u, \varepsilon_v, \varepsilon_\omega, \varepsilon_{\rho_1}, \varepsilon_{\theta_1} \ldots \varepsilon_{\rho_n}, \varepsilon_{\theta_n}\right]^T \text{ и}$$
$$v_t = \left[e_{\rho_1}, e \ldots e_{\rho_n}, e_{\theta_n}\right]^T.$$

Предполагается, что все эти члены ошибки являются независимыми, с нулевым средним и гауссовскими. Однако из-за высокой степени нелинейности, возможной во время обработки изображения и обнаружения и отслеживания нелинейных кривых, исследуются усовершенствованные версии фильтров с нелинейными производными, таких как UKF, CDKF, CKF, CKF с более высокими степенями и другие.

B. Разработка адаптивных алгоритмов SPKF

В методах сигма-точечной фильтрации Калмана разработан неоптимальный коэффициент затухания λ_k, чтобы уменьшить усилие фильтра на исторических данных измерений, чтобы остаточная последовательность всегда поддерживалась ортогональной.

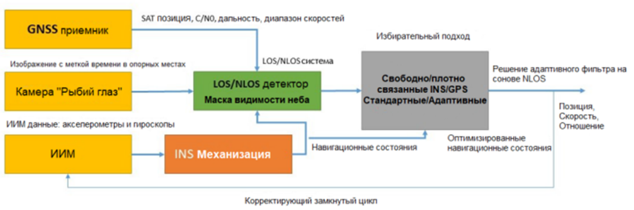


Рис. 5. Селективность камеры «рыбий глаз» NLOS для адаптивных нелинейных фильтров, применяемых к интегрированной навигационной системе ИНС/ГНСС с сильной взаимосвязью (адаптивный вариант конструкции разработан в [36])

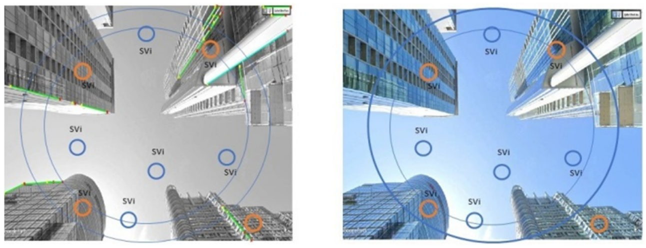


Рис. 6. Вид неба в центре Монреаля, для которого в качестве примера была разработана обработка изображений

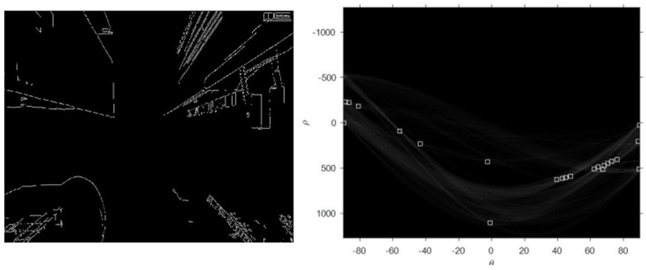


Рис. 7. Результаты детектора краев Канни с последующим линейным преобразованием Хафа для онлайн-обнаружения линий и отслеживания. На правом рисунке точки, обнаруженные в пространстве Хафа, представлены квадратами

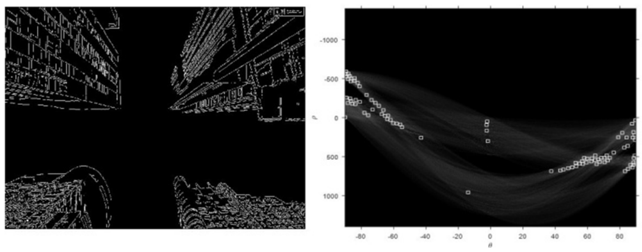


Рис. 8. Дополнительные результаты детектора краев Канни с последующим линейным преобразованием Хафа с настройкой различных параметров для лучшего обнаружения линий в режиме онлайн и отслеживания. На правом рисунке точки, обнаруженные в пространстве Хафа, представлены квадратами

Таким образом, можно определить прогнозируемую ошибку ковариационной матрицы после включения коэффициента затухания, как указано ниже:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \lambda_k \mathbf{F}_{k|k-1} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}^{T}_{k|k-1} + \mathbf{Q}_{k-1}. \qquad (16)$$

Затем коэффициент затухания (или вариант с несколькими коэффициентами затухания) λ_k определяется по ортогональному принципу, разработанному авторами в [28]:

$$\lambda_k = \begin{cases} \alpha c_k, \alpha c_k \ge 1 \\ 1, \alpha c_k < 1 \end{cases}, c_k = \frac{tr[N_k]}{tr[M_k]}, \qquad (17)$$

где (1) обозначает коэффициент пропорциональности коэффициента затухания, который является константой и может быть предопределен предшествующим знанием:

$$N_k = V_k - H_k Q^T_{k|k-1} - \beta R_k, \qquad (18)$$

$$M_k = H_k F_{k|k-1} P_{k-1} F^T_{k|k-1} H^T_k,$$

$$V_k = \begin{cases} \varepsilon_1 \varepsilon_1^T, k = 0 \\ \rho V_{k-1} V_k V_k^T, k \geq 1 \end{cases}, \tag{19}$$

где V_k обозначает ковариационную матрицу последовательности остаточных ошибок, β представляет коэффициент смягчения остаточной последовательности, этот параметр используется для повышения точности оценки состояния и особенно гладкости, обычно = 4,5 [28]. ρ является коэффициентом затухания, удовлетворяющим некоторым условиям: ρ обычно устанавливается равным 0,95 [29].

C. Гауссовская многократная квадратурная фильтрация Калмана

1) Шаг обновления времени. Предположим, что в момент времени k известна функция апостериорной плотности:

$$P_{k-1/k-1} = \sqrt{P_{k-1/k-1}} (\sqrt{P_{k-1/k-1}})^T. \tag{20}$$

Квадратурные точки $\{X_{l,k-1/k-1}\}_{l-1}^{m}$ приведены в уравнении (23). Квадратный корень матрицы – это нижний треугольный фактор Холецкого, представленный в уравнении (24). Оценка среднего значения прогнозируемого состояния и оценка ковариации прогнозируемой ошибки приведены в уравнениях (25) и (26) соответственно:

$$X_{l,k-1/k-1} = \sqrt{P_{k-1/k-1}} \xi_l + \hat{x}_{k-1/k-1}, \tag{21}$$

$$X_{l,k-1/k-1}^* = f\left(X_{l,k-\frac{1}{k}-1}, u_{k-1}, k-1\right), \tag{22}$$

$$\hat{x}_{k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l X_{l,k/k-1}^*, \tag{23}$$

$$P_{x_k}^- = \sum_{l=1}^{m} \omega_l X_{l,k/k-1}^* \; X_{l,k/k-1}^T - \hat{x}_{k/k-1} \hat{x}_{k/k-1}^T + Q_{k-1}. \tag{24}$$

Факторизация Холецкого $P_{k/k-1}$, квадратурные точки $X_{l,k/k-1}$, прогнозируемое измерение $Y_{l,k/k-1}$, среднее прогнозирование $\hat{y}_{k/k-1}^-$, ковариационная матрица инноваций, $S_{k/k-1}$, кросс-ковариационная матрица $P_{xy,k/k-1}$, квадратурное усиление Калмана W_k, состояние $\hat{x}_k$ и ковариация ошибок $P_{k/k}$ обновляются следующим образом:

$$P_{k/k-1} = \sqrt{P_{k/k-1}} (\sqrt{P_{k/k-1}})^T, \tag{25}$$

$$X_{l,k/k-1} = \sqrt{P_{k/k-1}} \xi_l + \hat{x}_{k/k-1}, \tag{26}$$

$$Y_{l,k/k-1} = h(X_{l,k/k-1}), \tag{27}$$

$$\hat{y}_{k/k-1}^- = \sum_{l=1}^{m} \omega_l Y_{l,k/k-1}, \tag{28}$$

$$S_{k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l Y_{l,k/k-1} Y_{l,k/k-1}^T - \hat{y}_{k/k-1} \hat{y}_{k/k-1}^T + R_k, \tag{29}$$

$$P_{xy,k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l X_{l,k/k-1} \; Y_{l,k/k-1}^T - \hat{x}_{k/k-1} \hat{y}_{k/k-1}^T, \tag{30}$$

$$W_k = P_{xy,k/k-1} S_{k/k-1}^{-1}, \tag{31}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + W_k (y_k - \hat{y}_{k/k-1}), \tag{32}$$

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - W_k S_{k/k-1} W_k^T \, . \tag{33}$$

V. H_∞ НЕЛИНЕЙНЫЙ АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ

x_k – вектор состояния, который включает переменные состояния инерциальной навигации w; $f(\cdot)$ – функция перехода нелинейного состояния; u_k – вектор входа системы; z_k – вектор измерения, включая положение GNSS, скорость или псевдодиапазон ГНСС и скорость псевдодальности; $h(\cdot)$ – векторная функция измерения, w_k и v_k – системные шумы и помехи измерения с ковариационными матрицами Q_k и R_k соответственно. Это зависит от того, какой метод соединения был использован: подход со слабой или сильной связью.

Структура фильтрации H_∞ от неопределенности. Цель фильтра H_∞ – получить оценку состояния, минимизируя следующую функцию стоимости:

$$J_\infty = \frac{\sum_{k=0}^{N-1}(\|x_k - \hat{x}_k\|_{M_k}^2}{\|x_0 - \hat{x}_0\|_{Y_0}^2 + \sum_{k=0}^{N-1}(\|\omega_k\|_{Q_k}^2 + \|n_k\|_{R_k}^2))}. \tag{34}$$

Определяя эту новую функцию стоимости, обычный фильтр Калмана может быть модифицирован и преобразован в *надежную* версию. Характеристики и надежность новых переформулированных и производных фильтров становятся более согласованными и сходящимися при больших начальных состояниях неопределенности или во время негауссовых процессов и/или шумов измерения, изменяющихся во времени. Потому что вышеописанная проблема оптимизации, как известно, является сложной для решения. Альтернативное решение – вывести верхнюю границу и оценить состояние при этих ограничениях:

$$J_\infty < \gamma^2, \tag{35}$$

где γ – *производительность*, что должна быть выведена. Следовательно, возникает следующее уравнение:

$$J = -\frac{1}{\theta}\|x_0 - \hat{x}_0\|_{Y_0}^2 + \sum_{k=0}^{N-1}(\|x_k - \hat{x}_k\|_{M_k}^2 - \frac{1}{\theta}(\|\omega_k\|_{Q_k}^2 + \|n_k\|_{R_k}^2)) < 1. \tag{36}$$

Кроме того, исходная задача оптимизации затем решается путем принятия следующей минимаксной задачи:

$$J^* = \min_{\hat{x}_k} \max_{x_0, \omega_k, n_k} J. \tag{37}$$

Фаза обновления времени кубатурного фильтра H_∞ (CHH_∞F) в следующем только уравнении обновления измерений описывается и задается как

$$\begin{gathered} P_{zz} = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \\ K_k = P_{xz} P_{zz}^{-1}, \\ \hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(z_k - h(\hat{x}_{k|k-1})), \\ \boldsymbol{P}_{k|k}^{-1} = \boldsymbol{P}_{k|k-1}^{-1} + H_k^T \boldsymbol{R}_k^{-1} \boldsymbol{H}_k - \gamma^{-2} \boldsymbol{\chi}_n. \end{gathered} \tag{38}$$

Применив описание фильтра Калмана к описанному выше CHH_∞F, можно легко разработать несколько версий нелинейных фильтров H_∞. В конце несколько версий, включая фильтры UKF –H_∞, CDKF –H_∞, CKF –H_∞, GHKF –H_∞, разработаны и применены к соответствующей проблеме, описанной в этом документе.

VI. ИЗМЕРЕНИЕ ДИАПАЗОНА LOS/NLOS

На основе математических моделей, приведенных в литературе, удалось построить адаптивную и очень надежную навигационную систему, реализованную на устройствах micro-iBB (ИНС/GPS и другие датчики). Эта система была разработана для оценки вождения и записи данных о движении в случае опасного динамического поведения транспортного средства или анализа данных об авариях, проведенного экспертами и страховыми компаниями.

A-модель и измерение состояния (1). Смещение спутниковых часов и ионосферные ошибки можно рассчитать из навигационного сообщения спутника, а погрешность тропосферы также можно оценить с помощью соответствующей модели [25]. Следовательно, после исправления всех ошибок, кроме ошибок часов приемника, исправленные псевдодальности

$$\rho^{GPS} = \|r - r^{GPS}\| + \delta b^{GPS} + \varepsilon^{GPS,\rho}. \quad (39)$$

Рис. 9. Данные GPS-приемника во время навигации в центре Монреаля в плотной городской среде

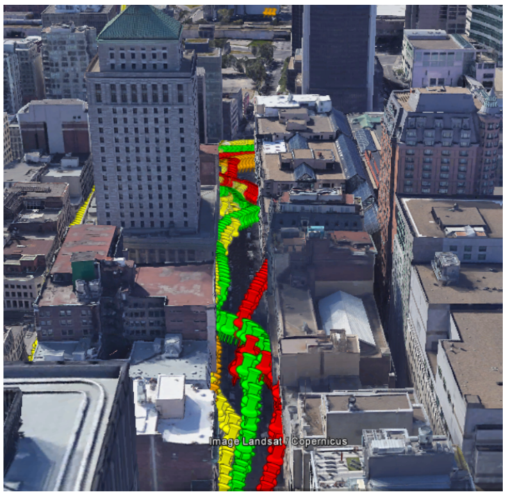


Рис. 10. Четыре (04) INS / GPS-рекордера траектории iBB в центре Монреаля в плотной городской среде и тяжелых ситуациях NLOS

В этой работе реализованы самые последние алгоритмы NLF: CKF, CKF высокой степени и GHKF с различными степенями. Основная идея предлагаемого нами решения заключается в рассмотрении слияния между слежением и навигацией, как это было предложено в [22–32]. Модель пространства состояний может быть выражена как совместная задача отслеживания и навигации с помощью комбинации моделей дальности и скоростей дальности, описанных в [22–23]. Среднеквадратичная ошибка (RMSE) оценки состояния используется для измерения производительности алгоритмов нелинейной фильтрации слежения, а также методов навигационной фильтрации и слияния. Среднеквадратическое значение положения определяется в такой форме, как

$$RMSE(\hat{x}_k, \hat{y}_k) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[(x_k - \hat{x}_k)^2 + (y_k - \hat{y}_k)^2]}. \quad (40)$$

Основываясь на уравнениях (3) и (4), можно определить матрицу Якоби функции измерения, приведенную в уравнении (40). Кроме того, можно создавать непрямые и прямые интегрированные навигационные системы ИНС/Range-Doppler, используя измерение дальности, измерение доплеровского сдвига (диапазон скорости) и/или измерение доплеровской скорости (Range rate-rate), которое рассматривается в другой работе.

VII. Экспериментальная валидация интегрированной навигационной системы ИНС/ГНСС

В этой экспериментальной работе интеграция между приемниками ИНС и ГНСС была реализована с использованием адаптивных нелинейных фильтров: EKF, UKF и HCKF. Во время ситуаций и сценариев NLOS новая система была способна поддерживать возможности позиционирования и навигации автомобиля Lassena в течение длительного периода навигации в центре Монреаля. Параллельные слабо- и сильносвязанные подходы были реализованы с использованием подходов прямой фильтрации, что отличается от стандартной реализации модели пространства состояний ошибок. Было продемонстрировано, что, когда приемник находился между высокими зданиями и с ограниченной видимостью спутника, адаптивные фильтры работали хорошо по сравнению с единственным решением GPS или траекторией дрейфа INS. Поскольку устройства micro-iBB были разработаны в LASSENAETS для оценки вождения, предлагаемое решение поддерживает эксплуатационные условия в сильно затрудненных районах в плотной городской среде. На рис. 11–18 можно наблюдать эффективность предложенных фильтров в оценке позиции и курса.

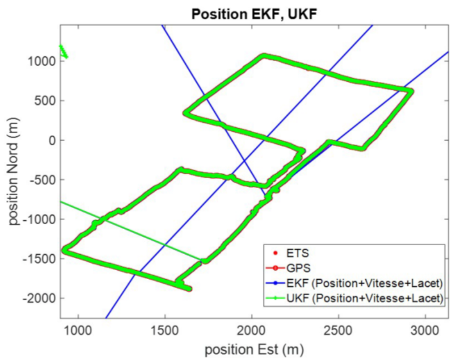


Рис. 11. Множественные квадратурные фильтры Калмана: результаты оценки EKF, UKF, CKF, HCKF для двумерного положения и курса автомобиля Лассена

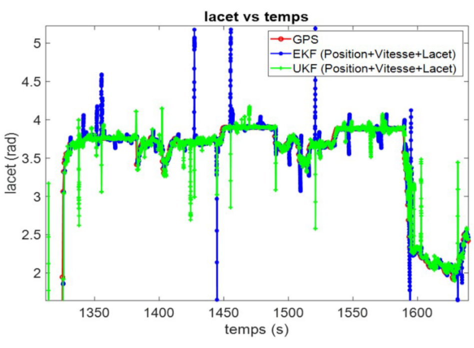


Рис. 12. Множественные адаптивные квадратурные фильтры Калмана: EKF, UKF, CKF, HCKF (видны только EKF, UKF). Результаты оценки курса в градусах автомобиля Лассена

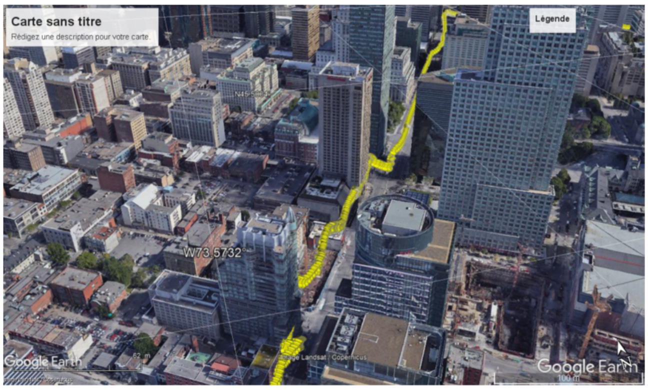


Рис. 13. Реконструкция трехмерного маршрута в зоне препятствий во время навигации в городе Монреале с использованием адаптивного EKF/UKF

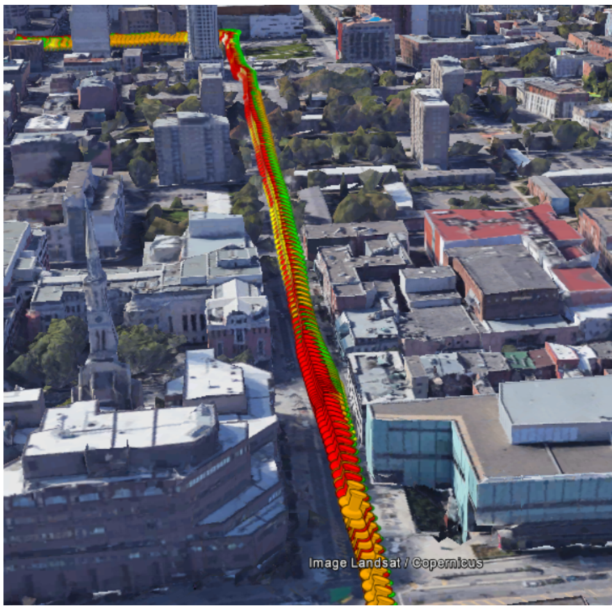


Рис. 14. Зона 1 – наилучшие траектории, отфильтрованные по INS/GPS, в центре Монреаля в плотной городской среде с полной ситуацией LOS

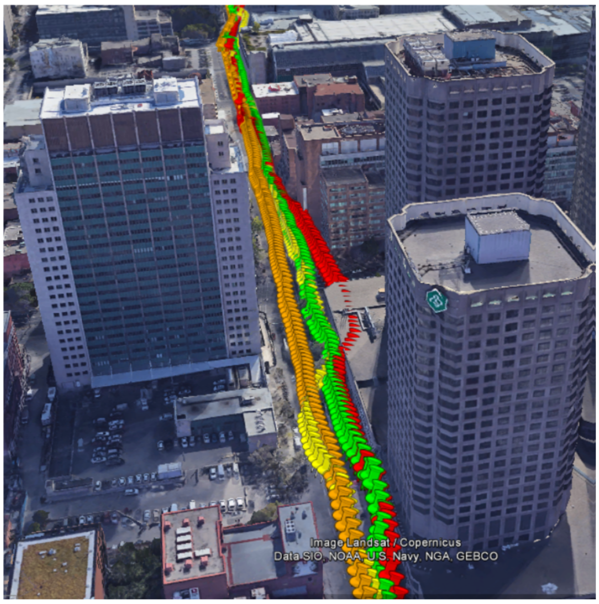


Рис. 15. Зона 2 – наилучшие траектории, отфильтрованные по INS/GPS, в центре Монреаля в плотной городской среде с ситуацией LOS/слабая NLOS

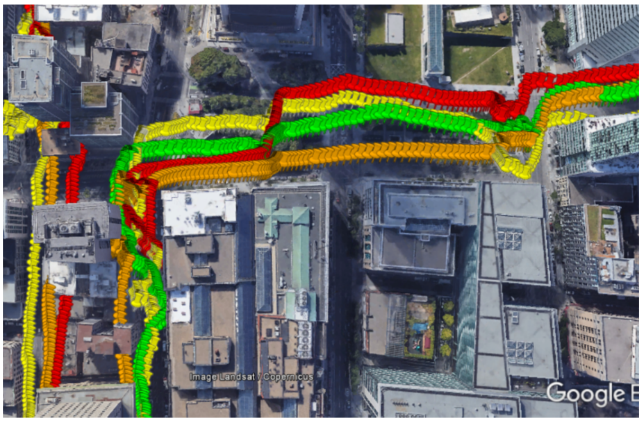


Рис. 16. Зона 3 – наилучшие траектории, отфильтрованные по INS/GPS, в центре Монреаля в плотной городской среде с последовательной ситуацией LOS/NLOS

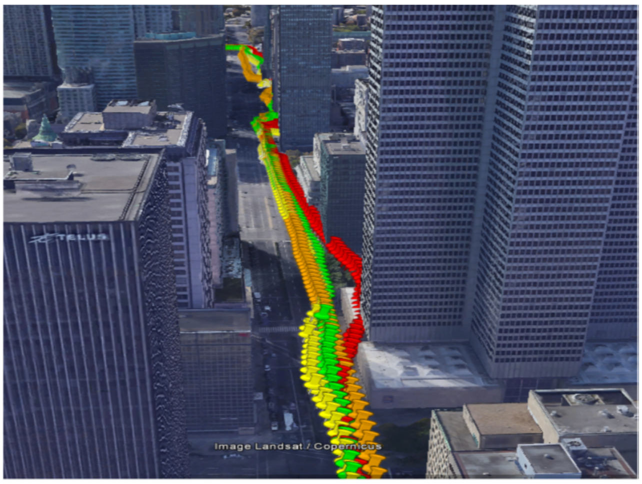


Рис. 17. Зона 4 – наилучшие траектории, отфильтрованные по INS/GPS, в центре Монреаля в плотной городской среде с ситуацией NLOS

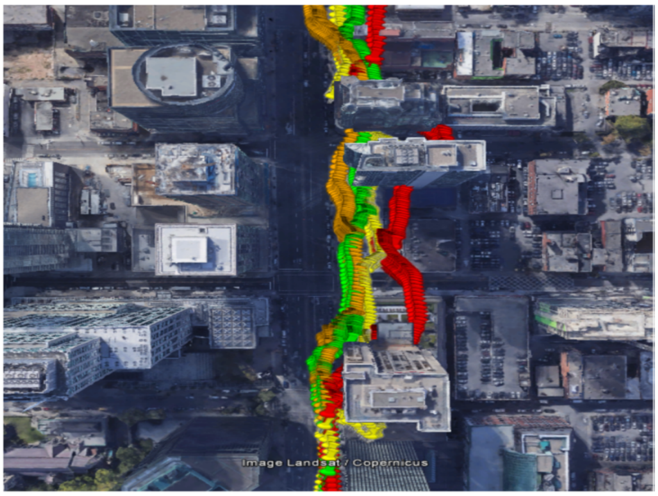


Рис. 18. Зона 5 – наихудшие траектории, отфильтрованные по INS/GPS, в центре Монреаля в плотной городской среде с ситуацией NLOS

VIII. Заключение

После анализа наблюдаемости, траектории и видимости спутников ГНСС вычисление дальности/дальности в качестве вектора измерения, извлеченного из созвездий ГНСС, было обработано и интегрировано с навигационными данными состояния ИНС, что позволяет привести следующие важные достижения в последовательном измерении LOS/NLOS из-за высокой плотности городской среды: 1) улучшение точности на 5-20 м без каких-либо обширных вычислительных ресурсов; 2) UKF работает лучше, чем EKF, особенно в оценке курса, с возможностью разработки алгоритмов с использованием трехмерной модели с использованием множества ограничений, включая высоту и положение здания на карте во время навигации; 3) Интеграция нескольких конструкций ИНС/ГНСС слабосвязана для возможного глобального объединения данных в будущем.

Благодарности

Авторы благодарят Саймона Кудриера за помощь в сборе данных во время интенсивных тестов и доктора Арула Эланго за рецензирование статьи.

Для авторов ГУАП работа была поддержана Российским научным фондом по проекту №16-19-10381 и РФФИ по проекту №18-08-00234 в части навигации и анализа точности при движении по маршруту.

Литература

[1] Falco, G., Pini, M., Marucco, G., Loose and Tight GNSS/INS Integrations: Comparison of Performance Assessed in Real Urban Scenarios, *Sensors,* 2017, 17, 255.

[2] Chen, Xi et al., Analysis on the Performance Bound of Doppler Positioning Using One LEO Satellite, *2016 IEEE 83rd Vehicular Technology Conference* (VTC Spring) (2016): 1–5.

[3] Benzerrouk, H. and Nebylov, A., Robust nonlinear filtering applied to integrated navigation system INS/GNSS under non Gaussian measurement noise effect, *2012 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, 2012, pp. 1–8.

[4] Benzerrouk, H., Gaussian vs. Non-Gaussian noise in inertial/GNSS integration, *Inside GNSS*, November/December 2012.

[5] Lawrence, D., Cobb, H.S., Gutt, G., Tremblay, F., Laplante, P., O'Connor, M., Test Results from a LEOSatellite-Based Assured Time and Location Solution, *Proceedings of the 2016 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Monterey, California, January 2016, pp. 125–129.

[6] Ashton, C., Shuster Bruce, A., Colledge, G., & Dickinson, M., The Search for MH370, *Journal of Navigation*, 2015, 68(1), 1–22. doi:10.1017/S037346331400068X

[7] Cobb, S., Lawrence, D., Gutt, G., O'Connor, M., Differential and Rubidium Disciplined Test Results from an IridiumBased Secure Timing Solution, *Proceedings of the 2017 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Monterey, California, January 2017, pp. 1111–1116.

[8] Reid, T.G.R., Neish, A.M., Walter, T., Enge, P.K., Broadband LEO Constellations for Navigation, *NAVIGATION, Journal of The Institute of Navigation*, Vol. 65, No. 2, Summer 2018, pp. 205–220.

[9] Levanon, N., Theoretical Bounds on Random Errors in Satellite Doppler Navigation, *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol.AES-20, no.6, pp. 810–816, Nov. 1984.

[10] Levanon, N., Quick position determination using 1 or 2 LEO satellites, *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol.34, no. 3, pp.736–754, Jul 1998.

[11] Knogl, J. Sebastian et al., Precise positioning of a geostationary data relay using LEO satellites, *Proceedings ELMAR-2011* (2011): 325-328.

[12] Winger, D.J., Error analysis of an integrated inertial/Doppler-satellite navigation system with continuous and multiple satellite coverage, *Retrospective Theses and Dissertations*, 1971, 4864. https://lib.dr.iastate.edu/rtd/4864.

[13] Hsu, Wu-Hung and Shau-Shiun Jan, Assessment of using Doppler shift of LEO satellites to aid GPS positioning, *2014 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium – PLANS 2014* (2014): 1155–1161.

[14] Morales, J., Khalife, J., Abdallah, A., Ardito, C., and Kassas, Z., Inertial navigation system aiding with Orbcomm LEO satellite Doppler measurements, *ION Global Navigation Satellite Systems Conference*, Sep. 24–28, 2018, Miami, FL.

[15] http://gpsworld.com/Iridium-constellation-provides-low-earth-orbit satnav-service/

[16] Levanon, N., Instant Active Positioning with One LEO Satellite, *Navigation*, 1999, 46: 87C95. doi: 10.1002/j.2161-4296.1999.tb02397.x.

[17] Shames, I., Bishop, A.N., Smith, M., Doppler Shift Target-Localization, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, January 2013, vol. 49, no. 1.

[18] Xiao, Yang-Can et al., Observability and Performance Analysis of Bi/Multi-Static Doppler-Only Radar, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 46 (2010): 1654–1667.

[19] Morales, J., Khalife, J., and Kassas, J.Z., Simultaneous tracking of Orbcomm LEO satellites and inertial navigation system aiding using Doppler measurements, *IEEE Vehicular Technology Conference*, Apr. 28 – May 1, 2019, Kuala Lumpur, Malaysia.

[20] Benzerrouk, H., Nebylov, A., Li, M., Multi-UAV Doppler Information Fusion for Target Tracking Based on Distributed High Degrees Information Filters. *Aerospace*, 2018, 5, 28.

[21] Lopez, R., Malarde, J., Royer, F. and Gaspar, P., Improving Argos´ Doppler Location Using Multiple-Model Kalman Filtering, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Aug. 2014, vol. 52, no.8, pp. 4744–4755.

[22] Vallado, D.A., Crawford, P., Hujsak, R., and Kelso, T.S., Revisiting Spacetrack Report #3*, AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference*, Keystone, CO, August 2006.

[23] Nguyen, A.-Q., Amrhar, A., Zambrano, J., Brown, G., Landry Jr., R., and Yeste, O., Application of Phase Modulation Enabling Secure Automatic Dependent Surveillance-Broadcast, Journal of Air Transportation, 2018, vol. 26, No. 4, pp. 157–170.

[24] Ardito, Ch.T., Morales, J.J., Khalife, J., Abdallah, A.A., Kassas, Z.M., Performance Evaluation of Navigation Using LEO Satellite Signals with Periodically Transmitted Satellite Positions, *Proceedings of the 2019 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Reston, Virginia, January 2019, pp. 306–318.

[25] Khalife, J. and Kassas, Z., Receiver design for Doppler positioning with LEO satellites, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, May 12–17, 2019, Brighton, UK.

[26] Watanabe, Y., Fabiani, P. and Le Besnerais, G., Simultaneous visual target tracking and navigation in a GPS-denied environment, *2009 International Conference on Advanced Robotics*, Munich, 2009, pp. 1–6.

[27] Ardito, Ch., Morales, J., Khalife, J., and Kassas, Z.M., Performance Characterization of Simultaneous Tracking and Navigation with LEO Satellites, *ION GNSS 2019*.

[28] Morales, J.J., Ardito, Ch.T., Khalife, J., and Kassas, Z.M., Orbit Uncertainty Modeling for Simultaneous Tracking and Navigation using LEO Satellite Signals, *ION GNSS 2019*.

[29] Bar-Shalom, Y., Willett, P.K. and Tian, X., Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms, YBS Publishing, 2011. T. Yuan, Y. BarShalom and X. Tian, "Heterogeneous Track-to-Track Fusion", J. of Advances in Information Fusion, 6(2):131–149, Dec. 2011.

[30] Bo, Y., Yue-gang, W., Liang, X., Bin, S., Bao-cheng, W. (2018). Accurate integrated position and orientation method for vehicles based on strapdown inertial navigation system /Doppler radar. Measurement and Control, 51(9–10), 431–442.

[31] Rouzegar, H., Ghanbarisabagh, M. Wireless PersCommun (2019). https://doi.org/10.1007/s11277-019-06517-5.

[32] Gao W, Zhang Y, Wang J., A strapdowninterial navigation system/Beidou/Doppler velocity log integrated navigation algorithm based on a Cubature Kalman filter. Sensors (Basel). 2014;14(1):1511–1527. Published 2014 Jan 15. doi:10.3390/s140101511.

[33] Wen W., Bai X., Kan Y.C., Hsu, L.T., Tightly Coupled GNSS/INS Integration Via Factor Graph and Aided by Fish eye Camera, *IEEE Transactions on Vehicular Technology* (online published), 2019.

[34] Wen, W., Zhang, G., Hsu, L.T., Exclusion of GNSS NLOS receptions caused by dynamic objects in heavy traffic urban scenarios using real-time 3D point cloud: An approach without 3D maps, *Position, Location and Navigation Symposium (PLANS)*, 2018 IEEE/ION, pp. 158–165.

[35] Suzuki, Taro, Kubo, Nobuaki, Simulation of GNSS Satellite Availability in Urban Environments Using Google Earth, *Proceedings of the*

ION 2015 Pacific PNT Meeting, Honolulu, Hawaii, April 2015, pp. 1069–1079.

[36] Sanchez, J.S., Gerhmann, A., Thevenon, P., Brocard, Ph., Afia, A.B., Julien, O., Use of a FishEye Camera for GNSS NLOS Exclusion and Characterization in Urban Environments, *Proceedings of the 2016 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, Monterey, California, January 2016, pp. 283–292.

[37] Suzuki, T. and Kubo, N., NLOS detection using Omnidirectional Infrared Camera/Fish eye Camera. *ION GNSS+ 2014*.

[38] Meguro, J. et al., GPS Multipath Mitigation for Urban Area Using Omnidirectional Infrared Camera, *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, 2009, vol.10, no.1, pp. 22–30.

[39] Mills, S.P., Tony Hills, M., Tracking in a Hough Space with the Extended Kalman Filter, 2003. 10.5244/C.17.18.

Комплексирование локальной сверхширокополосной угломерно-дальномерной и инерциальной навигационных систем

А.А. Чугунов
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
San4es_95@mail.ru

Н.И. Петухов
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
nekitpetuhov@yandex.ru

А. Митич
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
anamitic1393@gmail.com

В.Д. Семенов
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
alloys.109@gmail.com

Е.В. Захарова
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
e.v.zakharova_work@mail.ru

Д.В. Царегородцев
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
tsdv95@mail.ru

А.Р. Болдырев
Кафедра радиотехнических систем
«НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
BoldyrevAR@mpei.ru

***Abstract*—Данная статья посвящена синтезу алгоритма комплексирования радиоизмерений от угломерно-дальномерной СШП навигационной системы с измерениями от инерциальной системы, на которой реализован алгоритм пешеходного счисления пути. Основные формулы алгоритма приведены во второй секции работы («Синтез алгоритма»). Во введении приведен обзор существующих подходов к локальной навигации и доказана актуальность и целесообразность проведенных исследований, о которых идет речь в статье. В четвертой секции («Эксперимент») настоящей статьи предложена и определена количественно по результатам эксперимента метрика, характеризующая точность синтезированного комплексного алгоритма. В секции «Экспериментальный стенд» показано оборудование, на котором был проведен эксперимент, подтверждающий правильность работы синтезированного алгоритма.**

***Keywords*—локальная навигация внутри помещений, комплексирование, СШП, угломерно-дальномерная система, пешеходная инерциальная навигация**

I. Введение

Сегодня подавляющее большинство задач навигации можно разделить на две большие группы: позиционирование в открытом пространстве и позиционирование внутри закрытых помещений. Задачи первого типа характеризуются доступностью сигналов ГНСС, и навигационные системы на базе ГНСС и их дополнений являются де-факто стандартом позиционирования для данных приложений [1]. В задачах второго типа осуществить прием ГНСС-сигналов невозможно и, как правило, точности позиционирования с помощью НАП ГНСС недостаточно. Ввиду этого задачи позиционирования внутри помещений решаются с помощью локальных навигационных систем на базе различных технологий. Выбор конкретной системы обуславливается целесообразностью применения той или иной технологии для определенных задач позиционирования.

На сегодняшний день наиболее известны следующие решения задачи позиционирования внутри помещений:

- оптические системы,
- ультразвуковые системы,
- узкополосные радиосистемы,
- сверхширокополосные радиосистемы,
- инерциальные системы,
- одометрические системы,
- магнитометрические системы.

Существуют два наиболее распространенных варианта оптических систем позиционирования. Первый из них – это система на базе лидаров [2]. Лидар, по сути, является лазерным дальномером, осуществляющим измерение расстояния до препятствий вокруг по задержке светового луча. В наиболее сложном исполнении данное устройство сканирует окружающее пространство за счет вращающихся конструкций систем зеркал. В таких системах навигация реализуется обзорно-сравнительным методом с применением подходов SLAM, в которых потребитель производит съем профиля помещения, одновременно строя карту помещения и позиционируя себя в ней. Также известны оптические системы, применяемые в основном в индустрии захвата движений, в которых отслеживается перемещение маркеров с помощью нескольких видеокамер, располагаемых на известных расстояниях между ними [3]. Маркеры закрепляются на теле человека и могут быть как пассивными и представлять собой ретрорефлектор или катафот с высокой отражающей способностью, так и активными, являющимися, по сути, диодами высокой яркости. Данный вариант оптических систем относится к позиционным, и навигация осуществляется угломерным методом. Оптические системы обладают высокой точностью позиционирования, но в то же время страдают от чрезмерно яркого освещения в помещении и не могут функционировать при заслонении устройств. Кроме того, стоит отметить, что для работы системы на базе лидаров не требуется предварительного развертывания дополнительной инфраструктуры.

Хорошо изучены и достаточно широко распространены ультразвуковые системы позиционирования [4]. Наиболее часто встречаются позиционные варианты ультразвуковых систем с дальномерным или, реже, угломерным методами навигации, но физический принцип функционирования не исключает возможности создания и обзорно-сравнительного варианта, аналогичного системе на базе лидаров. Позиционная ультразвуковая система основана на измерении приемником потребителя задержек звукового сигнала от стационарных излучателей, которые заранее расставлены в точки с координатами, найденными сторонними измерительными средствами. Данные системы имеют сравнительно высокую точность позиционирования, но есть ряд существенных недостатков, наиболее значимые из которых – низкая дальность действия, высокая задержка из-за быстрого затухания звуковых волн, невозможность функционирования системы при заслонении линий прямой видимости между излучателями и приемником, а также негативное влияние на точность позиционирования при наличии поблизости высокочастотных источников звука.

Решения на базе инерциальных систем реализуют метод счисления пути [5, 6]. Такие системы включают в себя набор датчиков, а именно соосные трехосевые акселерометр и датчик угловых скоростей. Дважды интегрируя показания акселерометра (ускорения потребителя), можно получить координаты потребителя, а интегрируя показания датчика угловых скоростей, можно получить ориентацию объекта. Зачастую в состав таких систем привлекают датчики, основанные на иных физических принципах и дающие дополнительную информацию о местоположении и ориентации потребителя в пространстве, такие как магнитометр и барометр. Инерциальные системы полностью автономны (не требуют для работы сторонних устройств и не зависят от внешних факторов), но страдают от накапливающейся со временем ошибки, вызванной дрейфом нулевого уровня датчиков.

Одометрические решения аналогично инерциальным системам осуществляют навигацию методом счисления пути [7]. Данный вариант применим для потребителей, являющихся колесными средствами (например, колесная робоплатформа), а измерителями являются энкодеры, считывающие угол поворота вала двигателя. Путем инкрементирования количества оборотов и с учетом знания радиуса колеса робота можно получить местоположение робота. Достоинства и недостатки одометрических систем схожи с инерциальными системами, но в данном случае ошибки в основном вызваны проскальзыванием или заклиниванием колес потребителя. Как общую характерную черту инерциальных и одометрических систем стоит отметить их накапливающуюся со временем ошибку, которая не позволяет длительно использовать описанные технологии без привлечения дополнительной информации от иных навигационных систем. Поэтому зачастую они играют роль систем поддержки, а не как законченное решение.

Относительно новый, но уже достаточно конкурентоспособный вариант решения задачи локального позиционирования – это системы, основанные на измерении локального магнитного поля [8]. На данный момент наблюдается разделение на три основных кластера. В частности, в первом кластере позиционирование достигается с использованием только магнитного поля Земли или локальных аномалий окружающего магнитного поля. Во втором кластере используются генерируемые магнитные поля постоянного тока, в то время как третий кластер основан на генерируемых магнитных полях переменного тока. Кроме того, существует четвертый кластер, в котором для функционирования требуется предварительное измерение магнитного поля в окружающем пространстве. На базе систем позиционирования, основанных на магнитных полях, реализованы и обзорно-сравнительный метод навигации (причем известны как “fingerprinting”-подходы, так и подходы с привлечением SLAM-алгоритмов), и позиционный беззапросный дальномерный метод (в системах с генерируемым переменным магнитным полем). Данная группа систем не подвержена влиянию многолучевости и безразлична к заслонениям устройств неметаллическими предметами, но крайне чувствительна к воздействию ферромагнитных материалов, резко ухудшающих точность позиционирования, кроме того, системы второго и третьего кластера обладают относительно низкой дальностью действия.

Наиболее широко распространенные по количеству существующих решений и насыщенные по возможным методам навигации из указанных выше вариантов решения задачи позиционирования внутри помещения – это системы, основанные на передаче радиосигналов [9]. Подавляющее большинство таких систем строится на позиционных методах навигации, и принцип заключается в следующем. В параметрах сигналов, которые потребитель принимает от базовых станций с известными координатами, содержится информация о геометрических величинах или их производных, функционально связанных с навигационными элементами (координатами потребителя, компонентами вектора скорости потребителя) (см. табл. 1). В локальных радионавигационных системах в зависимости от типа и специфики задач, для решения которых они применяется, могут измеряться различные радионавигационные параметры и их комбинации. На основе того, какие параметры измеряют системы, различают следующие подходы к нахождению координат (решению навигационной задачи): дальномерный, разностно-дальномерный, угломерный, дальномерно-угломерный (в зарубежной литературе устоялись обозначения ToA – Time of Arrival, TDoA – Time Difference of Arrival, AoA – Angle of Arrival) (см. табл. 2).

ТАБЛИЦА 1. СВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ И ЭЛЕМЕНТОВ В РАДИОНАВИГАЦИИ

Параметры и элементы в радионавигации		
Радионавигационный параметр	***Навигационный параметр***	***Навигационный элемент***
Задержка сигнала τ	Дальность $R = c\tau$ $R = R_0 \cdot 10^{\frac{P_0 - RSS}{10\alpha}}$	Координаты *x, y, z*
Мощность сигнала *RSS*		
Доплеровская частота $f_д$	Радиальная скорость $V_р = f_д\lambda$	Компоненты вектора скорости V_x, V_y, V_z
Разность фаз Δφ	Угловое направление (пеленг) α = asin(Δφ/(β·Base))	Координаты *x, y, z*

ТАБЛИЦА 2. ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ НАВИГАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Подходы решения навигационной задачи	***Измеряемые навигационные параметры***
Дальномерный (ToA)	Дальности от потребителя до базовых станций R_i
Разностно-дальномерный (TDoA)	Разности дальностей от потребителя до базовых станций ΔR_i
Угломерный (AoA)	Угловые направления (пеленг) на потребителя α_i
Дальномерно-угломерный (ToA/AoA)	Дальности от потребителя до базовых станций R_i и пеленги α_i

Существует целый ряд радиосигналов определенных IEEE-стандартов, а именно Wi-Fi, ZigBee, Bluetooth, UWB и RFID, на базе которых строят локальные радиосистемы (см. табл. 3).

ТАБЛИЦА 3. РАДИОЧАСТОТНЫЕ СТАНДАРТЫ

Технология (стандарт)	***Частотный диапазон***	***Дальность действия***
Bluetooth v.1.1 (802.15.1)	2.4 ГГц	< 10 м
Bluetooth v.2.0 (802.15.1)		< 100 м
Bluetooth v.3.0 (802.15.1)		
Wi-Fi (802.11 a/b/g/n/ac)	2.4-5 ГГц	< 100 м
UWB (802.15.3)	3.1 – 10.6 ГГц	< 30 м
ZigBee (802.15.4)	868-915 МГц, 2.4 ГГц	< 100 м
LF RFID (Low-Frequency)	30 – 500 кГц (тип. 125 кГц)	Активные системы: 100-500 м Пассивные системы: < 10 м
HF RFID (High-Frequency)	3 – 30 МГц (тип. 13.56 МГц)	
UHF RFID (Low-Frequency)	433/850 – 950 МГц	
S-UHF RFID (Super Ultrahigh Frequency)	2.4-2.5 ГГц и 5.8 ГГц	

Все решения на стандартах Bluetooth, Wi-Fi, ZigBee и RFID используют либо позиционный дальномерный метод навигации, либо обзорно-сравнительный метод навигации. В обоих подходах потребителем-приемником измеряется мощность принятых от базовых станций сигналов (RSS – Received Signal Strength), но в первом случае производится пересчет этих мощностей через известные модели потерь на распространение в дальности с последующим решением дальномерной навигационной задачи известными алгоритмами, а во втором случае, в котором применяется “fingerprinting”-подход, осуществляется сравнение принятых мощностей с заранее записанными значениями, привязанными к конкретным точкам плана помещения (то есть производится корреляционная обработка измерений с предварительно составленной картой мощностей в помещении). Системы на базе измерения мощностей обладают метровой точностью позиционирования и зачастую невысокой дальностью действия, что значительно ограничивает возможности их применения.

Наивысшей точностью позиционирования (порядка единиц сантиметров) из локальных навигационных систем на базе представленных стандартов обладают сверхширокополосные радионавигационные системы [10]. Столь высокой точности удается добиться за счет определенных свойств сигнала: сверхширокий спектр излучаемого сигнала означает, что данный сигнал состоит из сверхкоротких импульсов. Этот факт позволяет эффективно бороться с такой насущной в условиях навигации в закрытых помещениях проблемой, как многолучевость. Преимущество сверхширокополосных сигналов показано на рис. 1. Отраженный от окружающих препятствий и стен импульс узкополосного сигнала, принятый потребителем, с высокой вероятностью наложится во временной области на прямой импульс в отличие от сверхширокополосного сигнала, обладающего высокой разрешающей способность по дальности и у которого эти импульсы не перекрываются.

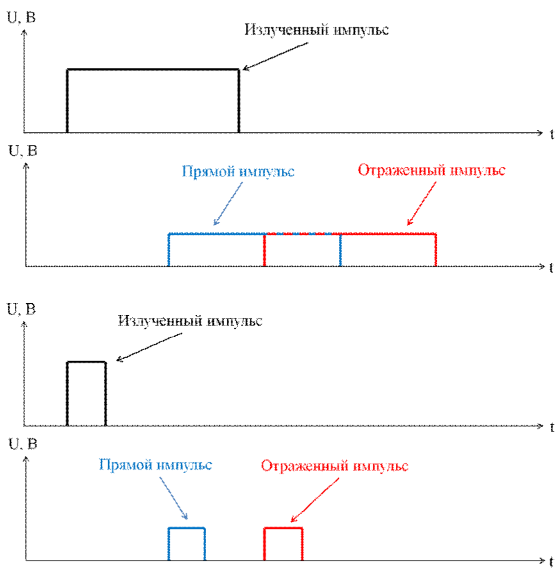


Рис. 1. Преимущество свехширокополосного сигнала перед узкополосным

Несмотря на высокую точность позиционирования сверхширокополосных навигационных систем, можно добиться ее повышения за счет привлечения дополнительной информации от датчиков с иной природой измерений. Такой подход к обработке информации позволяет избавиться от слабых сторон каждой из систем в отдельности и называется комплексированием [11]. В данной работе исследуется комплексирование измерений угломерно-дальномерной СШП локальной навигационной системы с инерциальной системой, на которой реализовано пешеходное счисление пути.

II. Синтез алгоритма

Постановка задачи в текущем исследовании звучит следующим образом. Имеется потребитель угломерно-дальномерной радиосистемы и инерциальных измерений, которого требуется позиционировать в 2D-плоскости плана помещения.

Упомянутая радиосистема позволяет одновременно измерять как дальность R до цели-потребителя по временной задержке радиоимпульса, так и угол пеленга θ (угловое направление на цель), который определяется как угол между нормалью к базе антенной решетки и направлением на цель, с помощью разности фаз PD прихода сигнала на каждый из элементов решетки (рис. 2). Этим измерениям можно поставить в соответствие координаты в полуплоскости локальной системы координат с началом в центре базы антенной решетки. Функциональная зависимость измеряемых описываемой системой величин от данных координат выражается как

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{X^2+Y^2} \\ PD &= \frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2}} \cdot \frac{360° B}{\lambda}, \end{aligned} \qquad (1)$$

где B – это база антенной решетки, а λ – длина волны используемого сигнала.

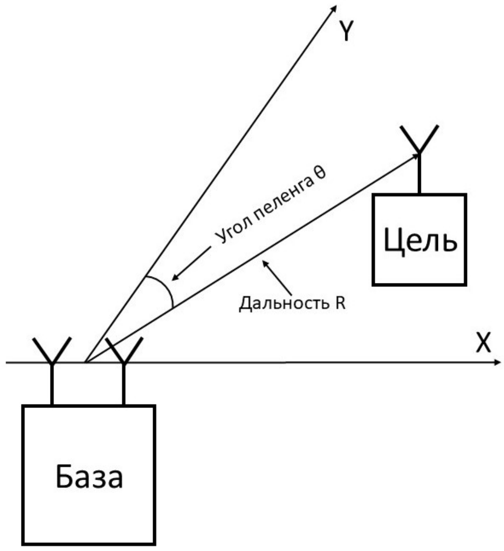


Рис. 2. Схема измерений угломерно-дальномерной радиосистемы

Модель радиоизмерений представима в виде

$$\breve{r} = \breve{r}_{rad} + n_{rad} = \begin{bmatrix} R \\ PD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_R \\ n_{PD} \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

где n_R и n_{PD} – аддитивные белые гауссовы шумы наблюдений дальностей и разностей фаз с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями σ_R^2 и σ_{PD}^2.

Одновременно с радиосистемой работает инерциальная навигационная система, реализующая пешеходное счисление пути. Алгоритм подразумевает нахождение местоположения потребителя в собственной системе координат путем прибавления проекций нового детектированного шага ΔL_j, найденных с учетом угла курса ψ_j, который, в свою очередь, получают путем интегрирования угловой скорости вращения потребителя вокруг референсной (локальной) вертикальной оси $\breve{\omega}_{ref}$:

$$\begin{aligned} x_{pdr_j} &= x_{pdr_{j-1}} + \Delta L_j \cos(\psi_j) \\ y_{pdr_j} &= y_{pdr_{j-1}} + \Delta L_j \sin(\psi_j) \cdot \\ \psi_j &= \psi_{j-1} + \int_{t_{j-1}}^{t_j} \breve{\omega}_{ref} dt \end{aligned} \qquad (3)$$

В этих выражениях под j понимается такт, в котором был детектирован шаг пользователя. $\breve{\omega}_{ref}$ находят путем перемножения измерений ДУС на матрицу поворота, рассчитанную через кватернион, который, в свою очередь, можно получить любым ориентационным алгоритмом [12, 13]. Шаг детектируется по двум перепадам модуля ускорения по алгоритму шагомера, представленного в [14], а длина шага определяется по теореме Пифагора с предшествующим двойным интегрированием вертикального ускорения, как показано в [15] (рис. 3).

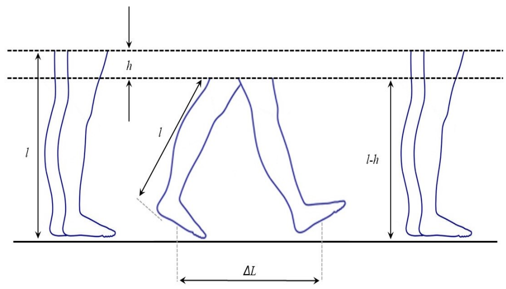


Рис. 3. Определение длины шага

$$\begin{aligned} V_{vert_j} &= \int_{t_{j-1}}^{t_j} a_{vert} dt \\ h_j &= \int_{t_{j-1}}^{t_j} \frac{\left|V_{vert_j}\right|}{2} dt \\ \Delta L_j &= K 2\sqrt{l^2-(l-h_j)^2} = \sqrt{2lh_j - h_j^2} \end{aligned} \quad . \qquad (4)$$

Алгоритм комплексного фильтра Калмана [16], совместно обрабатывающего измерения двух описанных выше систем, выглядит следующим образом.

Вектор состояния включает в себя 5 элементов и имеет вид

$$\lambda_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ V_k \\ \theta_k \\ \omega_k \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

где x_k и y_k – координаты потребителя в локальной системе координат, V_k – величина скорости потребителя, θ_k – угол курса потребителя в локальной системе координат и ω_k – угловая скорость вращения вокруг локальной вертикальной оси.

Динамика системы описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} x_k &= x_{k-1} + V_{k-1}\cos(\theta_k)T, \\ y_k &= y_{k-1} + V_{k-1}\sin(\theta_k)T, \\ V_k &= V_{k-1} + \xi_{V_k} T, \\ \theta_k &= \theta_{k-1} + \omega_{k-1}T, \\ \omega_k &= \omega_{k-1} + \xi_{\omega_k} T. \end{aligned} \tag{6}$$

В векторно-матричной форме приведенные выше уравнения выглядят, как показано ниже:

$$\lambda_k = f(\lambda_{k-1}) + G\xi_k, \tag{7}$$

$$\xi_k = \begin{bmatrix} \xi_{V_k} \\ \xi_{\omega_k} \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где ξ_k – вектор формирующих шумов величины линейной скорости потребителя ξ_{V_k} и угловой скорости вращения потребителя вокруг локальной вертикальной оси ξ_{ω_k} с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $\sigma^2_{\xi_V}$ и $\sigma^2_{\xi_\omega}$. Под $f(*)$ понимается переходная функция и под G – матрица формирующих шумов, которая записывается следующим образом:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Каждую итерацию алгоритма фильтра Калмана можно разделить на две части: этап прогнозирования (экстраполяция) и этап коррекции прогноза (оценка). Первый этап включает в себя нахождение экстраполированных оценок вектора состояния и матрицы дисперсий шумов фильтрации, который можно записать как

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k &= \hat{x}_{k-1} + \hat{V}_{k-1}\cos(\hat{\theta}_{k-1})T, \\ \tilde{y}_k &= \hat{y}_{k-1} + \hat{V}_{k-1}\sin(\hat{\theta}_{k-1})T, \\ \tilde{V}_k &= \hat{V}_{k-1}, \\ \tilde{\theta}_k &= \hat{\theta}_{k-1} + \hat{\omega}_{k-1}T, \\ \tilde{\omega}_k &= \hat{\omega}_{k-1}. \end{aligned} \tag{10}$$

В векторно-матричной форме выражение для нахождения экстраполированных оценок $\tilde{\lambda}_k$ и $\tilde{D}_k$ представлено ниже:

$$\tilde{\lambda}_k = f(\hat{\lambda}_{k-1}), \tag{11}$$

$$\tilde{D}_k = \frac{df}{d\lambda}\hat{D}_{k-1}\frac{df}{d\lambda}^T + GD_\xi G^T, \tag{12}$$

где $\frac{df}{d\lambda}$ – матрица производных переходной функции по элементам вектора состояния, D_ξ – матрица дисперсий формирующих шумов, которые определяются как

$$\frac{df}{d\lambda} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cos(\hat{\theta}_{k-1})T & -\hat{V}_{k-1}\sin(\hat{\theta}_{k-1})T & 0 \\ 0 & 1 & \sin(\hat{\theta}_{k-1})T & \hat{V}_{k-1}\cos(\hat{\theta}_{k-1})T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$D_\xi = \begin{bmatrix} \sigma^2_{\xi_V} & 0 \\ 0 & \sigma^2_{\xi_\omega} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Во второй части итерации алгоритма фильтра Калмана осуществляется коррекция экстраполированных оценок вектора состояния и матрицы дисперсии с учетом принятых в данный такт наблюдений, которую можно записать следующим образом:

$$K_k = \tilde{D}_k H_k^T \left(H_k \tilde{D}_k H_k^T + D_n \right)^{-1}, \tag{15}$$

$$\hat{D}_k = \tilde{D}_k - K_k H_k \tilde{D}_k, \tag{16}$$

$$\hat{\lambda}_k = \tilde{\lambda}_k + K_k S_k, \tag{17}$$

где K_k – матрица весовых коэффициентов фильтра, S_k – невязка между наблюдениями и экстраполированными измерениями, H_k – матрица наблюдений и D_n – матрица дисперсий шумов наблюдений. В зависимости от того, какие измерения доступны в данном такте, упомянутые матрицы имеют различный размер и, соответственно, наполнение.

В такты, когда приходят измерения инерциальные и радиоизмерения, матрицы S_k, H_k, D_n имеют вид:

$$S_k = \breve{r} - \begin{bmatrix} \sqrt{\tilde{x}_k^2 + \tilde{y}_k^2} \\ \dfrac{\tilde{x}_k}{\sqrt{\tilde{x}_k^2 + \tilde{y}_k^2}} \dfrac{360°B}{\lambda} \\ \tilde{\omega}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \breve{R}_k \\ \breve{PD}_k \\ \breve{\omega}_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sqrt{\tilde{x}_k^2 + \tilde{y}_k^2} \\ \dfrac{\tilde{x}_k}{\sqrt{\tilde{x}_k^2 + \tilde{y}_k^2}} \dfrac{360°B}{\lambda} \\ \tilde{\omega}_k \end{bmatrix}, \tag{18}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} \dfrac{\hat{x}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2}} & \dfrac{\hat{y}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2}} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\hat{y}_{k-1}^2}{\left(\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2\right)^{3/2}} \dfrac{360°B}{\lambda} & \dfrac{-\hat{x}_{k-1}\hat{y}_{k-1}}{\left(\hat{x}_{k-1}^2 + \hat{y}_{k-1}^2\right)^{3/2}} \dfrac{360°B}{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{19}$$

$$D_n = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{PD}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

В такты, когда приходят измерения инерциальные и радиоизмерения и алгоритм пешеходного счисления пути детектирует шаг, матрицы S_k, H_k, D_n принимают вид:

$$S_k = \breve{r} - \begin{bmatrix} \sqrt{\tilde{x}_k{}^2 + \tilde{y}_k{}^2} \\ \dfrac{\tilde{x}_k}{\sqrt{\tilde{x}_k{}^2 + \tilde{y}_k{}^2}} \dfrac{360°B}{\lambda} \\ \tilde{\omega}_k \\ \tilde{x}_k \\ \tilde{y}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \breve{R}_k \\ \breve{PD}_k \\ \breve{\omega}_k \\ x'_{pdr_k} \\ y'_{pdr_k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sqrt{\tilde{x}_k{}^2 + \tilde{y}_k{}^2} \\ \dfrac{\tilde{x}_k}{\sqrt{\tilde{x}_k{}^2 + \tilde{y}_k{}^2}} \dfrac{360°B}{\lambda} \\ \tilde{\omega}_k \\ \tilde{x}_k \\ \tilde{y}_k \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} \dfrac{\hat{x}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}{}^2 + \hat{y}_{k-1}{}^2}} & \dfrac{\hat{y}_{k-1}}{\sqrt{\hat{x}_{k-1}{}^2 + \hat{y}_{k-1}{}^2}} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\hat{y}_{k-1}{}^2}{\left(\hat{x}_{k-1}{}^2 + \hat{y}_{k-1}{}^2\right)^{3/2}} \dfrac{360°B}{\lambda} & \dfrac{-\hat{x}_{k-1}\hat{y}_{k-1}}{\left(\hat{x}_{k-1}{}^2 + \hat{y}_{k-1}{}^2\right)^{3/2}} \dfrac{360°B}{\lambda} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{22}$$

$$D_n = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{PD}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{x_{pdr}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{y_{pdr}}^2 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

В выражении (21) x'_{pdr_k} и y'_{pdr_k} – координаты, полученные алгоритмом пешеходного счисления пути и пересчитанные из системы координат PDR в систему координат, в которой работает радиосистема. Данный пересчет производится по следующим выражениям:

$$\begin{gathered} dr = \sqrt{x_{pdr}^2 + y_{pdr}^2}; \varphi = arctg\frac{y_{pdr}}{x_{pdr}}, \\ x'_{pdr} = x_{const} + dr\cos(\varphi + \Delta\varphi), \\ y'_{pdr} = y_{const} + dr\sin(\varphi + \Delta\varphi), \end{gathered} \tag{24}$$

где dr и φ – длина радиус-вектора и его угол поворота, описывающие положение потребителя в системе координат алгоритма PDR, (x_{const}, y_{const}) и $\Delta\varphi$ – изначальное смещение начала координат и поворот упомянутой системы координат относительно системы координат радиосистемы.

III. Экспериментальный стенд

Для подтверждения работоспособности алгоритма и определения его характеристик на практике был проведен соответствующий эксперимент на следующей компонентной базе, состоящей из двух основных частей: радиоизмерительной и инерциальной.

Радиоизмерительная часть представлена угломерно-дальномерной системой, произведенной фирмой Decawave и включающей в свой состав комплект из двух модулей. Оба модуля являются радиочастотными приемопередатчиками, различными как по исполнению, так и по выполняемым функциям. Модуль-метка обладает одной антенной и предназначен для ношения потребителем, модуль-узел, в свою очередь, стационарен и осуществляет запрос и прием ответа от метки с последующим проведением измерений (угла пеленга и дальности) по принятым сообщениям. Внешний вид описанных модулей показан на рис. 4 и 5.

Рис. 4. Внешний вид модуля-метки (Tag) DWM 1003

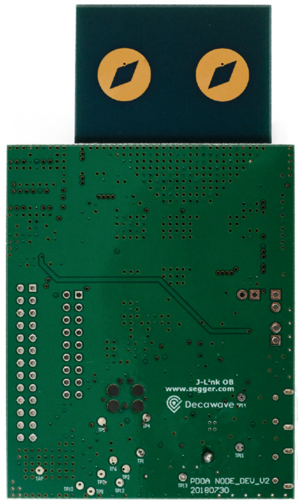


Рис. 5. Внешний вид модуля-узла (Node) DWM 1002

Инерциальная часть экспериментального стенда представляет собой инерциальный измерительный блок, произведенный фирмой ST Microelectronics. Он включает в свой состав плату расширения X-NUCLEO IKS01A2, на которой присутствуют соосные трехосевые акселерометры и датчики угловых скоростей, и отладочную плату STM32 NUCLEO F401RE, позволяющую передавать измерения датчиков через последовательный USB-порт на ПК (рис. 6).

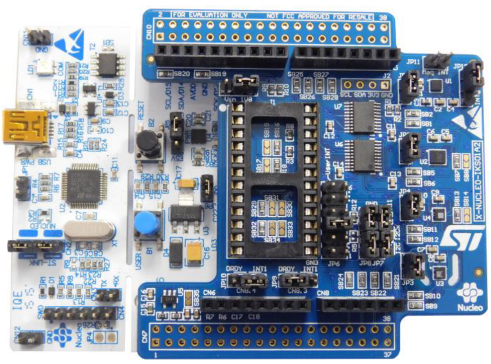


Рис. 6. Внешний вид инерциальной системы на базе плат STM

IV. Эксперимент

Проведенный эксперимент, подтверждающий работоспособность предложенного алгоритма, заключался в следующем. Потребитель с модулем-меткой (Tag) и внешним инерциальным измерительным блоком прошел по референсной траектории в коридоре закрытого помещения. ПК потребителя записывал измерения от инерциальной системы, демпфированной в картонной коробке и закрепленной на талии, а также радиоизмерения, измеряемые модулем-узлом (Node) и передаваемые по TCP/IP ноутбуком, к которому подключен модуль-узел (рис. 7).

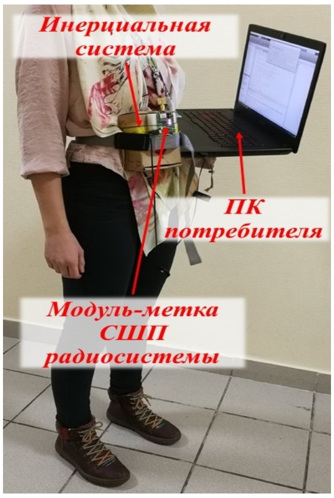


Рис. 7. Потребитель с измерительной аппаратурой во время эксперимента

Начало траектории, пройденной потребителем физически, было в 25 м от модуля-узла и под нулевым углом пеленга. Дальнейшее движение осуществлялось по прямой по направлению к узлу, с обходом препятствия в виде человека в середине траектории и движением по окружности в конечной части траектории прямо перед узлом (рис. 8).

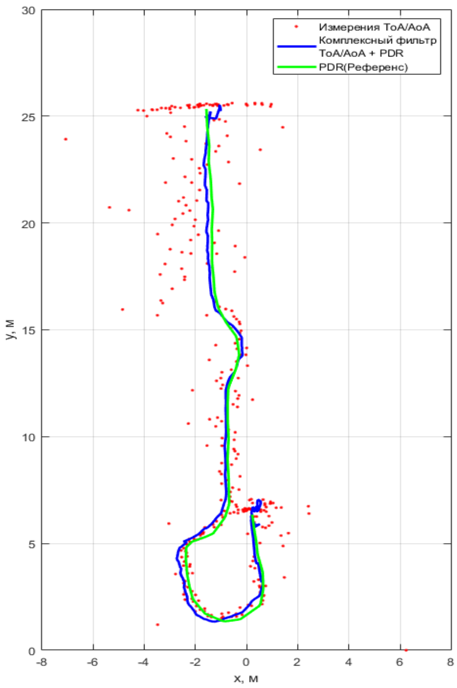


Рис. 8. Траектория оценки координат на выходе предложенного комплексного фильтра (синяя линия), на выходе алгоритма пешеходного счисления пути (PDR) (зеленая линия) и радиоизмерения угломерно-дальномерной системы, полученные в проведенном эксперименте

По полученным оценкам координат (рис. 8) видно, что измерения угломерно-дальномерной радиосистемы по оси X локальной системы координат имеют больший разброс, чем по оси Y. Причем чем дальше модуль-метка, закрепленный на потребителе, находится от статичного модуля-узла, расположенного в начале локальной системы координат, тем больше этот разброс. Это вызвано прежде всего большей чувствительностью фазовых измерений к переотражениям излученных сигналов (многолучевость) по сравнению с измерениями дальностей, получаемых из задержек ультракоротких импульсов, что пояснялось во введении настоящей статьи.

В качестве метрики, характеризующей точность предложенного алгоритма, был выбран выигрыш в СКО оценок координат на начальном прямолинейном участке пройденной траектории (относительно референсной траектории, полученной с помощью PDR-алгоритма) комплексного фильтра (угломерно-дальномерная СШП радиосистема и инерциальная система) перед радиоизмерениями угломерно-дальномерной системы.

Зависимости оценок комплексного фильтра и радиоизмерений от времени на начальном прямолинейном участке пройденной траектории показаны на рис. 9 и 10, а полученные в результате эксперимента СКО этих зависимостей и интересующий нас выигрыш приведены в табл. 4.

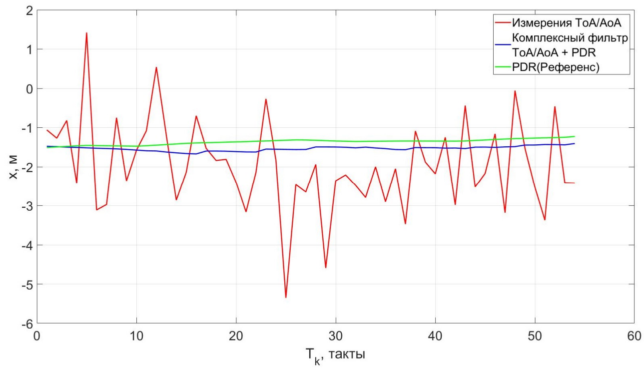


Рис. 9. Временные зависимости оценки координаты X на выходе предложенного комплексного фильтра (синяя линия), на выходе алгоритма пешеходного счисления пути (PDR) (зеленая линия) и радиоизмерения угломерно-дальномерной системы, полученные в проведенном эксперименте

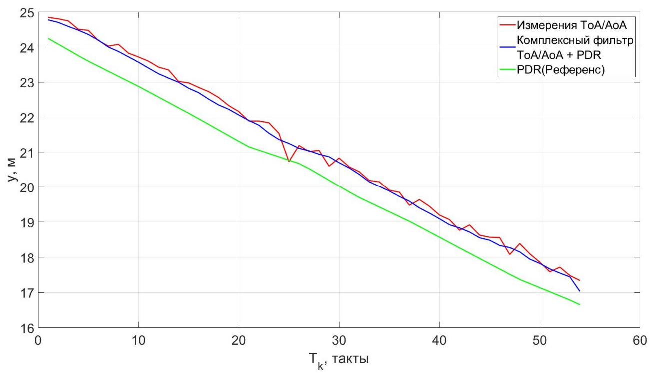


Рис. 10. Временные зависимости оценки координаты Y на выходе предложенного комплексного фильтра (синяя линия), на выходе алгоритма пешеходного счисления пути (PDR) (зеленая линия) и радиоизмерения угломерно-дальномерной системы, полученные в проведенном эксперименте.

Таблица 4. СКО оценок координат и выигрыш комплексного алгоритма

		СКО координат относительно референса	***Выигрыш комплексного алгоритма перед радиоизмерениями***
Радиоизмерения (ToA/AoA)	σ_x	1.19	15.39
Комплексный алгоритм (ToA/AoA + PDR)		0.08	
Радиоизмерения (ToA/AoA)	σ_y	0.17	1.89
Комплексный алгоритм (ToA/AoA + PDR)		0.09	

V. Заключение

Предложенный алгоритм подтвердил свою работоспособность в поставленном эксперименте. Найденный выигрыш в СКО оценок координат комплексированной угломерно-дальномерной системы с инерциальными измерениями (пешеходное счисление пути) перед чистыми радиоизмерениями в проведенном эксперименте составил 15.39 и 1.89 для координат X и Y соответственно.

В качестве последующих шагов в будущей работе по этому направлению планируется имплементировать всю существующую обработку в модуль-метку и привлечь дополнительные измерения от магнитометра и барометра для повышения точности.

Литература

[1] Perov, A., Kharisov, V., GLONASS. Construction and functioning principles, *Radiotekhnika*, Moscow, 2010.

[2] Wang, S., Kobayashi, Y., Ravankar, A.A., Ravankar, A., and Emaru, T., A Novel Approach for Lidar-Based Robot Localization in a Scale-Drifted Map Constructed Using Monocular SLAM, *Sensors*, 2019.

[3] Mehling, M., Implementation of a Low Cost Marker Based Infrared Light Optical Tracking System, 2006.

[4] Lim, J., Lee, S., Tewolde, G., and Kwon, J., Indoor localization and navigation for a mobile robot equipped with rotating ultrasonic sensors using a smartphone as the robot's brain, *2015 IEEE International Conference on Electro/Information Technology (EIT)*, Dekalb, IL, 2015, pp. 621–625.

[5] Qingxin, Z., Luping, W., and Shuaishuai, Z., Strap-down inertial navigation system applied in estimating the track of mobile robot based on multiple-sensor, *2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Guiyang, 2013, pp. 3215–3218.

[6] Nagin, I.A. and Inchagov, Y.M., Effective integration algorithm for pedestrian dead reckoning, *2018 Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT)*, Moscow, 2018, pp. 1–4.

[7] Mikov, A., Panyov, A., Kosyanchuk, V., and Prikhodko, I., Sensor Fusion For Land Vehicle Localization Using Inertial MEMS and Odometry, *2019 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, Naples, FL, USA, 2019, pp. 1–2.

[8] Pasku, V. et al., Magnetic Field-Based Positioning Systems, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 3, pp. 2003–2017, thirdquarter 2017.

[9] Zafari, F., Gkelias, A. and Leung, K.K., A Survey of Indoor Localization Systems and Technologies, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, no. 3, pp. 2568–2599, thirdquarter 2019.

[10] Tsaregorodtsev, D., Chugunov, A., and Petukhov, N., Ultra-Wideband Motion Capture Radio System, *2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*, Vladivostok, Russia, 2019, pp. 1–6.

[11] Petukhov, N., Zamolodchikov, V., Zakharova, E., and Shamina, A., Synthesis and Comparative Analysis of Characteristics of Complex Kalman Filter and Particle Filter in Two-dimensional Local Navigation System, *2019 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT)*, Yekaterinburg, Russia, 2019, pp. 225–228.

[12] Valenti, R.G., Dryanovski, I., and Xiao, J., Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs, *Sensors*, pp. 19302–19330, 2015.

[13] Wu, J., Zhou, Z., Chen, J., Fourati, H., and Li, R., Fast Complementary Filter for Attitude Estimation Using Low-Cost MARG Sensors, *IEEE Sensors Journal*, 2016.

[14] Xu, L., Xiong, Z., Liu, J., Wang, Z., & Ding, Y., A Novel Pedestrian Dead Reckoning Algorithm for Multi-Mode Recognition Based on Smartphones, *Remote Sensing, 11*, 294, 2109.

[15] Lan, K. and Shih, W., Using simple harmonic motion to estimate walking distance for waist-mounted PDR, *2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Shanghai, 2012, pp. 2445–2450.

[16] Perov, A., Statistical theory of radio engineering systems (Statisticheskaya teoriya radiotechnicheskich sistem), *Radiotekhnika*, Moscow, 2003.

Алгоритм прогнозирования качки при посадке самолета на палубу авианосца*

Жуйян Чжоу
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
truongpx@mta.edu.vn

К.А. Неусыпин
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

М.С. Селезнева
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

А.В. Пролетарский
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
pav_mipk@mail.ru

Аннотация—Исследованы особенности эксплуатации летательных аппаратов авианосного базирования в условиях сильного волнения моря. Разработан высокоэффективный релейный алгоритм прогноза параметров качки палубы авианосца. В алгоритме релейным образом выбираются модели различного уровня подробности в зависимости от горизонта прогноза. В релейном алгоритме для прогноза используются линейные тренды и нелинейные модели, построенные алгоритмом самоорганизации. Линейные тренды позволяют осуществлять прогноз за минимальное время. Результаты математического моделирования продемонстрировали эффективность разработанного релейного алгоритма при прогнозировании параметров качки палубы авианосца.

Keywords—летательный аппарат, авианосец, заход на посадку, качка, прогноз параметров качки, горизонт прогноза, самоорганизация, линейный тренд

I. Введение

В России и Индии эксплуатируется тяжелые авианесущие крейсеры (ТАКР) проекта 1143 с использованием самолетов Су-33, МиГ-29КР, МиГ-29КУБР, МиГ-29К и МиГ-29КУБ. Взлет и посадка летательных аппаратов (ЛА) в условиях движения корабля являются наиболее сложными элементами при осуществлении полета и выдвигают дополнительные требования к бортовому оборудованию и алгоритмическому обеспечению этих ЛА.

Посадка ЛА на движущийся авианосец является наиболее опасным маневром. В процессе осуществления подготовки к заходу на посадку ЛА должен выйти в заданную область пространства с высокой точностью. Затем выполнить движение по глиссаде и посадку на палубу авианосца. Выход в заданную область пространства осуществляется с помощью навигационного комплекса (НК) ЛА, снабженного высокоточным алгоритмическим обеспечением [1, 2, 3, 4]. НК включает инерциальную навигационную системы (ИНС), приемник GPS и другие измерительные системы, а также алгоритмы коррекции ИНС, например адаптивный нелинейный фильтр Калмана [5, 6, 7]. Полет по глиссаде осуществляется с помощью оптической системы посадки: летчик управляет ЛА по информации с блока указательных огней системы, установленной на авианосце. Таким образом, оптическая система посадки позволяет ЛА держаться на глиссаде. Последний этап – посадка на палубу реализуется с использованием аэрофинишеров. ЛА цепляется за 4 троса, которые замедляют его движение по палубе.

Выполнение перечисленных этапов при реализации посадки ЛА на движущийся авианосец осложняется внешними возмущающими факторами. Наиболее существенными факторами являются атмосферные ветровые возмущения, влияющие на динамику ЛА, а также сильное волнение моря, обуславливающее качку палубы авианосца.

В условиях сильного волнения моря возникает качка авианосца. Кормовой срез авианосца совершает вертикальные перемещения в диапазоне 2 м. Возмущения, обусловленные вертикальным перемещением точки касания ЛА палубы предложено компенсировать путем поворота блока указательных огней оптической системы. Также осуществляется прогнозирование пространственного положения палубы авианосца в момент касания. Для осуществления прогноза необходимо использовать прогнозирующую модель. В практических приложениях для прогноза качки корабля используют алгоритмы на основе авторегрессии со скользящим средним. Параметры модели выбирают с помощью информационного критерия Акаике. Эти алгоритмы обеспечивают прогноз качки авианосца в режиме реального времени, при этом горизонт прогноза динамически меняется в процессе сближения ЛА с авианосцем. От точности прогноза положения палубы в большой степени зависит эффективность выполнения посадки ЛА на авианосец в условиях качки.

Поэтому в условиях качки авианосца повышение точности алгоритмов прогнозирования является актуальной задачей для безопасной реализации посадочных операций палубной авиации.

II. Модели качки авианосца

Модель линейных скоростей и ускорений качки палубы авианосца определяется различными способами, например инерциальным методом. Используется информация от ИНС или системы датчиков угловых скоростей и других измерительных систем, установленных на авианосце.

Представленные модели имеют априорную структуру, которая может быть неадекватна реальному процессу качки и сделанный с помощью таких моделей прогноз имеет невысокую точность. Поэтому предложено определять структуру и параметры модели в процессе совершения предпосадочного маневрирования и реализации посадки ЛА на авианосец с помощью метода самоорганизации [8, 9].

III. Алгоритм прогнозирования качки

Классические тренды имеют невысокую точность в условиях сильного волнения моря и интенсивного маневрирования ЛА. Поэтому применять классические тренды в практических приложениях можно лишь только для краткосрочного прогнозирования при сближении ЛА с авианосцем, т.е. на коротких дистанциях.

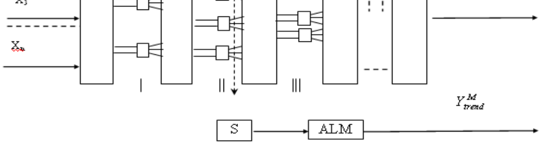
На дальних дистанциях имеется достаточное время построения модели, поэтому используются нелинейные модели, имеющие высокую точность.

Таким образом, при осуществлении предпосадочного маневрирования ЛА целесообразно использовать комбинированный алгоритм прогноза [10, 11]. Линейные модели строятся с помощью линейных трендов, а нелинейные – алгоритмами самоорганизации. Переключение моделей проводится релейным образом в зависимости от изменяемого горизонта прогноза. При уменьшении горизонта прогноза происходит сокращение времени, которое отводится для построения модели.

IV. Результаты моделирования

Представлены результаты работы алгоритма самоорганизации, модифицированного тренда и линейного тренда на последнем этапе прогнозирования погрешностей ИНС

При совершении ЛА маневров измерительные выборки ограничены. В этом случае используются линейные тренды для прогнозирования погрешностей навигационных систем, а когда набираются достаточные измерительные данные, целесообразно использовать нелинейные поправки, которые реализуются с помощью метода самоорганизации. Использование модифицированных трендов позволяет повысить точность прогноза. Модели переключаются в реальном времени в зависимости от интенсивности маневрирования ЛА. Данный алгоритм отличается простотой и способностью быстро и надежно прогнозировать погрешности навигационных систем при интенсивном маневрировании ЛА. Предлагаемый алгоритм может эффективно функционировать с необходимой точностью и не требует больших вычислительных ресурсов. Структура модифицированного алгоритма самоорганизации представлена на рис. 1.



Структура модифицированного алгоритма самоорганизации

Рис.1. Структура модифицированного алгоритма самоорганизации

По сравнению с известным алгоритмом самоорганизации алгоритм на рис. 1 отличается добавленным блоком ALM, который осуществляет резервирование линейных трендов. Блок S предназначен для реализации переключения моделей. Y^M_{trend} является линейной прогнозирующей моделью, построенной с помощью линейных трендов, $Y^M_{nonlinear}$ – нелинейная поправка, полученная посредством метода самоорганизации. Использование модели, являющейся комбинацией $Y^M_{trend} + Y^M_{nonlinear}$, позволяет повысить точность прогноза.

Алгоритм самоорганизации может быть реализован на различных опорных функциях. При предварительной обработке имеющейся априорной информации можно правильно выбрать опорные функции, которые более точно отражают исследуемые процессы.

Функция тренда имеет вид

$$y(t) = h(\mathrm{u}, s, t). \tag{1}$$

Метод самоорганизации позволяет уточнять линейный тренд [2, 12]. Уточнение тренда проводится за счет его усложнения с помощью нелинейной части. Нелинейная часть модели строится методом самоорганизации. В качестве алгоритма самоорганизации использован классический алгоритм, реализующий МГУА. Для построения модели с помощью классического алгоритма самоорганизации с полным базисом необходимо длительное время, которое в некоторых практических приложениях жестко ограничено.

Известный алгоритм модифицированных трендов имеет вид

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + c_{k-1}, \tag{2}$$

где $\hat{x}_k$ – прогноз переменной состояния системы; c_{k-1} – функция, характеризующая крутизну тренда. Посредством коэффициента крутизны тренда определяется тенденция происходящих изменений переменной состояния. Использование вместо коэффициента функции позволяет уточнить характер происходящих изменений. Функции выбираются из стандартного набора базисных функций.

Прогнозирующая модель в классическом алгоритме самоорганизации имеет вид

$$c_{k-1} = \sum_{i=1}^{L} a_i \mu_i(f_i, x). \tag{3}$$

Здесь L – число базисных функций; μ_i – базисные функции из параметризованного множества F_p; $F_p = \{a_i \mu_i(f_i, x) \big| i = \overline{1, L}\}$, набор базисных функций. Каждая базисная функция определяется в соответствие с двухмерным вектором параметров $(a_i f_i)^T$, где a_i – амплитуда, f_i – частота.

Такой алгоритм позволяет построить тренд, а затем и нелинейную модель в условиях дефицита времени и машинной памяти БЦВМ.

При функционировании ИНС в процессе полета ЛА происходит автоматический выбор прогнозирующей модели в зависимости от дальности до авианосца.

Например:

$$y = \begin{cases} ax(t)\ \text{при}\ 1 < t < T_i \\ ax(t) + \sum_{i=1}^{L} a_i \mu_i(f_i, x) \end{cases} \quad (4)$$

T_i выбирается из практических соображений.

На рис. 2, 3 представлены результаты моделирования погрешностей ИНС.

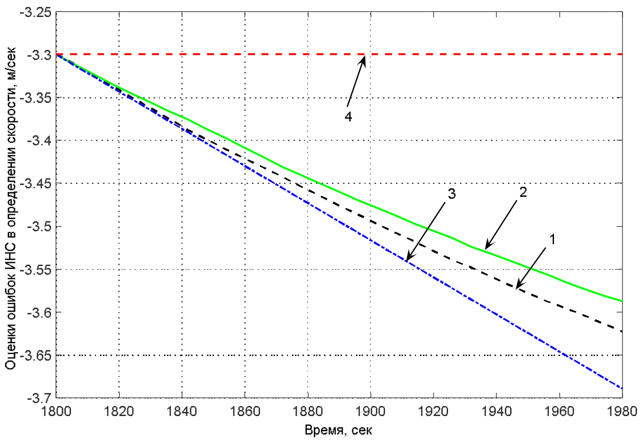


Рис. 2. Прогноз ошибок ИНС в определении скорости с различными моделями прогноза

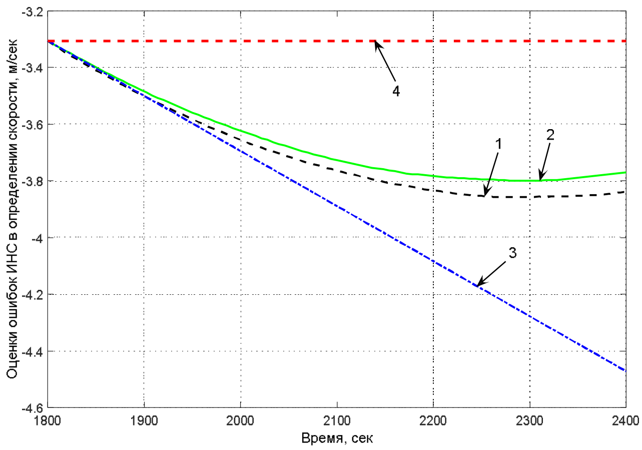


Рис. 3. Оценки ошибок ИНС в определении скорости при долгосрочном прогнозе с различными моделями прогноза

На рис. 2, 3 введены следующие обозначения: *1* – погрешности ИНС; *2* – результаты прогноза с помощью тренда, модифицированного алгоритмом самоорганизации; *3* – результаты прогноза погрешностей ИНС с помощью линейного тренда; *4* – результаты прогноза погрешностей ИНС с помощью последней оценки.

Считаем, что результатом прогноза модели являются 30 значений, полученные после подачи на вход исходных данных.

Время, затраченное для построения прогнозирующей модели различными способами, представлено в таблице.

Вид прогнозирующей модели	Время, необходимое для получения модели
Последняя оценка	$5{,}647 \cdot 10^{-1}$
Линейный тренд	$5{,}173 \cdot 10^{-1}$
Модифицированный тренд	$4{,}562 \cdot 10^{-1}$
Самоорганизующаяся модель	$3{,}825 \cdot 10^{-1}$

Время, затраченное для построения прогнозирующей модели различными способами, удовлетворяет требованиям к алгоритмам построения модели качки палубы авианосца.

V. Заключение

Исследована задача повышения точности выполнения посадки ЛА на движущийся авианосец в условиях сильного волнения моря. В условиях качки авианосца посадка ЛА существенно усложняется из-за вертикальных перемещений точки касания палубы. При движении ЛА в посадочном коридоре проводится прогнозирование положения кормового среза. Горизонт прогноза меняется при сближении ЛА с авианосцем. Параметры качки определяются с помощью ИНС, установленной на борту авианосца. Для построения прогнозирующих моделей предложено использовать разработанный в этой статье релейный алгоритм прогноза. На дальних дистанциях используются нелинейные модели качки, построенные алгоритмом самоорганизации, а на ближних дистанциях в условиях временных ограничений строятся линейные тренды. Результаты моделирования продемонстрировали работоспособность и достаточно высокую точность разработанного алгоритма.

Таким образом, релейный алгоритм применяется для коррекции ИНС и построения модели качки авианосца. Для прогноза используются модели различной подробности, построенные на борту ЛА. В условиях дефицита времени используются линейные модели. Построение нелинейных моделей с помощью алгоритма самоорганизации требует большего времени. Разработанный релейный алгоритм прогноза позволяет повысить точность выполнения ЛА посадки на движущийся авианосец.

Благодарность

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10005)

Литература

[1] Chen, D. et al., New Algorithms for Autonomous Inertial Navigation Systems Correction with Precession Angle Sensors in Aircrafts, *Sensors*, 2019, vol. 19, no. 22, p. 5016.

[2] Proletarsky, A.V., Neusypin, K.A., Selezneva, M.S., Method for Improving Accuracy of INS using Scalar Parametric Identification, *2019 International Russian Automation Conference* (RusAutoCon). IEEE, 2019. pp. 1–4.

[3] Chen, D. et al., The advanced algorithmic method for navigation system correction of spacecraft, *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, vol. 2019.

[4] Neusypin, K.A. et al., Algorithm for building models of INS/GNSS integrated navigation system using the degree of identifiability, *25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems* (ICINS), IEEE, 2018, pp. 1–5.

[5] Shakhtarin, B.I., Shen, K., Neusypin, K.A., Modification of the nonlinear kalman filter in a correction scheme of aircraft navigation systems, Journal of Communications Technology and Electronics, 2016, vol. 61, no 11, pp. 1252–1258.

[6] Selezneva, M.S., Neusypin, K.A., Proletarsky, A.V., Navigation complex with adaptive non-linear Kalman filter for unmanned flight vehicle, Metrology and Measurement Systems, 2019, vol. 26, no 3.

[7] Hostetler, L., Andreas, R., Nonlinear Kalman filtering techniques for terrain-aided navigation, IEEE Transactions on Automati Control, 1983, vol. 28, no.3, pp. 315–323.

[8] Ивахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. Техніка, 1985.

[9] Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. Наукова думка, 1982.

[10] Groves, P.D., Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems, Artech House, 2013. 800 p.

[11] Shen Kai et al., A novel variable structure measurement system with intelligent components for flight vehicles, Metrology and Measurement systems, 2017, no.2, pp. 347–356.

[12] Hess, A., Iyer, H., Malm, W., Linear trend analysis: a comparison of methods, *Atmospheric Environment*, 2001, vol. 35, no.30, pp. 5211–5222.

Алгоритм движения при посадке беспилотного летательного аппарата на автомобиль*

Жуйян Чжоу
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
truongpx@mta.edu.vn

К.А. Неусыпин
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

М.С. Селезнева
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

Н.Ю. Рязанова
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
vms_12_92@mail.ru

Чжан Синькэ
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
zxk0060@126.com

***Аннотация*—Исследована задача обработки информации от оптической системы посадки при осуществлении выполнения посадки БЛА на движущийся беспилотный автомобиль. Обычно алгоритмы анализа цветных изображений отличаются высокой точностью, но не способны работать в реальном времени или требуют повышенной производительности спецвычислителя. Разработанный компактный быстродействующий алгоритм распознавания цветных изображений основан на использовании метода предварительной обработки – функции «downsample» выполняющей процесс децимации; модели HSV; метода Оцу – алгоритма вычисления порога бинаризации для полутонового изображения и метода выделения связных компонентов – метода Two-Pass.**

Результаты моделирования продемонстрировали работоспособность и достаточно высокую эффективность разработанного алгоритма. Существенного сокращения времени реализации алгоритма удается достичь за счет использования функции децимации и модели HSV.

Ключевые слова—беспилотный летательный аппарат, беспилотный автомобиль, оптическая система посадки, алгоритм распознавания цветовых сигналов, децимация, связные компоненты, бинаризация полутонового изображения

I. Введение

Для обеспечения автономной посадки БЛА на движущийся беспилотный автомобиль необходимо распознавать сигналы оптической системы в реальном масштабе времени по изображениям, поступающим от камеры, которая устанавливается на борту БЛА. Особенности сигналов, формируемых оптической системой посадки, а именно их цветная составляющая, являются определяющими для выбора метода распознавания.

Обработке цветных оптических изображений посвящено много работ [1, 2, 3], большинство разработанных алгоритмов предназначены для автоматического управления беспилотными автомобилями и использования в автоматических системах железнодорожного транспорта [4, 5, 6]. Эти алгоритмы отличаются высокой точностью, однако требуют повышенной производительности БЦВМ. Алгоритм распознавания цветных изображений оптической системы посадки на авианосец должен работать в реальном времени и требовать для реализации незначительные вычислительные ресурсы спецвычислителя или БЦВМ БЛА. Поэтому разработка простого компактного быстродействующего алгоритма распознавания цветных изображений является актуальной задачей для реализации посадочной операции БЛА на движущийся беспилотный автомобиль.

II. Цветовые особенности сигналов оптической системы

Особенности световых сигналов, а именно их цветная составляющая, являются определяющими для выбора метода распознавания.

Цветовое пространство – это модель представления цвета, основанная на использовании цветовых координат [7, 8]. Основная задача цветовых моделей – сделать возможным задание цветов унифицированным образом. Цветовые модели задают определенные системы координат, которые позволяют однозначно определить цвет. Как известно, цветовые пространства описываются набором цветовых координат и правилами построения цветов. Количество координат задает размерность пространства. Например, самая известная цветовая модель RGB представляется в виде трехмерного цветового пространства, где каждый цвет описан набором из трех координат – каждая из них отвечает компоненте цвета в разложении на красный, зеленый и синий цвета. Уровни цветов распределены в пределе от 0 до 255 (или при нормализации от 0 до 1), а три оси координаты совпадает с тремя цветами. Таким образом, черный цвет находится в координате (0, 0, 0), а белый цвет находится в координате (255, 255, 255). Каждые целочисленные точки в данной системе координаты являются одним допустимым цветом в RGB цветовом пространстве.

На практике часто применяется производное цветовое пространство – CIE XYZ, в котором используются относительные цветовые координаты.

III. Требования к алгоритму распознавания

Алгоритм распознавания должен удовлетворять следующим требованиям:

- время для распознавания, т.е. допустимый временной интервал для задания управляющего воздействия, который определяется скоростными характеристиками БЛА;
- точность распознавания, обеспечивающая эффективную посадку БЛА;
- универсальность или адаптируемость к различным условиям: погода, время суток и т.п.

Для сокращения времени, необходимого для распознавания, из кадра выделяются определенные фрагменты, содержащие нужную информацию. При распознавании оптических систем, на изображении выделяются участки, соответствующие определенным шаблонам. Время обработки изображения можно сократить, используя методы предварительной обработки изображения. Таким образом, задачу распознавания можно разделить на три этапа: 1) предварительная обработка изображения; 2) задача сегментации изображения, то есть нахождения областей, соответствующих заданным шаблонам; 3) выделение светофора из найденных областей и определение его значения.

IV. Метод цветовой сегментации изображений

Качество сегментации изображений по цвету в большой мере определяется выбором цветового пространства, следовательно, прежде всего надо выбрать цветовую модель. Для пространства RGB характерна неравномерностью, которая очевидно имеется и у пространства CIE XYZ. Неравномерность значит, что разность цветов в соответствии с определенным расстоянием в диаграмме цветности на рис. 1 является неодинаковой. Поэтому при использовании RGB или CIE XYZ между изменениями расстояний до целевого объекта и соответствующими разностями цветности будет нелинейная связь, что приведет к увеличению времени расчета.

Надо заметить, в пространстве RGB скрыта информация яркости. По сравнению с ними в пространстве HSV и Lab яркость является отдельном параметром, благодаря этому их параметры являются независимыми друг от друга. Очевидно, что отдельный параметр, управляющий цветностью, позволяет сократить время распознавания. Для модели RGB необходимо установить пороговые значения для трех параметров, а для модели HSV – только один.

В процессе осуществления цветовой сегментации при использовании только одного параметра (цветового тона) цветового пространства в условиях сложного фона будет получен скорее всего плохой результат. Поэтому при цветовой сегментации зачастую налагают порог на все параметры цветового пространства. Однако модель HSV строится на основе RGB, и для определения порога цветового тона (H) используются пороговые значения для красного, зеленого и синего цвета.

Оптическая система посадки (как и светофор) – это светящийся объект, следовательно, он отличается от фона свойствами насыщенности и яркости. Однако при движении фон изображения постоянно изменяется, поэтому трудно определить единственные и стандартные пороги, обеспечивающие качество сегментации при всех ситуациях. Следовательно, надо найти адаптивный метод сегментации по насыщенности и яркости.

Метод Оцу, называемый в честь японского ученого Ноубуки Оцу [9, 10, 11, 12], представляет собой алгоритм вычисления порога бинаризации для полутонового изображения. Метод отличается способностью к автоматической подстройке к заданному изображению. Основной идеей метода Оцу является нахождение оптимального порога, позволяющего дисперсии между задним и передним планами достигать максимальной величины. Оттенок серого, по которому получается наибольшая дисперсия, считается оптимальным порогом для бинаризации. Процесс расчета методом Оцу выполняется по формуле (1):

$$g = \omega_1(\mu_1 - \mu)^2 + \omega_2(\mu_2 - \mu)^2 \, , \qquad (1)$$

где g – дисперсия при текущем пороге;
ω_1, ω_2 – удельный вес двух групп пикселей при текущем пороге;
μ_1, μ_2 – средний оттенок серого двух групп пикселей при текущем пороге.

Метод Оцу предназначен для изображений, которые включают как минимум две степени яркости, что особенно важно для условий распознавания в реальных условиях, когда в кадре присутствует множество источников света.

V. Метод выделения связных компонентов

В результате применения описанного метода получается набор выделенных областей, среди которых надо найти светофоры. Для этого используются шаблоны формы. Для выделения нужных объектов шаблоны формы описываются соотношением сторон и площади, которые получаются путем вычисления количества пикселей и длины вектора-строки или вектора-столбца. Для того чтобы отличить пиксели, принадлежащие выделенным областям, используется метод выделения связных компонентов.

Метод оперирует такими понятиями, как смежность, связность, область, границы. Смежность состоит в отношении между соседними пикселями. Например, в бинарном изображении значение яркости пикселя = 1, следовательно, смежными считаются соседние пиксели с единичным значением яркости. Определение окрестности смежности можно разделить на два типа: 4-смежность и 8-смежность. По 4-смежности смежными считаются только пиксели, находящиеся внизу, вверху, справа и слева от данного пикселя, а по 8-смежности рассматриваются все направления. Дискретным путем (или кривой) от пикселя p до пикселя q называется неповторяющаяся последовательность пикселей с координатами p и q. Координаты p, q являются связными, если все пиксели, составляющие этот дискретный путь, относятся к одному подмножеству пикселей изображения – S.

Метод Two-Pass является методом определения связных компонентов, с помощью которого все пиксели проверяются два раза. Алгоритм определения связных компонент выполняется за два шага.

Первый шаг – проверка: если значение яркости текущего пиксели равно единице, то: а) – присвоить ему новую метку, начиная с единицы, если нет ни одного связного с ним соседнего пикселя; б) – присвоить ему наименьшую из меток, присвоенных к связанным с ним пикселям. Потом зафиксировать состояние: все метки выше являются адекватными.

Второй шаг – проверка: если метка текущего пиксели больше, чем единица, то заменить ее наименьшей меткой, которая была одинаковой с данной меткой по записи в пункте 1, *б*; затем связные области исследуются на соответствие следующим ограничениям:

$$\begin{cases} \dfrac{\text{width} - \text{length}}{\text{width} + \text{length}} < 0.1; \\ 0.8 * \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{Area}{width * length} < 1.1 * \dfrac{\pi}{4}. \end{cases} \qquad (2)$$

где, width и length – длина и ширина наименьшего прямоугольника, содержащего все пиксели данного связанного компонента; area – количество пикселей, содержащихся в данном связанном компоненте.

При проведении моделирования для выделения связных компонент или областей можно использовать функции из matlab, bwlabel и приписывать к ним разные метки. С помощью функции regionprops можно вычислить все свойства найденных связных компонентов.

Моделирование показало, что метод связных компонент улучшает результат распознавания, особенно на фоне, похожем на один из цветов сигналов светофора (рис. 1).

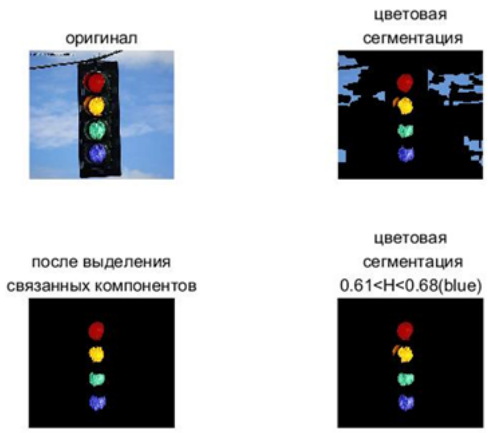


Рис. 1. Результат тестирования выделения связанных компонентов

Постоянно работающая камера формирует на выходе видеопоток. Повторять все перечисленные операции для каждого кадра не эффективно. Полный поиск в кадре может быть выполнен один раз на серию кадров, а в следующих кадрах серии анализируются только области интереса. Количество кадров в серии очевидно зависит от скорости движения камеры. Сокращение объема обрабатываемой информации делает предлагаемый алгоритм пригодным для работы в режиме реального времени.

VI. Заключение

Исследована задача обработки информации от оптической системы посадки при осуществлении выполнения посадки БЛА на движущийся беспилотный автомобиль. Обычно алгоритмы анализа цветных изображений отличаются высокой точностью, но не способны работать в реальном времени или требуют повышенной производительности спецвычислителя БЛА. Разработанный компактный быстродействующий алгоритм распознавания цветных изображений основан на использовании метода предварительной обработки – функции «downsample», выполняющей процесс децимации; модели HSV; метода Оцу – алгоритма вычисления порога бинаризации для полутонового изображения и метода выделения связных компонентов – метода Two-Pass.

Результаты моделирования продемонстрировали работоспособность и достаточно высокую эффективность разработанного алгоритма. Существенного сокращения времени реализации алгоритма удается достичь за счет использования функции децимации и модели HSV.

Разработанный алгоритм позволяет реализовать этап посадки БЛА на движущийся беспилотный автомобиль.

Благодарность

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10005)

Литература

[1] Chen, W., Chen X., Optical color image encryption based on an asymmetric cryptosystem in the Fresnel domain, *Optics Communications*, 2011, vol. 284,no. 16–17, pp. 3913–3917.

[2] Иванов Ю.А. Разработка локомотивной системы технического зрения [Текст]. Диссертация. Московский авиационный институт, 2014. С. 53–55.

[3] Chen, W., Chen, X., Sheppard, C.J.R. Optical color-image encryption and synthesis using coherent diffractive imaging in the Fresnel domain, Optics express, 2012, vol. 20, no. 4, pp. 3853–3865.

[4] Kohara, I., Travel control device for unmanned vehicle: пат. 5036935 США, 1991.

[5] Hopkins J. Unmanned vehicle control: заяв. пат. 11356626 США, 2006.

[6] Caccia, M. et al., Basic navigation, guidance and control of an unmanned surface vehicle, Autonomous Robots, 2008, vol. 25, no. 4, pp. 349–365.

[7] Larraín, R.E., Schaefer, D.M., Reed, J.D., Use of digital images to estimate CIE color coordinates of beef, Food Research International, 2008, vol. 41, no. 4, pp. 380–385.

[8] Kang, H.R., Computational color technology, Bellingham: Spie Press, 2006, pp. 155–157.

[9] Zhang, J., Hu, J., Image segmentation based on 2D Otsu method with histogram analysis, *International Conference on Computer Science and Software Engineering*, IEEE, 2008, vol. 6, pp. 105–108.

[10] Huang, M., Yu, W., Zhu, D., An improved image segmentation algorithm based on the Otsu method, *13th ACIS International Conference on Software Engineering, Artificial Intelligence, Networking and Parallel/Distributed Computing*, IEEE, 2012, pp. 135–139.

[11] Jianzhuang, L., Wenqing, L., Yupeng, T., Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimension Otsu method, *International Conference on Circuits and Systems*, IEEE, 1991, pp. 325–327.

[12] Otsu, N., A threshold selection method from gray-level histograms, *IEEE Trans. Sys., Man., Cyber. Journal*, 1979, vol. 9, pp. 62–66.

Интегрированная система навигации и распределенного управления интеллектуальной транспортной системой*

С.А. Бродский
Международный институт передовых аэрокосмических технологий
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
brodsky@aanet.ru

А. И.Панферов
Международный институт передовых аэрокосмических технологий
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
panferov@aanet.ru

А.В. Небылов
Международный институт передовых аэрокосмических технологий
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
nebylov@aanet.ru

Д. Е. Чикрин
Центр исследований и разработок интеллектуальных транспортных систем
Казанский Федеральный Университет - КАМАЗ
Казань, Россия
dmitry.kfu@gmail.com

***Аннотация*—Оптимизация движения автотранспорта является одной из важных проблем современной цивилизации. Удовлетворительное решение этой проблемы еще не достигнуто. Успешное решение может быть получено только с использованием новейших достижений в технологиях навигации, связи, управления и компьютерных технологиях. В статье предлагаются новые методы моделирования и оптимизации систем управления комплексной интеллектуальной транспортной системой посредством регулирования параметров транспортной сети и директивного управления движением отдельных транспортных средств. Рассмотрены методы управления комплексной интеллектуальной транспортной системой как динамической системой переменной структуры с распределенными параметрами.**

Ключевые слова—intelligent transportation systems, intelligent optimization and applications, mathematical optimization, stochastic processes, performance, relative motion control, distributed control systems

I. Введение

Предлагаемый проект решает проблему оптимального управления на основе полной информации о движении каждого автомобиля. Особое внимание уделяется определению параметров движения каждого автомобиля с использованием всей доступной автономной и внешней информации о местонахождении транспортных средств на пересекающихся дорогах и планируемых маршрутах со всеми современными средствами навигации и связи.

При решении используется опыт решения задач оптимизации в авиационной отрасли, в том числе проблемы обеспечения целостности и доступности навигационной информации. Проведенные исследования влияния реального состава навигационных датчиков и других источников информации на степень наблюдаемости параметров вектора состояния транспортной динамической системы [1, 7–11]. Это позволяет найти и при необходимости реально обеспечить потенциально достижимое качество решение задачи управления.

В этой статье рассматривается подход к преодолению недостатков существующей системы управления дорожным движением.

В отчетах организации WHO проанализировала причины более 1 млн смертей на дорогах и установила, что 62% из них связана с недостатками системы управления дорожным движением. Решение задач управления движением в реальных условиях изменяются в зависимости от времени суток, дней недели, сезонов (зима, весна, лето, осень) и от проведения различных мероприятий (праздников, демонстраций и т.д.), от возникновения аварий, погодных условий, ремонтов и состояния дорог, движения специальной техники и т.д.

Часть этих изменений в транспортной обстановке может быть заранее предсказана и обычно используется при составлении циклограмм управления светофорами и в рекомендациях по выбору маршрутов каждого автомобиля. Значительная часть факторов, влияющих на дорожную ситуацию, практически непредсказуема и требует оперативного принятия решений для оптимизации движения.

Традиционная система управления движением имеет существенный недостаток, поскольку ей не хватает адаптивного характера для трафика в часы пик [2–7]. Еще одной серьезной проблемой является прокладка пути для машин скорой помощи и очистка полосы движения. Следовательно, предлагается адаптивная интеллектуальная система управления трафиком.

Работа была поддержана Российским научным фондом по проекту №16-19-10381 и РФФИ по проекту №18-08-00234 в части создания методики компьютерного моделирования распределенной нестационарной системы управления.

Проект направлен на преодоление различных недостатков в существующей системе, и использование обширных данных, собранных в процессе оперативного сбора и обработки информации может помочь в продлении будущей работы. Работа также предполагает включение в систему существующих протоколов, созданных различными органами власти и правоохранительными органами. По этой причине используемые в настоящее время подходы, основанные на серьезных статистических методах обработки транспортных потоков, пока нельзя признать эффективными. Наряду с внедрением новых технических и программных средств необходимо корректировать и дорожные стандарты. Такая комплексная реорганизация всей системы управления дорожным движением поможет увеличить пропускную способность городских районов с большими потоками транспорта, сократить среднее время пробега автомобилей, улучшить экологию и, в конечном итоге, сократить аварийность и количество жертв на дорогах.

Быстрое развитие методов системного анализа и математических методов нахождения оптимальных решений при оптимизации стохастических систем сложной структуры позволяет утверждать о потенциальной возможности нахождения оптимального (по любому разумному принятому критерию) решения задач управления движением городского транспорта при наличии достаточно полной информации о состоянии транспортной системы и параметрах движения каждого объекта управления, о целях движения для всех участников.

II. Структура интегрированной системы навигации и распределенного управления

Необходимым условием обеспечения такого «глобального» или «регионального» общего решения задачи управления транспортными потоками является создание следующих компонент структуры управления [1, 8–13]:

- высокоточная навигация каждого участника движения с повышенными точностными и надежностными характеристиками (ошибки в определении координат менее одного метра);
- надежная передача координат, целей и параметров движения каждого участника в реальном масштабе времени в некий «командный пункт» на основе создаваемых новых телекоммуникационных систем;
- мощная вычислительная система «командного пункта», позволяющая решить задачу оптимизации движения для всех участников на основе принятого критерия;
- телекоммуникационная система передачи каждому участнику движения директив по оптимизации параметров и траектории (маршрута) движения, с вариантами директорного управления (рекомендации водителю) или полностью автоматического управления.

Предлагается использовать имеющийся опыт разработок систем управления сложными распределенными динамическими системами с аэроавтоупругими свойствами. Разработанные методы и алгоритмы синтеза таких систем, а также алгоритмы оптимизации выбора и распределения датчиков и органов управления могут быть использованы, если рассматривать комплексную интеллектуальную транспортную систему как динамическую систему переменной структуры с распределенными параметрами.

В статье рассматривается перечень частных задач, входящих в информационно-управляющий комплекс, построенный на основе описанных выше принципов.

Модель распределенной «интеллектуальной» динамической транспортной системы показана ниже.

Эффективность синтезируемых алгоритмов управления в значительной степени зависит от достоверности математических модели управляемого объекта. В настоящее время не существует достаточно полной математической модели «интеллектуальной» транспортной системы как распределенной динамической системы переменной структуры с распределенными параметрами.

Разрабатываемая модель предназначена для реализации методов моделирования и оптимизации систем управления комплексной интеллектуальной транспортной системой посредством регулирования параметров транспортной сети и командного управления движением отдельных транспортных средств.

Модель основывается на статистической обработке известных достоверных результатов экспериментальных исследований дорожного траффика и аналитических исследованиях результатов численного моделирования для различных концепций движения «интеллектуальных» транспортных средств. Это позволяет сократить число экспериментальных исследований и натурных экспериментов.

«Интеллектуальные» транспортные средства рассматриваются как точечные массы, перемещающиеся по ребрам транспортного графа под действием сил, зависящих от выбранного маршрута, взаимного расположения транспортных средств и их относительных скоростей. Взаимодействие между транспортными средствами приводит к сервоупругим колебаниям, если под состоянием равновесия считать движение интеллектуальных транспортных средств на безопасной дистанции и с постоянными оптимальными скоростями.

Взаимодействия с узлами транспортной сети можно рассматривать как внешние и управляющие воздействия, определяемые топологией сети, пересечением транспортных потоков, «правилами движения» и централизованным управлением. Перестроения, смена «лидера», смешивание транспортных потоков и другие переключения, происходящие в транспортной системе, приводят к изменению структуры системы.

К настоящему времени разработана математическая модель движения и взаимодействия транспортных средств, следующих по оптимальным маршрутам, выбираемым исходя из минимизации общих транспортных расходов в динамически меняющейся транспортной сети.

Программные модули, разработанные в среде Simulink, соответствуют моделям динамики и взаимодействия интеллектуальных транспортных средств между собой и с элементами транспортной сети.

На рис. 1 представлена блок-диаграмма of Integrated Automation System управления дорожным движением в городских условиях плотным движением транспорта и наличием высокоскоростной связи передачи данных.

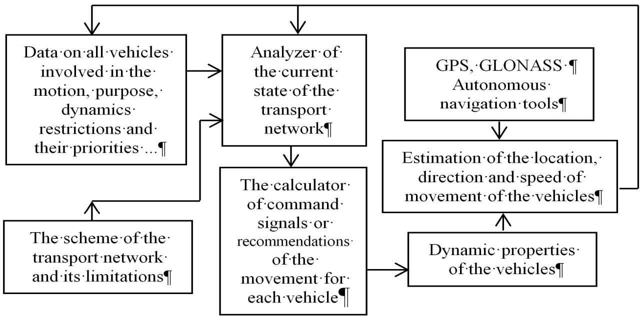


Рис. 1. Блок-схема интегрированной интеллектуальной транспортной системы управления

В центре управления в реальном времени собирается информация о движении всех транспортных средств, их типах, конечной точке следования, приоритетах для специальных транспортных средств и т.д. На основе анализа текущей обстановки в центре управления вырабатываются the command signals or recommendations of the movement for each vehicle, которые передаются на соответствующие индикаторы для каждого водителя или систему управления автомобилем.

Полученные сигналы воспроизводятся с соответствующим запаздыванием и ошибками. Реальная скорость, местоположение и направление движения измеряются с помощью спутниковых систем навигации и автономных средств, таких как спидометр и курсовая система. Для снижения шумовых и систематических ошибок измерения параметров движения автомобиля и связанных с этим флуктуаций командных сигналов предусматривается использование специальных алгоритмов оценивания и фильтрации навигационных параметров.

Такие алгоритмы широко используются в авиации, их высокая эффективность подтверждена на практике. Предполагается реализовать такие алгоритмы на базе микромеханических инерциальных систем навигации. Стоимость таких систем невысока и может быть установлена на каждом автомобиле.

После фильтрации данные о движении передаются в центр управления дорожным движением для выработки командных сигналов.

III. Программа моделирования интеллектуальной транспортной системы

В соответствии с основной целью статьи, заключающейся в исследования процессов управления в комплексной интеллектуальной распределенной транспортной системе, составлена упрощенная Simulink схема, на которой показаны связи между основными модулями. Эта схема приведена на рис. 2. В этой схеме не учитываются процессы навигационных измерений и их комплексирования, а также процессы передачи данных и транспортное запаздывание.

Эти задачи планируется решить на следующем этапе работы. Модель динамики разделена на отдельные блоки для удобства исследования ее динамических свойств. Внутренняя структура каждого из этих блоков достаточно сложная и выходит за рамки статьи.

В блоке «Relations Analyzer» выполняется анализ текущей ситуации с управлением транспортными потоками. Определены расстояния автомобиля до предыдущей и следующей контрольных точек. Определены скорости автомобиля и сгенерированы данные для расчета командных сигналов. В блоке «Cross Data Processing» выполняется анализ возможных задержек на перекрестках и генерируются данные для следующего блока.

Блок «Vehicle Forces» учитывает особенности поведения одного водителя и точность выполнения им команд. Динамические характеристики автомобиля учитываются в блоке «Vehicle Dynamics». Наличие такого блока позволяет назначать реально выполнимые команды каждому транспортному средству. Все команды для спортивного автомобиля и тяжелого контейнеровоза будут разными. Внутренняя структура основного интеллектуального модуля представлена на рис. 3.

Интеллект, заложенный в каждое транспортное средство, моделируется в блоке Vehicle Controller. Имеются четыре различные ситуации, в которых принимается решение об управлении транспортным средством. Алгоритмы управления для этих четырех ситуаций реализованы в units «Finish Mode», «Crossroad Mode», «Pass Interactions Mode», «Cross Interactions Mode».

В модуле «Finish Mode» реализуется взаимодействие между конечной точкой и транспортным средством. Целью каждого транспортного средства является перемещение в конечную точку за минимальное время.

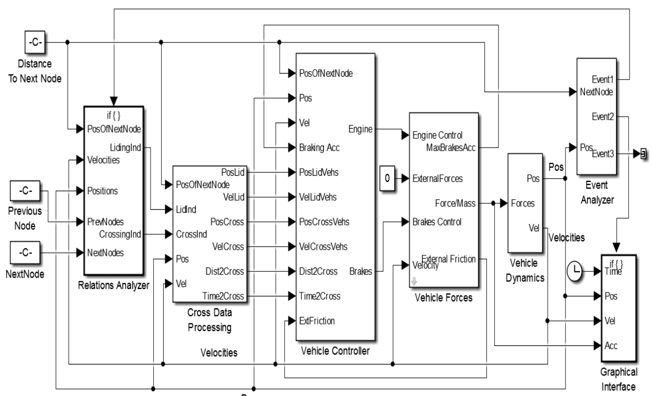


Рис. 2. Модель динамики взаимодействия интеллектуальных транспортных средств. Блок-схема в среде Simulink. Основные модули

В модуле «Crossroad Mode» осуществляется взаимодействие транспортного средства с перекрестком. На перекрестке может быть установлен светофор или могут действовать правила проезда нерегулируемого перекрестка. В этом блоке устанавливается режим ускорения или торможения.

В модуле «Pas Interactions Mode» учитывается взаимодействие каждого транспортного средства с остальными транспортными средствами, движущимися в одном потоке.

В модуле «Cross Interactions Mode» учитывается взаимодействие каждого транспортного средства с остальными транспортными средствами, движущимися в пересекающемся потоке.

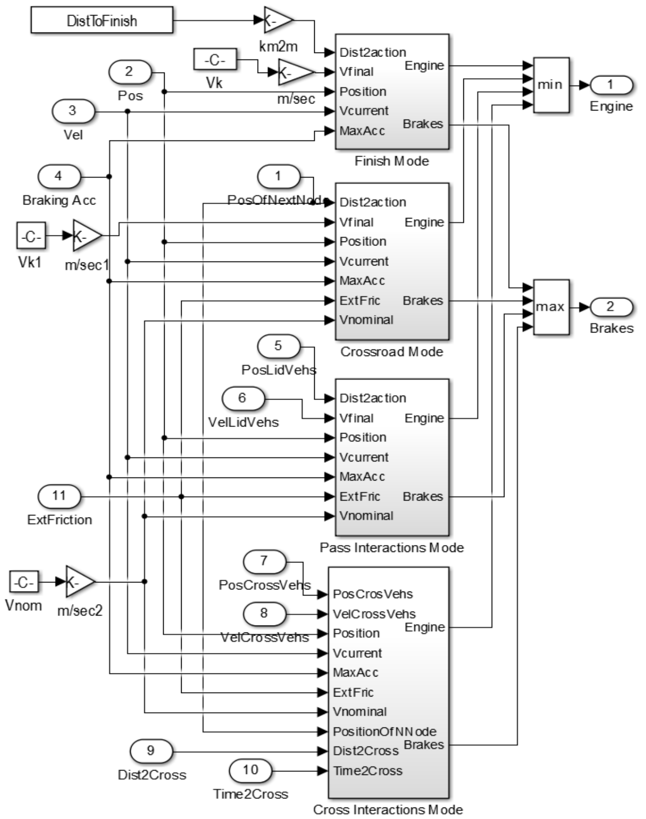


Рис. 3. Упрощенная схема «интеллектуального» контроллера транспортного средства, определяющего автономное управление движением до момента остановки в заданной точке (Vehicle Controller)

Программный пакет позволяет экспортировать топологию отдельных фрагментов всемирной наземной транспортной системы дорожного движения, разделенных географической сеткой (на основе открытого интернет проекта OpenStreetMap). В процессе управления на мониторе точками отображаются все транспортные средства в реальном времени. Для каждого транспортного средства доступны все необходимые параметры. В качестве примера приводится анимация движения 100 транспортных средств в Адмиралтейском районе Санкт-Петербурга, показанная на рис. 4.

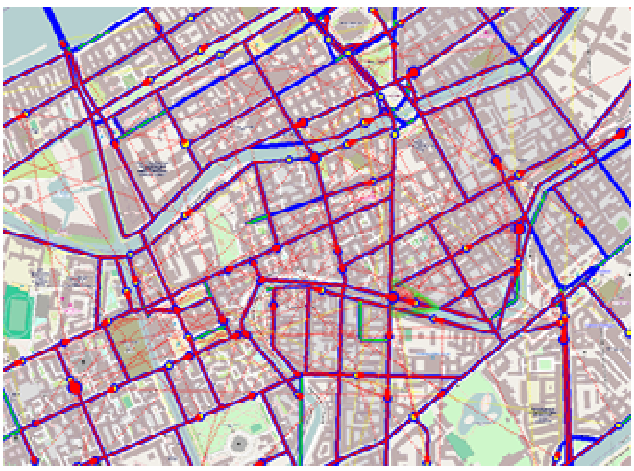


Рис. 4. Графический интерфейс программы. Анимация 100 автомобилей в Адмиралтейском районе Санкт-Петербурга. Фрагмент карты города с элементами дорожной сети (Event Analyzer and Graphical Interface)

При моделировании была рекомендована скорость движения 30 км/ч, а максимальная скорость – 70 км/ч. Указанные ограничения могут изменяться в зависимости от изменения дорожной обстановки.

Разработанные программные модули позволяют решить следующие задачи.

1) Использовать уточненные уравнения динамики транспортных средств, реализованные в Simulink-блоках, основывающиеся на микроскопических моделях движения в транспортных потоках, таких как модель оптимальной скорости Ньюэлла, модели следования за лидером Дженерал Моторс, «модели разумного водителя» Трайберга, и моделях клеточных автоматов, адаптированных для движения с учетом пересечения транспортных потоков и дорожного регулирования на основе наших интуитивных представлений. Они выглядят как уравнения динамики движения системы твердых тел, силы взаимодействия между которыми определяются кусочно непрерывными оптимальными законами управления в интервалах между переключениями транспортного потока.

2) Составлять математическую модель дорожной сети в виде ориентированного взвешенного графа с изменяемыми и управляемыми параметрами, позволяющую описывать изменяющуюся дорожную обстановку. Вершины графа соответствуют пересечениям транспортных потоков, ребра графа соответствуют пропускной способности соответствующих полос движения транспортных средств, зависящей от текущей интенсивности транспортного потока.

3) Использовать подготовленный законченный программный пакет, позволяющий экспортировать топологию отдельных фрагментов всемирной наземной транспортной системы дорожного движения, разделенных географической сеткой (на основе открытого интернет проекта OpenStreetMap); возможности и особенности экспорта фрагментов данных OpenStreetMap имеются на сайте https://www.openstreetmap.org. Имеется возможность получить матрицу смежности сети inconnectivity_matrix ориентированного графа, представляющего транспортную сеть и уникальные узлы, соответствующие пересечениям сети intersection_nodes, а также всю дополнительную информацию, которая визуально представлена на карте в доступном формате и может быть использована для организации транспортных потоков.

4) Использовать законченный программный пакет для моделирования движения транспортных средств в ограниченном фрагменте транспортной сети с возможностью централизованного управления изменением отдельных параметров транспортной сети и выборочного директорного управления транспортными средствами изменением параметров контроллеров транспортных средств (рекомендуемых водителю параметров движения). Централизованное управление определяется управлением светофорным регулированием, знаковым регулированием и рекомендациями по движению для водителей отдельных транспортных средств, касающихся выбора маршрута, рекомендуемой скорости и других параметров модели динамики транспортных средств.

Математическая модель «интеллекта» транспортного средства, определяющая взаимодействие между транспортными средствами и взаимодействие транспортных средств с узлами транспортной сети, определяется совокупностью основных правил дорожного движения, диктующих правильные действия водителю по обеспечению скорости, дистанции движения транспортных средств, его реакцию на дорожные знаки и светофорное регулирование.

Синтез системы управления состоит в разработке алгоритмов централизованного управления транспортной сетью, обеспечивающих стабилизацию транспортных потоков посредством регулирования трафика в определенных узлах сети и командного управления отдельными транспортными средствами.

IV. Заключение

Развитие теории оптимизации систем распределенного управления и измерения будет заключаться в разработке методов оптимизации выбора наблюдаемых и командно-управляемых транспортных средств, а также в разработке методов оптимизации выбора наблюдаемых и управляемых узлов транспортной сети. Разработка методов редукции модели динамики транспортной системы, идентификации распределенных параметров (определяющих интеллектуальные взаимодействия между транспортными средствами), разработка робастных и адаптивных методов синтеза должны стать продолжением проводимых исследований.

Литература

[1] Bäumler, I., Scenario based analysis for intelligent transportation systems for road freight transport, 2017.

[2] Park, J., Murphey, Y.L., McGee, R., Kristinsson, J.G., Kuang, M.L., and Phillips, A.M., Intelligent trip modeling for the prediction of an origin-destination traveling speed profile, *IEEE Trans. Intell. Transp. Syst.*, 2014, vol. 15, no. 3, pp. 1039–1053.

[3] Menon, A., Sinha, R., Ediga, D., Technology, I., and Road, O.A., Implementation Of Internet Of Things In Bus Transport System Of Singapore, 2013.

[4] Nebylov, A.V., Watson, J. (editors), Aerospace Navigation Systems. J. Wiley & Sons, 2016, 371 p.

[5] Nebylov, A.V. (editor), Aerospace Sensors. Momentum Press, 2013, 348 p.

[6] Kapskiy, D. & Navoy, D., Development Of The Automated Road Traffic Control Systems In Minsk As Part Of The Intellectual City Transport System. Science & Technique. 2017, 16, 38-48. 10.21122/2227-1031-2017-16-1-38-48.

[7] Brodskiy, S.A., Nebylov, A.V., Panferov, A.I., Smart Choice and Location of Sensors and Actuators for Aeroelastic Object Motion Control Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milan, Universita Cattolica del Sacro Cuore, 2011, p. 1872–1877.

[8] Panferov, A.I., Nebylov, A.V., Brodsky, S.A., Analysis of the possibility of achieving the potentially highest quality road traffic control based on the receipt and concentration of all available navigation information, *Materials of the conference "Information Technologies in Management"* (ITU-2012), 2012.

[9] Brodskiy, S.A., Nebylov, A.V., Panferov, A.I., Theory and Software Package for Simulation and Smart Control Design for Complex Flexible Aerospace Vehicles Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milan, Universita Cattolica del Sacro Cuore, p. 3003–3008.

[10] Brodskiy, S.A., Nebylov, A.V., Panferov, A.I., Simplified approach to estimation of flexible space vehicle parameters International seminar, *Advanced devices, materials and research methods for space application*, Prague, Czech Republic, 2012.

[11] Panferov, A.I., Nebylov, A.V., Brodskiy, S.A., Software Package for Simulation and Control System Design for Nonrigid Space Plant IFAC sponsored Embedded Guidance, *Navigation and Control in Aerospace (EGNCA) 2012*, Bangalore 560 012, India, 2012.

[12] Cai, Chen, Yang Wang, and Glenn Geers, Vehicle-to infrastructure communication-based adaptive traffic signal control, *IET Intelligent Transport Systems 7.3*, 2013, pp. 351–360.

[13] Беркович С.Б., Котов Н.И., Лычагов А.В., Панокин Н.В., Садеков Р.Н., Шолохов А.В. Система технического зрения как источник дополнительной информации в задаче автомобильной навигации // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. №1. С. 49–63. DOI: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.049-063.

Экспериментальная оценка точности определения дистанций гидроакустическими модемами в частотном диапазоне 12 кГц*

А.Ю. Родионов
Лаборатория гидроакустических навигационных систем
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
deodar1618@yandex.ru

Ф.С. Дубровин
Лаборатория гидроакустических навигационных систем
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Владивосток, Россия
f_dubrovin@mail.ru

П.П. Унру
Кафедра электроники и средств связи
Дальневосточный федеральный университет
Владивосток, Россия
unru.pp@dvfu.ru

С.Ю. Кулик
Лаборатория автономных необитаемых аппаратов и их систем
Дальневосточный федеральный университет
Владивосток, Россия
kulikser@gmail.com

***Abstract*—Данная работа направлена на повышение качества работы гидроакустических систем навигации и связи автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) и посвящена вопросу оценивания точности определения дистанции между гидроакустическими модемами, работающими в частотном диапазоне 12 кГц на дистанциях до 10 км. Оценивание осуществлялось при помощи разработанных группой гидроакустических модемов. В работе приводятся описания проведенных морских экспериментов, а также основные полученные результаты, позволяющие судить о точности измерения дистанций гидроакустическими средствами и о характере распределения соответствующих ошибок измерений.**

Ключевые слова—автономный необитаемый подводный аппарат, гидроакустический модем, подводная навигация, подводная связь, измерение дистанции

I. Введение

Для решения задач подводной навигации автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) в настоящее время используется гидроакустическое оборудование, выполненное на основе дальномерных систем (ГАНС) [1, 2].

Анализ отклонений в измерении дистанции под водой гидроакустическими модемами недостаточно широко освещен в литературе и ранее выполнялся группой для малых дистанций (до 500 м) в частотном диапазоне 28 кГц [3].

Научным коллективом, в который входят авторы работы, выполнена разработка оборудования гидроакустической связи и навигации (гидроакустического модема), работающего в различных частотных диапазонах. Ранее были выполнены работы на данном оборудовании в частотном диапазоне 28 кГц по оценке достоверности информационного обмена и измерению точности определения дистанции (СКО не превышает 2 см для расстояния 500 м), также данные оценки были выполнены в мобильном режиме на скоростях до 1,5 м/с. Значительная точность измерения времени распространения сигнала при помощи гидроакустических модемов обеспечивается за счет использования псевдослучайных последовательностей малой длины (до 50) и специальных методов свертки во временной области, а также методов цифровой обработки сигналов, реализуемых на современной элементной базе.

Данная работа посвящена анализу точности определения дистанций при помощи гидроакустических модемов, работающих в частотном диапазоне 12 кГц на расстояниях до 10 км. Работа была проведена в виде морского подледного эксперимента, организованного в бухте г. Владивостока.

Цифровые системы обработки сигналов широко используют псевдослучайные последовательности в системах связи и навигации. Чаще используют последовательности большой длины (до 1023 элементов) для обеспечения достаточного отношения «сигнал–шум» на выходе согласованных фильтров. В экспериментах применялись гидроакустические модемы ATM1014 собственного изготовления «Aquatelecom LLC» (рис. 1) с рабочей частотой 12кГц и полосой частот излучения $\Delta f = 4$ кГц.

Авторами были использованы в качестве навигационных сигналов псевдослучайные бинарные коды длиной 103 элемента [4].

Для гауссовского подводного канала связи при отсутствии многолучевости, погрешности позиционирования определяются текущим отношением «сигнал–шум» (SNR) на выходе коррелятора. При оценке потенциальной погрешности позиционирования временного отклика коррелятора при условии оптимального приема (определение положения максимума с использованием дополнительной алгоритмической обработки обеспечивает максимум отношения правдоподобия) можно использовать приближение $\Delta t = \left(1{,}37 \cdot \Delta f \cdot \sqrt{SNR}\right)^{-1}$ [5]. Так

Исследование поддержано грантом Российского научного фонда, проект №16-19-00038-П.

потенциальная погрешность (при SNR = 3) определения времени прихода сигнала для вышеописанной системы составит $\tau_{err} = 105$ мкс (около 16 см для скорости звука 1500 м/с).

Рис. 1. Гидроакустический модем

II. Морской эксперимент

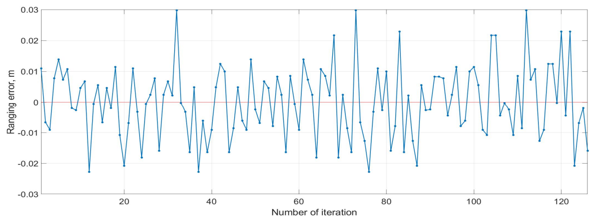
Эксперимент проводился в зимних условиях с ледовым покровом на морской поверхности в заливе г. Владивостока.

В ходе данного эксперимента выполнялась серия измерений времен распространения акустических сигналов между точками, находящимися на различных удалениях друг от друга (1, 5 и 10 км). Координаты точек расположения гидроакустических антенн фиксировались с помощью высокоточного приемника системы спутникового позиционирования Trimble SPS 855, работающего в режиме кинематики реального времени (RTK) и получающего дифференциальные поправки от опорной базовой станции. Фиксированное положение точек расположения гидроакустических антенн обеспечивалась за счет наличия на всей площади акватории сплошного ледового покрова. Несомненным достоинством такого способа организации морского эксперимента является возможность обеспечения долгосрочного высокоточного позиционирования гидроакустических модемов и одновременного получения истинных и измеряемых дальностей. Значение толщины ледового покрова составляло 0,5-0,7 м, гидроакустические модемы погружались на глубину 4 м. Распределение скорости звука по вертикальной оси в районе работ измерялось профиломером Valeport miniSVP. Значение скорости звука на глубине 4 м составляло 1440 м/с.

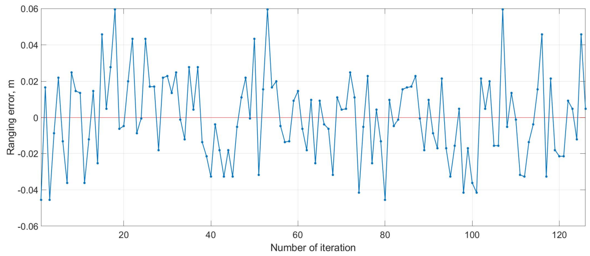
Измерения проводились в асинхронном режиме по схеме «запрос–ответ».

III. Результаты эксперимента

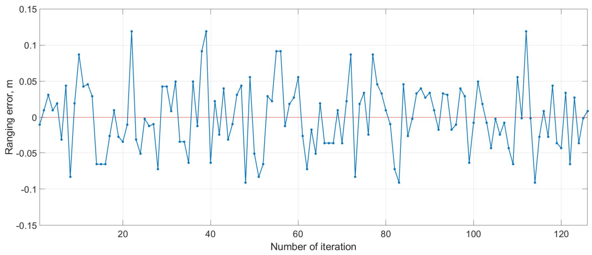
Было проведено по 126 измерений, соответствующих различным дистанциям между модемами (рис. 2). Средняя дистанция, рассчитанная на основе акустических измерений, находится в хорошем соответствии с ожидаемыми дистанциями (полученными на основе данных от приемников СНС). На рис. 3 приведены графики функции распределения вероятностей отклонений в серии измерений для дистанций 1, 5, 10 км. В экспериментах для всех трех дистанций ошибка измерения распределена по закону, близкому к нормальному с СКО 1,2 см, 2,4 см и 4,7 см соответственно. Некоторое несоответствие дистанций по данным СНС и полученных на основе акустических измерений связано с погрешностями самой системы DGPS, погрешностями установления антенн модемов относительно вертикали, а также ввиду выбора средней величины скорости звука на трассе.



Отклонения в серии измерений при медианном значении дистанции 1020,11 м (1022,17 м по DGPS)



Отклонения в серии измерений при медианном значении дистанции 5113,07 м (5100,33 м по DGPS)



Отклонения в серии измерений при медианном значении дистанции 9960,53 м (9984,12 м по DGPS)

Рис. 2. Графики отклонений в сериях измерений при медианном значении дистанций ≈1, 5 и 10 км для значения скорости звука 1440 м/с

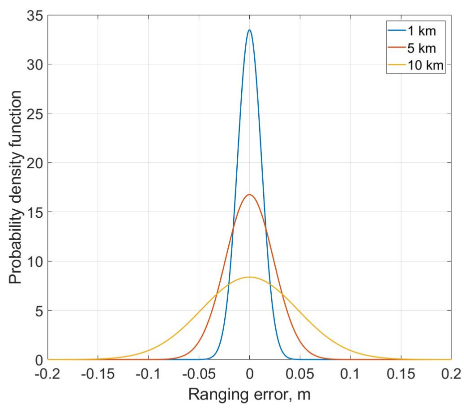


Рис. 3. Графики функции распределения вероятностей отклонений в серии измерений для дистанций 1, 5, 10 км.

Заключение

Данные, полученные в рамках описанной в данной работе морского эксперимента, свидетельствуют о высокой потенциальной точности измерения дистанции между подводными объектами при помощи гидроакустических средств, работающих в частотном диапазоне 12 кГц и на дальностях до 10 км. Инструментальная точность гидроакустического модемного оборудования для дистанций 10 км может достигать единиц сантиметров (СКО 4,7 см). Достигнутая точность обеспечивалась стационарностью гидроакустического канала связи на значительных дистанциях при наличии ледового покрова и малой многолучевости. В условиях многолучевого канала связи и для точной оценки местоположений передатчика и приемника основной проблемой будет вычисление истинных траекторий лучей в подводном акустическом канале и проблема выбора основного луча.

Авторы выражают свою признательность всем сотрудникам ИПМТ ДВО РАН и ДВФУ, принимавшим участие в подготовке и проведении морских испытаний.

Литература

[1] Paull, L., Saeedi, S., Seto, M., Li, H., AUV navigation and localization: A review, IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2013, vol. 39, no. 1, pp. 131–149.

[2] Vaulin, Y.V., Dubrovin, F.S. & Scherbatyuk, A.F. Some algorithms for determining an unknown initial position of AUV using information from a single beacon navigation system, Gyroscopy and Navigation, 2017, vol. 8, pp. 209–216.

[3] Rodionov, A.Yu., Dubrovin, F.S., Unru, P.P., Kulik, S.Yu., Experimental research of distance estimation accuracy using underwater acoustic modems to provide navigation of underwater objects, 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2017, pp. 1–4.

[4] Rodionov, A.Y., Kulik, S.Y., Unru, P.P., Some trial results of the hydro acoustical communication system operation for AUV and ASV group control and navigation, MTS/IEEE OCEANS Conference, Monterey, IEEE, 2016, pp. 1–8.

[5] Финкельштейн, М.И. Основы радиолокации: Учебник для вузов, М.: Радио и связь, 1983. 536 с.

Многокритериальная модель оптимизации вертикального профиля полета среднемагистрального авиалайнера*

Д.А. Волков
Кафедра «Автоматизированные комплексы систем ориентации и навигации
Московский авиационный институт
Москва, Россия
vi_veri.veniversum.vivus_vici@mail.ru

***Аннотация*—В докладе описывается разработка перспективного метода оптимизации профиля полета среднемагистрального авиалайнера. Приводятся основные сведения о профиле полета, рассматриваются критерии оптимизации, применяемые в оптимизационной модели. Предлагается концепция многокритериальной оптимизационной модели. Рассматривается реализация такой модели с применением вариационного генетического алгоритма в качестве метода расчета. Приводятся результаты моделирования, доказывающие эффективность предлагаемого подхода.**

Ключевые слова—многокритериальная оптимизация, Оптимизация профиля полета, генетический алгоритм, современные методы оптимизации полета

I. Введение

Одной из актуальных проблем автоматизированных систем управления среднемагистральных авиалайнеров является необходимость обеспечения экономичности и экологичности выполнения полетных задач. Решение такого рода проблем осуществляется с помощью оптимизации плана (горизонтальной проекции) и профиля (вертикально-скоростной проекции) полета ЛА по критериям оптимизации, представляющим собой совокупность параметров, которые используются при построении траектории движения ЛА.

Значимость решения задачи оптимизации траекторий полета существенно возрастет с переходом к новым технологиям УВД, например, в рамках концепции «Free Flight» [1], когда отпадает необходимость жесткого выдерживания заданных исходными планами условий полета и появляется возможность существенно менять траекторию полета, подстраивая ее под изменившиеся погодные или иные условия. Однако расчетные оптимальные траекторные и высотно-скоростные параметры обладают рядом недостатков, в частности имеются сложности при динамическом переисчислении таких параметров.

Также затруднения вызывают построение многокритериальной оптимизационной модели и учет ограничений на траектории движения ЛА [2]. Особенно это касается воздушного пространства в зонах с высокой интенсивностью полетов. Но существуют области, где интенсивность движения не столь велика, а протяженность маршрутов является достаточно большой. К таким областям относятся океанические зоны и некоторые материковые области, в частности восточные регионы России. В таких областях оптимизация траектории полета может дать существенный экономический, экологический и социальный эффект.

С учетом развития современных ВСС и вычислительных методов становится возможным создание оптимизационных моделей с устранением подобных недостатков.

На сегодняшний момент существует множество методов автоматического построения профиля полета среднемагистральных авиалайнеров, основными из которых являются: использование заранее рассчитанного профиля с корректировкой его при помощи барометрических датчиков и радионавигационных систем в зонах аэродромов [3]; использование методик пересчета на основе накопленной статистической информации либо решения вариационной задачи [4]; построение траектории на основе баз данных и данных локальных навигационных систем [5].

Эти подходы успешно используются ведущими мировыми авиакомпаниями, такими как Boeing и Airbus [6–7]. Стоит учитывать, что описанные методы демонстрируют разную эффективность и универсальность в зависимости от типа решаемой задачи, состояния окружающей среды и ЛТХ ЛА.

Имеется класс перспективных методов, основанных на использовании искусственного интеллекта или биологических закономерностей, также успешно применяемых вышеуказанными авиакомпаниями. К ним относятся: эвристический метод [8–9], использование нейронных сетей [10–11], использование биологических принципов в оптимизации (метод муравьиных колоний, генетические и эволюционные алгоритмы) [12–13], безоператорный (UAS) метод [14–15].

В докладе, в отличие от описываемых выше подходов, предлагается многокритериальная оптимизации вертикального профиля [2], использующая вариационный генетический алгоритм для нахождения оптимального значения параметров вектора управления в зонах с соответствующей организацией УВД.

II. Постановка задачи оптимизации

Задача оптимизации профиля полета заключается в перестроении рассчитанного по введенным на этапе формирования маршрута точкам планового профиля в соответствии с применяемым критерием оптимизации, что сводится к выбору оптимальных навигационных

РФФИ. Исследовательский проект № 19-08-01223.

параметров траектории, в частности оптимальной высоты и скорости полета, характеризующих управление центром масс самолета и влияющих с учетом законов управления на экономию ресурса двигателей. На текущий момент применяются модели оптимизации, применяющие один оптимизационный критерий на всю полетную задачу.

Для улучшения качества процесса оптимизации была разработана концепция многокритериальной оптимизационной модели, позволяющей осуществлять комбинирование критериев оптимизации в зависимости от условий полета и целесообразности использования критерия оптимизации на определенном характерном участке профиля полета.

Ниже приводится описание общих сведений о профиле полета и об оптимизационных критериях.

A. Профиль полета. Общие сведения

В режимах VNAV и LNAV движение самолета осуществляется по пространственной траектории, сформированной в соответствии с заданным планом полета. Параметры траектории идеального пространственного движения самолета, относительно которой ВСС формирует сигналы управления для системы автоматического управления (САУ), рассчитываются с учетом особенностей аэродинамики самолета на каждом из этапов полета.

Формирование траектории представляет собой процесс описания или нахождения опорных точек движения подвижного объекта, из которых впоследствии производится построение геометрического профиля, различающегося в зависимости от выполняемой полетной задачи и критериев, накладываемых на него с целью обеспечения оптимального движения ЛА. Обычно траектория задается в двух плоскостях:

- маршрут полета (горизонтальная траектория), основными параметрами которой являются боковое отклонение от линии заданного пути и путевой угол;
- профиль полета (вертикальная траектория), основными параметрами которого являются скорость и высота полета.

Траектория профиля полета ЛА в общем виде приведена на рис. 1–3. На рис. 1–2 представлены участки набора высоты и снижения, на которых отмечены характерные ограничения и максимальный угол наклона траектории θ_{max}.

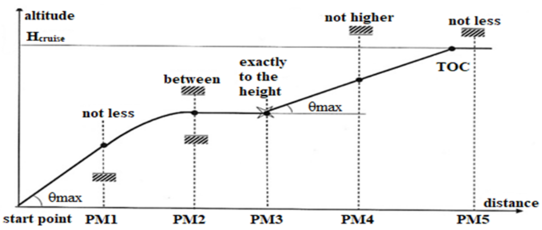


Рис. 1. Вид профиля полета ЛА на участке набора высоты

Рис. 3 демонстрирует полный общий вид профиля полета с указанием стандартных характерных участков маршрута: *taxi* – участок руления (выполнение наземных операций), *take-off* – взлет, *trip* – участок от взлета до посадки, *approach* – зона подхода на посадку, включая ВПП, *destination* – аэропорт посадки, *alternate* – запасной аэродром посадки, *holding* – зона ожидания у запасного аэродрома посадки.

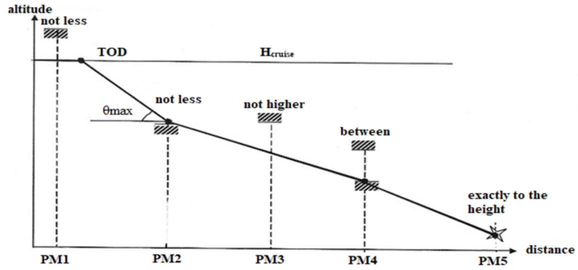


Рис. 2. Вид профиля полета ЛА на участке снижения

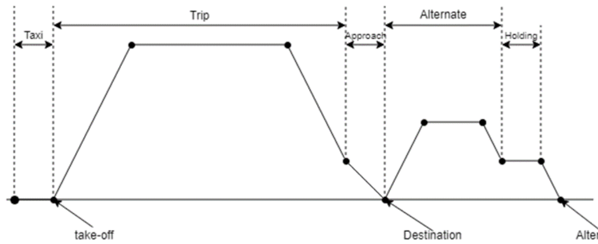


Рис. 3. Общий вид профиля полета ЛА (с указанием альтернативного маршрута посадки)

При использовании классической методики расчета профиля полета и его оптимизации, большая часть вычислений производится во время предполетной подготовки ввиду большого количества времени, затрачиваемого на расчет. Указанный выше расчет плана полета и этапы движения по маршруту применяются вне зависимости от используемого метода оптимизации профиля полета. Получаемые в результате расчета сведения являются номинальными и применяются при дальнейшей оптимизации.

B. Описание критериев оптимизации

В основе любых алгоритмов оптимизации профиля полета лежат оптимизационные критерии, определяющие параметр или набор параметров, по которым и производится оптимизация.

Проводя анализ, можно отметить, что обобщением при формировании критериев оптимизации является решение задач минимизации расхода топлива (и связанная с ней задача повышения экологичности полета), увеличения маршрутной дальности и уменьшения времени полета, по этой причине они и были выбраны в качестве основных в предлагаемой модели оптимизации.

Далее приводится описание критериев минимального расхода топлива (Q_{min}), максимальной маршрутной дальности полета (LRC) и экономического (стоимость часа полета).

1) Минимальный расход топлива

При полете на заданную дальность минимальный расход топлива можно определить как

$$Qmin = \int_0^L \min_V \left(\frac{q_{\text{км}} V}{W} \right), \tag{1}$$

где $q_{км}$ – километровый расход топлива в кг/км, который в условиях штиля является функцией высоты H (м), истинной воздушной скорости V (км/час), полетной массы G (кг), температуры наружного воздуха $T_н$ (°С), l – переменная интегрирования (км), L – длина этапа (км), W – путевая скорость (км/ч).

2) Максимальная маршрутная дальность (LRC)

Критерий LRC, так же как критерий Q_{min}, для своей реализации использует характеристику удельной дальности UD в виде номограммы. Оптимум характеристики $UD–UD_0$ достигается на пониженных скоростях. Скорость $V_{LRC}(G)>V_{Qmin}(G)$, при которой отличие от оптимума UD_0 составляет 1%, считается оптимальной по критерию максимальной маршрутной дальности полета LRC (Long Range Cruise). Оптимальная высота $H_{опт}$ при назначении критерия LRC определяется из условия достижения минимума критерия LRC по двум параметрам: высоте и скорости.

3) Экономический критерий

Критерий ECON позволяет учитывать стоимостные затраты по времени и топливу, приходящиеся на один полет. Полная стоимость полета по этапу имеет выражение

$$C = C_{час}T + C_{топ}Q\,, \tag{2}$$

где $C_{час}$ – стоимость одного часа полета (без учета стоимости топлива) в руб./час, $C_{топ}$ – стоимость одного килограмма топлива в руб./кг, T – время полета по этапу в часах, L – длина полета по этапу в км. При отнесении минимума к подынтегральному выражению и с учетом выражений $q_{час} = q_{км}V$, и $dt=dl/W$ экономический критерий примет вид

$$ECON = \min_V\left(\frac{K + q_{км}V}{W}\right), \tag{3}$$

где $q_{км}$ – километровый расход топлива в условиях штиля (кг/км), K – индекс стоимости (кг/час): $K=C_{час}/C_{топ}$, V_{ECON} – оптимальная скорость по критерию ECON (экономичная скорость). Высота H_{ECON}, на которой достигается минимум критерия ECON, называется оптимальной по экономическому критерию.

Экономический критерий позволяет авиакомпаниям оценивать рентабельность эксплуатации каждого конкретного ЛА и перераспределить имеющиеся у нее ресурсы с учетом убыточных статей затрат. Индекс стоимости K назначается диспетчером или устанавливается авиационной компанией и представляет собой отношение приведенной стоимости топлива к номинальному ее значению.

Описанные выше критерии пригодны к реализации в любом методе оптимизации профиля.

Далее в докладе приводится описание разработанной методики оптимизации.

III. Многокритериальная модель оптимизации

Разработанная методика оптимизации представляет собой разбиение профиля на характерные участки полета (взлет/набор высоты, маршрут, снижение) с применением целесообразного на таком участке критерия. Целесообразность применения критерия рассчитывается из совокупности условий выполнения полета, но принятие окончательного решения об утверждении того или иного режима осуществляет пилот.

Производится нахождение решений как для локального характерного участка, так и для всего полета, т.е. нахождение локального и глобального оптимума. Также возможна комбинация применения глобального критерия оптимизации (одного на весь маршрут движения) с использованием критериев, локально примененных на характерном участке полета. По результатам расчета осуществляется выдача полученного решения пилоту, который утверждает выполнение движения по оптимальному профилю.

Пересчет решения производится с учетом изменяющихся условий полета, что существенно улучшает качество оптимизации.

На рис. 4 представлены варианты возможных комбинаций.

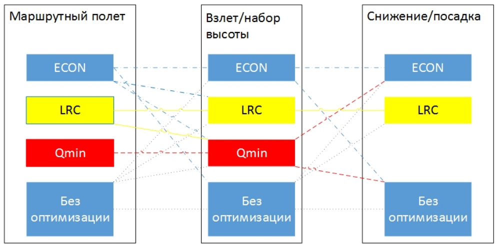


Рис. 4. Варианты комбинаций оптимизационных критериев на участке от взлета до посадки

Классически, в качестве метода решения задачи оптимизации применяется решение вариационной задачи с реализацией вычислений посредством динамического программирования, но его применение в рамках разрабатываемой концепции затруднительно, так как расчет (согласно произведенному вычислительному эксперименту) занимает в среднем 33,6 мин. Ситуацию видоизменяет применение генетического алгоритма в качестве метода решения задачи.

В случае его использования время решения сокращается до 11,6 мин. Тем не менее генетический алгоритм обладает рядом существенных недостатков, таких как увеличение длин кодов записи математических выражений в процессе скрещивания, возможная расходимость алгоритма, необходимость анализа всех символов записи с целью их преобразования в целостное математическое выражение и т.д.

Особенностью разрабатываемого алгоритма оптимизации является достижение возможности проведения динамического пересчета оптимального профиля с учетом реальных условий полета. Эта возможность достигается благодаря использованию вариационного генетического алгоритма – модификации генетического алгоритма, реализующей вычислительный процесс с учетом полученного ранее (на этапе предполетной подготовки) базисного решения, что существенно ускоряет вычислительный процесс (в среднем решение находится за 8,63 с) и избавляет от описанных выше недостатков.

IV. Заключение

На текущий момент разработка находится в процессе доработки, так как требуется уточнение вычислительной модели вариационного генетического алгоритма, однако предварительные данные, полученные в результате моделирования работы алгоритма с учетом реальных условий полета, продемонстрировали соответствие требованиям к качеству решения оптимизационной задачи, что показано на рис. 5, 6 и 7.

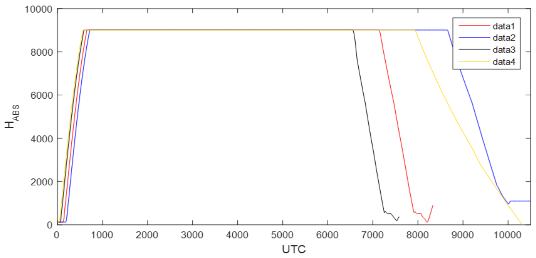


Рис. 5. Результаты моделирования

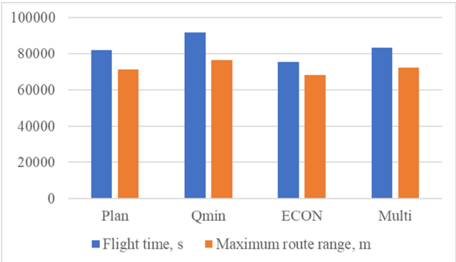


Рис. 6. Результаты моделирования

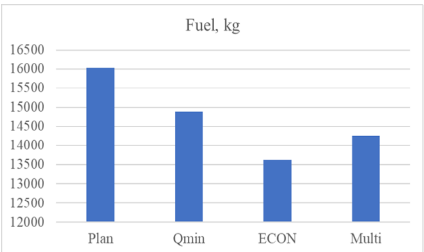


Рис. 7. Результаты моделирования (сравнение экономии топлива)

На рис. 5 представлены результаты моделирования в виде расчетного профиля (data1) и его сравнения с оптимизированными его вариантами (data2–data4), где показана оптимизация по критериям q_{min} (data2), ECON (data3) и по их комбинации (data4). Из результатов моделирования в параметрическом сравнении (рис. 6–7) видно, что оптимизация при помощи разрабатываемой методики имеет большую эффективность по сравнению с однокритериальной. Тем не менее требуется доработка модели оптимизации и расширение критериальной модели, что будет отражено в дальнейших публикациях.

Литература

[1] Murrieta-Mendoza, A., Romain, Ch., Botez, R.M., Commercial Aircraft Lateral Flight Reference Trajectory Optimization, *20th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA*, 2016 IFAC-Papers OnLine, 2016, vol. 49, issue 17, pp. 1–6.

[2] Бережной Д.А., многокритериальность в задаче оптимизации профиля полета авиалайнера // Авиация и космонавтика. 2017. Тезисы. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2017. С. 144–145.

[3] Киселев В.Ю., Монаков А.А. Предсказание траектории воздушного судна в автоматизированных системах управления воздушным движением // Информационно-управляющие системы. 2015. №4 (77). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/predskazanie-traektorii-vozdushnogo-sudna-v-avtomatizirovannyh-sistemah-upravleniya-vozdushnym-dvizheniem (дата обращения: 15.07.2019).

[4] Лунев Е.М., Неретин Е.С., Будков А.С., Разработка и исследование модели траекторного управления самолетом при полете по маршрутам четырехмерной зональной навигации // Труды МАИ. Вып. 95, URL: http://trudymai.ru/upload/iblock/82a/Lunev_Neretin_Budkov_rus.pdf?lang=ru&issue=95 (дата обращения: 15.07.2019).

[5] Куланов Н.В., Галушкин В.В., Голубева А.А., Григоров П.Ю., Легран А.Г. Комплекс прототипирования системы самолетовождения. Разработка перспективной функции вертикальной навигации для самолета МС-21. М.: Труды ГосНИИАС, 07.2017.

[6] Lockwood, J., X-Plane 11 Flight Management System (FMS), Laminar Research 2017. URL: http://x-plane.com/manuals/FMS_Manual.pdf (дата обращения: 15.07.2019).

[7] Miller, S., Contribution of Flight Systems to Performance-Based Navigation, BOEING aero quarterly. URL: https://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_02_09/pdfs/AERO_Q209_article05.pdf (дата обращения: 15.07.2019).

[8] Бабаева С.И. Методы оперативного регулирования потоков воздушных судов при изменении условий выполнения полетов в автоматизированной системе управления воздушным движением: диссертация ... кандидата технических наук : 05.22.13, 2006 г., 146 с., Моск. гос. техн. ун-т гражд. Авиации.

[9] Beasley, J.E., Sonander, J., and Havelok, P., Scheduling aircraft landing at London Heathrow using a population heuristic, *Journal of the operational Research Society*, 52, 483 – 493, 2001.

[10] Trani, A.A., Wing-Ho, F.C., Schilling, G., Baik, H., and Seshadri, A., A Neural Network Model to Estimate Aircraft Fuel Consumption, *AIAA 4th Aviation Technology, Integrations and Operations* (ATIO) Forum 20–22 September 2004, Chicago, Illinois, URL: https://pdfs.semanticscholar.org/1fd6/966c27042fc0d71109e1e48147e1f8c33e04.pdf (дата обращения: 15.07.2019).

[11] Yulin Liu, Mark Hansen, Predicting Aircraft Trajectories: A Deep Generative Convolutional Recurrent Neural Networks Approach, Institutes of Transportation Studies, University of California, Berkeley, 2018, URL: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1812/1812.11670.pdf (дата обращения: 15.07.2019).

[12] Murrieta Mendoza, Alejandro & Hamy, Antoine & Botez, Ruxandra, Lateral Reference Trajectory Algorithm Using Ant Colony Optimization, 2016. 10.2514/6.2016-4209. URL: https://www.researchgate.net/publication/303902667_Lateral_Reference_Trajectory_Algorithm_Using_Ant_Colony_Optimization (дата обращения: 15.07.2019).

[13] Nogueira, Kamila & H. C. Aguiar, Paulo & Weigang, Li. (2014). Using Ant Algorithm to Arrange Taxiway Sequencing in Airport. *International Journal of Computer Theory and Engineering*. 6. 857–361. 10.7763/IJCTE.2014.V6.889. URL: https://www.researchgate.net/publication/260310440_Using_Ant_Algorithm_to_Arrange_Taxiway_Sequencing_in_Airport (дата обращения: 15.07.2019).

[14] Silva, Natassya & Fontes, João & Inoue, Roberto & Castelo Branco, Kalinka. (2017). Development of a fixed-wing vertical takeoff and landing aircraft as an autonomous vehicle. 1–6. 10.1109/SBR-LARS-R.2017.8215275. URL: https://www.researchgate.net/publication/321897207_Development_of_a_fixed-wing_vertical_takeoff_and_landing_aircraft_as_an_autonomous_vehicle (дата обращения: 15.07.2019).

[15] Julian Kerr, Avalon 2019: Boeing to partner with Australia on development of multimission unmanned aircraft system, Jane's Defence Weekly. URL: https://www.janes.com/article/86881/avalon-2019-boeing-to-partner-with-australia-on-development-of-multimission-unmanned-aircraft-system (дата обращения: 15.07.2019).

О реализации алгоритма оценивания вектора состояния динамической системы в условиях неопределенности*

В.И. Ширяев
Кафедра «Системы автоматического управления», Южно-Уральский государственный университет) Челябинск, Россия
shiriaevvi@susu.ru

Д.П. Клепач
Кафедра «Системы автоматического управления», Южно-Уральский государственный университет) Челябинск, Россия
klepachd@mail.ru

А.А. Романова
Кафедра «Системы автоматического управления», Южно-Уральский государственный университет) Челябинск, Россия
romanovaaa@mail.ru

***Аннотация*—Рассматривается динамическая система, в частности космический аппарат, для которого возникает задача комплексирования информации датчиков навигационных систем. В качестве основных навигационных систем берется инерциальная навигационная система и звездный датчик. Предлагается алгоритм гарантированного оценивания при комплексировании информации инерциальной навигационной системы и звездного датчика. При решении задачи оценивания с помощью минимаксного фильтра построение информационного множества, которое гарантированно содержит истинное состояние системы является вычислительно сложной задачей для систем большой размерности. Поэтому вместо точного построения информационных множеств используется их приближенное значение, то есть аппроксимация в виде выпуклого многогранника, полученного путем аппроксимации сверху «точного», но заданного неявно системой линейных уравнений и неравенств информационного множества. Результат гарантированного оценивания сравнивается с результатом оценивания с помощью фильтра Калмана.**

Ключевые слова—динамические системы, гарантированное оценивание, фильтр Калмана, динамические измерения

I. Введение

Комплексные навигационные системы реализуют принцип избыточности, когда один и тот же навигационный параметр определяется несколькими навигационными системами, основанными на различных физических принципах. К числу основных навигационных систем различных подвижных объектов относятся инерциальные навигационные системы. Они автономны, не требуют информации о магнитном поле Земли, не излучают энергию, но накапливают погрешность. Объединение инерциальной навигационной системы с навигационными системами, основанными на других физических принципах (системы спутниковой навигации, звездные датчики и др.), позволяет устранить этот недостаток [7].

Математическая обработка с помощью алгоритмов фильтрации информации с инерциальные навигационной системы и звездного датчика позволяет определять параметры ориентации и угловой скорости с высокой точностью, которая необходима для работы системы управления движением космического аппарата.

Алгоритмами фильтрации при комплексировании могут быть метод наименьших квадратов, фильтр Калмана, а также гарантированный фильтр [1–5, 7–11, 17–20]. В реальных условиях статистическая информация об ошибках измерений [4, 5] может отсутствовать, поэтому применение фильтра Калмана может быть необоснованным, а истинное состояние может находиться за пределами доверительных множеств. Тогда задачу оценивания рассматривают в гарантирующей или минимаксной постановке, результатом которой является информационное множество [3, 9], гарантированно содержащее истинное значение вектора состояния динамической системы. Минимаксный фильтр включает в себя выполнение линейного преобразования, операций суммы множеств в смысле Минковского и пересечение множеств. Однако построение информационных множеств является вычислительно сложной задачей для систем большей размерности и при этом вместо точного построения информационных множеств используют приближенное значение, то есть аппроксимацию [1, 2].

В работе рассматривается алгоритм комплексирования информации с инерциальной навигационной системы и звездного датчика в задаче точного определения ориентации космического аппарата, позволяющий эффективно фильтровать ошибку звездного датчика [7].

II. Описание задачи

Задачей комплексирования навигационной информации инерциальной навигационной системы и звездного датчика заключается в совместной обработке данных для определения ориентации движущегося объекта с максимально возможной точностью [12–14, 16]. Эта точность зависит от качества навигационных измерителей и алгоритмов обработки навигационных сигналов.

В качестве вектора состояния системы принимается вектор малого поворота [7], рассчитанный по данным от звездного датчика и инерциальной навигационной систем $x_k = (\theta_x, \theta_y, \theta_z)'$. Уравнения движения и измерения для вектора малого поворота

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k, \\ y_{k+1} = x_{k+1} + v_{k+1}, k = 0, 1, \dots, \end{cases} \quad (1)$$

где $x_{k+1} \epsilon R^3, y_{k+1} \epsilon R^3, v_{k+1} \epsilon R^3, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ – соответственно вектор состояния системы, вектор измерений, вектор ошибок измерений, составляющие вектора скорости малого поворота, полученные по результатам измерений инерциальной навигационной системы; матрица А равна [7]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{pmatrix}.$$

Вектор ошибок измерений состоит только из высокочастотных ошибок звездного датчика $v_{k+1} = (v_x \quad v_y \quad v_z)'$. Шумы измерений инерциальной навигационной системы отличаются от шумов звездного датчика более чем на два порядка, поэтому они принимаются равными нулю.

III. Алгоритм гарантированного оценивания

Рассмотрим задачу оценивания состояния системы (1). Заданы следующие ограничения:

$$x_0 \in X_0, v_k \in V, \tag{2}$$

где X_0, V – множества, заданные в виде выпуклых многогранников. Для каждого момента времени x_{k+1}, v_{k+1} принимают любое значение из множеств (2).

Требуется получить оценку в виде информационного множества $\bar{X}_k$, в котором гарантированно находится вектор состояния $x_k \epsilon \bar{X}_k$.

На основе предыдущего информационного множества $\bar{X}_k$ рассчитывается множество прогнозов (рис. 1) вектора состояния x_{k+1} системы (1)

$$X_{k+1/k} = A\bar{X}_k, x_{k+1} \in X_{k+1/k}. \tag{3}$$

По результатам измерений y_{k+1} рассчитывается множество состояний совместимых с измерением

$$X[y_{k+1}] = \{x \in R^n | Gx + Hv = y \; \forall \; v \in V\}. \tag{4}$$

Затем находим информационное множество (рис. 1) как область пересечения множества прогнозов и множества, совместимого с измерениями

$$\bar{X}_{k+1} = X_{k+1/k} \cap X[y_{k+1}]. \tag{5}$$

Операции в (4)–(6) проводятся над множествами: линейное преобразование и пересечение множеств.

Известно [8], что если множества (2) – выпуклые многогранники, то и информационное множество $\bar{X}_{k+1}$ – выпуклый многогранник. Как правило, форма информационных множеств $\bar{X}_{k+1}$ достаточно сложна, то есть множество может содержать большое количество вершин и граней, а операции над множествами являются вычислительно сложными для систем большой размерности в реальном времени. Вместо точного построения информационных множеств $\bar{X}_{k+1}$ используют [10] приближенное значение $\bar{X}_{a\,k+1} \supseteq \bar{X}_{k+1}$, т.е. аппроксимацию сверху.

Рассмотрим алгоритм, описывающий аппроксимацию информационного множества $\bar{X}_{k+1}$ на основе текущего измерения y_{k+1} для системы (1). Векторы x_{k+1}, x_k, v_{k+1} являются неизвестными.

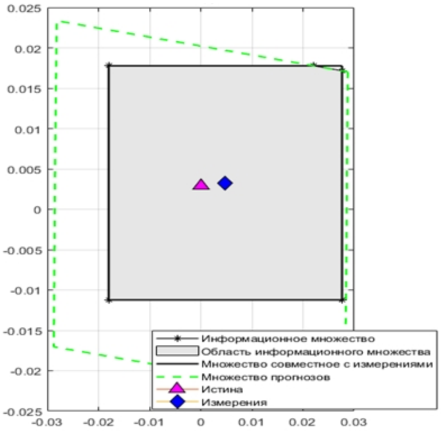


Рис. 1. Пример построения множества прогнозов

Когда исходные множества (3) являются многогранниками, они могут быть заданы системами линейных неравенств

$$\begin{cases} A_{x_k} x_k \le b_{x_k} \\ y_k - \underline{V} \le x_k \le y_k + \overline{V} \end{cases}, \tag{6}$$

где A_{x_k} – заданная матрица, b_{x_k} – заданные вектора соответствующих размерностей, y_k – измерение инерциальной навигационной системы на k-м шаге, $\underline{V}, \overline{V}$ – нижняя и верхняя границы множества ошибок измерений.

Рассмотрим алгоритм аппроксимации, где учитывается информация об измерениях y_{k+1}, помехах v_{k+1}, полученная не с одного предыдущего шага, а с нескольких предыдущих шагов. Теперь необходимо увеличить размерность системы (1), (6), включив в нее переменные $x_k, x_{k-1}, \dots, x_{k-L}, v_k, \dots, v_{k-L}$, где L – число предыдущих шагов. С помощью этого алгоритма найдем более точную оценку $X_{a\,k}$ информационного множества $\bar{X}_k$.

Зададим число предыдущих шагов L, значения измерений $y_{k-1}, \dots, y_{k-L}$ которых будут использованы для вычисления текущей оценки. Составим систему линейных неравенств, описывающих систему (1), (2) на последних L шагах:

$$\begin{cases} x_1 = Ax_0 \\ Gx_1 + Hw_1 = y_1 \\ x_2 = Ax_1 \\ Gx_2 + Hw_2 = y_2 \\ \dots \\ x_k = Ax_{k-1} \\ Gx_k + Hw_k = y_k. \end{cases} \tag{7}$$

Составим систему линейных неравенств, описывающих множества X_{k-L}, V на последних L шагах:

$$\begin{cases} A_{x_{k-L}} x_{k-L} \le b_{x_{k-L}} \\ x_{k-L} \le y_{k-L} + \overline{V} \\ x_{k-L} \ge y_{k-L} - \underline{V} \\ \dots \\ A_{x_k} x_k < b_{x_k} \\ x_k \le y_k + \overline{V} \\ x_k \ge y_k - \underline{V} \end{cases}. \tag{8}$$

Построим аппроксимацию информационного множества $\bar{X}_{a\,k}$ на основе систем (7), (8):

$$\bar{X}_{a\,k} = \{x_k | A_{x_k} x_k \le b_{x_k}\},\ \ \bar{X}_{a\,k} \subseteq \bar{X}_k. \qquad (9)$$

Для каждого направления a_i (i-я строка матрицы A_{x_k}) решаем задачу линейного программирования

$$x_k^* = argmax\langle a_i, x_k\rangle \qquad (10)$$

при ограничениях (9), (10), где $\langle a_i, x_k\rangle$ – скалярное произведение векторов a_i и x_k. Тогда i-я координата вектора b_{x_k} равна

$$b_{x_{k+1}}(i) = \langle a_i, x_k^*\rangle. \qquad (11)$$

Далее переходим на следующий шаг $k = k + 1$.

Описанный принцип позволяет построить аппроксимацию информационного множества в виде многогранника любой формы без выполнения операции пересечения множеств. Поскольку форма множества $\bar{X}_{k+1}$ неизвестна, то выбирать направления A_{x_k} следует исходя из требований задачи. Чем ближе к истинному информационному множеству задана форма аппроксимирующего многогранника, тем меньше будет накапливаться ошибка оценивания.

IV. Комплексирование информации инерциальной навигационной системы

При комплексировании информации сравниваются два способа оценивания: гарантированный и статистический (фильтр Калмана) для системы (1). Вводится дополнительное условие к работе алгоритмов фильтрации, заключающееся в том, что работа осуществляется на участке измерений при постоянной скорости, без возмущений движения КА, вызванных движениями солнечных батарей, антенн и работой реактивной двигательной системы. Матрица А имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}0436 & -0{,}0262 \\ -0{,}0436 & 1 & 0{,}0174 \\ 0{,}0262 & -0{,}0174 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ограничения (3) имеют следующие значения:

$$X_0 = \left\{ x \in R^3 \middle| \begin{array}{c} -1^\circ \le \theta_x \le 1^\circ \\ -1{,}5^\circ \le \theta_y \le 1{,}5^\circ \\ -2{,}5^\circ \le \theta_z \le 2{,}5^\circ \end{array} \right\},$$

$$V = \left\{ v \in R^3 \middle| \begin{array}{c} -1^\circ \le \theta_x \le 1^\circ \\ -1^\circ \le \theta_y \le 1^\circ \\ -2{,}4^\circ \le \theta_z \le 2{,}4^\circ \end{array} \right\}.$$

Начальное значение вектора состояния $x_0 = (0{,}55^\circ \quad 1{,}2^\circ \quad 1{,}5^\circ)'$:

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + K_{k+1}(y_{k+1} - G\hat{x}_k), \qquad (14)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k}(P_{k+1/k} + R)^{-1}, \qquad (15)$$

$$P_{k+1} = (\mathrm{I} - K_k)(AP_k\mathrm{A}'),\ k = 1, \dots, N, \qquad (16)$$

где начальный вектор состояния $x_0 \sim N(0, P_0)$, ошибки измерения $v_k \sim N(0, R)$, P_0, R – заданы.

Матрицы ковариаций P_0, R зададим таким образом, чтобы случайные величины x_0, v_k на уровне 3σ попадали во множества X_0, V.

Система (1) с заданной матрицей A является неустойчивой. Реализованные ошибки измерений являются белым гауссовским шумом.

Приведен график ошибок оценивания e_k вектора состояния на каждом шаге для гарантированного оценивания и фильтра Калмана, рассчитанные по формуле $e_k = |x_k - \hat{x}_k|$, где x_k – истинное значение вектора состояния, $\hat{x}_k$ – оценка вектора состояния.

Среднее значение ошибки оценивания $\bar{e}_i$, где $i = 1$ – ошибка оценивания фильтра Калмана, где $i = 2$ – ошибка оценивания минимаксного фильтра для каждой из 3-х координат:

$$\bar{e}_1 = [0{,}003 \quad 0{,}009 \quad 0{,}035]',$$

$$\bar{e}_2 = [-0{,}01 \quad -0{,}09 \quad -0{,}109]'.$$

Как уже отмечалось, в реальных условиях статистическая информация об ошибках измерений [4, 5] может отсутствовать, поэтому применение фильтра Калмана может быть необоснованным, а истинное состояние может находиться за пределами доверительных множеств. Таким образом, если ошибки измерений не являются белым гауссовским шумом, а имеют иной закон распределения, то фильтр Калмана может работать некорректно. Рассмотрим ситуацию, когда ошибки измерений изменяются по равномерному закону распределения (рис. 2, 3).

Среднее значение ошибки оценивания $\bar{e}_i$, где $i = 1$ – ошибка оценивания фильтра Калмана, где $i = 2$ – ошибка оценивания минимаксного фильтра для каждой из 3-х координат:

$$\bar{e}_1 = [0{,}03 \quad 0{,}07 \quad 0{,}18]',$$

$$\bar{e}_2 = [0{,}008 \quad -0{,}04 \quad 0{,}01]'.$$

В результате моделирования ошибка оценивания фильтра Калмана оказалась выше относительно ошибки оценивания минимаксного фильтра, что вызвано изменением закона распределения ошибок измерений.

Рассмотрим ситуацию, когда ошибки измерений являются динамическим хаосом с начальным значением $v_0 = [0{,}5 \quad 0{,}5 \quad 0{,}5]'$ и законом распределения

$$v_{k+1} - v_k * 3.7 * (1 - v_k), k - 0{,}1 \dots \qquad (12)$$

Среднее значение ошибки оценивания $\bar{e}_i$, где $i = 1$ – ошибка оценивания фильтра Калмана, где $i = 2$ – ошибка оценивания минимаксного фильтра для каждой из 3-х координат:

$$\bar{e}_1 = [0{,}52 \quad 0{,}45 \quad 0{,}96]',$$

$$\bar{e}_2 = [0{,}59 \quad 0{,}41 \quad 0{,}39]'.$$

В результате эксперимента ошибка оценивания фильтра Калмана оказалась соразмерна относительно ошибки оценивания минимаксного фильтра для первой и второй координаты и значительно выше для третьей координаты.

Время расчета фильтра Калмана на 100 шагах $t_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ с, минимаксного фильтра $t_2 = 0{,}23$ с.

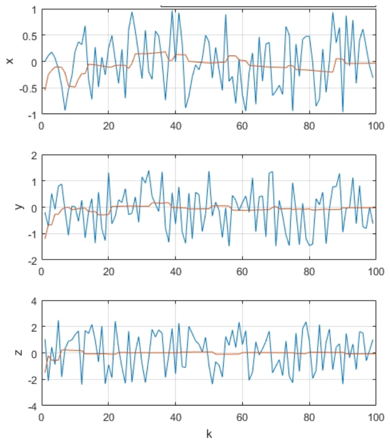


Рис. 2. Ошибки измерений (синий) равномерное распределение, ошибки гарантированного оценивания (оранжевый)

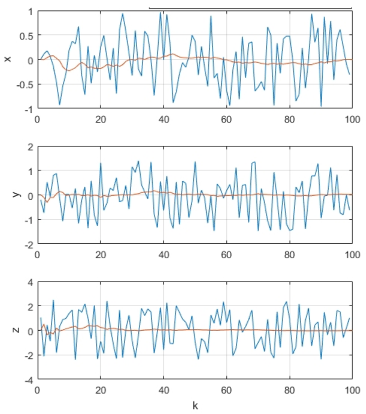


Рис. 3. Ошибки измерений (синий) равномерное распределение, ошибки фильтра Калмана (оранжевый)

V. Заключение

Гарантированное оценивание при комплексировании информации инерциальной навигационной системы и звездного датчика позволяет получить оценку с ошибкой меньше в 3,75 раза, чем ошибка оценивания фильтра Калмана. Тем не менее решение задачи гарантированного оценивания требует больших вычислительных затрат – в 10^4 раз больше, чем фильтр Калмана. Одним из вариантов снижения вычислительных затрат может быть разработка алгоритма снижения порядка системы линейных неравенств, которыми задаются грани множества прогнозов и множества, совместного с измерениями для получения информационного множества. Для повышения скорости решения задачи гарантированного оценивания перспективным считается нейросетевой подход, описанный в работе [10].

Благодарность

Статья выполнена при поддержке Правительства РФ (Постановление №211 от 16.03.2013 г.), соглашение № 02.A03.21.0011

Литература

[1] Ширяев В.И. Синтез управления линейными системами при неполной информации // Изв. РАН Техн. Кибернетика. 1994. №3. С. 229–237.

[2] Podivilova, E.O., Vargas, A.N., Shiryaev, V.I., Acho, L., Set-valued estimation of switching linear system: an application to an automotive throttle valve, *International Journal of Numerical Modelling*, John Wiley and Sons Ltd, 2015, vol. 29, №4, pp. 755–762.

[3] Chernousko, F.L. Minimax control for class of linear systems subject to disturbances, *Journal of Optimization Theory and Application*, 2005. vol. 127, №3. pp. 535–548.

[4] Матасов, А.И. Метод гарантирующего оценивания. М.: Изд-во МГУ, 2009. 100 с.

[5] Schweppe, F.C., Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1968, no. 13(1). pp. 22–28.

[6] Сальников Н.Н. Оценивание состояний и параметров динамической системы при отсутствии априорной информации об оцениваемых величинах // XII Всероссийское совещание по пробле-мам управления ВСПУ-2014. 2014. С. 2685–695.

[7] Рябогин Н.В., Рябогиин Н.В., Соколов В.Н., Задорожная Н.М. Комплексирование информации инерциальных измерительных блоков и звездных приборов на основании оценки вектора малого поворота // Мехатроника, автоматизация, управление. 2017. Том 18. №5. С. 351–357.

[8] Кунцевич, В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. К.: Наукова думка, 2006. 264 с.

[9] Куржанский, А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. 1991. №4. С. 3–26.

[10] Ширяев В.И., Клепач Д.П., Романова А.А. О гарантированном оценивании вектора состояния динамической линейной системы в условиях неопределенности // Труды международной научно-технической конференции Экстремальная Робототехника. 2019. С. 177–237.

[11] Al Bitar, N., Gavrilov, A.I., Comparative Analysis of Fusion Algorithms in a Loosely-Coupled Integrated Navigation System on the Basis of Real Data Processing, *Gyroscopy and Navigation*, 2019, vol. 27. № 3. pp. 32–52.

[12] Матвеев В.В.Основы построения бесплатформенных инерциальных систем. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор». 2009. 280 с.

[13] Crassidis, J.L., Junkins, J.L., Optimal estimation of dynamic systems. 2nd ed. New York: CRC press, 2011.

[14] Поддубный В.В. Рестриктивная фильтрация в навигационных системах // Вестник Томского гос. ун-та. 2002. № 275. С. 202–215.

[15] Ширяев В.И., Подивилова Е.О. Аппроксимация информационных множеств в задаче гарантированного оценивания состояния динамических систем в условиях неопределенности // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. №7. С. 10–16.

[16] Alamo, T., Bravo, J.M., Camacho, E.F., Guaranteed state estimation by zonotopes, Automatica, №41, 2005, pp. 1035–1043.

[17] Bertsecas, D.P., Rhodes, I.B., Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty. Automatica., 1971, vol. 16, no. 2, pp. 117–128.

[18] Зубов Н.Е., Лапин А.В., Рябченко В.Н. Аналитический алгоритм построения орбитальной ориентации космического аппарата при неполном измерении компонент вектора состояния // Известия Академии Наук: Техническая Кибернетика. 2019. Том 58. С. 969–979.

[19] Vandersteen, J., Observation and Estimation for Space Applications, KU Lueven, 2012.

[20] Kalman, R.E., A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, *J. Basic Engineering*, 1960. pp. 35-45..

Методы сертификационных летных испытаний пилотажно-навигационных систем и комплексов с применением интегральной системы на основе спутниковых технологий*

Е.Г. Харин
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

И.А. Копылов
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

С.Г. Пушков
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

В.А. Копелович
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

А.Ф. Якушев
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

О.С. Мордвинов
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

Л.Л. Ловицкий
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail: nio9@lii.ru

***Аннотация*—В работе приведены условия проведения сертификационных испытаний летательных аппаратов, методы и средства их обеспечения. В качестве примера рассматривается определение аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости на самолете Ил-78М-90А.**

Ключевые слова—летные испытания, навигационные характеристики, аэродинамические погрешности

I. Введение

В настоящее время полеты самолетов осуществляются в Глобальной системе организации воздушного движения, построенной на основе технологий системы связи, навигации и наблюдения (CNS/ATM). Переход к глобальной системе организации воздушного движения позволил увеличить объем воздушных перевозок, безопасность самолетовождения.

Возросшие требования к задачам самолетовождения в Глобальной системе после внедрения концепции навигации, основанной на характеристиках, требуют непрерывного совершенствования существующих и создания новых методических подходов, технологий, методов и средств проведения летных испытаний.

В сертификационных испытаниях самолетов решается комплекс задач, связанных с различными системами пилотажно-навигационного оборудования. Для каждой системы предъявляются отдельные нормативные требования и используются свои методические подходы к проведению испытаний.

С целью обеспечения всех видов летных испытаний авионики перспективных летательных аппаратов в АО «Летно-исследовательский институт имени М.М. Громова» на основе комплекса бортовых траекторных измерений (КБТИ) с применением спутниковых технологий создана интегральная система обеспечения летных испытаний, которая апробирована в большом количестве полетов летательных аппаратов различного типа. В состав интегральной системы испытаний авионики входят: бортовой блок КБТИ; базовые контрольные станции; стенды сопровождения летных испытаний; вычислительная сеть; автоматизированные рабочие места обработки и анализа; методическое обеспечение; программно-математическое обеспечение обработки и анализа материалов летных испытаний [1–3].

Интегральная система нашла широкое применение при проведении сертификационных летных испытаний. Внедрение системы привело к изменению технологии летных испытаний при решении целого ряда задач. Один из наиболее ярких примеров – определение аэродинамических погрешностей приемников воздушного давления, измерения барометрической высоты и приборной скорости. Задачи определения действительных значений воздушных параметров, аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости, оценивания средств определения воздушных параметров, занимают значительное место в сертификационных летных испытаниях авиационной техники. От точности бортовых измерений воздушных параметров зависит безопасность пилотирования и самолетовождения.

II. Проведение сертификационных летных испытаний

В сертификационных испытаниях выполняется оценка соответствия характеристик бортового оборудования требованиям сертификационного базиса и норм летной годности самолетов. В сертификационный базис включают функциональные и эксплуатационные требования, отвечающие целям разработки авиационной техники, обеспечивающие безопасность пилотирования и самолетовождения в ожидаемых условиях эксплуатации.

Сертификационные испытания разбиваются на этапы, состоящие из анализа документации, стендовых, наземных и летных испытаний, моделирования, включающие анализ отказобезопасности и экспертные оценки.

После формирования сертификационного базиса разрабатывается программа наземных и летных испытаний, включающая в себя необходимые наземные работы, виды испытательных режимов и их количество, методические указания по проведению испытаний и выполнению испытательных режимов, описание средств обеспечения летных испытаний. В наземных и летных испытаниях производится определение основных технических характеристик пилотажно-навигационного оборудования летательного аппарата для оценки возможности его последующей эксплуатации в условиях глобальной аэронавигационной системы CNS/ATM.

Выполнение полетов в глобальной системе предусматривает изменения в системах связи, навигации и наблюдения. В радиосвязи предусматривается переход от аналогового речевого радиообмена к цифровым линиям передачи данных, что дает возможность осуществлять глобальный цифровой радиообмен, а не только в пределах линии визирования. В области навигации предусматривается переход от использования наземных радиотехнических средств навигации и посадки к глобальным навигационным спутниковым системам. Наблюдение за выполнением полета производится с помощью автоматического зависимого наблюдения с применением спутниковых навигационных систем и цифровых линий передачи данных.

В бортовой авионике блоки связи, навигации и наблюдения объединяются в единую систему вычислителем самолетовождения, управляются автоматически и экипажем с помощью пультов, выдают информацию на индикаторы системы отображения информации и сигнализации. Функциональные блоки связи и наблюдения совместно обеспечивают работу двусторонних линий передачи данных для служб воздушного движения [4].

Усиление требований к бортовой аппаратуре влечет за собой постоянное совершенствование методов и средств обеспечения сертификационных летных испытаний летательных аппаратов. В ЛИИ им. М.М. Громова создана интегральная система обеспечения летных испытаний всех типов современных, модернизируемых и перспективных летательных аппаратов и их бортового оборудования.

III. Интегральная система обеспечения летных испытаний авионики

Система предназначена для решения широкого круга задач, возникающих при проведении сертификационных испытаний летательных аппаратов. С помощью системы определяются характеристики пилотажно-навигационного оборудования и комплексов: ИНС, СНС, радиотехнических систем, систем автоматического управления, вычислительных систем самолетовождения и др., а также летно-технические характеристики летательных аппаратов. Составляющие элементы интегральной системы приведены на рис. 1.

Бортовой блок КБТИ выполняет регистрацию информации оцениваемых бортовых систем с необходимой частотой и определение траекторных параметров по данным СНС.

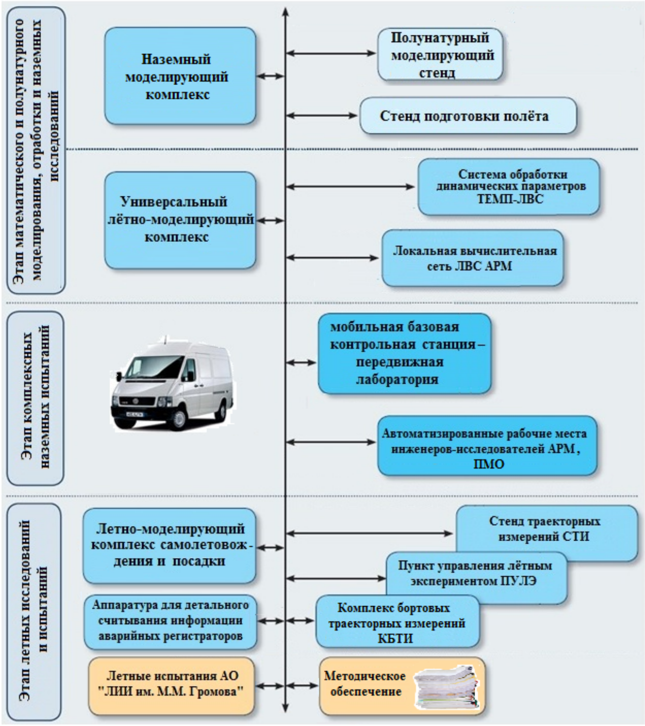


Рис. 1. Интегральная система обеспечения сертификационных летных испытаний

Формирование действительных значений траекторных параметров летательного аппарата выполняется на основе информации встроенного в КБТИ приемника СНС.

Для получения данных дифференциального режима СНС в районе проведения летных испытаний устанавливается базовая контрольно-корректирующая станция (БКС), координаты антенны приемника СНС которой определены с геодезической точностью. БКС размещается стационарно, в отдельных случаях, когда испытательные полеты проводятся в отдаленном регионе, роль БКС выполняет стационарно установленный на время испытаний автомобиль – мобильная базовая контрольная станция (МБКС). Погрешность определения координат летательного аппарата не превышает 0,7 м, погрешность определения скорости не более 0,2 м/с.

Оборудование МБКС позволяет использовать автомобиль для предварительных наземных испытаний БИНС и приемников СНС до их установки на борт самолета.

Одна из составляющих частей интегральной системы – пункт управления летным экспериментом (ПУЛЭ). Пункт позволяет проводить сбор, обработку и анализ полетной информации в реальном времени и осуществлять контроль хода летного эксперимента и, при необходимости, активно воздействовать на него. В настоящее время ПУЛЭ – это мощный комплекс методических, технических и программных средств, позволяющих на основе автоматизированного анализа бортовых и внешнетраекторных измерений с учетом априорных данных об объекте испытаний принимать и реализовывать в процессе полета решения, направленные на оптимизацию летного эксперимента и повышение его безопасности и информационной эффективности.

Стенд сопровождающего моделирования предназначен для отработки задач пилотирования при посадке в сложных метеоусловиях, проектирования и отработки систем индикации и управления; тренировок и подготовки летного состава и руководителей полетов. При сопровождающем моделировании по реальной информации, зарегистрированной в полете на КБТИ, осуществляется воспроизведение полета в виртуальной визуальной среде, которая реализована в имитаторе кабины испытываемого летательного аппарата. Совместно с летным составом проводится разбор выполненного полета и подготавливается полетное задание следующего летного эксперимента.

После полета материалы, накопленные в КБТИ, попадают на сервер локальной вычислительной сети. На автоматизированных рабочих местах (АРМ) специалисты по системам и режимам полета обрабатывают и анализируют данные полета с помощью специально разработанных программно-математических комплексов.

Методическое обеспечение включает в себя разработку методик, методических указаний в программу наземных и летных испытаний, корректировку полетных заданий при проведении летных испытаний.

IV. Пример. Оценка средств определения воздушных параметров

Рассмотрим одну из важных задач, решаемых в процессе сертификационных летных испытаний – определение аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости для последующей оценки средств определения воздушных параметров.

A. Общий подход к определению аэродинамических погрешностей ПВД

Определение барометрической высоты и приборной скорости системами воздушных данных на самолете производится на основе измерений полного и статического давления. Из-за искажений воздушного потока в местах установки приемников статического давления возникают аэродинамические погрешности восприятия атмосферного давления, которые приводят к дополнительным погрешностям измерения высоты и скорости, называемыми аэродинамическими. Дополнительным фактором, усложняющим процедуру определения аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости, служит наличие потерь у приемников полного давления. Определение аэродинамических погрешностей в ожидаемых условиях эксплуатации летательного аппарата – одна из важных задач сертификационных летных испытаний.

В ЛИИ им. М.М. Громова при проведении летных испытаний применяется технология определения аэродинамических погрешностей приемников воздушных давлений и оценки средств определения воздушных параметров с использованием данных траекторных измерений СНС [5]. Технология представляет собой комплекс взаимосвязанных методов, методик испытаний, позволяющих оценивать средства определения воздушных параметров на режимах горизонтального установившегося полета, выхода на большие углы атаки, скольжения, взлета–посадки. Структурная схема оценки средств определения воздушных параметров представлена на рис. 2.

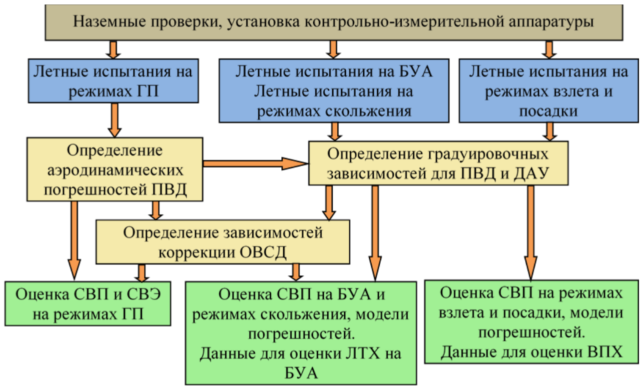


Рис. 2 Структурная схема оценки средств определения воздушных параметров и аэродинамических погрешностей ПВД.
ПВД – приемник воздушных давлений; ДАУ – датчик аэродинамических углов; СВП – средства определения воздушных параметров; СВЭ – средства вертикального эшелонирования; ОВСД – погрешности восприятия статического давления; ГП – режимы горизонтального установившегося полета; БУА – большие углы атаки; ЛТХ, ВПХ – летно-технические и взлетно-посадочные характеристики

Основными этапами испытаний являются: определение аэродинамических погрешностей восприятия статического давления, измерения высоты и скорости; разработка законов коррекции аэродинамических погрешностей восприятия статического давления; определение остаточных аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости и их последующая оценка на соответствие требованиям сертификационного базиса.

Определение характеристик производится за счет комплексной обработки информации от бортовых систем воздушных данных, инерциальных систем, траекторных измерений с помощью спутниковых навигационных систем, данных метеослужбы аэродрома. КБТИ позволяет обеспечить регистрацию синхронизированных потоков данных от бортовых систем и встроенной в КБТИ приемника СНС.

Оценивание средств измерения высотно-скоростных параметров с помощью представленной интегральной системы обеспечения летных испытаний проводится практически на всех новых и модернизированных отечественных самолетах гражданской и военно-транспортной авиации. Имеется опыт работы на боевых самолетах и вертолетах.

B. Определение аэродинамических погрешностей ПВД для самолета Ил-78М-90А

Испытания самолета Ил-78М-90А в части определения аэродинамических погрешностей ПВД, оценки системы воздушных данных самолета проводились в 2018–2019 годах.

На самолете установлены три системы воздушных данных СВС-96, каждая из которых имеет свой комплект приемников статического и полного давления, датчиков измерения угла атаки и температуры наружного воздуха.

В соответствии с программой основной объем испытательных режимов для определения аэродинамических погрешностей ПВД составляли режимы горизонтального установившегося полета без скольжения в полетной конфигурации самолета (с убранными закрылками, предкрылками, шасси) в эксплуатационном диапазоне высот и скоростей самолета Ил-78М-90А. Было выполнено 4 полета общей продолжительностью 20 часов.

В качестве примера для системы СВС, подключенной к линиям статического и полного давления, на рис. 3, 4 представлены значения аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости, полученные по результатам комплексной обработки данных летных испытаний.

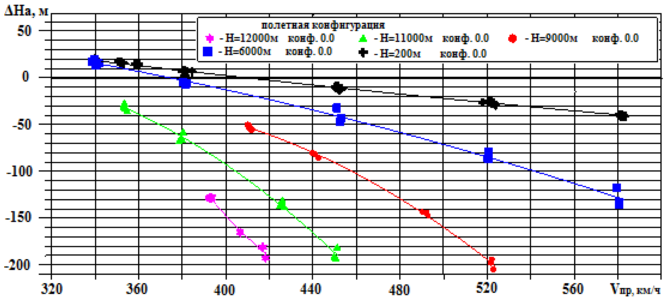


Рис. 3. Аэродинамическая погрешность СВС по высоте

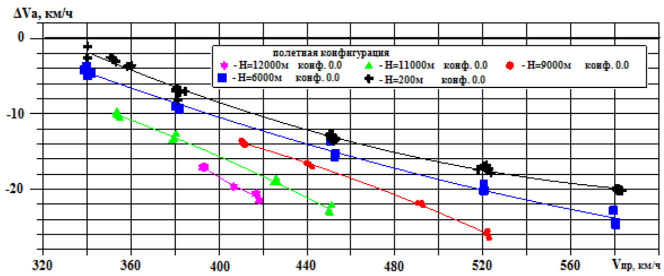


Рис. 4. Аэродинамическая погрешность СВС по скорости

На основании полученных результатов были разработаны законы коррекции погрешностей восприятия статического и полного давления. На рис. 5, 6 для системы СВС №1 показаны законы коррекции виде зависимостей относительной аэродинамической погрешности восприятия статического давления f от числа Маха и истинного угла атаки и относительной погрешности восприятия полного давления от числа Маха.

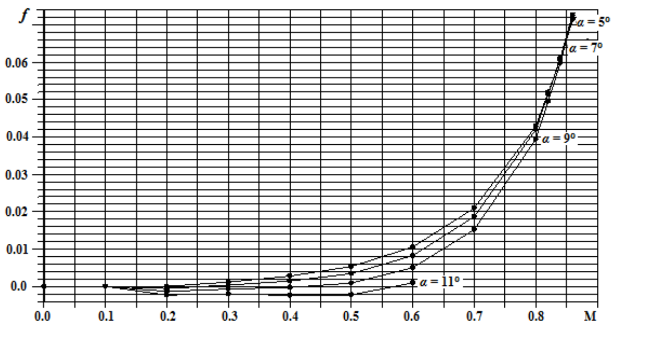


Рис. 5. Закон изменения погрешностей СВС восприятия статического давления

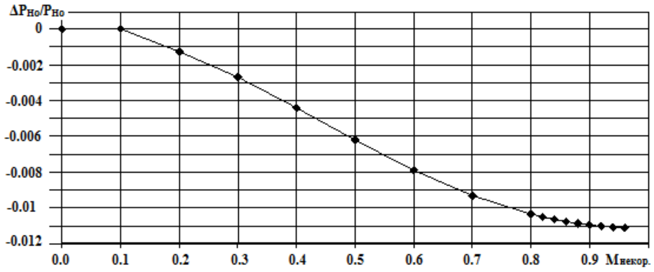


Рис. 6. Закон изменения погрешностей СВС восприятия полного давления

$$f(M,\alpha_{real})=\frac{\Delta P_a}{P}=\frac{P_H-P_{Hreal}}{P_H};$$

$$\frac{\Delta P_{H0}}{P_{H0}}=\frac{P_{H0}-P_{Hreal}}{P_{H0}},$$

где P_H, P_{H0} – измеренные значения статического и полного давлений, $P_{H\,real}$, $P_{H0\,real}$ – действительные значения.

После реализации разработанных законов коррекции в системах воздушных данных самолета Ил-78М-90А был выполне полет для определения остаточных аэродинамических погрешностей измерения высоты и скорости. Значения остаточных погрешностей для системы СВС приведены на рис. 7, 8.

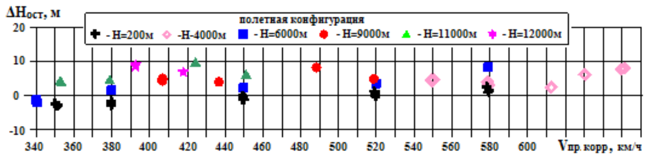


Рис. 7. Остаточная погрешность СВС по высоте

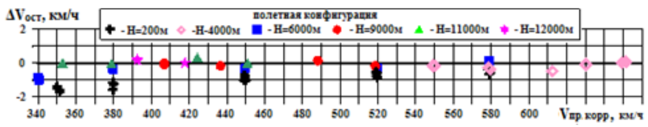


Рис. 8. Остаточная погрешность СВС по скорости

V. Выводы

Сертификационные испытания летательных аппаратов производятся в Глобальной системе организации воздушного движения, построенной на основе технологий системы связи, навигации и наблюдения. Интегральная система, разработанная в АО «ЛИИ им. М.М. Громова», обеспечивает определение характеристик бортового оборудования и оценивание соответствия заданным требованиям.

Литература

[1] Харин Е.Г., Копылов И.А. Технологии летных испытаний бортового оборудования летательных аппаратов с применением комплекса бортовых траекторных измерений. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2012. 360 с.

[2] Харин Е.Г., Копылов И.А., Копелович В.А., Ясенок А.В.Технология автоматизированного оценивания самолетовождения по стандартным маршрутам вылета и прибытия // XXII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным

навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. С. 157–161.

[3] Харин Е.Г., Копылов И.А., Якушев А.Ф., Ясенок А.В., Сахаров А.А. Разработка предложений по созданию системы управления безопасностью полетов летательных аппаратов // Материалы II Всероссийской научно-практической конференции. Свободный полет-2015. Задачи обработки больших данных в авиации. Жуковский – Уфа. Уфа: Изд-во РИК УГАТУ, 2016. С. 15–20.

[4] Бабуров В.И., Пономаренко Б.В. Принципы интегрированной бортовой авионики. СПб.: Изд-во «Агентство РДК-Принт», 2005. 448 с.

[5] Пушков С.Г., Харин Е.Г., Кожурин В.Р., Ловицкий Л.Л. Эталонное измерение воздушных параметров с использованием спутниковых средств траекторных измерений в летных испытаниях воздушных судов // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 4. С. 5–9.

Влияние смещения спутниковой информации относительно инерциальной в алгоритме комплексной обработки информации*

Н.Б. Вавилова, А.А. Голован, А.В. Козлов, И.А. Папуша
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
E-mail: aagolovan@yandex.ru

О.А. Зорина, Е.А. Измайлов, С.Е. Кухтевич, А.В. Фомичев
Московский институт электромеханики и автоматики Москва, Россия
E-mail: inbox@aomiea.ru

***Аннотация*—Рассматриваются особенности построения алгоритмов комплексной обработки информации бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), связанные с учетом таких свойств, как несинхронность позиционной и скоростной информации ГНСС и БИНС, а также смещение антенны ГНСС относительно приведенного центра БИНС.**

Ключевые слова—бесплатформенная инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система (СНС), комплексная обработка информации (КОИ), фильтр Калмана, точность оценивания

I. Введение

Современные навигационные системы представляют собой комплексы разнородных средств навигации. Основой многих комплексов является БИНС, а информация ГНСС используется для ее коррекции. Комплексная обработка информации БИНС и ГНСС наряду с формированием данных гибридного канала позволяет решать ряд задач, направленных на повышение точности автономного канала БИНС [1].

При совместной обработке информации ГНСС и БИНС возникают следующие проблемы.

1). В приемнике ГНСС на получение решения требуется некоторое время. Поскольку приемник ГНСС доставляет точное время, решение оказывается привязанным к шкале времени при помощи так называемой секундой метки. Опрос этой метки позволяет соотнести решение, получаемое с запаздыванием, с конкретным моментом времени. Привязка навигационного решения к секундной метке в совокупности с высокой частотой инерциальной информации позволяет синхронизировать информацию БИНС и ГНСС с высокой точностью. Тем не менее, особенности работы приемника ГНСС могут внести дополнительное неизвестное запаздывание этой информации. Кроме того, внутри приемника ГНСС скоростная информации может запаздывать относительно позиционной из-за способа формирования оценки скорости.

2). Фазовый центр антенны ГНСС, координаты и скорости которой определяются в приемнике ГНСС, и приведенный центр БИНС могут быть значительно удалены друг от друга. Если игнорировать этот факт, при формировании корректирующих измерений в алгоритме КОИ возникают методические погрешности, порождаемые относительным движением БИНС и антенны ГНСС.

Для компенсации указанных эффектов в модели корректирующих позиционных и скоростных измерений необходимо учесть члены, зависящие от параметров запаздывания спутниковой информации, а также координат смещения антенны ГНСС относительно центра БИНС. С целью устранения влияния несинхронности информации БИНС и ГНСС параметры запаздывания вводятся в вектор оцениваемых параметров. Учет смещения антенны предлагается осуществить двумя способами. Первый используется в том случае, когда известны координаты антенны в связанном трехграннике, центр которого совпадает с приведенным центром БИНС. Тогда производится корректировка позиционных и скоростных измерений с учётом известных параметров смещения. В том случае, когда координаты антенны неизвестны, параметры смещения также, как и параметры запаздывания, включаются в состав вектора оцениваемых параметров.

II. Математические модели корректирующих измерений алгоритма КОИ

Основой алгоритма КОИ является оценка погрешностей БИНС при помощи дополнительной позиционной и скоростной информации ГНСС с использованием фильтра Калмана. Подробно математические модели алгоритма описаны в [1], [2]. Здесь приводится лишь вектор состояния алгоритма оценивания, а основное внимание уделяется моделям корректирующих измерений.

Полный вектор состояния фильтра для горизонтальных каналов имеет 30-й порядок и включает в себя следующие переменные [1]:

$$\begin{gathered}\Delta r_1, \Delta r_2, \delta V_1, \delta V_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, \nu_1^0, \nu_2^0, \nu_3^0, \Delta f_1^0, \Delta f_2^0, \Delta f_3^0,\\ \Theta_{11}, \Theta_{12}, \Theta_{13}, \Theta_{21}, \Theta_{22}, \Theta_{23}, \Theta_{31}, \Theta_{32}, \Theta_{33},\\ \Gamma_{11}, \Gamma_{21}, \Gamma_{22}, \Gamma_{23}, \Gamma_{31}, \Gamma_{33}, \Delta t_1, \Delta t_2\end{gathered} \quad (1)$$

где $\Delta r_1, \Delta r_2$ – ошибки определения местоположения в горизонтальной плоскости в осях модельного географического трехгранника с полусвободной азимутальной ориентацией [2],

$\delta V_1, \delta V_2$ – динамические ошибки определения горизонтальных составляющих относительной скорости в этих же осях [2],

Исследование поддержано грантом РФФИ 19-01-00179.

α_1, α_2 – угловые ошибки построения приборной вертикали [2] в тех же осях, β_3 – азимутальная кинематическая ошибка [2] в тех же осях,

$\Delta f_z^0, \nu_z^0$ – погрешности нулей акселерометров и гироскопов,

$\Gamma_{ii}, \Theta_{ii},\ i = 1,2,3$ – погрешности масштабных коэффициентов акселерометров и гироскопов,

$\Gamma_{ij}, \Theta_{ij},\ i = 1,2,3,\ i \neq j$ – соответствующие погрешности ортогональности осей чувствительности,

Δt_1 – запаздывание позиционной спутниковой информации относительно инерциальной,

Δt_2 – запаздывание между скоростной и позиционной информацией ГНСС.

Позиционные и скоростные измерения для коррекции горизонтальных каналов формируются при помощи информации БИНС $(\lambda', \varphi', V_E', V_N')$ и ГНСС $(\lambda^{CHC}, \varphi^{CHC}, V_E^{CHC}, V_N^{CHC})$ о географической долготе, географической широте, восточной и северной составляющих относительной скорости.

Позиционные измерения:

$$z_1^{pos} = \Delta r_\varphi \sin\varepsilon' + \Delta r_\lambda \cos\varepsilon'$$
$$z_2^{pos} = \Delta r_\varphi \cos\varepsilon' - \Delta r_\lambda \sin\varepsilon'$$

где

$$\Delta r_\varphi = (\varphi' - \varphi^{CHC}) R_N$$
$$\Delta r_\lambda = (\lambda' - \lambda^{CHC}) R_E \cos\varphi'$$
$$R_E = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\varphi'}} \quad R_N = \frac{a(1-e^2)}{(1 - e^2\sin^2\varphi')^{3/2}}$$

Здесь:

R_N, R_E – радиусы кривизны меридионального сечения и первого вертикала,

a и e – большая полуось земного эллипсоида и его эксцентриситет,

ε' – угол, характеризующий азимутальную ориентацию модельного географического трехгранника в географической координатной сетке.

Скоростные измерения:

$$z_1^{vel} = V_1' - V_1^{CHC}$$
$$z_2^{vel} = V_2' - V_2^{CHC}$$
$$V_1^{CHC} = V_N^{CHC} \sin(\varepsilon' - \Delta\lambda\sin\varphi') + V_E^{CHC}\cos(\varepsilon' - \Delta\lambda\sin\varphi')$$
$$V_2^{CHC} = V_N^{CHC} \cos(\varepsilon' - \Delta\lambda\sin\varphi') - V_E^{CHC}\sin(\varepsilon' - \Delta\lambda\sin\varphi')$$

$\Delta\lambda$ – оценка погрешности долготы, полученная в алгоритме КОИ.

Получим выражения для корректирующих измерений через компоненты вектора состояния с учетом параметров запаздывания и смещения антенны.

Рассмотрим случай, когда информация БИНС

$$(\lambda'(t), \varphi'(t), V_E'(t), V_N'(t))$$

относится к моменту времени t, а данные ГНСС

$$(\lambda^{CHC}(t - \Delta t_1),\ \varphi^{CHC}(t - \Delta t_1),\ V_E^{CHC}(t - \Delta t_1 - \Delta t_2), V_N^{CHC}(t - \Delta t_1 - \Delta t_2))$$

к моментам $t - \Delta t_1$ и $t - \Delta t_1 - \Delta t_2$. Здесь параметры Δt_1 и Δt_2, отражающие общее запаздывание спутниковой информации относительно инерциальной и запаздывание между скоростной и позиционной информацией ГНСС, предполагаются малыми. Также считается, что приведенный центр БИНС и антенна ГНСС находятся в двух различных точках летающего аппарата и проекции вектора между ними $l_z = (l_{z1,} l_{z2,} l_{z3})^T$ на оси приборного трехгранника БИНС постоянны.

В результате преобразований получим:

$$\begin{aligned} z_1^{pos} &= \Delta r_1 + V_1'\Delta t_1 + d_{11}' l_{z1} + d_{12}' l_{z2} + d_{13}' l_{z3} + \zeta_1 \\ z_2^{pos} &= \Delta r_2 + V_2'\Delta t_1 + d_{21}' l_{z1} + d_{22}' l_{z2} + d_{23}' l_{z3} + \zeta_2 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{gathered} z_1^{vel} = \delta V_1 + V_2'\beta_3 + f_1'\Delta t_1 + f_1'\Delta t_2 + \\ +(-d_{12}'\omega_{z3}' + d_{13}'\omega_{z2}')l_{z1} + (d_{11}'\omega_{z3}' - d_{13}'\omega_{z1}')l_{z2} + \\ +(-d_{11}'\omega_{z2}' + d_{12}'\omega_{z1}')l_{z3} + \varsigma_1 \\ z_2^{vel} = \delta V_2 - V_1'\beta_3 + f_2'\Delta t_1 + f_2'\Delta t_2 + \\ +(-d_{22}'\omega_{z3}' + d_{23}'\omega_{z2}')l_{z1} + (d_{21}'\omega_{z3}' - d_{23}'\omega_{z1}')l_{z2} + \\ +(-d_{21}'\omega_{z2}' + d_{22}'\omega_{z1}')l_{z3} + \varsigma_2 \end{gathered} \tag{3}$$

где $\zeta_i,\ \varsigma_i,\ i = 1,2$ – шумовые погрешности измерений,

$f_i',\ i = 1,2$ – перегрузки в проекциях на оси модельного географического трехгранника,

$d_{ij,}'.\ i,j = 1,2,3$ – элементы вычисляемой матрицы ориентации приборного трехгранника БИНС относительно модельного географического [2],

$\omega_{zi}',\ i = 1,2,3$ – проекции абсолютной угловой скорости приборного трехгранника БИНС в собственных осях.

III. Результаты применения моделей по материалам летных испытаний и моделирования

Соотношения (2-3) применены в алгоритме КОИ, реализованном в бортовых вычислителях семейства БИНС разработки ПАО МИЭА. Причем, параметры запаздывания Δt_1, Δt_2 включены в вектор оцениваемых параметров (1), а влияние известных априори параметров смещения антенны компенсируется в силу указанных соотношений.

На рис.1. представлены оценки параметров запаздывания, зарегистрированные в летных испытаниях в серии полетов. Графики оценок показывают стабильность параметров запаздывания от полета к полету. Установившееся значение параметра Δt_1, близкое к нулю, демонстрирует достаточную точность привязки информации БИНС и ГНСС при помощи секундной метки, а значение Δt_2 на уровне -0.04 сек является допустимым для рассинхронизации между скоростными и позиционными данными ГНСС.

Для того, чтобы показать влияние смещения антенны на точность оценивания, проведено моделирование алгоритма КОИ на траектории реального полета. Имитировалось смещение антенны с параметрами порядка одного метра. На рис.2 в качестве примера показано сымитированное значение параметра Θ_{12}, а также оценки этого параметра в случае компенсации антенны – $\widetilde{\Theta}_{12}$ и без таковой – $\widetilde{\Theta}'_{12}$. Графики показывают, что отсутствие компенсации смещения антенны существенно снижает точность оценки.

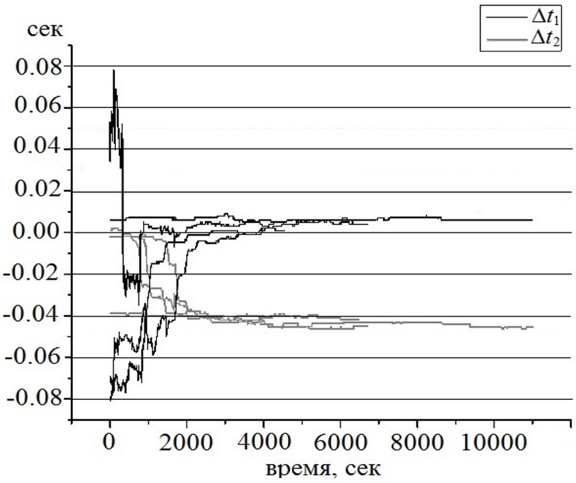


Рис. 1. Оценки интервалов запаздывания для серии полетов

IV. Заключение

Рассмотрены способы учета смещения информации БИНС и ГНСС в алгоритме КОИ. Параметры запаздывания включаются в вектор оцениваемых параметров, а известные параметры смещения антенны компенсируются в корректирующих измерениях. На материалах летных испытаний и путем моделирования показана эффективность предложенных способов.

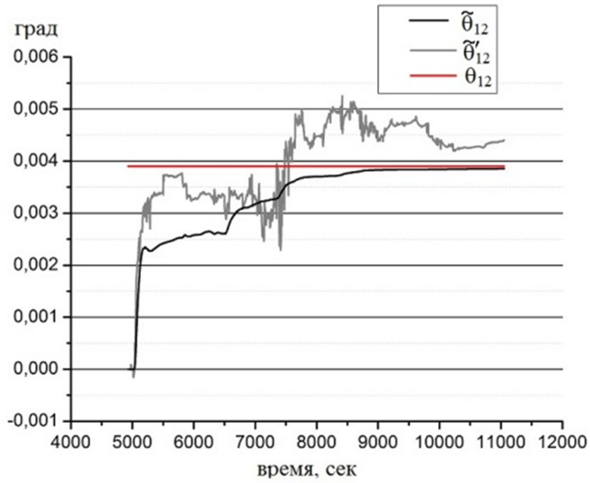


Рис. 2. Оценки параметра Θ_{12} в вариантах с компенсацией смещения антенны и без компенсации

Литература

[1] Зорина О.А., Измайлов Е.А., Кухтевич С.Е., Портнов Б.И., Фомичев А.В., Вавилова Н.Б., Голован А.А., Папуша И.А., Парусников Н.А. О расширении возможностей интеграции инерциальных и спутниковых навигационных систем в авиационных приложениях // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25, №2(97).

[2] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Математические модели инерциальной навигации. М.: Издательство Московского университета, Москва 2020, 162 с.

[3] Maybeck, P.S., Stochastic Models, Estimation and Control. N.Y.: Acad. Press, 1979.

[4] Кузнецов А.Г., Портнов Б.И., Измайлов А.Е.. Разработка и испытания двух классов авиационных бесплатформенных инерциальных навигационных систем на лазерных гироскопах // Гироскопия и навигация. 2014. №2(85).

Автономный метод оценки местоположения колесного механизма на основе инерциальных данных и фильтра Калмана с коррекцией скорости на поворотах*

А.Г. Миков
Физико-технический институт Петрозаводский государственный университет Петрозаводск, Россия
sasha.mikoff@gmail.com

А.П. Мощевикин
Физико-технический институт Петрозаводский государственный университет Петрозаводск, Россия
alexmou@lab127.karelia.ru

Р.В. Воронов
Институт математики и информационных технологий Петрозаводский государственный университет Петрозаводск, Россия
rvoronov@petrsu.ru

***Аннотация*—В статье представлен метод оценки местоположения транспортного средства на основе фильтра Калмана. Алгоритм использует только инерциальные данные и не использует внешние источники поправок. Сначала от значений ускорений, полученных с датчиков, вычитаются фиктивные ускорения, возникающие при сложном вращательно-поступательном движении колесного механизма. Затем в фильтре Калмана применяется коррекция скорости на поворотах.**

Алгоритм был верифицирован в семи экспериментах с вилочным погрузчиком. Оценка местоположения сравнивалась с эталонным значением, полученным из системы локального позиционирования, созданной на основе технологии UWB. Синхронизация по времени между данными системы локального позиционирования и потоком инерциальных данных с акселерометров и гироскопов была проведена апостериори с помощью совмещения фронтов скоростей в моменты разгона и торможения.

Продолжительность экспериментов варьировалась от 4 до 24 минут, при этом пройденное расстояние составляло от 118 до 380 метров. Средняя ошибка оценки местоположения не превышала 1,2 метра для всех проведенных испытаний. Ошибка оценки конечного положения, соответственно, составила менее 1,2% от общего пройденного расстояния. Предложенный метод возможно применять для автономной локации объектов на протяжении времени до нескольких десятков минут при использовании коммерческих МЭМС-датчиков.

Ключевые слова—определение местоположения транспортного средства, инерциальная навигация, акселерометр, гироскоп, МЭМС, фильтр Калмана, коррекция скорости на поворотах

I. Введение

В последнее время усилился спрос на приложения точного и надежного позиционирования механизированных объектов, беспилотного транспорта и погрузчиков на складах, производстве, подземных парковках и т.п. Как правило, для оценки местоположения используют информацию с MEMS-датчиков, встроенных в инерциальный измерительный блок (inertial measurement unit, IMU). Однако уровень их шума и недостатки в процедуре калибровки во время производства приводят к быстрому увеличению погрешности в геолокации. Что, в свою очередь, делает оценку местоположения, полученную с использованием только инерциальных датчиков, фактически бесполезной после десятков секунд работы.

Традиционный подход улучшения точности локации заключается в уточнении оценок положения и скорости с помощью дополнительных измерений от глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), данных одометрии, стереокамер, лидаров и радаров. Однако, всем этим схемам коррекции присущи свои недостатки. Сигналы ГНСС недоступны в помещении, для объединения одометрии с системой расчета местоположения требуется специальное оборудование и доступ к внутренним электрическим шинам автомобиля, видеокамеры плохо работают в условиях недостаточного освещения, а цена на лидары и радары слишком высока для массового использования.

Из-за ошибки в определении нуля акселерометра без внешних поправок ошибка позиционирования только по данным IMU возрастает квадратично во времени, а из-за гироскопической ошибки – почти кубически.

Обычно для уменьшения нежелательного ухода рассчитываемых координат объекта во времени применяют ограничения моделей движения [1]. Так, в задачах позиционирования автомобиля используют неголономные ограничения. Для позиционирования пешеходов это ограничение не может быть использовано, поскольку мобильные устройства могут быть закреплены в любом месте на теле человека (жестко и не жестко), или же человек может держать устройство в руке. В этом случае используется информация об обнаруженных шагах, совмещенная с информацией о направлении движения, что позволяет рассчитывать приращения траектории перемещения [2].

Когда инерциальный модуль закреплен на стопе, применяются так называемые обновления нулевой скорости (zero velocity update, ZUPT). В моменты, когда объект неподвижен, скорость принудительно обнуляется [3]. Аналогичный подход, но уже для исправления ошибки ориентации в моменты нулевой угловой скорости, был продемонстрирован в [4].

В этой статье предложено применять технику коррекции поступательной скорости транспортного средства в фильтре Калмана в моменты поворотов (turn velocity update, TVU). Его можно рассматривать как аналог ZUPT, но в области позиционирования транспортных средств. Хотя расчеты ведутся только на основе потоковых инерциальных данных, методика может применяться в автономном режиме в течение достаточно длительных временных отрезков без поправок из сторонних систем навигации.

Предлагаемый алгоритм на основе фильтр Калмана оценивает положение и скорость, которые являются частями вектора состояния системы. Он включает в себя нескольких этапов.

На первом этапе из входных измерений акселерометра удаляются значения фиктивных ускорений, возникающие при сложном вращательно-поступательном движении объекта. На втором этапе скорость движения автомобиля оценивается на основании «очищенных» значений ускорения и измеренных значений угловой скорости. Затем, если эта прямая оценка скорости адекватна, она используется для обновления состояния фильтра Калмана.

Далее в статье описаны разработанный алгоритм и схема коррекции TVU. Затем приведено описание экспериментов и некоторые результаты. В заключении сформированы выводы по работе и обозначены цели будущего исследования.

II. Методы

A. *Расширенный фильтр Калмана*

Расчет местоположения объекта проводится на основе измерений инерциальных датчиков с помощью решения кинематических уравнений движения. В предположении, что акселерометр и гироскоп были откалиброваны, а их ошибки измерений устранены, кинематические уравнения движения имеют следующий вид:

$$\vec{p}_k = \vec{p}_{k-1} + \vec{v}_{k-1}\Delta t, \quad (1)$$

$$\vec{v}_k = \vec{v}_{k-1} + \left(\vec{q}_{k-1} \otimes \vec{a}_k \otimes \vec{q}^{\,*}_{k-1} - \vec{g}\right)\Delta t, \quad (2)$$

$$\vec{q}_k = \vec{q}_{k-1} \otimes \vec{q}\left\{\vec{\omega}_k \Delta t\right\}, \quad (3)$$

где k – момент времени, Δt – разница во времени между двумя последовательными сэмплами, p – координаты объекта, v – скорость, a – ускорение (показания акселерометра), g – ускорение свободного падения, ω – угловая скорость (показания гироскопа), $\otimes$ – оператор умножения кватернионов, $\vec{q}\{\cdot\}$ – функция, генерирующая кватернион вектора угловой скорости. Ориентация $\vec{q}$ в этих обозначениях может быть представлена эквивалентными углами Эйлера или матрицей вращения.

Для слияния данных применяется расширенный фильтр Калмана. Фильтр работает в состояниях $\mathbf{x} = \left[\vec{p}, \vec{v}, \vec{q}\right]$.

Смещения нуля гироскопа можно учитывать в соответствии с двумя подходами.

1) Смещения нуля гироскопа могут быть оценены вне фильтра Калмана во время периодов покоя, и далее вычитаться из зарегистрированных значений скорости вращения.

2) Смещения нуля гироскопа включены в состояние фильтра Калмана. При этом, регистрация виртуальной нулевой угловой скорости в фильтре Калмана может использоваться каждый раз, когда обнаруживается, что транспортное средство находится в состоянии покоя. Однако, оценку смещений нуля гироскопа таким образом следует использовать с осторожностью, так как она иногда недостаточно надежна [5].

При поступлении очередного сэмпла с акселерометра и гироскопа фильтр вычисляет текущее состояние **x** и ковариационную матрицу **P**, используя матрицу перехода **F**, а также генерирует ковариационную матрицу шума $\mathbf{Q}: \mathbf{P}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$ Матрица $\mathbf{F}_k$ получается путем линеаризации уравнений (1)–(3) вокруг текущих оценок состояния x_k . Матрица **Q** представлена как $\mathbf{Q}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{U}_k \mathbf{G}_k^T$, где построение матрицы **G** производится путем взятия частных производных кинематических уравнений движения относительно вектора управления **u**, который в данном случае является комбинацией измерений гироскопа $\vec{\omega}$ и акселерометра $\vec{a}$. **U** – диагональная матрица, сформированная из уровней шума гироскопа и акселерометра.

Если доступно некоторое измерение **z**, и состояние **x** может быть отображено на него с помощью функции измерения $h(\mathbf{x})$, то запускается шаг коррекции для EKF.

Сначала вычисляется остаточный δz между измерением и функцией измерения $h(\mathbf{x})$. Затем с использованием матрицы измерений **H**, равной якобиану $\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$, рассчитываются коэффициенты усиления Калмана **K**. После этого коэффициенты **K** используются для корректировки оценок состояния по формуле $\mathbf{x}_k^+ = K_k\left(\mathbf{z}_k - h\left(\mathbf{x}_k^-\right)\right)$ и для обновления ковариации с использованием уравнения Джозефа.

B. *Учет фиктивных ускорений*

Когда IMU прикреплен к произвольной точке на твердом теле, и это твердое тело вращается вокруг своего центра перкуссии (center of percussion, COP), IMU испытывает фиктивные ускорения: центростремительное, Кориолиса и Эйлера. И акселерометр регистрирует эти добавочные ускорения, что приводит к дополнительным погрешностям при вычислении скорости и координаты. Необходимо отметить, что поскольку угловая скорость не зависит от расстояния от центра вращения до точки крепления IMU, показания гироскопа не искажаются.

Местонахождение точки COP зависит от конструкции автомобиля. Например, для автомобиля с передними поворотными колесами он расположен в центре задней оси.

Если модуль IMU размещен в точке COP транспортного средства, то это сильно упрощает уравнения движения: фиктивные силы в точке COP равны нулю, а скорость транспортного средства становится не связанной с его собственным вращением в моменты поворотов.

Когда IMU находится где-либо в другом месте, из зарегистрированных акселерометром значений ускорения необходимо удалить значения фиктивных ускорений.

Формула Кориолиса связывает ускорение в произвольной дискретной точке транспортного средства с кинематикой центра перкуссии:

$$f_i = f_{COP} + \omega \times (\omega \times r_i) + \dot{\omega} \times r_i, \quad (4)$$

где × – операция векторного произведения двух векторов, f_i – векторная сумма ускорений, ω и $\dot{\omega}$ - угловая скорость и угловое ускорение автомобиля, а r_i – расстояние от центра перкуссии до точки *i* (см. рис. 1).

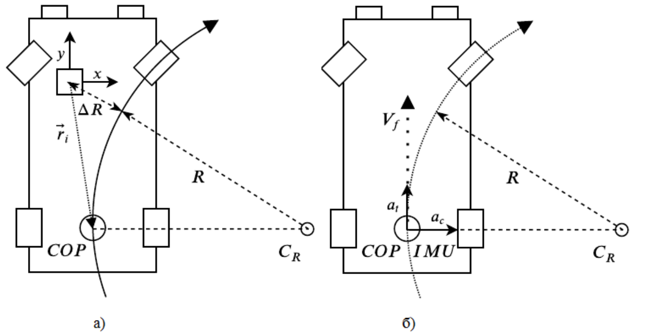


Рис. 1. Метод коррекции поступательной скорости транспортного средства на поворотах. а) IMU закреплен в точке i на расстоянии $\vec{r}_i$ от центра перкуссии. Акселерометр регистрирует фиктивные ускорения. б) После удаления фиктивных ускорений из показаний акселерометра местоположение IMU как бы смещается в центр перкуссии. Это означает, что поступательная скорость может быть оценена на основе мгновенных значений угловой скорости и скорректированных показаний акселерометра. R – радиус поворота транспортного средства, ΔR – приращение к радиусу, вызывающее дополнительное центростремительное ускорение Δa_c, a_t – тангенциальное ускорение, *x* и *y* – направления осей IMU, C_R – центр вращения.

Фиктивное ускорение a^P, которое должно быть удалено из измерений IMU, может быть определено как:

$$a^P = -\omega \times (\omega \times r_i) - \dot{\omega} \times r_i. \quad (5)$$

Приведение уравнения (5) к трехмерному случаю и переписывание в матричной форме дает:

$$\vec{a}^P = -\left([\vec{\omega}]_\times [\vec{\omega}]_\times + [\dot{\vec{\omega}}]_\times\right)\vec{r}, \quad (6)$$

где $\vec{\omega}$ – угловые скорости, $\dot{\vec{\omega}}$ – угловые ускорения, $\vec{r}$ – смещение относительно центра перкуссии инерциального измерительного модуля IMU, $[\vec{\omega}]_\times$ – кососимметрическая матрица. Первый член в уравнении (6) – это осестремительное ускорение, а второй член - это тангенциальное ускорение.

Затем, если известен вектор расстояния $r_i = (r_x, r_y, r_z)^T$ от IMU до COP, вычитание $\vec{a}^P$ из $\vec{a}$ имеет тот же эффект, что и размещение IMU в точке COP на транспортном средстве: на измерения акселерометра не влияют центростремительное и тангенциальное ускорения, вызванные вращением рамы автомобиля (см. рис. 1а). Для удобства измерения акселерометра с вычтенным значением $\vec{a}^P$ будут далее отмечены как $\vec{a}^{COP}$.

Таким образом, после применения вышеупомянутой процедуры измерения акселерометра отражают перемещение точки COP автомобиля.

C. Коррекция скорости на повороте

После процедуры удаления фиктивных ускорений IMU должен «ощущать» только поступательное ускорение транспортного средства всякий раз, когда оно движется по прямой линии. Любое ускорение, измеренное вдоль оси *x* акселерометра (см. рис. 1б), вызвано фиктивными силами из-за вращения вокруг мгновенного центра поворота по дуге и означает, что транспортное средство маневрирует.

Направление осестремительного ускорения всегда ортогонально направлению движению тела и следует вдоль мгновенного центра кривизны пути. Центростремительное ускорение транспортного средства, движущегося с тангенциальной скоростью V_f и угловой скоростью по пути с радиусом *R*, равно:

$$a_c = \omega^2 R = \frac{V_f^2}{R}. \quad (7)$$

Выразим из этого уравнения V_f, и учитывая то, что $V_f = \omega R$, a_c равно скорректированному измерению акселерометра a_x^{COP} вдоль оси *x*, и ω равно угловой скорости, измеренной вокруг оси *z* IMU, можно найти поступательную скорость движения транспортного средства:

$$V_f = \frac{a_c}{\omega} = \frac{a_x^{COP}}{\omega_z}. \quad (8)$$

Оценка поступательной скорости достоверна только тогда, когда угловая скорость постоянна, и ее значение намного выше, чем уровень шума гироскопа. Пользуясь этим соображением, можно достаточно просто выявлять периоды, когда оценка скорости на повороте достоверна.

Всякий раз, когда измерение гироскопа ω_z превышает предварительно определенный порог ω_{th}, необходимо накапливать измерения ω_z и a_x^{COP}. Когда будет получено достаточное количество выборок *N*, можно рассчитать среднее значение μ, стандартное отклонение σ и выбрать значения, лежащие в интервале $[\mu \pm 2\sigma]$. После этого новые средние значения $\bar{\omega}_z$ и $\bar{a}_x^{COP}$, рассчитанные по сформированным выборкам, должны быть подставлены в уравнение (8) для оценивания $\hat{V}_f$.

На последнем шаге $\hat{V}_f$ используется в качестве поправки в обновлении измерений EKF, где $\mathbf{z} = [0, \hat{V}_f, 0]^T$, означающее, что вертикальная и боковая скорости транспортного средства в системе отсчета тела равны нулю [6], а его поступательная скорость равна $\hat{V}_f$.

В результате проведенных экспериментов были подобраны значения $\omega_{th} = 0,5\frac{rad}{sec}$ и $N = 4$.

III. Эксперименты

A. Оборудование

Предложенный алгоритм был протестирован в экспериментах с вилочными погрузчиками, которые широко используются на складах и промышленных предприятиях. При этом использовался погрузчик с приводом на задних поворотных колесах.

Регистрация данных акселерометра и гироскопа проводилась с использованием модуля MIMU2.5, разработанного в Lab127 [7]. Он содержит пять чипов Invensense MPU-9250, которые представляют собой инерциальные датчики MEMS потребительского уровня. Частота дискретизации была равна 100 Гц. Модуль MIMU2.5 был установлен на верхней части погрузчика. Согласно данным производителя, нестабильность смещения нуля гироскопа модуля MIMU2.5 равнялась $3{,}2^{\circ}/\mathit{час}$, а его случайное блуждание – $0{,}16^{\circ}/\sqrt{\mathit{час}}$.

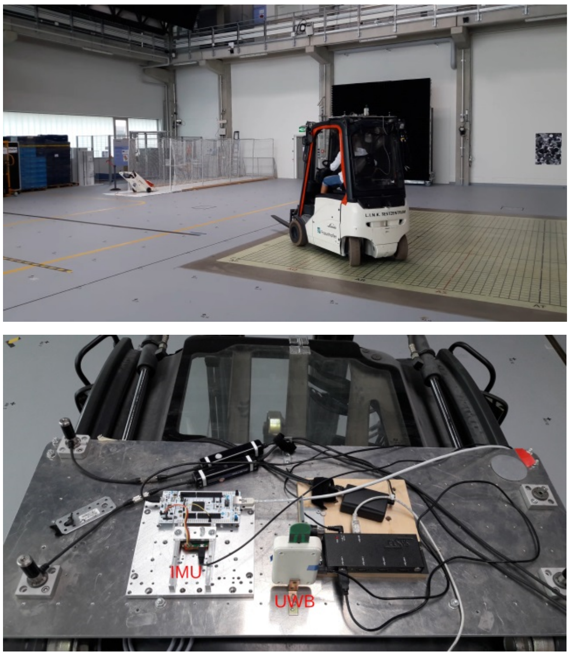


Рис. 2. Верхнее изображение – экспериментальная площадка в ангаре. Нижнее изображение – модули MIMU2.5, UWB и система сбора информации, установленные в верхней части погрузчика

Для получения наземных «истинных» положений на испытательной площадке была развернута система позиционирования Ultra-Wide Band (UWB) компании DecaWave. По данным производителя технология позволяет оценивать расстояние до объекта с точностью до десяти сантиметров.

Данные инерциального модуля и координаты позиционирования UWB были синхронизированы по времени по нарастающим и падающим фронтам восстановленной скорости объекта. Скорость на основе UWB рассчитывалась методом численного дифференцирования, скорость, полученная по инерциальным данным акселерометра, – методом численного интегрирования.

UWB-приемник был установлен на верхней части вилочного погрузчика рядом с модулем MIMU2.5, как показано на рис. 2. Положение MIMU2.5 относительно СОР вилочного погрузчика было равно [0,17; 1,3; 2,0] метров. Хотя датчик находился на высоте 2 метра, такое смещение по вертикали не влияло на измерения акселерометра, поскольку подвеска транспортного средства была очень жесткой, а движение – в одной плоскости.

B. Процедура испытаний

Эксперименты проводились в ангаре, оборудованном системой позиционирования. Бетонный пол на стенде был почти идеально ровным. Для имитации производственных условий на полу были дополнительно уложены металлические уголки. Это позволило проверить работоспособность алгоритма в случаях неровности поверхности.

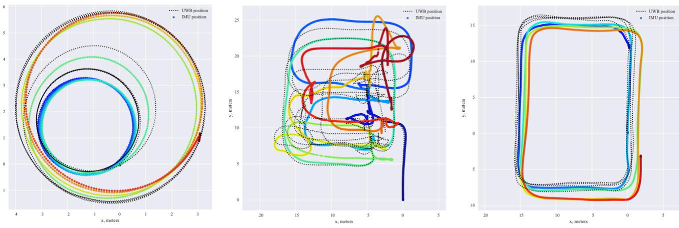


Рис. 3. Траектории, восстановленные по представленному алгоритму. Градиентная линия – восстановленная траектория (синий – начало, красный – конец), черная пунктирная линия – истинная траектория. Вилочный погрузчик начинал движение в точке (0, 0). а) Эксперимент № 1 «Круг». б) Эксперимент № 3 «Перемещение груза». в) Эксперимент № 6. «Движение вперед по прямоугольнику против часовой стрелки».

Для контроля процедуры эксперимента во время всех испытаний велась видеосъемка.

Измерения были получены в следующих сценариях.

1) Круг. Погрузчик сделал 10 кругов. Первые 5 кругов были выполнены с минимально возможным для погрузчика радиусом. Оставшиеся круги имели больший радиус.

2) Круг с неровностями. Погрузчик сделал 6 кругов, в каждом из них были пересечены по две неровности на полу.

3) Перемещение груза. Погрузчик двигался кругами, поднимая с пола на небольшую высоту или опуская на пол одну стопку поддонов. Всего было выполнено 5 перемещений поддонов. Неровностей на полу не было.

4) Движение задним ходом по прямоугольнику против часовой стрелки. Погрузчик проехал задним ходом 3 круга по периметру прямоугольника против часовой стрелки (если смотреть сверху). В каждом из кругов он пересекал по три неровности.

5) Движение задним ходом по прямоугольнику по часовой стрелке. То же, что в четвертом сценарии, но по часовой стрелке.

6) Движение вперед по прямоугольнику против часовой стрелки. Погрузчик проехал 4 круга по периметру прямоугольника против часовой стрелки (если смотреть сверху). В каждом из кругов он пересекал по три неровности.

7) Движение вперед по прямоугольнику по часовой стрелке. То же, что шестом сценарии, но 3 круга по часовой стрелке.

C. Результаты

Измерения акселерометра и гироскопа из модуля MIMU2.5 были обработаны с использованием представленных выше алгоритмов и конфигурации ($\vec{r}_i = [0{,}17;1{,}3;\,0{,}0]^T$, $\omega_{th} = 0{,}5\frac{rad}{sec}$, $N = 4$).

Некоторые из восстановленных траекторий показаны на рис. 3. Таблица 1 содержит результаты всех выполненных испытаний для случаев учета / не учета фиктивных ускорений и использования / неиспользования метода коррекции TVU в фильтре Калмана. Можно сделать следующие выводы.

A: Точность работы алгоритма без удаления фиктивного ускорения хуже, чем в других вариантах. Это происходит, потому что нарушена модель кинематики, предполагающая движение исключительно вдоль своей продольной оси.

B: После процедуры удаления фиктивного ускорения точность существенно повысилась. Для половины испытаний это позволило достичь медианной точности в пределах одного метра. В среднем точность увеличилась в четыре раза.

C: Исправления TVU позволили увеличить точность расчета местоположения на 20 сантиметров для некоторых экспериментов и не ухудшить для остальных.

Оценки TVU очень зашумлены, но их среднее значение соответствует истинному среднему значению скорости движения транспортного средства. Это может быть проиллюстрировано графиком, на котором расчетные значения скорости TVU нанесены вместе с истинной скоростью движения транспортного средства, восстановленной системой позиционирования UWB (см. рис. 4).

Тем не менее, следует отметить, что высокий уровень шума при оценке поступательной скорости методом TVU снижает эффективность этапа коррекции фильтра Калмана.

Возникает естественный вопрос, можно ли отфильтровать эти измерения, чтобы уменьшить уровень шума? По нашему опыту это возможно. Однако, низкочастотная фильтрация вносит задержку, что приводит к деградации работы фильтра Калмана. Поэтому в такой ситуации следует использовать буфер измерений или вносить эту задержку в состояние фильтра.

IV. Выводы и дальнейшие исследования

Реализован алгоритм позиционирования колесного транспортного средства в реальном времени без квадратично увеличивающейся ошибки позиционирования. Его новизна заключается в процедуре удаления фиктивного ускорения и коррекции поступательной скорости объекта на поворотах TVU. Схема коррекции TVU позволяет оценивать скорость движения транспортного средства без использования одометрических и иных внешних данных. Описанные процедуры могут быть введены не только в фильтр Калмана, но и в любой другой байесовский фильтр.

Проведенные эксперименты показали, что местоположение транспортного средства можно рассчитывать с приемлемой точностью, используя только инерциальные данные MEMS-датчиков потребительского класса.

Показано, что процедура удаления фиктивного ускорения позволила повысить точность позиционирования в четыре раза. Коррекция TVU позволила дополнительно улучшить точность расчета в среднем на 20 см. Точность определения местоположения была в пределах 2,5 м в течение 20 мин работы погрузчика.

В дальнейшем планируется исследовать сходимость предложенного алгоритма и провести дополнительные эксперименты с целью определить зависимость работы алгоритма от мест размещения инерциальных модулей на транспортном средстве. Для этого в ходе экспериментов погрузчик будет оснащен двумя модулями MIMU2.5, один из которых будет установлен в точке COP. Будет проведён анализ данных, получаемых от этих модулей.

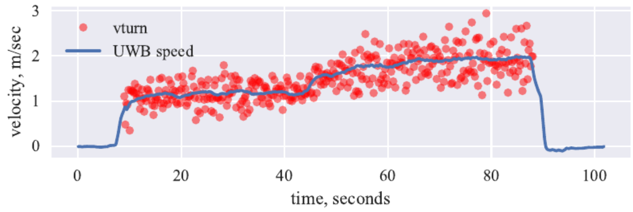


Рис. 4. Скорость движения погрузчика из измерений UWB и TVU для эксперимента № 1. Левая часть (t≲44 секунды) – погрузчик ездит по малому кругу, правая часть – по большому кругу. Каждая точка vturn (красная) рассчитывается в соответствии с алгоритмом, описанным в разделе II–C

Авторы благодарят проф. Axel Sikora и Manuel Schwaab за помощь и организацию проведения экспериментов.

Литература

[1] Triggs, B., Motion planning for nonholonomic vehicles: An introduction. 1993.

[2] Mikov, A., Moschevikin, A., Fedorov, A. and Sikora, A., A localization system using inertial measurement units from wireless commercial hand-held devices, *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, 2013, pp. 1–7.

[3] Foxlin, E., Pedestrian tracking with shoe-mounted inertial sensors, *IEEE Computer graphics and applications*, 2005, vol. 25(6), pp. 38–46.

[4] Jiménez, A.R., Seco, F., Prieto, J.C. and Guevara, J., Indoor pedestrian navigation using an ins/ekf framework for yaw drift reduction and a foot-mounted imu, *7th Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, 2010, pp. 135–143.

[5] John-Olof Nilsson, J-O., Skog, I. and Händel, P., A note on the limitations of zupts and the implications on sensor error modeling, *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, 2012.

[6] Groves, P. D., Principles of gnss, inertial, and multisensor integrated navigation systems, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2015, vol. 30(2). pp. 26–27.

[7] Moschevikin, A., Sikora, A., Lunkov, P., Fedorov, A. and Maslennikov, E., Hardware and software architecture of multi MEMS sensor inertial module, *24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, 2017, pp. 366–369.

TABLE I. Точность позиционирования предложенных алгоритмов (A – использовался фильтр Калмана без процедуры удаления фиктивных ускорений; B – фильтра Калмана с удалением фиктивного ускорения, но без процедуры коррекции TVU; C –фильтр Калмана с включенными процедурами удаления фиктивного ускорения и коррекции TVU).

N	Время сек.	Общее расстояние, метры	Ошибка в конце пути, метры A / B / C	Квантиль Q1 ошибки, метры A / B / C	Медианная ошибка, метры A / B / C	Квантиль Q3 ошибки, метры A / B / C
1	400	149	4,4 / 1,0 / 1,1	2,2 / 0,4 / 0,4	3,1 / 0,5 / 0,5	3,9 / 0,7 / 0,7
2	320	118	0,8 / 0,3 / 0,3	0,8 / 0,3 / 0,3	1,5 / 0,6 / 0,6	2,1 / 0,7 / 0,7
3	2300	380	23 / 3,3 / 3,3	2,5 / 0,6 / 0,5	5,0 / 1,3 / 1,2	19 / 2,5 / 2,5
4	470	234	2,5 / 1,5 / 1,1	2,5 / 0,5 / 0,4	3,4 / 1,1 / 1,0	4,8 / 1,6 / 1,5
5	540	209	4,9 / 0,4 / 0,3	1,4 / 0,3 / 0,3	2,5 / 0,7 / 0,6	3,8 / 1,2 / 1,0
6	550	295	7,1 / 2,7 / 2,5	3,8 / 0,7 / 0,7	6,9 / 1,4 / 1,2	9,5 / 2,2 / 2,0
7	439	237	1,8 / 1,1 / 0,7	1,7 / 0,4 / 0,2	3,6 / 0,6 / 0,5	6,0 / 0,9 / 0,7

Комплексирование АП СРНС с нерадиотехническими датчиками с разделением вектора состояния для задач навигации транспорта*

Д.В. Царегородцев
Кафедра Радиотехнических систем «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
tsdv95@mail.ru

Н.И. Петухов
Кафедра Радиотехнических систем «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
nekitpetuhov@yandex.ru

А.А. Чугунов
Кафедра Радиотехнических системы «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
San4es_95@mail.ru

Р.С. Куликов
Кафедра Радиотехнических систем «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
coolicoff@gmail.com

В.Н. Замолодчиков
Кафедра Радиотехнических систем «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
ZamolodchikVN@mpei.ru

***Аннотация*—В статье рассмотрен способ слабосвязанного комплексирования выходов НАП ГНСС с нерадиотехническими измерительными устройствами: акселерометром, датчиком угловых скоростей, спидометром и измерителем угла поворота руля. Предложенный способ является более простым по сравнению с классическим подходом синтеза алгоритма комплексирования в виде одной векторной следящей системы за счет разделения вектора состояния по отдельным следящим системам.**

***Ключевые слова*—НАП, ГНСС, комплексирование, фильтрация, наземный транспорт**

I. Введение

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) получили широкое распространение во многих отраслях человеческой деятельности. Основными показателями качества данных систем являются точность, темп выдачи решений, доступность и помехоустойчивость.

С развитием технологий увеличивается спрос и требования к аппаратуре потребителей (АП) спутниковых радионавигационных систем (СРНС). В настоящее время наиболее широкое распространение получили такие спутниковые радионавигационные системы, такие как ГЛОНАСС, GPS. Данные системы позволяют потребителю с высокой точностью определять вектор состояния (ВС), как правило включающий в себя собственные координаты потребителя, его скорость и поправку к шкале времени (смещение частоты опорного генератора (ОГ)) относительно системной шкалы времени СРНС. При этом ПК СРНС напрямую зависят от заслонения линии визирования между потребителем и навигационным космическим аппаратом (НКА). Так, например, при нахождении потребителя в городской местности обычной является ситуация заслонения линии визирования постройкой (дом, ограждение), из-за чего навигационной аппаратурой потребителя возможен прием не прямого сигнала, излученного со спутника, а его отражения от других находящихся поблизости сооружений. В следствие этого происходит ошибка определения радионавигационных параметров сигнала (РНП), что ухудшает показатели точности определения координат данного потребителя. Данная проблема известна, как проблема многолучевого распространения сигналов.

Для повышения показателей качества АП СРНС в настоящее время актуальным является комплексирование инерциальных навигационных систем (ИНС) со спутниковыми радионавигационными системами. Данные системы обладают взаимодополняющими свойствами: в результате комплексирования за счет ИНС темп выдачи решения повышается, появляется возможность выдавать углы ориентации потребителя, а также более точно оценивать координаты потребителя за счет менее «зашумленных» измерений ИНС. В свою очередь, измерения АП СРНС не имеют нестационарной ошибки и позволяют таким образом оценивать дрейфы нулей ИНС.

Для задач навигации транспорта характерны некоторые особенности работы. Например, большую часть времени высота автомобиля сильно не изменяется, что позволяет для большинства задач рассматривать навигационную задачу на плоскости. Помимо этого, важной особенностью является зависимость скорости изменения курса автомобиля от его собственной скорости – чем выше собственная скорость автомобиля, тем быстрее может изменяться его курс, в отличии от, например, задач навигации персонала или отслеживании частей тела человека. Эту особенность возможно учесть при синтезе следящего фильтра, таким образом делая его более «узкополосным», т.е. уменьшая погрешность оценок фильтрации.

В данной статье рассматривается навигация автомобиля на плоскости. Синтез следящего фильтра производится с применением аппарата оптимальной фильтрации сигналов. Особенностью работы является разделение одного следящего фильтра на несколько, т.е. происходит «разделение» вектора состояния потребителя.

Известно, что при увеличении вектора состояния происходит снижение точности оценок компонент вектора состояния при отсутствии добавления новых измерений в модель фильтра. Это происходит из-за того, что доступная из измерений информация используется для оценок большего числа неизвестных. Помимо этого, как правило, ухудшаются и остальные параметры фильтра, такие как устойчивость и время установления переходного процесса.

Предложенный алгоритм подразумевает наличие следящей системы, оценки которой используются как внешний параметр в другой следящей системы. Таким образом, в общем случае, происходит не совместная оценка M неизвестных случайных процессов, а N и P процессов. При этом N<M, P<M, N+P=M. С одной стороны, недостатком данного подхода является отсутствие учета части взаимного влияния компонент вектора состояний. С другой стороны, данный подход существенно проще в разработке и реализации за счет более простых моделей, закладываемых в фильтр. При этом упрощение модели может также приводить и к увеличению точности оценок компонент вектора состояния за счет меньшей ошибки закладываемой модели (отличия модели от реальных процессов).

II. Постановка задачи

Необходимо оценить планарные координаты автомобиля, на борту которого установлен GPS-приемник, инерционное измерительное устройство, включающее в себя акселерометр и датчик угловых скоростей (ДУС), а также датчик поворота руля и спидометр, передаваемые по CAN-BUS.

Таким образом, вектор измеряемых величин выглядит следующим образом

$$\mathbf{r}_k = [lat\ lon\ V_{GPS}\ V_s\ \psi\ \omega_x\ \omega_y\ \omega_z\ a_x\ a_y\ a_z]^T, \quad (1)$$

где lat, lon – оценки широты и долготы, получаемые с GPS-приемника; V_{GPS} – оценка модуля скорости, получаемая с GPS-приемника; V_s – измеренное значение модуля скорости спидометром; ψ – угол поворота руля; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – измеренные значения угловых скоростей; a_x, a_y, a_z – измеренные проекции ускорения.

Общий вектор состояния определим следующим образом

$$\mathbf{x}_k = [x\ y\ V\ \varphi\ \varepsilon_{a_x}\ \varepsilon_{a_y}\ \varepsilon_{\omega_z}]^T, \quad (2)$$

где x, y – координаты в системе координат (СК) «Восток-Север-Верх» (East, North, Up – ENU); V – модуль вектора скорости; φ – угол курса; $\varepsilon_{a_x}, \varepsilon_{a_y}, \varepsilon_{\omega_z}$ – дрейфы нулей акселерометра в плане и датчика угловых скоростей по производной углу курса.

III. Синтез фильтра

Структурная схема следящего фильтра приведена на рис.1.

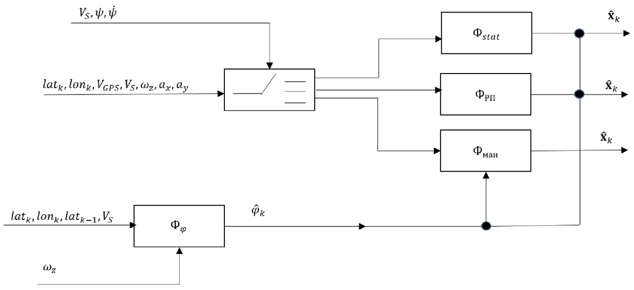


Рис. 1. Структурная схема системы слежения

Поясним данную схему. Формирование оценки угла курса φ происходит с использованием комплексного расширенного фильтра Калмана с вектором состояния

$$\mathbf{x}_k = [\varphi\ \dot{\varphi}]^T, \quad (3)$$

где φ – угол курса; $\dot{\varphi} = \omega_z$ – угловая скорость угла курса.

Наблюдения для фильтра имеют вид

$$\mathbf{r}_{k,GPS} = [\varphi]^T, \quad (4)$$

где $\varphi = atan2\left(\frac{lat_k - lat_{k-1}}{lon_k - lon_{k-1}}\right)$ – угол курса, рассчитанный по изменениям координат, полученных с выхода GPS-приемника.

Матрица дисперсий шумов наблюдений рассчитывается для каждого такта наблюдений как

$$\mathbf{D}_{k,GPS} = \left(\frac{2\sigma_{lat} + 2\sigma_{lon}}{(V_s + 10^{-5}) \cdot 10^{-3}}\right)^2, \quad (5)$$

Формирование оценок вектора состояния далее происходит на основе оценки описанного ранее фильтра $\mathbf{\Phi}_\varphi$ и одного из трех фильтров, рассчитанных на различную динамику потребителя: статика (фильтр $\mathbf{\Phi}_{stat}$), движение по прямой без маневров (фильтр $\mathbf{\Phi}_{РП}$), движение с маневрами (фильтр $\mathbf{\Phi}_{ман}$). Выбор фильтра, участвующего в оценке координат на каждом такте, происходит с использованием измерений спидометра, угла поворота руля и изменения угла поворота руля. Так, если

1) $V_s = 0$ – принимается решение, что потребитель неподвижен,
2) $V_s \neq 0, \psi = 0 \pm 1°,\ \dot{\psi} = 0$ – принимается решение, что потребитель движется прямолинейно,
3) Во всех остальных случаях принимается решение, что потребитель движется с маневрами.

Фильтр $\mathbf{\Phi}_{stat}$ представляет собой набор ФНЧ-фильтров, описываемых в общем виде

$$y_k = d y_{k-1} + (1 - d) v_k, \quad (6)$$

где $d = \exp\left(\frac{V_k}{10\ ln\,(0.995)}\right)$ – коэффициент пропускания фильтра.

Фильтр $\Phi_{РП}$ представляет из себя набор комплексного расширенного фильтра Калмана и ФНЧ-фильтров с вектором состояния

$$\mathbf{x}_k = [x\ y\ V\ \varepsilon_{a_x}]^T \tag{7}$$

и наблюдениями

$$\mathbf{r}_{k,GPS} = [lat\ lon\ V_{GPS}\ V_s]^T, \tag{8}$$
$$\mathbf{r}_{k,CAN} = [V_s]^T. \tag{9}$$

Фильтр $\Phi_{МАН}$ представляет из себя комплексный расширенный фильтр Калмана с вектором состояния

$$\mathbf{x}_k = [x\ y\ V\ \varepsilon_{a_x}\ \varepsilon_{a_y}]^T \tag{10}$$

и наблюдениями

$$\mathbf{r}_{k,GPS} = [lat\ lon\ V_{GPS}\ V_s]^T, \tag{11}$$
$$\mathbf{r}_{k,CAN} = [V_s]^T. \tag{12}$$

При этом оценка угла курса $\hat{\varphi}$ используется в данном фильтре, как внешний параметр в априорной динамической модели и поступает с выхода фильтра Φ_{φ}.

IV. Результаты

Результаты работы фильтра приведены на рис. 2–4. Красным отмечена оценка траектории движении потребителя по предложенному алгоритму. Синим– оценка траектории движения потребителя по оценкам с выхода GPS-приемника.

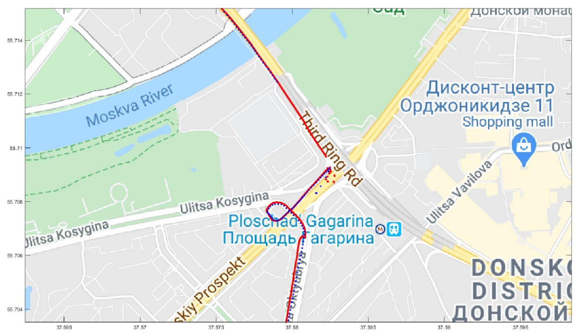


Рис. 2. Пример работы фильтра в отсутствие измерений ГНСС

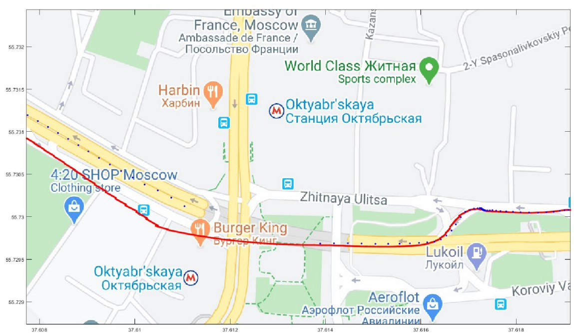


Рис. 3. Пример работы фильтра в отсутствие измерений ГНСС

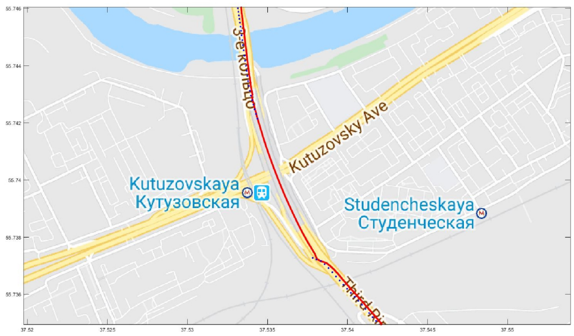


Рис. 4. Пример работы фильтра в отсутствие измерений ГНСС

Видно, что разработанный алгоритм оценки координат потребителя позволяет эффективно оценивать координаты потребителя в сложных условиях работы ГНСС, таких как проезд в туннеле, под эстакадами и т.д.

Дальнейшим направлением работы является разработка алгоритма оценки координат по первичным измерениям ГНСС, а также переход к оценке трехмерных координат и ориентации потребителя.

Литература

[1] Perov, A., Kharisov, V., GLONASS. Construction and functioning principles, Radiotekhnika, Moscow, 2010.

[2] Perov, A., Statistical theory of radio engineering systems (Statisticheskaya teoriya radiotechnicheskich sistem), Radiotekhnika, Moscow, 2003.

[3] Sergio Reyes, Oscar F. Tokunaga, Eduardo S. Espinoza, Sergio Salazar, Hugo Romero, Rogelio Lozano, Autonomous Ground Vehicle Navigation Using a Novel Visual Positioning System, *2018 22nd International Conference on System Theory, Control and Computing* (ICSTCC).

[4] Dongliang Huang, Henry Leung, EM-IMM based land-vehicle navigation with GPS/INS, *Proceedings, The 7th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems* (IEEE Cat. No.04TH8749).

[5] Zhang, P., Gu, J., Milios, E.E., Huynh, P., Navigation with IMU/GPS/digital compass with unscented Kalman filter, *IEEE International Conference Mechatronics and Automation*, 2005

[6] Cooper, S., Durrant-Whyte, H., A Kalman filter model for GPS navigation of land vehicles, *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* (IROS'94).

[7] Qingxin, Z., Luping, W., and Shuaishuai, Z., Strap-down inertial navigation system applied in estimating the track of mobile robot based on multiple-sensor, *2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Guiyang, 2013, pp. 3215-–3218.

[8] Mikov, A., Panyov, A., Kosyanchuk, V., and Prikhodko, I., Sensor Fusion For Land Vehicle Localization Using Inertial MEMS and Odometry, *2019 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, Naples, FL, USA, 2019, pp. 1–2.

[9] Pasku, V. et al., Magnetic Field-Based Positioning Systems, *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 19, no. 3, pp. 2003–2017, thirdquarter 2017.

[10] Valenti R.G., Dryanovski, I., and Xiao, J., Keeping a Good Attitude: A Quaternion-Based Orientation Filter for IMUs and MARGs, *Sensors*, pp. 19302–19330, 2015.

[11] Wu, J., Zhou, Z., Chen, J., Fourati, H., Li, R., Fast Complementary Filter for Attitude Estimation Using Low-Cost MARG Sensors, *IEEE Sensors Journal*, 2016.

Инерциально-спутниковая компенсация траекторных нестабильностей оптико-электронных систем позиционирования на качающемся основании*

П.С. Горшков
ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», Москва, Россия
e-mail: contacts@xlab-ns.ru

А.П. Патрикеев
ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», Москва, Россия
e-mail: contacts@xlab-ns.ru

В.П. Харьков
ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», Москва, Россия
e-mail: contacts@xlab-ns.ru

А.В. Чернодаров
ООО «Экспериментальная мастерская «НаукаСофт», Москва, Россия
e-mail: contacts@xlab-ns.ru

***Аннотация*—Работа посвящена проблеме повышения точности измерений траекторий полета летательных аппаратов с помощью оптико-электронных систем (ОЭС) в морских условиях. В таких условиях необходимо определять и компенсировать траекторные нестабильности, обусловленные качающимся основанием ОЭС. Предлагается указанные нестабильности определять и компенсировать с помощью инерциально-спутниковой навигационной системы. Рассматриваются возникающие при этом задачи и их решения. Приводятся результаты полунатурных исследований.**

Ключевые слова—траекторные измерения, оптико-электронная система, инерциальная навигационная система, спутниковая навигационная система

I. Введение

В настоящее время расширяются области применения инерциально-спутниковых навигационных систем (ИСНС). Одно из таких применений связано с задачей микронавигации оптико-электронных систем (ОЭС) позиционирования на качающемся основании. Такие задачи возникают при оптико-электронной оценке траекторий посадки летательных аппаратов (ЛА) со стороны моря. В этом случае возникают позиционные ошибки, связанные с отклонением измерительной базы видеокамеры (ВК) от плоскости горизонта и в азимуте. Это приводит к формированию кажущейся линии визирования и искажению наблюдаемой траектории полета ЛА. Поэтому необходимо определять поправки к углам визирования для оценки истинной траектории полета ЛА.

Цель работы связана с исследованием влияния траекторных нестабильностей на точностные характеристики ОЭС.

II. Траекторные измерения с помощью оптико-электронной системы, размещенной на неподвижном основании

Оптико-электронные системы измерений траекторий полета летательных аппаратов применяются для видеосъемки и покадровой привязки изображений ЛА к его текущим координатам. Изображение ЛА, полученное с помощью видеокамеры, привязано к координатной сетке в плоскости индикатора. С учетом фокусного расстояния видеокамеры каждой точке на экране индикатора ставится в соответствие азимут α и угол места β линии визирования ЛА. Типовая схема траекторных измерений [1] с помощью двух разнесенных на земной поверхности ОЭС с известными геодезическими координатами показана на рисунке 1, где o_1, o_2 - разнесенные на земной поверхности измерительные пункты с известными координатами, в которых размещены видеокамеры. Взаимная ориентация измерительных осей ВК определяется по информации от ИСНС, установленных в каждой из точек размещения ВК.

В соответствии с рисунком 1 линейные координаты ЛА X, Y, Z в системе координат $o_1x_1y_1z_1$, связанной с опорной видеокамерой, могут быть вычислены по следующим соотношениям

$$X = Dtg\alpha_2 /(tg\alpha_2 - tg\alpha_1)\,; \quad (1)$$

$$Y = Dtg\alpha_2 tg\beta_1 /[(tg\alpha_2 - tg\alpha_1)\cos\alpha_1]\,; \quad (2)$$

$$Z = Dtg\alpha_2 tg\alpha_1 /(tg\alpha_2 - tg\alpha_1)\,, \quad (3)$$

где D – известное расстояние между точками o_1 и o_2, в которых размещены видеокамеры.

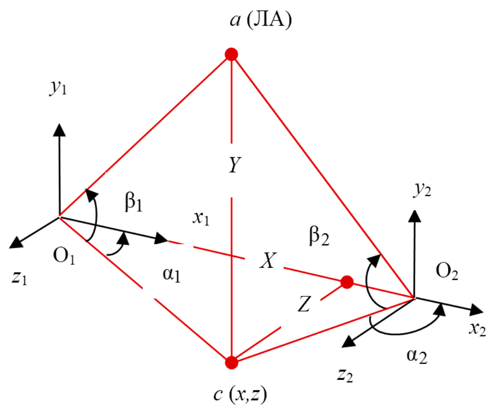


Рис. 1. Схема траекторных измерений с помощью двух ОЭС

По измерениям X, Y, Z, геодезической широте φ_{o_1} и долготе λ_{o_1} измерительного пункта o_1 определяется местоположение ЛА.

III. Траекторные измерения с помощью оптико-электронной системы, размещенной на качающемся основании

При размещении ОЭС на качающемся основании возникают позиционные ошибки, связанные с отклонением измерительной базы $o_1 - o_2$ (см. рис. 1) от плоскости горизонта и в азимуте. Это приводит к формированию кажущейся линии визирования траектории полета ЛА. Поэтому необходимо либо выполнять гиростабилизацию ОЭС, либо определять поправки к углам визирования для оценки истинной траектории полета ЛА. Для решения такой задачи предлагается использовать заторможенную систему координат, относительно которой будут определяться поправки. Такая система координат должна формироваться в момент начала съемки.

Обозначим текущее положение опорной системы координат $o_1x_1y_1z_1$ трехгранником $o_1\tilde{x}_1\tilde{y}_1\tilde{z}_1$. Тогда в момент начала съемки его запомненное положение $o_1\tilde{x}_{1(0)}\tilde{y}_{1(0)}\tilde{z}_{1(0)}$ фиксируется углами ориентации $\psi_0, \vartheta_0, \gamma_0$. Положение трехгранника $o_1\tilde{x}_1\tilde{y}_1\tilde{z}_1$ в заторможенной системе координат $o_1\tilde{x}_{1(0)}\tilde{y}_{1(0)}\tilde{z}_{1(0)}$ будет определяться приращениями углов ориентации

$$\Delta\psi = \psi - \psi_0;\ \Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0;\ \Delta\gamma = \gamma - \gamma_0, \tag{4}$$

где $\psi_0, \vartheta_0, \gamma_0$ – начальные и ψ, ϑ, γ – текущие углы ориентации основания ОЭС, определяемые с помощью ИСНС.

Изменение линейных координат ЛА, связанное с приращениями углов ориентации (4) из-за качки, в заторможенной системе координат будет иметь вид

$$[\Delta X_i \Delta Y_i \Delta Z_i]^T = \Delta C^T_{1(i)} [X_i Y_i Z_i]^T, \tag{5}$$

где $\Delta C_{1(i)}$ – матрица направляющих косинусов, формируемая по углам $\Delta\psi$, $\Delta\vartheta$, $\Delta\gamma$.

Приращения координат ΔX_i, $\Delta Y_i, \Delta Z_i$ в соотношении (5) связаны с приращениями углов визирования $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\beta_1$ через уравнения (1) – (3). С учетом указанной взаимосвязи поправки на углы визирования, обусловленные колебаниями основания ОЭС, могут быть определены из следующего уравнения

$$[\Delta\alpha_1 \Delta\alpha_2 \Delta\beta_1]_i^T = D^{-1} A^{-1} [\Delta X \Delta Y \Delta Z]_i^T, \tag{6}$$

где $a_{00} = tg\alpha_2 /(b^2 \cos^2 \alpha_1)$;

$a_{01} = -tg\alpha_1 /(b^2 \cos^2 \alpha_2)$; $a_{02} = 0$;

$a_{10} = tg\alpha_2 tg\beta_1 (b \sin\alpha_1 - \cos^{-1}\alpha_1)/(b^2 \cos^2 \alpha_1)$;

$a_{11} = tg\beta_1 (b - tg\alpha_2)/(b^2 \cos\alpha_1 \cos^2 \alpha_2)$;

$a_{12} = tg\alpha_2 b \cos\alpha_1 /(b^2 \cos\alpha_1 \cos^2 \beta_1)$;

$a_{20} = tg\alpha_2 (b + tg\alpha_1)/(b^2 \cos^2 \alpha_1)$;

$a_{21} = tg\alpha_1 (b - tg\alpha_2)/(b^2 \cos^2 \alpha_2)$;

$a_{22} = 0$; $b = tg\alpha_2 - tg\alpha_1$;

a_{ij} – элементы матрицы A в уравнении (6).

Уравнение (6) является базовым для определения и компенсации траекторных нестабильностей оптико-электронных систем позиционирования на качающемся основании.

IV. Анализ результатов исследований

Целесообразность формирования поправок к параметрам траектории ЛА, определяемой с помощью ОЭС, была подтверждена с использованием данных морского эксперимента [2]. В указанном эксперименте углы ориентации счислялись системой БИНС-2М, размещенной на палубе морского судна.

На рис. 2 представлен фрагмент изменения угла крена, отражающий характер морского волнения.

Некоторые результаты эксперимента представлены на рис. 3 и 4. На рис. 3 показана круговая позиционная ошибка $\Delta S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$, обусловленная не учетом поправок, связанных с качающимся основанием ОЭС по углам ориентации из эксперимента [2]. Результаты получены для базы D = 80м и снижения ЛА с высоты 1км с вертикальной скоростью 10м/с.

Можно видеть, что даже при небольшом морском волнении ($1^0 \div 2^0$) ошибки позиционирования ЛА с помощью ОЭС могут достигать десятков метров.

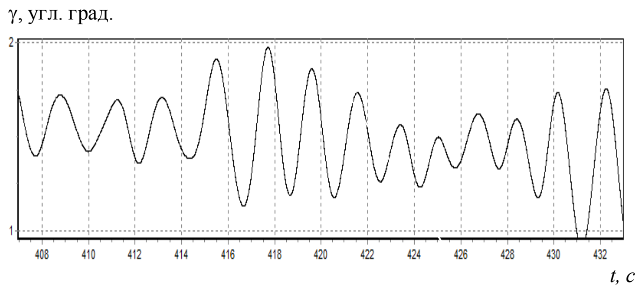


Рис. 2. Динамика изменения угла крена

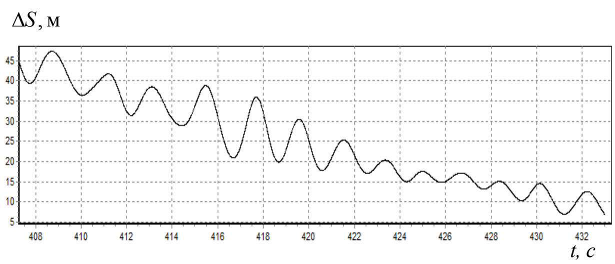


Рис. 3. Круговая ошибка позиционирования ЛА с помощью ОЭС на качающемся основании

Указанные ошибки возрастают с увеличением дальности до ЛА.

На рис. 4 показана круговая позиционная ошибка $\Delta\hat{S}$ корректируемой бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на интервале оптико-электронного наблюдения за ЛА

$$\Delta\hat{S} = \sqrt{\delta_{\varphi}^2 + \delta_{\lambda}^2}\ ;\ \delta\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{СНС}})R\ ;$$

$$\delta\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{СНС}})R\cos\varphi_{\text{СНС}},$$

где R – величина радиуса-вектора местоположения БИНС; СНС – спутниковая навигационная система.

Оценка $\Delta\hat{S}$ получена в индикаторном режиме коррекции [3] БИНС с помощью обобщенного фильтра Калмана [4] с использованием следующих наблюдений [2]

$$Z_{V(i)} = C^T_{2(i)}[V_\xi V_\eta V_\zeta]^T_{(i)\text{БИНС}} - [V_E V_N V_H]^T_{(i)\text{СНС}}; \quad (7)$$

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^T_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^T_{\text{СНС}}, \quad (8)$$

где C_2 – матрица направляющих косинусов, характеризующая взаимную угловую ориентацию опорного полусвободного $o\xi\eta\zeta$ [5] и геодезического $oENH$ сопровождающих трехгранников; $\overline{V} = [V_\xi V_\eta V_\zeta]^T$ – вектор относительной скорости; φ_i; λ_i – геодезические широта и долгота, сформированные в i – й момент времени.

Наблюдения (7), (8) формировались с частотой $f < 1$Гц с учетом контроля информационной целостности [5] спутниковых измерений. Частота обновления инерциальных данных 400Гц.

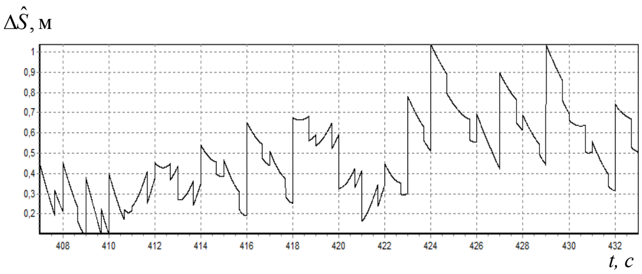


Рис. 4. Круговая позиционная ошибка корректируемой БИНС на интервале оптико-электронного слежения за ЛА

Анализ результатов эксперимента показывает, что полученные позиционные оценки соответствуют ошибкам определения углов визирования ЛА на уровне единиц секунд.

V. Заключение

При проведении оптико-электронных измерений на качающемся основании можно вместо гироскопической стабилизации видеокамеры [6] аналитически определять и компенсировать траекторные нестабильности ВК. Необходимая точность аналитического определения траекторных нестабильностей может быть достигнута с помощью инерциально-спутниковых навигационных систем. Проведенные полунатурные исследования показали, что такие системы могут обеспечить точность позиционирования траектории полета ЛА на интервале наблюдения со среднеквадратическими ошибками, не превышающими одного метра.

Дальность применения и точность ОЭС могут быть повышены при увеличении измерительной базы D. Для этого ИСНС могут быть размещены на распределенных морских платформах с учетом синхронизации измерений и согласования инерциальных измерительных трехгранников.

Литература

[1] Кринецкий Е.И., Александровская Л.Н., Шаронов А.В., Голубков А.С. Летные испытания ракет / под ред. Е.И. Кринецкого. М.: Машиностроение, 1979. 464с.

[2] Чернодаров А.В. Морская отработка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на лазерных гироскопах / А.В. Чернодаров, А.П. Патрикеев, С.А. Болотнов, Ю.Н. Герасимчук, Н.Е. Ямщиков, С.И. Назаров // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 507–524.

[3] Chernodarov, A. V., Identification and an Inverse Filtering Problem, *18th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2018)*, July 9–11, 2018, Stockholm, Sweden, pp. 66–71.

[4] Maybeck, P.S., Stochastic Models, Estimation and Control, New York., Academic Press, 1982, vol. 2.

[5] Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Карпов О.А. Летная отработка инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС в высоких широтах // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «ЦНИИ «Электроприбор». 2018. С. 296–299.

[6] Ривкин С.С. Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. М.: Наука, ГРФМЛ, 1978. 320с.

Робастная инерциально-спутниковая навигация на основе фильтра Калмана с минимальной энтропией ошибок*

Хамза Бензеррук, Рене Ландри
Отдел электротехники лаборатории LASSENA (ETS)
Монреаль, Канада
hamza.benzerrouk@lassena.etsmtl.ca

В.А. Небылов, А.В. Небылов
Государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
nebylov@aanet.ru

***Аннотация*—В этой публикации рассматриваются результаты, показывающие расширенное использование или улучшение точности, доступности и / или целостности многосенсорных навигационных систем. Показано, что алгоритмы и методы обработки для мультисенсорных систем значительно улучшаются, когда шумы негауссовский. В литературе различные модифицированные линейные и нелинейные фильтры Калмана (KF) были получены в соответствии с гауссовым допущением и известным критерием минимальной среднеквадратичной ошибки (МСКО). Чтобы улучшить их устойчивость по отношению к импульсным негауссовским шумам, использовались различные алгоритмы и методы, основанные на гауссовой фильтрации сумм, оценках на основе Хубера и недавно введенном критерии максимальной коррентропии (МКК), чтобы противостоять слабости критерия МСКО в разработка различных версий надежных фильтров Калмана.**

Ключевые слова: фильтр Калмана, INS / GPS, оценка Хьюбера, максимальная коррентропия, минимальная энтропия ошибок

I. Введение

Связанные системы INS / GPS представляют проблему оценки состояния, рассматриваемой в данной работе. В нелинейных системах и задачах оценки состояния виды расширенного, сигма-точечного (РКФ, SPKF), с кубатурным фильтром Калмана (ККФ) и его версиями с высшими степенями (производными) оказались эффективными методами для решения задач оценки состояния в гауссовой среде и показали очень хорошие результаты в условиях негауссовых шумов. Однако их характеристики начинают быстро ухудшаться, когда они сталкиваются с серьезными негауссовыми шумами, особенно когда на измерения влияют утяжеленные «хвосты» или «загрязненные» импульсные шумы. Путем модификации стандартных алгоритмов фильтрации Калмана, используемых в качестве нелинейных цифровых аппроксимированных фильтров, основанных на сумме Гаусса, максимальной коррентропии и других методах, точность оценки становится согласованной, и их устойчивость к импульсным шумам измерений была эффективно продемонстрирована [2–10].

Недавно вместо МСКО или МКК был разработан и внедрен новый подход, называемый критерием минимальной энтропии ошибок (МЭО) [2], в этой статье предлагается новый вывод нелинейной фильтрации Калмана на основе минимальной энтропии ошибок. Мы предлагаем новые алгоритмы МЭО, называемые квадратурными фильтрами Гаусса-Калмана (МЭО-КФГК). В данной статье в моделировании показаны только модифицированные алгоритмы МКК-МЕО, при этом известно, что четыре (04) варианта пятой степени ККФ также были получены на основании различных метрик (МСКО, МКК и МЭО). С оставшимися дополнительными более высокими степенями состоят в двух (02) версиях CKF седьмой степени, также модифицированных для обеспечения надежности интегрированной навигационной системы INS / GPS для наземного транспортного средства. Результаты интересных иллюстративных примеров, особенно для слабосвязанных интегрированных навигационных систем INS / GPS, и отслеживания целей на основе мультисенсорной сети, демонстрируют желаемую производительность предлагаемых фильтров с более высокой точностью и большей эффективностью. В заключение, вклад этой работы суммируется в нелинейных аппроксимированных фильтрах на основе минимального энтропийного критерия, который ранее не разрабатывался для нелинейных задач оценки свободных производных [1–10].

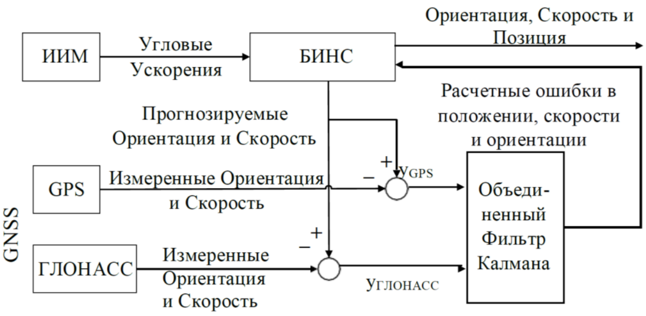


Рис. 1. Свободно/плотно соединенные ИНС/СНС при негауссовых помехах измерения

II. ИНС/GPS интегрированная система

A. Прямой подход к фильтрации

В прямом фильтре Калмана параметры положения, скорости, и углов наклона оцениваются на основе прямого вектора наблюдения. Известно, что нелинейные алгоритмы отличаются большей вычислительной сложностью при использовании только РКФ и его вариантов, чем при использовании косвенной фильтрации. Этот подход не был достаточно ценным в связи с ограничениями, ранее объясненными. Однако в связи с развитием за последние двадцать лет методов цифровой обработки сигналов и ПЛИС интегральных схем в режиме реального времени с помощью рекурсивных алгоритмов реализации, теперь можно предложить такие прямые конструкции как альтернатива большой погрешности вектора состояния и его производной плотного и ультра плотного новейшего связанного метода. При таком подходе, различные нелинейные фильтры применяются в дополнение к скрытым разностным фильтрам, которые уже хорошо описаны и применяются для негауссовских оценок ошибок в [2–8].

В данном случае, вектор состояния вычисляется в дискретном времени, как показано ниже [4–8]:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k. \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} p_n(k) \\ v_n(k) \\ \psi_n(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_n(k-1) + v_n(k-1)\Delta t \\ v_n(k-1) + \{C_n^b(k-1)[f_b(k) + \delta f_b(k) + g^n]\}\Delta t \\ \psi_n(k-1) + E_n^b(k-1)[\omega^b(k) + \delta\omega^b(k)]\Delta t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{p_n(k)} \\ w_{v_n(k)} \\ w_{\psi_n(k)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

где C_n^b, E_n^b, – это преобразование матрицы, определенное как в [1,4,8], l_k – датчики шума (выход гироскопа /акселерометра), $p_n(k)$ – положение вектора в момент времени k, $v_n(k)$ – положение вектора в момент времени k, $\psi_n(k)$– положение вектора в момент времени k, $w_n(k)$ – негауссовый аддитивный шум.

$$E_{\dot\phi\dot\theta\dot\psi/pqr} = \begin{bmatrix} 1 & sin\phi tan\theta & cos\phi tan\theta \\ 0 & cos\phi & -sin\phi \\ 0 & sin\phi sec\theta & cos\phi sec\theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

В предположении, что шумы негауссовские в процессе с: Q_k^1 ковариационной матрицей инерционных датчиков (шумы датчика), Q_k^2 ковариационной матрицей w_k (шума системы)

$$E[w_v(k)] = 0, \quad (4)$$

с

$$E[w_v(k)w_v(k)^T] = Q_k^1 = \begin{bmatrix} \sigma_{f^b}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\omega^b}^2 \end{bmatrix},$$

$$Z_{k+1} = H(X_k) + v_k \quad (5)$$

в дополнение к углам наклона, если мы используем множественные GPS/ГЛОНАСС приемники.

III. Методы фильтрации негауссовского шума

Кратко опишем различные подходы в современной нелинейной фильтрации:

1) Негауссовские шумы: с H матрицей наблюдений, для прямой оценки, измерения представлены по GPS координаты и скорости, см. [4–8].

С: v-импульсным негауссовским шумом. Негауссовский шум, моделируемый в данной работе, определяется в приведенных ниже (6) и (7):

$$f(x) = \frac{1-\epsilon}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{\epsilon}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (6)$$

А. модель смешанного гауссовского шума

$$p\big(n(k)\big) = (1-\epsilon)N(0, \sigma_1^2) + \epsilon N(0, \sigma_2^2). \quad (7)$$

где σ_1^2 – это 1-ая дисперсия гауссовой плотности, σ_2^2 – 2-ая дисперсия гауссовой плотности, и коэффициент ϵ загрязнения ниже, максимальная коррентропия методов фильтрации введены авторами в работах [3, 5–7].

MCC-EKF

Метрики коррентропии базируется на сходстве и различиях вероятности объединения теории информации, и были введены в задачах фильтрации авторами в работах [5–7, 10].

Если две случайные величины $X, Y \in \mathbb{R}$имеют следующие совместные распределения функция $F_{X,Y}(x, y)$, можно написать коррентропию как [3, 5–7,10]

$$A(X,Y) = E[k_\sigma(X,Y)] = \iint k_\sigma(X,Y) F_{X,Y} dxdy$$

где $E[.]$, $k_\sigma(.,.)$ () представляют собой математическое ожидание и положительно определенную функцию ядра. В следующем, мы опишем плотность $G_\sigma(\|x_k - y_k\|) = exp\left(\frac{-\|x_k - y_k\|^2}{2\sigma^2}\right)$ функции ядра: при σ > 0: на практике, из-за недостатка имеющихся данных коррентропия может быть оценена путем определения в следующей форме:

$$\hat{A}_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G_\sigma(e_i),$$

где $e_i = \|x_k - y_k\|$представляет сигнал ошибки, а N представляет выборки. Тогда ядро Гаусса можно выразить, используя расширение ряда Тейлора, как показано ниже: можно таким образом заметить, что коррентропия между двумя случайными величинами X и Y эквивалентна взвешенной сумме моментов всех порядков между $\boldsymbol{X}$ и Y [3, 5–7].

$$A(X,Y) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \sigma^{2n} n!} E[(X-Y)^{2n}].$$

Чтобы рассчитать негауссовские шумы, на этот процесс, а также на измерения, принцип МКК может быть внедрен в рамках РФК. Новая функция стоимости с использованием МКК описывается [10]:

$$J_m(x_k) = G_\sigma(\|y_k - h(x_k, u_k)\|) + G_\sigma(\|x_k - f(x_{k-1}, u_k)\|)$$

понятно, что минимизация функции затрат, такие как x_k означает, что $\partial J_m / \partial x_k = 0$, что создает следующее уравнение [10]:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) + \frac{G_\sigma(\|y_k - h(x_k, u_k)\|)}{G_\sigma(\|x_k - f(x_{k-1}, u_k)\|)} \times H_k^T(y_k - h(x_k, u_k))$$

Для того, чтобы получить окончательное решение, мы делаем замену x_k на левый бок $\hat{x}_k$и x_k и x_{k-1} на правой стороне на x_k^- и $\hat{x}_{k-1}$, и мы получим [10]:

$$\hat{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k) + \frac{G_\sigma(\|y_k - h(x_k^-, u_k)\|)}{G_\sigma(\|x_k^- - f(\hat{x}_{k-1}, u_k)\|)} \times H_k^T\big(y_k - h(x_k^-, u_k)\big)$$

Ниже, развитие оценки Хубера.

B. М-оценка Хубера

На основе анализа в предыдущем разделе, нам известно, что мы можем достичь надежного отслеживания, только переформулировав измерения шума. Теперь рассмотрим нелинейную динамическую систему отслеживания следующим образом [11]:

В данной статье, мы сравниваем все надежные измененные версии М-оценки Губера:

$$\rho(\delta_{k,i}) = \begin{cases} \frac{1}{2}\delta_{k,i}^2, & |\delta_{k,i}| < u \\ -u^2\left(1 + \frac{|\delta_{k,i}|}{u}\right) exp\left(1 - \frac{|\delta_{k,i}|}{u}\right), & |\delta_{k,i}| \geq u \end{cases}$$

Тогда мы можем получить

$$\omega(\delta_{k,i}) = \begin{cases} 1, & |\delta_{k,i}| < u \\ exp\left(1 - \frac{|\delta_{k,i}|}{u}\right), & |\delta_{k,i}| \geq u \end{cases}$$

Также определить $\Psi = diag[\omega(\delta_{k.i})]$; таким образом, переформулированная ковариация измерения шума это

$$\tilde{R}_k = R_k^{1/2} \Psi_k^{-1} \left(R_k^{1/2}\right)^T$$

Затем применяется квадратурный фильтр Гаусса Калмана с новой ковариацией шума измерения. Алгоритм описан как Алгоритм 1.1.

C. Минимальная энтропия ошибки

Фильтр Калмана на основе минимальной энтропии ошибки был недавно разработан авторами в [2,7]. Алгоритм, приведенный ниже, следует тем же принципам, что и приведенные в [2]:

В. Критерий минимальной ошибки энтропии определения погрешностей двух случайных величин *X* и *Y*, *e* = *Y* – *X*. В МЭО сведения об ошибке *E* может быть измерена энтропией Реньи ЭО

$$H_\alpha(e) = \frac{1}{1-\alpha} \log V_\alpha(e),$$

где $\alpha(\alpha \neq 1, \alpha > 0)$ – порядок энтропии Реньи, и $V_a(e)$обозначает информационный потенциал, определенный как

$$V_\alpha(e) = \int p^\alpha(x)dx = E[p^{\alpha-1}(e)]$$

где p(.) – функция плотности распределения вероятностей (ПРВ) ошибки *e* и *E*[.] обозначает операцию математического ожидания. В практических применении, в формате РКФ *p(x)* может быть оценен с помощью метода окна Парзена по [2]

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} G_\sigma(x - e_i)$$

где $G_\sigma(x) = exp(-x^2/2\sigma^2)$ обозначает гауссово ядро с размером ядра $\sigma; \{e_i\}_{i=1}^N$, с числом N образцов ошибок. Объединяя функция информационного потенциала и метод окна Парзена, можно получить оценку второго порядка (a = 2) информационного потенциала $V_2(e)$

$$\hat{V}_2(e) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \hat{p}(e_i) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} G_\sigma(e_i - e_j)$$

поскольку отрицательная логарифмическая функция –log монотонно убывает, минимизация энтропии ошибки $H_2(e)$ означает максимизацию информационного потенциала $\hat{V}_2(e)$.

Алгоритм 1 MEE-EKF [2]

Шаг 1: аналогично шагу 1 в алгоритме в [2].

Шаг 2: Использовать уравнения прогнозирования, такие как алгоритм РФК, чтобы получить $(k|k-1)$ и $P(k|k-1)$; использовать разложение Холецкого $\Theta(k)$ и получить $\Theta_p(k|k-1)$и $\Theta_r(k)$; использовать уравнения из [2] для получения d*(k)* и *W (k – 1)* соответственно.

Шаг 3: аналогично шагу 3 в [2].

Шаг 4: Использовать доступные измерения $\{y(k)_{k=1}^N\}$для обновления:

$$\hat{x}(k)_t = \hat{x}(k|k-1) + \widetilde{K}(k)[y(k) - h(\hat{x}(k|k-1))] \quad (8)$$

$$\tilde{e}_i(k) = d_i(k) - w(k)\hat{x}(k)_{t-1}$$

$$\widetilde{K}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{P}(k|k-1) + H^T(k)\tilde{P}_{xy}(k|k-1) \\ + \left(P_{yx}(k|k-1) + H^T\tilde{R}(k)\right)H(k) \end{bmatrix}^{-1} \times \left(\tilde{P}_{yx}(k|k-1) + H^T\tilde{R}(k)\right)$$

где формы $\widetilde{\Lambda}(k), \tilde{P}(k|k-1), \tilde{P}_{xy}(k|k-1), \tilde{P}_{yx}(k|k-1)$ используют уравнения в [2] соответственно к шагу 1 в алгоритме 1 и $\tilde{R}(k)$

Шаг 5: Аналогично

Шаг 6: Обновление $k+1 \to k$ и апостериорная n 1. ковариационная матрица:

$$P(k) = \left[I - \widetilde{K}(k)H(k)\right]P(k|k-1)\left[I - \widetilde{K}(k)H(k)\right]^T + \widetilde{K}(k)R(k)\widetilde{K}^T(k)$$

и возврат к шагу 2.

1) Гаусса-Эрмита квадратурная фильтрация *Калмана:*

Алгоритм 2 Гаусса-Эрмита квадратурный фильтр Калмана (ГЭКQФК) алгоритм

Вход: измерения геолокации и параметры датчика.

Первый шаг: обновить время (часть прогноза)

Первый шаг начинается во время Tk. Поэтому факторы Холеского могут быть выражены как:

1: $P_{k-1/k-1} = \sqrt{P_{k-1/k-1}}\left(\sqrt{P_{k-1/k-1}}\right)^T$
2: $X_{k-1/k-1}^l = \sqrt{P_{k-1/k-1}}\xi^l + \hat{x}_{k-1/k-1}$
3: $(X_{k/k-1}^l)^* = f(X_{k-1/k-1}^l, u_{k-1}, k-1)$
4: $\hat{x}_{k/k-1} = \sum_{l=1}^m \omega_l \, (X_{k/k-1}^l)^*$
5: $(P_k^{xx})^- = \sum_{l=1}^m \omega_l \, (X_{k/k-1}^l)^* (X_{k/k-1}^l)^T - \hat{x}_{k/k-1}\hat{x}_{k/k-1}^T + Q_{k-1}$

Второй шаг: обновление измерений (корректирующая часть)

6: $P_{k/k-1} = \sqrt{P_{k/k-1}}\left(\sqrt{P_{k/k-1}}\right)^T$

7: $X^l_{k/k-1} = \sqrt{P_{k/k-1}}\xi^l + \hat{x}_{k/k-1}$

8: $Y^l_{k/k-1} = h\left(X^l_{k/k-1}\right)$

9: $\hat{y}^-_{k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l Y^l_{k/k-1}$

10: $S_{k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l Y^l_{k/k-1}\left(Y^l_{k/k-1}\right)^T - \hat{y}_{k/k-1}\hat{y}^T_{k/k-1} + R_k$

11: $P^{xy}_{k/k-1} = \sum_{l=1}^{m} \omega_l X^l_{k/k-1}\left(Y^l_{k/k-1}\right)^T - \hat{x}_{k/k-1}\hat{y}^T_{k/k-1}$

12: квадратурное усиление Калмана:

13: $W_k = P^{xy}_{k/k-1} S^{-1}_{k/k-1}$

14: $\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + W_k\left(y_k - \hat{y}_{k/k-1}\right)$

15: Обновленная ошибка ковариации:

16: $P_{k/k} = P_{k/k-1} - W_k S_{k/k-1} W^T_k$

IV. Моделирование

В симуляции были смоделированы как INS / GPS прямой фильтрации, так и кинематическая модель 2D отслеживания цели.

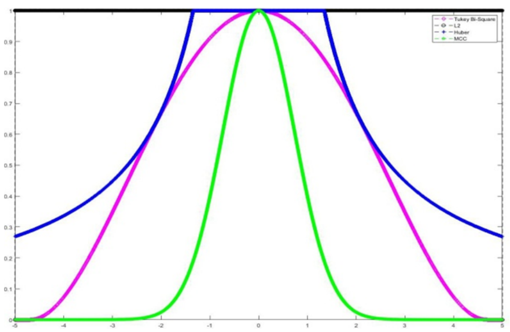


Рис. 2. Весовые функции Хьюбера и Тьюки изображены с параметрами a = 1,345 и c = 4,685 соответственно [11]

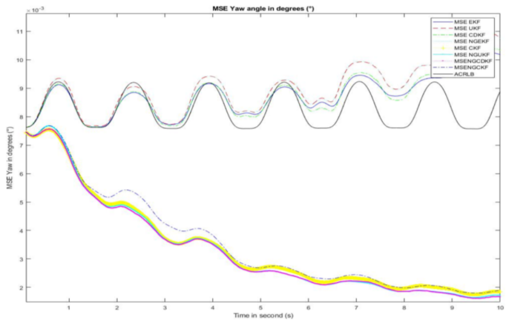


Рис. 3. Среднеквадратическая оценка положения, скорости и ориентации с использованием фильтрации по гауссовой сумме, применяемой к нескольким гауссовским квадратурным фильтрам Калмана при различных первоначальных условиях

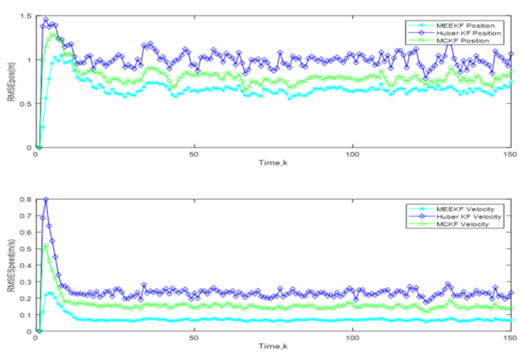


Рис. 4. Среднеквадратическая оценка положения, скорости с использованием оценки Хьюбера, МСС и МЭО критериев при различных начальных условиях

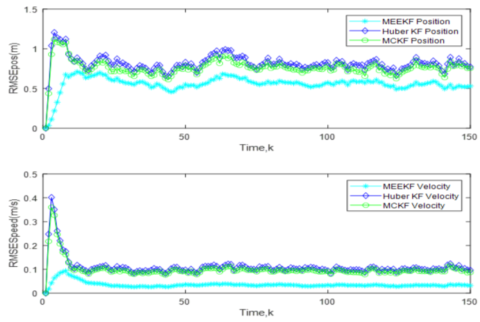


Рис. 5. Среднеквадратическая оценка положения и скорости с использованием оценки Хубера, МКК и критерии МЭО при различных начальных условиях

V. Заключение

Было продемонстрировано, что подходы гауссовой фильтрации сумм, применяемые к нелинейной оценке, превосходят другие методы, такие как оценки Хьюбера, когда плотность параметров вероятности хорошо известна. В другом моделировании МЭО продемонстрировал превосходство над МКК и оценкой на основе Хубера, когда шум измерения был строго негауссовым и следовал модели Shot noise (шум-выстрел). В следующей статье мы разработаем полное моделирование для сравнения всех квадратурных фильтров Гаусса при различных модификациях, используя МСКО, МКК и МЭО с М-оценками и гауссовыми суммами.

Благодарность

Для авторов ФГАОУ ВО ГУАП работа была поддержана Российским научным фондом по проекту №16-19-10381 и РФФИ по проекту №18-08-00234 в части анализа точности навигации при движении по маршруту.

Литература

[1] Falco, G., Pini, M., Marucco, G., Loose and Tight GNSS/INS Integrations: Comparison of Performance Assessed in Real Urban Scenarios, *Sensors*, 2017, 17, 255.

[2] Chen, B., Dang, L., Gu, Y., Zheng, N., and Principe, J.C., Minimum Error Entropy KalmanFilter, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, doi:10.1109/TSMC.2019.2957269.

[3] Wang, H., Li, H., Zhang, W., Zuo, J., and Wang, H., Maximum Correntropy Derivative-Free Robust Kalman Filter and Smoother, *IEEE Access*, 2018, vol.6, pp. 70794–70807, doi:10.1109/ACCESS.2018.2880618.

[4] Benzerrouk, H. and Nebylov, A., Robust nonlinear filtering applied to integrated navigation system INS/GNSS under non Gaussian measurement noise effect, *2012 IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, MT, 2012, pp. 1–8.

[5] Liu, X., Qu, H., Zhao, J. and Chen, B., Extended Kalman filter under maximum correntropy criterion, *2016 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, Vancouver, BC, 2016, pp. 1733–1737, doi:10.1109/IJCNN.2016.7727408.

[6] Chen, B., Liu, X., Zhao, H., Maximum correntropy Kalman filter, JC Principe, *Automatica*, 2017.

[7] Chen, B., Maximum correntropy estimation is a smoothed MAP estimation, *JC Principe – IEEE Signal Processing Letters*, 2012.

[8] Hamza Benzerrouk, Gaussian vs. Non-Gaussian noise in inertial/GNSS integration, *Inside GNSS*, November / December 2012.

[9] Ma, W., Qu, H., Gui, G., Xu, L., Zhao, J., Chen, B., Maximum correntropy criterion based sparse adaptive filtering algorithms for robust channel estimation under non-Gaussian environments, *Journal of the Franklin Institute*, 2015.

[10] Mohiuddin, S.M. and Qi, J., Maximum Correntropy Extended Kalman Filtering for Power System Dynamic State Estimation, *2019 IEEE Power Energy Society General Meeting (PESGM)*, Atlanta, GA, USA, 2019, pp. 1–5, doi:10.1109/PESGM40551.2019.8973525.

[11] Medina, D., Li, H., Vila`-Valls, J. Closas, P., Robust Statistics for GNSS Positioning under Harsh Conditions: A Useful Tool?, *Sensors*, 2019, 19, 5402.

Результаты модификации интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы НСИ-2000MTG*

Э.А. Миликов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
milikov@phystech.edu

В.Б. Успенский
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.А. Фомичев
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

П.В. Ларионов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Б. Тарасенко
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

***Аннотация*—В работе изложен опыт усовершенствования серийно выпускаемой навигационной системы.**

Ключевые слова*—*гироскопы; инерциальная навигационная система; акселерометр; навигация; калибровка БИНС

I. Введение

Объект исследования является продуктом глубокой модификации серийно выпускаемой системы НСИ-2000MTG. Автономная точность исходной системы составляет 3,8 км за час, однако со временем точностные требования к инерциальным навигационным системам ужесточаются [4], поэтому задача улучшения точности навигационной системы с целью поддержания её конкурентности является актуальной. Данная модификация производилась с применением самого современного опыта в построении БИНС, в частности – опыта разработки перспективной малогабаритной системы с малым потреблением НСИ2010 и системы БИНС-05Л, уже находящейся в эксплуатации. Соответственно, многие трудности, связанные со внедрением в систему новых компонентов, такие как size-эффект, чувствительность к вибрациям и погрешности в работе АЦП акселерометров, уже были проработаны ранее. Здесь же данное множество деталей оказалось собрано воедино. Наиболее слабым местом системы, взятой за основу, являются акселерометры, поэтому первостепенной задачей стал выбор датчиков на замену старым и разработка АЦП, позволяющего максимально раскрыть потенциал новых датчиков. В докладе отражены нововведения, основные характеристики в сравнении со старыми разработками, опыт и дальнейшие перспективы работы над навигационной системой.

II. Модификация системы

A. Навигационная система

Модификация затрагивает в большей степени инерциальный блок системы и в меньшей ─ программное обеспечение блока обработки информации. Задействованы более совершенные инерциальные датчики (кольцевые лазерные гироскопы с плоским контуром на виброподставке с цифровым выходом и кварцевые маятниковые акселерометры отечественного производства). Новые датчики менее чувствительны к температурным изменениям и магнитному полю. Установлены амортизаторы с целью изоляции инерциальной сборки от внешних вибраций, резонирующих с колебаниями виброподставок ЛГ, учтены особенности их применения. Испытан и применён новый АЦП сигнала акселерометров, позволяющий реализовать выигрыш в точности измерения линейных скоростей, полученный при замене акселерометров. Среди важнейших достоинств нового АЦП ─ малый уровень собственного шума (в пределах 5 μg), малая восприимчивость к температурным изменениям (рисунок 1 – кривая с наибольшим размахом показывает изменение температуры в климатической камере, ей соответствует крайняя правая шкала, остальные кривые – каналы АЦП, чувствительность АЦП к температуре составила ~0.5μg/°C), хорошая аппроксимируемость этой зависимости полиномом и незначительная ширина гистерезиса (10 μg).

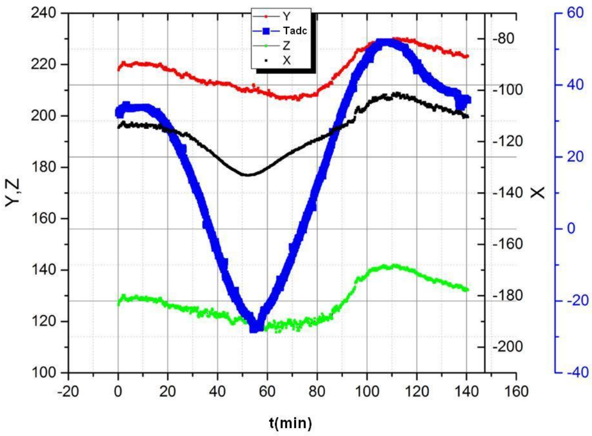


Рис. 1. климатические испытания АЦП акселерометров

Произведена оценка влияния вибрации ЛГ на показания акселерометров: в одном запуске гироскопы дважды были выключены и снова включены спустя время. Влияние ожидаемо выразилось в увеличении уровня шума (до допустимой величины менее 0.001 м/с), смещение сигнала, если таковое и присутствует – много меньше величины шума. На рисунке 2 ступенчатая кривая – показания гироскопа, демонстрирующая его включение и выключение, вторая кривая – показания акселерометра (правая ось в $м/c^2$). Изгибы кривой связаны с прогревом сборки при работе гироскопов. Влияние size-эффекта в ходе испытаний также было оценено как не превосходящее уровень шума.

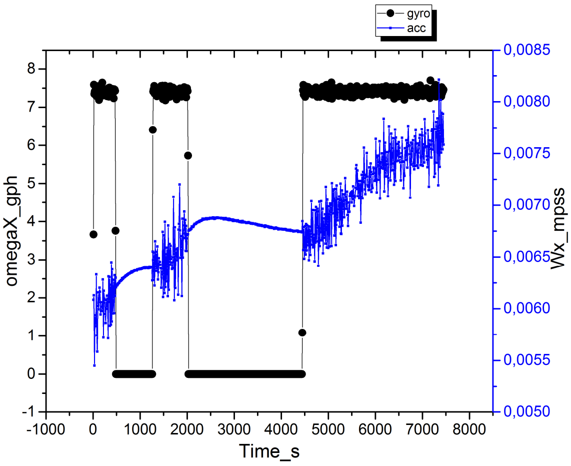


Рис. 2. Влияние виброподставки гироскопов на показания акселерометра

Поскольку точность данных от инерциальных датчиков значительно улучшилась, а также увеличилось количество температурных датчиков в инерциальном блоке, потребовалось существенно переработать протокол взаимодействия инерциальной части системы и блока обработки информации.

Б. Математическая модель и методика измерения её параметров

Калибровка (и стендовые испытания) проводится на высокоточном двухосном стенде с отклонением от вертикали в несколько угловых секунд. В соответствии с последним опытом ([2],[3],[5]) разработки БИНС выбрана математическая модель ошибок инерциального блока, применены и дополнены отработанные методики получения её параметров. Для акселерометров матмодель выглядит следующим образом:

$$V_1^* = (1+\delta K_{A1})\cdot V1 + \delta GA_{12}\cdot V2 + \delta GA_{13}\cdot V3 - \delta a_1\cdot dt.$$

$$V_2^* = \delta GA_{21}\cdot V1 + (1+\delta K_{A2})\cdot V2 + \delta GA_{23}\cdot V3 - \delta a_2\cdot dt.$$

$$V_3^* = \delta GA_{31}\cdot V1 + \delta GA_{32}\cdot V2 + (1+\delta K_{A3})\cdot V3 - \delta a_3\cdot dt.$$

где dt – время считывания информации в сек.;
V1, V2, V3 – приращения скорости (м/с);
$\delta K_{A1}, \delta K_{A2}, \delta K_{A3}$ – модельные поправки к масштабным коэффициентам измерений в строительных осях;
$\delta G_{A12}, \delta G_{A13}, \delta G_{A21}, \delta G_{A23}, \delta G_{A31}, \delta G_{A32}$ – модельные значения параметров несоосности;
$\delta a_1, \delta a_2, \delta a_3$ – модельное значения смещения нуля акселерометров в проекциях на строительные оси (м/с^2).
Для гироскопов модель аналогичная.

Калибровка инерциального блока производится в два этапа. На первом этапе по прямым измерениям в различных температурных условиях определяются параметры первичных компенсирующих моделей, включающих соответствующие температурные зависимости. В целях изучения влияния амортизаторов на характеристики системы первый этап калибровки проводился дважды: изначально инерциальная сборка была жёстко зафиксирована в блоке, а затем подвешена на амортизаторах. Исследование показало однозначную необходимость калибровки инерциального блока именно с амортизаторами. На втором этапе по результатам работы навигационных алгоритмов с учетом первичной компенсации ошибок определяются поправки параметров компенсирующей модели. Второй этап калибровки имеет смысл только при качественном выполнении первого этапа. Достижение высокой точности функционирования системы обеспечивается на втором этапе.

III. Испытания системы и полученные характеристики

Проверка точностных характеристик настроенной системы производится как в ходе стендовых измерений – автономная работа системы (своего рода последняя итерация второго этапа калибровки), закреплённой на поворотном столе в климатической камере с совершением разворотов (рисунок 3), так и в мобильных испытаниях на sавтомобиле длительностью 1-2 часа при интенсивном и разнообразном маневрировании (рисунок 4).

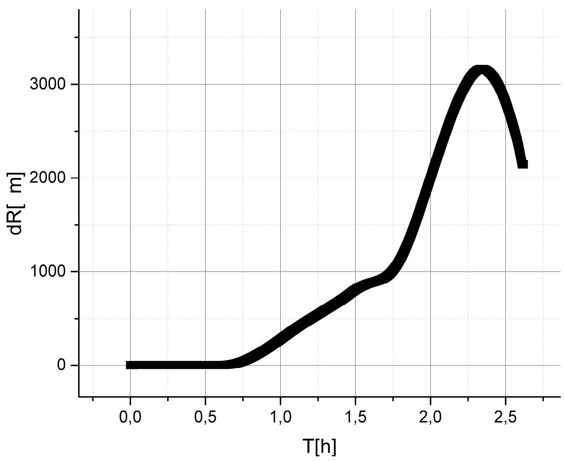


Рис. 3. Погрешность автономного местоопределения, стендовые испытания

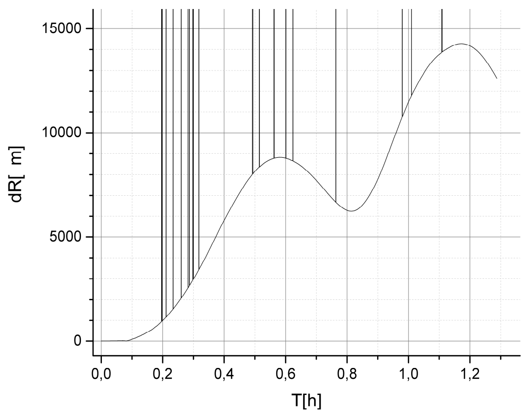


Рис. 4. Погрешность автономного местоопределения, мобильные испытания

IV. Заключение

Результатом работы стала стабильно работающая система, более устойчивая ко внешним воздействиям (температурным, магнитным, вибрационным). Энергопотребление инерциального блока уменьшено примерно в два раза, масса инерциального блока снижена на несколько килограмм. Полученная автономная точность системы (автономный уход по координате в мобильных испытаниях <12км за первый час поездки) может считаться хорошим промежуточным результатом, позволяет продолжать работу над системой и в полной мере реализовать её потенциал при последующих итерациях процесса калибровки.

Перспективы дальнейшего улучшения системы состоят, прежде всего, в применении ещё более высокоточных датчиков, в частности – разрабатываемого в данный момент в МФТИ четырёхчастотного лазерного гироскопа с магнитооптической частотной подставкой на эффекте Зеемана. Это, помимо увеличения точности данных о вращательном движении, исключило бы вибрационное воздействие со стороны гироскопов на показания акселерометров и уменьшило бы уязвимость блока к внешним вибрациям.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-07-01183 А.

Литература

[1] Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: Электроприбор, 2009. 280 с. ISBN 978-5-900180-73-3.

[2] Фомичев А.А., Вахитов Т.Н., Жихарева А.А., Колчев А.Б., Ларионов П.В., Брославец Ю.Ю., Морозов А.Д., Счастливец К.Ю., Успенский В.Б., Кедров В.Д., Тазьба А.М. Результаты разработки, испытаний и эксплуатации интегрированных инерциально-спутниковых систем серии НСИ АО «ЛАЗЕКС» // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 224–233.

[3] Счастливец К.Ю., Успенский В.Б., Тарасенко А.Б., Ларионов П.В., Фомичёв А.А., Колядин С.А., Волков Э.В. Малогабаритная интегрированная инерциальная навигационная система НСИ-2010 – опыт разработки, настройки и результаты автономных испытаний // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 105–109.

[4] Кузнецов А.Г., Портнов Б.И., Измайлов Е.А. Современные бесплатформенные инерциальные навигационные системы двух классов точности // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. 2014. № 8. С. 24–32.

[5] Фомичев А.А., Ларионов П.В., Полукеев Е.А., Вахитов Т.Н., Колчев А.Б., Счастливец К.Ю., Успенский В.Б. Лазерная интегрированная инерциально-спутниковая навигационная система с расширенной доступностью спутниковых измерений // Труды МФТИ. 2013. Том 5. № 4. С. 37–47.

Идентификация геометрических смещений одометров в инерциально-спутниковой навигационной системе, установленной на наземном транспортном средстве*

Н.Н. Василюк, Д.К. Токарев
Топкон Позишионинг Системз
Москва, Россия

***Аннотация*—Под идентификацией геометрических смещений одометра понимается определение (в реальном времени) вектора смещения одометра относительно инерциального модуля, определение ориентации инерциального модуля относительно кузова транспортного средства и уточнение масштабного коэффициента одометра. Разработана модель измерений одометра, который может быть установлен как на управляемом переднем, так и на неуправляемом заднем колёсах. Рассмотрены условия наблюдаемости геометрических смещений на траекториях, характерных для наземных транспортных средств. Найдены условия, при которых может быть достигнута наблюдаемость всех трех углов ориентации инерциального модуля. Описана частичная наблюдаемость геометрических смещений при отсутствии информации о повороте передних управляемых колёс. Разработана рекуррентная процедура оценивания в реальном времени наблюдаемых комбинаций из геометрических параметров. Получены уравнения наблюдения для включения измерений одометра в состав вектора наблюдения комплексирующего фильтра слабо связанной интегрированной навигационной системы.**

Ключевые слова—одометр, наблюдаемость, идентификация, инерциальная навигация, ГНСС, фильтр Калмана

I. Введение

Интегрированная навигационная система, установленная на наземном транспортном средстве (ТС) является распределённой измерительной системой, каждый компонент которой измеряет кинематические параметры движения некоторой точки кузова вблизи своего места установки [1]-[3]. Измерения приёмника сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) привязаны к фазовому центру приёмной антенны. Измерения инерциального измерительного модуля (ИИМ) относятся к измерительному базису (Measurement frame или M-базис), образованному осями чувствительности инерциальных датчиков. Начало M-базиса расположено в измерительном центре ИИМ. При построении интегрированной навигационной системы, измерения ГНСС и ИИМ вычислительно приводятся к измерительному центру ИИМ [2]. Для такого приведения используется вектор смещения антенны, построенный из измерительного центра ИИМ в фазовый центр антенны приёмника ГНСС. Три координаты этого вектора указываются в настройках алгоритма комплексирования ИИМ/ГНСС [2] или определяются в процессе работы системы [3]. Расположение отдельных компонент навигационной системы относительно ТС задаётся в базисе, связанном с кузовом ТС (Body frame или B-базис).

Одометр (колёсный датчик) измеряет угол поворота колеса, на котором он установлен, за заданный период времени. При определённых ограничениях (отсутствие проскальзывания колёс и т.д.) этот угол можно однозначно связать с длиной пути, пройденной центром колеса. Из длины пути получается скалярная скорость центра колеса относительно подстилающей поверхности, усреднённая за период времени измерения. Если считать колесо недеформируемым и объединить скалярную скорость с неголономными ограничениями на движение ТС, то получится вектор средней скорости колеса [4]-[8]. Для ТС с управляемыми передними и неуправляемыми задними колёсами, векторы средней скорости задних колёс лежат вблизи плоскости продольного сечения кузова. Векторы скорости передних колёс изменяют своё направление в соответствии с поворотами руля.

Для включения измерений одометра в вектор наблюдения алгоритма комплексирования ИИМ/ГНСС, эти измерения должны быть преобразованы к M-базису. Для этого необходимо идентифицировать семь параметров геометрического смещения одометра относительно ИИМ: масштабный коэффициент одометра $k_{\mathrm{od}}^{\mathrm{W}}$, вектор смещения одометра относительно ИИМ, заданный в B-базисе $\mathbf{d}^{\mathrm{W}} \equiv [d_x^{\mathrm{W}} \quad d_y^{\mathrm{W}} \quad d_z^{\mathrm{W}}]^{\mathsf{T}}$ и вектор угловых погрешностей ориентации B-базиса относительно M-базиса $\boldsymbol{\beta} \equiv [\beta_x \quad \beta_y \quad \beta_z]^{\mathsf{T}}$, где W={F, R}, F={FR, FL}, R={RR, RL} -названия колёс (FR - Front Right, FL - Front Left, RR - Rear Right, RL - Rear Left). Для улучшения точности навигационных измерений в реальном времени, значения отдельных параметров следует уточнять (по возможности) в течении всего времени работы навигационной системы.

Уточнение некоторых параметров, перечисленных выше, может быть выполнено за счёт включения их в вектор состояния расширенного фильтра Калмана (РФК) интегрированной навигационной системы [1]–[5], [7]. Эти параметры могут быть оценены отдельным рекуррентным алгоритмом, который работает параллельно с РФК [6], [7]. Геометрическая модель измерений одометра может вообще не задаваться в параметрической форме, а идентификация параметров может быть выполнена за счёт постоянного обучения специально спроектированной нейронной сети [8]. Геометрические смещения одометра связаны с измеряемыми величинами (скорости колеса и ТС) через нелинейные соотношения. В [9,10] показано, наблюдаемость параметров в нелинейной системе имеет локальный характер: параметры могут быть наблюдаемы в одной области фазового пространства и не наблюдаемы в другой. Характер наблюдаемости зависит от управляющего воздействия. В случае наземного ТС роль управляющего воздействия играет форма траектории движения. Отсюда можно предположить, что все семь неизвестных параметров геометрического смещения одометра могут быть идентифицированы за счёт согласованного выбора пространства параметров и траектории ТС.

В [3]–[5] было показано, что при задании координат вектора смещения одометра относительно M-базиса только шесть геометрических параметров могут быть наблюдаемы. Угол поворота ИИМ вокруг продольной оси ТС оказывается не наблюдаем для любой формы траектории ТС. В данной работе предлагается задавать координаты вектора смещения относительно B-базиса. Такой выбор координат упрощает инициализацию алгоритма уточнения вектора смещения, поскольку координаты могут быть грубо измерены относительно видимых ориентиров на кузове. Также такой подход делает наблюдаемыми (для траекторий определённой формы) все семь параметров геометрических смещения одометра.

В данной работе детально рассмотрены модели измерений одометра для управляемых передних и неуправляемых задних колёс наземного ТС. Из этих моделей выделены наблюдаемые комбинации, составленные из геометрических смещений, а сами модели переформулированы в терминах этих комбинаций. Количество наблюдаемых комбинаций изменяется в зависимости от текущего режима движения ТС (прямолинейное движение, повороты, спуски/подъёмы и т.д.). Эти изменения учитываются при решении задачи идентификации для исключения её вырождения. Алгоритм идентификации был разработан в виде рекуррентной процедуры нелинейного метода наименьших квадратов (МНК), которая работает параллельно с навигационных РФК. Для включения измерений одометра в вектор наблюдения навигационного РФК получены уравнения наблюдения за ошибками вектора состояния, записанные в терминах наблюдаемых комбинаций.

II. Идентификация геометрических смещений

Окончательный алгоритм оценивания геометрических смещений одометра формулируется в терминах наблюдаемых комбинаций, которые составляются из первичных геометрических параметров. Состав векторов, рекуррентно идентифицируемых в момент дискретного времени k, для передних и для задних колес:

$$\mathbf{x}_k^{\mathrm{IF}} = [k_{\mathrm{od},k}^{\mathrm{F}} \quad \beta_{x,k} \quad d_{x,k}^{\mathrm{F}} \quad d_{y,k}^{\mathrm{F}} \quad d_{z,k}^{\mathrm{F}} \quad d_{\Sigma x,k}^{\mathrm{F}}]^{\mathsf{T}},$$

$$\mathbf{x}_k^{\mathrm{IR}} = [k_{\mathrm{od},k}^{\mathrm{R}} \quad \beta_{x,k} \quad \beta_{z,k} \quad d_{z,k}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma x,k}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma y,k}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma z,k}^{\mathrm{R}}]^{\mathsf{T}},$$

где $d_{\Sigma x}^{\mathrm{W}} = d_x^{\mathrm{W}} - \beta_y d_z^{\mathrm{W}}$, $d_{\Sigma y}^{\mathrm{W}} = d_x^{\mathrm{W}} + \beta_x d_z^{\mathrm{W}}$, $d_{\Sigma z}^{\mathrm{W}} = \beta_y d_y^{\mathrm{W}} + \beta_x d_x^{\mathrm{W}}$ – наблюдаемые комбинации. Для получения значения вектора $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$ и его ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k^{\mathrm{IW}}$ используются оценки вектора $\mathbf{x}_{k-1}^{\mathrm{IW}}$ и его ковариационной матрицы $\mathbf{P}_{k-1}^{\mathrm{IW}}$, полученные на предыдущем шаге рекуррентной процедуры. Текущие оценки первичных геометрических смещений одометра, установленного на соответствующем колесе, восстанавливаются на каждом рекуррентном шаге из вновь полученных компонент вектора идентифицируемых параметров. Вектор наблюдения идентификационной процедуры строится с использованием неголономных ограничений, накладываемых на движение ТС (равенство нулю боковой и вертикальной скорости ТС). Состав и размерность этого вектора различны для передних и для задних колёс:

$$\mathbf{y}_k^{\mathrm{IR}} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{x\mathrm{B},k} \\ \hat{v}_{y\mathrm{B},k} \\ \hat{v}_{z\mathrm{B},k} + \hat{\omega}_{x\mathrm{B},k} d_{y,k-1}^{\mathrm{R}} - \hat{\omega}_{y\mathrm{B},k} d_{x,k-1}^{\mathrm{R}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}_k^{\mathrm{IF}} = \begin{bmatrix} \hat{v}_{y\mathrm{B},k} \\ \hat{v}_{z\mathrm{B},k} + d_{\Sigma z,k-1}^{\mathrm{F}} \hat{\omega}_{z\mathrm{B},k} \end{bmatrix},$$

где $\hat{\mathbf{v}}_{\mathrm{B},k} = [\hat{v}_{x\mathrm{B},k} \quad \hat{v}_{y\mathrm{B},k} \quad \hat{v}_{z\mathrm{B},k}]^{\mathsf{T}}$, $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k} = [\hat{\omega}_{x\mathrm{B},k} \quad \hat{\omega}_{y\mathrm{B},k} \quad \hat{\omega}_{z\mathrm{B},k}]^{\mathsf{T}}$ – векторы поступательной и угловой скорости ТС, спроектированные на B-базис при помощи номинальной матрицы $\hat{\mathbf{S}}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{M}}$ ориентации M-базиса относительно B-базиса (матрицы ориентации ИИМ относительно кузова ТС).

Из записи вектора $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IF}}$ видно, что угловая погрешность β_z установки ИИМ не наблюдаема не при каких движениях ТС. Поэтому при использовании одометра на переднем колесе нужно уделять особое внимание точности ориентирования ИИМ вокруг оси z_{B}.

Для неподвижного транспортного средства ни одна из компонент вектора $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$ не идентифицируется. В этих условиях $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k} = \mathbf{o}$, $|\hat{\mathbf{v}}_{\mathrm{B},k}| = 0$. Если ввести определенные пороговые значения для модулей векторов поступательной $T_{\mathbf{v}}^{\mathrm{W}} > 0$ и угловой $T_{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{W}} > 0$ скоростей, то при условии $|\hat{\mathbf{v}}_{\mathrm{B},k}| < T_{\mathbf{v}}^{\mathrm{W}}$, $|\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k}| < T_{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{W}}$ компоненты вектора $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$ не обновляются (используются значения $\mathbf{x}_{k-1}^{\mathrm{IW}}$). При движении ТС вдоль траектории с большим радиусом кривизны компоненты вектора $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k}$ малы. Параметры вектора $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$, связанные с компонентами угловой скорости, становятся плохо наблюдаемыми и должны быть исключены из идентификации на текущем шаге. Таким образом, при $|\hat{\mathbf{v}}_{\mathrm{B},k}| \geq T_{\mathbf{v}}^{\mathrm{W}}$, $|\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k}| < T_{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{W}}$ вектор $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$ обновляется не полностью, т.к. его отдельные параметры «замораживаются» в момент времени k-1:

$$\{\mathrm{frozen}\}_{k-1}^{\mathrm{R}} = \{d_{z,k-1}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma x,k-1}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma y,k-1}^{\mathrm{R}} \quad d_{\Sigma z,k-1}^{\mathrm{R}}\},$$

$$\{\mathrm{frozen}\}_{k-1}^{\mathrm{F}} = \{d_{x,k-1}^{\mathrm{F}} \quad d_{y,k-1}^{\mathrm{F}} \quad d_{z,k-1}^{\mathrm{F}} \quad d_{\Sigma x,k-1}^{\mathrm{F}}\}.$$

При «заморозке» отдельных параметров размерность идентифицируемого вектора уменьшается, а значения «замороженных» параметров учитываются в векторе наблюдения идентификационного алгоритма в виде аддитивных коррекций. При условии $|\hat{\mathbf{v}}_{\mathrm{B},k}| \geq T_{\mathbf{v}}^{\mathrm{W}}$, $|\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{B},k}| \geq T_{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{W}}$ вектор $\mathbf{x}_k^{\mathrm{IW}}$ идентифицируется в полном объёме.

III. Экспериментальные результаты

Алгоритм идентификации геометрических смещений одометра и включения этих измерений в комплексирующий РФК был реализован во встроенном программном обеспечении приёмника сигналов ГНСС. В качестве одометра использовался инкрементальный энкодер Kubler T8.5000 с разрешением 2500 импульсов на оборот. В процессе экспериментов этот энкодер устанавливался как на передних, так и на задних колёсах. Установленные значения порогов наблюдаемости $T_{\mathbf{v}}^{W} = 0{,}1$ м/сек, $T_{\boldsymbol{\omega}}^{W} = 0{,}1$ рад/сек.

При экспериментах с одометром на правом и левом переднем колёсах были обнаружены эффекты, явно не описываемые предложенной моделью. В частности, оценка угла β_x (одинакового для обоих экспериментов) заметно отклонялась от своего установившегося значения $\beta_x^{FR} \approx \beta_x^{FL} \approx -2{,}3^\circ$ во время поворотов ТС синфазно с компонентой угловой скорости ω_{zB} (для левого колеса) и в противофазе (для правого колеса). Исследования природы этих эффектов не проводились. Поскольку модель одометра на переднем колесе имеет один глобально ненаблюдаемый параметр, все дальнейшие усилия были сконцентрированы на получении результатов для размещения одометра на заднем колесе.

Для тестирования алгоритма с размещением одометра на заднем колесе, использовались шесть различных ИИМ, перечисленные в Табл.1. Схема экспериментальной установки показана на рис.1. Каждый ИИМ подключался к отдельному двухантенному приёмнику GNSS. ИИМ №1-5 размещались на жёсткой платформе на крыше ТС, №6 был встроен непосредственно в навигационную GNSS-антенну. ТС с экспериментальной установкой выполнило три испытательных проезда через семиэтажную парковку (въезд из-под открытого неба, подъем по спирали, спуск по спирали, выезд и остановка под открытым небом), внешний вид которой и измеренные траектории показаны на рис.2. Усредненные параметры траектории и значения накопленных ошибок приведены в табл.1., где DR – Dead Reckoning (инерциально-одометрическое счисление пути), DT – Distance Travelled (длина счисленной траектории), DR time – длительность движения со счислением пути.

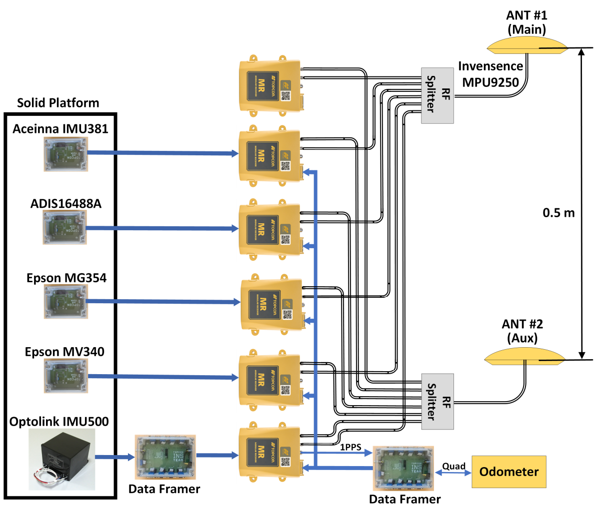


Рис.1. Блок-схема экспериментальной установки

IV. Выводы

В работе описана параметрическая модель измерений одометра, которая включает семь геометрических параметров, задающий размещение одометра относительно ИИМ и идентифицируемых в реальном времени. Компоненты вектора смещения одометра заданы относительно B-базиса, что обеспечивает локальную наблюдаемость всех трёх углов ориентации ИИМ.

Показано, что для ТС с управляемыми передники и неуправляемыми задними колёсами все семь параметров можно оценить, если установить одометр на заднем колесе. При размещении одометра на переднем колесе и отсутствии информации о его угле поворота, один параметр оказывается глобально ненаблюдаемым. Для заднего колеса возможно построить наблюдаемые комбинации из геометрических параметров, которые оцениваются в реальном времени во время поворотов ТС. Для улучшения точности оценивания рекомендуется размещать ИИМ около плоскости строительной вертикали ТС, проходящей через задний мост.

В работе получены уравнения наблюдения за вектором ошибок, которые позволяют использовать измерения откалиброванного одометра для коррекции вектора состояния навигационного РФК. Экспериментальные результаты, полученные с таким РФК в реальном времени, показывают, что предложенный алгоритм обеспечивает инерциально-одометрическое счисление пути с горизонтальной ошибкой порядка 0,3% от пройденного расстояния для ИИМ различного класса точности. В инерциально-одометрическом режиме навигации наземного ТС в городских условиях использование дорогого высокоточного ИИМ не даёт значимых преимуществ перед МЭМС ИИМ. Величина накопленной ошибки определяется, в основном, погрешностью масштабного коэффициента Z-гироскопа. Оценивание этого коэффициента в реальном времени заметно уменьшает накопившуюся ошибку для дешёвых МЭМС ИИМ, разработанных для поверхностного монтажа.

Литература

[1] Lim, J., Yoo, W.J., Kim, W., Lee, Y.D., and Lee, H.K., Augmentation of GNSS by Low-Cost MEMS IMU, OBD-II, and Digital Altimeter for Improved Positioning in Urban Area, *Sensors* (Basel). 2018; 18(11):3830. Published 2018 Nov 8. doi:10.3390/s18113830.

[2] Seo, J., Lee, H.K., Lee, J.G., and Park, C.G., Lever Arm Compensation for GPS/INS/Odometer Integrated System, *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 4, no. 2, pp.247–254, April 2006.

[3] Wu, Y., Goodall, C., and El-Sheimy, N., Self calibration for IMU/ Odometer Land Navigation: Simulation and Test Results, *Proceedings of the 2010 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, San Diego, CA, January 2010, pp. 839–849.

[4] Wu, Y., Wu, M., Wu, W., Hu, D., and Hu, X., Autonomous Land Navigation Using Inertial Sensors and an Uncalibrated Odometer: Self-calibration, *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Chicago, Illinois, 10–13 August 2009, doi: 10.2514/6.2009-5970.

[5] Wu, Y., Versatile land navigation using inertial sensors and odometry: Self-calibration, in-motion alignment and positioning, *2014 DGON Inertial Sensors and Systems* (ISS), Karlsruhe, September 2014, pp. 1–19. doi: 10.1109/InertialSensors.2014.7049412.

[6] Li, L., Sun, H., Yang, S., Ding, X., Wang, J., Jiang, J., Pu, X. and others, Online calibration and compensation of total odometer error in an integrated system, *Measurement*, vol 123, July 2018, pp.69–79. doi: 10.1016/j.measurement.2018.03.044.

[7] Klimkovich, B.V., Self-calibration of a digital odometer integrated with a three-component SINS for a land vehicle, *2017 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems* (ICINS), St. Petersburg, 2017, pp. 1–4. doi: 10.23919/ICINS.2017.7995639.

[8] Li, Z., Wang, J., Li, B., Gao, J., and Tan, X., GPS/INS/Odometer Integrated System Using Fuzzy Neural Network for Land Vehicle Navigation Applications, *Journal of Navigation*, vol. 67, no. 6, November 2014 , pp. 967–983. doi:10.1017/S0373463314000307.

[9] Kostyukovskii, Yu.M.-L., Observability of nonlinear controlled systems, *Automat. Remote Control*, 1968, no. 9, 13841396.; translated from Avtomat. i Telemeh. 1968, vol.29, no. 9, 2942(Russian).

[10] Brandin, V.N. and Razoryonov, G.N., On nonlinear dynamic system observability condition, Automation and Remote Control, 1973, vol. 34, no. 9, 13671373; translated from Avtomat. i Telemeh. 1973, no. 9, 511(Russian).

[11] Vasilyuk, N., Vorobiev, M. and Tokarev, D., Attitude determination with the aid of a triple-antenna GNSS receiver without integer ambiguity resolutions integrated with a low-cost inertial measurement unit, *2019 DGON Inertial Sensors and Systems* (ISS), Braunschweig, Germany, 2019, pp. 1–18. doi: 10.1109/ISS46986.2019.8943610.

[12] Vasilyuk. N., Vorobiev. M. and Tokarev, D., Heading and attitude determination system with low-cost IMU embedded inside one of multiple antennas, *2018 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium* (PLANS), Monterey, CA, 2018, pp. 267–274. doi: 10.1109/PLANS.2018.837339.

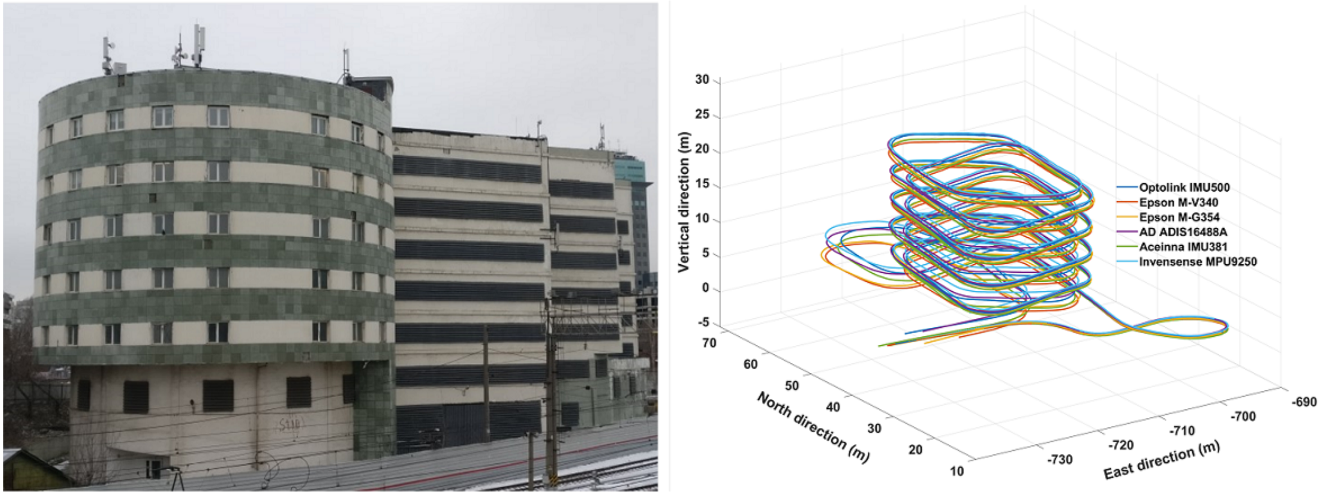


Рис.2. Внешний вид иногоуровневой парковки и семейство измеренных траекторий движения

TABLE I. ИИМ, ИСПОЛЬЗОВАВШИЕСЯ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ

IMU	IMU500	ADIS16488	MG354	MV340	IMU381ZA	MPU9250
Manufacturer	Optolink	Analog Dev	Epson	Epson	Aceinna	Invensense
DR time, sec	471 ± 21	472 ± 21	451 ± 21	469 ± 21	474 ± 21	470 ± 21
DT, meters	980 ± 8	981 ± 4	978 ± 6	972 ± 3	986 ± 2	969 ± 7
DR turn, deg	4255 ± 31	4261 ± 36	4266 ± 32	4260 ± 31	4260 ± 37	4260 ± 31
Plane Error RMS, %DT	0,13	0,41	1,20	0,58	0,15	0,64[a] 3,97[b]
Height Error RMS, %DT	0,15	0,13	0,13	0,05	0,07	0,37[a] 0,21[b]
Z-gyro SF error, % DR turn	0,02±0,01	0,04±0,01	0,21±0,01	0,09±0,01	0,03±0,01	0,08±0,01[a] 0,67±0,03[b]
Z-gyro SF error, % (Manufacturer Spec)	0,05	1,0	0,6	0,3	0,1	3

a. Значения получены с включённым алгоритмом оценивания масштабного коэффициента Z-гироскопа;

b. Значения получены с отключенным алгоритмом оценивания масштабного коэффициента Z-гироскопа;

Преимущества использования высокостабильных опорных генераторов в приемной аппаратуре сигналов ГНСС*

В.Б. Пудловский
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Менделеево, Московская область, Россия
pudlovskiy@vniiftri.ru

***Аннотация*—Обсуждаются преимущества решения навигационной задачи по сигналам трех навигационных космических аппаратов ГНСС и при использовании стандарта частоты в навигационной аппаратуре. Показана возможность решения навигационной задачи по алгоритму расширенного фильтра Калмана при приеме только трех навигационных сигналов без прогноза шкалы времени приемника в течение нескольких десятков минут только для высокостабильного опорного генератора.**

Ключевые слова—глобальные навигационные спутниковые системы, навигационная задача, миниатюрный стандарт частоты, расширенный фильтр Калмана, погрешности координат

I. Введение

При использовании сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) необходимо, чтобы навигационная аппаратура потребителя (НАП) располагала измерениями от четырех и более навигационных космических аппаратов (НКА) для определения координат и высоты объекта, а также для оценки поправки шкале времени приемника (ШВП) [1]. Режим абсолютного позиционирования по сигналам НКА для объекта в движении требует регулярной оценки этой поправки ШВП по отношению к шкале времени ГНСС из-за низкой долговременной, а часто и кратковременной, стабильности частоты кварцевого опорного генератора (КОГ), встроенного в НАП [1].

В сложных условиях наблюдения сигналов НКА, таких как городские каньоны, как правило, доступны менее четырех НКА одной ГНСС. Для обеспечения требуемой надежности навигационных определений в таких условиях актуально привлечение дополнительной информации, например о точной шкале времени приемника и/или высоте потребителя.

В настоящее время разработаны малогабаритные стандарты частоты, имеющих объем до нескольких десятков кубических сантиметров, с точностными характеристики, сравнимыми с уже существующими цезиевыми и рубидиевыми стандартами частоты. Наиболее перспективным вариантом сверхминиатюрного квантового стандарта частоты (СКСЧ) является стандарт частоты на основе эффекта когерентного пленения населенностей (КПН). Несмотря большое количество фирм, разрабатывающих такие миниатюрные стандарты, до коммерческого результата доведены изделия фирм «Microsemi» (США) и «Accubeat» (Израиль) [2, 3].

В 2019 г. ФГУП «ВНИИФТРИ» разработало российский СКСЧ на основе КПН [4] в атомах рубидия. Габариты СКСЧ позволяют использовать их вместо КОГ в составе НАП различного назначения.

Высокая стабильность частоты квантового стандарта делает хорошо предсказуемой смещение ШВП, и, таким образом, для определения координат и высоты потребителя требуются только три НКА. В зарубежной литературе преимущества прогноза ШВП для повышения качества навигации по сигналам ГНСС обсуждались уже давно [5] и исследуются в настоящее время в связи с развитием сверхминиатюрных стандартов частоты [6]. В работе [7] было проведено математическое моделирование сеансов навигации с прогнозом ШВП по сигналам только трех НКА и с использованием характеристик стабильности частоты реальных опорных генераторов (ОГ): КОГ типа ГК-99 (АО «Морион») и СКСЧ, разработанного во ФГУП «ВНИИФТРИ».

С целью оценки преимущества СКСЧ относительно КОГ в данной работе исследуются возможности определения координат и высоты в НАП с помощью расширенного фильтра Калмана (РФК) при обработке измерений только от трех НКА без прогноза ШВП.

II. Решение навигационной задачи на основе расширенного фильтра Калмана

Как известно, целью решения навигационной задачи (НЗ) в НАП является определение вектора состояния (ВС) потребителя по результатам измерения псевдодальностей не менее чем до четырех НКА [1]. Как правило, ВС x включает координаты и высоту антенны приемника, а также оценку смещения ШВП b. Высокостабильные генераторы, такие как СКСЧ, имеют низкие значения долговременной нестабильности частоты менее 10-11, и, следовательно, позволяют с высокой точностью прогнозировать смещение ШВП b. Результаты решения НЗ алгоритмом на основе метода наименьших квадратов (МНК) для измерений псевдодальностей трех НКА с учетом прогноза b были представлены в [7]. Однако, учет данных прогноза ШВП в моменты наблюдения менее 4-х НКА, требует модификации измерений псевдодальностей до решения НЗ. При этом, с учетом прогноза ШВП, фактически при решении НЗ используется дальномерный метод. Отсюда в НАП необходимо использовать разные алгоритмы НЗ в зависимости от количества принятых сигналов НКА, что не всегда удобно.

В данной работе использован алгоритм решения НЗ на основе РФК без прогноза ШВП в отдельном фильтре, как ранее показано в [6, 7]. Для оценки ВС по результатам измерения псевдодальностей и псевдоскоростей использован вариант известного алгоритма РФК из [1].

Для этого алгоритма ВС имеет следующий вид:

$$\mathbf{x} = \left| \mathbf{x}_D^T \quad \mathbf{x}_V^T \quad D' \quad V' \right|^T \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}_D = \left| x \quad y \quad z \right|^T$ и $\mathbf{x}_V = \left| \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \right|^T$ – трехмерные вектора положения и скорости приемника в геоцентрической системе координат (ГЦСК); $D' = b \cdot c$ – смещение ШВП относительно системной шкалы, выраженное в единицах дальности [м]; с – скорость света; $V' = \dot{b} \cdot \lambda$ – смещение частоты ОГ приемника относительно эталона системы, выраженное в [м/с]; λ – длина волны радиосигнала НКА.

В дискретном времени, динамическая модель РФК для ВС (1) детализирована следующим образом [1]:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\, \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\xi_{\mathbf{x},k-1}\,, \qquad (2)$$

где $\mathbf{x}_k$ обозначает значение ВС в эпоху k; $\mathbf{F}$ – представляет динамику ВС, выраженную для модели второго порядка следующим образом:

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{F}_1 \end{vmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{vmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{G}_2 \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{vmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \ \mathbf{G}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \ \mathbf{G}_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix},$$

где T обозначает интервал времени между двумя последовательными оценками ВС, представляющий период обновления наблюдений РФК.

Вектор формирующих шумов $\xi_{\mathbf{x},k}$ моделируется как вектор гауссовского белого шума с нулевым средним и дискретной ковариационной матрицей $\mathbf{Q}_{\xi\mathbf{x},k}$. Вектор $\xi_{\mathbf{x},k}$ включает шумы двух источников: шумы динамики положения приемника $\xi_{V,k}$ (составленный из шумов компонент вектора $\mathbf{x}_V$), а также шумы ШВП $\xi_{b,k}$ и частоты ОГ $\xi_{f,k}$, сгруппированные в один вектор как:

$$\xi_{\mathbf{x},k} = \left| \xi_{V,k}^{\mathrm{T}} \quad \xi_{b,k} \quad \xi_{f,k} \right|^{\mathrm{T}}.$$

Ковариационная матрица формирующих шумов в дискретном времени имеет вид:

$$\mathbf{Q}_{\xi\mathbf{x},k} = \begin{vmatrix} \mathbf{Q}_{\xi V,k} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{\xi g,k} \end{vmatrix}, \ \mathbf{Q}_{\xi V,k} = \begin{vmatrix} Q_{\xi\dot{x},k} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{\xi\dot{y},k} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{\xi\dot{z},k} \end{vmatrix}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{Q}_{\xi V,k}$ включает компоненты дисперсий шумов для проекций вектора скорости приемника на оси ГЦСК.

Для данного РФК второго порядка модель динамики координат приемника и вид матрицы $\mathbf{Q}_{\xi V,k}$ заимствованы из [1] без изменений. Особенности матрицы $\mathbf{Q}_{\xi g,k}$ обсуждаются в следующем разделе.

Модель вторичных наблюдений псевдодальностей $\tilde{\mathbf{R}}_k$ и псевдоскоростей $\tilde{\mathbf{V}}_k$ сформирована на основе оценок задержек и доплеровского сдвига частоты сигналов N наблюдаемых НКА. В векторном виде эта модель может быть представлена как [1]:

$$\mathbf{y}_{R,k} = \tilde{\mathbf{R}}_k\left(\mathbf{x}_k\right) + \mathbf{n}_{R,k}\,,\ \mathbf{y}_{V,k} = \tilde{\mathbf{V}}_k\left(\mathbf{x}_k\right) + \mathbf{n}_{V,k}\,, \qquad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_k\left(\mathbf{x}_k\right) = \left| R_{1,k} + D'_k \quad R_{2,k} + D'_k \quad \ldots \quad R_{N,k} + D'_k \right|^{\mathrm{T}},$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_k\left(\dot{\mathbf{x}}_k, \mathbf{x}_k\right) = \left| V_{1,k} + V'_k \quad V_{2,k} + V'_k \quad \ldots \quad V_{N,k} + V'_k \right|^{\mathrm{T}},$$

где $R_{i,k}$ и $V_{i,k}$ – дальность от приемника до i-го НКА и ее производная; $\mathbf{n}_{R,k}$ и $\mathbf{n}_{V,k}$ - вектора погрешностей оценок в приемнике псевдодальности и псевдоскорости соответственно. Дискретные процессы $\mathbf{n}_{R,k}$ и $\mathbf{n}_{V,k}$ моделируются как некоррелированные белые гауссовские шумы с нулевым средним и дисперсиями $\mathbf{D}_{R,k}$ и $\mathbf{D}_{V,k}$ соответственно.

Уравнения алгоритма РФК для таких наблюдений (3) заданы выражениями (6.233) и (6.234) из [1] и поэтому здесь не представлены.

Отличия использованного при моделировании варианта РФК от представленного в [1] следующие:

применено дополнительное усреднение $\hat{V}_k'$ (оценок частоты ОГ) в течение последних 30 с после окончания наблюдения не менее 4-х НКА;

изменен вид матрицы формирующих шумов $\mathbf{Q}_{\xi g,k}$ в соответствии с принятой моделью ШВП для конкретных типов ОГ.

III. Модель шкалы времени потребителя для РФК

Для использования в РФК определена упрощенная дискретная модель шумов ШВП с двумя состояниями [8], которую запишем по аналогии с [1] как:

$$D'_k = D'_{k-1} + TV'_{k-1} + \xi_{b,k-1}\,,\ V'_k = V'_{k-1} + \xi_{f,k-1}\,. \ (4)$$

Для моделирования процессов $\xi_{b,k}$ и $\xi_{f,k}$ необходимо задать значения спектральной плотности мощности фазовых шумов и шумов частоты конкретного типа ОГ. Для определения значений дисперсий дискретных шумов в (4) использованы графики дисперсии Аллана, построенные по результатам испытаний СКСЧ во ФГУП «ВНИИФТРИ» и кварцевых ОГ из работы [10]. По этим экспериментальным данным получены значения параметров $h\alpha$ полинома для известной аппроксимации дисперсии Аллана частоты ОГ [6]. Эти параметры могут быть использованы для расчета элементов матрицы $\mathbf{Q}_{\xi g,k}$. В [9] элементы этой ковариационной матрицы получены для хорошо известной модели часов с двумя состояниями [8] при использовании только параметров h_0 и h_{-2}.

На основании моделей часов [8, 9], матрица $\mathbf{Q}_{\xi g,k}$ может быть представлена в следующем виде

$$\mathbf{Q}_{\xi g,k} = \begin{vmatrix} \frac{h_0 T}{2} + \frac{2\pi^2 h_{-2} T^3}{3} & \pi^2 h_{-2} T^2 \\ \pi^2 h_{-2} T^2 & 2\pi^2 h_{-2} T \end{vmatrix}.$$

Значения параметров дисперсии Аллана, необходимые для моделирования двух типов ОГ (кварцевый типа ГК-99 и СКСЧ) приведены в табл. 1.

TABLE I. ПАРАМЕТРЫ ДИСПЕРСИИ АЛЛАНА

Тип ОГ	Параметры		
	h_0	h_{-1}	h_{-2}
ГК-99	-	-	$2{,}5{\cdot}10^{-21}$
СКСЧ	$2{,}3{\cdot}10^{-22}$	$4{,}4{\cdot}10^{-25}$	$3{,}5{\cdot}10^{-29}$

Задавая конкретные значения элементов матрицы $\mathbf{Q}_{\xi g,k}$ для выбранного типа ОГ и требования к максимально допустимой погрешности определения координат можно оценить длительность интервала навигации с использованием алгоритма РФК по сигналам трех НКА без отдельного прогноза ШВП.

Представленные в Таблице 1 данные для моделирования ШВП вместе с экспериментально полученными реализациями набега фазы двух типов ОГ использованы для математического моделирования сеансов навигации НАП с использованием РФК. Целью этого моделирования является оценка длительности интервала навигации по сигналам трех НКА без отдельного прогноза ШВП с максимально допустимой погрешностью ВС, например координат и высоты, для генераторов разного типа (КОГ и СКСЧ).

IV. Результаты моделирования навигационной задачи

Для моделирования была использована программно-математическая модель (ПММ) на основе статистических эквивалентов корреляторов в НАП [7]. Модель реализована на основе процедурного программирования в системе MATLAB/Octave и представляет собой совокупность взаимодействующих m-файлов (функций). Компоновка основных блоков модели алгоритма НЗ соответствует структуре НАП, т.е. включает: модели дискриминаторов для каждого канала приема сигнала НКА, модель ШВП, а также алгоритм решения НЗ с использованием РФК. В ПММ приняты следующие допущения: алгоритм НАП работает в режиме слежения за сигналами (режим поиска не рассматривается); не учитываются погрешности, обусловленные рефракцией в атмосфере и переотражением сигналов НКА; НКА движутся по невозмущенным орбитам.

Для моделирования НЗ на длительных интервалах использованы файлы измерений набега фазы опорной частоты генераторов, полученные экспериментально: для КОГ предоставлены А. Шатиловым [10], для СКСЧ предоставлены специалистами ФГУП «ВНИИФТРИ».

Были определены следующие исходные данные и условия моделирования: наблюдение 10 НКА (5 ГЛОНАСС и 5 GPS); использованы только открытые сигналы ГНСС (СТ и C/A коды соответственно); отношение мощности сигнал/шум для всех НКА C/N_0 = 35 дБГц; темп решения НЗ 0,1 с; темп моделирования схем слежения НАП 1 мс. Значения геометрических факторов для этих 10 НКА составили: HDOP = 0,95; VDOP = 0,9.

Далее представлены отдельные результаты расчета погрешности навигационных определений для стационарного (см. табл. 2) и динамичного объектов (см. табл. 3, 4). По сценарию НЗ решалась по алгоритму РФК по сигналам 10 НКА в течение 200 с и далее по трем НКА без отдельного прогноза ШВП. В столбце «Интервал навигации» приведены значения периода, в течение которого погрешность определения координат не превышает 5 м. Статистические характеристики погрешностей получены для указанного интервала.

TABLE II. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ВЫСОТЫ В СТАТИКЕ

Тип ОГ	Мат. ожидание / СКО, м			Интервал навигации, с
	x	*y*	*H*	
ГК-99	0,79/1,20	1,12/1,76	0,34/0,66	**50**
СКСЧ	0,23/0,84	0,33/0,36	0,25/0,45	**1800**

Для подвижного объекта моделировалась траектория летального аппарата при полете по кругу радиусом 350 м с постоянной линейной скоростью 40 м/с.

TABLE III. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ И ВЫСОТЫ В ДИНАМИКЕ

Тип ОГ	Мат. ожидание / СКО, м			Интервал навигации, с
	x	*y*	*H*	
ГК-99	1,66/1,11	2,96/1,53	0,10/1,77	**65**
СКСЧ	1,46/1,61	1,43/1,22	0,71/1,36	**1523**

TABLE IV. ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

Тип ОГ	Мат. ожидание / СКО, м/с			Интервал навигации, с
	x	*y*	*H*	
ГК-99	0,03/0,16	0,09/0,21	0,03/0,12	**65**
СКСЧ	0,00/0,19	0,00/0,06	0,00/0,08	**1523**

V. Обсуждение результатов

Результаты моделирования показали возможность использования РФК для определения координат, высоты и компонент вектора скорости по сигналам 3-х НКА после наблюдения не менее 4-х НКА без отдельного прогноза шкалы времени в отдельном фильтре, как ранее показано в [6, 7]. Длительность эффективного использования трех НКА для оценки координат и высоты в РФК с необходимой точностью зависит от динамики объекта, параметров модели ШВ, а также во многом определятся погрешностями оценки псевдодальности и ее производной.

Моделирование НЗ с использованием реальных данных СКСЧ показало возможность определять с помощью РФК координаты и высоту по сигналам только 3-х НКА с погрешностью не более 5 м в течение не менее 30 минут для неподвижного потребителя и не менее 12 минут для динамичного объекта. Интервал эффективного использования для такого режима навигационных определений РФК с параметрами кварцевых ОГ с нестабильностью частоты хуже 10-7, например ГК-99, не превышает 60 с даже для неподвижного приемника.

Сравнительный анализ данных в Таблице 2 и результатов из [7], показывает, что предложенный варианта РФК позволяет снизить СКО оценок координат и высоты до 2 раз (для неподвижного объекта) по сравнению с решением НЗ методом наименьших квадратов по сигналам трех НКА и с прогнозом шкалы времени НАП.

VI. Заключение

Использование в РФК параметров модели нестабильности частоты ОГ позволяет после наблюдения 4-х НКА продолжить оценивать координаты, высоту и скорость объекта по сигналам 3-х НКА без прогноза ШВ в отдельном фильтре.

С помощью имитационного моделирования получена оценка интервала эффективного использования в РФК измерений параметров сигналов только 3-х НКА для навигационных определений с заданной погрешностью.

Длительность интервала эффективного использования 3-х НКА в РФК с параметрами модели ШВ сверхминиатюрного квантового стандарта частоты составляет несколько десятков минут. Это значение в десятки раз больше, чем длительность интервала навигации для модели с параметрами нестабильности частоты кварцевых опорных генераторов.

Более продолжительный интервал эффективного использования сигналов трех НКА убедительно показывает преимущества применения в НАП сверхминиатюрного квантового стандарта частоты по сравнению с кварцевыми опорными генераторами при определении координат, высоты и компонент вектора скорости.

Дальнейшая работа будет включать исследование навигации по сигналам 3-х НКА с использованием модели ШВ с тремя состояниями и полевые испытания российского СКСЧ в составе макета перспективной НАП.

Литература

[1] ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

[2] Электронный ресурс: http://www.accubeat.com/product-item/nano-atomic-clock-nac1 (дата обращения: 15.04.2020).

[3] Электронный ресурс: https://www.microsemi.com/product-directory/clocks-frequency-references/3824-chip-scale-atomic-clock-csac (дата обращения: 15.04.2020).

[4] В России создан сверхминиатюрный стандарт частоты для 5G и «беспилотников» / Электронный ресурс: http://www.vniiftri.ru/ru/news-ru/item/676-v-rossii-sozdan-sverkhminiatyurnyj-standart-chastoty-dlya-5g-i-bespilotnikov (дата обращения: 15.04.2020).

[5] Sturza, M., GPS Navigation using Three Satellites and a Precise Clock, *Navigation*, 1983, vol.30, Summer, no.2, pp.146–156.

[6] Krawinkel, T., Improved GNSS navigation with chip-scale atomic clocks: PhD thesis: München: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 2018.

[7] Пудловский, В.Б. Использование сверхминиатюрного рубидиевого стандарта частоты для навигации по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем // Успехи современной радиоэлектроники. 2019. №12. С. 134–141.

[8] Zucca, C., Tavella, P., The clock model and its relationship with the Allan and related variances, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 2005, no. 2, vol. 52, pp. 289–295.

[9] McNeill, J., Razavi, S., Vedula, K., Brown, D.R., Experimental characterization and modeling of low-cost oscillators for improved carrier phase synchronization, *2017 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference* (I2MTC), Turin, 2017, pp. 1–6.

[10] Shatilov, A.Y., Reference Oscillator Short-Term Drift as it's Sensed by GNSS Receiver, *Proceedings of the 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation* (ION GNSS+ 2014), Tampa, Florida, September 2014, pp. 2625–2634.

Построение траекторий трехимпульсного подлета к Фобосу с выходом на сферу Хилла Марса на основе решения серии задач Ламберта*

А.С. Самохин
38 лаборатория
ИПУ РАН, МГУ
Москва, Россия
samokhin@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-0821-050X

М.А. Самохина
38 лаборатория
ИПУ РАН
Москва, Россия
ph@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-7043-706X

***Аннотация*—Рассматривается задача оптимизации экспедиции к Фобосу с возвратом к Земле в импульсной постановке. Траектория представляет собой комбинацию решений задач Ламберта. Задача решается численно с учетом эфемерид. Оценивается выигрыш при трехимпульсном подлете к Фобосу по сравнению с прямой схемой перелета.**

Ключевые слова—трехимпульсный подлет, задача Ламберта, оптимизация межпланетных перелетов, экспедиция к Марсу, Фобос

I. ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается актуальная задача о доставке образцов грунта со спутника Марса Фобоса на Землю [1]. Данной задаче посвящено множество работ (см. [2] и библиографию к ней). Рассматривается траекторная часть миссии. В настоящий момент полного математического исследования задачи с построением сквозной оптимальной экстремали нет, при этом Российская Федерация и Япония планируют осуществить миссию к Фобосу в ближайшем будущем. В настоящей работе рассматривается задача оптимизации межпланетного перелета космического аппарата (КА) от Земли к Фобосу с возвратом обратно к Земле в импульсной постановке.

Рассмотрение задач оптимизации космических перелетов в импульсной постановке позволяет надежно получить хорошее начальное приближение для дальнейшего исследования задачи в более реалистичных и сложных постановках с непрерывной тягой, например, на основе принципа максимума Л.С. Понтрягина. В данной работе траектория перелета представляет собой комбинацию решений задач Ламберта. Задачи Ламберта решаются численно на ЭВМ с учетом эфемерид. Их комбинация оптимизируется внешними градиентными методами.

Работа посвящена описанию методов численного решения задачи, полученным при численном моделировании результатам. Особое внимание уделяется сравнению схемы трехимпульсного подлета к Фобосу с прямой схемой выведения.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В начальный момент времени КА находится на круговой орбите искусственного спутника Земли высоты 200 км с наклоном к экватору, соответствующим выведению с космодрома Байконур. В конечный момент времени первой части миссии КА садится на Фобос: положение и скорость КА совпадают с положением и скоростью центра масс Фобоса.

КА и Фобос представляют собой непритягивающие материальные точки. Дата старта миссии ограничена: КА стартует с 2020 по 2030 год. Общая продолжительность миссии ограничена 1500 днями. Для успешного забора грунта КА должен находиться на Фобосе не менее 30 дней. Гравитационные поля Солнца, Земли, Марса считаются центральными ньютоновскими. Положения Земли и Марса соответствует эфемеридам DE424, Фобоса – MAR097.

При прямой схеме попадания в Фобос предполагается, что в сфере действия Земли и Марса для подлета к планете или отлета от нее может быть реализовано от 1 до 2 импульсов, которыми осуществляется управление. При рассмотрении схемы с трехимпульсным подлетом к Фобосу предполагается наличие дополнительно двух импульсов в сфере действия Марса.

После забора проб грунта КА стартует от Фобоса обратно к Земле и в конечный момент времени всей миссии тормозится об атмосферу Земли, в модели ее притяжение на последнем участке не учитывается. В зависимости от схемы перелета минимизируется сумма 6 или 8 величин импульсов. Долгота восходящего узла исходной орбиты и положение КА на ней, времена реализации импульсов и положения КА в пространстве в моменты импульсов оптимизируются.

На каждом участке траектории учитывается притяжение только одного притягивающего центра. Благодаря этому задача может рассматриваться как серия задач Ламберта, а именно, каждый перелет между соседними импульсами в сфере действия одной планеты, между импульсом и пересечением сферы действия планеты, между пересечением сфер действия соседних планет представляет собой задачу Ламберта. Всего в описании экспедиции задействовано 7-8 задач Ламберта.

III. ТРЕХИМПУЛЬСНЫЙ ПОДЛЕТ К ФОБОСУ

Рассматривается следующая схема перелета (Рис. 1). Для сближения с Фобосом вначале дается тормозной импульс по направлению скорости КА в точке 2 – перицентре подлетной траектории, находящемся на расстоянии 50 км от поверхности Марса. Этот импульс необходим для выхода на сферу Хилла Марса, он не поворачивает плоскость орбиты КА. Точка 2 находится на линии узлов подлетной плоскости и плоскости Фобоса.

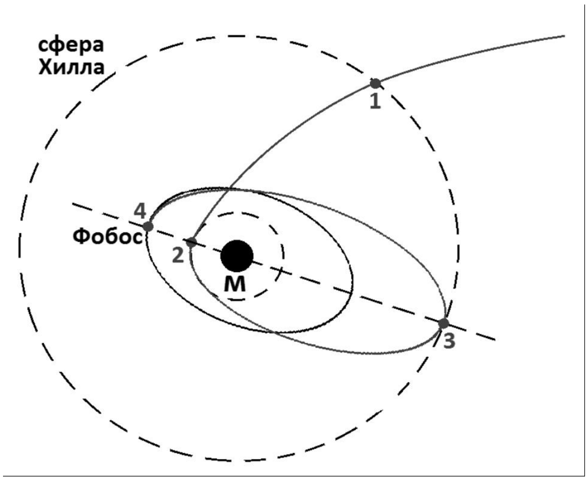


Рис. 1. Схема трехимпульсного подлета к Фобосу, М – Марс.

На сфере Хилла в точке 3 дается импульс, необходимый для подъема перицентра орбиты и для ее поворота до плоскости Фобоса. Точка 3 также находится на пересечении подлетной плоскости и плоскости Фобоса. Далее в точке 4 дается тормозной импульс по скорости, необходимый для выравнивая скорости КА со скоростью Фобоса. Для попадания в точку 4 решается задача фазировки. Перелеты КА из точек 2 в 3 и из 3 в 4 считаются гомановскими, соответствующие им импульсы вычисляются аналитически. Основная идея заключается в том, что гасить импульсом избыток скорости в точке 4, напрямую попадая в нее после точки 1, невыгодно из-за существенно разных направлений векторов скорости КА при прямом подлете к точке 4 и Фобоса в точке 4. Повернуть же вектор скорости в точке 3 можно затратив существенно меньше характеристической скорости.

IV. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Задача решается численно, авторами реализован программный комплекс для ЭВМ на языке С с использованием пакета НАСА SPICE для учета эфемерид [3]. Вначале производится грубая внешняя оптимизации без учета притяжения Земли и Марса. Полученные траектории проверяются на оптимальность выписыванием условий второго порядка [4].

Затем в окрестности лучших из найденных траекторий добавляется учет притяжения планет. Траектории перелета внутри сферы действия одного притягивающего центра строятся на основе решения задачи Ламберта с использованием универсального уравнения Кеплера (1):

$$\tau = r_0 s c_1 + \vec{r}_0 \cdot \vec{v}_0 s^2 c_2 + \mu s^2 c_2 , \qquad (1)$$

где $\vec{r}_0$ – радиус-вектор начального положения КА, $\vec{v}_0$ – искомая скорость в начальный момент времени, τ – заданное время перелета, μ – гравитационный параметр притягивающего центра, s – фиктивное время, такое что $\dot{s} = \frac{1}{r}$, $s(t_0) = 0$, где t_0 – начальное время перелета, $c_1 = \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ и $c_2 = \frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$ – функции Штумпфа для $x = -hs^2$, где $h = v^2 - \frac{2\mu}{r}$ – интеграл энергии. Решение задачи Ламберта сводится к поиску модифицированным методом Ньютона корней нелинейного уравнения с 1 неизвестной и заданным начальным приближением. Соответствующая методика описана в [4], [5].

Комбинация полученных в результате решения задач Ламберта траекторий оптимизируется по 18 параметрам задачи методом градиентного спуска. При этом в качестве начального приближения берутся узлы сетки параметров задачи, и данная сетка последовательно измельчается.

V. РЕЗУЛЬТАТЫ

Поставленную задачу удалось решить численно. Окна старта к Марсу открываются каждые 2 года, построена зависимость функционала от даты старта. Получено более 50 локально-оптимальных траекторий, к каждой из которых описанный метод сошелся несколько сотен раз. Оптимальным временем старта КА является ноябрь 2026 года. КА летит к Марсу 312 дней, затем сидит на Фобосе 365 дней, после чего за 340 дней возвращается к Земле. Импульс у Земли составляет 3.6 км/с, импульсы у Марса при прямой схеме попадания в Фобос составляют 2.0 км/с и 1.8 км/с.

Все промежуточные импульсы на сферах действия планет и сфере Хилла в точке 1 (Рис. 1) получились равными 0. Время перелета по гомановским траекториям при трехимпульсном подлете к Фобосу от точки 2 до точки 3 и от точки 3 до точки 4 составляет 63 дня, что позволяет реализовать такой маневр в рамках миссии. Величина импульса в точке 3 составляет лишь 20 м/с., в точке 2 – 0.6 км/с, в точке 4 – 0.8 км/с. Выигрыш трехимпульсной схемы подлета к Фобосу по сравнению с прямым попаданием КА из точки 1 в точку 4 составляет 437 м/с или 22% от общей величины тормозного импульса у Марса.

Фазировка с Фобосом, совершающим оборот вокруг Марса за 7 часов 39 минут, в точке 4 достигалась незначительным уменьшением высоты орбиты КА в точке 3.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе моделировалась миссия к Фобосу в импульсной постановке. В результате численной оптимизации на ЭВМ была построена комбинация траекторий, являющихся решениями задач Ламберта, реализующая необходимые перелеты к марсианскому спутнику и обратно к Земле. Дополнительно оптимальность экспедиции в случае безвиткового подлета к Фобосу проверена на основе принципа максимума Понтрягина в более сложной постановке [6].

Сравнение полученных при исследовании разных схем полета результатов позволяет судить о целесообразности совершения трехимпульсного маневра при подлете к Фобосу.

Дальнейшие исследования будут направлены на решение задачи с подобным трехимпульсным маневром в более реалистичных постановках: на основе принципа Лагранжа с учетом всех притягивающих центров на каждом участке траектории и на основе принципа максимума Понтрягина с кусочно-непрерывной ограниченной тягой КА.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность к.ф.-м.н., доц. кафедры вычислительной математики Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Григорьеву И.С., к.ф.-м.н., доц. кафедры общих проблем управления Механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова Заплетину М.П. за плодотворное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Энеев Т.М. Актуальные задачи исследования дальнего космоса // Космические исследования. 2005. Т. 43. №6, С. 403–407.

[2] Фобос-Грунт. Проект космической экспедиции. Научное издание в двух томах. Том 1, 2. Москва, ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина» Роскосмоса, Учреждение Российской академии наук Институт космических исследований РАН, 2011. 519 с.

[3] Samokhina, M.A., Samokhin, A.S., Zapletin, M.P., Grigoriev, I.S. Method of optimal trajectories design for a spacecraft with a jet engine of a large limited thrust in problems with the phasing condition, *Advances in the Astronautical sciences*, 2018, vol. 161, pp. 711–730.

[4] Samokhin, A.S., Samokhina, M.A. Verification of the second-order optimality conditions in the modeling of the SC expedition with the returning to the Earth based on two Lambert’s problems solving, *Advances in the Astronautical sciences*, 2018, vol. 161, pp. 843–862.

[5] Samokhin, A.S. Optimization of expedition to Phobos using the impulse control and solution to Lambert problems taking into account attraction of the Earth and Mars, *Moscow University Mathematics Bulletin*, 2014, vol. 69, no.2, pp. 84–87. doi: 10.3103/ S0027132214020089.

[6] Samokhin, A.S., Samokhina, M.A., Grigoriev, I.S., Zapletin, M.P. The optimization of interplanetary flight to Phobos with a jet engine of combined low and high limited thrust, Advances in the Astronautical sciences, 2020, vol. 170, pp. 213–227.

Выбор начальных условий движения, обеспечивающих техническую устойчивость группового полета космических аппаратов*

И.В. Белоконов
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
ibelokonov@mail.ru

М.С. Щербаков
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
sherbakov.m.s@mail.ru

***Аннотация*—В статье рассматривается пассивное относительное движение двух КА в одной орбитальной плоскости с учетом второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли. Космический аппарат-инспектор совершает движение в окрестности инспекционного эллипса, в центре которого располагается исследуемый КА. Проведен анализ инспекционного движения для различных орбит. Предлагается алгоритм выбора начальных условий движения обоих КА, обеспечивающих на заданном интервале времени допустимое отклонение относительной траектории КА-инспектора от номинальной. Результаты численного моделирования подтверждают найденные условия устойчивости, что позволяет снизить затраты топлива на поддержание инспекционного движения.**

***Ключевые слова*—относительное движение КА, пассивная инспекция, не центральность поля притяжения, техническая устойчивость, модель выбора начальных условий движения**

I. Введение

В настоящее время для решения ряда фундаментальных и прикладных задач планируются космические эксперименты, в которых космические аппараты (КА) совершают групповой полет на близких расстояниях и решают совместную целевую задачу [1], [2]. Особенно это стало актуальным при возникновении малых КА микро и нано классов, низкая стоимость которых позволяет развертывать в космосе большие группировки. Примером их использования является задача изучения геомагнитного поля и ионосферы Земли при проведении единовременных однотипных научных измерений в разных точках околоземного пространства [3]. Актуальной также является задача обеспечения инспекционного движения, при котором один КА-инспектор (или группа КА) совершает периодический облет интересуемого КА (или какого-то объекта). Инспекционное движение применяется при проведении разнообразных сложных операций на орбите, включающих сближение, стыковку (расстыковку), монтаж конструкций, проведение ремонтных работ, наблюдение за космическим мусором и прочее. В работе рассматривается пассивное инспекционное движение, не предусматривающее коррекцию траектории. В этом случае задача состоит в выборе орбиты спутника-инспектора, чтобы в течение максимально возможного промежутка времени можно было бы решать целевую задачу. Принципиальная осуществимость такого движения показана в работе [4], где приведены соотношения между параметрами орбит КА, при которых инспекционная траектория будет замкнутой. Из условия равенства орбитальных энергий за счет выбора начальных условий движения обоих КА можно обеспечить замкнутую инспекционную траекторию при движении в центральном поле притяжения, если движение будет происходить без влияния атмосферы [5]. В данной работе рассматривается возмущенное инспекционное движение КА-инспектора относительно исследуемого объекта. Ставится и решается задача обеспечения технической устойчивости (термин техническая устойчивость применяется для систем, не имеющих установившегося режима [6]) относительного движения за счет выбора начальных условий движения обоих КА, при которых отклонения возмущенного движения от номинального инспекционного эллипса не будет превышать заданной величины в течение длительного промежутка времени.

II. Постановка задачи

В работе рассматривается близкое относительное движение двух КА, орбиты которых компланарны, с учетом второй зональной гармоники разложения гравитационного потенциала Земли. КА-инспектор ($КА_И$) совершает пассивное движение по инспекционному эллипсу относительно исследуемого объекта ($КА_О$). Для описания возмущенного инспекционного движения $КА_И$ используются абсолютная геоцентрическая система координат (АГСК) $O_гX_гY_гZ_г$ и орбитальная система координат (ОСК) OXYZ, начало координат которой связано с $КА_О$. Расположение осей ОСК показано на рис. 1 (ось OX направлена по радиусу-вектору $\vec{r}_o$, ось OY лежит в плоскости орбиты $КА_О$ и направлена в сторону его движения, а ось OZ дополняет систему координат до правой), $\vec{V}_o = \left[V_{xго}\ V_{yго}\ V_{zго}\right]^T$, $\vec{r}_o = \left[x_{го}\ y_{го}\ z_{го}\right]^T$ – вектор скорости и радиус-вектор $КА_О$ в АГСК, $\vec{\rho}_u$ – радиус-вектор $КА_И$ в ОСК. Оба спутника в начальный момент времени имеют одинаковую долготу восходящего узла и наклонение орбиты.

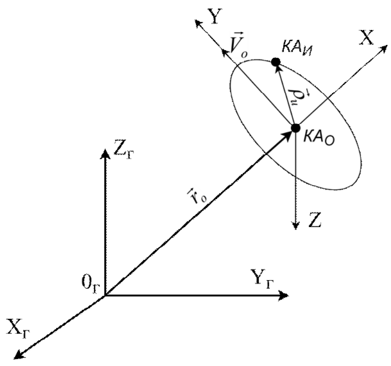


Рисунок 1

Математическая модель, описывающая фундаментальные закономерности относительного движения КА$_И$ в ОСК, записанная для центрального поля притяжения Земли и имеет вид [5], где $\dot{\theta}_o, \ddot{\theta}_o$ – угловая скорость и ускорение орбитального движения КА$_О$.

$$
\begin{aligned}
&\ddot{x} - 2\dot{\theta}_o\dot{y} - \dot{\theta}_o^2 - \ddot{\theta}_o y = \frac{\mu}{|\vec{r}_o|^2} - \frac{\mu(|\vec{r}_o| + x)}{\left((|\vec{r}_o| + x)^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} \\
&\ddot{y} + 2\dot{\theta}_o\dot{x} + \ddot{\theta}_o x - \dot{\theta}_o^2 y = -\frac{\mu y}{\left((|\vec{r}_o| + x)^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}} \\
&\ddot{z} = -\frac{\mu z}{\left((|\vec{r}_o| + x)^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}}
\end{aligned}
\tag{1}
$$

При допущениях о движении КА$_О$ по круговой орбите и о малости расстояния между обоими КА, выбор номинального инспекционного движения обычно осуществляется на основе аналитических решений уравнений *Hill*–Clohessy–*Wiltshire* [7], из которых следуют соотношения для замкнутого инспекционного эллипса: большая полуось эллипса в два раза больше малой $a = 2b$ (рис. 2). Период движения КА$_И$ по инспекционному эллипсу равен орбитальному периоду КА$_О$. При этом в центре эллипса размещается КА$_О$, а начальные условия движения КА$_И$ должны удовлетворять соотношениям:

$$
\vec{\rho}_{uo} = \left(x_o, y_o, 0, V_{xo} = \frac{y_o\dot{\theta}_o}{2}, V_{yo} = -2x_o\dot{\theta}_o, 0\right)^T \tag{2}
$$

Однако в нормальном поле относительное движение не может совершаться по замкнутым орбитам и возмущенное движение будет представлять собой циклоиду, смещающуюся систематически (рис. 2).

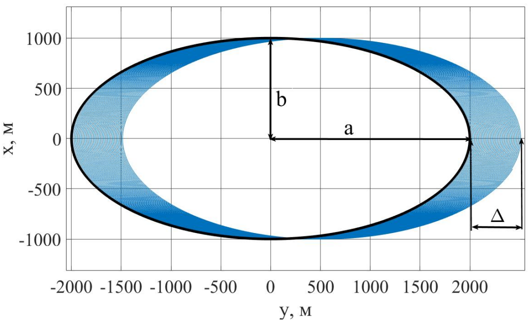


Рисунок 2

Поэтому в качестве контролируемого показателя отклонения возмущенного относительного движения от номинального инспекционного эллипса (НИЭ) рассматривается смещение Δ в точке пересечения инспекционного движения КА$_И$ с осью OY в ОСК (реперной точки), отнесенное к величине большой полуоси НИЭ.

В данной работе ставится и решается задача разработки методики выбора начальных условий движения обоих КА, при которых отклонение возмущенного движения от выбранного опорного движения Δ не превышает наперед заданного значения Δ_{max} в пределах интервала времени, не меньшего заданного t^* (условие технической устойчивости):

$$
\bar{\Delta} = \frac{\Delta\left(i_o, \theta_o, H_o, e_o, \vec{\rho}_{uo}, t^*\right)}{a} \le \Delta_{max}, \tag{3}
$$

где i_o, θ_o, H_o, e_o соответственно, наклонение, начальный аргумент широты, высота орбиты и эксцентриситет КА$_О$ в начальный момент времени; $\vec{\rho}_{uo}, t^*$ – вектор начальных условий КА$_И$ в ОСК и минимальное время выполнения условия технической устойчивости.

Основным возмущающим фактором, влияющим на деформацию траектории НИЭ, наряду с нелинейным характером центрального поля притяжения, является вторая зональная гармоника гравитационного потенциала Земли [8]. Проведем исследование пассивного инспекционного движения для модели нормального поля притяжения Земли, учитывающего зональную гармонику J_2. Чтобы оценить смещение реперной точки необходимо провести моделирование движения обоих КА в АГСК. Для этого используется следующий алгоритм:

- расчет начальных условий движения КА$_О$ в АГСК, в соответствии с принятыми параметрами орбиты i_o, θ_o, H_o, e_o:

$$
\begin{aligned}
&\vec{r}_o = \boldsymbol{M}^{-1}(\theta_o)\begin{bmatrix} r_o & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\
&\vec{V}_o = \dot{\vec{r}}_o
\end{aligned}
\tag{4}
$$

- перевод начальных условий движения КА$_И$, соответствующих нахождению на номинальном инспекционном эллипсе (2), из ОСК в АГСК:

$$
\begin{aligned}
&\vec{r}_u = \vec{r}_o + \boldsymbol{M}^{-1}(\theta_o)\vec{\rho}_{u0} \\
&\vec{V}_u = \vec{V}_o + \boldsymbol{M}^{-1}(\theta_o)\dot{\vec{\rho}}_{u0} + \dot{\vec{\theta}}_o \times \left(\boldsymbol{M}^{-1}(\theta_o)\vec{\rho}_{u0}\right)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

где $\vec{V}_u, \vec{r}_u$ – вектор скорости, радиус-вектор КА$_И$ в АГСК, $\dot{\vec{\rho}}_{uo} = \begin{bmatrix} V_{xo} & V_{yo} & 0 \end{bmatrix}^T$ – вектор относительной скорости КА$_И$ в ОСК, $\boldsymbol{M}(\theta_o)$ – матрица $\boldsymbol{M}(\theta)$, использующаяся для пересчета из АГСК в ОСК, записанная для $\theta = \theta_o$:

$$
\boldsymbol{M}(\theta) = \begin{bmatrix}
\cos\Omega_o\cos\theta - \sin\Omega_o\cos i_o\sin\theta & \cos\theta\sin\Omega_o + \sin\theta\cos i_o\cos\Omega_o & \sin\theta\sin i_o \\
-\sin\theta\cos\Omega_o - \cos\theta\cos i_o\sin\Omega_o & -\sin\Omega_o\sin\theta + \cos i_o\cos\Omega_o & \cos\theta\sin i_o \\
\sin i_o\sin\Omega_o & -\sin i_o\cos\Omega_o & \cos i_o
\end{bmatrix}
$$

- моделирование движения обоих КА в АГСК и вычисление вектора относительной дальности между двумя КА в АГСК:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_u - \vec{r}_o \tag{7}$$

- преобразование вектора относительной дальности из АГСК в ОСК:

$$\vec{\rho}_u = \boldsymbol{M}(\theta)\Delta\vec{r} \tag{8}$$

III. Параметрические исследования инспекционного движения в нормальном поле притяжения

Выполнено обширное численное исследование с целью отыскания таких начальных условий движения обоих КА, для которых условие технической устойчивости (3) с $\Delta_{max} = 0,05$ будет выполняться на интервале времени t^*>60 суток, что соответствует требованиям большинства низкоорбитальных миссий.

При этом рассматривались следующие диапазоны круговых орбит КА$_О$: $H_o = (500-1000)$ км, $i_o = (45-90)^\circ$.

Для определенности принято, что в начальный момент времени КА$_И$ смещен по оси ОХ от 250 м до 2000 м, то есть имеет координаты ($x_0 = x(0)$, $y_0 = 0$), что при выполнении условий по проекциям скорости относительного движения $V_{xo} =\ 0$ и $V_{yo} = -2x_0\dot{\theta}_o$ будет соответствовать параметрам НИЭ с малой полуосью $b = x_0$ и большой полуосью $a = 2x_0$.

Исследование показало, что для рассмотренного типа начального положения КА$_И$ в ОСК критически важным является выбор начального значения аргумента широты θ_o для обеспечения длительного инспекционного пассивного движения относительно КА$_О$. Обнаружены такие значения θ_o , для которых время достижения предельно допустимого смещения $\Delta_{max} = 0,05$ составляет несколько месяцев. Для примера на рис. 3 приведено изменение времени непревышения предельного значения смещения реперной точки на интервале изменения θ_o от 0^0 до 180^0 для наклонения $i_o = 63,4^0$ и высоты орбиты $H_o = 500$ км.

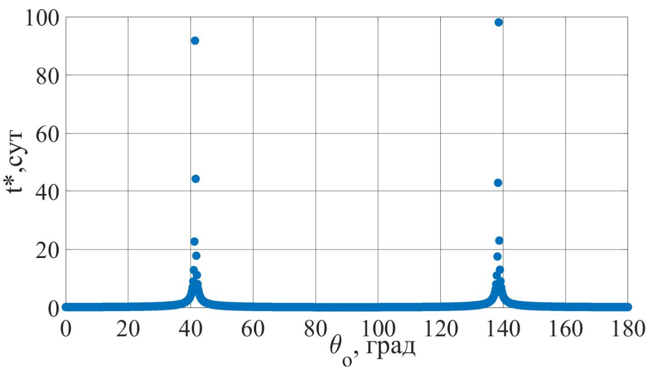


Рисунок 3

Как видно из рис. 3, существуют такие значения θ_o^{opt} , при которых время выполнения условия технической устойчивости существенно возрастает, что соответствует возникновению квазипериодического движения. Для иллюстрации найденного эффекта на рис. 4 область около θ_o^{opt} показана в большем масштабе.

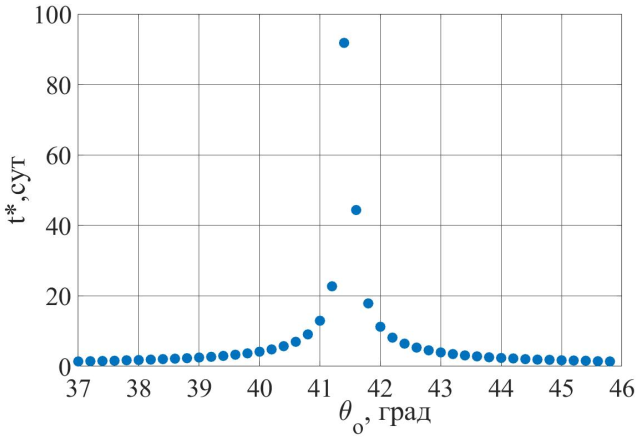


Рисунок 4

Такое явление может быть объяснено тем, что при определенных начальных условиях движения происходит взаимная компенсация ускорений, порождаемых второй зональной гармоникой и ускорений, обусловленных погрешностью линеаризованной модели центрального поля притяжения, для которой существует НИЭ.

С целью поиска условия возникновения продолжительной технической устойчивости было сделано предположение, что оно возникает при близости к нулю в начальный момент времени слагаемого, определяющего влияние второй зональной гармоники, если представить потенциал нормального поля притяжения в виде:

$$U = \frac{\mu}{r}\left[1 + J_2\left(\frac{R_Э}{r}\right)^2 \frac{1}{2}\left(3\sin^2\theta_o \sin^2 i_o - 1\right)\right], \tag{9}$$

где – $\mu, J_2, R_Э, \theta_o, i_o$ соответственно, гравитационный параметр, коэффициент второй зональной гармоники, экваториальный радиус Земли, начальный аргумент широты и наклонение орбиты КА$_О$. Из (9) можно получить формулу для выбора начального аргумента широты, при котором гравитационное ускорение от J_2 будет равно нулю в начальный момент времени:

$$\theta_{J_2} = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{3}\sin i_o}\right) \tag{10}$$

Аргумент широты, полученный с помощью (10) будет близок к θ_o^{opt} (например, при условиях, соответствующих рис. 3, значение $\theta_{J_2} = 40,3^o$) и может быть принят в качестве его нулевого приближения. На рис. 5 показано изменение θ_{J_2} в зависимости от i_o.

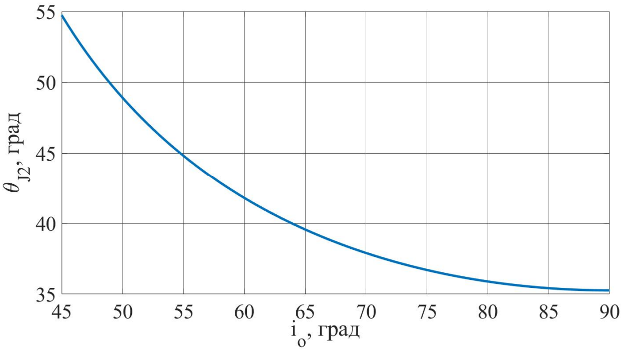


Рисунок 5

Примем, что θ_o^{opt} может быть представлено в виде:

$$\theta_o^{opt} = \theta_{J_2} + \Delta\theta \tag{11}$$

и найдем $\Delta\theta$ как функцию от начальных условий движения:

$$\Delta\theta = f\left(H_o, i_o, x_o\right) \tag{12}$$

Для моделирования возмущенного инспекционного движения используется алгоритм (4)–(8). Время выполнения условия технической устойчивости оценивалось по соотношению (3) при $\Delta_{max} = 0,05$. Анализ показал, что начальная высота полета в диапазоне от 500 км до 1000 км не влияет на $\Delta\theta$.

Так как ранее была выявлена большая чувствительность выполнения условий технической устойчивости к θ_o^{opt} было проведено численное исследование по определению зависимости $\Delta\theta$ от i_o, результаты которого приведены на рис. 6, для различного относительного начального расстояния между КА.

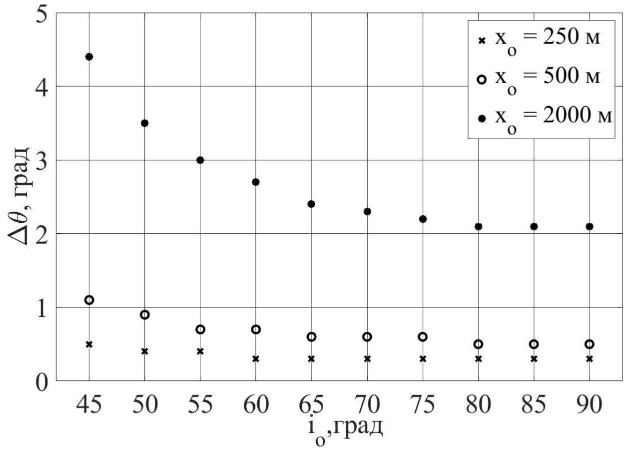


Рисунок 6

Из рис. 6 следует, что с увеличением начального расстояния между КА значение поправки $\Delta\theta$ увеличивается. В то же самое время при увеличении наклонения орбиты значения поправки монотонно снижаются. Это позволяет получить зависимость:

$$\Delta\theta = f\left(i_o, x_o\right) \tag{13}$$

Проведенные исследования показали, что достаточно использовать полином третьего порядка для получения аппроксимационных зависимостей $\Delta\theta$ от i_o:

$$\Delta\theta = a_0(x_o) + a_1(x_o)i_o + a_2(x_o)i_o^2 + a_3(x_o)i_o^3 \tag{14}$$

В табл. 1 приведены значения коэффициентов полинома (13) для различных значений x_0.

Таблица 1

x_0, м	a_0	a_1	a_2	a_3
250	$-0,05 \cdot 10^{-4}$	$12,98 \cdot 10^{-4}$	$-1025 \cdot 10^{-4}$	2,98
500	$-0,14 \cdot 10^{-4}$	$33,68 \cdot 10^{-4}$	$-2590 \cdot 10^{-4}$	7,27
2000	$-0,44 \cdot 10^{-4}$	$108,2 \cdot 10^{-4}$	$-8769 \cdot 10^{-4}$	25,97

Значения одноименных коэффициентов полиномов (14) могут быть аппроксимированы параболической функцией для нахождения зависимостей от x_o:

$$a_j = b_{0j} + b_{1j}x_o + b_{2j}x_o^2, \; j = \overline{0,3} \tag{15}$$

Значения коэффициентов b_{jk} приведены в табл. 2 и демонстрируют близость к линейным зависимостям.

Таблица 2

a_j	b_{0j}	b_{1j}	b_{2j}
$j=0$	$9886,4 \cdot 10^{-7}$	$-4,4710 \cdot 10^{-8}$	$512,08 \cdot 10^{-8}$
$j=1$	$-18.923 \cdot 10^{-8}$	$969,89 \cdot 10^{-8}$	$-1 \cdot 10^{-3}$
$j=2$	$12,22 \cdot 10^{-8}$	$-7 \cdot 10^{-4}$	$69,1 \cdot 10^{-3}$
$j=3$	$-267,85 \cdot 10^{-8}$	$19,1 \cdot 10^{-3}$	$-1,644$

Полученные результаты позволяют сформулировать рекомендации по выбору начальных условий для реализации пассивного инспекционного движения продолжительностью более 70 суток.

На их основе можно разработать алгоритм обеспечения более продолжительного инспекционного движения, если периодически проводить коррекцию траектории с целью восстановления требуемых начальных условий движения для последующего пассивного полета.

Благодарность

Работа выполнена в рамках проекта FSSS-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

Литература

[1] Davis, J.P., Mayberry, J.P., and Penn, J.P., On-orbit servicing: inspection, repair, refuel, upgrade, and assembly of satellites in space, *Game Changer, The Aerospace Corporation*, April 2019.

[2] Maurer, E., Zimmermann, S., Mrowka, F., Hofmann, H., Dual Satellite Operations in Close Formation Flight, *AIAA Journal*, 2012-06-11.

[3] Gredland, J., Schmidt, R., The Resurrection of the Cluster Scientific Mission, *Bulletin ESA number 91*, August 1997, pp. 5–11.

[4] Hanspeter Schaub and Kyle T. Alfriend, J2 invariant relative orbits for spacecraft formations, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 79, 2001, pp. 77–95.

[5] Jian-jun Xing, Guo-jin Tang, Xiao-ning Xi, Hai-yang Li, Satellite Formation Flight Design and Optimal Stationkeeping Considering Nonlinearity and Eccentricity, *Journal of Guidance Control and Dynamics* 30(5), September 2007, pp. 1523–1528.

[6] Красовский, А.А., Поспелов Г.С. Основы автоматики и техническое кибернетики. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1962. 600 с.

[7] Sabatini, M., Izzo, D., Bevilacqua, R., Special Inclinations Allowing Minimal Drift Orbits for Formation Flying Satellites, *Journal of Guidance Control and Dynamics* 31(1), January 2008, pp. 94–100.

[8] Guangyan Xu, Danwei Wang, Eng Kee Poh, Baolin Wu, In-Plane Satellite Formations in Eccentric Orbits under J2 Perturbation, *IEEE Aerospace. Conference*, 2009. Date Added to IEEE Xplore: 24 April 2009.

Исследование резонансных режимов движения наноспутника формата CubeSat под действием аэродинамического момента*

Е.В. Баринова
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский
университет имени академика
С.П. Королева
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.В. Белоконов
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский
университет имени академика
С.П. Королева
Самара, Россия
ibelokonov@mail.ru

И.А. Тимбай
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский
университет имени академика
С.П. Королева
Самара, Россия
timbai@mail.ru

***Аннотация* — В данной работе рассматривается пространственное движение относительно центра масс наноспутников формата CubeSat на низких круговых орбитах под действием аэродинамического момента. Анализируется возможность возникновения резонансных режимов движения, обусловленных присущим им форм-фактором прямоугольного параллелепипеда и наличием малой массовой асимметрии - поперечным смещением центра масс с оси симметрии. Получены формулы для определения критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансов. Также показана возможность возникновения резонанса крена, когда наноспутник обращен одним боковым ребром к набегающему потоку и средняя угловая скорость собственного вращения близка к нулю.**

Ключевые слова—наноспутник формата CubeSat, аэродинамический момент, угол атаки, угол собственого вращения, резонансный режим движения

I. Введение

Большинство наноспутников запускается на низкие околоземные орбиты, где можно эффективно использовать пассивную стабилизацию наноспутника по вектору скорости движения центра масс с помощью аэродинамического момента [1–4]. Следует отметить, что угловое ускорение наноспутника, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем у спутника с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности) [3]. Это расширяет диапазон высот, на которых аэродинамический момент, действующий на наноспутник, является значимым и его можно использовать для пассивной аэродинамической стабилизации.

При анализе движения наноспутника относительно центра масс очень важно учитывать возможность возникновения резонансных режимов движения, которые проявляются в резком изменении амплитуды колебаний по пространственному углу атаки, когда линейная целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю. Учет возможности возникновения резонансных режимов движения позволяет повысить эффективность работы системы ориентации наноспутника при решении им целевых задач на низких орбитах.

Изучению резонансных режимов движения посвящено большое количество работ, например [5–7]. В этих работах рассматриваются космические аппараты, предназначенные для неуправляемого спуска в атмосфере. Такие аппараты, как правило, относятся к классу осесимметричных тел вращения и соответствующий им аэродинамический момент зависит только от угла атаки. В связи с конструктивными особенностями, неточностью изготовления, обгаром теплозащитного покрытия возникает малая инерционно-массовая и геометрическая асимметрия, наличие которой и создает предпосылки возникновения резонанса.

В отличие от осесимметричных аппаратов наноспутники формата CubeSat имеют форму прямоугольного параллелепипеда, поэтому аэродинамический момент зависит не только от пространственного угла атаки, но и от угла собственного вращения. Это создает предпосылки возникновения резонанса за счет формы аппарата даже без малой асимметрии. Такие резонансные режимы были рассмотрены авторами ранее в [3].

В данной работе, дополнительно к резонансным режимам, обусловленным формой наноспутника, исследуются резонансные режимы, обусловленные как формой, так и наличием малой асимметрии - смещением центра масс наноспутника от продольной оси. Кроме того, показана возможность возникновения резонанса крена или так называемого «лунного» резонанса, когда скорость собственного вращения близка к нулю и наноспутник все время обращен одним боковым ребром к набегающему потоку.

II. Математическая модель

Рассмотрим модель движения относительно центра масс наноспутника формата CubeSat под действием аэродинамического момента. Полагая, что обтекание наноспутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, аэродинамическое угловое ускорение наноспутников формата CubeSat определяется выражением:

$$M_{\alpha}(\alpha,\varphi,H)=m_1(H)\big(|\cos\alpha|+k_s\sin\alpha(|\sin\varphi|+|\cos\varphi|)\big)\cdot \\ \cdot\big(\Delta x\sin\alpha-(\Delta y\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)\cos\alpha\big), \qquad (1)$$

где $m_1(H)=-c_0Sq(H)/J_n$, α – пространственный угол атаки, φ – угол собственного вращения, k_s - отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади, Δx – смещение центра масс относительно геометрического центра (центра давления) вдоль продольной оси, $\Delta y, \Delta z$ – смещение центра масс от продольной оси ($\Delta y << \Delta x, \Delta z << \Delta x$), $c_0 = 2{,}2$ – коэффициент лобового сопротивления, S – характерная площадь наноспутника, $q(H)=\rho(H)\left[V(H)\right]^2/2$ – скоростной напор, $V(H)=\sqrt{\mu/(R_3+H)}$ – скорость полета; H – высота полета, $\rho(H)$ – плотность атмосферы, $J_y=J_z=J_n$ – поперечный момент инерции наноспутника, μ – гравитационный параметр Земли, R_3 – радиус Земли.

Полагая в выражении (1) $|\sin\varphi|+|\cos\varphi|\approx 1+(\sqrt{2}-1)|\sin 2\varphi|$ [3] (максимальная ошибка 0,015), можно представить выражение (1) в виде двух слагаемых: первого - основного, и второго слагаемого, приписывая ему малый параметр ε:

$$M_{\alpha}(\alpha,\varphi,H)=M_{\alpha}(\alpha,H)+\varepsilon\Phi_{\alpha}(\alpha,\varphi,H), \qquad (2)$$

где $$M_{\alpha}(\alpha,H)=m_0(H)(|\cos\alpha|+k_s\sin\alpha)\sin\alpha, \\ m_0(H)=m_1(H)\cdot\Delta x, \qquad (3)$$

$$\Phi_{\alpha}(\alpha,\varphi,H)=m_0(H)k_s(\sqrt{2}-1)|\sin 2\varphi|\sin^2\alpha- \\ -m_1(H)\big(|\cos\alpha|+k_s\sin\alpha(|\sin\varphi|+|\cos\varphi|)\big)\cdot \\ \cdot(\Delta y\sin\varphi+\Delta z\cos\varphi)\cos\alpha. \qquad (4)$$

Для проведения приближенного анализа параметров движения зависимость (3) с достаточной точностью можно аппроксимировать синусоидальной зависимостью по углу атаки

$$M_{\alpha}(\alpha,H)=m_0(H)m_{nk}\sin\alpha, \qquad (5)$$

где $m_{nk}=1{,}27$ при k_s=1; $m_{nk}=2{,}12$ при k_s=2; $m_{nk}=2{,}97$ при k_s=3.

Учитывая представление аэродинамического углового ускорения наноспутников формата CubeSat в виде (2), угловое движение динамически симметричного наноспутника на низких круговых орбитах относительно траекторной системы координат, если пренебречь орбитальной угловой скоростью, можно описать уравнениями в форме аналогичной [5, 8]:

$$\ddot{\alpha}+F(\alpha,H)=\varepsilon\Phi_{\alpha}(\alpha,\varphi,H), \\ \dot{\varphi}=R/\bar{J}_x-(G-R\cos\alpha)\cos\alpha/\sin^2\alpha=\Phi_{\varphi}(\alpha,H), \\ \dot{H}=-2\sigma_x(\alpha,\varphi)q(H)V(H)/g=\varepsilon\Phi_H(\alpha,\varphi,H), \\ \dot{R}=m_1(H)(|\cos\alpha|+k\sin\alpha(|\sin\varphi|+|\cos\varphi|))\cdot \\ \cdot\big(\Delta z\sin\varphi-\Delta y\cos\varphi\big)\sin\alpha=\varepsilon\Phi_R(\alpha,\varphi,H), \qquad (6)$$

$$F(\alpha,H)=(G-R\cos\alpha)(R-G\cos\alpha)/\sin^3\alpha-M_{\alpha}(\alpha,H),$$

где $\sigma_x(\alpha,\varphi)=c_0(|\cos\alpha|+k_s\sin\alpha(|\sin\varphi|+|\cos\varphi|))S/m$ – баллистический коэффициент; m – масса наноспутника; $R=\bar{J}_x\omega_x$, $G=R\cos\alpha+(\omega_y\sin\varphi+\omega_z\cos\varphi)\sin\alpha$ – отнесенные к поперечному моменту инерции J_n проекции вектора кинетического момента на продольную ось наноспутника и на направление скорости центра масс, $\bar{J}_x=J_x/J_n$, J_x – продольный момент инерции, ω_x, ω_y, ω_z – проекции вектора угловой скорости на оси связанной системы координат, $g=g_3\big(R_3/(R_3+H)\big)^2$, g_3 – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

В зависимости от соотношения величин R и G реализуются различные типы прецессионного движения. При выполнении условия $R>G$ реализуется «обратная» прецессия, при $G>R$ - «прямая» прецессия [9].

III. Резонансные режимы движения

Для анализа резонансных режимов колебательной системы, в соответствии с процедурой, предложенной в [10], система (6) была приведена к форме, в которой содержатся медленно изменяющиеся и быстрые переменные типа быстро вращающихся фаз. Вместо первого уравнения системы (6) используются два уравнения первого порядка для амплитуды $\alpha_{\max}$ и фазы $y=\omega(t-t_0)$. Причем множитель ω выбирается таким, чтобы общее решение системы (6) при невозмущенном движении ($\varepsilon=0$) было 2π-периодической функцией y. В результате была получена система с двумя вращающимися фазами $y=\omega(t-t_0)$ и φ:

$$\dot{\alpha}_{\max}=\varepsilon\Phi_{\alpha_{\max}}(y,\varphi,\alpha_{\max},z), \\ \dot{y}=\omega(\alpha_{\max},z)+\varepsilon Y(y,\varphi,\alpha_{\max},z), \\ \dot{\varphi}=\lambda(\alpha_{\max},z)+\varepsilon L(y,\alpha_{\max},z), \\ \dot{z}=\varepsilon\Phi_z(y,\varphi,\alpha_{\max},z), \qquad (7)$$

где $z=(H,R)$, $\varepsilon L(y,\alpha_{\max},z)=\Phi_{\varphi}(y,\alpha_{\max},z)-\lambda(\alpha_{\max},z)$,

$$\varepsilon\Phi_{\alpha_{\max}}(y,\varphi,\alpha_{\max},z)=\frac{\varepsilon}{F(\alpha_{\max},z)}\Big[\Phi_{\alpha}sign(\dot{\alpha})|\dot{\alpha}|- \\ -\left(\frac{\partial W(\alpha_{\max},z)}{\partial z}-\frac{\partial W(\alpha,z)}{\partial z}\right)\Phi_z\Big],$$

$$\varepsilon Y(y,\varphi,\alpha_{\max},z) = -\varepsilon 2\pi\, sign(\dot{\alpha})\left[\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{T}\int\limits_{\alpha}^{\alpha_{\max}}\frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|}\right)\right]\Phi_z + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_{\max}}\left(\frac{1}{T}\int\limits_{\alpha}^{\alpha_{\max}}\frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|}\right)\right]\Phi_{\alpha_{\max}}\right],$$

$\omega(\alpha_{\max},z) = 2\pi / T(\alpha_{\max},z)$ – частота собственных колебаний системы (6) при $\varepsilon = 0$, $T(\alpha_{\max},z) = 2\int\limits_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}}\frac{d\alpha}{|\dot{\alpha}|}$ – период колебаний, $\alpha_{\max}$, $\alpha_{\min}$ – максимальный и минимальный углы атаки; $\dot{\alpha} = \pm\sqrt{2[W(\alpha_{\max},z) - W(\alpha,z)]}$; $W(\alpha,z) = \int F(\alpha,z)d\alpha$; $\lambda(\alpha_{\max},z) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\Phi_\varphi(y,\alpha_{\max},z)dy$ - средняя частота собственного вращения.

В возмущенном движении резонансы проявляются, когда целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю [11].

$$n\omega - p\lambda = O(\varepsilon), \tag{8}$$

где *n, p* – целые взаимно простые числа.

Резонансные соотношения частот можно получить при вычислении средней мощности, вносимой в систему возбуждающим моментом за время T, в течение которого форма колебания не успевает заметно измениться [11]:

$$\frac{1}{T}\int\limits_{t_0}^{t_0+T}\Phi_\alpha(\alpha,\varphi,z)\dot{\alpha}\,dt \tag{9}$$

В случае невозмущенного движения ($\varepsilon = 0, z = const$), когда аэродинамическое угловое ускорение является синусоидальной функцией угла атаки (5), решение для пространственного угла атаки имеет вид [12]:

$$\cos\alpha = Acn^2\left[\frac{yK}{\pi} + K, k\right] + x, \tag{10}$$

где $cn(u)$ – эллиптический косинус, $x = \cos\alpha_{\max}$, $\omega = \pi\beta / K$, $A = x_2 - x$, $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, $k = \sqrt{A/2\eta}$, $\beta = \sqrt{-m_0 m_{nk}\eta}$,

$x_2 = \cos\alpha_{\min} = \eta - (a - bx)/(1 - x^2)$,

$\eta = \sqrt{1 - 2(ax - b)/(1 - x^2) + [(a - bx)/(1 - x^2)]^2}$,

$a = (R^2 + G^2)/(-4m_0 m_{nk})$, $b = RG/((-2m_0 m_{nk}))$.

Для малых значений модуля эллиптических функций *k* решение (11) упрощается [6]:

$$\cos\alpha \approx a_1 + b_1\cos y, \tag{11}$$

где $a_1 = (x + x_2)/2$, $b_1 = -(x_2 - x)/2$.

Средняя частота собственного вращения определяется выражением [6]:

$$\lambda \approx R(1/\bar{J}_x - 1/2) + sign(R - G)\sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}}, \tag{12}$$

где $\omega_a = \sqrt{-m_0 m_{nk}}$.

Частота колебаний по пространственному углу атаки определяется выражением:

$$\omega \approx 2\sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}}. \tag{13}$$

С учетом соотношений (4), (11) после выполнения интегрирования (9) получены условия резонансов в зависимости от типа прецессии начального движения. В табл. 1 приведены соотношения частот $\lambda = \frac{n}{p}\omega$, при которых возникают резонансы для случаев «прямой» и «обратной» прецессий.

Для каждого случая с учетом выражений для частот (12), (13), получены формулы для определения критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения:

$$\omega_{xkr} = d\sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{J}_x + \left(\frac{1}{4} - d^2\right)\bar{J}_x^2}}, \tag{14}$$

где $d = 2n/p + 1 > 0$ в случае «прямой» прецессии; $d = 2n/p - 1 > 0$ случае «обратной» прецессии.

Таблица 1. Резонансные соотношения частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения

	Резонансы, обусловленные формой наноспутника	Резонансы, обусловленные смещением центра масс от оси симметрии
«Прямая» прецессия ($G > R$)	$\lambda = \frac{-1}{4}\omega$; $\lambda = \frac{1}{4}\omega$; $\lambda = \frac{1}{2}\omega$; $\lambda = \frac{3}{4}\omega$; $\lambda = 0$ «лунный» резонанс	$\lambda = \frac{-2}{5}\omega$; $\lambda = \frac{-1}{3}\omega$; $\lambda = \frac{-1}{5}\omega$; $\lambda = \frac{1}{5}\omega$; $\lambda = \frac{1}{3}\omega$; $\lambda = \frac{2}{5}\omega$; $\lambda = \frac{3}{5}\omega$; $\lambda = \frac{2}{3}\omega$; $\lambda = \omega$; $\lambda = 2\omega$; $\lambda = 3\omega$
«Обратная» прецессия ($R > G$)	$\lambda = \frac{3}{4}\omega$	$\lambda = \frac{3}{5}\omega$; $\lambda = \frac{2}{3}\omega$; $\lambda = \omega$; $\lambda = 2\omega$; $\lambda = 3\omega$

В случае «прямой» прецессии получено 16 соотношений частот, соответствующих резонансу. Из них 5 соотношений обусловлены только формой аппарата, еще 11 добавляются при смещении центра масс от продольной оси.

В числе резонансов, обусловленных формой аппарата особое место занимает резонанс крена («лунный» резонанс), когда средняя угловая скорость собственного вращения близка к нулю ($\lambda \approx 0$) и наноспутник все время обращен одним боковым ребром к набегающему потоку. Резонансу крена соответствует значение $n = 0$ в резонансном условии (8).

В случае «обратной» прецессии получено 6 соотношений частот, соответствующих резонансу. Из них 1 соотношение обусловлено формой аппарата, и 5 добавляются при смещении центра масс от продольной оси.

IV. Примеры резонансных режимов движения

С использованием полученных в работе формул были вычислены критические значения продольной угловой скорости наноспутника CubeSat 3U и проведено численное моделирование с использованием полной модели движения.

Для примера, на рис. 1 показано резонансное изменение пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U (J_x = 0,005 кг·м^2, J_n = 0,025 кг·м^2, Δx = 0,05 м, Δz = 0,004 м) при следующих начальных условиях движения: высота полета H_0 = 225 км, угол атаки α_0 =30 град, угол собственного вращения φ_0 =0, продольная угловая скорость $\omega_{x0} = 1{,}32$ град/с (начальное движение соответствует «обратной» прецессии $R > G$ и имеет место резонансное соотношение частот $\lambda = \omega$).

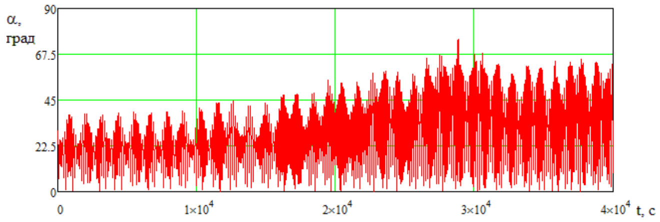


Рис. 1. Резонансное изменение пространственного угла атаки в случае обратной прецессии (соотношение частот $\lambda = \omega$)

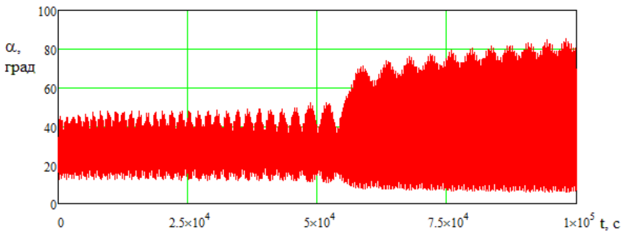


Рис. 2. Изменение пространственного угла атаки в случае «лунного» резонанса

На рис. 2 показано резонансное изменение пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U (J_x = 0,005 кг·м^2, J_n = 0,025 кг·м^2, Δx = 0,05 м) в случае «лунного» резонанса при следующих начальных условиях движения: высота полета H_0 = 251 км, угол атаки α_0 = 30 град, угол собственного вращения $\varphi_0 = 0$, поперечная скорость $\omega_{z0} = 0{,}5$ град/с, продольная угловая скорость $\omega_{x0} = 1$ град/с.

Таким образом, в данной работе получены формулы для определения критических значений продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения. Общее число возможных резонансов достигает 22. Проведение поверочных расчетов по пространственной модели движения наноспутника относительно центра масс подтвердило правильность полученных формул.

Исключить резонансные режимы движения наноспутника можно заданием ограничения на величину продольной угловой скорости при отделении от пускового устройства, а также заблаговременным включением системы стабилизации с целью достижения рассогласования резонансного соотношения частот.

Благодарность

Работа выполнена в рамках проекта FSSS-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

Литература

[1] Rawashdeh, S.A.,and Lumpp, J.E., Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, *JoSS*, vol. 2, no. 1, pp. 85–104, 2013.

[2] Belokonov, I., Timbai, I., The Selection of the Design Parameters of the Aerodynamically Stabilized Nanosatellite of the CubeSat Standard, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 88–96.

[3] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Nikolaev, P.N., Analysis and Synthesis of Motion of Aerodynamically Stabilized Nanosatellites of the CubeSat Design, *Gyroscopy Navig.*, vol. 9, no. 4, pp. 287–300, Oct. 2018.

[4] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Barinova, E.V., Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 149–161.

[5] Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978. 168 с.

[6] Aslanov, V.V., Boiko, V.S., Nonlinear resonant motion of an asymmetrical spacecraft in the atmosphere, *Cosm. Res.* (English Transl. Kosm. Issled.), vol. 23, no. 3, pp. 341–347, 1985.

[7] Zabolotnov, Y.M., and Lyubimov, V.V., Application of the method of integral manifolds for construction of resonant curves for the problem of spacecraft entry into the atmosphere, *Cosm. Res.* (English Transl. Kosm. Issled.), vol. 41, no. 5, pp. 453–459, 2003.

[8] Балк М.Б. Элементы динамики космического полета. Москва: Наука., 1965.

[9] Platus, D.H., Dispersion of spinning missiles due to lift nonaveraging, *AIAA J.*, vol. 15, no. 7, pp. 909–915, 1977.

[10] Волосов В.М. and Моргунов Б.И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. Москва: МГУ, 1971.

[11] Боголюбов Ю.А., Митропольский Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Москва: Наука, 1974.

[12] Aslanov, V.S., Determination of the amplitude of three-dimensional oscillations of a ballistic vehicle with a small asymmetry during atmospheric entry, *Cosm. Res.*, vol. 18, no. 2, pp. 141–146, 1980.

Обработка фазовых измерений для построения радиокомпаса на базе спутниковых навигационных систем*

С.В. Шафран
Самарский национальный исследовательский университет
Самара
mailbox-kddk@mail.ru

И.А. Кудрявцев
Самарский национальный исследовательский университет
Самара
iep@ssau.ru

В.М. Гречишников
Самарский национальный исследовательский университет
Самара
gv@ssau.ru

***Аннотация* — В работе предложена методика обработки фазовых измерений с двух навигационных приемников, антенны которых расположены на фиксированном расстоянии друг от друга. Рассмотрены аспекты синхронизации навигационных приемников, алгоритм разрешения фазовых неоднозначностей. Проведено экспериментальное исследование работы алгоритма. Предложена схема построения радиокомпаса с тремя антеннами для разрешения фазовых неоднозначностей.**

Ключевые слова—радиокомпас, GPS, фазовые измерения, фазовые неоднозначности, синхронизация приемников, ГНСС, дифференциальная эволюция

I. Введение

Указание точного курса является одной из важных навигационных задач. В настоящее время все большее распространение получают спутниковые навигационные технологии, использующие алгоритмы фазовых измерений. Применение навигационного комплекса с двумя антеннами позволяет эффективно решать задачи определения углов азимута, крена и тангажа.

Вычисление разностной позиции двух навигационных антенн, при сравнительно малой длине базовой линии между ними (менее погрешности вычисления координат по псевдодальностным измерениям), предполагает использование фазовых измерений для вычисления относительного положения. В свою очередь, использование фазовых измерений сопряжено с трудностями, связанными с синхронизацией приемников и разрешением фазовых неоднозначностей.

II. Синхронизация навигационных приемников

Рассмотрим построение радиокомпаса на основе двух коммерческих навигационных приемников, не имеющих входа синхронизации. Для вычисления азимута используются двойные разности фаз навигационного сигнала.

Фазовые измерения ϕ_i^k для спутника k и приемника i можно записать в следующем виде [1]:

$$\frac{\lambda}{2\pi}\phi_i^k = r_i^k + I_i^k + T_i^k + c\delta\tau^k + c\delta\tau_i + \lambda N_i^k + \epsilon_i^k,$$

где r – расстояние от спутника до приемника, I – ионосферные задержки, T- тропосферные задержки, $\delta\tau$ – ошибка часов спутника и приемника, ϵ – прочие ошибки.

Учитывая малую длину базовой линии между приемниками, считаем, что тропосферные и ионосферные задержки одинаковы для приемников, тогда справедливо следующее выражение для двойной разности фаз для двух приемников и двух спутников [2]:

$$\begin{aligned}\frac{\lambda}{2\pi}\phi_{12}^{kl} = \frac{\lambda}{2\pi}\left((\phi_1^k - \phi_2^k) - (\phi_1^l - \phi_2^l)\right) &= (r_1^k - r_2^k) - (r_1^l - r_2^l) + c(\delta\tau_1^k - \delta\tau_2^k) \\ &+ c(\delta\tau_1^l - \delta\tau_2^l) + \lambda(N_1^k - N_2^k) \\ &- \lambda(N_1^l - N_2^l) + \epsilon_{12}^{kl}\end{aligned}$$

$$\phi_{12}^{kl} = \frac{2\pi}{\lambda} r_{12}^{kl} + N_{12}^{kl} + \left(f_d^k - f_d^l\right)\delta\tau_{12},$$

где f_d^k – частота сигнала спутника k с учетом эффекта Доплера, $\delta\tau_{12}$ – относительное смещение момента времени получения измерений в приемниках.

III. Разрешение фазовых неоднозначностей

Задачу разрешения фазовых неоднозначностей можно свести к поиску минимума функции ошибки (разности измеряемых двойных разностей фаз Φ и модельных значений), рассчитанных исходя из положения ведущего приемника $\overrightarrow{r_1}$, заданной длины базовой линии b_{12} между приемниками 1 и 2, и координат навигационных спутников $\overrightarrow{r^i}$ для двух углов: азимута α и крена β. [3]

$$\mathrm{E} = \min_{N_{12}^{ki}} \sum_i \left|\Phi_{12}^{ki} - \frac{2\pi}{\lambda} r_{12}^{ki} + N_{12}^{ki}\right|$$

$$r_{12}^{ki} = r_{12}^i - r_{12}^k$$

$$r_{12}^i = \left|\left(\overrightarrow{r^i} - \overrightarrow{r_1}\right) - \left(\overrightarrow{r^i} - b_{12}\begin{bmatrix}\cos\beta\cos\alpha \\ \cos\beta\sin\alpha \\ \sin\beta\end{bmatrix}\right)\right|$$

С применением метода косинуса фазовых измерений [4] задача сводится к поиску таких углов α и β, при которых достигается максимум функции правдоподобия P:

$$\mathrm{P} = \max_{\alpha,\beta} \sum_i cos\left(\Phi_{12}^{ki} - 2\pi\left\{\frac{1}{\lambda} r_{12}^{ki}\right\}\right)$$

Поскольку данная функция правдоподобия имеет множество локальных максимумов, для их поиска предлагается использование адаптированного метода дифференциальной эволюции [5].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20215).

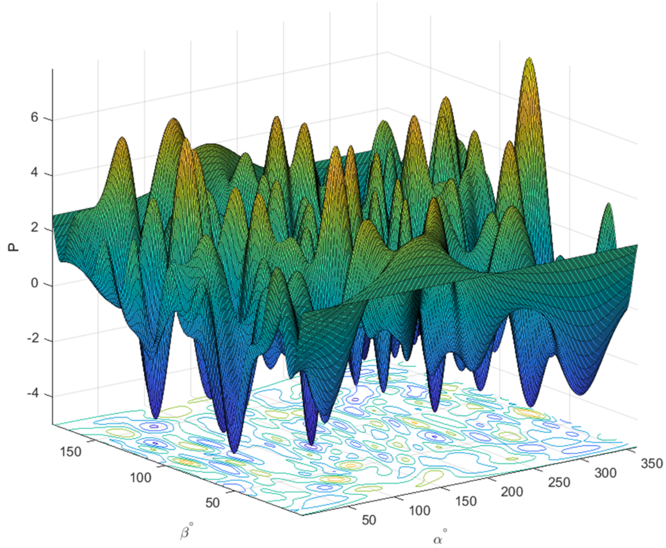


Рис. 1. Поверхность функции правдоподобия

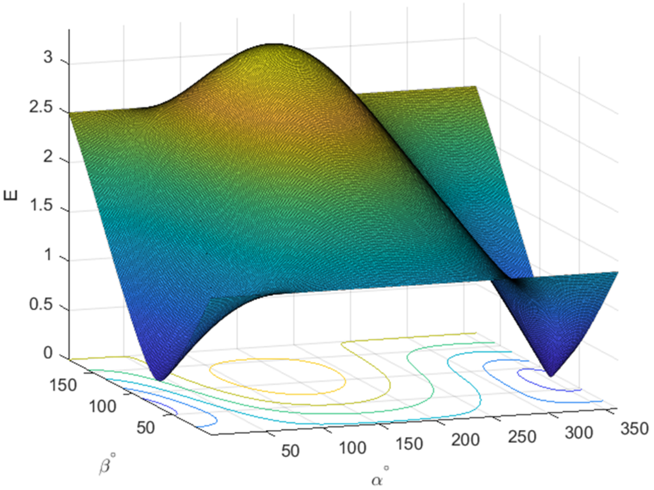


Рис. 2. Поверхность функции ошибки после разрешения фазовых неоднозначностей

Суть предлагаемого метода заключается в следующем [5]:

1. на начальном этапе происходит генерация массива из ста точек со случайными равномерно распределенными координатами (количество точек должно превосходить количество неизвестных для оптимизации, в данном случае две, умноженное на десять);
2. для каждой точки выбираются три случайные точки из этого массива;
3. из этих точек формируется пятая точка путем расчета линейной комбинации координат, выбранных на предыдущем этапе точек;
4. производится случайное перемешивание координат исходной точки и сгенерированной – случайным образом выбирается координата исходной точки или сгенерированной;
5. рассчитывается функция правдоподобия для исходной точки и сгенерированной; точка с наибольшим значением функции правдоподобия остается в массиве;
6. после обработки всех точек массива, алгоритм повторяется с пункта 2; расчет останавливается, если все точки массива сошлись к одному решению с заданной точностью.

Поскольку метод дифференциальной эволюции может требовать относительно большого количества итераций для сходимости с малой ошибкой, критерием остановки перебора служит сужение области рассеяния точек до зоны диаметром менее 5°. Диаметр был выбран по экспериментальным данным, исходя из ширины пика поверхности функции правдоподобия, достаточной для разрешения фазовых неоднозначностей.

Для определения углов курса используется метод наискорейшего спуска [6] для поиска минимума функции ошибки с уже исключенными неоднозначностями. Начальным приближением для этого метода служит оценка углов, полученных на предыдущем этапе.

IV. Экспериментальная установка

В данной работе используется спутниковая навигационная система GPS в диапазоне L1. Антенны навигационных приемников располагались на расстоянии 0,5 м. В качестве приемников использовались два модуля U-Blox M8T.

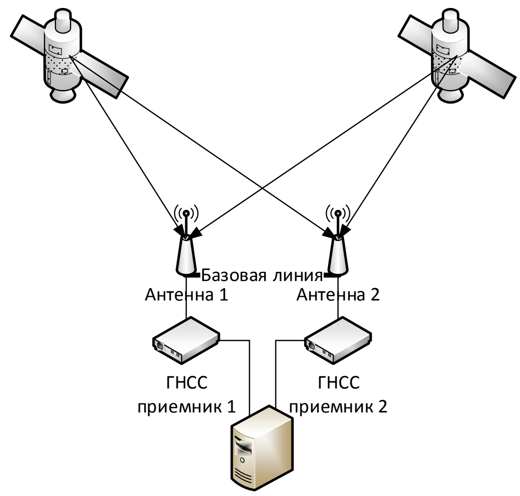


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

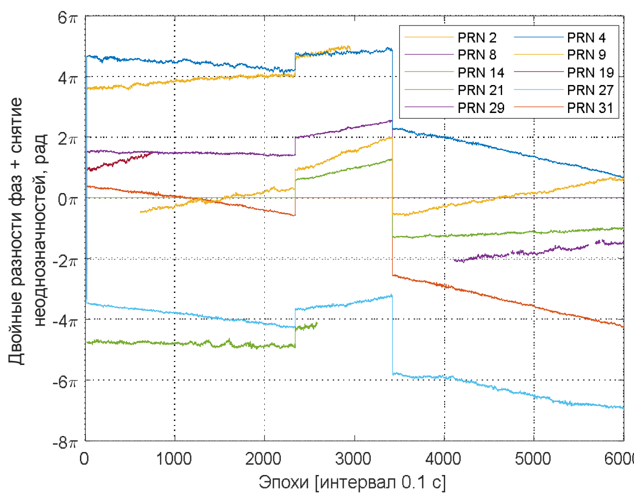


Рис. 4. Скорректированные двойные разности фаз

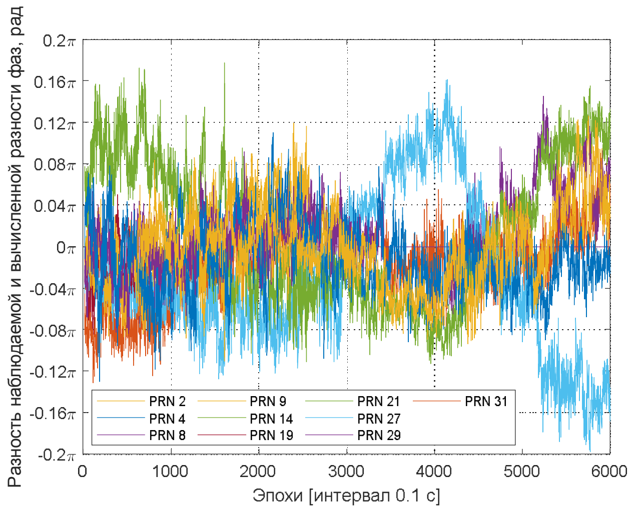


Рис. 5. Разность расчетного и наблюдаемого значения двойной разности фаз

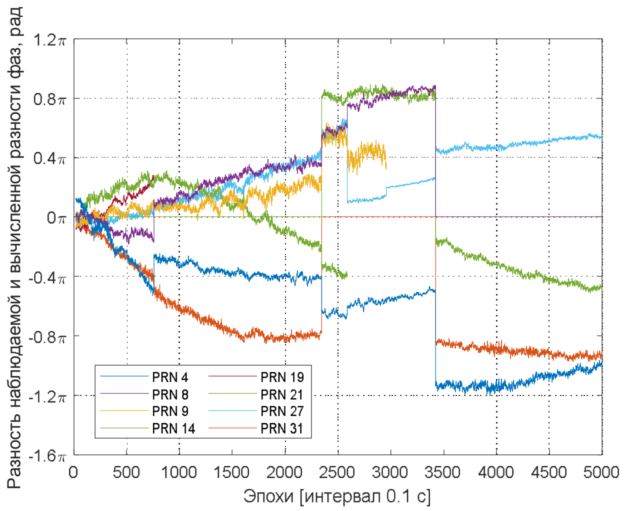


Рис. 6. Разность расчетного и наблюдаемого значения двойных разностей фаз без коррекции шкал времени приемников

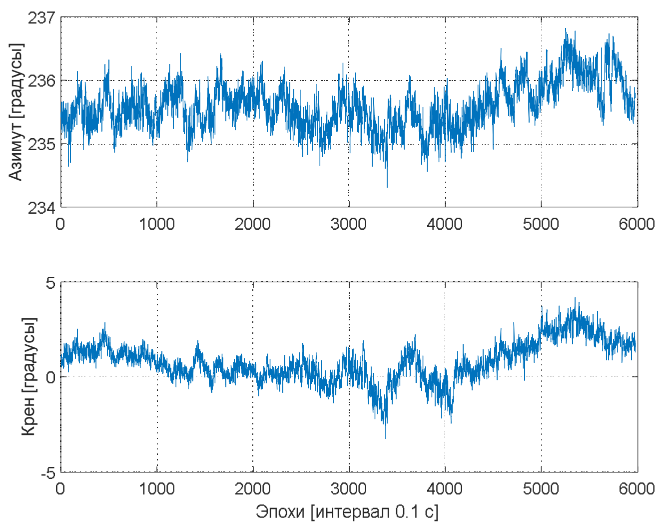


Рис. 7. Углы азимута и крена на интервале 10 минут

Алгоритм расчета углов можно представить следующим образом:

1. стандартный расчет местоположения ведущего приемника, определение координат навигационных спутников;
2. стандартный расчет местоположения ведомого приемника, определение смещения шкал времени приемников, компенсация смещения;
3. если имеются неразрешенные фазовые неоднозначности хотя бы для одного спутника, их разрешение методом дифференциальной эволюции, иначе применение результатов с предыдущей итерации алгоритма;
4. расчет углов курса методом наискорейшего спуска;

расчет и проверка функции ошибки, если она превышает порог в 0,5, сброс рассчитанных фазовых неоднозначностей и их перерасчет.

Во время интервала наблюдения на 234-й и 342-й секундах наблюдения (2340-я и 3420-я эпохи) происходили смены опорного спутника, из-за чего на графике скорректированных двойных разностей фаз наблюдаются скачки.

Стандартное отклонение угла азимута на интервале наблюдения составляет 0,37°, угла крена – 1,03°.

V. SDR-ПРИЕМНИК С ТРЕМЯ КАНАЛАМИ

При использовании дополнительного приемника, антенна которого располагается на одной линии с двумя другими, причем расстояние между базовым приемником и дополнительным менее или равно длине волны навигационного сигнала, возможно заменить разрешение фазовых неоднозначностей их прямым расчетом из дополнительных измерений:

$$\phi_{13}^{kl} = \frac{2\pi}{\lambda} r_{13}^{kl} + N_{13}^{kl} + \left(f_d^k - f_d^l\right)\delta\tau_{13}$$

Поскольку $N_{13}^{kl} = 0$ для $b_{13} < \frac{\lambda}{2}$, возможно записать выражение для двойных разностей приемников 1-2 без фазовых неоднозначностей:

$$\phi_{12}^{kl} = \frac{2\pi}{\lambda} r_{12}^{kl} + \phi_{13}^{kl} \frac{b_{12}}{b_{13}} + \left(f_d^k - f_d^l\right)\delta\tau_{12}$$

Рис. 8. Расположение навигационных антенн

Проблема синхронизации навигационных приемников для получения фазовых измерений в одни и тот же момент времени для всех приемников может быть решена путем использования общего опорного генератора. В ходе работы был разработан программно-определяемый навигационный приемник, использующий общий синхросигнал в канале сопровождения, блок схема которого приведена ниже.

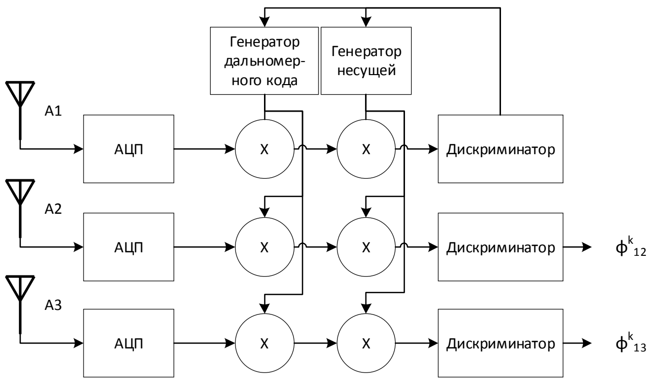


Рис. 9. Блок схема канала слежения трехканального приемника

VI. Заключение

Предложенный алгоритм обработки фазовых измерений позволяет успешно производить вычисления углов курса. При срыве синхронизации метрика ошибки, соответствующая разности модельных и наблюдаемых измерений, быстро возрастает, что приводит к пересчету фазовых неоднозначностей и их коррекции.

Несмотря на использование в алгоритме метода дифференциальной эволюции, который имеет большую вычислительную сложность, его работу удалось протестировать в режиме реального времени на компьютере с процессором семейства Intel i7 с двумя вычислительными ядрами, работающими на частоте 2,8 ГГц. Алгоритм дифференциальной эволюции задействуется в полном объеме только в моменты появления новых навигационных спутников и срывов синхронизации с сигналом спутника, что происходит достаточно редко для статического режима работы. (примерно один скачок фазы сигнала за два – три часа).

Однако в динамическом режиме количество срывов синхронизации возрастает на порядок. Предполагается, что разработанный трехканальный программно-определяемый приемник позволит уменьшить количество скачков фазы сигнала при малом увеличении потребляемых вычислительных ресурсов. На момент написания статьи, осуществляется тестирование его работы.

В данной работе использовалась спутниковая навигационная система GPS, однако полученные результаты могут быть без значительных изменений распространены на другие навигационные системы и другие частотные диапазоны.

Литература

[1] Borre, K., Akos, D.M., Bertelsen, N., Rinder, P., Jensen, S.H., A Software-Defined GPS and Galileo Receiver, A Single-Frequency Approach, Birkhäuser, Berlin, 2007.

[2] Kiam, J., Cardenas, J., Henkel, P., Cost-effective Cooperative RTK positioning for rowing boats, *Proceedings of the 2014 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, January 27–29, San Diego, California, pp. 541–550.

[3] Kiam, J., Low-cost GPS-based Compass with Reliable Ambiguity Resolution and Cycle Slip Correction, Technische Universität München, Munich, 2013.

[4] Dalla Torre, A., Caporali, A., Praticelli N., Facchinetti, C., Attitude and direction sensor using GPS carrier phase data, *Proceedings of the 18th International Symposium on Space Flight Dynamics* (ESA SP-548), 11–15 October 2004, Munich, Germany., p. 291.

[5] Belokonov I.V., Kramlikh A.V., Lomaka I.A. etc. Reconstruction of a Spacecraft's Attitude Motion Using the Data on the Current Collected from Solar Panels, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019, vol. 58, issue 2, pp. 286–296.

[6] Snyman, J.A., Wilke, D.N., Practical Mathematical Optimization – Basic Optimization Theory and Gradient-Based Algorithms. Springer Optimization and Its Applications, Springer, 2018.

О возможности выявления неисправностей и отказов спутниковых навигационных систем и бортовых измерителей параметров движения*

А.В. Тельный
Кафедра информатики и защиты информации
Владимирский государственный университет
Владимир, Россия
mailto: andre.izi@mail.ru

***Abstract* — В данной статье представлены результаты исследований алгоритма комплексной обработки информации от спутниковых навигационных систем (СНС) и бортовых измерителей параметров движения (БИ) для выявления их неисправностей и отказов. В качестве базового принципа выявления неисправностей и отказов предлагается использовать способ определения местоположения движущегося объекта в пространстве за счет наложения ограничений, связанных с его динамическими свойствами. Данный способ предполагает на основе динамических возможностей объекта по перемещению в пространстве, по данным БИ, прогнозировать область пространства возможного местоположения объекта в моменты последующих навигационных измерений. Скорректированным местоположением объекта считается пересечение областей пространства последующих навигационных измерений с ранее прогнозируемыми областями пространства. Вследствие отказов и неисправностей СНС или БИ данная область пересечения может отсутствовать или превосходить установленный пороговый уровень. Такая ситуация возможна при выходе измеряемых параметров за пределы установленной погрешности, а также отказов СНС или БИ. При прохождении объектов через «пораженные зоны» на отдельных участках траектории движения из-за дестабилизирующих факторов (погодных условий, рельефа местности, помех, переотражений, радиопротиводействия и прочее) погрешность измерений аппаратуры СНС или БИ не является постоянной величиной и резко возрастает. Для выявления в какой из систем СНС или БИ произошел сбой, предлагается использовать средства корреляционного анализа.**

Ключевые слова — спутниковая навигационная система; бортовые измерители параметров движения; погрешность навигационных определений; динамическая рекуррентная коррекция; корреляционный анализ измерений

I. Введение

В настоящее время известны различные способы выявления неисправностей и отказов бортовых измерителей параметров движения и спутникового навигационного оборудования движущихся объектов. Перспективными направлениями выявления неисправностей и отказов являются: – различные виды резервирования и аппаратной избыточности; – средства комплексной обработки измерительной информации; – комплексирование устройств и средств контроля навигационных и бортовых измерителей; – получение данных от стационарных и подвижных объектов с известными координатами; - повышение надёжности функционирования навигационных и бортовых измерителей на определенных этапах полета за счет методов комплексной обработки информации СНС и данных информационного поля системы посадки; - способы повышения надёжности функционирования навигационных и бортовых измерителей за счет специальных устройств восстановления рабочего состояния после кратковременного пропадания данных; - способы использования нейронных сетей, обучаемых по распознаванию типов и способов отказов и сбоев бортового оборудования, на основе накопленных статистических и интеллектуальных данных.

Известны способы резервирования оборудования [1,2], в том числе на принципах мажоритарной логики. В работах [3,4] рассмотрены способы формирования отказоустойчивой комплексной системы управления за счет многократного резервирования технических средств на борту воздушного судна. В работе [5] рассмотрен предельный случай экономичного резервирования – двухканальная схема резервирования, при которой резервированная система содержит один дублирующий канал. В [6] приведено описание устройств комплексного контроля инерциальной системы. В работе [7] приведено устройство для комплексного контроля датчиков пилотажно-навигационного комплекса управления подвижного объекта. В [8] излагается способ оценивания ошибок инерциальной информации и её коррекции по измерениям спутниковой навигационной системы. Способ использует традиционную процедуру оптимальной фильтрации и идентификации Калмана. Для повышения надежности бортового оборудования летательного аппарата активно применяются методы комплексирования устройств и средств контроля навигационных и бортовых измерителей [9,10]. Для повышения функциональной надежности навигационных определений летательного аппарата также используют получение навигационных данных от стационарных и подвижных объектов с известными координатами [11]. Еще одним вариантом повышения надежности бортового оборудования летательного аппарата являются методы комплексной обработки информации СНС и данных систем посадки для формирования траектории полета при заходе на посадку [12]. В работе [13] механизм диагностирования отказов оборудования на борту воздушного судна основан на гипотезе, что отказы обнаруживаются в результате регистрации показателей нечетких дискретных временных рядов в процессе испытания устройств в составе систем управления. Варианты обнаружения отказов, при использовании оптимального фильтра Калмана, обрабатывающего сигналы, поступающие от подсистем интегрированной навигационной системы, рассмотрены в [14]. Адаптивно-робастной оценке состояния интегрированных навигационных систем посвящены работы [15,16,17].

В качестве базового алгоритма для выявления отказов и неисправностей СНС или БИ используется метод динамической рекуррентной коррекции (ДРК) [18]. В [19] рассматриваются варианты комплексирования СНС на основе динамической рекуррентной коррекции. Целью исследований является анализ возможности выявления отказов и неисправностей СНС и БИ на основе использования динамической рекуррентной коррекции.

II. Описание способа выявления отказов и неисправностей

В результате применения алгоритма динамической рекуррентной коррекции [18,21], определяется скорректированная область пространства после третьего последовательного навигационного измерения с вероятностью не менее ($p = 0.95$). Неисправностями и отказами бортовых измерителей параметров движения и навигационного оборудования движущихся объектов можно считать ситуации, когда данные последующих навигационных измерений не согласуются с данными, прогнозируемым по динамическим характеристикам местоположением объекта. Результат пересечения прогнозируемой области возможного местоположения объекта или равен пустому множеству (нет пересечения) или ниже какого-то порогового уровня, по которому можно сказать, что прогнозирование было не точным или последующие навигационные показания сделаны с слишком высокой погрешностью. Такие случаи возможны вследствие выхода измеряемой величины за пределы интервала в $p(0{,}95)$, отказов навигационных средств или бортовых измерителей параметров движения, а также при прохождении летательных аппаратов через «пораженные зоны». На отдельных участках траектории движения в «пораженных зонах» из-за дестабилизирующих факторов (погодных условий, рельефа местности, помех, отражений радиоволн и пр.) максимальная погрешность навигационных измерений или бортовых измерителей параметров движения не является постоянной и резко возрастает. Отдельные подобные случаи можно полагать статистическими ошибками, но при их повторении в выборке накопленных значений навигационных измерений (измерений бортовых измерителей параметров движения) более порогового уровня, показания навигационной системы (бортовых измерителей) можно считать не достоверными.

При анализе возможностей выявления сбоев и отказов показания спутниковой навигационной системы или бортовых измерителей примем некоторые допущения: – потоки данных от СНС и бортовых измерителей будем считать дискретными последовательностями случайных величин с постоянной составляющей и с постоянными периодами обновления информации; – погрешности измерений БИ и погрешности измерений СНС статистически независимы в виду принципиальных различий в физическом принципе действия данного оборудования; - погрешность каждого последующего и сами значения измерений СНС и БИ не зависят от результатов предыдущих измерений и их погрешностей, они статистически независимы; – будем полагать, что для спутниковой навигационной системы и всех видов бортовых измерителей параметров движения объекта установлены критические уровни роста максимальной погрешности измерений, при которых использование данного оборудования запрещается, и данным критическим уровням соответствуют ошибки прогнозирования (или ошибки последующих навигационных измерений), когда $(\Lambda_P \cap \Lambda_{IZ})/\Lambda_{IZ} \leq K_{PR}$. Здесь Λ_P – прогнозируемая область пространства последующего навигационного измерения, Λ_{IZ} - область пространства измеренного последующего навигационного измерения, K_{PR} – пороговый коэффициент, определяющий минимальную область пересечения областей; - рост максимальной погрешности измерений спутниковой навигационной системы или бортовых измерителей в «пораженных зонах», который для данного СНС или БИ является критическим будем трактовать как восстанавливаемый отказ СНС или БИ; – при повторении в выборке из m накопленных навигационных измерений при применении алгоритма динамической рекуррентной коррекции (ДРК) [19], n последовательных значений, когда выполняется условие $(\Lambda_P \cap \Lambda_{IZ})/\Lambda_{IZ} \leq K_{PR}$ показания навигационной системы или бортовых измерителей, можно считать не достоверными вследствие роста максимальной погрешности измерений.

Разобьём диапазон последовательных полученных данных от СНС с частотой обновления информации Δt после применения алгоритма ДРК на диапазон из $m - n$ значений (в промежутке времени от $t_i \div t_j$), когда выполняется условие $(\Lambda_P \cap \Lambda_{IZ})/\Lambda_{IZ} \leq K_{PR}$ и диапазон n значений (в промежутке времени от $t_j \div t_k$), когда $(\Lambda_P \cap \Lambda_{IZ})/\Lambda_{IZ} \leq K_{PR}$. Здесь n необходимое количество последовательных измерений в выборке m для того, чтобы утверждать, что они выходят из доверительного диапазона для заданного уровня ($p = 0.95$) и заданного закона распределения случайной дискретной величины погрешности навигационного измерения, и можно сделать вывод, что показания навигационной системы или бортовых измерителей можно считать не достоверными вследствие роста максимальной погрешности измерений. При этом $i; j;\ k$ индексы и $m = k - i;\ n = k - j$. В рамках локальных диапазонов последовательных полученных данных от СНС с частотой обновления информации Δt после применения алгоритма ДРК, ограниченных временными промежутками от $t_i \div t_j$ из $m - n$ значений и в промежутке времени от $t_j \div t_k$ из n значений распределение дискретной случайной величины погрешности измерений будем считать стационарной (локально стационарной по поддиапазонам).

Для реализации заявленного технического решения предлагается следующая последовательность (алгоритм) обработки поступающей навигационной информации и данных от бортовых измерителей параметров движения. Шаг 1. Для используемой спутниковой навигационной системы и бортовых измерителей параметров движения определяется (устанавливается) порог K_{PR} соотношения прогнозируемой области возможного местоположения объекта в момент последующего навигационного измерения и область пространства последующего навигационного измерения, определяемого по алгоритму ДРК [18]. Шаг 2. Для заданного закона распределения дискретной случайно величины навигационного измерения и заданного уровня ($p = 0.95$) определяются значения m и n, т.е. общий объем контролируемых значений выборки m и минимальное количество n значений последовательных навигационных измерений в выборке m при которых выполняется условие $(\Lambda_P \cap \Lambda_{IZ})/\Lambda_{IZ} \leq K_{PR}$. При выполнении данного условия в n последовательных измерениях делается вывод, что показания навигационной системы или бортовых измерителей параметров движения являются не достоверными вследствие сбоя (роста максимальной погрешности измерения для уровня $(p = 0.95)$ СНС или БИ. Дальнейшие шаги направлены на выявление конкретной системы (СНС или какой-то БИ) в которой произошел сбой. Шаг 3. Для выявления конкретной системы (СНС или какой-то БИ) где произошел сбой, рассмотрим методом максимального правдоподобия (ММП) оценки автокорреляционных функций (АКФ) дискретных случайных величин распределения показаний СНС и бортовых измерителей на промежутках от $t_i \div t_j$ из $(m - n)$ значений и в промежутке времени от $t_j \div t_k$ из n значений. Пусть имеются: $\overline{r}_{DRK}[t_i\,;t_j]$; $\overline{r}_{DRK}[t_j\,;t_k]$ – ММП оценки показаний АКФ дискретных случайных величин K_{PR} (после применения алгоритма ДРК) для промежутков времени от $t_i \div t_j$ и от $t_j \div t_k$ для потока данных $q_{DRK(t_i \div t_j)}$ и $q_{DRK(t_j \div t_k)}$ соответственно; $\overline{r}_{SNS}[t_i\,;t_j]$; $\overline{r}_{SNS}[t_j\,;t_k]$ – ММП оценки показаний АКФ дискретных случайных величин навигационных измерений СНС для промежутков времени от $t_i \div t_j$ и от $t_j \div t_k$ для потока данных $q_{SNS(t_i \div t_j)}$ и $q_{SNS(t_j \div t_k)}$ соответственно; $\overline{r}_{BS1}[t_i\,;t_j]$; $\overline{r}_{BS1}[t_j\,;t_k]$ – ММП оценки показаний АКФ дискретных случайных величин показаний БИ №1 для промежутков времени от $t_i \div t_j$ и от $t_j \div t_k$ для потока данных $q_{BS1(t_i \div t_j)}$ и $q_{BS1(t_j \div t_k)}$ соответственно; аналогично, $\overline{r}_{BSn}[t_i\,;t_j]$; $\overline{r}_{BSn}[t_j\,;t_k]$ – ММП оценки показаний АКФ дискретных случайных величин показаний $n -$ го БИ для промежутков времени от $t_i \div t_j$ и от $t_j \div t_k$ для потока данных $q_{BSn(t_i \div t_j)}$ и $q_{BSn(t_j \div t_k)}$ соответственно. Предполагается, что рост максимальной погрешности измерения для уровня $p(0{,}95)$ произошел у той системы (СНС или БИ), у которой будет минимальное соотношение модулей оценок АКФ на участках измерений $t_i \div t_j$ и $t_j \div t_k$

$$MIN\left\{\left|\frac{\overline{r}_{SNS}[t_j\,;t_k]}{\overline{r}_{SNS}[t_i\,;t_j]}\right|;\left|\frac{\overline{r}_{BS1}[t_j\,;t_k]}{\overline{r}_{BS1}[t_i\,;t_j]}\right|;\left|\frac{\overline{r}_{BS2}[t_j\,;t_k]}{\overline{r}_{BS2}[t_i\,;t_j]}\right|;\cdots\left|\frac{\overline{r}_{BSn}[t_j\,;t_k]}{\overline{r}_{BSn}[t_i\,;t_j]}\right|\right\} \quad (1)$$

Шаг 4. Другим фактором выявления отказавшей системы СНС или БИ, должно стать условие, что результаты последовательных значений определения K_{PR} по алгоритму ДРК [18] на «пораженном участке» измерений должно коррелироваться в большей степени с показателями системы, где произошел сбой. При этом модуль разницы дисперсий дискретных случайных величин измерений на участке $t_j \div t_k$ будет максимальной.

$$MAX\left\{\left|D\left(q_{SNS(t_j \div t_k)}\right) - D\left(q_{DRK(t_j \div t_k)}\right)\right|;\left|D\left(q_{BS1(t_j \div t_k)}\right) - D\left(q_{DRK(t_j \div t_k)}\right)\right|;\cdots\left|D\left(q_{BSn(t_j \div t_k)}\right) - D\left(q_{DRK(t_j \div t_k)}\right)\right|\right\} \quad (2)$$

Шаг 5. Системой СНС или БИ, где произошел сбой (рост максимальной погрешности измерения для уровня $(p = 0.95)$ на каком-то достаточном интервале из n измерений) на «пораженном участке» в диапазоне $t_j \div t_k$, считаем ту систему, для которой выполняются условия (1) и (2) одновременно.

III. Моделирование возможности повышения точности навигационных определений при комплексировании

Возможности использования метода динамической рекуррентной коррекции для повышения точности позиционирования уже исследовались автором [20] в среде Mathcad 15 на примере движения летательного аппарата. В качестве СНС моделируются показания GPS/ГЛОНАСС. Движение летательного аппарата будем рассматривать в декартовой системе координат с центром в т. О на поверхности Земли. Рассмотрим равномерное и прямолинейное движение летательного аппарата без каких-либо маневров с постоянной горизонтальной скоростью $vh_i = 100$ м/с, и постоянной вертикальной скоростью $vv_i = 20$ м/с. Плоскость *XOY* параллельна локальному участку подстилающей поверхности Земли, объект движется вдоль оси *OX*. При моделировании будем задавать истинные координаты движения объекта, а показания СНС и бортовых измерителей параметров движения будем эмулировать с помощью добавления к истинным координатам некоторой случайно величины. При моделировании не учитывается влияние ветровой нагрузки на воздушное судно. Пусть в каждый момент времени t_i летательный аппарат имеет координаты $(x_i;\ y_i;\ z_i)$. Координаты воздушного судна на траектории будем определять через одну секунду, в моменты навигационных измерений. $t_{i+1} - t_i = \Delta t = 1$с, где $i = 0 \dots I = 0 \dots 101$. Тогда истинные координаты воздушного судна на траектории движения будут: $(x_{i+1} = x_0 + i\Delta t\ vh_i; y_{i+1} = y_0; z_{i+1} = z_0 + i\Delta t\ vv_i)$ $\quad (x_0;\ y_0;\ z_0) = (100; 0; 1000)$. Если $(x_i;\ y_i; z_i)$ истинные координаты воздушного судна в каждый момент времени t_i, пусть $(xi_i;\ yi_i; zi_i)$ измеренные с помощью GPS/ГЛОНАСС координаты. Тогда можно записать: $(xi_i = x_i \mp \Delta x|_{p=0.95};\ yi_i = y_i \mp \Delta y|_{p=0.95};\ zi_i = z_i \mp \Delta z|_{p=0.95})$. Аналогично [20], при моделировании считается, что функция плотности вероятности ошибок для СНС представляет собой сумму нормального распределения и распределения Лапласа. По [20] $\sigma 1 = 4.34$ – среднеквадратическое отклонение при $(p = 0.95)$ в горизонтальной плоскости. $\sigma 2 = \frac{14{,}667}{2} = 7.33$ – среднеквадратическое отклонение при $(p = 0.95)$в вертикальной плоскости. В качестве бортовых измерителей параметров движения воздушного судна примем показания доплеровского измерителя курсовой скорости и угла сноса и радиовысотомера, а в качестве контролируемых параметров рассмотрим курсовую скорость и высоту. Будем полагать, что ошибка в показаниях обоих этих приборов распределена по нормальному закону. Примем, что для измерителя курсовой максимальное значение погрешности измерения с вероятностью $(p = 0.95)$, составит не более 1.5% $(\sigma v = vh \cdot 0.015)$ от измеренной величины курсовой скорости. Для радиовысотомера максимальное значение погрешности измерения с вероятностью $(p = 0.95)$, составит не более 4% $(\sigma h = vv \cdot 0.04)$ от измеренной величины. При расчетах обрабатывалось по 40 измерений 100 расчетных точек траектории для горизонтальной и вертикальной плоскости отдельно. При расчетах оценивалась вероятность правильного определения отказавшей системы СНС или БИ. Вероятность оценивалась как процент количества правильных оценок отказавшей системы СНС или БИ по одновременному срабатыванию критериев (1) – (2) к общему количеству измерений (по 40 измерений 100 расчетных точек). Среднеквадратические отклонения для СНС и БИ увеличивались в 2;5;10;20;40 раз. Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2.

Рис. 1. Процентное соотношение правильных и ошибочных решений выявления отказавшей системы СНС

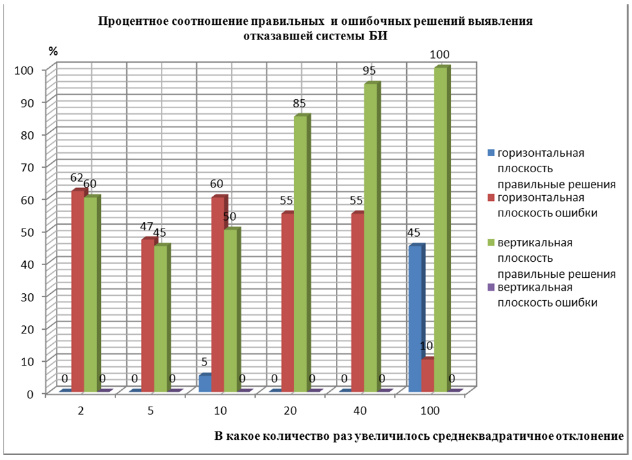


Рис. 2. Процентное соотношение правильных и ошибочных решений выявления отказавшей системы БИ

IV. Выводы

Предложенные решения [21] позволяют выявлять отказы и неисправности СНС или БИ, связанные с увеличением погрешности измерений на «пораженных» участках траектории движения объекта. Для выявления отказа спутниковой навигационной системы процент правильных решений (когда срабатывают оба критерия одновременно) не превышает 55%, что может быть связано с тем обстоятельством, что при использовании ДРК, повышение точности определения местоположения также является величиной случайной, зависит от параметров линейных и угловых скоростей и ускорений и не превышает 50-60%. При выявлении отказавшей спутниковой навигационной системы в горизонтальной плоскости получено от 40% до 50% правильных определений при отсутствии ошибок. Для вертикальной плоскости ошибки пропадают при увеличении погрешности в 20 и более раз. Это может быть связано с тем, что погрешность навигационных определений по высоте примерно в 1,5 раза выше, чем по широте и долготе.

При выявлении отказавших бортовых измерителей процент ошибок значительно выше, что может быть связано с их высокой точностью измерений. В горизонтальной плоскости (для измерителя курсовой скорости) для преобладания правильных решений над ошибочными решениями, необходимо чтобы погрешность в процентном отношении от показания прибора возросла в 100 или более раз (т.е. показания прибора отличались от истинных значений в 2 или более раза). Для вертикальной плоскости при возрастании погрешности получено от 45% до 100% правильных определений при отсутствии ошибок. Предлагаемый в [21] способ выявления неисправностей и отказов бортовых измерителей параметров движения и спутниковых навигационных систем движущихся объектов может быть использован для выявления отказов и сбоев в показаниях СНС при увеличении погрешности измерений СНС в 20 и более раз. Для выявления отказов бортовых измерителей параметров движения объектов предлагаемый способ может использовать только как вспомогательный инструмент диагностики состояния БИ совместно с другими техническими средствами выявления отказов.

При расчетах делается допущение, что при увеличении погрешности измерения не изменяется статистический закон распределения случайной величины погрешности измерений. На практике отказы и неисправности могут быть разнообразными, и это условие может не выполняться. Поэтому вопрос возможности использования ДРК для диагностики состояния бортовых систем движущегося объекта требует дополнительных исследований.

Благодарность

Исследование проводилось в рамках выполнения государственного задания Владимирского государственного университета ГБ-1186.

Литература

[1] Патент РФ на изобретение №2487389RU G05B23/02, G01R 31/02 Устройство обнаружения отказов в резервированной системе / Замыслов М.А., Михайленко С.Б., Волобуев М.Ф., Орлов С.В., Акиньшина Г.Н. опубл. 10.07.2013, Бюл.№19, патентообладатель ФГВОУ ВО Военный авиационный инженерный университет, г.Воронеж.

[2] Патент РФ на изобретение №2551813RU G06F 11/20 Устройство управления резервированной с выбором среднего арифметического значения выходных параметров системой / Агеев А. М., Акиньшина Г. Н., Волобуев М. Ф., Замыслов М. А., Мальцев А. М., Михайленко С. Б. опубл. 27.05.2015, Бюл.№15, патентообладатель Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил, г.Воронеж.

[3] Патент РФ на изобретение №2629454RU G06F 11/16 Способ формирования отказоустойчивой комплексной системы управления (КСУ) и отказоустойчивая КСУ / Заец В.Ф., Абдулин Р.Р., Кулабухов В.С. и др., опубл. 29.08.2017. Бюл.№25, патентообладатель ОАО «Московский научно-производственный комплекс «Авионика».

[4] Патент РФ на изобретение №2485446RU G01C 21/00 Интегрированная система резервных приборов / Самойлов В.М., Денисенко П.В., Семёнов И.А., Худов В.В., опубл. 20.06.2013 Бюл.№17, патентообладатель ОАО АНПП «ТЕМП-АВИА», г. Арзамас.

[5] Волобуев М.Ф., Мальцев А.М., Михайленко С.Б., Уфаев В.А. Способ обнаружения отказов при экономичном резервировании бортового оборудования беспилотного летательного аппарата // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Техника и технологии. 2016. Т. 9. № 7. С. 1059–1067.

[6] Патент РФ на изобретение №2546076RU G05B 23/00 Устройство комплексного контроля инерциальной системы / Чернов В.Ю., опубл. 10.04.2015 Бюл.№10, патентообладатель ФГАОУ ВО

«Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения» (ГУАП).

[7] Патент РФ на изобретение №2461040RU G05B 23/00 Устройство для комплексного контроля датчиков подвижного объекта / Чернов В. Ю., опубл. 10.09.2012 Бюл.№25, патентообладатель ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения» (ГУАП).

[8] Патент РФ на изобретение №2617565RU G01C 21/02; G01C 23/00 Способ оценивания ошибок инерциальной информации и её коррекции по измерениям спутниковой навигационной системы / Джанджгава Г.И., Базлев Д.А., Герасимов Г.И. и др., опубл. 25.04.2017 Бюл.№12, патентообладатель АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро».

[9] Патент РФ на изобретение №2621827RU G08G 5/00; G01S 19/00; G01S 19/00 Бортовая система содействия пилотированию летательного аппарата, основанная на системе GNSS, имеющая избыточную и несходную архитектуру для повышенного уровня достоверности / Ролле Стефан, Аретан Жан-Пьер, опубл. 07.06.2017 Бюл.№16, патентообладатель ТАЛЬ (FR).

[10] Патент РФ на изобретение №2487419RU G08G 5/04 Система комплексной обработки информации радионавигационных и автономных средств навигации для определения действительных значений параметров самолетовождения / Скрябин Е. Ф., опубл. 10.07.2013 Бюл.№19, патентообладатель Министерство промышленности и торговли Российской Федерации.

[11] Патент РФ на изобретение №2333538RU G08G 5/00; B64D 45/00 Способ индикации положения объектов наблюдения / Пятко С.Г., Фальков Э.Я., Красов А.И., Скобеев С.Ф., Танюхин И.М. опубл. 10.09.2008 Бюл.№25, патентообладатель ООО «Фирма «НИТА».

[12] Патент РФ на изобретение №2496131RU G05D 1/08; G01C 21/06; G01S 13/91; G08G 5/02; B64D 45/04 Способ управления летательным аппаратом при заходе на посадку / Беляев М.А., Гарбузов А.А., Джанджгава Г.И. и др., опубл. 20.10.2013 Бюл.№29, патентообладатель Открытое акционерное общество «Российская самолетостроительная корпорация «МиГ».

[13] Крупейников Д.Е., Дрогайцев В.С. Методические и интеллектуальные средства обнаружения и диагностирования отказов функциональных устройств бортовых систем управления летательных аппаратов. I // Вестник СГТУ. 2013. № 1 (69). С. 180–190.

[14] Патент РФ на изобретение №2688564RU B64D 45/00; G01C 21/16; G07C 5/08 Системы и способы обнаружения отказов при определении пространственного положения на основе воздушных сигналов и настроек управления воздушным судном / Бреннер М.А., Мориссон Д. Р., Киммел Д.Т., Хэнсен Д.Д. опубл. 21.05.2019 Бюл.№15, патентообладатель ХАНИВЕЛЛ ИНТЕРНЕШНЛ ИНК. (US).

[15] Грошев А.В. Стратегия алгоритмического повышения точностных характеристик и информационной надежности инерциально-спутниковых навигационных систем в составе беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2019. №104. С. 16.

[16] Чернодаров А.В. Контроль и адаптивно-робастная оценка состояния интегрированных навигационных систем на базе квантово-оптических измерителей // Научный вестник МГТУ ГА. 2012. № 185(11). С. 5–12.

[17] Грошев А.В., Фролова О.А. Помехоустойчивый адаптивно-робастный алгоритм контроля данных в комплексной инерциально-спутниковой навигационной системе // Управление большими системами. 2018. № 74. С. 63–80.

[18] Патент РФ на изобретение №2529016RU G01S19/45. Способ определения местоположения подвижного объекта при навигационных измерениях / Тельный А.В., опубл. 27.09.2014 Бюл.№27, патентообладатель Тельный А. В.

[19] Патент РФ на полезную модель №182513RU G01C 23/00; G01S 19/45 Устройство комплексирования навигационной информации спутниковых навигационных систем (варианты) /Тельный А.В. Никитин О.Р. Монахов М.Ю.; опубл. 21.08.2018 Бюл. №24, патентообладатель Тельный А.В., Монахов М.Ю., Никитин О.Р.

[20] Monakhov, Yu.M., Monakhov, M.Yu., Telny, A.V., Improving the accuracy of local positioning for mobile network nodes using satellite navigation systems, *2019 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology* (USBEREIT), IEEE. 25-26 April 2019. Yekaterinburg, Russia.

[21] Патент РФ на изобретение №2668597RU G01C 25/00 Способ выявления неисправностей и отказов бортовых измерителей параметров движения и спутниковых навигационных систем движущихся объектов / Тельный А.В. Никитин О.Р. Монахов М.Ю. опубл. 02.10.2018 Бюл.№28, патентообладатель Тельный А.В., Монахов М.Ю., Никитин О.Р..

Определение положений равновесия наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов*

Е.В. Баринова
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.А. Тимбай
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Самара, Россия
timbai@mail.ru

***Аннотация*—Исследуется движение относительно центра масс наноспутника формата CubeSat на круговой орбите под действием аэродинамического и гравитационного моментов. Одним из важных отличий динамики наноспутников формата CubeSat от осесимметричных спутников является то, что момент аэродинамической силы лобового сопротивления зависит от двух углов ориентации - угла атаки и собственного вращения, что обусловлено формой прямоугольного параллелепипеда. В работе получены формулы для определения положений относительного равновесия в орбитальной системе координат динамически-несимметричного наноспутника формата CubeSat, когда его центр масс смещен относительно геометрического центра по продольной оси.**

Ключевые слова—наноспутник формата CubeSat, аэродинамический момент, гравитационный момент, угол атаки, угол прецессии, угол собственного вращения

I. Введение

При разработке наноспутников важным вопросом является обеспечение заданной ориентации в пространстве, так как от этого зависит выполнение многих целевых задач полета. Необходимая ориентация наноспутника чаще всего достигается за счет использования пассивных или комбинированных (пассивных в сочетании с активными) систем стабилизации, не требующих расхода рабочего тела и энергии или требующих их в незначительном объеме. Поэтому необходимо учитывать характер неуправляемого движения наноспутника относительно центра масс под действием моментов внешних сил. В связи с тем, что в основном наноспутники запускаются на низкие круговые орбиты, где преобладают гравитационный и аэродинамический моменты, для стабилизации углового положения целесообразно использовать оба момента [1–4]. Поэтому одной из важных задач является определение положений равновесий наноспутника относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов.

В литературе достаточно полно изучены положения равновесия относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов для спутников, имеющих форму близкую к сферической [5–7]. Для таких спутников сила аэродинамического сопротивления не зависит от ориентации аппарата относительно набегающего потока. Например, в [5] рассмотрены спутники, у которых центр давления смещен относительно центра масс по продольной оси. В [7] предложен символьно-численный метод определения всех положений равновесия спутника в орбитальной системе координат, когда центр давления спутника смещен относительно центра масс по трем координатам и три главные моменты инерции не равны друг другу.

В данной работе мы изучаем наноспутники формата CubeSat, которые имеют форму прямоугольного параллелепипеда, и как следствие аэродинамическая сила лобового сопротивления зависит от ориентации спутника относительно набегающего потока (углов атаки и собственного вращения).

Нами ранее в работе [8] были определены положения равновесия углового движения динамически симметричного наноспутника формата CubeSat на круговой орбите под действием аэродинамического и гравитационного моментов при смещении центра давления наноспутника от его центра масс по трем координатам. Показано, что в зависимости от соотношения аэродинамического и гравитационного моментов для динамически симметричного наноспутника возможно 8, 12 или 16 положений равновесия.

В развитие проведенных ранее исследований, данная работа посвящена определению положений равновесия наноспутника формата CubeSat с тремя разными главными моментами инерции при смещении центра давления от центра масс по одной из главных осей инерции при движении на круговой орбите под действием аэродинамического и гравитационного моментов. В работе показано, что в данном случае число возможных положений равновесия имеет больший диапазон, а именно 8, 12, 16, 20 или 24.

II. Математическая модель

Для описания движения наноспутника относительно центра масс введены две системы координат (СК): траекторная *OXYZ* (совпадающая с орбитальной в случае круговой орбиты) и связанная *Oxyz* СК (оси связанной СК являются главными центральными осями инерции наноспутника). Связь между траекторной и связанной СК определяется с помощью углов Эйлера, где α – пространственный угол атаки, ψ – угол прецессии, φ – угол собственного вращения. Коэффициенты матрицы перехода от траекторной системы координат к связанной определяется следующим образом:

$$b_{11} = \cos\alpha\,,\ b_{12} = \sin\alpha\sin\psi\,,\ b_{13} = -\sin\alpha\cos\psi\,,$$
$$b_{21} = \sin\alpha\sin\varphi\,,\ b_{22} = \cos\varphi\cos\psi - \cos\alpha\sin\varphi\sin\psi\,,$$
$$b_{23} = \cos\varphi\sin\psi + \cos\alpha\sin\varphi\cos\psi\,,\ b_{31} = \sin\alpha\cos\varphi\,,$$
$$b_{32} = -\sin\varphi\cos\psi - \cos\alpha\cos\varphi\sin\psi\,,$$
$$b_{33} = -\sin\varphi\sin\psi + \cos\alpha\cos\varphi\cos\psi\,.$$

Уравнения пространственного движения наноспутника относительно центра масс под действием аэродинамического и гравитационного моментов на круговой орбите можно записать в следующем виде [9]:

$$\begin{aligned}
&A\cdot\dot\omega_x + (C-B)\cdot\omega_y\cdot\omega_z = M_{gx} + M_{ax},\\
&B\cdot\dot\omega_y + (A-C)\cdot\omega_z\cdot\omega_x = M_{gy} + M_{ay},\\
&C\cdot\dot\omega_z + (B-A)\cdot\omega_x\cdot\omega_y = M_{gz} + M_{az},
\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}
&\omega_x = \dot\psi\cos\alpha + \dot\varphi + \omega_0 b_{12},\\
&\omega_y = \dot\psi\sin\varphi\sin\alpha + \dot\alpha\cos\varphi + \omega_0 b_{22},\\
&\omega_z = \dot\psi\cos\varphi\sin\alpha - \dot\alpha\sin\varphi + \omega_0 b_{32}.
\end{aligned}\tag{2}$$

Здесь $M_{gx} = 3\dfrac{\mu}{R^3}(C-B)b_{23}b_{33}$,

$M_{gy} = 3\dfrac{\mu}{R^3}(A-C)b_{13}b_{33}$, $M_{gz} = 3\dfrac{\mu}{R^3}(B-A)b_{13}b_{23}$ – проекции гравитационного момента; $M_{ax} = -c_0 qS\cdot\tilde S(\alpha,\varphi)$, $M_{ay} = c_0 qS\cdot\tilde S(\alpha,\varphi)\cdot\Delta x b_{31}$, $M_{az} = -c_0 qS\cdot\tilde S(\alpha,\varphi)\cdot\Delta x b_{21}$ – проекции аэродинамического момента [8]; ω_x, ω_y, ω_z – проекции абсолютной угловой скорости на оси связанной СК; ω_0 – орбитальная угловая скорость; *A, B, C* – главные центральные моменты инерции наноспутника; μ – гравитационная постоянная Земли; $R = R_З + H$ – расстояние центра масс спутника от центра притяжения; *R* – радиус Земли; *H* – высота полета; c_0 – коэффициент, который может принимать значения от 2 до 3 в зависимости от физических свойств газа и поверхности наноспутника, для проектных проработок принимается равным 2,2; $q = \rho V^2/2$ – скоростной напор; ρ – плотность атмосферы на данной высоте; *V* – скорость полета наноспутника; $\tilde S(\alpha,\varphi) = |\cos\alpha| + k\sin\alpha\left(|\sin\varphi| + |\cos\varphi|\right)$ – площадь проекции наноспутника на плоскость перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесенная к характерной площади наноспутника *S* [10]; Δ*x* – смещение центра давления (геометрического центра), относительно центра масс вдоль продольной оси; *k* – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади.

В связи с тем, что рассматривается движение на круговой орбите, можно записать:

$$\frac{\mu}{R^3} = \omega_0^2 \tag{3}$$

Положением равновесия называется такое положение наноспутника, в котором наноспутник будет находиться все время, если в начальный момент времени он находился в этом положении и скорости всех его точек были равны нулю [11]. Из определения следует, что скорости изменения углов равны нулю ($\dot\alpha = 0$, $\dot\psi = 0$, $\dot\varphi = 0$), тогда уравнения (2) примут вид:

$$\begin{aligned}
&\omega_x = \omega_0\cdot b_{12},\\
&\omega_y = \omega_0\cdot b_{22},\\
&\omega_z = \omega_0\cdot b_{32}.
\end{aligned}\tag{4}$$

С учетом (3) и (4) из (1) получим систему для определения положений равновесия:

$$\begin{gathered}
(C-B)\cdot\omega_0^2\left(b_{22}\cdot b_{32} - 3\cdot b_{23}\cdot b_{33}\right) = 0,\\
(A-C)\cdot\omega_0^2\left(b_{32}\cdot b_{12} - 3\cdot b_{33}\cdot b_{13}\right) -\\
-c_0 qS\Delta x b_{31}\left(|b_{11}| + k\left(|b_{21}| + |b_{31}|\right)\right) = 0,\\
(B-A)\cdot\omega_0^2\left(b_{12}\cdot b_{22} - 3\cdot b_{13}\cdot b_{23}\right) +\\
+c_0 qS\Delta x b_{21}\left(|b_{11}| + k\left(|b_{21}| + |b_{31}|\right)\right) = 0.
\end{gathered}\tag{5}$$

В данной работе определены положения равновесия для наноспутника формата CubeSat со смещением центра масс от геометрического центра только по продольной оси ($A\neq B\neq C$ и $\Delta x\neq 0$). В этом случае система (5) позволяет найти аналитическое решение.

Введем следующие обозначения:

$$v = \frac{\omega_0^2(B-A)}{c_0 qS} = \frac{2(B-A)}{c_0\rho S(R_З + H)^2},\ r = \frac{\omega_0^2(C-A)}{c_0 qS}, \tag{6}$$

Тогда комбинации углов прецессии, собственного вращения и атаки, соответствующие положениям углового равновесия относительно центра масс, определяются по следующим формулам:

(1) $\alpha_1 = 0$ при $\varphi+\psi = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ – 4 положения равновесия при любых соотношениях $\Delta x, r, v$;

(2) $\alpha_2 = \pi$ при $\varphi+\psi = \{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ – 4 положения равновесия при любых $\Delta x, r, v$;

(3) Если $\dfrac{|\Delta x|}{3} < |r|$: $\psi_1 = 0, (\psi_3 = \pi)$, $\varphi_1 = 0, (\varphi_3 = \pi)$,

$\alpha_3 = arcctg\left(\dfrac{\Delta x k}{-3r + sign(r)|\Delta x|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(4) Если $|\Delta x| < |r|$: $\psi_2 = \frac{\pi}{2}$, $(\psi_4 = \frac{3\pi}{2})$, $\varphi_1 = 0, (\varphi_3 = \pi)$,

$\alpha_4 = arcctg\left(\frac{\Delta xk}{r - sign(r)|\Delta x|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(5) Если $\frac{|\Delta x|}{3} < |v|$: $\psi_1 = 0, (\psi_3 = \pi)$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}, (\varphi_4 = \frac{3\pi}{2})$,

$\alpha_5 = arcctg\left(\frac{\Delta xk}{-3v + sign(v)|\Delta x|}\right)$ – 4 положения равновесия;

(6) Если $|\Delta x| < |v|$: $\psi_2 = \frac{\pi}{2}$, $(\psi_4 = \frac{3\pi}{2})$,

$\varphi_2 = \frac{\pi}{2}, (\varphi_4 = \frac{3\pi}{2})$, $\alpha_6 = arcctg\left(\frac{\Delta xk}{v - sign(v)|\Delta x|}\right)$ – 4 положения равновесия.

Окончательный результат приведен в табл. 1, в которой в зависимости от соотношения параметров показано число положений углового равновесия, а в скобках указаны номера комбинаций углов прецессии, собственного вращения и атаки, соответствующие положениям углового равновесия.

Из таблицы видно, что число положения равновесия не может быть меньше 8 и больше 24. При преобладании аэродинамического момента, то есть на сравнительно низких высотах, где атмосфера оказывает заметное влияние, возможно всего 8 положений равновесия. Тогда как при преобладании гравитационного момента, то есть на высотах с менее плотной атмосферой, возможно 24 положения равновесия.

Далее в табл. 2 приведены результаты для частного случая динамически симметричного наноспутника (то есть $A \neq B = C$, $r = v$, $\Delta x \neq 0$). В этом случае при любом соотношении аэродинамического и гравитационного моментов имеют место два положения равновесия по углу атаки $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ (при любых значениях углов прецессии и собственного вращения). Кроме того, при уменьшении влияния аэродинамического момента (то есть при выполнении условий $v > |\Delta x|/3$ или $v > |\Delta x|$) появляются положения равновесия по углу атаки, зависящие от угла собственного вращения φ при фиксированных значения угла прецессии ψ. Можно отметить, что данный результат, с точностью до преобразований, совпадает с полученным нами ранее в [8].

Таблица 1. Число положений равновесия (в скобках указаны номера комбинаций углов, соответствующие положениям равновесия)

	$0 < \lvert r\rvert < \frac{\lvert\Delta x\rvert}{3}$	$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{3} < \lvert r\rvert < \lvert\Delta x\rvert$	$\lvert\Delta x\rvert < \lvert r\rvert$
$0 < \lvert v\rvert < \frac{\lvert\Delta x\rvert}{3}$	**8 (1,2)**	**12 (1,2,3)**	**16 (1,2,3,4)**
$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{3} < \lvert v\rvert < \lvert\Delta x\rvert$	**12 (1,2,5)**	**16 (1,2,3,5)**	**20 (1,2,3,4,5)**
$\lvert\Delta x\rvert < \lvert v\rvert$	**16 (1,2,5,6)**	**20 (1,2,3,5,6)**	**24 (1,2,3,4,5,6)**

Таблица 2 положения равновесия для случая $A \neq B = C$ и $\Delta x \neq 0, \Delta y = \Delta z = 0$

$\alpha = 0$ или $\alpha = \pi$ при любых значениях углов прецессии и собственного вращения			
	$(\Delta x > 0$ и $v > 0)$ или $(\Delta x < 0$ и $v < 0)$		
	$\lvert v\rvert < \frac{\lvert\Delta x\rvert}{3}$	$\frac{\lvert\Delta x\rvert}{3} < \lvert v\rvert < \lvert\Delta x\rvert$	$\lvert\Delta x\rvert < \lvert v\rvert$
$\psi_1 = 0 \quad (\psi_3 = \pi)$	–	$\alpha_1 = arcctg\left(\frac{\Delta xk(\lvert\sin\varphi\rvert + \lvert\cos\varphi\rvert)}{-3v + sign(v)\lvert\Delta x\rvert}\right)$,	
$\psi_2 = \frac{\pi}{2} \quad (\psi_4 = \frac{3\pi}{2})$	–	–	$\alpha_{3,4} = arcctg\left(\frac{\Delta xk(\lvert\sin\varphi\rvert + \lvert\cos\varphi\rvert)}{v - sign(v)\lvert\Delta x\rvert}\right)$,

III. Вычисление положений равновесия для наноспутника SamSat-218D

С использованием полученных в работе формул определены положения равновесия для наноспутника SamSat-218D, который был создан в Самарском национальном исследовательском университете имени академика С.П. Королева и предназначался для отработки технологии создания замкнутого контура управления его пространственной ориентацией при наличии специально созданного большого запаса статической устойчивости [12]. При расчетах использована стандартная плотность атмосферы согласно ГОСТ 4401-81 [13].

Характеристики наноспутника:

$$m = 1{,}8\ \text{кг};\ l = 0{,}328\ \text{м};\ a = 0{,}1\ \text{м};\ S = 0{,}01\ \text{м}^2;\ k = 3{,}28;$$
$$A = 0{,}00405\ \text{кг}\cdot\text{м}^2;\ B = 0{,}01424\ \text{кг}\cdot\text{м}^2;\ C = 0{,}01456\ \text{кг}\cdot\text{м}^2;$$
$$c_0 = 2{,}2;\ \Delta x = -0{,}061\ \text{м}.$$

Для примера была рассмотрена высота 480 км, где реализуется 16 положения равновесия. Результаты расчета приведены в табл. 3. На рис. 1 показана зависимость числа положений равновесия от высоты полета для стандартной модели атмосферы [13].

Таким образом, в данной работе получены формулы для определения положений относительного равновесия динамически-несимметричного наноспутника формата CubeSat под действием аэродинамического и гравитационного моментов при движении по круговой орбите, когда центр масс наноспутника смещен относительно геометрического центра по продольной оси. Показано, что будет не менее 8 положений равновесия, а в случае уменьшения влияния аэродинамического момента и, соответственно, увеличения влияния гравитационного, возможно 12, 16, 20 или 24. Определены условия, при которых изменяется число положений относительного равновесия.

Благодарность

Работа выполнена в рамках проекта FSSS-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

Таблица 3. Положения относительного равновесия наноспутника SamSat-218D на высоте H=480 к м

№	ψ	φ	α	№	ψ	φ	α
1	0	0	0	**9**	0	0	6,7°
2	0	90°	0	**10**	0	180°	6,7°
3	0	180°	0	**11**	180°	0	6,7°
4	0	270°	0	**12**	180°	180°	6,7°
5	0	0	180°	**13**	0	90°	5,9°
6	0	90°	180°	**14**	0	270°	5,9°
7	0	180°	180°	**15**	180°	90°	5,9°
8	0	270°	180°	**16**	180°	270°	5,9°

Рис. 1. Число положений относительного равновесия наноспутника SamSat-218D в зависимости от высоты полета

Литература

[1] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Nikolaev, P.N., Analysis and Synthesis of Motion of Aerodynamically Stabilized Nanosatellites of the CubeSat Design, *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 4, pp. 287–300.

[2] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Davydov, D.D., Passive three-axis stabilization of a nanosatellite in low-altitude orbits: Feasibility study, *25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 2018, pp. 1–4.

[3] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., Kurmanbekov, M.S., Passive gravitational aerodynamic stabilization of nanosatellite, *24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 2017, pp. 1–4.

[4] Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Barinova, E.V., Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, *Gyroscopy and Navigation*, 2020, vol. 11, no. 2, pp. 149–161.

[5] Sarychev, V.A., Mirer, S.A., Relative equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques, *Celest. Mech. Dyn. Astron*., 76, 2000, pp. 55–68.

[6] Sarychev, V.A., Gutnik, S.A., Dynamics of an axisymmetric satellite under gravitational and aerodynamic torques, *Cosmic Research*, 2012, vol. 50, no. 5. pp. 367–375.

[7] Sarychev, V.A., Gutnik, S.A., Dynamics of a satellite subject to gravitational and aerodynamic torques. Investigation of equilibrium positions, *Cosmic Research*, 2015, vol. 53, no. 6. pp. 449–457.

[8] Barinova, E.V., Timbai, I.A., Study of Relative Equilibrium Positions of a Dynamically Symmetric Cubesat Nanosatellite under Aerodynamic and Gravitational Moments, *26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, 2019, pp. 1–4.

[9] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. Москва: Наука, 1965. 416 с.

[10] Belokonov, I.V., Kramlikh, A.V., Timbai, I.A., Low-orbital transformable nanosatellite: Research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization, *Adv. Astronaut. Sci*., 153, 2015, 383–397.

[11] Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. Москва: Наука, 1966.

[12] Kirillin, A. et al, SSAU Nanosatellite Project for the Navigation and Control Technologies Demonstration, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 97–106.

[13] ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1981-02-27. М.: Изд-во стандартов, 1981. 181с.

Реализация модуля слежения за сигналом для навигационного приемника*

А.А. Кумарин
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальнй исследовательский университет
Самара, Россия
alky_samara@mail.ru

И.А. Кудрявцев
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальнй исследовательский университет
Самара, Россия
rtf@ssau.ru

С.В. Шафран
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальнй исследовательский университет
Самара, Россия
mailbox-kddk@mail.ru

***Аннотация*—навигационные приемники на основе программно-определяемого радио становятся все более популярными. Слежение за сигналом в них является наиболее времязатратной частью обработки сигнала. Основной задачей было разработать модуль слежения за сигналом в FPGA части приемника на основе системы на кристалле. Реализация включает в себя буферы данных с общей памятью, экономные к ресурсам умножители сигнала, набор корреляторов, дискриминаторов и специальный многоканальный генератор C/A кода, основанный на памяти. Все составные элементы выполнены в виде кода на языке описания аппаратуры System Verilog.**

Ключевые слова—навигация, позиционирование, спутниковые системы, слежение за сигналом, система на кристалле, ПЛИС

I. Введение

Навигационные приемники на основе программно-определяемого радио (software defined radio – SDR) становятся все более популярными. Обычно SDR состоит из относительно универсальной приемной части, которая совершает предобработку и оцифровку принимаемого сигнала, и цифровой вычислительной части, вычисляющей положение приемника. Преимущество такого подхода заключается в возможности изменять алгоритмы обработки и добавлять новые типы сигналов и систем без необходимости изменения аппаратного обеспечения. Вычислительный модуль может включать в себя один или несколько микроконтроллерных или микропроцессорных ядер, цифровые сигнальные процессоры (ЦСП) и программируемые логические схемы (field programmable gate array – FPGA) или любую их комбинацию. Другой подход к созданию вычислительной платформы – использовать систему на кристалле (system on chip – SoC), объединяющую в себе микропроцессорную часть (hardware processor system – HPS) и FPGA. В [1] были предложены несколько архитектур вычислительного блока на основе SoC. Было показано, что программное слежение за сигналом является наиболее времязатратной частью обработки. Поэтому в данной статье основное внимание уделяется реализации слежения за сигналом в FPGA части SoC.

Принцип обработки данных показан на Рис. 1 и с виду он достаточно легок в реализации.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20215)

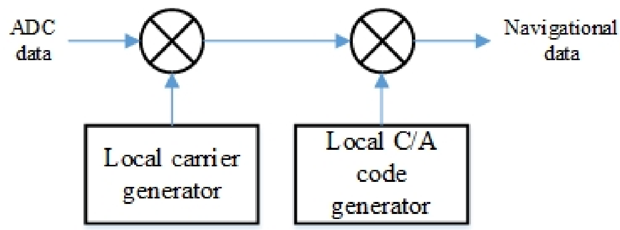


Рис. 1. Обработка данных в модуле слежения

Обычно приемники выполняют все вычисления либо синхронно, либо асинхронно с приходящим потоком данных. Асинхронные вычисления характерны для постобработки, а синхронные – для решений реального времени. Возможны синхронизация по выборкам, C/A коду или блочная.

Данные приходят с АЦП с определенной частотой дискретизации, поэтому полная синхронизация требует нескольких каналов, работающих параллельно, что может привести к нерациональному использованию ресурсов. Кроме того, данный подход может быть нецелесообразен при использовании SoC: в предлагаемой архитектуре поиск сигнала осуществляется в HPS по тем же данным, что и слежение. Мост HPS-FPGA не всегда имеет стабильную скорость из-за влияний задержек операционной системы и наличия на AXI шине других транзакций, таких как передача результатов поиска сигнала в FPGA. В связи с непредсказуемыми задержками в передаче данных, должен быть установлен буфер, накапливающий данные. Это позволяет ввести подход блочной синхронизации. Размер буфера, требуемый для сохранения 1 эпохи (1 мс входящего сигнала) зависит от частоты дискретизации АЦП и обычно не превышает 50000 выборок для одночастотного приемника.

Одна из проблем использования FPGA в качестве вычислительной платформы заключается в том, что FPGA в основном не предназначена для вычислений с плавающей запятой. Иногда такие вычисления можно реализовать с использованием DSP блоков с вспомогательными блоками, однако их число сильно ограничено. Поэтому в данном исследовании при возможности используется целочисленная арифметика или арифметика с фиксированной запятой.

Первым шагом в обработке данных является умножение поступающего сигнала на локальную реплику несущей. Вторым этапом идет умножение результата на локальную реплику C/A кода. Обычно он генерируется с использованием двух 10-битных сдвиговых регистров со специальной обратной связью, как показано на Рис. 2. Автокорреляционная функция результирующей псевдослучайной последовательности (ПСП), также известной как коды Голда [2] имеет узкий пик. Каждому спутнику выделяется своя уникальная ПСП, определяемая сдвигом фаз между генераторами G1 и G2. Основными недостатками таких генераторов является невозможность получения предыдущего значения без необходимости проходить всю последовательность, предопределенное стартовое состояние, замедляющее старт и необходимость использовать отдельный генератор для каждого канала.

Одной из проблем при генерировании локальной реплики несущей и кода – это необходимость коррекции обоих генераторов. Для этого применяются от шести до десяти корреляторов. Реальное количество зависит от используемой архитектуры. Обычно используются только поздние, ранние и точные ветви, однако некоторые более сложные архитектуры используют очень ранние и очень поздние ветви [3]. Непосредственная коррекция осуществляется на основе значений дискриминаторов, которые вычисляются на основе значений корреляции. Для их вычисления требуется вычисления квадратного корня, арктангенса, деления, умножения, сложения. Реализация такого многообразия операций требует значительных усилий.

Данная работа фокусируется на архитектуре модуля слежения за сигналом навигационного приемника на основе SoC. Он включает в себя генератор локального C/A кода, корреляторы, дискриминаторы, умножители сигналов и буферы данных. Все разработки велись на языке описания аппаратуры System Verilog.

II. Предлагаемый модуль слежения

A. Буферы данных

В приемнике два типа буферов: для входного сигнала и для результатов поиска сигнала.

Буфер входных данных наибольший. Его размер должен позволять хранить все выборки данных для всех каналов, если их несколько. Здесь необходимо решить две проблемы: какую память использовать и объем этой памяти. Поскольку одни и те же данные используются несколькими каналами слежения и блоком поиска сигнала, требуется многопользовательская память с произвольным доступом. Таким образом, целесообразно использовать встроенную память FPGA части. На рис. 3 показан интерфейс разработанного блока памяти. Он дает одинарный доступ на запись и множественный на чтение.

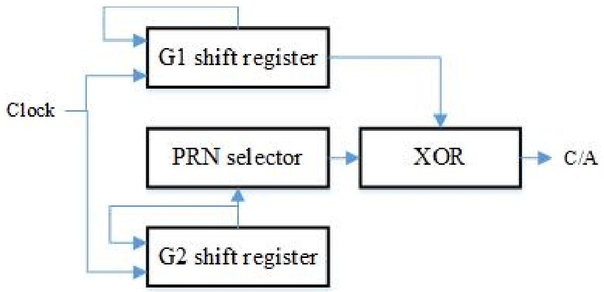


Рис. 2. Стандартный генератор C/A кода

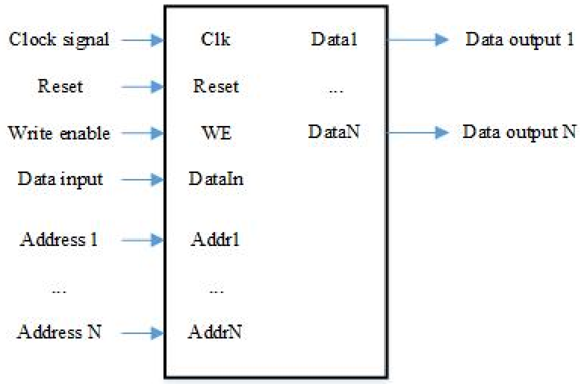


Рис. 3. Интерфейс разработанного блока памяти

Буфер результатов поиска сигнала содержит смещение по времени и доплеровскую частоту для каждого найденного спутника.

B. Генератор несущей

Блок генератора несущей требует вычисления синуса и косинуса. Для этого использовался модифицированный алгоритм CORDIC, который уже был описан в [1].

C. Умножители сигнала

Во входной сигнал примешана несущая и C/A код. Удаление любой из этих частей требует умножения сигнала на локально сгенерированную выровненную с сигналом реплику. В данной работе используется входной сигнал с разрешением 2 бита. Поэтому умножение может быть значительно упрощено. Возможны следующие варианты входных значений: –3, –1, 1, 3 [4]. Таким образом, требуется только умножение на 3 и правильный знак. Умножение на константу может быть совершено со значительно меньшими затратами ресурсов [5].

Второй блок умножения используется для удаления кода. Он считается частью блока корреляторов и рассмотрен в соответствующем разделе.

D. Кореляторы

Вычисление корреляции – достаточно несложная процедура: требуется одно умножение и суммирование с накоплением. Однако, наибольшая сложность заключается в объеме данных, который делает данную часть алгоритма наиболее затратной в классическом подходе. Более того, в данной реализации сигнал в приемнике комплексный, что требует двойных затрат. Для подстройки локального генератора C/A кода требуются ранняя и поздняя ветвь сигнала (коды сдвинуты на 1 период кода). Таким образом, в предлагаемом решении всего 6 корреляторов.

Предлагаемая FPGA реализация блока, показана на Рис. 4. Она состоит из блока задержек, дающего точный, ранний и поздний сигнал, и интеграторов (сумматор и память). Выходы интеграторов – синфазный ранний, точный и поздний (I_E, I_P, I_L) и квадратурный ранний, точный и поздний (Q_E, Q_P, Q_L). Умножение – тяжелая операция, однако на самом деле оно и не требуется, т.к. код имеет значения +1 и –1. Следовательно, умножение заменяется на смену знака.

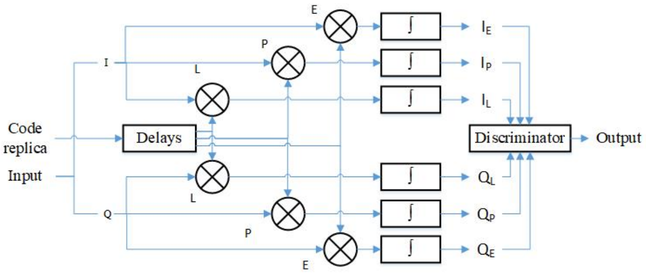


Рис. 4. Система корреляторов

Таким образом, блоку корреляторов требуется только 6 сумматоров с изменяемым знаком и 8 блоков памяти (6 для интеграторов и 2 для задержек).

E. Генератор C/A кода

Генерирование C/A кода осуществляется специально разработанным многоканальным GPS C/A генератором, основанным на памяти (Рис. 5). Он был создан для преодоления недостатков стандартных генераторов. В отличии от них он основан не на сдвиговых регистрах, а на блоках памяти. Их два: один для G1, второй – для G2. Эта память содержит ПСП соответствующих генераторов. Необходимые элементы памяти выбираются блоком вычисления адреса и к ним применяется операция исключающего ИЛИ в блоке XOR.

У данного генератора есть несколько ключевых особенностей. Во-первых, это единый генератор сразу для всех каналов, что уменьшает накладные расходы в сравнении с использованием отдельного генератора на каждом канале. Во-вторых, генератор может давать любую ПСП, т.к. они отличаются только смещением индексов между G1 и G2. И наконец, генератор работает в режиме произвольного доступа, что позволяет стартовать мгновенно с нужного момента, а также можно получить предыдущее значение, если это нужно для выравнивания кода с сигналом.

F. Дискриминаторы

Блок дискриминаторов – один из наиболее сложных во всей системе слежения. Он используется как для вычисления дискриминатора слежения за несущей, так и для дискриминатора слежения за кодом по следующим формулам [6]:

$$D_{carrier} = \mathrm{atan}(Q_P / I_P) \tag{1}$$

$$D_{carrier} = Q_P \cdot \mathrm{sign}(I_P) \tag{2}$$

$$D_{carrier} = Q_P \cdot I_P \tag{3}$$

$$D_{code} = (E - L) / (E + L) \tag{4}$$

$$D_{code} = \mathrm{E}^2 - \mathrm{L}^2 \tag{5}$$

$$D_{code} = (I_E - I_L) \cdot I_P \tag{6}$$

Здесь $\mathrm{P_E}$ и $\mathrm{P_L}$ вычисляются как (7) и (8):

$$E = \sqrt{I_E^2 + Q_E^2} \tag{7}$$

$$L = \sqrt{I_L^2 + Q_L^2} \tag{8}$$

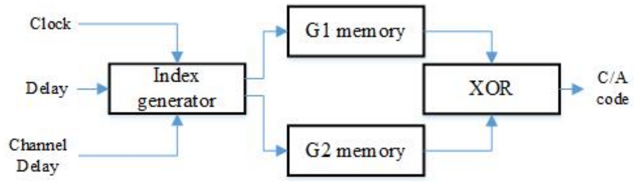


Рис. 5. Memory-based C/A code generator

Таким образом, система вычисления дискриминаторов требует по меньшей мере одно вычисление квадратного корня, арктангенса, деления, умножения и сложения. Значения дискриминатора не требуется вычислять столь же часто, как корреляцию [6]. Поэтому используется только по одному вычислителю каждого типа, которые используются по заранее определенной последовательности.

III. Обсуждение

A. Использование памяти

Емкость блока памяти входных данных вычислялась по формуле (9). F_S – частота дискретизации АЦП, N_e – число сохраняемых эпох.

$$N_{in} = F_S / 1000 \cdot N_e \tag{9}$$

Для хранения двух эпох при частоте дискретизации 50 Мвыб/с потребует 100 тысяч выборок. При использовании 2-битных данных это 25 кбайт данных. В данной работе предполагается использование систем на кристалле серий Altera Cyclone V или Xilinx Zynq 7000. Обе серии предлагают не менее 2Мб встроенной памяти [7,8]. Таким образом, расход памяти составит не более 2%.

Размер буфера данных результатов поиска сигналов оценивались по формуле (10). N_{Dopp} – размер данных Доплеровской частоты, N_{TD} – размер данных сдвига времени и N_{ch} – число каналов.

$$N_{acq} = (N_{Dopp} + N_{TD}) N_{ch} \tag{10}$$

Если разрешение 32 бита и максимальное число видимых спутников не более 50 (4 системы, одна частота [9]), то размер буфера составит 400 байт.

B. Использование ресурсов генератором C/A кода

Разработанный генератор на основе памяти требует больше ресурсов, чем обычные генераторы на сдвиговых регистрах. Однако, у него есть преимущество при масштабировании: количество требуемых ресурсов растет медленнее, чем линейная функция числа каналов. Это видно из Таблицы I, где приведено количество используемых логических ячеек.

C. Последовательное вычисление дискриминаторов

Одной из наиболее затратной по ресурсам частью модуля слежения является система вычисления дискриминаторов. Возможно их вычисление по формулам (1) – (3) для несущей. Для них требуются различные наборы операций. (1) является более предпочтительной, т.к. результат пропорционален фазе, а в остальных формулах – синусу фазы, что сужает применимость системы в условиях большого шума.

ТАБЛИЦА I. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕСУРСОВ C/A ГЕНЕРАТОРОМ

Number of channels	Altera Cyclone V (ALM)	Xilinx Zynq 7000 (LUT/FF)
1	76	99/12
4	283	351/15
8	520	687/19
12	781	1023/23

Аналогично по формулам (4) – (6) вычисляются дискриминаторы для кода. Они все применимы, но наилучшие результаты достигаются при использовании (4) [6]. Для обеспечения возможности использовать по одному экземпляру каждого оператора был разработан план вычисления дискриминаторов для продвинутых вариантов (1) и (4), а также для упрощенных вариантов (3) и (6) (Таблица II). Подразумевается, что все операции занимают одно и то же число машинных тактов FPGA N_{single}. Можно заметить, что для продвинутого варианта требуется 9 шагов, а для упрощенного – только 2.

Упрощенные дискриминаторы можно относительно просто реализовать в каждом канале. Они позволят следить за сигналом в определенном диапазоне шумов. Продвинутые дискриминаторы могут работать при существенно большем шуме [6]. Однако, количество затрачиваемых ресурсов также существенно выше. В данной работе рассматривается одиночная система вычисления дискриминаторов для всех каналов слежения. Она вычисляет значения дискриминаторов для каждого канала последовательно. Считая, что коррекция должна быть проведена в течение определенного времени, не превышающего T_{max}, количество каналов слежения ограничивается сверху следующим значением:

$$N_{ch} < T_{max} \cdot F_{FPGA} / (N_{step} \cdot N_{single}) \tag{11}$$

В данной работе для большинства операций разрешение данных подразумевалось равным 32 бита. Арктангенс, деление и квадратный корень вычисляются с помощью алгоритма CORDIC. Это итерационный алгоритм, количество итераций обычно примерно равно разрешению.

ТАБЛИЦА II. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИСКРИМИНАТОРА

Продвинутый алгоритм									
	Шаги								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
СЛОЖ			E^2		L^2		E-L	E+L	
УМН	I_E^2	Q_E^2	I_L^2	Q_L^2					
ДЕЛ	Q_P/I_P								D_{code}
КОРЕНЬ				E		L			
ATG		$D_{carrier}$=atg(Q_P/I_P)							

Упрощенный алгоритм		
	1	**2**
СЛОЖ	I_E-I_L	
УМНОЖ	Q_pI_p	$(I_E$-$I_L)I_P$

Считая, что FPGA работает на частоте F_{FPGA}=100 МГц, а ограничение по времени – одна эпоха, число каналов ограничено величиной порядка 350. Таким образом, нет необходимости конвейеризовать систему вычисления дискриминаторов, и она была реализована последовательной.

D. Итоговое использование ресурсов

В данном пункте оценивается общее количество затрачиваемых ресурсов на все подсистемы модуля слежения. Расчет велся для двух платформ: Altera Cyclone V и Xilinx Zynq 7000. Основной метрикой являлось количество используемых логических ячеек. Результаты представлены в Таблице III.

ТАБЛИЦА III. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ

	Altera Cyclone V (ALM)	Xilinx Zynq 7000 (LUT/FF)
Память	2525	925/16
Генератор несущей	1231	2579/2450
Корреляторы	211	288/290
C/A генератор	76	99/12
Дискриминаторы	3743	7767/7400

Использование ресурсов генератором несущей, генератором C/A кода и корреляторами представлено из расчета на один канал. Память и система дискриминаторов существует в единичном экземпляре.

Для данного приемника планируется использование либо платы DE-10nano для разработки на системе на кристалле Altera Cyclone V, либо Zedboard для разработки на Xilinx Zynq 7000. Характеристики обеих плат сопоставимы.

Чип на плате DE10nano располагает порядка 42 тысяч логических ячеек (adaptive logic modules – ALM) [7]. Поэтому возможно синтезирование до 23 каналов слежения. Это число может немного уменьшиться в связи с расходами на модуль взаимодействия между FPGA и HPS.

Чип платы Zedboard располагает поряда 53 тысячами ячеек LUT и порядка 106 тысячами ячеек FF [8]. Поэтому возможно синтезирование до 15 каналов слежения. Как и в случае с DE10nano, могут потребоваться дополнительные расходы на взаимодействие FPGA и HPS.

Таким образом, обе платформы могут быть использованы и число синтезируемых каналов слежения приемлемо.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе разработан ряд вычислителей для модуля слежения за сигналом в SDR навигационном приемнике на основе системы на кристалле. Он включает в себя буферы данных, корреляторы, систему вычисления дискриминаторов, генератор C/A кода.

Буфер входных данных представляет собой общую память, основанную на FPGA, позволяющую независимый доступ из всех каналов слежения. Система корреляторов состоит из шести корреляторов для слежения за кодом с ранней, точной и поздней ветвями. Многоканальный генератор C/A кода позволяет стартовать мгновенно из любого состояния по получению параметров от модуля поиска сигнала. Система вычисления дискриминаторов позволяет экономно вычислять поправки для локальных генераторов.

Все модули тестировались в симуляторе ModelSim. Требуемое количество ресурсов приемлемо для реализации одночастотного приемника с 8-10 каналами активного слежения. Поиск сигнала и вычисление местоположения должно производиться в HPS.

Литература

[1] Kumarin, A.A. and Kudryavtsev, I.A., SoC opportunities for boosting SDR GNSS performance, *Information Technology and Nanotechnology*, 2019, no. 2416, pp. 457–462.

[2] Strang, G. and Borre, K., Algorithms for Global Positioning. Wellesley-Cambridge Press; UK, 2012.

[3] Casandra, A.R. and Paun, A.F., Performance Evaluation of a Tracking Algorithm for Galileo E1 Signals, *12th Int. Conf. Commun. COMM*, 2018, pp. 385–390.

[4] MAX2769 technical datasheet. [Online]. Available: datasheets.maximintegrated.com/en/ds/MAX2769.pdf [Accessed: 30-March-2020].

[5] Wirthlin, M.J. and McMurtrey, B., Efficient Constant Coefficient Multiplication Using Advanced FPGA Architectures, *Lecture Notes in Computer Science* (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), vol. 2147, 2001, pp. 555–564.

[6] Kaplan, E. and Hegarty, C., Understanding GPS, Second Edi. Boston: Artech House, 2006.

[7] Cyclone, V., Device Overview, 2018. [Online]. Available: https://www.intel.com/content/dam/www/programmable/us/en/pdfs/literature/hb/cyclone-v/cv_51001.pdf. [Accessed: 30-March-2020].

[8] Xilinx Zynq-7000 SoC Data Sheet: Overview, 2018. [Online]. Available: www.xilinx.com/support/documentation/data_sheets/ds190-Zynq-7000-Overview.pdf. [Accessed: 30-March-2020].

[9] Januszewski, J., Visibility and Geometry of Global Satellite Navigation Systems Constellations, Artif. Satell., vol. 50, no. 4, pp. 169–180, 2015.

Применение микромеханического гироскопа для измерения кинетического момента при полунатурном моделировании возмущенного вращения зонда в атмосфере*

В.В. Любимов, П.В. Любимов
Кафедра высшей математики
Самарский университет
Самара, Российская Федерация
vlubimov@mail.ru

***Аннотация*—Рассматривается задача экспериментального определения кинетического момента, наведенного возмущающими моментами от асимметрии при движении модели зонда относительно центра масс. Целью работы является разработка уменьшенной модели атмосферного зонда для полунатурного моделирования его движения относительно центра масс с измерением угловой скорости посредством бортового MEMS гироскопа. Численные значения угловой скорости применяются для расчета кинетического момента модели.**

Ключевые слова—кинетический момент, гироскоп, модель, зонд, атмосфера

I. Введение

Известно, что присутствие массовой и аэродинамической асимметрий на борту космического аппарата может привести к разнообразным резонансным явлением [1-8]. Данные явления наблюдаются в динамической системе, описывающей вращение космического аппарата относительно центра масс. При этом под главным резонансом в данной системе понимается длительное совпадение двух характерных частот системы, приводящее к значительному росту пространственного угла атаки. Следовательно, при длительном резонансе происходит нарушение заданной ориентации космического аппарата по набегающему потоку. В частности, главный резонанс также может привести к образованию наведенных резонансом величин кинетического момента. В этом случае наблюдается существенная эволюция угловой скорости на нерезонансных участках движения, прилегающих к главному резонансу. Следует отметить, что ранее была разработана методика получения наведенных резонансом приближенных значений кинетического момента [6]. В соответствии с данной методикой, находится второе приближение метода усреднения для производной кинетического момента космического аппарата. Отметим, что здесь рассматривается нерезонансное вращение космического аппарата. Кроме того, предполагается, что первое приближение метода усреднения в уравнении для кинетического момента обращается в ноль. Полученное усредненное уравнение позволяет найти медленную составляющую кинетического момента, наведенного влиянием главного резонанса при нерезонансном движении космического аппарата в атмосфере. Характерной особенностью усредненного уравнения для наведенных кинетических моментов является присутствие в знаменателях его правой части резонансного соотношения частот. Резонансное соотношение частот способствует реализации вторичных резонансных эффектов [4]. Одним из наиболее существенных вторичных резонансных эффектов является увеличении модуля производной кинетического момента при нерезонансном затягивании системы в малую окрестность главного резонанса.

Моделируется задача экспериментального определения кинетического момента, наведенного возмущающими моментами от массовой и аэродинамической асимметрии при движении в атмосфере. В рамках решения данной задачи разрабатывается уменьшенная модель космического аппарата, совершающего неуправляемое движение относительно центра масс в атмосфере планеты. При этом форма модели зонда представляет собой сочетание конической поверхности с нижней частью в виде сферического сегмента. Выбор формы обусловлен тем, что космический аппарат должен осуществлять эффективное аэродинамическое торможение при неуправляемом спуске в атмосфере. Зонды аналогичных форм применяются для доставки полезной нагрузки на поверхность Марса. Следует отметить, что реальные конструкция зондов содержат массовую и аэродинамическую асимметрии [9]. По этой причине разрабатываемая модель содержит смещение центра масс относительно оси симметрии конуса, а также конструктивный элемент, обеспечивающий асимметрию внешней формы модели. Кроме того, конструкция модели предполагает возможность различных вариантов относительно расположения массовой и аэродинамической асимметрий.

После сборки модель подвешивается вертикально на тонкой нерастяжимой нити. Предполагается, что нить имеет малую упругость на кручение. В нижней части всей установки располагается устройство, имитирующее действие набегающего воздушного потока. Это устройство обеспечивает неизменную скорость набегающего потока в процессе эксперимента по определению угловой скорости модели.

Целью работы является разработка уменьшенной модели атмосферного зонда для полунатурного моделирования его движения относительно центра масс с измерением угловой скорости посредством бортового MEMS гироскопа для последующего расчета кинетического момента, наведенного главным резонансом в процессе вращения асимметричного зонда.

II. Полунатурное моделирование

A. Порядок выполнения работ по нахождению величин наведенного кинетического момента следующий

- Производится эксперимент по измерению составляющих угловой скорости модели, величины которых записываются на микро-карту.
- На основе измеренных значений угловых скоростей, рассчитываются наведенные моментом составляющие кинетического момента.
- Производится сравнение наведенных резонансом составляющих кинетического момента, полученных экспериментально и теоретически.

B. При полунатурном моделировании производится решениние следующих задач.

- Разработка уменьшенной модели зонда сегментально-конической формы на тросовом подвесе.
- Разработка электрической схемы модели зонда.
- Разработка методики и проведение различных экспериментов при движении модели асимметричного зонда относительно центра масс с получением численных данных, содержащих угловые скорости.
- Расчет экспериментальных величин кинетического момента, наведенного моментами от массовой и аэродинамической асимметрий.

На рис. 1 показано изображение модели зонда, имеющей сегментально-конической форму. Она имеет осесимметричную форму, типичную для космических аппаратов, спускаемых в атмосфере Марса. На боковой поверхности модели расположен конструкционный элемент аэродинамической асимметрии формы модели. Боковая конической поверхность модели является разборной, что позволяет разместить внутри оборудование, необходимое для изменения угловой скорости. Оборудование расположено так, что центр масс всей конструкции имеет смещение относительно оси геометрической симметрии конической поверхности z. Положение центра масс модели обозначено на рис.1 точкой C. В нижней части боковой поверхности жестко закреплен конструктивный элемент аэродинамической асимметрии в форме цилиндра.

Модель с расположенным на нем устройством имеет следующие массово-геометрические характеристики: масса 0.25 кг, высота 0.162 м, наибольший диаметр 0.105 м, наименьший диаметр 0.05 м. Радиус цилиндрического конструктивного элемента аэродинамической асимметрии равен 0.0125 м, а его высота равна 0.01 м. Малое смещение центра масс модели относительно оси конуса составляет 0.01 м. Корпус модели изготовлен из пластика.

Модель подвешена вертикально на тонкой нерастяжимой нити. Поток воздуха, имитирующий набегающий поток воздуха, обеспечивается посредством вертикального обдува модели источником воздуха в направлении снизу вверх.

Бортовое устройство для измерения угловых скоростей модели расположено на единой плате. Бортовая электрическая схема данного устройства модели зонда объединяет: бортовой аккумулятор с переходным устройством, микроконтроллер, микрокарту памяти с переходным устройством и датчик угловой скорости (MEMS гироскоп). При функционировании устройства данные о составляющих угловой скорости модели сохраняются на бортовой микрокарте.

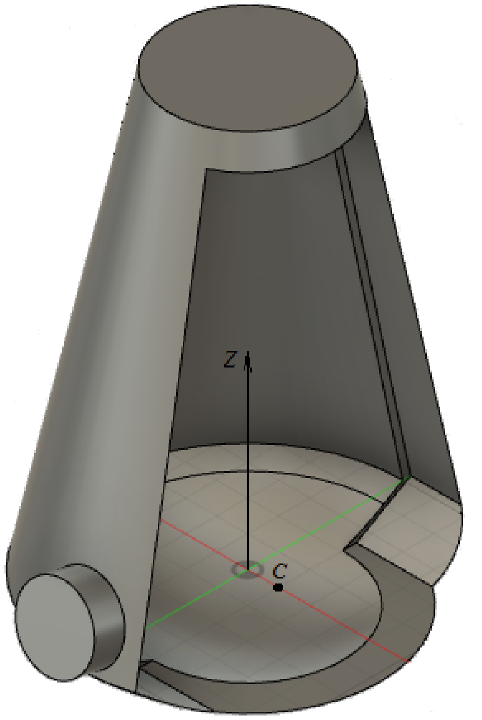


Рис. 1. Внешний облик модели

III. Результаты моделирования

К основным результатам работы следует отнести:

- Разработку модели зонда сегментально-конической формы на тросовом подвесе, содержащую бортовой аккумулятор, микроконтроллер, микрокарту и MEMS гироскоп.
- Формирование методики проведения экспериментов с вращением асимметричной модели зонда при реализации угловых скоростей модели, наведенных моментами от массовой и аэродинамической асимметрий.
- Расчет экспериментальных величин кинетических моментов, наведенных моментами от массовой и аэродинамической асимметрий.

Из рис. 1 следует, при направлении набегающего потока снизу-вверху на модель действуют два вектора механических возмущающих моментов от массовой и аэродинамической асимметрии, соответственно. При этом данные векторы возмущающих моментов перпендикулярны. Этот случай так называемого ортогонального сочетания асимметрий.

Известно [4], что при спуске космических аппаратов с малой ортогональной асимметрией в атмосфере может наблюдаться нерезонансная закрутка угловой скорости. Она объясняется влиянием резонанса низшего порядка на эволюцию угловой скорости в рамках прилегающих к резонансу нерезонансных областях. Данная закрутка реализуется при действии механических моментов от массовой и аэродинамической асимметрии. При этом она способствует как росту значений угловой скорости, так способствует увеличению кинетического момента космических аппаратов.

На начальной стадии эксперимента по определению угловой скорости неподвижная модель подвешивается на нити. Непосредственно под моделью расположен источник набегающего потока, обеспечивающий постоянную скорость подвода воздуха в процессе всего эксперимента. В результате действия возмущающих моментов от асимметрий наблюдается нарастающее вращение модели относительно центральной вертикальной оси z_1.

Результаты изменения трех углов вращения при вращении модели относительно трех связанных с моделью главных центральных осей сохраняются в бортовой микрокарте. Эти результаты показывают, что из трех углов вращения в данном случае практический интерес может представлять только угол, характеризующий вращение относительно вертикальной оси z_1. Действительно, величины двух других углов вращения существенно меньше данного угла. Кроме того, они не увеличиваются, оставаясь малыми величинами в процессе всего эксперимента.

Полученые результаты об изменении угла вращения модели относительно вертикали позволяют расчитать значения угловой скорости модели ω_{z1}. Умножив данные значения ω_{z1} на величину момента инерции модели относительно оси J_{z1} получаем значения кинетического момента модели относительно центральной вертикальной оси z_1.

На рис. 2 представлены экспериментальные значения кинетического K_{z1}, полученные при вращении модели в течении первых двух минут.

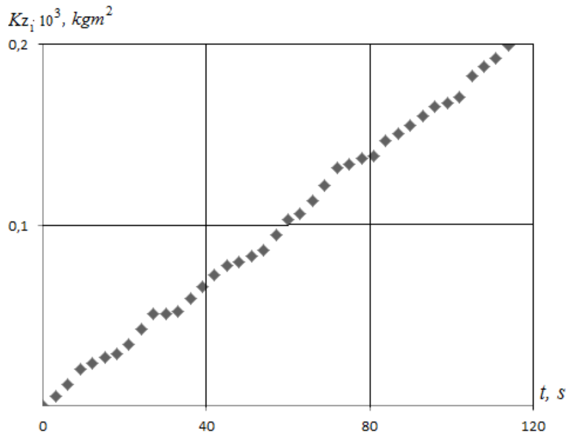


Рис. 2. Величины кинетического момента K_{z1}

Следует отметить, что эксперимент ограничивается первыми несколькими минутами вращения модели для того, чтобы избежать влияния упругости нити на вращение модели. Действительно, при длительном вращении модели в неизменном направлении происходит значительное закручивание нити. При этом наблюдается увеличение механического момента от закручивания нити. Вектор момента от закручивания нити имеет противоположное направление вектору возмущающего механического момента от сочетания массовой и аэродинамических асимметрий.

IV. Заключение

Таким образом, в работе были решены следующие задачи: разработана уменьшенная модель зонда сегментально-конической формы на тросовом подвесе, разработана электрическая схема модели зонда, разработана методика проведения экспериментов при движении модели асимметричного зонда относительно центра масс с получением численных данных, содержащих угловые скорости, произведен расчет экспериментальных величин кинетического момента, наведенных моментами от массовой и аэродинамической асимметрий. Сравнение наведенных резонансом составляющих кинетического момента, полученных экспериментально и теоретически показало достаточно точное совпадение. В дальнейшем, предполагается разработать методику учета наведенных возмущающими моментами кинетических моментов при проектировании спускаемых космических аппаратов, имеющих на борту конструктивные элементы, приводящие к одновременному сочетанию массово-инерционной и аэродинамической асимметрии.

Литература

[1] Platus, D.H., Roll Resonance Control of Angle of Attack for Re-entry Vehicle Drag Modulation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1981, vol. 4, no. 5, pp. 632–636.

[2] Aslanov, V.S., Resonance at motion of a body in the Mars`s atmosphere under bigarmonic moment, *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 2008, vol. 3, no. 1, pp. 33–39.

[3] Zabolotnov, Y.M., Asymptotic analysis of quasi-linear equations of the motion in the atmosphere of a spacecraft with a small asymmetry III, *Cosmic Research*, 1994, vol. 32, is. 4–5, pp.112–125.

[4] Lyubimov V.V., Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere, *Russian Aeronautics*, 2014, vol. 57, No. 3, pp. 245–252.

[5] Zabolotnov, Yu. M., Statistical analysis of attitude motion of a light capsule entering the atmosphere, *Cosmic Research*, 2013, vol. 51, pp. 213–224.

[6] Lyubimov, V.V., Induced resonant torques during the descent of a small asymmetric spacecraft in the atmosphere, *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1096, pp. 1–10.

[7] Lyubimov, V.V., Calculation of the landing area for a small asymmetric martian probe under the action of the Magnus gyroscopic moment, *Proceedings of 25th Saint Petersburg IEEE International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2018, pp. 1–3.

[8] Lyubimov, V.V. and Lashin, V.S., External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere, *Advances in Space Research*, 2017, vol. 59, pp. 1607–1613.

[9] Mars Polar Lander. https://ru.wikipedia.org/wiki/Mars_Polar_Lander.

Методика оценки элементов орбиты наноспутника в условиях нештатной работы навигационной аппаратуры*

А.В. Крамлих
Самарский университет
Самара, Россия
kramlikh@mail.ru

И.А. Ломака
Самарский университет
Самара, Россия
igorlomaka63@gmail.com

С.В. Шафран
Самарский университет
Самара, Россия
mailbox-kddk@mail.ru

***Аннотация*—В работе предложена и исследована методика, позволяющая оценить орбитальные параметры наноспутника в случае нештатной работы навигационной бортовой аппаратуры. Под нештатной работой понимается возможность приема сигнала не более чем от двух навигационных космических аппаратов. Нештатная работа навигационной аппаратуры может быть связана с деградацией характеристик антенно-фидерного устройства и усилительных каскадов, повреждение навигационной аппаратуры на этапе выведения или другими причинами, приводящими к изменению диаграммы направленности, препятствующему приему всех потенциально доступных сигналов от навигационных космических аппаратов.**

Ключевые слова*—*наноспутник, GPS, ГЛОНАСС, навигационный приемник, дифференциальная эволюция

I. Введение

В работе предложен и исследована методика, позволяющая произвести оценку параметров орбиты наноспутника (НС), в случае некорректной работы навигационной аппаратуры. В качестве входных данных методика использует накопленную выборку псевдодальностей до видимых навигационных космических аппаратов (НКА), моменты времени получения данных, номер НКА и эфемероидную информацию. При этом возможность получения навигационной информации зависит от углового движения наноспутника. В результате работы методики получены оценки следующих параметров орбиты наноспутника: наклонение, высота перигея, долгота восходящего узла, эксцентриситет и аргумент широты. Использование данной методики может быть полезно, учитывая невысокую надежность наноспутников и их бортовых систем.

II. Постановка задачи

A. Система координат

Для проведения исследований и описания движения НС в работе вводится абсолютная геоцентрическая система координат (АСК) (рис.1).

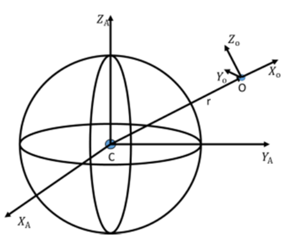


Рис. 1. Системы координат

Система координат имеет обозначение $CX_aY_aZ_a$ с началом в центре масс Земли (точка С). Ось X_a направлена в точку весеннего равноденствия. Ось Z_a направлена в северный полюс мира. Ось Y_a дополняет систему до правой.

B. Математическая модель движения

Математическая модель орбитального движения НС в АСК представлена совокупностью следующих дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{z} = V_z \\ \dot{V}_x = G_{xc} + G_{xg} + F_{xa} \\ \dot{V}_y = G_{yc} + G_{yg} + F_{ya} \\ \dot{V}_z = G_{zc} + G_{zg} + F_{za} \end{cases} \quad (1)$$

где $\vec{G}_c = [G_{xc}, G_{yc}, G_{zc}]$ – ускорение, вызванное центральным полем притяжения, $\vec{G}_g = [G_{xg}, G_{yg}, G_{zg}]$ – ускорение, вызванное второй и четвертой зональной гармоникой поля притяжения, $\vec{F}_a = [F_{xa}, F_{ya}, F_{za}]$ – ускорение, вызванное торможением атмосферой.

Следует отметить, что вектор начальных условий орбитального движения α_0 (2) задается в виде кеплеровых элементов, а затем переводятся в АСК по соотношениям описанным в [2].

$$\alpha_0 = [H_p, e, i, \Omega, \omega] \quad (2)$$

где H_p – высота перигея орбиты, e – эксцентриситет, i – наклонение, Ω – долгота восходящего узла, ω – аргумент перицентра.

C. Математическая модель измерений

В качестве измерений используются разности псевдодальностей до видимых НКА в определенный момент времени.

Уравнение расчета j-ой псевдодальности P_j^k до k-го НКА можно записать в следующем виде [3]:

$$P_j^k = \rho_j^k + c(dt_j - dt^k) + T_j^k + I_j^k + e_j^k$$

где ρ_j^k – геометрическое расстояние между k-ым НКА и НС, dt – ошибка временной шкалы НКА и НС, T_j^k – тропосферная задержка, I_j^k – ионосферная задержка сигнала.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20215).

В навигационном приемнике происходит измерение относительного времени приема одинаковых частей дальномерного навигационного кода.

Таким образом, если обозначить текущую фазу дальномерного кода как ϕ^k,

$$\Psi^{k,l} = P_j^k - P_j^l = c(\phi_j^k - \phi_j^l) f_{CA} \quad (3)$$

где f_{CA} – частота генерирования дальномерного кода, ϕ_j^k – фаза локального генератора дальномерного кода k-го НКА.

Период повторения дальномерного кода для GPS L1 составляет 1 мс, что создает неоднозначность. Подобную неоднозначность снимается путем декодирования номера навигационного подкадра. Длительность одного подкадра составляет шесть секунд, длительность полного кадра – 30 с.

После вычисления относительной кодовой задержки со снятой неоднозначности происходит вычисление псевдодальности путем добавления константы, равного среднего времени распространения сигнала с орбиты НКА до навигационного приемника НС.

Поскольку в данной работе используется разность псевдодальностей, восстановление полной псевдодальности не требуется. Дополнительно при таком подходе происходит компенсация ошибок, связанных с навигационным приемником НС, являющейся аддитивной для всех принимаемых сигналов.

Структура данных, поступающих на вход методики оценки элементов орбиты НС представлена на рис. 2.

Время, эпоха	PRN, k-й спутник	PRN, l-й спутник	$\Psi^{k,l}$
T_1	PRN 1	PRN 2	$\Psi^{1,2}$
	…		
T_N	PRN k	PRN l	$\Psi^{k,l}$

Рис. 2. Структура входных данных методики

D. *Математическая формулировка задачи*

Задача состоит в поиске вектора α_0, удовлетворяющего минимуму следующего функционала:

$$J(\hat{\alpha}_0) = \sum_{i=1}^{M} \left(\Psi^{k,l} - \widehat{\Psi}^{k,l}(\hat{\alpha}_0) \right)^2,$$

где $\hat{\alpha}_0$ – оценка вектора начальных условий движения НС, $\Psi^{k,l}$ измерения, $\widehat{\Psi}^{k,l}(\hat{\alpha}_0)$ – модельные значения измерений.

Следует отметить, что поиск производных $\frac{\partial J(\alpha_0)}{\partial \alpha_{0i}}$ затруднен, вследствие существенной нелинейности рассматриваемой задачи. Поэтому в качестве основы методики выбран алгоритм дифференциальной эволюции (ДЭ). На сегодняшний день ДЭ является одним из наиболее эффективных алгоритмов оптимизации [4]. Он был успешно применен в широком круге задач космической навигации [5], управления [6], идентификации [7].

E. *Допущения*

В работе были приняты следующие допущения:

- Ориентация НС может быть определена в любой момент времени;
- НС стабилизирован в абсолютной системе координат.
- Диаграмма направленности навигационной антенны представляет собой полусферу;
- Вращение НС не оказывает влияния на характеристики принимаемого навигационного сигнала;
- Неоднозначность расчета псевдодальности разрешается в рамках кадра навигационных данных.

III. Параметрическое исследование эффективности методики

Для оценки эффективности методики была проведена серия численных экспериментов. Эксперимент проходил следующим образом – задавалось количество измерений *N*, среднеквадратичная ошибка измерений *σ*, истинный вектор начальных условий движения $\alpha_{0\,real} = [H_p, e, i, \Omega, \omega]$, затем согласно (3) генерировались измерения. На основе сгенерированных измерений с помощью алгоритма ДЭ вычислялась оценка $\hat{\alpha}_0$.

Эффективность предложенной методики характеризуется ошибкой $\Delta\alpha = |\alpha_{0\,real} - \hat{\alpha}_0|$. Для получения точности полученных оценок порядка 5% для каждого вектора начальных условий было проведено 400 моделирований. На рис. 3–7 приведены зависимости среднеквадратичных ошибок оцененных элементов орбиты НС $\sigma_{\Delta\alpha}$.

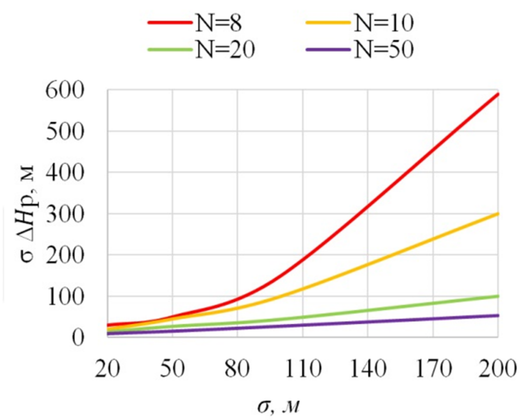


Рис. 3. Среднеквадратичные ошибки определения высоты перигея

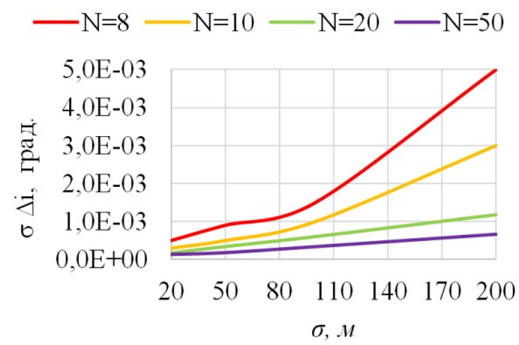


Рис. 4. Среднеквадратичные ошибки определения наклонения

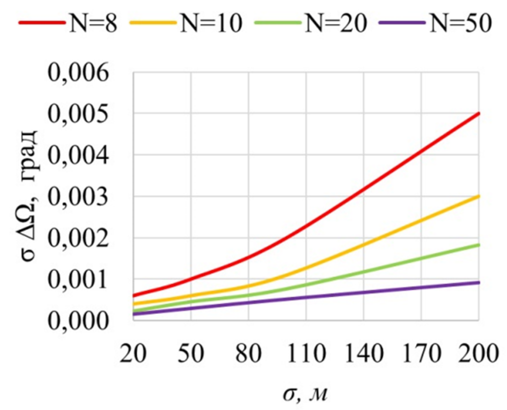


Рис. 5. Среднеквадратичные ошибки определения долготы восходящего узла

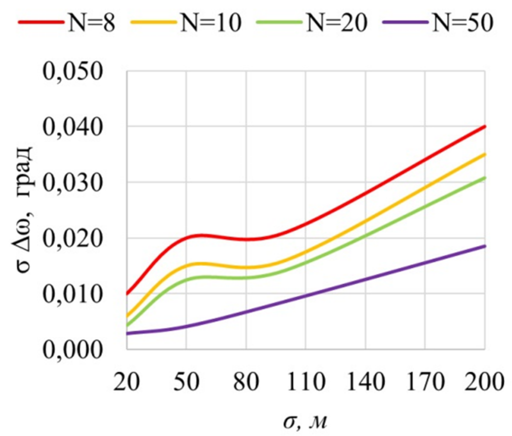


Рис. 6. Среднеквадратичные ошибки определения аргумента широты

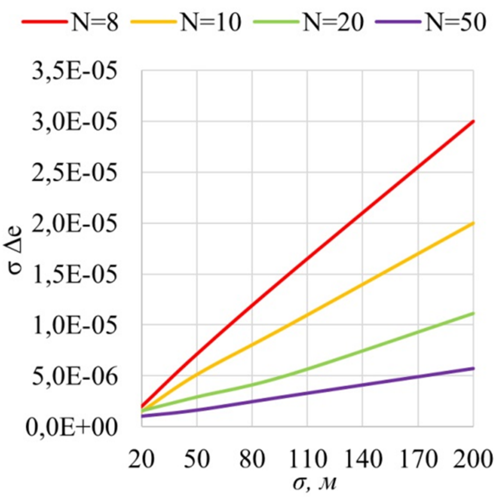


Рис. 7. Среднеквадратичные ошибки определения эксцентриситета

Полученные по результатам численных экспериментов точности превосходят точности получения оценок элементов орбиты НС с использованием TLE-данных [8].

IV. Заключение

Несмотря на использование в методике алгоритма DE, который имеет высокую вычислительную сложность, она может быть реализована на навигационных приемниках, создаваемых с использованием SDR-технологии на базе системы на кристалле Zynq. Подобные навигационные приемники, в силу их малых габаритов [9], могут быть реализованы на наноспутниках формата CubeSat 3U.

Оперативность получения информации об орбитальном движении НС с использованием рассмотренной методики оказывается существенно выше, чем при использовании TLE-данных.

Применение разработанной методики на борту наноспутника в дополнении к стандартному навигационному обеспечению позволит повысить надежность и автономность решения задачи навигации наноспутников на околоземных орбитах.

Литература

[1] Мантуров А.И. Механика управления движением космических аппаратов, 2003, Самара.

[2] Мишин М., Механика космического полета: учебник для вузов, 1989,с. 406

[3] Borre, K., Strang, G., Algorithms for global positioning: Wellesley-Cambridge press, 2012. 433 p.

[4] Das, D.S., Suganthan, P.N., Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, vol. 15, no. 1, pp. 4–31.

[5] Kramlikh, A.V., Lomaka, I.A., Nanosatellite's rotational motion parameters determination using light sensor and angular velocity sensor measurements, *25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems* (ICINS 2018), 2018, pp. 1–3.

[6] Balakin, V., Elisov, N., Ishkov, S., Khramov, A., Comparative analysis of principle maximum and differential evolution in the problem of the combined orbital plane rotation maneuver, *Proceedings of 9th International conference on Recent Advances in Space Technologies* (RAST), 2019, pp. 131–136.

[7] Belokonov, I.V., Kramlikh, A.V., Nikolaev, P. N., Reconstruction of a Spacecraft's Attitude Motion Using the Data on the Current Collected from Solar Panels, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2019, vol. 9, pp. 287–300.

[8] Vallado, D., Cefola, P., Two-line element sets – Practice and use, *Proceedings of the International Astronautical Congress*, IAC. 7, 2012, pp. 5812–5825.

[9] Белоконов И.В., Тимбай И.А., Баринова Е.В. Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat с пассивной системой стабилизации // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 81–100. DOI 10.17285/0869-7035.0025

Навигация, наведение и управление космическим роботом при сближении с геостационарным информационным спутником*

Е.И. Сомов
Отдел навигации, наведения и управления движением, Самарский государственный технический университет, Отдел динамики и управления, Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Самара, Россия
e_somov@mail.ru

С.А. Бутырин
Отдел навигации, наведения и управления движением, Самарский государственный технический университет, Отдел динамики и управления, Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Самара, Россия
butyrinsa@mail.ru

С.Е. Сомов
Отдел навигации, наведения и управления движением, Самарский государственный технический университет, Отдел динамики и управления, Самарский федеральный исследовательский центр Российской академии наук Самара, Россия
s_somov@mail.ru

***Аннотация*—Рассматриваются методы навигации, наведения и управления космическим роботом при сближении с геостационарным информационным спутником в условиях неопределенности и неполноты измерения.**

Ключевые слова—геостационарный спутник, космический робот, сближение, навигация, наведение, управление

I. Введение

Информационные спутники (связи, метеорологического наблюдения Земли) на геостационарной орбите (ГСО) имеют потребную длительность службы до 25 лет при наличии технического обслуживания с помощью космических роботов-манипуляторов (КРМ), в частности дозаправки топливом их реактивных двигательных установок (РДУ). Ограничения на затраты топлива при выведении космического аппарата (КА) на ГСО приводят к проблеме его «до-выведения» от геопереходной орбиты (ГПО) до геостационарной по комбинированной схеме [1,2]. В этой схеме применяется последовательная работа сначала жидкостной РДУ (ЖРДУ) большой тяги (БТ) для быстрого прохождения КА через зону внутреннего радиационного пояса Земли и затем электрореактивной двигательной установки (ЭРДУ) для последующего его «до-выведения» на ГСО. В статье [3] представлены топливный и временной бюджеты вывода КРМ массой $m_{\mathrm{i}} = 6300$ кг на ГСО при его запуске с космодрома *Байконур* ракетой-носителем *Протон-М* с разгонным блоком *Бриз* на эллиптическую ГПО (200×35786) км с наклонением 51.6 град. В этой статье выполнен анализ вывода КРМ двумя орбитальными маневрами: 1) переход КРМ на промежуточную орбиту (ПО) с помощью ЖРДУ БТ при устранении наклонения ГПО и подъеме ее перигея в течение 8 суток до 10000 км с затратами топлива 3012 кг; 2) переход КРМ с ПО на ГСО с помощью ЭРДУ в течение 122 суток с дальностью 500 м до геостационарного спутника (цели) и затратами топлива 270 кг. В статье рассматриваются две задачи:

(i) выбор структуры ЖРДУ малой тяги (МТ) и электромеханических приводов системы управления движением (СУД) КРМ для его сближения с целью до дальности 100 м;

(ii) синтез законов наведения и управления КРМ, нелинейный анализ динамики СУД при таком сближении.

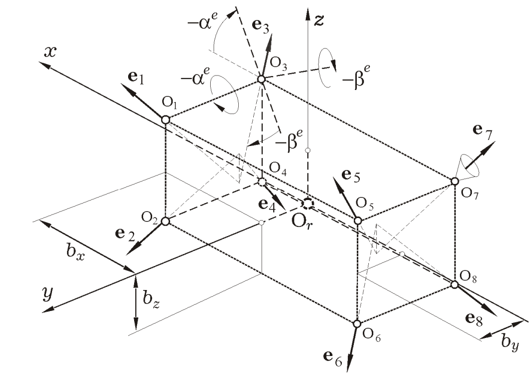


Рис. 1. Схема РДУ на основе восьми реактивных двигателей малой тяги

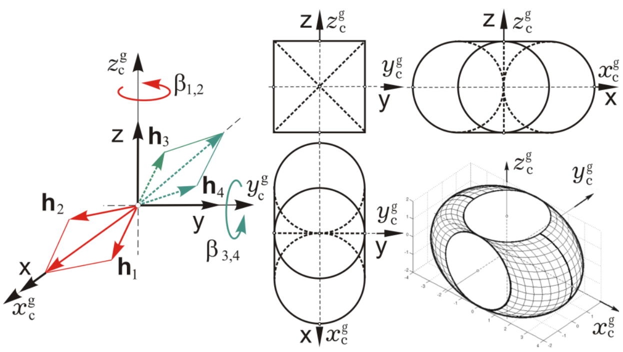


Рис. 2. Схема *2-SPE* СГК на основе четырех гиродинов

II. Приводы системы управления движением

На рис. 1 представлена симметричная схема ЖРДУ МТ, которая имеет 8 реактивных двигателей (РД) с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) тяги. Эта схема применяется в СУД робота и позволяет одновременно создавать векторы импульсов внешних сил и моментов произвольных направлений в связанной с корпусом КРМ системы координат (ССК) $O_{\mathrm{r}}xyz$.

Два гиродина (ГД) с параллельными осями подвеса составляют «ножничную коллинеарную пару» – *Scisso-*

red Pair Ensemble (*SPE*). В СУД робота используется силовой гироскопический кластер (СГК) по схеме *2-SPE* на основе двух коллинеарных пар ГД, рис. 2.

III. Модели и постановка задачи

Для описания пространственного движения КА применяются геоцентрическая $\mathbf{I}_{\oplus}$ ($\mathrm{O}_{\oplus}\mathrm{X}^{\mathrm{i}}\mathrm{Y}^{\mathrm{i}}\mathrm{Z}^{\mathrm{i}}$) и солнечно-эклиптическая $\mathbf{I}_{\mathrm{s}}$ инерциальные системы координат (ИСК), обозначения $\{\cdot\} = \mathrm{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \mathrm{line}(\cdot)$, $(\cdot)^{\mathrm{t}}, [\cdot\times]$ и $\circ, \tilde{\ }$ для векторов, матриц и кватернионов, а также $S_{\alpha} = \sin\alpha$, $C_{\alpha} = \cos\alpha$; $i = 1,2,3 \equiv 1 \div 3$. Используются орбитальные системы координат (ОСК) $\mathrm{O_r}x^{\mathrm{o}}y^{\mathrm{o}}z^{\mathrm{o}}$ КРМ с началом в полюсе $\mathrm{O_r}$ и цели $\mathrm{O_t}x_{\mathrm{t}}^{\mathrm{o}}y_{\mathrm{t}}^{\mathrm{o}}z_{\mathrm{t}}^{\mathrm{o}}$ с началом в ее полюсе $\mathrm{O_t}$. Предполагается, что для инспекции технического состояния цели на борту КРМ имеется телескоп с осью визирования параллельной оси $\mathrm{O}_r y$ ССК робота.

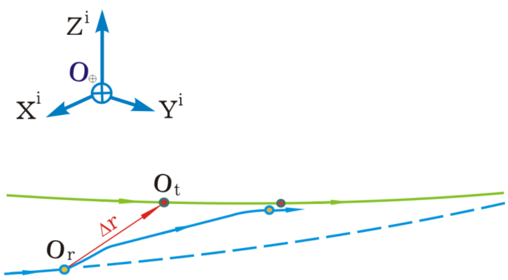


Рис. 3. Схема сближения робота с геостационарным спутником

Если считать КРМ твердым телом с массой m и тензором инерции $\mathbf{J}$, то при стандартных обозначениях модель его пространственного движения в ИСК, но в проекции на оси ССК, имеет вид

$$\mathbf{r}^* + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r} = \mathbf{v}; \quad m(\mathbf{v}^* + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}) = \mathbf{P}^{\mathrm{e}} + \mathbf{F}^{\mathrm{d}};$$

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda}\circ\boldsymbol{\omega}/2; \ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{G} = \mathbf{M}^{\mathrm{g}} + \mathbf{M}^{\mathrm{e}} + \mathbf{T}^{\mathrm{d}}.$$

Здесь кватернион $\boldsymbol{\Lambda}$ представляет ориентацию КРМ в ИСК, вектор $\mathbf{G} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}$, где $\mathbf{H}$ – вектор кинетического момента (КМ) СГК; векторы $\mathbf{P}^{\mathrm{e}}$, $\mathbf{M}^{\mathrm{e}}$ и $\mathbf{M}^{\mathrm{g}} \equiv -\mathbf{H}^*$ представляют тягу РДУ, моменты РДУ и СГК; $\mathbf{F}^{\mathrm{d}}$ и $\mathbf{T}^{\mathrm{d}}$ – векторы внешних возмущающих сил и моментов, и используется символ $(\cdot)^*$ локальной производной.

Ориентация ССК робота относительно его ОСК определяется кватернионом $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{o}} \circ \boldsymbol{\Lambda}$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_i\}$ и вектором параметров Эйлера $\mathsf{E} = \{e_0, \mathbf{e}\}$, которым соответствуют матрица $\mathbf{C}^{\mathrm{e}} = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}$, где матрица $\mathbf{Q}_{\mathrm{e}} = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e}\times]$, вектор модифицированных параметров Родрига $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} = \{\sigma_i^{\mathrm{e}}\} = \mathbf{e}/(1+e_0) = \mathbf{e}^{\mathrm{e}}\,\mathrm{tg}(\Phi/4)$ с ортом $\mathbf{e}^{\mathrm{e}}$ оси Эйлера и углом Φ собственного поворота, а также вектор угловой погрешности $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = \{4\sigma_i^{\mathrm{e}}\}$.

На рис. 1 положения ортов $\mathbf{e}_p$, $p = 1 \div 8$ по осям сопел РД определяются углами α^{e}, β^{e}. Вектор $\boldsymbol{\rho}_p$ точки O_p приложения вектора тяги p-го РД определяется параметрами b_x, b_y, b_z. Каждый РД имеет ШИМ тяги $p_p(t)$ с непрерывно-дискретным описанием

$$p_p(t) = \mathrm{P^m}\,\mathrm{PWM}(t - T_{zu}^{\mathrm{e}}, t_s, \tau_m, \mathrm{v}_{pr}) \quad \forall t \in [t_s, t_{s+1})$$

при периоде T_u^{e} и запаздывании T_{zu}^{e}. Здесь $\mathrm{P^m}$ является номинальным значением тяги, одинаковым для всех РД, $t_{s+1} = t_s + T_u^{\mathrm{e}}$, $t_s = sT_u^{\mathrm{e}}$, $s \in \mathrm{N}_0 \equiv [0,1,2,\ldots)$ и функции

$$\mathrm{PWM}(t, t_s, \tau_m, \mathrm{v}_{ps}) \equiv \begin{cases} \mathrm{sign}\,\mathrm{v}_{ps} & t \in [t_s, t_s + \tau_{ps}), \\ 0 & \ldots t \in [t_s + \tau_{ps}, t_{s+1}); \end{cases}$$

$$\tau_{ps}(\tau_m) = \begin{cases} 0 & |\mathrm{v}_{ps}| \le \tau_m; \\ \mathrm{sat}(T_u^{\mathrm{e}}, |\mathrm{v}_{ps}|) & |\mathrm{v}_{ps}| > \tau_m. \end{cases}$$

Вектор тяги каждого РД вычисляются как $\mathbf{p}_p = -p_p\mathbf{e}_p$, а векторы тяги $\mathbf{P}^{\mathrm{e}}$ и момента $\mathbf{M}^{\mathrm{e}}$ РДУ – как $\mathbf{P}^{\mathrm{e}} = \Sigma\mathbf{p}_p(t)$ и $\mathbf{M}^{\mathrm{e}} = \Sigma[\boldsymbol{\rho}_p\times]\mathbf{p}_p(t)$. Столбец $\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) = h_{\mathrm{g}}\mathsf{h} = \Sigma\mathbf{h}_p(\beta_p)$ представляет вектор КМ СГК, где $|\mathbf{h}_p| = 1$, $p = 1 \div 4$. При цифровом управлении скоростями ГД $\mathbf{u}_k^{\mathrm{g}}(t) = \{\mathrm{u}_{pk}^{\mathrm{g}}(t)\}$, $\mathrm{u}_{pk}^{\mathrm{g}}(t) = \mathrm{u}_{pk}^{\mathrm{g}}$ $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$ в моменты времени $t_k = kT_u$ с периодом T_u, $k \in \mathrm{N}_0$, вектор $\mathbf{M}^{\mathrm{g}} = \{\mathrm{M}_i^{\mathrm{g}}\}$ управляющего момента СГК представляется соотношениями $\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}}(t) = -h_{\mathrm{g}}\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}(t))\,\mathbf{u}_k^{\mathrm{g}}(t)$; $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_k^{\mathrm{g}}(t)$, где столбец $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$ и матрица $\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \partial\mathsf{h}(\boldsymbol{\beta})/\partial\boldsymbol{\beta}$.

Предполагается, что система управления движением КРМ имеет бесплатформенную инерциальную навигационную систему (БИНС) с инерциальным измерительным модулем (ИИМ) с гироскопическими датчиками и акселерометрами, которая корректируется сигналами астрономической системы (АС) на основе звездных датчиков и навигационных спутников ГЛОНАСС/GPS соответственно, а при дальности менее 200 м параметры движения КРМ относительно цели определяются также камерами наблюдения и дальномерами [4].

Задача состоит в синтезе законов наведения КРМ при изменении дальности от 500 м до 100 м и алгоритмов цифрового управления пространственным движением КРМ, а также в нелинейном анализе динамики СУД при таком сближении на основе компьютерной имитации.

IV. Определение ориентации и навигация

Используется обработка сигналов [5] в БИНС, корректируемой АС и навигационными спутниками с периодом T_{o}, при выполнении следующих этапов: (i) аппроксимация и интерполяция значений вектора приращений квази-координат в смежных скользящих окнах; (ii) оценивание дрейфов и матрицы взаимного углового положения базисов ИИМ и АС; (iii) оценивание вектора угловой скорости по явным соотношениям; (iv) оценивание и коррекция масштабного коэффициента ИИМ, компенсация дрейфов ИММ, дискретная фильтрация и формирование согласованных выходных сигналов БИНС по кватерниону и вектору угловой скорости, расположению и скорости перемещения КРМ в моменты времени t_l, $l \in \mathrm{N}_0$ с периодом $T_p << T_{\mathrm{o}}$.

Работа поддержана РФФИ, грант 20-08-00779.

V. Пространственное наведение робота

В начальный момент времени t_{i} в ИСК известны векторы расположения и скорости поступательного движения КРМ $\mathbf{r}_r(t_{\mathrm{i}})$, $\mathbf{v}_r(t_{\mathrm{i}})$ и цели $\mathbf{r}_t(t_{\mathrm{i}})$, $\mathbf{v}_t(t_{\mathrm{i}})$. При введении опорной круговой орбиты радиуса $r_r(t_{\mathrm{i}}) = \mathrm{const}$ в плоскости земного экватора удобно использовать цилиндрическую систему координат (ЦСК) [6]. Здесь координатами являются значения радиали r и угла u ее отклонения от произвольного направления в плоскости опорной орбиты, а также боковое смещение z в направлении, ортогональном этой плоскости. Поступательное движение КРМ в ИСК определяется соотношениями

$$\mathbf{r}_r = \{r\,C_u, r\,S_u, z\}; \mathbf{v}_r = \{\dot{r}\,C_u - r\,S_u\dot{u}, \dot{r}\,S_u + r\,C_u\dot{u}, \dot{z}\}.$$

Пусть w^r, w^t и w^z представляют радиальную, трансверсальную и боковую компоненты вектора управляющего ускорения при движении КРМ, а μ – гравитационный параметр Земли. Движение КРМ при его сближении с целью (рис. 3) в центральном гравитационном поле на интервале времени $t \in [t_{\mathrm{i}}, t_{\mathrm{f}}]$ описывается уравнениями

$$\ddot{r} - r\dot{u}^2 + \mu / r^2 = w^r; r\ddot{u} + 2\dot{r}\dot{u} = w^t; \ddot{z} + \mu\, z / r^3 = w^z$$

при краевых условиях по орбитальным переменным ЦСК в виде

$$\begin{gathered} v^r(t_{\mathrm{i}}) = \langle \mathbf{v}_r(t_{\mathrm{i}}), \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^r \rangle,\ v^r(t_{\mathrm{f}}) = \langle \mathbf{v}_t(t_{\mathrm{f}}), \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^r \rangle; \\ v^t(t_{\mathrm{i}}) = \langle \mathbf{v}_r(t_{\mathrm{i}}), \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^t \rangle,\ v^t(t_{\mathrm{f}}) = \langle \mathbf{v}_t(t_{\mathrm{f}}), \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^t \rangle; \\ v^z(t_{\mathrm{i}}) = \langle \mathbf{v}_r(t_{\mathrm{i}}), \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^z \rangle,\ v^z(t_{\mathrm{f}}) = \langle \mathbf{v}_t(t_{\mathrm{f}}), \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^t \rangle; \\ u(t_{\mathrm{i}}) = \varphi_{\mathrm{i}}, u(t_{\mathrm{f}}) = \varphi_{\mathrm{i}} + \arccos(\langle \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^r, \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^r \rangle), \end{gathered}$$

где орты $\mathbf{e}$ с различными индексами вычисляются по соотношениям $\mathbf{e}_{\mathrm{i}}^r = \mathbf{r}_r(t_{\mathrm{i}}) / r_r(t_{\mathrm{i}})$; $\mathbf{e}_{\mathrm{f}}^r = \mathbf{r}_t(t_{\mathrm{f}}) / r_t(t_{\mathrm{f}})$;

$$\begin{gathered} \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{v}} = \mathbf{v}_r(t_{\mathrm{i}}) / v_r(t_{\mathrm{i}});\ \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{v}} = \mathbf{v}_t(t_{\mathrm{f}}) / v_t(t_{\mathrm{f}});\ \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^z = \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^r \times \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{v}}, \\ \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^z = \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^r \times \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{v}};\quad \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^t = \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^z \times \mathbf{e}_{\mathrm{i}}^r,\quad \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^t = \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^z \times \mathbf{e}_{\mathrm{f}}^r. \end{gathered}$$

Здесь на основе известных аналитических соотношений [6] выполняется прогноз расположения $\mathbf{r}_t^p(t)$ и скорости $\mathbf{v}_t^p(t)$ цели на интервале $t \in [t_{\mathrm{i}}, t_{\mathrm{f}}]$ заданной длительности $T_{\mathrm{m}} = t_{\mathrm{f}} - t_{\mathrm{i}}$ и расчет векторов $\mathbf{r}_t(t_{\mathrm{f}})$, $\mathbf{v}_t(t_{\mathrm{f}})$ [3].

Синтез закона наведения КРМ в поступательном движении (рис. 3) выполняется на основе параметризации его сближения в виде сплайнов времени $t \in [t_{\mathrm{i}}, t_{\mathrm{f}}]$ с тремя участками постоянного ускорения для радиали $r(t)$, угла $u(t)$ и бокового отклонения $z(t)$, где ускорение отсутствует на среднем участке. В итоге закон позиционного наведения КРМ определяется значениями векторов $\mathbf{r}_r^p(t)$, $\mathbf{v}_r^p(t)$ и ускорения КРМ $\mathbf{w}_r^p(t)$ в ИСК. Здесь аналитически вычисляются моменты времени переключения ускорения по координатам ЦСК [6], разности между расположениями полюсов цели и КРМ $\Delta\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_t(t) - \mathbf{r}_r(t)$, их скоростями $\Delta\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_t(t) - \mathbf{v}_r(t)$, и разности $\Delta\mathbf{r}^p(t) = \mathbf{r}_t^p(t) - \mathbf{r}_r^p(t)$, $\Delta\mathbf{v}^p(t) = \mathbf{v}_t^p(t) - \mathbf{v}_r^p(t)$.

Закон углового наведения КРМ в ИСК определяется программными значениями кватерниона $\mathbf{\Lambda}^p$, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^p = \{\omega_i^p\}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^p = \{\varepsilon_i^p\}$ робота. При подготовке КРМ к визуальной инспекции состояния цели для такого наведения применяются кинематические параметры $\mathbf{\Lambda}^{\mathrm{o}}(t)$, $\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{o}}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{o}}(t)$ программного углового движения ОСК робота относительно ИСК, которые получаются на основе автономного формирования [7] при определении орбиты на борту КРМ по сигналам спутников ГЛОНАСС/GPS [8].

VI. Дискретные алгоритмы управления

В дискретном алгоритме управления ЖРДУ МТ в поступательном движении КРМ используется вектор $\delta\Delta\mathbf{r}_s = \Delta\mathbf{r}_s^p - \Delta\mathbf{r}_s$ рассогласования между программной разностью $\Delta\mathbf{r}_s^p \equiv \Delta\mathbf{r}^p(t_s)$ и измеренной разностью $\Delta\mathbf{r}_s \equiv \Delta\mathbf{r}(t_s)$ расположений полюсов цели O_t и робота O_r, причем значения вектора $\delta\Delta\mathbf{r}_s$ формируются в ССК робота с периодом T_u^{e} в моменты времени t_s, $s \in \mathrm{N}_0$. В этом алгоритме для очередного значения $s \in \mathrm{N}_0$ сначала вычисляется командный вектор $\mathbf{I}_s^{\mathrm{e}}$ *импульса тяги* ЖРДУ МТ на интервале $t \in [t_s, t_{s+1})$ по формулам

$$\mathbf{g}_{s+1} = k_b^{\mathrm{e}}\mathbf{g}_s - k_c^{\mathrm{e}}\delta\Delta\mathbf{r}_s;\ \mathbf{I}_s^{\mathrm{e}} = T_u^{\mathrm{e}}\, m\,(k_u^{\mathrm{e}}(\mathbf{g}_s - k_p^{\mathrm{e}}\delta\Delta\mathbf{r}_s) + \mathbf{w}_s^p),$$

а затем для его реализации при ШИМ тяги всех восьми РД формируются [9] длительности τ_{ps} их включения.

Орты $\mathbf{r}_p$ векторов $\boldsymbol{\rho}_p$ вычисляются как $\mathbf{r}_p = \boldsymbol{\rho}_p/\rho$, где $\rho = (b_x^2 + b_y^2 + b_z^2)^{1/2}$ является единым модулем векторов положений точек O_p. Введем нормированные векторы сил $\tilde{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{P}^{\mathrm{e}}(t) / \mathrm{P}^{\mathrm{m}}$ и моментов $\tilde{\mathbf{m}}(t) = \mathbf{M}^{\mathrm{e}}(t) / (\mathrm{P}^{\mathrm{m}}\rho\}$ ЖРДУ МТ, матрицу $\mathbf{D}^{\mathrm{e}} = \{[\mathbf{e}_p], [\mathbf{r}_p \times \mathbf{e}_p]\}$ и столбцы $\boldsymbol{\tau}_s = \{\tau_{ps}\} \in R_+^8$, $0 \le \tau_{ps} \le T_u^{\mathrm{e}}\ \forall p = 1 \div 8$; $\mathbf{t}^p = \{\tilde{\mathbf{p}}^p, \tilde{\mathbf{m}}^p\}$,

где $\tilde{\mathbf{p}}^p$ и $\tilde{\mathbf{m}}^p$ являются *заданными импульсами* указанных нормированных векторов сил и моментов. Задача сводится к решению уравнения $\mathbf{D}^{\mathrm{e}}\ \boldsymbol{\tau}_s = \mathbf{t}_s^p$ относительно компонентов столбца $\boldsymbol{\tau}_s = \{\tau_{ps}\}$ длительностей включения всех восьми РД $\forall t \in [t_s, t_{s+1})$ при ШИМ управления тягой двигательной установки. Это уравнение имеет решение в простой алгоритмической форме

$$\begin{gathered} \hat{\boldsymbol{\tau}}_r \equiv \{\hat{\tau}_{pr}\} = (\mathbf{D}^{\mathrm{e}})^{\#}\mathbf{t}^{pg}; \tilde{\tau}_{pr} =: \hat{\tau}_{pr} - \min(\hat{\tau}_{pr}), \\ \mathit{if}\ q \equiv \max(\tilde{\tau}_{pr}) > T_u^{\mathrm{e}}\ \mathit{then}\ \tau_{pr} = \tilde{\tau}_{pr} - T_u^{\mathrm{e}}\tilde{\tau}_{pr} / q. \end{gathered}$$

При этом векторы тяги и момента определяются по формулам $\mathbf{P}^{\mathrm{e}}(t) = \mathrm{P}^{\mathrm{m}}\tilde{\mathbf{p}}(t)$ и $\mathbf{M}^{\mathrm{e}}(t) = \mathrm{P}^{\mathrm{m}}\rho\ \tilde{\mathbf{m}}(t)$.

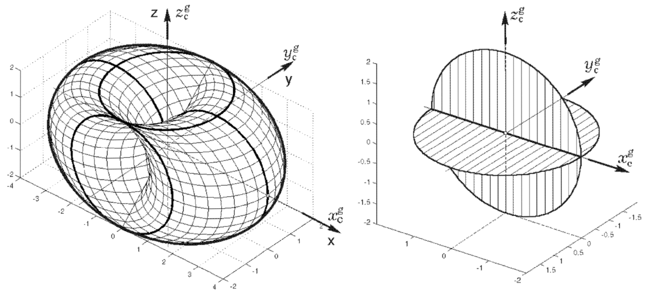


Рис. 4. Множества естественных сингулярных состояний схемы *2-SPE*

В дискретном алгоритме цифрового управления ориентацией КРМ с периодом T_u сначала определяются значения векторов углового рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_k = -\delta\boldsymbol{\phi}_k$ и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k$ для вычисления потребного управляющего момента СГК $\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}}$ в виде

$$\mathbf{g}_{k+1} = k_b^{\mathrm{g}}\mathbf{g}_k + k_c^{\mathrm{g}}\boldsymbol{\varepsilon}_k;\ \tilde{\mathbf{m}}_k = k_u^{\mathrm{g}}(\mathbf{g}_k + k_p^{\mathrm{g}}\boldsymbol{\varepsilon}_k);$$
$$\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}} = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\varepsilon}_\kappa^{\mathrm{o}} + [\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\omega}_\kappa^{\mathrm{o}}\times]\boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k),$$

где вектор $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$. Далее вектор $\mathbf{M}_k^{\mathrm{g}}$ распределяется между ГД по явным аналитическим соотношениям [10, 11] с формированием вектора цифрового управления $\mathbf{u}_k^{\mathrm{g}}(t) = \dot{\boldsymbol{\beta}}(t)$ при его фиксации $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$. Все множества естественных сингулярных состояний схемы *2-SPE*, когда матрица *Грамма* $\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta}) \equiv \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta})\mathbf{A}_h^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{\beta})$ теряет полный ранг, когда $\mathsf{G} \equiv \det(\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta})) = 0$, представлены на рис. 4. При обозначениях

$$x_1 = C_{\beta_1};\quad x_2 = C_{\beta_2};\quad y_1 = S_{\beta_1};\quad y_2 = S_{\beta_2};$$
$$x_3 = S_{\beta_4};\quad x_4 = S_{\beta_4};\quad z_3 = C_{\beta_3};\quad z_4 = C_{\beta_4};$$
$$x_{12} = x_1 + x_2;\ x_{34} = x_3 + x_4;\ y_{12} = y_1 + y_2;\ z_{34} = z_3 + z_4;$$
$$\tilde{x}_{12} = x_{12}/(4 - y_{12}^2)^{1/2};\quad \tilde{x}_{34} = x_{34}/(4 - z_{34}^2)^{1/2}$$

вводится функция $f_\rho(\boldsymbol{\beta}) \equiv \tilde{x}_{12} - \tilde{x}_{34} + \rho(\tilde{x}_{12}\tilde{x}_{34} - 1) = 0$ распределения вектора нормированного кинетического момента СГК $\mathsf{h} = \{\mathsf{x,y,z}\}$ между парами ГД с параметром ρ, $0 < \rho < 1$.

При условии $f_\rho(\boldsymbol{\beta}) = 0$ внутри области $\mathbf{S}$ вариации вектора h остаются сингулярными только два одномерных множества, именно

$$\mathbf{S}_{\mathrm{y}} = \{(\mathsf{x}/(2\rho))^2 + (\mathsf{z}/2)^2 = 1, \mathsf{x} < 0; \mathsf{y} = 0, |\,y_1\,| = |\,y_2\,| = 1\};$$
$$\mathbf{S}_{\mathrm{z}} = \{(\mathsf{x}/(2\rho))^2 + (\mathsf{y}/2)^2 = 1, \mathsf{x} > 0; \mathsf{z} = 0, |\,z_3\,| = |\,z_4\,| = 1\},$$

где учтены направления запрещенного перераспределения нормированного вектора КМ СГК между парами ГД при условии $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}(t)) \in \mathbf{S}_{\mathrm{yz}} \equiv \mathbf{S}_{\mathrm{y}} \cup \mathbf{S}_{\mathrm{z}}$.

Закон настройки СГК используемой схемы *2-SPE* принимается в виде

$$D^+ f_\rho(\boldsymbol{\beta}) = \Phi_\rho(f_\rho, \mathsf{h}) \equiv \begin{cases} -\operatorname{sat}(\phi_\rho, \mu_\rho f_\rho(\cdot))\,\forall\,\mathsf{h}(\cdot) \in \mathbf{S} \setminus \mathbf{Q}_{\mathrm{yz}}; \\ \phi_\rho\ \mathrm{Rh}(a_{\mathrm{s}}, l_\rho, r_{\mathrm{s}})\ \forall\,\mathsf{h}(\cdot) \in \mathbf{Q}_{\mathrm{s}}. \end{cases}$$

Здесь D^+ является символом правой производной по времени, ϕ_ρ, μ_ρ и l_ρ – положительные параметры и при индексах $\mathsf{s} = \mathsf{y}, \mathsf{z}$ используются нелинейные функции

$$\mathrm{Rh}(a, l_\rho, x) \equiv \begin{cases} 1 & x > -l_\rho, \\ -1 & x < l_\rho; \end{cases}\quad \mathrm{Rh}(a_{\mathrm{s}}, l_\rho, r_{\mathrm{s}}(t_0)) = a_{\mathrm{s}} \in (-1, 1);$$
$$r_{\mathrm{y}}(t) \equiv M_\pi(\beta_1 - \beta_2 - \pi),\qquad r_{\mathrm{z}}(t) \equiv M_\pi(\beta_3 - \beta_4 - \pi);$$
$$M_\pi(\alpha) \equiv \begin{cases} \alpha & |\alpha| \le \pi; \\ \alpha - 2\pi\,\mathrm{sign}(\alpha) & |\alpha| > \pi. \end{cases}$$

При выборе параметра $\rho = 2\sqrt{6}/5$ в центре $\mathsf{h} = 0$ области $\mathbf{S}$ достигается максимальное значение определителя $\mathsf{G} = 64/27$ и внутри сферы радиусом $r_{\mathrm{g}} = 1.75$ гарантируется отсутствие сингулярных состояний СГК.

VII. Результаты комльютерной имитации

В процессе компьютерной имитации было принято, что при начальной дальности 500 м сближение КРМ массой $m = 3018$ кг с геостационарным спутником выполняется на интервале времени $t \in [1637, 2185]$ с, а последующая стабилизация положения КРМ на расстоянии 100 м для наблюдения цели в течение 300 секунд – на интервале времени $t \in [2185, 2485]$ с при суммарной длительности имитации 848 с.

При этом считалось, что каждый из восьми российских РД *ДСТ-25 КБХМ им. А.М. Исаева* с номинальной тягой $\mathrm{P}^{\mathrm{m}} = 25$ Н имеет период ШИМ тяги $T_u^{\mathrm{e}} = 4$ с, а каждый ГД с собственным КМ $h_{\mathrm{g}} = 100$ Нмс имеет период цифрового управления $T_u = 0.25$ с.

На рис. 4 приведены компоненты вектора скорости поступательного движения цели в ССК робота, где точкой на оси абсцисс отмечен момент времени $t = 2185$ с.

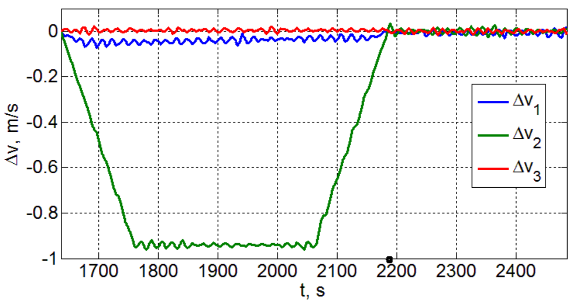


Рис. 4. Изменение скорости цели в системе координат робота

Рис. 5 и 6 представляют соответственно рассогласования в расположении и ошибки угловой стабилизации КРМ при сближении с целью.

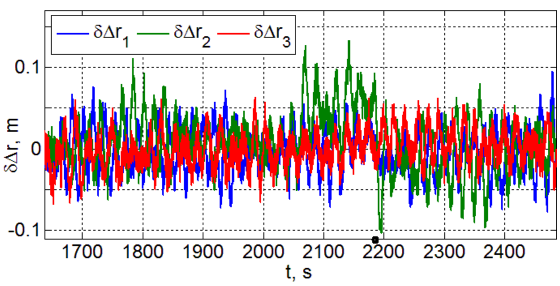


Рис. 5. Рассогласования в расположении КРМ при сближении с целью

Нетрудно убедиться, что здесь несмотря на внешние и параметрические возмущения, а также дискретные шумы в измерениях, достигается точность стабилизации пространственного движения робота ≈ 0.1 м по расположению и ≈ 3 угл. сек по ориентации.

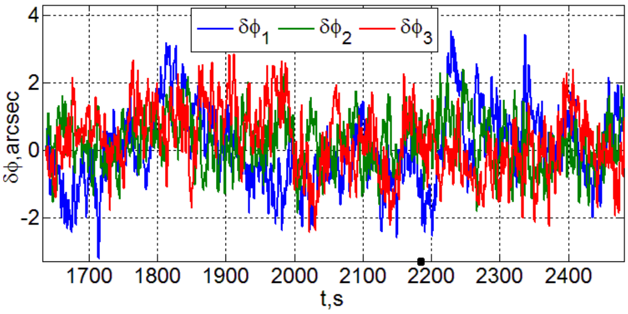


Рис. 6. Ошибки угловой стабилизации КРМ при сближении с целью

VIII. Заключение

Кратко представлены методы и алгоритмы навигации, наведения и управления движением робота при его сближении с геостационарным спутником, а также численные результаты по эффективности алгоритмов.

Литература

[1] Spitzer, A. Near optimal transfer orbit trajectory using electric propulsion, *Proceedings of AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Conference*, Albuquerque, 1995, 95–215, pp. 1–10.

[2] Gelon, W., Kamel, A., Stratemeier, D., Hur-Diaz, S., Practical orbit raising system and method for geosynchronous satellites. US Patent no. 7113851, 2006.

[3] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е., Сомова Т.Е. Вывод на орбиту и сближение космического робота с геостационарным спутником // Известия Самарского научного центра РАН. 2020. Том 22. № 2. С. 90–98.

[4] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Somova, T., Control of robot-manipulator during its preparation and capture of a passive satellite, *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*, 2019, vol. 10, no. 3, pp. 421–432.

[5] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Somova, T., Alignment verification of a star tracker cluster and a space telescope for land-survey satellite, *Proceedings of 5th IEEE International Workshop on Metrology for Aerospace*, Rome, 2018, pp. 176–18.

[6] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли, Москва: Наука, 1965.

[7] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е., Сомов С.Е. Автономное наведение и управление ориентацией космического аппарата в режиме слежения // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. Том 21. № 5. С. 96–107.

[8] Тучин Д.А. Автономное определение орбиты на борту космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 7.

[9] Somov, Ye., Butyrin, S., Somov, S., Guidance, navigation and control of a free-flying robot during its rendezvous with a passive space vehicle, *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*, 2018, vol. 9, no. 3, pp. 387–396.

[10] Matrosov, V., Somov, Ye., Nonlinear problems of spacecraft fault tole-rant control systems, *Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*, vol. 12: Advanced in Dynamics and Control, S. Sivasundaram Ed., CRC Press / Taylor & Francis, 2004, pp. 309–331.

[11] Сомов Е.И. Анализ сингулярных состояний и синтез явных законов настройки гирокомплексов кратных схем // Гироскопия и навигация. 2013. № 1(80). С. 134–148.

Автономное угловое наведение и управление ориентацией информационного спутника в режиме слежения*

Е.И. Сомов
Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет
Самара, Россия
e_somov@mail.ru

С.А. Бутырин
Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет
Самара, Россия
butyrinsa@mail.ru

Т.Е. Сомова
Отдел навигации, наведения и управления движением,
Самарский государственный технический университет
Самара, Россия
s_somov@mail.ru

***Аннотация*—Представляется новый метод автономного углового наведения и управления ориентацией спутника в режиме слежения за эталонной моделью изменения вектора модифицированных параметров Родрига.**

Ключевые слова—космический аппарат, автономное наведение, цифровое управление ориентацией

I. Введение

Проблемы исследования и проектирования систем управления ориентацией (СУО) космических аппаратов (КА) остаются актуальными для режимов их произвольного пространственного движения. В статье основное внимание уделяется нелинейностям в кинематических соотношениях при выполнении таких режимов с ограничениями на модули векторов угловой скорости и управляющего момента. Здесь управление ориентацией КА реализуется магнитным приводом (МП) и двигателями-маховиками (ДМ) по сигналам бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), корректируемой сигналами спутников GPS/ ГЛОНАСС и звездных датчиков, а также по сигналам магнитометра (ММ) и датчиков угловой скорости (ДУС).

После отделения от ракеты-носителя КА начинает «кувыркаться» – вращаться с вектором угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ изменяемого направления в базисе $\mathbf{B}$, связанного с его корпусом. Здесь выделяются режимы начальной ориентации КА: (i) остановка его вращения в инерциальном базисе $\mathbf{I}$ помощью МП; (ii) включение кластера ДМ в контур управления с разгрузкой этого кластера от накопленного кинетического момента (КМ) с помощью МП; (iii) угловое наведение и управление КА с приведением ориентации спутника к заданной в орбитальном базисе $\mathbf{O}$. Такие же режимы начальной ориентации применяются и для космических роботов [1].

В наших публикациях [2, 3] при решении задачи (iii) применялся закон наведения в виде набора векторных сплайнов в зависимости от времени. В отличие от такого подхода, здесь первые решается задача автономного наведения КА при слежении за эталонной моделью и цифрового управления кластером ДМ с приведением ориентации спутника к заданной в орбитальном базисе.

II. Математические модели

Схема *General Electric* (*GE*), рис. 1, обладает возможностью управлять ориентацией КА при отказе любого одного маховика. Здесь в базисе $\mathbf{B}$ (системе координат $\mathrm{O}xyz$) оси вращения четырёх ДМ располагаются на поверхности конуса с углом полу-раствора γ. Далее используются стандартные обозначения $\{\cdot\} = \mathrm{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \mathrm{line}(\cdot)$, $\langle\cdot,\cdot\rangle$, $(\cdot)^{\mathrm{t}}$, $[\mathbf{a}\times]$ и $\circ, \tilde{}$ для векторов, матриц и кватернионов, $C_\gamma \equiv \cos\gamma$, $S_\gamma \equiv \sin\gamma$, $i = 1,\ldots m \equiv 1 \div m$ и вектор модифицированных параметров Родрига (МПР)

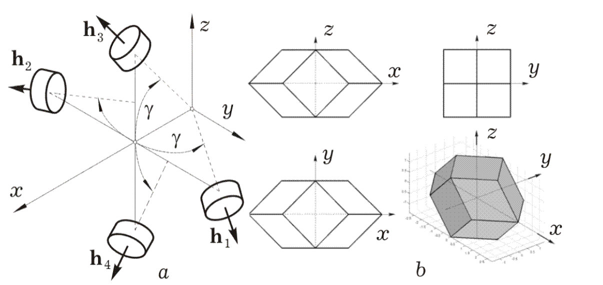


Рис. 1. Схема *GE* (*a*) и оболочка области вариации вектора ее КМ (*b*)

$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{e}\,\mathrm{tg}(\Phi/4)$ с ортом Эйлера $\mathbf{e}$ и углом поворота Φ, приоритеты (T.F. Wiener, 1962; S.R. Marandi, V.J. Modi, 1987) см. в [4]. Вектор $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\}$ связан с кватернионом $\boldsymbol{\Lambda} = (\lambda_0, \boldsymbol{\lambda})$, $\boldsymbol{\lambda} \equiv \{\lambda_i\}$, прямыми $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\lambda}/(1+\lambda_0)$ и обратными $\boldsymbol{\lambda} = 2\boldsymbol{\sigma}/(1+\sigma^2)$, $\lambda_0 = (1-\sigma^2)/(1+\sigma^2)$ аналитическими соотношениями. Модель углового движения КА учитывает упругость его конструкции и имеет вид

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}/2; \qquad \mathbf{A}^{\mathrm{o}}\{\dot{\boldsymbol{\omega}}, \ddot{\mathbf{q}}, \dot{\boldsymbol{\Omega}}\} = \{\mathbf{F}^{\omega}, \mathbf{F}^{\mathrm{q}}, \mathbf{F}^{\Omega}\}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{F}^{\omega} = -[\boldsymbol{\omega}\times]\mathbf{G} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{d}}; \quad \mathbf{F}^{\mathrm{q}} = -\mathbf{A}^{q}(\mathbf{V}_q\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_q\mathbf{q});$$

$$\mathbf{F}^{\Omega} = \mathbf{m} - \mathbf{m}^{\mathrm{f}}; \quad \mathbf{m} = \{m_p\}; \quad \mathbf{m}^{\mathrm{f}} = \{m_p^{\mathrm{f}}\}; \quad \mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \{m_i^{\mathrm{m}}\};$$

$$\mathbf{A}^{\mathrm{o}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q & J_r\mathbf{A}_\gamma \\ \mathbf{D}_q^{\mathrm{t}} & \mathbf{A}^q & \mathbf{0} \\ J_r\mathbf{A}_\gamma^{\mathrm{t}} & \mathbf{0} & J_r\mathbf{I}_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_\gamma = \begin{bmatrix} C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma \\ S_\gamma & -S_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_\gamma & -S_\gamma \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}^q = \mathrm{diag}\{\mu_j\}; \quad \mathbf{V}_q = \mathrm{diag}\{\tfrac{\delta}{\pi}\Omega_j^s\}; \quad \mathbf{W}_q = \mathrm{diag}\{(\Omega_j^s)^2\}.$$

Здесь $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{o}} + \mathbf{D}_q\dot{\mathbf{q}}$ является вектором КМ электромеханической системы, где $\mathbf{G}^{\mathrm{o}} = \mathbf{K} + \mathbf{H}$ и $\mathbf{K} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}$; столбцы $\mathbf{H} = \{\mathsf{H}_i\}$, $i = 1 \div 3$ и $\mathbf{h} = \{\mathsf{h}_p\}$, $\mathsf{h}_p = J_r\Omega_p$, $p = 1 \div 4$ представляют КМ кластера и отдельных ДМ, которые связаны соотношением $\mathbf{H} = \mathbf{A}_\gamma\,\mathbf{h}$, где матрица $\mathbf{A}_\gamma$ со-

Работа поддержана РФФИ, грант 20-08-00779.

ставлена из ортов осей ДМ в базисе $\mathbf{B}$; вектор механического момента МП $\mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \{m_i^{\mathrm{m}}\} = -\mathbf{L}\times\mathbf{B}$, где вектор электромагнитного момента $\mathbf{L} = \{l_i\}$ с ограниченными компонентами $|l_i| \le 1^{\mathrm{m}}$ и вектор индукции магнитного поля Земли $\mathbf{B} = \mathbf{b}\mathrm{B}$ с ортом $\mathbf{b}$ определены в базисе $\mathbf{B}$; столбцы $\mathbf{m} = \{m_p\}$ и $\mathbf{m}^{\mathrm{f}} = \{m_p^{\mathrm{f}}\}$ представляют управляющие моменты и моменты сил сухого трения по осям вращения ДМ, а вектор $\mathbf{M}^{\mathrm{d}}$ – внешние возмущающие моменты. Вектор $\mathbf{M}^{\mathrm{r}}$ управляющего момента кластера ДМ формируется в виде $\mathbf{M}^{\mathrm{r}} = -\mathbf{H}^{*}$, где $(\cdot)^{*}$ – символ локальной производной по времени. Если корпус КА считать твердым телом, то $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{o}}$ и модель динамики его углового движения принимает вид

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + [\boldsymbol{\omega}\times]\mathbf{G} = \mathbf{M}^{\mathrm{r}} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{d}}. \qquad (2)$$

Пусть измерение кватерниона ориентации КА $\boldsymbol{\Lambda}_l \equiv \boldsymbol{\Lambda}(t_l)$ выполняется с периодом T_p, $t_{l+1} = t_l + T_p$, $l \in \mathrm{N}_0 \equiv [0,1,2,3\ldots)$, а измерение скоростей вращения ДМ $\Omega_{ps} = \Omega_p(t_s)$ – в моменты времени t_s с периодом T_q, $t_{s+1} = t_s + T_q$, $s \in \mathrm{N}_0$. Будем считать, что $\forall t_k$ с периодом T_u, $t_{k+1} = t_k + T_u$, $k \in \mathrm{N}_0$ ДУС измеряют вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k \equiv \boldsymbol{\omega}(t_k)$ и формируется управление ДМ, а $\forall t_r$ с периодом $T_u^{\mathrm{m}} >> T_u$, $t_{r+1} = t_r + T_u^{\mathrm{m}}$, $r \in \mathrm{N}_0$ ММ измеряет вектор индукции $\mathbf{B}_r \equiv \mathbf{B}(t_r)$ магнитного поля Земли и формируется цифровое управление МП, когда вектор $\mathbf{L} = \{l_i\}$ фиксируются $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$.

III. Постановка задачи

Будем считать, что для модели КА в виде твердого тела (2) электромеханическая СУО при отсутствии внешних воздействий $(\mathbf{M}^{\mathrm{m}} = \mathbf{0}, \mathbf{M}^{\mathrm{d}} = \mathbf{0})$ является сбалансированной по вектору общего КМ, что соответствует тождеству $\mathbf{G} = \mathbf{G}^{\mathrm{o}} = \mathbf{K} + \mathbf{H} \equiv \mathbf{0}$. Тогда пространственное угловое движение КА описывается уравнениями

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda}\circ\boldsymbol{\omega}/2\,; \quad \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{M}^{\mathrm{r}} = \boldsymbol{\varepsilon} \equiv \mathbf{u}\,. \qquad (3)$$

Кинематическому уравнению в (3) соответствует соотношение $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-\sigma^2)\boldsymbol{\omega}/4 + \boldsymbol{\sigma}\times\boldsymbol{\omega}/2 + \langle\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}\rangle\boldsymbol{\sigma}/2$ для вектора МПР $\boldsymbol{\sigma}$, поэтому при векторе управляющего углового ускорения $\mathbf{u} \equiv \boldsymbol{\varepsilon}$ модель (3) представляется в нормированной непрерывной векторной форме

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \tfrac{1}{4}(1-\sigma^2)\boldsymbol{\omega} + \tfrac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}\times\boldsymbol{\omega} + \tfrac{1}{2}\langle\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}\rangle\boldsymbol{\sigma}\,; \;\; \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{u} \qquad (4)$$

с начальными условиями $\boldsymbol{\sigma}(t_{\mathrm{o}}) = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{o}}$, $\boldsymbol{\omega}(t_{\mathrm{o}}) = \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{o}}$ при $t_{\mathrm{o}} = 0$ и ортом $\mathbf{e}_{\mathrm{o}} = \mathbf{e}(t_{\mathrm{o}})$, где вектор $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{o}} \equiv \mathbf{e}_{\mathrm{o}}\,\mathrm{tg}(\Phi_{\mathrm{o}}/4)$ является произвольным с условием $|\Phi_{\mathrm{o}}| < 2\pi$. Как известно, значения $\boldsymbol{\Lambda}$ и $-\boldsymbol{\Lambda}$ совпадают. Следовательно, при $\Phi = \pi$ возникает двузначность кватерниона и требуется конкретизировать его значение вместе с направлением орта Эйлера. Для вектора МПР $\boldsymbol{\sigma}$ такая проблема не проявляется $\forall\,\Phi \in (-2\pi, 2\pi)$.

Мы предлагаем эталонную модель автономного наведения в виде (4) с векторами МПР $\boldsymbol{\sigma}$, угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и углового ускорения $\mathbf{u}$, где векторы $\mathbf{u}$ и $\boldsymbol{\omega}$ ограничены по модулю

$$|\mathbf{u}(t)| \equiv u(t) \le \mathrm{u}^{\mathrm{m}}, \mathrm{u}^{\mathrm{m}} > 0; \;\; |\boldsymbol{\omega}(t)| \equiv \omega(t) \le \omega^{\mathrm{m}}, \; \omega^{\mathrm{m}} > 0,$$

причем естественно $\omega_{\mathrm{o}} = |\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{o}}| \le \omega^{\mathrm{m}}$.

Первая задача состоит в синтезе векторного нелинейного закона цифрового управления

$$\mathbf{u}_k(t) \equiv \mathbf{u}(\boldsymbol{\sigma}_k, \boldsymbol{\omega}_k) = \mathbf{u}_k \;\; \forall t \in [t_k, t_{k+1}), k \in \mathrm{N}_0 \qquad (5)$$

для эталонной модели наведения (4) с ограниченными модулями векторов управления и угловой скорости. Этот закон должен обеспечить асимптотическую устойчивость тривиального решения замкнутой нелинейной непрерывно-дискретной системы (4), (5) с условием

$$\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{\sigma}(t)\| = \mathbf{0}, \; \lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{\omega}(t)\| = \mathbf{0}\,. \qquad (6)$$

Вторая задача заключается в синтезе закона цифрового управления кластером ДМ, который обеспечивает переход КА из произвольной ориентации в малую окрестность углового движения КА, соответствующего закону наведения. При этом система векторных соотношений (4), (5) применяется как эталонная модель автономного наведения КА по доступным измерениям.

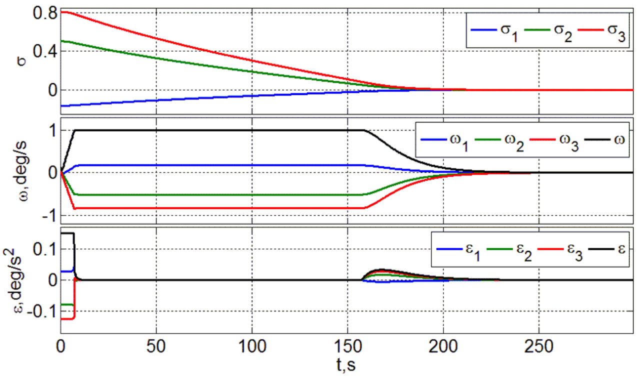


Рис. 2. Переходные процессы в эталонной модели углового наведения

Наконец, третья задача состоит в синтезе экономичного цифрового управления КА с помощью МП и кластера ДМ в режимах начальной ориентации, когда используется автономное угловое наведение КА по доступным измерениям в замкнутом контуре управления.

IV. Эталонная модель наведения

При диадном произведении $[\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}]$ трехмерных векторов $\mathbf{a} = \{a_i\}$ и $\mathbf{b} = \{b_j\}$, которое представляется как $[\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}] \equiv \mathbf{a}\mathbf{b}^{\mathrm{t}} = \mathbf{C} = \|c_{ij}\| = \|a_i b_j\|$, кинематическое уравнение в (4) и обратное ему принимают вид

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (\tfrac{1}{4}(1-\sigma^2)\mathbf{I}_3 + \tfrac{1}{2}([\boldsymbol{\sigma}\times] + [\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\sigma}])\boldsymbol{\omega} \equiv \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}; \qquad (7)$$
$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma})\dot{\boldsymbol{\sigma}},$$

где матрица $\mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{B}^{-1}(\boldsymbol{\sigma}) \equiv (8/(1+\sigma^2)^2)\mathbf{B}^{\mathrm{t}}(\boldsymbol{\sigma})$.

Вторая производная $\ddot{\boldsymbol{\sigma}}$ получается дифференцированием (7) по времени, что приводит к соотношению

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{v} \equiv \mathbf{b}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{u}, \qquad (8)$$

где векторная функция $\mathbf{b}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega})$ представляется в виде $\mathbf{b}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}) = ([(\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega})\times] + [\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}])\boldsymbol{\omega}/2$.

Согласно методу линеаризующей обратной связи [5] сначала выполняется синтез закона вспомогательного управления $\mathbf{v}(\boldsymbol{\sigma},\dot{\boldsymbol{\sigma}})$ для линейной непрерывной системы $\ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{v}$. При модальном синтезе на желаемом спектре $S_* = (-\alpha \pm j\beta)$ замкнутой непрерывной модели (4) получается закон $\mathbf{v} = -(k_\sigma\boldsymbol{\sigma} + k_\omega\dot{\boldsymbol{\sigma}}) = -(k_\sigma\boldsymbol{\sigma} + k_\omega\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega})$, который обеспечивает асимптотическую устойчивость (6) тривиального решения $\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{0}$. Этот закон представляется в дискретном виде

$$\mathbf{v}_k \equiv \{\mathrm{v}_k\} = -(k_\sigma^d\boldsymbol{\sigma}_k + k_\omega^d\mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}_k)\boldsymbol{\omega}_k), \qquad (9)$$

где при заданном времени регулирования T_r и $\forall\,\xi > 0$ коэффициенты k_σ^d и k_ω^d вычисляются по явным соотношениям $\omega_* = 3/(\xi T_r)$; $\alpha = \xi\omega_*, \beta = \omega_*(1-\xi^2)^{1/2}$;

$$a_1 = -2\exp(-\alpha T_u)\cos(\beta T_u),\ a_2 = \exp(-2\alpha T_u);$$
$$k_\sigma^d = (1 + a_1 + a_2)/T_u^2,\ k_\omega^d = (3 + a_1 - a_2)/(2T_u).$$

Учитывая (9), дискретный вид предварительного непрерывного закона управления $\tilde{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{v} - \mathbf{b}(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\omega}))$ представляется соотношением

$$\tilde{\mathbf{u}}_k(\boldsymbol{\sigma}_k,\boldsymbol{\omega}_k) = -(\mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma}_k)(k_\sigma^d\boldsymbol{\sigma}_k + \mathbf{b}(\boldsymbol{\sigma}_k,\boldsymbol{\omega}_k)) + k_\omega^d\boldsymbol{\omega}_k). \quad (10)$$

При окончательном формировании цифрового управления $\mathbf{u}_k(\boldsymbol{\sigma}_k,\boldsymbol{\omega}_k) \equiv \{u_{ik}\}$ в момент времени t_k учитываются ограничения на модули векторов управления и угловой скорости по следующему простому алгоритму:

1) по значению цифрового управления $\tilde{\mathbf{u}}_k$ (10) в момент времени t_k вычисляется прогнозное значение вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k^q = \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{u}}_k T_u$, достигаемое в конце интервала времени длительностью T_u, и если $|\boldsymbol{\omega}_k^q| > \omega^{\mathrm{m}}$, то принимается $\tilde{\mathbf{u}}_k = ((\omega^{\mathrm{m}}\boldsymbol{\omega}_k^q/\omega_k^q) - \boldsymbol{\omega}_k)/T_u$;

2) далее, если $|\tilde{\mathbf{u}}_k| \equiv \tilde{u}_k > \mathrm{u^m}$, то $\mathbf{u}_k = \mathrm{u^m}\,\tilde{\mathbf{u}}_k/\tilde{u}_k$, иначе $\mathbf{u}_k = \tilde{\mathbf{u}}_k$.

На рис. 2 приведены результаты тестирования дискретных алгоритмов в эталонной модели наведения при $\Phi_{\mathrm{o}} = 176.039$ град; $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{o}} = \{-0.072,\ 0.068, 0.0670\}$ град/с; $T_u = 0.25$ с; $\xi = 0.95$; $\omega^{\mathrm{m}} = 1$ град/с, $\mathrm{u^m} = 0.15$ град/с^2.

V. Автономное наведение и цифровое управление

Законы автономного наведения информационных КА основываются на соотношениях связи их координат с измеряемыми координатами объектов информационного обслуживания. При автономном наведении космических роботов применяются измеряемые координаты подвижной цели. Здесь рассматривается задача синтеза закона автономного наведении КА при его переходе из произвольной ориентации орбитальную.

Ориентация орбитального базиса $\mathbf{O}$ в инерциальном базисе $\mathbf{I}$ определяется кватернионом $\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{o}}$. Угловое положение базиса $\mathbf{B}$ относительно базиса $\mathbf{O}$ представляется углами крена ϕ_1, рыскания ϕ_2 и тангажа ϕ_3, кватернионом $\mathbf{E} = (e_0,\mathbf{e}) = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{\mathrm{o}} \circ \boldsymbol{\Lambda}$, которому соответствуют вектор параметров Эйлера $\mathsf{E} = \{e_0,\mathbf{e}\}$, $\mathbf{e} = \{e_i\}$, матрицей $\mathbf{C}^{\mathrm{e}} \equiv \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{t}}$, где $\mathbf{Q}_{\mathrm{e}} = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e}\times]$, вектором МПР $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{e}} \equiv \{\sigma_i^{\mathrm{e}}\} = \mathbf{e}\,\mathrm{tg}(\Phi^{\mathrm{e}}/4)$ и столбцом погрешности ориентации $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = \{4\sigma_i^{\mathrm{e}}\}$. Вектор ошибки по угловой скорости вычисляется как $\delta\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{o}}$, где $\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{o}}$ является вектором абсолютной угловой скорости базиса $\mathbf{O}$.

По измеренным БИНС векторам расположения и скорости поступательного движения КА на его борту по аналитическим соотношениям вычисляются [6] значения кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{o}}$, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{o}}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{o}}$ базиса $\mathbf{O}$. С другой стороны, в БИНС формируются дискретные измерения кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}_k$ и вектора угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_k$ космическог8о аппарата. Применяемая стратегия автономного углового наведения КА содержит два этапа:

1) угловое наведение КА при его переходе из произвольной ориентации в малую окрестность требуемого орбитального углового движения по указанным измерениям, в отличие локального прогнозирования положения базиса $\mathbf{O}$ [7];

2) автономное угловое наведение КА в малой окрестности движения орбитального базиса только по кватерниону ошибки $\mathbf{E}$.

Здесь на первом этапе в эталонной модели наведения вектор ускорения $\mathbf{u}_k^{\mathrm{e}} = \mathbf{u}_k^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\sigma}_k^{\mathrm{e}},\boldsymbol{\omega}_k^{\mathrm{e}}) \equiv \tilde{\mathbf{m}}_k$ формируется аналогично (10) по измеренным $\boldsymbol{\Lambda}_k, \boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{o}}, \boldsymbol{\omega}_k, \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{o}}$ и далее вычисленным значениям $\boldsymbol{\sigma}_k^{\mathrm{e}}, \boldsymbol{\omega}_k^{\mathrm{e}}$ с учетом ограничений на модули векторов $\boldsymbol{\omega}_k$ и $\mathbf{u}_k$.

На втором этапе вектор стабилизирующего ускорения $\tilde{\mathbf{m}}_k$ формируется по соотношениям

$$\mathbf{g}_{k+1} = k_b^{\mathrm{g}}\mathbf{g}_k + k_c^{\mathrm{g}}\boldsymbol{\varepsilon}_k;\ \tilde{\mathbf{m}}_k = k_u^{\mathrm{g}}(\mathbf{g}_k + k_p^{\mathrm{g}}\boldsymbol{\varepsilon}_k),$$

где используется только измеренный вектор углового рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon}_k = -\delta\boldsymbol{\phi}_k$. В обоих вариантах дискретные значения вектора командного управляющего момента кластера ДМ $\mathbf{M}_k^{\mathrm{r}}$ вычисляется по формуле

$$\mathbf{M}_k^{\mathrm{r}} = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\varepsilon}_\kappa^{\mathrm{o}} + [\mathbf{C}_k^{\mathrm{e}}\boldsymbol{\omega}_\kappa^{\mathrm{o}}\times]\boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k), \qquad (11)$$

где вектор $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathsf{H}_k$. Далее вектор $\mathbf{M}_k^{\mathrm{r}}$ распределяется между ДМ по явным аналитическим соотношениям с формированием вектора цифрового управления $\mathbf{m} = \{m_{pk}\}$, $p = 1 \div 4$ кластера ДМ. Здесь проблема состоит в распределении векторов кинетического H и управляющего $\mathbf{M}^{\mathrm{r}} = -\mathsf{H}^*$ моментов кластера ДМ в соответствии с уравнениями $\mathbf{A}_\gamma\,\mathbf{h} = \mathsf{H}$ $\forall\mathsf{H} \in \mathbf{R}^3, \forall\mathbf{h} \in \mathbf{R}^4$ и $\mathbf{A}_\gamma\,\mathbf{m} = -\mathbf{M}^{\mathrm{r}} = \mathsf{H}^*$ $\forall\mathbf{M}^{\mathrm{r}} \in \mathbf{R}^3, \mathbf{m} \in \mathbf{R}^4$ [8]. Введем нормированный вектор $\boldsymbol{h} \equiv \{x,y,z\} = \mathsf{H}/\mathrm{h^m} = \mathbf{A}_\gamma\,\mathbf{h}$ КМ кластера, где $x = x_1 + x_2$, $x_1 = C_\gamma(h_1 + h_2)$, $x_2 = C_\gamma(h_3 + h_4)$; $\mathbf{h} = \{h_p\}$, $h_p = \mathsf{h}_p / \mathrm{h}^{\mathrm{m}}$, $|h_p| \le 1$.

Распределение вектора КМ выполняется по закону

$$f_\rho = \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 + \rho(\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - 1) = 0 \text{ при } \rho = \mathrm{const},\quad 0 < \rho < 1,$$

где $\tilde{x}_1 = x_1 / q_y$; $\tilde{x}_2 = x_2 / q_z$; $q_s = (4C_\gamma^2 - s^2)^{1/2}$, $s = y, z$, с применением трёх этапов:

(i) $q \equiv q_y + q_z$; $\Delta \equiv (q/\rho)(1 - (1 - 4\rho[(q_y - q_z)(x/2) + \rho(q_y q_z - (x/2)^2)]/q^2)^{1/2})$; $x_1 = (x + \Delta)/2$; $x_2 = (x - \Delta)/2$;

(ii) распределение КМ между ДМ в каждой паре по очевидным формулам;

(iii) при параметрах $\phi_\rho, \mu_\rho > 0$ вычисление столбца $\mathbf{m}$ управляющих моментов ДМ

$$\mathbf{m} = -(\{\mathbf{A}, \mathbf{a}^{\mathrm{f}}\})^{-1}\{(\mathbf{M}_k^{\mathrm{r}} + \mathbf{M}_k^{\mathrm{cu}}), \mathrm{h}^{\mathrm{m}}\, \mathrm{sat}(\phi_\rho, \mu_\rho f_\rho)\}, \qquad (12)$$

где компоненты строки $\mathbf{a}^{\mathrm{f}} = [a_p^{\mathrm{f}}]$ имеют явный вид

$$a_{1,2}^{\mathrm{f}} = (2C_\gamma / q_y^3)[2C_\gamma^2 \pm S_\gamma^2 h_2(h_1 - h_2)][1 + \rho C_\gamma(h_3 + h_4)/q_z];$$
$$a_{3,4}^{\mathrm{f}} = (2C_\gamma / q_z^3)[2C_\gamma^2 \mp S_\gamma^2 h_4(h_3 - h_4)][1 + \rho C_\gamma(h_1 + h_2)/q_y]$$

и учитывается командный вектор $\mathbf{M}_k^{\mathrm{cu}}$ для компенсации влияния моментов МП при разгрузке кластера ДМ от накопленного кинетического момента.

Здесь вычисляются модуль I^{m} и орт $\mathbf{e}^{\mathrm{m}}$ вектора потребного *импульса* механического момента МП в базисе $\mathbf{B}$, назначается [8] вариация $\Delta\mathrm{I}^{\mathrm{m}}$ на периоде T_u^m цифрового управления МП и рассчитывается команда $\mathbf{M}_k^{\mathrm{cu}} = \{m_{ik}^{\mathrm{cu}}\} = \Delta\mathrm{I}^{\mathrm{m}}\mathbf{e}^{\mathrm{m}} / T_u^m$ *компенсации* импульса механического момента МП, которая с периодом цифрового управления T_u поступает на кластер ДМ. При этом $\forall t = t_r$, $r \in \mathrm{N}_0$ вычисляется орт $\mathbf{b}_r = \mathbf{B}_r / \mathrm{B}_r$ и далее если $|(\mathbf{b}_r, \mathbf{e}_r^{\mathrm{m}})| > \cos(\pi/3)$, то на очередном периоде дискретности МП не включается, иначе вычисляются вектор $\mathbf{L}_r = \{l_i\} = \Delta\mathrm{I}^{\mathrm{m}}(\mathbf{b}_r \times \mathbf{e}_r^{\mathrm{m}})/\mathrm{B}_r$ потребного электромагнитного момента МП на очередном шаге цифрового управления МП с периодом T_u^m.

Такой же алгоритм цифрового управления МП применяется в режиме начального успокоения вращения спутника либо космического робота.

Для представления алгоритма оценки момента сухого трения по осям вращения ДМ для простоты рассмотрим только один ДМ, при этом индекс p не используется. Модель ДМ представляется в нормированном виде $\dot{\Omega}(t) = a(t) - a^{\mathrm{f}}(t)$, где $a(t) = m(t)/J_r$, ускорение $a^{\mathrm{f}}(t) = a_{\mathrm{o}}^{\mathrm{f}}\,\mathrm{sign}(\Omega(t)) \in [-a_{\mathrm{o}}^{\mathrm{f}}, a_{\mathrm{o}}^{\mathrm{f}}]$ соответствует моменту сил сухого трения, $a_{\mathrm{o}}^{\mathrm{f}} = m_{\mathrm{o}}^{\mathrm{f}} / J_r = \mathrm{const}$. Предполагая $a^{\mathrm{f}}(t) = a_s^{\mathrm{f}} = \mathrm{const}$ $\forall t \in [t_s, t_{s+1})$ для оценки $\hat{a}_s^{\mathrm{f}}$ применяется дискретный идентификатор Луенбергера с периодом T_q в виде

$$\hat{\Omega}_{s+1} = \hat{\Omega}_s + (a_s - \hat{a}_s^{\mathrm{f}})\,T_s + g_1^{\mathrm{f}}\,\delta\Omega_s;$$
$$\hat{a}_{s+1}^{\mathrm{f}} = \hat{a}_s^{\mathrm{f}} + g_2^{\mathrm{f}}\,\delta\Omega_s; \quad \delta\Omega_{s+1} = \Omega_{s+1} - \hat{\Omega}_{s+1},$$

где параметры g_1^{f} и g_2^{f} определяются по аналитическим соотношениям. В итоге дискретная оценка момента сил сухого трения получается в виде $\hat{m}^{\mathrm{f}}(t_s) = \hat{m}_s^{\mathrm{f}} = J_r\,\hat{a}_s^{\mathrm{f}}$.

В завершении формирования цифрового управления ДМ выполняется переопределение $\mathbf{m}_k := \mathbf{m}_k + \hat{\mathbf{m}}_k^{\mathrm{f}}$, где $\hat{\mathbf{m}}_k^{\mathrm{f}}$ является столбцом текущих оценок $\hat{m}_k^{\mathrm{f}}$ моментов сил сухого трения по осям вращения ДМ.

VI. Результаты компьютерной имитации

Исследовался КА на солнечно-синхронной орбите высотой 720 км с массой 1000 кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \mathrm{diag}(570, 910, 750)\,\text{кг м}^2$, когда в модели (1) значения $\Omega_j^1 \approx 0.6$ рад/с и $\delta = 0.01$, МП имеет период цифрового управления $T_u^{\mathrm{m}} = 4$ с и ограничение $1^{\mathrm{m}} = 150\ \mathrm{Am}^2$.

На рис. 3 представлены изменения компонентов ω_i (синим цветом по крену, зеленым по рысканью и красным по тангажу) и модуля (черный цвет) вектора $\boldsymbol{\omega}$ при выполнении режимов начальной ориентации КА на полном интервале компьютерной имитации.

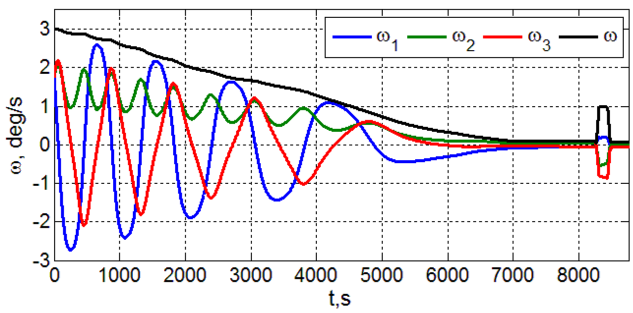


Рис. 3. Изменение вектора угловой скорости на интервале имитации

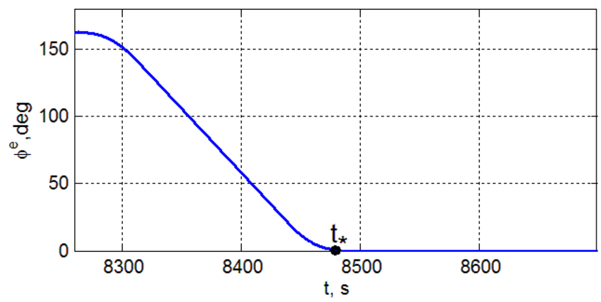


Рис. 4. Изменение угла поворота в эталонной модели наведения

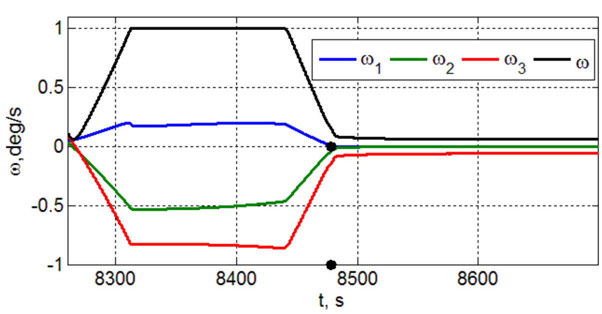


Рис. 5. Вектор угловой скорости в процессе приведения КА в ОСК

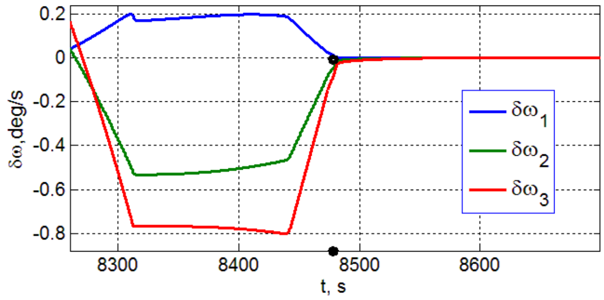


Рис. 6. Ошибки по угловой скорости в процессе приведения КА в ОСК

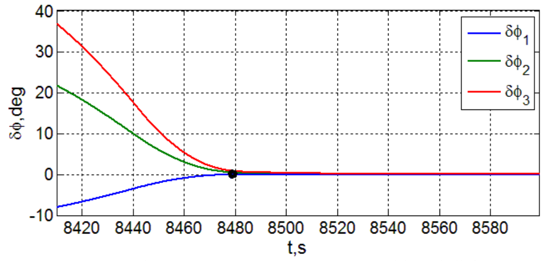


Рис. 7. Угловые ошибки в процессе приведения КА в ОСК

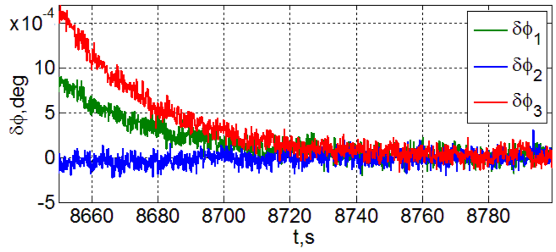


Рис. 8. Угловые ошибки при завершении приведения КА в ОСК

В дискретном законе $\mathbf{u}_k^{\mathrm{e}} = \mathbf{u}_k^{\mathrm{e}}(\boldsymbol{\sigma}_k^{\mathrm{e}}, \boldsymbol{\omega}_k^{\mathrm{e}}) \equiv \tilde{\mathbf{m}}_k$ эталонной модели наведения с периодом $T_u = 0.25$ с коэффициентами k_σ^d и k_ω^d были вычислены по значениям параметров $T_r = 60T_u$, $\xi = 0.95$. В момент времени $t_{\mathrm{o}} = 8265$ с угол $\Phi_{\mathrm{o}}^{\mathrm{e}} = 161.5$ град и для определения момента времени t_* переключения структуры формирования векторов $\tilde{\mathbf{m}}_k$, назначен угол $\Phi_*^{\mathrm{e}} = 1$ град. Полученные результаты представлены на рис. 3 – 8, где учтены все шумы измерений и возмущения, при этом указанное переключение структур происходит в момент времени $t_* = 8480$ с.

VII. Заключение

Кратко представлен новый метод автономного углового наведения КА при произвольной начальной ориентации, где применяется эталонная модель для вектора модифицированных параметров Родрига.

Приведены результаты исследования динамики управления космическим аппаратом в режимах его начальной ориентации по доступным измерениям.

Литература

[1] Somov, Ye., Butyrin, S., Somova, T., Digital and pulse-width control of the satellites and space robots orientation in initial modes, *IFAC PapersOnLine*, 2019, vol. 52, no. 12, pp. 544–548.

[2] Somova, T., Satellite attitude guidance and economical digital control during initial modes, *Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*, 2018, vol. 9, no. 3, pp. 365–372.

[3] Somov, Ye., Rondishchev, N., Somova, T., Nonlinear dynamics of a spacecraft control system in the orientation initial modes, *Proceedings of 9th IEEE/AIAA International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, 2019, pp. 907–911.

[4] Markley, F.L, Crassidis, J.L., Fundamentals of Spacecraft Attitude De-termination and Control. Springer, 2014.

[5] Somov, Ye., Feedback linearization and VLF techniques on the synthe-sis of spacecraft gyromoment attitude control systems, *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics «Information Intelligence and Systems»*, 1996, vol. 4, pp. 2522–2527.

[6] Тучин Д.А. Автономное определение орбиты на борту космического аппарата. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 7.

[7] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е., Сомов С.Е. Автономное наведение и управление ориентацией космического аппарата в режиме слежения // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. Том 21. № 5. С. 96–107.

[8] Somova, T., Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion, *Journal of Aeronautics and Space Technologies*, 2016, vol. 9, no. 2, pp. 35–45.

Об использовании поправок, передаваемых в навигационных сигналах КА для согласования системных шкал времени ГНСС*

П.П. Богданов
АО «Российский институт радионавигации и времени»
Санкт-Петербург, Россия
bogdanov_pp@rirt.ru

А.В. Дружин
АО «Российский институт радионавигации и времени»
Санкт-Петербург, Россия
druzh@mail.ru

Т.В. Примакина
АО «Российский институт радионавигации и времени»
Санкт-Петербург, Россия
t.primakina@rirt.ru

***Аннотация*—Одним из условий обеспечения мультисистемного режима работы потребителей, т.е. возможности решения навигационно-временной задачи по сигналам космических аппаратов (КА) различных глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), является знание расхождения их системных шкал времени (ШВ).**

Целью работы является сравнение возможных способов определения потребителями расхождения между системными ШВ различных ГНСС для обеспечения мультисистемного режима работы.

Ключевые слова—Глобальная навигационная спутниковая система, космический аппарат, шкала времени, поправка

I. Введение

Данные о расхождении системных ШВ ГНСС для обеспечения мультисистемного режима работы потребитель может получить автономно на основе обработки одновременных измерений по сигналам КА разных ГНСС. Однако в этом случае необходимым условием является возможность приема сигналов не менее 4 КА одной из ГНСС, что делает невозможным использования сигналов КА разных ГНСС в сложных условиях приема, когда видимыми являются только три и менее КА каждой ГНСС. Выходом является хранение потребителем ранее вычисленных значений расхождения системных ШВ ГНСС, однако это приводит к дополнительной погрешности используемых значений взаимного расхождения системных ШВ.

Поэтому в составе навигационных сигналов КА практически всех ГНСС реализуется или предусматривается передача информации, обеспечивающей возможность определения потребителем расхождения системных ШВ в любых условиях, а именно:

- поправок на расхождение системной ШВ ГНСС относительно опорной ШВ;
- непосредственно поправок на расхождение собственной системной ШВ ГНСС и системных ШВ других ГНСС (поправки GGTO).

В работе проведено сравнение способов определения потребителями расхождения системных ШВ ГНСС автономно и на основе передаваемых поправок и представлены рекомендации по их использованию.

II. Определение расхождения системных ШВ ГНСС по поправкам, передаваемым в навигационных сигналах КА

В настоящее время в составе навигационных сигналов космических аппаратов ГНСС передаются следующие поправки, обеспечивающие возможность определения потребителями расхождения системных ШВ:

- в системе GPS – поправки на расхождение системной ШВ относительно шкалы времени Военно-морской обсерватории США UTC(USNO) [1];
- в системе ГЛОНАСС – поправки на расхождение системной ШВ относительно национальной шкалы времени России UTC(SU) и поправки на расхождение системных ШВ ГЛОНАСС и GPS [2];
- в системе Galileo - поправки на расхождение системной ШВ относительно опорной шкалы времени, формируемой на основе шкал времени нескольких Европейских лабораторий времени, и поправки на расхождение системных шкал времени Galileo и GPS [3];
- в системе BeiDou - поправки на расхождение системной ШВ относительно опорной шкалы времени. В соответствии с интерфейсным контрольным документом (ИКД), системная ШВ BeiDou связана с UTC через шкалу UTC(NTSC), формируемую Национальным центром службы времени китайской академии наук [4]. В то же время, согласно ряду публикаций, опорной ШВ BeiDou является шкала времени Пекинского центра спутниковой навигации BSNC [5];
- в системе QZSS - поправки на расхождение системной ШВ относительно шкалы времени Национального института информационных и коммуникационных технологий UTC(NICT) [6].

Кроме того, в навигационных системах GPS, BeiDou и QZSS предусмотрена возможность передачи поправок на расхождение между собственной системной ШВ и системными ШВ других навигационных систем.

Возможность определения потребителем расхождения системных ШВ на основе передаваемых поправок к системной ШВ каждой ГНСС относительно опорной ШВ основывается на том, что в качестве опорных ШВ

ГНСС, как правило, используются реализации координированной шкалы UTC(k), которые синхронизируются с UTC с максимально возможной точностью.

Выражение для определения потребителем расхождения системных ШВ i-ой и j-ой ГНСС при этом варианте может быть представлено в виде:

$$\Delta T_{ШВСi\text{-}ШВСj} = \Delta T_{ШВСi\text{-}UTCi} - \Delta T_{ШВСj\text{-}UTCj} + \Delta T_{UTCi\text{-}UTCj},$$

где $\Delta T_{ШВСi\text{-}ШВСj}$ – значение взаимного расхождения системных ШВ i-ой и j-ой ГНСС; $\Delta T_{ШВСi\text{-}UTCi}$, $\Delta T_{ШВСi\text{-}UTCi}$ – расхождения системных ШВ *i*-ой, *j*-ой ГНСС относительно опорных UTCi, UTCj, рассчитанные на основе поправок к системным ШВ; $\Delta T_{UTCi\text{-}UTCj}$ - значение расхождения опорных ШВ.

Таким образом, погрешность определения потребителем расхождения системных ШВ в этом случае определяется погрешностью передаваемых поправок на расхождение системных ШВ ГНСС относительно опорных и значением расхождения опорных ШВ ГНСС.

При использовании непосредственно поправок GGTO погрешность определения потребителем расхождения системных ШВ определяется только погрешностью передаваемых поправок, что позволяет достичь более высокой точности определения расхождения шкал времени.

Однако в обоих случаях возможно появление дополнительных погрешностей, обусловленных различием режима работы потребителя (одночастотные или двухчастотные измерения, тип используемых сигналов) и вариантами формирования поправок на расхождение системной ШВ ГНСС относительно опорной или поправок GGTO (тип используемых измерений и сигналов), а также точностью калибровки приемников.

III. Результаты определения расхождения системных ШВ ГНСС

С целью сравнения вариантов определения расхождения системных ШВ ГНСС потребителями автономным способом и на основе передаваемых КА поправок авторами получены значения расхождения системных ШВ ГЛОНАСС и GPS и системных ШВ Galileo и GPS на интервале октябрь - декабрь 2019 года. Результаты в виде зависимостей значений определения расхождения системных ШВ представлены на рисунках 1, 2 соответственно.

Полученные результаты показывают следующее:

- значения расхождения системных ШВ ГЛОНАСС и GPS, полученные автономно и на основе передаваемых поправок, имеют существенное отличие, которое составляет от (15-20) нс до (25-35) нс, в зависимости от типа используемых измерений потребителем и вида используемых поправок. При этом, отличие значений расхождения шкал времени на основе поправок к системным ШВ ГНСС и поправок GGTO составляет порядка (30-40) нс, что очевидно свидетельствует об использовании в системе ГЛОНАСС различных измерительных технологий для формирования соответствующих поправок;

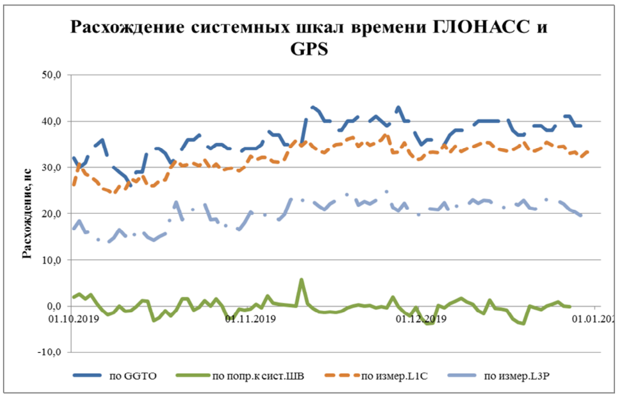


Рис.1 Результаты определения расхождения системных ШВ ГЛОНАСС и GPS

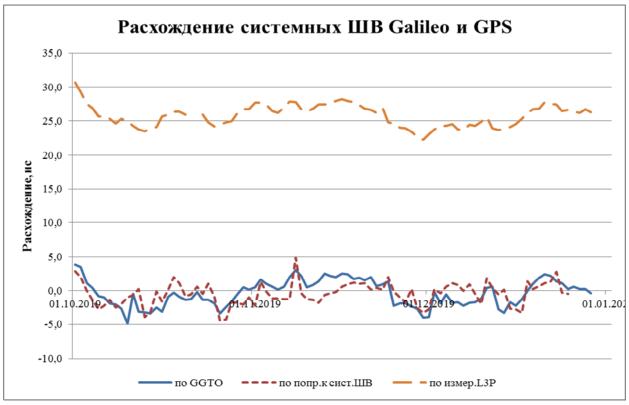


Рис.2 Результаты определения расхождения системных ШВ Galileo и GPS

- значения расхождения системных ШВ Galileo и GPS, полученные на основе поправок к системным ШВ и поправок GGTO, хорошо совпадают, расхождение не превышает 2 нс, что свидетельствует об использовании одного типа измерений и сигналов при формировании обеих поправок. В то же время, аналогичные значения, полученные автономно в приемнике, существенно отличаются от соответствующих значений, рассчитанных на основе передаваемых поправок, разница составляет порядка (22-27) нс, что может быть объяснено недостаточной калибровкой приемника.

Таким образом, при работе в мультисистемном режиме передаваемые поправки на расхождение системных ШВ ГНСС относительно опорных шкал времени и поправки GGTO целесообразно использовать только в тех случаях, когда невозможно автономное определение расхождения системных шкал времени ГНСС из-за недостаточного количества космических аппаратов в зоне видимости.

IV. Заключение

Полученные авторами результаты показывают, что при использовании потребителями передаваемых в навигационных сигналах КА поправок к системным ШВ ГНСС относительно опорных ШВ и поправок GGTO для определения расхождения системных ШВ ГНСС возможно появление дополнительных погрешностей, обусловленных различием режима работы потребителя (одночастотные или двухчастотные измерения, тип используемых сигналов) и технологиями формирования передаваемых поправок с использованием различных типов измерений и сигналов.

Таким образом, при работе в мультисистемном режиме передаваемые поправки на расхождение системных шкал времени ГНСС относительно опорных шкал времени и поправки GGTO целесообразно использовать только в тех случаях, когда невозможно автономное определение расхождения системных шкал времени ГНСС из-за недостаточного количества космических аппаратов в зоне видимости.

Литература

[1] Шаблон по системной шкале времени GPS «GNSS Timescale Description. GPS. Definition of System». www.unoosa.org/pdf/icg/2012/Timescale-GPS.pdf.

[2] Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Редакция 5.1, 2008. http://russianspacesystems.ru/wp-content/uploads/2016/08/ICD_GLONASS_rus_v5.1.pdf.

[3] Шаблон по системной шкале времени Galileo «GNSS Timescale Description. Galileo. Definition of System». www.unoosa.org/pdf/icg/2016/gst2016.pdf.

[4] Шаблон по системной шкале времени Beidou «Beidou Timescale Description. Definition of time system». www.unoosa.org/pdf/icg/2016/ Beidou-Timescale2016.pdf.

[5] Zhiwu Cai, Chunhao Han, Bin Yang, Update of Beidou time system and its performance evaluation. www.unoosa.org/documents/pdf/icg/2017/wgd/wgd4-3-4.pdf.

[6] Шаблон по системной шкале времени QZSS «GNSS Timescale Description. QZSS. Definition of System». www.unoosa.org/pdf/icg/2016/ QZSS-Timescale2016.pdf.

▪ ЗАСЕДАНИЕ II – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ ▪

Гирокардиоблок для неинвазивной диагностики заболеваний человека

В.М. Ачильдиев
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Кафедра систем автоматического управления
Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
glmnems@geo-nv.com

Ю.К. Грузевич
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Кафедра лазерных и оптико-электронных систем (РЛ-2)
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
yukg@mail.ru

Н.А. Бедро
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Москва, Россия
job_nick@mail.ru

М.Н. Комарова
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Москва, Россия
maria-komarova86@mail.ru

Ю.Н. Евсеева
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Москва, Россия
sun51188@gmail.com,
orcid.org/0000-0003-3356-2694

В.М. Успенский
Кафедра терапии неотложных состояний
Филиал Военно-медицинской академии им. С.М. Кирова
Москва, Россия
medddik@mm.st

М.Е. Рулев
Отдел микронаноэлектромеханических систем
ОАО «НПО ГЕОФИЗИКА-НВ»
Кафедра систем автоматического управления
Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
maxxim98@yandex.ru

***Аннотация*—Статья посвящена разработке гирокардиоблока и методики получения и обработки гирокардиограммы с грудины человека. Осуществлен анализ информационных возможностей параметров гирокардиоимпульсов в сравнении с электрокардиосигналами и сейсмокардиосигналами. Установлено, что гирокардиоимпульсы обладают свойствами сигналов и могут использоваться наравне с электрокардиосигналами для информационного анализа с целью неинвазивной диагностики заболеваний внутренних органов.**

Ключевые слова—МЭМС гироскопы; гирокардиография; сейсмокардиография; вариабельность сердечного ритма; информационная функция сердца

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-02019.

I. Введение

Неинвазивная диагностика заболеваний внутренних органов человека получила широкое распространение в последние годы. В частности, предложен информационный анализ электрокардиосигналов с целью диагностики наиболее распространенных и опасных для жизни человека заболеваний внутренних органов [1]. Придавая важное значение данному направлению в диагностике заболеваний, авторами осуществлен поиск новых методов регистрации и анализа кардиосигналов иной биофизической природы, приемлемых для информационного анализа с целью контроля здоровья человека.

В работе исследуются новые методы неинвазивной диагностики, основанные на анализе измеренных механических колебаний грудной клетки. Линейные колебания грудной клетки измеряют с помощью акселерометров и называют сейсмокардиосигналами.

Такие сигналы имеют более сложную форму и несут больше информации о заболеваниях внутренних органов человека по сравнению с электрокардиосигналами. Однако, недостатком такого метода является то, что измерение сейсмокардиограммы (СКГ) осуществляется часто с помощью трехосного блока МЭМС акселерометров, а они, как известно, являются измерителями линейного ускорения [2]. Следовательно, в реализациях СКГ содержатся сигналы, обусловленные различными внешними микровибрациями и составляющими ускорения свободного падения, что отрицательным образом сказывается на достоверности диагностики по результатам измерения СКГ [2].

Кроме линейных колебания на грудной клетке можно измерить угловые колебания с помощью датчика угловой скорости. Использование МЭМС гироскопов позволяет исключить влияние внешних микровибраций на измеренный кардиосигнал. Выходным сигналом гирокардиоблока будут являться угловые скорости, измеренные по осям X, Y и Z приборной системы координат. Гирокардиограмма (ГКГ), как и СКГ, содержит колебания, вызванные как сердцебиением, так и работой других внутренних органов, и является по сути интегральным сигналом в отличие от ЭКГ [3].

Таким образом, ГКГ будет содержать минимальное количество возможных внешних возмущений, что позволит существенно повысить достоверность результатов информационного анализа кардиосигнала [1].

II. Оборудование и методика измерений

Для проведения исследований сигналов ГКГ использовался разработанный ранее прототип сейсмокардиоблока (СКБ), содержащий трехосные МЭМС акселерометр KXR94-7050 и МЭМС гироскоп L3GD20H с низкими уровнями внутренних шумов [4]. При сопряжении данного блока с электрокардиоблоком (ЭКБ) высокого разрешения [5] появляется возможность синхронной регистрации кардиосигналов с частотой 1000 Гц с полосой пропускания от 0 до 500 Гц, что необходимо для использования метода информационного анализа кардиосигналов В.М. Успенского [1].

Внешний вид разработанного электросейсмокардиоблока (ЭСКБ) представлен на рис.1.

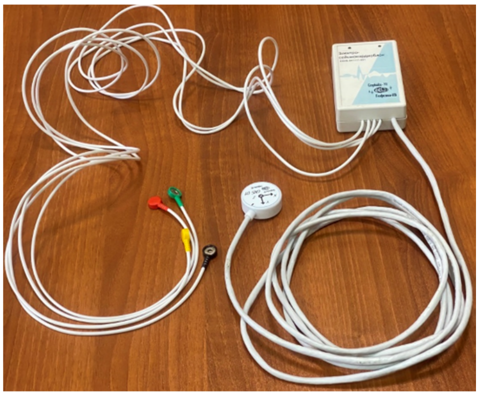


Рис.1. Внешний вид ЭСКБ

На рис.2 представлена система координат гироскопа $O_gX_gY_gZ_g$ относительно анатомической системы координат $O_aX_aY_aZ_a$. СКБ плотно закреплен на нижней границе грудины испытуемого с помощью эластичной ленты. Ось Y_g направлена к голове испытуемого, оси X_g и Y_g находятся в плоскости, образуемой поверхностью грудной клетки и близкой к анатомической фронтальной плоскости, а ось Z_g направлена перпендикулярно вверх.

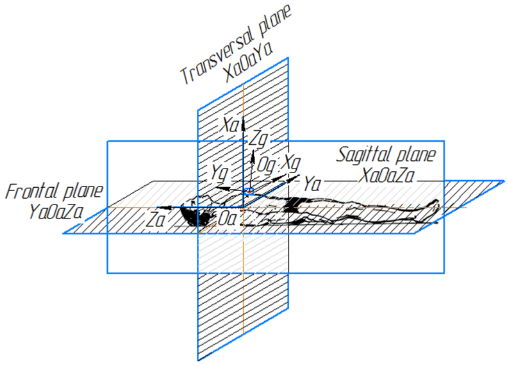


Рис. 2. Система координат гироскопа

Для регистрации ГКГ в качестве измерителя угловых колебаний грудной клетки в составе СКБ был выбран МЭМС гироскоп L3GD20H производства ST Microelectronics. Он обладает следующими техническими характеристиками [6]:

- диапазон измерения: ± 245 °/c (возможно до 2000 °/c);
- спектральная плотность шума 0,011 (°/c)/√Гц (при полосе пропускания 50 Гц);
- частота дискретизации: 750 Гц;
- коэффициент температурной чувствительности: 0,04 (°/c)/°C.

В состав СКБ входит микроконтроллер, с помощью которого обеспечивается высокая частота передачи и синхронизация данных, поступающих с МЭМС гироскопов и акселерометров, а также прецизионные вторичные источники питания и малошумящие операционные усилители.

Измерение кардиосигналов проводится в положении лежа на спине, неподвижно, в течение времени от двух до десяти минут (в зависимости от исследуемого метода обработки данных), при равномерном дыхании. Потенциально рассматривается создание носимой системы круглосуточного мониторинга, основанной на сигналах ГКГ и СКГ.

В составе ЭСКБ применяется только цифровой режекторный фильтр на 48-50 Гц для трех отведений ЭКГ для снижения сетевой помехи, остальные фильтры реализованы с помощью программного обеспечения для обработки данных.

Выходные данные прибора с помощью программы сбора данных ЭСКБ записываются в текстовый файл. Программа создана в среде Delphi 2010 [7] и обеспечивает обмен данными ПК с ЭСКБ по интерфейсу RS-485 с визуальным контролем полученных значений выходных сигналов. Дальнейшая обработка данных осуществляется с помощью программы, написанной на Python 3.7 [8] с использованием библиотек NumPy, SciPy [9] и BioSPPy [17]. Дополнительные исследования выходных сигналов ЭСКБ проводились в среде Matlab R2014a [10].

III. Анализ шумов и фильтрация

Для получения максимальной достоверности диагностики по ГКГ необходимо исключить появление помех и внешних воздействий в процессе измерения. Основными шумами при измерении ГКГ в стационарном положении являются артефакты дыхания и движения. Сигнал ГКГ, измеренный на нижней границе грудины, является интегральным, поэтому включает не только информацию о работе сердца, но также и о работе внутренних органов [11]. На форму сигнала влияет множество факторов, такие как стресс, пол испытуемого, количество жировой ткани в районе грудины, положение сердца, место крепления датчика, мышечный тремор, артефакты движения и другие.

Подавление шумов может быть реализовано с помощью цифровых фильтров. На текущий момент сигналы ГКГ мало стандартизованы и нет многолетнего опыта обработки сигналов с данными об искажении полезного сигнала вследствие применения фильтров, в отличие от сигнала ЭКГ.

При обработке данных ЭКГ обычно применяются следующие типы фильтров [12]:

- дрейфовый фильтр – подавляет дрейф изолинии, но изменяет форму ST сегмента, что при классической расшифровке может дать ложный диагноз; может использоваться при анализе R пиков; чаще всего реализуется как ФВЧ с частотой среза от 0,1 до 0,5 Гц; для минимизации дрейфа изолинии необходимо использовать плотное и стабильное крепление электродов к конечностям испытуемого, например, с использованием одноразовых липучек, проверять состояние кабелей питания и разъемов на наличие ржавчины и повреждений, использовать экранированный кабель;
- сетевой фильтр – подавляет помеху сети электропитания с частотой 50/60 Гц; часто реализуется как цифровой режекторный фильтр Баттерворта;
- антитреморный фильтр – артефакты движения усиливаются, если испытуемый нервничает, находится в неудобной позе; может снижать амплитуду R пика до 20% и сглаживать R зубцы; реализуется в виде ФНЧ с частотой среза от 25 до 35 Гц с уровнем подавлением шума порядка – 3 дБ.

Для выявления структуры шумов сигналов ГКГ проведем спектральный анализ методом БПФ с целью определить могут ли быть использованы для обработки ГКГ те же фильтры, которые применяются для обработки сигнала ЭКГ. На рис.3 показаны спектры БПФ и соответствующие исходные сигналы ГКГ.

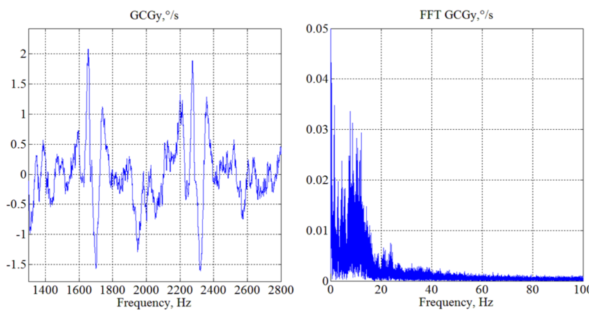


Рис. 3. Спектр ГКГ (проекция Y)

Основными шумами для ГКГ, как и для ЭКГ являются дрейф изолинии, артефакты движения и дыхания, включая мышечный тремор. Основная мощность сигнала сосредоточена в диапазоне до 20 Гц.

Применение антитреморного фильтра для ГКГ заметно сглаживает сигнал, но вносит изменения в пики и может искажать результаты информационного анализа по характерным пикам ГКГ (обычно ярко выраженный минимум на проекции Y), а также сглаживает пики. Результат применения показан на Рис.4.

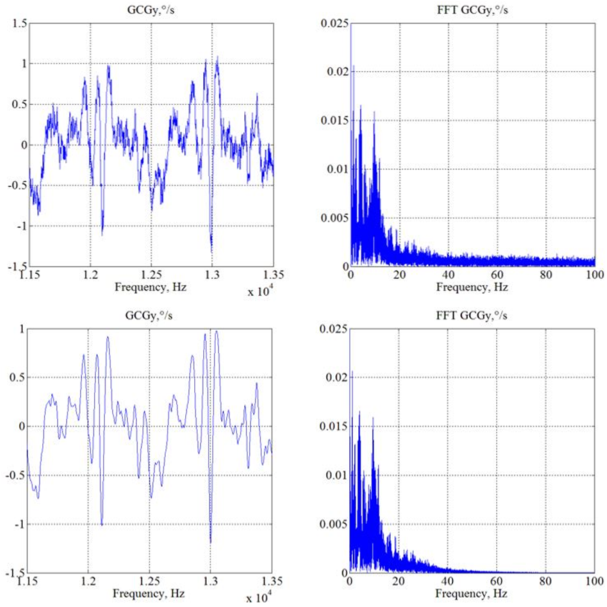


Рис. 4. Спектры ГКГ (проекция Y) для одного пациента до (сверху) и после (снизу) применения цифрового антитреморного фильтра

Применение антидрейфового фильтра позволяет упростить алгоритм определения пиков ГКГ и удобен при отображении данных на экране, но не может применяться при вычислении комплексных параметров кардиоцикла ГКГ (визуальная оценка, вычисление площади, периметра и др.), т.к. меняет форму сигнала, что может вызывать ошибки при диагностике.

Применение сетевого фильтра для ГКГ необязательно, т.к. отсутствует значительная помеха от сетей электропитания.

IV. Форма сигнала ГКГ

На рис.5 представлены результаты снятия СКГ по оси Z и ГКГ по оси Y для пациента, который находился в положении лежа, при помощи СКБ, плотно закрепленного на грудине. Временная зависимость сигналов приведена в условном масштабе для наглядного сравнения форм сигналов СКГ и ГКГ.

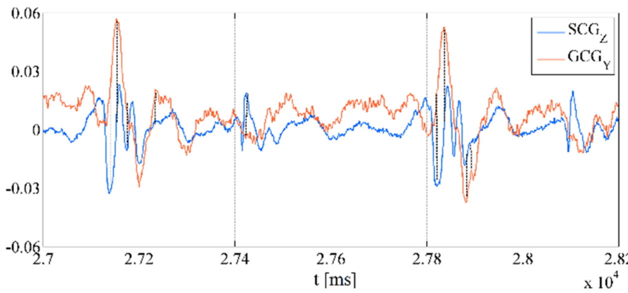


Рис. 5. Сравнение ГКГ и СКГ

Как видно из полученных результатов, ГКГ обладает выраженными сегментами, соответствующими систолическому и диастолическому сегментам кардиоцикла. При этом в сигнале ГКГ присутствуют выраженные пики, близкие к пикам СКГ. И хотя на данный момент нет исследований, связывающих физиологические процессы сердцебиения с сигналом ГКГ, можно предположить, что пикам ГКГ соответствуют те же физиологические события, что и пикам СКГ [13, 14]. На рис. 5 видно совпадение выраженных пиков СКГ и ГКГ по оси Y, соответствующих открытию аортального клапана (AO). Для проекции ГКГ по оси X можно выделить совпадение и выраженность пиков изоволюмического движения (IM).

На рис.6 приведены графики гирокардиограммы (ГКГ) по осям X, Y и Z, регистрируемых при помощи СКБ.

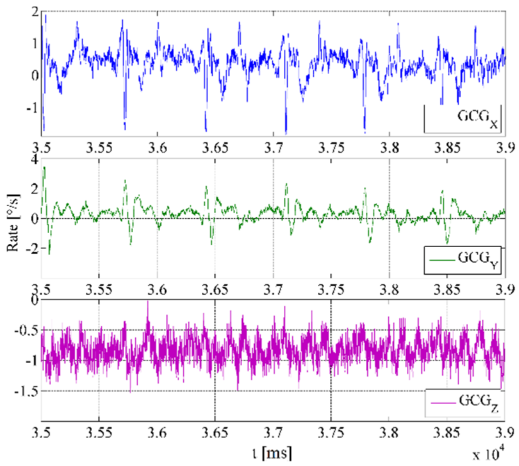


Рис. 6. Вид выходных сигналов СКБ по осям X, Y и Z

График проекций угловых скоростей на ось Z имеет наименьшую амплитуду и, соответственно, наименьшее соотношение сигнал-шум, что не позволяет провести анализ по форме сигнала или характерным пикам. Проекции X и Y сравнимы по амплитуде и содержат выраженные минимум и максимум соответственно, которые можно использовать по аналогии с R-пиками ЭКГ и, вероятно, соответствуют моменту изоволюмического сокращения (IM) и открытию аортального клапана (AO).

V. Информационный анализ гирокардиограммы

A. *Метод, основанный на теории информационной функции сердца*

Стандартная расшифровка ЭКГ подразумевает определение временных интервалов характерных сегментов, их амплитуд и наличие визуальных признаков отклонения формы сигнала от нормы. Информационный анализ ЭКГ часто проводится по R-пикам сигнала. Одним из основных параметров при этом считается интервал времени между соседними R-пиками, который позволяет вычислить различные параметры вариабельности сердечного ритма, включая SDNN [15].

В теории информационной функции сердца В.М. Успенского [1] используются 3 параметра ЭКГ: размах амплитуды (R_n), временной интервал между пиками (T_n) и фазовый угол (α_n). Вариабельность параметров кодируется по знаку приращения и сравниваются с эталонными кодограммами. Данная методика была применена к сигналам СКГ и ГКГ.

Для сигналов ГКГ и СКГ выделение характерных пиков для оценки временных интервалов Tn и сегментирования сигнала является сложной задачей в случае автономного измерения. Поэтому в исследованиях использовались синхронные записи ЭКГ, СКГ и ГКГ. По ЭКГ можно рассчитать интервалы Tn и определить временные индексы начала и конца систолы для СКГ и ГКГ. По результатам вычислений временные индексы характерных пиков ЭКГ, СКГ и ГКГ отличаются на постоянную величину, СКО разности временных индексов не превышает 5 мс при частоте опроса 1000 Гц (см. рис.7). R-пики ЭКГ определялись с помощью алгоритма Christov [16] библиотеки BioSPPy [17] по исходному сигналу без применения цифровых фильтров.

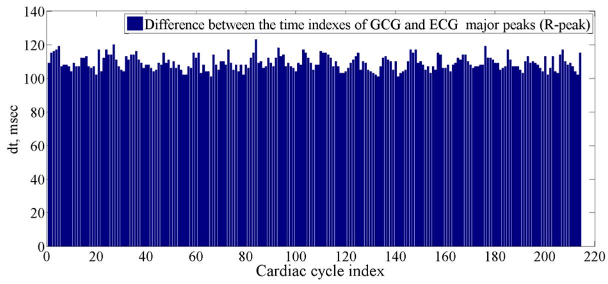


Рис. 7. Разность временых индексов пиков ЭКГ (R-пик) и ГКГ (AO пик)

Период систолы t_n^{QT} [c] вычисляется относительно начала кардиоцикла ЭКГ как:

$$t_n^{QT} = K_{QT} \cdot T_n$$

где K_{QT} = 0,37 для мужчин и 0,4 для женщин [18], T_n [c] – длительность n-го кардиоцикла.

На рис.8–10 ниже приведены сравнительные амплитудограммы и интервалограммы для значений Rn и Tn, вычисленных для ЭКГ и ГКГ.

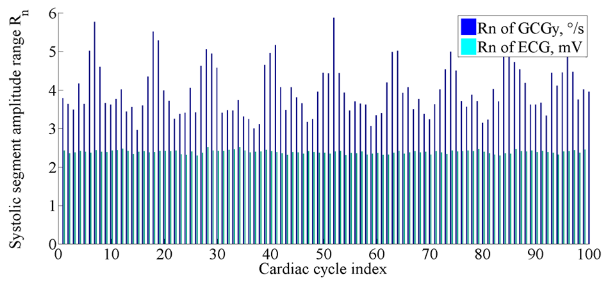


Рис. 8. Амплитудограмма по ЭКГ и ГКГ

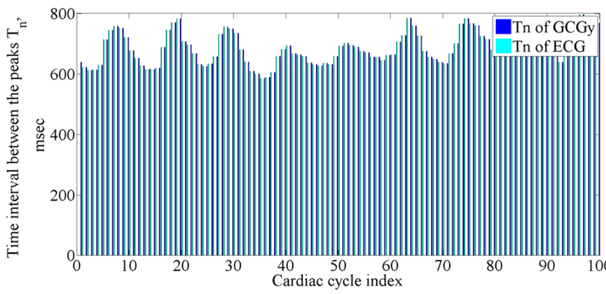


Рис. 9. Интервалограмма по ЭКГ и ГКГ

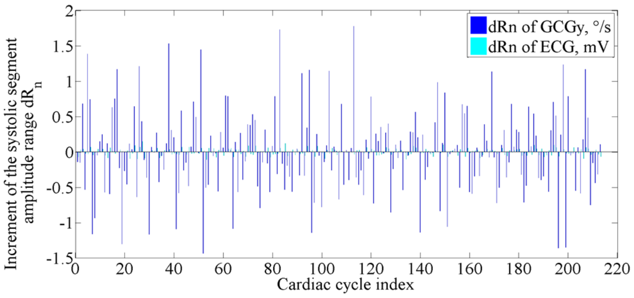


Рис. 10. Приращение амплитуды по ЭКГ и ГКГ

Знак приращения временных интервалов между пиками T_n совпадает более чем на 95 % для всех видов кардиосигналов. Вариабельность амплитуд не совпадает для разных кардиосигналов. Сигналы ГКГ и СКГ несут информацию, отличную от ЭКГ и могут использоваться как расширение или альтернатива информационного анализа ЭКГ по методике В.М. Успенского, что требует создания новой базы эталонных кодов заболеваний.

B. Модификация метода информационного анализа кардиосигнала

Для информационного анализа по методу В.М. Успенского можно использовать другие числовые параметры, обладающие большим соотношением сигнал-шум и характеризующим не только систолический комплекс кардиоцикла, а весь кардиоцикл, как для ЭКГ, так и для сигналов ГКГ и СКГ. Рассмотрим возможность использования некоторых параметров для информационного анализа сигнала ГКГ:

- длина кардиоцикла L_n^{gcg} [б/р]:

$$L_n^{gcg} = \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega_i}{K_g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_i}{T}\right)^2},$$

где $\Delta\omega_i$, [°/c] – приращение угловой скорости для i-го отсчета, N – количество отсчетов n-го кардиоцикла, $K_g = 8{,}75 \cdot 10^{-3}$ [°/c] – масштабный коэффициент гироскопа, Δt_i [c] – временной интервал между отсчетами i и i+1, T=0,001 с – период дискретизации.

- площадь кардиоцикла S_n^{gcg} [°]:

$$S_n^{gcg} = \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{\omega_i + \omega_{i+1}}{2} - \omega_n^{\min}\right) \cdot \Delta t_i,$$

где $\omega_n^{\min}$ [°/c] – минимальное значение угловой скорости n-го кардиоцикла (пик IM).

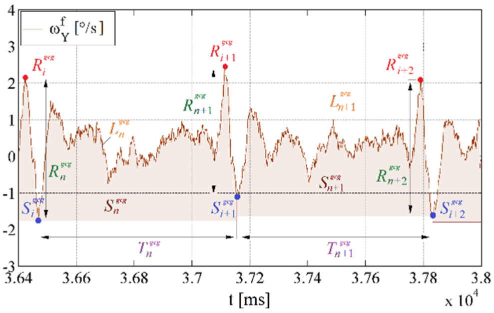


Рис. 11. Исследуемые параметры ГКГ

Оцениваемые параметры сигнала ГКГ представлены на рис. 11.

В табл. 1 представлены статистические оценки рассмотренных параметров сигналов для ЭКГ, ГКГ и СКГ для выборки длительностью 120 с.

TABLE I. САТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ КАРДИОЦИКЛА

Сигнал	ЭКГ				
Параметры	***R_n [мВ]***	***L_n[ ]***	***S_n [мВ·с]***	***T_n [мс]***	***α_n [°]***
Среднее M(x)	0,8868	21146,04	0,3443	688,30	0,0741
СКО σ(x)	0,0701	949,0240	0,0287	43,3630	0,0082
Коэффициент вариации CV(x), %	7,9007	4,4879	8,3534	6,2999	11,060
Сигнал	СКГ				
Параметры	***R_n [g·10^{-3}]***	***L_n[ ]***	***S_n [g·10^{-3}·с]***	***T_n [мс]***	***α_n [°]***
Среднее M(x)	62,2814	1076,07	23,3078	688,41	5,1983
СКО σ(x)	8,1463	54,507	2,2276	44,304	0,8427
Коэффициент вариации CV(x), %	13,0798	5,0653	9,5576	6,4356	16,2124
Сигнал	ГКГ				
Параметры	***R_n [°/с]***	***L_n[ ]***	***S_n [°]***	***T_n [мс]***	***α_n [°]***
Среднее M(x)	3,9470	4974,69	1,3881	688,42	0,3287
СКО σ(x)	0,5964	327,061	0,3117	43,6696	0,0442
Коэффициент вариации CV(x), %	15,1114	6,5745	22,4526	6,3434	13,457

Для каждого из кардиосигналов вычислены следующие параметры кардиоцикла: размах амплитуды систолического комплекса R_n, временной интервал между пиками T_n, «фазовый угол» α_n по методике В.М. Успенского и дополнительные параметры: длина кардиоцикла L_n и площадь кардиоцикла S_n.

Коэффициент вариации CV позволяет сравнить вариабельность кардиосигналов и рассчитан по формуле:

$$CV(x) = \frac{\sigma(x)}{M(x)} \cdot 100\%, ,$$

где x – массив параметров, вычисленных для каждого кардиоцикла выборки, $\sigma(x)$ – среднеквадратическое отклонение параметра x и $M(x)$ – математическое ожидание параметра x.

Анализ параметров по методу В.М. Успенского показало больший коэффициент вариации для сигналов ГКГ и СКГ по сравнению с ЭКГ, при этом наибольшие значения у параметров сигнала ГКГ. Параметр «фазовый угол», обладая достаточно большим коэффициентом вариации рассчитывается с использованием функции arctg и при этом для сигнала ЭКГ имеет очень малое значение, поэтому крайне чувствителен к малейшим изменениям входных данных, которые могут быть вызваны в т.ч. шумами. Рекомендуется использовать вместо него параметр площадь кардиоцикла, который к тому же характеризует весь кардиоцикл целиком, а не только R-пики.

Площадь кардиоцикла S_n наравне с амплитудой размаха систолического комплекса R_n показали наибольшую вариабельность по всем кардиосигналам. Хотя коэффициент вариации временных интервалов T_n невысок, данный параметр обладает существенной диагностической ценностью и его вариабельность значительно различается у разных людей. На основе интервалов T_n рассчитываются все основные параметры вариабельности сердечного ритма [15].

Для сравнения кардиосигналов ЭКГ, СКГ и ГКГ были рассчитаны погрешности аппроксимации Δ_{An} для n-го кардиоцикла по формулам:

$$\Delta_{An}^{ecg} = \sqrt{\frac{1}{N_n - 1} \sum_{i=1}^{N_n - 1} \left(\frac{U_i - U_{i+1}}{2} \right)^2}$$

$$\Delta_{An}^{scg} = \sqrt{\frac{1}{N_n - 1} \sum_{i=1}^{N_n - 1} \left(\frac{a_i - a_{i+1}}{2} \right)^2}$$

$$\Delta_{An}^{gcg} = \sqrt{\frac{1}{N_n - 1} \sum_{i=1}^{N_n - 1} \left(\frac{\omega_i - \omega_{i+1}}{2} \right)^2}$$

Для параметра размах амплитуды R_n вычислено отношение сигнал-шум для каждого n-го кардиоцикла по ЭКГ, СКГ и ГКГ соответственно по формуле:

$$SNR_n = \frac{R_n}{\Delta_{An}},$$

В таблице 2 приведены значения отношений сигнал-шум и коэффициентов вариации для параметра R_n различных кардиосигналов.

TABLE II. Коэффициенты вариации и отношения сигнал-шум для ГКГ, ЭКГ и СКГ

Наименование, ед. изм.	CV(Rn), %	M(SNR)	σ(SNR)
ЭКГ	7,9007	132,35	8,014
СКГ	13,0798	78,487	6,24
ГКГ	15,1114	88,032	13,28

Сравнение коэффициентов вариации для одного испытуемого по различным параметрам сигналов ЭКГ, ГКГ и СКГ показало, что сигналы содержат различную информацию о состоянии организма испытуемого, при этом наибольшие коэффициенты вариации по всем параметрам наблюдаются у сигнала параметров, рассчитанных для ГКГ. А наибольшее отношение сигнал-шум получено у сигнала ЭКГ. У сигнала ЭКГ также наиболее надежный и простой алгоритм определения R-пиков.

Таким образом, для метода информационного анализа В.М. Успенского рекомендуется использовать следующую модификацию основных параметров сигналов: размах амплитуды систолического комплекса, временной интервал между пиками и площадь кардиоцикла. Применение метода возможно для всех рассмотренных типов кардиосигналов ЭКГ, СКГ и ГКГ.

C. Альтернативные методы анализа и визуализации гирокардиограммы

Помимо методов информационного анализа, основанного на RR анализе, для сигнала ЭКГ разработаны методы нелинейного анализа. Анализ нелинейной динамики работы сердца позволяет, в отличие от классических способ анализа вариабельности сердечного ритма, отфильтровать присутствующие волны RR-интервалограммы, полученные в результате комплекса модулирующих влияний на сердечный ритм. Первым шагом исследования нелинейной динамики работы сердца является оценка формы фазового портрета. Для сигнала ЭКГ характерно наличие аттрактора, некой точки притяжения на графике. При вегетативной дисфункции происходит значительная утрата нормальной структуры фазового портрета в сторону геометрического упрощения. Метод используется для выявления патологий работы сердца. Параллельно выполняется спектральный анализ сигналов. Проводится анализ автокорреляционной функции и вариационного ряда [19].

По аналогии построены фазовые портреты для сигналов СКГ и ГКГ для условно здорово испытуемого и испытуемого с ишемической болезнью сердца, представленные на рис. 12. На графиках видно, что аттрактор размывается и теряются петли на сигналах ЭКГ и СКГ. Различия для ГКГ похожи, но не столь выражены.

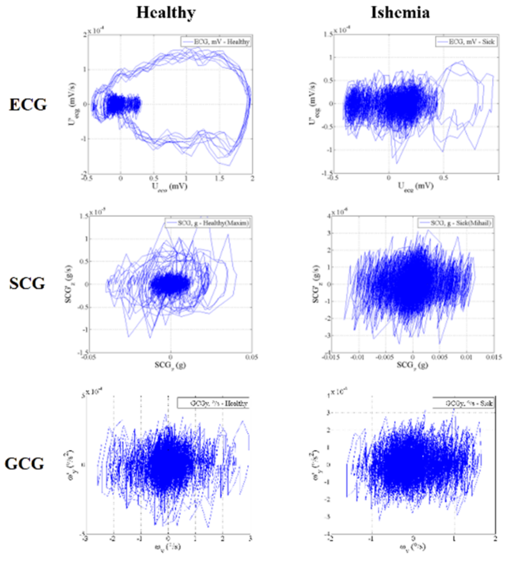


Рис. 12. Фазовые портреты ЭКГ, СКГ и ГКГ

Кроме традиционных фазовых портретов, существуют так называемые фазовые портреты по Такенсу. В соответствии с теоремой Такенса, возможно описание системы на основе m-мерных векторов задержек, составленных из последовательных отрезков временного ряда:

$$x_1(t+T),\ x_2(t+2T),\ \ldots,\ x_m\left[t+(m-1)T\right].$$

На рис.13 изображены фазовые портреты по Такенсу для кардиоциклов ЭКГ, СКГ, ГКГ.

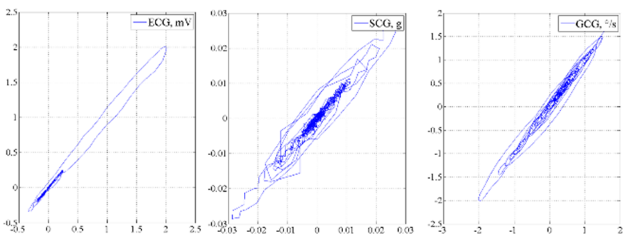


Рис. 13. Фазовые портреты по Такенсу

Для информационного анализа могут использованы следующие параметры, вычисленные на основе фазовых портретов по Такенсу: площадь контура, угол наклона оси, периметр контура.

На рис. 14–15 представлены графики биспектров сигналов, позволяющий визуально оценивать частотные характеристики сигналов. Биспектр сигнала – это функция от двух переменных f_1 и f_2, задающих частоты, выражающаяся следующей формулой:

$$B(f_1, f_2) = X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2),$$

где $X(f)$ − преобразование Фурье сигнала, а $X^*(f)$ − комплексное сопряженное к нему.

При вычислении биспектра сигнала получается двумерная матрица, элементами которой являются комплексные числа. На основе полученной матрицы, элементы которой можно обозначить как $a(i,j)$, можно сопоставить каждому сигналу некоторое изображение. Для получения такого изображения вычисляется новая матрица $B=\|b(i,j)\|$, элементы которой равны:

$$b(i, j) = \sqrt{\mathrm{Re}\,2a(i, j) + \mathrm{Im}\,2a(i, j)},$$

где Re обозначает действительную часть комплексного числа, а Im обозначает мнимую часть комплексного числа [20].

В качестве изображения используется контурный график матрицы B.

Авторами статьи [21] было показано, что ишемическая болезнь сердца может быть обнаружена при анализе изображений, полученных на основе биспектра сигнала. Метод, описанный в вышеуказанной статье, состоял в выделении площади региона внутри контуров, при оценке которой можно было сделать вывод о наличии у пациента ишемической болезни сердца.

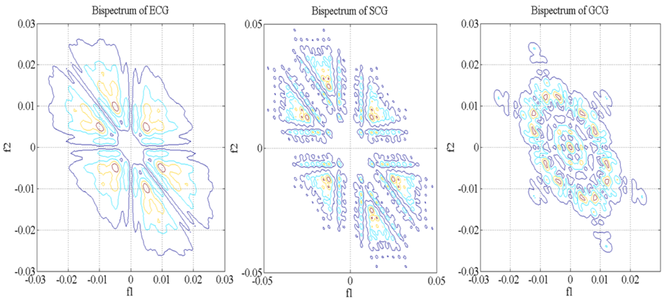


Рис. 14. Биспектры кардиосигналов условно здорового испытуемого

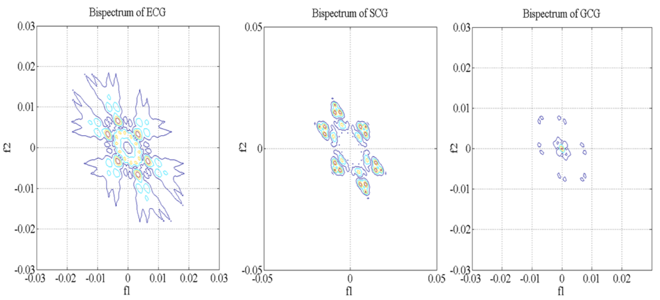


Рис. 15. Биспектры кардиосигналов испытуемого с ИБС

Такой метод может использоваться для сигналов ГКГ и СКГ. При этом возможна как визуальная оценка, так и использование численных параметров (например, площади региона внутри контура) для информационного анализа.

На данный момент отсутствуют открытые базы сигналов ГКГ для разных групп испытуемых, чтобы оценить эффективность приведенных методов информационного анализа. В рамках нашего исследования врачи проводят измерения кардиосигналов ГКГ и СКГ у больших групп пациентов, что позволит проверить предложенные методы.

VI. Заключение

Разработанный прототип ЭСКБ, опробованные методика измерения и обработки данных позволяют осуществлять запись качественной гирокардиограммы с нижней части грудины человека синхронно с сигналами СКГ и ЭКГ.

Проведенный сравнительный анализ информационных возможностей ЭКГ, СКГ и ГКГ обнаружил, что ГКГ обладают свойствами сигналов и может использоваться наравне с ЭКГ для информационного анализа, в том числе в соответствии с методикой В.М. Успенского для неинвазивной диагностики заболеваний внутренних органов на любом этапе их развития.

Потенциально наиболее эффективными параметрами информационного анализа сигналов ЭКГ, СКГ и ГКГ являются площадь кардиоцикла, временной интервал между пиками и размах амплитуды систолического комплекса. Эти параметры имеют наиболее выраженные коэффициенты вариации и приемлемые соотношения сигнал-шум.

Использование сигналов СКГ и ГКГ для модификации метода Успенского позволят увеличить точность диагностики и, вероятно, расширить список диагностируемых заболеваний.

В настоящее время в рамках исследования по гранту РФФИ проводятся клинические испытания прототипа ЭСКБ и создание базы данных сигналов СКГ и ГКГ, что позволит полноценно протестировать предложенные методы анализа.

Литература

[1] Успенский В.М. Информационная функция сердца. Теория и практика диагностики заболеваний внутренних органов методом информационного анализа электрокардиосигналов. М.: «Экономика и информация», 2008. 116 с.

[2] Ачильдиев В.М., Солдатенков В.А., Басараб М.А. и др. Сейсмокардиоблок на основе микромеханических датчиков // XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 185–194.

[3] Юзбашев З.Ю., Майскова Е.А. Методы исследования сердца, основанные на регистрации низкочастотных колебаний прекардиальной зоны, их диагностические возможности и перспективы // Scientific Review – Medical Sciences, 2017. №5. С. 74–94.

[4] Пат. 2679296. Российская федерация, МПК A64B 5/024 (2006/01), Сейсмокардиоблок и способ измерения сейсмокардиоцикла / Солдатенков В.А., Грузевич Ю.К., Ачильдиев В.М., Бедро Н.А., Евсеева Ю.Н., Басараб М.А., Коннова Н.С.; приор. 30.11.2017; заявитель и патентообладатель ОАО «НПО Геофизика-НВ»; опубл. 06.02.2019, Бюл. №4.

[5] Грузевич Ю.К., Ачильдиев В.М., Успенский В.М. Электрокардиоблоки высокого разрешения для скрининг-индикации заболеваний внутренних органов человека // Информационные и телекоммуникационные технологии. 2019. №40. С. 39–46.

[6] MEMS motion sensor: three-axis digital output gyruscope. https://www.st.com/resource/en/datasheet/l3gd20h.pdf (дата обращения 20.02.20).

[7] Delphi – Embarcadero Website [Электронный ресурс]. URL: https://www.embarcadero.com/ru/products/delphi. (дата обращения 20.02.20).

[8] Python Official Website [Электронный ресурс]. URL: https://www.python.org/about/ (дата обращения 11.03.2020)

[9] NumPy and SciPy Documentation [Электронный ресурс] https://docs.scipy.org/doc/ (дата обращения 20.02.2020).

[10] MATLAB – MathWorks – MATLAB&Simulink Website [Электронный ресурс]. URL: https://www.mathworks.com/products/matlab.html. (дата обращения 20.02.20).

[11] Tadi, M.J., Lehtonen, E., Saraste A. Gyrocardiography: A New Noninvasive Monitoring Method for the Assessment of Cardiac Mechanics and the Estimation of Hemodynamic Variables, *Scientific Reports*, 2017, no.7, pp. 1–11.

[12] Руководство по эксплуатации электрокардиографа ЭК 12Т-01-“Р-Д” с экраном 141мм по диагонали. Ред. 3.8 14.09.2015 www.monitor-ltd.ru Версия : CPU:01.11 DPU:01.06 APU:0.03 или более поздняя [Электронный ресурс]. URL: https://x-medica.ru/uploads/articles/item_6591/elektrokardiograf-ek12t-01-r-d_pasport-3.pdf (дата обращения 12.03.2020)

[13] Crow, R.S., Hannan, P. J., Jacobs Jr, D. R. Relationship between seismocardiogram and echocardiogram for events in the cardiac cycle, *American Journal of Noninvasive Cardiology*, 2015, no. 8, pp. 39–46.

[14] Kasper Sørensen, Samuel E. Schmidt, Ask S. Jensen, Peter Søgaard and Johannes J. Struijk Definition of Fiducial Points in the Normal Seismocardiogram, *Scientific Reports*, 2018, vol. 8: 15455 [Электронный ресурс]. URL: https://www.nature.com/articles/s41598-018-33675-6 (дата обращения 12.03.2020)

[15] Мурашко В.В., Струтынский А.В. Электрокардиография. 6-е изд. М.: «МЕДпресс-информ», 2004. 320 с.

[16] Christov, Ivaylo I., Real time electrocardiogram QRS detection using combined adaptive threshold, *BioMedical Engineering OnLine*, 2004, vol. 3:28, 2004 [Электронный ресурс]. URL: https://biomedical-engineering-online.biomedcentral.com/articles/10.1186/1475-925X-3-28 (11.03.2020)

[17] BioSPPy 0.6.1 documentation [Электронный ресурс]. URL: https://biosppy.readthedocs.io/en/stable/biosppy.signals.html#biosppy-signals-ecg (дата обращения 11.03.2020)

[18] Вариабельность сердечного ритма. Стандарты измерения, физиологической интерпретации и клинического использования. Рабочая группа Европейского Кардиологического Общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии (русский перевод предоставлен фирмой «Инкарт») [Электронный ресурс]. URL: https://www.incart.ru/assets/pdf/hrv-standards.pdf. (дата обращения 20.02.20).

[19] Кавасма Р.А., Кузнецов А.А., Сушкова Л.Т. Автоматизированный анализ и обработка электрокардиографических сигналов. Методы и система / под общ. ред. Л.Т. Сушковой. М.: САЙНС-ПРЕСС, 2006. 143 с.

[20] Гурьянова В.Н. Ансамбль алгоритмов для определения ишемической болезни сердца по электрокардиограмме: магистерская диссертация. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, ВМК, 2017. 33 с.

[21] Al-Fahoum, A., Al-Fraihat, A., Al-Araida, A., Detection of cardiac ischaemia using bispectral analysis approach, Journal of medical engineering & technology, 2014, vol. 38, no.6, pp. 311–316.

Результаты летных испытаний шестиосного блока измерителей кажущегося ускорения на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью в составе космического корабля «Союз МС-14»

Л.Я. Калихман, Д.М. Калихман,
Е.А. Депутатова, В.В. Скоробогатов,
А.Ю. Николаенко, А.В. Лутченко, С.Ф. Нахов
Филиал ФГУП «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
410019, Россия, г. Саратов, ул. Осипова, д. 1
lidkalihman@yandex.ru

Р.М. Самитов, В.Е. Кожевников
ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королева
141070, Россия, Московская область, г. Королев,
ул. Ленина, д. 4а
vek2844@gmail.com

***Аннотация*—В докладе рассмотрены результаты летных испытаний блока измерителей линейного ускорения (БИЛУ) на кварцевых маятниковых акселерометрах с цифровым усилителем обратной связи и широтно-импульсным управлением током датчика момента каждого измерительного канала, прошедшего летные испытания в системе управления космического корабля «Союз МС-14». Рассмотрен комплекс вопросов, включающий в себя результаты самих летных испытаний, а также результаты анализа параметров БИЛУ после летных испытаний, подтвердивших стабильность основных технических характеристик прибора.**

Ключевые слова—кварцевый маятниковый акселерометр; цифровая обратная связь; кажущееся ускорение; летные испытания

I. Введение

22 августа 2019 года космический корабль «Союз МС-14» (изделие 11Ф732 № 743) с роботом «Федором» на борту стартовал с космодрома «Байконур». В составе системы управления был применен ряд новых приборов, а одной из целей автономных летных испытаний была проверка модернизированной системы аварийного спуска и штатной работы всех систем управления космическим кораблем, в состав одной из которых входил модернизированный шестиосный блок измерителей линейного ускорения (БИЛУ) с цифровой обратной связью и ШИМ – управлением током датчика момента кварцевого маятникового акселерометра – инерциального чувствительного элемента прибора БИЛУ. Полет завершился 7 сентября 2019 года с положительными результатами.

Разработка акселерометров с цифровой системой управления и блока на их основе докладывалась ранее на ряде Международных конференций по интегрированным навигационным системам [1–4]. По этому вопросу был получен ряд патентов [5–7], опубликованы статьи в научных журналах [8–10]. Упомянутые летные испытания стали первой проверкой в эксплуатации разработанной теории, схемотехнических решений и программно-математического обеспечения на практике.

После завершения полета космического корабля «Союз МС-14» прибор БИЛУ был возвращен на предприятие-изготовитель – ПО «Корпус» для оценки сохранения после летных испытаний значений параметров прибора, записанных в формуляр при его изготовлении, и анализа изменений параметров, если таковые произошли.

II. Постановка задачи

Приборы систем управления космических изделий в виду особой ответственности решаемых приборами задач не подлежат использованию после летных испытаний. Приборы, используемые в системах управления космическими кораблями «Прогресс-МС» и «Союз-МС» прекращают существование вместе с изделиями при завершении их эксплуатации. Единственным исключением являются приборы, установленные на спускаемом аппарате, которые возвращаются на Землю в составе спускаемого аппарата.

Настоящая статья посвящена исследованию стабильности после завершения летных испытаний параметров разработанного предприятием в последние годы измерителя линейных ускорений на базе кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью, построенного с использованием только отечественных ЭРИ.

Возможность анализа стабильности параметров прибора после летных испытаний в составе системы управления спускаемого аппарата представилась, поскольку для апробации ряда новых технических решений, в том числе, – и вновь разработанной цифровой обратной связи измерителя линейных ускорений – прибора БИЛУ, – предприятием ПАО «РКК «Энергия» был проведен беспилотный пуск корабля «Союз-МС» № 732, и после завершения с положительными результатами летных испытаний прибор БИЛУ был передан предприятию-разработчику для анализа параметров и точностных характеристик.

III. Предлагаемые критерии оценки стабильности параметров прибора после летных испытаний

1. При проведении лабораторных отработочных испытаний (ЛОИ) и совместных отработочных испытаний (СОИ) – выполняется проверка параметров прибора после каждого эксплуатационного воздействия, заданного в техническом задании, - после ударов, вибраций, линейных перегрузок и иных внешних возмущающих воздействий.

Прибор, прошедший летные испытания, транспортировался в составе изделия на Байконур, подвергался одновременному комплексному воздействию ударов, вибраций и других дестабилизирующих факторов. Можно считать, что прибор прошел повторные отработочные испытания при одновременном воздействии всех эксплуатационных возмущений, заданных в техническом задании, проверки на каждое из которых прибор проходил при проведении отработочных испытаний на предприятии - изготовителе. После завершения летных испытаний к приборам космического назначения не предъявляются требования по сохранению параметров.

Целью проведенных испытаний являлось выявление конструктивных запасов прибора, которые оцениваются путем контроля сохранения значений параметров после летных испытаний.

Критерием конструктивных запасов прибора, прошедшего летные испытания, - после одновременного воздействия всей совокупности ***эксплуатационных возмущений-предлагается считать соответствие после летных испытаний значений параметров прибора допускам, установленным в конструкторской документации.***

2. Прибор БИЛУ – шестиканальный, все каналы имеют одинаковую конструкцию [4, 10].

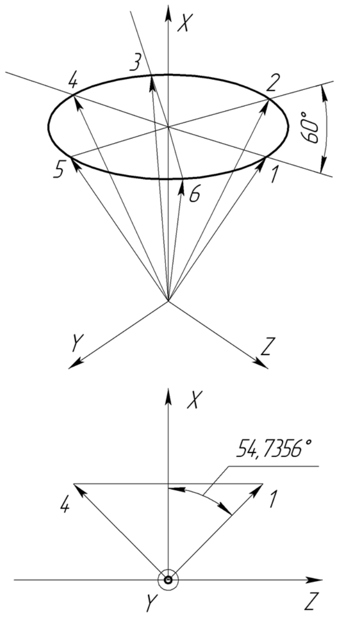


Рис. 1. Направление осей чувствительности относительно приборной системы координат OXYZ

На рис. 1 представлена ориентация осей чувствительности измерительных каналов прибора БИЛУ. Измерительный канал прибора представляет собой собственно кварцевый маятниковый акселерометр (КМА) и цифровой усилитель обратной связи (ЦУОС), реализованный на отечественной элементной базе. Измерение вектора линейного ускорения может осуществляться любой из 20-ти «троек» измерительных каналов прибора, выбор «тройки» осуществляется системой управления на основе специальных алгоритмов, при этом прибор обеспечивает работу при трех отказавших каналах. Тем не менее, несмотря на повышенную надежность разработанной конструкции прибора БИЛУ, переход на резервную «тройку», а, тем более, отказ одного или нескольких каналов в условиях полета, являются ситуацией чрезвычайной и абсолютно нежелательной как для космонавтов, так и для разработчиков прибора, поэтому задача контроля параметров после первых летных испытаний БИЛУ является необходимой и весьма актуальной.

Проверки после летных испытаний могут быть выполнены несколько раз через определенные временные интервалы. Поскольку все шесть измерительных каналов прибора имеют одинаковую конструкцию, то значения параметров прибора могут рассматриваться в качестве массива случайных величин, для которых могут быть определены статистические характеристики математическое ожидание **М** и среднеквадратическое отклонение по критерию **М±3б**, которые характеризуют конструкцию, сохраняющую значения основных параметров.

В качестве второго критерия конструктивных запасов прибора предлагается рассматривать изменения параметров прибора после летных испытаний по отношению ***к их фактическим значениям при изготовлении.*** Это более «жесткий» критерий оценки конструктивных запасов прибора. Ниже приведены результаты статистической обработки основных параметров прибора путем сравнения:

- статистических характеристик **М, М±3б** каждого рассматриваемого параметра, измеренного на указанном массиве значений после летных испытаний, с установленными в документации допусками на данный параметр (рис. 2, 3, 4, 5, 6);
- статистических характеристик **М, М±3б** изменений каждого рассматриваемого параметра, измеренного на указанном массиве значений после летных испытаний, по отношению к его значению, записанному в формуляр прибора. (рис. 7, 8, 9);
- статистических характеристик **М, М±3б** изменений термоинвариантности параметров прибора после летных испытаний по отношению к термоинвариантности параметров, обеспеченной при изготовлении прибора (рис. 10, 11).

Рассмотрим характеристики параметров первой группы, графики которых показаны на рис. 2-6.

Значения масштабного коэффициента в нормальных условиях после летных испытаний по отношению к допуску на параметр.

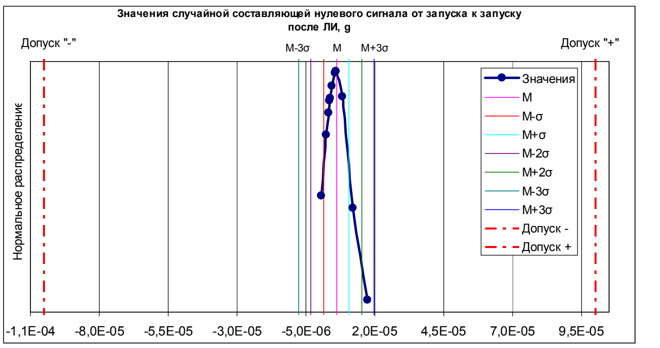


Рис. 2. Значения масштабного коэффициента после летных испытаний, мм/с/бит

Допуск (4,000±0,0136) мм/с·бит.
М = 3,998658601 мм/с·бит; σ = 0,000516259 мм/с·бит;
М ± 3σ = [3,997109824 ÷ 4,000207378] мм/с·бит;
М ± 2σ = [3,997626083 ÷ 3,999691119] мм/с·бит;
М ± σ = [3,998142342 ÷ 3,99917486] мм/с·бит.

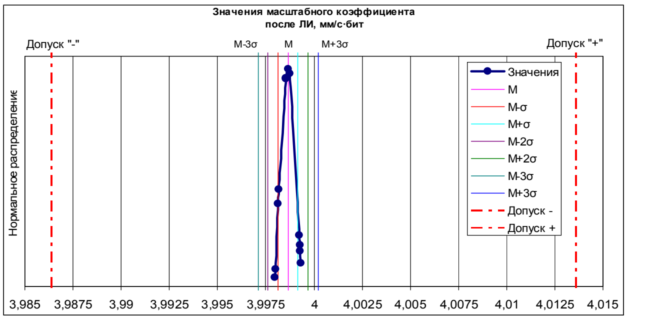


Рис. 3. Значения систематической составляющей нулевого сигнала после летных испытаний, g

Допуск ±0,002 g.
M = –0,000101493 g; σ = 0,000264737 g;
M ± 3σ = [–0,000895702 ÷ 0,000692717] g;
M ± 2σ = [–0,000630966 ÷ 0,000427981] g.

Значения случайной составляющей от запуска к запуску в нормальных условиях после летных испытаний по отношению к допуску на параметр.

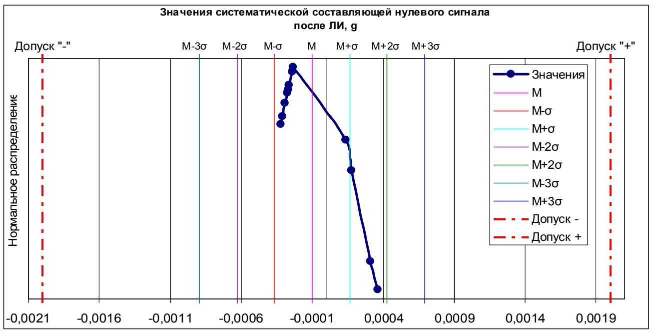


Рис. 4. Значения случайной составляющей нулевого сигнала от запуска к запуску после летных испытаний, g

Допуск $\pm 1 \cdot 10^{-4}$ g.
M = $0{,}0604 \cdot 10^{-4}$ g; σ = $0{,}0460 \cdot 10^{-4}$ g;
M ± 3σ = [$-0{,}0777 \cdot 10^{-4} \div 0{,}1985 \cdot 10^{-4}$] g;
M ± 2σ = [$-0{,}0317 \cdot 10^{-4} \div 0{,}1524 \cdot 10^{-4}$] g;
M ± σ = [$0{,}0144 \cdot 10^{-4} \div 0{,}1064 \cdot 10^{-4}$] g.

Значения масштабного коэффициента при крайних значениях температур рабочего диапазона после летных испытаний по отношению к допуску.

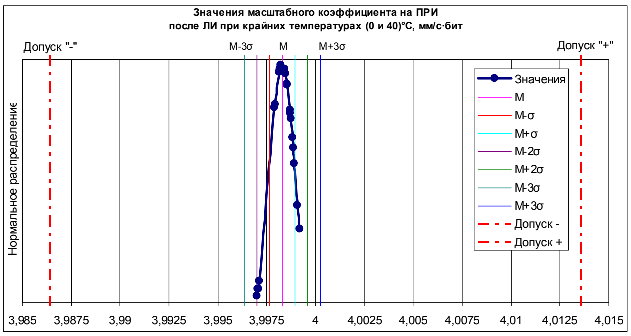


Рис. 5. Значения масштабного коэффициента после летных испытаний при крайних температурах (0 и 40 ° С), мм/с/бит

Допуск (4,000±0,0136) мм/с·бит.
M = 3,998293428 мм/с·бит; σ = 0,000647712 мм/с·бит;
M ± 3σ = [3,996350292 ÷ 4,000236563] мм/с·бит;
M ± 2σ = [3,996998004 ÷ 3,999588851] мм/с·бит;
M ± σ = [3,997645716 ÷ 3,998941139] мм/с·бит.

Значение систематической составляющей нулевого сигнала после летных испытаний при крайних значениях температур рабочего диапазона по отношению к допуску.

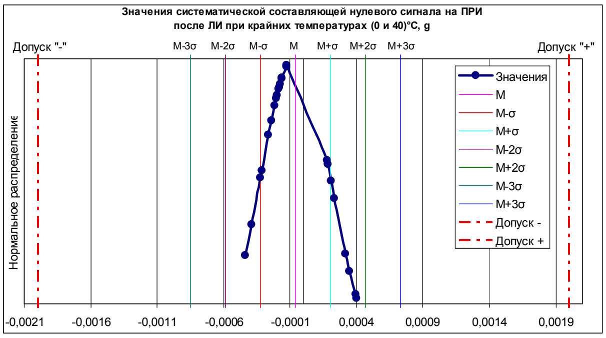


Рис. 6. Значения систематической составляющей нулевого сигнала после летных испытаний при крайних температурах (0 и 40 ° С), g

Допуск ±0,002 g.
M = –0,00005874 g; σ = 0,000263675 g;
M ± 3σ = [–0,000849766 ÷ 0,000732283] g;
M ± 2σ = [–0,000586091 ÷ 0,000468608] g;
M ± σ = [–0,000322417 ÷ 0,000204933] g.

Далее рассмотрим изменение масштабного коэффициента прибора после летных испытаний к фактическому значению параметра до летных испытаний, записанному в формуляр прибора. Этот фактор также важен для оценки потенциальных возможностей прибора в условиях летных испытаний. Как уже отмечалось выше оценке данных параметров посвящены графики, изображенные на рис. 7–9.

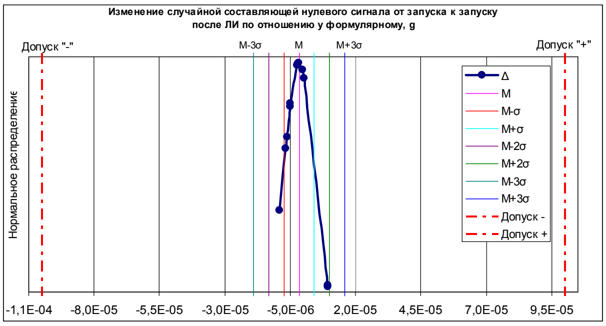


Рис. 7. Изменение масштабного коэффициента после летных испытаний по отношению к формулярному, %

Допуск ±0,02 %.
M = –0,000729188 %; σ = 0,002894551 %;
M ± 3σ = [–0,009412842 ÷ 0,007954467] %;
M ± 2σ = [–0,00651829 ÷ 0,005059915] %;
M ± σ = [–0,003623739 ÷ 0,002165364] %.

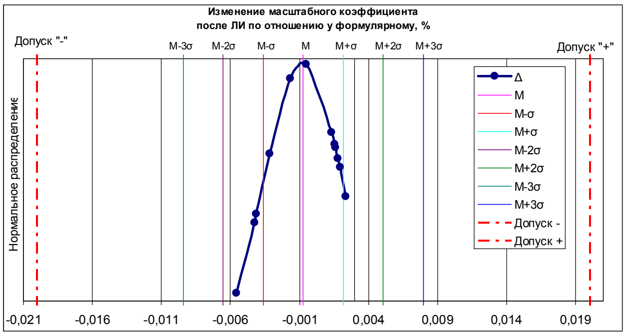


Рис. 8. Изменение статической составляющей нулевого сигнала после летных испытаний по отношению к формулярному, g

Допуск ±1·10–4 g.
M = 0,104275·10–4 g; σ = 0,751047·10–4 g;
M ± 3σ = [–2,14887·10–4 ÷ 2,35742·10–4] g;
M ± 2σ = [–1,39782·10–4 ÷ 1,60637·10–4] g;
M ± σ = [–0,646772·10–4 ÷ 0,855322·10–4] g.

Изменение случайной составляющей нулевого сигнала от запуска к запуску после летных испытаний к фактическому значению параметра до летных испытаний, записанному в формуляр прибора.

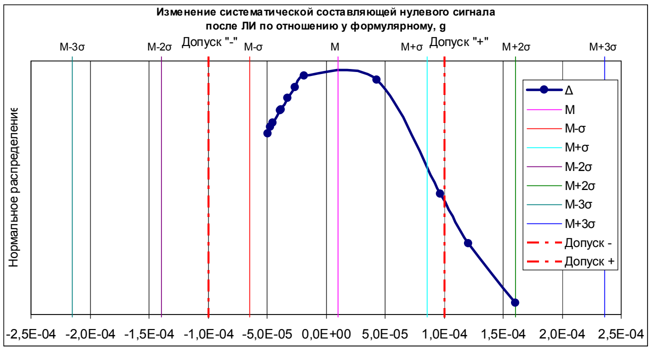


Рис. 9. Изменение случайной составляющей нулевого сигнала от запуска к запуску после летных испытаний по отношению к формулярному, g

Допуск по ТУ ±1·10–4 g.
M = –0,0160083·10–4 g; σ = 0,0582592·10–4 g;
M ± 3σ = [–0,190786·10–4 ÷ 0,158769·10–4] g;
M ± 2σ = [–0,132527·10–4 ÷ 0,10051·10–4] g;
M ± σ = [–0,0742675·10–4 ÷ 0,0422509·10–4] g.

Графики изменения термоинвариантности масштабного коэффициента и систематической составляющей нулевого сигнала прибора после летных испытаний по отношению к термоинвариантности масштабного коэффициента и систематической составляющей нулевого сигнала, обеспеченной при изготовлении прибора изображены на рис. 10, 11, соответственно.

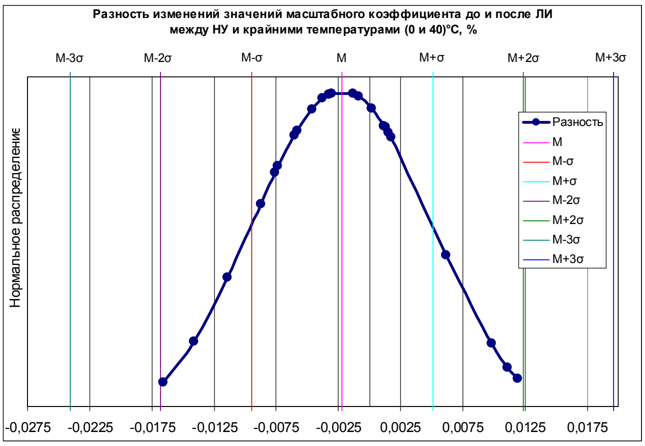


Рис. 10. Разность изменений значений масштабного коэффициента до и после летных испытаний между нормальными условиями и крайними температурами (0 и 40 ° С), %

M = –0,00220963%; σ = 0,007286512 %;
M ± 3σ = [–0,024069166 ÷ 0,019649907] %;
M ± 2σ = [–0,016782654 ÷ 0,012363395] %;
M ± σ = [–0,009496142 ÷ 0,005076883] %.

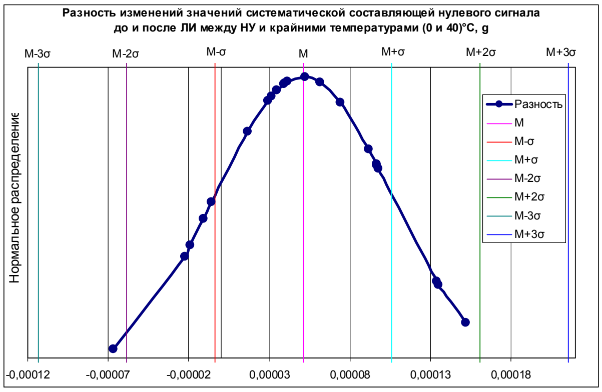


Рис. 11. Разность изменений значений систематической составляющей нулевого сигнала до и после летных испытаний между нормальными условиями и крайними температурами (0 и 40 ° С), g

M = 0,511867·10–4 g; σ = 0,548214·10–4 g;
M ± 3σ = [–1,13278·10–4 ÷ 2,15651·10–4] g;
M ± 2σ = [–0,584561·10–4 ÷ 1,60829·10–4] g;
M ± σ = [–0,0363473·10–4 ÷ 1,06008·10–4] g.

Вследствие неортогональной ориентации осей чувствительности шести измерительных каналов БИЛУ, как это показано на рис. 1., для контроля прибора введен комплексный параметр, зависящий, с одной стороны, от погрешностей основных параметров, вносимых в формуляр прибора, - масштабного коэффициента, нулевого сигнала и углов ориентации осей чувствительности, и с другой стороны, определяемый по известной для каждого места контроля прибора величине модуля ускорения силы тяжести [10].

Этот комплексный параметр используется и для входного контроля прибора, что обеспечивает точность входного контроля при минимизации времени и технических средств проведения входного контроля. Прибор устанавливается в три положения, при которых оси координат X.Y.Z поочередно ориентируются вдоль вертикали места, в каждом положении измеряются проекции модуля вектора ускорения силы тяжести на оси чувствительности шести измерительных осей и через обратную матрицу рассчитывается модуль вектора ускорения силы тяжести.

Допуск на точность измерения модуля вектора ускорения силы тяжести g шестью измерительными каналами задан ±0,05%, после летных испытаний изменился на ±0,002% по отношению к формулярному значению.

IV. Выводы

Прибор БИЛУ КХ69-042**,** результаты испытаний которого приведены в статье, представляет собой первый образец штатного прибора, поставленного в ПАО «РКК «Энергия» для летных испытаний, конструкция которого была выполнена с цифровой обратной связью на отечественной элементной базе.

Введение цифровой обратной связи кварцевых маятниковых акселерометров позволило выполнить модернизацию прибора БИЛУ, который использовался в системе управления спускаемого аппарата с 2004 и обладал термоинвариантностью параметров за счет использования в аналоговой системе обратной связи аппаратной компенсации температурной зависимости основных параметров, реализованной на импортной элементной базе.

Цифровая обратная связь, реализованная на отечественных ЭРИ [1–7], позволила не только обеспечить достигнутый в прежней реализации прибора уровень точностей и термоинвариантности параметров прибора, но и, как показал приведенный в статье анализ, обеспечить серьезные конструктивные запасы прибора, сохранившего после летных испытаний практически без изменений значения параметров при его изготовлении.

Литература

[1] Калихман Д.М., Гребенников В.И. и др. Результаты экспериментальной отработки термоивариантного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью и перепрограммируемым диапазоном измерения // Материалы XXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 139–157.

[2] Калихман Л.Я., Калихман Д.М. и др. Способ обеспечения линейности масштабного коэффициента измерителей угловых скоростей и линейных ускорений компенсационного типа с цифровой обратной связью и широтно-импульсным управлением током датчика момента // Материалы XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 299–306.

[3] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Способ повышения стабильности масштабного коэффициента маятникового акселерометра с цифровой обратной связью // Материалы XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 331–333.

[4] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Шестиосный блок измерителей кажущихся ускорений на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью для систем управления космическими кораблями «Союз-МС» и «Прогресс-МС» // Материалы XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 225–231.

[5] Пат. 2627970 Российская Федерация. Способ обеспечения линейности масштабного коэффициента маятникового широкодиапазонного акселерометра компенсационного типа / Калихман Д.М. [и др.]; приор. 14.11.16; заявитель и патентообладатель ФГУП «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина»; опубл. 14.08.2017, Бюл. № 23.

[6] Пат. 2626071 Российская Федерация. Способ обеспечения линейности масштабного коэффициента маятникового акселерометра компенсационного типа / Калихман Д.М. [и др.]; приор. 03.06.16; заявитель и патентообладатель ФГУП «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина»; опубл. 21.07.2017, Бюл. № 21.

[7] Пат. 2615221 Российская Федерация. Способ обеспечения виброустойчивости маятникового акселерометра линейных ускорений с цифровой обратной связью и виброустойчивый маятниковый акселерометр / Калихман Д.М. [и др.]; приор. 30.04.2015; заявитель и патентообладатель ФГУП «НПЦАП им. акад. Н.А. Пилюгина»; опубл. 04.04.2017, Бюл. № 10.

[8] Калихман Д.М., Скоробогатов В.В. Перспективы развития кварцевых маятниковых акселерометров в БИНС авиационного и космического применения // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами, № 20, 2018. С. 21–50.

[9] Депутатова Е.А., Гнусарев Д.С., Калихман Д.М. Анализ шумовых составляющих кварцевого маятникового акселерометра с цифровым усилителем обратной связи // Научно-технический вестник информационных технологий, механики, оптики. 2018. Т. 18. № 6. С. 1091–1098.

[10] Калихман Д.М., Калихман Л.Я. и др. Шестиосный блок акселерометров для КК «Союз» и «Прогресс». История развития: от аналоговой системы управления измерительным каналом к цифровой // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 8. Тула: Изд-во ТулГУ, 2019. С. 83–106.

Имитационное моделирование ошибок ИНС различного класса точности*

Д.Б. Пазычев
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
dpazychev@mail.ru

Р.Н. Садеков
Военный инновационный технополис «ЭРА»
Анапа, Россия

***Аннотация*—В представленной работе рассматривает программный комплекс, позволяющий осуществлять моделирование обоих классов ошибок ИНС в зависимости от статистической информации о случайной погрешности смещения нулей, случайных ошибок масштабных коэффициентов и дисперсии шума сигналов датчиков угловых скоростей (ДУС) и акселерометров, входящих в состав ИНС. В работе будут представлены результаты имитационного моделирования ошибок ИНС с использованием разработанного программного комплекса для различных классов точности чувствительных элементов.**

Ключевые слова—моделирование, бесплатформенная инерциальная навигационная система

I. Введение

На сегодняшний момент в открытой продаже присутствуют различные по классу точности бесплатформенные инерциальные навигационные системы (ИНС), построенные на базе различных по классу точности чувствительных элементов. Применение той или иной инерциальной навигационной системы для решения конкретной задачи, зачастую, основывается на сопоставление ее точностных, массовых, габаритных и стоимостных характеристиках, причем точностные характеристики, в большинстве случаев, имеют превалирующее значение.

Теоретически, ошибки инерциальных навигационных систем разделяются на класс стационарных, не зависящих от движения объекта, на котором установлена ИНС, и класс нестационарных, зависящих от движения объекта. Первый класс ошибок, в большинстве случаев, модулируется случайными погрешностями смещения нулей датчиков, входящих в состав ИНС. Данный класс ошибок, модулирует синусоидальные колебания с периодом Шулера и принципиально может быть оценен, а также математически промоделирован без привязки к какому-либо объекту исключительно на основании знаний о статических параметрах погрешностей датчиков ИНС и известных уравнениях ошибок ИНС. Второй же класс ошибок принципиально может быть оценен только с использованием знаний о реальных значениях ускорений и угловых скоростей объекта в процессе его движения, модулирующих дополнительные погрешности датчиков в процессе движения.

II. Моделирование ошибок ИНС

Для моделирования обоих типов ошибок ИНС в рамках данной работы будет рассматриваться программный комплекс, реализующий схему, представленную на рис. 1.

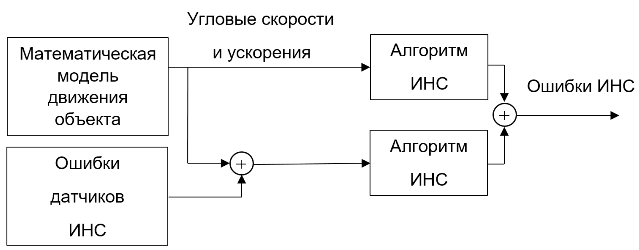


Рис. 1. Предлагаемая схема моделирования ошибок ИНС

Основой предлагаемой схемы моделирования ошибок является классический алгоритм ИНС [1], реализованный с использованием географической системы координат (ENUp) и уравнения Пуассона для матрицы направляющих косинусов C_B^{LL}:

$$\dot{C}_B^{LL} = C_B^{LL} \cdot \breve{\omega}_B - \breve{\omega}_{LL} \cdot C_B^{LL}$$

В качестве сигналов с датчиков угловой скорости и акселерометров в предлагаемой схеме использует их программная модуляция, реализованная на уравнениях движения заданного объекта (в данной статье используются уравнения движения легкого ЛА). Полученные таким образом сигналы принципиально не имеют инструментальных погрешностей, присущих реальным датчикам, входящим в состав ИНС. Алгоритм ИНС, реализованный с использованием таких сигналов, также принципиально не будет содержать погрешностей, модулированных погрешностями датчиков ИНС. Тем самым, расчет данных движения объекта на основании такого алгоритма можно считать эталонным.

В дополнении к нему параллельно ведется расчет еще одного алгоритма ИНС, по структуре и содержанию полностью совпадающим с предыдущим. Единственным отличием являются входные для данного алгоритма данные: к исходным сигналам угловых скоростей и ускорений добавляются программные ошибки, имитирующие сигналы ошибок датчиков ИНС. Полученные в результате расчета алгоритма ИНС данные будут содержать ошибки параметров движения объекта, такие как ошибки углов ориентации, ошибки расчета линейных скоростей и координат. Для идентификации указанных выше ошибок производится сравнения расчетов двух реализованных алгоритмов. Полученные в результате сравнения величины и будут являться ошибками расчета параметров движения объекта алгоритмом ИНС. Таким образом, изменяя модулируемые инструментальные погрешности датчиков ИНС можно добиваться различных ошибок определения углов ориентации, линейных скоростей и координат рассматриваемого объекта.

III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДАТЧИКОВ ИНС

Для введения инструментальных погрешностей ДУСов и акселерометров в моделируемые показания датчиков ИНС возможно воспользоваться следующей моделью погрешностей датчиков [2] (1):

$$
\begin{aligned}
\vec{\omega}_B^{Err} &= \begin{bmatrix} \beta_{XX}(\mathrm{t}) & \beta_{XY}(\mathrm{t}) & \beta_{XZ}(\mathrm{t}) \\ \beta_{YX}(\mathrm{t}) & \beta_{YY}(\mathrm{t}) & \beta_{YZ}(\mathrm{t}) \\ \beta_{ZX}(\mathrm{t}) & \beta_{ZY}(\mathrm{t}) & \beta_{ZZ}(\mathrm{t}) \end{bmatrix} \cdot \vec{\omega}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} \beta_X(\mathrm{t}) \\ \beta_Y(\mathrm{t}) \\ \beta_Z(\mathrm{t}) \end{bmatrix} \\
\vec{a}_B^{Err} &= \begin{bmatrix} \alpha_{XX}(\mathrm{t}) & \alpha_{XY}(\mathrm{t}) & \alpha_{XZ}(\mathrm{t}) \\ \alpha_{YX}(\mathrm{t}) & \alpha_{YY}(\mathrm{t}) & \alpha_{YZ}(\mathrm{t}) \\ \alpha_{ZX}(\mathrm{t}) & \alpha_{ZY}(\mathrm{t}) & \alpha_{ZZ}(\mathrm{t}) \end{bmatrix} \cdot \vec{a}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} \alpha_X(t) \\ \alpha_Y(t) \\ \alpha_Z(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где $\beta_{ii}(t)$ и $\alpha_{ii}(t)$ – ошибки масштабных коэффициентов ДУСов и акселерометров, соответственно;

$\beta_{ii}(t)$ и $\alpha_{ii}(t)$ – ошибки неортогональностей осей ДУСов и акселерометров, соответственно;

$\beta_i(t)$ и $\alpha_i(t)$ – ошибки смещений нулей ДУСов и акселерометров, соответственно.

$\vec{\omega}_B^{Tr}$ и $\vec{a}_B^{Tr}$ – вектора истинных угловых скоростей и линейных ускорений объекта, полученные на основании его математической модели движения.

$\vec{\omega}_B^{Err}$ и $\vec{a}_B^{Err}$ – ошибки показаний ДУСов и акселерометров, соответственно.

Для моделирования описанных выше погрешностей возможно воспользоваться корреляционной функцией непрерывного случайного процесса следующего вида (см. рис. 2) [3]:

$$K(\tau) = \sigma^2 \cdot \mathrm{e}^{-\alpha|\tau|}$$

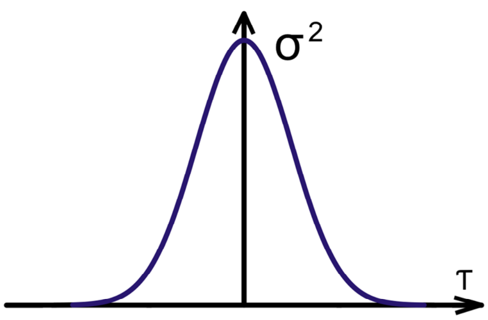


Рис. 2. Корреляционная функция непрерывного случайного процесса

Формирующий фильтр для такой функции будет выглядеть следующим образом [4]:

$$\dot{x}_i = -\alpha \cdot x_i + \sigma \cdot \sqrt{2\alpha} \cdot w(\mathrm{t})$$

где $w(\mathrm{t})$ – функция белого шума с единичной интенсивностью.

Таким образом, задавая различные параметры α и σ для формирующего фильтра возможно будет добиваться моделирования случайных погрешностей датчиков угловой скорости и акселерометров в заданном диапазоне значений (см. рис. 3 и 4).

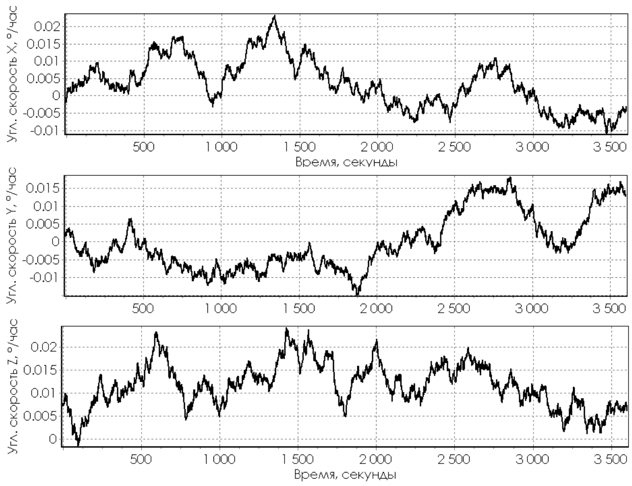


Рис. 3. Пример работы формирующего фильтра для моделирования случайных смещений нулей ДУСов ИНС

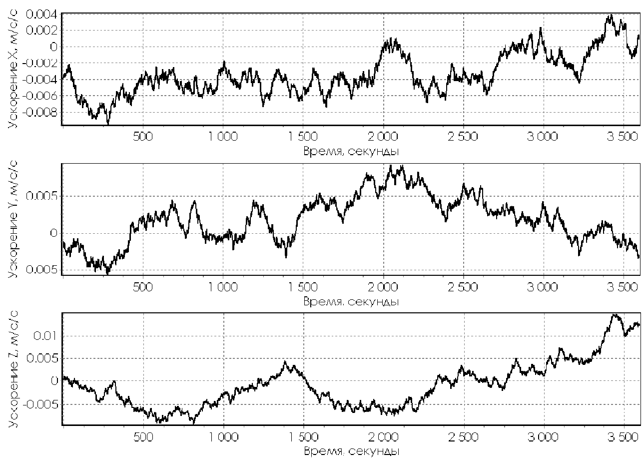


Рис. 4. Пример работы формирующего фильтра для моделирования случайных смещений нулей акселерометров ИНС

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проверки состоятельности предлагаемого программного комплекса предлагается сравнение точностей ИНС в процессе натурных испытаний и имитационного моделирования.

В качестве источников угловых скоростей и ускорений рассматриваются блоки чувствительных элементов (БЧЭ) БЧЭ-500 и БЧЭ-501 компании ООО НПК «Оптолинк», точностные характеристики которых сведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЧЭ

Параметр	**БЧЭ**	
	БЧЭ-500	***БЧЭ-501***
Случайная составляющая дрейфа ДУСов, °/час	0.2	0.03
Случайная составляющая смещения нуля акселерометров, g	$0.2 \cdot 10^{-3}$	$0.1 \cdot 10^{-3}$
Ошибка масштабного коэффициента ДУСа, %	0.05	0.05
Ошибка масштабного коэффициента акселерометра, %	0.08	0.05

Разница показаний линейных скоростей и координат курсовертикалей «НВ-2» и «НВ-3», построенных на базе БЧЭ-500 и БЧЭ-501, компании ООО «Интеграл» [5], работающих в полностью автономном режиме, и системы спутниковой навигации в процессе натурных испытаний курсовертикалей на самолете АН-26 (траектория полета показана на рисунке 5) представлены на рис. 6–9.

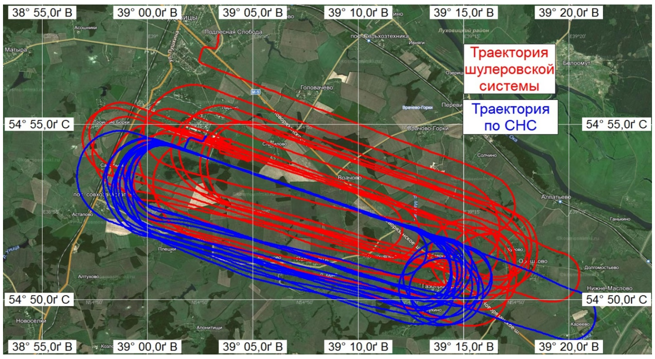


Рис. 5. Траектория полета ЛА в процессе натурных испытаний курсовертикалью «НВ-2» и «НВ-3»

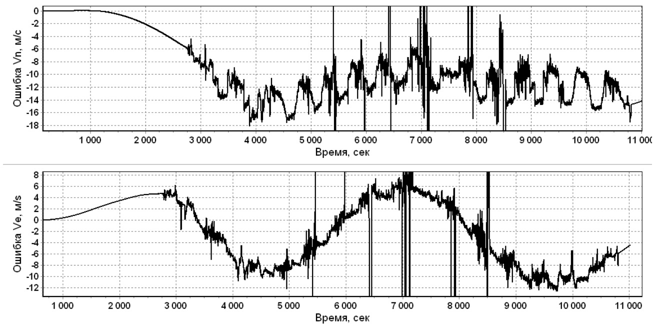


Рис. 6. Ошибки в определении линейных скоростей ЛА курсовертикалью «НВ-2» в автономном режиме работы

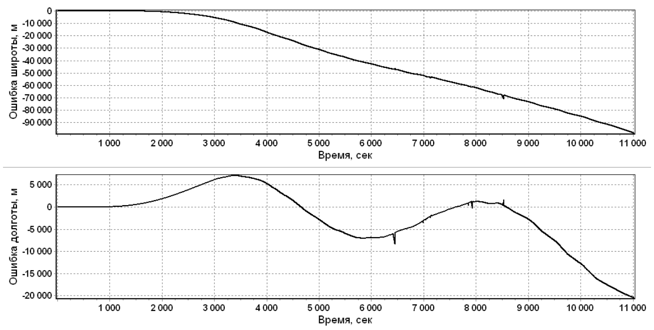


Рис. 7. Ошибки в определении географических координат ЛА курсовертикалью «НВ-2» в автономном режиме работы

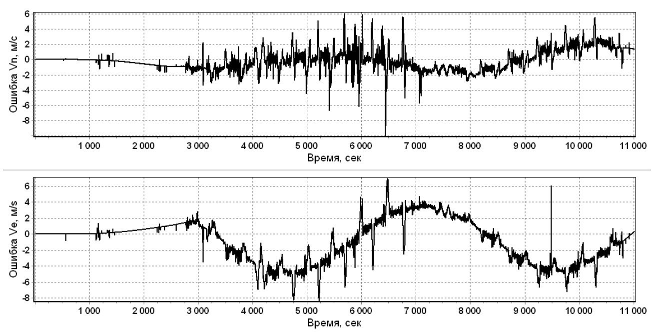


Рис. 8. Ошибки в определении линейных ЛА курсовертикалью «НВ-3» в автономном режиме работы

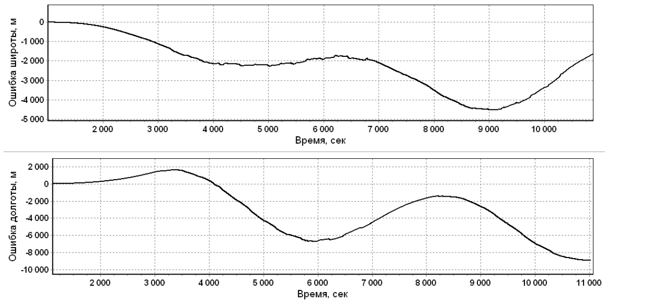


Рис. 9. Ошибки в определении географических координат ЛА курсовертикалью «НВ-3» в автономном режиме работы

В сравнении с натурными данными в среде MathLab на основании уравнений движения ЛА и его аэродинамических характеристиках была сформирована имитационная траектория его движения (см. рисунок 10) и показания датчиков ИНС.

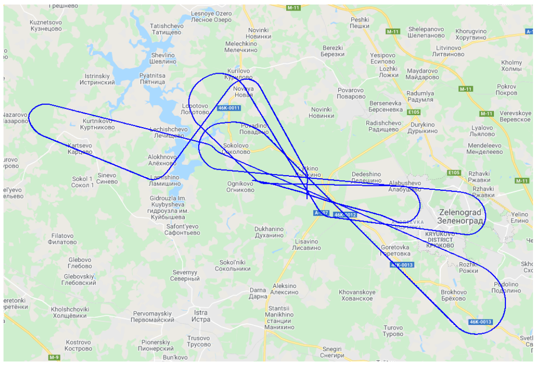


Рис. 10. Траектория полета ЛА в процессе имитационного моделирования

Полученные сигналы датчиков вместе с моделируемыми погрешностями, величины которых соответствуют табл. 1, были переданы в предлагаемый программный комплекс, сформировавший несколько последовательных расчетов одного и того же имитационного полета. Результаты одного из таких расчетов представлены на рис. 11–12.

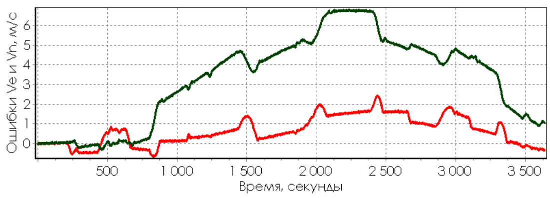


Рис. 11. Ошибки в определении линейных скоростей ЛА в одном из расчетов имитационного моделирования

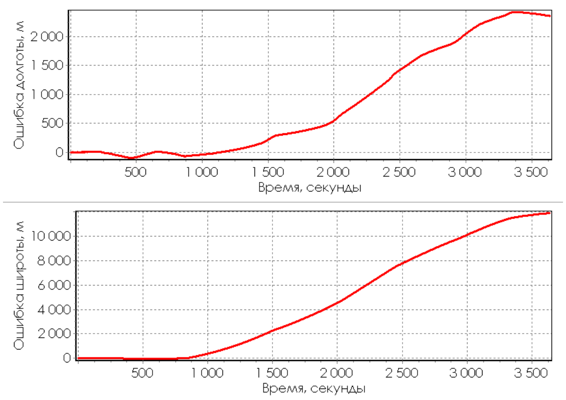


Рис. 12. Ошибки в определении координат ЛА в одном из расчетов имитационного моделирования

На основании 10-ти последовательных расчетов со случайными погрешностями датчиков ИНС в заданных диапазонах были рассчитаны СКО ошибок определения скоростей и координат, которые сведены в итоговую табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Параметр	**Тип расчета**	
	Натурные данные	***Имитационное моделирование***
Ошибка определения скоростей при точности датчиков, соответствующих БЧЭ-500, м/с	12.1	13.8
Ошибка определения координат за час полета при точности датчиков, соответствующих БЧЭ-500, м	15811	23012
Ошибка определения скоростей при точности датчиков, соответствующих БЧЭ-501, м/с	6.3	5.8
Ошибка определения координат за час полета при точности датчиков, соответствующих БЧЭ-501, м	2012	3592

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из представленной табл. 2, результаты моделирования ошибок ИНС предлагаемым методом соответствует точностям испытываемых курсовертикалей в процессе натурных полетов. Данное обстоятельство указывает на то, что предлагаемый программный комплекс принципиально может быть использован в процессе подбора точностей чувствительных элементов ИНС для решений той или иной задача. К достоинствам предлагаемого следует отнести возможность следующие:

- моделирования ошибок ИНС любого класса точности
- полноценную модель погрешностей датчиков, в состав которой включены как ошибки смещений нулей, так и ошибки масштабных коэффициентов и неортогональностей осей
- возможность изменения алгоритма ИНС в зависимости от объекта применения и оценку изменения точности полученных результатов

К недостаткам предлагаемого программного комплекса следует отнести необходимость создания математической модели движения рассматриваемого объекта с максимально возможной точностью, которая скажется на точности имитационного моделирования

ЛИТЕРАТУРА

[1] Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. М.: Макс Пресс, 2011. 136 с.

[2] Дмитриев С.П. Инерциальные методы в инженерной геодезии. СПб: ГНЦ РФ «ЦНИИ «Электроприбор»,

[3] Salychev, O.S., MEMS-based inertial navigation: Expectations and reality, Moscow: Bauman MSTU Press, 2012, 207 p.

[4] Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.

[5] https://www.integral-group.pro/

Автономная бесплатформенная курсовертикаль для малого маневренного БЛА*

А.О. Марков
Отдел Инерциальной Навигации
ООО «Специальный Технологический Центр»
Санкт-Петербург, Россия
alex.o.markov@gmail.com

***Аннотация*—В статье представлены результаты разработки автономной курсовертикали для малого маневренного БЛА с фиксированным крылом, основанной на расширенном фильтре Калмана. Для получения оценок углов ориентации использованы МЭМС акселерометры и гироскопы, 3-осевой магнитометр и барометрический датчик высоты. Предложенная система содержит ряд новых структурных элементов: блок предварительной обработки ускорений, анализатор маневра, вертикальный канал оценивания и канал непрерывной калибровки магнитометра, что способствует уменьшению ошибок оценивания углов ориентации. Точность работы системы проверена в ходе экспериментов и составляет 0.3 градуса по углам крена и тангажа и 1.5 градуса по углу курса.**

Ключевые слова*—*курсовертикаль, фильтр Калмана, МЭМС, магнитометр, калибровка, БЛА

I. Введение

Широко распространенным решением задачи определения положения и ориентации малогабаритных БЛА является бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС), которая выполняет комплексирование инерциальных данных и навигационного решения СНС приемника [1]. Однако такую систему нельзя назвать автономной, поскольку СНС сигнал является как внешним измерением, качество которого зависит от видимости спутников и электромагнитной обстановки в окрестности БЛА.

Для достижения автономности и повышения помехоустойчивости БЛА предлагается автономное решение задачи определения ориентации. Рассматриваемая далее курсовертикаль (КВ) предназначена для оценивания углов ориентации БЛА на основе автономных измерений: кажущихся линейных ускорений, угловых скоростей, индукции магнитного поля Земли и атмосферного давления. При наличии ограничений на стоимость и массу оборудования эти данные могут быть получены с МЭМС инерциального измерительного модуля (ИИМ), состоящего из 3-осевого акселерометра, 3-осевого гироскопа, 3-осевого магнитометра и датчика давления.

В литературе широко известна схема построения КВ с обработкой инерциальных данных при помощи фильтра Калмана, когда прогноз ориентации осуществляется посредством интегрирования данных гироскопов, а коррекция производится по измерениям геофизических полей: гравитационного и магнитного, а вектор состояния системы, помимо параметров ориентации, дополняется оценками дрейфов гироскопов [2]. При этом предполагается, что используемых 3-осевой датчик индукции магнитного поля может быть откалиброван перед началом работы КВ, а объект наблюдения находится в квазистатическом состоянии, то есть измерения вектора ускорения свободного падения могут быть взяты напрямую из показаний акселерометров — кажущихся ускорений.

Однако оба допущения не могут быть приняты для малогабаритного маневренного БЛА. По причине компактного размещения электротехнического оборудования на борту присутствуют переменные магнитные искажения, вызванные движением органов управления и протекающими токами в нагрузочных цепях. Это не позволяет считать софт-айрон $\boldsymbol{C}_{soft}$ и хард-айрон $\boldsymbol{c}_{hard}$ калибровки [3] постоянными на протяжении полета. Кроме того, при выполнении маневров собственные ускорения БЛА могут достигать $1.0g$ по абсолютной величине, что противоречит предположению о квазистатичности и вызывает существенные модельные невязки.

II. Описание системы

A. Принцип построения КВ

В качестве основных переменных состояния системы оценивания выбраны углы Эйлера, рассчитываемые расширенным фильтром Калмана в два этапа: прогноз и коррекция. Поскольку входные измерения выполняются автономно, предлагаемая система является независимой от электромагнитной обстановки в окрестности БЛА. Численное интегрирование вращательного движения выполняется методом Рунге-Кутты 4-го порядка с сопровождением высокочастотных движений [4]. Для проблемы шарнирного заклинивания в данной работе предлагается эвристическое решение [5].

Ряд новых введенных структурных элементов способствует повышению точности КВ: анализатор маневра, блок компенсации ускорений, вспомогательный вертикальный канал оценивания и модуль непрерывной калибровки магнитометра в реальном времени. Так как рассматриваемый БЛА подвержен существенным переменным аэродинамическим нагрузкам, коррекции выполняются выборочно с предварительной декоррелирующей обработкой. Во избежание систематических модельных ошибок наблюдения пассивная компенсация собственной динамики объекта применяется в зависимости от состояния детектора маневра.

Калмановские невязки обрабатываются последовательно для всех измерений доступных на текущем этапе коррекции. Тест нормализованных квадратов невязок используется для расчета качества работы фильтра [6].

B. Основные уравнения

Вектор состояния системы x состоит из углов Эйлера $\phi = [\varphi\ \theta\ \psi]^T$, дрейфов гироскопов $\boldsymbol{\delta\omega}$, вертикальной скорости v_h, барометрической высоты h, обобщенного дрейфа вертикального ускорения δa_h и калибровочных параметров магнитометра в составе вектора смещений нулей $\boldsymbol{c}_{hard}$ (хард-айрон) и матрицы искажения $\boldsymbol{C}_{soft}$ (софт-айрон).

$$\boldsymbol{x} = \left[\boldsymbol{\phi}^T\ \boldsymbol{\delta\omega}^T\ v_h\ h\ \delta a_h\ C_{soft\,1,*}\ C_{soft\,2,*}\ C_{soft\,3,*}\ \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{hard}}^T\right]^T.$$

Входными воздействиями являются измерения гироскопов $\boldsymbol{\omega}$, измерения акселерометров $\boldsymbol{a}$ и модельный белый шум:

$$\xi = \left[\xi^T_{\boldsymbol{\omega}3\times1}\ \ \xi^T_{\boldsymbol{\delta\omega}3\times1}\ \ \xi^T_{\boldsymbol{a}3\times1}\ \ \xi_{\delta a}\ \ \xi^T_{\boldsymbol{soft}9\times1}\ \ \xi^T_{\boldsymbol{hard}3\times1}\right]^T.$$

Динамическая модель системы, за исключением части, описывающей изменение калибровочных параметров, имеет следующий вид в пространстве состояний:

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\phi}}\\ \boldsymbol{\delta\dot\omega}\\ \dot v_h\\ \dot h\\ \delta\dot a_h\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0_{3\times3} & -R(\boldsymbol{\phi}) & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3} & A\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\phi}\\ \boldsymbol{\delta\omega}\\ v_h\\ h\\ \delta a_h\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}R(\boldsymbol{\phi}) & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & 0_{3\times3}\\ 0_{3\times3} & B(\boldsymbol{\phi})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\omega}+\xi_{\boldsymbol{\omega}}\\ \boldsymbol{a}+\xi_{\boldsymbol{a}}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0_{3\times1}\\ \xi_{\boldsymbol{\delta\omega}}\\ -g\\ 0\\ \xi_{\delta a}\end{bmatrix},$$

$$R(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix}1 & \sin\gamma\tan\theta & \cos\gamma\tan\theta\\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma\\ 0 & \sin\gamma\sec\theta & \cos\gamma\sec\theta\end{bmatrix};\ A = \begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix};\ B(\boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix}\sin\theta & 0 & 0\\ -\sin\gamma\cos\theta & 0 & 0\\ -\cos\gamma\cos\theta & 0 & 0\end{bmatrix}^T.$$

Калибровочные параметры магнитометра моделированы как Винеровский процесс. Их обновление производится непрерывно в процессе работы ФК. В целях улучшения сходимости, вращательная часть софт-айрон матрицы устанавливается постоянной по выполнению критерия.

$$C_{soft} = V_{soft}Q_{soft};\ V_{soft} = \left(C_{soft}C_{soft}^T\right)^{\frac{1}{2}};\ Q_{soft} = V_{soft}^{-1}C_{soft}.$$

Анализатор маневра используется для выбора типовой модели собственных ускорений БЛА. Наиболее значимым является центростремительное ускорение w_c. Его значение в зависимости от скорости изменения курса ω_L определяется соотношением ниже:

$$w_c = \begin{cases}0 & ,\ if \quad |\omega_L| < \omega_{L1}\\ g\dfrac{\sin\gamma}{\cos\gamma\cos\theta} & ,\ if \quad \omega_{L1} \le |\omega_L| < \omega_{L2}\\ \omega_V v_L\cos\theta & ,\ if \quad |\omega_L| \ge \omega_{L2}\end{cases},$$

где ω_V — вертикальная проекция угловой скорости вращения, v_L — продольная скорость. Уровни ω_{L1} и ω_{L2} настраиваемы.

Косвенные измерения $\boldsymbol{y}^*$ вектора состояния включают в себя данные 3-осевого акселерометра, данные барометрического датчика высоты и данные 3-осевого магнетометра, а также модуль последних измерений. Уравнения прогноза вектора наблюдений $\boldsymbol{y}$ приведены ниже:

$$\boldsymbol{y} = \left[\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{a}}^T\ y_h\ \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}}^T\ y_b\right]^T,$$

где

$$\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{a}} = -P(\boldsymbol{\phi})^T\boldsymbol{g} + \left[0\ \ w_c\cos\gamma\ \ -w_c\sin\gamma\right]^T;$$
$$y_h = h;$$
$$\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}} = C_{soft}P(\boldsymbol{\phi})^T\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{hard}};$$
$$y_b = \boldsymbol{b}^T P(\boldsymbol{\phi})C_{soft}^T C_{soft}P(\boldsymbol{\phi})^T\boldsymbol{b} + 2\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{hard}}^T C_{soft}P(\boldsymbol{\phi})^T\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{hard}}^T\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{hard}}.$$

III. Результаты эксперимента

Качество работы предлагаемой автономной системы определения ориентации протестировано во время экспериментального полета на борту БЛА «Орлан–10» производства ООО «СТЦ». В ходе испытания бортовым вычислителем производилась обработка поступающих от ИИМ данных в режиме реального времени. На вычислителе параллельно было запущена разработанная ООО «СТЦ» интегрированная БИНС/СНС [7] для выдачи высокоточной навигационной информации об истинном положении и ориентации БЛА. Полет проходил на высоте 600 – 700 м со средней скоростью 80 км/ч и продолжался около 1 часа. Погодные условия отличались сильным ветром, около 10 м/с, направление юго-западное.

На рис. 1 изображена траектория движения БЛА и с указанием времени прохождения по ней летательного аппарата от начала регистрации. Траектория включает в себя участки прямолинейного движения, движения по окружности, интенсивных разворотов и маневров в виде восьмерки, а также быстрого снижения.

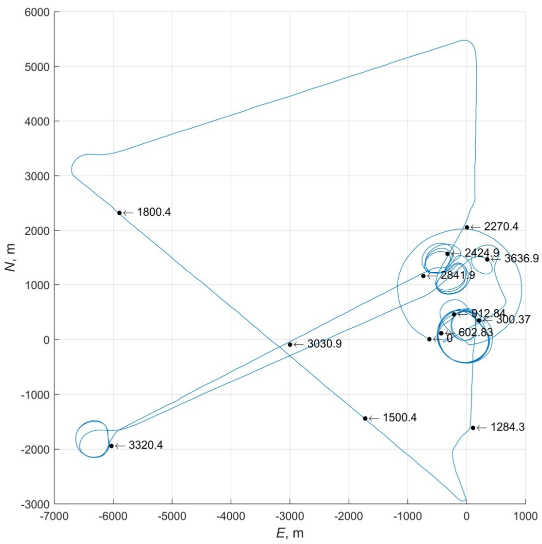


Рис. 1. Трактория экспериментаьного полета по данным БИНС

Углы ориентации БЛА изменялись в пределах ±30° по крену и ±15° по тангажу. Данные регистрации углов на выходе БИНС/СНС представлены на рисунке 2 ниже.

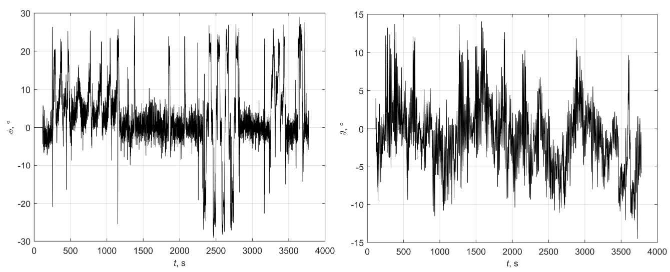


Рис. 2. Фрагмент регистрации углов ориентации

По результатам эксперимента проведен расчет СКО ошибок оценивания углов ориентации автономной КВ, взятых на интервале времени по завершении переходных процессов ФК. Точность показаний КВ оказалось лучше многих предлагаемых на рынке аналогов: 0.27° по углу крена, 0.25° по углу тангажа, 1.44° по углу курса, даже в интенсивных динамических условиях эксплуатации и при наличии сильного ветра.

Для полетной регистрации проведена постобработка данных ИИМ тремя упрощенными конфигурациями системы: 1 – без вертикального канала, 2 – без вертикального канала и без компенсации собственных ускорений, 3 – без калибровки магнитометра. Сравнение СКО ошибок представлены в таблице 1.

ТАБЛИЦА I. ОШИБКИ ОЦЕНИВАНИЯ КВ

СКО ошибки, °	**Конфигурация КВ**			
	0 (онлайн)	***1 (оффлайн)***	***2 (оффлайн)***	***3 (оффлайн)***
крен	0.27	0.33	1.12	0.93
тангаж	0.25	0.35	1.36	1.20
курс	1.44	1.45	4.45	12.4

Результаты моделирования подтверждают увеличение точности оценивания углов ориентации благодаря предложенным улучшениям алгоритма КВ.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью обеспечения бортовых систем БЛА бесперебойной навигационной информацией в условиях внешних возмущений и электромагнитных помех предлагается решение задачи автономного определения ориентации при помощи расширенного фильтра Калмана без привлечения внешних источников измерений состояния объекта. Разработанная система определения ориентации представляет собой бесплатформенную КВ и включает в себя новые структурные элементы: детектор маневра, блок компенсации собственных ускорений, вспомогательный вертикальный канал оценивания. В ходе летных испытаний на малогабаритном маневренном БЛА «Орлан10» производства ООО «СТЦ» проведена верификация работы системы. Достигнутая точность оценивания составляет 0.3° по углам крена и тангажа и 1.5° по углу курса, что демонстрирует эффективность предложенных методов в сравнении с классической схемой построения КВ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Savage, P.G., Strapdown Analytics, Strapdown Associates, Inc., 2000.

[2] Li, W. and Wang, J., Effective Adaptive Kalman Filter for MEMS-IMU/Magnetometers Inegrated Attitude and Heading Reference Systems, *The Journal of Navigation*, vol. 66, 2013, pp. 99–113.

[3] Kok, M., and Schon, T.B., Magnetometer Calibration Using Inertial Sensors, *IEEE Sensors Journal*, vol. 16, no. 14, 2016, pp. 5679–5689.

[4] Trindade, M.A., Sampaio, R., On the Numerical Integration of Rigid Body Nonlinear Dynamics in Presence of Parameters Singularities, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, vol. 23, no. 1, 2001, pp. 49–62.

[5] Markov, A.O., and Burdakov, S.F., An Autonomous Attitude Determination System for a Small Fixed-Wing UAV, *Uspekhi Sovremennoy Radioelektroniki*, no. 9, 2019, pp. 34–31.

[6] Piche, R., Online Tests of Kalman Filter Consistency, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 30, no. 1, 2016, pp. 115–124.

[7] Kulakova, V.I., Method of experimental verification of accuracy of UAV antenna phase center motion parameters determined by navigation system, *Gyroscopy and Navigation*, 2018, vol. 9, no. 4, pp. 334–343.

Гироскопическая система на волновых твердотельных гироскопах*

Д.М. Малютин
ФГБОУ ВО «Тульский Государственный Университет»
г. Тула
malyutindm@yandex.ru

М.Н. Королёв
ФГБОУ ВО «Тульский Государственный Университет»
г. Тула
mkorolyew@yandex.ru

Аннотация—Приведено математическое описание контура стабилизации гироскопического стабилизатора, чувствительным элементом которого является волновой твердотельный гироскоп, функционирующий в режиме датчика угловой скорости. Выполнено имитационное моделирование и исследование динамических характеристик гироскопического стабилизатора на волновом твердотельном гироскопе.

Ключевые слова—датчик угловой скорости, волновой твердотельный гироскоп, гироскопический стабилизатор

I. Введение

Гироскопические стабилизаторы широко применяются на подвижных объектах для стабилизации полезной нагрузки [1–4]. Гиростабилизированные оптико-электронные системы наблюдения, в основе которых лежит стабилизация платформы по 2-м осям применяются в следующих областях:

- проведение спасательных работ;
- обнаружение и распознавание подвижных объектов (машина, человек, животное);
- дистанционное обнаружение пожаров (в условиях сильной задымленности);
- контроль дорожных ситуаций (в том числе выявление и пресечение противоправных действий);
- охрана правопорядка;
- технический мониторинг нефтегазопроводов и линий электропередач и т.д.

В настоящее время, в основном, чувствительными элементами (ЧЭ) 2-х осевого гироскопического стабилизатора (ГС) являются динамически настраиваемые гироскопы и волоконно-оптические гироскопы, а в некоторых системах низкой точности микромеханические гироскопы и акселерометры [5–6]. Перспективным чувствительных элементом для ГС является волновой твердотельный гироскоп (ВТГ).

По сравнению с другими видами гироскопов ВТГ имеет ряд преимуществ: высокий рабочий ресурс, способность переносить большие перегрузки, относительно небольшие массогабаритные характеристики, низкая энергоемкость, сохранение инерциальной информации при кратковременном отключении электропитания, малое время готовности, низкий уровень шума в выходном сигнале, высокая стабильность выходного сигнала при неподвижном основании. ВТГ является перспективным ЧЭ так же потому, что имеет минимальное число деталей и технологичен в производстве.

Целью статьи является исследование динамики ГС на ВТГ.

II. Математическое опичание ГС на ВТГ

Структурная схема одного канала ГС на ВТГ имеет вид, представленный на рис. 1.

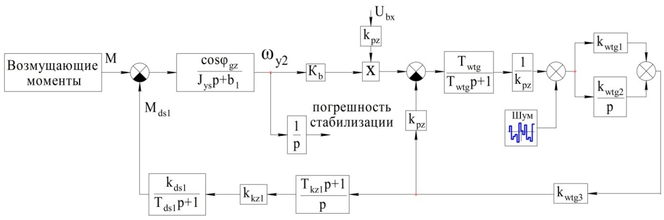


Рис. 1. Структурная схема одного канала ГС на ВТГ

На рис. 1 введены следующие обозначения: K_b – коэффициент Брайана, U_{bx} – входное напряжение, k_{wtg1}, k_{wtg2}, k_{wtg3} – коэффициенты передачи в контурах регулирования ВТГ, J_{ys} – эквивалентный момент инерции платформы, b_1 – удельный момент вязкого трения, T_{wtg} – постоянная времени ЧЭ ВТГ, k_{pz} – коэффициент передачи пьезоэлементов; T_{kz1} – постоянная времени корректирующего звена, k_{kz1} – коэффициент усиления контура стабилизации; T_{ds1} – постоянная времени двигателя стабилизации, k_{ds1} – коэффициент передачи по моменту двигателя стабилизации, M – возмущающий момент, ω_{y2} – абсолютная угловая скорость платформы, φ_{gz} – угол поворота внутренней рамки ГС относительно наружной.

На рис. 2 приведена имитационная модель одного канала ГС на ВТГ, функционирующего в режиме ДУС (при $\varphi_{gz} = 0$). Уровень шума на выходе ВТГ при максимальной измеряемой скорости 500 град/с не превышает 0,1 град/с.

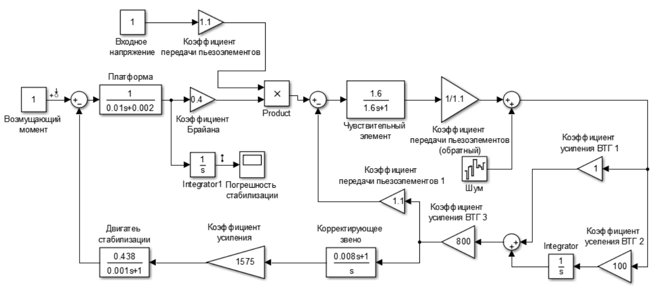


Рис. 2. Имитационная модель одного канала ГС на ВТГ

Для определения параметров контуров регулирования ВТГ в режиме датчика угловой скорости (ДУС) использовалась передаточная функция разомкнутой системы ВТГ с пропорционально-интегральным регулятором по огибающей выходного сигнала.

$$W_{раз}(p) = \frac{K_b U_{bx} k_{pz} T_{wtg} k_{wtg2} k_{wtg3} (T_1 p + 1)}{(T_{wtg} p + 1) p}, \quad (1)$$

где

$$T_1 = \frac{k_{wtg1}}{k_{wtg2}}. \quad (2)$$

Для определения полосы пропускания и динамической точности ГС использована передаточная функция замкнутой схемы ВТГ в режиме ДУС с пропорционально-интегральным регулятором по огибающей выходного сигнала:

$$W_{зам}(p) = \frac{U_{вых}(p)}{\omega_{y2}(p)} = \frac{K_b U_{bx} (T_1 p + 1)}{T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}, \quad (3)$$

где

$$T_2^2 = \frac{1}{k_{wtg2} k_{wtg3}}, \quad (4)$$

$$\xi = \frac{\sqrt{k_{wtg2} k_{wtg3}} \left(1 + T_{wtg} k_{wtg3} k_{wtg1}\right)}{2 T_{wtg} k_{wtg2} k_{wtg3}}. \quad (5)$$

На основании передаточных функций (1), (3) построены логарифмические амплитудно-фазовые частотные характеристики (ЛАФЧХ) разомкнутой и замкнутой систем ВТГ в режиме ДУС с пропорционально- интегральным регулятором.

Согласно рис. 3 система устойчива, запас по фазе в разомкнутой системе составляет $73{,}40^0$.

Как видно из рис. 4, полоса пропускания ВТГ равна 140 Гц.

На рис. 5 приведен график переходного процесса выходного сигнала ВТГ, как реакция на ступенчатое входное воздействие с амплитудой 500град/с. Величина перерегулирования составляет 8%, а время переходного процесса 0,02 с.

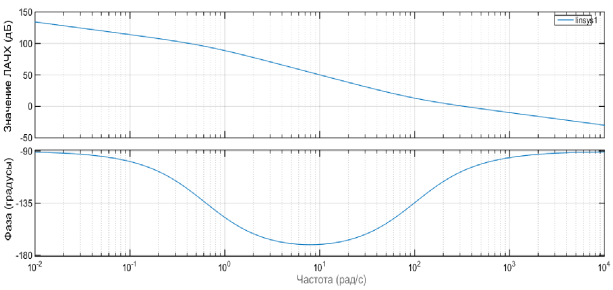


Рис. 3. ЛАФЧХ разомкнутой системы ВТГ с пропорционально-интегральным регулятором

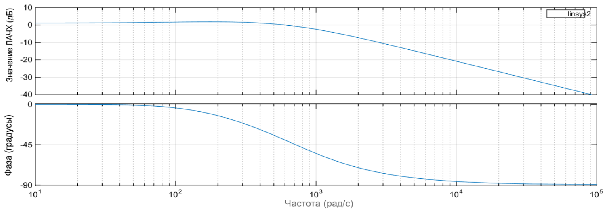


Рис. 4. ЛАФЧХ замкнутой системы ВТГ с пропорционально - интегральным регулятором

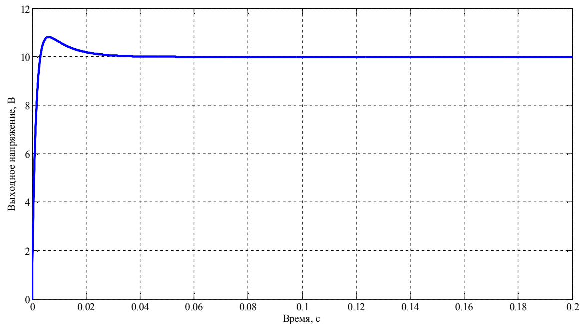


Рис. 5. График выходного напряжения ВТГ, как реакция на ступенчатое воздействие

III. Динамические характеристики ГС на ВТГ в режиме ДУС

Согласно рис. 1, получим передаточную функцию разомкнутой цепи (6) контура стабилизации.

$$W_{раз}(p) = \frac{K_3 (T_1 p + 1)(T_{kz1} p + 1)}{p (J_{ys} p + b_1)(T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1)(T_{ds1} p + 1)}, \quad (6)$$

где

$$K_3 = K_b U_{bx} T_{wtg} k_{wtg3} k_{kz1} k_{ds1}. \quad (7)$$

Далее определим передаточную функцию замкнутой цепи (8) контура стабилизации (входом является возмущающий момент M, а выходом – погрешность стабилизации ε):

$$W_{зам}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{M(p)} = \frac{W_2(p) W_3(p)}{p W_2(p) W_3(p) W_4(p) + k_{ds1} k_{kz1} W_1(p) W_5(p)}, \quad (8)$$

где

$$W_1(p) = K_b U_{bx} (T_1 p + 1), \quad (9)$$

$$W_2(p) = T_2^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1, \quad (10)$$

$$W_3(p) = T_{ds1} p + 1, \quad (11)$$

$$W_4(p) = J_{ys} p + b_1, \quad (12)$$

$$W_5(p) = T_{kz} p + 1. \quad (13)$$

В результате моделирования были получены ЛАФЧХ разомкнутой системы (рис. 6). На рис. 7 представлена ЛАФЧХ замкнутой системы (входом является возмущающий момент, а выходом погрешность стабилизации).

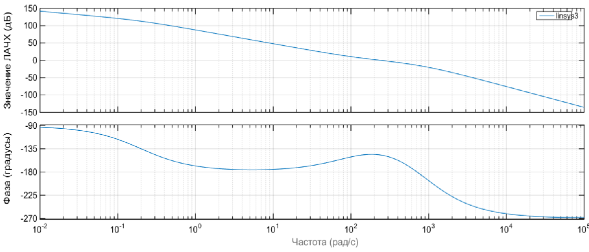


Рис. 6. ЛАФЧХ разомкнутой системы контура стабилизации

Анализ рис. 6 показывает, что система устойчива. Запас по фазе составляет $33{,}2^0$, а запас по амплитуде составляет –14,4 дБ.

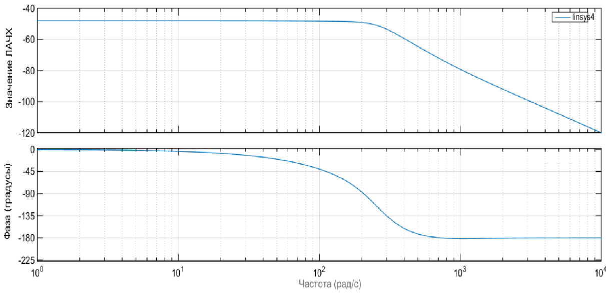


Рис. 7. ЛАФЧХ замкнутой системы контура стабилизации

Как видно из рис. 7 полоса пропускания ГС равна 40 Гц. Значение ЛАЧХ в полосе пропускания –42 дБ.

Построим график зависимости погрешности стабилизации от времени (рис. 8), как реакция на единичное ступенчатое воздействие.

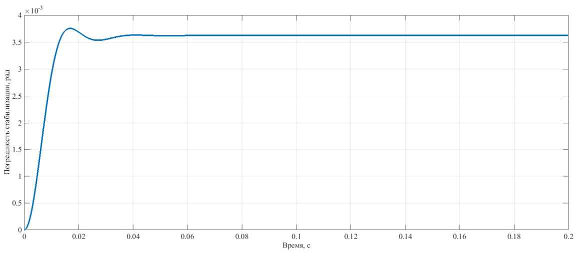


Рис. 8. График погрешности стабилизации при единичном ступенчатом воздействии

Время переходного процесса составляет менее 0,05 с, а величина перерегулирования равна 10%.

Заключение

1. В результате исследования была подтверждена работоспособность ГС на ВТГ в режиме ДУС.
2. Синтезирован контур стабилизации, в котором обеспечены запасы по фазе $33{,}2^0$ и по амплитуде –14,4 дБ.
3. Полоса пропускания контура стабилизации составляет 40 Гц. Значение ЛАЧХ, построенной по передаточной функции замкнутой системы, являющейся отношением погрешности стабилизации к возмущающему моменту относительно оси стабилизации равно –42 дБ.

Литература

[1] Malyutin, D., Miniature gyroscopic orientation system for unmanned aerial vehicle, *25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation System, ICINS 2018. Proceedings* (2018). J. Clerk Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68–73.

[2] Малютин, Д.М. Система стабилизации полезной нагрузки на динамически настраиваемом гироскопе // Приборы и методы измерений. 2016. Т. 7. №1. С. 32–46.

[3] Malyutin, D.M., Malyutina, M.D. Information-measuring and control system of unmanned aerial vehicles based on high-accuracy micromechanical sensitive elements, *Russian Aeronautics*, 2014, vol. 57, no. 2, pp. 162–168.

[4] Малютин Д.М. Гироскопическая система стабилизации на микромеханичских чувствительных элементах // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 254–258.

[5] Малютин Д.М., Распопов В.Я., Грязин Д.Г., Иванов Ю.В. Система ориетации волномерного буя на микромеханических акселерометрах // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 35–39.

[6] Alaluev, R.V., Ivanov, Yu.V., Malyutin, D.M., Raspopov, V.Ya., Dmitriev, V.A., High–precision algorithmic compensation of temperature instability of accelerometer’s scaling factor, *Automation and Remote Control*, 2011, Vol. 72, no 4, pp. 853-862.

Оптимизация измерительной системы БИНС высокодинамичных объектов на базе четырехчастотных лазерных гироскопов*

Д.Е. Бородулин
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Ю.Ю. Брославец
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

П.В. Ларионов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Э.А. Миликов
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
milikov@phystech.edu

В.Г. Семенов
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.Б. Тарасенко
МФТИ
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

В.Б. Успенский
АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

А.А. Фомичев
МФТИ, АО «ЛАЗЕКС»
Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

***Аннотация*—Разработана методика оптимизации конфигурации тройки одноосных измерителей угловой скорости для условий несимметрии множества допустимых угловых скоростей объекта. Ее применение позволяет расширить использование ЧЧЛГ с небольшим рабочим диапазоном вдоль каждой измерительной оси на случай быстрого вращения объекта вокруг медленно прецессирующей оси. В работе предложены варианты решения поставленной оптимизационной задачи, которые позволяют до 4,7 раз снизить требования к величине диапазона измерений угловой скорости вращения с помощью ЧЧЛГ и повысить точность измерений в меньшем диапазоне.**

Ключевые слова*—*гироскопы; инерциальная навигационная система; четырехчастотный лазерный гироскоп; высокодинамичный объект

I. Введение

Повышение эксплуатационных характеристик бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) возможно с использованием более точных измерительных датчиков, а также путем оптимизации расположения датчиков в составе системы [1, 2] (Рис. 1).

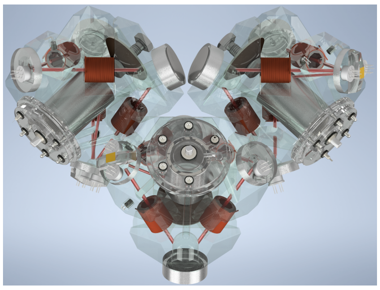


Рис. 1. Измерительная система из трех одноосных ЧЧЛГ

В работе предлагается комплексный подход, затрагивающий оба пути усовершенствования БИНС. Переход на более точные датчики заключается в замещении двухчастотных лазерных гироскопов в БИНС четырехчастотными лазерными гироскопами (ЧЧЛГ). Оптимизация размещения датчиков в системе реализуется разработкой методики выбора рациональной конфигурации измерительной системы, состоящей из трех одноосных ЧЧЛГ, с учетом возможной несимметрии области вариации допустимой угловой скорости вращения объекта.

II. Постановка задачи

A. Четырехчастотный лазерный гироскоп

Использование частотных подставок является применяемым на практике решением проблемы захвата частот встречных волн в лазерных гироскопах [3]. Частотные подставки механического типа [3] создают периодические крутильные колебания лазерного гироскопа вокруг оси чувствительности. Частотные подставки магнитооптического типа [3, 4] создают кажущееся вращение наложением на активную среду лазерного гироскопа продольного магнитного поля. Данный метод исключает подвижные элементы в конструкции лазерного гироскопа, что существенно повышает прочностные характеристики. Однако лазерный гироскоп с магнитооптической частотной подставкой чувствителен к внешним магнитным полям [5], что вносит вклад в ошибку измерений. Для обеспечения высокой механической прочности лазерного гироскопа с сохранением его нечувствительности к магнитным полям необходим переход к четырехчастотному режиму работы [6].

В ЧЧЛГ по два луча противоположных круговых поляризаций распространяются в каждом из направлений обхода кольцевого резонатора. Воздействие магнитного поля имеет разные знаки для волн противоположных круговых поляризаций. Как следствие, усреднение сигнала позволяет вычесть влияние магнитного поля на излучение.

Во-первых, использование четырехчастотного режима работы лазерного гироскопа (Рис. 2) повышает точность измерений угловой скорости вращения, так как компенсируется магнитная составляющая ошибки измерений, и измерения дублируются путем независимого детектирования сигналов от волн разных поляризаций.

Рис. 2. Четырехчастотный лазерный гироскоп

Во-вторых, указанная нечувствительность к магнитному полю позволяет располагать ЧЧЛГ в составе БИНС без оглядки на возможное влияние на ЧЧЛГ электропроводки и катушек магнитооптической частотной подставки соседних ЧЧЛГ. Как следствие, реализуется свобода ориентации тройки ЧЧЛГ в составе БИНС.

Необходимо разработать для ЧЧЛГ в составе БИНС методику выбора рациональной конфигурации измерительной системы, состоящей из трех одноосных ЧЧЛГ, с учетом возможной несимметрии области вариации допустимой угловой скорости вращения объекта.

Б. Используемые обозначения

Рассмотрим приборную систему координат (ПСК) с осями x, y, z, образующими правую тройку. В ПСК зададим расположение оси чувствительности (ОЧ) $\bar{v}_i$ (i = 1, 2, 3) i-го ЧЧЛГ с помощью двух углов $\alpha_i \in [0, 2\pi)$, $\gamma_i \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (Рис. 3).

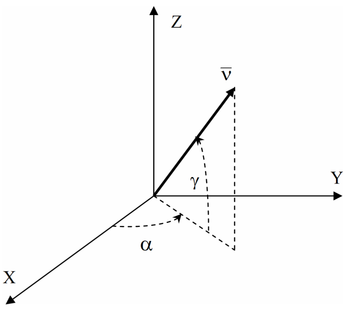


Рис. 3. Расположение оси чувствительности ЧЧЛГ в осях ПСК

И пусть множество векторов допустимой угловой скорости вращения объекта задается неравенствами с известными пределами:

$$\begin{gathered}\omega_x^- \le \omega_x \le \omega_x^+, \\ \omega_y^- \le \omega_y \le \omega_y^+, \\ \omega_z^- \le \omega_z \le \omega_z^+.\end{gathered} \tag{1}$$

Поскольку установка ЧЧЛГ в ПСК может быть реализована не единственным образом, задачу ее выбора сформулируем, как оптимизационную.

В этих условиях необходимо определить значения углов $\alpha_i, \gamma_i, i = \overline{1,3}$ оптимальной установки ОЧ ЧЧЛГ. В качестве критерия оптимальности используем величину рабочего диапазона ЧЧЛГ, достаточную для измерений вектора $\bar{\omega}$ с учетом (1), а под его оптимизацией понимается минимизация диапазона по абсолютной величине.

В. Модель измерений

Идеальные измерения ЧЧЛГ $\Omega_i, i = \overline{1,3}$, ОЧ которых расположены, как на Рис. 3, представимы в виде:

$$\Omega_i = \omega_x \cdot \cos\alpha_i \cdot \cos\gamma_i + \omega_y \cdot \sin\alpha_i \cdot \cos\gamma_i + \omega_z \cdot \sin\gamma_i \tag{2}$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – фактические значения проекций в ПСК вектора угловой скорости объекта, или в векторной форме:

$$\bar{\Omega} = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \cdot \cos\gamma_1 & \sin\alpha_1 \cdot \cos\gamma_1 & \sin\gamma_1 \\ \cos\alpha_2 \cdot \cos\gamma_2 & \sin\alpha_2 \cdot \cos\gamma_2 & \sin\gamma_2 \\ \cos\alpha_3 \cdot \cos\gamma_3 & \sin\alpha_3 \cdot \cos\gamma_3 & \sin\gamma_3 \end{pmatrix} \cdot \bar{\omega}, \tag{3}$$

Отсюда следует алгоритм восстановления вектора угловой скорости в ПСК:

$$\hat{\omega} = \frac{W^*}{\Delta} \bar{\Omega}, \tag{4}$$

в котором W^* – матрица алгебраических дополнений матрицы системы (3), Δ – определитель матрицы системы (3), причем он зависит от углов установки ОЧ следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta = {} & \cos\gamma_1 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \sin\gamma_3 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1) - \\ & - \cos\gamma_1 \cdot \cos\gamma_3 \cdot \sin\gamma_2 \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_1) + \\ & + \sin\gamma_1 \cdot \cos\gamma_2 \cdot \cos\gamma_3 \cdot \sin(\alpha_3 - \alpha_2) \end{aligned}. \tag{5}$$

Г. Оценка необходимого рабочего диапазона ЧЧЛГ

Произведем оценку рабочего диапазона ЧЧЛГ, необходимого для адекватного измерения угловой скорости $\bar{\omega}$. Вычисляя, с учетом (1), минимум и максимум Ω_i (2) по $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, получим для верхнего и нижнего границ диапазона выражения:

$$\Omega_i^{\max} = (\tilde{\omega}_x \cdot \cos\alpha_i + \tilde{\omega}_y \cdot \sin\alpha_i)\cos\gamma_i + \tilde{\omega}_z \cdot \sin\gamma_i \tag{6}$$

где $$\tilde{\omega}_x = \begin{cases} \omega_x^+, & \cos\alpha_i \ge 0 \\ \omega_x^-, & \cos\alpha_i < 0 \end{cases},$$
$$\tilde{\omega}_y = \begin{cases} \omega_y^+, & \sin\alpha_i \ge 0 \\ \omega_y^-, & \sin\alpha_i < 0 \end{cases}, \quad \tilde{\omega}_z = \begin{cases} \omega_z^+, & \sin\gamma_i \ge 0 \\ \omega_z^-, & \sin\gamma_i < 0 \end{cases}; \tag{7}$$

$$\Omega_i^{\min} = (\tilde{\tilde{\omega}}_x \cdot \cos\alpha_i + \tilde{\tilde{\omega}}_y \cdot \sin\alpha_i) \cdot \cos\gamma_i + \tilde{\tilde{\omega}}_z \cdot \sin\gamma_i \tag{8}$$

где $$\tilde{\tilde{\omega}}_x = \begin{cases} \omega_x^-, & \cos\alpha_i \ge 0 \\ \omega_x^+, & \cos\alpha_i < 0 \end{cases},$$

$$\tilde{\tilde{\omega}}_y = \begin{cases} \omega_y^-, & \sin\alpha_i \ge 0 \\ \omega_y^+, & \sin\alpha_i < 0 \end{cases}, \quad \tilde{\tilde{\omega}}_z = \begin{cases} \omega_z^-, & \sin\gamma_i \ge 0 \\ \omega_z^+, & \sin\gamma_i < 0 \end{cases}. \qquad (9)$$

Д. Формулировка оптимизационной задачи

Задачу выбора углов ориентации ОЧ сформулируем, как задачу на экстремум:

$$\min_{\alpha_i,\gamma_i,i=\overline{1,3}} \max\left\{\Omega_1^*(\alpha_1,\gamma_1);\Omega_2^*(\alpha_2,\gamma_2);\Omega_3^*(\alpha_3,\gamma_3)\right\}, \qquad (10)$$

с ограничением в виде неравенства

$$|\,\Delta(\alpha_1,\gamma_1,\alpha_2,\gamma_2,\alpha_3,\gamma_3)\,| \ge \Delta^*, \qquad (11)$$

где $\Omega_i^* = \max\left(|\,\Omega_i^{\min}\,|,|\,\Omega_i^{\max}\,|\right)$ – максимальное по абсолютной величине значение границ рабочего диапазона. Если множество векторов допустимой угловой скорости $\bar{\omega}$ симметрично относительно 0, то $\Omega_i^* = \Omega_i^{\max}$; $\Delta(\alpha_1,\gamma_1,\alpha_2,\gamma_2,\alpha_3,\gamma_3)$ – зависимость определителя матрицы преобразования от ПСК к измерительным осям (5) от углов установки ОЧ; $\Delta^* > 0$ – заданное предельное значение определителя. Выполнение неравенства (11) гарантирует невырожденность матрицы преобразования и, соответственно, структуры измерительной системы.

III. Обсуждение задачи и ее решения

Сформулированная оптимизационная задача обеспечивает минимизацию размера рабочего диапазона ЧЧЛГ при сохранении их 3D конфигурации, что позволяет использовать ЧЧЛГ высокой чувствительности с небольшим рабочим диапазоном для измерения достаточно больших скоростей вращения.

Ограничение снизу величины определителя матрицы преобразования обеспечивает возможность адекватного восстановления скорости в осях ПСК по измерениям ЧЧЛГ.

Отметим, что возможна также формулировка двойственной задачи к выше изложенной. А именно: необходимо максимизировать определитель матрицы преобразования при ограниченной сверху величине рабочего диапазона ЧЧЛГ Ω^{**}. В этом случае задача (10) и ограничения (11) поменяются местами, т.е.

$$\max_{\alpha_i,\gamma_i} |\,\Delta(\alpha_1,\gamma_1,\alpha_2,\gamma_2,\alpha_3,\gamma_3)\,|, \qquad (12)$$

при ограничениях

$$\max\left\{\Omega_1^*(\alpha_1,\gamma_1);\Omega_2^*(\alpha_2,\gamma_2);\Omega_3^*(\alpha_3,\gamma_3)\right\} \le \Omega^{**}. \qquad (13)$$

Решение двойственной задачи, естественно, будет другим.

В общем случае решение задачи (10), (11) возможно только численно. Учитывая сложность целевой функции и возможное наличие множества экстремумов, в качестве метода отыскания начального приближения целесообразно использовать какую-либо разновидность генетического алгоритма. В частных случаях, допускающих упрощение задачи, возможно и аналитическое решение.

А. Возможности оптимизации

Компоновка из трех ЧЧЛГ со взаимно перпендикулярными ОЧ задается углами $\alpha = 120°,\ 240°,\ 360°,\ \gamma \approx 35{,}3°$, что позволяет тройкой ЧЧЛГ измерить максимальную угловую скорость в 1,73 раза превышающую диапазон измерений одного ЧЧЛГ (Рис. 4, 5). Варьирование углов ориентации ОЧ ЧЧЛГ позволяет измерять в разы большие угловые скорости той же тройкой приборов.

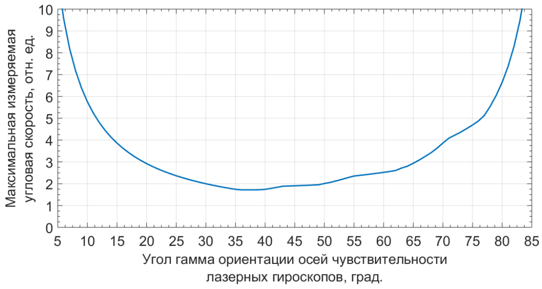


Рис. 4. Зависимость максимальной измеряемой угловой скорости от угла гамма ориентации осей чувствительности

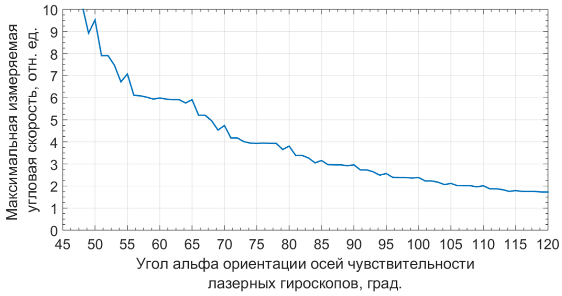


Рис. 5. Зависимость максимальной измеряемой угловой скорости от угла альфа ориентации осей чувствительности

Зависимости получены при $\alpha = 120°,\ 240°,\ 360°$ и при $\gamma \approx 35{,}3°$ соответственно.

Б. Примеры решения

Пусть область допустимого вращения объекта определяется неравенствами $|\,\omega_x\,| \le \sigma$, $|\,\omega_y\,| \le \sigma$, $|\,\omega_z\,| \le k\cdot\sigma$, $k >> 1$. И пусть $\Delta^* = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. В этом случае задача (10), (11) принимает вид:

$$\min_{\alpha_i,\gamma_i,i=\overline{1,3}} \max\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}, \qquad (14)$$

$$A_i = \left(|\cos\alpha_i| + |\sin\alpha_i|\right)\cdot\cos\gamma_i + k\cdot|\sin\gamma_i|, i = 1:3$$

$$\begin{aligned} &|\cos\gamma_1\cdot\cos\gamma_2\cdot\sin\gamma_3\cdot\sin(\alpha_2-\alpha_1) - \\ &-\cos\gamma_1\cdot\cos\gamma_3\cdot\sin\gamma_3\cdot\sin(\alpha_3-\alpha_1) + \\ &+\sin\gamma_1\cdot\cos\gamma_2\cdot\cos\gamma_3\cdot\sin(\alpha_3-\alpha_2)\,| \ge \Delta^* \end{aligned}. \qquad (15)$$

Такая задача все еще слишком сложная для аналитического решения. Упростим ее, введя некоторые связи между переменными. Будем считать, что $\alpha_1 = \alpha \le \frac{2}{3}\pi$, $\alpha_2 = \alpha + \frac{2}{3}\pi$, $\alpha_3 = \alpha + \frac{4}{3}\pi$; а также $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma > 0$. В этом случае (14), (15) принимают вид:

$$\min_{\alpha,\gamma} \max \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \end{Bmatrix}, \; A = (|\cos\alpha| + |\sin\alpha|)\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma$$

$$B = (|\cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi)| + |\sin(\alpha + \frac{2}{3}\pi)|)\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma \;, \tag{16}$$

$$C = (|\cos(\alpha + \frac{4}{3}\pi)| + |\sin(\alpha + \frac{4}{3}\pi)|)\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma$$

$$\cos^2\gamma \cdot \sin\gamma \ge \frac{2}{3\sqrt{3}}\Delta^* = \frac{1}{3}. \tag{17}$$

Из последнего неравенства следует, что $0,4 < \sin\gamma < 0,7$. Поскольку $k >> 1$, слагаемые, содержащие $\cos\gamma$, не оказывают существенного влияния на величину целевой функции. Поэтому в качестве решения можно принять $\gamma^* = \arcsin 0,4 \approx 0,4$ рад., α – произвольный. При этом рабочий диапазон ЧЧЛГ можно уменьшить в 2,5 раза по сравнению со стандартным расположением ОЧ вдоль осей ПСК. Еще более существенного уменьшения диапазона можно добиться, если ослабить требование для определителя, уменьшив параметр Δ^*.

Чтобы завершить пример, рассмотрим задачу для фиксированного значения угла α, скажем, при $\alpha = 0$. Тогда целевая функция принимает вид:

$$\min_{\gamma} \max \begin{Bmatrix} \cos\gamma + k \cdot \sin\gamma; \\ \frac{2+\sqrt{3}}{2}\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma; \\ \frac{2+\sqrt{3}}{2}\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma \end{Bmatrix} = \tag{18}$$

$$= \min_{\substack{\gamma \\ 0,4<\sin\gamma<0,7}} \left\{ \frac{2+\sqrt{3}}{2}\cos\gamma + k \cdot \sin\gamma \right\}.$$

Единственный максимум целевой функции (без учета диапазона) достигается в точке $\gamma^{**} = arctg\frac{k}{1,87}$ и при $k > 1,83$ получаем $\sin\gamma^{**} > 0,7$. Отсюда следует, что при $k > 1,83$ минимум функции в рассматриваемом диапазоне достигается на границе, т.е. $\gamma^* \approx 0,4$, что подтверждает полученное выше решение.

Для системы из трех одинаковых ЧЧЛГ с взаимно перпендикулярными ОЧ $\Delta = 1$ (Рис. 6), максимальная измеряемая угловая скорость $\omega_{max} = 1,731 \cdot \Omega_{max}$ превышает границу рабочего диапазона ЧЧЛГ в 1,731 раза.

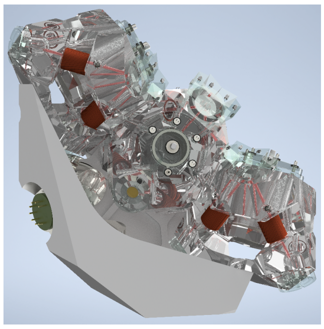


Рис. 6. Пример сконструированной измерительной системы

Для $\Delta^* \ge 0,3$ приведем три варианта оптимизации:

1. $\alpha = 120°, 240°, 360°, \gamma = 69°$. $\Delta = 0,3115$. $\omega_{max} = 3,6268 \cdot \Omega_{max}$, т.е. в $K = 2,095$ раза увеличен максимум измеряемой угловой скорости при неизменных ЧЧЛГ, либо в $K = 2,095$ раза уменьшен рабочий диапазон ЧЧЛГ при сохранении максимальной измеряемой угловой скорости;
2. $\alpha = 58°, 116°, 174°, \gamma \approx 35,3°$. $\Delta = 0,3069$. $\omega_{max} = 6,0261 \cdot \Omega_{max}$, $K = 3,4813$.
3. $\alpha = 7°, 14°, 21°, \gamma \approx 35,3°$. $\Delta = 0,3119$. $\omega_{max} = 8,1985 \cdot \Omega_{max}$, $K = 4,7363$.

IV. Выводы

В работе предложено повышение эксплуатационных характеристик БИНС путем использования нечувствительных к магнитным полям ЧЧЛГ, а также ориентации их ОЧ с использованием оптимизационного метода, позволяющего в 4,7 раза снизить требования на величину рабочего диапазона ЧЧЛГ, либо при заданном диапазоне измерять в 4,7 раза большие угловые скорости вращения вокруг выбранной оси.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-07-01183 А.

Литература

[1] Водичева Л.В., Бельский Л.Н., Парышева Ю.В., Лысцов А.А. Инерциальные измерительные блоки перспективных изделий ракетно-космической техники: обеспечение отказоустойчивости // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. 17. № 1. С. 28–41.

[2] Кобылкин Ю.И., Сосновский М.Ю. Об ориентации осей чувствительности датчиков избыточных бесплатформенных инерциальных систем // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2013. № 198. С. 97–102.

[3] Ароновиц Ф. Лазерные гироскопы. Применения лазеров. М.: «Мир», 1974. С. 211–221.

[4] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. Кольцевые газовыелазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии // Квантовая электроника. 2000. 30. №2. С. 96–104.

[5] Колбас Ю.Ю., Савельев И.И., Хохлов Н.И. Влияние внешних и внутренних магнитных полейна стабильность смещения нуля зеемановского лазерногогироскопа // Квантовая электроника. 2015. 45. №6. С. 573–581.

[6] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. Зеемановские лазерные гироскопы // Квантовая электроника. 2015. 45. №2. С. 171–179.

Математическая модель полуаналитического гирокомпасирования*

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
ProxAV@ rambler.ru

А.Э. Соловьев
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
ProxAV@ rambler.ru

В.А. Смирнов
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

***Аннотация*—Рассмотрена математическая модель полуаналитического гирокомпасирования. Определены требования к погрешности задания угла поворота гироскопического датчика в зависимости от его точности и требуемой точности гирокомпасирования.**

Ключевые слова—гирокомпас, погрешность, вращение

I. Введение

При решении задач геодезии и навигации необходимо определять угол курса неподвижного объекта. Несмотря на то, что в настоящее время определение угла курса может быть выполнено при помощи спутниковых навигационных систем, в ряде случаев гироскопические методы оказываются более предпочтительными. В настоящее время для гирокомпасирования используются маятниковые гирокомпасы, гирокомпасы с косвенным управлением, аналитические и полуаналитические гирокомпасы [1–4]. Для исключения моментов трения в высокоточных маятниковых гирокомпасах и гирокомпасах с косвенным управлением используют жидкостный и торсионный подвесы чувствительного элемента, однако конструкции таких гирокомпасов имеют высокую сложность и стоимость. Современные гирокомпасы используют в качестве чувствительных элементов высокоточные датчики угловой скорости, устанавливаемые в обычном кардановом подвесе. Дальнейшее уменьшение сложности и стоимости гирокомпасов обеспечивает аналитическое гирокомпасирование [5, 6], используемое при начальной выставке современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем, когда по акселерометрам определяются углы крена и тангажа, а посредством датчиков угловой скорости измеряется вектор угловой скорости вращения Земли. К недостаткам таких систем можно отнести высокие требования к точности датчиков угловой скорости и акселерометров, меньшую точность. В системах полуаналитического гирокомпасирования (двойного гирокомпасирования) для повышения точности системы при снижении требований к характеристикам чувствительных элементов используется вращение блока гироскопических чувствительных элементов вокруг вертикальной оси [7, 8]. Такое вращение позволяет калибровать чувствительные элементы в процессе работы и повышает точность измерения угла азимута при незначительном усложнении системы. В качестве примера можно привести систему «Бекар-Э» разработки ЦНИИ «Электроприбор» [9].

Учитывая преимущества систем полуаналитического гирокомпасирования, в работе получена математическая модель такой системы, определены требования к характеристикам чувствительных элементов и выбран способ обработки их сигналов. Полученные результаты дополняют исследование [10].

II. Математическая модель

При достаточно точной выставке измерительной системы в плоскости горизонта (единицы угловых минут) и отсутствии вращения блока вокруг вертикальной оси погрешность широты связана с погрешностями системы следующим образом:

$$\sin\delta\psi \approx \frac{\operatorname{tg}\vartheta}{\sin\psi}\sin\delta\varphi + \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin\psi}\sin\delta\vartheta + \frac{\sin\delta\varphi\sin\delta\vartheta}{\sin\psi} - \frac{\delta K_{\omega x}\omega_x + \omega_{x0}}{\Omega_з\cos\varphi\cos\vartheta\sin\psi}, \tag{1}$$

где – угол тангажа; ω – угол курса; φ – широта; ω_{x0} – погрешность смещения нуля датчика угловой скорости; $\delta K_{\omega x}$ – погрешность коэффициента передачи датчика угловой скорости; $\delta\varphi$ – погрешность определения широты; $\delta\vartheta$ – погрешность определения угла тангажа; $\delta\psi$ – погрешность угла курса; $\Omega_з$ – угловая скорость вращения Земли.

Из формулы (1) следует, что при достаточно точной выставке измерительной системы в плоскости горизонта погрешности углов крена и тангажа слабо влияют на погрешность определения курса. Кроме того, уменьшение угла тангажа и погрешностей его измерения снижает влияние погрешности определения широты. Существенное влияние на погрешность определения курса оказывает исходная ориентация измерительной системы по углу курса ψ – для минимизации погрешности ее следует брать близкой к 90° или к -90°. Учитывая малость угловой скорости вращения Земли, погрешности коэффициента передачи и смещения нуля датчика угловой скорости не позволяют получить высокую точность при отсутствии вращения.

При вращении измерительного блока и измерении угловой скорости вращения Земли в двух положениях, отличающихся на 180°, формула (1) примет вид:

$$\sin\delta\psi \approx \frac{\mathrm{tg}\vartheta}{\sin\psi}\sin\delta\varphi + \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\sin\psi}\sin\delta\vartheta +$$
$$+\frac{\sin\delta\varphi\sin\delta\vartheta}{\sin\psi} - \frac{\omega_{x\_изм180} - \omega_{x\_изм0}}{2\Omega_з\cos\varphi\cos\vartheta\sin\psi}\delta K_{\omega x} +$$
$$+\left(\frac{\cos\gamma}{\cos\vartheta} + \mathrm{ctg}\psi\,\mathrm{tg}\vartheta\sin\gamma - \frac{\mathrm{tg}\varphi\sin\gamma}{\sin\psi}\right)\times$$
$$\times\frac{\sin\delta\beta_0 + \sin\delta\beta_{180}}{2}. \qquad (2)$$

где $\omega_{x\_изм0}$ и $\omega_{x\_изм180}$ – погрешности смещения нуля в первом и втором положениях, соответственно; $\delta\beta_0$ и $\delta\beta_{180}$ – погрешности задания первого и второго положений измерения, соответственно.

Формула (2) показывает, что вращение позволяет калибровать смещение нуля датчиков угловой скорости, но вносит погрешность от неточного задания угла поворота. Таким образом, в системах полуаналитического гирокомпасирования необходим достаточно точный датчик угла поворота блока чувствительных элементов вокруг вертикальной оси.

Анализ математической модели показал, что калибровка акселерометров путем вращения блока инерциальных чувствительных элементов имеет смысл только при выполнении условия:

$$\frac{\sin\delta\beta_0 + \sin\delta\beta_{180}}{2} << \arcsin\frac{a_{i0}}{g}, \qquad (3)$$

где a_{i0} – погрешность смещения нуля акселерометров; g – ускорение силы тяжести.

Из модели также следует, что вращение блока чувствительных элементов обеспечивает эффективное устранение погрешностей датчиков угловой скорости при выполнении условия

$$(\cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma\cos\varphi +$$
$$\cos\gamma\sin\psi\cos\varphi - \sin\varphi\sin\gamma\cos\vartheta)\times$$
$$\times\frac{\sin\delta\beta_0 + \sin\delta\beta_{180}}{2} << \frac{\omega_{x0}}{\Omega_з}, \qquad (4)$$

где γ – угол крена.

Формула (4) позволяет оценить требования к датчику угла поворота на основе характеристик используемого датчика угловой скорости. Например, погрешность смещения нуля ДУС ВГ035 (0,3°/ч) примерно эквивалентна погрешности задания угла поворота в 1°.

При устранении постоянной составляющей погрешности и погрешности коэффициента передачи датчика угловой скорости путем вращения основное влияние будет оказывать шумовая составляющая его сигнала.

Влияние шумовой погрешности датчика угловой скорости ВГ035 величиной 0,01°/ч при времени осреднения 30 с эквивалентно погрешности задания угла 2 угловых минуты. Таким образом, при использовании датчика типа ВГ035 точность позиционирования $\delta\beta_0$ и $\delta\beta_{180}$ должна быть не хуже 2 угловых минут. При этом возможно обеспечить точность гирокомпасирования порядка 10 угловых минут.

Полученная в работе модель погрешностей позволяет быстро оценить требования к элементам системы полуаналитического гирокомпасирования.

Литература

[1] Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для Морских подвижных объектов / 2-е изд., дополн. С-Пб: ЦНИИ "Электроприбор", 2003. 390 с.

[2] Воронков, Н.Н. Гироскопическое ориентирование / Н.Н. Воронков, В.В. Кутырев, Н.М. Ашимов. М.: «Недра», 1980. 295 с.

[3] Кошляков В.Н. Теория гироскопических компасов. М.: Наука, 1972. 344 с.

[4] Матвеев, С.С. Гирокомпасы и гирогоризонткомпасы. Л.: Судостроение, 1974. 352 с.

[5] Биндер Я.И. Аналитическое компасирование в инклинометрии скважин малого диаметра //Гироскопия и навигация. 2003. № 2. С. 38–46.

[6] Цыбряева И.В., Гуськов А.А., Кривошеев С.В., Стрелков А.Ю. Методы повышения точности инклинометрии скважин гироскопическим инклинометром ИГН73-100/80 // Научно-технический вестник «Каротажник». 2013. № 4. С. 81–89.

[7] Белянин Л.Н., Дмитриев В.В., Ву Д.К. алгоритмы вычислений в системе аналитического гирокомпасирования с вращающимся датчиком угловой скорости // Современные наукоемкие технологии.2018. № 6. С. 25–33.

[8] Голяев Ю.Д., Дронов И.В., Колбас Ю.Ю., Прядеин В.А., Шпикалов Б.Н. Малогабаритный гирокомпас на квазичетырехчастотном лазерном гироскопе // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. "Приборостроение". 2012. № 3. С. 112–125.

[9] http://www.elektropribor.spb.ru/katalog/besplatformennye-inertsialnye-navigatsionnye-sistemy/bekar-e/

[10] Бельский Л.Н., Водичева Л.В. Повышение точности измерений за счет выбора ориентации осей чувствительности // Гироскопия и навигация. 2000. №3. С. 21–33.

Новые кватернионные и бикватернионные модели и алгоритмы инерциальной навигации*

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
Pers2030@yandex.ru

***Аннотация*—Представлены обзор и развитие результатов, полученных докладчиками в области кватернионных и бикватернионных моделей и алгоритмов функционирования бесплатформенных и платформенных инерциальных навигационных систем и доложенных на XX-XXIII и XXV, XXVI Санкт-Петербургских Международных конференциях по интегрированным навигационным системам. Эти модели и алгоритмы повышают эффективность аналитического исследования свойств инерциальной навигации и точность автономного определения параметров ориентации и навигации движущихся объектов.**

Ключевые слова—бесплатформенные и платформенные инерциальные навигационные системы; кватернионные и бикватернионные модели и алгоритмы инерциальной навигации

I. Кватернионные и бикватернионные модели и алгоритмы БИНС для определения параметров ориентации и навигации

Разработаны новые модели и алгоритмы функционирования бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), предназначенные для высокоточного определения кажущейся, гравитационной и относительной скоростей движущегося объекта, параметров ориентации объекта в инерциальной и географической сопровождающей системах координат, а также географических координат местоположения объекта [1, 2]. Для нахождения кажущейся скорости и параметров инерциальной ориентации объекта (параметров Родрига–Гамильтона (Эйлера)) использовано дифференциальное бикватернионное кинематическое уравнение в дуальных параметрах Эйлера, предложенное Ю.Н. Челноковым (1980) [3, 4], и принцип перенесения Котельникова–Штуди [5], позволяющий переносить результаты, полученные в задаче определения инерциальной ориентации объекта в вещественных параметрах Эйлера на более общую указанную задачу в дуальных параметрах Эйлера. В основе определения гравитационной скорости лежит интегрирование новых, предложенных Ю.Н. Челноковым, дифференциальных уравнений для проекций гравитационной скорости на оси географической системы координат с использованием проекций кажущейся скорости объекта на оси инерциальной системы координат. Для нахождения относительной скорости объекта использованы алгебраические соотношения, связывающие относительную, кажущуюся и гравитационную скорости и вытекающие из принципа суперпозиции. Входная информация алгоритмов – приращения интегралов от проекций векторов абсолютной угловой скорости и кажущегося ускорения объекта на связанные с ним координатные оси. Выходная информация – параметры Эйлера и углы самолетного типа, характеризующие ориентацию объекта в инерциальной и географической сопровождающей системах координат; проекции векторов кажущейся, гравитационной и относительной скоростей движущегося объекта на географические и связанные координатные оси; географические координаты местоположения объекта.

Для вычисления инерциальной ориентации и кажущейся скорости объекта разработаны новые кватернионные и бикватернионные (в кватернионных и бикватернионных ортогональных операторах) одношаговые алгоритмы 3-го порядка точности и двухшаговые алгоритмы 3-го и 4-го порядков точности [5-8]. Интегрирование дифференциальных уравнений для гравитационной скорости и географических координат местоположения объекта проводится методом Рунге–Кутты 4-го порядка точности. Результаты математического моделирования показали высокие точностные характеристики разработанных алгоритмов. Так, методические погрешности вычисления инерциальной ориентации объекта для алгоритма 3-го порядка точности находятся в диапазоне $10^{-5}\div10^{-7}$ град/час, а вычисления кажущейся скорости – в диапазоне $10^{-6}\div10^{-8}$ м/с через час движения объекта в зависимости от условий его движения и шага интегрирования.

Дано сравнение предлагаемых моделей и алгоритмов БИНС для вычисления кажущейся, гравитационной и относительной скоростей движущегося объекта с уравнениями и алгоритмами, предложенными в известных работах Бара–Ицхака (I.Y. Bar–Itzhack, 1977), Н.Т. Кузовкова и О.С. Салычева (1982), Д.В. Лебедева (1984), Д.В. Лебедева и А.П. Панова (1989), В.Н. Бранца и И.П. Шмыглевского (1992), Поля Саважа (Сэвиджа) (P.G. Savage, 1998), В.Н. Бранца (2009) [9-15]. Показано, что предлагаемые модели и алгоритмы значительно проще и эффективнее моделей и алгоритмов, предложенных в этих работах.

II. Исследование алгоритмов определения инерциальной ориентации

Исследованы [6, 7] новые одношаговые алгоритмы третьего порядка точности и двухшаговый алгоритм четвертого порядка точности, предложенные докладчиками, и известные алгоритмы БИНС (метод средней скорости, имеющий второй порядок точности; одношаговый алгоритм третьего порядка точности (структурой этого алгоритма охватываются алгоритмы А. Эдвардса, П.Н. Бесараба, P.G. Savage, А.П. Панова); двухшаговый алгоритм третьего порядка точности; четырехшаговый алгоритм четвертого порядка точности А.П. Панова), предназначенные для определения параметров ориентации движущегося объекта (параметров Эйлера) в инерциальной системе координат. В основе построения новых алгоритмов лежит использование классического кватерниона поворота Гамильтона, кватерниона с нулевой скалярной частью, который ставится в соответствие классическому кватерниону поворота с помощью кватернионного аналога формулы Кэли, а также новое кватернионное кинематическое уравнение типа Риккати [5] (см. также [6, 7]), полученное Ю.Н. Челноковым (2008) с использованием этого аналога формулы Кэли. Отметим, что матричная форма этого уравнения, полученная с использованием стереографического проектирования четырехмерного пространства на ориентированное трехмерное пространство, была ранее предложена С.Е. Переляевым. Также отметим, что использованные нами в этих уравнениях четырехмерные (кватернионные или матричные) кососимметрические операторы имеют качественные преимущества перед трехмерными операторами, которые обуславливают собой существенные преимущества предложенных нами кинематических уравнений ориентации в четырехмерных операторах перед известными кинематическими уравнениями в трехмерных кососимметрических операторах.

Новые алгоритмы построены с помощью метода последовательного приближения Пикара. В этих алгоритмах в качестве входной информации используется интегральная первичная информация об абсолютном угловом движении объекта. Одной из отличительных черт проведенного исследования заключается в изучении точности (вычислительного дрейфа) алгоритмов ориентации при наличии высокочастотных (порядка 100 или 400 гц.) колебаний основания с учетом частоты съема первичной интегральной информации 1000 или 2000 гц. При моделировании движения объекта предполагается, что он совершает по каждой из угловых переменных ψ, ϑ, γ (типа самолетных углов) отдельные гармонические колебания или совершает по каждой из угловых переменных композицию нескольких низкочастотных и высокочастотных гармонических колебаний с разными амплитудами и частотами. Моделирование проводилось как для отдельных низкочастотных угловых гармонических колебаний объекта (частоты колебаний $f_\psi = f_\vartheta = 1$ гц, $f_\gamma = 0.5$ гц) с малыми ($\psi^+ = 1$ град, $\vartheta^+ = 2$ град, $\gamma^+ = 3$ град) и большими ($\psi^+ = 15$ град, $\vartheta^+ = 5$ град, $\gamma^+ = 15$ град) амплитудами (а также для других вариантов с большими амплитудами и частотами), так и для композиций высокочастотных и низкочастотных гармонических колебаний объекта, в частности, для следующих параметров гармоник: первая высокочастотная гармоника: частоты – $f_\psi = 380$ гц, $f_\vartheta = 400$ гц, $f_\gamma = 420$ гц; амплитуды (одинаковые) – $\psi^+ = \vartheta^+ = \gamma^+ = 2.5$ угл. с или $\psi^+ = \vartheta^+ = \gamma^+ = 25$ угл. с; вторая высокочастотная гармоника: частоты – $f_\psi = 60$ гц, $f_\vartheta = 80$ гц, $f_\gamma = 100$ гц; амплитуды – $\psi^+ = 1$ угл. мин, $\vartheta^+ = 1.5$ угл. мин, $\gamma^+ = 2$ угл. мин или $\psi^+ = 10$ угл. мин, $\vartheta^+ = 15$ угл. мин, $\gamma^+ = 20.$ угл. мин; третья низкочастотная гармоника: частоты – $f_\psi = f_\vartheta = f_\gamma = 1$ гц (одинаковые) или $f_\psi = 1$ гц, $f_\vartheta = 2$ гц, $f_\gamma = 3$ гц; амплитуды – $\psi^+ = 6$ град, $\vartheta^+ = 8$ град, $\gamma^+ = 10$ град. Задание таких законов движения объекта позволило наиболее полно выявить точностные возможности исследуемых алгоритмов (традиционно при исследовании алгоритмов ориентации движение объекта задается в виде конического движения, т.е. моделируется колебательное движение объекта по двум, а не трем угловым переменным). Вычисления проводились с 32- или 64-разрядной сеткой (последняя использовалась при моделировании алгоритмов четвертого порядка точности). Шаг интегрирования h выбирался из интервала [0.0005с ÷ 0.1с]. Время движения объекта (интегрирования) – 600 с (10 мин). Программы для задания движения объекта и для моделирования алгоритмов разработаны Л.А. Челноковой, ею проведено и моделирование алгоритмов. По результатам проведенного объемного математического моделирования сделаны следующие основные выводы:

1. Из всех рассмотренных алгоритмов наименьшие методические погрешности имеет новый двухшаговый алгоритм четвертого порядка точности, построенный на основе кватернионного кинематического уравнения типа Риккати. Этот алгоритм обладает лучшей вычислительной устойчивостью и имеет простую структуру. При шаге интегрирования $h = 0.01$ с его погрешности для моделируемых низкочастотных угловых движений объекта с большими амплитудами составляют $1.29 \cdot 10^{-5}$ град, $3.93 \cdot 10^{-6}$ град и $1.45 \cdot 10^{-5}$ град по переменным ψ, ϑ и γ соответственно, что на 1 ÷ 2 порядков меньше (для этого же шага интегрирования), чем погрешности всех других рассмотренных одно- и двухшаговых алгоритмов. При шаге интегрирования $h = 0.001$ с погрешности этого алгоритма для этих угловых движений объекта составляют величины $4.13 \cdot 10^{-7}$ град, $1.47 \cdot 10^{-7}$ град и $5.40 \cdot 10^{-7}$ град по переменным ψ, ϑ и γ соответственно.

2. Из всех рассмотренных одношаговых алгоритмов ориентации наименьшую методическую погрешность имеет наш новый одношаговый алгоритм третьего порядка точности, построенный на основе кватернионного кинематического уравнения типа Риккати.

3. Хорошо известный четырехшаговый алгоритм четвертого порядка точности А.П. Панова имеет для большинства вариантов моделирования точность, сопоставимую с точностью нашего нового двухшагового алгоритма четвертого порядка точности, если выполнены определенные алгоритмические особенности реализации этого четырехшагового алгоритма. Однако наш двухшаговый алгоритм четвертого порядка точности имеет преимущество в смысле объема необходимых вычислений в 1.5 ÷ 2 раза в силу его большей простоты. Кроме того, новый двухшаговый алгоритм позволяет выполнять определение ориентации с большей частотой (по сравнению с четырехшаговым алгоритмом) и, следовательно, с большей точностью. Отметим, что алгоритм А.П. Панова показал по углу курса для отдельных вариантов моделирования (при наличии высокочастотных колебаний объекта) на порядок худшую точность (в сравнении с нашим алгоритмом).

4. Вычислительные дрейфы всех алгоритмов для высокочастотных колебаний объекта с малыми амплитудами (наиболее интересный для практики случай) имеют порядок 10^{-6} град.

5. Наличие высокочастотных составляющих в угловых колебаниях объекта может приводить к потере вычислительной устойчивости алгоритмов ориентации при неверном выборе шага интегрирования. Так, для одной из рассмотренных композиций высокочастотных и низкочастотных угловых гармонических колебаний объекта поте-

ря вычислительной устойчивости алгоритмов ориентации наблюдалась уже при шаге интегрирования, равном 0.002с.

Детальный анализ точности различных алгоритмов ориентации содержится в наших работах [6, 7].

III. Бикватернионные модели и алгоритмы БИНС в кососимметрических операторах

Разработаны [5-7, 16-18] новые дуальные модели и алгоритмы БИНС в бикватернионных кососимметрических операторах, предназначенные для высокоточного определения параметров инерциальной ориентации объекта (параметров Эйлера) и проекций кажущейся скорости движущегося объекта на инерциальные и связанные координатные оси. В основе построения моделей и алгоритмов лежит использование дуальных формул Кэли, бикватернионов с нулевыми дуальными скалярными частями и принципа перенесения Котельникова–Штуди. Предложенные нами бикватернионные модели имеют вид дуальных кинематических уравнений типа Риккати. Построенные дуальные алгоритмы используют интегральную первичную информацию об абсолютной угловой скорости и кажущемся ускорении движущегося объекта и имеют третий или четвертый порядок точности. Дано сравнение предлагаемых бикватернионных моделей и алгоритмов БИНС для вычисления инерциальной ориентации и кажущейся скорости движущегося объекта с другими бикватернионными моделями и алгоритмами, предложенными ранее в известных работах Д.В. Лебедева (1984) [12], Д.В. Лебедева и А.П. Панова (1989) [13]. Показано, что предложенные нами бикватернионные модели и алгоритмы проще и эффективнее моделей и алгоритмов, предложенных в этих работах.

IV. Сверхбыстрый, быстрый и медленный циклы алгоритмов ориентации БИНС

Рассмотрены [19, 20] сверхбыстрый, быстрый и медленный циклы алгоритмов ориентации БИНС, предназначенных для определения ориентации движущегося объекта в инерциальной и нормальной географической системах координат по приращениям интегралов от проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на связанные с ним координатные оси (квазикоординатам). Алгоритмы сверхбыстрого цикла построены с использованием кватернионного кинематического уравнения типа Риккати и метода последовательного приближения Пикара. Алгоритм быстрого цикла реализует вычисление кватерниона поворота объекта на шаге быстрого цикла в инерциальной системе координат. Алгоритм медленного цикла используется для вычисления кватерниона ориентации объекта в нормальной географической системе координат. Моделирование различных версий алгоритмов быстрого и сверхбыстрого циклов для вычисления параметров инерциальной ориентации объекта показало, что упрощенный одношаговый алгоритм сверхбыстрого цикла 3-го порядка точности дает точность определения инерциальной ориентации объекта, превосходящую точность известного алгоритма П. Саважа, реализующего интегрирование кинематического уравнения Борца, более чем на 1.5÷2 порядка, а неупрощенный одношаговый алгоритм быстрого цикла 3-го порядка точности – более чем на 2÷4 порядка (по углам самолетного типа) в зависимости от параметров углового движения объекта.

V. Кватернионные регулярные модели и алгоритмы ИНС

Предложены [21-25] качественно новые кватернионные модели идеальной работы БИНС, а также систем пространственной инерциальной навигации [26, 27] со стабилизированной в азимуте платформой и с гиростабилизированной платформой, сохраняющей свою ориентацию в инерциальном пространстве неизменной, в регулярных четырехмерных переменных Кустаанхеймо–Штифеля и в новых их модификациях. Эти модели являются линейными и регулярными (в новом времени) в случае кеплеровских движений объекта (эллиптического, гиперболического, параболического) в отличие от нелинейных моделей ИНС в декартовых и криволинейных координатах. Они имеют динамическую аналогию с кватернионными регулярными моделями возмущенной пространственной задачи двух тел в переменных Кустаанхеймо–Штифеля [22, 28-32], что позволяет использовать в космической инерциальной навигации результаты, установленные в теории регулярной небесной механики и астродинамики (в частности, результаты, касающиеся повышения точности численного интегрирования регулярных моделей астродинамики на несколько порядков по сравнению с точностью численного интегрирования моделей орбитального движения в декартовых координатах (E. Stiefel, G. Scheifele, Т.В. Бордовицына, Н.А. Шарковский [33–35])).

В предложенных нами кватернионных моделях идеальной работы ИНС, помимо ньютоновской составляющей гравитационного поля Земли, учитываются его зональные, тессеральные и секториальные гармоники. В качестве переменных в этих моделях используются регулярные четырехмерные переменные и полная энергия единицы массы КА, что улучшает численную устойчивость решений уравнений идеальной работы ИНС.

Предложены новые алгоритмы функционирования ИНС космического назначения, построенные с использованием кватернионных регулярных моделей идеальной работы ИНС, в том числе алгоритмы для решения важного класса навигационных задач, в которых расстояние от объекта до центра Земли известно как функция времени или формируется из внешних (по отношению к ИНС) источников.

Литература

[1] Chelnokov, Yu.N., Perelyaev, S.E., New equations and algorithms for operation of strapdown inertial navigation systems based on the principles of superposition and Kotelnikov-Study transference, *20th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, ICINS 2013 – Proceedings, pp. 75–79, 2013.

[2] Chelnokov, Yu.N., Inertial navigation equations for the apparent and gravitational velocities and their analytic solutions for an immovable object, *Mech. Solids*, vol. 51, no. 1, pp. 1–11, 2016.

[3] Chelnokov, Yu.N., On Integrating the Kinematic Equations for Screw Motion of Solid Bodies, *Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 44, issue 1, pp. 32–39, 1980.

[4] Chelnokov, Yu.N., On one Form of Equations for Inertial Navigation, *Mech. Solids*, no. 5, pp. 20–28, 1981.

[5] Chelnokov, Yu.N., Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozhenii. Geometriia i kinematika dvizheniia (Quaternion and Biquaternion Models and Methods of Mechanics of Solid Bodies and its Applications. Geometry and Kinematics of Motion). M.: Fizmatlit, 2006.

[6] Perelyaev, S.E., Chelnokov, Yu.N., New algorithms for determining the inertial orientation of an objekt, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 78, issue 6, pp. 560–567, 2014.

[7] Chelnokov, Yu.N., Perelyaev, S.E., Chelnokova, L.A., An Investigation of Algorithms for Estimating the Inertial Orientation of a Moving Object, *Izv. Sarat. Un-ta. New Ser. Ser.: Mathematics. Mechanics. Informatics*, vol. 16, issue 1, pp. 80–95, 2016.

[8] Chelnokov, Yu.N., Equations and Algorithms for Determining the Inertial Attitude and Apparent Velocity of a Moving Object in Quaternion and Biquaternion 4D Orthogonal Operators, *Mech. Solids*, vol. 51, no. 2, pp. 148–155, 2016.

[9] Branetz, V.N., Shmyglevskiy, I.P., Introduction to the Theory of Strapdown Inertial Navigation Systems. M.: Nauka, 1992. 280 p.

[10] Bar-Itzhack, I.Y., Navigation Computation in Terrestrial Strapdown Inertial Navigation Systems, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-13, no. 6, pp. 679–689, November 1977.

[11] Kuzovkov, N.T., Salychev, O.S., Inertial Navigation and Optimal Filtering. M: Mashinostroenie, 1982. 216 p.

[12] Lebedev, D.V., On the Problem of Estimating Motion Parameters of Solid Bodies, Mech. Solids, no. 1, pp. 170–172, 1984.

[13] Lebedev, D.V., Panov, A.P., Design of Precision Algorithms for Estimating Apparent Velocity of Solid Bodies, *Mech. Solids*, no. 6, 1989, pp. 82–89, 1989.

[14] Savage, P.G., Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Part 1: Attitude algorithms, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 21, no. 1, pp. 19–28, 1998.

[15] Branetz, V.N., Lectures on the Theory of Inertial Navigation Control Systems. M.: MFTI, 2009. 304 p.

[16] Chelnokov, Y.N., Perelyaev, S.E., New Equations and Algorithms for Orientation and Navigations of SDINS with Four-Dimensional Skew-Symmetric Operators, *21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, ICINS 2014 – Proceedings 21, pp. 365–369, 2014.

[17] Chelnokov, Y.N., Perelyaev, S.E., Chelnokova, L.A., Dual Strapdown Attitude and Navigation Eguations and Algorithms with Biquaternion Skew–Symmetric Operators, *23th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, ICINS 2016 – Proceedings, pp. 139–143, 2016.

[18] Chelnokov, Yu.N., Kinematic equations of a rigid body in four-dimensional skew-symmetric operators and their application in inertial navigation, *J. Appl. Math. Mech.*, vol. 80, no. 6, pp. 449–458, 2016.

[19] Chelnokov, Y.N., Perelyaev, S.E., Chelnokova, L.A., Ultrafast, fast and slou loops in orientation algorithms for strapdown INS, *22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, ICINS 2015 – Proceedings 22, pp. 240–244, 2015.

[20] Perelyaev, S.E. and Chelnokov, Yu.N., Algorithms for the orientation of a moving object with separation of the integration of fast and slow motions, *J. Appl. Math. Mech.*, vol. 81, no.1, pp. 11–20, 2017.

[21] Chelnokov, Yu.N., Quaternion algorithms for three-dimensional inertial navigation systems, *Mech. Solids*, vol. 18, no. 6, pp. 1–8, 1983.

[22] Chelnokov, Yu.N., Kvaternionnye modeli i metody dinamiki, navigatsii i upravleniia dvizheniem (Quaternion Models and Methods of Dynamics, Navigation and Motion Control), Moscow: Fizmatlit, 2011.

[23] Chelnokov, Yu.N., Inertial Navigation in Space Using Quaternion Regular Equations of Astrodynamics, *25th Anniversary St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, pp. 209–212, 2018.

[24] Chelnokov, Yu.N., Quaternion Regular Equations and Algorithms of Space Inertial Navigation, *26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2019 – Proceedings, pp. 303–306, 2019.

[25] Chelnokov, Yu.N., Inertial Navigation in Space Using the Regular Quaternion Equations of Astrodynamics, *Mech. Solids*, vol. 54, issue. 2, pp. 157–168, 2019.

[26] Andreev, V.D., Teoriya inertsial'noi navigatsii. Avtonomnye sistemy (Theory of Inertial Navigation. Autonomous Systems), Moscow: Nauka, 1966.

[27] Ishlinskii, A.Yu., About the equations of a problem of definition of a site of moving object by means of gyroscopes and measuring instruments of accelerations, *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 21, no. 6, pp. 725–739, 1957.

[28] Chelnokov, Yu.N., On regularization of the equations of the three-dimensional two body problem, *Mech. Solids*, vol. 16, no. 6, pp. 1–10, 1981.

[29] Chelnokov, Yu.N., Regular equations of the three-dimensional two body problem, *Mech. Solids*, 1984, vol. 19, no. 1, pp. 1–7.

[30] Chelnokov, Yu.N., Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. I, *Cosmic Research*, vol. 30, no. 6, pp. 612–621, 1992.

[31] Chelnokov, Yu.N., Application of quaternions in the theory of orbital motion of an artificial satellite. II, *Cosmic Research*, vol. 31, no. 3, pp. 409–418, 1993.

[32] Chelnokov, Yu.N., Quaternion regularization in celestial mechanics and astrodynamics and trajectory motion control. I, *Cosmic Research*, vol. 51, no. 5, pp. 353–364, 2013.

[33] Stiefel, E.L., Scheifele, G., Linear and regular celestial mechanics, Berlin: Springer, 1971.

[34] Bordovitsyna, T.V., Sovremennye chislennye metody v zadachakh nebesnoi mekhaniki (Modern Numerical Methods in the Problems of Celestial Mechanics), Moscow: Nauka, 1984.

[35] Bordovitsyna, T.V., Avdyushev, V.A., Teoriya dvizheniya iskusstvennykh sputnikov Zemli. Analiticheskie i chislennye metody (Theory of Motion of Artificial Earth Satellites. Analytical and Numerical Methods), Tomsk: Tomsk Univ., 2007.

Точное решение приближенного кинематического уравнения типа Риккати и построение на его основе кватернионного алгоритма определения ориентации БИНС*

А.В. Молоденков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
molalexei@yandex.ru

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
Москва, Россия
sergey-perelyaev@mail.ru

Я.Г. Сапунков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
iptmuran@san.ru

Т.В. Молоденкова
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина
Саратов, Россия
moltw@yandex.ru

***Аннотация*—На основе полученного точного решения приближенного кватернионного уравнения типа Риккати с помощью квадратур решена задача определения кватерниона ориентации твердого тела при произвольном векторе угловой скорости и малом угле поворота твердого тела (фактически решена усеченная задача Дарбу). Исходя из этого решения, предложен подход к построению нового алгоритма для вычисления ориентации БИНС.**

Ключевые слова—аналитическое решение, алгоритм, ориентация, произвольная угловая скорость, твердое тело, БИНС, кватернион

I. Введение

При функционировании высокоточных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) может периодически вычисляться кватернион с нулевой скалярной частью, отвечающий за ориентацию в пространстве твердого тела (объекта) путем приближенного решения кватернионного кинематического уравнения типа Риккати или, иначе, кинематического уравнения, записанного в кососимметрических операторах [1–3] (в практике построения БИНС в сверхбыстрых циклах алгоритмов нелинейными членами в подобных уравнениях при малых углах поворота твердого тела пренебрегают). В уравнении входной величиной является вектор угловой скорости твердого тела. Отметим, что полное нелинейное уравнение типа Риккати для кватерниона с нулевой скалярной частью является аналогом кватернионного линейного уравнения относительно кватерниона ориентации твердого тела; кватернион с нулевой скалярной частью и кватернион ориентации связаны между собой известными соотношениями. Приближенное линейное дифференциальное уравнение в кососимметрических операторах решают различными численными методами, например, методом Пикара, тогда вторая итерация этого метода в практике БИНС может быть принята за окончательную. Данное слагаемое в итерационной формуле метода Пикара называют вектором некоммутативного поворота, или «конингом». При определенных движениях твердого тела это слагаемое вносит существенный вклад в погрешность метода. Исследование некоммутативных поворотов (или «конинга») как вида механического движения тел, разделение численных алгоритмов определения ориентации твердого тела (БИНС) на быстрый и медленный циклы счета направлены на компенсацию влияния этого явления. Между тем, для некоторого нового вектора угловой скорости, который получается в задаче определения ориентации твердого тела (БИНС) на основе исходного произвольного вектора угловой скорости при осуществлении взаимно - однозначных замен переменных в уравнениях движения твердого тела, приближенное дифференциальное уравнение в кососимметрических операторах допускает точное аналитическое решение. Покажем это.

Ставится задача определения кватерниона ориентации $\mathbf{\Lambda}$ твердого тела по произвольному заданному вектору угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ и начальному угловому положению твердого тела в пространстве на основе кватернионного кинематического уравнения, известная как задача Дарбу. Далее производятся замены переменных по схеме $\mathbf{\Lambda}\rightarrow\mathbf{U}$, где $\mathbf{U}$-кватернион ориентации некоторой введенной системы координат, при этом всегда возможен обратный переход $\mathbf{U}\rightarrow\mathbf{\Lambda}$. Эти замены носят характер преобразований вращения и сводят исходную задачу определения ориентации твердого тела (кватерниона $\mathbf{\Lambda}$) с произвольным переменным вектором угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ к задаче, где вектор угловой скорости введенной системы координат $\mathbf{w}(t)$, оставаясь в общем случае переменным по модулю, совершает вполне определенное движение – вращается вокруг одной из осей системы координат. Данное движение является обобщенной конической прецессией и хорошо согласуется с известной концепцией Пуансо, что всякое вращение твердого тела вокруг неподвижной точки можно представить как некоторое коническое движение. Нахождение аналитического решения полученного кватернионного дифференци-

Работа поддержана РФФИ, грант 19-01-00205

ального уравнения относительно нового неизвестного кватерниона **U** по-прежнему остается трудной задачей. Однако уравнение, отличающееся от этого только коэффициентом «1/2» в правой части (т.е. с вектором угловой скорости **w**(t)/2) решается в замкнутой форме. При этом отметим, что кватернионному дифференциальному уравнению изоморфно однородное векторное дифференциальное уравнение Пуассона.

Полученной задаче с вектором угловой скорости **Ω**(t) и неизвестным кватернионом ориентации **U** ставится в соответствие полное нелинейное дифференциальное уравнение типа Риккати (уравнение в кососимметрических операторах) относительно неизвестного кватерниона с нулевой скалярной частью **y**. Приближенное линейное уравнение в кососимметрических операторах, которое математически представляет собой неоднородное векторное дифференциальное уравнение, однородная часть которого эквивалентна уравнению Пуассона с векторным коэффициентом **w**(t)/2, становится аналитически разрешимым и, следуя методу Лагранжа, его решение $\mathbf{y}^*$ находится в квадратурах.

В докладе на основе полученного точного решения приближенного линейного уравнения в кососимметрических операторах с помощью квадратур решена задача определения кватерниона ориентации твердого тела при произвольном векторе угловой скорости и малом угле поворота твердого тела (фактически решена усеченная задача Дарбу). Исходя из этого решения, предложен подход к построению нового алгоритма сверхбыстрого цикла для вычисления инерциальной ориентации БИНС: 1) по заданным компонентам вектора угловой скорости твердого тела **ω**(t) на основе взаимно однозначных замен переменных в каждый момент времени вычисляется новый вектор угловой скорости **w**(t) некоторой новой введенной системы координат; 2) используя новый вектор угловой скорости **w**(t) и начальное положение твердого тела, с помощью квадратур находится точное решение $\mathbf{y}^*$ приближенного линейного уравнения в кососимметрических операторах с нулевым начальным условием; 3) по полученному кватерниону с нулевой скалярной частью определяется значение кватерниона ориентации твердого тела (БИНС) по схеме $\mathbf{y}^* \approx \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{U} \to \mathbf{\Lambda}$.

Отметим, что при построении алгоритма ориентации БИНС на каждом последующем шаге замена переменных учитывает предыдущий шаг алгоритма таким образом, что начальное значение кватерниона с нулевой скалярной частью в уравнении типа Риккати каждый раз будет нулевым.

Поскольку предлагаемый алгоритм аналитического решения приближенного линейного уравнения в кососимметрических операторах является точным, он носит регулярный характер при всех угловых движениях твердого тела.

Ранее авторами были построены аналитические решения приближенного дифференциального уравнения Борца для вектора ориентации твердого тела и уравнения относительно вектора конечного поворота твердого тела, и на их основе кватернионные алгоритмы определения ориентации БИНС [4–9].

II. Постановка задачи определения ориентации твердого тела (БИНС)

Рассмотрим задачу Коши для кватернионного кинематического уравнения [10] с произвольной заданной вектор-функцией угловой скорости **ω**(t), записанную в следующей форме (эта задача известна как проблема Дарбу):

$$2\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}(t), \tag{2.1}$$

$$\mathbf{\Lambda}(t_0) = \mathbf{\Lambda}_0. \tag{2.2}$$

Здесь $\mathbf{\Lambda}(t) = \lambda_0(t) + \lambda_1(t)i_1 + \lambda_2(t)i_2 + \lambda_3(t)i_3$ – кватернион, описывающий положение твердого тела в инерциальном пространстве; $\boldsymbol{\omega}(t) = \omega_1(t)\mathbf{i}_1 + \omega_2(t)\mathbf{i}_2 + \omega_3(t)\mathbf{i}_3$ – вектор угловой скорости твердого тела, заданный своими проекциями на оси системы координат, связанной с твердым телом; i_1, i_2, i_3 – орты гиперкомплексного пространства (мнимые единицы Гамильтона), которые можно идентифицировать с ортами трехмерного векторного пространства $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$; символ «$\circ$» означает кватернионное произведение; $\mathbf{\Lambda}_0$ – начальное значение кватерниона $\mathbf{\Lambda}(t)$ при $t = t_0$, $t \in [t_0, \infty)$ (t_0 положим равным 0). Требуется определить кватернион $\mathbf{\Lambda}(t)$.

Также может ставиться задача определения кватерниона с нулевой скалярной частью, отвечающего за ориентацию в пространстве твердого тела (объекта) путем приближенного решения кватернионного кинематического уравнения типа Риккати [1]

$$\dot{\mathbf{y}} = -\boldsymbol{\omega}/4 + \mathbf{y} \times \boldsymbol{\omega}/2 + \mathbf{y} \circ \boldsymbol{\omega} \circ \mathbf{y}/4, \tag{2.3}$$

где «$\times$» означает векторное произведение. В уравнении (2.3) входной величиной является вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$. Отметим, что нелинейное уравнение (2.3) относительно кватерниона с нулевой скалярной частью **y** является аналогом кватернионного линейного уравнения (2.1); кватернионы **y** и $\mathbf{\Lambda}$ связаны соотношениями:

$$\begin{aligned} &\mathbf{y} = -\mathbf{e}\, tg(\varphi/4), \quad \mathbf{e} = e_1\mathbf{i}_1 + e_2\mathbf{i}_2 + e_3\mathbf{i}_3, \\ &|\mathbf{e}| = \left(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2\right)^{1/2} = 1, \\ &\lambda_0 = \cos(\varphi/2), \quad \lambda_j = \sin(\varphi/2)e_j, \quad j = 1, 2, 3, \end{aligned} \tag{2.4}$$

где φ является эйлеровым углом поворота твердого тела, а $\mathbf{e}$ – единичным вектором эйлеровой оси вращения. В практике построения алгоритмов ориентации БИНС путем численного решения уравнения типа (2.3) на временном отрезке $t_{m-1} \le t < t_m$ третьим членом в этом уравнении при малых углах φ пренебрегают (он является величиной второго порядка). Если полученное упрощенное (приближенное) дифференциальное уравнение

$$\dot{\mathbf{y}}^* = -\boldsymbol{\omega}/4 + \mathbf{y}^* \times \boldsymbol{\omega}/2 \tag{2.5}$$

решать итерационным методом Пикара, то вторая итерация этого метода в такого рода задачах принимается за окончательную [11]:

$$\mathbf{y}_m^* = \int_{t_{m-1}}^{t_m} (-\boldsymbol{\omega}(t)/4 + \boldsymbol{\alpha}(t)\times\boldsymbol{\omega}(t)/2)dt = \boldsymbol{\alpha}_m + \boldsymbol{\beta}_m,$$
$$\boldsymbol{\alpha}(t) = -\int_{t_{m-1}}^{t} \boldsymbol{\omega}(\tau)d\tau/4, \quad \boldsymbol{\alpha}_m = \boldsymbol{\alpha}(t_m), \tag{2.6}$$
$$\boldsymbol{\beta}(t) = \int_{t_{m-1}}^{t} \boldsymbol{\alpha}(\tau)\times\boldsymbol{\omega}(\tau)d\tau/2, \quad \boldsymbol{\beta}_m = \boldsymbol{\beta}(t_m),$$

где вектор $\boldsymbol{\beta}$ в (2.6) называют вектором некоммутативного поворота, или «конингом». При определенных движениях твердого тела это слагаемое вносит существенный вклад в погрешность метода. Исследование некоммутативных поворотов (или «конинга») как вида механического движения тел, разделение численных алгоритмов определения ориентации твердого тела (БИНС) на быстрый и медленный циклы счета направлены на компенсацию влияния этого явления. Между тем, для некоторого нового вектора угловой скорости **w**(t), который получается в задаче определения ориентации твердого тела (БИНС) на основе исходного произвольного вектора угловой скорости **ω**(t) при осуществлении взаимно однозначных замен переменных в уравнениях движения твердого тела, приближенное кватернионное кинематическое уравнение типа Риккати допускает точное аналитическое решение (т.е. становится разрешимой усеченная задача Дарбу). Покажем это.

III. Точное решение приближенного кватернионного кинематического уравнения типа Риккати и подход к построению на его основе алгоритма определения ориентации БИНС

Запишем взаимно-однозначную замену переменных в задаче (2.1), (2.2) [6,12] по схеме **Λ→U**, где **U**(t) - кватернион ориентации некоторой введенной системы координат (новая переменная), кватернион **V**(t) - задаваемый оператор перехода, **К** – произвольный постоянный кватернион:

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \mathbf{U}(t)\circ\mathbf{K}\circ\mathbf{V}(t), \quad \|\mathbf{K}\| = \|\mathbf{V}\| = 1, \tag{3.1}$$

$$\mathbf{V}(t) = (-\mathbf{i}_1 \sin \mathrm{N}(t) + \mathbf{i}_2 \cos \mathrm{N}(t))\circ \circ\exp(\mathbf{i}_3 \mathrm{N}(t)/2)\circ\exp(\mathbf{i}_1 \Omega_1(t)/2), \tag{3.2}$$

$$2\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{U}\circ\mathbf{K}\circ\mathbf{w}(t)\circ\widetilde{\mathbf{K}}, \tag{3.3}$$

$$\mathbf{w}(t) = \mu(t)(-\mathbf{i}_1 \sin \mathrm{N}(t) + \mathbf{i}_2 \cos \mathrm{N}(t)) - 2\mathbf{i}_3 \nu(t), \tag{3.4}$$

$$\mu(t) = \omega_2(t)\cos\Omega_1(t) - \omega_3(t)\sin\Omega_1(t),$$
$$\nu(t) = \omega_2(t)\sin\Omega_1(t) + \omega_3(t)\cos\Omega_1(t), \tag{3.5}$$
$$\mathrm{N}(t) = \int_0^t \nu(\tau)d\tau, \quad \Omega_1(t) = \int_0^t \omega_1(\tau)d\tau,$$

$$\mathbf{U}(0) = \boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\widetilde{\mathbf{K}}, \tag{3.6}$$

где (3.3)–(3.6) новая задача определения ориентации с новым вектором угловой скорости **w**(t), а "$\|.\|$" означает норму кватерниона.

Нахождение аналитического решения полученного кватернионного дифференциального уравнения (3.3) по-прежнему остается трудной задачей. Однако уравнение, отличающееся от этого только коэффициентом «1/2» в правой части (т.е. вектором угловой скорости **w**(t)/2)

$$2\dot{\boldsymbol{\Psi}} = \boldsymbol{\Psi}\circ\mathbf{K}\circ\mathbf{w}(t)\circ\widetilde{\mathbf{K}}/2, \tag{3.7}$$

$$\boldsymbol{\Psi}(0) = \boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\widetilde{\mathbf{K}}, \tag{3.8}$$

решается в замкнутой форме. Выберем кватернион **К** в виде $\mathbf{K} = \boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)$, чтобы начальные условия (3.6), (3.8) стали единичными $\mathbf{U}(0) = \boldsymbol{\Psi}(0) = 1$. Отметим, что этот прием с кватернионом **К** важен при последующем построении алгоритма ориентации БИНС. Решение задачи Коши (3.7), (3.8) запишется так:

$$\boldsymbol{\Psi} = \boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\boldsymbol{\Phi}(t)\circ\mathbf{i}_2\circ\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0, \tag{3.9}$$

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \exp(\mathbf{i}_2 \mathrm{M}(t)/4)\circ\exp(-\mathbf{i}_3 \mathrm{N}(t)/2),$$
$$\mathrm{M}(t) = \int_0^t \mu(\tau)d\tau. \tag{3.10}$$

На основе выражений типа (2.4) поставим в соответствие приведенной кватернионной задаче определения ориентации (3.3)–(3.6) задачу с приближенным уравнением типа (2.5):

$$\dot{\mathbf{y}}^* = -\boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\mathbf{w}(t)\circ\mathbf{i}_2\circ\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0/4 + \mathbf{y}^*\times(\boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\mathbf{w}(t)\circ\mathbf{i}_2\circ\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0)/2, \tag{3.11}$$

$$\mathbf{y}^*(0) = 0. \tag{3.12}$$

Отметим, что однородная часть линейного дифференциального уравнения (3.11) эквивалентна разрешимой системе (3.7), записанной в форме векторного дифференциального уравнения Пуассона. Следуя методу Лагранжа решения линейных неоднородных дифференциальных систем уравнений, на основании (3.9), (3.10) точное решение приближенного уравнения (3.11) будет иметь вид

$$\mathbf{y}^* = -\boldsymbol{\Lambda}_0\circ(-\mathbf{i}_2)\circ\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}(t)\circ \circ\int_0^t \boldsymbol{\Phi}(\tau)\circ\mathbf{w}(\tau)\circ\widetilde{\boldsymbol{\Phi}}(\tau)d\tau\circ\boldsymbol{\Phi}(t)\circ\mathbf{i}_2\circ\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0/4. \tag{3.13}$$

Тем самым задача определения ориентации твердого тела (2.1)-(2.3) на основе (2.5) при малых углах поворота полностью решена с помощью квадратур. Приведем аналитический алгоритм определения ориентации твердого тела (БИНС) при произвольных углах поворота:

1) по заданным компонентам вектора угловой скорости твердого тела $\boldsymbol{\omega}(t)$ в каждый момент времени t вычисляются функции $\mu(t), \nu(t)$ по формулам:

$$\Omega_1(t) = \int_0^t \omega_1(\tau) d\tau,$$
$$\mu(t) = \omega_2(t)\cos\Omega_1(t) - \omega_3(t)\sin\Omega_1(t),$$
$$\nu(t) = \omega_2(t)\sin\Omega_1(t) + \omega_3(t)\cos\Omega_1(t);$$

2) по вычисленным $\mu(t), \nu(t)$ определяется вектор $\mathbf{w}$(t):

$$\mathrm{N}(t) = \int_0^t \nu(\tau) d\tau,$$
$$\mathbf{w}(t) = \mu(t)\left(-\mathbf{i}_1 \sin\mathrm{N}(t) + \mathbf{i}_2 \cos\mathrm{N}(t)\right) - 2\mathbf{i}_3 \nu(t);$$

3) используя вектор $\mathbf{w}$(t) и начальное положение твердого тела $\boldsymbol{\Lambda}_0$ вычисляется значение кватерниона с нулевой скалярной частью $\mathbf{y}^*$:

$$\mathrm{M}(t) = \int_0^t \mu(\tau) d\tau,$$
$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \exp\left(\mathbf{i}_2 \mathrm{M}(t)/4\right) \circ \exp\left(-\mathbf{i}_3 \mathrm{N}(t)/2\right),$$
$$\mathbf{y}^* = -\mathbf{K} \circ \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}(t) \circ \int_0^t \boldsymbol{\Phi}(\tau) \circ \mathbf{w}(\tau) \circ \widetilde{\boldsymbol{\Phi}}(\tau) d\tau \circ \boldsymbol{\Phi}(t) \circ \widetilde{\mathbf{K}}/4,$$
$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ (-\mathbf{i}_2);$$

4) на основе формул типа (2.4) (записанным относительно **кватерниона** $\boldsymbol{\Lambda}$) по кватерниону с нулевой скалярной частью $\mathbf{y}^*$ определяем компоненты кватерниона $\mathbf{U}$;

5) находим приближенное значение кватерниона ориентации твердого тела (БИНС) $\boldsymbol{\Lambda}^{approx}$

$$\boldsymbol{\Lambda}^{approx} = \mathbf{U}(t) \circ \mathbf{K} \circ \left(-\mathbf{i}_1 \sin\mathrm{N}(t) + \mathbf{i}_2 \cos\mathrm{N}(t)\right) \circ$$
$$\circ \exp\left(\mathbf{i}_3 \mathrm{N}(t)/2\right) \circ \exp\left(\mathbf{i}_1 \Omega_1(t)/2\right).$$

При реализации алгоритма ориентации БИНС на каждом последующем шаге алгоритма m кватернион $\mathbf{K}$ следует выбирать в виде $\mathbf{K}_m = \boldsymbol{\Lambda}_{m-1} \circ (-\mathbf{i}_2)$. Тогда начальное значение по переменной $\mathbf{y}^*$ каждый раз будет нулевым.

Литература

[1] Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006.

[2] Переляев С.Е. Трехмерная параметризация группы вращений твердого тела в системах гироскопической ориентации // Известия РАН. Механика твердого тела. 2003. № 3. С. 19–32.

[3] Переляев С.Е. О новых кинематических параметрах конечного вращения твердого тела // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77. № 4. С. 528–537.

[4] Молоденков А.В., Сапунков Я.Г., Молоденкова Т.В., Переляев С.Е. Точное решение приближенного уравнения Борца и построение на его основе кватернионного алгоритма ориентации БИНС // Юбилейная XXV Санкт-Петербургская конференция по интегрированным навигационным системамю. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 267–270.

[5] Молоденков А.В., Сапунков Я.Г., Молоденкова Т.В., Точное решение приближенного уравнения Борца и построение на его основе кватернионного алгоритма ориентации БИНС // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. №5. С. 335–340.

[6] Молоденков А.В., Переляев С.Е., Сапунков Я.Г., Молоденкова Т.В., Аналитические решения в задаче Дарбу, уравнении Борца и подход к алгоритму ориентации БИНС на их основе // Прикладная математика и механика 2019. Т. 83. № 4. С. 586–596.

[7] Молоденков А.В., Сапунков Я.Г., Молоденкова Т.В. Аналитическое решение приближенного уравнения для вектора конечного поворота твердого тела и построение на его основе алгоритма определения ориентации БИНС // Авиакосмическое приборостроение. 2017. № 6. С. 6–13.

[8] Молоденков А.В., Переляев С.Е., Сапунков Я.Г., Молоденкова Т.В. Аналитическое решение приближенного уравнения для вектора конечного поворота твердого тела и построение на его основе алгоритма определения ориентации БИНС // XXVI Санкт-Петербургская конференция по интегрированным навигационным системамю. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 206–209.

[9] Molodenkov A.V., Sapunkov Ya.G., Molodenkova T.V. The new analytical algorithm for determining the strapdown INS orientation // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 10. С. 624–628.

[10] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.

[11] Savageб P.G., Strapdown analytics, Strapdown Associates Inc., Maple Plan, Minnesota. 2007.

[12] Molodenkov, A.V., On the solution of the Darboux problem, Mechanics of Solids, 2007, vol. 42, no. 2, pp. 167–176.

Повышение точности начальной азимутальной выставки БИНС с помощью платформенной ИНС*

Л.В. Водичева
АО «НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова» Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Ю.В. Парышева
АО «НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова» Екатеринбург, Россия

Л.Н. Бельский
АО «НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова» Екатеринбург, Россия

Е.А. Кокшаров
АО «НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова» Екатеринбург, Россия

***Аннотация*—Рассматривается инерциальная измерительная система (ИИС) для космических средств выведения, включающая трехосный гироскопический стабилизатор (ТГС) и бесплатформенный инерциальный измерительный блок (БИИБ). Предлагается метод начальной азимутальной выставки БИИБ с помощью информации ТГС. Анализируются два варианта метода, для каждого из которых приводятся основные математические соотношения и результаты оценки точности, проведенной методом математического моделирования.**

Ключевые слова—бесплатформенный инерциальный измерительный блок, трехосный гироскопический стабилизатор, начальная азимутальная выставка, средства выведения

I. Введение

Космические средства выведения, особенно пилотируемых аппаратов, предъявляют достаточно жесткие требования к точности начальной выставки ИНС. Погрешности определения начальной ориентации приборной системы координат (ПСК), связанной с осями инерциальных измерителей, должны быть не более (3σ) 10–15″ относительно вертикали и не более 1–2′ относительно направления на Север. В настоящее время требуемые характеристики ИИС, как по точности, так и по надежности, для систем управления (СУ), разрабатываемых в НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова для семейства ракет-носителей (РН) «Союз-2» [1], обеспечиваются двумя трехосными гироскопическими стабилизаторами (ТГС) с установленными на платформе каждого из них тремя маятниковыми акселерометрами разработки НПО электромеханики (г. Миасс). Это подтверждено более чем 100 успешными пусками в обеспечение доставки полезных грузов на различные орбиты, а также пилотируемых программ.

Общей тенденцией развития ИНС является переход к бесплатформенным системам, имеющим преимущества в надежности, технологичности, прочности, габаритно-массовых характеристиках, отсутствии ограничений на угловое движение изделия. В НПО автоматики расчетно-теоретические и экспериментальные исследования по созданию и внедрению БИНС в СУ изделий ракетно-космической техники (РКТ) проводятся, начиная с 70-х годов прошлого столетия, и в СУ перспективных РН предполагается использовать БИНС. При всех преимуществах такого решения оно приводит к ряду проблем для СУ РН. Одной из них является обеспечение точности начальной выставки, которую целесообразно осуществлять автономно, поскольку это существенно снижает сложность и стоимость как бортовой, так и наземной аппаратуры СУ, в сравнении, например, с использованием внешних оптических измерений. Точность начальной выставки БИНС может быть повышена за счет проведения стендовой калибровки БИИБ непосредственно перед его установкой на РН [2], однако это позволяет обеспечить требуемую точность только для горизонтирования.

Техническим решением, позволяющим использовать преимущества как платформенных, так и бесплатформенных инерциальных измерительных блоков, и обеспечить резервирование, является построение ИИС по комбинированной схеме, включающей ТГС и БИИБ навигационного класса точности. По совокупности характеристик в настоящее время наиболее перспективным для рассматриваемых применений является БИИБ на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) [3], [4].

В докладе рассматривается ИИС с минимальной избыточностью, обеспечивающей парирование одной возможной неисправности. В состав такой ИИС входит один ТГС с тремя акселерометрами и один БИИБ на базе трех ВОГ и трех акселерометров. Разработчиком БИИБ в целом является также НПО электромеханики (г. Миасс), разработчиком ВОГ – компания «Оптолинк» (Москва).

II. Постановка задачи

Основная идея предлагаемого метода повышения точности азимутальной выставки БИНС заключается в следующем. Схема эксплуатации СУ РН «Союз» включает калибровку ТГС, до установки РН на стартовом комплексе, на техническом комплексе, где изделие находится в горизонтальном положении. В этом положении по показаниям акселерометров ТГС и БИИБ определяются углы рассогласования относительно горизонтальной плоскости осей ПСК БИИБ и системы координат корпуса (КСК) ТГС. При предпусковой подготовке, когда РН ориентирована вертикально, эти углы характеризуют рассогласование ПСК БИИБ и КСК ТГС в азимуте.

Будем считать, что соответствующие оси ПСК БИБ и КСК ТГС номинально параллельны между собой и параллельны соответствующим осям системы координат $OXYZ$, связанной с корпусом РН. В этом случае, обозначая верхним индексом (1) системы координат, связанные с ТГС, (2) – системы координат, связанные с БИИБ, матрицу перехода ΔM от ПСК БИБ

$OX_S^{(2)}Y_S^{(2)}Z_S^{(2)}$ к КСК ТГС $OX_B^{(1)}Y_B^{(1)}Z_B^{(1)}$ можно представить как матрицу малого поворота $\Delta M = \begin{bmatrix} 1 & \mu_z & -\mu_y \\ -\mu_z & 1 & \mu_x \\ \mu_y & -\mu_x & 1 \end{bmatrix}$.

При вертикальном положении РН ось OY направлена вертикально вверх, оси OX, OZ ориентированы в горизонтальной плоскости. При переходе от вертикального положения к горизонтальному РН разворачивается сначала вокруг оси OZ на 90°, затем вокруг оси OY, занявшей горизонтальное положение, на угол β. Матрица перехода от вертикального положения к горизонтальному имеет вид: $R_H = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\beta & -\sin\beta \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix}$.

В процессе предпусковой подготовки азимутальная ориентация ТГС определяется методом двухпозиционного гирокомпасирования. Азимутальная ориентация БИИБ определяется через азимутальную ориентацию ТГС, углы разворота гиростабилизированной платформы (ГСП), на которой установлены акселерометры, относительно КСК ТГС, измеряемые датчиками угла, и углы конструктивной привязки ПСК БИИБ к корпусу ТГС μ_x, μ_y, μ_z, которые необходимо определить при горизонтальном и вертикальном положениях РН.

III. Уравнения измерения

Чтобы линеаризовать уравнения измерения, сигнал измерения будем формировать как разность между измеряемым акселерометрами ТГС и БИИБ вектором кажущегося ускорения. При вертикальном положении РН на стартовом комплексе, кроме эталонных векторов – нормальной реакции опоры на ускорение силы тяжести (далее – ускорение силы тяжести) и скорости вращения Земли, датчики ТГС и БИИБ измеряют кажущееся ускорение и угловую скорость, обусловленные колебаниями корпуса РН (в частности, из-за ветра). Это движение будем считать погрешностью модели системы.

Для формирования разностного сигнала измерения необходимо проекции измеряемых векторов представить в одной и той же системе координат. При решении традиционных задач начальной выставки и калибровки ТГС в качестве такой системы координат обычно используется прямоугольная платформенная систем координат (ПлСК) $OX_S^{(1)}Y_S^{(1)}Z_S^{(1)}$, жестко связанная с осями чувствительности акселерометров. Поскольку ГСП стабилизирована в инерциальном пространстве, это система координат с точностью до уходов ГСП является инерциальной. В рассматриваемой задаче в качестве системы координат, в которой формируется разностный сигнал, можно использовать также КСК ТГС. Далее рассмотрены оба подхода.

A. Уравнения измерения в осях КСК ТГС

В осях КСК ТГС уравнения измерения имеют достаточно простой вид. Для формирования разностного сигнала измерения необходимо проекции кажущегося ускорения, измеряемые акселерометрами ТГС и БИИБ, пересчитать в оси КСК ТГС. Ускорение, измеряемое акселерометрами ТГС, может быть пересчитано с помощью матрицы перехода $P(t)$ от корпуса к платформе ТГС, формируемой по показаниям датчиков углов ТГС, и связано с эталонным ускорением силы тяжести следующим образом:

$$P^T(t)\cdot \dot{W}_S^{(1)} = R\cdot \Delta R\cdot M\cdot G \qquad (1)$$

где $R = \begin{cases} E & \text{при вертикальном положении РН} \\ R_H & \text{при горизонтальном положении РН} \end{cases}$;

$M = \begin{bmatrix} \cos A_B & 0 & \sin A_B \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin A_B & 0 & \cos A_B \end{bmatrix}$, A_B – номинальный азимутальный угол установки корпуса РН на стартовом комплексе; ΔR – матрица углов отклонения ПлСК, приведенных к номинальным осям корпуса РН, от требуемого положения; $G = [0, g, 0]^T$ – эталонное ускорение силы тяжести в географической системе координат (ГСК).

Кажущееся ускорение в осях ПСК БИИБ связано с эталонным ускорением силы тяжести соотношением:

$$\dot{W}_S^{(2)} = \Delta M^T \cdot R\cdot \Delta R\cdot M\cdot G \qquad (2)$$

Из (1) и (2) получим разностное уравнение измерения, которое с точностью до членов первого порядка малости при горизонтальном положении РН принимает вид:

$$\Delta\dot{W}_H = P^T(t)\cdot \dot{W}_S^{(1)} - \dot{W}_S^{(2)} = \begin{bmatrix} g\cdot\mu_y \sin\beta \\ g\cdot(-\mu_x \sin\beta + \mu_z\cos\beta) \\ -g\cdot\mu_y\cos\beta \end{bmatrix} \qquad (3)$$

При вертикальном положении:

$$\Delta\dot{W}_V = \begin{bmatrix} g\cdot\mu_z \\ 0 \\ -g\cdot\mu_x \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Как видно из соотношений (3) и (4), при горизонтальном положении РН наблюдается угол μ_y, при вертикальном – углы μ_z, μ_x. Углы отклонения ПлСК от требуемого положения в первом приближении в уравнения измерения не входят.

B. Уравнения измерения в осях ПлСК

В осях ПлСК, представляющей собой инерциальную систему координат (ИСК), физически реализуемую ГСП, уравнения измерения имеют более сложный вид. Для формирования разностного сигнала необходимо проекции кажущегося ускорения, измеряемые акселерометрами БИИБ, пересчитать в оси ПлСК. Возможны два способа пересчета. В первом способе используются измерения датчиков углов ТГС, во втором – показания датчиков угловой скорости (ДУС) БИИБ.

Измеряемое акселерометрами ТГС кажущееся ускорение в осях ПлСК имеет вид (без учета погрешностей акселерометров):

$$\dot{W}_S^{(1)} = A^T(t)\cdot P(t_0)\cdot R\cdot \Delta R\cdot M\cdot B(t)\cdot G \qquad (5)$$

где $A(t)$ – матрица собственных уходов (матрица перехода от осей ГСП на текущий момент к осям ГСП на начальный момент); $B(t)$ – матрица вращения Земли (переход от текущего положения ГСК к начальному).

Исходя из (2) и (5) получим соотношение между проекциями кажущегося ускорения, измеряемого акселерометрами ТГС и БИИБ:

$$\begin{gathered}\dot{W}_S^{(1)}(t) = P(t)\cdot\Delta M\cdot \dot{W}_S^{(2)},\ \text{где}\\ P(t) = A^T(t)\cdot P(t_0)\cdot R\cdot\Delta R\cdot M\cdot B(t)\cdot M^T\cdot\Delta R^T\cdot R^T\end{gathered} \qquad (6)$$

Для первого способа формирования разностного сигнала измеряемое ускорение пересчитывается с осей ПСК БИИБ в оси ПлСК с помощью матрицы $P(t)$ и разностный сигнал формируется как $\Delta\dot{W}(t) = \dot{W}_S^{(1)} - P(t)\cdot\dot{W}_S^{(2)}$. Во втором способе по показаниям ДУС БИИБ циклически решается задача определения матрицы ориентации $L(t)$ ПСК БИИБ $OX_S^{(2)}Y_S^{(2)}Z_S^{(2)}$ относительно ИСК $OX_S^{(1)}Y_S^{(1)}Z_S^{(1)}$. В качестве начального значения используется матрица $L(t_0) = P(t_0)$. Разностный сигнал формируется как $\Delta\dot{W}(t) = \dot{W}_S^{(1)} - L(t)\cdot\dot{W}_S^{(2)}$.

Для упрощения уравнений измерения от вектора малого поворота в осях ПСК БИИБ $\mu^{ПСК} = \left[\mu_x,\mu_y,\mu_z\right]^T$ перейдем к вектору малого поворота в осях ГСК $\mu^{ГСК} = \left[\mu_N,\mu_H,\mu_E\right]^T = M^T\cdot R^T\cdot\mu^{ПСК}$. Используя (5) и (6), получим уравнения измерения относительно горизонтальных составляющих вектора $\mu^{ГСК}$:

$$\Delta\dot{W}(t) = A^T(t)\cdot P(t_0)\cdot R\cdot\Delta R\cdot M\cdot B(t)\cdot\begin{bmatrix}\mu_E\cdot g\\ 0\\ -\mu_N\cdot g\end{bmatrix} \qquad (7)$$

После перемножения матриц и аппроксимации полиномом первого порядка соотношение (7) принимает вид:

$$\Delta\dot{W}(t) = \begin{bmatrix}(\mu_N a_{N1} + \mu_{E1}a_E)g + (\mu_N b_{N1} + \mu_E b_{E1})g\Omega_H t\\ \mu_N b_{N2} g\Omega_N t\\ (\mu_N a_{N3} + \mu_{E2}a_3)g + (\mu_N b_{N3} + \mu_E b_{E3})g\Omega_H t\end{bmatrix} \qquad (8)$$

где Ω_N,Ω_H – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости вращения Земли; a_{qk}, b_{qk}, $q = N,E$, $k = 1,2,3$ – постоянные коэффициенты, представляющие собой функции элементов матриц $P(t_0), R, M$.

IV. Решение уравнений измерения

Для решения уравнений измерения будем использовать подход, эффективность которого для решения различных задач начальной выставки и калибровки ИНС подтверждена многолетней практикой НПО автоматики [5]. Разностный сигнал линейного ускорения сначала дважды интегрируется, а затем по каждой оси обрабатывается фильтром Калмана. Это позволяет заметно уменьшить влияние шумов измерения и погрешностей модели системы и упростить алгоритмы.

При формировании разностного сигнала в осях КСК ТГС, как видно из соотношений (3), (4), сигнал измерения представляет собой полином третьего порядка; в осях ПлСК – полином четвертого порядка (соотношение (8)). В первом случае вектор состояния, переходная матрица состояния и матрица измерения имеют вид:

$$X_{p,m} = \begin{bmatrix}s_{p,m}\\ v_{p,m}\\ a_{p,m}\end{bmatrix};\ \Phi_m = \begin{bmatrix}1 & \Delta t_m & \dfrac{\Delta t_m^2}{2}\\ 0 & 1 & \Delta t_m\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};\ H = [1,0,0], \qquad (9)$$

где $p = x,y,z$; $m,\Delta t_m$ – номер и длительность цикла обработки информации; $a_{p,m}$ – разности проекций ускорения, измеряемого акселерометрами ТГС и БИИБ; $v_{p,m}$, $s_{p,m}$ – первый и второй интегралы от них по времени.

Во втором случае соотношения (9) принимают вид:

$$X_{p,m} = \begin{bmatrix}s_{p,m}\\ v_{p,m}\\ a_{p,m}\\ b_{p,m}\end{bmatrix};\Phi_m = \begin{bmatrix}1 & \Delta t_m & \dfrac{\Delta t_m^2}{2} & \dfrac{\Delta t_m^3}{6}\\ 0 & 1 & \Delta t_m & \dfrac{\Delta t_m^2}{2}\\ 0 & 0 & 1 & \Delta t_m\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}; \qquad (10)$$
$$H = [1,0,0,0],$$

где $b_{p,m}$ – оцениваемый фильтром параметр, в физическом смысле эквивалентный уходу ГСП.

Элементы вектора состояния оцениваются с помощью стандартной процедуры калмановской фильтрации [6]. В первом случае $a_{p,m}$ – постоянные величины, в идеале равные составляющим разностного сигнала линейного ускорения, поэтому требуемые углы рассогласования определяются непосредственно из соотношений (3) и (4). Во втором случае алгоритм оценки несколько сложнее. От текущих значений параметров $a_{p,m}$, оцениваемых фильтром, надо перейти сначала к их начальным значениям, затем с помощью соотношений (8) определить μ_N, μ_E при горизонтальном и вертикальном положениях РН. По этим параметрам, так же, как и в первом варианте метода, в горизонтальном положении РН оценивается угол μ_y; в вертикальном – углы μ_x, μ_z.

V. Оценка точности

Оценка точности определения угла рассогласования μ_y ПСК БИИБ и КСК ТГС вокруг продольной оси РН проводилась методом математического моделирования в среде MATLAB для рассмотренных выше двух вариантов метода. Моделировались оцениваемые углы привязки ПСК БИИБ к КСК ТГС μ_x, μ_y, μ_z и углы отклонения осей ПлСК от требуемого положения относительно горизонтальной плоскости $\Delta\vartheta, \Delta\psi$ и относительно направления на Север $\Delta\varphi$ (матрица ΔR). Погрешности датчиков ТГС и БИИБ и угловые колебания РН на стартовом комплексе на данном этапе не задавались. Оценивались статистические характеристики погрешностей; все моделируемые параметры задавались как нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА I

Погрешности оценки угла рассогласования ПСК БИИБ и КСК ТГС вокруг продольной оси РН		
Задаваемые величины (3σ)	*Погрешности оценки μ_y (3σ), угл.м, при формировании сигнала измерения*	
	в осях КСК ТГС	*в осях ИСК ТГС*
$\Delta\vartheta, \Delta\psi, \Delta\varphi \approx 2°$; $\mu_x, \mu_y, \mu_z \approx 1°$	0.7601	0.6326

Как видно из таблицы 1, даже при углах отклонения осей ПлСК от требуемого положения на 2°, погрешность оценки угла рассогласования μ_y не превышает 0.63÷0.76′, или 1.0÷1.3% от оцениваемой величины.

Суммарная погрешность азимутальной выставки БИИБ складывается из погрешности гирокомпасирования ТГС, которая для РН «Союз-2» не более 1.7′; рассматриваемой в докладе погрешности оценки углов привязки КСК ТГС к ПСК БИИБ, и погрешностей углов привязки осей акселерометров ТГС, к осям корпуса (погрешности формирования матрицы $P(t)$). По предварительным оценкам разработчиков ТГС, последняя составляющая погрешности имеет уровень 1.0÷1.5′. Суммарная погрешность азимутальной выставки БИИБ с помощью предложенного метода составит 2.0÷2.3′. Погрешность автономной азимутальной выставки БИИБ имеет уровень 10÷15′.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построение инерциальной измерительной системы для СУ изделий РКТ по комбинированной схеме, включающей ТГС и БИИБ, обеспечивает работу системы при одной возможной неисправности с требуемым уровнем точности. Такой подход дает возможность воспользоваться отработанными на практике техническими решениями в части ТГС, сохранив при этом направление традиционной гироскопии, и отработать БИИБ для СУ средств выведения, что в перспективе может быть использовано при переходе к возвращаемой первой ступени РН. При этом точность автономной азимутальной выставки БИИБ имеет уровень 10÷15′, что на порядок ниже требуемой.

Предлагаемый метод начальной азимутальной выставки БИИБ с помощью информации датчиков ТГС позволяет повысить точность выставки БИИБ до 2.0÷2.3′. Методические погрешности рассмотренных вариантов метода имеют одинаковый уровень. Для практического выбора варианта далее будет проведен сравнительный анализ погрешностей метода, обусловленных погрешностями датчиков ТГС и БИИБ и угловыми колебаниями РН на стартовом комплексе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Шалимов Л.Н., Бельский Л.Н., Кутовой В.М., Тарасов И.А., Гохфельд В.Д. Результаты испытаний интегрированной навигационной системы управления ракеты-носителя «Союз-2» // Гироскопия и навигация. 2011. № 4. С.75–83.

[2] Водичева Л.В., Парышева Ю.В.Оценка точностных параметров датчиков бесплатформенного инерциального измерительного блока с помощью относительно грубого поворотного стола // Гироскопия и навигация. 2019. № 2. С. 162–178.

[3] Коркишко Ю.Н., Федоров В.А., Прилуцкий В.Е., Пономарев В.Г., Морев И.В., Скрипников С.Ф., Хмелевская М.И., Буравлев А.С., Кострицкий С.М., Федоров И.В., Зуев А.И., Варнаков В.К. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы на основе волоконно-оптических гироскопов // Гироскопия и навигация. 2014. № 1. С.14–25.

[4] Колеватов А.П., Николаев С.Г., Андреев А.Г., Ермаков В.С., Кель О.Л., Шевцов Д.И. Волоконно-оптический гироскоп бесплатформенных инерциальных систем навигационного класса. Разработка, термокомпенсация, испытания // Гироскопия и навигация. 2010. № 3. С.49–60.

[5] Бельский Л.Н., Водичева Л.В. Ускоренная прецизионная начальная выставка и калибровка ИНС летательного аппарата на подвижном основании // Гироскопия и навигация. 2001. № 4. С. 3–18.

[6] Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси. М.: Физматлит, 1982. 199 с.

Метод последовательных приближений модели одноосного гиростабилизатора при решении нелинейной терминальной задачи*

В.М. Никифоров
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
V.M.Nikiforov@gmail.ru

А.А. Гусев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
andre900104@list.ru

К.А. Андреев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

С.А. Осокин
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
transistor@yandex.ru

А.С. Ширяев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

Н.П. Стихарева
Финансовый Университет при Правительстве РФ
г. Москва, Россия
nata.stihareva@yandex.ru

***Аннотация*—Данная статья раскрывает метод последовательных приближений в решении терминальной задачи. Используется «идеальная» модель одноосного гиростабилизатора для построения терминального закона управления. Составляющие моментных возмущений представлены в виде неопределенностей. Проведено математическое моделирование терминального управления с возмущающими воздействиями.**

Ключевые слова*—*терминальное управление, возмущающие воздействия, математическое моделирование

I. Введение

Определение управляющего воздействия к одноосному гиростабилизатору (ОГС), обеспечивающего перемещение из произвольного начального положения в заданное конечное с необходимыми характеристиками, в условиях множественных возмущений и неопределенностей требует значительных вычислительных и временных затрат, а в некоторых случаях и невозможно.

Целью работы является подтверждение применимости терминального закона управления ОГС, полученного на «идеальной» модели ОГС, обеспечивающего перемещение из произвольного положения в заданное конечное с необходимыми характеристиками в условиях множественных возмущений и неопределенностей.

Объектом исследования является одноосный гиростабилизатор (ОГС), в состав которого входит гиростабилизированная платформа (ГСП) и поплавковый гироблок (ГБ).

II. Терминальная задача

«Полную» терминальную задачу для ОГС можно сформулировать следующим образом [1, 2].

Для ОГС, представленного системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\alpha}(t) = \omega_{\alpha}(t), \\ \dot{\omega}_{\alpha}(t) = -\mathrm{k}_{g\alpha}\cdot J_{\mathrm{gp}}^{-1}\cdot\omega_{\alpha}(t) - \underbrace{\left[J_{\mathrm{rot}}\cdot\left(\Omega_{\mathrm{rot}}+\Delta\Omega_{\mathrm{rot}}\right)\right]}_{H_{\mathrm{gb}}+\Delta H_{\mathrm{gb}}}\cdot J_{\mathrm{gp}}^{-1}\cdot\omega_{\beta}(t) - \ldots \\ -J_{\mathrm{gp}}^{-1}\cdot M_{\alpha}^{u}\left[t,\alpha(t),\omega_{\alpha}(t)\right]\cdot\exp(-\mathrm{s}\cdot\tau) + J_{\mathrm{gp}}^{-1}\cdot M_{\alpha}^{\mathrm{v}}(t), \\ \beta(t) = \omega_{\beta}(t), \\ \dot{\omega}_{\beta}(t) = \underbrace{\left[J_{\mathrm{rot}}\cdot\left(\Omega_{\mathrm{rot}}+\Delta\Omega_{\mathrm{rot}}\right)\right]}_{H_{\mathrm{gb}}+\Delta H_{\mathrm{gb}}}\cdot J_{\mathrm{gp}}^{-1}\cdot\omega_{\alpha}(t) - \ldots \\ -\mathrm{k}_{g\beta}\cdot J_{\mathrm{gb}}^{-1}\cdot\omega_{\beta}(t) + J_{\mathrm{gb}}^{-1}\cdot M_{\beta}^{\mathrm{v}}(t), \end{cases}$$

где

$M_{\alpha}^{\mathrm{v}}(\mathrm{t}) = -M_{\alpha}^{tr}(\mathrm{t})\cdot sign\left[\omega_{\alpha}(t)\right] + M_{\alpha}^{\mathrm{pul}}\left[\alpha(t)\right] + M_{\alpha}^{imp}(t)$ – возмущающий момент относительно оси стабилизации,

$\Delta\Omega_{rot} = \Delta\Omega_{rotm}\cdot sin\left(\Omega_{cob}\cdot t\right)$ – изменение угловой скорости вращения ротора с частотой колебаний Ω_{cob}, определить такое управляющее воздействие

$M_{\alpha}^{u}\left[t,\alpha(t),\omega_{\alpha}(t)\right]$ при котором ГСП ОГС переместится из произвольно начального положения

$X_{\mathrm{o}} = \begin{pmatrix}\alpha(t_{\mathrm{o}})\\ \omega_{\alpha}(t_{\mathrm{o}})\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\alpha_{\mathrm{o}}\\ \omega_{\alpha\mathrm{o}}\end{pmatrix}$ в заданное конечное

$$X_k = \begin{pmatrix} \alpha(t_k) \\ \omega_{\alpha}(t_k) \\ M_{\alpha}^{\mathrm{u}}\left[t_k,\alpha(t_k),\omega_{\alpha}(t_k)\right] \\ \dot{M}_{\alpha}^{u}\left[t_k,\alpha(t_k),\omega_{\alpha}(t_k)\right] \\ \vdots \\ \left[M_{\alpha}^{u}\left[t_k,\alpha(t_k),\omega_{\alpha}(t_k)\right]\right]^{(r)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \omega_{\alpha k} \\ M_{\alpha k}^{u} \\ \dot{M}_{\alpha k}^{u} \\ \vdots \\ \left(M_{\alpha k}^{u}\right)^{(r)} \end{pmatrix}$$

с определенной степенью «мягкости» r за время

$t \in [t_o,\ t_k]$, при этом обобщенный функционал качества управления

$$t \in [t_o,\ t_k], J = \int_{t_o}^{t_k} f^o[t, x(t), u(t)] \cdot dt + F[t_k, x(t_k)]$$

примет минимальное значение при наложенных ограничениях:

- в виде «жесткой» нелинейной системы дифференциальных уравнений,
- на управляющие воздействия

$$\left| M_\alpha^u [t_k, \alpha(t_k), \omega_\alpha(t_k)] \right| \le M_{\alpha max}^u,$$

- на фазовые переменные $|X(t)| \le X_{max}$,
- на вектор конечного состояния, с целью обеспечения требуемой степени «мягкости» управления $r > 0$,

при этом необходимо обеспечить устранения явления «чистого запаздывания» при управлении τ_1.

В связи с тем, что аналитическое решение данной задачи потребует огромных вычислительных и временных затрат и поэтому затруднительно, в работе предлагается подход, основанный на выделении «идеальной» модели ГСП для синтеза терминального закона управления

$$\begin{cases} \dot\alpha(t) = \omega_\alpha(t), \\ \dot\omega_\alpha(t) = J_{\text{gp}}^{-1} \cdot M_\alpha^u(t) = U_\alpha(t). \end{cases}$$

и представления оставшихся слагаемых дифференциального уравнения в виде неопределенностей, характеризующих составляющие моментных возмущений относительно оси стабилизации ГСП, приведенных к моменту инерции ГСП, не превышающих определенных значений:

$$\begin{cases} \dot\alpha(t) = \omega_\alpha(t), \\ \dot\omega_\alpha(t) = U_\alpha(t) + \mathrm{N}_1^{\omega_\alpha} + \mathrm{N}_2^{\omega_\beta} + \mathrm{N}_3^{exp(-s\cdot\tau)} + \mathrm{N}_4^{tr} + \mathrm{N}_5^{imp} + \mathrm{N}_6^{pul} + \mathrm{N}_7^{\Delta\Omega_{rot}}, \end{cases}$$

где $N_1^{\omega_\alpha} = k_{g\alpha} \cdot J_{gp}^{-1} \cdot \omega_\alpha(t) \le k_{g\alpha} \cdot J_{gp}^{-1} \cdot \omega_{\alpha max}(t)$ – неопределенность, характеризующая приведенный момент вязкого трения,

$$N_2^{\omega_\beta} = \underbrace{\left[J_{rot} \cdot (\Omega_{rot} + \Delta\Omega_{rot}) \right]}_{H_{gb} + \Delta H_{gb}} \cdot J_{gp}^{-1} \cdot \omega_\beta(t)$$

$$\le \underbrace{\left[J_{rot} \cdot (\Omega_{rot} + \Delta\Omega_{rot}) \right]}_{H_{gb} + \Delta H_{gb}} \cdot J_{gp}^{-1} \cdot \omega_{\beta max}(t) \quad -$$

неопределенность, характеризующая приведенный момент перекрестной связи от ГБ,

$N_3^{exp(-s\cdot\tau)} = J_{gp}^{-1} \cdot M_\alpha^u(t) \cdot exp(-s \cdot \tau) \le J_{gp}^{-1} \cdot M_\alpha^u(t) \cdot exp(-s \cdot \tau_{max})$ – неопределенность, характеризующая приведенный момент управления от существующего запаздывания по управлению,

$N_4^{tr} = M_\alpha^{tr}(t) \cdot sign[\omega_\alpha(t)] \le M_{\alpha max}^{tr}(t) \cdot sign[\omega_\alpha(t)]$ – неопределенность, характеризующая приведенный момент трения в оси стабилизации ГСП,

$N_5^{imp} \le N_{5max}^{imp}$ – неопределенность, характеризующая приведенную составляющую момента возмущения, вызванную воздействием вибрационной составляющей от импульса подмагничивания гиромотора,

$N_6^{pul} \le N_{6max}^{pul}$ – неопределенность, характеризующая приведенную составляющую момента возмущения, вызванную действием пульсационной составляющей момента, возникающей в магнитной системе исполнительного двигателя ГСП,

$N_7^{\Delta\Omega_{rot}} = \Delta\Omega_{rotm} \cdot sin(\Omega_{cob} \cdot t)$ – неопределенность, характеризующая приведенный момент, вызванная собственным колебанием ротора гиромотора.

В зависимости от математической модели могут появляться неопределенные слагаемые характеризующие другие виды возмущений.

В результате решения данной терминальной задачи получен терминальный закон управления для идеальной модели ГСП [3]:

$$M_\alpha^u = 30 \cdot \frac{\alpha_k - \alpha(t)}{(t_k - t)^2} - 10 \cdot \frac{2 \cdot \omega_k + \omega(t)}{t_k - t}.$$

III. Математическое моделирование

Проведено математическое моделирование углового перемещения ГСП из произвольного начального положения в заданное конечное с терминальным законом управления и различными комбинациями неопределенностей.

Реализация математической модели терминального управления ОГС представлена на рис. 1.

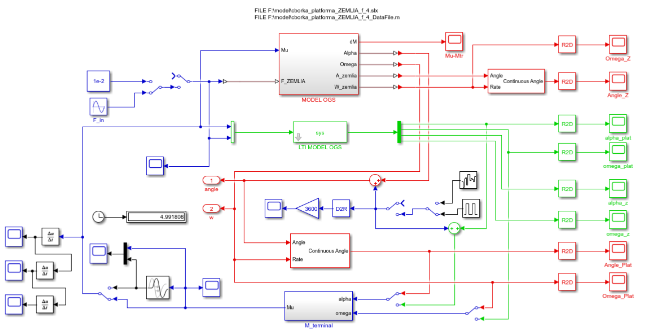


Рис. 1. Реализация математической модели терминального управления ОГС

Результаты математического моделирования приведены на рис. 2–7.

Рис. 2. Изменение угла поворота ГСП без неопределенностей при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

Рис. 3. Изменение угла поворота ГСП с неопределенностью $N_1^{\omega\alpha}$ при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

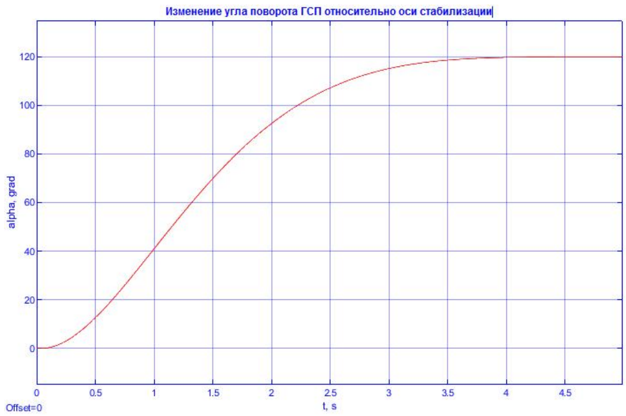


Рис. 4. Изменение угла поворота ГСП с неопределенностью $N_3^{exp(-s\cdot\tau)}$ при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

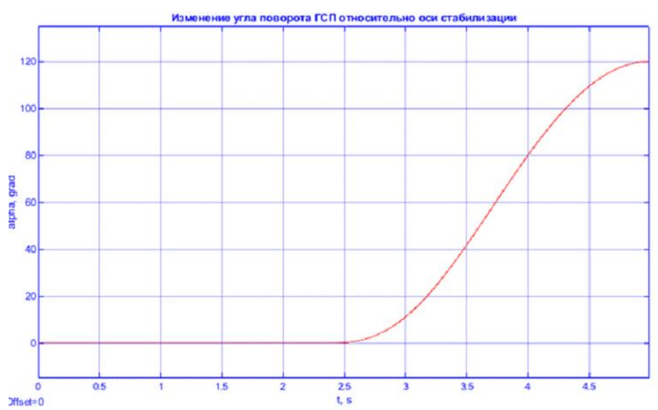


Рис. 5. Изменение угла поворота ГСП с неопределенностью N_4^{tr} при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

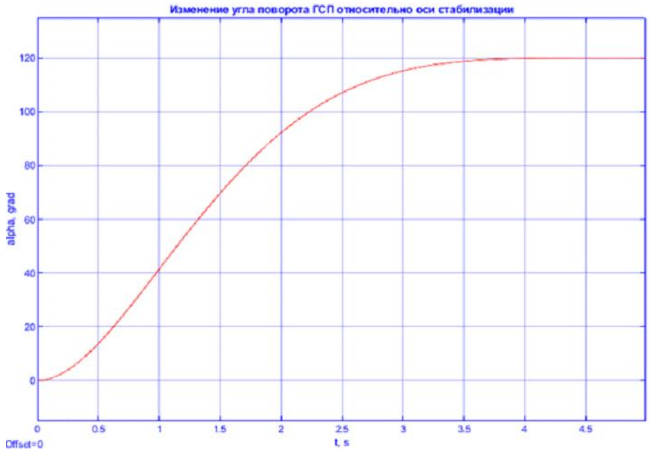


Рис. 6. Изменение угла поворотаИзменение угла поворота ГСП с неопределенностью N_5^{imp} при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

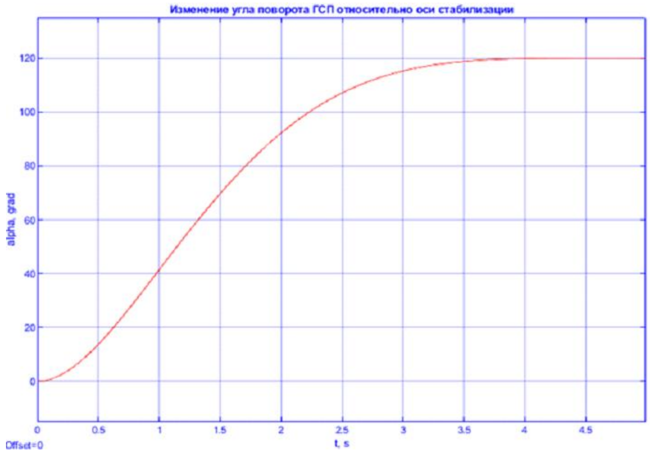


Рис. 7. Изменение угла поворота ГСП с неопределенностью $N_1^{\omega\alpha} + N_3^{exp(-s\cdot\tau)} + N_4^{tr} + N_5^{imp}$ при $\alpha(t_k = 5) = 120^\circ$

IV. Заключение

- Используя «идеальную» модель ГСП, получен терминальный закон управления, обеспечивающий конечный вектор состояния с требуемой «мягкостью».
- Математическое моделирование перемещений ГСП из произвольного положения в заданное конечное с терминальным законом управления показало отсутствие какого-либо существенного влияния неопределенностей, характеризующих составляющие моментных возмущений относительно оси стабилизации ГСП, на вектор конечного состояния ГСП.
- Предложенный в работе подход синтеза терминального закона управления апробирован экспериментально и математическим моделированием ГСП с неопределенностями и может быть применен для различных систем управления. Полученное терминальное уравнение инвариантно к внешним возмущениям.

Литература

[1] Никифоров В.М., Сапожников А.И. Устранение последствий «чистого запаздывания» в конечной точке при терминальном управлении движением гиростабилизированной платформы

посредством программного управления // Труды ФГУП «НПЦАП» «Системы и приборы управления». 2008. №1(35). С. 59–68.

[2] Никифоров В.М., Трунов Ю.В., Немкевич В.А., Сапожников А.И., Науменко А.В., Лисицин А.А. Терминальное управление движением гиростабилизированной платформы для устранения динамического «отскока» в режиме силовой стабилизации // Гироскопия и навигация. 2007. №3(58). С. 87–88.

[3] Никифоров В.М., Гусев А.А., Андреев К.А., Жукова Т.А., Ширяев А.С. «Сверхмягкое» терминальное управление одноосным гиростабилизатором в режиме «грубого» приведения // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 213–215.

Применение метода максимального правдоподобия при комплексировании информации с первичных измерителей в прецизионном поворотном стенде с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления для улучшения его точностных характеристик*

Д.М. Калихман, Е.А. Депутатова
Филиал ФГУП «НПЦАП» – «ПО «Корпус» 410019, Россия, г. Саратов, ул. Осипова, д. 1
lidkalihman@yandex.ru

А.А. Львов
СГТУ им. Ю.А. Гагарина 410054, Россия, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77
alvova@mail.ru

Р.В. Ермаков
СГТУ им. Ю.А. Гагарина 410054, Россия, г. Саратов, ул. Политехническая, д. 77
roma-ermakov@yandex.ru

Е.П. Кривцов, А.А. Янковский
ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» 190005, Россия, г. С.-Петербург, Московский проезд, д. 19
dep253@vniim.ru

***Аннотация*—В докладе рассмотрена работа прецизионного поворотного стенда с избыточным количеством первичных измерителей, часть которых применяется в качестве инерциальных чувствительных элементов в цифровой системе управления стенда. Показано применение метода максимального правдоподобия для комплексирования информации измерителей, дающее улучшение точностных характеристик поворотного стенда. Представлена методика получения интегральной оценки угловой скорости платформы стенда.**

Ключевые слова*—*угловые измерения; оптический датчик угла; измеритель угловой скорости; измеритель кажущегося ускорения; погрешность; метод максимального правдоподобия; прецизионный стенд; цифровая система управления

Совершенствование технологий бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) за последние годы привело к развитию интегрированных навигационных систем, в которых информация с первичных измерителей – датчиков угловых скоростей и кажущихся ускорений комплексируется с информацией от спутниковых систем, причём алгоритмы комплексирования информации и цифровой фильтрации, применяемые при разработке БИНС, могут основываться на весьма широком спектре алгоритмов в зависимости от решаемой задачи [1].

Кроме того, существенно расширился диапазон измерений прецизионных измерителей угловой скорости. Если ранее, в электромеханических системах диапазон угловых скоростей был напрямую связан с их точностью, то ныне положение радикально изменилось. Так, например, если ранее прецизионный датчик угловой скорости (ДУС) с газодинамическими опорами ротора и магнитным центрированием его подвеса имел дрейф порядка 0,0005 °/ч и погрешность масштабного коэффициента 0,005 % при маломощном датчике момента, обеспечивая, тем самым, диапазон измерения не выше 1-3°/с [2], то ныне прецизионные ВОГ, обеспечивая не худшие результаты по точностным характеристикам имеют диапазон измерения от десятков до нескольких сотен (30-200)°/с, а прецизионные волновые твердотельные гироскопы, работающие в интегрирующем режиме, – неограниченный диапазон измерения (несколько тысяч °/с) при не худших технических характеристиках [3–5]. То же самое можно сказать и о гироскопах на ядерном магнитном резонансе. По случайной составляющей дрейфа они ныне несколько отстают от ВТГ и ВОГ, имея его величину порядка 0,02 °/ч, но зато погрешность масштабного коэффициента между запусками составляет у них 0,0004 % при диапазоне измерения до 3500 °/с [6, 7].

Подобное улучшение технических характеристик сопровождается уменьшением габаритов приборов и сокращением их энергопотребления [8]. Так, например, по прогнозам специалистов из США в ближайшие 25 лет будут разработаны гироскопы на холодных атомах со случайной составляющей дрейфа в запуске 0,000015 °/ч и погрешностью масштабного коэффициента 0,0000001 % [9].

В связи с этим, разработка прецизионных стендов с инерциальными чувствительными элементами (ИЧЭ) и цифровыми системами управления, где в качестве ИЧЭ могут применяться гироскопы указанного типа и класса точности, а также прецизионные акселерометры и высокоточные оптические датчики угла является весьма актуальной задачей, о чём не раз докладывалось на Международных конференциях по интегрированным навигационным системам [10–13]. Но не менее актуальной задачей является, подобно задачам в БИНС, комплексирование и обработка информации с датчиков угла и ИЧЭ различной физической природы для формирования выходного сигнала, поступающего в цифровую систему управления двигателем стенда для обеспечения его высоких точностных характеристик, которые, согласно теоретическим положениям, должны быть на порядок выше, нежели у поверяемого прибора [10].

В докладе представлен одна из возможных методик снижения погрешности измерения угловой скорости прецизионным стендом с цифровой системой управления для задания угловых скоростей за счёт комплексирования информации с прецизионных ИЧЭ и оптического датчика угла методом максимального правдоподобия и представлена методика получения интегральной оценки угловой скорости платформы стенда.

Рассмотрим конструкцию стенда, представленную на рисунке 1. В состав стенда входит датчик: угла (2), угловой скорости (ДУС) (4), тангенциальной (6) и центростремительной (7) составляющих линейного ускорения, которые расположены на вспомогательной платформе (5), которая, в свою очередь, связана с основной платформой (1), на которую устанавливается испытуемый прибор (9), посредством жёсткого вала (3), закреплённого в прецизионных опорах (на рисунке не показаны). Вал стенда приводится во вращение при помощи моментного двигателя (8), который контролирует блок управления (на рисунке не показан). Информация с датчиков об угле, угловой скорости, тангенциальной и центростремительной составляющих ускорения поступают в регулятор блока управления, который вырабатывает сигналы управления двигателем. Если используемые датчики имеют достаточную полосу пропускания, а моментный двигатель достаточную мощность, стенд способен поворачивать свою платформу как с установленной угловой скоростью, так и с установленным угловым ускорением, а также разворачивать свою платформу с изменяющейся угловой скоростью по заданному закону.

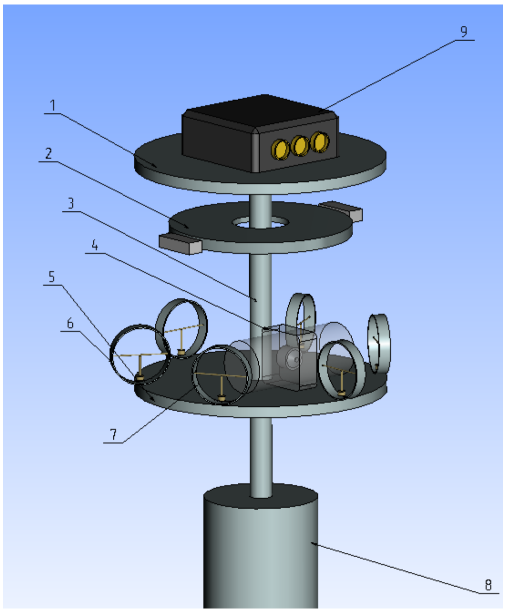


Рис. 1. Конструкция поворотного стенда

Основное преимущество построения стенда по указанной схеме заключается в некоррелированности погрешностей измерений различных датчиков, имеющих различную физическую природу. Точность определения параметров движения во многом определяется знанием параметров модели погрешности конкретного датчика.

В работах [14–18] были получены выражения для оценок погрешностей отдельных датчиков, входящих в состав поворотного стенда. В работах [19–21] производилось сопоставление теоретических оценок для погрешностей и практических результатов. В упомянутых работах было продемонстрировано несоответствие законов распределения погрешностей показаний датчиков, которые входят в состав стенда, нормальному закону распределения. В связи с этим использование МНК для определения оценки угловой скорости по информации от совокупности входящих в состав стенда датчиков некорректно. Находить оптимальную в смысле минимума среднего квадрата погрешности оценку при известных плотностях распределения погрешности измерений авторами предлагается методом максимального правдоподобия (ММП) [22–24].

Обозначим измеряемые выходные значения датчиков y_k. Тогда

$$y_k = M_k g_k(\omega_k) + \xi_k = M_k g_k(\omega_k) + \left(\zeta_k + \xi_k^0\right), \qquad (1)$$

где ω – истинная угловая скорость поворотной платформы стенда, $g(\omega)$ – передаточная функция датчика, M – масштабный коэффициент датчика, ξ – значение аддитивной погрешности датчика, являющейся суммой систематической ξ^0 и случайной ζ составляющих, $k=1...m$ – номер измерительного канала. Оценка угловой скорости по данным с k-го измерительного канала:

$$\tilde{\omega}_k = f_k(y_k, z_1, z_2, z_3, \ldots);$$

В работах [20, 21] приводятся следующие выражения для функции $f_k(y_k, z_1, z_2, z_3, \ldots)$: для ДУС:

$$\hat{\omega}_\Gamma = M_{\omega\Gamma}\omega + \zeta_{\omega\Gamma}, \qquad (2)$$

для датчика угла

$$\hat{\omega}_{ДУ} \cong \omega + \Delta_{З\Gamma}\omega + \frac{(\Delta\alpha_0(\alpha[n]) - \Delta\alpha_0(\alpha[n-1]))}{\Delta\alpha}\omega + \frac{\Delta\alpha_\zeta}{T_0}, \qquad (3)$$

а для датчиков тангенциальной и центростремительной составляющих линейного ускорения – выражениями (5) и (4) соответственно.

$$\hat{\omega}_\tau[t_n] \cong \frac{M_\tau^*}{K_\tau^r}\omega + \frac{M_\tau^*\Delta_{З\Gamma}}{K_\tau^r}\omega + \frac{\Delta M_\tau}{K_\tau^r}\omega + \omega_\tau^0 + \frac{1}{T_0}\frac{1}{K_\tau^r \cdot r}M_\tau^*\int_{t_{n-1}}^{t_n} g\zeta_{a_\tau}^r\,dt + \hat{\omega}_\tau[t_{n-1}], \text{ где } \omega_\tau^0 \cong \frac{gM_\tau^* a_\tau^0}{K_\tau^r \cdot r} \qquad (4)$$

$$\hat{\omega}_ц \cong \sqrt{\frac{M_ц^* + \Delta M_ц}{K_ц^r}}\,\omega - \sqrt{\frac{M_ц^* + \Delta M_ц}{K_ц^r}\frac{g}{r}a_ц^0} - \sqrt{\frac{M_ц^* + \Delta M_ц}{K_ц^r}\frac{g}{r}\frac{1}{4a_ц^0}\zeta_{a_ц}^r} \qquad (5)$$

Нахождение итоговой оценки угловой скорости по ММП требует определения ММП-оценок для всех измерительных каналов поворотного стенда. Для каждого измерительного канала, исходя из предположения о некоррелированности их измерений вследствие того, что датчики различных каналов имеют различную физическую природу, авторами была построена система нормальных уравнений.

Для простоты пока будем полагать масштабные коэффициенты M_k постоянными и известными. В [14] было показано, что плотность вероятности погрешности показаний в каналах датчика угла, центростремительной и тангенциальной составляющих линейного ускорения распределена в соответствии с (6),

$$p(\eta)=\frac{1}{4d}\left[erf\left(\frac{\eta+d}{\sqrt{2}\sigma}\right)-erf\left(\frac{\eta-d}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right] \qquad (6)$$

где $erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$ – функция Лапласа.

а распределение плотности вероятности погрешности показаний датчика угла может быть описано с использованием полигауссовской аппроксимации. Тогда можно выписать выражения для систем нормальных уравнений у каждого отдельного измерительного канала стенда.

Оценка максимального правдоподобия угловой скорости по показаниям ДУС. На основании (6), а также обозначив, $x=\omega$, запишем выражение для совместной плотности вероятностей выборки из N значений угловой скорости, измеренных с помощью ДУС:

$$W_N=\prod_{i=1}^{N}\frac{1}{4d}\left(erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega+d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]-erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega-d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]\right)=$$
$$\left(\frac{1}{4d}\right)^N\prod_{i=1}^{N}\left(erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega+d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]-erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega-d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]\right)\to\max$$

Прологарифмировав эту функцию и определеив её максимум, найдя нули её частных производных по ω и σ, получим систему нормальных уравнений для определения ММП-оценки угловой скорости платформы по показаниям ДУС

$$\frac{dL(\omega,\sigma)}{d\omega}=\sum_{i=1}^{N}\frac{N_1(\omega,\sigma)}{D_1(\omega,\sigma)}=0 \qquad (7)$$

$$N_1(\omega,\sigma)=M_\omega\left(\begin{array}{l}\exp\left(-\frac{(y_i-M_\omega\omega-d)^2}{2\sigma_i^2}\right)-\\ -\exp\left(-\frac{(y_i-M_\omega\omega+d)^2}{2\sigma_i^2}\right)\end{array}\right),$$

где

$$D_1(\omega,\sigma)=\sqrt{\pi}\sigma\left(\begin{array}{l}erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega+d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]-\\ -erf\left[\frac{y_i-M_\omega\omega-d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]\end{array}\right).$$

$$\frac{dL(\omega,\sigma)}{d\sigma}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(y_i-M_\omega\omega-d)^2}{\sigma_i^2}\right)(y_i-M_\omega\omega-d)\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma_i^2}-$$
$$-\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(y_i-M_\omega\omega+d)^2}{\sigma_i^2}\right)(y_i-M_\omega\omega+d)\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma_i^2}=0. \qquad (8)$$

Оценка ω даст нам угловую скорость, которая будет использована в итоговой оценке, а величина σ характеризует достоверность оценки угловой скорости каждым конкретным датчиком и определяет дисперсию погрешности оценивания. Значение дисперсии определяет вес каждой оценки ω в итоговом выражении оценки угловой скорости по результатам измерения совокупностью датчиков.

Выражения (7) и (8) нелинейные, и аналитическое решение полученной системы нормальных уравнений невозможно. Для решения системы нормальных уравнений авторами использовались численные методы [22].

Оценка максимального правдоподобия угловой скорости по показаниям датчиков тангенциальной и центростремительной составляющих линейного ускорения. Аналогично ДУС, для данных датчиков находятся ММП-оценки соответствующих составляющих ускорения и их стандартные отклонения путём численного решения систем нормальных уравнений (9) и (10):

$$\frac{dL(\omega)}{d\omega}=\sum_{i=1}^{N}\frac{N_2(\omega)}{D_2(\omega)}\cdot\frac{dg_k(\omega_k)}{d\omega}=0, \qquad (9)$$

$$N_2(\omega)=M_\omega\left(\begin{array}{l}\exp\left(-\frac{(y_i-M_kg_k(\omega_k)-d)^2}{2\sigma_i^2}\right)-\\ -\exp\left(-\frac{(y_i-M_kg_k(\omega_k)+d)^2}{2\sigma_i^2}\right)\end{array}\right),$$

где

$$D_2(\omega)=\sqrt{\pi}\sigma\left(\begin{array}{l}erf\left[\frac{y_i-M_kg_k(\omega_k)+d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]-\\ -erf\left[\frac{y_i-M_kg_k(\omega_k)-d}{\sqrt{2}\sigma_i}\right]\end{array}\right).$$

$$\frac{dL(\omega,\sigma)}{d\sigma}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(y_i-M_\omega\omega-d)^2}{\sigma_i^2}\right)(y_i-M_\omega\omega-d)\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma_i^2}-$$
$$-\frac{\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(y_i-M_\omega\omega+d)^2}{\sigma_i^2}\right)(y_i-M_\omega\omega+d)\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma_i^2}=0. \qquad (10)$$

Здесь k – номер канала измерения; N_k – объём выборки.

Оценка максимального правдоподобия угловой скорости по информации с датчика угла. Для получения оптимальной ММП-оценки по информации с датчика угла авторами на основании выражения (3) была получена следующая система нормальных уравнений:

$$W_N = \prod_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{R} \rho_j \cdot N_x \{\mu_j, \sigma_j\}$$

$$\frac{dL}{d\alpha} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\sum_{j=1}^{R} \frac{\rho_j (y_i - \alpha) \exp\left\{ \frac{(y_i - \alpha)^2}{2\sigma_{ij}^2} \right\}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ij}^3}}{\sum_{j=1}^{R} \rho_j \frac{\exp\left\{ \frac{(y_i - \alpha)^2}{2\sigma_{ij}^2} \right\}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ij}}} = 0 \qquad (11)$$

$$\frac{dL(\alpha,\sigma)}{d\sigma} = \sum_{i=1}^{N} \frac{N_3(\alpha,\sigma)}{D_3(\alpha,\sigma)} \qquad (12)$$

$$N_3(\alpha,\sigma) = \sum_{j=1}^{R} \left(-\left(\frac{1}{2} \frac{\rho_i \exp\left\{ \frac{(y_i - \alpha)^T (y_i - \alpha)}{\sigma_{ij}} \right\} (2\pi)^N \left(\frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \det(\sigma_{ij}) \right)}{\left(\sqrt{(2\pi)^N \det(\sigma_{ij})} \right)^3} + \right. \right.$$
$$\left. \left. + \frac{\rho_i (y_i - \alpha)^T (y_i - \alpha) \exp\left\{ \frac{(y_i - \alpha)^T (y_i - \alpha)}{\sigma_{ij}} \right\}}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\sigma_{ij})} \sigma_{ij}^2} \right) \right),$$

$$D_3(\alpha,\sigma) = \sum_{j=1}^{R} \frac{\rho_i \exp\left\{ \frac{(y_i - \alpha)^T (y_i - \alpha)}{\sigma_{ij}} \right\}}{\sqrt{(2\pi)^N \det(\sigma_{ij})}} .$$

Как и ранее, оценки $\hat{\alpha}$ и σ из (11), (12) находятся с использованием численных методов.

Методика оценки масштабных коэффициентов датчиков основана на представлении «идеального» значения масштабного коэффициента любого из рассматриваемых датчиков как суммы его истинного значения и малой погрешности $M^* = M + \Delta M$.

В [22] подробно описывается итерационная процедура нахождения малых погрешностей масштабных коэффициентов каждого из датчиков. В данной публикации, ввиду ограниченности объёма она приведена не будет, однако необходимо отметить, что методика оценки масштабных коэффициентов позволяет находить реальные масштабные коэффициенты датчиков с любой наперёд заданной точностью.

Методика определения угловой скорости платформы поворотного стенда. Предлагаемая авторами методика состоит из двух этапов, на первом из которых выполняется калибровка стенда, после выполнения которой стенд может воспроизводить и измерять угловую скорость (второй этап). Предполагается, что систематическая составляющая погрешности датчика угла $\Delta\alpha_0(\alpha)$ а также погрешность задающего генератора $M_{ЗГ}$ известны до начала калибровки поворотного стенда.

1) Платформа стенда фиксируется, измеряются средние значения величин $\zeta_{\omega Г}$, $a_ц^0$, a_τ^0. Полученные значения в позже будут использованы как начальные приближения.

2) Производится разворот платформы с наперёд заданными угловыми скоростями ω_i, $i=1,...,M$ на фиксированные углы α_i. Угловое положение платформы во время движения выбирается таким образом, чтобы случайная составляющая погрешности $\Delta\alpha_\zeta$ была пренебрежимо малой. Длительности разворотов T_i фиксируется.

3) Для каждого датчика с помощью взвешенного МНК [14] находится масштабный коэффициент M_k.

$$M_k = \sum_{i=1}^{M} \omega_i \left(\tilde{\omega}_{ki} - \xi_k^0 \right) \Big/ \sum_{i=1}^{M} \omega_i^2 , \quad \omega_i = \frac{\alpha_i}{T_i} ,$$

где в качестве ξ_k^0 используются значения, определенные на первом этапе.

На этом калибровка заканчивается. Во время эксплуатации стенда:

4) По ММП для каждого датчика определяется оценка угловой скорости $\hat{\omega}_k$ и дисперсия σ_k^2.

5) Вычисляются весовые коэффициенты p_k как величины, обратные дисперсиям. $p_k = 1/\sigma_k^2$.

6) Окончательная оценка угловой скорости определяется как средневзвешенная:

$$\tilde{\omega}_{ML} = \sum_{k=1}^{M} p_k \hat{\omega}_k \Big/ \sum_{k=1}^{M} p_k , \qquad (17)$$

где $\hat{\omega}_k$ – ММП-оценка, полученная по данным с k-го измерительного канала.

Заключение

В работе приведено описание метода оценки угловой скорости платформы поворотного стенда по информации от совокупности датчиков, основанное на методе максимального правдоподобия, использующем полученные авторами распределения плотностей вероятностей погрешностей датчиков угловой скорости, угла, тангенциальной и центростремительной составляющих линейного ускорения.

Авторами предлагается применение метода максимального правдоподобия для определения оптимальной с точки зрения минимума квадрата погрешности оценки угловой скорости поворотной платформы стенда.

Использование совокупной информации с датчиков параметров движения, основанных на использовании различных физических принципов измерения, в сочетании с оптимальными методами обработки полученных экспериментальных данных, позволяет точнее оценивать и задавать параметры движения прецизионных поворотных платформ.

Литература

[1] Измайлов Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП». 2010. № 1. С. 27–35.

[2] Волынцев Л.А., Дудко Л.А. и др. Опыт создания высокоточных поплавковых гироприборов, применяемых в системах угловой ориентации и стабилизации космических аппаратов и станций //

Материалы X Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2003. С. 226–234.

[3] Патрюэль И., Онтас И., Лефевр Э., Наполитано Ф. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на основе ВОГ с уходом одна морская миля в месяц: мечта уже достижима? // Гироскопия и навигация. 2013. № 3. С. 3–13.

[4] Негри С., Лабарр Э. и др. Новое поколение инерциальных навигационных систем на основе ВТГ для аппаратов, обеспечивающих запуск спутников // Гироскопия и навигация. 2016. № 1. С. 49–59.

[5] Delhaye, F., Girault, J.-Ph., HRG Technological Breakthrough for Advanced Space Launcher Inertial Reference System, *Proceed. 25-th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*, 2018, pp. 267–271.

[6] Пешехонов В.Г., Литманович Ю.А., Вершовский А.К. Гироскоп на основе явления ядерного магнитного резонанса: прошлое, настоящее, будущее // Материалы 7 российской мультиконференции по проблемам управления. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 35–42.

[7] Уокер Т.Дж., Ларсен М.С. ЯМР-гироскопы со спин-обменной накачкой // Гироскопия и навигация. 2018. № 1. С. 28–54.

[8] Калихман Л.Я., Калихман Д.М., Садомцев Ю.В., Ермаков Р.В. и др. Возможность построения миниатюрных блоков измерителей угловых скоростей повышенной надежности для космических объектов на базе поплавковых дус с использованием современной элементной базы // XIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2007. С. 29–37.

[9] Шмидт Дж.Т. Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды // Гироскопия и навигация. 2019. № 1. С. 3–21.

[10] Калихман Д.М., Ермаков Р.В., Калихман Д.М., Калихман Л.Я., Нахов С.Ф., Туркин В.А., Львов А.А., Садомцев Ю.В., Кривцов Е.П., Янковский А.А. Основы разработки комплексного цифрового управления прецизионными стендами с инерциальными чувствительными элементами по сигналам с измерителей угловой скорости, кажущегося ускорения и оптического датчика угла // Материалы XXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 302–307.

[11] Калихман Д.М., Калихман Л.Я., Депутатова Е.А., Крайнов А.П., Ермаков Р.В., Кривцов Е.П., Янковский А.А., Львов А.А. Пути расширения диапазона измерения и повышения точностных характеристик поворотных стендов с инерциальными чувствительными элементами для контроля гироскопических приборов угла // Материалы XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 334–339.

[12] Калихман Д.М., Депутатова Е.А., Гнусарев Д.С., Скоробогатов В.В., Никифоров В.М., Кривцов Е.П., Янковский А.А. Разработка цифровых регуляторов для систем управления гироскопическими приборами и метрологическими установками на их основе с применением современных методов синтеза с целью улучшения точностных и динамических характеристик угла // Материалы XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 274–278.

[13] Калихман Д.М., Калихман Л.Я., Ермаков Р.В. и др. Результаты разработки универсальной аппаратуры для компьютерного контроля широкого класса инерциальных приборов // Гироскопия и навигация. 2009. № 1 (64). С. 86–100

[14] Ермаков Р.В., Калихман Д.М., Кондратов Д.В., Львов А.А. Исследование законов распределения погрешностей датчиков, входящих в состав стендов для задания угловых скоростей // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2016. № 3. С. 9–16.

[15] Ермаков Р.В., Львов А.А. Анализ погрешностей углоизмерительного стенда на основе оптического бесконтактного датчика угла // Проблемы управления, обработки и передачи информации. Сборник трудов IV Международной научной конференции: в 2 томах. 2015. С. 116–123.

[16] Ермаков Р.В., Калихман Д.М., Львов А.А. Использование полигауссовской аппроксимации для описания свойств погрешностей оптического датчика угла // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». 2016. Т. 2. С. 23–25.

[17] Ермаков Р.В., Калихман Д.М., Львов А.А., Скрипаль Е.Н. Исследование статистических свойств погрешности оптического датчика угла // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ. 2016. № 8 (90). С. 155–158.

[18] Ермаков Р.В., Кондратов Д.В., Серанова А.А., Львов А.А. и др. Построение модели вибрационной погрешности волнового твердотельного гироскопа // Юбилейная XXV Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 195–197.

[19] Ермаков Р.В., Львов А.А., Серанова А.А., Кондратов Д.В. Результаты численного моделирования алгоритма оптимального оценивания угловой скорости поворотного стенда по показаниям датчиков различной физической природы // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2019. № 3. С. 44–57.

[20] Ермаков Р.В., Серанова А.А., Львов А.А., Калихман Д.М. Оптимальное оценивание параметров движения прецизионного поворотного стенда по методу максимального правдоподобия // Измерительная техника. 2019. № 2. С. 39–44.

[21] Ермаков Р.В., Серанова А.А., Львов А.А., Калихман Д.М. Метод оценивания угловой скорости прецизионного поворотного стенда // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2019. № 4 (48). С. 144–164.

[22] Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985. 509 с.

[23] Вучков И.Н., Бояджиева Л.Н., Солаков Е.Б. Прикладной линейный регрессионный анализ. М.: Финансы и статистика, 1987. 239 с.

[24] Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М.: ГИФМЛ, 1958. 334 с.

Автономная процедура калибровки МЭМС-гироскопа по данным акселерометра*

А.Г. Миков
Петрозаводский государственный университет
Петрозаводск, Россия
sasha.mikoff@gmail.com

С.А. Региня
Петрозаводский государственный университет
Петрозаводск, Россия
sreginya@gmail.com

А. П. Мощевикин
Петрозаводский государственный университет
Петрозаводск, Россия
alexmou@lab127.karelia.ru

***Аннотация*—В данной статье представлен новый метод калибровки акселерометров и гироскопов. В отличие от известных методов, он не требует специализированного оборудования, такого как поворотные стенды. Для выполнения калибровки пользователю необходимо выполнить серию последовательных поворотов инерциального измерительного модуля (IMU) и обеспечить периоды неподвижности между ними. Для определения ошибок датчиков минимизируется функция стоимости, определенная как сумма разностей ориентаций, рассчитанных на основании измерений акселерометра и гироскопа. Данная функция минимизируется относительно калибровочных параметров датчиков: масштабных коэффициентов, неортогональностей осей, смещений нуля акселерометра и гироскопа и несоосности между тройками осей акселерометра и гироскопа в составе.**

Представленный метод калибровки апробирован путем имитационного моделирования, а также на реальных данных, полученных с инерциальных модулей MPU-9250. В обоих случаях метод позволил правильно оценить калибровочные параметры. В результате моделирования разница между истинными значениями параметров и их оценками составила менее 0.1% от абсолютного значения величины. Эксперименты с модельными и реальными данными показали значительное уменьшение ошибки определения ориентации после калибровки инерциальных датчиков предложенным методом. Дополнительно проведена оценка влияния масштабного коэффициента и неортогональности осей на ошибку определения ориентации.

Программная реализация алгоритма на языке Python, симулятор данных инерциальных датчиков и данные реальных датчиков представлены в открытом доступе[1].

Ключевые слова—калибровка гироскопа, инерциальные датчики, ошибки датчиков.

I. Введение

Использование инерциальных датчиков в задачах позиционирования и навигации – хорошо изученная область знаний. Вместе с тем, традиционно исследователи исходили из предположений о том, что используемые датчики являются высокоточными. Необходимый класс точности достигался как за счет технологий изготовления, так и за счет точных калибровок. Примером датчиков высокого класса точности являются волоконно-оптические гироскопы. Процесс производства инерциальных датчиков МЭМС-типа, напротив, относительно прост. Эта простота, с одной стороны, приводит к значительному уменьшению цены и, как следствие, к их более широкому применению. С другой стороны, шум измерений, ошибки масштабных коэффициентов и смещение нуля МЭМС-датчиков не позволяет использовать их в сферах, требующих повышенной точности.

Одним из способов повышения точности датчиков является их калибровка. В основном для калибровки датчиков используются поворотные стенды [1] и специальные оборудование [2]. Во время калибровки IMU заданным образом ориентируется в пространстве и вращаются с известной скоростью. Затем измерения акселерометра и гироскопа сравниваются с эталонными значениями проекции ускорения свободного падения и скоростями вращения. К минусам данного метода относятся существенные затраты времени и ресурсов на калибровку [3].

Для калибровки акселерометра были предложены и другие подходы. Большинство из них используют известное значение ускорения свободного падения в периоды неподвижности. Как показано в [4], это обычно приводит к смещенной оценке калибровочных параметров. Чтобы избежать этого, исследователи применяют метод максимального правдоподобия и минимизируют функцию стоимости для калибровочных параметров датчика и ориентаций [5], [6]. Данный подход был также использован для многосенсорных массивов инерциальных датчиков, что позволило оценивать не только калибровочные параметры акселерометров, но и несоосность между акселерометрами.

Для калибровки гироскопа не существует подобного быстрого, надежного и не требующего специального оборудования метода. В качестве решения данной задачи предлагается использовать способ калибровки акселерометра [7] с помощью многогранника, распространив его на случай калибровки гироскопа.

Целью данного исследования являлась разработка простого способа полной калибровки IMU без использования специального оборудования. Для выполнения калибровки необходимо выполнить 10-20 произвольных вращений IMU и обеспечить периоды неподвижности между ними. Новизна предлагаемого подхода состоит в использовании функции стоимости, позволяющей в дополнение к ошибкам акселерометра оценивать ошибки гироскопа. Для акселерометра калибровочные параметры определяются путем минимизации суммы разностей между измеренным и ожидаемым выходным сигналом акселерометра в периодах неподвижности. Для гироскопа калибровочные параметры определяются путем минимизации суммы различий ориентаций, рассчитанных по данным акселерометра в статике и гироскопа после завершения очередного вращения.

[1] Все данные и программное обеспечение, использованное в настоящем исследовании, размещены в открытом доступе по адресу http://github.com/mikoff/imu-calib.

Разработка и верификация алгоритма происходила в несколько этапов. Сначала был создан симулятор данных IMU. Затем были построены функции стоимости ошибок, зависящие от масштабных коэффициентов, неортогональности осей, смещений нуля акселерометра и гироскопа, а также несоосности триад акселерометра и гироскопа. Далее, используя численные алгоритмы для минимизации функции стоимости, была проведена оценка калибровочных параметров датчиков на моделированных данных. Наконец, была проведена оценка калибровочных параметров на реальных данных.

В разделе II представлены модели измерений акселерометра и гироскопа. В разделе III приведены функции стоимости, которые могут быть использованы для определения калибровочных параметров датчиков средствами алгоритмов минимизации. В разделе IV описаны результаты имитационного моделирования и калибровки реальных инерциальных модулей. Выводы приведены в разделе V.

II. Модель измерений датчиков

Модель измерений, отражающая основные типы ошибок акселерометра и гироскопа, может быть представлена в следующем виде:

$$\widetilde{f} = b_a + (I_3 + M_a) f + w_a, \tag{1}$$

$$\widetilde{\omega} = b_g + (I_3 + M_g)\omega + w_g, \tag{2}$$

где I_3 – единичная матрица размерности 3×3, $\widetilde{f}$ и $\widetilde{\omega}$ – векторы измерений кажущегося ускорения и угловой скорости, f и ω – истинные значения измеряемой величины, b_a и b_g – смещения нуля акселерометра и гироскопа, w_a и w_g – случайный шум измерений, включающий в себя источники ошибок за рамками модели. Матрицы M_a и M_g построены из масштабных коэффициентов и коэффициентов взаимного влияния осей акселерометра и гироскопа:

$$M_a = \begin{pmatrix} s_{a,x} & m_{a,xy} & m_{a,xz} \\ 0 & s_{a,y} & m_{a,yz} \\ 0 & 0 & s_{a,z} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$M_g = \begin{pmatrix} s_{g,x} & m_{g,xy} & m_{g,xz} \\ 0 & s_{g,y} & m_{g,yz} \\ 0 & 0 & s_{g,z} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $s_{\{a,g\}}$ – масштабные коэффициенты, $m_{\{a,g\},\alpha\beta}$ – коэффициенты неортогональности, или взаимного влияния, осей измерения, обозначающие наличие ненулевого измерения по оси α при воздействии на акселерометр или гироскоп вдоль оси β.

Поскольку изготовление IMU имеет технологические погрешности, измерительные оси акселерометра и гироскопа не являются сонаправленными. Чтобы учесть данный эффект, в модель измерений добавлена матрица несоосности R, которая описывает преобразование между системами координат акселерометра и гироскопа. Как указано в [8], при малых углах несоосности ошибка может быть выражена как вектор ε относительно некоторого выбранного базиса векторов. Тогда матрица вращения R может быть выражена как:

$$R = I_3 + [\varepsilon]_\times, \tag{5}$$

где $[\varepsilon]_\times$ – кососимметричная матрица.

С учетом матрицы вращения R измерения гироскопа могут быть преобразованы в систему координат акселерометра:

$$\omega^a = R^{-1}\omega^g. \tag{6}$$

С учетом оценок смещений нуля, масштабных коэффициентов, неортогональности осей и ошибок несоосности между акселерометром и гироскопом, скорректированные измерения имеют вид:

$$\hat{f} = (I_3 + \hat{M}_a)^{-1}(\widetilde{f} - \hat{b}_a) \approx (I_3 + \hat{M}_a)^{-1}\widetilde{f} - \hat{b}_a, \tag{7}$$

$$\hat{\omega}^a = (I_3 + \hat{M}_g)^{-1}(\hat{R}^{-1}\widetilde{\omega} - \hat{b}_g) \approx (I_3 + \hat{M}_g)^{-1}\hat{R}^{-1}\widetilde{\omega} - \hat{b}_g. \tag{8}$$

Приближения в правых частях уравнений 7 и 8 выполнены с учетом пренебрежения произведением погрешностей датчиков, при условии, что они имеют малую величину.

Разные типы ошибок измерений представлены на рисунке 1. В настоящей работе ошибки квантования считаются пренебрежимо малыми. Также, в ходе исследования параметров используемых в данной работе инерциальных модулей MPU-9250 на поворотном столе было определено, что нелинейность датчиков пренебрежимо мала, поэтому данная ошибка не включена в модели измерений датчиков (1) и (2).

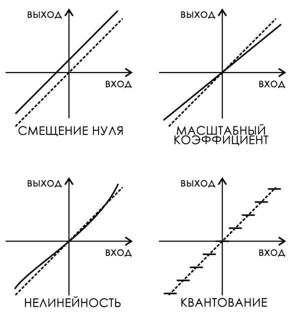


Рис. 1. Типы ошибок датчиков

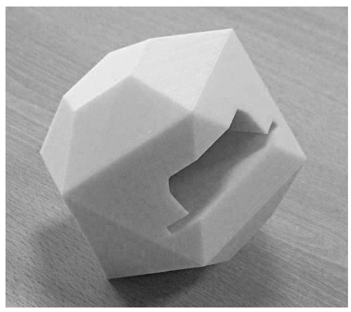


Рис. 2. Держатель IMU для калибровки

III. Метод калибровки

Разработанный метод калибровки акселерометра и гироскопа не требует применения специального точного оборудования, основан на слепой идентификации и использует информацию об известной величине ускорения свободного падения.

Для оценки калибровочных параметров $\hat{R}$, $\hat{M}_{s\in a,g}$, $\hat{b}_{s\in a,g}$ необходимо произвести сбор данных IMU в нескольких различных положениях. Метод не использует информацию об истинной ориентации инерциального измерителя в пространстве, поэтому в процедуре калибровки может быть использовано любое приспособление.

В настоящем исследовании использовался изготовленный с помощью 3D-принтера икосаэдр с усечением двух вершин, имеющий 22 грани.

Процедура калибровки состоит из следующих шагов.

1) Оценить калибровочные параметры $\hat{M}_a$, $\hat{b}_a$ акселерометра.

2) Применить полученнные калибровочные параметры к измерениям акселерометра $\tilde{f}$ и получить оценку $\hat{f}$ согласно уравнению (7).

3) Оценить калибровочные параметры гироскопа $\hat{R}$, $\hat{M}_g$, $\hat{b}_g$, используя функцию стоимости, описанную в разделе III-B.

В последующих подразделах определены функции стоимости, используемые в процедурах оптимизации. Минимизация функции выполнялась численно с применением алгоритма Trust Region Reflective [9]. Экспериментальным путем определено, что к решению данной задачи применимы и другие, более эффективные алгоритмы, однако они показали меньшую устойчивость при определении глобального минимума функции.

A. Калибровка акселерометра

Пусть $\{f_i\}_{i=1}^N$ – набор усредненных измерений акселерометра в N различных положениях, Θ_a – девять калибровочных параметров:

$$\Theta_a = \lfloor s_{a,x}, s_{a,y}, s_{a,z}, m_{a,yz} m_{a,xy}, m_{a,xz}, b_{a,x}, b_{a,y}, b_{a,z} \rfloor \qquad (9)$$

Тогда квадрат ошибки между оценкой ускорения $\hat{f}$ и ожидаемым измерением ускорения $\hat{u}(\phi,\theta)$ может выступать в качестве функции стоимости при калибровке акселерометра:

$$L(\Theta_a) = \sum_{i=1}^{N} (f_i - \hat{u}_i(\phi_i,\theta_i))^2, \qquad (10)$$

где ожидаемая величина ускорения $\hat{u}$ в положении i зависит от углов тангажа ϕ_i и крена θ_i . Углы тангажа и крена рассчитываются, исходя из $\hat{f}$:

$$\phi_i = \arctan 2(\hat{f}_{a,y}, \hat{f}_{a,z}), \qquad (11)$$

$$\theta_i = \arctan 2(-\hat{f}_{a,x}, \sqrt{\hat{f}_{a,y}^2 + \hat{f}_{a,z}^2}), \qquad (12)$$

откуда ожидаемое значение измерения оценивается как:

$$\hat{u}_i(\phi_i,\theta_i) = [-\sin(\theta_i), \cos(\theta_i)\sin(\phi_i), \cos(\theta_i)\cos(\phi_i)]^T. \qquad (13)$$

B. Калибровка гироскопа

Пусть $\{\omega_j\}, j = 1 \ldots N-1$ – совокупность наборов измерений гироскопа в периоды движения между N ориентациями, как указано в разделе III-A. В начальный и конечный момент устройство также должно быть неподвижным.

Характеристическое время вращения j между двумя положениями составляет от 1 до 5 секунд. Это означает, что изменение ориентации устройства относительно предыдущего положения может быть рассчитано путем интегрирования показаний гироскопа по времени. Ориентация в конце поворота $R_{g,j}$ может быть рассчитана как:

$$R_{g,j} = R_g\{\omega_j\} R_{a,j_{start}}, \qquad (14)$$

где $R_{a,j_{start}}$ – оценка ориентации, рассчитанная на основании скалиброванных измерений акселерометра непосредственно перед поворотом j, $R_g\{\omega_j\}$ –изменение ориентации, рассчитанное путем интегрирования показаний гироскопа $\{\omega_j\}$ за период движения j. С другой стороны, ориентация $R_{g,j}$ должна совпадать с ориентацией $R_{a,j_{end}}$, рассчитанной на основании скалиброванных измерений акселерометра после поворота j.

На основании измерений акселерометра могут оцениваться только углы крена и тангажа.

Пусть $R_k^{\phi,\theta} = [R^\phi, R^\theta]^T$ – вектор углов тангажа и крена, рассчитанных на основании соответствующей матрицы поворота R_k, а Θ_g – двенадцать калибровочных параметров гироскопа:

$$\begin{aligned}\Theta_g = [&s_{g,x}, s_{g,y}, s_{g,z}, m_{g,yz} m_{g,xy}, m_{g,xz},\\ &b_{g,x}, b_{g,y}, b_{g,z}, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z].\end{aligned} \qquad (15)$$

Тогда функция стоимости для калибровки гироскопа может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned}L(\Theta_g) &= \sum_{j=1}^{M} \left(\left(R_{a,j_{end}} R_{g,j}^T \right)^{\phi,\theta} \right)^2 = \\ &= \sum_{j=1}^{M} \left(\left(R_{a,j_{end}} \left(R_g\{\omega_j\} R_{a,j_{start}} \right)^T \right)^{\phi,\theta} \right)^2,\end{aligned} \qquad (16)$$

где произведение $R_{a,j_{end}} R_{g,j}^T$ описывает поворот гироскопа относительно акселерометра.

IV. Эксперименты и результаты

A. Результаты моделирования

Для проверки предложенного подхода было выполнено имитационное моделирование методом Монте-Карло. Были сгенерированы идеальные измерения акселерометра и гироскопа для последовательных поворотов и периодов неподвижности. Общее количество ориентаций составляло 24. Вращение между двумя неподвижными ориентациями составляло 1 секунду, время неподвижности в каждой ориентации также составляло 1 секунду.

Затем идеальные измерения IMU были искажены согласно уравнениям (1), (2) и (6). Масштабные коэффициенты акселерометра и гироскопа выбирались в диапазоне (–0.1, 0.1), коэффициенты взаимовлияния осей в диапазоне (–0.06, 0.06), что соответствует неортогональности в ±5.7º. Смещение нуля акселерометра выбиралось в диапазоне (–1,1) *м/с*^{2}, смещение нуля гироскопа в диапазоне (–6,6) º*/с,* несоосность осей гироскопа и акселерометра в диапазоне (–6,6)º. Все указанные величины генерировались в указанных диапазонах случайно с равномерным распределением. Белый шум измерений гироскопа и акселерометра имел параметры $w_a \sim N(0.0,\ 0.04)$ *м/с*^{2} и $w_g \sim N(0.0,\ 0.001)$ *рад/с*. Выбранные стандартные отклонения отражают уровень шумов измерений современных коммерчески доступных модулей IMU [10].

Далее выполнялась калибровка согласно методике, описанной в разделе III. Результаты 200 симуляций приведены в таблице I. Как видно из таблицы I, разница между истинными значениями и оценками ошибок сенсоров близка к нулю и относительно мала по сравнению с абсолютными значениями величин. Данные результаты указывают на то, что предложенный способ оценки параметров является несмещенным и для акселерометра, и для гироскопа.

TABLE I. Разница между истинными значение и оценкой параметров ошибки датчиков в 200 симуляциях методом Монте-Карло. Указаны средняя ошибка и стандартное отклонение.

Параметр	Ошибка оценки параметра, $\Theta_{true} - \Theta_{est}$					
	Акселерометр			*Гироскоп*		
	Среднее	Ст. откл.	Ед. изм.	Среднее	Ст. откл.	Ед. изм.
s_x	0.0	0.0002		0.0003	0.0005	
s_y	-0.0001	0.0004		0.0003	0.0006	
s_z	0.0	0.0004		0.0004	0.0021	
m_{yz}	-0.0057	0.0286	°	-0.0057	0.1891	°
m_{xy}	0.0	0.0286	°	-0.0115	0.1318	°
m_{xz}	0.0	0.0344	°	0.0115	0.0688	°
b_x	-0.0003	0.0019	м/с^2	-0.0172	0.0344	°/с^2
b_y	0.0	0.0031	м/с^2	0.0	0.0286	°/с^2
b_z	0.0002	0.0031	м/с^2	0.0	0.0229	°/с^2
ε_x	-	-		0.0	0.0974	°
ε_y	-	-		0.0	0.0286	°
ε_z	-	-		-0.0057	0.0401	°

B. Результаты экспериментов

Предложенный метод калибровки был апробирован с использованием мультисенсорного инерциального модуля MIMU2.5 [11],[12]. Данный модуль включает в себя пять блоков инерциальных измерителей Invensense MPU-9250 и микроконтроллер, осуществляющий сбор измерений.

Модуль MIMU2.5 был закреплен внутри пластикового держателя, представленного на рисунке 2. Держатель последовательно устанавливался на разные грани. В полученных измерениях на основании абсолютных значений автоматически были выделены периоды неподвижности и поворотов, затем эти данные были поданы на вход алгоритма калибровки.

Корректность калибровки определялась по значению невязки между ориентацией, рассчитанной по данным акселерометра в конце вращения, и ориентацией, рассчитанной путем интегрирования гироскопических измерений за время вращения. Принято, что оценка калибровочных параметров проведена успешно, если данная невязка составляет менее 0.1°.

Оценки калибровочных констант для пяти чипов Invensense MPU-9250, входящих в состав MIMU2.5, приведены в таблице II. Очевидно, что калибровка модулей при производстве выполнена с достаточно высоким качеством, а параметры датчиков соответствуют паспортным характеристикам. Ошибка масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров составило менее 1%. Неортогональность осей и несоосность акселерометра и гироскопа составила менее 1° для всех исследованных модулей IMU.

TABLE II. Результаты калибровки IMU.

Параметр	Акселерометр					Гироскоп				
	#1	#2	#3	#4	#5	#1	#2	#3	#4	#5
s_x, %	0.363	0.471	0.382	0.263	0.251	0.041	0.007	-0.058	0.227	0.226
s_y, %	0.315	0.482	0.355	0.448	0.286	0.457	0.26	0.277	0.599	0.57
s_z, %	0.647	0.932	0.78	0.721	0.804	0.826	-0.179	0.242	0.308	0.853
m_{yz}, °	0.123	-0.284	0.26	-0.009	0.056	-0.034	-0.639	0.15	-0.105	0.08
m_{xy}, °	0.02	-0.01	-0.012	-0.028	0.0	-0.12	0.21	-0.072	0.025	0.178
m_{xz}, °	0.317	0.145	0.282	-0.104	0.191	0.806	0.262	0.876	0.072	0.497
b_x	0.103	0.09	0.096	0.065	0.07	1.146	-0.573	0.573	-1.261	-1.031
b_y	0.097	0.07	0.008	0.092	0.036	-0.401	1.089	-0.344	1.031	0.401
b_z	0.344	0.338	-0.045	-0.009	0.182	1.261	0.286	1.261	4.813	1.432
ε_x, °	-	-	-	-	-	0.03	-0.565	0.142	-0.102	0.077
ε_y, °	-	-	-	-	-	-0.364	0.013	-0.482	-0.129	-0.223
ε_z, °	-	-	-	-	-	-0.074	0.069	-0.079	0.015	0.075

a. Смещения нуля b_x, b_y, b_z приведены в м/с^2 для акселерометра и ◦/с для гироскопа.

Абсолютные значения измерений некалиброванных и калиброванных акселерометров в периоды неподвижности для модуля IMU#1 приведены на рисунке 3.

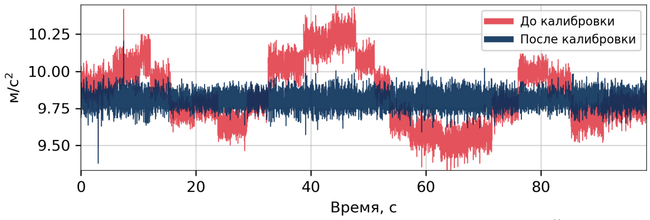


Рис. 3. Абсолютное значение измерений акселерометра IMU#1 до и после калибровки

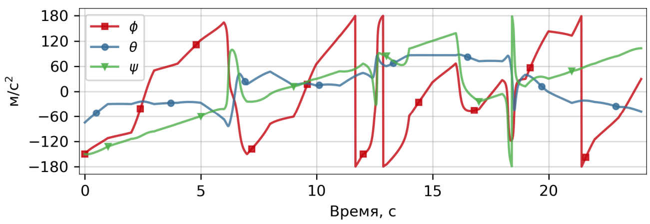


Рис. 4. Профиль вращения для оценки разницы в ориентации между истинной и восстановленной ориентацией

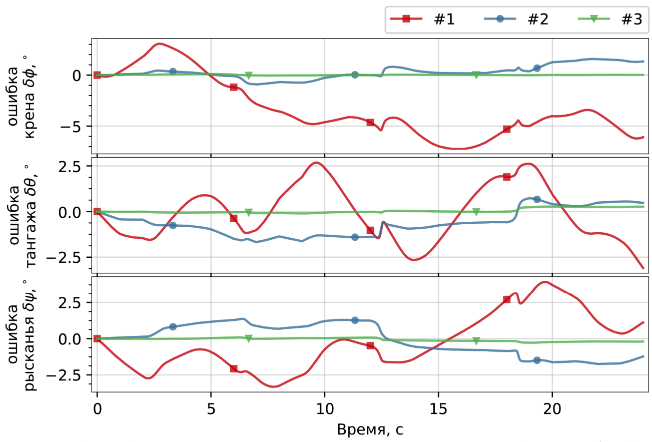


Рис. 5. Ошибки ориентации для трех вариантов калибровки: 1) без калибровки; 2) калибровка смещения нуля гироскопа; 3 калибровка масштабного коэффициента, неортогональности осей и смещения нуля гироскопа

Поскольку калибровка смещения нуля гироскопа очевидна, более интересно влияние масштабного коэффициента и неортогональности осей гироскопа на точность определения ориентации при известном смещении нуля гироскопа. Общее время вращения для каждого эксперимента составляло 58 секунд. В течение этого времени ошибка ориентации, вызванная s_g и m_g, находилась в диапазоне [3.1– 3.9]º для тангажа ϕ и [3.3– 4.9]º для крена θ. После калибровки параметров s_g и m_g - ошибка определения ориентации значительно уменьшилась и составила, соответственно [0.1– 0.5]º для тангажа ϕ и [0.1– 0.6]º для крена θ.

Чтобы показать, как данные ошибки влияют на ошибку оценки ориентации, калибровочные параметры, полученные для модуля IMU#1, были использованы в имитационной модели. Модуль IMU плавно вращался между 24 случайными ориентациями без периодов неподвижности. Профиль вращения (изменения ориентации, для которых был сгенерированы измерения IMU) приведен на рисунке 4. Для смоделированных измерений путем интегрирования показаний гироскопа рассчитана ориентация и ошибка ориентации относительно истинной ориентации для трех вариантов калибровки:

1) без калибровки;
2) с частичной калибровкой (только смещения нуля гироскопа);
3) с полной калибровкой гироскопа.

Ошибки в определении углов крена, тангажа и рыскания для трех перечисленных случаев приведены на рисунке 5. Очевидно, что даже в том случае, когда учитывалось смещение нуля гироскопа, ошибки масштабного коэффициента и неортогональность осей за короткое время приводили к значительным ошибкам в определении ориентации. Например, в выполненном моделировании ошибка определения ориентации во время вращения составила до 3º для каждого из углов Эйлера. Для калиброванных измерений соответствующие ошибки определения углов Эйлера составили менее 0.1º, что подтверждает значимость полной калибровки гироскопа.

V. Выводы и дальнейшие исследования

В данной работе предложен метод калибровки акселерометра и гироскопа, не требующий информации об истинной скорости вращения или ориентации. В процедуре калибровки используются только собственные измерения акселерометра и гироскопа, полученные при вращениях устройства между различными ориентациями с короткими периодами неподвижности. Никаких других ограничений на использование метода не накладывается.

Представленный метод позволяет осуществлять калибровку следующих параметров инерциального модуля: а) смещения нуля, б) масштабные коэффициенты, в) неортогональность осей, г) несоосность между тройками осей акселерометра и гироскопа.

Оценка параметров гироскопа выполняется путем сравнения разницы углов ориентации, рассчитанных по данным акселерометра в периоды неподвижности, с изменением ориентации, накопленным по данным гироскопа во время вращения.

Предложенный метод калибровки дает устойчивые и несмещенные оценки параметров ошибок инерциальных датчиков в пределах 0.1% от их абсолютного истинного значения. Проверка метода выполнена с использованием смоделированных и реальных данных. Путем имитационного моделирования показано влияние ошибок гироскопа на точность оценки ориентации.

Простота и устойчивость метода делают его хорошим инструментом для инженеров и исследователей, заинтересованных в улучшении характеристик используемых недорогих инерциальных датчиков. Опубликованный в открытом доступе исходный код позволяет собственными силами осуществлять калибровку модулей IMU с использованием предложенного метода.

Список источников

[1] Rui Zhang, Fabian Hoflinger, and Leonhard M Reind, Calibration of an imu using 3-d rotation platform, *IEEE sensors Journal*, 14(6): 1778–1787, 2014.

[2] Olli Särkkä, Tuukka Nieminen, Saku Suuriniemi, and Lauri Kettunen, A multi-position calibration method for consumer-grade accelerometers, gyroscopes, and magnetometers to field conditions, *IEEE Sensors Journal*, 17(11): 3470–3481, 2017.

[3] Sara Stan¡cin and Sašo Tomaži¡c, Time-and computation-efficient calibration of mems 3d accelerometers and gyroscopes, *Sensors*, 14(8): 14885–14915, 2014.

[4] Ghazaleh Panahandeh, Isaac Skog, and Magnus Jansson, Calibration of the accelerometer triad of an inertial measurement unit, maximum likelihood estimation and cramer-rao bound, *IEEE International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*, 2010, pp. 1–6, 2010.

[5] Fredrik Olsson, Manon Kok, Kjartan Halvorsen, and Thomas B Schön, Accelerometer calibration using sensor fusion with a gyroscope, *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, 2016, pp. 1–5.

[6] Pablo Bernal-Polo and H Martínez-Barberá, Triaxial sensor calibration: A prototype for accelerometer and gyroscope calibration, Iberian Robotics conference, Springer, 2017, pp. 79–90.

[7] John-Olof Nilsson, Isaac Skog, and Peter Händel, Aligning the forces—eliminating the misalignments in imu arrays, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2014, 63(10): 2498–2500.

[8] Paul D Groves, Principles of gnss, inertial, and multisensor integrated navigation systems, [book review], *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2015, 30(2): 26–27.

[9] Mary Ann Branch, Thomas F Coleman, and Yuying Li, A subspace, interior, and conjugate gradient method for large-scale bound-constrained minimization problems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 21(1):1–23.

[10] Invensense. MPU 9250 datasheet. USA: InvenSense, 2015.

[11] Мощевикин А.П., Сикора А., Луньков П.В., Федоров А.А., Масленников Е.И. Программно-аппаратная архитектура многокомпонентного инерциального модуля на основе МЭМС-датчиков // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (XXIV МКИНС2017). 2017. С. 259–263.

[12] Швааб М., Региня С.А., Сикора А., Абрамов Е.В. Анализ измерений массива инерциальных МЭМС-датчиков // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (XXIV МКИНС2017). 2017. С. 282–286.

Математическая модель чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра*

И.Ю. Быканов
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
Россия, 117342, г. Москва, ул. Введенского, дом 1

***Аннотация*—В настоящей работе показан алгоритм построения математической модели чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра, составлены уравнения движения, показан пример реализации математической модели в среде Simulink математического программного пакета Matlab**

Ключевые слова*—*акселерометр; маятник; математическая модель

I. Введение

В настоящее время развиваются и находят широкое применение бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). К точностным характеристикам современных БИНС, используемых в системах управления ракетно-космической техникой, предъявляются высокие требования. Прецизионные командные приборы систем управления должны обладать высокими параметрами качества управления, такими как перерегулирование, быстродействие. Одним из путей повышения качества управления является совершенствование алгоритмов управления.

Для того чтобы эффективно синтезировать новые алгоритмы управления объектом, необходимо сначала построить наиболее адекватную математическую модель данного объекта. В настоящей работе объектом исследования является маятниковый компенсационный акселерометр с упругим подвесом.

Цель настоящей работы – построить математическую модель маятникового узла исследуемого акселерометра.

II. Алгоритм построения математической модели

На рисунке 1 схематично показана триада акселерометров. Их оси чувствительности ориентированы по трем взаимно перпендикулярным осям триады X_T, Y_T, Z_T.

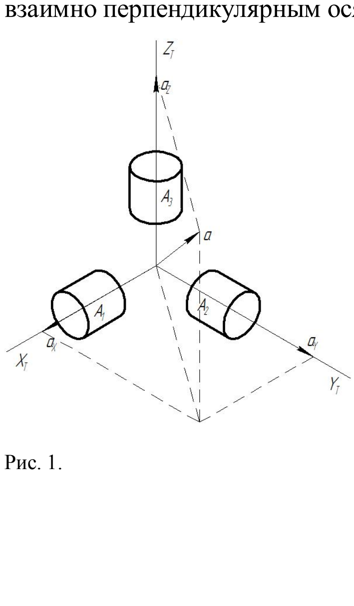


Рис. 1.

В общем случае триада движется с ускорением *a*, которое проецируется на оси чувствительности каждого акселерометра из триады.

Построим кинематическую схему маятникового компенсационного акселерометра (рисунок 2).

Основными элементами акселерометра являются: чувствительный элемент – маятник, подвешенный на упругих растяжках, катушки датчика момента, которые закреплены на маятнике, магнитные системы датчика момента, расположенные слева и справа от маятника, датчик угла, усилитель обратной связи. При наличии ускорения, направленного вдоль оси чувствительности акселерометра чувствительный элемент под действием инерционного момента отклоняется от своего первоначального положения на некоторый угол. Датчик угла преобразует этот угол в электрический сигнал. Проходя через усилитель, сигнал поступает на датчик момента, который преобразует электрический сигнал в момент, уравновешивающий инерционный.

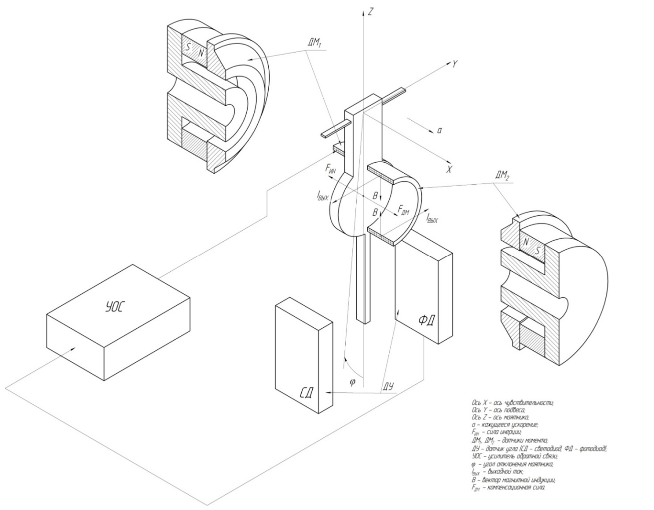


Рис. 2.

На рисунке 3 схематично показано исходное положение маятника. Здесь упругие растяжки заменены силами упругости с коэффициентами линейной жесткости Kx, Ky, Kz. Система координат $X_OY_OZ_O$ связана с корпусом акселерометра. Точка O_1 связана с подвесом маятника. Система координат XYZ связана с маятником, ее начало координат находится в точке O_1. В этой системе координат X – ось чувствительности акселерометра, Y – ось подвеса, Z – ось маятника.

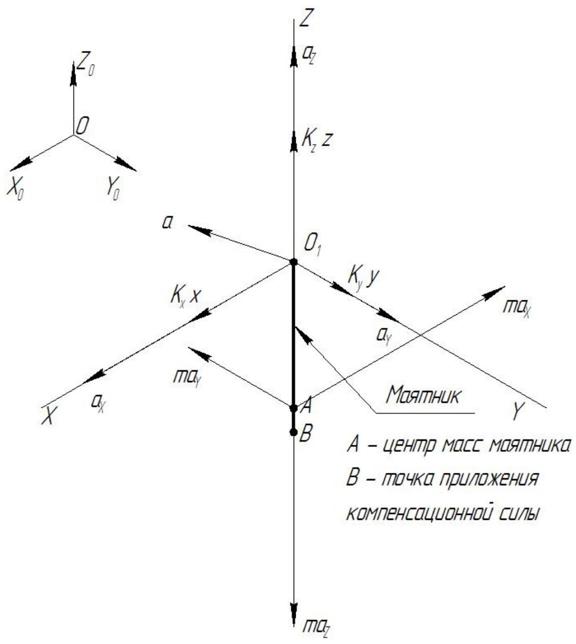


Рис. 3.

Входным воздействием считается вектор ускорения с произвольным модулем и направлением. Проекция этого ускорения на ось чувствительности вызовет инерционную силу, которой будет противодействовать сила, формируемая датчиком момента.

В общем случае подвес позволяет маятнику иметь шесть степеней свободы, т.е. под действием входного ускорения маятник может совершать вращательные движения вокруг трех взаимно-перпендикулярных осей и двигаться поступательно вдоль каждой из этих осей. Движение маятника рассматриваем как сложное движение, при котором переносным движением является поступательное движение точки подвеса маятника, а относительным движение –вращательное движение тела маятника относительно точки его подвеса. Поступательному движению точки подвеса будут противодействовать силы упругости, формируемые упругими элементами подвеса.

Составим уравнения движения точки O_1 в системе координат $X_OY_OZ_O$.

$$m \cdot a_x - K_x \cdot x = 0$$

$$x = m \cdot \frac{a_x}{K_x}$$

Здесь m – масса маятника, a_x определяется из показаний данного акселерометра. Аналогично определяются a_y и a_z.

Теперь рассмотрим относительное движение маятника в системе координат XYZ. При наличии ускорения a возникает инерционная сила $m{\cdot}a$, под действием которой маятник вращается вокруг осей X, Y и Z. Сила $m{\cdot}a$ раскладывается на составляющие: $m{\cdot}a_x$, $m{\cdot}a_y$ и $m{\cdot}a_z$. Вращению маятника будут препятствовать: упругие моменты, пропорциональные углам отклонения; демпфирующие моменты, пропорциональные угловым скоростям; инерционные моменты, пропорциональные угловым ускорениям; момент от компенсационной силы. На рисунке 4 показано исходное положение маятника. $O_1A = l_{Ц}$ – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника, $O_1B = l_{ДМ}$ – расстояние от точки подвеса до точки приложения компенсационной силы.

Осуществим переход маятника из исходного положения в конечное путем трех последовательных поворотов. Первый поворот – на угол φ вокруг оси Y (рисунок 4). Система координат, связанная с данным промежуточным положением маятника – $X_1Y_1Z_1$. Далее выполним поворот на угол (-γ) вокруг оси X_1 (рисунок 5). Система координат, связанная с данным промежуточным положением маятника – $X_2Y_2Z_2$. Последний поворот – на угол δ вокруг оси Z_2 (рисунок 6). Система координат, связанная с конечным положением маятника – $X_3Y_3Z_3$. На рисунке 6 показаны все действующие на маятник силы и моменты.

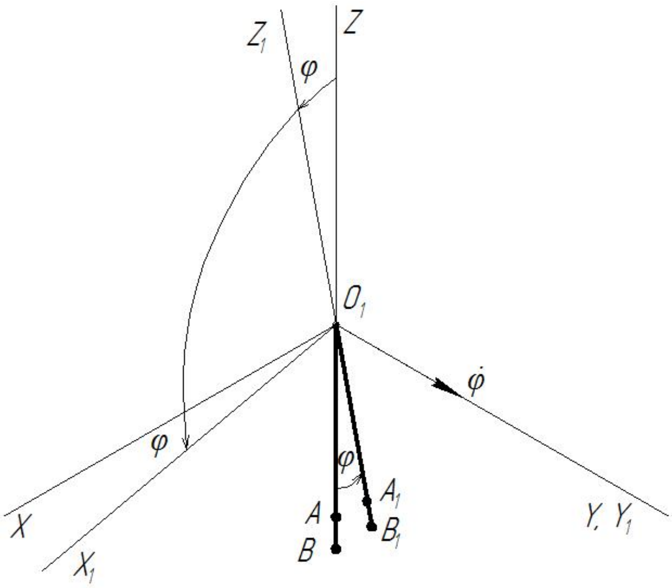


Рис. 4.

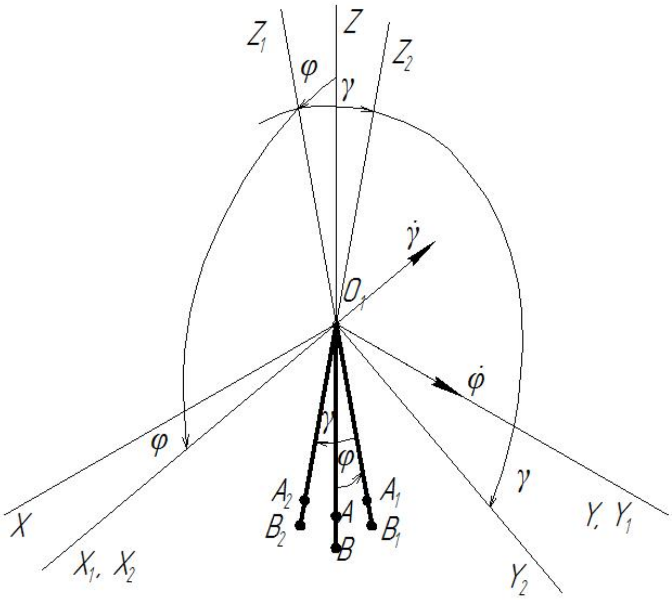


Рис. 5.

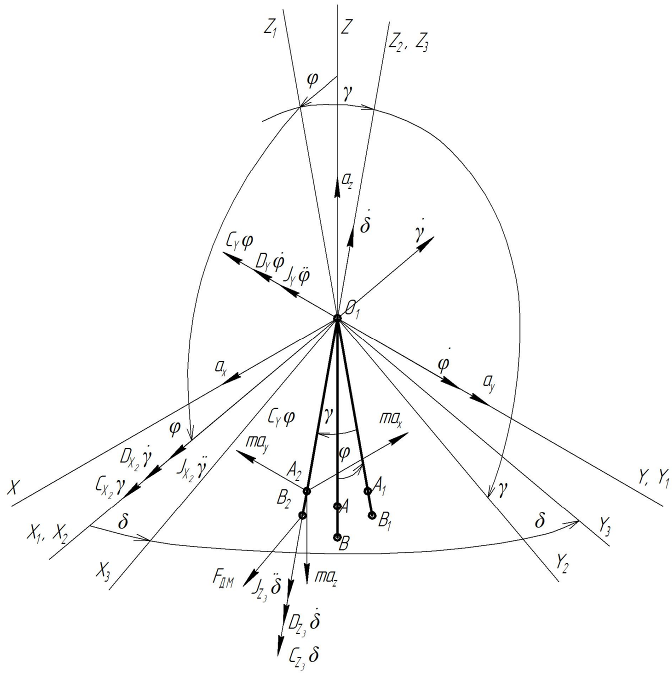


Рис. 6.

Составим уравнения относительного вращательного движения маятника в системе координат XYZ. Для этого спроецируем действующие на маятник моменты на оси данной системы координат. Сначала составим проекции компенсационной силы $F_{ДМ}$. Эта сила приложена к точке B_2 и параллельна оси X_3.

$$F_{ДМ.x} = F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\phi)$$

$$F_{ДМ.y} = F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\gamma)$$

$$F_{ДМ.z} = -F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi)$$

Моменты, действующие по оси X:

$$\begin{gathered} m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - D_{X_2} \cdot \\ \dot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \cos(\phi) - J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \\ \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ.y} \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \\ \cdot \cos(\phi) + F_{ДМ.z} \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) = 0 \end{gathered}$$

Подставим проекции $F_{ДМ}$:

$$\begin{gathered} m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - D_{X_2} \cdot \\ \dot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \cos(\phi) - J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \\ \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\gamma) \\ \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + \left(-F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \right. \\ \left. \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi)\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) = 0 \end{gathered}$$

Моменты, действующие по оси Y:

$$\begin{gathered} m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - J_Y \cdot \ddot{\phi} - D_y \cdot \dot{\phi} \\ - C_Y \cdot \phi + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \sin(\gamma) \\ - F_{ДМ.x} \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + F_{ДМ.z} \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0 \end{gathered}$$

Подставим проекции $F_{ДМ}$:

$$\begin{gathered} m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - J_Y \cdot \ddot{\phi} - D_y \cdot \dot{\phi} \\ - C_Y \cdot \phi + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \sin(\gamma) \\ - F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + \left(-F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \right. \\ \left. \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi)\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0 \end{gathered}$$

Моменты, действующие по оси Z:

$$\begin{gathered} m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) \\ + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \\ \cdot \sin(\phi) - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ.x} \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) \\ + F_{ДМ.y} \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0 \end{gathered}$$

Подставим проекции $F_{ДМ}$:

$$\begin{gathered} m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) \\ + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \\ \cdot \sin(\phi) - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \sin(\phi) - F_{ДМ} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \\ \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) + F_{ДМ} \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\gamma) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0 \end{gathered}$$

Компенсационная сила $F_{ДМ}$ определяется по формуле:

$$F_{ДМ} = 2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot I_{ДМ}$$

где B_0 – магнитная индукция в рабочем зазоре магнитной системы датчика момента, Тл;

$l_В$ – длина витка катушки датчика момента, м;

w – число витков катушки датчика момента;

$I_{ДМ}$ – ток, протекающий в катушке датчика момента, А.

Датчик угла акселерометра регистрирует угол φ. Ток $I_{ДМ}$ выражается через угол φ следующим образом:

$$I_{ДМ} = \phi \cdot \frac{K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{ОС}}$$

где $K_{ДУ}$ – крутизна датчика угла, В/рад;

$K_{УОС}$ – коэффициент усиления усилителя обратной связи;

R_{OC} – сопротивление обратной связи, Ом.

Тогда выражение для компенсационной силы $F_{ДМ}$ примет вид:

$$F_{ДМ} = \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}}$$

Подставим выражение для компенсационной силы в уравнения движения.

По оси X:

$$m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \cos(\phi) - J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\gamma) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + \left(-\phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\phi) - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi)\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) = 0$$

По оси Y:

$$m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) - J_Y \cdot \ddot{\phi} - D_y \cdot \dot{\phi} - C_Y \cdot \phi + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \sin(\gamma) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \sin(\gamma) - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + \left(-\phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \cos(\delta) \cdot \sin(\phi) - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \sin(\delta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\phi)\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0$$

По оси Z:

$$m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \sin(\gamma) - m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\phi) - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \sin(\phi) - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \sin(\phi) - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \sin(\phi) - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \cos(\delta) \cdot \cos(\phi) \cdot l_{ДМ} \cdot \sin(\gamma) + \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \sin(\delta) \cdot \cos(\gamma) \cdot l_{ДМ} \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\phi) = 0$$

Для углов отклонения φ, γ, δ менее 1° справедливо следующее:

$$\cos(\phi) = 1, \cos(\gamma) = 1, \cos(\delta) = 1$$

$$\sin(\phi) = \phi, \sin(\gamma) = \gamma, \sin(\delta) = \delta$$

Тогда уравнение движения примут следующий вид:

По оси X:

$$m \cdot a_y \cdot l_Ц - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \gamma - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} - C_{X_2} \cdot \gamma - J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \phi - D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \phi - C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \phi - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \delta \cdot l_{ДМ} + \left(-\phi^2 \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \delta \cdot \gamma\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \gamma = 0$$

$$J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} + D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} + C_{X_2} \cdot \gamma + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \phi + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \phi + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \phi + \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС} \cdot l_{ДМ}}{R_{OC}} \cdot \left(\phi \cdot \delta + \phi^2 \cdot \gamma + \phi \cdot \delta \cdot \gamma^2\right) - m \cdot a_y \cdot l_Ц + m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \gamma = 0$$

По оси Y:

$$m \cdot a_x \cdot l_Ц - m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \phi - J_Y \cdot \ddot{\phi} - D_y \cdot \dot{\phi} - C_Y \cdot \phi + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \gamma + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \gamma + C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \gamma - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot l_{ДМ} + \left(-\phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \phi - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \delta \cdot \gamma\right) \cdot l_{ДМ} \cdot \phi = 0$$

$$J_Y \cdot \ddot{\phi} + D_y \cdot \dot{\phi} + C_Y \cdot \phi - J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} \cdot \gamma - D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} \cdot \gamma - C_{Z_3} \cdot \delta \cdot \gamma + \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС} \cdot l_{ДМ}}{R_{OC}} \cdot \left(\phi + \phi^3 + \phi^2 \cdot \delta \cdot \gamma\right) - m \cdot a_x \cdot l_Ц + m \cdot a_z \cdot l_Ц \cdot \phi = 0$$

По оси Z:

$$m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \gamma - m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \phi + J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} + C_{Z_3} \cdot \delta - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \phi - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \phi - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \phi - \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot l_{ДМ} \cdot \gamma + \phi \cdot \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС}}{R_{OC}} \cdot \delta \cdot l_{ДМ} \cdot \phi = 0$$

$$J_{Z_3} \cdot \ddot{\delta} + D_{Z_3} \cdot \dot{\delta} + C_{Z_3} \cdot \delta - J_{X_2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \phi - D_{X_2} \cdot \dot{\gamma} \cdot \phi - C_{X_2} \cdot \gamma \cdot \phi + \frac{2 \cdot B_0 \cdot l_В \cdot w \cdot K_{ДУ} \cdot K_{УОС} \cdot l_{ДМ}}{R_{OC}} \cdot \left(\phi \cdot \gamma + \phi^2 \cdot \delta\right) + m \cdot a_x \cdot l_Ц \cdot \gamma - m \cdot a_y \cdot l_Ц \cdot \phi = 0$$

III. Определение параметров математической модели

Для дальнейшего исследования полученных уравнений и построения различных алгоритмов управления необходимо определить значения всех физических величин, участвующих в уравнениях. Одни величины возможно определить экспериментально, исследуя реальный акселерометр, либо его макет. Другие величины могут быть определены путем исследования трехмерной модели маятникового узла с помощью современных программных средств автоматизированного проектирования.

Рассматриваемая модель содержит следующие параметры:

– масса подвижной части маятника (определяется взвешиванием, либо расчетом в САПР);

– расстояние от точки подвеса до центра масс (определяется расчетным путем);

– расстояние от точки подвеса до точки приложения компенсационной силы (определяется расчетным путем);

– линейные жесткости маятника вдоль трех взаимноперпендикулярных осей (определяется расчетом трехмерной модели маятникового узла в САПР);

– угловая жесткость маятника вокруг оси подвеса (определяется тремя способами: расчетным путем, с помощью САПР и экспериментально);

– угловые жесткости маятника вокруг двух других осей (определяются расчетом трехмерной модели маятникового узла в САПР);

– коэффициент демпфирования маятника вокруг оси подвеса (определяется экспериментально);

– моменты инерции маятника относительно точки подвеса (определяются расчетом трехмерной модели маятникового узла в САПР);

– крутизна датчика угла (определяется экспериментально);

– коэффициент усиления усилителя (определяется расчетным путем);

– магнитная индукция в рабочем зазоре датчика момента (определятся тремя способами: расчетным путем, с помощью САПР и экспериментально).

IV. Реализация модели

Для подтверждения математических выкладок построим данную математическую модель в среде Simulink математического программного пакета Matlab. Общий вид модели показан на рисунке 7.

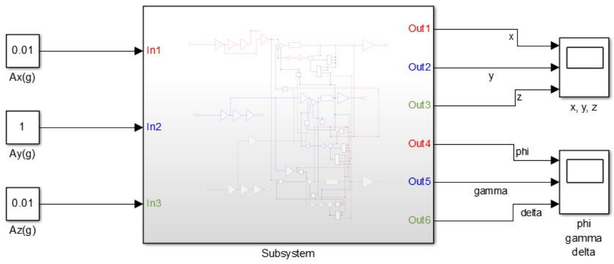


Рис. 7.

Подсистема Subsystem показана на рисунках 8-10.

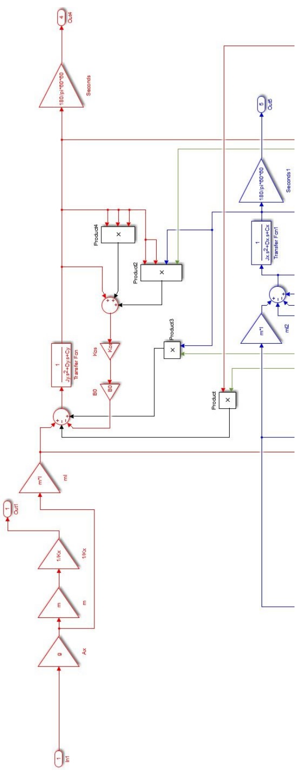


Рис. 8.

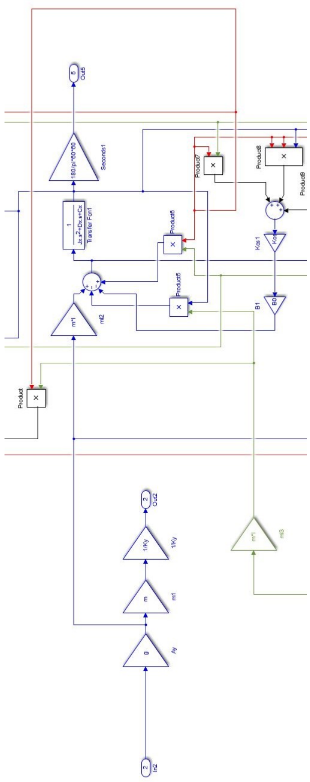


Рис. 9.

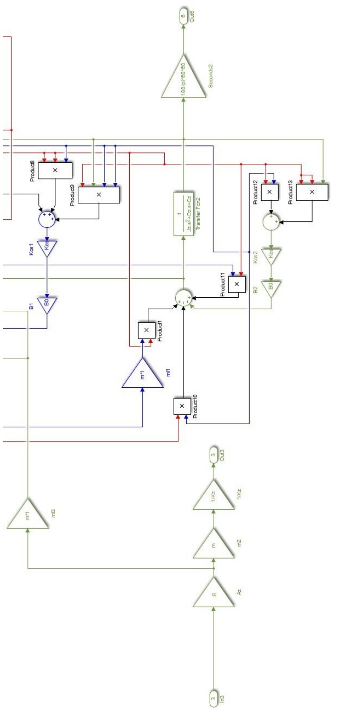


Рис. 10.

На рисунке 11 показаны графики углов отклонения маятника при воздействии постоянного ускорения с проекциями $a_x = 0{,}01$ g, $a_y = 1$ g, $a_z = 0{,}01$ g.

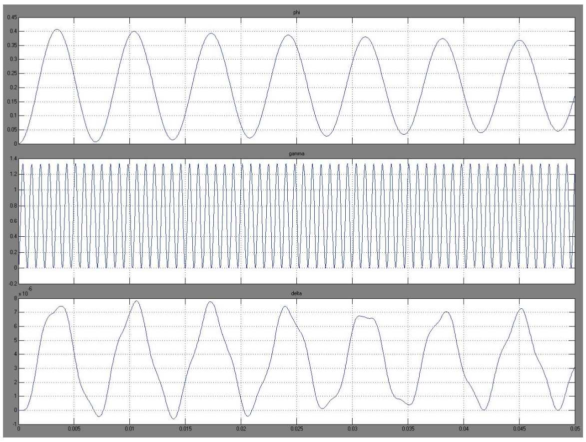


Рис. 11.

V. Заключение

Таким образом, в результате данной работы получена математическая модель маятникового узла исследуемого компенсационного акселерометра с упругим подвесом, состоящая из шести уравнений. Экспериментально либо путем компьютерного моделирования определены параметры, входящие в математическую модель маятникового узла компенсационного акселерометра. В дальнейшем планируется на основе данной математической модели маятникового акселерометра построить и исследовать различные типы регуляторов с целью обеспечения наилучших показателей качества управления.

Температурные дрейф и нестабильность нулевого сигнала маятниковых компенсационных Q-flex акселерометров*

С.Ф. Коновалов
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
sercon@bk.ru

Д.В. Майоров
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
maord1@yandex.ru

А.Е. Семёнов
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
salex@lenta.ru

Ю.А. Пономарев
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
quayside@mail.ru

В.Е. Чулков
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
vechulkov@bmstu.ru

А.А. Малыхин
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
sanandr13@gmail.com

М.С. Харламов
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
maskimosik@mail.ru

Д.А. Малыхин
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия

***Аннотация*—основные проблемы создания высокоточных акселерометров навигационного класса состоят в обеспечении стабильности и воспроизводимости двух параметров: нулевого сигнала и масштабного коэффициента. Опыт разработки и исследования кварцевых и кремниевых акселерометров (Q-flex и Si-flex) позволяет выявить основные причины возникновения нестабильности и невоспроизводимости указанных параметров. Главные из них заключаются в следующем:**

- **наличие таких погрешностей изготовления балок упругого подвеса лопасти маятника, как неплоскостность, шероховатость поверхности, смещение плоскости балок от общей плоскости (как параллельное смещение, образующее коробчатую структуру, так и угловые повороты балок);**
- **деформация и искажение формы балок при напылении металла токоподводов;**
- **неоднородность структуры материала магнитопровода и полюсного наконечника плунжерного моментного датчика прибора;**
- **структурные изменения материала магнитопровода в процессе эксплуатации прибора, в первую очередь в процессе циклического изменения рабочей температуры.**

Ряд погрешностей акселерометров, связанных с особенностями используемых для изготовления деталей приборов супер инваров и кварца, а также с особенностями технологических процессов, приводит к появлению скачкообразных изменений нулевого сигнала и масштабного коэффициента, которые, очевидно, не поддаются алгоритмической компенсации.

В докладе приводится описание ряда экспериментальных наблюдений, проведенных с Q-flex акселерометрами различных производителей, дается анализ причин возникновения погрешностей и приводятся рекомендации по исключению возможности возникновения рассмотренных погрешностей.

Ключевые слова*—*маятниковый компенсационный акселерометр, Q-flex акселерометр, масштабный коэффициент, нулевой сигнал, стабильность масштабного коэффициента, стабильность нулевой сигнала, супер инвар, токоподводы, напыление

I. Введение. Статические и динамические температурные испытания навигационных акселерометров

В условиях эксплуатации навигационных акселерометров обычно указываются требования к обеспечению точности при работе в условиях циклически изменяющейся температуры, например при изменении температуры в диапазоне от минус 60°С до +80°С. Кроме того, указывается скорость изменения температуры порядка 2 °С/мин. Для подтверждения работоспособности приборов в этих условиях принято проводить статические температурные испытания, при которых температура ступенчато изменяется от одного номинала к другому. Приборы выдерживаются при каждой температуре до прекращения дрейфа в их показаниях (обычно около 1 часа) и затем фиксируется выходной сигнал прибора, по которому определяется изменение нулевого сигнала, масштабного коэффициента, базовых ошибок и т.д.

Обычно изменения выходного сигнала (например, нулевого сигнала – U_0) имеют вид узкой гистерезисной петли, показанной на рис.1.

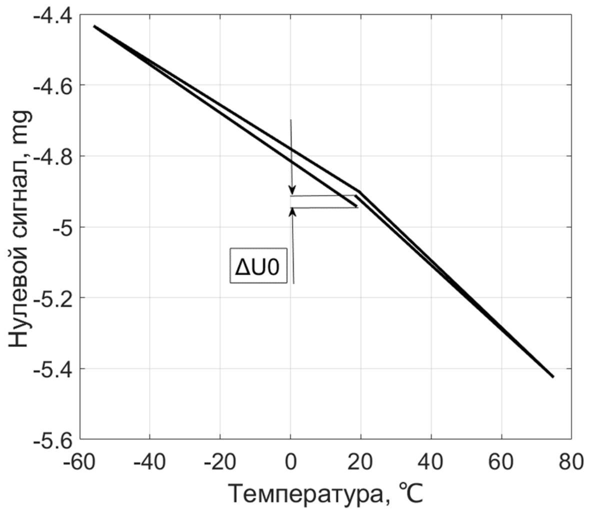


Рис. 1. Гистерезисная петля при статических температурных испытаниях (последовательность температур: +20°С, минус 55°С, +20°С, +75°С, +20°С)

По наклону гистерезисной петли определяются зависимости нулевого сигнала от температуры $U_0(t°)$, масштабного коэффициента от температуры $SF(t°)$ и иных параметров. Их представляют в виде степенных рядов и используют полученные зависимости для алгоритмической компенсации температурных погрешностей приборов. Часто гистерезисная петля получается незамкнутой. Ошибка ΔU_0 – ошибка неповторяемости или невоспроизводимости у прецизионных акселерометров, например типа QA-3000 [1], может составлять порядка единиц ppm по масштабному коэффициенту и порядка единиц mkg по невоспроизводимости нулевого сигнала. Именно эти погрешности определяют точностные характеристики акселерометров и следовательно цену приборов.

Помимо статических температурных испытаний акселерометры подвергаются так называемым динамическим температурным испытаниям, при которых испытуемый прибор помещается в температурную камеру, температура в которой изменяется по синусоидальному закону, например, в диапазоне от минус 50°C до +70°C, с периодом порядка 3 часов, и определяются температурные изменения нулевого сигнала и масштабного коэффициента. Вид выходного сигнала при этом имеет вид гистерезисной петли, показанной на рис.2, ширина которой значительно превышает ширину статической кривой и зависит от различия времени прохождения тепла (холода) извне к термодатчику прибора и его конструктивным элементам, определяющим точностные характеристики (маятнику, магнитопроводу, магниту и т.д.).

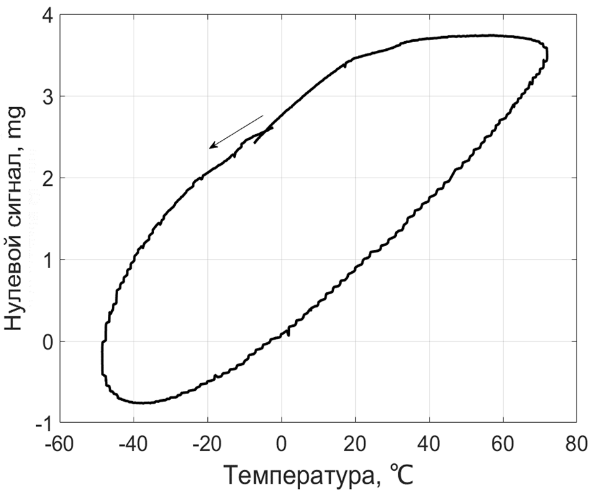


Рис. 2. Гистерезисная петля при динамических температурных испытаниях

Гистерезисные петли при динамических испытаниях получаются достаточно широкими, и по ним не определяются ошибки невоспроизводимости (неповторяемости). При этом, в зависимости от положения измерительной оси прибора по отношению к вертикали, по наклону петли определяется погрешность изменения нулевого сигнала U_0, реже масштабного коэффициента и оценивается возможность алгоритмической компенсации температурной погрешности прибора по показаниям температурного датчика.

В ряде случаев, при проведении динамических температурных испытаний регистрируются строго повторяющиеся в каждом периоде изменения температуры скачкообразные изменения нулевого сигнала U_0. Они могут наблюдаться как при положительных температурах (рис.3), так и при отрицательных (рис.4).

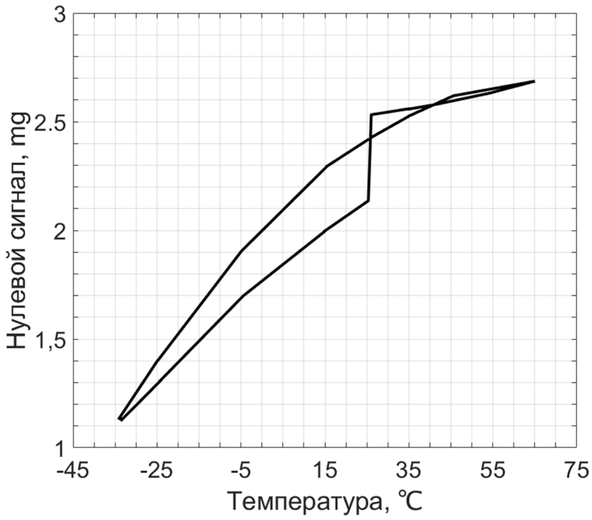


Рис. 3. Скачок нулевого сигнала при положительной температуре[2]

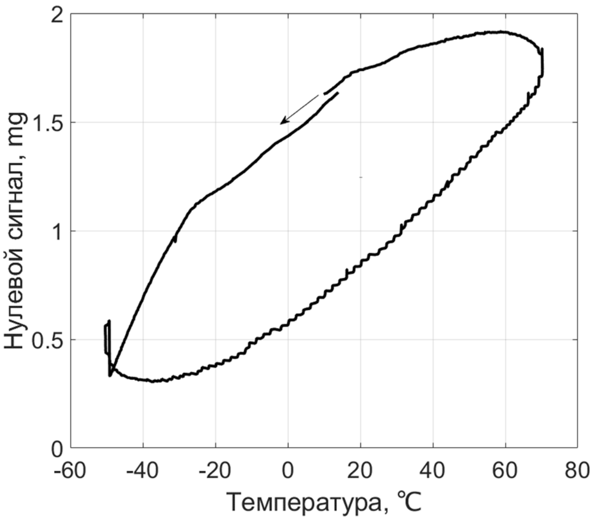


Рис. 4. Скачок нулевого сигнала при отрицательной температуре

Имеющиеся регулярно повторяющееся скачкообразные изменения U_0 представляют особый интерес для исследования, так как в них проявляется многократное усиление влияние факторов, вызывающих нестабильность и неповторяемость параметров прибора. Отметим, что скачкообразные изменения нулевого сигнала U_0 и масштабного коэффициента SF обычно не выявляются при проведении статических температурных испытаний приборов.

II. Влияние погрешности изготовления упругого подвеса на температурное изменении U_0. Процесс формообразования(травления)

Одной из причин появления скачкообразного изменения U_0 при положительных температурах является искажение формы упругой перемычки. Искажения, такие как неплоскостность, шероховатость поверхности, выход балок из общей плоскости (параллельное смещение, поворот балок вокруг продольной оси) различаются по длине и ширине балок и могут наблюдаться с помощью оптических методов. Результаты интерферометрических измерений форм балок показаны на рис. 5,6. Эксперименты показывают, что чем меньше отклонение формы балок от идеальной, тем с большей вероятностью можно получить малую и более стабильную величину U_0. Следует иметь в виду, что наихудшие результаты по форме балок дают так называемые пицеиновые технологии с индивидуальным изготовлением отдельных маятников (рис.5).

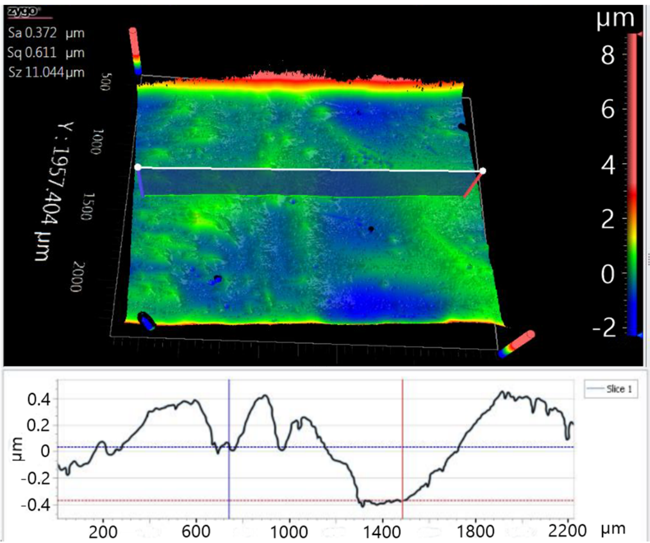


Рис. 5. Форма балки, полученной пицеиновой технологией

Групповые MEMS технологии с использованием в качестве заготовок для изготовления маятников прецизионных пластин (вафель) из плавленого кварца (рис.7) позволяют получать хорошие результаты при наличии кварца высокой чистоты (99,999%) и организации оптимальной циркуляции травителя HF, равномерно омывающего все поверхности пластин, размещенных в кассете в реакторе.

Эти два фактора, наряду с выполнением на поверхности вафли специальных стойких к HF и не имеющих пор защитных масок, являются необходимым условием для получения качественных кварцевых маятников. Форма балок качественных балок соответствует рис. 6.

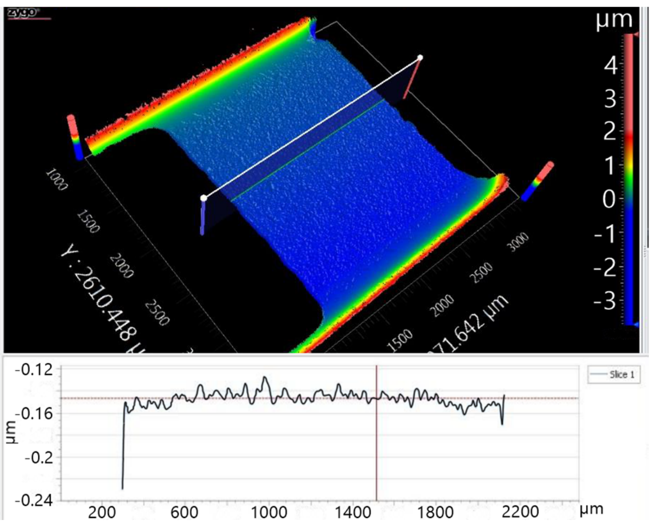


Рис.6. Форма балки, полученной групповой MEMS технологией

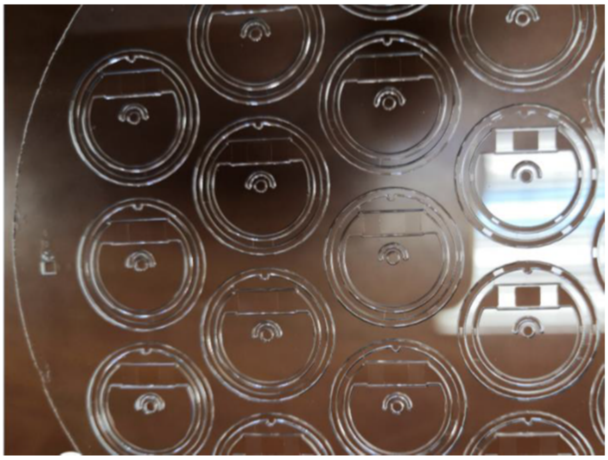


Рис.7. Маятники, изготовленные групповой MEMS технологией

III. Процесс напыления токопроводящих пленок

В традиционных конструкциях акселерометров типа Q-flex [2] электропроводящие покрытия маятника (контактные площадки, проводники на рамке, покрытие на поверхности установочных платиков, электроды на поверхности лопасти маятника и токоподводы на упругих балках) выполняются путем напыления на поверхность маятника подслоя хрома или титана толщиной 400-600 ангстрем, поверх которого напыляется золото. Толщина золотого покрытия варьируется от 2000 ангстрем на поверхности упругих балок подвеса до 6000 ангстрем для электродов и контактных площадок. Несмотря на столь малую толщину напыления металлических пленок, ими создаются заметные деформации элементов кварцевого маятника из-за большой разницы ТКЛР плавленного кварца и золота ($0{,}5\times10^{-6}$ 1/К и 14×10^{-6} 1/К соответственно).

Особенность процесса напыления металлической пленки состоит в том, что при напылении поверхность кварцевого маятника нагревается от начальной температуры в +20 °C до температуры порядка (+60..+100) °C в зависимости от толщины напыления. После этого кварцевая деталь и напыленный металл остывают до комнатной температуры. При этом металл сильно выгибает поверхность балки. Если затем проводить напыление на противоположную сторону маятника, то его деформированная форма сохранится даже при одинаковой толщине напыления (при напылении на лицевую сторону маятника изначально холодная поверхность балок была плоской, а при напылении на обратную сторону изначально холодная поверхность балок кривая). В связи с этим необходимо одновременно напылять металл сразу на обе стороны балки, т.е. использовать два одинаковых магнетрона или вращать вафлю в потоке напыляемого металла вокруг ее экваториальной оси.

Помимо этого, к термодеформации кварцевого маятника при эксплуатации прибора может приводить технологическая погрешность формирования металлизации (до 10% толщины напыления и до 50 мкм разброс топологии) токоподводов. На рис. 8а представлен результат моделирования деформации перемычки упругого подвеса с разнотолщинностью металла с лицевой и обратной стороны 10% (2000 и 2200 ангстрем соответственно). На рис. 8б представлен результат моделирования деформации перемычки упругого подвеса при погрешности ширины токоподводов с лицевой и обратной стороны (0,9 мм и 0,95 мм соответственно) при температуре минус 55 °C.

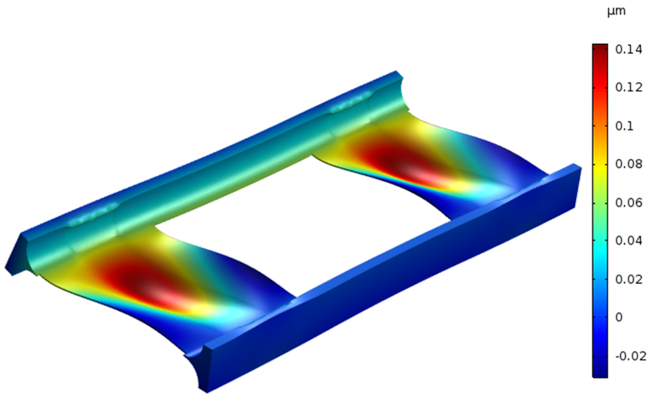


Рис. 8а. Вид термодеформаций упругого подвеса кварцевого маятника при разнотолщинности напылённых токоподводов при температуре минус 55°С, коэффициент отображённой деформации x2000

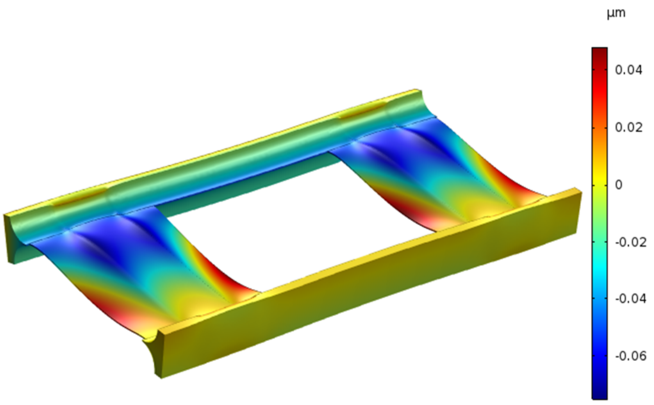


Рис. 8б. Вид термодеформаций упругого подвеса кварцевого маятника при погрешности ширины напылённых токоподводов при температуре минус 55°С, коэффициент отображённой деформации x2000

Основной прогиб балка имеет в своей центральной части, а на участках, близких к ее заделке (рамка и лопасть) балка остается плоской. Таким образом углубление на балке имеет форму лодочки. При изменении температуры кривизна балки увеличивается или уменьшается, материал напыления и балки напряжен, и при некоторых температурах может происходить потеря устойчивости напряженного состояния, при котором форма изгиба балки может скачкообразно измениться на противоположную. В результате происходит изменение нулевого сигнала. Данное явление проявляющееся в виде повторяющихся скачков при каждом циклическом изменении температуры ранее было рассмотрено в работе [3]. Скачкообразные изменения имели место при охлаждении прибора от +80℃ до +50℃. Для случая погрешности ширины токоподводов на кварцевых перемычках появляются ярко выраженные рёбра жёсткости.

Помимо деформаций, описанные погрешности металлизации приводят также к возникновению уводящего момента при изменении температуры. Согласно проведённым расчётам, уровень напряжений в золотых токоподводах в диапазоне температур от минус 55 до +95°С может превышать предел упругости золота, что приводит к пластическим деформациям. Для исследования этого эффекта проведено моделирование нулевого сигнала акселерометра в зависимости от температуры для различных типов погрешностей металлизации с учётом пластических деформаций золота (рис. 9).

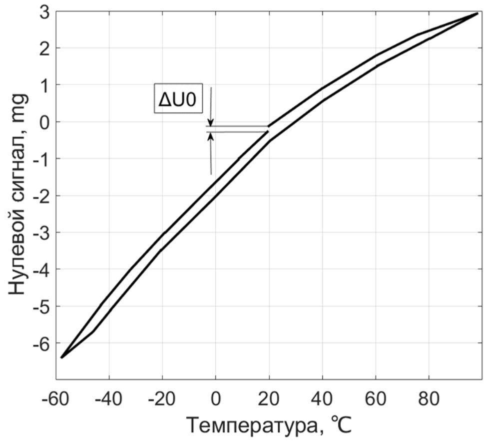


Рис.9. Моделирование зависимости нулевого сигнала акселерометра от температуры в случае разнотолщинности токоподводов 10%

Моделирование имитирует данные статического температурного испытания, так как не учитывает динамические тепловые процессы. Получено, что погрешность толщины проводников 10% между лицевой и обратной стороной приводят к смещению нулевого сигнала до 100 мкg/°С, гистерезис достигает 200 мкg, а невозврат после одного термоцикла превышает 20 мкg. Для погрешности ширины токоподводов 50 мкм между лицевой и обратной стороной значения смещения, гистерезиса и невозврата нулевого сигнала составили 75 мкg/°С, 160 мкg и 17 мкg соответственно. Помимо традиционной конструкции, моделировался модифицированный вариант маятника с токоподводами, расположенными в нейтральном слое упругих перемычек в специально сформированных канавках [3]. Для такой конструкции при разнотолщинности металла в 10% значение смещения нулевого сигнала оказалось равным около 7 мкg/°С, а гистерезис и невозврат не превышали 30 мкg и 6 мкg соответственно.

Влияние напыления металла на поверхность маятника может быть существенно снижено в случае использования в акселерометре свободно висящих токоподводов, размещенных в окне между упругими перемычками (рис. 10) [4].

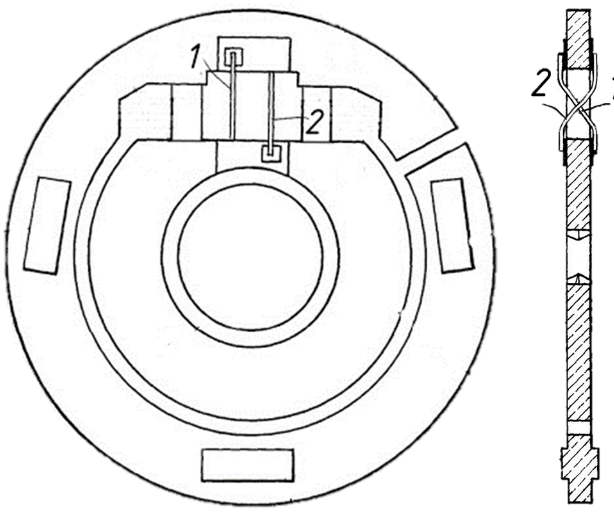


Рис. 10. Вид маятника с приваренными свободно висящими токоподводами

Здесь на поверхности рамки и лопасти напылены контактные площадки, к ним приварены гибкие токоподводы 1, 2 из золотой фольги толщиной 3 мкм. Такой токоподвод идеален с точки зрения влияния на нестабильность нулевого сигнала, однако его изготовление требует высокой квалификации сборщика и не вписывается в изготовление маятников по MEMS технологии.

Была разработана конструкция и MEMS технология, позволяющая получить маятники с гибкими свободными токоподводами, размещенными в окне между упругими балками[5]. Данная технология использует удаляемый после напыления токоподводов жертвенный слой кварца с поверхностью на которую напыляется материал токоподводов, совпадающей с нейтральной плоскостью упругих балок. Вид маятника со свободными токоподводами показан на рис.11.

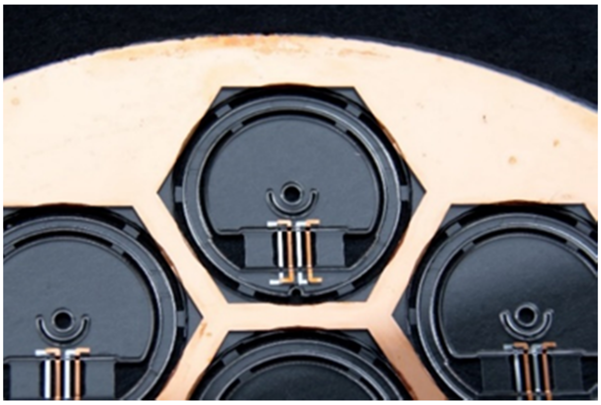


Рис.11. Эскизный вариант кварцевого маятника со свободновисящими токоподводами, выполненный по технологии MEMS

К сожалению, при использовании описанной технологии свободные токоподводы из-за разности ТКЛР кварца и золота после изготовления оказываются сильно натянутыми, вплоть до развития пластических деформаций. Данные напряжения могут влиять на упругий момент балок, возникающий при отклонении лопасти маятника. По этой причине была разработана MEMS технология изготовления гофрированных токоподводов, в которых влияние разности ТКЛР существенно снижено. Согласно моделированию (рис.12), в таком варианте конструкции при погрешности толщины токоподводов 10% смещение нулевого сигнала не превышает 1,7 мкg/°C, а гистерезис и невозврат имеют значения 7 мкg и 1 мкg соответственно.

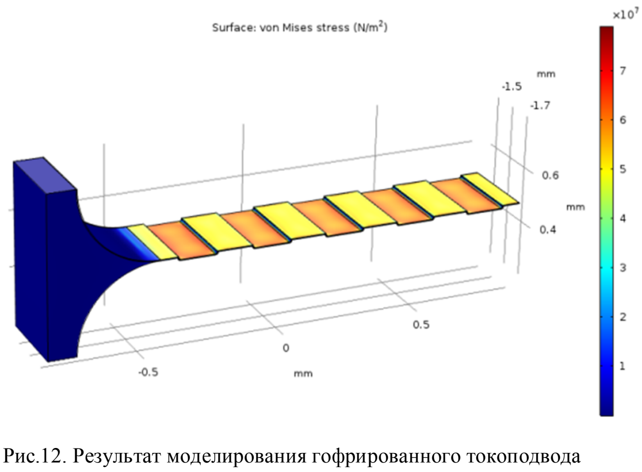


Рис.12. Результат моделирования гофрированного токоподвода

IV. Влияние термоупругих структурных преобразований в суперинварных сплавах, из которых изготовливаются детали Q-flex акселерометров

При проведении динамических температурных испытаний акселерометров типа Q-flex с магнитопроводами из суперинварных сплавов в некоторых приборах были зафиксированы скачкообразные изменения нулевого сигнала при охлаждении в области от минус 25℃ до минус 55℃. В партии приборов, демонстрирующих при испытаниях данное явление, магнитопроводы были изготовлены из суперинвара одной плавки. В приборах, для производстве которой применялся тот же суперинвар, но взятый из другой плавки, скачкообразные изменения сигнала зафиксированы не были. Т.е. наличие скачкообразного сигнала у выборки приборов, зависело от того, из какой плавки взяты заготовки для магнитопровода. График изменения нулевого сигнала в зависимости от температуры и его скачкообразное изменение показаны на рис. 13.

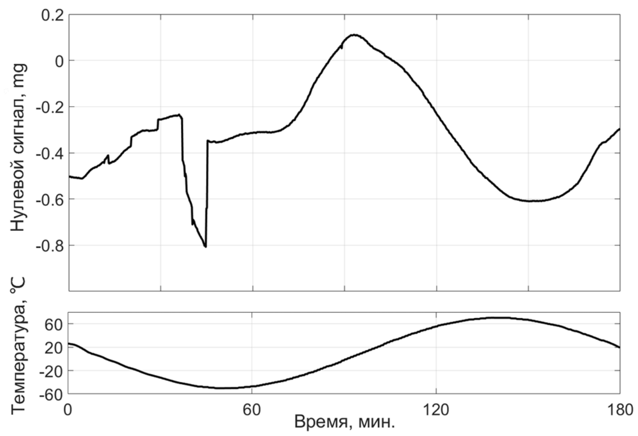


Рис.13. График изменения нулевого сигнала в зависимости от температуры и его скачкообразное изменение

Причиной появления скачков нулевого сигнала акселерометра при охлаждении является резкая деформация или изменение объёма малых ,по отношению к размерам магнитопровода, областей материала в толще или на поверхности магнитопровода, приводящее к нарушению плоскостности сопрягаемой с маятником поверхности. Подобная деформация может происходить при фазовом превращении в сплаве, т.е. при переходе части материала из аустенитной фазы в мартенситную. При этом лишь ограниченное число зерен материала магнитопровода претерпевает мартенситное превращение, основной же объем сохраняет аустенитную структуру. В качестве примера показана аустенитная и мартенситная структуры стали (рис.14а и рис.14б соответственно).[6] Инварные свойства сплава железа и никеля обеспечивает аустенитная структура (ТКЛР от $0{,}5\cdot10^{-6}$ 1/К до $1{,}7\cdot10^{-6}$ 1/К при температурах от минус 60 °С до +100 °С). При переходе части материала в мартенситную фазу, которая имеет ТКЛР в районе $10\cdot10^{-6}$ 1/К, инварные свойства сплава в этой области теряются. Мартенситное преобразование может иметь взрывной характер и может быть первопричиной скачков сигнала.

Рис.14а. Аустенитная структура

Рис.14б. Мартенситная структура

Известно, что на точку мартенситного преобразования существенно влияет содержания никеля, а сплавы инварного класса склонны к ликвации никеля к границам структурных элементов (ячеек, дендритов). Согласно данным исследований [7] разность содержаний никеля на границе и в центре структурных элементов сплавов в условиях охлаждения отливок может достигать 5% по массе. В обедненных никелем центральных частях ячеек и дендритов могут появиться зоны, в которых при минусовых температурах выделяется мартенсит.

В материалах типа Super Invar 32-5 производитель Carpenter Technology Corporation гарантирует отсутствие мартенситных превращений в сплаве при отрицательных температурах вплоть до минус 75 °С. В связи с этим целесообразно сравнить химический состав сплава Super Invar 32-5 и сплава 32НКД, из которого изготовлены магнитопроводы акселерометров, имеющих скачки нулевого сигнала при термоциклировании (табл.1) [8, 9]. В сплаве 32НКД имеется повышенное содержание меди и углерода в сравнении со сплавом Super Invar 32-5.

ТАБЛИЦА 1. ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ СПЛАВОВ.

Сплав	**Массовая доля элементов, %**						
	Fe	***Ni***	***Co***	***C***	***Mn***	***Cu***	***Si***
				Не более			
32НКД	Основа	31,5-33,0	3,3-4,2	0,05	0,4	0,6-0,8	0,2
Super Invar 32-5	Основа	32,62	5,5	0,01	0,40	0,06	0,1

Содержание углерода и меди влияет на температуру прямого и обратного мартенситного превращения в сплаве. Повышенное процентное содержание меди и углерода естественным образом увеличивает разность содержания по массе данных элементов как в заготовках разных плавок, так и внутри отдельно взятой заготовки магнитопровода. Данный факт, в совокупности с ликвацией никеля, может приводить к тому, что мартенситное преобразование имеет место быть только в отдельно взятых магнитопроводах, и лишь ограниченное число зерен в сплаве его претерпевают.

Возможность мартенситного преобразования в суперинварных сплавах при температурах, лежащих в рассматриваемом диапазоне, также рассмотрена в статье [10]. Мартенситная структура образовывалась, по представленным данным, при температурах около минус 30 °С и после трех циклов охлаждения полностью стабилизировалась. При этом обратного перехода в аустенитную фазу при термоциклировании не происходило.

При испытаниях отдельных партий приборов типа Q-flex скачки нулевого сигнала повторялись с неизменной амплитудой и после 20-ти температурных циклов, что говорит об обратимости фазового превращения в исследуемом суперинварном сплаве. Т.е. имеет место быть термоупругое мартенситное превращение. График повторяющихся скачков нулевого сигнала представлен на рис. 15.

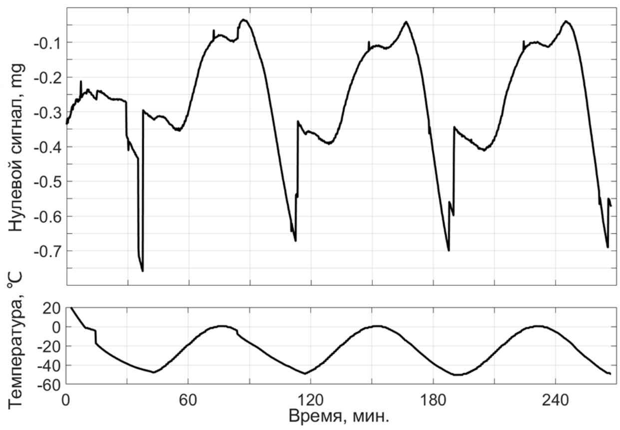


Рис.15. График повторяющихся скачков нулевого сигнала

Термоупругое мартенситное превращение характеризуется малым температурным гистерезисом (десятки градусов Цельсия) т.е. разницей температур точек прямого и обратного преобразования. На данном эффекте базируются сплавы с эффектом памяти формы Эффект памяти формы открыт у многих сплавов, в том числе у систем на базе Fe-Ni-Co. Но для суперинваров термоупругое мартенситное преобразование в литературе не описано, т.к. оно может носить вероятностный характер, зависящий от случайной вариации содержания элементов в сплаве или от их ликвации по объему заготовки.

Для подтверждения наличия обратного мартенситного преобразования и обнаружения примерной температуры, при которой оно происходит, в рамках испытаний приборов был проведен ряд термоциклов с последовательным уменьшением верхней температуры. В термоциклах с диапазоном минус 50 °С - минус 20 °С повторяемость скачков нулевого сигнала исчезла. Следовательно, можно сделать вывод о том, что обратного перехода в аустенитную фазу до минус 20°C не происходит, мартенсит, образовавшийся при минусовой температуре, стабилизируется. Соответствующий график представлен на рис. 16.

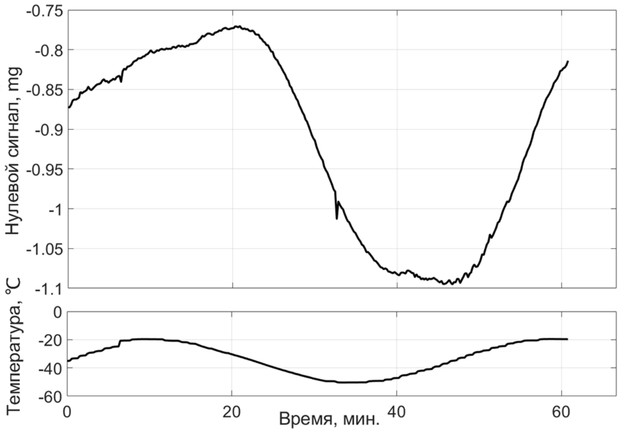


Рис.16. Отсутствие скачка нулевого сигнала

V. Заключение

В статье показаны причины возникновения скачкообразных изменений нулевого сигнала, которые наблюдаются как при положительных, так и при отрицательных температурах.

Рассмотрены конструкции Q-flex акселерометров с напыленными и свободными токоподводами.

Отмечены особенности технологий напыления металла и требования к кварцевым заготовкам и к инварам, из которых изготовлены магнитопроводы, обеспечивающие высокую стабильность и воспроизводимость нулевого сигнала акселерометров.

Литература

[1] Honeywell, Q-flex QA-3000 Accelerometer, EXP029 datasheet, May. 2006.

[2] Пат. 4399700 США, МПК G01P 15/13. Force transducer flexure with conductors on surfaces in the neutral bending plane / Richard A. Hanson.; приор. 14.07.1981; заявитель и патентообладатель Sandstrand Data Control, Inc. ; опубл. 23.08.1983.

[3] Сео Дже Бом. Оптимизация параметров и моделирование рабочих режимов в компенсационных акселерометрах типа Q-flex и Si-flex : дис. ... канд. техн. наук: Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана.- Москва, 2012. 154 с.

[4] Пат. 6422076 США, МПК G01P 15/132. Compensation pendulous accelerometer / Prokofiev V.M., Larshin A.S., Kurnosov V.I., и др.; приор. 21.06.2000; заявитель и патентообладатель; опубл. 23.07.2002.

[5] Заявка на пат. 2019107343 Российская Федерация, МПК G01P 15/13. Маятниковый компенсационный акселерометр / Коновалов С.Ф., Майоров Д.В., Пономарёв Ю.А. и др.; приор. 15.03.2019; заявитель и патентообладатель Коновалов С.Ф.

[6] Bhadeshia, H.K.D.H., Martensite and Martensitic Phase Transformations, 2002. [Сайт]. URL: http://www.phase-trans.msm.cam.ac.uk/2002/martensite.html. [Дата обращения: 10.04.2020].

[7] Рабинович С.В., Харчук М.Д., Черменский В.И. О влиянии микроликвации никеля на тепловое расширение литейных железоникелевых сплавов // Изв. вузов. Черная металлургия. 1994. № 10. С.29–32.

[8] Carpenter Technology Corporation, Super Invar 32-5, UNS K93500 datasheet, March. 2004.

[9] ГОСТ 10994-74 Сплавы прецизионные. Марки

[10] Distl Josef, Juranek Hans Joachim, Luichtel Georg, Expansion behaviour of Superinvar in the vicinity of martensite transformation temperature, *Steel Research*, 2002, issue 72, pp. 416-420.

Разработка методов идентификации параметров нелинейной математической модели волнового твердотельного гироскопа*

А.А. Маслов
НИУ «Московский энергетический институт», Россия
Maslov954@ya.ru

Д.А. Маслов
НИУ «Московский энергетический институт», Россия

И.В. Меркурьев
НИУ «Московский энергетический институт», Россия
MerkuryevIV@ya.ru

В.В. Подалков
НИУ «Московский энергетический институт», Россия

***Аннотация*—Рассматривается методика идентификации параметров волнового твердотельного гироскопа в режимах вынужденных колебаний и свободного выбега с учетом нелинейности. С помощью метода осреднения Крылова − Боголюбова получены калибровочные уравнения, позволяющие определить коэффициент нелинейности и параметры, характеризующие дефекты резонатора, включая модули разночастотности и анизотропии демпфирования, ориентацию главных осей жесткости и диссипации. Предложенные методики позволяют проводить испытания при достаточно больших амплитудах колебаний. Проведено численное моделирование определения параметров гироскопа в режиме выбега. Показано, что учет нелинейности при достаточно больших амплитудах колебаний повышает точность определения параметров.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, нелинейные колебания, идентификация параметров

I. Введение

В настоящее время волновые твердотельные гироскопы (ВТГ) находят широкое применение в качестве датчиков инерциальной информации навигационных систем подвижных объектов [1]. Разнообразие сфер успешного применения ВТГ является следствием уникального сочетания свойств ВТГ, таких как высокая надёжность, сравнительно высокое отношение точности к стоимости, небольшие габариты и энергопотребление, малое время готовности, практически неограниченный технический ресурс, слабая зависимость от температуры окружающей среды, сохранение инерциальной информации при кратковременном отключении электропитания [2].

Одной из технологических проблем, решаемых при производстве гироскопов, является идентификация параметров математической модели. Идентификация может выполняться в режиме свободного выбега, в режиме вынужденных колебаний и в режиме управляемой прецессии [3]. Вопросы идентификации погрешностей изготовления резонаторов и методы повышения точности ВТГ рассмотрены в [4–6]. В указанных работах при определении параметров гироскопа использовались линейные уравнения малых колебаний резонатора. В работах [7, 8] отмечено, что при экспериментальных исследованиях динамики вибрационных гироскопов были обнаружены явления, характерные для нелинейных систем, например, срыв колебаний. Пренебрежение нелинейностью возможно лишь при малых амплитудах колебаний, при которых отношение сигнала к шуму недостаточно высокое. Для его повышения следует увеличивать амплитуду колебаний, однако при этом возрастают погрешности, вызванные нелинейностью. В [9–13] предложены методики определения параметров ВТГ с кольцевым и цилиндрическим резонаторами в режиме вынужденных колебаний с учетом нелинейности. Однако у кварцевых полусферических и цилиндрических резонаторов, обладающих высокой добротностью, ширина резонанса мала для снятия данных при регулировании частотной настройки, а время затухания колебаний велико и достаточно для снятия данных в режиме свободного выбега. Поэтому в данной работе кроме режима вынужденных колебаний рассмотрим построение методики определения параметров ВТГ в режиме свободного выбега с учётом нелинейности колебаний.

II. Уравнения колебаний кольцевого резонатора

Рассмотрим уравнения, описывающие нелинейные колебания неидеально изготовленного резонатора ВТГ в одномодовом приближении [6, 9]:

$$\begin{aligned}
&\ddot f+\omega^2 f=-(\gamma+b_c)\dot f-(-\nu+b_s)\dot g-(c+h_c)f-\\
&-(n+h_s)g+\xi(f^2+g^2)f-u_1\sin\omega_0 t+u_2 cos\omega_0 t,\\
&\ddot g+\omega^2 g=-(\gamma-b_c)\dot g-(\nu+b_s)\dot f-(c-h_c)g-\\
&-(-n+h_s)f+\xi(f^2+g^2)g-u_3\sin\omega_0 t+u_4 cos\omega_0 t.
\end{aligned} \qquad (1)$$

где f и g – обобщенные координаты второй основной формы колебаний резонатора; ω – характерная частота собственных колебаний; γ – коэффициент демпфирования; ν – параметр, характеризующий угловую скорость; c и n – параметры позиционных сил; $h_s=h_m\sin 4\alpha$, $h_c=h_m\cos 4\alpha$ и $b_s=b_m\sin 4\beta$, $b_c=b_m\cos 4\beta$ – параметры, характеризующие разночастотность и анизотропию демпфирования соответственно, h_m, b_m – модули разночастотности и анизотропии демпфирования, α и β – углы ориентации главных осей жесткости и диссипации относительно отсчетных осей; ξ – параметр, характеризующий нелинейность колебаний, u_1,u_2,u_3,u_4 – нормализованные амплитуды управляющих сигналов, ω_0 – частота внешнего гармонического возбуждения второй основной формы колебаний резонатора. Точкой в (1) и далее обозначается дифференцирование по времени t. Нелинейные слагаемые вида $\xi(f^2+g^2)f$, $\xi(f^2+g^2)g$ свойственны для описания динамики резонаторов волновых твердотельных гироскопов, относящихся к классу гироскопов обобщённого маятника Фуко [4], и получены в [6] в предположении, что для материала резонатора справедлив нелинейный закон упругости. В [8, 12] нелинейность данного вида получена при учете конечного отношения прогиба к малому зазору датчиков управления для зависящих от опорного напряжения электростатических сил.

III. Методика идентификации параметров

Поскольку движение резонатора ВТГ представляет колебательный процесс с достаточно высокой частотой колебаний ω и малыми возмущающими воздействиями, то исследование динамики резонатора проводится по осреднённым уравнениям. Для разработки методики идентификации параметров ВТГ получим нелинейную математическую модель динамики неидеального резонатора с помощью метода осреднения Крылова–Боголюбова. В качестве новых, медленных, переменных используем переменные Ван-дер-Поля [6]:

$$\begin{aligned} f &= p_1 \sin \omega_0 t + q_1 \cos \omega_0 t, \\ g &= p_2 \sin \omega_0 t + q_2 \cos_0 \omega t, \\ \dot{f} &= \omega(p_1 \cos \omega_0 t - q_1 \sin \omega_0 t), \\ \dot{g} &= \omega(p_2 \cos \omega_0 t - q_2 \sin \omega_0 t). \end{aligned} \tag{2}$$

Медленные переменные $q_1(t),\ p_1(t),\ q_2(t),\ p_2(t)$ представляют косинусные и синусные составляющие огибающих функций $f(t)$, $g(t)$.

В результате осреднения уравнений (1) получена следующая система дифференциальных уравнений динамики резонатора, которая при точной настройке на резонанс ($\omega_0 = \omega$) имеет вид:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} D \cdot \mathbf{z}, \tag{3}$$

где вектор медленных переменных $\mathbf{q} = \left(q_1, p_1, q_2, p_2\right)^T$, матрицу D зададим в блочной форме $D = (D^{\gamma}\ I)$:

$$D^{\gamma} = \begin{pmatrix} -q_1 & q_2 & -q_1 & -q_2 & p_1 & p_2 & p_1 & p_2 & k_1 \\ -p_1 & p_2 & -p_1 & -p_2 & -q_1 & -q_2 & -q_1 & -q_2 & k_2 \\ -q_2 & -q_1 & q_2 & -q_1 & p_2 & -p_1 & -p_2 & p_1 & k_3 \\ -p_2 & -p_1 & p_2 & -p_1 & -q_2 & q_1 & q_2 & -q_1 & k_4 \end{pmatrix},$$

I – единичная матрица размера 4×4, $\mathbf{z} = \left(\gamma,\ \nu,\ b_c,\ b_s,\ \tilde{c},\ \tilde{n},\ \tilde{h}_c,\ \tilde{h}_s, \tilde{\xi}\ u_1, u_2, u_3, u_4\right)^T$ – вектор определяемых параметров, $\tilde{\xi} = \xi / \omega$, $\tilde{h}_c = h_c / \omega$, $\tilde{h}_s = h_s / \omega$, $\tilde{c} = c / \omega$, $\tilde{n} = n / \omega$, $k_1 = -p_1 E - q_2 X$, $k_2 = q_1 E - p_2 X$, $k_3 = -p_2 E + q_1 X$, $k_4 = q_2 E + p_1 X$, $E = 3(q_1^2 + p_1^2 + q_2^2 + p_2^2) / 4$, $X = (p_2 q_1 - p_1 q_2) / 2$. В случае свободного выбега матрица $D = D^{\gamma}$, а вектор $\mathbf{z} = \left(\gamma,\ \nu,\ b_c,\ b_s,\ \tilde{c},\ \tilde{n},\ \tilde{h}_c,\ \tilde{h}_s, \tilde{\xi}\right)^T$.

Заметим, что в электронном контуре гироскопа физически реализуется схема осреднения [6]: с помощью емкостной системы электродов измеряются высокочастотные функции времени $f(t)$, $g(t)$, и с помощью контуров обработки сигналов выделяются (2) огибающие $q_1(t),\ p_1(t),\ q_2(t),\ p_2(t)$. Таким образом, медленные переменные $q_1(t),\ p_1(t),\ q_2(t),\ p_2(t)$ системы (3) являются измеряемыми.

Рассмотрим оценку вектора параметров $\mathbf{z}$ по методу наименьших квадратов. Отрезок времени наблюдений $\left[0, T\right]$ разбиваем на N равных частей: $t_i = i \cdot h_t$, $h_t = T / N$ – шаг по времени, $i = 0 \ldots N$. Определяемые параметры считаем постоянными на промежутке времени $\left[0, T\right]$. Интегрируем левую и правую часть (3) на отрезках $\left[t_{i-1}, t_{i+1}\right]$:

$$\mathbf{q}(t_{i+1}) - \mathbf{q}(t_{i-1}) = \frac{1}{2} D_i \cdot \mathbf{z}, \qquad i = 1, 2, ..., N-1, \tag{4}$$

где интегралы, обозначенные как

$$D_i = \int_{t_{i-1}}^{t_{i+1}} D\left(\mathbf{q}(t)\right) dt, \qquad i = 1, 2, \ldots, N-1,$$

вычисляются от элементов матриц численно, например по формуле Симпсона. Таким образом, систему (3), дискретизированную на отрезке $\left[0, T\right]$ и представленную системами (4), записываем в виде переопределённой системы линейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{y} = D \cdot \mathbf{z} + \mathbf{e},$$

где введены составные матрица D, вектор $\mathbf{y}$:

$$\begin{gathered} D = (D_1^T, D_2^T, .., D_{N-1}^T)^T, \qquad \mathbf{y} = (\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, ..., \mathbf{y}_{N-1}^T)^T, \\ \mathbf{y}_i = \mathbf{q}(t_{i+1}) - \mathbf{q}(t_{i-1}), \qquad i = 1, 2, ..., N-1, \end{gathered}$$

$\mathbf{e} \sim N(0, \sigma_e^2 I)$ – вектор некоррелированных случайных ошибок измерений с одинаковыми дисперсиями.

По методу наименьших квадратов получим оценку:

$$\hat{\mathbf{z}} = \left(D^T D\right)^{-1} D^T \mathbf{y} \tag{5}$$

при условии, что матрица $D^T D$ не является вырожденной.

Оценка (5) минимизирует сумму квадратов отклонений

$$S = \left(\mathbf{y} - D\hat{\mathbf{z}}\right)^T \left(\mathbf{y} - D\hat{\mathbf{z}}\right).$$

Оценка остаточной дисперсии имеет вид:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S}{n-k},$$

где k – число определяемых параметров.

Доверительные интервалы для определяемых параметров находим по формуле:

$$\hat{z}_j - t_p \hat{\sigma}\sqrt{c_{jj}} \le z_j \le \hat{z}_j + t_p \hat{\sigma}\sqrt{c_{jj}}, \qquad j = 1\ldots k,$$

где c_{jj} – диагональные элементы матрицы $C = \left(D^T D\right)^{-1}$, t_p – квантиль порядка $p = (1 + P_{\text{Д}})/2$ распределения Стьюдента с $n-k$ степенями свободы, $P_{\text{Д}}$ – доверительная вероятность. Если число $n-k$ мало, то t_p выбирают по таблице распределения Стьюдента, если $n-k > 30$, то t_p можно выбирать из таблицы функций Лапласа.

Заметим, что разработанные методики идентификации параметров могут быть использованы для ВТГ с цилиндрическими, полусферическими и кольцевыми резонаторами, динамика которых описывается уравнениями (1).

Найденные при идентификации параметры, включая технологические погрешности изготовления резонатора и коэффициент нелинейности, могут использоваться для повышения точности определения угловой скорости в методиках компенсации погрешностей [11, 12] или для повышения точности балансировки резонаторов [14].

IV. Числовой пример

Рассмотрим ВТГ с цилиндрическим резонатором из кварцевого стекла с электростатическими датчиками управления. Плотность, модуль упругости и коэффициент Пуассона кварцевого стекла равны соответственно ρ =2210 кг/м^3, E = 73.6 ГПа, ν_p = 0.17. Принимаем следующие размеры цилиндрического резонатора [6]: радиус R = 20 мм, толщина h = 1 мм, высота H = R. При данных значениях параметров резонатора его характерная частота собственных колебаний $\omega = 20890\,\text{c}^{-1}$ (3260 Гц). При добротности $Q = 5 \cdot 10^5$ получаем коэффициент демпфирования $\gamma = \omega / Q = 0.04178\,\text{c}^{-1}$. Пусть вектор параметров имеет вид [12]: $\mathbf{z}$ = (0.04178, 0, –0.00084, 0, 0, 0, –0.01571, 0.02721, 0.561)^T.

Элементы вектора $\mathbf{z}$ имеют размерность с$^{-1}$. В качестве начальных условий при моделировании режима свободного выбега резонатора (рис.1) возьмём значения медленных переменных установившиеся колебаний.

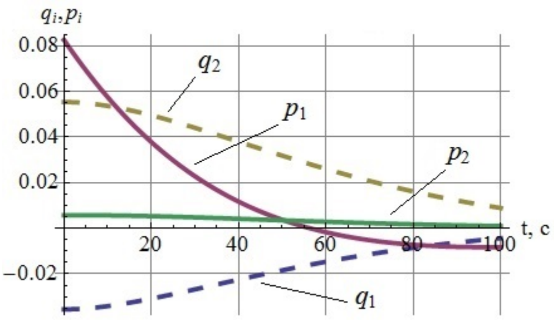


Рис. 1. Изменение медленных переменных в режиме свободных колебаний

Для моделирования съёма информации к значениям медленных переменных добавляются ошибки измерений, подчиняющиеся нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma_e^2 = 0.0001^2$. Рассматривается время выбега 100 секунд с шагом измерений равным 0.2 с.

По полученным при моделировании динамики резонатора данным определяются коэффициенты математической модели. Сравнивая найденные и заданные параметры, подсчитаем погрешность идентификации параметров гироскопа. Для расчета относительной погрешности используем евклидову норму вектора:

$$\delta\mathbf{z} = \frac{\|\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}\|}{\|\hat{\mathbf{z}}\|}.$$

Рассмотрим идентификацию коэффициентов предложенной нелинейной математической модели и линейной математической модели. Расчёт параметров ВТГ по линейной математической модели (коэффициент нелинейности в данном случае отсутствует) даёт следующий вектор оценок $\hat{\mathbf{z}}_1 = $(0.04206, –0.00084, 0.00022, –0.00057, –0.00149, –0.00089, –0.01698, 0.02671,)^T, остаточную дисперсию $\hat{\sigma}_1^2 = 0.0003^2$ и относительную погрешность вектора оценок параметров $r_1 = 0.0514$. Расчёт параметров ВТГ по предложенной нелинейной математической модели даёт следующий вектор оценок параметров $\hat{\mathbf{z}}_2 = $ (0.04177, 0.00001, –0.00083, 0.00001, –0.00003, 0.00003, –0.01569, 0.02717, 0.5587)^T, остаточную дисперсию $\hat{\sigma}_2^2 = 0.0003^2$ и относительную погрешность вектора оценок параметров $r_2 = 0.0096$ (для сравнения с погрешностью вектора $\hat{\mathbf{z}}_1$ рассматривался вектор $\hat{\mathbf{z}}_2$ без коэффициента нелинейности). Таким образом, при случайных погрешностях измерений с дисперсией $\sigma_e^2 = 0.0001^2$ погрешность определения параметров рассматриваемого ВТГ с цилиндрическим резонатором уменьшилась на 81% благодаря учёту нелинейности колебаний.

При дисперсии случайных погрешностей измерений $\sigma_e^2 = 0.0002^2$ в случае использования для идентификации параметров линейной математической модели относительная погрешность вектора оценок параметров $r_1 = 0.0531$, в случае использования нелинейной математической модели $r_2 = 0.0184$, то есть погрешность уменьшилась на 65%. При $\sigma_e^2 = 0.0003^2$ погрешность уменьшается на 45% благодаря учёту нелинейности, при $\sigma_e^2 = 0.0004^2$ на 25% и при $\sigma_e^2 = 0.0005^2$ на 11%.

Таким образом, ряд проведенных вычислительных экспериментов показал значительное повышение точности определения параметров волнового твердотельного гироскопа с цилиндрическим резонатором при использовании методики идентификации параметров, учитывающей нелинейность колебаний.

V. Заключение

Разработаны методики определения параметров волнового твердотельного гироскопа в режимах вынужденных колебаний и свободного выбега с учетом нелинейности колебаний резонатора. Данные методики позволяет проводить испытания при больших амплитудах колебаний, при которых отношение сигнала к шуму достаточно высокое. Результаты математического моделирования показали, что учет нелинейности повышает точность определения параметров.

Литература

[1] Переляев С.Е. Обзор и анализ направлений создания бесплатформенных инерциальных навигационных систем на волновых твердотельных гироскопах // Новости навигации. 2018. № 2. С. 21–27.

[2] Волчихин И.А., Волчихин А.И., Малютин Д.М., Матвеев В.В., Распопов В.Я., Телухин С.В., Шведов А.П. Волновые твердотельные гироскопы (аналитический обзор). Известия ТулГУ. Технические науки. 2017. Вып. 9. Ч. 2 С.59–78.

[3] Журавлев В.Ф. Волновой твердотельный гироскоп современное состояние, некоторые аспекты // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем: процессы, модели, эксперимент. №2(33), том 16, 2011, С. 118–123.

[4] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). М.: Изд-во «Ким Л.А». 2017, 194 с.

[5] Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М.: Изд-во МГТУ им. . Н.Э.Баумана.1997. 167с.

[6] Меркурьев И.В., Подалков В.В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 228с.

[7] Sudipto, K.De., Aluru, N.R., Complex nonlinear oscillations in electrostatically actuated microstructures, *J. Microelectromech. Syst.*, 2005, vol. 15, no.2, pp. 355–369.

[8] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Нелинейные эффекты в динамике цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа с электростатической системой управления // Гироскопия и навигация. 2015. № 2 (89) С. 71–80.

[9] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа с учетом нелинейности колебаний резонатора // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. № 5. С. 18–23.

[10] Maslov, D.A., Merkuryev, I.V., Increase in the Accuracy of the Parameters Identification for a Vibrating Ring Microgyroscope Operating in the Forced Oscillation Mode with Nonlinearity Taken into Account, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 14, no. 3, pp. 377–386.

[11] Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Компенсация погрешностей и учет нелинейности колебаний вибрационного кольцевого микрогироскопа в режиме датчика угловой скорости // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13. № 2. С. 227–241.

[12] Маслов Д.А. Влияние нелинейных свойств электростатических и электромагнитных датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа: дис. канд. техн. наук: НИУ«МЭИ». Москва, 2019. 127 с.

[13] Маслов А.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Методы повышения точности идентификации параметров микромеханического вибрационного гироскопа // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 236–237.

[14] Лунин Б.С., Басараб М.А., Юрин А.В., Чуманкин Е.А. Цилиндрический резонатор из кварцевого стекла для недорогих вибрационных гироскопов // Юбилейная XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 204–207.

Технология автоматизированной итерационной калибровки БИНС на ВОГ на трехстепенном стенде*

О.Ю. Златкин, В.И. Чумаченко, В.Г. Игнатьев,
В.В. Златкина, А.Ф. Кириченко, Ю.А. Кузнецов
НПП Хартрон-Аркос Лтд
Харьков, Украина
info@hartron-arkos.com

***Аннотация*—Приводится описание методики калибровки бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на трехстепенном стенде. Рассматривается БИНС на базе серийных волоконно-оптических гироскопов и маятниковых акселерометров. Даны основные формульные зависимости, связывающие выходные сигналы датчиков с их основными погрешностями. Приведены результаты заводских испытаний вариантов БИНС, разработанных в НПП Хартрон-Аркос Лтд.**

***Ключевые слова*—бесплатформенная инерциальная навигационная система, калибровка, волоконно-оптический гироскоп, маятниковый акселерометр, трехстепенной стенд**

I. Введение

Научно-производственное предприятие Хартрон-Аркос Лтд на базе волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) и маятниковых акселерометров (АК) разработало и внедрило в производство два типа бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) для систем управления ракет-носителей и беспилотных летательных аппаратов: универсальный навигационный комплекс (УНК) и систему навигации с автономной выставкой и калибровкой (СН АВК) [1, 2].

УНК и СН АВК представляют собой интегрированные навигационные системы, построенные на базе БИНС. Аппаратура навигационных приборов обеспечивает их комплектацию с аппаратурой потребителя спутниковых навигационных систем (АП СНС) – GPS или ГЛОНАСС. Комплексная обработка информации инерциальной навигационной системы и АП СНС выполняется программным обеспечением в специальном вычислителе прибора. Инерциально-измерительный блок (ИИБ) в СН АВК помещен в двухосный карданный подвес, что обеспечивает возможность периодической калибровки ВОГ и АК в местах эксплуатации без снятия прибора с объекта применения. Высокие точностные характеристики БИНС обеспечиваются интегрированием с АП СНС, калибровками на заводе-изготовителе и калибровками в процессе эксплуатации [2, 3]. Специализированный вычислитель навигационных приборов автономно решает задачу определения вектора состояния объекта управления в части навигационных параметров и параметров ориентации.

Для применения в системах управления космических аппаратов на базе ВОГ был также создан бесплатформенный астроинерциальный блок (БАИБ). Начальная выставка и коррекция БАИБ осуществляется путем комплексирования ИИБ с астроизмерительной системой.

II. Методика и основные соотношения

Методика калибровки БИНС заключается в итерационном определении систематических погрешностей ВОГ и АК по результатам прямых измерений и сравнении их выходной информации в нескольких ориентациях прибора с эталонными значениями.

В состав калибруемых параметров входят систематические погрешности ВОГ и АК, обусловленные смещением нулей и масштабных коэффициентов, и систематические погрешности ориентации их осей чувствительности относительно приборной системы координат (СК). Эталонные значения определяются вычисленными проекциями вектора ускорения силы земного тяготения и вектора угловой скорости вращения Земли на оси приборной СК.

Калибровка проводится с учетом компенсации тепловых систематических погрешностей датчиков (смещений нулей и масштабных коэффициентов), определяемых путем термоиспытаний прибора и построения аппроксимационных моделей тепловых систематических погрешностей до начала проведения калибровки [2].

В идеальном случае ориентация осей приборной СК определяется плоскостью посадочных мест корпуса прибора и нормалью к контрольному элементу прибора. Практически соответствие приборной и географической СК обеспечивается обмерами положения планшайбы с установленным прибором при помощи уровня и теодолита.

A. Модель выходной информации ВОГ

Выходной информацией ВОГ является код, пропорциональный проекции вектора абсолютной угловой скорости на ось чувствительности ВОГ. В УНК оси чувствительности (ОЧ) трех ВОГ, так же как и ОЧ трех АК, образуют в номинальном положении ортогональную тройку осей.

Ориентация ОЧ ВОГ в приборной системе координат в номинальном положении задается матрицей направляющих косинусов $\boldsymbol{G}$. Связь между проекциями угловых скоростей в гироскопической СК и в приборной СК определяется зависимостью

$$\omega_i = \boldsymbol{G} \cdot \omega_{j\text{п}}. \quad (i = 1, 2, 3;\ j = x, y, z) \qquad (1)$$

Проварьировав уравнение (1), получим модель погрешностей ВОГ в гироскопической СК

$$\Delta\omega_i = \delta\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} + \boldsymbol{G}\cdot\delta\omega_{j\text{п}} = \delta\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} + \delta\omega_i. \quad (2)$$

С учетом уравнений (1) и (2), модель выходной информации ВОГ в гироскопической СК представляется в следующем виде:

$$\omega_{dusi}(t) = \omega_i + \delta\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} + \delta\omega_i\,.$$

Здесь:

$$\delta\omega_i = \Delta\omega_{\tau i} + \Delta\mu_i\cdot\omega_i + \xi_i,$$

где $\Delta\omega_{\tau i}$ – погрешность смещения нуля ВОГ, $\Delta\mu_i$ – погрешность масштабного коэффициента ВОГ, ξ_i – случайная в запуске погрешность ВОГ, $\delta\boldsymbol{G}$ – погрешность элементов матрицы направляющих косинусов, обусловленная погрешностями углов установки ОЧ ВОГ.

Спроектируем выходную информацию ВОГ на оси приборной СК, получим:

$$\omega_{dusj\text{п}}(t) = \boldsymbol{G}^T\cdot\omega_{dusi}(t)\,,$$

или в более детальном виде

$$\omega_{dusj\text{п}}(t) = \omega_{\text{jп}}(t) + \boldsymbol{G}^T\cdot\Delta\omega_i(t)\,. \quad (3)$$

Преобразуем второе слагаемое правой части уравнения (3)

$$\boldsymbol{G}^T\cdot\Delta\omega_i(t) = \boldsymbol{G}^T\cdot(\delta\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} + \Delta\omega_{\tau i} + \Delta\mu_i\cdot\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} + \xi_i)\,,$$

$$\Delta\mu_i\cdot\boldsymbol{G}\cdot\omega_{j\text{п}} = \begin{pmatrix}\Delta\mu_1 G_{11} & 0 & 0\\ 0 & \Delta\mu_2 G_{22} & 0\\ 0 & 0 & \Delta\mu_3 G_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\omega_{x\text{п}}\\ \omega_{y\text{п}}\\ \omega_{z\text{п}}\end{pmatrix} = \\ = \delta\boldsymbol{G}_\mu\cdot\omega_{j\text{п}}.$$

Окончательно получим

$$\omega_{j\text{п}} = \boldsymbol{G}^T\cdot\Delta\omega_i = \Delta\omega_{\tau i\text{п}} + \boldsymbol{G}^T\cdot(\delta\boldsymbol{G} + \delta\boldsymbol{G}_\mu)\cdot\omega_{j\text{п}} + \xi_{j\text{п}}, \quad (4)$$

где $\Delta\omega_{j\text{п}}$ – погрешности ВОГ в приборной СК, $\Delta\omega_{\tau j\text{п}}$ – погрешности смещения нуля ВОГ в приборной СК, $\Delta\boldsymbol{G}_\text{п} = \boldsymbol{G}^T\cdot(\delta\boldsymbol{G} + \delta\boldsymbol{G}_\mu)$ – обобщенные погрешности ВОГ, обусловленные погрешностями установки ОЧ и погрешностями масштабных коэффициентов, $\xi_{j\text{п}}$ – случайная погрешность ВОГ в приборной СК.

B. Модель выходной информации АК

Выходной информацией АК является код, пропорциональный проекции вектора кажущегося ускорения на ось чувствительности АК.

Ориентация ОЧ АК в приборной СК в номинальном положении задается матрицей направляющих косинусов $\boldsymbol{A}$. Для получения модели погрешности АК в приборной СК воспользуемся подходом, аналогичным для получения модели погрешности для ВОГ. В результате получим

$$\Delta\dot{W}_{j\text{п}} = \boldsymbol{A}^T\cdot\Delta\dot{W}_i = \Delta\tau_{j\text{п}} + \boldsymbol{A}^T\cdot(\delta\boldsymbol{A} + \delta\boldsymbol{A}_q)\cdot\dot{W}_{j\text{п}} + \eta_{j\text{п}}, \quad (5)$$

где $\Delta\dot{W}_{j\text{п}}$ – погрешности АК в приборной СК, $\Delta\tau_{j\text{п}}$ – погрешности смещения нуля АК в приборной СК, $\Delta\boldsymbol{A}_\text{п} = \boldsymbol{A}^T\cdot(\delta\boldsymbol{A} + \delta\boldsymbol{A}_q)$ – обобщенные погрешности АК, обусловленные погрешностями установки ОЧ и погрешностями масштабных коэффициентов, $\eta_{j\text{п}}$ – случайная погрешность АК в приборной СК.

Погрешности ВОГ $\Delta\omega_{\tau i\text{п}}$, $\Delta\boldsymbol{G}_\text{п}$ и АК $\Delta\tau_{j\text{п}}$, $\Delta\boldsymbol{A}_\text{п}$ оцениваются при калибровке.

III. Технология калибровки

На базе изложенной выше методики разработана технология заводской калибровки БИНС на трехстепенном стенде. Основные принципы разработанной технологии калибровки следующие:

- систематические погрешности определяются в приборной СК по прямым измерениям;
- калибровка выполняется в несколько итераций, при этом каждая итерация – новый запуск прибора, результат получают путем последовательной обработки данных всех итераций;
- калибровка проводится с учетом компенсации тепловых систематических погрешностей датчиков, определяемых путем термоиспытаний прибора;
- все задачи калибровки решаются автоматизировано с записью данных испытаний и результатов анализа в базу данных (БД);
- проверка результатов калибровки в режимах основной работы прибора.

Технология калибровки выполняется поэтапно.

Этап 1. Термокалибровка. Термоиспытания БИНС на двухосном стенде с поворотной термокамерой ACUTRONIC. Построение математических моделей тепловых систематических погрешностей ВОГ и АК для их алгоритмической компенсации.

Этап 2. Калибровка. Проведение режима «Калибровка-итерационная». Определение остановки процесса итерации, условие остановки – изменения систематических погрешностей от итерации к итерации на величину, меньше назначенного допуска. Расчет окончательных значений систематических погрешностей, их запись в БД.

Этап 3. Проверка результатов калибровки. Проверка результатов калибровки в статическом и динамическом режимах основной работы прибора при номинальной и крайних значениях температуры в новых запусках прибора.

При внедрении данной технологии разработан программно-аппаратный комплекс, который образует автоматизированное рабочее место для калибровки навигационных приборов.

IV. Результаты испытаний

Данная технология калибровки была отработана на предприятии на образцах создаваемых БИНС. Ее эффективность проверена путем оценки полученных в пяти циклах испытаний отклонений по продольной (ΔL), вертикальной (ΔH) и боковой (ΔB) координатам объекта управления за 500 с полета в инерциальном (таблица I) и интегрированном (таблица II) режимах.

ТАБЛИЦА I. Статистические характеристики испытаний УНК в инерциальном режиме

Характеристики	Статические испытания			Динамические испытания		
	ΔL, м	ΔH, м	ΔB, м	ΔL, м	ΔH, м	ΔB, м
Предельное отклонение (3σ)	234	166	107	239	180	166
Границы доверительного интервала (3σ): - нижняя	140	99	64	143	108	100
- верхняя	673	477	307	688	517	478
Расчетное значение предельного отклонения	260	-	260	320	-	260
Математическое ожидание (МО)	51	-80	26	7	68	31
Границы доверительного интервала МО: - нижняя	-46	-148	-18	-92	-7	-37
- верхняя	147	-11	70	106	142	100

ТАБЛИЦА II. Статистические характеристики испытаний УНК в интегрированном режиме

Характеристики	Статические испытания		
	ΔL, м	ΔH, м	ΔB, м
Предельное отклонение (3σ)	3.76	3.1	3.62
Границы доверительного интервала (3σ): - нижняя	2.6	2.2	2.5
- верхняя	6.4	5.5	6.3
Расчетное значение предельного отклонения	6.25	-	6.25
Математическое ожидание (МО)	1.7	-0.4	-2.5
Границы доверительного интервала МО: - нижняя	0.9	-1.1	-3.3
- верхняя	2.5	0.3	-1.6

Как видно из приведенных результатов, оценки предельных отклонений (3σ) координат не превышают расчетных значений.

V. Выводы

Созданные образцы БИНС на основе датчиков среднего класса точности после проведения калибровки по разработанной технологии имеют точностные характеристики, сравнимые с зарубежными и отечественными аналогами, а по таким характеристикам, как масса, габариты, стоимость, данные приборы превосходят аналоги.

На предприятии изготовлено два опытных и два серийных образца приборов УНК, которые прошли полные циклы наземной экспериментальной отработки, результаты которой подтвердили выполнение требований технических заданий. Планируется поставка серийных образцов УНК для ракеты-носителя «Циклон-4М» и использование СН АВК в составе комплекса оперативно-тактической ракеты «Гром-2».

Изготовлен опытный образец прибора БАИБ, который после наземной отработки поставлен в Головную организацию для установки в качестве научного пассажира на подготавливаемый к запуску микроспутник «Микросат».

Литература

[1] Златкин Ю.М., Олейник С.В., Кузнецов Ю.А., Успенский В.Б., Багмут И.А. Технология и результаты испытаний бесплатформенного астроинерциального блока для систем управления космических аппаратов // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. С. 211–214.

[2] Златкин О.Ю., Олейник С.В., Чумаченко В.И., Кузнецов Ю.А., Кожухов В.Д., Успенский В.Б., Гудзенко А.В. Разработка высокоточной бесплатформенной инерциальной системы ракетно-космического назначения на базе волоконно-оптических гироскопов среднего класса точности // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2014. С. 272–287.

[3] Волынский Д.В., Драницына Е.В., Одинцов А.А., Унтилов А.А. Калибровка волоконно-оптических гироскопов в составе бескарданных инерциальных измерительных модулей // Гироскопия и навигация. 2012. № 2 (77). С. 56–68.

Оптимизация предварительной обработки данных при компенсации температурных смещений ВОГ нейронной сетью*

Б.В. Климкович
Научно-производственное общество с ограниченной ответственностью «ОКБ ТСП»
Минск, Республика Беларусь
klimkovich_boris@mail.ru

***Аннотация*—Получены формулы для оценки шума типа «random walk» алгоритмической компенсации смещения гироскопа. Приведен пример оценки статистической значимости факторов при калибровке смещения волоконно-оптического гироскопа в рабочем диапазоне температур и различных скоростях изменения температуры. Показано, что случайная погрешность температурных датчиков может играть определяющую роль в шуме типа «random walk» алгоритмической компенсации смещения гироскопа и превышать собственный шум гироскопа. Приведен пример получения регрессионной зависимости алгоритмической компенсации смещения гироскопа при помощи нейронной сети с многослойным перцептроном. Рассмотрены факторы, влияющие на выбор постоянной времени дифференцирующего низкочастотного температурного фильтра. Представлены экспериментальные зависимости случайной погрешности алгоритмической компенсации для температурных датчиков с различной случайной погрешностью и продемонстрирована необходимость применения температурных датчиков с минимальной случайной погрешностью.**

Ключевые слова—Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ), температурная зависимость смещения, калибровка, нейронная сеть, обучение нейронной сети, статистическая значимость факторов, вариация Аллана, дополнительный шум алгоритмической компенсирующей добавки, температурный сценарий при калибровке и проверке, выбор постоянной времени температурного фильтра

I. Введение

Волоконно-оптические гироскопы (ВОГ) в последнее время находят все большее применение в качестве чувствительных элементов систем управления и бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) различных классов точности [1–4]. Поскольку ВОГ в отличие от кольцевого лазерного гироскопа (КЛГ) является пассивным прибором, в котором световой луч генерируется вне оптоволокна, в нем отсутствует явление синхронизации встречных мод при малых скоростях вращения. Вследствие этого выходная характеристика ВОГ линейна при малых скоростях вращения [2], что необходимо (в частности) для выставки методом гирокомпасирования БИНС навигационного класса точности.

Ценой этого преимущества ВОГ над КЛГ является высокая чувствительность выходного сигнала ВОГ к температуре, градиенту температуры и скорости изменения средней температуры ВОГ, механическим напряжениям в оптоволокне (в том числе кратковременным его изменениям вследствие механического удара), внешнему давлению [5–12]. Причиной этой высокой чувствительности является тот факт, что формирующий сигнал биений луч света в ВОГ распространяется в твердом теле (оптоволокне) в отличие КЛГ, где свет распространяется в газе. Проведенные в последнее время технологические и конструктивные усовершенствования ВОГ и методы улучшения качества оптоволокна [4] привели к значительному снижению этой чувствительности, но не устранили ее до уровня, необходимого для БИНС навигационного класса точности при изменении температуры окружающей среды в промышленном диапазоне.

Существуют два пути уменьшения чувствительности сигнала ВОГ к внешним факторам: стабилизация и компенсация [7–9]. В первом случае чувствительные элементы ВОГ помещают в условия, исключающие изменение температуры и других факторов (например, магнитного поля), влияющих на чувствительные элементы ВОГ при изменении внешних по отношению к ВОГ условий [13–14]. В другом методе показания ВОГ компенсируют с учетом информации о температуре ВОГ в определенных точках конструкции ВОГ и внешней температуре [11, 15–22].

Оба метода имеют свои достоинства и недостатки. Перечислим последние.

В случае стабилизации температуры ВОГ значительно возрастает общее энергопотребление и массогабариты БИНС. Время установления температурного равновесия внутри ВОГ при термостабилизации в большинстве случаев практического применения неприемлемо велико.

В случае компенсации не всегда удается получить математическую модель, адекватно работающую не только в условиях калибровки, но и при условиях эксплуатации.

В настоящей работе рассматривается метод уменьшения чувствительности смещения ВОГ к внешним факторам путем компенсации.

Опубликованные работы [11, 15–25] по указанной теме не рассматривали вопрос о значимости факторов регрессионной зависимости и оценки достоверности получаемой регрессии. Кроме того, не учитывалось влияние случайной погрешности термодатчиков на результаты температурной компенсации смещения ВОГ.

В настоящей работе рассматриваются вопросы оценки значимости факторов с использованием современных статистических методов, оптимизация выбора постоянной времени дифференцирующего фильтра и влияние точностных характеристик температурных датчиков на результат алгоритмической компенсации смещения ВОГ.

Внимание к смещению ВОГ обусловлено тем, что на него в большой степени влияет скорость изменения температурного поля внутри гироскопа, что делает его более чувствительным к нестационарности и неоднородности распределения температуры.

Здесь следует отметить, что чувствительностью к скорости изменения температуры обладают и другие характеристики ВОГ (а также характеристики акселерометров). Однако по своей природе эта зависимость величин от скорости изменения температуры в большей степени обусловлена пространственным разнесением термодатчика от активного элемента конструкции ВОГ или акселерометра. В силу уравнения теплопроводности, чем больше скорость изменения температуры, тем больше ее пространственный градиент и, следовательно, больше различие между показаниями термодатчика и действующей температурой чувствительного элемента.

В случае смещения ВОГ скорость изменения температуры в силу эффекта Шупа [5] напрямую влияет на показываемую величину, что объясняет такую большую чувствительность.

II. Температурная зависимость алгоритмической компенсации смещения ВОГ

В стандарте [26] предлагается алгоритмическая компенсация смещения ВОГ *Bias* линейной функцией от температуры *T*, скорости ее изменения *dT/dt* и скорости изменения градиента температуры $d\nabla T/dt$:

$$Bias = D_0 + D_1 T + D_2 \frac{dT}{dt} + D_3 \frac{d\nabla T}{dt}, \tag{1}$$

где D_0, D_1, D_2 – числовые коэффициенты, D_3 – вектор той же размерности, что и вектор градиента температур ∇T.

Для оценки градиента температуры необходимо наличие в окрестности ВОГ и (или) внутри него нескольких температурных датчиков. Один из них будет условно принятым располагающимся в начале координат, показания остальных за вычетом термодатчика в начале координат будут образовывать разности $\Delta T_i = T_i - T_0$ для оценки градиента температуры.

Отметим, что в случае однородного материала для оценки градиента температуры с математической точки зрения достаточно четырех не лежащих в одной плоскости температурных датчиков. Но поскольку конструкция ВОГ представляет собой сложное техническое изделие, неоднородное с точки зрения материалов, мест тепловыделения и распределения температуры в оптоволокне универсального решения о количестве термодатчиков и их расположению нет.

Расположение термодатчиков и их количество должны определяться экспериментально на опытном образце при установке ВОГ в штатный (для данной БИНС) модуль чувствительных элементов и корпус. Сценарий температурных испытаний при калибровке должен обеспечивать наблюдаемость статистически значимых факторов и включать все ситуации, возникающие при эксплуатации, в том числе «холодный» старт БИНС во всем диапазоне рабочих температур.

Вопрос о необходимости оставлении тех или иных термодатчиков должен решаться методами статистического анализа (см. ниже) после обработки данных, полученных при проведении калибровки. Проверку результатов калибровки и подтверждение достаточности термодатчиков следует проводить на альтернативном температурном сценарии.

Поскольку в формуле (1) участвуют производные по времени от температуры Т и разностей ΔTi, то необходимо получать оценки этих величин по измеряемым значениям температуры как при проведении калибровки для получения регрессионной зависимости $Bias = Y(T, dT/dt, \Delta T, d\Delta T/dt)$, так и при работе ВОГ в составе БИНС и компенсации его показаний в реальном масштабе времени.

Одним из возможных путей получения такого рода оценок является усреднение поступающих с периодом Δt показаний термодатчиков за время τ и последующее вычисления их производных [21]. Недостатком какого подхода является невысокое качество фильтрации шума термодатчиков (такой фильтр с конечной импульсной характеристикой имеет крутизну спада амплитудно-частотной характеристики 6 дБ/октаву) и получение оценок температуры и ее производных с периодом τ.

Лучшими характеристиками по сравнению с указанным выше фильтром обладает фильтр с бесконечной импульсной характеристикой 2-го порядка с крутизной спада 12 дБ/октаву:

$$T_{meas} = \tau^2 \frac{d^2T}{dt^2} + 2\tau\gamma \frac{dT}{dt} + T, \tag{2}$$

где T_{meas} – текущее значение температуры, измеренной термодатчиком, γ=0.707- коэффициент демпфирования. Конечно-разностный алгоритм получения оценок $T(i)$, $T_1(i)$, $T_2(i)$- температуры, первой и второй ее производных в текущий момент i данного термодатчика из выражения (2) с периодом $\Delta t << \tau$ имеет вид [27]:

$$\begin{aligned} T_2(i) &= (T_{meas} - T(i-1))/\tau^2 - 2\gamma T_1(i-1)/\tau \\ T_1(i) &= T_1(i-1) + T_2(i)\Delta t \\ T(i) &= T(i-1) + T_1(i)\Delta t \end{aligned}, \tag{3}$$

Преимуществами фильтра (3) являются: выдача результата с малым периодом Δt << τ и лучшее подавление шума вне полосы пропускания.

Для того, чтобы оценить влияние случайной погрешности температурных датчиков на возможность проводить коррекцию смещений ВОГ от температуры рассмотрим характеристики цифровых температурных датчиков.

Ведущие производители электронных компонентов в спецификациях на цифровые температурные датчики указывают общую погрешность, лежащую в диапазоне

0.15÷7 °C и цену деления цифрового представления результата измерения температуры. Систематическая погрешность, составляющая основную часть общей погрешности, не оказывает влияния на оценку фильтром скорости изменения температуры и оценку температуры при калибровке.

Случайная погрешность температурных датчиков имеет несколько источников: шум внутреннего источника опорного напряжения, шум встроенного аналогового термодатчика, шум аналогово-цифрового преобразователя, конечная разрядность цифрового представления температуры.

Не все производители указывают величину случайной погрешности температурных датчиков. В тех редких случаях, когда она указана, стандартное отклонение случайной погрешности составляет 1~1.5 величины цены деления цифрового представления температуры. Ниже мы будем приближенно полагать, что вся случайная погрешность имеет стандартное отклонение, определяемое ценой деления цифрового представления температуры.

Распространенными цифровыми термодатчиками для температурной компенсации ВОГ являются термодатчики с ценой деления 0.0625 °C. Существуют также термодатчики с ценой деления в диапазоне 0.25 °C ÷ 0.0078 °C.

Можно предположить, что погрешность оценки дифференцирующим фильтром скорости изменения температуры пропорциональна стандартному отклонению случайной погрешности термодатчика и уменьшается с увеличением постоянной времени фильтра.

Вычисления показывают, что для гауссовой случайной погрешности показаний термодатчика справедливо следующее выражение для оценки стандартного отклонения случайной погрешности скорости изменения температуры $\sigma_{dT/dt}$ при известном стандартном отклонении случайной погрешности температурного датчика σ_S:

$$\sigma_{dT/dt} = k\sqrt{\Delta t}\sigma_S / \tau^{3/2}, \qquad (4)$$

где k – безразмерный численный коэффициент порядка 3~5, зависящий от формы амплитудно-частотной характеристики низкочастотного дифференцирующего фильтра. В выражении (4) предполагается, что время конверсии в цифровом датчике температуры меньше периода опроса термодатчиков Δt. Нас интересует влияние случайной компоненты оценки скорости изменения температуры на случайную составляющую алгоритмической компенсирующей добавки к смещению ВОГ. Как будет экспериментально показано в дальнейшем для оценки указанной величины, необходимо учитывать чувствительность регрессионной модели только к скорости изменения температуры dT/dt. Тогда можно записать:

$$\sigma_{Bias} = \left| \partial Y / \partial (dT/dt) \right| \sigma_{dT/dt} \equiv G\sigma_{dT/dt} = kG\sqrt{\Delta t}\sigma_S / \tau^{3/2}, \qquad (5)$$

где σ_{Bias} – стандартное отклонение алгоритмической компенсирующей добавки к смещению ВОГ при усреднении показаний гироскопа за время τ, G –коэффициент чувствительности регрессионной зависимости Y к скорости изменения температуры.

При усреднении показаний ВОГ по ансамблю за время наблюдения $t>>\tau$ в предположении о гауссовом характере случайной погрешности термодатчиков можно получить оценку стандартного отклонения избыточного алгоритмического шума типа «random walk», поступающего на вход навигационного алгоритма и ухудшающего параметры инерциальной навигационной системы:

$$\sigma_{Bias}(t) = kG\frac{\sqrt{\Delta t}\sigma_S}{\tau^2}\sqrt{t} \qquad (6)$$

Наличие этого шума обусловлено случайными процессами в термодатчике, которые не коррелированы со случайными процессами в ВОГ, поэтому дисперсия шума, алгоритмически компенсированного ВОГ будет представлять сумму дисперсии собственного шума ВОГ и дисперсии шума компенсирующей добавки.

III. Пример алгоритмической компенсации смещения ВОГ

В качестве примера рассмотрим экспериментальные результаты алгоритмической компенсации смещения ВОГ с тремя температурными датчиками. Один термодатчик находился внутри ВОГ, два других были закреплены на модуле чувствительных элементов поблизости от корпуса ВОГ. Стандартное отклонение случайной погрешности термодатчиков составляла 0.0625 °C. ВОГ был закреплен в модуле чувствительных элементов в составе БИНС. Испытания проводились в термокамере при неподвижном положении БИНС относительно Земли. Для обеспечения наблюдаемости параметров регрессионной зависимости был выбран температурный сценарий изменения температуры в термокамере таким образом, чтобы вариация скорости изменения температуры происходила во всем температурном диапазоне при снижении и повышении температуры.

Был выбран следующий сценарий для калибровки: температура, задаваемая термокамерой, максимально быстро изменяла значение на 10 °C либо 20 °C с интервалом в 2 часа, проходя между крайними точками требуемого диапазона температур.

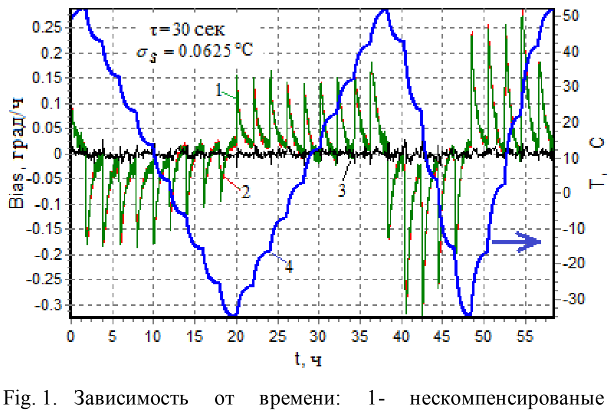


Fig. 1. Зависимость от времени: 1- нескомпенсированые по температуре данные ВОГ, 2-значение регрессионный модели с нейронной сетью, 3- результат алгоритмической компенсации показаний ВОГ при усреднении по 100 сек, 4- зависимость температуры ВОГ

Альтернативный температурный сценарий для проверки результатов калибровки смещения ВОГ заключался в проходе вниз-вверх между крайними значениями температуры с резким изменением на 20 °C с интервалом в 2 часа и со стационарными температурами в термокамере, не совпадающими со стационарными температурами при калибровке.

Результат калибровки данного экземпляра ВОГ представлен на рис. 1. Кривая 1 демонстрирует изменение некомпенсированного смещения ВОГ, 2 – рассчитанные моделью с нейронной сетью, 3 – представляет результат алгоритмической компенсации при усреднении показаний на интервале 100 сек фильтром с конечной импульсной характеристикой и окном Блэкмана. На рис. 1. кривая 4 показывает изменение температуры ВОГ по одному из внешних термодатчиков. Постоянная времени дифференцирующего фильтра τ была равна 30 с.

Для построения регрессионной модели вначале проведем факторный анализ и определим значащие факторы для регрессионной зависимости $Bias = Y(T, dT/dt, \Delta T, d\Delta T/dt)$. Всего данном случае 6 факторов: T, dT/dt, ΔT_1, ΔT_2, $d\Delta T_1/dt$, $d\Delta T_2/dt$.

Выше была отмечена необходимость применения большого количества температурных датчиков при проведении калибровки ВОГ с целью компенсации его смещения. Высокая корреляция показаний температурных датчиков может привести к неустойчивости найденной регрессионной зависимости. Это явление, называемое мультиколлинеарностью факторов, известно давно и одним из первых способов устранения неустойчивости был предложен метод главных компонент (PCA) в котором предлагается уменьшить размерность данных, потеряв при этом наименьшее количество информации [28]. Применение этого или подобного алгоритма позволяет исключить лишние термодатчики внутри и (или) снаружи ВОГ, обеспечивающие алгоритмическую компенсацию смещения ВОГ. Основным недостатком метода главных компонент является его линейность, и, следовательно, принципиальная невозможность учесть некоторые важные характеристики структуры данных.

Для поиска значимых факторов мы воспользуемся двумя наиболее популярными в настоящее время методами: гребневая (Ridg) регрессия в сочетании с пошаговым включением-исключением факторов и методом частных наименьших квадратов (PLS).

В основе своей гребневая регрессия содержит принцип регуляризации плохо обусловленной задачи линейной регрессии [29].

Результат анализа в линейном приближении гребневой (Ridg) регрессии представлен в табл. 1. Большое значение частного F-критерия F(6,2334) = 2467.1 и множественного коэффициента корреляции R=0.929407 свидетельствует о значимости регрессии.

Красным цветом выделены значимые факторы с малым (меньше 0.05) значением индекса достоверности *p*, черным – незначимые.

Наибольшую значимость имеет скорость изменения температуры *dT/dt* с наибольшим модулем *t*-критерия Стьюдента [30,31].

TABLE I. РЕЗУЛЬТАТЫ RIDG РЕГРЕССИИ

N=2341	Ridge Regression Summary for Dependent Variable: Var1, I=0.1, R=0.929407 R^2=0.863797, Adjusted R^2=0.863447, F(6,2334)=2467.1	
	t(2334)	*p-value*
T	-15.8734	0.000000
dT/dt	46.7816	0.000000
ΔT1	-16.5344	0.000000
ΔT2	-4.2490	0.000022
dΔT1/dt	0.4923	0.622555
dΔT2/dt	1.3546	0.175685

Из приведенных результатов факторного анализа видно, что последнее слагаемой формулы (1) статистически незначимо и может быть опущено. Одновременно из табл. 1 следует, что в регрессионную формулу (1) необходимо включить разности температур (градиенты). Из табл. 1 следует, что фактор ΔT_2 имеет значительно меньшую значимость, чем ΔT_1, хотя все еще пригоден для построения регрессии.

Метод PLS известен как метод «проекции на скрытую структуру» и использует разложение исходных факторов по осям главных компонент, но дополнительно выделяет подмножество латентных переменных, в пространстве которых связь между зависимой переменной и предикторами достигает максимального значения [32].

Применение метода PLS позволяет оценить относительную важность факторов (*Importance)* и получить ее количественную оценку (*VIP - variable importance in projection*) вклада каждого фактора в регрессионную зависимость отклика. Результат применения метода частных наименьших квадратов представлен в табл. 2.

TABLE II. РЕЗУЛЬТАТЫ PLS АНАЛИЗА ЗНАЧИМОСТИ ФАКТОРОВ

N=2341	*VIP*	*Importance*
T	0.500659	4
dT/dt	1.522426	1
ΔT1	1.281793	3
ΔT2	1.323460	2
dΔT1/dt	0.168670	5
dΔT2/dt	0.092560	6

Как и в предыдущем варианте факторного анализа видно, что скорости изменения разностей температур имеют наименьшую, а скорость изменения температуры *T* наибольшую значимость при построении регрессионной зависимости.

Полученные выводы о значимости отдельных факторов были сделаны в предположении о линейной зависимости отклика и факторов. Ниже из результатов регрессионного анализа будет видно, что линейное приближение описывает большую часть регрессии, что оправдывает ее применение при факторном анализе.

В случае сильной нелинейности регрессионной зависимости от факторов вместо частного F-критерия необходимо пользоваться тестом Wald, тестом множителей Лагранжа, либо тестом отношения правдоподобия [33].

После определения значимых факторов построим два варианта множественной регрессии смещения ВОГ. Один вариант – линейная регрессия (1) с учетом значимости факторов (табл. 1), другой вариант – нелинейная зависимость $Bias = Y(T, dT/dt, \Delta T, d\Delta T/dt)$ с теми же факторами.

Нелинейная зависимость будет моделироваться искусственной нейронной сетью прямого распространения с одним промежуточным слоем и с моделью нейрона в промежуточном и выходном слоях в виде многослойного персептрона (MLP) (рис .2). Функцией активации нейронов выбирались логистическая функция или гиперболический тангенс. Обе функции позволяли одинаково эффективно аппроксимировать экспериментальные данные. В качестве входного слоя использовались значимые факторы табл. 1.

Моделирование нелинейной функции нейронной сетью имеет значительное преимущество перед другими методами аппроксимации (например, полиномами) и позволяют воспроизводить чрезвычайно сложные зависимости. Наличие развитых методов обучения сети по предъявленным данным облегчает нахождение регрессии.

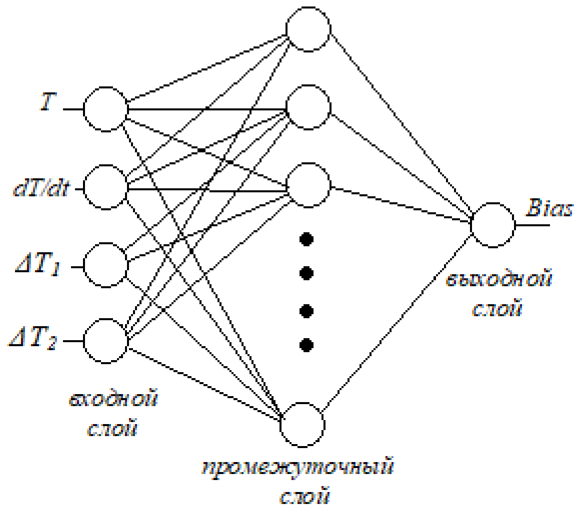


Fig. 2. Схематичное изображение нейронной сети

Для сравнения проводилось также моделирование нелинейной зависимости искусственной нейронной сетью для временных рядов. В этом случае входным слоем служили текущие факторы: переменная T, разности ΔT_i, а также их значения и значения выходной переменной на несколько шагов назад. Число шагов назад выбирались от 1 до 3. Число шагов прогнозирования было выбрано 1. Наличие во входном слое выходной переменной в предыдущих шагах делает алгоритм рекуррентным и способной моделировать более сложную динамику процесса [34, 35].

Следует отметить, что для рассматриваемого в данной работе примере результаты моделирования для случая прогнозирования временных рядов идентичны случаю регрессии для рассматриваемого примера.

Однако, в случае сети прямого распространения вычислительный код, реализующий нейронную сеть, более компактен, поэтому далее рассматривается только этот вариант нейронной сети.

При обучении нейронной сети для предотвращения ее переобучения 15% данных, полученных на калибровочном сценарии, выделялось для кросс-валидации и 15% для контрольной проверки.

Результаты применения линейной модели и нейронной сети представлены в таблице III при времени усреднения показаний гироскопов на интервале 100 сек и постоянной времени дифференцирующего фильтра τ равной 30 сек на двух массивах данных температурных сценариях: калибровочных и проверочных.

TABLE III. РЕЗУЛЬТАТЫ АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПЕНСАЦИИ

	Калибровочные данные	**Проверочные данные**
Линейная модель	0.024 °/h	0.044 °/h
Нейронная сеть	0.007 °/h	0.011 °/h

Из табл. 3 следует, что нейронная сеть лучше моделирует поведение смещения гироскопа при изменении внешних температурных условий. Выигрыш по остаточной погрешности от применения компенсации смещения ВОГ нейронной сетью составляет приблизительно в 3 раза, что делает ее применение более привлекательной, чем линейная модель. В то же время из рисунка 1 видно, что линейная модель скомпенсировала около 95% всей погрешности, что оправдывает ее применение при проведении факторного анализа в данном конкретном случае.

Полученные в разделе II формула (4) показывает, что стандартное отклонение погрешности оценки скорости изменения температуры уменьшается с ростом постоянной времени дифференцирующего фильтра τ. Проиллюстрируем эту зависимость экспериментальными данными, полученными при калибровке.

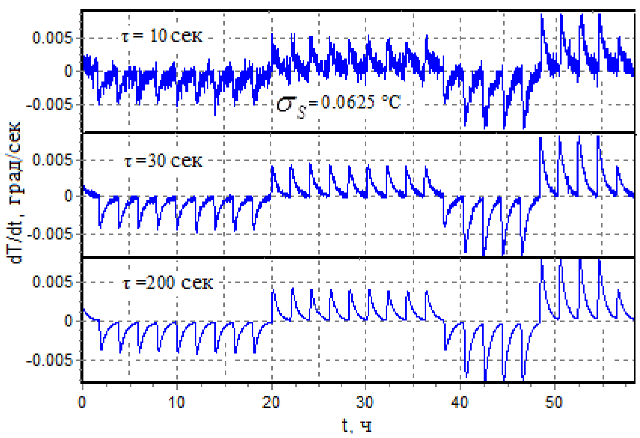


Fig. 3. Демонстрация зависимости погрешности оценки скорости изменения температуры от постоянной времени фильтра τ.

На рис 3. представлены оценки скорости изменения температуры, получаемые фильтром (3) при различных значениях постоянной времени дифференцирующего фильтра τ = 10 с, 30 с, 200 с.

Видно, что при малых значениях τ = 10 с наблюдается значительная случайная погрешность оценки по порядку величины соответствующая самой оценке скорости изменения температуры.

Учитывая, что по результатам проведенного ранее факторного анализа погрешность оценки скорости изменения температуры имеет наибольший вес в регрессионной зависимости смещения ВОГ, можно сделать предположение, что для обеспечения минимального стандартного отклонения алгоритмической компенсирующей добавки к смещению ВОГ постоянную времени фильтра τ следует выбирать как можно больше. Из дальнейшего рассмотрения, однако, будет видно, что при значительном увеличении постоянной времени фильтра погрешность алгоритмической компенсации начинает возрастать.

На рис. 4 представлены графики вариации Аллана для тестируемого ВОГ при различных условиях измерения. Проанализируем полученные результаты.

Кривая 1 представляет вариацию Аллана данного ВОГ при постоянной температуре +20 °С без алгоритмической компенсации. Наклон кривой 1 в интервале от 100 до 2000 с приблизительно равен –0.5, что свидетельствует о собственной погрешности типа «random walk». Эта кривая демонстрирует собственный шум данного ВОГ.

Измерения вариации Аллана этого же образца ВОГ при постоянных температурах T=-40 °С, T=+50 °С показывают, что она незначительно отличается от кривой 1 рис. 4. Это означает, что собственный шум данного ВОГ слабо зависит от температуры.

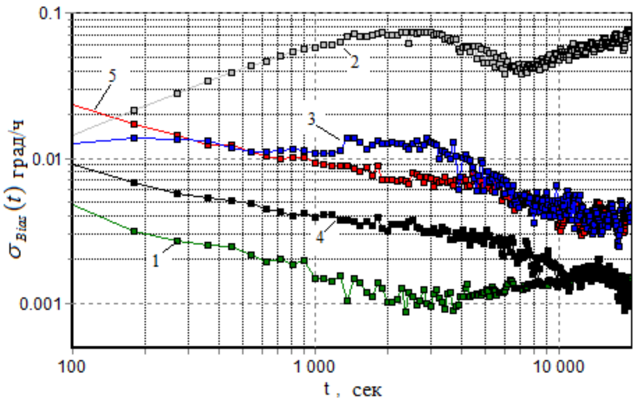


Fig. 4. Вариация Аллана при различных условиях: 1 – постоянная температура +20 °С, 2 – нескомпенсированная зависимость показаний ВОГ при температурном сценарии рис. 1, 3 – скомпенсированная зависимость при τ=200 с, 4 –скомпенсированная зависимость при τ=30 с, 5 – скомпенсированная зависимость при τ=10 с

Кривая 2 рис. 4 представляет нескомпенсированную ошибку ВОГ при изменении температуры по температурному сценарию рис. 1. Изменения температуры в термокамере происходили с интервалом 2 часа и этому времени соответствует перегиб на кривой 2. В свое большей части кривая 2 показывает рост с увеличением времени усреднения, что, очевидно, вызвано нестационарностью внешних условий и, следовательно, большой вариацией смещения ВОГ (см. рис 1).

Кривые 3, 4, 5 представляют алгоритмически скомпенсированные нейронной сетью показания гироскопа с различными значениями постоянной времени дифференцирующего фильтра τ = 200, 30, 10 с соответственно.

Компенсация при τ = 10 с (кривая 5) демонстрирует шум типа «random walk», превышающий собственный шум ВОГ в несколько раз.

Увеличение постоянной времени до τ = 30 с (кривая 4) ожидаемо снижает уровень избыточного шума (см. рис. 3) , однако при временах усреднения порядка ~1000 сек и более начинает проявляться некоторое дополнительное превышение шума алгоритической компенсации над собственным шумом (кривая 1).

Это дополнительное превышение становиться еще более очевидным при дальнейшем увеличении постоянной времени фильтра τ до 200 с (кривая 3).

Для более детального анализа на рис. 5 представим зависимость собственного шума ВОГ (прямая 1) и шума с учетом алгоритмической компенсации при времени усреднения 2000 с (кривая 2) от постоянной времени фильтра τ .

Немонотонная зависимость кривой 2 рис. 5 объясняется совместным влияние двух факторов: увеличением шума алгоритмической компенсирующей добавки с уменьшением постоянной времени τ дифференцирующего фильтра (см. рис. 3) и увеличением погрешности коррекции показаний ВОГ с увеличением постоянной времени τ при изменениях температурных условий работы ВОГ.

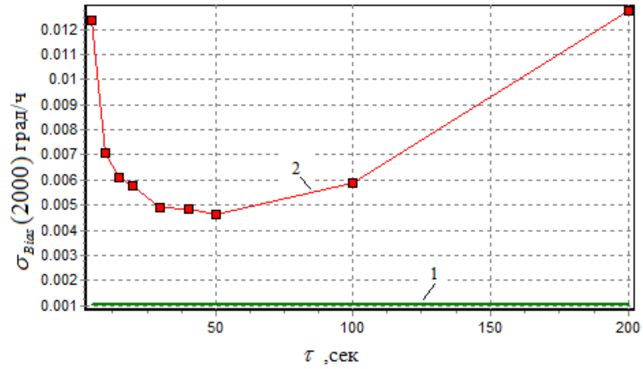


Fig. 5. Зависимость (кривая 2) стандартного отклонения смещения ВОГ при усреднении на интервале 2000 с от постоянной времени фильтра τ. Прямая 1 – собственный шум ВОГ

Первый фактор определяется зависимостью стандартного отклонения от случайной погрешности температурного датчика σ_S и величины постоянной времени τ (см. формулу (6)). Второй фактор обусловлен ухудшением способности алгоритма компенсировать смещение ВОГ с увеличением постоянной времени дифференцирующего фильтра τ при изменении внешних температурных условий.

В связи с изложенным выше, доступным для разработчика БИНС на основе ВОГ путем снижения случайной погрешности алгоритмически скомпенсированной угловой скорости вращения является уменьшение случайной погрешности температурного датчика его соответствующим выбором при конструировании БИНС и (или) изготовлении ВОГ, а также правильным выбором постоянной времени дифференцирующего фильтра τ.

На рис. 6 представлены результаты тестирования двух экземпляров ВОГ в составе различных БИНС при различных значениях случайной погрешности температурных датчиков σ_S и различных значениях постоянной времени дифференцирующего фильтра.

По оси ординат отложена зависимость стандартного отклонения алгоритмической компенсирующей добавки $\sigma_{Bias}(100)$ при усреднении на интервале 100 с. Кривая 1 соответствует ВОГ с тремя внешним термодатчикам при

$\sigma_S = 0.0078\,°C$. Кривая 2 соответствует алгоритмической компенсации показаний ВОГ при $\sigma_S = 0.0625$ °C. Температурная компенсация в обоих случаях проводилась нейронной сетью.

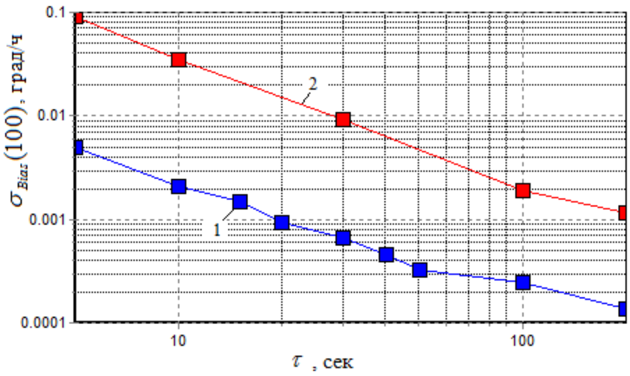


Fig. 6. Зависимость стандартного отклонения избыточного шума алгоритмически скомпенсированного смещения ВОГ при усреднении на интервале 100 с при применении дифференцирующего фильтра с постоянной времени τ и стандартном отклонении случайной погрешности температурных датчиков 0.0078 °C (кривая 1) и 0.0625 °C (кривая 2)

Следует отметить, что факторный анализ для ВОГ, компенсированного термодатчиками с $\sigma_S = 0.0078$ °C также показал статистическую незначимость скорости изменения разностей температур.

В соответствии с формулой (5) избыточный шум алгоритмической компенсации пропорционален G – коэффициенту чувствительности регрессионной зависимости Y к скорости изменения температуры. Его величина определяется конструкцией ВОГ, применяемыми материалами и отсутствием либо наличием каких-либо несовершенств изготовления и будет индивидуален для каждого образца ВОГ.

IV. Заключение

Проведенный теоретический анализ и анализ экспериментальных данных показал, что случайная погрешность температурных датчиков может играть решающую роль в случайной погрешности смещения ВОГ при его алгоритмической компенсации температурной зависимости. В приведенном примере калибровки для экземпляра ВОГ со стандартным отклонением случайной погрешности термодатчиков 0.0625 °C избыточный шум алгоритмической компенсации значительно превышал собственный шум ВОГ.

Зависимость погрешности алгоритмической компенсации смещения ВОГ от постоянной времени дифференцирующего фильтра немонотонна. При малых значениях постоянной времени дифференцирующего фильтра погрешность алгоритмической компенсации убывает с ростом постоянной времени. Однако, с увеличением постоянной времени ухудшается способность алгоритма компенсировать изменения внешних условий, что может приводить к недопустимой погрешности БИНС при эксплуатации.

Определение оптимального значения постоянной времени дифференцирующего фильтра должно проводиться с учетом случайной погрешности применяемых для температурной компенсации ВОГ термодатчиков и динамики изменения внешних температурных условий применения БИНС.

При построении регрессионной модели алгоритмической компенсации ВОГ необходимо предварительно проводить анализ значимости факторов.

Расположение и число термодатчиков должно определяться экспериментально по результатам тестирования на опытном образце и последующего факторного анализа.

Применение нейронной сети для построения регрессионной зависимости алгоритмической компенсации дает лучшие результаты, чем линейная модель регрессии.

Сценарий температурных испытаний при калибровке смещения ВОГ должен соответствовать условиям эксплуатации и должен обеспечивать наблюдаемость значимых факторов. Для корректной компенсации смещений ВОГ при «холодном» старте БИНС необходимо включение «холодного» старта в сценарий в температурном диапазоне калибровки.

Литература

[1] Bergh, R.A., Lefevre, H.C., Shaw, H.J., An overview of fiber-optic gyroscopes, *Journal of Lightwave Technology*, 1984, 2, pp. 91–107.

[2] Lefevre, H.C., The Fiber-Optic Gyroscope, Second Edition, 2014, 416 p.

[3] Carr Kevin, Greer Robert, May Marvin B., Gift Scott, Navy Testing of the iXBlue MARINS fiber Optic Gyroscope (FOG) Inertial Navigation System (INS), 2014, p. 1392–1408.

[4] Колеватов А.П., Николаев С.Г., Андреев А.Г., Ермаков В.С., Кель О.Л., Шевцов Д.И. Волоконно-оптический гироскоп бесплатформенных инерциальных систем навигационного класса. Разработка, термокомпенсация, испытания // Гироскопия и навигация. 2010. №3 (70). С. 49–60.

[5] Shupe, D.M., Thermally induced nonreciprocity in the fiber-optic interferometer, *Applied Optics*, 1980, vol. 19, no 5, pp. 654–655.

[6] Kurbatov, A.M, Kurbatov, R.A., Temperature Characteristics of Fiber-Optic Gyroscope Sensing Coils, *Journal of Comunications Technology and Electronics*, 2013, vol. 58, no. 7, pp. 745–752.

[7] Quatraro, E., High performance FOG for non temperature stabilized environment, *Inertial Sensors and Systems*, 2011, pp. 1.1–2.14.

[8] Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Математические модели теплового дрейфа гироскопических датчиков инерциальных систем / под ред. В.Г. Пешехонова. СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. 150 с.

[9] Джашитов В.Э. и др. Иерархические тепловые модели бесплатформенной инерциальной навигационной системы на волоконно-оптических гироскопах // Гироскопия и навигация. 2013. №1 (80). С. 49–63.

[10] Савин М.А., Ошивалов М.А., Галягин К.С. Влияние дефектов укладки волоконно-оптического контура на тепловой дрейф гироскопа // Информатика , вычислительная техника и управление. 2018. С. 185–190.

[11] Драницина Е.В., Егоров Д.Ф., Унтилов А.А., Дейнека Г.Б., Шарков И.А., Дейнека И.Г. Снижение влияния изменения температуры на выходной сигнал волоконно-оптического гироскопа // Гироскопия и навигация. 2012. №4. С.10–20.

[12] Шарков И.А., Виноградов А.В., Козлов В.Н., Стригалев В.Е., Кикилич Н.Е. Влияние давления на выходной сигнал волоконно-оптического гироскопа // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т.17. №3. С. 380–386.

[13] Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Голиков А.В. Математическое моделирование управления температурными полями бесплатформенной инерциальной навигационной системы на волоконно-оптичеких датчиках. Автоматизация и управление в машиностроении // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. №1. С.92–100.

[14] Джашитов В.Э., Панкратов В.М., Голиков А.В. и др. Обеспечение термоинвариантности волоконнооптического гироскопа. // Гироскопия и навигация. Изд-во ГНЦ РФ «ЦНИИ «Электоприбор». 2011. №4(75). с.42-56.

[15] Кузнецов Ю.А., Олейник С.В., Успенский В.Б., Хацько Н.Е. Исследование температурной зависимости дрейфа ВОГ // Управление в технических системах. Радиоэлектроника, информатика, управление. 2012. №2. С. 152–156.

[16] Галягин К.С., Ошивалов М.А., Вахрамеев Е.И., Ивонин А.С. Расчетный прогноз теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2012.№32. С. 127–140.

[17] Chen, X., Song, R., Shen, C., Zhang, H., Application of a genetic algorithm Elman network in temperature drift modeling for a fiber-optic gyroscope, *Applied Optics*, 10 September 2014, vol. 53, no.26. pp. 6043–6050.

[18] Chen, X., Song, R., Shen, C., Zhang, H., Modelling FOG Drift Using Back-Propagation Neural Network Optimized by Artifical Fish Swarm Algorithm, *Journal of Sensors*, vol. 2014, Article ID 273043, 6 pages. doi.org/10.1155/2014/273043.

[19] Wang, G., Wang, Q., Zhao, B.,Wan,g Z., Compensation method for temperature error of fiber optical gyroscope based on relevance vector machine, *Applied optics*, 2016, vol. 55, no. 5, Februrary 10, pp. 1061–1066.

[20] Wang, W., Chen, X., Temperature drift modelling and compensation of fiber optical gyroscope based on improved support vector machine and particle swarm optimization algorithms, *Applied optics*, 2016, vol. 55, no. 23, August 10, pp. 6243–6250.

[21] Вахрамеев, Е.И., Галягин, К. С., Ошивалов, М.А.,Савин, М.А. Методика численного прогнозирования и коррекции теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. т.60, №1, с.32-38.

[22] Cheng J., Qi B., Chen., Landry R. J. Modification of an RBF ANN-Based Temperature Compensation Model of Interferometric Fiber Optical Gyroscopes, *Sensors*, 2015, 15, pp. 11189–11207.

[23] Голиков А.В., Панкратов В.М., Ефремов М.В. Анализ температурных полей блока измерения угловых скоростей на волоконно-оптических гироскопах // Гироскопия и навигация. 2017. №4 (99). С. 60–71.

[24] Курбатов А.М., Курбатов Р.А., Горячкин А.М. Повышение точности волоконно-оптического гироскопа за счет подавления паразитных эффектов в интегрально-оптических фазовых модуляторах // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №2. С. 52–69.

[25] Тарыгин И. Е. Методика калибровки тепловой модели блока чувствительных элементов, состоящего из трех датчиков угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №4. С. 88–102.

[26] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axes Interferometric Fiber Optic Gyros. IEEE Std. 952-1997 (R2008).

[27] Федоров Д.С., Ивойлов А.Ю., Жмудь В.А., Трубин В.Г. Использование дифференцирующего фильтра второго порядка для фильтрации сигналов акселерометра и определения производной // Автоматика и программная инженерия. 2014. №4(10). С. 9–14.

[28] Pearson, K., On lines and plains of closest fit to systems of points in space, *Philosophical Magazine*, 1901, no.2., pp. 559–572.

[29] Tibshirani, R., Regression Shrinkage and Selection via the lasso, *Journal Royal Statistical Society, Series B*, 1996, no. 58 (1), pp. 267–288.

[30] Андронов А.М., Копытов Е.А., Гринглаз Л.Я. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2004. 461 с.

[31] Моисеев Н.А. Вычисление истинного уровня значимости предикторов при проведении процедуры спецификации уравнения регрессии // Статистика и экономика. 2017. Т. 14. №3 С. 10–20.

[32] Wold, H., Kotz, S., Johnson, N.L., Partial least squares Encyclopedia of statistcal sciences, New York : Wiley, 1985, no. 6, pp. 581–591.

[33] Larose, D.T., Data mining methods and models, John Wiley & Sons Inc., 2006, 322 p.

[34] Нейронные сети. Statistica Neural Networks. Методология и технологии современного анализа данных / под ред. В.П. Боровикова. 2-е издание, переработанное и дополненное. М.: 2008. 392 с.

[35] Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. Изд. второе. М., 2006. 1104 с.

Аналитический обзор публикаций, посвященных разработке акселерометрических инерциальных навигационных систем в России и за рубежом*

А.В. Прохорцов
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
ProxAV@ rambler.ru

Н.Д. Юдакова
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
gaskova_n@ mail.ru

В.А. Смирнов
ФГБОУ ВО
Тульский
ГосударственныйУниверситет
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

***Аннотация*—В работе выполнен обзор публикаций, посвященных бесплатформенным инерциальным навигационным системам, построенным на акселерометрах.**

Ключевые слова—акселерометр, безгироскопная инерциальная навигационная система, аналитический обзор

Проведенные статистические исследования публикаций [1-51] по акселерометрическим инерциальным навигационным системам (АИНС) в России (СССР) и за рубежом (США, Китай, Тайвань, Япония, Индия, Индонезия, Канада, Франция, Германия, Италия, Англия, Норвегия, Нидерланды, Турция, Сербия,Украина), начиная с 50-х годов прошлого века, показывают волновой рост количества публикаций с годами, приведенный на графике (рисунок 1). Можно выделить три волны исследований АИНС.

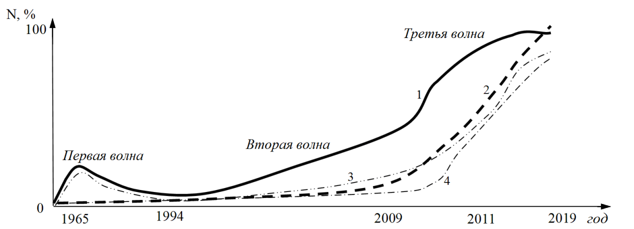


Рис. 1. Тенденции развития АИНС и МЭМС:

1 – публикации об акселерометрических системах;
2 – тенденции увеличения оборота МЭМС;
3 – публикации об акселерометрических системах для гражданской промышленности;
4 – публикации об акселерометрических системах для оборонной промышленности.

Для графиков публикаций: N = (максимальное количество публикаций в 2019 году / ежегодное количество публикаций)·100%

Для графика оборота рынка МЭМС: N = (оборот рынка МЭМС на 2019год / ежегодный оборот) ·100%.

Первая волна исследований возможности создания АИНС приходится на 50-70-е годы прошлого века. Первую волну исследований навигационных систем, построенных только на акселерометрах, можно охарактеризовать только теоретическим анализом возможности построения таких систем и попытками предложить различные конфигурации расположения элементов. Существующие на тот момент акселерометры имели достаточно большие габаритные размеры при низком пороге чувствительности, что делало невозможным построение на их основе работоспособного инерциального измерительного блока.

Вторая волна научных публикаций по безгироскопным навигационным системам начинается с 1994 года. Это связано с появлением на рынке относительно дешевых, и гораздо более миниатюрных и качественных МЭМС-датчиков, изготавливаемых по новейшим технологиям. Этот период отмечается большим ростом внимания к АИНС в научно-исследовательских институтах, на оборонных и гражданских предприятиях, и, соответственно, ростом публикаций и патентов во всех странах мира. В них освещаются вопросы создания и применения АИНС; проводится подробный анализ различных конфигураций акселерометров, погрешностей АИНС и методов их уменьшения; предлагаются новые способы обработки информации с акселерометров; приводятся результаты разработки, изготовления и испытания АИНС. Таким образом, для второго периода (1994-2009) характерно проведение компьютерного моделирования работы акселерометрических систем и появление попыток практической реализации схем, построенных только на акселерометрах. Данные для различных вариантов АИНС, полученные теоретическими выкладками и компьютерным моделированием, подтверждаются первыми лабораторными статическими и динамическими испытаниями акселерометрических блоков. Следует отметить, что эти испытания дали положительный результат. В аналитических работах этого периода уделяется внимание исследованию влияния количества акселерометров в схеме на величину ошибок измерения угловых ускорений, а также предлагаются критерии выбора количества акселерометров.

При анализе конфигураций акселерометров в публикациях этого периода наибольшее внимание обращено на следующие схемы:

– содержащие 9 акселерометров, расположенных вдоль координатных осей;

– содержащие 6 акселерометров, распределенных по «кубической» топологии (акселерометры располагаются в центрах граней куба, их оси чувствительности направлены вдоль диагоналей);

– схемы с избыточным количеством акселерометров, равным или большим 12.

Во втором периоде акселерометрические системы начали находить практическое применение в серийных изделиях оборонной промышленности (малогабаритные летательные аппараты с малым временем полета), автомобильной промышленности (ориентация автомобиля при движении и во время удара при авариях), в компьютерной индустрии (ориентация различных манипуляторов), медицинской технике. При этом доля АИНС в военной промышленности значительно превышала доли в других отраслях.

Наибольшее развитие акселерометрические системы получили в третьем периоде –2009 – 2019 гг. Следует отметить прослеживающуюся тенденцию сокращения числа публикаций с подробным описанием проектов. В то же время обилие аннотаций статей и рефератов патентов подтверждает серьезность проведения работ по созданию АИНС в разных областях техники. Отсутствие более полных текстов, как предполагается, связанное с накладыванием грифа военной и коммерческой тайны, говорит о работоспособности и важности таких систем. В третьем периоде большинство публикаций посвящено не только составлению уравнений определения навигационных параметров в АИНС, но и программным, и в меньшей степени аппаратным, методам устранения погрешностей.

В ряде работ для повышения точности кроме стандартных статичных триад акселерометров, предлагается включать в схемы подвижные акселерометры, вращающиеся по определенному закону. Предлагается способ снижения погрешностей, вызванных нестабильностью масштабных коэффициентов акселерометров, с помощью автокомпенсации, основанный на вращении дополнительных акселерометров.

Также в третьем периоде уделялось внимание исследованию соотношения между избыточным количеством акселерометров и повышением точности определения угловой ориентации объекта и его координат.

Проведенный анализ также показывает, что география развития АИНС широка и включает страны Азии (особенно Китай, Тайвань, Японию, Корею, Индию, Индонезию), Европейские странны (и в частности Германию, Англию, Норвегию, Нидерланды, Францию, Италию, Турцию, Сербию, Украину, Россию (СССР)), а также США и Канаду.

По приблизительным оценкам первое место по количеству публикаций, посвященных АИНС, делят США и Китай. Наибольшее количество заявок и патентов на изобретения и полезные модели также принадлежит этим странам. Но следует отметить, что на период третьей волны отмечается спад публикаций авторов из США, с одновременным увеличением количества публикаций китайских ученых. Но в тоже время именно в США проводится большинство крупномасштабных международных конференций по данной тематике.

В работах Китая и США отражаются все этапы разработок АИНС, в том числе анализ, моделирование работы, устранение погрешностей различными методами, проведение лабораторных и полевых экспериментов.

Также значительное количество публикаций имеется у авторов научных центров Тайваня и Японии, большинство из которых посвящено моделированию работы АИНС.

Несмотря на небольшое количество публикаций, значительного прогресса в разработке АИНС достигли в Индонезии.

Во всех перечисленных странах разработка АИНС ведется в основном для оборонной промышленности. В тоже время в докладах Европейских авторов прослеживается и гражданская направленность.

Литература

[1] Боднер В.А., Селезнев В.И. К теории инерциальных систем без гиростабилизированной платформы // Известия академии наук СССР. Энергетика и информатика. 1965. №1. С. 143–152.

[2] Лопатин В.И. Об измерении абсолютной угловой скорости летательного аппарата с помощью линейных акселерометров// Известия высших учебных заведений. Приборостороение. 1966. №6. С. 45–50.

[3] Shuler, A.R., Grammatikos, A., Fegley, K., Measuring rotation motion with linear accelerometers, *IEEE trans. on aerospace and electronic systems*, may, 1967, vol. aes-3, no.3, pp. 465–472.

[4] Kulmaczewski, D.M., Inertial measurement unit providing linear and angular outputs using only fixed linear accelerometer sensors, US 5383363 A, 1995.

[5] Jeng-Heng Chen, Sou-Chen Lee, Daniel B. DeBra, Gyroscope free strapdown inertial measurement unit by six linear accelerometers, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1994, vol. 17, no. 2, pp. 286–290.

[6] Lee, S.-C., Liu, C.-Y., A novel estimation scheme for six accelerometer inertial navigation system, *JSME International Journal, Series C. Mechanical systems, machine elements and manufacturing*. 1999, vol. 42, no. 2, pp. 369–375.

[7] Sou-Chen Lee Chung, Cheng Yu-Chao Huang, Innovative estimation method with measurement likelihood for all-accelerometer type inertial navigation system, Aerospace and Electronic Systems, *IEEE Transactions on*, Jan 2002, vol. 38, issue 1, pp. 339–346.

[8] Tan, C., Mostov, K., Varaiya, P., Feasibility of A Gyroscope-free Inertial Navigation System for Tracking Rigid Body Motion. UC Berkeley: California Partners for Advanced Transportation Technology. (2000), p.33.

[9] Nikbakht, S., Masood Mazlom, Khayatian, A., Evaluation of Solid-State Accelerometer for Positioning of Vehicle Computer Software and Applications Conference (COMPSAC), *2012 IEEE 36th Annual*, pp. 442–45.

[10] Системы управления летательными аппаратами, баллистическими ракетами и их головными частями. Учебник для вузов /Г. Н. Разоренов, Э. А. Бахрамов, Ю. Ф. Титов; Под ред. Г. Ц. Разоренова. М.: Машиностроение, 2003. 584 с.

[11] Zhongkai Qin, Luc Baron, Lionel Birglen, Robust Design of Inertial Measurement Units Based on Accelerometers, *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, May 2009, Published Online: March 20, 2009131(3): 031010, p. 7.

[12] Li Qin, Wendong Zhang, Huixin Zhang, Weixing Xu, Attitude measurement system based on micro-silicon accelerometer array, *Chaos Solitons& Fractals*, 29(1), July 2006, pp.141–147.

[13] Sheynblat, L., Sensor-based orientation system, US 20090235743 A1,2009.

[14] Millet, H., Inertial measurement unit with enhanced acceleration withstand capability, EP2032942 (B1), 2007.

[15] Accelerometer configurations for a gyroscope free inertial navigation system. Mat-2.4108 Independent research projects in applied mathematics HELSINKI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, EeroNevalainen, June 12, 2008, p.28.

[16] Chen, T., Design and analysis of a fault-tolerant coplanar gyro-free inertial measurement unit, *Microelectromechanical Systems, Journal*, 2008, pp. 201–212.

[17] Zhang, M., Loffeld, O., Edwan, E., Knedlik, S., Investigation of dynamic models for angular motion estimation in a gyro-free IMU. *16th Saint Petersburg Conference on Integrated Navigation Systems*, CSRI Elektropribor, 2009, pp. 60–68.

[18] Li, A., Qin, F., Xu, J., Sai, Jiang, Gyroscope Free Strapdown Inertial Navigation System Using rotation modulation. ICICTA '09, *Proceedings of the 2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, 10–11 Oct. 2009 (vol. 3), pp. 611–614.

[19] Qin, F., Xu, J., Sai, J., New Scheme of Gyroscope Free Inertial navigation System Using 9 accelerometers, *Intelligent Systems and Applications*, 2009, ISA 2009. International Work-shop on, pp. 1–4.20.

[20] Fei, Y., Yueyang, B., Wei, G., Feng, S., Guangtao, Z., Qian, L., Rapid measurement method of initial attitude of gyro free strapdown inertial navigation system, CN 101694389 B, 2009.

[21] Chang, G., Xu, J., Li, A.,Cheng, K., Error analysis and simulation of the dual-axis rotation-dwell autocompensating strapdown inertial navigation system, *2010 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, Changsha City, 2010, pp. 124–127.

[22] Wang Xiao-na, Wang Shu-zong, Zhu Hua-bing, Gyroscope-free strapdown inertial measurement techniques, *Journal of Chinese Inertial Technology University of Engineering*, 2010-05, 18. pp. 538–542.

[23] Zhen Shi, Jie Yang, Peng Yue, Zi Jian Cheng, Angular velocity estimation in gyroscope-free inertial measurement system based on unscented Kalman filter, *2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Jinan, 2010, pp. 2031–2034.

[24] Yong Hong Cao, Jing Zu, Review of the gyroscope free strapdown inertial navigation system, *2010 International Conference on Computer Application and System Modeling* (ICCASM 2010), Taiyuan, 2010, pp. V6-413–V6-417.

[25] Schopp, P., Klingbeil, L., Burgard, W., Manoli,Y., Gaussian process based state estimation for a gyroscope-free IMU. Dept. of Microsyst. Eng., Inst. fur Microsystemtech. (IMTEK), *Sensors*, 2010, IEEE, pp. 873–878.

[26] Gianluca, G., Method for estimating the angular acceleration and related inertial measurement unit, EP 2221623, A1,2009.

[27] Yuan, J., Ten-accelerometer for measuring three-dimensional attitude angle of high-speed kinetic energy projectile, CN102410782 (A), 2010.

[28] Yazdi Ibrahim Jenie, Hagorly Moham-ad, Beni-to Sabas-tian, Ri-anto Adhy Sa-songko Experiment on the application of a cube type gyroscope-free inertial measurement unit on LAPANS RUM payload-test rockets, *27-th international congress of the aeronautical sciences*, 2010, pp.1–9.

[29] Jian Gao, Hon Gjin Zhou, Xiu Sen Wang, Cheng Tao Yi, Algorithm of Gyro-Free Inertial Navigation System, *Advanced Materials Research Advanced Design Technology Attitude Resolution. Advanced Materials Research*, August, 2011 (vol. 308–310), pp. 662–667.

[30] Edwan, E., Knedlik, S., Loffeld, O., Constrained Angular Motion Estimation in a Gyro-Free IMU. Aerospace and Electronic Systems, *IEEE Transactions on* (vol. 47, issue 1), January 2011, pp. 596–610.

[31] Jau-Ching Lu, Pei-Chun Lin, State Derivation of a 12-Axis Gyroscope-Free Inertial Measurement Unit, *Sensors*, 2011, 11, pp. 3145–3162.

[32] Sungsu Park, Sung Kyung Hong, Angular Rate Estimation Using a Distributed Set of Accelerometers, *Seoul Sensors*, 2011,11, pp.10444–10457.

[33] Ke, W., Qiao, H., Yao, T., Dai, C., Jiang, X., Application of gyro-scope-free inertial positioning and attitude measuring unit in vehicle intelligent driver assistant system, CN103017776 (A), 2012.

[34] Gang, J., Zijian, C., Mai, J., Comparison of Two Kinds of Algebraic Algorithms for Solving Angular Velocity in GFSINS, *2012 International Conference on Computer Science and Electronics Engineerin*g, Hangzhou, 2012, pp. 563–566.

[35] Jing Wu, Hao Xie, Study on the Application of Gyroscope Free Strapdown Inertial Navigation Measurement Unit to Trajectory Correction Projectile, *Applied Mechanics and Materials* (vol. 159), pp. 331–335.

[36] Edwan, E., Zhang, J., Loffeld, O., Angular motion and attitude estimation using fixed and rotating accelerometers configuration, *Proceedings of the 2012 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, Myrtle Beach, SC, 2012, pp. 8–14.

[37] Sun, P., Qian, H., Zhao, H., SDRE Filter for Improving the Performance of a Gyroscope-Free IMU, *2012 Second International Conference on Intelligent System Design and Engineering Application*, Sanya, Hainan, 2012, pp. 1302–1305.

[38] Larin, V. Tunik, A., Gyro-free accelerometer-based SINS: Algorithms and structures, *2nd International Conference Methods and Systems of Navigation and Motion Control* (MSNMC), 9–12 Oct. 2012, pp.18–26.

[39] Wu, Q., Shan, J., Ni, S., Application of adaptive unscented Kalman filter for angular velocity calculation in GFSINS, *2012 Proceedings of International Conference on Modeling, Identification and Control*, Wuhan, Hubei, China, 2012, pp. 1305–1310.

[40] Hai Qing Duan, Qi Dan Zhu, Angular Velocity Prediction of GFSINS Based on BP Neural Network, *Advanced Materials Research Harbin Engineering University*, Chapter 6: Advance in Inorganic Materials Edited by Liu Pei. (vol. 452–453),pp. 846–852.

[41] Qing Hua Ji, P. Ran Chen, Dongye Sun, Wen-Pei Sung, Tilt Measurement with a MEMS Accelerometer Based on Kalman Filter, *Advanced Materials Research. Frontiers of Advanced Materials and Engineering Technology* (vol. 430-432), January 2012, pp.1947–1951.

[42] Edwan, E., Knedlik S., Loffeld O., Angular motion estimation using dynamic models in a gyro-free inertial measurement unit, *Sensors* 2012, 12, pp.5310–5327.

[43] Соловьев, А.Н., Алексеев, В.Е. Безгироскопная инерциальная система на основе акселерометров. Нано- и микросистемная техника. 2012. № 4 (141). С. 26–31.

[44] Соловьев, А.Н., Алексеев, В.Е., Саблин, А.В. Построение навигационной инерциальной системы на основе распределенного множества полупроводниковых акселерометров // Известия ВУЗов. Электроника. 2012. №4 (96). С. 72–79.

[45] Koçer, B.B.,Ömürlü, V.E., Akdoğan, E., Tüfekçi, C.S., Development of a MEMS-based IMU unit, 2013, *6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies* (RAST), Istanbul, 2013, pp. 389–393.

[46] Naseria, H., Homaeinezhada, M.R. Improving measurement quality of a MEMS-based gyro-free inertial navigation system, *Sensors and Actuators A: Physical journal home*, A 207 (2014), pp. 10–19.

[47] Kocer, B.B., Omurlu, V.E., Akdogan, E., Tufekci, C.S., Implementation, calibration and testing of GFINS models based on six-accelerometer cube, *6th International Conference Recent Advances in Space Technologies* (RAST), 12–14 June 2013, pp. 389–393.

[48] Стемпковский А.Л., Соловьев А.Н., Алексеев В.Е., Саблин А.В. Безгироскопная инерциальная навигационная система, RU 2483279, 2011.

[49] Schopp, P., Graf, H., Maurer, M., Romanovas, M., Klingbeil, L., Manoli, Y., Observing relative motion with three accelerometer triads, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 63, no. 12, pp. 3137–3151, Dec. 2014.

[50] Yang Yang, Xiong (Bill) Yu, Development of Wireless Gyroscope-free Inertial Measurement Unit. 6th International Conference on Advances in Experimental Structural Engineering, *11-th International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology*, August 1-2, 2015, University of Illinois, Urbana-Champaign, United States, pp. 452–457.

[51] Chan, L., Yuan, C., Shi-feng, Z.A., New multi-position calibration method for accelerometers of the inertial navigation system, *The 27-th Chinese Control and Decision Conference* (CCDC), 2015, pp.6491–6494.

Принципиальные вопросы теории новых гироскопических датчиков семейства «обобщенный маятник Фуко» и прикладные аспекты ее реализации в инженерной практике современной гироскопии*

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН 119526, Москва, Россия Проспект Вернадского, 101-1
e-mail: ipm@ipmnet.ru

В.Ф. Журавлев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН 119526, Москва, Россия Проспект Вернадского, 101-1
e-mail: ipm@ipmnet.ru

Б.П. Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН» Россия, 456320, Челябинская обл., Миасс г., ул. Менделеева,31
e-mail: mdcn@medicon-miass.ru

С.Б. Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН» Россия, 456320, Челябинская обл., Миасс г., ул. Менделеева,31
e-mail: mdcn@medicon-miass.ru

***Аннотация*—Изложены основы фундаментальной теории «обобщенного» маятника Фуко. Описан принципиальный физический эффект, лежащий в основе функционирования приборов, входящих в рассматриваемый класс гироскопов, и сформулированы общие принципы построения законов управления их фазовым состоянием. Изучены вопросы устойчивости функционирования рабочего режима датчика и выведены основные калибровочные уравнения. Представлены прикладные аспекты реализации фундаментальной теории «обобщенного» маятника Фуко в высокоточных и прецизионных инерциальных датчиках, представлены инженерно-конструкторские решения в современных разработках волновых твердотельных гироскопов нового поколения на основе высокодобротных кварцевых полусферических резонаторов для низкодинамичных и высокодинамичных объектов авиационно-космического назначения.**

Ключевые слова—классический маятник Фуко, упругий кольцевой резонатор, полусферический кварцевый резонатор (волновой твердотельный гироскоп), теория инерциальных датчиков, «обобщенный» маятник Фуко

I. Введение

Опыты, проведенные в 1851 году французским механиком и астрономом Леоном Фуко [1], а также опыты его многочисленных последователей дали только качественные результаты, подтверждающие факт вращения Земли. Количественное исследование всех источников погрешностей классического маятника Фуко и новое аналитическое доказательство вращения Земли дал в своей докторской диссертации в 1879 году нидерландский физик-экспериментатор Хайкес Каммерлинг-Оннес [2]. Известно, что изотропный осциллятор с двумя степенями свободы, выполняющий в современных гироскопах роль маятника Фуко, реализован в виде одной из форм собственных колебаний упругой среды, обладающей осевой симметрией. При этом, в отличие от классического маятника Фуко, вращение упругой среды вокруг оси симметрии датчика вовлекает реализованную форму собственных колебаний во вращение относительно абсолютного (инерциального) пространства.

В соответствующем выбранной форме колебаний собственном подпространстве принципиальные вопросы теории нового датчика инерциальной информации могут рассматриваться в рамках одних и тех же уравнений, аналогичных уравнениям классического маятника Фуко. По этой причине весь этот класс гироскопов может быть назван новыми инерциальными датчиками семейства «обобщенный» маятник Фуко. В современной практике мировой гироскопии появился целый класс новых гироскопических приборов, в которых фактически реализована идея «обобщенного» маятника Фуко: струнный гироскоп [3], кольцевой гироскоп [4], полусферический кварцевый резонатор (волновой твердотельный гироскоп) [5–9,10,11,15], ВТГ с металлическим цилиндрическим резонатором [12–14], «квапазон» [17], сферический кварцевый резонатор [18], и другие. Все указанные выше новые инерциальные датчики ориентации весьма успешно конкурируют с классическими гироскопами, однако их теория существенно отличается от фундаментальной теории известных симметричных и несимметричных механических гироскопов [19]. Например, кинетический момент, который в механических гироскопах стремятся сделать как можно большим, в перечисленных выше новых датчиках должен быть равен нулю [16]. «Обобщенный» маятник Фуко является математическим маятником, гомеоморфным реальному физическому маятнику, плоскость колебаний которого медленно поворачивается относительно земной поверхности в сторону, противоположную направлению вращения Земли. Многие исследователи предполагают, что Земля не вовлекает плоскость колебаний маятника во вращение вокруг местной вертикали. Между тем благодаря нелинейным эффектам маятник Фуко обладает собственной скоростью прецессии вокруг местной вертикали, так что, не контролируя его собственную прецессию, невозможно осуществлять достоверные и точные измерения угловой скорости вращения Земли.

II. Обобщенный маятник Фуко

В предлагаемом авторами научном исследовании рассматриваются принципиальные вопросы фундаментальной теории новых и перспективных гироскопических инерциальных датчиков ориентации семейства «обобщенный» маятник Фуко. Предлагается новая локальная теория управления «обобщенным» маятником Фуко. Подробно рассматриваются общие принципы управления механическими стоячими волнами, которые возбуждаются в высокодобротных осесимметричных кварцевых резонаторах и других материалах. Предлагаются практические аспекты реализации необходимых законов управления электрическими сигналами в новом поколении высокодобротных полусферических кварцевых резонаторов авиационно-космического назначения, конструкция которых исключает применение традиционного кольцевого электрода возбуждения для поддержания необходимых рабочих форм резонансных колебаний маятника.

Изотропный осциллятор с двумя степенями свободы, играющий в этих новых приборах роль «обобщенного» маятника Фуко, реализован в виде одной из форм собственных колебаний упругой среды, обладающей осевой симметрией. При этом, в отличие от классического маятника Фуко, вращение упругой среды вокруг оси симметрии датчика вовлекает реализованную форму собственных колебаний во вращение относительно инерциального пространства (исключение составляет струнный гироскоп), однако отношение угловой скорости формы колебаний относительно упругого тела к угловой скорости тела относительно пространства является строго постоянной величиной (константой), зависящей от номера формы рабочих колебаний и почти не зависящей от свойств материала. Эта постоянная получила название масштабного коэффициента инерциального датчика, или коэффициента Брайана, по имени первого исследователя колебаний упругого кольца [20]. В соответствующем выбранной форме колебаний собственном подпространстве все принципиальные вопросы теории подобного высокоточного датчика инерциальной информации могут рассматриваться в рамках одних и тех же уравнений, аналогичных уравнениям классического маятника Фуко.

По этой причине весь этот класс приборов может быть назван «обобщенным» *маятником Фуко*. Разумеется, не все вопросы теории могут быть решены в указанных выше рамках. Главным образом, это вопросы, связанные с учетом нелинейных свойств колебательной системы. Однако вопрос о том, как управлять таким маятником и как идентифицировать его дефекты с тем, чтобы сделать извлекаемую информацию наиболее достоверной, решаются в рамках уравнений, общих для всего класса новых инерциальных датчиков. Рассмотрим вывод основных уравнений новых гироскопических датчиков на примере тонкого упругого кольца. Известно уравнение колебаний такого кольца в своей плоскости [11]:

$$\ddot{w}'' - \ddot{w} + 4\omega\dot{w}' + 2\dot{\omega}w' + w'''''' + 2w'''' + w'' - \omega^2(w'''' + 3w'') = 0 \qquad (1)$$

,

в котором через $w(t,\varphi)$ обозначено радиальное перемещение точки на кромке кольца, имеющей угловую координату φ. Штрихи означают дифференцирование по углу φ, а точки – по времени t, $\omega(t)$ – угловая скорость вращения кольца в его плоскости, предполагаемая известной и зависящая произвольным образом от времени. Уравнение (1) допускает точное аналитическое решение в виде гармонической волны

$$w = q_1(t)\cos k\varphi + q_2(t)\sin k\varphi\,. \qquad (2)$$

Значение $k = 0$ даже не имеет смысла рассматривать, поскольку такая форма колебаний соответствует деформациям растяжения, в то время как уравнение (1) выведено для нерастяжимого тонкого кольца. Значение $k = 1$ формально возможно, однако означает перемещение кольца как жесткого целого без каких-либо деформаций, что для нас не представляет существенного интереса. Если рассматривать колебания вида (2), т.е. колебания по одной из собственных рабочих форм (общее решение есть сумма по k всех таких форм с произвольными константами), то тонкое упругое кольцо, как колебательная система, эквивалентна изотропному осциллятору, положение которого определяется двумя координатами q_1 и q_2. Подставляя выражение решения (2) в (1), находим уравнения движения такого парциального осциллятора:

$$(k^2+1)\ddot{q}_1 - 4k\omega\dot{q}_2 - 2k\dot{\omega}q_2 + k^2[(k^2-1)]^2 + \omega^2(k^2-3)q_1 = 0$$

,

$$(k^2+1)\ddot{q}_1 - 4k\omega\dot{q}_2 - 2k\dot{\omega}q_2 + k^2[(k^2-1)]^2 + \omega^2(k^2-3)q_1 = 0$$

.

(3)

Систему (3) удобно записать в следующей векторно-матричной форме

$$(k^2+1)\ddot{q}_1 - 4k\omega\Gamma q_2 - 2k\dot{\omega}\Gamma q_2 + vq_2 = 0\,, \qquad (4)$$

$$q = \begin{Vmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Vmatrix}, \Gamma = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{Vmatrix}, v^2 = k^2[(k^2-1)]^2 + \omega^2(k^2-3)]$$

Если кольцо не вращается, то параметр $\omega = 0$ и система (3) распадается на уравнения двух независимых осцилляторов, для которых общее решение имеет вид

$$q_1 = a\cos\mu t + m\sin\mu t,\ q_2 = b\cos\mu t + n\sin\mu t \qquad (5)$$

с произвольными постоянными *а, в, m, n* и с частотой $\mu = k^2[(k^2-1)]^{-1/2}$.

В соответствии с общим аналитическим выражением (2) решение уравнения (4) определяет в этом случае следующий закон колебаний тонкого упругого кольца:

$$w = (a\cos k\varphi + b\sin k\varphi)\cos\mu t + (m\cos k\varphi + n\sin k\varphi)\sin\mu t\,. \qquad (6)$$

При произвольных начальных условиях уравнения (5) определяют в плоскости (q_1, q_2) эллипс. В случае, когда эллипс вырождается в отрезок прямой решение (6) определяет в кольце механическую стоячую волну.

В случае противоположного вырождения, когда эллипс превращается в окружность, формула (6) определяет в тонком упругом кольце бегущую волну, которая не обладает инерционными свойствами.

Если параметр $\omega\neq 0$, то прямолинейных колебаний в плоскости (q_1, q_2) в общем случае система (3) не имеет.

Иными словами, во вращающемся кольце стоячие волны невозможны. Однако в этом случае в кольце существуют такие колебания, которые в некоторой вращающейся системе координат имеют вид стоячих волн. Такие волны мы будем называть прецессирующими волнами. Скорость соответствующей вращающейся системы координат будем называть *скоростью прецессии волны.* Переход к вращающейся системе координат в уравнении (1) означает замену угловой переменной φ на новую переменную $\varphi+\gamma(t)$, где угол $\varphi+\gamma(t)$ определяет положение подвижной системы координат относительно кольца. Если вместо угла φ в формулу (2) подставить $(\varphi+\gamma)$, получим, что q_1 и q_2 надо заменить на выражения $(q_1\sin k\gamma+q_2\cos k\gamma)$ и $(-q_1\sin k\gamma+q_2\cos k\gamma)$ соответственно. Это преобразование поворота в плоскости (q_1, q_2), приводит к тому, что во вращающейся системе координат уравнение (4) приобретает следующий вид:

$$(k^2+1)\ddot{q}+\Gamma\left\{2k[(k^2+1)\dot{\gamma}-2\omega]\dot{q}+k[(k^2+1)\ddot{\gamma}-2\dot{\omega}]q\right\}+ \\ +[\nu^2+4k^2\omega\dot{\gamma}-(k^2+1)k^2\dot{\gamma}^2]q=0. \qquad (7)$$

Для введенных переменных во вращающейся системе координат сохраняются прежние обозначения. Найдем условия существования в этой системе координат прямолинейной формы колебаний:

$$q_1=q_1^0\xi(t), \quad q_2=q_2^0\xi(t) \qquad (8)$$

Здесь q_1^0, q_2^0 – произвольные константы, а $\xi(t)$ – скалярная функция времени, подлежащая определению.

Если подставить равенства (8) в уравнение (7), то можно заметить, что для существования в (7) решения вида (8) достаточно потребовать обращения в нуль соответствующего коэффициента при матрице Γ:

$$2[(k^2+1)\dot{\gamma}-2\omega]\xi+[(k^2+1)\ddot{\gamma}-2\dot{\omega}]\xi=0\,. \qquad (9)$$

При любых $\xi(t)$ это можно обеспечить выбором угла $\gamma(t)$ по следующей формуле

$$\gamma=\frac{2}{k^2+1}\int\omega(t)dt\,. \qquad (10)$$

После чего скалярная функция $\xi(t)$ найдется из следующего уравнения:

$$[(k^2+1)\ddot{\gamma}]+[\nu^2+4k^2\omega\dot{\gamma}-(k^2+1)k^2\dot{\gamma}^2]\xi=0\,,$$

в котором вместо γ надо подставить выражение (10).

Покажем, что условие (10) является и *необходимым* для существования в системе (7) прямолинейной формы колебаний. Обозначим $(k^2+1)\dot{\gamma}-2\omega=u$ и рассмотрим выражение (9): $2u\dot{\xi}+\dot{u}\xi=0$, откуда находим

$$\xi=\frac{c}{\sqrt{u}}\,. \qquad (11)$$

Здесь c – произвольная постоянная.

Решение (11) показывает, что функция $\xi(t)$ не может менять знак. Следовательно, она не определяет колебательный процесс. Таким образом, к стоячим волнам относится только рассмотренный выше случай, приводящий к формуле (10). Формула (10) представляет обобщение результата Брайана для тонкого упругого кольцевого резонатора. Эффект Брайана [20], как эффект прецессии стоячей волны при вращении резонатора с постоянной угловой скоростью, является эффектом расщепления двукратных частот, поэтому этот эффект имеет малое отношение к тому, что экспериментально было открыто Скоттом [15] в 1982 году и использовано в известном патенте Линча [9]. Хотя авторы патента ошибочно и сослались на формулу Брайана [20], на самом деле, в подтверждение своей идеи они привели результат эксперимента, в котором поворот первоначально неподвижного вибрирующего резонатора на угол 90 градусов вызывал поворот стоячей волны на 30 градусов без каких-либо изменений самой формы стоячей волны. Тем самым была установлена весьма важная для целей практического применения следующая экспериментальная формула:

$$\varphi_в=-1/3(\varphi)$$

Полученная в эксперименте формула связывает уже не постоянные скорости поворота резонатора, а сами углы поворота при явно непостоянных угловых скоростях.

Изложенное выше можно суммировать в виде теоремы: *Какой бы ни была зависимость угловой скорости тонкого упругого кольца от времени* (в *классе дифференцируемых на бесконечном полуинтервале функций*), *существует и единственна вращающаяся относительно кольца система координат*, в *которой при определенных начальных условиях колебания кольца представляют собой механические стоячие волны.*

Скорость такой системы координат выражается формулой (10). Частным случаем из нее вытекает результат Брайана [20], установленный им только для постоянной угловой скорости $\dot{\omega}=0$ резонатора:

$$\omega_в=-\frac{2}{1+k^2}\omega\,.$$

Заметим, что выражение, верное для стационарного случая, как правило, не бывает верным для нестационарного. Формула (10) описывает новый физический эффект, не замеченный Брайаном, и впервые установленный экспериментально, авторами известного патента «Vibratory rotational sensor» [9]. Формулу (10) ввиду ее точного характера можно сколько угодно раз аналитически дифференцировать.

В частности, можно отметить, что ускорение механической стоячей волны пропорционально ускорению самого упругого вибрирующего кольца:

$$\left(\frac{d^2\gamma}{dt^2}\right)=\frac{2}{k^2+1}\left(\frac{d^2\omega}{dt^2}\right).$$

Поскольку ускорение тонкого упругого кольца пропорционально приложенному к нему моменту внешних сил $I\ddot{\omega}=M$, то можно утверждать, что этот момент вызывает не только ускорение кольца, но и ускорение прецессирующей стоячей волны.

Все сказанное выше позволяет определить обсуждаемый здесь физический эффект в неравномерно вращающемся кольце как эффект *инертности упругих волн* в нем. Эффект (10), который установлен для уравнения колебаний (1) без каких-либо приближений, с различной степенью точности верен и для произвольных упругих тел, обладающих осевой симметрией. Различие будет состоять только в величине масштабного коэффициента, равного для кольца $2/(k^2+1)$.

III. Локальная теория управления обобщенным маятником Фуко

Рассмотренные выше свойства стоячих волн в идеальных осцилляторах являются неустойчивыми по отношению к исчезающе малым возмущениям. Так, сколь угодно малые отклонения от симметричной формы резонатора или от симметрии упругих свойств приводят к тому, что прецессия стоячей волны во вращающейся оболочке становится невозможной.

Для создания работоспособного прибора в условиях реальных возмущений в систему необходимо вводить обратные связи, препятствующие разрушению прецессирующих волн. Чтобы правильно сформировать обратные связи, необходимо ясно представить себе, какие эволюции под действием возмущений претерпевают стоячие волны, и разделить возмущения по признаку вызываемой ими эволюции. Малые возмущения, в число которых включаются и электрические силы, необходимые для поддержания колебаний и управления ими, приводят к появлению в правой части системы (1) малых членов, зависящих от времени, от пространственной переменной φ, от величины радиальных перемещения w и от производных w по времени t и по угловому параметру φ. Кроме того, малыми будем считать все члены, содержащие угловую скорость ω и ее производную по времени $\dot{\omega}$. Представим общее решение такого уравнения в следующей форме:

$$w = \sum_{(k=2)}^{\infty} (q_1^k(t)\cos k\varphi + q_2^k(t)\sin k\varphi) .$$

Акцентируя внимание на второй (k=2) рабочей моде (форме) колебаний резонатора, введем обозначения $q_1^2(t) = q_1(t)$, $q_2^2(t) = q_2(t)$.

Тогда система уравнений (3), рассматриваемая только для второй рабочей моды колебаний, может быть переписана в следующем аналитическом виде:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 + q_1 &= \varepsilon Q_1(t, q^k, \dot{q}^k), \\ \ddot{q}_2 + q_2 &= \varepsilon Q_2(t, q^k, \dot{q}^k). \end{aligned} \qquad (12)$$

Здесь без ограничения общности принято v^2=1. Правые части системы (12) зависят не только от q^2, но и от всех остальных форм q^k, для которых необходимо написать уравнения, аналогичные (12). В системе уравнений (12) выполним замену фазовых переменных $(q_1, q_2, q_1, q_2) \to (x_1, x_2, x_3, x_4)$ по следующим формулам:

$$\begin{aligned} q_1 &= x_1 \cos t + x_3 \sin t, \quad q_2 = x_2 \cos t + x_4 \sin t, \\ \dot{q}_1 &= -x_1 \sin t + x_3 \cos t, \quad \dot{q}_2 = -x_2 \sin t + x_4 \cos t. \end{aligned} \qquad (13)$$

Если возмущения отсутствуют (ε=0), то $x \equiv const$ и в конфигурационном пространстве (q_1,q_2) уравнения (13) определяют эллипс. То есть каждая точка фазового пространства x определяет одну единственную эллиптическую траекторию в пространстве q, и наоборот, каждой эллиптической траектории в пространстве q соответствует единственная неподвижная точка в пространстве x. Среди эллиптических траекторий есть вырожденные. Как уже выше было отмечено, стоячим волнам соответствуют отрезки прямых в пространстве q, а бегущим волнам – окружности. В первом случае пространство x в (13) должен удовлетворять условию

$$K = \det \begin{Vmatrix} x_1 & x_3 \\ x_2 & x_4 \end{Vmatrix} = (x_1 x_4 - x_2 x_3) = 0 . \qquad (14)$$

Если траектория — окружность, то x удовлетворяет условию

$$L = (x_1 \pm x_4)^2 + (x_2 \pm x_3)^2 = 0 \qquad (15)$$

В четырехмерном пространстве x уравнение (14) определяет трехмерный конус. Многообразие, задаваемое условием (15), представляет собой двумерную ось этого конуса. Таким образом, множество всех стоячих волн в резонаторе находится во взаимно-однозначном соответствии с точками конуса (14), а множество всех бегущих волн – с точками его оси (15). Выразим угол, определяющий ориентацию стоячей волны относительно резонатора – ϑ, через параметры x_1, x_2, x_3, x_4. Стоячую волну для второй рабочей формы (моды) колебаний в аналитическом виде можно записать так:

$$w = r\cos(t - \alpha)\cos 2(\varphi - \vartheta).$$

Поскольку, очевидно, имеют место равенства

$$x_1 = r\cos(\alpha)\cos(2\vartheta),\ x_2 = r\cos(\alpha)\sin(2\vartheta),$$
$$x_3 = r\sin(\alpha)\cos(2\vartheta),\ x_4 = r\sin(\alpha)\sin(2\vartheta)$$

то искомая связь получается такой:

$$r^2 \sin(4\vartheta) = 2(x_1 x_2 + x_3 x_4),$$
$$r^2 \cos(4\vartheta) = (x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2)$$
$$r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2.$$

Введем обозначения для двух квадратичных форм, сопряженных квадратичной форме K:

$$K_1 = x_1 x_2 + x_3 x_4, \quad K_2 = (x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2)/2$$

и, окончательно, угол, определяющий ориентацию стоячей волны ϑ, может вычисляться по формулам:

$$\sin 4\vartheta = 2K_1/x^2,\ \cos 4\vartheta = 2K_2/x^2.$$

Пусть теперь возмущения $\varepsilon \neq 0$. Тогда $x \neq const$ и точка $x(t)$ медленно движется в пространстве x. Рассмотрим траекторию, которая в начальный момент времени находилась на конусе $x(0) \in K$. В пространстве q точке $x(0)$ соответствует некоторый отрезок прямой, который в дальнейшем под воздействием возмущений может претерпевать следующие эволюции: прецессия формы, т. е. медленное вращение отрезка в плоскости q, когда существует такая система координат, в которой отрезок неподвижен; изменение частоты колебаний $q(t)$ вдоль неподвижного отрезка; изменение амплитуды колебаний, когда изменяется только длина отрезка; разрушение формы – это такая ее эволюция, которая не сводится к первым трем. Всем этим эволюциям прямолинейной формы колебаний в пространстве q соответствуют определенные направления движения точки $x(t)$ в фазовом пространстве. Направление наискорейшего разрушения прямолинейной формы колебаний резонатора определяется нормалью к конусу вида (14):

$$e_1 = \frac{dK}{dx} = \{x_4, -x_3, -x_2, x_1\}$$

Для выяснения направления, определяющего прецессию волны, подвергнем выражения (13) известному преобразованию поворота $x \to y$ (α — угол поворота):

$$\begin{pmatrix} cos\alpha & sin\alpha \\ -sin\alpha & cos\alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_2\cos(t)+x_4\sin(t) \\ x_2\cos(t)+x_4\sin(t) \end{pmatrix}= =\begin{pmatrix} y_1\cos(t)+y_3\sin(t) \\ y_2\cos(t)+y_4\sin(t) \end{pmatrix}$$

Отсюда вытекают следующие аналитические формулы:

$$y_1 = x_1\cos(\alpha)+x_2\sin(\alpha),\ y_2=-x_1\sin(\alpha)+x_2\cos(\alpha)$$
$$y_1 = x_3\cos(\alpha)+x_4\sin(\alpha), y_4=-x_3\cos(\alpha)+x_4\cos(\alpha)$$

Вектор, определяющий искомое направление, имеет вид

$$e_2=\frac{dy}{d\alpha}|(\alpha=0)=\{x_2,-x_1,x_4,-x_3\}$$

Для построения направления, определяющего изменение частоты, подвергнем (13) преобразованию трансляции по времени (τ — параметр преобразования):

$$\begin{pmatrix} x_1\cos(t+\tau)+x_3\sin(t+\tau) \\ x_2\cos(t+\tau)+x_4\sin(t+\tau) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y_1\cos(t)+y_3\sin(t) \\ y_2\cos(t)+y_4\sin(t) \end{pmatrix}$$

Откуда следуют выражения

$$y_1=x_1\cos(\tau)+x_3\sin(\tau),\ y_2=x_2\cos(\tau)+x_4\sin(\tau)$$
$$y_3=-x_1\sin(\tau)+x_3\cos(\tau), y_4=-x_2 sin(\tau)+x_4\cos(\tau)$$

Вектор, определяющий искомое направление, имеет вид

$$e_3=\frac{dy}{d\tau}|(\tau=0)=\{x_3,x_4,-x_1,-x_2\}$$

Для построения направления, определяющего изменение амплитуды волны, подвергнем (13) преобразованию подобия *(μ –* параметр подобия):

$$\begin{pmatrix} (1+\mu)x_1\cos(t)+(1+\mu)x_3\sin(t) \\ (1+\mu)x_2\cos(t)+(1+\mu)x_4\sin(t) \end{pmatrix}= =\begin{pmatrix} y_1\cos(t)+y_3\sin(t) \\ y_2\cos(t)+y_4\sin(t) \end{pmatrix}$$

Искомое нами направление задается вектором

$$e_4=\frac{dy}{d\mu}|(\mu=0)=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$$

Итак, четырехмерный базис, определяющий направления инфинитезимальных эволюций, таков:

$$e_1=\{x_4,-x_3,-x_2,x_1\},\qquad e_3=\{x_3,x_4,-x_1,\ x_2\},$$
$$e_2=\{x_2,-x_1,x_4,-x_3\},\qquad e_4=\{\ x_1,\ x_2\ ,x_3,x_4\ \}\ (16)$$

где первый вектор e_1 определяет разрушение стоячей волны, второй e_2 – прецессию, третий e_3 – изменение частоты, а последний e_4– изменение амплитуды.

Отметим важнейшие свойства построенного базиса.

Свойство 1. (матрица Грама). Вычислим матрицу скалярных произведений:

$$\Gamma=\left\|\begin{matrix}(e_1,e_1) & . & . & (e_1,e_4)\\ . & . & . & .\\ . & . & . & .\\ (e_4,e_1) & . & . & (e_4,e_4)\end{matrix}\right\|=\left\|\begin{matrix}x^2 & 0 & 0 & 2K\\ 0 & x^2 & -2K & 0\\ 0 & -2K & x^2 & 0\\ 2K & 0 & 0 & x^2\end{matrix}\right\|$$

Определитель $det\Gamma=(x^4-4K^2)^2$. Этот определитель на конусе $K=0$ равен восьмой степени нормы вектора x. На оси конуса (15) он равен нулю.

Свойство 2. Эволюционный базис ортогонален на конусе. Это свойство непосредственно усматривается из вида матрицы Грама.

Свойство 3. Четыре векторных поля (16) порождают четырех-параметрическую абелеву группу Ли диффеоморфизмов фазового пространства в себя. Это следует из того, что, как нетрудно проверить, все скобки Пуассона векторных полей (16) равны нулю.

Свойство 4. (глобальные эволюции конуса $K=0$ вдоль векторных полей (16). Выпишем операторы ортов эволюционного базиса:

$$U_1=x_4\frac{\partial}{\partial x_1}-x_3\frac{\partial}{\partial x_2}-x_2\frac{\partial}{\partial x_3}+\ x_1\frac{\partial}{\partial x_4}$$
$$U_2=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}-x_1\frac{\partial}{\partial x_2}+\ x_4\frac{\partial}{\partial x_3}-x_3\frac{\partial}{\partial x_4}$$
$$U_3=x_3\frac{\partial}{\partial x_1}+x_4\frac{\partial}{\partial x_2}-x_1\frac{\partial}{\partial x_3}-x_2\frac{\partial}{\partial x_4}$$
$$U_4=x_1\frac{\partial}{\partial x_1}+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}+x_3\frac{\partial}{\partial x_3}+x_4\frac{\partial}{\partial x_4}$$

Глобальная эволюция конуса K вдоль векторного поля $e_1:\exp(\pm U_1\tau)K=Kch2\tau\pm\frac{1}{2}x^2sh2\tau$. Заметим, что при $\tau\to\infty$ многообразие $Kch2\tau\pm\frac{1}{2}x^2sh2\tau=0$ стремится к многообразию $K\pm\frac{1}{2}x^2=0$, представляющему собой ось конуса (15). Иными словами, вдоль поля e_1 все траектории, начинающиеся на конусе $K=0$, стремятся к оси конуса. То есть стоячие волны при таком возмущении превращаются в бегущие. Глобальная эволюция K вдоль e_2,e_3,e_4 определяется так: $U_2K=0$, $U_3K=0$, $U_4K=2K$. Тогда K является инвариантом векторных полей e_2,e_3, многообразие $K=0$ является инвариантным многообразием векторного поля e_4.

Свойство 5. Определитель системы четырех базисных векторов (16):

$$\Delta=det\left\|\begin{matrix}e_1\\ e_2\\ e_3\\ e_4\end{matrix}\right\|=det\left\|\begin{matrix}x_4 & -x_3 & -x_2 & x_1\\ x_2 & -x_1 & x_4 & -x_3\\ x_3 & x_4 & -x_1 & -x_2\\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4\end{matrix}\right\|=$$
$$=-4(x_1x_2+x_3x_4)^2-(-4(x_1^2-x_2^2+x_3^2-x_4^2)\qquad(17)$$

С другой стороны, поскольку определитель матрицы Грама равен квадрату определителя (17) ($\det\Gamma=\Delta^2$), можно для (17) получить выражение: $\Delta=4K^2-x^2$. Отсюда видно, что определитель равен нулю, как и определитель Грама на оси конуса стоячих волн, и равен четвертой степени нормы вектора x (со знаком минус) на самом конусе $K=0$. Выше были введены обозначения для двух конусов, сопряженных конусу K :

$$K_1=x_1x_2+x_3x_4,\ K_2=\tfrac{1}{2}(x_1^2-x_2^2+x_3^2-x_4^2)\qquad(18)$$

Векторные поля, порождаемые нормалями к конусам, ортогональны друг другу и ортогональны e_1 во всех точках пространства x. В этих обозначениях имеем два представления для Δ: $\Delta=-4(K_1^2+K_2^2)=4K^2-x^4$. *Оператор проектирования возмущений*. Осуществим в системе (12) переход к переменным (13) и выполним после этого осреднение по явно входящему времени. При этом по всем остальным переменным $q^k(\kappa>2)$ следует выполнить аналогичный переход. Если предположить, что зависимость Q_1 и Q_2 от q и $\dot q$ не содержит степеней выше двух, то после осреднения связь уравнений, отвечающих разным формам, исчезает и в переменных x система (12) приобретает вид

$$\dot x=\varepsilon X(x),\qquad(19)$$

в котором правая часть $X(x)$ связана с правыми частями Q в уравнениях осциллятора (12) следующим образом:

$$X(x)=\int_0^{2\pi}\left\|\begin{matrix}-Esint\\ Ecost\end{matrix}\right\|\left\|\begin{matrix}Q_1\\ Q_2\end{matrix}\right\|dt,\ E=\left\|\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\right\|\qquad(20)$$

Наиболее общий вид линейных по координатам и скоростям сил в системе (12) следующий:

$$\left\|\begin{matrix}Q_1\\ Q_2\end{matrix}\right\|=(C+H+N)\left\|\begin{matrix}q_1\\ q_2\end{matrix}\right\|+(D+G+\Gamma)\left\|\begin{matrix}\dot q_1\\ \dot q_2\end{matrix}\right\|,$$
$$C=\left\|\begin{matrix}c & 0\\ 0 & c\end{matrix}\right\|,H=\left\|\begin{matrix}cos4\alpha & sin4\alpha\\ sin4\alpha & -cos4\alpha\end{matrix}\right\|,N=\left\|\begin{matrix}0 & n\\ -n & 0\end{matrix}\right\|\qquad(21)$$
$$D=\left\|\begin{matrix}d & 0\\ 0 & d\end{matrix}\right\|,G=\left\|\begin{matrix}cos4\beta & sin4\beta\\ sin4\beta & -cos4\beta\end{matrix}\right\|,\ \Gamma=\left\|\begin{matrix}0 & \gamma\\ -\gamma & 0\end{matrix}\right\|$$

где: C – симметрическая матрица потенциальных сил сферического типа; H – симметрическая матрица потенциальных сил гиперболического типа; N – кососимметрическая матрица непотенциальных сил; D – симметрическая матрица диссипативных сил сферического типа; G – симметрическая матрица диссипативных сил гиперболического типа; Г – кососимметрическая матрица гироскопических сил. Матрицы C и D – диагональные (сферические тензоры), матрицы H и G имеют след, равный нулю (девиаторы). Коэффициенты h и g определяют нормы девиаторов гиперболических сил, а углы a и β – ориентацию главных осей жесткости и демпфирования относительно тела резонатора. Углы 2a и 2β определяют ориентацию осей девиаторов относительно осей q_1 и q_2. Выполним отображение всех перечисленных сил в правые части системы (19) по формуле (20). В результате получим аналитические выражения для указанных сил

$$\boldsymbol{C}:\quad X(x)=\frac{1}{2}\{-x_3,\quad -x_4,\quad x_1,\quad x_2\}$$

$$\boldsymbol{H}: X(x)=\frac{1}{2}h[\{-x_3,x_4,x_1,-x_2\}\cos 4\alpha+\{-x_4,-x_3,x_2,x_1\}sin4\alpha]$$

$$\boldsymbol{N}: X(x)=\frac{1}{2}\{-x_3,-x_4,x_1,x_2\},\quad D:\ \frac{1}{2}d\{-x_3,-x_4,x_1,x_2\}$$

$$\boldsymbol{G}: X(x)=\frac{1}{2}\mathrm{g}[\{-x_3,x_4,x_1,-x_2\}cos4\beta+\{-x_4,-x_3,x_2,x_1\}sin4\beta],$$

$$\boldsymbol{\Gamma}:\quad X(x)=\frac{1}{2}\gamma\{x_2,\quad -x_1,\quad x_4,\quad -x_3\}$$

Теперь, для того чтобы выяснить, какую эволюцию вызывают все указанные выше силы достаточно спроецировать их на векторы эволюционного базиса (16). Если нас интересует локальная эволюция стоячей волны, то, в силу ортогональности базиса (16) на конусе стоячих волн, при вычислении проекций достаточно брать скалярные произведения найденных выше векторов X с векторами (16). Вне конуса базис (16) неортогонален, поэтому в общем случае проектирование сил осуществляется по правилам неортогонального проектирования: $X_e=(A^T)^{-1}X$,где A^T- матрица, получаемая транспонированием матрицы (17) с дополнительным делением каждого столбца на норму $\|e_1\|=\|x\|$ (векторы X_e и X здесь понимаются как матрицы-столбцы). Обратную матрицу $(A^T)^{-1}$ можно вычислить при помощи матрицы Грама

$$\Gamma=x^2AA^T:(A^T)^{-1}=x^2\Gamma^{-1}A\ .$$

Матрица, обратная найденной выше матрице Грама, легко вычисляется:

$$\Gamma^{-1}=-\frac{1}{\Delta}\begin{Vmatrix}x^2 & 0 & 0 & -2K\\ 0 & x^2 & 2K & 0\\ 0 & 2K & x^2 & 0\\ -2K & 0 & 0 & x^2\end{Vmatrix}$$

где Δ представлено формулой (17). Перед тем как свести вычисленные таким образом проекции сил X на базис e в таблицу, разделим все найденные проекции на норму $\|x\|$. Смысл этой операции состоит в следующем. Разделив проекции сил на вектор e_1 на норму $\|x\|$, мы получаем нормированную на амплитуду волны скорость ее разрушения. Поскольку скорость изменения фазового вектора вдоль e_2 определяет изменение угла прецессии в фазовом пространстве, то при делении этой скорости на модуль фазового вектора мы получаем скорость изменения самого угла. Скорость изменения фазового вектора в направлении e_3 определяет скорость накопления временной фазы τ в функциях типа $\sin(t+\tau)$. Для получения скорости накопления этой фазы и надо делить фазовую скорость на модуль фазового вектора. Если обозначить буквой r полную амплитуду колебаний, $r=\|x\|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2}$, то для нахождения скорости изменения логарифма амплитуды также необходимо делить фазовую скорость на модуль фазового вектора. Разумность рассмотрения именно такой скорости следует из того, что в линейных системах изменение амплитуды происходит по экспоненциальному закону и интерес представляет лишь показатель экспоненты. Если, в дополнение к сказанному, проекции на e_2 разделить на 2, то скорость прецессии в фазовом пространстве превращается в соответствующую скорость в реальном физическом пространстве. С учетом всего сказанного выше таблица локальных эволюций принимает ниже следующий вид (табл. 1). При построении этой таблицы было учтено, что вне конуса угол, определяющий прецессию волновой картины, вычисляется по формулам

$$\sin 4\vartheta=2K_1/\sqrt{-\Delta},\ \cos 4\upsilon=2K_2/\sqrt{-\Delta}$$

Из таблицы следует, что потенциальные сферические силы (матрица сил G) приводят к изменению только частоты колебаний. Гиперболические силы (матрица H) приводят к разрушению стоячей волны и к изменению частоты колебаний если $K=0$. Вне конуса стоячих волн эти силы приводят также и к прецессии волнового поля и к изменению амплитуды. Непотенциальные силы (N) приводят только к разрушению стоячей волны. Диссипативные силы (D) приводят только к изменению амплитуды. Диссипативные силы гиперболического типа (G) вызывают прецессию стоячей волны и изменение ее амплитуды при условии $K=0$. Если $K\neq 0$, возникает дополнительно изменение K и изменение амплитуды. Гироскопические силы приводят только к прецессии волнового поля. Таблица позволяет делать не только качественный анализ влияния возмущений на эволюцию стоячей волны, но также содержит и количественную информацию. Так, при K=0, то из второй строчки извлекаем

$$\dot{\vartheta}=\frac{\mathrm{g}}{4}\sin 4(\vartheta-\beta)+\frac{\gamma}{4}$$

Это уравнение отделилось от всех остальных и может интегрироваться независимо.

Таблица 1

	C	H	N	D	G	Γ
dest K (e_1)	0	$-\frac{hx^2}{2\sqrt{-\Delta}}\sin 4(\vartheta-\alpha)$	$-\frac{n}{2}$	0	$-\frac{gK}{\sqrt{-\Delta}}\cos 4(\vartheta-\beta)$	0
$\dot{\vartheta}$ (e_2)	0	$-\frac{hK}{2\sqrt{-\Delta}}\cos 4(\vartheta-\alpha)$	0	0	$\frac{gx^2}{4\sqrt{-\Delta}}\sin 4(\vartheta-\beta)$	$\frac{\gamma}{4}$
$\dot{\tau}$ (e_3)	$-\frac{c}{2}$	$-\frac{hx^2}{2\sqrt{-\Delta}}\cos 4(\vartheta-\alpha)$	0	0	$\frac{gK}{\sqrt{-\Delta}}\sin 4(\vartheta-\beta)$	0
$(\ln\dot{r})$ (e_4)	0	$\frac{hK}{\sqrt{-\Delta}}\sin 4(\vartheta-\beta)$	0	$\frac{d}{2}$	$\frac{gx^2\cos 4(\vartheta-\beta)}{2\sqrt{-\Delta}}$	0

Поскольку, в соответствии с (3) коэффициент γ равен $(8/5)\omega$, то эффект возмущения гироскопическими силами при $g=0$ имеет вид $\vartheta=(2/5)\omega$, что совпадает с выражением (10). Если $g\neq 0$ и γ = 0, то написанное уравнение имеет две особые точки, соответствующие двум стационарным состояниям стоячей волны, которые совпадают с главными осями диссипации. Одно состояние устойчиво (в этом состоянии диссипация наименьшая), другое состояние неустойчиво (в котором диссипация наибольшая). Максимальный ≪уход≫ достигается в промежуточном состоянии и равен $g/4$. Два стационарных состояния существуют и в случае $|\gamma|<|\mathrm{g}|$. Если $|\gamma|>|\mathrm{g}|$, то угол прецессии стоячей волны оказывается неограниченным.

IV. Общие принципы управления стоячими волнами в осесимметричных резонаторах

Для упрощения дальнейшего изложения обозначим $q_1=x$ и $q_2=y$ и перепишем уравнения (12) в виде:

$$\ddot{x}+x=\varepsilon X,\ \ddot{y}+y=\varepsilon Y \tag{22}$$

Поведение всех траекторий в плоскости xy удобно проследить, воспользовавшись в фазовом пространстве $(x, y, \dot{x}, \dot{y})$ тороидальными координатами (r, k, ϑ, τ), называемыми в небесной механике элементами орбиты:

$$\begin{aligned} x &= rcos(t+\tau)cos(\vartheta) - ksin(t+\tau)\sin(\vartheta), \\ y &= rcos(t+\tau)sin(\vartheta) + ksin(t+\tau)cos(\vartheta), \\ \dot{x} &= -rsin(t+\tau)cos(\vartheta) - kcos(t+\tau)\sin(\vartheta), \\ \dot{y} &= -rsin(t+\tau)sin(\vartheta) + kcos(t+\tau)\cos(\vartheta) \end{aligned} \quad (23)$$

Поясним смысл новых переменных r, k, ϑ, τ. Если бы в уравнениях (22) правые части равнялись нулю, то любая траектория в плоскости xy представляла бы собой эллипс, а переменные r, k, ϑ, τ, являющиеся в этом случае постоянными интегрирования, имели бы следующий смысл: r— большая полуось эллипса, κ —малая, ϑ — угол наклона большой оси эллипса к оси x. Постоянная τ определяет положение фазовой точки на эллиптической траектории в начальный момент времени $t = 0$. Если в уравнениях (22) правые части присутствуют, то формулы (23) мы будем рассматривать в дальнейшем как замену фазовых переменных $(x, y, \dot{x}, \dot{y}) \rightarrow (r, k, \vartheta, \tau)$. Заметим, что введенный в (23) угол ϑ, очевидно, в два раза превосходит угол, определяющий положение волны относительно резонатора, введенный ранее и фигурирующий в приведенной в таблице. Полная энергия колебаний и момент количества движения выражаются через введенные выше переменные:

$$E = \tfrac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + x^2 + y^2) = \tfrac{1}{2}(r + k^2), \quad (24)$$

$$K = x\dot{y} - \dot{x}y = rk \quad (25)$$

Таким образом, величины r и k определяют основные динамические характеристики свободного движения резонатора на основной форме посредством формул (24) и (25) — полную энергию и кинетический момент.

Переменные ϑ и τ являются ≪координатами≫ этой формы колебаний. Поворот эллипса на угол ϑ дает

$$\left\| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right\| \rightarrow \left\| \begin{matrix} cos\vartheta & sin\vartheta \\ -sin\vartheta & cos\vartheta \end{matrix} \right\| \left\| \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} rcos(t+\tau) \\ ksin(t+\tau) \end{matrix} \right\|,$$

что и проясняет геометрический смысл переменных r и k как главных полуосей эллипса. Основной целью управления «обобщенным» маятником Фуко является удержание его на фазовом многообразии $r = const$, $k = const$. В фазовом пространстве переменных $(x, y, \dot{x}, \dot{y})$ многообразие представляет собой пересечение трехмерного конуса нулевой квадратуры с трехмерной сферой постоянной амплитуды. Этому многообразию в конфигурационном пространстве x, y соответствует семейство произвольно ориентированных отрезков одинаковой длины и симметричных относительно начала координат. От конкретно реализо-ванного такого отрезка и осуществляется отсчет поло-жения подвижного основания, поэтому многообразие $r = const$, $k = const$ носит название *отсчетного многообразия*. Законы управления «обобщенным» маятником Фуко, реализующие необходимые обратные связи, должны удовлетворять следующим основным требованиям:

- асимптотическая устойчивость отсчетного многообразия;
- инвариантность по отношению к группе вращения в x, y;
- отсутствие интерференции различных каналов управления;
- инвариантность к фазовому потоку невозмущенной системы $\ddot{x} + x = 0$; $\ddot{y} + y = 0$;
- инвариантность к трансляции по времени *t*.

Первые два требования являются категорическими, от них зависит сама возможность превращения реализованного «обобщенного» маятника Фуко в гироскоп. Три последних требования определяют качество управления. Известные первые примеры реализации законов управления в интегрирующем волновом гироскопе фирмы «***Делко***» (США) [5], последним трем требованиям не удовлетворяли.

Для того, чтобы законы управления были инвариантны по отношению к группе вращений, они должны быть сформированы из дифференциальных инвариантов этой группы. Группа вращений имеет три независимых дифференциальных инварианта первого порядка:

$$I_0 = x^2 + y^2, \quad I_1 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2, \quad I_2 = x\dot{y} - x\dot{y}.$$

Для инвариантности управления по отношению к фазовому потоку невозмущенной системы эти инварианты должны быть ее первыми интегралами. Таких интегралов тоже три: $E = (I_0 + I_1)/2$, $K = I_2$ и

$$L = xy - \dot{x}\dot{y}.$$

Линейные по координатам и скоростям силы, прикладываемые к маятнику с целью управления, в наиболее общей форме имеют вид (21). Как это было ранее отмечено, указанные силы появляются так же, как возмущения, обусловленные разнообразными дефекта-ми практической реализации обобщенного маятника. Локальные эволюции маятника под воздействием возмущений были систематизированы в таблице 1 в пункте 2. Из нее, в частности, следует, что для управления квадратурой можно воспользоваться позиционными силами с матрицами H и N или скоростными силами с матрицей G. Для управления амплитудой можно воспользоваться позиционными силами с матрицей H или скоростными силами с матрицами D и G. Однако силы H и G приводят не только к изменению квадратуры K или амплитуды, но также и к изменению ϑ и τ. Для удовлетворения требованию 3 (отсутствие интерференции каналов) можно при управлении квадратурой пользоваться только силами типа N. По этой же причине для управления амплитудой остается единственный выбор — силы типа D. Выбирая в первом случае коэффициент n пропорциональным квадратуре K, а во втором случае коэффициент D пропорциональным отклонению полной энергии от требуемого уровня $(E–E_0)$, получаем уравнения идеального управляемого маятника Фуко:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + x &= -\varepsilon(E - E_0)\dot{x} + \mu Ky + p\dot{y} + fx, \\ \ddot{y} + y &= -\varepsilon(E - E_0)\dot{y} - \mu Kx + p\dot{x} + fy, \\ E &= \tfrac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + x^2 + y^2), \ K = x\dot{y} - \dot{x}y = rk \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь для полноты картины, помимо управления квадратурой и управления амплитудой, введены также управление прецессией (p) и управление частотой (f). Как следует из той же таблицы, для управления прецессией без введения погрешностей в другие каналы можно пользоваться только силами типа Г, а для управления частотой — только силами типа C. Управление прецессией и частотой не требуется для формирования отсчетного многообразия и может использоваться для других целей. Помимо условия 3, построенное управление по построению удовлетворяет условиям 2,4,5. Удовлетворение условию 1 (устойчивость отсчетного многообразия) должно быть доказано. Продифференцируем для этого E и K (формулы (24) и (25)) в силу системы (26):

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \left[-\dot{x}^2 - \dot{y}^2 + \tfrac{1}{2}(x^2 + y^2)\right](x\dot{x} + y\dot{y}) - \\ &\quad -\varepsilon(E - E_0)(x^2 + y^2) - \mu K^2, \\ \dot{K} &= -2\nu y(x\dot{x} + y\dot{y}) - \varepsilon(E - E_0)K - \mu K(x^2 + y^2) \end{aligned} \quad (27)$$

Выполним осреднение уравнений (27) вдоль траекторий неуправляемой (e=μ=0) системы. Эти траектории представлены формулами (23), в которых переменные r, k, ϑ, τ являются константами. В результате получаются следующие уравнения:

$$\dot{E} = \varepsilon(E_0 - E)E - \mu K^2, \;\; \dot{K} = \varepsilon(E_0 - E)K - \mu KE.$$

В силу существования этих уравнений асимптотическая устойчивость отсчетного многообразия с характеристическими числами $\lambda_1 = -\varepsilon E_0$ и $\lambda_2 = -\mu E_0$ имеет место, если коэффициенты $\varepsilon > 0$ и $\mu > 0$.

V. Реализация необходимых законов управления электрическими силами

Дискретная электрическая модель [21] полусферического резонатора основывается на предположении, что проводящая поверхность резонатора состоит из n отдельных обкладок, составляющих с сосредоточенными электродами n конденсаторов. Прикладывая к этим электродам напряжения по определенным правилам, мы имеем возможность создавать необходимые правые части в системе (26). Выясним, как должны быть распределены напряжения по электродам, чтобы реализовать необходимые законы управления. Пусть при $\varepsilon =$ система (22) представлена функцией Лагранжа:

$$L = \tfrac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 - x^2 - y^2). \tag{28}$$

Для получения лагранжиана управляемой системы $\varepsilon\neq0$, в котором учитываются процессы в электрических цепях, из выражения (28) необходимо вычесть потенциальную энергию n конденсаторов:

$$\Pi = \textstyle\sum_{k=1}^{n} (q_k^2)/(2C_k) \tag{29}$$

Здесь C_k – емкость κ-го конденсатора, q_k – заряд на конденсаторе: $q_k = C_k V_k$ через V_k обозначено напряжение на κ-м электроде. Емкость конденсатора зависит от радиального прогиба полусферической оболочки w_k в месте его расположения:

$$C_k = (C_0 d)/(d - w_k) \tag{30}$$

Расстояние d между обкладками конденсатора в недеформированном состоянии резонатора в дальнейшем без ограничения общности полагаем равным единице. Смещение резонатора в месте положения κ-го электрода выражается формулой

$$w_k = x cos(2\vartheta_k) + y sin(2\vartheta_k), \quad \vartheta_k = \tfrac{\pi}{4}(k-1) \tag{31}$$

Подставим (31) в (30), а после этого (30) в (29). Уравнения Лагранжа приводят к следующей системе:

$$\ddot{x} + x = \frac{1}{2C_0}\sum_{k=1}^{n} q_k^2 cos(2\vartheta_k), \;\; \ddot{y} + y = \frac{1}{2C_0}\sum_{k=1}^{n} q_k^2 cos(2\vartheta_k)$$
$$q_k = C_k V_k \tag{32}$$

Для того чтобы сформировать в системе (26) необходимые правые части, обеспечивающие управление амплитудой, квадратурой, прецессией и частотой, необходимо подать на электроды управления напряжения V_k в следующем виде:

$$\begin{aligned} V_k = \varepsilon(E_0 - E)\left[\dot{x} cos\frac{\pi}{4}(k-1) + \dot{y} sin\frac{\pi}{4}(k-1)\right] + \\ +\mu q\left[y cos\tfrac{\pi}{4}(k-1) - x sin\tfrac{\pi}{4}(k-1)\right] + \\ +p\left[\dot{y} cos\tfrac{\pi}{4}(k-1) + \dot{x} sin\tfrac{\pi}{4}(k-1)\right] + \\ +f\left[x cos\tfrac{\pi}{4}(k-1) + y sin\tfrac{\pi}{4}(k-1)\right] + V_0 \end{aligned} \tag{33}$$

Здесь V_0 – опорное напряжение. Подставляя (33) в (32) и осуществляя суммирование, получим

$$\begin{aligned} \ddot{x} + x = (nC_0V_0/2)\,[\varepsilon(E_0 - E)\dot{x} + \mu Ky + p(\dot{y} + fx)\,] \\ \ddot{y} + y = (nC_0V_0/2)\,[\varepsilon(E_0 - W)\dot{y} - \mu Kx - p(\dot{x} + fy)\,] \end{aligned} \tag{34}$$

Использованы свойства сумм тригонометрических функций кратных углов, приведшие в данном случае к алгоритмической линеаризации связи электрических сил с электрическими напряжениями. Уравнения (34) отличаются от уравнений (26) только общим множителем $nC_0V_0/2$.

VI. Калибровочные уравнения

Так называются уравнения, позволяющие для управляемого маятника решать следующую обратную задачу механики: управление системой и ее движение известны, требуется восстановить дефекты. Для вывода калибровочных уравнений «обобщенного» маятника Фуко в уравнения (26) введем члены X и $У$, характеризующие всевозможные технологические дефекты кварцевого резонатора и системы управления:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + x = -\varepsilon(E - E_0)\dot{x} + \mu Ky + p\dot{y} + fx + X \\ \ddot{y} + y = -\varepsilon(E - E_0)\dot{y} - \mu Kx + p\dot{x} + fy + Y \end{aligned} \tag{35}$$

В этих уравнениях силы X и Y имеют структуру (21). При этом на этот раз матрицы C и D определяют отклонения частоты колебаний от номинала и естественную диссипацию. Матрицы N и Γ определяют возмущения, появляющиеся в результате погрешностей в системе съема информации и управления, и зависят от их конкретного выполнения в конкретных реализациях «обобщенного» маятника Фуко. Главные погрешности собственно механической части гироскопа представлены матрицами H и G. Они определяют соответственно разночастотность и разнодобротность маятника.

Для построения калибровочных уравнений удобно перейти в системе (35) от исходных декартовых переменных к тороидальным координатам (23).

Чтобы максимально упростить выкладки, введем матрицу-столбец

$$R = \begin{Vmatrix} x \\ y \end{Vmatrix}$$

и запишем систему (35) в следующей матричной форме:

$$\frac{d}{dt}\|R, \dot{R}\| = \|\dot{R}\,, Z - R\|, \|R\,, \dot{R}\| = \begin{Vmatrix} x & \dot{x} \\ y & \dot{y} \end{Vmatrix}, Z = \begin{Vmatrix} X \\ Y \end{Vmatrix} \tag{36}$$

здесь для краткости через X и Y обозначены все члены в правых частях системы (35). В матричной форме замену (23) можно представить в виде

$$\|R, \dot{R}\| = S(\vartheta)\begin{Vmatrix} r & 0 \\ 0 & k \end{Vmatrix} S(t+\tau), \quad S(\xi) = \begin{Vmatrix} cos\xi & -sin\xi \\ sin\xi & cos\xi \end{Vmatrix} \tag{37}$$

Подставляя (37) в (36), найдем

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}\, S'(\vartheta)\begin{Vmatrix} r & 0 \\ 0 & k \end{Vmatrix} S(t+\tau) + S(\vartheta)\begin{Vmatrix} \dot{r} & 0 \\ 0 & \dot{k} \end{Vmatrix} S(t+\tau) + \\ + \dot{\tau} S(\vartheta)\begin{Vmatrix} r & 0 \\ 0 & k \end{Vmatrix} S'(t+\tau) = \|\dot{R}\,, -R\| + \|0\,, Z\|. \end{aligned}$$

Учитывая свойства ортогональной матрицы $S(\xi)$,

$$S'(\xi) = -\begin{Vmatrix} sin\xi & cos\xi \\ -cos\xi & sin\xi \end{Vmatrix}, \;\; S^T S' = S' S^T = J = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{Vmatrix},$$
$$S^T S = S S^T = I = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Получим следующее выражение:

$$\dot{\vartheta} J \begin{Vmatrix} r & 0 \\ 0 & k \end{Vmatrix} + \dot{\tau}\begin{Vmatrix} r & 0 \\ 0 & k \end{Vmatrix} J + \begin{Vmatrix} \dot{r} & 0 \\ 0 & \dot{k} \end{Vmatrix} = S^T(\vartheta)\|0\,, Z\| S^T(t+\tau)$$

Или, в покоординатной форме:

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -(X cos\vartheta + Y\, sin\,\vartheta)\sin(t+\tau), \\ \dot{k} &= -(X sin\vartheta - Y\cos\vartheta)\cos(t+\tau)\,, \\ k\dot{\vartheta} + r\dot{\tau} &= [-(X cos\vartheta + Y\, sin\,\vartheta)\, cos(t+\tau)], \\ r\dot{\vartheta} + k\dot{\tau} &= [+(X sin\vartheta - Y\, cos\,\vartheta)\, sin(t+\tau)] \end{aligned}$$

что окончательно позволяет записать

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -(X cos\vartheta + Y\, sin\,\vartheta)\sin(t+\tau), \\ \dot{k} &= -(X sin\vartheta - Y\cos\vartheta)\cos(t+\tau)\,, \end{aligned}$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{r^2 - \kappa^2}\left[k(X\cos\vartheta + Y\sin\vartheta)\cos(t+\tau) + r(X\sin\vartheta - Y\cos\vartheta)\cos(t+\tau)\right],$$

$$\dot{r} = \frac{1}{r^2 - \kappa^2}\left[r(X\cos\vartheta + Y\sin\vartheta)\cos(t+\tau) + k(X\sin\vartheta - Y\cos\vartheta)\sin(t+\tau)\right]$$

Подставим в эти уравнения вместо X и Y соответствующие правые части системы (35). Получим, после осреднения по явно входящему времени:

$$\begin{gathered}
\dot{r} = \tfrac{k}{2}\Big[(h\sin 2(\vartheta-\alpha) - n - \mu kr\Big] + \frac{r}{2}[\mathrm{g}\cos 2(\vartheta-\beta) + d + \varepsilon(E_0 - \frac{1}{2}(r^2+\kappa^2))\Big],\\
\dot{k} = -\tfrac{r}{2}\Big[(h\sin 2(\vartheta-\alpha) + n + \mu kr\Big] - \frac{r}{2}[\mathrm{g}\cos 2(\vartheta-\beta) - d - \varepsilon(E_0 - \tfrac{1}{2}(r^2+\kappa^2))\Big],\\
\dot{\vartheta} = -\tfrac{1}{2}(\gamma + p) - \tfrac{r^2+\kappa^2}{2(r^2-\kappa^2)}(\mathrm{g}\sin 2(\vartheta-\beta) +) + \frac{rk}{(r^2-\kappa^2)}h\cos 2(\vartheta-\alpha),\\
\dot{r} = -\tfrac{1}{2}(c+f) + \tfrac{rk}{(r^2-\kappa^2)}(\mathrm{g}\sin 2(\vartheta - \alpha) - \frac{r^2+\kappa^2}{(r^2-\kappa^2)}h\sin 2(\vartheta-\alpha).
\end{gathered} \tag{38}$$

В процессе калибровки коэффициенты управления квадратурой – μ и амплитудой – ε, а также управление прецессией – p и частотой – f поддерживают такими, чтобы обеспечить $\dot{r}\equiv 0$, $\dot{k}\equiv 0$, $\dot{\tau}\equiv 0$, $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0 \equiv const$, где ϑ_0 – достаточно малая контролируемая скорость прецессии, необходимая для принудительного изменения положения отсчетного многообразия с целью снятия зависимостей $A(\vartheta), Q(\vartheta), p(\vartheta), f(\vartheta)$. Здесь через переменные $A = \varepsilon(E - E_0)$ обозначена интенсивность управления амплитудой, а через $Q = \mu K$ —интенсив-ность управления квадратурой. Приравнивая правые части системы (38) нулю и учитывая, что амплитуда стоячей волны r много больше квадратуры k, находим

$$\begin{gathered}
k[h\sin 2(\vartheta-\alpha) - n - Q(\vartheta)] + r[\mathrm{g}\cos 2(\vartheta-\beta) + d + A(\vartheta)] = 0,\\
r[h\sin 2(\vartheta-\alpha) + n + Q(\vartheta)] + k[\mathrm{g}\cos 2(\vartheta-\beta) - d - A(\vartheta)] = 0,\\
-\tfrac{1}{2}[\gamma + p(\vartheta)] - \tfrac{1}{2}\mathrm{g}\sin 2(\vartheta-\beta) + \tfrac{k}{r}h\cos 2(\vartheta-\alpha) - \dot{\vartheta}_0 = 0,\\
\tfrac{1}{2}[\gamma + f(\vartheta)] - \tfrac{k}{r}\mathrm{g}\sin 2(\vartheta-\beta) + \tfrac{1}{2}h\cos 2(\vartheta-\alpha) = 0.
\end{gathered} \tag{39}$$

Система (39) называется системой калибровочных уравнений «обобщенного» маятника Фуко, в которой известными считаются $r(\vartheta), k(\vartheta), A(\vartheta), Q(\vartheta), p(\vartheta), f(\vartheta)$ (эти зависимости снимаются в процессе калибровки), а также $\dot{\vartheta}_0$. Неизвестными, подлежащими нахождению, являются параметры дефектов: $h, \alpha, n, \mathrm{g}, \beta, d, \gamma, c$.

Левые части системы (39) представляют собой π-периодические функции угла. Они могут быть представлены сходящимися рядами Фурье, а тождественное равенство нулю этих рядов влечет за собой равенство нулю всех в отдельности коэффициентов этих рядов. Таким образом, может быть получена бесконечная система алгебраических уравнений для нахождения восьми неизвестных: $h, \alpha, n, g, \beta, d, \gamma, c$ Такая явно переопределенная система всегда совместна и имеет единственное решение относительно $h_1 = h\cos 2\alpha$, $h_1 = h\cos 2\alpha$, n, $\mathrm{g}_1 = \mathrm{g}\cos 2\beta, d\gamma, c$. Это следует из доказанной выше теоремы об асимптотической устойчивости отсчетного многообразия, а также из линейности системы (39) по отношению к этим переменным.

Для их нахождения из указанной переопределенной системы достаточно взять любые восемь уравнений с отличным от нуля детерминантом. Пользуясь условием, что r много больше k, эту задачу можно решать приближенно. В частности, в нулевом приближении квадратура $k = 0, r = \sqrt{2E_0}$, и из системы (39) находим

$$A(\vartheta) = -d - g\cos 2(\vartheta - \beta), \quad Q(\vartheta) = -n - h\sin 2(\vartheta - \alpha),$$
$$p(\vartheta) = -2\dot{\vartheta}_0 - \gamma - g\sin 2(\vartheta - \beta), \quad f(\vartheta) = -c - h\cos 2(\vartheta - \alpha).$$

VII. Прикладные аспекты реализации теории в инженерной практике современной гироскопии

Базовый конструктивный элемент–ВТГ, имеет кварцевый полусферический резонатор из высококачественного и высокодобротного плавленого кварца [22]. Рабочая поверхность резонатора напыляется тонким слоем золота. Такое покрытие позволяет контролировать форму упругой деформации кромки резонатора с помощью специальной системы емкостных датчиков и управлять формой (модой) упругих рабочих колебаний, изменяя электрические потенциалы на управляющих электродах.

Необходимое для функционирования ВТГ движение (колебания резонатора в пределах упругих деформаций кромки полусферы) не связано ни с износом, ни с деградацией материала, поэтому практически не ограничивает долговечности прибора [22,23]. Уникальный физический принцип работы ВТГ дает новому гироскопу целый ряд преимуществ: полное отсутствие вращающихся частей, малое время готовности, малые габаритно-массовые характеристики, весьма длительный рабочий ресурс прибора; высокая температурная стабильность основного конструкционного материала полусферы (плавленого кварца); высокая точность и малая случайная погрешность; устойчивость к условиям окружающей среды (температура, удары, вибрации, гамма излучение); небольшая потребляемая мощность; сохранение инерциальной информации при полном кратковременном отключении бортового электропитания. Все перечисленные выше преимущества переводят ВТГ в класс одних из наиболее перспективных гироскопов [24].

ВТГ космического применения: Специалистами, технологами и инженерами-конструкторами «НПП «Медикон» разработан двухдетальный ВТГ-ДУС с полусферическим кварцевым 30-мм резонатором и полусферическими электродами для применений в условиях относительно малой входной угловой скорости вращения основания [25,26]. Синтезированы специальные алгоритмы и реализовано эффективное широтно-импульсное управление, повышающее линейность преобразования датчика ВТГ. При этом первоначальное формирование информации о колебаниях рабочей зоны резонатора осуществляется с помощью пачек импульсов амплитудой 15В, подаваемых на электроды оси X и Y резонатора поочередно с последующим усилением. При этом часть периода колебаний резонатора электроды используются для формирования первичной информации, как электроды съема, а вторая часть периода колебаний резонатора они используются как электроды управления ВТГ. Схемы, поясняющие работу модуля цифрового управления ВТГ-ДУС космического применения приведены на рис. 1–3.

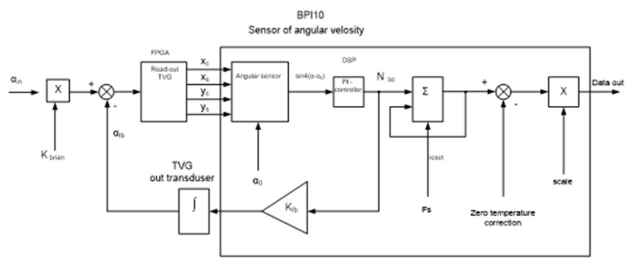


Рис. 1. Функциональная схема датчика угловой скорости.

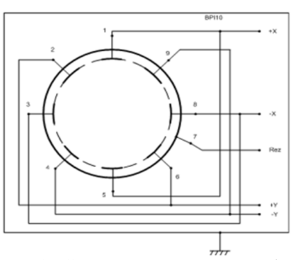


Рис. 2. Схема электродов ВТГ(ДУС).

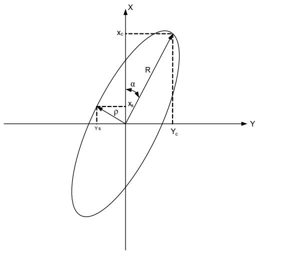


Рис. 3. Выходной сигнал ПСР.

Выходной сигнал колебаний кромки полусферического резонатора (ПСР) наблюдаемый на экране прецизионного цифрового осциллографа представлен на рис.3. Здесь условно обозначены: R – синфазная (амплитудная) составляющая колебаний резонатора, ρ – квадратурная составляющая колебаний резонатора.

<u>ВТГ авиационного применения:</u> Как инерциальный датчик классический ВТГ является интегрирующим – угол поворота волны за время измерения равен интегралу проекции угловой скорости на его ось чувствительности, поэтому диапазон измеряемых угловых скоростей практически неограничен, что делает прибор особенно удобным для использования в перспективных БИНС.

Для высокодинамичных объектов реализована новая конструкция ВТГ-30иг на базе инерциального датчика [23] разработки «НПП «Медикон». Гироскоп функционирует в интегрирующем режиме, имеет многоканальную цифровую «пушпульную» схему управления по алгоритму [16,27], разработанному и реализованному сотрудниками «Лаборатории Механики Систем» В.Ф.Журавлевым и С.Е.Переляевым (Института проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН). Цифровая часть электронного модуля управления содержит процессор обработки сигналов, буферы аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синтезатор частот, асинхронный микроконтроллер последовательного интерфейса [27]. Цифровой процессор по специальным алгоритмам обработки определяет углы ориентации волны, амплитуду и квадратную составляющую колебаний резонатора и, используя эту информацию, вычисляет соответствующие весовые коэффициенты для управления стоячей волной прибора. Программная реализация бортового машинного алгоритма обработки информационных и формирования управляющих сигналов производится параллельно в отдельном процессоре современной быстродействующей программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС) нового поколения. Каждый из каналов формирователей сигналов управления содержит ряд цифроаналоговых преобразователей (ЦАП), на вход которых в цифровом виде поступает информация о весовых коэффициентах управления, и как опорные, сигналы синусов и косинусов и их производные с электродов информационных сигналов, т.е. с выходов быстродействующих аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Алгоритм управления и приема данных от каждого АЦП реализован в ПЛИС (FPGA) типа “*ARTIX-7*” с помощью отдельного «конечного автомата» (*finite state machine*) [27]. Результаты преобразования каждого входного АЦП преобразуются «конечным автоматом» в параллельный 16-битный код, сопровождаемый признаком готовности. Данная информация поступает на входы быстродействующего цифрового процессора (ЦП) реального времени. В этом машинном ЦП по синтезированному алгоритму формируются специальные законы прямого цифрового управления, которые в виде напряжений с выходов ЦАП подаются на управляющие электроды гироскопа, расположенные на плате кварцевого узла возбуждения, съема и управления (ВСУ) прибора. Новый полностью цифровой модуль электроники – модуль контроллеров гироскопов (МКГ-1) включает трехпроцессорную структуру обработки выходных аналоговых сигналов трех датчиков (гироскопов). Модуль МКГ-1 реализован на базе современной программируемой системы на кристалле (FPGA) типа “*ARTIX-7*” с одиннадцатью встроенными контроллерами, последовательным интерфейсом и главным 64-битным цифровым процессором [27]. Программа, реализующая алгоритм обработки информационных и формирования управляющих сигналов каждого из трех каналов, выполняется параллельно в отдельном процессоре (“*Micro-Blaze*”).

Такая параллельная многопроцессорная структура обеспечивает одновременный опрос всех трех гироскопов. Контроллер последовательной линии связи опрашивает выходные устройства каждого процессора, преобразует информацию в последовательные пакеты и выдает их в стандартную линию связи RS-422.

VIII. Точностные характеристики гироскопа

Результаты испытаний нового инерциального датчика ВТГ-30иг в лаборатории НПП «Медикон» при комнатной температуре окружающего воздуха подтвердили высокую стабильность смещения нуля гироскопа в запуске. Стандартное среднее квадратичное отклонение (СКО) в запуске прибора ВТГ-30иг [28] не превысило значение СКО=0,005град/ч, а случайный уход по углу (ARW) менее 0,003град/ч$^{1\backslash 2}$. В результате модернизации функциональной схемы модуля МКГ-1 управления ВТГ для высокодинамичных объектов ($\omega = \pm 1500$ град/с)и увеличения частоты опроса ($f = 200$ Гц) уменьшен угловой шум гироскопа:

$$\sigma_{\text{а}} = 0.11\,\text{угл. сек};\;\; \varepsilon_{\text{а}} = 0.009\,\text{угл. сек}/\sqrt{\text{Гц}}.$$

Для повышения точностных характеристик нового гироскопа разработан способ самокалибровки прибора. Применение новой процедуры автокалибровки конкретного инерциального датчика при его динамических и тепловых испытаниях, позволяет говорить об исключительно положительных результатах нового способа компенсации инструментальных и технологических погрешностей. Для минимизации времени запуска и сокращения готовности точного датчика ВТГ-30 реализован алгоритм ускоренного запуска кварцевого резонатора прибора на необходимую резонансную частоту. Одновременно синтезирован алгоритм минимизации точностной готовности гироскопа, который значительно снизил время выхода амплитуды стоячей волны кромки резонатора на заданное рабочее значение и обеспечил ускоренное подавление ее квадратурной составляющей. Все это позволило реально минимизировать время разгона волнового гироскопа до требуемой величины не превышающей Т=3с. Диапазон измеряемых при тестовых испытаниях прибора максимальных угловых скоростей (±1500град/с) достигнут при заданных разработчиком гражданских областей применений и ограниченных возможностях системы управления ВТГ-30иг и модуля функциональной электроники макетного образца широкого промышленного применения, а не потенциальными возможностями измерений самого нового интегрирующего гироскопа.

Малое время готовности, за которое гироскоп достигает заданной точности функционирования, показывает способность прибора обеспечивать измерение угловой скорости вращения Земли и заданную точность автономной ориентации и навигации БИНС-ВТГ в течение длительного (более 1ч) времени без коррекции от глобальных спутниковых систем.

IX. Заключение

Высоконадежный миниатюрный интегрирующий гироскоп ВТГ-30иг с цифровым выходом является высокоточным прибором автономной ориентации, разработанным российскими специалистами на основе промышленного инерциального датчика ТВГ-01.2 космического применения на базе кварцевого беззубцового [23] резонатора диаметром 30мм и нового модуля функциональной обслуживающей электроники (многоканальной системы прямого цифрового управления, съема и обработки сигналов). В настоящее время отработана новая конструкция прецизионного ВТГ-30м и изготовлена опытная партия гироскопов. Лабораторные тесты ВТГ-30м показали, что новый прибор способен весьма успешно конкурировать с волоконно-оптическими (ВОГ) и кольцевыми лазерными гироскопами (КЛГ) по цене и точности, превосходя последние по показателю надежности функционирования в самых различных и жестких условиях эксплуатации и применения.

Литература

[1] Foucault, L., Demonstration physique du mouvement de la Terre au moyen du pendule, *C.r. Acad. sci*. Paris, 1851, vol. 32, pp. 135–138.

[2] Kamerlingh Onnes, H., Nieuwe bewijzen voor de aswenteling der aarde, Ph.D.disertation. Groningen, Netherlands, 1879.

[3] Quick, W.H., Theory of vibrating string as an angular motion sensor// Trans, *ASME. Ser.E. J. Appl. Mech.*, 1964, vol. 31, no. 3, pp. 523–534.

[4] Stiles, J.C., Vibrating ring gyro, U.S. Patent. 1975, no. 3, 924,475-Dec, 9.

[5] Loper, E.J., Lynch D.D., Sonic Gyro Fabrication and Testing, Delco Electronics Division, report R77-64, August 1977.

[6] Loper, E.J., Lynch D.D., Sonic Vibration Bell Gyro, Patent, no. 4157041, USA, 1979.

[7] Loper E.J., Lynch D.D. The HRG: a new low-noise inertial rotation sensor // Proc. 16th Jt. Services Data Exchange for Inertial Systems. Los Angeles. CA. 1982.

[8] Loper, E.J., D.D., Lynch Projected system performance based on recent HRG test results, *Paper S83–105, IEEE/AIAA 5th Digital Avionics Systems Conference*, 31 Oct.-3 Nov., 1983.

[9] Loper, E.J., Lynch D.D., Vibratory rotational sensor, Patent EU, no. 0141621 A2. 1984.

[10] Lynch, D.D., Vibrating gyro analysis by method of averaging, *2nd Saint-Petersburg Interv. Conf. On Gyroscopic Technology and Navigation*, Saint-Petersburg, 1995, pp. 26–34.

[11] Журавлев В.Ф., Климов Д. М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 125 с.

[12] Burdess, J.S., The dynamics of a thin piezoelectric cylinder gyroscope, *Proc.Inst. Mech. Engrs.* (London), 1986, vol. 200, no. C4, pp. 271–280,

[13] Koning, M.G., Vibrating Cylinder Gyroscope and Method, Patent. №4793195, USA, 1988.

[14] Fox, C.H., Vibrating cylinder rate gyro, theory of operation and error analysis, DGON Symposium Gyro Technology, Stuttgart, 1988.

[15] Scott, W.B., Delco makes low-cost gyro prototype, *Aviation Week and Space Technology*, 25 October 1982.

[16] Журавлев В.Ф. Теоретические основы волнового твердотельного гироскопа. (ВТГ) // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 6–19.

[17] Leger, P., Quapason – a new low-cost vibrating gyroscope, *3nd Saint-Petersburg Intern. Conf. On Integrated Navigation Systems*, Saint-Petersburg, 1996, pt. 1, pp. 143–149.

[18] Zhuravlev, V.Ph., Perelyaev, S.E., The Generalized Foucault Pendulum is a 3D Integrating Gyroscopes Using the Three-Dimensional Precession of Standing Waves in a Rotating Spherically Symmetric Elastic Solid, Inertial Sensors and Systems, *ISS 2019 – Proceedings, German Institute of Navigation* (DGON), P06, 2018.

[19] Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.

[20] Bryan, G.H., On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, vol VII, Nov. 24, pp. 101–111, 1890.

[21] Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 1995. № 5.

[22] Делэйе Ф. Бортовая инерциальная система для европейской ракеты-носителя «Ариан-6» на основе волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2018. №4. С.3–13.

[23] Бодунов Б.П., Lynch D.D, Voros A. Недорогой полусферический резонатор для малогабаритных ВТГ навигационных систем гражданского назначения // Материалы II Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам, 1995. С. 89–92.

[24] Пешехонов В.Г. Перспективы гироскопии. Доклад на секции «Состояние и перспективы развития современных систем навигации» // Материалы XIII Всероссийского совещания по проблемам управления. Россия, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 17–20 июня 2019 г.

[25] Бодунов Б.П., Бодунов С.Б., Котельников С.В. Патент №2362121 Российская Федерация, МПК G-01C 19/56. Малогабаритный твердо-тельный волновой гироскоп. №2007125894А; опубл. 27.07.2009.

[26] Бодунов Б.П., Бодунов С.Б., Владимиров В.А., Игонин А.Н., Костенок Н.А. Твердотельный волновой гироскоп двухрежимной работы космического применения // Материалы XX Санкт-Петербург-ской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С. 173–178.

[27] Журавлев В.Ф., Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Волновой твердотельный гироскоп - инерциальный датчик нового поколения // Материалы XXIV Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 287–290.

[28] Журавлев В.Ф., Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Миниатюрный волновой твердотельный гироскоп нового поколения для бескарданных инерциальных навигационных систем беспилотных летательных аппаратов // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 250–254.

Проектирование волнового твердотельного гироскопа и системы ориентации и стабилизации на его основе*

В.Я. Распопов
Кафедра «Приборы управления» ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»
г. Тула, Российская Федерация
пр-т Ленина, 92
tgupu@yandex.ru

И.А. Волчихин
Лаборатория
АО «Мичуринский завод «Прогресс»
г. Мичуринск, Российская Федерация, Липецкое ш., 113
906@mzp.su

В.В. Лихошерст
Кафедра «Приборы управления» ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»
г. Тула, Российская Федерация
пр-т Ленина, 92
tgupu@yandex.ru

С.И. Шепилов
Серийное конструкторское бюро АО «Мичуринский завод «Прогресс»
г. Мичуринск, Российская Федерация, Липецкое ш., 113
906@mzp.su

В.В. Матвеев
Кафедра «Приборы управления» ФГБОУ ВО «Тульский государственный университет»
г. Тула, Российская Федерация
пр-т Ленина, 92
tgupu@yandex.ru

***Аннотация*—Приведен перечень задач, в результате решения которых разработаны и изготовлены волновые твердотельные гироскопы, работающие в режиме датчика угловых скоростей (ВТГ-ДУС) в двух конструктивных вариантах. На базе разработанных ВТГ-ДУС могут быть построены системы ориентации, стабилизации и навигации (СОСН) среднего класса точности. Приведены параметры одного из вариантов ВТГ-ДУС и проектная оценка точности СОСН на его базе**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, металлический резонатор, измерительный модуль, гировертикаль, гиростабилизатор

I. Введение

Волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) с металлическим резонатором имеет некоторые технико-эксплуатационные преимущества по сравнению с другими типами гироскопов, а достигнутые значения параметров точности дают возможность его применения в системах стабилизации и ориентации среднего класса точности [1, 2, 3, 4].

II. Проектные задачи и их результаты

При разработке ВТГ с металлическим резонатором были сформулированы и решены следующие задачи [5]:

- выбран материал, обеспечивающий необходимый баланс между инварными и элинварными свойствами с учетом изменения его структуры в процессе совместной механической и термической обработки;
- определены формы и размеры цилиндрического составного резонатора, обеспечивающих локализацию колебаний вблизи свободной кромки резонатора;
- рассчитаны размеры конструкции резонатора, обеспечивающие отсутствие «резонансных размеров» сопрягаемых элементов конструкции, особенно разнесение частот колебаний свободной кромки резонатора и узла крепления;
- разработаны методики и функционально-программное обеспечение балансировки резонатора по четырем формам распределения дефектов масс, устраняющих разночастотность и разнодобротность с требуемой точностью;
- разработаны функционально-структурная и электрическая схемы электроники, обеспечивающие работу ВТГ в режиме датчика угловой скорости и угла при использовании пьезокерамики по осям возбуждения, измерения и коррекции;
- разработана методика настройки и калибровки резонатора при одновременном воздействии угловой скорости и температуры с учетом взаимовлияния кориолисовой и квадратурной составляющих в выходном сигнале ВТГ [6].

III. Реализация

Конструкция ВТГ-ДУС (исполнение 1) (рис. 1) имеет параметры (табл. 1), которые могут быть расширены: увеличен диапазон измеряемых угловых скоростей до ± 10000 °/с и полоса пропускания до 150 Гц с уменьшением параметров точности и при некотором увеличении шума покоя.

Второе исполнение ВТГ-ДУС (рис. 2) с корпусом, снабженным амортизаторами в трех точках крепления, создает возможность построения трехосного измерительного модуля для систем ориентации, стабилизации и навигации динамичных носителей различного применения.

IV. Проектная оценка точности СОСН на ВТГ-ДУС

1. Трехосный измерительный модуль, может использоваться как устройство временной «пространственной памяти» в диапазоне измерения (±300 - ±2000) °/с и температурном интервале (- 40 – +85) °С: случайное блуждание 0,05°/√ч, нестабильность нуля 0,5 °/ч, нестабильность масштабного коэффициента (0,005 – 0,05) °/с.

2. Бескарданная гировертикаль, может применяться для определения углов по тангажу ±90 °, по крену ±180°. Точность определения углов в горизонтальном полете 0,5°, после выполнения разворотов и спиралей длительностью до 10 мин и выключенной коррекцией – не более 2°.

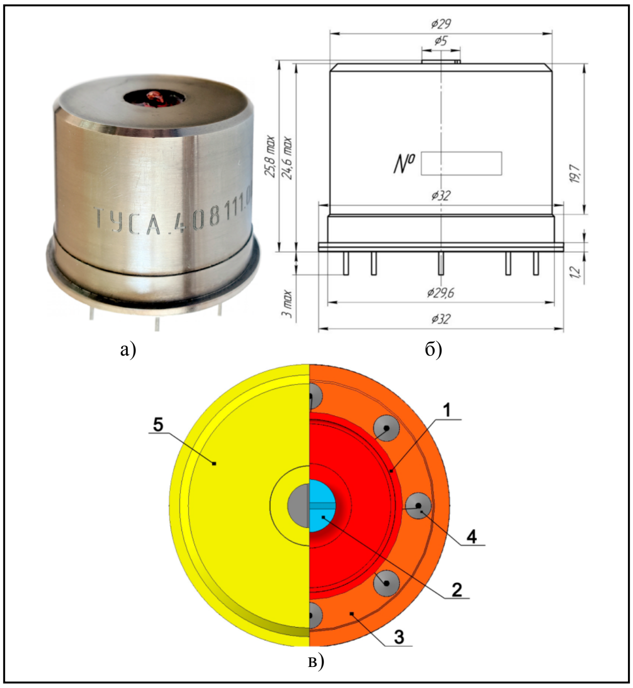


Рис. 1. ВТГ-ДУС с металлическим резонатором: а – общий вид, б – габаритные размеры, в – конструкция (1 – резонатор, 2 – узел крепления, 3 – корпус, 4 – гермовывод, 5 – кожух)

Технические параметры ВТГ-ДУС

Параметр	***Значение***
Количество осей	до 3 включительно
Формат выходных данных	Цифровой, аналоговый
Интерфейс	CAN, RS-232/422/485
Частота передачи выходных данных	500-10000 Гц
Температурная компенсация	есть
Диапазон измерения	до ±2000 °/с
Полоса пропускания	до 50 Гц
Случайный дрейф нулевого сигнала	менее 0,6 °/ч
Случайное блуждание	0,06 °/√час
Шум покоя, RMS	менее 0,025 °/с
Ошибка масштабного коэффициента во всем диапазоне температур	менее 0,05% для диапазона ± 2000°/с менее 0,005% для диапазона ± 200°/с
Время запуска	менее 3 с
Время выхода на режим	менее 6 с
Потребляемая мощность	менее 4 Вт
Диапазон рабочих температур	-40 ºС … +85 ºС
Диапазон температур хранения	-55 ºС … +90 ºС
Электромагнитные влияния	не защищено

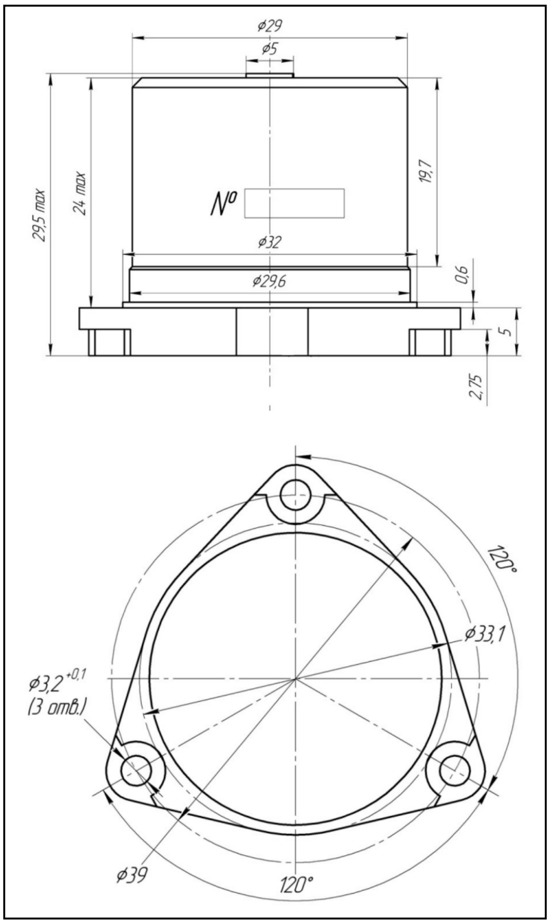


Рис. 2. ВТГ-ДУС с амортизированным корпусом (габаритные размеры)

3. Малогабаритный двухосный управляемый гиростабилизатор оптической аппаратуры, математическое моделирование которого определило отношение погрешности к возмущающему моменту менее 0,0005, а погрешность сопровождения менее 0,005 рад, при угловой скорости объекта 1 рад/с.

Заключение

Разработан и подготовлен к производству на серийном заводе ВТГ-ДУС с металлическим резонатором, с практически неограниченным временем работы, с параметрами среднего класса точности, который может быть применён в СОСН различных носителей.

Литература

[1] Матвеев В.А., Басараб М.А., Лунин Б.С., Чуманкин Е.А., Юрин А.В. Развитие теории создания волновых твердотельных гироскопов с металлическим резонатором // Вестник РФФИ. Фундаментальная инженерия. 2015. №3 (87). С. 84–96.

[2] Chikovani, V.V., Yatzenko, Yu.A., Investtigation of azimuth accuracy measurement with metallic resonator Coriolis vibratory

gyroscope, *Proc. of XVII International Conference on Integreted Navigation Systems* (31 May – 2 June 2010. St-Petersburg), St-Petersburg, 2010, pp. 25–30.

[3] Чуманкин Е.А. Результаты проектирования и испытаний датчика угловой скорости на основе волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2013. № 2 (81). С. 104–111.

[4] Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гиоскопов. С.-Петербург: ГНЦ РФ «ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. 315 с.

[5] Распопов, В.Я., Волчихин, И.А., Волчихин, А.И., Ладонкин, А.В., Лихошерст, В.В., Матвеев, В.В. Волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором / Под ред. В.Я. Распопова. Тула: Издательство ТулГУ, 2018. 189 с.

[6] Распопов В.Я., Алалуев Р.В., Ладонкин А.В., Лихошерст В.В., Шепилов С.И. Настройка и калибровка волнового твердотельного гироскопа с металлическим резонатором, работающего в режиме датчика угловой скорости // Гироскопия и навигация. 2020. Т. 28. №1. С. 31–41. DOI 10.17285/0869-7035.0019

Исследование нелинейных высокоинтенсивных динамических процессов в неидеальном резонаторе волнового твердотельного гироскопа*

М.А. Басараб
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
E-mail: basarab70@gmail.com

Д.С. Вахлярский
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
E-mail: vahlyar@yandex.ru

Б.С. Лунин
МГУ им. М.В. Ломоносова
Москва, Россия
E-mail: luninboris@yandex.ru

Е.А. Чуманкин
ОАО «АНПП «ТЕМП-АВИА»
г. Арзамас, Россия
E-mail: che54@mail.ru

***Аннотация*—Предложен численно-аналитический метод решения уравнения динамики кольцевого резонатора, закрепленного на произвольно вращающемся основании. Метод основан на комбинированном использовании обобщенного метода Бубнова–Галеркина (Канторовича) по углу и метода прямых (Роте) по временн*о*й переменной. В отличие от ранее приведенных результатов в исходной модели учитываются слагаемые, пропорциональные квадрату угловой скорости основания и угловому ускорению, также предполагается наличие неоднородности параметров резонатора по углу. Приведенный пример позволяет сделать вывод о пригодности метода для случая динамических процессов высокой интенсивности (большой квадрат угловой скорости и угловое ускорение), в частности, показан эффект снижения влияния дефекта параметров резонатора по 4-й гармонике на его динамику.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, расщепление частоты

I. Введение

В общем виде математическая модель динамики упругих процессов в тонкостенных оболочках резонаторов ВТГ описывается системой нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных. Численное интегрирование таких систем с достаточной точностью требует значительных вычислительных затрат. С учетом того, что основная часть энергии и максимальная амплитуда колебаний резонатора соответствуют области, примыкающей к его кромке, часто вместо модели упругой оболочки рассматривается кольцевая модель ВТГ.

Особенно просто анализ динамики кольцевого резонатора выполняется в случае постоянной угловой скорости основания и отсутствия дефектов в угловом распределении его параметров [1–3]. В этом случае уравнения динамики решаются аналитически, находятся собственная частота колебаний, коэффициент прецессии и другие кинематические и энергетические параметры. При определенном законе угловой скорости от времени (линейный, гармонический, закон квадратного корня и др.), путем сведения к известным дифференциальным уравнениям второго порядка с переменными коэффициентами, для кольцевого резонатора решения уравнений динамики также могут быть найдены аналитически в виде специальных функций [1]. Вид таких решений может быть достаточно громоздким и требовать различных асимптотических представлений для разных диапазонов скоростей. Кроме того, далеко не любой закон поворота основания позволяет получить такие аналитические решения. В частности, это касается таких практически важных случаев, когда угловая скорость меняет свой закон со временем, а также, если она задана не в аналитическом, а в табличном виде. Наконец, при выводе решений уравнений динамики ВТГ предполагается, что угловая скорость поворота основания мала и можно пренебречь ее квадратом, линеаризуя, таким образом, исходную задачу.

Целью работы является исследование нелинейных динамических процессов в резонаторе неидеального ВТГ при больш*и*х угловых скоростях и ускорениях, имеющим место, например, в бурильных головках современного нефтегазового оборудования.

В данной работе предлагается универсальный численно-аналитический метод решения уравнения динамики колебаний кольцевого резонатора при произвольном законе поворота основания и амплитудах угловых скоростей и ускорений. Метод основан на комбинированном использовании метода интегральных преобразований по пространственной переменной и метода прямых (Роте) по временн*о*й переменной. В литературе он известен под названием метода Канторовича [4], либо обобщенного метода Бубнова–Галеркина. Рассматриваются вопросы, связанные с устойчивостью, оценкой погрешности и вычислительной сложностью алгоритма реализации.

Известно, что на характеристики ВТГ большое влияние оказывает упруго-массовый дебаланс резонатора, возникающий из-за технологических погрешностей при его изготовлении [1–3, 5]. Этот дебаланс вызывает расщепление собственной частоты резонатора, снижает его добротность за счет рассеяния энергии колебаний в опорах, и приводит к возникновению систематического дрейфа стоячей волны. Поэтому необходим процесс балансировки, при котором массовый дисбаланс компенсируется путем удаления небольших количеств вещества из определенных мест резонатора.

В этой связи в работе отдельно рассматривается также важный случай моделирования динамики неидеального кольцевого резонатора с зависящими от угла физическими параметрами. При этом предполагается, что характеристики материала (плотность, модуль Юнга, добротность и др.) могут быть разложены в ряд Фурье по четырем низшим гармоникам неоднородности. Методом разделения (Фурье) можно получить решение динамики ВТГ в виде ряда по тригонометрическим базисным функциям, оценить расщепление частоты, ориентацию осей жесткости и дрейф стоячей волны как функцию амплитуды и фазы неоднородности. Совместный учет в предложенной математической модели как неидеальности материала резонатора, так и внешней высокоинтенсивной динамической нагрузки, позволяет сделать вывод о возможности динамической компенсации дрейфа несбалансированного резонатора при высоких скоростях и ускорениях резонатора, в частности, при высокочастотных вибрациях. Важным также является случай переходных процессов, при которых основание достаточно резко переходит от одного скоростного режима к другому. Могут быть исследованы как случаи свободных, так и вынужденных колебаний резонатора ВТГ.

Примеры демонстрируют эффективность предложенного метода анализа нелинейной динамики ВТГ. Метод позволяет эффективно исследовать ранее не рассмотренные динамические режимы функционирования неидеальных ВТГ как кольцевого типа, так и имеющих резонатор в форме оболочки вращения (полусферический, цилиндрический и др.). Результаты расчетов хорошо согласуются с вычислениями по методу конечных элементов (МКЭ), а также с экспериментальными данными.

II. Математическая модель

В качестве исходной возьмем модель свободных колебаний неидеального ВТГ с диссипацией, находящегося на основании, вращающемся с переменной угловой скоростью:

$$\begin{aligned}&\ddot{w}'' - \ddot{w} + 4\Omega\dot{w}' + 2\dot{\Omega}w' - \Omega^2(w^{\mathrm{IV}} + 3w'') + \left[\kappa^2(w'' + w)\right]^{\mathrm{IV}} + \\ &+\left[\kappa^2(w'' + w)\right]'' + \xi\left[\kappa^2(\dot{w}'' + \dot{w})\right]^{\mathrm{IV}} + \xi\left[\kappa^2(\dot{w}'' + \dot{w})\right]'' = F,\end{aligned} \tag{1}$$

где $w = w(\varphi, t)$ – радиальное перемещение точки на кромке кольца, м; $\Omega = \Omega(t)$ – угловая скорость поворота основания, рад/с; $\kappa^2 = EJ/(\rho SR^4)$; ρ – плотность материала, кг/м^3; S – площадь поперечного сечения, м^2; R – радиус средней нейтральной линии, м; E – модуль упругости материала, Па; $J = h^4/12$ – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси, м^4; h – толщина, м; ξ – время затухания, с; $F = F(\varphi, t)$ – ускорение точек системы под влиянием проекции внешней распределенной нагрузки на плоскость кольца, м/с^2.

В литературе чаще всего ограничиваются рассмотрением небольших угловых скоростей и ускорений ($\dot{\Omega}, \Omega^2 << 1$):

$$\ddot{w}'' - \ddot{w} + 4\Omega\dot{w}' + \kappa^2\left[w^{\mathrm{VI}} + 2w^{\mathrm{IV}} + w'' + \xi(\dot{w}^{\mathrm{VI}} + 2\dot{w}^{\mathrm{IV}} + \dot{w}'')\right] = F. \tag{2}$$

К сожалению, аналитический метод разделения переменных не может быть непосредственно использован в случаях наличия диссипации (даже равномерной по окружному углу). Он позволяет исследовать динамику резонатора ВТГ лишь для очень узкого класса угловых скоростей основания [1]: постоянной (Ω=const), изменяющейся по линейному закону (с помощью функций параболического цилиндра), изменяющейся по закону квадратного корня (с помощью функций Эйри), изменяющейся по гармоническому закону (с помощью функций Матье). И даже в этих случаях решение имеет слишком громоздкий вид. С другой стороны, метод конечных разностей позволяет смоделировать любые неоднородности характеристик и динамики ВТГ. Однако, для обеспечения устойчивости и малой погрешности аппроксимации необходимо либо использовать очень маленькие (синхронизированные между собой) шаги дискретизации по углу и времени, либо переходить к громоздким вычислительным схемам, обеспечивающим выполнение этих двух условий. В обоих случаях время расчетов даже на несколько секунд будет неприемлемо большим.

Поэтому далее перейдем к рассмотрению численно-аналитического метода, основанного на комбинированном использовании метода прямых (Роте) и интегральных преобразований. В литературе он часто встречается под названием метода Канторовича [4], либо обобщенного метода Бубнова–Галеркина [2].

III. Метод решения

В качестве исходной возьмем модель свободных колебаний ($F = 0$) неидеального ВТГ с диссипацией, находящегося на основании, вращающемся с переменной угловой скоростью (1). Для однозначного решения уравнения динамики его необходимо дополнить начальными условиями а также условиями периодичности:

$$\begin{aligned}&w(\varphi,0) = a_0(\varphi), \quad \dot{w}(\varphi,0) = a_1(\varphi);\\ &w^{(l)}(0,t) = w^{(l)}(2\pi,t), \quad l = 0,1,\ldots,5.\end{aligned} \tag{3}$$

Будем искать решение в виде

$$w(\varphi,t) = p(t)\sin 2\varphi + q(t)\cos 2\varphi \tag{4}$$

Подставив это выражение в (1), после последовательного скалярного домножения на базисные функции $\sin 2\varphi, \cos 2\varphi$ (метод Бубнова–Галеркина), получим систему

$$\begin{aligned}
&\ddot{p} - \frac{8}{5}\Omega\dot{q} + \frac{36}{5}\xi\dot{p}G_{\mathrm{ss}} + \frac{36}{5}\xi\dot{q}G_{\mathrm{cs}} + \\
&\quad + \frac{4}{5}\Omega^2 p - \frac{4}{5}\dot{\Omega}q + \frac{36}{5}pG_{\mathrm{ss}} + \frac{36}{5}qG_{\mathrm{cs}} = 0, \\
&\ddot{q} + \frac{8}{5}\Omega\dot{p} + \frac{36}{5}\xi\dot{p}G_{\mathrm{ss}} + \frac{36}{5}\xi\dot{p}G_{\mathrm{sc}} + \\
&\quad + \frac{4}{5}\Omega^2 q + \frac{4}{5}\dot{\Omega}p + \frac{36}{5}qG_{\mathrm{cc}} + \frac{36}{5}pG_{\mathrm{sc}} = 0,
\end{aligned} \tag{5}$$

где

$$G_{\mathrm{ss}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\kappa^2(\varphi)\sin^2 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi, \quad G_{\mathrm{cc}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\kappa^2(\varphi)\cos^2 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi,$$

$$G_{\mathrm{sc}} = G_{\mathrm{cs}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\kappa^2(\varphi)\sin 2\varphi\cos 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi.$$

Для решения системы (5) применим метод конечных разностей по времени на сетке

$$t_i = i\tau, \quad i = 0,1,\dots,M, \quad \tau = \frac{T}{M};$$

$$p_i = p(t_i), \quad q_i = q(t_i), \quad \Omega_i = \Omega(t_i), \quad \dot{\Omega}_i = \Omega(t_i).$$

Тогда, со вторым порядком точности по τ , имеем

$$\ddot{p}(t_i) \approx \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{\tau^2}, \quad \dot{p}(t_i) \approx \frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{2\tau};$$

$$\ddot{q}(t_i) \approx \frac{q_{i+1} - 2q_i + q_{i-1}}{\tau^2}, \quad \dot{q}(t_i) \approx \frac{q_{i+1} - q_{i-1}}{2\tau}.$$

Подставляя эти аппроксимации в (5), получим систему

$$\begin{aligned}
&\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{ss}}\right)p_{i+1} + \left(-\frac{4}{5}\tau\Omega_i + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)q_{i+1} = F_{1i}, \\
&\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cc}}\right)q_{i+1} + \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{sc}}\right)p_{i+1} = F_{2i},
\end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned}
F_{1i} &= \left[2 - \frac{36}{5}\tau^2\left(G_{\mathrm{ss}} + \frac{1}{9}\Omega_i^2\right)\right]p_i + \frac{36}{5}\tau^2\left(\frac{1}{9}\dot{\Omega}_i - G_{\mathrm{cs}}\right)q_i + \\
&+ \left(-1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{ss}}\right)p_{i-1} + \left(-\frac{4}{5}\tau\Omega_i + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)q_{i-1}, \\
F_{2i} &= \left[2 - \frac{36}{5}\tau^2\left(G_{\mathrm{cc}} + \frac{1}{9}\Omega_i^2\right)\right]q_i + \frac{36}{5}\tau^2\left(-\frac{1}{9}\dot{\Omega}_i - G_{\mathrm{sc}}\right)p_i + \\
&+ \left(-1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cc}}\right)q_{i-1} + \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{sc}}\right)p_{i-1}.
\end{aligned}$$

На каждом шаге i решение системы (6) имеет вид

$$p_i = \frac{\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cc}}\right)F_{1i} + \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i - \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)F_{2i}}{\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cc}}\right)\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{ss}}\right) + \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i\right)^2 - \left(\frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)^2},$$

$$q_i = \frac{\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{ss}}\right)F_{2i} - \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)F_{1i}}{\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cc}}\right)\left(1 + \frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{ss}}\right) + \left(\frac{4}{5}\tau\Omega_i\right)^2 - \left(\frac{18}{5}\xi\tau G_{\mathrm{cs}}\right)^2}.$$

Аппроксимация краевых условий получается после подстановки (4) в (3), замены

$$\dot{p}(0) \approx \frac{p_1 - p_0}{\tau}, \quad \dot{q}(0) \approx \frac{q_1 - q_0}{\tau}$$

и последовательного скалярного домножения на базисные функции $\sin 2\varphi, \cos 2\varphi$:

$$p_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}a_0(\varphi)\sin 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi, \quad p_1 = p_0 + \frac{\tau}{\pi}\int_0^{2\pi}a_1(\varphi)\sin 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi,$$

$$q_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}a_0(\varphi)\cos 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi, \quad q_1 = q_0 + \frac{\tau}{\pi}\int_0^{2\pi}a_1(\varphi)\cos 2\varphi\,\mathrm{d}\varphi.$$

IV. Вычислительный эксперимент

В качестве модели скорости возьмем экспоненциально уменьшающийся рост от 0 до A:

$$\Omega(t) = A\left(1 - \mathrm{e}^{-\beta t}\right), \quad \dot{\Omega}(t) = A\beta\,\mathrm{e}^{-\beta t}, \quad \beta > 0.$$

Примем наличие дефекта массы по 4-й гармонике, вызывающего расщепление частоты резонатора:

$$\kappa(\varphi) = \kappa_0 + \varepsilon_4\cos 4(\varphi - \theta_4)\,,$$

где ε_4 – амплитуда, а θ_4 – ориентация гармоники.

В этом случае

$$G_{ss} = \kappa_0^2 - \frac{\varepsilon_4}{2}\cos 4\theta_4, \quad G_{cc} = \kappa_0^2 + \frac{\varepsilon_4}{2}\cos 4\theta_4,$$

$$G_{sc} = G_{cs} = \frac{\varepsilon_4}{2}\sin 4\theta_4.$$

Без ограничения общности положим $\kappa_0 = 1$, что фактически аналогично переходу в (1) к безразмерным величинам времени, угловой скорости и времени затухания упругих релаксаций.

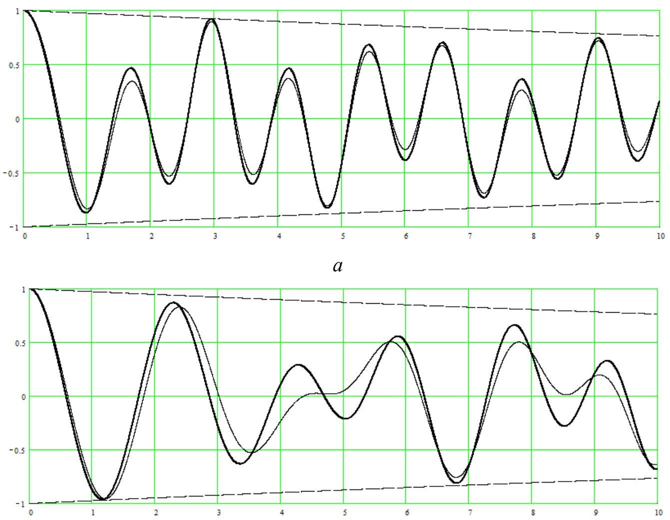
Для начальных условий (3) примем

$$a_0(\varphi) = \cos 2\varphi, \quad a_1(\varphi) = 0.$$

Анализ системы (5) и ее решения показывает, что при малых значениях ξ (высокая добротность) эффект разночастотности должен быть наиболее заметен при малых значениях Ω^2 и $\dot{\Omega}$. И наоборот, в случае быстрого нарастания угловой скорости до высокой амплитуды, влияние дефекта по 4-й гармонике будет менее существенным, а именно, когда

$$\varepsilon_4 << \frac{2}{9} A \cdot \min\{A, \beta\}. \quad (7)$$

Последнее условие корректно лишь при достаточно больших временах с начала процесса, однако, можно предположить, что при больших значениях параметра β эффект разночастотности еще не успеет заметно проявиться.



а

б

Рис. 1. Амплитуды колебаний в точке $\varphi = 0$ при параметрах $A = 2, \beta = 1$ (*а*) и $A = 2, \beta = 0.1$ (*б*) (полужирная линия – случай $\varepsilon_4 = 0$)

Для проверки последней гипотезы был проведен численный эксперимент при различных значениях параметров ε_4, A, β. Подтверждающие гипотезу результаты для двух комбинаций таких параметров, соответственно удовлетворяющих и не удовлетворяющих соотношению (7), приведены на рис. 1. Здесь было принято $\varepsilon_4 = 0.1$, $\theta_4 = \pi / 7$; интервал времени $t \in [0,10]$; шаг равномерной сетки $\tau = 1 \cdot 10^{-3}$.

Следует отметить, что полученный результат имеет достаточно общий характер и может быть получен при других законах резкого нарастания угловой скорости основания до больших значений, отличных от экспоненциального.

V. Заключение

Полученные численно-аналитические решения позволяют качественно оценить влияние нестационарной динамики и неоднородности характеристик ВТГ на его функционирование. По сравнению с аналитическими или численными моделями преимущество рассмотренного численно-аналитического метода Канторовича состоит в его высоком быстродействии и гибкости. Учитывая все это, можно заключить, что кольцевая модель может рассматриваться как эффективное средство наряду с уточненными моделями на основе МКЭ. Показано, что учет нелинейности в виде квадрата угловой скорости и ее ускорения в уравнении динамики ВТГ может позволить объяснить ряд эффектов, в частности, ослабление влияния дефекта массы по 4 гармонике и разночастотности на дрейф стоячей волны.

Литература

[1] Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985.

[2] Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1997.

[3] Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А., Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Радиотехника, 2014.

[4] Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука. Физматлит, 1981.

[5] Басараб М.А., Матвеев В.А., Лунин Б.С., Фетисов С.В. Влияние неоднородности толщины оболочки волнового твердотельного гироскопа на параметры дебаланса // Гироскопия и навигация. 2016. №4. С. 14–24.

Создание условий для максимального подавления влияния магнитного поля на дрейф нуля в зеемановских четырехчастотных и квазичетырехчастотных лазерных гироскопах*

Ю.Ю. Брославец
МФТИ
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

А.А. Фомичев
МФТИ
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

Д.М. Амбарцумян
МФТИ
г. Долгопрудный, Россия

Е.А. Полукеев
МФТИ
г. Долгопрудный, Россия

***Аннотация*—В работе проведены исследования, направленные на поиск условий, обеспечивающих подавление влияния магнитного поля на дрейф нуля в зеемановских четырехчастотных и квазичетырехчастотных лазерных гироскопах. Определены оптимальные области в пределах контура усиления активной среды и значений подставки, при работе в которых обеспечивается максимальное подавление влияния магнитного поля на дрейф гироскопа. Создана система, управляющая гироскопом и выводящая его в режим минимальной магнитной чувствительности. Получено ослабление влияния магнитного поля на дрейф нуля более чем на три порядка.**

Ключевые слова—лазерный гироскоп, четырехчастотный лазерный гироскоп, непланарный резонатор, зеемановская подставка

I. Введение

В лазерных гироскопах связь встречных волн приводит к нелинейности выходной частотной характеристики и образованию области захвата частоты, в которой разность частот встречных волн равна нулю и измерение вращения вызывает большие сложности [1–3, 13, 14]. Поэтому используют различные виды подставок, смещающих рабочую характеристику гироскопа в линейную область, что позволяет преодолеть влияние нелинейности характеристики. Одним из подходов, обеспечивающих создание частотной подставки, является использование магнитооптических явлений, для чего лазерный гироскоп делается чувствительным к магнитному полю благодаря либо эффекту Фарадея, либо работающим совместно эффектам Зеемана и затягивания частоты. Что позволяет путем наложения магнитного поля сместить рабочую точку на выходной частотной характеристике в линейную область и измерять малые вращения с высокой точностью. Но в этом случае лазерный гироскоп оказывается чувствительным к внешним магнитным полям, что существенно ухудшает его точность. В случае двухчастотных зеемановских лазерных гироскопов, для уменьшения влияния магнитного поля, используют несколько магнитных экранов, а также режим переключения ортогональных мод генерируемого излучения, это, так называемый, квазичетырехчастотный режим работы. В гироскопах с магнитооптической подставкой используется круговая поляризация, причем моды излучения с левой и правой поляризацией (рис. 1) имеют разный знак создаваемой разности частот встречных волн при воздействии магнитного поля. Поэтому, используя либо поочередную работу гироскопа на ортогональных поляризациях излучения, либо одновременную генерацию на модах с левой и правой поляризацией, так называемый четырехчастотный режим генерации, можно существенно уменьшить влияние магнитного поля [4–8]. Но чувствительность разности частот встречных волн при воздействии магнитного поля для мод с ортогональной поляризацией, хотя и имеет разный знак, по величине может отличаться в зависимости от ряда условий. Для зеемановских лазерных гироскопов величина расщепления частот генерации встречных волн определяется зеемановским расщеплением уровней и аномальной дисперсией усиливающей активной среды. Дисперсионная кривая зависит от усиления, ширины и симметричности контура усиления, который может изменяться при изменениях температуры, давления, состава рабочей смеси, соотношения изотопов неона, гелия, а также других параметров рабочей смеси [9–12]. Сумма частот зеемановских биений пучков ортогональных поляризаций [11]: $f_1 + f_2 = \mathrm{K}\xi$, где $\mathrm{K} = \Delta\nu\eta\mu\delta\, K(\mu,\delta)$; ξ – расстройка частоты; $\Delta\nu$ – ширина полосы резонатора; η – превышение усиления над потерями; μ – зеемановское расщепление подуровней; δ – межмодовый интервал; $K(\mu,\delta)$ – функция магнитной чувствительности к расстройке. Фактически это выражение с одной стороны определяет точность системы поддержания периметра, а с другой – остаточную чувствительность к влиянию магнитного поля. Для уменьшения остаточной чувствительности зеемановского лазерного гироскопа к внешним магнитным полям, рабочую точку, определяемую частотами генерации излучения мод с левой и правой поляризацией относительно контура усиления, необходимо выбирать так, чтобы обеспечивалось равенство по модулю чувствительностей к магнитному полю. Более устойчивым к влиянию изменяющихся внешних магнитных полей будет режим лазерного гироскопа, в котором рабочая точка обеспечивает меньшее изменение суммы частот при изменении величины магнитного поля. Это позволит, при изменениях параметров лазера, получить максимальное подавление влияния внешних магнитных полей.

II. Моделирование генерации в четырехчастотном лазерном гироскопе

В работе выполнено численное моделирование, расчет разностей частот и интенсивностей встречных волн

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00962 а.

для левой и правой круговых поляризаций в лазерном гироскопе с гелий-неоновой активной средой для перехода $3s_2$-$2p_4$ (633 нм) при воздействии магнитного поля и перестройке частоты генерации в пределах контура усиления. Рассмотрены рабочие смеси с соотношением изотопов 91% - ^{20}Ne и 9% - ^{22}Ne, а также 53/47% смесью ^{20}Ne и ^{22}Ne. В расчетах учитывался эффект пленения излучения на переходах неона. Определена оптимальная область работы гироскопа при перестройке частоты генерации в пределах контура усиления, обеспечивающая минимизацию влияния магнитного поля на дрейф нуля.

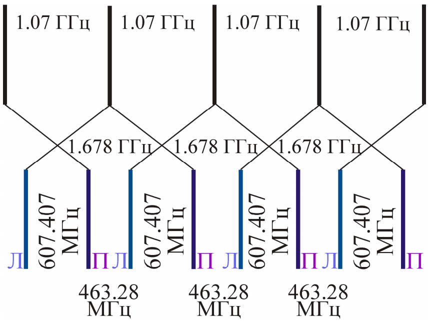


Рис. 1. Спектр частот симметричного непланарного резонатора с периметром 28 см

Динамика генерации в кольцевом лазере [14], в наиболее простом случае, с учетом рассеяния излучения, в четырехчастотном режиме описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dI_{1l}}{dt} = (c/L)I_{1l}[\alpha_{1l} - \beta_{1l}I_{1l} - \vartheta_{12l}I_{2l} - \theta_{12lr}I_{2r} - 2\rho_{2l}\cos(\psi_l + \varepsilon_{2l})] \\ \dfrac{dI_{2l}}{dt} = (c/L)I_{2l}[\alpha_{2l} - \beta_{2l}I_{2l} - \vartheta_{21l}I_{1l} - \theta_{21lr}I_{1r} - 2\rho_{1l}\cos(\psi_l - \varepsilon_{1l})] \\ \dfrac{d\psi_l}{dt} = \Omega_l + \tau_{21l}I_{1l} - \tau_{12l}I_{2l} + (c/L)[\rho_{2l}\sin(\psi_l + \varepsilon_{2l}) + \rho_1\sin(\psi_l - \varepsilon_{1l})] \\ \dfrac{dI_{1r}}{dt} = (c/L)I_{1r}[\alpha_{1r} - \beta_{1r}I_{1r} - \vartheta_{12r}I_{2r} - \theta_{12rl}I_{2l} - 2\rho_{2r}\cos(\psi_r + \varepsilon_{2r})] \\ \dfrac{dI_{2r}}{dt} = (c/L)I_{2r}[\alpha_{2r} - \beta_{2r}I_{2r} - \vartheta_{21r}I_{1r} - \theta_{21rl}I_{1l} - 2\rho_{1r}\cos(\psi_r - \varepsilon_{1r})] \\ \dfrac{d\psi_r}{dt} = \Omega_r + \tau_{21r}I_{1r} - \tau_{12r}I_{2r} + (c/L)[\rho_{2r}\sin(\psi_r + \varepsilon_{2r}) + \rho_1\sin(\psi_r - \varepsilon_{1r})] \end{cases} \quad (1)$$

Интенсивности могут быть найдены как:

$$I_{1l} = \left([\alpha_{1l} + 2\rho_{2l}\cos(\phi_l + \varepsilon_l)]\beta_{2l} - \vartheta_{12l}[\alpha_{2l} + 2\rho_{1l}\cos(\phi_l - \varepsilon_l)]\right)/D_l,$$
$$I_{2l} = \left([\alpha_2 + 2\rho_1\cos(\phi - \varepsilon)]\beta_1 - \vartheta_{21}[\alpha_1 + 2\rho_2\cos(\phi + \varepsilon)]\right)/D_l,$$
$$I_{1r} = \left([\alpha_{1r} + 2\rho_{2r}\cos(\phi_r + \varepsilon_r)]\beta_{2r} - \vartheta_{12r}[\alpha_{2r} + 2\rho_{1r}\cos(\phi_r - \varepsilon_r)]\right)/D_r,$$
$$I_{2r} = \left([\alpha_{2r} + 2\rho_{1r}\cos(\phi_r - \varepsilon_r)]\beta_{1r} - \vartheta_{21r}[\alpha_{1r} + 2\rho_{2r}\cos(\phi_r + \varepsilon_r)]\right)/D_r,$$

где $D_l = \beta_{1l}\beta_{2l} - \vartheta_{12l}\vartheta_{21l},\ D_r = \beta_{1r}\beta_{2r} - \vartheta_{12r}\vartheta_{21r};$ и $\theta_{12lr}, \theta_{21lr}, \theta_{12rl}, \theta_{21rl} = 0$

$$\rho_{1l} = r_{1l}\sqrt{I_{1l}/I_{2l}}),\quad \rho_{2l} = r_{2l}\sqrt{I_{2l}/I_{1l}}),\quad \Omega_l = \Omega_{2l} - \Omega_{1l} + \sigma_{2l} - \sigma_{1l}$$
$$\rho_{1r} = r_{1r}\sqrt{I_{1r}/I_{2r}}),\quad \rho_{2r} = r_{2r}\sqrt{I_{2r}/I_{1r}}),\quad \Omega_r = \Omega_{2r} - \Omega_{1r} + \sigma_{2r} - \sigma_{1r}$$

I_{1l}, I_{2l}, I_{1r}, I_{2r} – безразмерные интенсивности встречных волн ортогональных поляризаций; α_{1l}, α_{2l}, α_{1r}, α_{2r} – разности коэффициентов усиления и потерь ортогональных поляризаций; β_{1l}, β_{2l}, β_{1r}, β_{2r} – коэффициенты насыщения каждой из волн; ϑ_{1l}, ϑ_{2l}, ϑ_{1r}, ϑ_{2r} – коэффициенты кросс насыщения каждой из волн; θ_{12lr}, θ_{21lr}, θ_{12rl}, θ_{21rl} – коэффициенты кросс насыщения встречных волн ортогональных поляризаций; ρ_{1l}, ρ_{2l}, ρ_{1r}, ρ_{2r} – коэффициенты связи, обусловленные обратным рассеянием.

Решение системы уравнений (1) позволяет получить величину амплитудной модуляции интенсивности и сдвиг фазы колебаний амплитуды каждой из встречных волн ортогональных поляризаций (рис. 2). Более точную систему уравнений можно найти в работах [9-12].

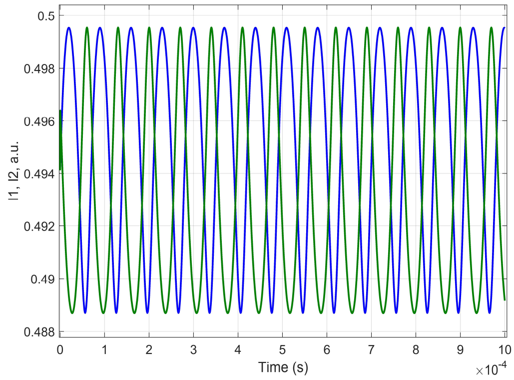


Рис. 2. Амплитудная модуляция встречных волн для одной из поляризаций

III. Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования проводились на двух созданных установках, включающих в себя двух или четырехчастотный гироскоп с зеемановской подставкой, блок управления и питания гироскопа, комплекс контрольно-измерительной аппаратуры, компьютер с платой АЦП и ЦАП (рис. 3, 4). Периметр используемого двухчастотного гироскопа ~ 20 см, четырехчастотного ~ 28 см. Для обеспечения работы в четырехчастотном режиме использовалась ~ 53/47% смесь изотопов Ne^{20} и Ne^{22} неона в активной среде. Двухчастотный гироскоп мог работать в квазичетырехчастотном режиме. Рабочая точка, соответствующая частотам генерации мод излучения с левой и правой поляризацией относительно контура усиления, устанавливалась с помощью системы регулирования периметром, основываясь на нескольких критериях. Самым грубым критерием являлось равенство мощностей генерации волн с левой и правой поляризацией, этот критерий использовался в начальный момент после поджига разряда. Затем происходила более тонкая настройка периметра резонатора - частоты генерации ортогональных мод излучения устанавливались таким образом, чтобы их подставки были равны (рис. 5). В этом случае чувствительность к воздействию магнитного поля на расщепление частот генерации ортогонально поляризованных мод излучения становилась одинаковой, но с противоположным знаком. Изменение величины магнитного поля (рис. 5) приводит к изменению областей существования мод с левой и правой поляризацией [9–12], при этом меняется еще и амплитуда сигналов биений встречных волн. В результате, при изменении величины магнитного поля подставки, рабочая точка, определяемая равенством модулей магнитных чувствительностей, смещается (рис. 6.). Увеличение магнитного поля подставки приводит к уменьшению крутизны кривой (рис. 6.) и одновременно выравниванию амплитуд сигналов биений ортогональных поляризаций. Таким образом, при работе на пологом участке, где зависимость имеет первую производную, близкую к нулевой, изменение магнитного поля не будет смещать рабочую точку четырехчастотного лазерного гироскопа. Гироскоп в этом случае будет обладать меньшей остаточной магнитной чувствительностью и более высокой стабильностью характеристик. А рабочая точка будет находиться ближе к середине областей существования мод с левой и правой поляризацией (рис. 5).

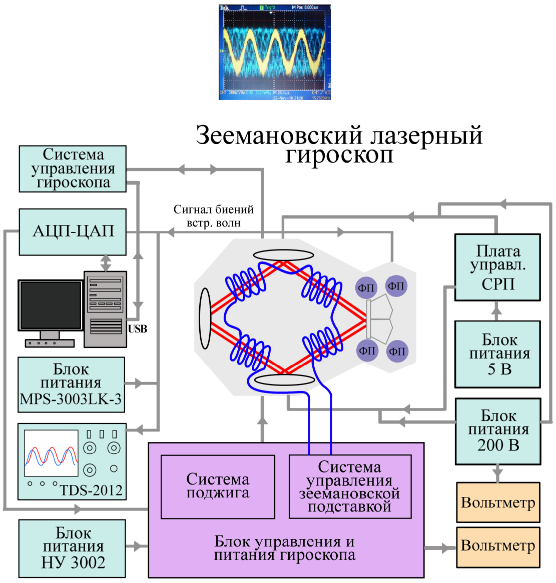


Рис. 3. Схема экспериментальной установки и осциллограмма сигналов биений встречных волн ортогональных поляризаций

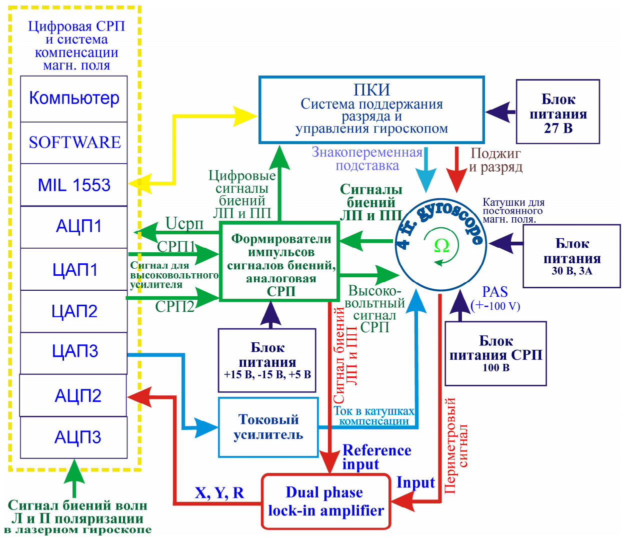


Рис. 4. Блок-схема системы управления четырехчастотным зеемановским лазерным гироскопом

Дополнительно к вычитанию влияния магнитного поля при использовании сигналов биений встречных волн мод с ортогональной поляризацией, основываясь на измеряемых параметрах сигналов биений, вычислялась величина пропорциональная воздействующему на гироскоп внешнему магнитному полю (рис. 7) и подавалась в систему компенсации этого магнитного поля (рис. 4). Вырабатываемый цифровой сигнал поступал на ЦАП, после чего усиливался, затем преобразовывался в ток, пропускаемый по катушке, намотанной вокруг гироскопа (рис. 4). В таком режиме гироскоп работает в малых внешних магнитных полях, что уменьшает нелинейные эффекты. В результате удавалось существенно ослабить воздействие внешнего магнитного поля (рис. 7, 8). Для лазерного гироскопа, работающего в квазичетырехчастотном режиме, при настройке частоты генерации относительно контура усиления для мод с левой и правой поляризацией рабочая точка выбиралась таким образом, чтобы чувствительность к магнитному полю, определяемая по величине подставки, по модулю была равной. Это позволяло существенно ослабить влияние магнитных полей на дрейф нуля зеемановского двухчастотного лазерного гироскопа.

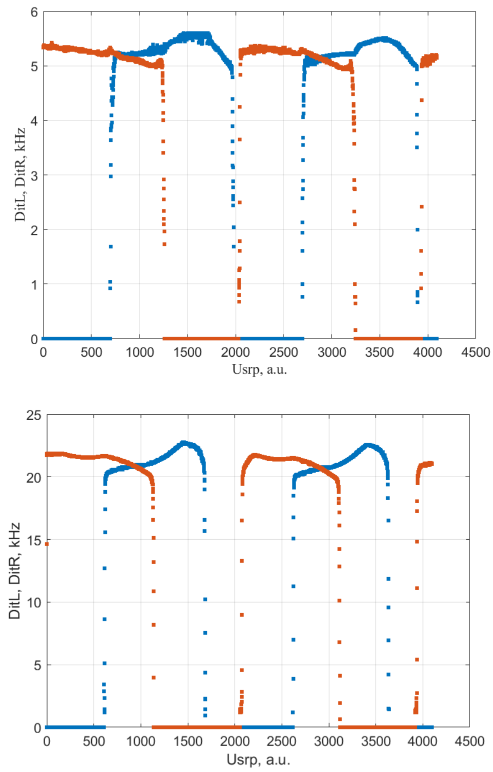


Рис. 5. Зависимости величин подставок от перестройки длины резонатора для ортогональных поляризаций для меньшего (а) и большего (b) знакопеременного тока в катушках, создающих магнитное поле в активной области гироскопа. Рабочая точка, соответствующая равенству этих подставок (точка пересечения) при малых величинах магнитного поля зеемановской подставки смещена к краю области одновременного существования волн ортогональных поляризаций (a). При оптимальных магнитных полях рабочая точка оказывается ближе к середине (b) области существования волн ортогональных поляризаций

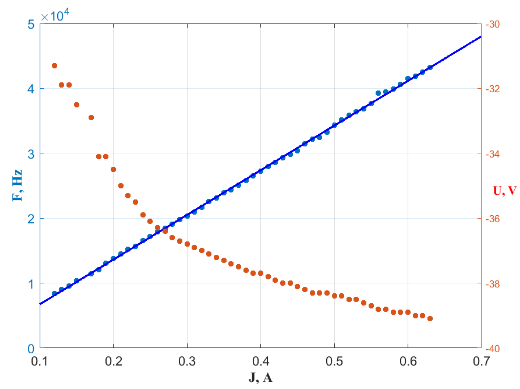


Рис. 6. Зависимость величины знакопеременной зеемановской подставки (F) и напряжения (U) в системе СРП, соответствующих равенству подставок для ортогональных мод, от тока в катушках (J)

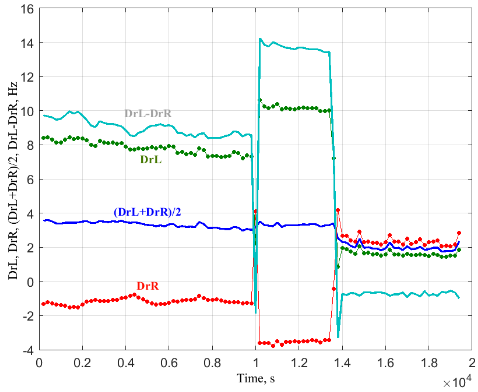


Рис. 7. Графики зависимостей сигналов биений встречных волн ортогональных поляризаций от времени при ступенчатом изменении величины магнитного поля. Кривая, отображаемая синим цветом, является суммой сигналов для ортогональных поляризаций и показывает существенное ослабление влияния магнитного поля. Серым оттенком показана величина пропорциональная внешнему магнитному полю и может быть использована для магнитного экранирования или в модели ошибок для дрейфа гироскопа

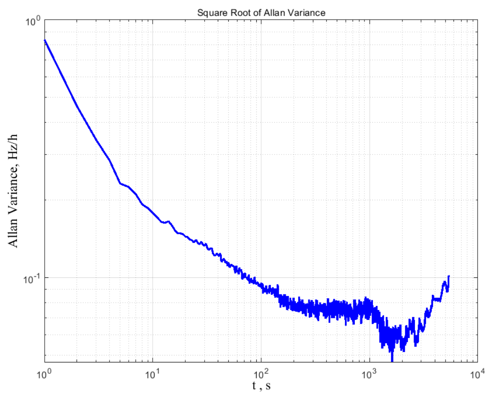


Рис. 8. Вариация Аллана для четырехчастотного лазерного гироскопа в рабочем режиме

Заключение

В результате проведенных исследований получены оптимальные области частот генерации в пределах контура усиления активной среды, а также необходимая амплитуда подставки, обеспечивающие максимальное подавление влияния изменений магнитного поля на дрейф нуля гироскопа. Создана система управления гироскопом, выводящая его в режим минимальной магнитной чувствительности к изменениям внешнего магнитного поля, а также система активного магнитного экранирования. Использование разработанных методов в четырехчастотном лазерном гироскопе, в совокупности, позволяет получить ослабление влияния магнитного поля более чем на три порядка. Полученные результаты могут быть использованы как при работе в четырехчастотном режиме зеемановского лазерного гироскопа, так и на двухчастотных зеемановских лазерных гироскопах с квазичетырехчастотным режимом работы.

Авторы выражают особую благодарность А.И. Варенику, В.С. Суслину и А.Д. Морозову за создание электронных блоков для лазерного гироскопа.

Литература

[1] Ароновиц, Ф. Лазерные гироскопы // Применение лазеров. М.: «Мир», 1974. С. 182–269.

[2] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. Кольцевые газовые лазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии // Квантовая электроника. 2000. 30. №2. С. 96–104.

[3] Зейгер С.Г., Климонтович Ю.Л., Ланда П.С. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. М.: «Наука», 1974. 415 с.

[4] Jianqiang, Y., Baolun Y., Meng G., and Yong Z., Study on the magnetic sensitivity of four frequency differential ring laser gyro, *2nd IEEE International Conference on Information Management and Engineering*, Chengdu, IEEE, 2010, pp. 529–533.

[5] Smith, I.W., Dorschner, T.A., and Holz, M., Four-frequency ring laser gyroscopes, *ICALEO*, Orlando, Laser Institute of America, 1982, 84.

[6] Smith, I.W. and Dorschner, T.A., Biassing The raytheon four-frequency ring laser gyroscope, *22nd Annual Technical Symposium, San Diego, SPIE Proceedings*, 1978, vol. 0157, pp. 21–29.

[7] Andrews, D.A. and King, T.A., Investigation of a multi-oscillator ring laser with magneto-optic bias, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1994, 27, pp. 1815–1822.

[8] Volk, C.H., Gillespie, S.C., Mark, J.G., Tazartes, D.A. Multioscillator ring laser gyroscopes and their applications, Optical Gyros and their Applications, *NATO RTO AGARDograph*, 1999, p. 339.

[9] Назаренко М.М., Савельев И.И., Скулаченко С.С., Хромых А.М., Юдин И.И. Исследование зеемановских биений в двухмодовом лазере бегущей волны // Квантовая электроника. 1977. Том 4. №8. С. 1738–1746.

[10] Назаренко М.М., Рыбаков Б.В., Серебряков Г.С., Скулаченко С.С., Юдин И.И. Лазерный источник излучения для практической интерферометрии // Квантовая электроника. 1977. Том 4. № 4. С. 880–882.

[11] Назаренко М.М., Савельев И.И., Скулаченко С.С., Хромых А.М., Юдин И.И. Взаимодействие мод с ортогональными круговыми поляризациями в кольцевом зеемановском лазере // Квантовая электроника. 1979. Том 6. №8. С. 1698–1704.

[12] Веткин В.А., Хромых А.М. Конкуренция продольных мод в кольцевом лазере с анизотропным резонатором // Квантовая электроника. 1972. №3(9). С. 59–68.

[13] Broslavets, Yu.Yu., Fomichev A.A., Ambartsumyan, D.M., Buitrago Oropeza, J.C., Polukeev, E.A., Measurement and active reduction of the coupling of counterpropagating waves due to scattering in a laser gyroscope when it operates with a frequency biasing, *International Conference Laser Optics (ICLO), IEEE Xplore Digital Library*, 2018. DOI: 10.1109/LO.2018.8435712

[14] Aronowitz, F., Collins, R.J., Lock-In and Intensity-Phase Interaction in the Ring Laser, 1970, 41, pp.130–141.

Установка для измерений комплексных коэффициентов связи в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа*

Е.А. Петрухин
АО «Серпуховский завод «Металлист»,
Серпухов, РФ
e-mail: petruhin53@mail.ru

А.С. Бессонов
МИРЭА – Российский технологический университет
(РТУ МИРЭА),
Москва, РФ

***Аннотация*—Описана установка для измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом оптическом резонаторе лазерного гироскопа. Использование результатов измерений позволяет на этапе сборки лазерного гироскопа прогнозировать величины порога захвата и нелинейных поправок масштабного коэффициента, связанных с влиянием обратного рассеяния зеркал кольцевого резонатора.**

Ключевые слова—лазерный гироскоп, кольцевой резонатор, обратное рассеяние, комплексные коэффициенты связи, порог захвата

I. Введение

Одним из основных источников погрешности лазерного гироскопа (ЛГ) на основе кольцевого He-Ne лазера с длиной волны λ=632.8 нм является обратное рассеяние (ОР) на зеркалах. Его величина характеризуется комплексными коэффициентами связи (ККС), модули которых представляют собой части поля собственных колебаний кольцевого резонатора (КР), рассеянных во встречных направлениях [1]. Наличие диссипативной составляющей ККС является причиной так называемого захвата частот встречных волн (ВВ). Влияние консервативной составляющей приводит к нелинейным искажениям масштабного коэффициента ЛГ.

Существующая на сегодняшний день метрологическая база позволяет определить величины ККС лишь на конечной стадии сборки гироскопа после заполнения датчика рабочей газовой смесью. Практика показывает, что при массовой сборке, разброс значений ККС значителен. Например, различие между минимальными и максимальными значениями порога захвата достигает 20-30 раз [2]. Объяснить это влиянием крупных пылевидных частиц в рабочей зоне зеркал не всегда удается. Столь большой разброс величин параметров обусловлен, прежде всего, физической природой формирования полей ОР в КР (так называемой спекл-структурой поля обратного рассеяния). Следует также учитывать, что оценить величину этих коэффициентов становится возможным после трудоемкой процедуры электровакуумной обработки моноблочного датчика. По этой причине, измерения ККС на стадии сборки и юстировки кольцевого резонатора является не только крайне важным средством контроля, но, что более важно, позволяет повысить точность лазерного гироскопа.

II. Физические основы измерений комплексных коэффициентов связи в кольцевом оптическом резонаторе

При измерении ККС используются две оптические схемы, представленные на рис. 1. Схема №1 (рис. 1, *а*) описывает процесс измерений модулей ККС. Схема №2 (рис. 1, *б*) иллюстрирует измерения величины суммарного фазового сдвига, возникающего в результате ОР зеркал КР. Подробно метод измерения ККС описан в работе [3]. Ниже дано краткое описание метода.

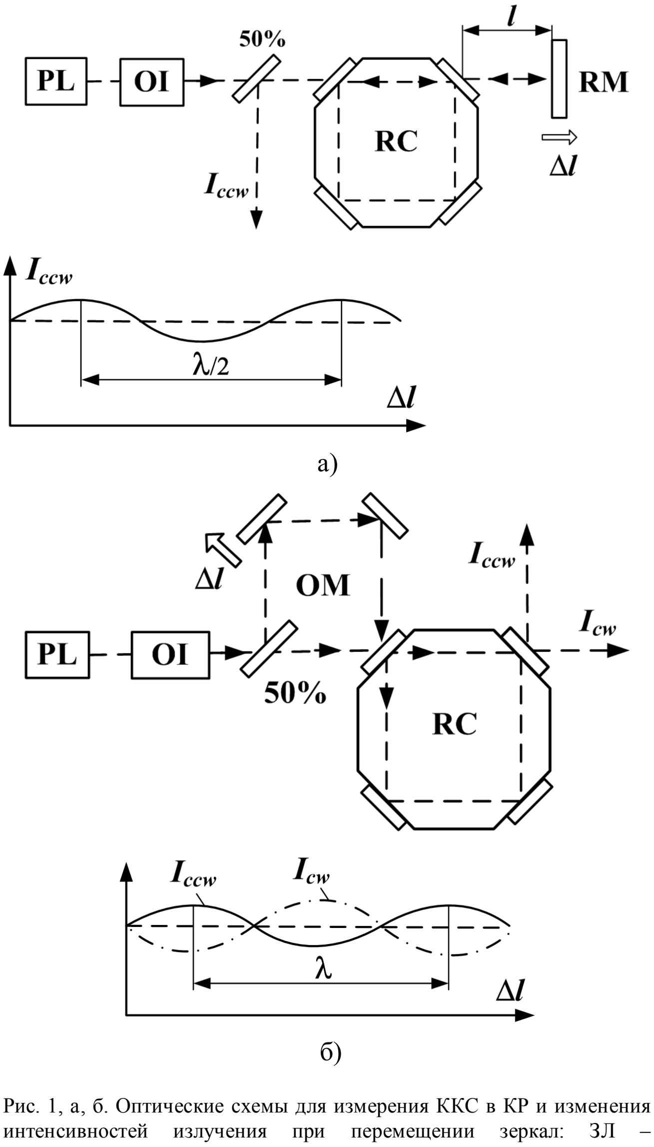


Рис. 1, а, б. Оптические схемы для измерения ККС в КР и изменения интенсивностей излучения при перемещении зеркал: ЗЛ – зондирующий лазер, ОИ – оптический изолятор, 50% – полупрозрачная делительная пластина, ВЗ – возвратное зеркало, ОС – оптический смеситель, КР – кольцевой резонатор

При помощи излучения зондирующего He-Ne лазера (ЗЛ) с длиной волны 632.8 нм во встречных направлениях КР возбуждаются собственные колебания. Интенсивности излучений, выходящие из КР, представляют собой результат интерференции полей ОР и собственных колебаний резонатора. Принимая во внимание малые величины модулей ККС и совпадение частоты генерации ЗЛ с частотой собственного колебания КР, получаем следующие соотношения для интенсивностей встречных волн:

$$I_{cw} = I^0_{cw}\left[1 + \frac{4r_{ccw}}{\delta}\sqrt{\frac{I^0_{ccw}}{I^0_{cw}}}\cos(\chi + \varphi_{ccw})\right], \qquad (1)$$

$$I_{ccw} = I^0_{ccw}\left[1 + \frac{4r_{cw}}{\delta}\sqrt{\frac{I^0_{cw}}{I^0_{ccw}}}\cos(\chi - \varphi_{cw})\right], \qquad (2)$$

где I_{cw} и I_{ccw} – интенсивности излучений, выходящих из КР в направлении по и против часовой стрелки, I^0_{cw} и I^0_{ccw} – их постоянные составляющие, δ – потери КР, φ_{cw} и φ_{ccw} – фазовые сдвиги из-за ОР. Из структуры уравнений, описывающих интенсивности и разность фаз ВВ, следует, что фазовые сдвиги, возникающие при ОР, фигурируют в этих уравнениях в виде суммы $\varphi = \varphi_{cw} + \varphi_{ccw}$. Поэтому под ККС подразумеваются величины трех параметров: r_{cw}, r_{ccw} и φ.

При медленном (с периодом 10-20 секунд) перемещении зеркал, располагающихся снаружи измеряемого КР, величина разности фаз χ изменяется в диапазоне от 0 до 2π. В интенсивностях ВВ наблюдаются небольшие (0.1–1%) изменения. Наблюдаемый при этом сдвиг между положениями экстремумов интерференционных картин является искомой величиной суммарного фазового сдвига φ. Например, в случае $\varphi=\pi$ положение максимума интенсивности одной из волн будет совпадать с положением минимума интенсивности встречной волны. Использование схемы №1 позволяет измерить модули ККС.

В этом случае контраст регистрируемой интерференционной картины, представляемый собой отношение разности максимального и минимального значений интенсивности к их сумме, равняется:

$$c_{ccw} = \frac{I^{\max}_{ccw} - I^{\min}_{ccw}}{I^{\max}_{ccw} + I^{\min}_{ccw}} = \frac{2}{T\sqrt{R}}r_{cw}, \qquad (3)$$

где T – коэффициент пропускания выходного зеркала КР, R – коэффициент отражения (по интенсивности) ВЗ. При измерении модулей ККС ВВ собственные колебания в КР поочередно возбуждаются в направлениях по и против часовой стрелки. Соответственно с этим изменяется положение ВЗ.

В случае схемы №2 (Рис. 1б) величины контрастов описываются следующим соотношением:

$$c_{cw,ccw} = \frac{4r_{cw,ccw}}{\delta}. \qquad (4)$$

III. Описание измерительной установки

На рис. 2 представлена блок-схема установки, которая помимо модулей ККС позволяет измерять суммарный фазовый сдвиг, возникающий из-за ОР. В состав схемы входят 6 основных блоков: зондирующий лазер (ЗЛ), блок стабилизации частоты (БСЧ), оптический смеситель (ОС), блок регистрации и обработки оптических сигналов (БР), блок управления (БУ). В качестве объекта измерения на рисунке представлен измеряемый КР с системой управления периметром (КРсСУП).

При практической реализации метода необходимо решить целый ряд ключевых задач. Прежде всего необходимо иметь высокостабильный зондирующий He-Ne лазер (ЗЛ) с длиной волны 632.8 нм, корпус которого выполнен из материала со сверхнизким коэффициентом теплового расширения. Лазер должен быть снабжен пьезоэлектрическим корректором (ПЭК) для управления частотой генерации. Выходная мощность одномодовой генерации лазера, используемого в установке, составляет около 200 мкВт.

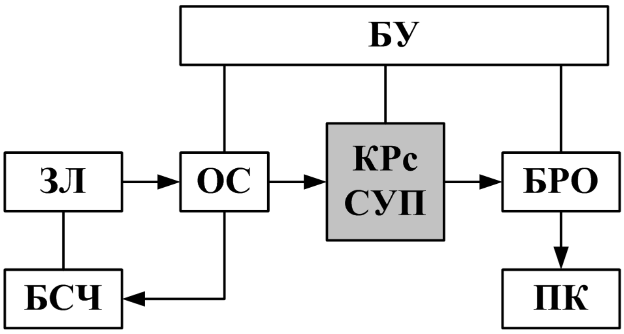


Рис. 2. Схема установки, позволяющей измерять суммарный фазовый сдвиг интенсивностей встречных волн: ЗЛ –зондирующий лазер, БСЧ – блок стабилизации частоты, БУ – блок управления, ОС – оптический смеситель, КРсСУП – кольцевой резонатор с системой управления периметром, БРО – блок регистрации и обработки, ПК – персональный компьютер

Вторым по важности элементом установки является БСЧ, обеспечивающий привязку частоты генерации лазера к частоте собственного колебания измеряемого КР. На рис. 3 показана схема управления частотой генерации ЗЛ. Для стабилизации частоты генерации зондирующего лазера используется амплитудный резонанс мощности выходящего из КР излучения. В БСЧ используется сигнал ошибки, пропорциональный первой производной функции Лоренца. Для этого в управляющий сигнал ПЭК вводится гармоническая модуляция с частотой около 10 кГц. Сигнал ошибки подается на вход ПИД-регулятора, выход которого подключается к ПЭК ЗЛ. При оптимальной настройке БСЧ, среднее значение мощности, выходящей из КР, составляет примерно 50% его пикового значения. Временная зависимость интенсивности излучения, выходящего из КР при работающем БСЧ, представлена на рис. 4. Для измерений используются фотоприемники, содержащие кремниевые фотодиоды с диаметром фоточувствительной площадки 1 мм и схемы преобразования фототок-напряжение, выполненные на операционном усилителе.

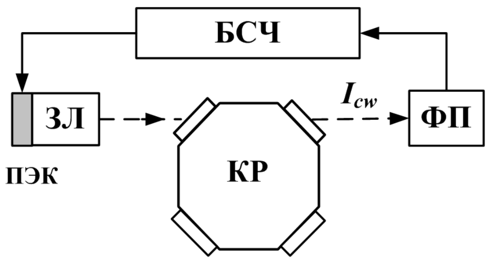


Рис. 3. Схема управления частотой генерации зондирующего лазера: ЗЛ – зондирующий лазер, ПЭК – пьезоэлектрический корректор, ФП – фотоприемник

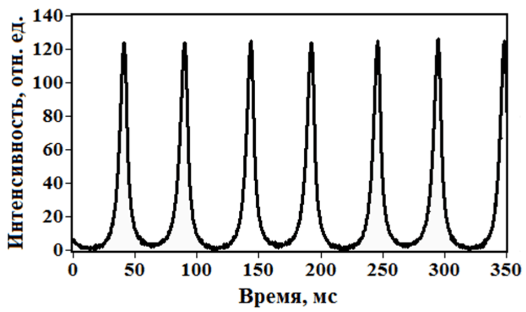


Рис. 4. Зависимость интенсивности выходного излучения кольцевого резонатора от времени

Для возбуждения ВВ в измеряемом КР используется оптический смеситель (см. рис. 5), который представляет собой систему из двух пар поворотных зеркал, снабженных пьезоэлектрическими корректорами, и полупрозрачной делительной пластинки (50%). Для снижения влияния паразитной волны, возвращающейся в ЗЛ, перед выходным зеркалом ЗЛ установлен оптический изолятор (ОИ) с коэффициентом ослабления 40-60 дБ. Для этой же цели на ПЭК поворотных зеркал управляющие напряжения подаются таким образом, чтобы расстояние между КР и ЗЛ не изменялось. На одну пару зеркал подается переменное напряжение с частотой 350 Гц и амплитудой соответствующей продольному перемещению λ/2 (для проведения измерений переменной составляющей интенсивности излучения), на другую пару зеркал подается напряжение треугольной формы с периодом около 20 секунд и амплитудой перемещения 1 λ.

Следует отметить, что в реальных условиях использования ЛГ величины ККС не остаются неизменными. Тепловые, механические и другие деформации КР, а также работа системы стабилизации периметра изменяют величины модулей суммарных ККС и фазового сдвига из-за ОР. Использование в измерениях системы управления периметра КР позволяет промоделировать влияние этих деформаций. Для этого рабочий воздушный объем измеряемого КР герметизируется. Нагрев небольшой части этого объема (см. рис. 5) дает возможность изменять плечи кольцевого резонатора контролируемым образом. Два технологических ПЭКа, установленных снаружи КР используются для стабилизации периметра.

В БРО оптических сигналов (см. рис. 2) входят два фотоприемника (ФП). В состав каждого ФП кроме кремниевого фотодиода и преобразователя «фототок-напряжение» входит узкополосный фильтр, настроенный на частоту 350 Гц. Выходы обоих ФП подсоединены к входам двух синхронных детекторов. Амплитуды переменных составляющих сигналов регистрируются при помощи аналого-цифрового преобразователя и передаются в персональный компьютер. Величины модулей ККС и суммарного фазового сдвига из-за ОР определяются в результате процесса обработки регистрируемых временных зависимостей при помощи прикладной программы, установленной на ПК.

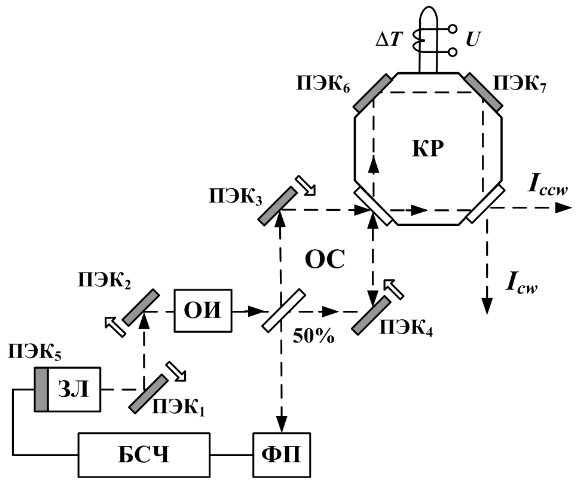


Рис. 5. Оптическая схема установки с нагревателем

В блок управления (БУ) входят источники питания фотоприемников и пьезоэлектрических корректоров, генератор напряжения треугольной формы с высоковольтным усилителем (амплитуда сигнала – 200 В), генератор модулирующего напряжения с частотой 350 Гц.

IV. Основные характеристики установки

Основные характеристики системы следующие:

1) Минимальная величина модуля ККС кольцевого резонатора 0.01 ppm;

2) Точность измерения величины суммарного фазового сдвига из-за обратного рассеяния 1-2 градуса;

3) Время тестирования кольцевого резонатора для прогнозирования максимальной и минимальной величины порога захвата ЛГ – 1-2 часа.

Фотография оптической части установки приведена на рис. 6.

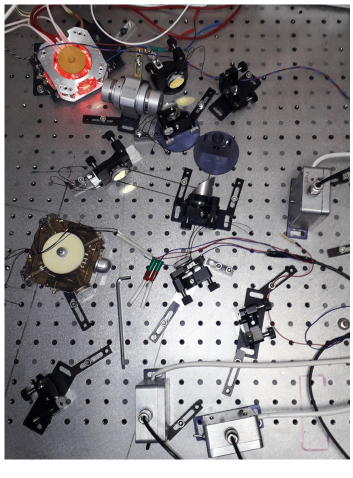


Рис. 6. Внешний вид оптической части установки

Литература

[1] Aronowitz, F. and Collins, R.J., Mode Coupling Due to Backscattering in a He-Ne Traveling-wave Ring Laser, *Applied Physics Letters*, 1966, vol. 9, pp. 55–57.

[2] Петрухин Е.А., Бессонов А.С. Минимизация порога захвата лазерного гироскопа на стадии сборки и юстировки кольцевого резонатора // Сборник материалов юбилейной XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 212–215.

[3] Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. Способ измерения комплексных коэффициентов связи в кольцевом резонаторе лазерного гироскопа // Квантовая электроника. 2017. №7(47). С. 675–682.

Теория и методы исследования нелинейной динамики балочно-пластинчатого нанорезонатора с учетом связанности полей температуры и деформации в аддитивном цветном шуме*

И.В. Папкова
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов
E-mail: ikravzova@mail.ru

А.В. Крысько
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов
E-mail: anton.krysko@gmail.com

В.А. Крысько
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов
E-mail: tak@sun.ru

***Аннотация*—Построена теория геометрически нелинейной динимики нанопластинок с учетом связанности полей температуры и деформации на основе модифицированной моментной теории, учитывающая поперечную нагрузку и аддитивный цветной шум. Разработан метод исследования на основе качественной теории дифференциальных уравнений. Приводится пример исследования влияния аддитивного цветного шума на нелинейные колебания упругой балки Эйлера-Бернулли.**

Ключевые слова—NEMS, МЭМС, математическая модель, нанопластинка, нанобалка, связанная задача термоупругости на основе модифицированной моментной теории и теории Кармана, хаос, ляпуновские показатели, Фурье-спектр.

I. Введение

Наноэлектромеханические системы (НЭМС) являются следующим шагом в развитии микроэлектромеханических систем (МЭМС). НЭМС – это системы с характерными размерами в несколько нанометров. В процессе эксплуатации элементы НЭМС могут подвергаться воздействию как силовым, так и шумовым нагрузкам. Необходимо построение новых уточненных математических моделей пластинчатых резонаторов, которые отражали бы наиболее близко реальную работу МЭМС и НЭМС.

В работе [1-2] приведены натурные эксперименты для акселерометра МЭМС, которые показывают, что аддитивный фликкер-шум меняет значение выходной частоты и ее мощность. Существуют различные типы источников шума, таких как дробовый шум, тепловой шум и фликкер-шум в электронных устройствах и шум из-за броуновского движения в случае МЭМС, которые ограничивают производительность этих систем [3]. В приложениях связи, шум вызывает ухудшение SNR или BER что приводит к потере или ошибкам в принятом сигнале. Некоторые исследования, проведенные в прошлом посвящены проблеме колебаний и процессов теплообмена наноразмерный резонатор с учетом термоупругого поля. В [4-5] изучили различные задачи колебаний и процессов теплообмена наноразмерного резонатора. Влиянию температурных полей на нано- и микро элементы посвящены работы [6-9].

В настоящее время широко распространено несколько теорий связанной термоупргости. Это теория Biot [10], теории Lord and Shulman (LS) [11], Green–Naghdi (GN) [12], Chandrasekharaih (CT) [13].

В работах [14]-[16] была построена математическая модель первого, второго и третьего приближений с учетом связанности полей температуры и деформации, исходя из вариационных принципов для гиперболического и параболического уравнений теплопроводности, для гибких прямоугольных в плане пластин и оболочек при действии ударных поперечных нагрузок. Отмечается, что учет связанности полей деформации и температуры может приводить к динамической потери устойчивости. Для построенных математических моделей доказаны теоремы существования решения.

В работе [17] построены аналитические решения модельных краевых задач для термоупругого ограниченного тела и определение характерных размеров тел и термомеханических модулей среды, для которых необходимо учитывать связанность температурного поля и поля перемещений. Рассмотрены модели, построенные на основе закона теплопроводности Фурье и обобщенного закона Каттанео-Джеффриса, учитывающего инерцию теплового потока.

Влияние связанности полей температуры, концентраций и напряжений на распространение химического превращения в пластине в условиях механического нагружения в виде одноосного растяжения и чистого сдвига показано в работе [18].

Целью данной работы является создание новых математических моделей пластинчато-балочных резонаторов НЭМС, которые учитывают масштабные эффекты и наиболее полно отражают работу нано электромеханической системы и позволят определить и улучшить ее основные рабочие характеристики.

II. Mathematical model

Объектом исследования является прямоугольная в плане пластинка, занимающая в пространстве R^3

$$\Omega = \left\{ 0 \le x \le a; 0 \le y \le b; -\frac{h}{2} \le z \le \frac{h}{2} \right\}$$

Используются следующие гипотезы: тело пластинки упругое, изотропное; геометрическая нелинейность вводится по модели Кармана; these relations are obtained on the basis of the modified couple stress theory of elasticity, taking into account the models of the zero approximation.

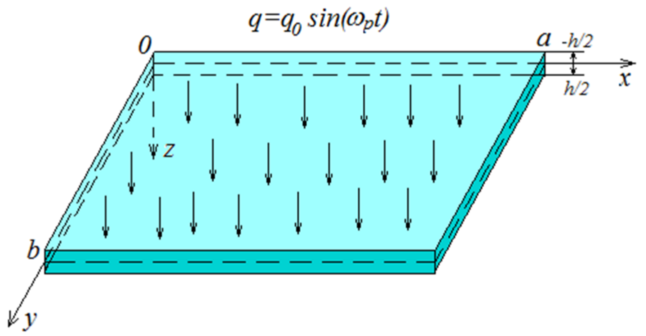


Рис. 1 Расчетная схема

Декартова система координат привязана к срединной поверхности пластинки так, как показана на рис. 1. С учетом гипотез Кирхгофа кинематические соотношения примут вид:

$$u_x = u(x,y,t) - zw'_x(x,y,t);$$
$$v_y = v(x,y,t) - zw'_y(x,y,t);\ w_z = w(x,y,t), \quad (1)$$

u_x и v_y – перемещения пластинки в направлениях x, y соответственно, w_z – прогиб.

Компоненты тензора деформаций пластинки по теории Кирхгофа и теории Кармана примут вид:

$$\varepsilon_{xx} = u'_x + 0.5\left(w'_x\right)^2 - zw''_{xx};\ \varepsilon_{yy} = v'_y + 0.5\left(w'_y\right)^2 - zw''_{yy},$$
$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = 0.5\left(u'_y + v'_x + w'_x w'_y\right) - zw''_{xy}. \quad (2)$$

Компоненты симметричного тензора градиента кривизны χ_{ij} для псевдо-среды Коссера будут иметь вид:

$$\chi_{ij} = 0.5\left(\theta_{i,j} + \theta_{j,i}\right),$$

где $\theta_x = 0.5\left(rot(u)\right)_x$, $\theta_y = 0.5\left(rot(v)\right)_y$, $\theta_z = 0.5\left(rot(w)\right)_z$ – компоненты бесконечно малого вектора вращения $\theta_x = 0.5((w_z)'_y + (v_y)'_z)$, $\theta_y = 0.5((w_z)'_x + (u_x)'_z)$, $\theta_z = 0.5((v_y)'_x + (u_x)'_y)$.

Компоненты χ_{ij} запишутся следующим образом:

$$\chi_{xx} = w''_{xy};\ \chi_{yy} = -w''_{yx};\ \chi_{xy} = 0.5\left(w''_{yy} - w''_{xx}\right); \quad (3)$$
$$\chi_{xz} = 0.25\left(v''_{xx} - u''_{xy}\right);\ \chi_{yz} = 0.25\left(v''_{yx} - u''_{yy}\right)$$

Классические напряжения σ_{ij} и напряжения высшего порядка m_{ij} определяются следующими уравнениями состояния:

$$\sigma_{xx} = D_1\left[\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy} - \alpha_t T\right], x \rightleftarrows y,\ \sigma_{xy} = 0.5 D_2 \varepsilon_{xy},$$

$$m_{xx} = D_2 l^2 w''_{xy},\ m_{yy} = -D_2 l^2 w''_{xy},\ m_{xz} = 0.5 D_2 l^2\left(v''_{xx} - u''_{xy}\right)$$
$$m_{yz} = 0.25 D_1 l^2\left(v''_{yx} - u''_{yy}\right)\ m_{xy} = 0.5 D_2 l^2\left(w''_{yy} - w''_{xx}\right), \quad (4)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, $D_1 = \dfrac{E}{1-\nu^2}$. Параметр l, появляющийся в напряжениях высшего порядка, представляет собой дополнительный независимый материальный параметр длины, связанный с симметричным тензором градиента вращения

$$Y_{xz} = D_2 l^2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \chi_{xz} dz;\ Y_{yz} = D_2 l^2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \chi_{yz} dz;$$
$$J_{xz} = D_2 l^2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \chi_{xz} z dz;\ J_{yz} = D_2 l^2 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \chi_{yz} z dz$$

где $D_2 = \dfrac{E}{1+\nu}$. Разрешающие уравнения движения пластинки, граничные и начальные условия получим из вариационного принципа Остроградского – Гамильтона.

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta K - \delta \Pi + \delta' W) dt = 0, \quad (6)$$

здесь K, П – кинетическая и потенциальная энергия соответственно, $\delta' W$ – работа внешних сил. В классической теории упругости работа деформации и энергия деформации зависят от тензора напряжений и не зависят от вектора вращения вследствие материальной независимости. Однако градиент вектора вращения может представлять собой существенный фактор в уравнениях состояния. Основываясь на модифицированной теории моментных напряжений, представленной Yang и др. [19] плотность энергии деформации является функцией как тензора напряжений (сопряжённого с тензором деформации), так и тензора кривизны (сопряжённого с тензором моментных напряжений).

С учетом модифицированной моментной теории потенциальная энергия Π в упругом теле, при бесконечно малых деформациях записывается в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_{\Omega}\left(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + m_{ij}\chi_{ij}\right) d\Omega \quad (6)$$

Кинетическая энергия системы:

$$K = 0.5\rho\int_{\Omega}\left[\left((u_x)'_t\right)^2 + \left((v_y)'_y\right)^2 + \left((w_z)'_t\right)^2\right] d\Omega \quad (7)$$

Работа внешних сил:

$$W = \int_0^b\int_0^a \left[\varepsilon\left(u'_t u + v'_t v + w'_t w\right) + q(x,y,t) w\right] dxdy \quad (8)$$

где ε – коэффициент диссипации, ρ – плотность материала пластинки, $q(x,y,t) = q_{noise} + q_0 \sin(\omega_p t)$ – внешняя нормальная нагрузка, q_{noise} – аддитивный цветной шум, q_0 – амплитуда внешней нормальной нагрузки, ω_p – частота возбуждения.

Подставляя выражения (6) с учетом (2)–(4), (7) с учетом (1) и (8) в (5). Варьируя по переменным u, w, v интегрируя по частям, приравнивая выражения при $\delta u, \delta w, \delta v$ к нулю, с учетом обозначений (9), где N_{xx}, N_{yy}, T, M_{xx}, M_{yy}, H – усилия и моменты классической теории, N_t, M_t – температурные усилия и моменты, Y_{ij} – усилия, вызванные напряжениями высшего порядка, получим разрешающие уравнения движения (10) и граничные и начальные условия.

$$\left(N_{xx}, N_{yy}, T\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\right) dz,$$

$$\left(M_{xx}, M_{yy}, H\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\right) z dz,\ M_t = D_1 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \alpha_t T z dz, \tag{9}$$

$$Y_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} m_{ij} dz, \quad i,j = x,y,z \quad N_t = D_1 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \alpha_t T dz,$$

$$\begin{gathered}
N'_{(xx),x} - N'_{(t),x} + T'_y - 0.5Y''_{(yz),yy} - 0.5Y''_{(xz),xy} = 2\rho h u''_{tt} \\
N'_{(yy),y} - N'_{(t),y} + T'_x + 0.5Y''_{(xz),xx} + 0.5Y''_{(yz),xy} = 2\rho h v''_{tt} \\
N'_{(xx),x} w'_x - N'_{(t),x} w'_x + N_{xx} w''_{xx} - N_t w''_{xx} + \\
+ N'_{(yy),y} w'_y - N'_{(t),y} w'_y + N_{yy} w''_{yy} - N_t w''_{yy} + \\
M''_{(xx),xx} - M''_{(t),xx} + M''_{(yy),yy} - M''_{(t),yy} + 2H''_{xy} + 2T'_x w'_y + 2T'_y w'_x \\
+ 4T w''_{xy} + Y''_{(xx),yx} - Y''_{(yy),yx} + Y''_{(xy),yy} - Y''_{(xy),xx} = 2\varepsilon\rho h w'_t + 2\rho h w''_{tt} + \\
+ h^3/6 w''''_{xxtt} + h^3/6 w''''_{yytt} + q \\
c(\ell T)'_t - (\lambda_t T'_x)'_x - (\lambda_t T'_y)'_y - (\lambda_t T'_z)'_z = -T_0 E \alpha_t ((\ell \varepsilon_x)'_t + (\ell \varepsilon_y)'_t)
\end{gathered}$$

$\ell = 1 + \tau(\cdot)'_t$ – оператор, c – известная функция, заданная на области Ω и определяющая удельную теплоемкость при постоянной деформации для балки; λ_t – коэффициент теплопроводности, α_t – коэффициент температуропроводности.

$$\delta w = 0\, или \left\{ w'_x (N_{xx} - N_t) + 2N_{xy} w'_y + Y'_{(xy),x} - Y'_{(xx),y} + Y'_{(yy),y} \right\}_{n_x} +$$

$$+ \left\{ w'_y (N_{yy} - N_t) + 2N_{xy} w'_x - Y'_{(xx),x} + Y'_{(yy),x} - Y'_{(xy),y} \right\}_{n_y} = 0$$

$$(\delta w)'_x = 0\ или\ \left\{ M_{xx} - M_t - Y_{xy} \right\}_{n_x} + \left\{ 2H + Y_{xx} - Y_{yy} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$(\delta w)'_y = 0\, или \left\{ 2H + Y_{xx} - Y_{yy} \right\}_{n_x} + \left\{ M_{yy} - M_t + Y_{xy} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$\delta u = 0\, или\ \left\{ N_{xx} - N_t + 0.5Y'_{(xz),y} \right\}_{n_x} +$$

$$\left\{ N_{xy} + 0.5Y'_{(yz),y} + 0.5Y'_{(xz),x} \frac{\partial Y_{xz}}{\partial x} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$(\delta u)'_x = 0 \quad или \quad \left\{ -0.5Y_{xz} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$(\delta u)'_y = 0 \quad или \quad \left\{ -0.5Y_{xz} \right\}_{n_x} + \left\{ -0.5Y_{yz} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$\delta v = 0\, или \left\{ N_{xy} - 0.5Y'_{(xz),x} - 0.5Y'_{(yz),y} \right\}_{n_x} +$$

$$+ \left\{ N_{yy} - N_t - 0.5Y'_{(yz),x} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$(\delta v)'_x = 0 \quad или \quad \left\{ 0.5Y_{xz} \right\}_{n_x} + \left\{ 0.5Y_{yz} \right\}_{n_y} = 0;$$

$$(\delta v)'_y = 0 \quad или \quad \left\{ 0.5Y_{yz} \right\}_{n_x} = 0.$$

Начальные условия: $w'_t = u'_t = v'_t = w = u = v = 0$ при $t = 0$.

К уравнению теплопроводности следует присоединить краевые условия 1-го, 2-го, 3-го рода и нулевые начальные условия.

Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа, но разной размерности. Уравнение для пластинки двумерное, а уравнение для температуры – трехмерное.

III. NUMERICAL RESULT

В качестве примера рассмотрим гибкую жестко защемленную с обоих концов балку МЭМС с нулевыми начальными условиями, находящуюся под действием аддитивного цветного шума и знакопеременной нагрузки:

$$Eh\left\{ u''_{xx} + L_3(w,w) \right\} - \rho h u''_{tt} = 0$$

$$Eh\left\{ L_1(u,w) + L_2(w,w) - h^2/12 w''''_{xxxx} \right\} + q - \rho h w''_{tt} - \varepsilon \rho h w'_t = 0,$$

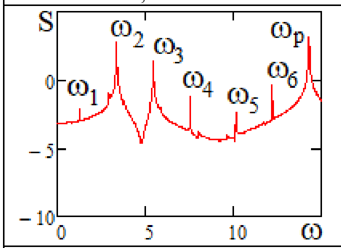
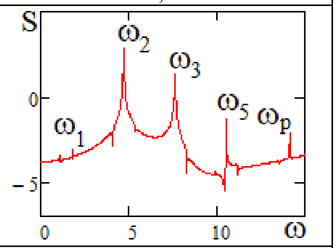
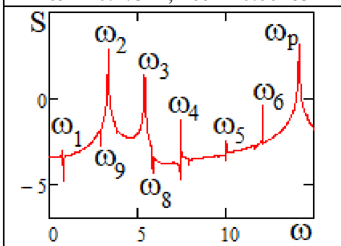
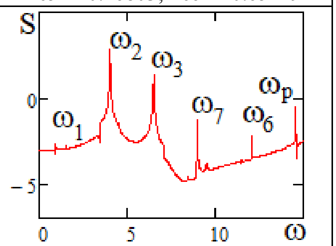
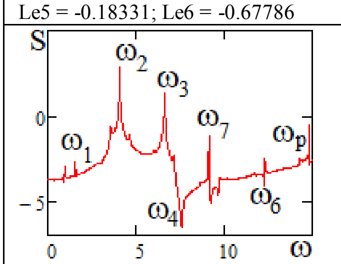
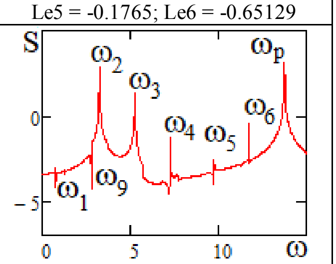
где $L_1(u,w) = u''_{xx} w'_x + u'_x w''_{xx}$, $L_2(w,w) = 3/2 w''_{xx} \left(w'_x\right)^2$, $L_3(w,w) = w''_{xx} w'_x$.

Спектральная плотность использованных цветных шумов приблизительно пропорциональна закону $1/f^{\alpha}$, где f – частота спектра, а степень α имеет следующие значения: $\alpha = -2$ – фиолетовый шум, $\alpha = -1$ – синий шум, $\alpha = 0$ – белый шум, $\alpha = 1$ – розовый (мерцательный) шум, $\alpha = 2$ – броуновский шум. Значения всех временных рядов для цветных шумов находятся на отрезке [-1;1] и с коэффициентом C_n добавляются к знакопеременной гармонической нагрузке. В работе применяется методология разработанная [20] дающая возможность получения «истинного» хаоса.

В табл. 1 представлены спектры мощности и спектры ляпуновских показателей, посчитанные методом Сано-Савады, для сигнала балки, находящейся в аддитивном цветном шуме и под действием нормальной знакопеременной нагрузки. При сравнении частотных характеристик сигнала под действием цветного шума и без него видно, что розовый, броуновский и белый шумы увеличивает значения частоты.

При действии фиолетового и синего шума в сигнале появляются гармоники на новых частотах ω_8, ω_9, а при белом и броуновском шуме – на частоте ω_7. Ляпуновские показатели показывают во всех случаях два старших положительных показателя Ляпунова – гиперхаос.

TABLE I. Спектр Фурье и спектр ляпуновских показателей

Без учета шума	Розовый (мерцательный) шум
Le1 = 0.067637, Le2 = 0.014858, Le3 = -0.028697, Le4 = -0.081275, Le5 = -0.1725; Le6 = -0.6432	Le1 = 0.066593; Le2 = 0.01619; Le3 = -0.029688; Le4 = -0.08346; Le5 = -0.17094; Le6 = -0.64965
	
Синий шум	**Белый шум**
Le1 = 0.068917; Le2 = 0.015258; Le3 = -0.032334; Le4 = -0.084534; Le5 = -0.17321; Le6 = -0.66283	Le1 = 0.06763; Le2 = 0.015287; Le3 = -0.02986; Le4 = -0.083331; Le5 = -0.16803; Le6 = -0.65419
	
Броуновский шум	**Фиолетовый шум**
Le1 = 0.067612; Le2 = 0.013318; Le3 = -0.032659; Le4 = -0.092241; Le5 = -0.18331; Le6 = -0.67786	Le1 = 0.067685; Le2 = 0.016311; Le3 = -0.02868; Le4 = -0.085919; Le5 = -0.1765; Le6 = -0.65129
	

Concluding remarks

1. Создана теория нелинейной динамики пластинчатых элементов НЭМС/МЭМС модели Кирхгофа с учетом модифицированной моментной теории упругости. Разработаны алгоритмы и программное обеспечение.
2. В частном случае исследован отклик упругой балки на нормальную знакопеременную нагрузку и цветной аддитивный шум.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 19-19-00215.

Литература

[1] Zou, X., Seshia, A.A., The impact of damping on the frequency stability of nonlinear MEMS oscillators, *Journal of Microelectromechanical Systems*, 24 (3), art. no. 7031885, 2015, pp. 537–544.

[2] Pardo, M.A.C., Sorenson, L.A., Pan, W.B., Ayazi, F.A., Phase noise shaping via forced nonlinearity in piezoelectrically actuated silicon micromechanical oscillators, *Proceedings of the IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, art. no. 5734541, 2011, pp. 780–783.

[3] Selvarajan, A., Noise - How important is it in application of MEMS and MOEMS?, *Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering*, 5055, 2003, pp. 10–18.

[4] Nayfeh, A.H., Younis, M.I., Modeling and simulations of thermoelastic damping in microplates, *J. Micromech Microeng*, 14(12):1711–7, 2004.

[5] Nayfeh, A.H., Younis, M.I., Abdel-Rahman EM. Reduced-order models for MEMS applications, *Nonlinear Dyn*, 41(1–3):211–36, 2005.

[6] Nayfeh, A.H., Younis, M.I., A model for thermoelastic damping in microplates, 2004.

[7] De, S.K., Aluru, N.R., Full-Lagrangian schemes for dynamic analysis of electrostatic MEMS, *J. Microelectromech. Syst.*, 13, 2004, 737–758.

[8] Moser, Y., Gijs, M.A.M., Miniaturized flexible temperature sensor, *J. Microelectromech Syst*, 16:1349–54, 2007.

[9] Krysko, A.V., Awrejcewicz, J., Pavlov, S.P., Zhigalov, M.V., Krysko V.A., Chaotic dynamics of the size-dependent non-linear micro-beam model, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 50, 2017, 16–28

[10] Biot, M.A., Thermoelasticity and irreversible thermodynamics, *J. Appl. Phys.*, vol.27, 1956, pp. 240–253.

[11] Lord, H., Shulman, Y., A Generalized Dynamical theory of thermoelasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of solids*, vol. 15, no. 5, 1967, pp. 299–307.

[12] Green, A.E., Lindsay, K.A., Thermoelasticity, *J. Elasticity*, vol. 2, 1972, pp. 1–7.

[13] Ibrahim, A. Abbasa, I.A. Mohamed, Othmanc Generalized thermoelasticity of the thermal shock problem in an isotropic hollow cylinder and temperature dependent elastic moduli, *Chinese Physics B*, vol. 21, no. 1, 2012, 014601.

[14] Krysko V.A., Awrejcewicz, J., Krysko, A.V., Thermo-dynamics of plates and shells, Springer-Verlag, Berlin, 2007, 777 p.

[15] Awrejcewicz, J., Krysko, V.A., Krysko, A.V., Thermo-dynamics of plates and shells, Springer-Verlag, 2007, 777 pages.

[16] Крысько В.А., Павлов С.П., Жигалов М.В., Крысько А.В., Математическое и компьютерное моделирование распределенных механических систем. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2018. 344 с.

[17] Лычев С.А., Манжиров А.В., Юбер С.В., Замкнутые решения краевых задач связанной термоупругости // Изв. РАН. Мех. тверд. тела. 2010. № 4. С. 138–154.

[18] Евстигнеев Н.К., Князева А.Г., Двумерная модель твердофазового химического превращения в тонкой пластине в условиях одноосного растяжения и чистого сдвига // Изв. Томск. политехн. ун-та. 2010. № 2. Т. 316. С.102–107.

[19] Jia, X.L., Yang, J., Kitipornchai, S., Pull-in instability of geometrically nonlinear micro-switches under electrostatic and Casimir forces, *Acta Mech*, vol. 218(1), 2011, pp. 161–174.

[20] Krysko, V.A., Awrejcewicz, J., Saltykova O.A., Papkova I.V., Krysko, A.V., On the contact interaction of a two-layer beam structure with clearance described by kinematic models of the first, second and third order approximation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 115, 2019, pp. 696–719.

Технология устранения смещения нуля МЭМС-гироскопов при воздействии линейного ускорения и возникновении перекосов в местах установки блоков датчиков*

А.А. Крылов
Кафедра 305, МАИ
Москва, РФ
Akril91@rambler.ru

***Аннотация*—В докладе описано исследование воздействия линейного ускорения величиной до 100g на показания МЭМС-гироскопов, входящих в состав гироинерциального блока. Показан метод определения смещения нуля ускорения в условиях возникновения перекосов в местах установки гироинерциальных блоков на вращательных стендах. Предложен способ калибровки, учитывающий возникающие смещения нуля от ускорения, измеряемого по трём осям. Приводятся основные результаты применения разработанного способа.**

Ключевые слова*—*МЭМС-датчики, калибровка, влияние линейного ускорения

I. Введение

В связи с улучшением характеристик МЭМС-гироскопов область их применения расширяется и требует от датчиков устойчивости к воздействиям, к которым они изначально конструктивно не предназначались. При воздействии различных внешних факторов возможны существенные изменения внутренних характеристик датчиков, в том числе погрешностей измерения [1]. В случаях применения гироинерциальных блоков (ГИБ) или БИНС на МЭМС-датчиках в ракетах, самолётах и других крупных летательных аппаратах датчики подвергаются высоким перегрузкам. Например, в случае применения систем на МЭМС-датчиках в авиационно-ракетной сфере требуется устойчивость к ускорению до 100g. Смещение нуля МЭМС-гироскопов чувствителен даже к изменению ориентации (g-чувствительность). При перегрузках более 1g это смещение ещё более существенно.

Большая часть публикаций описывает g-чувствительность [2], [3], [4] что обусловлено изменением ориентации прибора и, вероятно, отсутствием воздействия более высоких ускорений. В случае применения систем на МЭМС-датчиках в авиационно-ракетной сфере требуется устойчивость к ускорению до 100g. В последние годы появилось несколько зарубежных публикаций о влиянии высоких перегрузок на показания МЭМС-гироскопов [5], [6].

II. Цель работы и постановка задачи

Цель работы - определить смещение нуля МЭМС-гироскопов LL-типа, вызванное воздействием линейного ускорения в диапазоне 0…100g по разным направлениям воздействия. Определение параметра осложнено возникающим в процессе задания движения перекосом вращательного стенда. В работе предложен способ устранения этой сложности способом частичной предварительной калибровки ГИБ, а также алгоритмической калибровки искомого смещения МЭМС-гироскопов, зависимого от линейного ускорения.

МЭМС-гироскоп LL-типа имеет ось чувствительности угловой скорости и при этом содержит инерциальные массы, колеблющиеся в двух направлениях. Каждая инерциальная масса, двигающаяся под воздействием кориолисовой силы, чувствительна к перегрузкам [1]. Поэтому такой гироскоп должен быть чувствителен как минимум по двум осям воздействия ускорения [5]. Исходя из этого было проведено исследование на изучение изменения смещения нуля под воздействием ускорения 0…100g по всем 3м осям воздействия в двух направлениях и составлен профиль смещения нуля для каждого из них.

При помощи вращательного стенда Acutronic с увеличенной планшайбой (диаметром около 1м) можно регулировать не только задаваемую угловую скорость, но и ускорение, меняя расстояние от датчиков до центра вращения. Для эксперимента было подобрано соответсвующее значение угловой скорости для задания 100g. Однако вращательный стенд с большой планшайбой имеет неустранимую погрешность возрастания угла перекоса при больших угловых скоростях – до 20′ при угловой скорости порядка 3000 °/сек (необходимой для задания ускорения 100g). Это существенно при определении погрешности, которая в 100-1000 раз меньше задаваемой угловой скорости.

При высокой угловой скорости вращательного стенда коэффициент перекоса в месте установки возрастает, при этом оставаясь ненаблюдаемым. При этом, как и задаваемое ускорение, он останется таким же при вращении с такой же угловой скоростью в обратном направлении. Так как МЭМС-гироскопы имеют разные масштабные коэффициенты и их нелинейности в обе стороны чувствительности, необходимо их определить на точном вращательном стенде без воздействия ускорения (или при минимальных значениях). Также необходимо заранее откалибровать неортогональность выставки гироскопов и акселерометров (для акселерометров это возможно 6-позиционным способом по измерению g).

III. Модели погрешностей и способы определения смещения

Общее уравнение погрешности для одного гироскопа на примере X:

$$\delta\omega_x = \omega_{измx} - \omega_{задx} \tag{1}$$

$$\delta\omega_x = MK(\upsilon_{\omega xx}\omega_x + \upsilon_{\omega yx}\omega_y + \upsilon_{\omega zx}\omega_{zL} + \\ + \omega_x{}^2 K\omega_x + \Delta\omega_{drx} + \Delta\omega_{ux} + \Delta\omega_{ax} + \varepsilon\omega_x), \tag{2}$$

где $\upsilon_{\omega xx}$, $\upsilon_{\omega yx}$, $\upsilon_{\omega zx}$ – коэффициенты неортогональности, соответствующие косинусам углов (проекций реального положения датчика на приборные оси),

$K\omega_x$ – коэффициент нелинейности,

$\Delta\omega_{drx}$ – систематический дрейф нуля,

$\Delta\omega_{ax}$ – смещение гироскопа, зависящее от ускорения,

$\Delta\omega_{ux}$ – погрешность, вызванная проекцией вращения Земли,

$\varepsilon\omega_x$ – значение шума, принимаемого как белый.

Общее уравнение погрешности для одного акселерометра на примере X:

$$\delta a_x = a_{измx} - a_{задx} \tag{3}$$

$$\delta a_x = MK(\upsilon_{axx}a_x + \upsilon_{ayx}a_y + \upsilon_{azx}a_{zL} + \\ + a_x{}^2 Ka_x + \Delta a_{drx} + \varepsilon a_x) \tag{4}$$

где υ_{axx}, υ_{ayx}, υ_{azx} – коэффициенты неортогональности, соответствующие косинусам проекций реального положения датчика на приборные оси,

Ka_x – коэффициент нелинейности,

Δa_{drx} – систематический дрейф нуля,

εa_x – значение шума, принимаемого как белый.

До проведения испытаний с целью определения влияния ускорения на смещение гироскопов, необходимо провести предварительную калибровку гироскопов и акселерометров с целью установления неортогональности гироскопов и акселерометров, нахождения их систематического дрейфа, учета вращения Земли, а также установления масштабных коэффициентов гироскопов. После калибровки с учётом неортогональности центрифуги уравнение погрешности гироскопов выглядит следующим образом:

$$\delta\omega_x = (\upsilon_{Lц}\omega_x + \Delta\omega_{ax} + \varepsilon\omega_x) \tag{5}$$

$\upsilon_{Lц}$ – проекция перекоса центрифуги при выставке в позицию L (возможные позиции для каждой оси – по радиусу, перпендикулярно радиусу, вертикально).

Уравнение погрешности акселерометров:

$$\delta a_x = (\upsilon_{Lц}a_x + a_x{}^2 Ka_x + \varepsilon a_x) \tag{6}$$

При вращении на центрифуге её перекос и нелинейность в данный момент времени может быть определён по показаниям акселерометров. Например при положении акселерометра Z вверх, а X по диаметру (направлению ускорения) будет справедлива следующая формула:

$$\begin{bmatrix} a_{измx} \\ a_{измy} \\ a_{измz} \end{bmatrix} = [\upsilon_{Da} \quad \upsilon_{DOa} \quad \upsilon_{Va}] \times \\ \times \begin{bmatrix} a_{задx} + a_{задx}{}^2 Ka_x \\ a_{задy} + a_{задy}{}^2 Ka_y \\ a_{задz} + a_{задz}{}^2 Ka_z + g \end{bmatrix} \tag{7}$$

υ_{Da} – перекос центрифуги по диаметру,

υ_{DOa} – перекос центрифуги перпендикулярно диаметру,

υ_{Va} – вертикальный перекос центрифуги.

g – измеряемое ускорение свободного падения.

Проведя вращение по трём осям в двух направлениях для каждого датчика, можно установить значения нелинейностей акселерометров и перекосов центрифуги для заданных угловых скоростях/ускорении. Так как исходная внутренняя неортогональность гироскопов и акселерометров устранена, перекос будет одинаков и для гироскопов и для акселерометров:

$$\begin{bmatrix} \upsilon_{Da} \\ \upsilon_{DOa} \\ \upsilon_{Va} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \upsilon_{D\omega} \\ \upsilon_{DO\omega} \\ \upsilon_{V\omega} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Из неизвестных погрешностей остаётся искомое $\Delta\omega_{ax}$, которое можно определить, задав на центрифуге угловую скорость в двух противоположных направлениях в одной позиции (что обеспечивает одинаковое ускорение). Для получения параметра на всём диапазоне от -100g до 100g следует задавать ускорение линейного ускорения от 0 до 100g при двух позиционированиях.

Пример профиля смещения гироскопа от линейного ускорения изображён на рисунке 1.

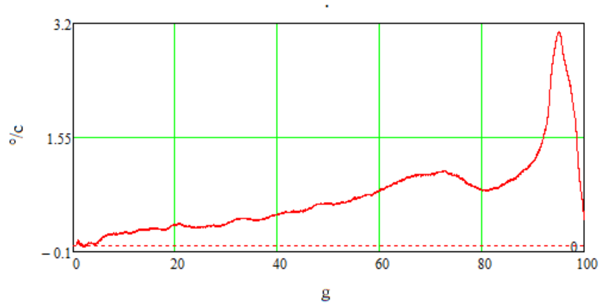


Рис. 1. Профиль зависимости смещения гироскопа от линейного ускорения

Изменяя ориентацию датчиков относительно задаваемого ускорения, можно получить смещение нуля ускорения по всем 3м осям воздействия на один датчик в двух направлениях. Данный эксперимент был проведен 10 раз с целью выявления систематической составляющей смещения нуля от ускорения, а также для нивелирования нестабильности масштабного коэффициента.

Для одной оси воздействия на один гироскоп смещение аппроксимировано полиномами Лагранжа 1й степени. На диапазоне от 0 до 100g расставляются 10 точек, наиболее полно описывающих смещение. При функционировании ГИБ для каждого гироскопа суммируются соответствующие смещения от показаний каждого акселерометра, итоговое значение вычитается из измеренного.

IV. Результаты работы

В таблице 1 приведен пример результатов по смещению гироскопа X в гироинерциальном блоке от линейного ускорения по разным осям до и после калибровки. Как видно, наибольшее смещение гироскопа произошло по оси воздействия ускорения, совпадающего с осью измерения.

Таблица 1. Значения смещения гироскопа от ускорения по разным осям до и после калибровки

Максимальное смещение гироскопа, °/с Ось воздействия ускорения / Учёт калибровки	До калибровки	После калибровки
X+	3.2	0.22
X-	2.97	0.15
Y+	1.12	0.13
Y-	1.06	0.14
Z+	1.55	0.18
Z-	1.49	0.16

V. Выводы

Предложен способ калибровки смещения гироскопа, вызванного воздействием линейного ускорения с учётом перекосов вращательного стенда при линейных ускорениях порядка 100g. По ходу испытаний выяснено, что наибольшее значение смещения гироскопа происходит по оси воздействия ускорения, совпадающей с осью измерения угловой скорости. Данный способ позволил уменьшить смещение гироскопа при воздействии линейного ускорения и снизить вызванную им нелинейность масштабного коэффициента в диапазоне от 0…100g в среднем с 0.1% до 0.01%.

Литература

[1] Acar, C., Shkel, A., MEMS Vibratory Gyroscopes Structural Approaches to Improve Robustness. Springer Science+Business Media, LLC, 2009, pp. 18–23.

[2] Li Xing, Zhi Xiong, Jian-ye Liu, Wei Luo and Ya-zhou Yue, Offline Calibration for MEMS Gyroscope G-sensitivity Error Coefficients based on the Newton Iteration and Least Square methods, *The Journal Of Navigation*, 2018, no.71, pp. 352–370.

[3] Byung Su Park, Kyung Jun Han, Sang Woo Lee and Myeong Jong Yu, Analysis of compensation for a g-sensitivity scale-factor error for a MEMS vibratory gyroscope, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2015, no.25, pp. 1–10.

[4] Шаврин В.В., Конаков А.С., Тисленко В.И. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах // Доклады ТУСУРа. 2012. № 1 (25). Часть 2. С. 265–269.

[5] Xianshan Dong, Qinwen Huang, ShaoHua Yang, Yun Huang, Yunfei En, Model and experiment of scale factor acceleration sensitivity of MEMS gyroscope in high acceleration environment, *Microsystem Technologies*, 2019, vol. 25, pp. 3079–3103.

[6] Jamal Bahari, Carlo Menon, Exclusion of Linear Acceleration Signal in the MEMS Thermal Gyroscope, *Journal Of Microelectromechanical Systems*, 2018, vol. 27, no. 1, pp. 19–21.

Температурная стабилизация МЭМС датчика*

Д.Б. Пазычев
МГТУ им. Н. Э. Баумана
Москва, Россия
dpazychev@mail.ru

Р. Н. Садеков
Военный инновационный технополис «ЭРА»
Анапа, Россия

***Аннотация*—В статье рассматривается способ уменьшения погрешностей МЭМС датчика, зависящих от температуры с использованием системы температурной стабилизации датчика. В статье приводятся результаты натурного эксперимента, подтверждающие улучшенные точностные характеристики датчика в сравнении с традиционным способом компенсации температурных погрешностей.**

Ключевые слова—МЭМС датчик, бесплатформенная инерциальная навигационная система

I. Введение

Современные требования измерения параметров движения подвижных объектов накладывают существенные ограничения на точностные характеристики датчиков первичной информации, которые могут быть использованы в бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС). Так, работа навигационных систем, построенных на базе компактных и недорогих МЭМС датчиков, в большинстве случае, в принципе невозможна без использования сигнала дополнительных корректирующих систем, списывающих быстрое накопление погрешностей навигационной системы из-за высоких нестабильностей погрешностей ДУСов и акселерометров [1]. Вместе с тем, появление таких сверхкомпактных объектов, как коптеры, имеющих существенные ограничения на габариты и дополнительную подъемную массу, говорит о необходимости создания еще более компактных и легких навигационных систем, которые должны быть построены как раз на базе МЭМС датчиков.

II. Математическая модель погрешностей

Одной из основных особенностей сверхминиатюрных МЭМС датчиков является высокое влияние на их показания температуры датчика, приводящей к появлению температурных расширений датчика, регистрируемых системой съема полезного сигнала. Данное влияние, в свою очередь, может быть рассмотрено и как изменение нулевого сигнала датчика, и как изменение его масштабного коэффициента в зависимости от текущей температуры и температурного градиента. Для описания такого рода погрешностей в большинстве случае ([2], [3]) вносится следующая математическая модель погрешностей датчиков (1):

$$\vec{\omega}_B = \begin{bmatrix} \beta_{XX}(\mathrm{T}_{GX}) & \beta_{XY}(\mathrm{T}_{GY}) & \beta_{XZ}(\mathrm{T}_{GZ}) \\ \beta_{YX}(\mathrm{T}_{GX}) & \beta_{YY}(\mathrm{T}_{GY}) & \beta_{YZ}(\mathrm{T}_{GZ}) \\ \beta_{ZX}(\mathrm{T}_{GX}) & \beta_{ZY}(\mathrm{T}_{GY}) & \beta_{ZZ}(\mathrm{T}_{GZ}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_X(\mathrm{T}_{GX}) \\ \beta_Y(\mathrm{T}_{GY}) \\ \beta_Z(\mathrm{T}_{GZ}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\vec{a}_B = \begin{bmatrix} \alpha_{XX}(\mathrm{T}_{AX}) & \alpha_{XY}(\mathrm{T}_{AY}) & \alpha_{XZ}(\mathrm{T}_{AZ}) \\ \alpha_{YX}(\mathrm{T}_{AX}) & \alpha_{YY}(\mathrm{T}_{AY}) & \alpha_{YZ}(\mathrm{T}_{AZ}) \\ \alpha_{ZX}(\mathrm{T}_{AX}) & \alpha_{ZY}(\mathrm{T}_{AY}) & \alpha_{ZZ}(\mathrm{T}_{AZ}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \\ a_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_X(\mathrm{T}_{AX}) \\ \alpha_Y(\mathrm{T}_{AY}) \\ \alpha_Z(\mathrm{T}_{AZ}) \end{bmatrix}$$

где $\beta_{ii}(\mathrm{T}_{Gi})$ и $\alpha_{ii}(\mathrm{T}_{Ai})$ – ошибки масштабных коэффициентов ДУСов и акселерометров, зависящие от температуры датчика, соответственно;
$\beta_{ii}(\mathrm{T}_{Gi})$ и $\alpha_{ii}(\mathrm{T}_{Ai})$ – ошибки неортогональностей осей ДУСов и акселерометров, зависящие от температуры датчика, соответственно;
$\beta_{i}(\mathrm{T}_{Gi})$ и $\alpha_{i}(\mathrm{T}_{Ai})$ – ошибки смещений нулей ДУСов и акселерометров, зависящие от температуры датчика, соответственно.

Каждый из представленных выше коэффициентов модели погрешностей датчика (1) может быть, в свою очередь, представлен в виде степенной функции высокого порядка, коэффициенты которой и подлежат определению в процессе калибровки датчика:

$$f_j(T_i) = K_{j,N} \cdot T_i^N + K_{j,N-1} \cdot T_i^{N-1} + ... + K_{j,0} \quad (2)$$

Идентификация коэффициентов указанной выше математической модели погрешностей датчиков может быть выполнена в два этапа:

- Определение ошибок масштабных коэффициентов и неортогональностей осей ДУСов и акселерометров. В этом случае для определения коэфифциентов ошибок модели погрешностей (2) необходимо производить изменение измеряемых датчиком параметров (угловых скоростей и ускорений) и температуры самого датчика. Данное обстоятельство потребует использования специализированного оборудования, стоимость которого во много раз превышает стоимость рассматриваемых компактных и недорогих МЭМС датчиков, что является абсолютно нецелесообразным. Именно поэтому в большинстве случае этот этап температурной калибровки опускается, что снижает точность МЭМС датчиков на критических температурах их использования.
- Определение ошибок смещений нулей ДУСов и акселерометров. В этом случае для определения коэфифциентов ошибок модели погрешностей (2) при неподвижности самого датчика необходимо изменять лишь его внутреннюю температуру, что может быть выполнено с использованием недорогой и компактной температурной камеры. Для определения указанных выше коэффициентов потребуется проведение длительных натурных испытаний, в ходе которых температура датчика должна изменяться между наименьшим и наибольшим для эксплуатации значением.

Рассмотренная выше математическая модель погрешностей датчиков (1) не является полной: в представленной модели присутствуют лишь коэффициенты зависимости ошибок датчиков от их текущих температур T_i. В то же время можно сказать, что на показания компактных и недорогих МЭМС датчиков огромное влияние оказывает и скорость изменения внешней температуры $\dot{T}_i$, что, несомненно, должно быть отражено в математической модели погрешностей датчиков. Однако, данное обстоятельство приведёт к еще большему усложнению процедуры идентификации коэффициентов в процессе калибровки навигационной системы.

III. ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ

Для устранения температурных погрешностей МЭМС датчиков возможно предложить другой способ – стабилизация температуры датчика на заданной температуре T_3. В этом случае математическая модель погрешностей (1) фактически может быть идентифицирована на одной заданной температуре T_3, а полиномы (2) вырождаются в статические коэффициенты $K_{j,0}$. Данное обстоятельство существенно упрощает и ускоряет проведение процедуры калибровки навигационной системы. Однако у такого способа есть ряд серьезных недостатков:

- Сложность построение системы температурной стабилизации для навигационной системы построенной на базе одноосных МЭМС датчиков. В этом случае можно сказать, что задача разбивается на создание множества систем «Нагреватель - МЭМС датчик» внутри всего объема навигационной системы. Кроме того, в этом случае данный объем будет оказывать еще и дополнительный отрицательный эффект в следствии отвода тепла и взаимного влияния отдельных нагревательных систем друг на друга.
- Увеличение времени готовности навигационной системы в следствии нагрева датчиков в момент подачи питания. Данный эффект также будет увеличен при увеличении объема, который в итоге потребуется стабилизировать.
- Повышенное потребление электропитания в процессе нагрева датчика.

Принимая во внимание указанные выше недостатки, надежную систему стабилизации МЭМС датчика возможно реализовать лишь для многоосного МЭМС датчика с максимально возможной температурной изоляцией и минимально возможным расстоянием между нагревателем и датчиком. Для реализации данной идеи возможно предложить две конструктивные схемы стабилизации (см. рисунки 1 и 2).

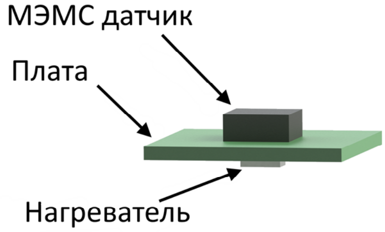


Рис. 1. Система термостабилизации МЭМС датчика с одним нагревательным элементом

На первой схеме (рис. 1) представлена система термостабилизации с одним нагревательным транзистором, расположенным под МЭМС датчиком. Данная схема является конструктивно простой и, формально, может быть использована для стабилизации даже одноосных МЭМС датчиков. К недостаткам такой схемы следует отнести долгое время нагрева датчика и невозможность стабилизации температуры с высокой точностью в следствии отсутствия изоляции МЭМС датчика и большого рассеяния тепла.

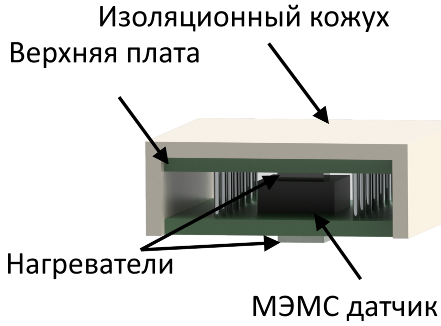


Рис. 2. Система термостабилизации МЭМС датчика с двумя нагревательными элементами

Предлагаемая схема температурной стабилизации (рис. 2) использует в своем составе сразу два нагревательных элемента, расположенных над и под многоосным МЭМС датчиком. Для уменьшения тепловых потерь предлагаемая схема покрывается теплоизолирующим кожухом.

Предлагаемая схема имеет ряд конструктивных преимуществ:

- Температурная стабилизация достигается сразу для 6-ти датчиков, входящих в состав БИНС
- Реализованная схема позволяет существенно сократить и изолировать объем, необходимый для поддержания заданной температуры. В следствии этого, время нагрева МЭМС датчика может быть сокращено, а стабильность поддержания заданной температуры повышена.
- Предлагаемая схема является дополнением схемы №1 и не влияет на расположение и закрепление МЭМС датчика [4].

Для управления обоими нагревательными элементами в такой схеме возможно воспользоваться ПИД-регулятором со следующим законом управления [5]:

$$W_1(\mathrm{t}) = P + I + D = K_{P1} \cdot T(\mathrm{t}) + K_{I1} \cdot \int_0^t T(\mathrm{t}) + K_{D1} \cdot \frac{dT(\mathrm{t})}{dt}$$

$$W_2(\mathrm{t}) = P + I + D = K_{P2} \cdot T(\mathrm{t}) + K_{I2} \cdot \int_0^t T(\mathrm{t}) + K_{D2} \cdot \frac{dT(\mathrm{t})}{dt}$$

где K_{Pi} – коэффициенты пропорциональной связи, K_{Ii} – коэффициенты интегральной связи, K_{Di} – коэффициенты интегральной связи.

IV. Результаты обработки экспериментальных данных

Для апробации предложенного метода компенсации температурных погрешностей МЭМС датчика были рассмотрены данные натурных испытаний гировертикали «НВ-1» (см. рисунок 3) компании ООО «Интеграл» [6]. Данный прибор построен на базе микромеханического датчика ICM-20648 компании Invensence, который конструктивно расположен между двумя нагревательными элементами (см. рисунок 4).

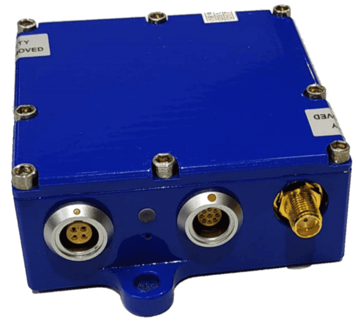


Рис. 3. Внешний вид гировертикали «НВ-1» в корпусе

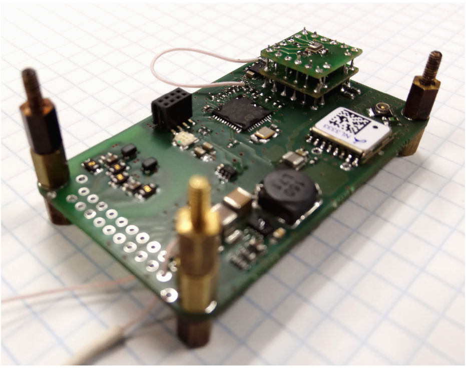


Рис. 4. Внешний вид гировертикали «НВ-1» без корпуса

Для сравнения точностных характеристик датчика ICM-20648 были выполнены два одинаковых эксперимента с сохранением данных в файл: температурный цикл с охлаждением датчика до -40 C и нагревом до +50 C при включенной и отключенной системе температурной стабилизации. Температурный профиль натурного эксперимента в температурной камере представлен на рисунке 5.

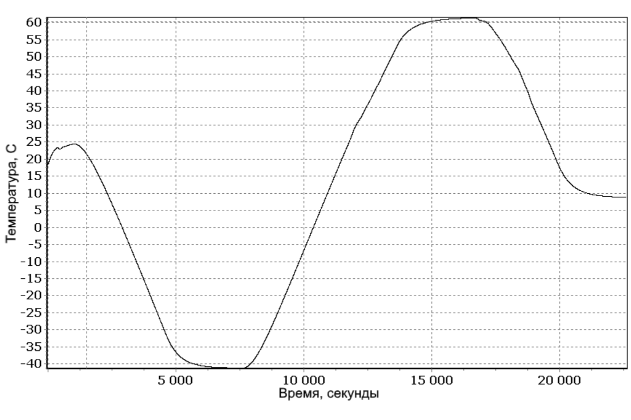


Рис. 5. Температурный профиль в процессе натурного эксперимента

На рисунке 6 представлены показания одного из ДУСов МЭМС датчика ICM-20648 при отсутствии температурной стабилизации и кривая аппроксимации, в качестве которой был выбран полином третьего порядка.

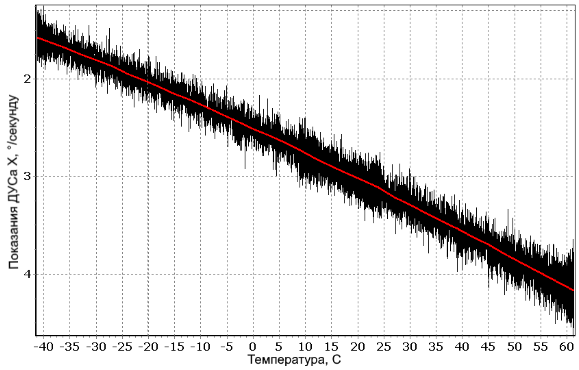


Рис. 6. Показания ДУСа X в процессе охлаждения и нагрева при отключенной системе термостабилизации

На рисунках 7 и 8 представлено поведение температуры датчика ICM-20648 при работающей системе температурной стабилизации (в качестве температуры стабилизации было задано значение +60 C °).

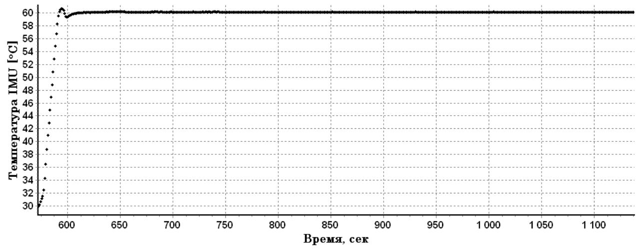


Рис. 7. Показания датчика температуры МЭМС датчика ICM-20648 при работающей системе термостабилизации

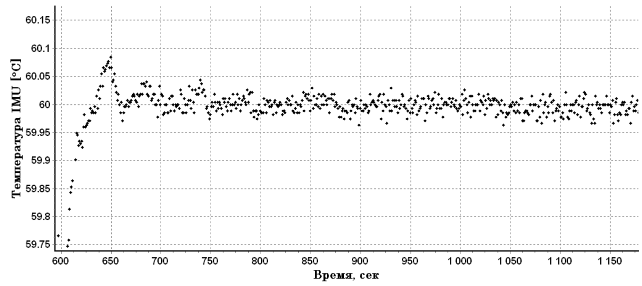


Рис. 8. Показания датчика температуры МЭМС датчика ICM-20648 при работающей системе термостабилизации (увеличен фрагмент времени после вывода на температуру стабилизации)

На рисунке 9 представлены показания одного из ДУСов МЭМС датчика ICM-20648 при работающей системе температурной стабилизации датчика.

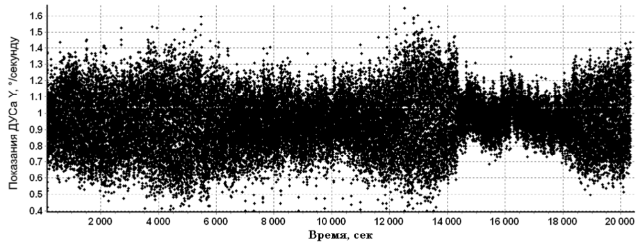


Fig. 1. Рис. 9. Показания ДУСа Y в процессе охлаждения и нагрева при работающей системе термостабилизации

Поскольку в обоих экспериментах положение гировертикали «НВ-1» оставалось неподвижным, остаточные погрешности датчиков могут быть оценены как отклонения от постоянных значений. При этом единственным фактором, оказывающим влияние на показания датчиков, можно считать меняющуюся температуру внутри камеры.

Данные обоих натурных экспериментов были обработаны и сведены в итоговую таблицу 1. Для каждого из датчиков были оценены остаточные погрешности смещений нулей, которые характеризуют точность самого датчика и точность метода списания погрешности, зависящей от температуры.

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ МЕТОДОВ ТЕРМОКОМПЕНСАЦИИ И ТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИИ

Датчик	**Остаточная погрешность смещения нуля датчика**	
	Температурная компенсация	***Температурная стабилизация***
ДУС X, °/сек	0.048	0.036
ДУС Y, °/сек	0.029	0.028
ДУС Z, °/сек	0.128	0.056
Акселерометр X, м/с/с	0.030	0.028
Акселерометр Y, м/с/с	0.059	0.048
Акселерометр Z, м/с/с	0.012	0.011

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из представленной таблицы 1 предлагаемый метод стабилизации температурных погрешностей МЭМС датчиков как минимум не уступает в точности традиционному методу термокомпенсации. При этому указанный метод обладает рядом следующих преимуществ:

- Позволяет определять все коэффициенты модели погрешностей МЭМС датчиков на одной заданной температуре. Тем самым компенсируется не только погршность смещения нуля от температуры, но и ошибки масштабных коэффициентов и неортогональностей осей датчиков.
- Позволяет существенно сократить время калибровки, поскольку, фактически, калибровка датчика происходит только на заданной температуре.
- Позволяет снизить требования к технологическому оборудования температурной калибровки, поскольку в таком случае даже не требуется применение температурной камеры для задания изменения внешней температуры датчика в процессе калибровки.

Однако следует отметить, что точность предлагаемого метода будет существенно зависеть от точности системы поддержания заданной температуры и ее быстродействия.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Gyroscopes and IMUs for Defense Aerospace & Industrial Yole Developpement, France, September 2012.

[2] Salychev, O.S., MEMS-based inertial navigation: Expectations and reality, Moscow: Bauman MSTU Press, 2012, 207 p.

[3] Sharma, A., CMOS Systems and Circuits for Sub-degree per Hour MEMS Gyroscopes, Ph.D. dissertation, Electrical and Computer Engineering Dept., Georgia Institute of Technology, December 2007, 181 pp.

[4] Ковалев А.С., Логовская Е.В. Методы снижения влияния разбросов конструктивных параметров микромеханического гироскопа на его характеристики // X конференция молодых ученых «Навигация иуправление движением». СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. С.362–369.

[5] Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.

[6] https://www.integral-group.pro/

Исследование влияния теплоты на стабильность осей несущей системы блока акселерометров БИНС*

А.В. Фролов
Начальник лаборатории
АО «ЦНИИАГ»
Россия, г.Москва
frolov@frolov.moscow

С.В. Смирнов
Начальник отдела
АО «ЦНИИАГ»
Россия, г.Москва
strapdownsystems@mail.ru

Е.А. Попов
Начальник лаборатории
АО «ЦНИИАГ»
Россия, г.Москва
lab-1411@yandex.ru

***Аннотация*—Авторами предложен численный подход к исследованию тепловых явлений или процессов в несущей системе блока акселерометров бесплатформенных инерциальных навигационных систем с использованием метода конечных элементов в трехмерной постановке и произведена оценка стабильности отклонения осей чувствительности акселерометров, вклад которых в баланс погрешностей высокодинамичных летательных аппаратов наиболее весом. Показан наиболее перспективный ряд конструктивных решений несущих систем с различными вариантами проявления тепловых силовых смещений (деформаций) в них.**

Ключевые слова—несущая система, БИНС, жесткость, тепловая деформация

I. Введение

Навигационная задача для разных типов летательных аппаратов имеет свои особенности. Действительно, для самолетов, космических аппаратов, беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) используются различные навигационные алгоритмы и различный конструктив навигационных приборов управления. Наибольшие требования, как правило, предъявляются к высокодинамичным БПЛА, навигационные приборы которых в основном строятся на основе бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) используя их известные преимущества [1].

Ошибки в инерциальных навигационных системах могут возникать по различным причинам: из-за неточностей изготовления измерительных приборов (гироскопов и акселерометров); рассогласования осей приборов; ошибок начальной ориентации; ошибок вычислений и используемых аппроксимаций при реализации уравнений системы. Инструментальные ошибки БИНС (вызванные погрешностями первичных измерений) наиболее весомы с точки зрения обеспечения требуемой точности работы системы [2].

В дополнение к указанным выше инструментальным ошибкам должны быть отнесены и ошибки измерений, обусловленные упругой деформацией корпуса ЛА [2]. В случае размещения приборов непосредственно на корпусе, особенно в вариантах их разнесенной установки, измерительный сигнал будет содержать информацию не только об истинных параметрах движения жесткого ЛА, но и об упругих колебаниях корпуса ЛА [2]. «При решении навигационных задач, а тем более задач управления угловым движением, представление о влиянии упругих колебаний корпуса объекта в полете как минимум не является лишним» [2]. Учитывая вышеизложенное совсем не лишним будет учесть в решении задач навигации жесткость несущей системы самого БИНС. Поэтому исследования связанные с изучением жесткости несущей системы БИНС и ее влияние на стабильность отклонения осей чувствительности от первоначального положения является интересной и актуальной задачей.

Известно [3,4], что влияние на точность навигации высокоманевренных БПЛА при различных силовых, тепловых и вибрационных воздействиях оказывают не только инструментальные погрешности чувствительных элементов, но в том числе, взаимное изменение положения измерительных осей чувствительных элементов, входящих в состав БИНС.

Существуют данные, из которых следует, что «инерциальный прибор имеет тепловой дрейф, доля которого в суммарном дрейфе может достигать, для некоторых типов приборов, от 30 до 40 % и более» [5].

Даже без наличия внешних по отношению к БИНС источников тепла, происходит интенсивное выделение тепловой энергии внутри прибора. Выделяющаяся, в основном из-за работы электроники, теплота действует на корпуса акселерометров, а также на несущую систему всего прибора. При нагреве конструкция увеличивает свои размеры, но из-за наличия закреплений, появляются силы противодействия и силовые смещения НС вынужденно деформируют конструкцию НС. Упругие смещения от действия теплоты пропорциональны жесткости конструкции, которая, в свою очередь зависит от формы детали и физических свойств материала. Жесткость является величиной векторной, поэтому определяется в точке и будет отличаться в зависимости от рассматриваемого направления ее определения в НС.

В связи с этим основной целью настоящей работы является разработка подходов к повышению жесткости несущей системы блока акселерометров БИНС ЛА с помощью исследования влияния теплоты на стабильность осей несущей системы блока акселерометров БИНС.

II. Объект исследования

Исходная конструкция блока акселерометров имела несущую систему, изготовленную из алюминиевого сплава, и была спроектирована только на основе технологических производственных требований (рис 1).

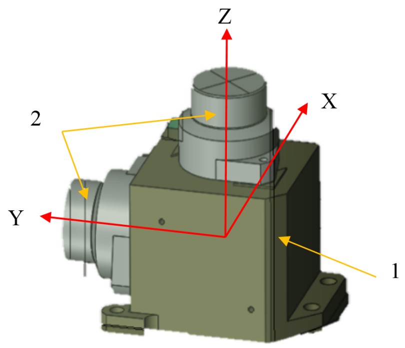


Рис. 1. Несущая система блока акселерометров БИНС; 1 – несущая система, 2 – акселерометры

Техническим заданием на несущую систему блока акселерометров БИНС было предусмотрено максимальное отклонение осей чувствительности акселерометров в 20″, которое нельзя было превышать при заданном типовом режиме работы БИНС. Такая задача потребовала применить при проектировании различные способы повышения жесткости, такие как [6]:

1) отказ от стыков и использование монолитных конструкций;

2) применение симметричных решений;

3) рациональное увеличение моментов инерции сечений, не сопровождающееся возрастанием массы;

4) применение сводчатых, сферических и пирамидальных форм;

5) изменение формы участков перехода от одного сечения к другому;

6) увеличение числа мест крепления;

7) применение более жесткого материала.

Были спроектированы и исследованы десятки конструкций несущих систем блока акселерометров. Наиболее перспективные несущие системы БИНС был отобраны для сравнительного исследования при одинаковых тепловых нагрузках и условиях закрепления. Критериями отбора являлись минимальность отклонения осей чувствительности акселерометров на несущей системе и отсутствие значительного превышения массы.

Первый вариант спроектированной конструкции НС, показанные на рис. 2, содержит три функциональных части и соответствует вышеперечисленным рекомендациям.

Остальные компоновочные решения были спроектированы последовательно, методом пошагового улучшения конструкций. При расчете отклонений осей чувствительности (ОЧ) акселерометров было принято допущение, что ОЧ акселерометров должны быть связаны с базовыми посадочными поверхностями (ПП) основания, на которых они размещаются.

III. Методика исследования

Для полученных вариантов оснований были сформированы термоупругие модели и рассчитаны угловые смещения ОЧ триады акселерометров. Численное моделирование позволило оценить температуру характерных точек НС при ее прогреве до установившихся значений. Эскизы полученных вариантов НС, характерный вид тепловых полей поверхностей полученных конструкций и величины отклонения осей БА показы в табл. 1.

Моделирование тепловых деформаций и определение отклонений ОЧ акселерометров проводилось с использованием расчетного конечно-элементного комплекса ANSYS Mechanical.

В работе принято допущение об использовании закрытой термодинамической системы для исследуемых НС, поэтому внешняя окружающая среда не влияла на результаты расчетов. Температура окружающей среды была принята постоянной и составляла 22 °С. Остальные условия соответствовали нормальным. Для всех вариантов конструкции использовался сплав Д16. Необходимые теплофизические значения материала НС, принимались зависимыми от температуры [7, 8].

В качестве тепловой нагрузки учитывались нагрузки от акселерометров, отклонение осей которых от ортогональности напрямую влияет на формирования погрешности в работе прибора.

Для каждой из пары площадок B, C и D (рис. 2) под установку акселерометров была назначена тепловая нагрузка по 0,6 Вт. Приток теплоты от блока гироскопов моделировался тепловым потоком мощностью 6 Вт, приложенным снизу конструкции, показанной на рис 2. Считалось, что конвективный теплообмен происходил в спокойной воздушной среде с начальной температурой 22 °С, при этом коэффициент теплоотдачи α являлся функцией температуры и расположения поверхностей в пространстве для принятой начальной температуры $\alpha = 3{,}25 \div 8$ Вт/(м^2·К) [6]. Задача решалась в стационарной трехмерной постановке с использованием уравнений теплопроводности и теплопередачи [6]. Тепловое излучение из-за малости значений абсолютных температур не учитывалось. Закрепление цилиндрических поверхностей E (рис. 2) осуществлялось, как для идеальных, абсолютно жестких по всем степеням свободы тел.

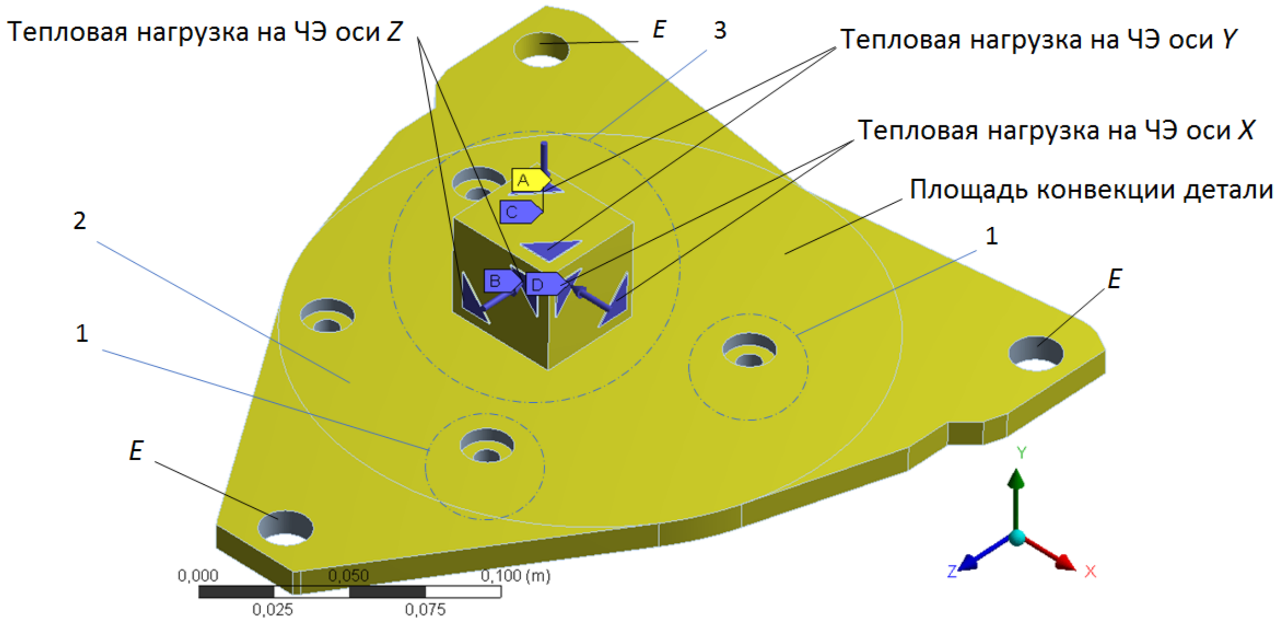


Рис. 2. Вариант конструкции НС и ее расчетная схема в начальный момент времени. Для конструкции: 1 – часть для присоединения триады гироскопов; 2 – основная часть НС; 3 – элемент НС под ортогональное размещение акселерометров. Для расчетной схемы: A – Площадь конвективного теплообмена; B, C, D – зоны теплового воздействия от акселерометров по оси Z, Y, X соответственно; E – площадки закрепления для расчета деформаций

Использовалась следующая расчетная сетка конечных элементов: гексагональные элементы, содержащие промежуточные точки. Сгенерированная расчетная сетка конечных элементов содержала не менее трех слоев по толщине модели детали. В характерной детали содержались 82 тысячи расчетных узлов с размером элемента не более 4 мм. В зонах крепления акселерометров проводилось локальное уменьшение размеров расчетной сетки до одного мм и менее.

Отклонения углов нормалей ПП акселерометров B, C и D (рис. 2) вычислялись как отклонение нормали к средней поверхности для ПП после термодеформирования.

Вычисленные углы отклонения осей ЧЭ от ортогонального первоначального положения к ПП детали $\gamma_{X,Y,Z}$ сравнивались по абсолютным величинам для всех разработанных конструкций.

Таблица 1 – Отклонения осей ЧЭ для различных вариантов конструкций НС с их описанием

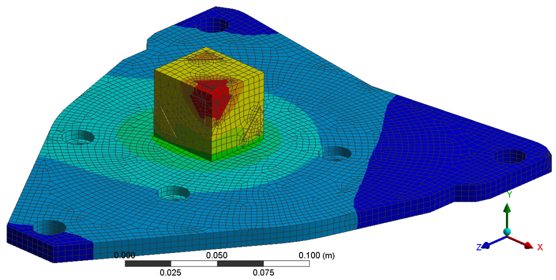
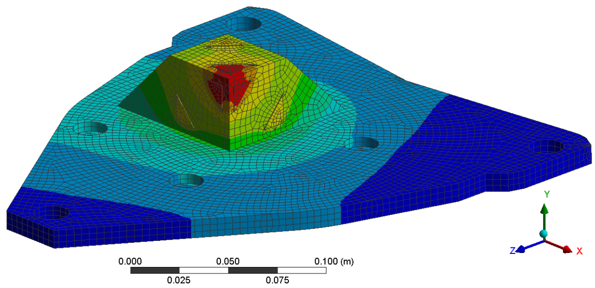
Эскиз, относительное распределение температур по поверхности	Описание вариантов конструкции	Отклонение осей ЧЭ, ″
	Вариант 1.0. Использованы габаритные посадочные размеры БА. Минимальный размер посадочных поверхностей под акселерометры. Схема расположения посадочных поверхностей – «в угол»	Z – 4,4 X – 0,7 Y – 1,4
	Вариант 2.0. Добавлены ребра жесткости в направлении оси акселерометров - X и Z	Z – 3,8 X – 0,6 Y – 1,7

Таблица 1 (продожение) – Отклонения осей ЧЭ для различных вариантов конструкций НС с их описанием

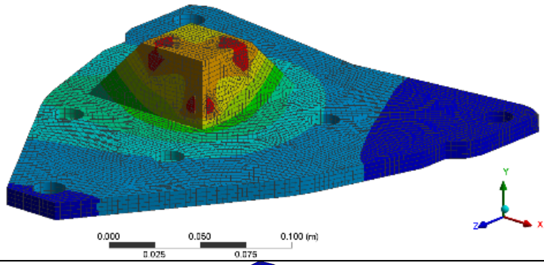
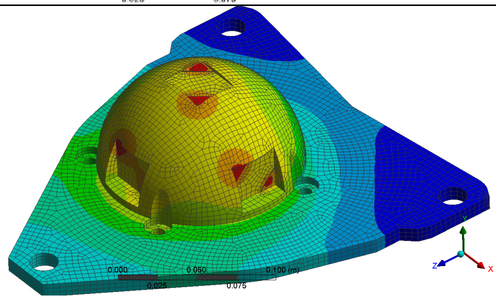
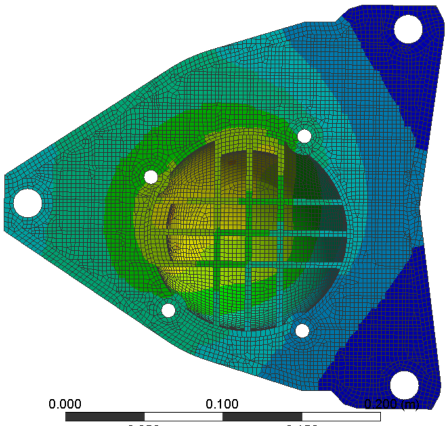
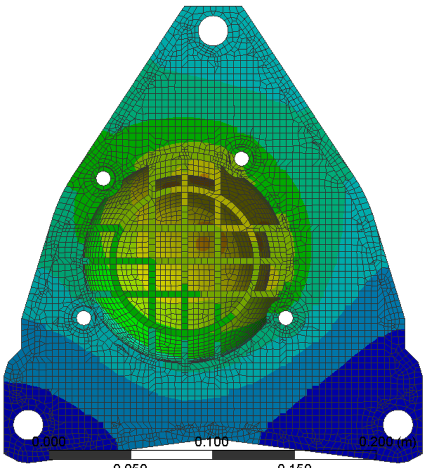
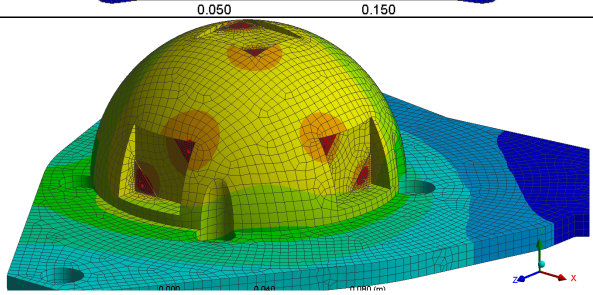
Эскиз, относительное распределение температур по поверхности	Описание вариантов конструкции	Отклонение осей ЧЭ, ″
	Вариант 2.1. Изменено расположение посадочных поверхностей под акселерометры на зеркальные со схемы «в угол» на схему «кольцо»	Z – 7,8 X – 1,9 Y – 3,2
 	Вариант 3.0. Использование полусферическая конструкции, как наиболее возможной жесткой из геометрических форм. Полусферическая купол имеет три взаимно перпендикулярных ребра жесткости. Толщина купола соизмерима с толщиной основания детали и не меняется для остальных подобных топологий деталей.	Z – 17,8 X – 5,4 Y – 3,5
	Вариант 3.1. Полусферическая куполообразная конструкция. Из-за значительного отклонения оси ЧЭ по углу Z к куполу добавили три взаимно перпендикулярных ребра жесткости и одно круговое ребро. Посадочные поверхности под акселерометры расположены как в варианте 3.0.	Z – 10,2 X – 2,8 Y – 1,4
	Вариант 3.3. Полусферическая конструкция. Купол имеет три взаимно перпендикулярных ребра жесткости и одно круговое ребро. Схема расположения посадочных поверхностей – «в угол»	Z – 11 X – 3,5 Y – 1,8

Таблица 1 (продожение) – Отклонения осей ЧЭ для различных вариантов конструкций НС с их описанием

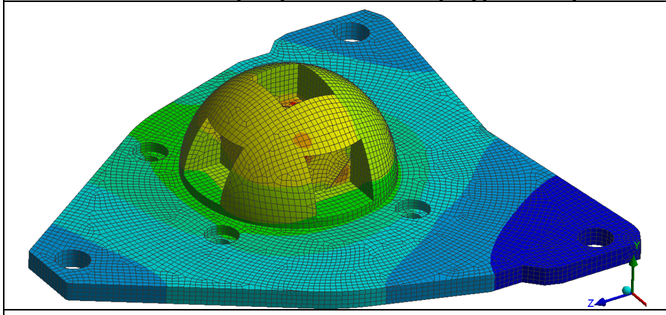
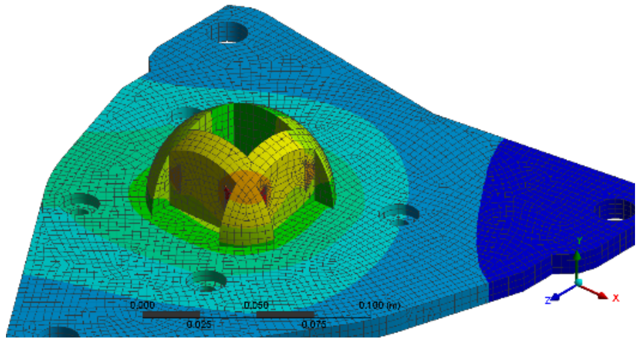
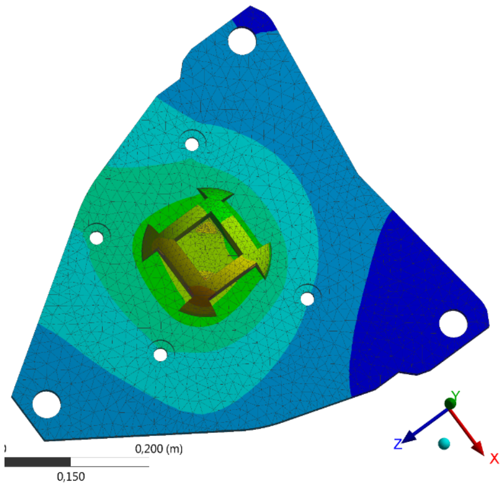
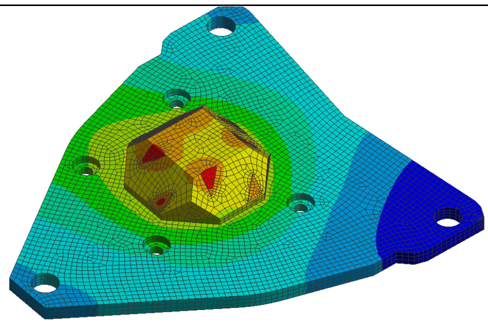
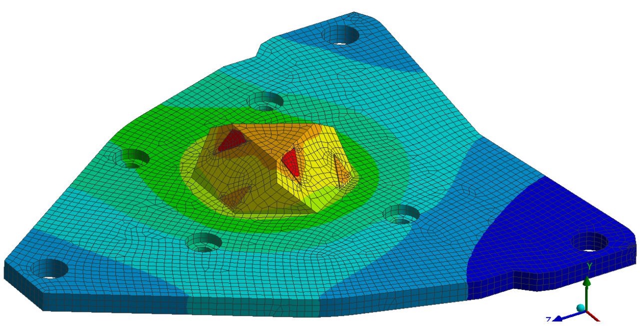
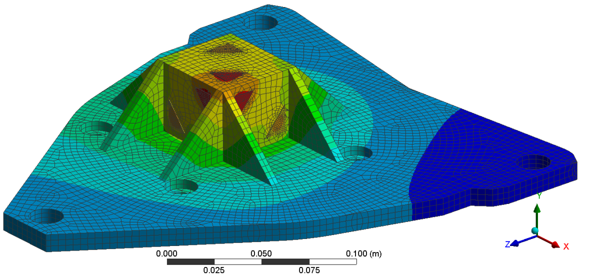
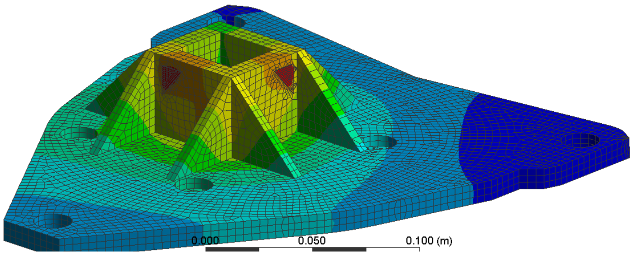
Эскиз, относительное распределение температур по поверхности	**Описание вариантов конструкции**	**Отклонение осей ЧЭ, ″**
	Вариант 4.0. Полусферическая твердотельная конструкция меньших размеров, чем в вариантах 3.0 с углубленным расположения посадочных поверхностей для ЧЭ по схеме «в угол». Расстояние от сферы до поверхностей – 30 мм.	Z – 5,5 X – 3,4 Y – 5,7
	Вариант 5.0. Полусферическая твердотельная конструкция меньших размеров, чем в варианте 4.0 с углубленным расположения посадочных поверхностей горизонтально по осям Z и X. Толщина стенок «колодца» – 10 мм.	Z – 7,9 X – 1,7 Y – 1,6
	Вариант 5.1. Повторяет предыдущую конструкцию с появлением симметричных вырезов.	Z – 5,5 X – 1,7 Y – 3,4
	Вариант 6.0. Четырехгранная твердотельная пирамида (Northrop Grumman).	Z – 24,5 X – 11,8 ZA – 25,5 XA – 14,1
	Вариант 7.0. Трехгранная твердотельная пирамида	Z – 22,4 X – 11,8 Y – 5,0

Таблица 1 (продожение) – Отклонения осей ЧЭ для различных вариантов конструкций НС с их описанием

Эскиз, относительное распределение температур по поверхности	Описание вариантов конструкции	Отклонение осей ЧЭ, ″
	Вариант 10.0. Повторяет вариант 1.0, но с симметричным расположением ребер жесткости по осям Z и X. Схема расположения посадочных поверхностей ЧЭ – «в угол»	Z – 0,4 X – 1,8 Y – 5,2
	Вариант 10.1. Повторяет версию 10.0, с симметричным расположением ребер жесткости. Площадка под ЧЭ по оси Y расположенной на уровне поверхности всей детали. Схема расположения посадочных поверхностей – «кольцо»	Z – 1,5 X – 0,9 Y – 2,9

IV. Оценка результатов

Оценка результатов синтеза НС проводилась по наилучшему варианту конструкции НС по критерию минимальности отклонения осей ЧЭ, т.е. конструкции с максимальной жесткостью.

Поскольку условия закрепления НС являлись постоянными, изменение жесткости конструкции в основном зависело от выбора формы элемента части, обеспечивающей ортогональность размещения триады акселерометров 3 (рис. 2).

Расчеты показали, что некоторые конструкции обладают минимальными значениями отклонений углов осей чувствительности акселерометров по одной из расчетных осей и максимальными по другим из оставшихся. Это вызвано тем, что при тепловых нагрузках, в конструкции НС основания, возникают разнонаправленные силы, заставляющие работать конструкцию как на изгиб, кручение, так и на растяжение-сжатие.

Для минимизации баланса погрешности навигации всего БИНС необходимо, что бы отклонения осей ЧЭ были минимальны по всем осям триады.

Анализ полученных данных показал, что наиболее перспективными компоновками НС для указанного критерия являются версии 5.1 и версии 10.1, поскольку версии 2 и 1 являются первообразными для версий 10. Для них максимальные отклонения $\max\limits_{i=x,y,z}\gamma_i$ (по осям X, Y, Z) имеют наименьшее значение среди представленных вариантов конструкций, а разница между минимальным и максимальным значением отклонения по осям $\max\limits_{i=x,y,z}\gamma_i - \min\limits_{i=x,y,z}\gamma_i$ являются незначительными.

Сравнение конструкций по указанным критериям представлено в табл. 2, в которой они расположены в порядке увеличения отклонения γ.

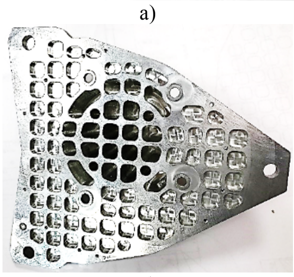
Таблица 2 – Значение численных критериев разработанных конструкций

№ п.п.	№ конструкции	$\max\limits_{i=x,y,z}\gamma_i$, ″	$\max\limits_{i=x,y,z}\gamma_i - \min\limits_{i=x,y,z}\gamma_i$, ″
1	10.1	2,9	2
2	2.0	3,8	3,2
3	1.0	4,4	3,7
4	10.0	5,2	4,8
5	5.1	5,5	3,8
6	4.0	5,7	2,3
7	2.1	7,8	5,9
8	5.0	7,9	6,3
9	3.1	10,2	8,8
10	3.3	11,0	9,2
11	3.0	17,8	14,3
12	7.0	22,4	17,4
13	6.0	25,5	-

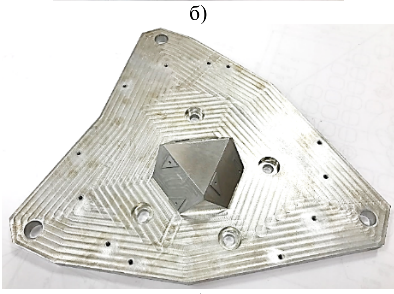
Было замечено, что осевая симметричность конструкции давала минимальное отклонение ОЧ акселерометров и большую стабильность или равномерность их значений для элемента НС под размещение акселерометров 3 (рис. 1), обеспечивающей ортогональность триады акселерометров.

Для экспериментального исследования влияния жесткости на отклонения осей ЧЭ акселерометров были изготовлены макеты НС БА для наиболее перспективных версий конструкций, показанных на рисунке 3: версия 10.1, у которой наименьше показатели при большей их равномерности; 7.0, у которой перспективная форма расположения ЧЭ и четырехкратный разброс значений углов отклонения осей; версия 3.3, которая имеет пятикратный разброс значений углов отклонения осей чувствительности для НС.

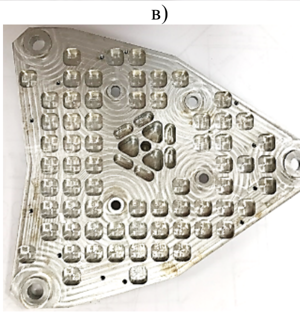
а)



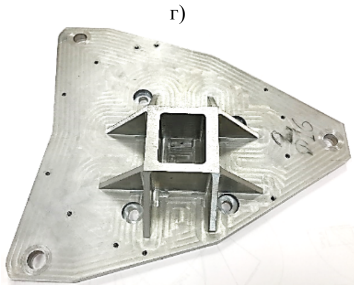
б)



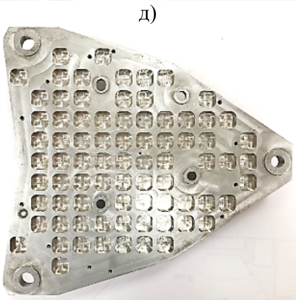
в)



г)



д)



е)

Рис. 3. Изготовленные макеты НС из сплава Д16: а) – модернизированный вариант 3.3: Полусферическая конструкция с ребрами жесткости; б) – модернизированный вариант 3.3: вид снизу; г) – вариант 7.0: Трехгранная твердотельная пирамида; д) - вариант 7.0: вид снизу; д) - Вариант 10.1; е) - Вариант 10.1: вид снизу

Заключение

Результаты работы показали, что при одних и тех же условиях теплового нагружения и закрепления, отклонения углов осей чувствительности акселерометров для разных осей могут существенно отличаться друг от друга при различных типах конструктивного исполнения.

Показано, что симметричные конструкции имеют минимальные значения разбросов отклонений осей чувствительности триады акселерометров или обладают большей стабильностью. Подтверждено, что применение симметричных конструкций, для тепловых воздействий, положительно сказывается на тепловых распределениях и способствует уменьшению общего уровня деформаций конструкций несущих систем блока акселерометров БИНС.

Исследования показали, что невозможно обеспечить наименьшую массу конструкции несущей системы блока акселерометра БИНС и обеспечить минимальные углы отклонения осей чувствительности триады для каждой из осей акселерометров. Указанная задача сводится к определению оптимального компромисса.

Наибольшая стабильность отклонения углов осей чувствительности, необходимая для минимизации баланса погрешностей БИНС, обеспечивается для формы установки акселерометров в виде колодца с внешним расположением ребер жесткости.

Изготовленные экспериментальные детали позволят авторам в будущих исследованиях дополнить разработанный подход по исследованию термоупругой модели несущей системы блока акселерометров БИНС и дополнить их рядом других важных воздействующих на точность факторов.

Литература

[1] Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. 280 с.

[2] Лысенко Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет: Учеб. пособие. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 672 с.: с ил.

[3] Бромберг П.В. Теория инерциальных навигационных систем. М: Наука, 1979. 296 с.

[4] Titerton, D.H., Weston, J.L., Strapdowm Inertial Navigation Technology, 2nd edition. ISBN 0 86341 358 7.

[5] Бордачев Д.А. Теоретические и экспериментальные исследование системы термостатирования прецизионного измерителя вектора угловой скорости на поплавковых гироскопах: дис. ... канд. техн. наук. МГТУ им. Н.Э. Баумана. М.: 2017. 143 с. ISBN 5-217-00223-9

[6] Нащекин В. В. Техническая термодинамика и теплопередача. Учебн. Пособие для неэнергетических специальностей вузов. М. «Высшая школа», 1975. 496 с.

[7] Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. Учебник для вузов. Изд. 3-е перераб. и доп. М.: «Энергия», 1975.

Компенсационный преобразователь линейных ускорений на основе оптического туннелирования*

В.И. Бусурин
Кафедра 301 «Системы автоматического и интеллектуального управления»
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
vbusurin@mai.ru

К.А. Коробков
Кафедра 301 «Системы автоматического и интеллектуального управления»
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
kane_and_lynch@bk.ru

Н.А. Макаренкова
Кафедра 301 «Системы автоматического и интеллектуального управления»
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
n.a.makarenkova@yandex.ru

Л.А. Шлеенкин
Кафедра 301 «Системы автоматического и интеллектуального управления»
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Москва, Россия
lev.shleenkin@mail.ru

***Аннотация*—Предложен оптоэлектронный компенсационный преобразователь ускорений на основе оптического туннелирования. Разработана структурная схема преобразователя ускорений и проведено исследование влияния конструктивных параметров на его характеристики. Исследованы динамические характеристики преобразователя ускорений. Проанализировано влияние температуры и поперечного ускорения на характеристики преобразователя.**

Ключевые слова—преобразователь ускорения, оптическое туннелирование, структурная схема, характеристики, погрешности

I. Введение

В настоящее время одним из перспективных направлений при создании систем управления различными подвижными объектами, в которых требуется высокая точность измерений, является использование преобразователей, принцип действия которых основан на оптическом считывании. Такие измерительные преобразователи ускорения могут быть полезны для повышения точности систем контроля положения беспилотных летательных аппаратов, манипуляторов и т.п. [1, 2]. Преобразователи ускорения, основанные на оптическом туннелировании, имеют высокую чувствительность к физическим воздействиям, приводящим к субмикронным перемещениям чувствительного элемента (ЧЭ), малые массогабаритные показатели и высокую помехозащищённость [3]. Преимуществами оптических преобразователей по сравнению с емкостными являются: отсутствие возможности электрического пробоя между элементами преобразователя; меньшая чувствительность к поперечным ускорениям за счёт уменьшения диапазона механических перемещений ЧЭ; отсутствие электростатических силовых воздействий на чувствительный элемент при считывании [4, 5].

II. Структурная схема компенсационного преобразователя ускорений

Компенсационный преобразователь ускорений на основе оптического туннелирования включает: блок формирования излучения (БФИ), ЧЭ, блок приёма и первичной обработки сигнала (БПиПОС), основной блок обработки (ОБО), компенсационный блок (КБ) и интерфейс. На рисунке 1 приведена структурная схема преобразователя ускорения с контуром стабилизации положения ЧЭ.

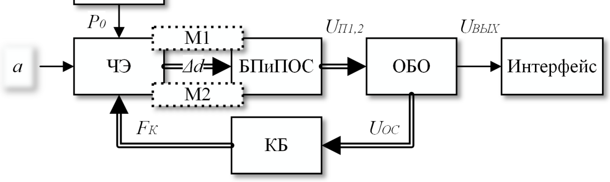


Рис. 1. Структурная схема преобразователя ускорения с контуром стабилизации положения ЧЭ

В состав БФИ входят: источник оптического излучения, волоконно-оптический световод и линза, коллимирующая излучение и обеспечивающая его ввод в чувствительный элемент под углом, близким к критическому, но удовлетворяющим условию полного внутреннего отражения.

ЧЭ балочного типа представляет собой кварцевую плоскопараллельную пластину, жёстко закреплённую одним концом в корпусе [6,7]. ЧЭ воспринимает внешние ускорения и преобразует их в субмикронные перемещения за счёт сил инерции.

Компенсационный преобразователь ускорений построен по дифференциальной схеме, содержащей два идентичных канала оптического съёма информации о перемещениях чувствительного элемента. Перемещения детектируются оптическими средствами БПиПОС, в который входят два информационных канала, каждый из которых состоит из призмы, фотоприёмника и преобразователя «ток-напряжение». В каждом канале излучение от источника, проходя через чувствительный элемент, поступает на оптический модулятор (М1 и М2) структуры «чувствительный элемент – воздух – призма», изменяющий пропускательную способность. В начальном положении ЧЭ расположен на равном удалении от обеих призм. При воздействии измеряемого линейного ускорения *a* происходит изгиб балки, что изменяет рабочие зазоры *Δd* между ЧЭ и призмами. За счёт оптического туннелирования изменяются отражательные (*R*) и пропускательные (*T*) способности структур, что приводит к модуляции выходных оптических мощностей $P_{ВЫХ1,2}$ по двум каналам. Выходные оптические мощности модуляторов преобразуются фотоприёмниками в фототоки, которые поступают на преобразователи «ток-напряжение». На выходе преобразователей «ток-напряжение» формируются напряжения, поступающие в основной блок обработки.

ОБО предназначен для формирования функции преобразования оптического датчика и передачи информации на интерфейс и компенсационный блок. Разность напряжений $U_{П1}$ и $U_{П2}$, полученных с преобразователей «ток – напряжение», с помощью усилителя преобразуется в выходное напряжение $U_{ВЫХ}$, подаваемое на интерфейс.

КБ обратной связи состоит из селективной схемы и двух каналов, каждый из которых включает: усилитель, обеспечивающий взаимосвязь информационного сигнала с силовым, и пару электродов. Сигнал с основного блока обработки подаётся на селективную схему, включающую компараторы, которая обеспечивает передачу сигнала, пропорционального микроперемещениям, на усилитель, формирующий напряжения на электродах требуемого направления, создавая компенсационную силу. Компаратор формирует нулевое значение при отклонении ЧЭ в направлении к электроду или напряжение единичной амплитуды при движении ЧЭ в противоположенном направлении. На свободном конце ЧЭ, в области наибольшего его перемещения, с двух сторон расположены электроды, которые, при участии электродов, расположенных на корпусе, обеспечивают компенсационную силу $F_К$ электростатического типа. Электростатическая сила обеспечивает стабилизацию положения чувствительного элемента за счёт создания компенсирующего прогиба. К параметрам элементов емкостной стабилизации положения ЧЭ относятся длина и ширина электродов, а также начальный зазор между парными электродами.

Однонаправленный интерфейс предназначен для передачи значений измеренных устройством ускорений внешней системе.

Структурная схема с контуром стабилизации положения ЧЭ обеспечивает уменьшение рабочего диапазона его перемещений и позволяет расширить динамический диапазон преобразователя.

III. Исследование статических характеристик преобразователя

ЧЭ преобразует измеряемое ускорение *a* в отклонение $w_1(x)$, изменяющее рабочий зазор *Δd*. Ось *OX* направлена вдоль оси симметрии ЧЭ от его закреплённого конца в сторону свободного края. Проведено исследование зависимости величины прогиба ЧЭ от его длины и толщины. Определены конструктивные параметры ЧЭ, обеспечивающие реализацию оптического туннелирования.

Компенсационная сила, полученная при использовании электростатической обратной связи, определяется с помощью закона сохранения энергии в подвижном конденсаторе. Под действием компенсационной силы ЧЭ с электродами на свободном конце совершает перемещение $w_2(x)$. Проведено моделирование зависимости отклонения ЧЭ от напряжения обратной связи при варьировании длины электрода и начального зазора между электродами. Определены значения увеличения прогиба ЧЭ за счет воздействия компенсационной силы при увеличении длины электрода и при уменьшении начального зазора между электродами.

Проведено исследование зависимости чувствительности и отражательной способности от величины зазора между призмой и ЧЭ: а) при варьировании длины электромагнитной волны; б) при варьировании угла падения к призме. На рисунке 2 представлена зависимость чувствительности к микроперемещениям от величины зазора между призмой и ЧЭ при варьировании длины электромагнитной волны источника (λ=0,85 мкм и λ=1,35 мкм).

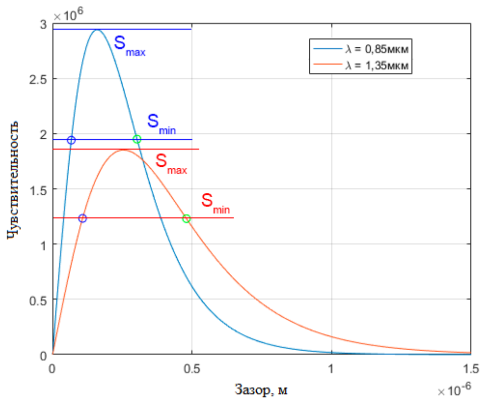


Рис. 2. Зависимость чувствительности от величины зазора между призмой и ЧЭ при варьировании длины электромагнитной волны источника

Исследование показало, что значение максимальной чувствительности увеличивается с уменьшением длины волны, однако сама чувствительность быстрее снижается при отклонениях зазора между призмой и ЧЭ от значения, соответствующего максимальной чувствительности. Значение отражательной способности возрастает с уменьшением длины волны и увеличением зазора между призмой и ЧЭ. Значение максимальной чувствительности возрастает с увеличением угла падения, однако сама чувствительность быстрее снижается при отклонениях зазора между призмой и ЧЭ от значения, соответствующего максимальной чувствительности.

В общем случае, значение выходного напряжения преобразователя мало и неэффективно для стабилизации положения ЧЭ. Усилители увеличивают напряжение до необходимого значения $U_{\text{ОС}}$. Зависимость выходного напряжения от ускорения является квазилинейной. Линеаризованная функция преобразователя ускорений, полученная с помощью метода наименьших квадратов, может быть описана полиномом первого порядка с коэффициентом наклона, равным 0,0531, и значением смещения – минус 0,0245. При такой функции преобразования максимальная относительная погрешность нелинейности составляет 3,8%.

IV. Исследование динамических характеристик преобразователя

Для определения динамических характеристик преобразователя ускорения составлены уравнения движения ЧЭ под действием ускорения и компенсационной электростатической силы. Измеряемое ускорение и результирующая сила, приложенная к инерционной массе, действуют вдоль оси чувствительности OY. Электростатическая сила сонаправлена с осью OY и компенсирует влияние силы упругости, зависящей от жесткости пластины, инерционной силы и силы сопротивления перемещению ЧЭ, действующих в сторону, противоположную направлению оси OY. Тогда для x_1 (точки съёма информации о микроперемещениях) и x_2 (точки приложения компенсационной силы) система уравнений движения ЧЭ, с учётом его жёсткости, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} m_{\text{чэ}}\ddot{w}_1(x_1,t)+k_{\text{ДУ}}\dot{w}_1(x_1,t)+\dfrac{m_{\text{чэ}}a}{w_1(x_1)}w_1(x_1,t)=m_{\text{чэ}}a \\ m_{\text{чэ}}\ddot{w}_1(x_2,t)+k_{\text{ДУ}}\dot{w}_1(x_2,t)+\dfrac{m_{\text{чэ}}a}{w_1(x_2)}w_1(x_2,t)=m_{\text{чэ}}a \\ m_{\text{чэ}}\ddot{w}_2(x_1,t)+k_{\text{ДУ}}\dot{w}_2(x_1,t)+\dfrac{F_{\text{К}}(d_{\text{Э}})}{w_2(x_1)}w_2(x_1,t)=-F_{\text{К}}(d_{\text{Э}}) \\ m_{\text{чэ}}\ddot{w}_2(x_2,t)+k_{\text{ДУ}}\dot{w}_2(x_2,t)+\dfrac{F_{\text{К}}(d_{\text{Э}})}{w_2(x_2)}w_2(x_2,t)=-F_{\text{К}}(d_{\text{Э}}) \\ d=d_0-w_1(x_1,t)+w_2(x_1,t) \\ d_{\text{Э}}=d_{\text{Э}0}-w_1(x_2,t)+w_2(x_2,t) \\ F_{\text{К}}=\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 brU_{\text{ОС}}^2}{2d_{\text{Э}}^2} \end{cases},$$

где $k_{\text{ДУ}}$ – коэффициент демпфирования в направлении OY, ε_0 – электрическая постоянная, ε – диэлектрическая проницаемость среды, b – ширина электрода, r – длина электрода, $U_{\text{ОС}}$ – напряжение на обкладках, $m_{\text{ЧЭ}}$ – масса чувствительного элемента, $d_{\text{Э}}$ – зазор между электродами, t – время.

Для оптических модуляторов (М1, М2) использована передаточная функция пропорционального звена. Фотоприемники и преобразователи «ток – напряжение» представлены дифференциальными уравнениями первого порядка. Передаточная функция ЧЭ представлена звеном второго порядка. Для анализа динамических характеристик компенсационного преобразователя ускорений определена передаточная функция замкнутой системы и рассмотрена реакция на ступенчатое воздействие $a(t)$=10g·1(t) при нулевых начальных условиях. На рисунке 3 приведены результаты моделирования переходного процесса выходного напряжения преобразователя ускорений.

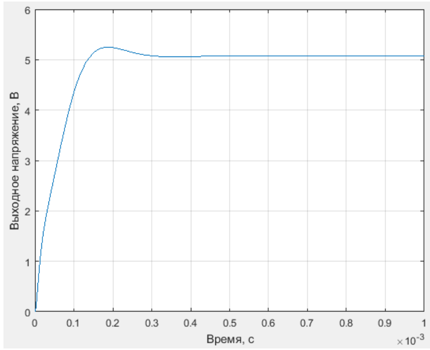


Рис. 3. Переходный процесс выходного напряжения преобразователя ускорений

Время переходного процесса выходного напряжения составляет приблизительно $0{,}3\cdot10^{-3}$ с, при этом перерегулирование не превышает 2%. Таким образом, в динамическом режиме компенсационный преобразователь ускорений имеет малую колебательность и быстрое затухание переходного процесса.

V. Анализ влияния дестабилизующих факторов на характеристики преобразователя

Изменение температуры и поперечное ускорение, перпендикулярное к измеряемому, являются одними из основных источников возникновения погрешностей. Температура влияет на изменение модуля упругости кварца $E(T)$, что вносит ошибку в значение выходного напряжения преобразователя ускорения.

На рисунке 4 представлена зависимость температурной погрешности от ускорения при изменении температуры в диапазоне от минус 40 °С до плюс 80 °С (при T = 20 °С модуль упругости материала ЧЭ E_0 = $1{,}87\cdot10^{11}$ Па).

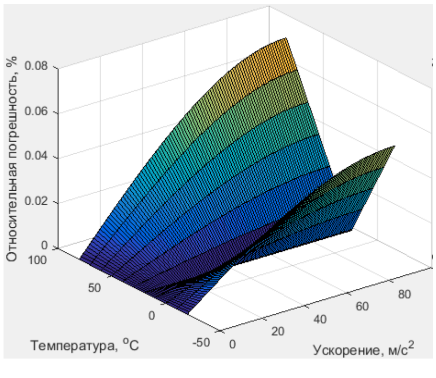


Рис. 4. Зависимость температурной погрешности от ускорения и температуры

Максимальное значение температурной погрешности составляет δ_{max} ≈ 0,07% и достигается при a = 10g, T = 80 °С. За счет малого температурного коэффициента модуля упругости кварцевого ЧЭ и использования дифференциальной схемы преобразователя с двумя каналами оптического считывания температура мало влияет на характеристики преобразователя ускорения.

Для оценки влияния поперечного ускорения на характеристики преобразователя необходимо определить силы, действующие на ЧЭ, и величину отклонения ЧЭ за счет этих сил. Силу, обусловленную поперечным ускорением, можно разделить на нормальную составляющую, направленную вдоль оси *OY*, и тангенциальную – вдоль оси *OX*. Тангенциальная составляющая не действует вдоль оси чувствительности и не оказывает влияния на результаты измерений. Нормальная составляющая пропорциональна синусу угла наклона ЧЭ под действием измеряемого ускорения.

Получена зависимость погрешности поперечного ускорения от двух перпендикулярных ускорений в диапазоне $a_x = [0…10g]$ и $a_y = [0…10g]$, приведенная на рисунке 5.

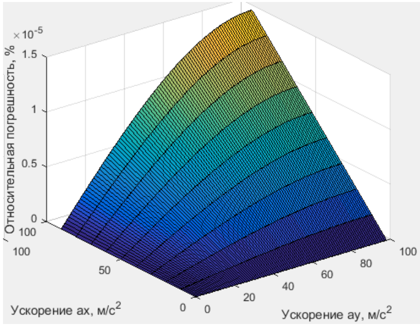


Рис. 5. Зависимость погрешности поперечного ускорения от двух перпендикулярных ускорений

В предлагаемой схеме преобразователя ускорения на основе оптического туннелирования рабочие перемещения ЧЭ составляют сотни нанометров. В связи с такими малыми рабочими перемещениями, которые индуцируются измеряемым линейным ускорением по оси *OY*, поперечная чувствительность оказалась незначительной. Значение погрешности при измеряемом и поперечном ускорениях $10g$ составляет около 0,009%.

VI. Выводы

Разработана дифференциальная структурная схема компенсационного преобразователя линейных ускорений на основе оптического туннелирования, позволяющая обеспечить высокую чувствительность к перемещениям ЧЭ и снизить влияние поперечных ускорений.

Разработана математическая модель чувствительного элемента преобразователя и проведён анализ субмикронных перемещений пластины, обусловленных её деформацией при различных значениях ускорения. Исследованы характеристики компенсационного преобразователя линейных ускорений на основе оптического туннелирования с использованием ЧЭ балочного типа и электростатической обратной связи. Проведен анализ влияния топологии чувствительного элемента и его конструктивных параметров на характеристики преобразователя ускорения. Проведён анализ зависимости отклонения чувствительного элемента от напряжения обратной связи при варьировании параметров электростатической обратной связи. Исследована зависимость чувствительности преобразователя линейных ускорений от параметров блока формирования излучения. Получена линеаризованная функция преобразования, определена погрешность нелинейности преобразователя ускорения.

Проведено исследование динамических характеристик компенсационного преобразователя линейных ускорений. Показано, что время переходного процесса выходного напряжения не превышает долей миллисекунд. Предложенный компенсационный преобразователь линейных ускорений на основе оптического туннелирования с электростатической обратной связью позволяет осуществлять измерения линейных ускорений в диапазоне $\pm 10g$.

Проведён анализ влияния дестабилизирующих факторов на точностные характеристики преобразователя линейных ускорений. Установлено, что изменение температуры оказывает незначительное влияние на характеристики преобразователя за счёт использования дифференциальной схемы и малого температурного коэффициента модуля упругости чувствительного элемента. Определено, что поперечная чувствительность преобразователя ускорения с оптическим считыванием на основе оптического туннелирования весьма мала, что обусловлено субмикронными индуцированными рабочими перемещениями ЧЭ.

Спонсоры

Материалы подготовлены при финансовой поддержке РФФИ (грант №19-08-00108).

Литература

[1] Krasnova, S.A., Antipov, A.S., Hierarchical Design of Sigmoidal Generalized Moments of Manipulator under Uncertainty, *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 3, pp. 554–570. DOI: 10.1134/S000511791803013X

[2] Kokunko, Yu., Krasnova, S., Synthesis of a tracking system with restrictions on UAV state variables, Mathematics in Engineering, Science and Aerospace (MESA), 2019, vol. 10, no. 4, pp. 695–705.

[3] Busurin, V.I., Korobkov, V.V., Naing Htoo Lwin, Phan Anh Tuan, Static and dynamic characteristics of angular velocity and acceleration transducers based on optical tunneling effect, *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 737, 012045. doi:10.1088/1742-6596/737/1/012045

[4] Busurin, V.I., Win, Y.N. and Zheglov, M.A., Effect of Linear Acceleration on the Characteristics of an Optoelectronic Ring Transducer of Angular Velocity and Its Compensation, *Avtometriya*, 55 (3), 120–128 (2019) [Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing volume 55, pages 309–316(2019)]. DOI: 10.15372/AUT20190314

[5] Бусурин В.И., Носов Ю.Р. Волоконно-оптические датчики: Физические основы, вопросы расчета и применения. М.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.

[6] Бусурин В.И., Наинг Ту Лвин, Бердюгин Н.А., Ахламов П.С. Исследование преобразователя ускорения оптического туннельного эффекта // Труды МАИ. 2014. № 72. С. 1–9.

[7] Бусурин В.И., Коробков В.В., Наинг Ту Лвин. Анализ погрешностей преобразователя ускорения, построенного на основе оптического туннельного эффекта // Труды МАИ. 2014. № 75. С. 1–18.

Повышение качества переходного процесса компенсационного маятникового акселерометра при LMI-управлении*

В.М. Никифоров
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
V.M.Nikiforov@gmail.ru

М.М. Чайковский
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.А. Гусев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
andre900104@list.ru

К.А. Андреев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.С. Анохин
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

Н.П. Стихарева
Финансовый Университет при Правительстве РФ
г. Москва, Россия
nata.stihareva@yandex.ru

***Аннотация*—В статье рассматривается синтез статического регулятора на основе LMI-управления с варьированием корректирующего коэффициента. Проведено математическое моделирование с предложенным регулятором и сделаны выводы о применении предложенного способа.**

Ключевые слова*—*LMI-управление, корректирующий коэффициент, маятниковый акселерометр

I. Введение

К современным прецизионным приборам первичной информации предъявляются все более высокие требования к параметрам, определяющим качество переходного процесса, так как от них зависит качество измерения прибора. К основным параметрам переходного процесса можно отнести: перерегулирование, время переходного процесса и статическая ошибка.

Развитие алгоритмов управления движением позволило качественно повысить показатели переходного процесса, однако при этом возникают ограничения, не позволяющие достичь желаемого результата только алгоритмически.

II. Цель работы и объект исследования

Целью данной работы является повышение качества переходного процесса компенсационного маятникового акселерометра.

Объектом исследования является маятниковый компенсационный акселерометр (далее - акселерометр). Особенность управления прецизионным чувствительным элементом акселерометра заключается в одновременном достижении быстродействия и минимальных значениях перерегулирования переходного процесса и статической ошибки.

Параметры качества переходного процесса компенсационного маятникового акселерометра с номинальным регулятором равны:

- перерегулирование – 75 дуг. сек;
- время установившегося значения – 0.03с.

Данные параметры должны быть уменьшены для повышения качества переходного процесса и, следовательно, качества измерения акселерометра.

Математическая модель маятникового компенсационного акселерометра имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\dot{\beta}_{int}(t) = \mathrm{k}_{du} \cdot \mathrm{k}_{y} \cdot \mathrm{k}_{corr} \cdot \beta(t),\\
&\dot{\beta}(t) \;=\; \omega(t),\\
&\dot{\omega}(t) = J^{-1} \cdot \left(-\mathrm{k}_{g} \cdot \omega(t) - \mathrm{k}_{t} \cdot \beta(t) - M_{\beta}^{u}(t) - M_{\beta}^{v}(t) + ml \cdot \dot{W} \right)
\end{aligned}$$

где $\beta(t)$ – угол поворота подвижной системы (ПС) относительно оси подвеса,

$\omega(t)$ – угловая скорость вращения ПС относительно оси подвеса,

J – момент инерции ПС относительно оси подвеса,

k_{g} – коэффициент демпфирования вязкой среды нахождения ПС,

k_{t} – коэффициент упругости кремниевого подвеса,

k_{corr} – корректирующий коэффициент,

k_{du} – коэффициент преобразования углового перемещения ПС в напряжение датчика угла,

k_{y} – коэффициент усиления по напряжению,

ml – неуравновешенный момент ПС («маятниковость») АКП,

$\dot{W}$ – кажущееся ускорение,

$M_{\beta}^{u}(t)$ – управляющий момент относительно оси подвеса, созданный датчиком момента,

$M_{\beta}^{v}(t)$ – возмущающий момент относительно оси подвеса.

III. Синтез статического регулятора

Синтез статического регулятора основан на решении задачи полуопределённого программирования. Математическое описание алгоритма синтеза статического регулятора представлено ниже [1,2,3]:

$$trace\left(CPC^T + CY^T B_2^T + B_2 YC^T + B_2 ZB_2^T\right) \to min,$$

$$AP + PA^T + \alpha P + B_1 Y + Y^T B_1^T + DD^T / \alpha \le 0,$$

$$\begin{bmatrix} Z & Y \\ Y^T & P \end{bmatrix} \ge 0, \quad \begin{bmatrix} I & x_0^T \\ x_0 & P \end{bmatrix} \ge 0, \quad \begin{bmatrix} P & Y^T \\ Y & \mu^2 I \end{bmatrix} \ge 0, \quad P > 0,$$

$$K = YP^{-1}, \quad M_\beta^u = Kx \le \mu.$$

Строится эллипсоид достижимости параметров акселерометра, представленный на рис. 1.

Выбором параметра α определяется статический коэффициент усиления обеспечивающий требуемые показателей качества управления. Однако чрезмерное увеличение данного параметра приводит к режиму автоколебаний. В связи с этим предлагается варьирование коэффициента k_{corr} в системе дифференциальных уравнений математической модели маятникового компенсационного акселерометра.

Без дополнительной коррекции k_{corr} при заданном параметре α процесс управления теряет устойчивость.

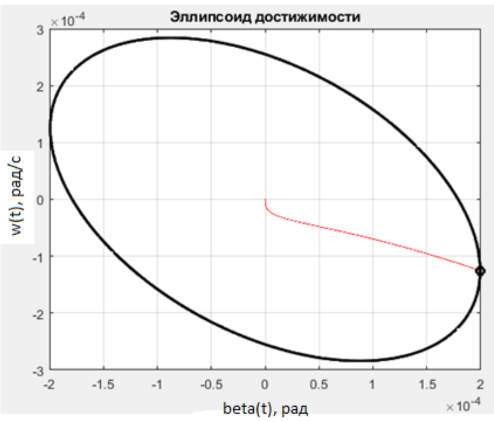


Рис. 1. Эллипсоид достижимости параметров акселерометра

В результате синтеза статического регулятора при $\alpha = 1710$ получены коэффициенты усиления k и корректирующий k_{corr} равные:

$$k = \begin{bmatrix} 0.39 & 9474.35 & 2.33 \end{bmatrix},$$

$$k_{corr} = 100.$$

IV. Математическое моделирование

Далее проведено математическое моделирование акселерометра со статическим регулятором (далее – регулятор) в цепи обратной связи. Реализация математической модели акселерометра с регулятором в цепи обратной связи представлена на рис. 2.

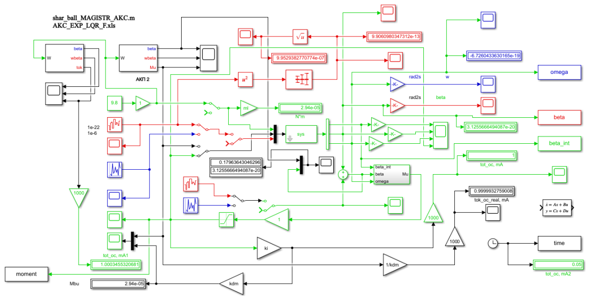


Рис. 2. Реализация математической модели акселерометра с регулятором в цепи обратной связи

Результаты моделирования акселерометра с регулятором в цепи обратной связи представлены на рис. 3.

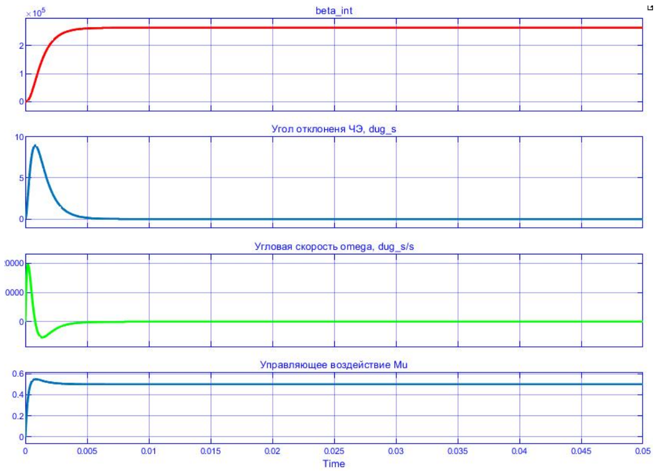


Рис. 3. Результаты моделирования акселерометра с регулятором в цепи обратной связи

В результате моделирования акселерометра с регулятором, синтезированным на основе линейно-матричных неравенств с дополнительной коррекцией, были получены следующие параметры качества переходного процесса:

- перерегулирование – 8 дуг. сек;
- время установившегося значения – 0.01с.

V. Заключение

- В результате синтеза статического регулятора на основе линейно-матричных неравенств с дополнительной коррекцией были получены параметры качества переходного процесса акселерометра на порядок лучше по сравнению с параметрами качества переходного процесса акселерометра с номинальным регулятором, что подтверждено результатами математического моделирования.
- Применение предложенного метода дополнительной коррекции вне регулятора позволит расширить границы применимости синтеза законов управления на основе линейно-матричных неравенств.

Литература

[1] Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. Москва: Физматлит, 2007.

[2] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Идентификация математической модели

маятникового акселерометра с учётом параметрической неопределённости // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 329–332.

[3] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Синтез регулятора обратной связи маятникового акселерометра с применением линейных матричных неравенств и построением инвариантных эллипсоидов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 326–328.

Регрессионная модель тока датчика момента маятникового акселерометра на основе двойного планирования факторного эксперимента*

В.М. Никифоров
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
V.M.Nikiforov@gmail.ru

А.А. Гусев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
andre900104@list.ru

К.А. Андреев
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

С.А. Осокин
ФГУП «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия
transistor@yandex.ru

А.А. Нижегородов
Филиал ВА РВСН имени Петра Великого
г. Серпухов, Россия

Н.П. Стихарева
Финансовый Университет при Правительстве РФ
г. Москва, Россия
nata.stihareva@yandex.ru

***Аннотация*—В статье представлено построение регрессионной модели зависимости тока датчика момента маятникового акселерометра. Использован метод планирования эксперимента для определения наиболее значимых параметров. Получена регрессионная модель тока датчика момента от наиболее значимых параметров акселерометра.**

Ключевые слова—регрессионная модель, планирование факторного эксперимента, маятниковый акселерометр

I. Введение

Для прецизионных приборов, работающих в условиях повышенных вибраций, широком диапазоне температур и других видах воздействий различного рода в течение длительного периода времени, неизбежно возникает изменение различных свойств материалов, что приводит к изменению параметров системы. Параметрические неопределенности, оказывающие существенное влияние на ток датчика момента, в маятниковых акселерометрах приводят к снижению точности измерения. Соответствие тока датчика момента и измеряемой величины характеризует точность измерения.

II. Цель работы и объект исследования

Целью работы является определение регрессионной модели зависимости тока датчика момента маятникового акселерометра с выявлением наиболее значимых параметров, существенно влияющих на протекающий в нем ток. Регрессионная модель необходима для построения полной математической модели и синтеза регулятора, обеспечивающего заданную точность измерения.

Объектом исследования является маятниковый акселерометр с кремневым подвесом (АКП), представленный математической моделью:

$$
\begin{cases}
\dot{\beta}(t) = \omega(t), \\
\dot{\omega}(t) = J^{-1} \cdot \left(-\mathrm{k}_g \cdot \omega(t) - \mathrm{k}_t \cdot \beta(t) - \beta(t) - M_\beta^u(t) - M_\beta^{\mathrm{v}}(t) + ml \cdot \dot{W} \right) \\
-J_{\mathrm{gp}}^{-1} \cdot M_\alpha^u \left[t, \alpha(t), \omega_\alpha(t) \right] \cdot \exp(-\mathrm{s} \cdot \tau) + J_{\mathrm{gp}}^{-1} \cdot M_\alpha^{\mathrm{v}}(t), \\
Y(t) = \beta(t), \\
y(t) = \overbrace{\mathrm{k}_{du} \cdot \mathrm{k}_y}^{\mathrm{k}_{g\beta}} \cdot \beta(t) = \mathrm{k}_{g\beta} \cdot \beta(t) \\
M_\beta^u(t) = \mathrm{k}_i \cdot \mathrm{k}_{dm} \cdot u(t),
\end{cases}
$$

где $\beta(t)$ – угол поворота подвижной системы (ПС) относительно оси подвеса,

$\omega(t)$ – угловая скорость вращения ПС относительно оси подвеса,

J – момент инерции ПС относительно оси подвеса,

k_g – коэффициент демпфирования вязкой среды нахождения ПС,

k_t – коэффициент упругости кремниевого подвеса,

k_{du} – коэффициент преобразования углового перемещения ПС в напряжение датчика угла,

k_y – коэффициент усиления по напряжению,

ml – неуравновешенный момент ПС («маятниковость») АКП,

$\dot{W}$ – кажущееся ускорение,

$M_\beta^u(t)$ – управляющий момент относительно оси подвеса, созданный датчиком момента,

$M_\beta^{\mathrm{v}}(t)$ – возмущающий момент относительно оси подвеса,

k_i – коэффициент усиления по току,

k_{dm} – коэффициент преобразования тока датчика момента в электромагнитный момент.

Для исследования параметрической неопределённости АКП составлена обобщённая математическая модель с учётом возможного разброса параметров АКП с использованием LFT- преобразований [1,2,3].

Параметры акселерометра с учётом мультипликативных погрешностей имеют вид.

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{k}_i = \mathrm{k}_{i_0}(1 + p_{\mathrm{k}_i} \cdot \delta\mathrm{k}_i), && \mathrm{k}_{dm} = \mathrm{k}_{dm_0}(1 + p_{\mathrm{k}_{dm}} \cdot \delta\mathrm{k}_{dm}),\\
&\mathrm{k}_g = \mathrm{k}_{g_0}(1 + p_{\mathrm{k}_g} \cdot \delta\mathrm{k}_g), && \mathrm{k}_t = \mathrm{k}_{t_0}(1 + p_{\mathrm{k}_t} \cdot \delta\mathrm{k}_t),\\
&\mathrm{k}_y = \mathrm{k}_{y_0}(1 + p_{\mathrm{k}_y} \cdot \delta\mathrm{k}_y), && \mathrm{k}_{du} = \mathrm{k}_{du_0}(1 + p_{\mathrm{k}_{du}} \cdot \delta\mathrm{k}_{du}),\\
&J = J_0(1 + p_J \cdot \delta J), && ml = ml_0(1 + p_{ml} \cdot \delta ml).
\end{aligned}
$$

где $\mathrm{k}_i, \mathrm{k}_{dm_0}, \mathrm{k}_{g_0}, \mathrm{k}_{t_0}, \mathrm{k}_{y_0}, \mathrm{k}_{du_0}, J_0, ml_0$ – номинальные значения параметров АКП,

$p_{\mathrm{k}_i}, p_{\mathrm{k}_{dm}}, p_{\mathrm{k}_g}, p_{\mathrm{k}_t}, p_{\mathrm{k}_y}, p_{\mathrm{k}_{du}}, p_J, p_{ml}$ – коэффициенты изменения номинальных значений параметров АКП,

$\left|\delta\mathrm{k}_i, \delta\mathrm{k}_{dm}, \delta\mathrm{k}_g, \delta\mathrm{k}_t, \delta\mathrm{k}_y, \delta\mathrm{k}_{du}, \delta J, \delta ml\right| \le 1.$

III. Регрессионная модель

Наиболее значимые параметры, содержащие неопределённость и влияющие на ток датчика момента акселерометра, определяются методом планирования эксперимента. Определяется аналитическая зависимость между током датчика момента и рассматриваемыми параметрами, содержащими неопределённость, а также проводится оценка возможной погрешности, вносимой параметрической неопределённостью в значение тока датчика момента.

В качестве эксперимента используется математическое моделирование реакции акселерометра на внешнее возмущение, эквивалентное ускорению 1 g.

Первым этапом определения наиболее значимых параметров является построение дробно-факторного планирования.

По полученным результатам планирования эксперимента построена диаграмма Парето, представленная на рис. 1, наглядно демонстрирующая параметры, которые вносят наибольший вклад в изменение значения тока датчика момента акселерометра, а именно: «маятниковость» акселерометра, момент инерции подвижной системы относительно оси подвеса и коэффициент преобразования тока датчика момента в компенсационный момент.

В результате планирования эксперимента получены регрессионные коэффициенты и регрессионная модель тока датчика момента:

$$I_{dm} = 0.989892 + 0.098989 \cdot \overline{ml} - 0.009899 \cdot \overline{J} - 0.098989 \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm}.$$

Значимость момента инерции подвижной системы на порядок уступает «маятниковости» и коэффициенту преобразования тока датчика момента в компенсационный момент. Поэтому на втором этапе проведён центральный композиционный анализ относительно трёх данных параметров. Результаты анализа показывает построенная диаграмма Парето, представленная на рис. 2.

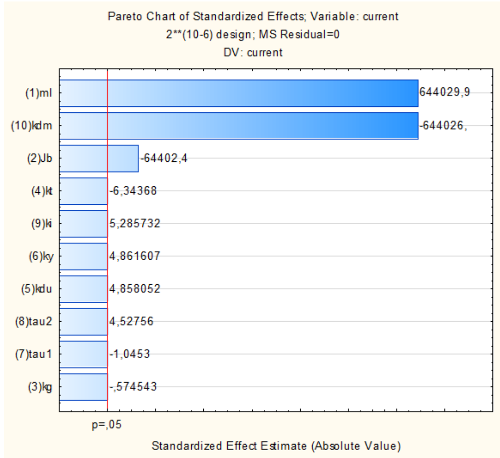


Рис. 1. Диаграмма Парето для результатов дробно-факторного эксперимента

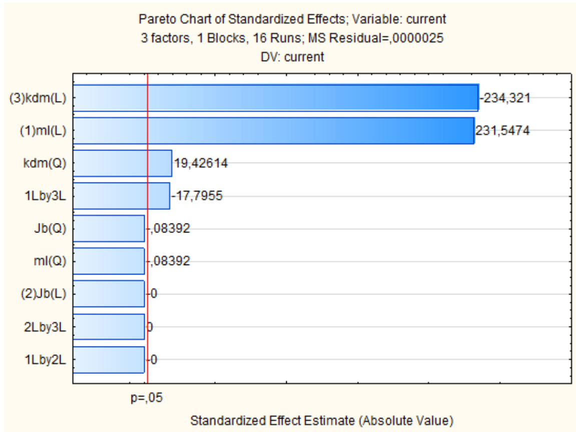


Рис. 2. Диаграмма Парето для результатов центрального композиционного плана

В результате планирования эксперимента получены регрессионные коэффициенты и регрессионная модель тока в цепи обратной связи.

$$
\begin{aligned}
I_{dm} &= 0.980012 + 0.098579 \cdot \overline{ml} - 0.099760 \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm} \ldots\\
&+ 0.099760 \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm}^{2} - 0.009899 \cdot \overline{ml} \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm}
\end{aligned}
$$

Так как «маятниковость» акселерометра является постоянной величиной, данным параметром можно пренебречь и ток датчика момента окончательно можно представить в виде:

$$I_{dm} = 0.980012 - 0.099760 \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm} + 0.099760 \cdot \overline{\mathrm{k}}_{dm}^{2}$$

Исходя из полученной регрессионной модели и проведенных с ней расчетов, можно сделать вывод о том что, изменение коэффициента преобразования тока датчика момента в компенсационный момент (масштабный коэффициент) k_{dm} вызывает обратно-пропорциональное процентное изменение тока датчика момента. То есть при изменении коэффициента преобразования тока датчика момента k_{dm} на -0,7% вызывает соответствующее изменение величины тока датчика момента на 0,72%, а при температуре –20°C изменение k_{dm} на 0,9% вызывает изменение тока датчика момента на –0,91%.

IV. Заключение

- Получена регрессионная модель тока датчика момента от наиболее значимых параметров.
- Параметрами, изменение значений которых вносит максимальное изменение тока датчика момента акселерометра (масштабный коэффициент), являются «маятниковость» акселерометра и коэффициент преобразования тока датчика момента в компенсационный момент k_{dm}.
- Изменение параметра k_{dm} вызывает приблизительно соответствующее обратно-пропорциональное процентное изменение тока датчика момента.
- Полученная регрессионная модель тока датчика момента будет использована в математической модели АКП и синтезе регулятора для повышения точности измерения АКП.

Литература

[1] Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. Москва: Физматлит, 2007.

[2] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Идентификация математической модели маятникового акселерометра с учётом параметрической неопределённости // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 329–332.

[3] Никифоров В.М., Гусев А.А., Золотухин С.С., Жукова Т.А., Нижегородов А.А. Синтез регулятора обратной связи маятникового акселерометра с применением линейных матричных неравенств и построением инвариантных эллипсоидов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 326–328.

▪ ЗАСЕДАНИЕ III – МЕТОДЫ И СРЕДСТВА НАВИГАЦИИ ПО ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПОЛЯМ ▪

Перспективные системы навигации летательных аппаратов по физическим полям: градиент стационарного магнитного поля, градиент гравитационного поля, переменное магнитное поле

Е.В. Каршаков
Лаборатория № 1
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
karshakov@ipu.ru

Б. В. Павлов
Лаборатория № 1
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
pavlov@ipu.ru

М. Ю. Тхоренко
Лаборатория № 1
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
tkhorenkom@mail.ru

И.А. Папуша
Лаборатория № 1
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Москва, Россия
ipapusha@yandex.ru

***Аннотация*—В работе приведен анализ возможностей развития навигационных систем летательных аппаратов с применением бортовых измерений параметров физических полей Земли. При этом рассматриваются перспективные системы, которые не нашли пока широкого применения на практике: магнитоградиентные, измеряющие градиент стационарного магнитного поля, гравиградиентные, измеряющие градиент гравитационного поля, а также электромагнитные, измеряющие переменную составляющую магнитного поля. Рассматриваются основные задачи, возникающие при измерениях данных параметров на борту летательного аппарата, приводится обзор алгоритмических и аппаратурных решений. Анализируются результаты бортовых измерений, даются оценки потенциальной точности навигации.**

Ключевые слова*—*градиент магнитного поля, градиент гравитационного поля, электромагнитное поле, навигация по геофизическим полям, пространственное физическое поле

I. Введение

Появление современных глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) – в первую очередь ГЛОНАСС и GPS, – вывели на совершенно новый уровень возможности решения навигационных задач, в том числе для летательных аппаратов, как пилотируемых, так и беспилотных. Произошел гигантский скачек в развитии технологий в совершенно разных областях – от аэросъемочных работ до автоматической доставки грузов. Однако, накопленный опыт применения ГНСС выявил не только очевидные преимущества, но и недостатки этой системы: зависимость от электромагнитной обстановки, возможность постановки радиопомех, возможность создания ложных сигналов, позволяющих в том числе захватывать беспилотные аппараты [1]. По этой причине вновь стали актуальны разработки автономных навигационных систем. При этом желательно, чтобы они были сопоставимы по точности с ГНСС.

Классическое решение для автономной навигации – использование инерциальных навигационных систем (ИНС), в современных системах как правило применяются их бесплатформенные варианты (БИНС). Такие системы в комплексе с ГНСС позволяют в значительной мере решить проблемы, связанные с неустойчивой работой спутниковых систем на ограниченном интервале времени [2–5]. Однако они по-прежнему плохо защищены от постановки помех или полной неработоспособности хотя бы одного из сегментов ГНСС.

Другой возможный источник дополнительной навигационной информации – данные о координатно-привязанных параметрах различных геофизических полей. Принято разделять такие поля на поверхностные, источниками которых является двумерная земная поверхность, и пространственные, источники которых имеют трехмерную структуру [6]. К первым относятся радиолокационное изображение подстилающей поверхности, изображение в видимом или инфракрасном диапазонах, которые считаются нестабильными, а также рельеф земной поверхности. Ко вторым относят магнитное поле Земли (МПЗ) и гравитационное поле земли (ГПЗ).

Навигационные системы по геофизическим полям в отечественной литературе известны как корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС) [6, 7, 8], а в англоязычной – как системы, корректируемые по карте (map aided или map matching) [9, 10]. Работа таких систем основана на минимизации некоторой функции, характеризующей отличие измеренных и считанных с цифровой модели значений параметров. Обычно рассматривается вариант, когда выполняется коррекция текущей навигационной информации по невязке измеренных параметров поля и предсказанных по данным цифровой модели с учетом текущих показаний ИНС (БИНС) [11, 12]. Стоит отметить, что для систем, измеряющих компоненты поля или его градиента необходимо наличие системы ориентации, определяющей направления осей чувствительности. Это необходимо, поскольку цифровая модель задана в одной системе координат, связанной, например, с географической сеткой, а измерения компонент вектора поля или тензора его градиента выполняются в приборной системе координат, связанной с корпусом летательного аппарата. Поэтому включение инерциального блока в измерительный комплекс вполне естественно.

Структура навигационной системы по геофизическим полям обязательно включает следующие элементы:

- блок измерения параметров геофизического поля;
- цифровая модель поля — источник эталонной информации;
- блок вычислителя.

При работе с поверхностными геофизическими полями уже достигнуты точности позиционного решения, вполне сопоставимые с точностью работы ГНСС. Это касается и систем, работающих по картам рельефа местности, и систем, использующих изображение подстилающей поверхности [6]. Хотя конечно же, есть ряд оговорок. Главное, цифровая карта местности должна обладать характерными неоднородностями, наличие которых и определяет конечную точность решения. Основной недостаток работы с поверхностными полями – невозможность работы над безориентирной местностью, например, над морем. Здесь пространственные поля обладают явным преимуществом благодаря тому, что поле источников, расположенных под водой, может наблюдаться и в воздухе.

Однако, в силу ряда причин, современные КЭНС, построенные на измерении параметров пространственных полей, пока далеки от того, чтобы приблизиться к точности ГНСС, как видно из табл. I [13]. Для границ, приведенных в табл. I для КЭНС на основе МПЗ, в качестве минимума приведена точность, полученная при экспериментальных исследованиях навигационной системы, измеряющей модуль индукции магнитного поля квантовым датчиком с оптической накачкой [14]. В работе [13] оценка наилучшей точности указанной КЭНС составляет 100 м.

ТАБЛИЦА I. ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ [13, 14]

Навигационные системы	**Точность, м**
ГНСС	1–10
КЭНС, рельеф	30–50
КЭНС, изображение	5–30
КЭНС, МПЗ	20–500
КЭНС, ГПЗ	300–500

Приведенные точности для КЭНС отвечают решению навигационных задач по цифровым картам поля. Точность решения модельных задач на основе аналитической усовершенствованной модели геомагнитного поля Enhanced Magnetic Model (EMM) с использованием феррозондов в качестве измерителя поля составила около 1000 м [15].

В настоящей работе исследуются возможности развития навигационных систем летательных аппаратов, построенных на основе измерений пространственных геофизических полей. При этом основной акцент делается на системах, которые в настоящее время являются наиболее актуальными при аэрогеофизических исследованиях. Это важно как с точки зрения повышения точности измерений, так и с точки зрения получения эталонной информации.

Если обратиться к современной практике аэрогеофизической съемки, то исследования в государственных масштабах во всем мире производятся с целью получения карт [16]:

- аномалий МПЗ;
- аномалий ГПЗ;
- удельных электрических сопротивлений;
- естественного радиоактивного излучения.

Для этой цели выполняются, соответственно,

- аэромагнитная съемка;

- аэрогравиметрическая съемка;
- аэроэлектроразведка;
- аэрогамма-спектрометрия;

как правило, в комплексе. При этом последний пункт явно относится к полям поверхностного излучения – гамма-кванты, излучаемые при распаде естественных радиоактивных элементов, рассеиваются в первых 20–30 см плотной породы или воды [17]. Поэтому в работе будут рассматриваться аэромагнитные, аэрогравиметрические и аэроэлектромагнитные или аэроэлектроразведочные системы.

Далее после обзора современных аэрогеофизических систем и методов навигации по пространственным полям будут рассмотрены описанные системы бортовых измерений физических полей с точки зрения их применения для решения навигационных задач. Основные аспекты — доступность эталонной информации и возможности аппаратной реализации.

II. Современные аэрогеофизические системы

A. Аэромагнитные системы

Аэромагнитные системы применяются для изучения магнитных свойств слагающих приповерхностный слой пород. Классическими средствами бортовых измерений МПЗ являются [18]:

- трехкомпонентные датчики на основе феррозондов, измеряющие проекции вектора индукции МПЗ на ортогональные оси чувствительности;
- квантовые датчики с оптической накачкой, которые измеряют с высокой точностью модуль вектора индукции МПЗ.

Компоненты МПЗ измеряются феррозондовым датчиком с точностью на уровне 10 нТл (нанотесла) при среднем значении поля 50000 нТл. Точность измерения модуля поля составляет около 0,1 нТл при чувствительности на уровне 0,5 пТл/√Гц. Поэтому, в отличие от навигационных задач [6, 15], в задачах геомагнитного картирования применяются исключительно квантовые датчики [19]. При этом, как правило, на борту устанавливается несколько датчиков, а по разности их измерений получают представление о компонентах вектора градиента модуля индукции МПЗ [18].

Новые разработки сверхпроводящих квантовых интерферометров, работающих на эффекте Джозефсона (СКВИД), позволили создать системы, измеряющие компоненты полного тензора градиента магнитного поля с тем же уровнем чувствительности, с каким работают системы с разнесенными квантовыми датчиками с оптической накачкой – порядка 1 пТл/м/√Гц [20]. Согласно утверждению W. Stasinowsky [21], в ближайшие три года измерения с тензорными градиентометрами в геофизике полностью заменят измерения модуля магнитной индукции, поскольку являются значительно более информативными и не уступают ни по точности, ни по чувствительности.

Альтернативой технологии СКВИД, в настоящее время требующей охлаждения жидким гелием до 4ºК, может стать датчик на основе азото-замещенных вакансий в алмазе [22]. Компания Lockheed Martin уже представила опытный образец такого магнитного датчика, который измеряет компоненты вектора индукции [21]. Заявляемая достигнутая чувствительность в 15 пТл/√Гц позволяет надеяться на скорое появление нового высокочувствительного тензорного градиентометра. Говорить о векторном магнитометре для мобильных применений такой точности не приходится — невозможно определить направления осей чувствительности с таким качеством.

Надо также отметить, что есть разработки систем измерения параметров тензора градиента МПЗ на основе феррозондовых датчиков, привлекая методы алгоритмической коррекции инструментальных погрешностей [23] или различного рода специальные устройства [24]. Заявленная точность измерения компонент тензора градиента – 0,5–1 нТл/м.

B. Аэрогравиметрические системы

Аэрогравиметрические системы позволяют анализировать плотность пород. Для бортовых измерений ГПЗ традиционно применяются [18, 25]:

- скалярные гравиметры, установленные на горизонтируемой платформе и измеряющие вертикальную составляющую аномалии удельной силы тяжести;
- гравитационные градиентометры, измеряющие компоненты тензора градиента удельной силы тяжести.

Учитывая трудности, связанные с отделением ускорений носителя от аномалий удельной силы тяжести, даже при использовании высокоточной ГНСС, работающей в дифференциальном режиме и обеспечивающей точность позиционирования на уровне 1 см, интервал осреднения, на котором подавляются высокочастотные шумы ГНСС, составляет несколько километров даже при невысоких скоростях носителя – порядка 100 м/с [25, 26, 27].

В 1996 году для высокоточной автономной навигации стратегических подводных лодок США был создан ротационный гравитационный градиентометр акселерометрического типа, разработка лаборатории Bell Aerospace (США) [28]. Коррекция бортовой ИНС была реализована по карте рельефа морского дна. Приборной основой градиентометра служат четыре идентичных акселерометра, размещенных на периферии вращающегося диска. Каждая пара акселерометров имеет параллельные разнонаправленные оси чувствительности, расположенные по касательной к окружности. Выходной сигнал формируется из линейной комбинации показаний акселерометров, таким образом измеряются отдельные компоненты тензора гравитационного градиента. Вращение порождает вынужденные гармонические колебания, что вызывает модуляцию выходного сигнала двойной частотой вращения.

Самые успешные современные модели – это две коммерческие системы, построенные на основе приборных блоков компании Lockheed Martin, усовершенствовавшей ротационную модель Bell Aerospace. Первая система – градиентометр AGG (Airborne Gravity

Gradiometer). Вторая модель – FTG (Full Tensor Gradiometer), измеряющая полный тензор.

При соблюдении специальных условий полета (постоянная низкая высота порядка 100 м, турбулентность до 1 м/с^2) максимальное разрешение, которое удается стабильно получить в постобработке, составляет 200–300 м, что связано со скоростью и высотой полета самолета. Приборы имеют большие габариты и массу, сложны в эксплуатации. Достижения последнего десятилетия: значительное уменьшение шума (для прибора AGG шум стабильно не превышает 2Э/√Гц, Э – Этвеш, единица измерения гравитационного градиента, равная 10^{-9} с$^{-2}$), совершенствование методов сбора, обработки и интерпретации данных, уменьшение размеров и массы приборов за счет использования малогабаритной цифровой электроники. Похоже, что ротационные градиентометры практически достигли пределов своих возможностей, и прибор нового поколения должен основываться на других физических принципах. Так Lockheed Martin и CGG проводит совместный исследовательский проект с названием FTGplus, на основе конструкции с невращающимися акселерометрами с целью достигнуть 20-кратного улучшения по сравнению с текущей системой [18].

Еще одна разработка, авторы которой ставят себе конечной целью интеграцию градиентометра в высокоточную инерциальную систему навигации PINS (Precision Inertial Navigation Systems) – атомный градиентометр AOSense Atomic Interferometer (AI) gravity gradiometer. Ее разработчиком является компания OASense, Inc (США). В атомном градиентометре используются волновые свойства ультрахолодных атомов (Нобелевские премии по физике 1997 и 2001 гг.), которые проявляются при температурах ниже 10^{-6} ºК, и в качестве пробных масс выступают атомные частицы. Их траектория анализируется с помощью интерферометрических датчиков, излучающих криогенные лазерные импульсы. По данным двух сенсоров формируется выходные сигналы гравитационного градиента [29, 30, 31]. Дальнейшие исследования в проекте направлены повышение точности системы и на уменьшение размеров прибора до карманного варианта на атомном чипе. Теоретически гравитационный градиентометр, построенный с использованием атомной интерферометрии, может достичь уровня шумовой составляющей 0,001Э/√Гц с уровнем разрешающей способности одного акселерометра 10^{-14} м/с^2, но практически полученные характеристики еще слишком далеки от потенциальных возможностей.

C. *Аэроэлектроразведочные системы*

Аэроэлектроразведочные системы позволяют изучать распределение удельного электрического сопротивления пород. Из рассматриваемых здесь методов аэроэлектроразведочные системы, работа которых основана на измерении в воздухе переменной составляющей магнитного поля, являются, пожалуй, наиболее разнообразными. Среди них можно выделить [32]:

- активные системы, измеряющие поле отклика на возбуждение контролируемым дипольным источником переменного магнитного поля;
- пассивные системы, измеряющие переменную составляющую естественного МПЗ.

Несмотря на то, что в геофизике принято разделение активных систем на работающие во временной и в частотной области [32, 33], в рамках данной работы нет смысла в таком разделении, поскольку они отличаются по существу лишь спектром излучаемого сигнала. Системы, работающие во временной области, используют импульсное возбуждение, реализуя тем самым метод переходных процессов. В частотной области возбуждается полигармонический сигнал, и для каждой гармоники определяется расхождение измеренного и излученного сигнала по амплитуде и фазе.

В структуру активных систем обязательно входит один или несколько дипольных источников переменного поля, дипольный магнитный момент которых для разных систем составляет от 10^3 до 10^6 Ам^2 в частотном диапазоне от 10^5 до 10^1 Гц. Такое большое значение дипольного момента требуется, чтобы, во-первых, исключить влияние естественных вариаций МПЗ, а во-вторых, избежать влияния колебаний приемника переменного магнитного поля в постоянном поле Земли. В некотором смысле такая система похожа на радиолокационные средства, но существенно более низкочастотные, а из-за дипольного характера излучения они имеют ограниченный радиус действия. Во всех современных аэроэлектроразведочных системах для измерения поля используется индуктивный приемник, уровень чувствительности меняется от единиц фТл на высоких частотах до единиц пТл на низких частотах.

Источниками электромагнитного поля для пассивных систем являются естественные электромагнитные колебания в ионосфере, которые могут порождаться грозовой активностью или активностью солнца. Главное свойство такого поля – что оно преимущественно горизонтально. Пример спектра естественного электромагнитного поля показан на рис. 1 [34].

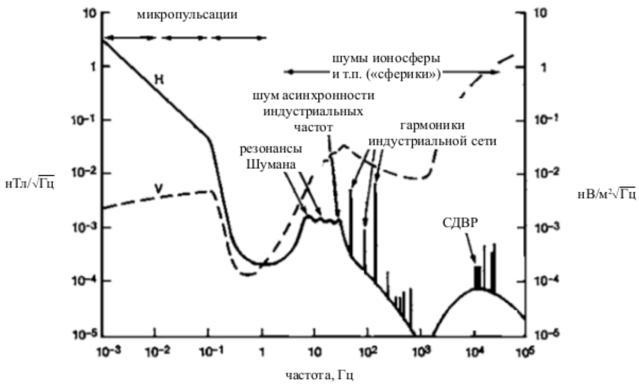


Рис. 1. Обобщенный спектр геомагнитного поля для его горизонтальной составляющей и для измерений наведенного напряжения: H (сплошная линия, нТл/√Гц) – спектр геомагнитного поля, V (пунктирная линия, нВ/м^2/√Гц) – измерения наведенного напряжения

Вертикальная компонента поля возникает тогда, когда в среде присутствует отличная от нуля удельная электрическая проводимость. Она и является полезным сигналом для таких систем. Поскольку вторичное поле обычно существенно меньше первичного, внешнего по отношению к среде, то из рис. 1 становится понятно, что для пассивных систем требуется еще более чувствительный приемник, чем для активных. При этом, чтобы интерпретировать измеренный сигнал, необходимо измерять и горизонтальную составляющую поля, чтобы понимать, в ответ на какое поле пришел отклик. Все это приводит к тому, что приемники таких систем довольно громоздкие и тяжелые.

Для геофизической интерпретации в соответствии с разработанными методами так называемого аудиомагнитотеллурического зондирования, при работе пассивных систем на земле устанавливаются дополнительно базовые станции для измерения компонент электрического поля [35]. Это позволяет избавиться от неоднозначности в решении обратной задачи. Однако, если такая система будет использоваться для навигации, решение обратной задачи не потребуется, поэтому и необходимость в базовой станции отпадет.

Для реализации как пассивных, так и активных систем также уже предложено использовать технологию СКВИД, которая может обеспечить чувствительность на уровне 1 фТл даже для достаточно низких частот [36].

Таким образом можно констатировать, что развитие авиационных систем измерения пространственных геофизических полей сосредоточено в области создания новых магнитоградиентных, гравиградиентных и активных и пассивных электромагнитных систем, которые обеспечивают максимально возможную детальность исследований физических свойств пород, слагающих приповерхностную часть земной коры: магнитную проницаемость, плотность и удельное электрическое сопротивление до глубин порядка 1 км. При этом, благодаря ГНСС технологиям, современные съемки параметров геофизических полей выполняются с детальностью вплоть до масштаба 1:5000, т. е. 50 метров между маршрутами [37], за исключением только гравитационного поля [38], для которого масштаб аэросъемки не превышает 1:100 000, 1000 м между маршрутами. При гравиградиентных съемках сеть измерений сгущается до нескольких сотен метров между маршрутами.

III. Структура измерений пространственных геофизических полей

Пусть вектор навигационных параметров X включает трехмерный вектор позиционных координат r и трехмерный вектор угловой ориентации θ: $X = \{r, \theta\}$. Вектор измерений f можно представить в виде [39]

$$f = f_0(X) + f_a(X) + f_v(X, t) + f_c(\ldots) + \Delta f(t). \qquad (1)$$

Здесь $f_0(X)$ – это нормальная составляющая поля, $f_a(X)$ – аномальная составляющая поля, являющаяся основной составляющей для высокоточной навигации, $f_v(X, t)$ – вариационная составляющая поля, модель которой неизвестна, $f_c(\ldots)$ – наведенная со стороны авиационного носителя помеха, $\Delta f(t)$ – шум измерений, t – время.

Нормальная составляющая поля описывается известными аналитическими соотношениями:

- для аэромагнитных систем используется международная модель геомагнитного поля IGRF (International Geomagnetic Reference Field), задающая разложение скалярного потенциала МПЗ по сферическим функциям [40];
- для аэрогравиметрических систем может использоваться модель гравитационного потенциала EGM2008 (Earth Gravitational Model), готовится к изданию EGM2020 [41], задающая разложение скалярного потенциала ГПЗ по сферическим функциям;
- для активных электроразведочных систем нормальное поле задается формулой поля точечного диполя или поля витка с током [42];
- для пассивных систем, используется гипотеза, что измеренная горизонтальная составляющая является внешним полем, т. е. его нормальной составляющей.

Аномальная составляющая, как правило, не имеет аналитического описания. Исключением может быть представление гравитационной аномалии как вейвлет-разложения [43]. В общем же случае при применении в навигационных комплексах аномальное поле хранится в виде матрицы значений, заданных на горизонтальной поверхности. Поле выше этой поверхности вычисляется аналитически по ходу работы навигационной системы [13]. Стоит отметить, что для систем на переменном магнитном поле можно пересчитывать компоненты поля, используя распределение удельных электрических сопротивлений [44].

Вариационная составляющая в силу ее глобального характера пренебрежимо мала как для гравитационного, так и для магнитного поля в случае измерения градиента. Конечно же, для измерений самого вектора или модуля МПЗ пренебрегать вариациями нельзя. Для активных электроразведочных систем амплитуда сигнала источника поля выбирается достаточно большой, чтобы пренебречь вариациями. Для пассивных систем вариации по сути являются нормальной составляющей поля.

Наведенная составляющая поля представляет большую проблему и может в конечном итоге определить точность навигационного решения. Для аэромагнитных систем существует модель Лелиака [45], которая учитывает постоянную, индуктивную и вихревую составляющие наведенного магнитного поля. Данная модель была доработана для определения наведенной составляющей при измерении компонент тензора градиента МПЗ [46]. Важный отметить, что данная модель является результатом линейного приближения, поэтому точность учета наведенной составляющей связана с ее величиной, точнее с отношением ее к нормальной составляющей поля. Дополнительно надо учитывать поле бортового электрооборудования [6].

В гравиметрических системах огромная проблема – учет ускорений аппарата-носителя, которая отчасти решается при использовании разностных градиентометрических систем. В них используются показания одинаковых разнесенных датчиков, на которые при движении действует одинаковое переносное ускорение. Относительное и кориолисово ускорение могут быть вычислены с использованием показаний гироинерциального блока. Если бортовой гравитационный градиентометр используется в комплексе с ИНС, то ее ошибки обязательно войдут в полный вектор ошибок, оцениваемых навигационной системой, поскольку их влияние на показания градиентометра огромно [6].

В активных и пассивных электроразведочных системах также надо учитывать поле токов, наведенных в фюзеляже летательного аппарата. Для компенсации этого влияния в активных системах существует и применяется методика, представляющая поле носителя в виде линейной комбинации векторов поля контролируемых диполей [47]. Она позволяет компенсировать влияние до уровня инструментальных погрешностей. Для пассивных систем проблема наведенного поля не решена. Все низкочастотные пассивные системы используют приемники, буксируемые на тросе длиной около 100 м.

Шум измерений – это инструментальные погрешности датчиков поля.

IV. Алгоритмы решения навигационной задачи

В некоторых последних публикациях используются измерения градиента магнитного поля для решения навигационной задачи. В работе [48] градиентометр используется для определения углов ориентации объекта относительно МПЗ. Отмечается, что в отличие от измерений вектора поля, компоненты тензора дают представление обо всех углах ориентации. Авторы работы [49] предлагают использовать различные инварианты тензора градиента и самого магнитного поля, чтобы по их комбинации пытаться определить координаты подвижного объекта. В [12] предлагается решение задачи коррекции БИНС по измерениям параметров градиента МПЗ. Уравнения измерений линеаризуются в окрестности текущего решения и оценка ошибок координат получается при помощи фильтра Калмана.

Идея навигации по измерениям градиента ГПЗ была описана в работах [50, 51] в конце прошлого века как задача коррекции ИНС по невязкам измерений параметров градиента с использованием фильтра Калмана. В работе [52] предлагается использовать нейронные сети для оценки погрешностей ИНС по невязкам измерений тензора градиента. В [53] отмечается, что использование градиентометров на холодных атомах, точность которых ожидается на уровне долей Э, потенциально значительно повышает точность навигационного решения ИНС.

Задача навигации по измерениям параметров переменного магнитного поля пока не получила своего развития. В работе [54] лишь предложено использование карт удельных сопротивлений как навигационной информации.

Предполагая, что поле носителя скомпенсировано, уравнения измерений можно записать в следующем виде:

$$Z = f_a(X) + \Delta f(t).$$

При этом в общем случае вектор X включает не только навигационные параметры, но и параметры ошибок инерциальной навигационной системы.

Аналитической записи функции $f_a(X)$ не существует, она задана в виде цифровых карт на некоторой поверхности, которые могут быть аналитически пересчитаны в верхнюю полуплоскость [13]. Задача: из всех возможных гипотез о текущих координатах X выбрать наиболее достоверную, которая и станет решением навигационной задачи. Для ее решения широко применяется Байесовский подход [6, 9, 11]. В рамках этого подхода алгоритм решения может быть сведен к соотношениям фильтра Калмана. При этом может выполняться линеаризация уравнений измерений в окрестности априорной оценки координат. Для этой цели вычисляются матрицы частных производных функции $f_a(X)$.

Согласно работе [55] современные тенденции развития алгоритмической составляющей КЭНС можно грубо отнести к двум направлениям:

- КЭНС, применяющие алгоритмы калмановского типа: обобщенный, итерационный, ансцентный фильтр Калмана и другие;
- КЭНС, применяющие различные модификации метода Монте-Карло, например, фильтр частиц.

Более подробная классификация алгоритмов КЭНС дана в работе [56].

Как было сказано выше, системы измерения градиента магнитного или гравитационного поля, как и система измерений параметров переменного магнитного поля, должны включать инерциальный измерительный блок для определения направлений осей чувствительности. Поэтому задачу навигации разумно решать в варианте комплексирования с ИНС. В этом случае саму навигационную задачу можно решать как задачу коррекции ИНС по измерениям параметров физических полей [11, 12]. Для случая, когда оценка погрешности априорной информации о координатах сопоставима или превышает радиус корреляции поля, применение алгоритмов калмановского типа ограничено.

В линеаризованные уравнения измерений, которые выписываются для невязок измеренных и полученных с использованием карты параметров как вектора поля или градиента его модуля, так и тензора градиента, войдут, с одной стороны, погрешности текущего определения пространственных координат, а с другой – погрешности определения текущей ориентации. Первые войдут с коэффициентами, полученными после взятия пространственных частных производных соответствующих параметров поля, вторые – с коэффициентами, полученными по самим параметрам геофизического поля. Уравнения для параметров МПЗ опубликованы в работах [12, 57]. Для измерения переменного магнитного поля уравнения будут точно такими же.

В случае измерений градиента ГПЗ с использованием ротационных градиентометров уравнения будут более сложные, поскольку в них войдут компенсационные члены, необходимые для формирования параметров градиента, которые включают погрешности координат, скорости и ориентации ИНС [6].

V. Эталонная информация

A. Карты аномального магнитного поля

По данным, опубликованным в [13], на 75% земной поверхности в северном полушарии и на 45% в южном имеются карты МПЗ, которые позволяют достичь точности навигации 100–500 м. В [6] приводятся интервалы корреляции аномального магнитного поля для различных районов, которые меняются от 7 км на 100 м высоты до 9 км на высоте 1000 м над сушей, и от 11 до 14 км над Черным морем.

Как было сказано выше, объем данных непрерывно увеличивается, а точность привязки данных о МПЗ растет за счет применения технологии ГНСС при выполнении съемок. При этом, основным измеряемым параметром на настоящий момент является величина модуля вектора индукции МПЗ [16, 19]. О начале повсеместного использования измерений тензора градиента МПЗ говорить еще рано, однако можно использовать уже имеющуюся информацию. Так, в работе [58] предложена методика преобразования карты модуля индукции к компонентам тензора градиента магнитного поля. Точность преобразования составляет около 5%.

Интервал корреляции горизонтального градиента модуля индукции МПЗ, измеренного на высоте 70 метров для одного из участков суши в Восточной Сибири, составил 650 м. Оценка потенциальной точности навигации по этим же данным в соответствии с [59] дает около 2 м. Она получена из соотношения среднего значения градиента навигационного поля 7 пТл/м^2 и суммарных шумов, предполагаемых на уровне 10 пТл/м.

В [57] приведена оценка точности навигации по измерениям параметров градиента магнитного поля по результатам моделирования. На высоте полета 100 м при комплексировании с БИНС навигационного и тактического класса точности достигнута точность коррекции порядка 10–30 см при условии, что градиент измеряется СКВИД-системой точности 1 пТл/м, и порядка 10–30 м при измерениях градиентометром на феррозондовых датчиках, который на 2-3 порядка грубее. Это означает, что даже при синтезированной из модуля магнитной индукции карте градиента магнитного поля точность навигации может быть не хуже 10 м.

Также можно отметить положительные перспективы применения системы измерения градиента модуля индукции магнитного поля. При моделировании комплексирования такого измерителя с БИНС навигационной точности получена субметровая точность навигации, для БИНС тактического класса — точность около 3 м. Стоит отметить также, что на практике точность навигации по измерениям модуля индукции в режиме комплексирования с ИНС навигационного класса точности без доступной информации о вариациях МПЗ составила около 20 м [14].

B. Карты аномального гравитационного поля

По данным, опубликованным в [13], на 90% земной поверхности имеются карты ГПЗ, которые позволяют достичь точности навигации 300–500 м. Данная точность не учитывает сложности измерения параметров гравитационного поля на борту летательного аппарата. Значительная часть этих данных получена на основе спутниковых съемок. Из-за некорректности аналитического пересчета значений поля вниз высокочастотная составляющая аномального поля в имеющихся картах не представлена.

В настоящее время ведутся аэросъемочные работы с гравитационными градиентометрами [18]. Интервал корреляции по данным такой съемки на средней высоте около 80 м для одного из снятых регионов в штате Миссури, США составил около 2100 м по каналу вертикального градиента вертикальной компоненты [60]. Однако результаты таких съемок вряд ли могут составить базы навигационных карт, поскольку пока их выполняется очень мало.

Оценка потенциальной точности навигации по этим же данным в соответствии с [59] дает 17 м. Она получена из соотношения среднего значения градиента навигационного поля 0,12 Э/м и суммарных шумов, предполагаемых на уровне 2 Э. Стоит, однако, иметь ввиду, что данные значения получены формально из данных, которые были подвержены фильтрации на интервале 200–300 м.

В работе [61] предложен способ расчета аномального ГПЗ и его градиента по картам рельефа местности. По мнению авторов достигнуто хорошее совпадение измеренных значений компонент тензора градиента и вычисленных по рельефу. Таким образом возможно расширить и уточнить базу данных о ГПЗ.

C. Карты удельных электрических сопротивлений

Поскольку системы, измеряющие переменное магнитное поле широко не рассматривались как навигационные, не существует обширных баз данных по распределению удельных электрических сопротивлений. Однако, несмотря на достаточно большое разнообразие электроразведочных систем [32], сопоставление данных различных систем показывает их эквивалентность при переходе к параметрам удельных электрических сопротивлений [37]. При этом проводятся глобальные аэроэлектроразведочные исследования в Австралии [62], Америке [63], Европе [64] и Африке [65].

Интервал корреляции поля удельных электрических сопротивлений, измеренных на высоте 70 метров на частоте возбуждения 230 Гц для одного из участков суши в Восточной Сибири составил 1600 м. Компоненты поля по таким картам могут быть получены при решении прямой задачи для конкретной измерительной системы [44]. Оценка потенциальной точности навигации по этим же данным в соответствии с [59] дает около 20 м при соотнесении среднего значения градиента навигационного поля 0.006 ln(Ом·м)/м и измерительных шумов, оцениваемых в 10^{-5} в долях первичного поля, что приводит к шуму 0.025 ln(Ом·м) для логарифма удельного электрического сопротивления.

Над морской поверхностью такие системы теряют свою эффективность, если толща воды свыше 10 м, поскольку соленая морская вода является хорошим проводником электричества, поэтому все аномальное поле будет обусловлено токами в воде. В этом системы на переменном магнитном поле проигрывают другим системам на пространственных физических полях.

VI. Вопросы реализации перспективных навигационных систем по пространственным геофизическим полям

A. Навигация по измерениям градиента магнитного поля

Для нормальной составляющей поля величина градиента небольшая – около 20 пТл/м. Аномальное поле может давать до 10 нТл/м при высоте полета 50–100 м. При точности современных градиентометров на уровне 10 пТл/м задача навигации вполне решаема. Учитывая, что отношение точности к величине градиента достигает 10^{-3}, система вполне работоспособна и сможет обеспечивать не только позиционную, но и угловую коррекцию, если вектор оцениваемых параметров в задаче коррекции ИНС включает погрешности ориентации, как было показано в работах [12, 57].

Заявленная точность достигается как системами, измеряющими вектор градиента модуля индукции МПЗ, построенными на разнесенных скалярных датчиках поля с оптической накачкой [66], так и тензорными градиентометрами на СКВИД-датчиках [36]. Важно отметить, что измерения компонент вектора градиента достигаются при пространственном разносе датчиков на расстояние порядка 10 м.

Важное преимущество магнитоградиентных систем – их быстродействие. Для квантовых скалярных датчиков измеритель поля может выдавать до 1000 независимых измерений в секунду с заявленной точностью и чувствительностью. Перспективные векторные датчики, как и СКВИД-датчики обеспечивают еще большую частоту регистрации данных.

Главная проблема, которая препятствует широкому внедрению систем измерения параметров МПЗ для решения навигационных задач – борьба с магнитным влиянием носителя [6]. Как было отмечено выше, качество компенсации влияния летательного аппарата зависит от уровня помехи, которую он создает. Опыт показывает, что величина наведенного поля не должна превышать 100 нТл [66]. Если конструкция носителя позволяет установку датчиков в таких условиях, система будет вполне работоспособной, и при наличии детальных карт обеспечит навигационное решение на уровне 1–10 м.

Можно сделать вывод о том, что весьма актуальной является задача построения детальных карт МПЗ авиационными и морскими системами.

B. Навигация по измерениям градиента гравитационного поля

Для нормального поля на поверхности уровенного эллипсоида величина гравитационного градиента составляет максимум около 3000 Э [67]. Градиенты силы тяжести, измеренные у поверхности Земли, могут существенно отличаться от величины нормальной составляющей из-за локальных неоднородностей земной коры. На равнинных территориях аномалии градиентов имеют порядки десятков Э, в горных местностях – сотни Э, аномалии вертикальной компоненты U_{zz} могут превосходить значение 1000 Э. С ростом высоты сила полезного сигнала значительно уменьшается. Традиционно считается, что погрешность измерения компонент тензора градиента ГПЗ для осуществления навигационной коррекции летательного аппарата не должна превышать 1 Э при разрешении до сотни метров. Очевидно, что при этом обеспечивается точность измерения углов ориентации до 10^{-4}.

Применяемые на практике бортовые гравитационные градиентометры состоят из одного вращающегося диска диаметром около 30 см с восемью равноудаленными акселерометрами, оси чувствительности которых направлены по касательной к окружности [28, 29]. Диск монтируется на высокоточной инерциальной горизонтируемой платформе, его вращение осуществляется вокруг почти вертикальной оси. В этой конфигурации прибор обеспечивает более низкие шумовые составляющие, чем системы с большим наклоном оси вращения, особенно в условиях турбулентности. Градиентометр полного тензора включает в себя три одинаковых вращающихся диска диаметром 15 см с четырьмя акселерометрами на каждом. Оси вращения дисков одинаково наклонены относительно вертикали, что позволяет определять на подвижном основании все компоненты тензора гравитационного градиента. Обе системы достаточно массивны, поскольку требуют стабилизации относительно вертикали.

Заявленная точность в настоящее время достигается только в постобработке при комплексировании с данными ГНСС и соблюдении специальных условий полета. Поэтому перспективы реализации таких систем могут быть связаны только с появлением новых разработок. [18, 29, 31]. При этом остается открытой проблема создания базы данных эталонной информации, которая может быть получена только в процессе наземных, морских и аэросъемок соответствующей детальности и точности привязки. Хотя, как было сказано выше, в зонах с выраженным рельефом можно с хорошей точностью получить компоненты градиента поля.

C. Навигация по измерениям переменного магнитного поля

Величина аномального поля для активных систем может составлять от 10^{-6} до 10^{-1} по отношению к нормальной составляющей – первичному возбужденному полю. Соответственно, обеспечивается чувствительность электроразведочных систем на уровне 10^{-5}–10^{-6}. При этом, чем ближе приемник к передатчику, тем точнее требуется измерять поле, если измерять его непрерывно. При импульсном возбуждении можно ограничится измерением отклика только при выключенном поле возбуждения. Это позволяет дополнительно повысить чувствительность системы даже при совмещенных передатчике и приемнике. Интервал осреднения для активных систем в среднем около секунды.

Для пассивных систем чувствительность должна быть на уровне фТл и меньше, что составляет 10^{-2}–10^{-3} от величины нормальной составляющей поля (см. рис. 1). Интервал осреднения для таких систем – до 10 с.

Конструктивно современные активные электроразведочные системы достаточно громоздкие, что является следствием желания повысить их чувствительность [32]. Однако есть и достаточно компактные варианты, работающие, как правило, на фиксированном небольшом наборе гармонических сигналов от 10^2 до 10^4 Гц. Такие системы устанавливаются в том числе и на фюзеляже летательного аппарата, как в системе SGFEM компании Sander Geophysics.

Пассивные системы, будучи достаточно низкочастотными (от 30 Гц), также громоздки, и требуют применения на длинном буксировочном тросе, чтобы избежать электромагнитных влияний носителя. Есть однако высокочастотный вариант СДВР (сверхдлинноволновый радиокип), в англоязычной литературе VLF (Very Low Frequency), работающий на частотах порядка 10^4 Гц, используемых радиостанциями дальней связи. Такие системы могут устанавливаться прямо на фюзеляже и обеспечивать измерения удельных электрических сопротивлений в верхней части разреза – до 100 м глубины [32]. Из-за малой глубинности эти системы не очень активно применяются в геофизике, однако могут найти применение в навигации благодаря своей компактности и низкому энергопотреблению. Учитывая, что частоты этого диапазона присутствуют в спектре естественного поля (рис. 1), можно надеяться на появление компактной пассивной электроразведочной системы, не зависящей от работы радиостанций.

Проблемы с эталонной информацией здесь гораздо глубже, чем в случае магнитоградиентных систем. Во-первых, нет глобальных баз данных по распределению удельных электрических сопротивлений. Во-вторых, работоспособность навигационных систем по переменному магнитному полю может быть обеспечена только над сушей или мелководьем, поскольку отклик над морской поверхностью приходит только от воды, глубина проникновения электромагнитного поля в морской воде 1–10 м, в зависимости от частоты сигнала и солености воды.

VII. Заключение

Все рассмотренные системы – магнитоградиентные, гравиградиентные, активные и пассивные электромагнитные, – теоретически могут использоваться для задач навигации летательных аппаратов. Можно утверждать, что потенциальная точность для магнитоградиентных и активных электромагнитных систем сопоставима с точностью ГНСС и зависит от качества эталонной информации. Пассивные электромагнитные системы будут на порядок грубее, поскольку требуют большего интервала осреднения из-за малого уровня полезного сигнала. По той же причине более грубыми будут и гравиградиентные системы, интервал осреднения для самых лучших из которых составляет 200–300 метров.

Учитывая, что электромагнитные системы не будут работать над морем из-за быстрого затухания переменного магнитного поля в соленой воде в силу высокой удельной электропроводности, наиболее интересными в настоящее время являются навигационные системы, работающие по измерениям градиента магнитного поля. Современное развитие магнитоградиентной аппаратуры позволяет уже создавать и испытывать экспериментальные образцы интегрированных навигационных систем. Необходимо, чтобы получение эталонной информации по магнитному полю осуществлялось с учетом перспективы применения таких средств навигации.

Литература

[1] Gaspar, J., Ferreira, R., Sebastião P., and Souto, N., Capture of UAVs through GPS spoofing, *The 6th Global Wireless Summit 2018* (GWS-2018), 2018, pp. 21–26.

[2] Емельянцев Г.И., Степанов А.П., Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб: изд-во ЦНИИ Электроприбор, 2016.

[3] Аль Битар Н., Гаврилов А.И., Халаф В. Методы на основе искусственного интеллекта для повышения точности интегрированной навигационной системы при отсутствии сигнала ГНСС. Аналитический обзор // Гироскопия и навигация. 2019. Том 27. № 4 (107). С. 3–28.

[4] Аль Битар Н., Гаврилов А.И. Сравнительный анализ алгоритмов комплексирования в слабосвязанной инерциально-спутниковой системе на основе обработки реальных данных // Гироскопия и навигация. 2019. Том 27. № 3 (106). С. 31–52.

[5] Калаф В., Чоуэйб И., Вайнах М. Новый адаптивный ансцентный фильтр Калмана для сильносвязанной инерциально-спутниковой навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2017. Том 25. № 2 (97). С. 35–51.

[6] Джанджгава Г.И., Августов Л.И. Навигация по геополям. Научно-методические материалы. М: Научтехлит, 2018.

[7] Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука, 1985.

[8] Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. М.: Наука, 1979.

[9] Bergman, N., Recursive Bayesian estimation: Navigation and tracking applications, Sweden: Linkoping University, 1999.

[10] Vaman, D., TRN history, trends and the unused potential, *31st Digital Avionics Systems Conference (DASC), IEEE*, 2012, pp. 1A3-1–1A3-16.

[11] Степанов О.А., Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. СПб: изд-во ЦНИИ Электроприбор, 2003.

[12] Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В., Аэромагнитная градиентометрия и ее применение в навигации // Проблемы управления. 2016. № 2. С. 72–80.

[13] Сазонова Т.В., Шелагурова М.С. Геоинформация в комплексах бортового оборудования летательных аппаратов. М: Научтехлит, 2018.

[14] Canciani, A. and Raquet, J., Airborne magnetic anomaly navigation, *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, 2017, vol. 53, issue 1, pp. 67–80.

[15] Вязьмин В.С., Голован А.А., Папуша И.А., Попеленский М.Ю. Информативность измерений векторного магнитометра и глобальных моделей магнитного поля Земли для коррекции БИНС летательного аппарата // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов. СПб: ЦНИИ Электроприбор, 2016. С. 340–344.

[16] Бабаянц П.С. Аэрогеофизические технологии – эффективное средство оптимизации геологоразведочного процесса // Разведка и охрана недр. 2015. № 12. С. 25–33.

[17] Бабаянц П.С., Керцман В.М., Левин Ф.Д., Трусов А.А. Особенности современной аэрогамма-спектрометрии // Разведка и охрана недр. 2015. № 12. С. 10–16.

[18] Fairhead, J.D., Cooper, G.R.J., and Sander, S., Advances in airborne gravity and magnetics, *Proceedings of Exploration 17: 6th Decennial International Conference on Mineral Exploration*, edited by V. Tschirhart and M.D. Thomas, 2017, pp. 113–127.

[19] Минлигареев В.Т., Сазонова Т.В., Кравченок В.Л., Трегубов В.В., Хотенко Е.Н. Геофизическое обеспечение магнитометрических автономных навигационных систем // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов. СПб.: ЦНИИ Электроприбор, 2020.

[20] Stolz, R., Zakosarenko, V., Schulz, M., Chwala, A., Fritzsch, L., Meyer, H.G., and Köstlin, E.O., Magnetic full-tensor SQUID gradiometer system for geophysical applications, *Leading Edge*, 25, 2006, pp. 178–180.

[21] Stasinowsky, W., Tensor and vector magnetic advances: The latest software and hardware and what it means for exploration, *Geophysics: New proven advances and applications in exploration geophysics*, Prospectors and Developers Association of Canada Convention, 2020.

[22] Karin, T., Dunham, S., and Fu, K.-M., Alignment of the diamond nitrogen vacancy center by strain engineering, *Applied Physics Letters*, May, 2014, pp. 1–4.

[23] Sui, Y., Miao, H., Wang, Y., Luan, H., and Lin, J., Correction of a towed airborne fluxgate magnetic tensor gradiometer, *IEEE Geoscience and remote sensing letters*, vol. 13, no. 12, 2016, pp. 1837–1841.

[24] Sui, Y., Li, G., Wang, S., and Lin, J., Compact fluxgate magnetic full-tensor gradiometer with spherical feedback coil, *Review of scientific instruments*, 85, 014701, 2014, pp. 1–7.

[25] Пешехонов В.Г., Степанов О.А. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли. СПб: ЦНИИ Электроприбор, 2017.

[26] Соколов А.В., Краснов А.А., Алексеенко А.С., Стусь Ю.Ф., Назаров Е.О., Сизиков И.С. Опыт измерения абсолютного значения силы тяжести на подвижном основании // Гироскопия и навигация. 2017. №2 (97). С. 77–88, DOI 10.17285/0869-7035.2017.25.2.077-088.

[27] Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Железняк Л.К., Береза А.Д., Краснов А.А. Вклад навигационных технологий в создание мобильных гравиметров // Гироскопия и навигация. 2019. Том 27. №4. С. 162–180. DOI 10.17285/0869-7035.0018.

[28] Hofmeyer, G.M., and Affleck, C.A, 1994, Rotating accelerometer gradiometer: US Patent 5,357,802.

[29] Евстифеев М.И. Состояние разработок бортовых гравитационных градиентометров // Гироскопия и навигация. 2016. Том 24. № 3 (94). С. 96–114.

[30] Евстифеев М.И. Динамика бортовых гравитационных градиентометров // Гироскопия и навигация. 2019. Том 27. №4. С. 69–87. DOI 10.17285/0869-7035.0015.

[31] Соседко Д.Н. Обзор состояния разработок наземных и космических атомных гравитационных градиентометров // Материалы III Научно-практической конференции «Метрология в XXI веке». ФГУП ВНИИФТРИ, 2015. С. 179–190.

[32] Legault J.M., Airborne electromagnetic systems – state of the art and future directions, *CSEG Recorder*, June, 2015, pp. 38–49.

[33] Тригубович Г.М., Шевчук С.О., Косарев Н.С., Никитин В.Н. Комплексная технология навигационного и геодезического обеспечения аэроэлектромагнитных исследований // Гироскопия и навигация. 2017. №1 (96). С. 93–107. DOI 10.17285/0869-7035.2017.25.1.093-107.

[34] Spies, B.R., and Frischknecht, F.C., Electromagnetic sounding, *Electromagnetic methods in applied geophysics*, vol. 2: Applications, ed. M. N. Nabighian, 2008, pp. 285–425.

[35] Bagrianski, A., Kuzmin, P., and Prikhodko, A., AFMAG evolution – expanding limits, *Extended abstracts – 16th SAGA biennial conference and exhibition*, 2019, pp. 1–4.

[36] Chwala, A., Kingman, J., Stolz, R., Schmelz, M., Zakosarenko, V., Linzen, S., Bauer, F., Starkloff, M., Meyer, M., and Meyer, H.-G., Noise characterization of highly sensitive SQUID magnetometer systems in unshielded environments, *Superconductor Science and Technology*, 26, 2013, pp. 1–5.

[37] Феликс Ж.Т., Каршаков Е.В., Мельников П.В., Ванчугов В.А. Результаты сопоставления данных аэро- и наземных электроразведочных систем, используемых при поиске кимберлитов в республике Ангола // Геофизика. 4. 2014. С. 17–22.

[38] Могилевский В.Е., Бровкин Г.И., Контарович О.Р. Достижения, особенности и проблемы аэрогравиметрии // Разведка и охрана недр. 12. 2015. С. 16–25.

[39] Вовенко Т.А., Волковицкий А.К., Павлов Б.В., Каршаков Е.В., Тхоренко М.Ю. Модели и структура бортовых измерений пространственных физических полей // Проблемы управления. 2015. № 3. С. 59–68.

[40] International geomagnetic reference field, доступно по адресу https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html.

[41] Barnes, D., Factor, J.K., Holmes, S.A., Ingalls, S., Presicci, M.R., Beale, J., and Fecher, T., Earth gravitational model 2020, American Geophysical Union, Fall meeting 2015, abstract id. G34A-03

[42] Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство: пер. с англ. под ред. А. И. Шальникова и А. О. Вайсенберга, М.: Наука., 1983.

[43] Болотин Ю.В., Вязьмин В.С., Методы l2 и минимаксного оценивания в задаче определения аномалии силы тяжести по данным аэрогравиметрии с использованием сферического вейвлет-разложения // Гироскопия и навигация. 2015. № 3 (90). С. 82–94.

[44] Karshakov, E., Iterated extended Kalman filter for airborne electromagnetic data inversion, *Exploration Geophysics*, vol. 50, no.3, 2019, pp. 1–11.

[45] Leliak, P., Identification and evaluation of magnetic-field sources of magnetic airborne detector equipped aircraft, *IRE Transactions on aerospace and navigational electronics*, vol. ANE-8, no. 3 1961, pp. 95–105.

[46] Pavlov, B.V., Karshakov, E.V., Tkhorenko, M.Y., On calibration of a navigation system equipped with a magnetic gradiometer, *Proceedings of 24th Saint Petersburg International conference in the IEEE Xplore Digital Library*, 2017, pp. 1–3.

[47] Волковицкий А.К., Гольдин Д.А., Каршаков Е.В., Павлов Б.В. Принципы построения, структура и алгоритмы аэроэлектроразведочных комплексов. Часть 1. Состояние, проблемы и теоретические основы. М.: ИПУ РАН, 2013.

[48] Huang, Y., Wu, L., and Li, D., Theoretical research on full attitude determination using geomagnetic gradient tensor, *Journal of navigation*, 68, 2015, pp. 951–961.

[49] Getscher, T., and Frontera, P., Magnetic gradient tensor framework for attitude-free position estimation, *International technical meeting of the institute of navigation*, 2019, pp. 495–507.

[50] Affleck, C.A., and Jircitano, A., Passive gravity gradiometer navigation system, *Proceedings of the IEEE Position location and navigation Symposium*, 1990, pp. 60–66.

[51] Gleason, D.M., Passive airborne navigation and terrian avoidance using gravity gradiometry, *Journal of guidance, control and dynamics*, vol. 18, no. 6, 1995, pp. 1450–1458.

[52] Xiong, L., Xiao, L.W., Dan, B.B., and Ma, J., Full tensor gravity gradient aided navigation based on nearest matching neural network, *Cross strait quad-regional radio science and wireless technology conference, IEEE*, 2013, pp. 462–465.

[53] Welker, T.C., Pachter, M., and Huffman Jr., R.E., Gravity gradiometer integrated inertial navigation, *European control conference*, Switzerland, 2013, pp. 846–851.

[54] Волковицкий А.К., Каршаков Е.В., Павлов Б.В. Распределение эффективного удельного сопротивления пород как навигационное поле для корреляционно-экстремальных систем // Известия ЮФУ. Технические науки. № 3. 2012. С. 113–119.

[55] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Часть 2. Современные тенденции развития // Гироскопия и навигация. 2015. № 4 (91). С. 147–159.

[56] Степанов О.А., Носов А.С., Торопов А.Б. О классификации алгоритмов решения задачи навигации по геофизическим полям // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов. СПб: ЦНИИ Электроприбор, 2020.

[57] Тхоренко М.Ю., Павлов Б.В., Каршаков Е.В., Волковицкий А.К. Интеграция бесплатформенной инерциальной навигационной системы с современными измерителями параметров аномального магнитного поля Земли // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, сборник материалов. СПб: ЦНИИ Электроприбор, 2020. С. 26–29.

[58] Тхоренко М.Ю., Каршаков Е.В., Павлов Б.В. Методы обработки геофизических данных для обеспечения работы навигационной системы, корректируемой по градиенту магнитного поля Земли // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления, сборник материалов. СПб: ИПУ РАН, 2019. С. 3012–3018.

[59] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Часть 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 3 (90). С. 102–125.

[60] HeliFALCON airborne gravity gradiometer and magnetic stinger survey, Geophysical survey report, Sullivan North, Missouri, Project 14012 USGS, by CGG, May 30, 2014.

[61] Бобров Д.С. Исследование алгоритмов подготовки навигационных гравиметрических карт по цифровым картам рельефа // Труды IV Всероссийской научно-технической конференции Навигация, наведение и управление летательными аппаратами, Москва: ГосНИИАС, 2019, сс. 206–207.

[62] Ley-Cooper, A.Y., Brodie, R.C., and Richardson, M., AusAEM: Australia’s airborne electromagnetic continental-scale acquisition program, *Exploration geophysics*, vol. 51, no. 1, 2020, pp. 193–202.

[63] Høyer, A.-S., Jørgensen, F., Viezzoli, A., Menghini, A., and Pedersen, S.A.S., Geological interpretation of structural geology and buried valleys at the foothills of the Rocky Mountains, British Columbia – based on SkyTEM data, *AEM 2018 conference, Denmark*, 2018, pp. 1–4.

[64] Reninger, P.-A., Martelet, G., Perrin, J., and Dumont, M., Processing methodology for regional AEM surveys and local implications, *Exploration geophysics*, vol. 51, no. 1, 2020, pp. 143–154.

[65] Мойланен Е.В., Гаракоев А.М., Каршаков Е.В. Аэрогеофизическая съемка республики Руанды (26 000 км^2) с помощью системы Экватор // Материалы 10й международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем». 2017. Том 2. С. 154–157.

[66] Мельников П.В., Каршаков Е.В., Результаты опытных аэромагнитных работ по измерению горизонтальных градиентов магнитного поля с использованием самолета Ан-3 // Труды 14-й научно-практической конференции «Инженерная и рудная геофизика 2018». Алматы, 2018. С. 1–5.

[67] Торге В. Гравиметрия. М: Мир, 1999.

О классификации алгоритмов решения задачи навигации по геофизическим полям

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

А.С. Носов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
aleksey.sinos@gmail.com

А.Б. Торопов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
toropov_a@mail.ru

***Аннотация*—В рамках байесовского подхода приводится постановка задачи навигации по геофизическим полям и обсуждаются вопросы классификация алгоритмов ее решения. Выделяются алгоритмы с предварительной обработкой измерений, направленной на повышение точности оценивания реализации поля, используемой при сопоставлении с картой. Кратко описывается алгоритм, в котором предварительная обработка не проводится, и задача получения значения поля из рассмотрения исключается. Приводятся результаты, иллюстрирующие работу и достоинства такого алгоритма на примере решения задачи навигации с использованием гравитационного поля в слабоаномальном районе.**

Ключевые слова—навигация по геофизическим полям, классификация алгоритмов, предварительная обработка измерений, байесовский подход

I. Введение

В современных навигационных системах, устанавливаемых на подвижных объектах, широкое применение получил метод навигации по геофизическим полям (ГФП), основанный на уточнении координат с использованием данных карт и измерителей различных полей. В отечественной литературе этот метод и соответствующие ему системы также получили наименование корреляционно-экстремальный метод навигации или корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС), а в зарубежной – метод навигации по карте (map-aided navigation method, map-based navigation method) или системы корректируемые по карте (map-aided navigation system, map-based navigation system) [1]–[15].

Прогресс в области разработки измерителей различных полей, мощное развитие средств вычислительной техники и картографической базы, успехи в области решения нелинейных задач оценивания, а также развитие различного рода робототехнических систем значительно увеличивают в последнее время интерес к методу навигации по геофизическим полям [16]–[26]. Повышенное внимание к нему обусловлено также и необходимостью поиска методов, обеспечивающих коррекцию систем навигации в условиях отсутствия или трудностей приема сигналов спутниковых систем [27]–[32] Это в свою очередь привело к активизации исследований, направленных на повышение эффективности методов навигации по геофизическим полям [33]–[39].

Совершенствование систем и методов навигации по ГФП может быть реализовано по нескольким направлениям, в том числе за счет повышения точности измерительной аппаратуры, накопления и уточнения картографической базы данных, расширения спектра используемых полей и совершенствования алгоритмического обеспечения, используемого в системах навигации. Вопросам построения таких алгоритмов и будет уделяться основное внимание в настоящей работе.

Следует заметить, что специфика алгоритмов, применяемых в системах навигации по ГФП, и, как следствие их классификация, в значительной степени зависят от типа систем. При рассмотрении систем и методов навигации по ГФП, как правило, принято учитывать следующие основные признаки [1], [2], [8], [9], [11]: тип используемых полей – поле рельефа, гравитационное поле, магнитное поле и поля их градиентов и т.д.; объем используемой измерительной информации – измерения в точке (системы первого типа – КЭНС1), вдоль линии (системы второго типа – КЭНС2), в виде кадра (системы второго типа – КЭНС3); объем исходной (априорной) информации – системы с эталоном (картой) и без эталона (карты); способ хранения и обработки информации – аналоговый, цифровой и комбинированный; специфика алгоритма, используемого при решении задачи навигации. В наибольшей степени особенность алгоритмов, определяется объемом априорной исходной и измерительной информации, доступной при решении задачи навигации, и в меньшей степени зависит от типа используемых полей. Предполагаемое к использованию поле конечно накладывает определенную специфику на применяемые алгоритмы, но это касается в основном учета особенностей погрешностей измерений. В настоящей работе речь пойдет о системах, в которых предполагается наличие априорной эталонной информации в виде карты, а измерительная информация доступна в отдельных точках, т.е. рассматриваться будут системы первого типа (КЭНС-1). Важная особенность алгоритмов в таких системах заключается в необходимости учета перемещения подвижного объекта, вдоль определенной траектории, с целью сформирования реализации поля, которую затем можно было бы использовать для выработки поправок к координатам при сопоставлении с картой.

При обсуждении путей совершенствования алгоритмов вообще, и применительно к тем системам, о которых речь пойдет в настоящей работе, в частности, крайне полезно располагать систематизированной информацией об уже существующих алгоритмах. Это объясняется, в том числе, и тем, что при выборе наиболее подходящего варианта построения алгоритма при создании новых си-

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 18-19-00627)

стем разработчикам в полной мере удается учесть накопленный в этой области опыт. Предложения по классификации алгоритмов, применяемых в системах навигации по ГФП, появились с момента их зарождения. Так, в российской научной литературе принято выделять поисковые, беспоисковые и комбинированные алгоритмы, к которым в частности относятся предложенные Белоглазовым И.Н. и его коллегами рекуррентно-поисковые алгоритмы [1], [2], [9]. В англоязычной литературе алгоритмы подразделяются на градиентные и поисковые [11], [12]. С точки зрения организации процедуры вычислений выделяют также рекуррентные и нерекуррентные (пачечные) алгоритмы [10], [14].

Среди появившихся в недавнее время и заслуживающих внимания работ обзорного характера, касающихся систем и методов навигации по ГФП, следует выделить работы [6], [10]–[14], [20], [23]. Хотя вопросы классификации алгоритмов и рассматриваются в этих публикациях, актуальность их обсуждения, по мнению авторов, сохраняется.

Цель предлагаемого доклада – проанализировать основные алгоритмы, используемые при решении задачи навигации по ГФП рассматриваемого класса, уточнить их классификацию и более подробно обсудить вопросы, связанные с предварительной обработкой измерений.

Предлагаемый доклад является продолжением исследований, представленных в работах [40], [41], и, в том числе, может рассматриваться как дополнение, разъясняющее суть и место предложенного в них алгоритма решения задачи навигации по ГФП.

Структура доклада следующая. Во второй части в рамках байесовского подхода приводится постановка задачи навигации по ГФП с учетом ее особенности, связанной с необходимостью перемещения подвижного объекта. В третьей части рассматривается классификация алгоритмов, учитывающая различные способы вычисления и аппроксимации апостериорной плотности. При этом выделяется группа алгоритмов, в которых предполагается предварительная обработка измерений, выполняемая непосредственно перед решением задачи уточнения координат места. В четвертой части кратко описывается алгоритм, в котором не предполагается проведение какой-либо предварительной обработки и приводятся результаты моделирования, подтверждающие его эффективность на примере решения задачи с использованием гравитационного поля в слабоаномальном районе. В заключении приводятся основные результаты работы.

II. Постановка задачи навигации по ГФП в рамках байесовского подхода

Для конструктивного обсуждения вопроса о классификации алгоритмов навигации по ГФП необходимо четко сформулировать решаемую задачи, в полной мере учитывающую специфику рассматриваемого метода навигации. Не нарушая общности, рассмотрим случай, при котором задача решается на плоскости, а карта поля известна точно, т.е. погрешности карты, описывающей поведение поля в районе навигации, отсутствуют.

При рассмотрении обсуждаемой задачи будем предполагать выполненными следующие условия.

1. Подвижный объект перемещается вдоль некоторой траектории в районе, для которого задана карта. Предполагается также, что на борту подвижного объекта имеется измеритель поля, вырабатывающий показания в дискретные моменты времени:

$$y_i = \phi\left(\mathbf{X}_i\right) + \varepsilon_i \,, \tag{1}$$

где y_i – показания измерителя поля; ε_i – погрешности измерителя; $\mathbf{X}_i$ – истинные координаты объекта, подлежащие утонению; $\phi(\bullet)$ – известная нелинейная функция, заданная с помощью карты и описывающая зависимость поля от координат объекта. В результате формируется вектор измерений $\mathbf{Y}_i = \left[y_1, y_2, ..., y_i\right]^T$, соответствующий истинной траектории движения, определяемой вектором $\mathbf{X}_i = \left[X_1 \quad X_2\right]_i^T$, $i = \overline{1 \ldots I}$

2. Имеется априорная информация о возможной траектории движения объекта, которую назовем далее опорной. Наличие этой опорной траектории создает предпосылки для формирования с использованием карты реализаций поля, аналогичных измеренной реализации $\mathbf{Y}_i$ и необходимых при построении алгоритмов различного типа.

Введем далее еще одно весьма важное упрощение. Будем полагать, что характер или вид траектории известен и уточнению подлежит лишь ее местоположение. Заметим, что это условие, существенно упрощает решаемую в дальнейшем задачу, но не нарушает общности излагаемого подхода и позволяет сконцентрировать внимание на особенностях алгоритма, предложенного в [40], [41].

Существуют различные варианты задания априорной информация о возможной траектории объекта. В одном из них предполагается, что при проведении обсервации такая информация вырабатывается с помощью навигационной системы, показания которой подлежат уточнению и представляются в виде

$$\mathbf{y}_i^{NS} = \mathbf{X}_i + \mathbf{\Delta}_i \,, \tag{2}$$

где $\mathbf{y}_i^{NS} = \left[y_1^{NS} \quad y_2^{NS}\right]_i^T$ – показания НС; $\mathbf{\Delta}_i = \left[\Delta_1 \quad \Delta_2\right]_i^T$ – подлежащие уточнению погрешности НС. Ясно, что введённое упрощение справедливо в случае, если погрешности НС за время проведения обсервации не меняются, т.е. $\mathbf{\Delta}_i = \mathbf{\Delta}_{i-1}$.

Используя (2), измерения (1) могут быть представлены в виде

$$y_i = \phi\left(\mathbf{y}_i^{NS} - \mathbf{\Delta}\right) + \varepsilon_i = \phi_i\left(\mathbf{\Delta}\right) + \varepsilon_i \,, \tag{3}$$

где $\phi_i\left(\mathbf{\Delta}\right) \equiv \phi\left(\mathbf{y}_i^{NS} - \mathbf{\Delta}\right)$.

В другом варианте априорная информация о характере траектории объекта может задаваться с помощью известных кинематических параметров. В простейшем случае, например, предполагается, что траектория задается в виде

$$\mathbf{X}(t_i)=\mathbf{X}(t_0)+\mathbf{V}(t_i-t_0), \qquad (4)$$

где $\mathbf{X}(t_0)$ – неизвестная начальная точка траектории, принадлежащая заданной области априорной неопределенности с центром в некоторой точке $\bar{\mathbf{X}}(t_0)$; $V=[V_1 \quad V_2]^T$ – постоянная известная скорость перемещения объекта во время обсервации. В этом случае из уравнения (4) следует, что неизвестны лишь начальные координаты движения, а сами траектории представляют собой прямолинейные участки, ориентированные известным образом. Ясно, что при наличии информации об изменяющейся скорости $\mathbf{V}(t)$ траектория может принимать произвольный характер.

Нетрудно заметить, что если задать начальную точку траектории как $\mathbf{X}(t_0)=\bar{\mathbf{X}}(t_0)-\mathbf{\Delta}$, где $\mathbf{\Delta}$ неизвестный вектор, и считать скорость движения объекта известной, то измерения поля можно представить в виде, аналогичном (3), т.е.

$$y_i=\phi(\bar{\mathbf{X}}_i-\mathbf{\Delta})+\varepsilon_i=\phi_i(\mathbf{\Delta})+\varepsilon_i, \qquad (5)$$

где $\phi_i(\mathbf{\Delta})\equiv\phi(\bar{\mathbf{X}}_i-\mathbf{\Delta})$.

К этому варианту можно также прийти, если, располагая показаниями НС, ошибка которой постоянна, представить координаты объекта в виде

$$\mathbf{X}_i=\mathbf{X}_0+(\mathbf{y}_i^{NS}-\mathbf{y}_0^{NS}), \qquad (6)$$

где $\mathbf{y}_i^{NS}-\mathbf{y}_0^{NS}$ – приращения траектории, которые известны точно в силу свойств ошибок НС.

Принимая во внимание введенные предположения можно теперь в общем виде **сформулировать цель решаемой задачи**.

Применительно к первому варианту – случаю наличия на борту корректируемой НС эта **цель формулируется так**: используя измерения поля $\mathbf{Y}_i$ и показания НС $\mathbf{y}_i^{NS}$, найти оценку погрешности НС $\hat{\mathbf{\Delta}}_i$ и на ее основе сформировать оценку координат в виде $\hat{\mathbf{X}}_i=\mathbf{y}_i^{NS}+\hat{\mathbf{\Delta}}_i$.

Во втором варианте цель задачи аналогичная, и будет заключаться в получении оценки начального местоположения $\hat{\mathbf{X}}(t_0)$ с использованием измерений поля $\mathbf{Y}_i$ и информации о характере траектории, задаваемой с помощью соотношения (4), и формировании оценок координат с помощью соотношения $\hat{\mathbf{X}}_i=\hat{\mathbf{X}}(t_0)+\mathbf{V}(t_i-t_0)$.

Из представленных соотношений видно, что при сделанных предположениях оба варианта приводят к одинаковым с математической точки зрения постановкам задачи – оцениванию постоянного вектора $\mathbf{\Delta}$ по измерениям вида (3) или (5). При этом в первом случае этот вектор определяет постоянные ошибки НС, а во втором – величину отклонения истинного местоположения траектории от его предполагаемого значения.

Перейдем теперь к конкретизации сформулированной в общем виде постановки задачи. Для определенности далее будем ориентироваться на первый вариант и полагать, что имеются показания НС, ошибки которой постоянны, т.е. будем полагать, что требуется оценить погрешности НС $\mathbf{\Delta}$, используя измерения поля (1) и показания НС (2), позволяющие представить измерения поля в виде (3).

Выше, по сути, сформулирована лишь цель, а не точная математическая постановка задачи. Для того, чтобы такую постановку сформулировать необходимо задаться моделями, которые используются для описания входящих в соотношения (1), (2) погрешностей НС $\mathbf{\Delta}$ и измерителя поля $\varepsilon_1,\ldots\varepsilon_i$ и ввести критерий, используемый при нахождении оценок. Полученная в результате постановка задачи позволит более корректно обсудить различные варианты ее решения.

Принимая во внимание вышесказанное, конкретизируем постановку обсуждаемой задачи в рамках байесовского подхода. С этой целью, следуя его основным положениям, введем предположение о случайной природе оцениваемых параметров и погрешностей измерения, и будем считать, что их статистические свойства, заданы с помощью совместной функции плотности распределения вероятности $p(\mathbf{\Delta},\varepsilon_1,...,\varepsilon_i)$, позволяющей с учетом соотношений (3) определить $p(\mathbf{\Delta},\mathbf{Y}_i)$. Для простоты полагаем, что погрешности НС и погрешности измерений независимы, т.е. $p(\mathbf{\Delta},\varepsilon_1,...,\varepsilon_i)=p(\mathbf{\Delta})p(\varepsilon_1,...,\varepsilon_i)$.

С учетом сделанных предположений рассматриваемую **задачу можно конкретизировать следующим образом**. Располагая набором измерений (3) и информацией о функциях плотности распределения $p(\mathbf{\Delta})$ и $p(\mathbf{Y}_i/\mathbf{\Delta})$, найти оценку погрешности НС $\mathbf{\Delta}$, оптимальную в смысле выбранной функции потерь.

При решении задач оценивания в рамках байесовского подхода ключевым является понятие апостериорной плотности (АП), определяемой при независимости $\mathbf{\Delta}$ и ошибок измерения $\varepsilon_1,\ldots\varepsilon_i$ как

$$p(\mathbf{\Delta}/\mathbf{Y}_i)=\frac{1}{c}p(\mathbf{\Delta})p(\mathbf{Y}_i/\mathbf{\Delta}), \qquad (7)$$

где $p(\Delta)$ – априорная плотность; $p(\mathbf{Y}_i/\mathbf{\Delta})$ – функция правдоподобия; $c=p(\mathbf{Y}_i)$ – нормирующая константа.

В рамках байесовского подхода рассматриваются различные оценки в зависимости от вида функции потерь. В навигационных приложениях наибольшее распространение получила квадратичная функции потерь, порождающая оптимальную в среднеквадратическом смысле оценку, т.е. оценку, минимизирующую дисперсию ее ошибки. Эта оценка и соответствующая матрица ковариаций погрешностей для вектора $\boldsymbol{\Delta}$ в рамках байесовского подхода определяются следующими соотношениями [20] :

$$\hat{\boldsymbol{\Delta}}\left(\mathbf{Y}_i\right)=\int \boldsymbol{\Delta}\, p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)d\boldsymbol{\Delta}\,, \qquad (8)$$

$$P_{\Delta}\left(\mathbf{Y}_i\right)=\int\left(\boldsymbol{\Delta}-\hat{\boldsymbol{\Delta}}\left(\mathbf{Y}_i\right)\right)\left(\boldsymbol{\Delta}-\hat{\boldsymbol{\Delta}}\left(\mathbf{Y}_i\right)\right)^T p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)d\boldsymbol{\Delta}\,, \qquad (9)$$

где $p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)$ – апостериорная, условная к набору измерений $\mathbf{Y}_i$, плотность распределения вероятности вектора $\boldsymbol{\Delta}$. В выражениях (8) и (9) интегралы понимаются как двукратные с бесконечными пределами.

Следует заметить, что при решении задачи навигации по ГФП нередко используется и простая функция потерь, которой соответствует оценки в виде максимума апостериорной плотности. В частности, эта функция потерь была использованы при получении алгоритмов рекуррентно-поискового оценивания [1], [2], [9]. Понятно, что как при нахождении оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки, так и при нахождении оценки максимизирующей апостериорную плотность требуется уметь вычислять значения этой плотности.

III. Классификация алгоритмов по способам организации вычисления и аппроксимации апостериорной плотности

Различные алгоритмы, применяемые для нахождения оценок, отличаются способами, которые используются для вычисления точных значений АП $p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)$, и способа аппроксимации, используемого для ее приближенного представления. В сущности, это и создает предпосылки для введения двух рассматриваемых далее основных классификационных признаков при анализе алгоритмов оценивания, применяемых при решении задачи навигации по ГФП: по способу вычисления и способу аппроксимации АП.

При обсуждении способов вычисления АП будем иметь в виду возможность использования рекуррентных, нерекуррентных и комбинированных процедур.

Под нерекуррентной процедурой будем понимать такую процедуру, при которой для вычисления значений АП одновременно используется весь набор имеющихся к текущему моменту измерений.

Под рекуррентной процедурой, будем понимать процедуру, в соответствии с которой значение АП вычисляется при поступлении очередного измерения с учетом значений или параметров, полученных на предыдущем шаге.

И наконец, под **комбинированной с точки зрения использования измерений процедурой** будем понимать такую, при которой при вычислении значений АП могут быть использованы ее значения или параметры, полученные на предыдущих шагах, и некоторый набор (пачка или группа) измерений, сформированных на последних шагах.

Для пояснения перечисленных процедур конкретизируем апостериорную плотность полагая, что $\boldsymbol{\Delta}$ и ε_i являются центрированными и гауссовскими и при этом ε_i представляют собой значения стационарного случайного процесса с известной корреляционной функцией. Введем функции плотности распределения вероятности для $\boldsymbol{\Delta}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_i=\left[\varepsilon_1,\varepsilon_1,\ldots\varepsilon_i\right]^T$ в виде $p\left(\boldsymbol{\Delta}\right)=N\left(\boldsymbol{\Delta};0,P_{\Delta}\right)$, $p\left(\boldsymbol{\varepsilon}_i\right)=N\left(\boldsymbol{\varepsilon}_i;0,P_{\varepsilon_i}\right)$, где P_{Δ}, P_{ε_i} – матрицы ковариаций векторов $\boldsymbol{\Delta}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_i$. Здесь и далее для гауссовского вектора a с математическим ожиданием $\overline{a}$ и матрицей ковариаций A используется обозначение $p\left(a\right)=N\left(a;\overline{a},A\right)$.

Принимая во внимание введенные предположения и полагая $\boldsymbol{\Delta}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ независимыми между собой, можем записать следующее **нерекуррентное выражение для апостериорной плотности**

$$p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)=\frac{1}{c}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\Delta}^T P_{\Delta}^{-1}\boldsymbol{\Delta}+\boldsymbol{\Theta}\left(\boldsymbol{\Delta}\right)^T P_{\varepsilon_i}^{-1}\boldsymbol{\Theta}\left(\boldsymbol{\Delta}\right)\right)\right), \qquad (10)$$

где $\boldsymbol{\Theta}\left(\boldsymbol{\Delta}\right)=\mathbf{Y}_i-\boldsymbol{\Phi}_i\left(\boldsymbol{\Delta}\right)$; c – нормирующая константа, независящая от $\boldsymbol{\Delta}$, а $\boldsymbol{\Phi}_i\left(\boldsymbol{\Delta}\right)=\left[\phi_1\left(\boldsymbol{\Delta}\right),\phi_2\left(\boldsymbol{\Delta}\right),\ldots\phi_i\left(\boldsymbol{\Delta}\right)\right]^T$.

Элементы матрицы P_{ε_i} могут быть легко вычислены, к примеру, если предположить, что погрешности измерений представляют собой сумму белого шума и стационарного гауссовского процесса с корреляционной функцией $k\left(\bullet\right)$. В этом случае

$$P_{\varepsilon_i}\left(\nu,\varsigma\right)=k\left(t_\nu-t_\varsigma\right)+r_i\delta_{\nu\varsigma},\quad \nu,\varsigma=\overline{1\ldots i}\,. \qquad (11)$$

Заметим, что для вычисления АП согласно (10) требуется обращение матрицы P_{ε_i}. При увеличении же числа измерений растет и размерность подлежащей обращению матрицы, что и порождает сложность вычисления АП и построения алгоритмов при использовании этого нерекуррентного выражения. Вместе с тем соотношение (10) оказывается весьма полезным по двум основным причинам. Во-первых, оно позволяет подчеркнуть суть алгоритмов, заключающуюся в том, что вырабатываемая в них оценка в значительной степени зависит от «близости» в некотором смысле измеренной $\mathbf{Y}_i$ и вычисляемых с помощью карты $\boldsymbol{\Phi}_i\left(\boldsymbol{\Delta}\right)$ реализаций поля. Наиболее отчетливо это проявляется для случая, когда ошибки измерений ε_i описываются дискретным белым шумом с известной в каждый момент времени дисперсией r_i^2 и выражение для АП преобразуется к виду:

$$p\left(\boldsymbol{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)=\frac{1}{c}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\Delta}^T P_{\Delta}^{-1}\boldsymbol{\Delta}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(y_i-\phi_i\left(\boldsymbol{\Delta}\right)\right)^2}{r_i^2}\right)\right). \qquad (12)$$

Из этого выражения, в частности, с очевидностью следует, что оценка, максимизирующая АП, соответствует траектории, вдоль которой сумма квадратов невязок между измеренными и вычисленными значениями минимальна.

Вторая причина, поясняющая целесообразность использования АП в виде (10), связана с тем, что при малом числе измерений АП может быть многоэкстремальной, но при их увеличении на информативном участке поля – она, как правило, становится одноэкстремальной и, близкой к плотности гауссовского вида. Отмеченное обстоятельство обосновывает целесообразность в некоторых случаях, несмотря на вычислительную сложность, отдать предпочтение нерекуррентым схемам построения алгоритмов, а также схемам, основанным на комбинированных процедурах, сочетающих в себе нерекуррентную и рекуррентную варианты организации вычислений.

Необходимость вычисления матриц возрастающей размерности отпадает при использовании рекуррентных процедур. Обсудим, как это может быть сделано в рассматриваемой задаче.

В общем случае, при наличии коррелированных составляющих рекуррентная процедура может быть получена, если эти составляющие представляют собой значения марковских случайных процессов или последовательностей. Поясним вкратце, как это делается. Предположим, что коррелированная составляющая ошибки представляет собой значения l-мерной марковской последовательности, которая в свою очередь может быть представлена с помощью формирующего фильтра

$$\xi_i = F\xi_{i-1} + \Gamma w_i, \tag{13}$$

так что для полной ошибки можно записать

$$\varepsilon_i = H\xi_i + v_i, \tag{14}$$

где F, Γ и H известные матрицы соответствующей размерности.

При сделанных предположениях измерения (3) могут быть представлены в виде

$$y_i = \phi\left(\mathbf{y}_i^{NS} - \mathbf{\Delta}\right) + \varepsilon_i \equiv \phi_i\left(\mathbf{\Delta}\right) + H\xi_i + v_i, \tag{15}$$

а для вычисления значений АП можно использовать следующее рекуррентное соотношение

$$p\left(\mathbf{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right) = \frac{1}{c} p\left(\mathbf{\Delta}/\mathbf{Y}_{i-1}\right) p\left(y_i/\mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{\Delta}\right), \tag{16}$$

в котором $p\left(y_i/\mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{\Delta}\right)$ – плотность для текущего измерения при фиксированном значении измерений на всех предыдущих шагах и фиксированном значении $\mathbf{\Delta}$. Известно, что эта плотность является гауссовской, т.е.

$$p\left(y_i/\mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{\Delta}\right) = N\left(y_i; \phi_i\left(\mathbf{\Delta}\right) + \hat{\xi}^j_{i/i-1}, r_i^2 + P^{\xi j}_{i/i-1}\right) \tag{17}$$

и ее параметры при фиксированном значении $\mathbf{\Delta}$ могут быть найдены с помощью фильтра Калмана (ФК), решающего задачу оценивания вектора ξ_i по измерениям $\tilde{y}_i\left(\mathbf{\Delta}\right) = y_i - \phi_i\left(\mathbf{\Delta}\right) = H\xi_i + v_i$ и вырабатывающего, в том числе и оценки прогноза $\hat{\xi}^j_{i/i-1}$ и матрицы ковариаций их ошибок $P^{\xi j}_{i/i-1}$. Соотношения (16), (17) и создают предпосылки для рекуррентного вычисления искомых значений АП.

При обсуждении рекуррентных процедур вычисления АП и ее параметров удобно также рассматривать обсуждаемую задачу с позиций оценивания расширенного вектора состояния $x_i = \left[\mathbf{\Delta}^T \;\; \xi_i^T\right]^T$, описываемого уравнениями

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta}_i &= \mathbf{\Delta}_{i-1} = \mathbf{\Delta}, \\ \xi_i &= F\xi_{i-1} + \Gamma w_i, \end{aligned} \tag{18}$$

по измерениям (3).

При сделанных предположениях для построения рекуррентных алгоритмов оценивания целесообразно опираться на известное рекуррентное соотношение для АП

$$p\left(x_i/\mathbf{Y}_i\right) = \frac{1}{c} p\left(x_i/\mathbf{Y}_{i-1}\right) p\left(y_i/x_i\right), \tag{19}$$

в котором $p\left(x_i/\mathbf{Y}_{i-1}\right)$ – плотность прогноза, определяемая как

$$p\left(x_i/\mathbf{Y}_{i-1}\right) = \int p\left(x_i/x_{i-1}\right) p\left(x_{i-1}/\mathbf{Y}_{i-1}\right) dx_i. \tag{20}$$

При конкретизации рекуррентных процедур полезным оказывается представление плотности в виде

$$p\left(\mathbf{\Delta}, \xi_i/\mathbf{Y}_i\right) = p\left(\xi_i/\mathbf{\Delta}, \mathbf{Y}_i\right) p\left(\mathbf{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right), \tag{21}$$

где $p\left(\xi_i/\mathbf{Y}_i, \mathbf{\Delta}\right) = N\left(\xi_i; \hat{\xi}_i^j, P_i^{\xi j}\right)$ – гауссовская плотность, параметры которой могут быть вычислены с помощью упомянутого ранее ФК. Гауссовский характер этой плотности также как и возможность вычисления значений $p\left(y_i/\mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{\Delta}\right)$ с помощью соотношения (16) обусловлены тем обстоятельством, что при фиксации вектора $\mathbf{\Delta}$ измерения (15) линейным образом зависят от погрешностей измерения. Можно заметить, что именно этот факт, по сути, и используется при решении нелинейных задач оценивания на основе метода аналитического интегрирования по части переменных или процедуры Rao–Blackwellization [5], [20].

Приведенные выше соотношения и создают предпосылки для построения целого спектра обсуждаемых далее различных алгоритмов оценивания, основанных на разных способах аппроксимации АП. Выделим здесь четыре основных способа: способы, основанные на гауссовской и полигауссовской аппроксимациях; способ, основанный на представлении АП в виде набора дельта-функций и комбинированный способ аппроксимации.

Алгоритмы, основанные на гауссовской аппроксимации АП, обычно реализуются на основе рекуррентной схемы вычислений. Простейший вариант реализации такой схемы основан на линеаризации функции $\phi_i(\mathbf{\Delta})$ и использовании ФК, размерность вектора состояний которого определяется как $l+2$, где l – размерность вектора состояния ξ_i. Возможность применения ФК после линеаризации обусловлена тем обстоятельством, что уравнения для вектора состояния являются линейными. Один из первых алгоритмов такого рода описан в работе [42]. В отечественной литературе эти алгоритмы получили наименование беспоисковых [1], [2], а в зарубежной они нередко называются алгоритмами градиентного типа [12]. Различные возможные варианты построения алгоритмов, основанных на гауссовской аппроксимации, порождены многообразием фильтров калмановского типа таких как традиционные (обобщенный, итерационный фильтры Калмана, фильтры второго порядка), так и относительно новые, основанные на ансцентном (unscented) преобразовании, интерполяционной формуле Стирлинга, аппроксимации Гаусса – Эрмита, а также на кубатурных формулах. Наиболее известный из них – это так называемый ансцентный калмановский фильтр (Unscented Kalman Filter), нередко называемый фильтром без вычисления производных. Обзор публикаций по упоминаемым здесь и далее алгоритмам можно найти в работах [20], [21]. Нетрудно понять, что наряду с рекуррентными возможно построение и нерекуррентных алгоритмов, основанных на гауссовской аппроксимации АП.

Еще один способ аппроксимации, применение которого может быть достаточно эффективно использовано при синтезе алгоритмов, это полигауссовский способ, основанный на аппроксимации АП в виде

$$p(x_i/\mathbf{Y}_i) \approx \sum_{j=1}^{L} \mu_i^j N\left(x_i; \hat{x}_i^j, P_i^j\right), \tag{22}$$

где μ_i^j – веса, такие что $\sum_{j=1}^{L} \mu_i^j = 1$, а $N\left(x_i; \hat{x}_i^j, P_i^j\right)$ – частные гауссовские плотности, параметры которых могут быть сформированы с использованием любой из модификаций фильтров калмановского типа. Из (22) вытекают соотношения для искомых оценок и матриц ковариаций типа (8), (9) в виде

$$\hat{x}_i^{opt}(\mathbf{Y}_i) \approx \hat{x}_i(\mathbf{Y}_i) = \sum_{j=1}^{L} \mu_i^j \hat{x}_i^j , \tag{23}$$

$$P_i(\mathbf{Y}_i) \approx \sum_{j=1}^{L} \mu_i^j \left(\hat{x}_i^j \left(\hat{x}_i^j \right)^T + P_i^j \right) - \hat{x}_i(\mathbf{Y}_i) \hat{x}_i^T(\mathbf{Y}_i) . \tag{24}$$

Здесь также в принципе возможно использование рекуррентных и нерекуррентных схем вычисления АП.

Ну и наконец, еще один вариант аппроксимация АП основан на ее представлении с помощью набора дельта-функций в виде

$$p(x_i/\mathbf{Y}_i) \approx \sum_{j=1}^{L} \mu_i^j \delta\left(x_i - x_i^j\right), \tag{25}$$

где $\delta\left(x_i - x_i^j\right)$ – дельта-функции в узлах сетки x_i^j, а $\sum_{j=1}^{L} \mu_i^j = 1$. Для вычисления оценок при этом можно воспользоваться формулой (23), а выражение для матриц ковариаций примет вид

$$P_i(\mathbf{Y}_i) \approx \sum_{j=1}^{L} \mu_i^j \left(\hat{x}_i^j \left(\hat{x}_i^j \right)^T \right) - \hat{x}_i(\mathbf{Y}_\mathbf{i}) \hat{x}_i^T(\mathbf{Y}_i) . \tag{26}$$

Правила вычисления весов в выражении (25) описаны, например, в [5], [20].

Возможны два варианта формирования узлов сетки: детерминированный, – порождающий алгоритм, известный как метод точечных масс (point mass filter) или метод сеток и, стохастический - основанный на методе Монте-Карло [20], [43], [44]. Алгоритмы, использующие стохастический вариант, в последние годы получили значительное развитие и известны как последовательные методы Моне-Карло или фильтры частиц [5], [21], [44]. Важно подчеркнуть, что при построении алгоритмов, основанных на представлении плотности в виде (25), весьма эффективным оказывается применение соотношения (21) для АП, позволяющего реализовывать метод частичного аналитического интегрирования при вычислении оценок (8) и матриц ковариаций (9). Собственно говоря, именно возможность представления плотности в виде (21) и послужила основой для получения в свое время И.Н. Белоглазовым алгоритмов, названных рекуррентно–поисковыми [2]. Заметим, что прием построения экономичных алгоритмов, основанный на представлении плотности в виде (21), известен также в теории оценивания как метод разделения [45]. Говоря о сопоставлении метода сеток и метода Моне-Карло с точки зрения построения экономичных вычислительных процедур, следует иметь в виду, что для случая оценивания постоянного вектора $\mathbf{\Delta}$ их применение, как показано в работах [38], [43] оказывается эквивалентным.

Так же как и в случае классификации алгоритмов по способу вычисления апостериорной плотности, здесь можно говорить и о различных комбинированных с точки зрения используемого способа аппроксимации вариантах построения алгоритмов. К примеру, на начальных этапах может использоваться полигауссовский способ или набор дельта функций, а затем при уменьшении области априорной неопределенности применяется один из алгоритмов, основанных на гауссовской аппроксимации. Еще один вариант комбинированного алгоритма, используемого для решения задачи навигации по ГФП, описан в работе [46]. Суть его заключается в том, что при обработке текущего измерения используется полигауссовское описание плотности, которое перед обработкой последующего измерения затем сворачивается в гауссовскую плотность.

Обсуждая вопросы классификации алгоритмов решения задачи навигации по ГФП, стоит обратить внимание на еще одно направление, часто используемое при их построении, но которое, как правило, остается без должного внимания. Это направление связано с проведением предварительной обработки измерений, которая нередко выполняется перед тем, как использовать эти измерения в алгоритме выработки поправок. Анализ соотношения (10) показывает, что ожидаемая точность решения задачи в значительной степени зависит от того насколько измеренная реализация $\mathbf{Y}_i$ поля будет соответствовать реализациям поля, формируемым с помощью карты $\mathbf{\Phi}_i(\mathbf{\Delta})$. Именно это обстоятельство подталкивает разработчиков проводить предварительную обработку измеренной реализации, направленную на снижение погрешности оценивания поля по сравнению с погрешностью его измерения. Такая обработка может выполняться с использованием различных подходов и методов и обычно эти вопросы в известных публикациях не обсуждаются при описании алгоритмов. Можно лишь по виду используемого критерия и интервалу между измерениями, который обычно совпадает с дискретностью представления карты, догадываться о том, выполняется такая обработка или нет.

Подводя некоторый итог проведенному обсуждению, можно рассмотренные выше критерии классификации алгоритмов решения задач навигации по ГФП, основанные на различных способах вычисления и аппроксимации АП и способах обработки измерений, представить в виде схемы, приведенной на рис. 1. Обращаем внимание, что здесь наряду с алгоритмами, предполагающими реализацию предварительной обработки выделены алгоритмы, в которых такая обработка не предусмотрена. Мотивация и основные особенности такого алгоритма более подробно описаны в следующем разделе.

В заключение можно отметить следующее. Из теории оценивания известно, что помимо байесовского подхода при синтезе алгоритмов можно опираться и на детерминированный подход, не предполагающий введения гипотезы о случайном характере оцениваемых параметров и погрешностей измерения. В этом случае выбирая критерий, соответствующий, например, методу наименьших квадратов или его различным модификациям, в виде

$$J^{LSM}(\mathbf{\Delta}) = \left(\mathbf{\Delta}^T Q_1 \mathbf{\Delta} + \mathbf{\Theta}(\mathbf{\Delta})^T Q_2 \mathbf{\Theta}(\mathbf{\Delta})\right) \qquad (27)$$

где Q_1, Q_2 – некоторые положительно определенные матрицы, а $\mathbf{\Theta}(\mathbf{\Delta}) = \mathbf{Y}_i - \mathbf{\Phi}_i(\mathbf{\Delta})$, также можно получить целый ряд алгоритмов минимизации этих критериев, которые в принципе подпадают под классификацию, аналогичную приведенной выше для случая байесовских алгоритмов. При этом следует лишь использовать несколько иную терминологию. Вместо гауссовской аппроксимации – говорить о различных методах линеаризации или различных градиентных методах, вместо полигауссовского представления – об использовании многократной линеаризации, и наконец, вместо представления АП в виде (25) о методах нахождения поиска экстремума, основанных на детерминированном переборе или использовании различных вариантов случайного поиска. Аналогичные рассуждения будут справедливы и применительно к так называемым небайесовским алгоритмам оценивания, для которых характерно сохранение предположения о случайном характере погрешностей измерения и отказ от него применительно к оцениваемому вектору $\mathbf{\Delta}$, считая его детерминированным. Наиболее распространенный критерий при решении задачи при таких предположениях это функция правдоподобия, которая и подлежит минимизации.

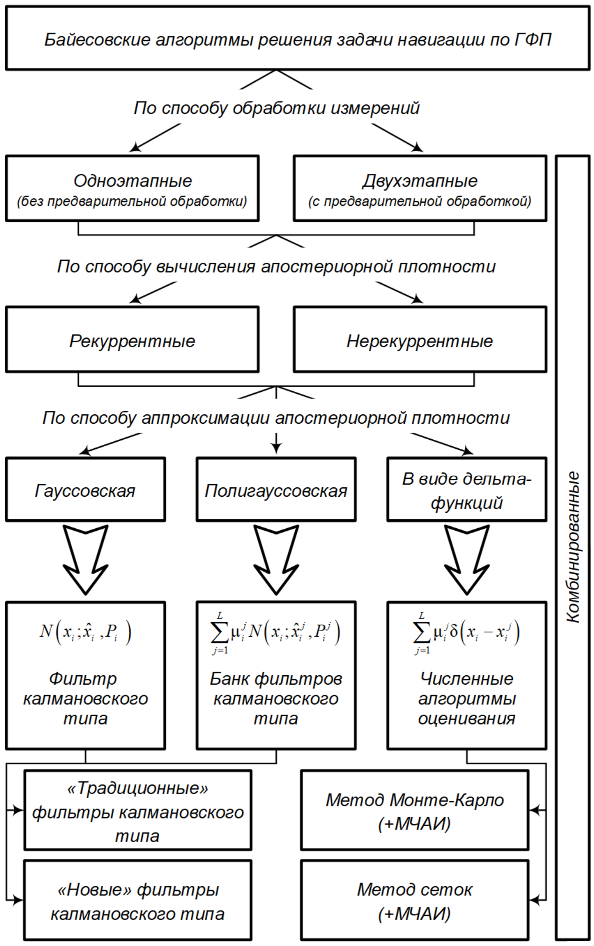


Рис. 1. Классификация алгоритмов решения задачи навигации по ГФП в рамках байесовского подхода

Синтез алгоритмов на основе подходов, отличных от байесовского, в принципе может быть вполне успешным, более того заметим, что получающиеся в результате их применения алгоритмы вычисления оценок, рассматриваемые как некоторая последовательность вычислений и логических операций, в определенных случаях могут между собой совпадать [47]. В частности, такая ситуация имеет место в случае, когда матрицы в (27) выбираются так, что $Q_1 = P_{\Delta}^{-1}$, $Q_2 = P_{\varepsilon_i}^{-1}$, а погрешности измерения и оцениваемый вектор – гауссовские. В этой ситуации алгоритмы, соответствующие методу наименьших квадратов и максимуму функции правдоподобия, будут совпадать как между собой, так и с алгоритмом, максимизирующим АП. В этой связи можно лишь подчеркнуть очередной раз достоинство байесовского подхода, в рамках которого удается не только получать алгоритмы вычисления оценок, но и соответствующие им текущие характеристики точности в виде матриц ковариаций погрешностей оценивания.

IV. Краткое описание алгоритма без предварительной обработки и пример его использования

Как уже отмечалось, возможны различные подходы при выполнении предварительной обработки измерений. Чаще всего они основаны на методах, применяемых при решении задачи картографирования поля.

Из соотношения (10) очевидно, что предварительная обработка сама по себе не является необходимой для решения задачи уточнения координат. Чаще всего ее цель состоит в упрощении построения алгоритма и снижении вычислительной нагрузки путем аппроксимации выражения (10), например, выражением (12) с соответствующими параметрами. Такая замена возможна при условии, что уровень погрешностей измерений, используемых для решения задачи навигации, значительно ниже уровня полезного сигнала. Выполнение такого условия, если оно не справедливо изначально, и обеспечивается предварительной обработкой измерений.

Вместе с тем предварительная обработка измерений и последующее упрощение алгоритма могут приводить к увеличению погрешности получаемого навигационного решения. Поэтому при наличии достаточных вычислительных ресурсов и адекватных моделей погрешностей измерений целесообразно построение алгоритмов, где такая обработка не проводится, и задача получения значения поля из рассмотрения исключается. При этом на вход алгоритма выработки поправок поступают исходные измерения на частоте их выработки датчиком поля. Приведем далее пример решения задачи уточнения координат морского объекта с использованием гравиметра и карты аномального гравитационного поля, не предполагающий предварительную обработку, а затем кратко сопоставим его с примером, в котором предварительная обработка применяется.

Для конкретизации алгоритма необходимо задать свойства погрешностей измерителя, определяющие плотность $p\left(\mathbf{\Delta}/\mathbf{Y}_i\right)$. Будем считать, что погрешность гравиметра ε_i, представлена суммой: коррелированной методической погрешности, обусловленной вертикальными перемещениями, связанными с морским волнением; систематической погрешности, обусловленной неточностью определения смещения нуль-пункта; белошумной погрешности. В целях упрощения положим, что остальные погрешности известны точно, а морской объект во время проведения коррекции НС движется равномерно и прямолинейно. Расширенную модель погрешностей относительного гравиметра можно найти, например, в [22].

При сделанных предположениях погрешности гравиметра ε_i в пространстве состояний можно описать следующей моделью, представленной для удобства в непрерывном виде.

$$\begin{cases}\dot{\xi}_1 = \xi_2,\\ \dot{\xi}_2 = \xi_3,\\ \dot{\xi}_3 = -a_3\xi_1 - a_2\xi_2 - a_1\xi_3 + qw,\\ \dot{\xi}_4 = 0,\end{cases} \qquad (28)$$

$$\varepsilon_i = \xi_3\left(t_i\right) + \xi_4\left(t_i\right) + v_i,$$

Компоненты $\xi_1 - \xi_3$ описывают модель вертикальных перемещений ξ_1, порождающих вертикальные ускорения ξ_3. Они трактуются как методическая составляющая погрешности измерителя. Компонента ξ_4 описывает систематическую погрешность гравиметра. В выражении (28): $a_3 = \left(\lambda^2 + \mu^2\right)\gamma$; $a_2 = \lambda^2 + \mu^2 + 2\mu\gamma$; $a_1 = 2\mu + \gamma$; $q = \sigma\sqrt{2a_3\left(a_1a_2 - a_3\right)/a_1}$; w – порождающий белый шум единичной интенсивности; σ – среднеквадратическое значение вертикальных перемещений ξ_1; λ – преобладающая частота качки; μ – коэффициент нерегулярности волнения; $\gamma = 0.1$ – безразмерный коэффициент; v_i – дискретная белошумная погрешность измерений. Дисперсия систематической погрешности гравиметра ξ_4 полагается известной и равной σ_c^2.

С учетом (28), задачу уточнения координат можно сформулировать как задачу оценивания составного вектора $x_i = \left[\mathbf{\Delta}^T \quad \xi_i^T\right]^T$, где $\boldsymbol{\xi}_i = \left[\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad \xi_4\right]_i^T$, по измерениям (3).

Для иллюстрации результатов решения этой задачи с помощью прикладного пакета GsTools [48], был смоделирован участок поля, изолинии которого показаны в левой части рис. 2. Полученный участок можно считать слабоаномальным: изолинии сохраняют свое направление на большей части карты. Среднее значение модуля градиента на полигоне составило 0,2 мГал/Км, а максимальное не превосходит 0,5 мГал/км. Значения модуля производной по оси OX_1 превышают аналогичные значения по оси OX_2 как в среднем, так и по максимальным величинам: 0,2 мГал/км и 0,5 мГал/км против 0,1 мГал/км и 0,3 мГал/км соответственно. Такое соотношение позволяет ожидать большую эффективность уточнения компоненты координат X_1.

На полученном участке поля была выбрана прямолинейная истинная траектория, вдоль которой формировалась измерения $\mathbf{Y}_i$. В окрестности истинной траектории была задана траектория, соответствующая показаниям НС $\mathbf{y}_i^{NS}$, погрешности которой формировались как реализации случайного двумерного центрированного гауссовского вектора с диагональной матрицей ковариаций. На рисунке эта траектория проиллюстрирована синим цветом. Параметры моделирования, конкретизирующие модель (28) представлены в таблице 1.

На основе полученных показаний НС и измерений поля с использованием метода сеток и процедуры аналитического интегрирования по части переменных была получена оценка погрешностей НС и ее матрица ковариаций. При моделировании алгоритма с предварительной обработкой, называемого далее двухэтапным, измерения (3) были предварительно сглажены с использованием соответствующего алгоритма с целью снижения погрешностей (28). Полученные после решения задачи сглаживания оценки поля вдоль траектории были прорежены, а затем с помощью выражения аналогичного (12) также с использованием метода сеток были получены оценки и соответствующие им матрицы ковариаций.

Более подробно процедуры предварительной обработки обсуждаются в [40], [41].

ТАБЛИЦА I. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Параметр	Обозначение	Значение
Интервал дискретизации	Δt	0,1 с
Априорные СКП выработки координат НС	$\sigma_{\Delta_1}, \sigma_{\Delta_2}$	1000 м
Скорость движение вдоль траектории	V	4 м/с
Среднее квадратическое вертикальных перемещений	σ	0,3 м
Преобладающая частота качки	λ	$2\pi/3$ рад/с
Коэффициент нерегулярности волнения	μ	0,1 рад/с
Систематическая СКП измерителя	σ_c	0,5 мГал
Белошумная СКП измерителя	σ_{v^s}	0,5 мГал
Длина истинной траектории		29,7 км

Сформированные в результате оценки траектории и предельные эллипсы погрешностей оценивания показаны слева на рис. 2. Точками соответствующих цветов отмечены условные положения на каждой из траекторий в дискретные моменты времени, для которых рассчитаны эллипсы погрешностей. В правой части рис. 2 показаны размеры большой и малой полуосей эллипсов погрешностей одноэтапного и двухэтапного алгоритмов. Цифрами обозначено соответствие между правой и левой частями.

Из представленного примера видно, что оба алгоритма позволяют получить оценку местоположения, которая приближается к истинному за время обсервации.

При использовании алгоритма без предварительной обработки область априорной неопределенности удалось сократить с окружности радиусом 3,4 км до эллипса с размерами 1,1 x 0,2 км, что является хорошим результатом для используемого слабоаномального участка поля. Отдельно стоит обратить внимание на увеличение размера большой полуоси для эллипса №2: в рассматриваемом случае оно связано с многоэкстремальным негауссовским характером апостериорной плотности. Можно заметить, что после устранения многоэкстремальности алгоритм продолжает успешно работать, что является важным достоинством дискретных байесовских алгоритмов по сравнению с алгоритмами, использующими гауссовское представление апостериорной плотности.

Результаты работы двухэтапного алгоритма, рассчитанные по тем же исходным измерениям, демонстрируют ожидаемые потери в точности навигационного решения: априорную область неопределенности удалось уточнить лишь до эллипса с размерами 1,9 x 0,7 км. Это, как уже отмечалось, обусловлено упрощенным способом решения задачи.

В заключение стоит обратить внимание, что расчетные характеристики точности для двухэтапного алгоритма не всегда являются достоверными. Это еще раз подчеркивает важность внимательного отношения к процедурам предварительной обработки измерений при синтезе алгоритмов решения задачи навигации по ГФП.

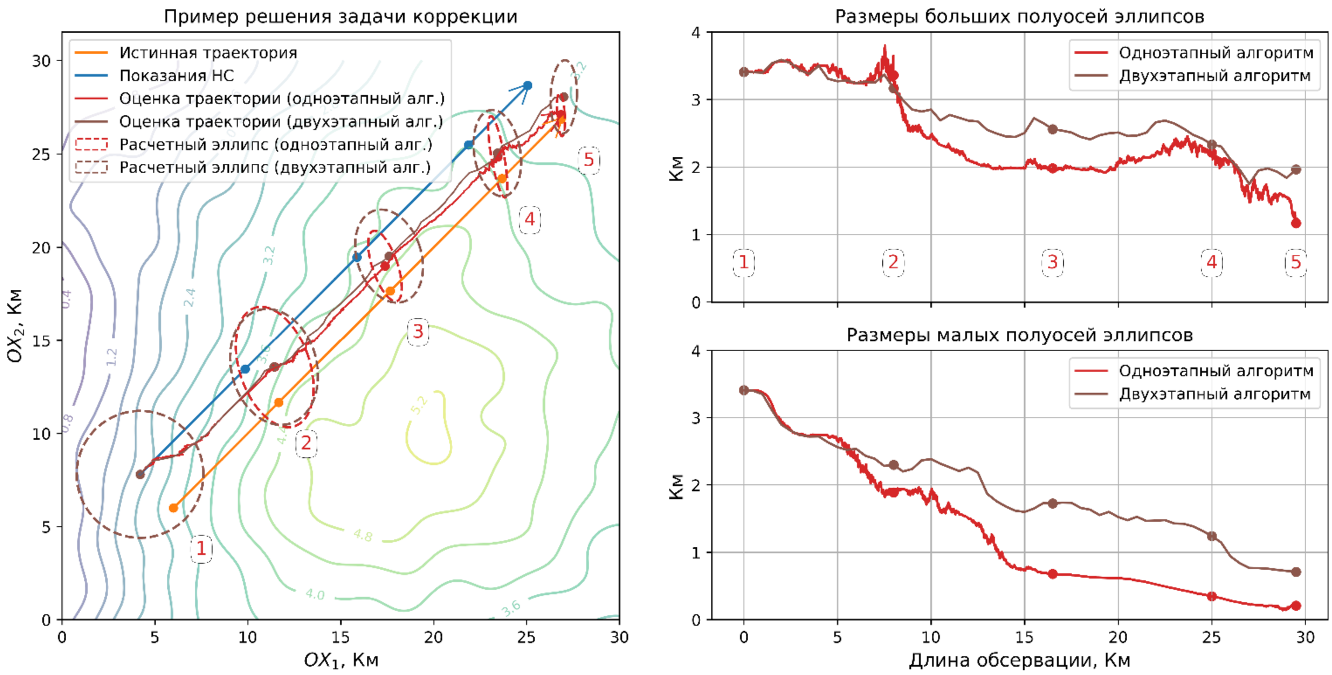


Рис. 2. Пример решения задачи корреции НС с использованием одноэтапного и двухэтапного алгоритмов.

V. Заключение

В рамках байесовского подхода приведена постановка задачи навигации по ГФП, предусматривающая введение предположений о случайном характере оцениваемых параметров и погрешностей измерения, задание их статистических свойств, введение критерия и учитывающая особенности, связанные с необходимостью перемещения подвижного объекта при решении задачи.

Представлена классификация алгоритмов решения задачи навигации, учитывающая различные способы вычисления и аппроксимации апостериорной плотности; при этом выделена группа алгоритмов, в которых предполагается предварительная обработка измерений, выполняемая с целью повышения точности оценивания реализации поля, используемой при сопоставлении с картой.

Отмечено, что описанная классификация может быть использована и при решении задачи навигации по ГФП на основе детерминированного и небайесовского подходов, предполагающих использование различных модификаций метода наименьших квадратов и метода максимума функции правдоподобия.

Кратко описан алгоритм, в котором предварительная обработка не предусмотрена, и задача оценивания поля из рассмотрения исключается, приведены результаты моделирования, подтверждающие его достоинства при решении задачи с использованием гравитационного поля в слабоаномальном районе.

Литература

[1] Красовский А.А., Белоглазов И.Н., Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. Наука, 1979.

[2] Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И. и Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. Наука, 1985.

[3] Степанов О.А. Методы оценки потенциальной точности в корреляционно-экстремальных навигационных системах. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 1993.

[4] Bergman, N., Recursive Bayesian estimation: Navigation and tracking applications, Linkoping University, Sweden, 1999.

[5] Gustafsson, F. *[et al.]*, Particle filters for positioning, navigation, and tracking, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, p. 425-437, Feb. 2002, doi: 10.1109/78.978396.

[6] Nygren, I. and Jansson, M., Terrain Navigation for Underwater Vehicles Using the Correlator Method, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol.29, no.3, p. 906–915, 2004, doi: 10.1109/JOE.2004.833222.

[7] Бердышев В.И., Костоусов В.Б. Экстремальные задачи и модели навигации по геофизическим полям. УрО РАН. Екатеринбург: ИММ, 2007.

[8] Сырямкин В.И., Шидловский В.С. Корреляционно-экстремальные радионавигационные системы. Томск: Издательство Томского университета, 2010.

[9] Белоглазов И.Н., Казарин С.Н., Косьянчук В.В. Обработка информации в иконических системах навигации, наведения и дистанционного зондирования местности. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012.

[10] Groves, P.D., Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems, 2nd Ed. Boston: Artech house, 2013.

[11] Carreno, S., Wilson, P., Ridao, P., and Petillot, Y., A survey on Terrain Based Navigation for AUVs, *OCEANS 2010 MTS/IEEE Seattle*, Sep. 2010, p. 1-7, doi: 10.1109/OCEANS.2010.5664372.

[12] Anonsen, K.B., Advances in Terrain Aided Navigation for Underwater Vehicles, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2010.

[13] Щербинин В.В. Построение инвариантных корреляционно-экстремальных систем навигации и наведения летательных аппаратов. Москва: Изд-во МГТУ, 2011.

[14] Vaman, D., TRN history, trends and the unused potential, *2012 IEEE/AIAA 31st Digital Avionics Systems Conference (DASC)*, 2012, p. 1A3-1-1A3-16, doi: 10.1109/dasc.2012.6382278.

[15] Metzger, J. and Trommer, G.F., Studies on four terrain referenced navigation techniques, *Proceedings of Symposium Gyro Technology*, 2002, p. 15.0–15.9.

[16] Paull, L., Saeedi, S., Seto, M., and Li, H., AUV Navigation and Localization: A Review, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol.39, no.1, p. 131–149, Jan. 2014, doi: 10.1109/JOE.2013.2278891.

[17] Shockley, J.A. and Raquet, J.F., Navigation of Ground Vehicles Using Magnetic Field Variations, *Navigation*, vol. 61, no. 4, p. 237–252, Dec. 2014, doi: 10.1002/navi.70.

[18] Canciani, A. and Raquet, J., Absolute Positioning Using the Earth's Magnetic Anomaly Field, *Navigation*, vol. 63, no. 2, p. 111–126, 2016, doi: 10.1002/navi.138.

[19] Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Сухоруков С.Я., Шкред В.К. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве. Москва: Научтехлитиздат, 2015.

[20] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. Т. 23. Вып. 3. С. 102–125. doi: 10.17285/0869-7035.2015.23.3.102-125.

[21] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Ч. 2. Современные тенденции развития // Гироскопия и навигация. 2015. Т. 91. Вып. 4. С. 147–159. doi: 10.17285/0869-7035.2015.23.4.147-159.

[22] Пешехонов В.Г. и Степанов О.А., Ред., Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.

[23] Джанджгава Г.И., Августов Л.И. Навигация по геополям. Москва: Научтехлитиздат, 2018.

[24] Melo, J. and Matos, A., Survey on advances on terrain based navigation for autonomous underwater vehicles, *Ocean Engineering*, vol. 139, p. 250-264, Jul. 2017, doi: 10/gbkpwd.

[25] Соколов А.В., Краснов А.А., Железняк Л.К. Методы повышения точности морского гравиметра // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. Вып. 2 (105). С. 70–81. doi: 10.17285/0869-7035.2019.27.2.070-081.

[26] Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Железняк Л.К., Береза А.Д., Краснов А.А. Вклад навигационных технологий в создание мобильных гравиметров» // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. Вып. 4 (107). С. 162–180. doi: 10.17285/0869-7035.0018.

[27] Доер С., Шольц Г., Троммер Г.Ф. SLAM-алгоритм на основе лазерных измерений при использовании микролетательных аппаратов в помещении // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. Вып. 1 (96). С. 18–32. doi: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.018-032.

[28] Кроненветт Н., Руппельт Я., Троммер Г.Ф. Прецизионное позиционирование пешехода в помещении на основе контроля за стадиями его походки // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. Вып. 1 (96). С. 33–48. doi: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.033-048.

[29] Беркович С.Б., Котов Н.И., Лычагов А.В., Панокин Н.В., Садеков Р.Н., Шолохов А.В. Система технического зрения как источник дополнительной информации в задаче автомобильной навигации // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. Вып. 1 (96). С. 49–63. doi: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.049-063.

[30] Бобков В.А., Кудряшов А.П., Мельман С.В., Щербатюк А.Ф., Навигация автономного необитаемого подводного аппарата по стереоизображениям с формированием 3D-модели среды // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. Вып. 3 (98). С. 115–129. doi: 10.17285/0869-7035.2017.25.3.115-129.

[31] Шмидт Дж.Т. Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. Вып. 1 (104). С. 3–21. doi: 10.17285/0869-7035.2019.27.1.003-021.

[32] Хекер П., Бестманн У., Волков С.Ю., Ангерманн М., Декирт А. Позиционирование летательного аппарата по видеоданным для контроля интегрированной навигационной системы при заходе на посадку // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. Вып. 4 (107). С. 29–51. doi: 10.17285/0869-7035.0011.

[33] Pasnani, P. and Seto, M.L., Terrain-Based Localization and Mapping for Autonomous Underwater Vehicles using Particle Filters with Marine Gravity Anomalies, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 29, p. 354–359, 2018, doi: 10.1016/j.ifacol.2018.09.498.

[34] Wei, E. *[et al.]*, A Robust Solution of Integrated SITAN with TERCOM Algorithm: Weight-Reducing Iteration Technique for Underwater Vehicles' Gravity-Aided Inertial Navigation System, *Navigation*, vol. 64, no. 1, p. 111–122, Mar. 2017. doi: 10.1002/navi.176.

[35] Feder, H.J.S., Leonard, J.J., and Smith, C.M., Adaptive mobile robot navigation and mapping, *The International Journal of Robotics Research*, vol. 18, no. 7, p. 650-668, 1999, doi: 10/fd4bzj.

[36] Törnqvist, D., Schön, T.B., Karlsson, R., and Gustafsson, F., Particle Filter SLAM with High Dimensional Vehicle Model, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 55, no. 4–5, p. 249–266, Aug. 2009, doi: 10.1007/s10846-008-9301-y.

[37] He, B., Zhang, H., Li, C., Zhang, S., Liang, Y., and Yan, T., Autonomous Navigation for Autonomous Underwater Vehicles Based on Information Filters and Active Sensing, *Sensors*, vol. 11, no. 12, p. 10958–10980, Nov. 2011, doi: 10.3390/s111110958.

[38] Торопов А.Б. Алгоритмы фильтрации в задачах коррекции показаний морской навигационной системы с использованием нелинейных измерений». Санкт-Петербург: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013.

[39] Lee, T.N. and Canciani, A.J., MagSLAM: Aerial simultaneous localization and mapping using Earth's magnetic anomaly field, *Navigation*, 2020, doi: 10.1002/navi.352.

[40] Носов А.С., Степанов О.А. Анализ влияния предварительной обработки измерений на точность решения задачи навигации по геофизическому полю» // Труды XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт-Петербург, 2018. С. 64-68.

[41] Степанов О.А., Носов А.С. Алгоритм коррекции навигационной системы по данным карты и измерителя, не требующий предварительного оценивания значений поля вдоль пройденной траектории» // Гироскопия и навигация, 2020. Вып.2. С. 70–90.

[42] Beisner, H.M. Arbitrary Path Magnetic Navigation by Recursive Nonlinear Estimation, *Journal of The Institute of Navigation*, vol. 16, no. 3, p. 271–278, Sep. 1969, doi: 10/ggnrdz.

[43] Anonsen, K.B. and Hallingstad, O., Terrain Aided Underwater Navigation Using Point Mass and Particle Filters, *2006 IEEE/ION Position, Location, And Navigation Symposium*, Coronado, CA, 2006, p. 1027–1035, doi: 10.1109/PLANS.2006.1650705.

[44] Doucet, A., Freitas, N., and Gordon, N., Sequential Monte Carlo Methods in Practice, New York, NY: Springer New York, 2001.

[45] Lainiotis, D., Optimal adaptive estimation: Structure and parameter adaption, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 16, no. 2, p. 160–170, Apr. 1971, doi: 10.1109/TAC.1971.1099684.

[46] Дмитриев С.П., Шимелевич Л.И. Обобщенный фильтр Калмана с многократной линеаризацией и его применение в задаче навигации по геофизическим полям // Автоматика и телемеханика. 1978. Вып. 4. С. 50–55.

[47] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания. Издание 3-Е, исправленное и дополненное. Санкт-Петербург: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.

[48] Müller, S., Schüler, L., GSTools: Reverberating Red. Zenodo, 2019.

Геофизическое обеспечение магнитометрических автономных навигационных систем

В.Т. Минлигареев
Институт прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова (ФГБУ «ИПГ»). г. Москва, Российская Федерация.
Тел.: 8 (499) 181-39-66
metrologeo@mail.ru.

Т.В. Сазонова
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро» (АО «РПКБ»),
г. Раменское Московской обл., Российская Федерация.
Тел. 8 (496) 46-30053
rpkb@rpkb.ru

В.Л. Кравченок,
В.В. Трегубов, Е.Н. Хотенко
Институт прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова (ФГБУ «ИПГ»)
г. Москва, Российская Федерация.
Тел.: 8 (499) 181-39-66

***Аннотация*—Обсуждается актуальность геофизического обеспечения магнитометрических автономных навигационных систем. Приведены теоретические данные о составляющих магнитного поля Земли, смещении магнитных полюсов, международных моделях главного магнитного поля Земли. Проведен анализ карт аномального магнитного поля Земли (АМПЗ), с целью применения их в автономных навигационных системах. Показаны перспективы картографического и программного обеспечения магнитных навигационных систем (МНС). Область применения результатов исследований – это создание и управление базами данных для МНС, а также централизация и использование цифровой картографической продукции для геологоразведочных работ, различных исследований в области наук о Земле.**

Ключевые слова—аномальное магнитное поле Земли (АМПЗ), геофизическое обеспечение, карты АМПЗ, магнитометрические навигационные системы, базы данных

I. Введение

Начиная с конца прошлого века бурное развитие глобальных спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС, GPS, Galileo и др. снизило интерес к активно разрабатываемым в то время системам автономной навигации по геофизическим полям [1-5]. Однако в связи с возрастающими потенциальными угрозами несанкционированных воздействий и влиянием космической погоды на технические средства и системы навигации в настоящее время внимание разработчиков вновь привлекают активно развивающиеся методы и средства коррекции навигационных параметров летательных аппаратов и подводных движущихся объектов по информации о физических полях Земли [4,5]. Методы коррекции реализуются в корреляционно-экстремальных навигационных системах (КЭНС), в том числе с использованием параметров аномальной составляющей магнитного поля Земли [1-13].

Основными преимуществами навигации по геофизическим полям являются автономность и точность определения навигационных параметров в режиме реального времени, независимо от внешнего воздействия. Это особенно актуально в области авиационной и подводной навигации. Применение методов корреляционно-экстремальной коррекции, прежде всего по магнитному полю Земли (МПЗ) потребовало дополнительных исследований, связанных, в том числе и с адаптацией алгоритмов корреляционно-экстремальной обработки для движущихся объектов, а также с комплексным использованием картографического и программного обеспечения [6-13]. Обсуждению некоторых из этих вопросов и посвящен предлагаемый доклад.

II. Составляющие магнитного поля Земли

По современным представлениям МПЗ в любой точке земной поверхности и в околоземном пространстве можно представить в виде трех составляющих: главного (нормального) поля, полей вариаций и магнитных аномалий (рисунки 1,2).

$$T = T_0 + T_m + \Delta T_a + \delta T, \qquad (1)$$

где T_0 – дипольная составляющая главного поля (однородная намагниченность Земли);
Tm – недипольная составляющая главного поля (взаимодействие внутренних оболочек Земли – поле Мировых аномалий);
ΔT_a – аномальное магнитное поле (обусловлено намагниченностью верхних частей земной коры) – АМПЗ;
δT – магнитное поле вариации (внешние воздействия на Землю – от космических лучей и др.)

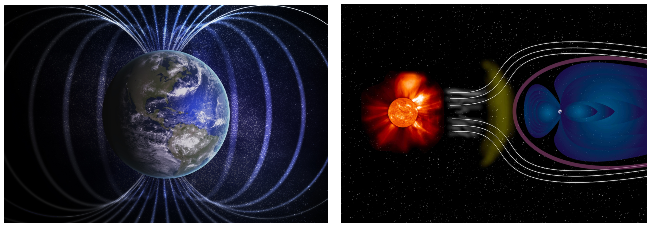


Рис. 1. Главное МПЗ (слева), вариации МПЗ – справа

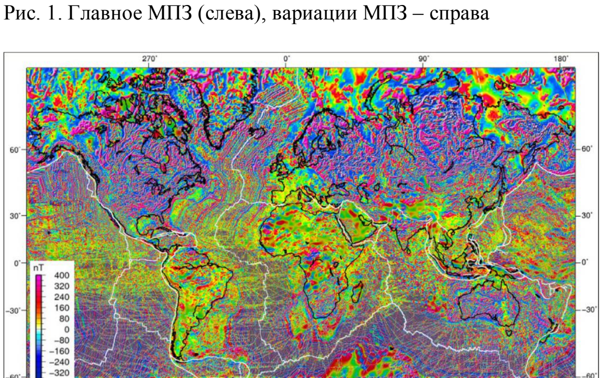


Рис. 2. Аномальное МПЗ ΔT_a. Мировая магнитная карта АМПЗ WDMAM (World Digital Magnetic Anomaly Map). (1:50 000 000, 2007)

Источники *главного магнитного поля* находятся в земном ядре. Вклад главного поля в МПЗ для большинства районов Земли является определяющим и варьируется от 80 до 98 %. Исследования показали, что главное поле изменяется со временем, для него характерно наличие вековых вариаций.

Определение главного поля производится по международным моделям, основными из которых являются: IGRF (International geomagnetic reference field), WMM (World Magnetic Model).

До 2019 г. для расчета главного поля использовались модели эпохи 2015 г. Во все эпохи шел дрейф магнитных полюсов. Скорость дрейфа северного магнитного полюса в 70-е годах составила 10 км/год, 2001 г. - 40 км/год, 2004 г. - 60 км/год, 2015 г. – 48 км/год. Однако, с 2016 г. необычно большая скорость, с которой смещается северный магнитный полюс Земли, привела к серьезным ошибкам. В начале 2019 г, невязка определения Северного полюса составила 40 км.

Для устранения такого рода ошибок с начала 2019 г. началось досрочное обновление моделей МПЗ. В феврале – WMM - Национальным геофизическим центром данных США (NGDC), в декабре - Международной ассоциацией геомагнетизма и аэрономии (IAGA) - выпущена очередная версия модели – IGRF-13. Эти модели необходимы для функционирования как профессиональных навигационных систем, так и бытовых навигаторов, в том числе для мобильных телефонов. С меньшими скоростями и несоосно изменялось и положение южного магнитного полюса (рис.3).

Последний раз определение южного магнитного полюса было в 2000 г. Австралийской геологической службой (рис.3).

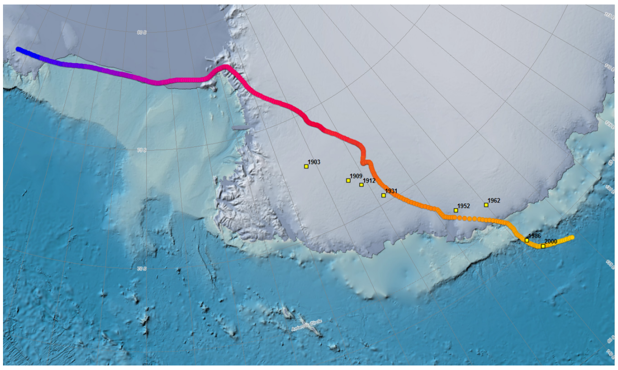


Рис. 3. Смещение южного магнитного полюса. Желтыми квадратами обозначены места инструментального определения магнитного полюса (https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/GeomagneticPoles.shtml)

В 2019-2020 гг. проходит экспедиция на океанографическом исследовательском судне (ОИС) ВМФ «Адмирал Владимирский», одной из задач которой - инструментальное определение координат Южного магнитного полюса в море Дюрвиля (около Земли Адели Антарктиды) и определение невязки по мировым моделям. Эту задачу на ОИС решает объединенная геофизическая группа Института прикладной геофизики имени академика Е.К. Федорова Росгидромета (ФГБУ «ИПГ»), МГУ им. М.В. Ломоносова, ИЗМИРАН и Южморгеологии при поддержке Русского географического общества (рис.4).

Рис. 4. Проведение работ по измерению параметров МПЗ на ОИС «Адмирал Владимирский» 2020 г.

Источники поля быстро *меняющихся вариаций МПЗ* находятся в ионосфере, магнитосфере и частично в земной коре. Вклад поля вариаций в общее МПЗ может достигать 5-10 % и определяется по данным сети магнитовариационных станций, основной из которых является Государственная наблюдательная сеть Росгидромета. Головным учреждением по магнитным наблюдениям на Государственной наблюдательной сети является ФГБУ «ИПГ», г. Москва [15].

Аномальная составляющая магнитного поля Земли ΔT_a (АМПЗ) – магнитное поле региональных и локальных магнитных аномалий, источники которого находятся в земной коре (рис. 2). АМПЗ обусловлено намагниченностью пород земной коры, отражает распределение магнитных масс в земной коре и связано с ее геологическим строением. Аномальная составляющая - наиболее стабильная во времени составляющая магнитного поля, которая может измениться только в результате тектонических процессов или крупной антропогенной деятельности (например, при разработке полезных ископаемых, строительстве крупных железобетонных сооружений, заводов, протяженных трубопроводов, линий электропередач).

III. Геофизическое обеспечение МНС

Именно в качестве основы для автономной навигации рассматривается аномальная составляющая магнитного поля – АМПЗ, которая является составной частью общего МПЗ. В отличие от поверхностных полей (рельеф местности, радиотепловое и радиолокационное) пространственные (магнитное, гравитационное) являются глобальными, трехмерными и зависящими от высоты [1-10, 13, 16-18]. Известно, что с ростом высоты меняется характер АМПЗ – неоднородно уменьшается полезный сигнал – сначала ослабевает высокочастотная составляющая, затем – низкочастотная. Поэтому необходимо знать модуль АМПЗ в любой точке по эшелонам высот. Для этого разрабатываются различные программы пересчета АМПЗ по высоте (Geosoft, REIST и др.) [9,10,16,17]. Вариация расчетных характеристик АМПЗ проводится практической проверкой с пролетом на всех эшелонах исследуемого участка на самолетах специальной авиации [9,10,16-18]. На рис. 5 изображена подготовка самолета-лаборатории Ан-30Д для съемок АМПЗ на различных эшелонах, в рамках проводимых геофизических работ.

Рис. 5. Подготовка летающей лаборатории на базе Ан-30Д для съемки параметров АМПЗ. Монтаж немагнитного стингера для датчиков магнитометров

Кроме того, в целях обеспечения возможности решения задачи навигации по АМПЗ, как правило, разрабатываются вспомогательные программы [9,10,16,17]:

- запроса данных из баз АМПЗ и визуализации результатов;
- записи данных АМПЗ;
- пересчета АМПЗ по высотам (глубинам);
- входного контроля картографической информации с визуализацией АМПЗ.

Выделение аномальных полей из наблюденного или суммарного МПЗ (1) и использование их в виде карт, баз данных, с целью навигации является геофизическим обеспечением разработки и функционирования МНС. Особенностью наполняемости баз геоданных является то, что за период выполнения магнитных съемок, охватывающий несколько десятилетий, МПЗ значительно изменяется, и соответственно необходимо периодическое обновление баз данных АМПЗ.

Проведенный анализ изученности территории страны по данным картографирования в части АМПЗ, показал следующее:

- карты АМПЗ территории страны и прилегающих акваторий в основном были составлены до введения в аэрогеофизическую практику в 90-х годах XX века систем спутниковой навигации. Для 80-90 % существующей картографической продукции отсутствует исходный материал в цифровом формате [9,10,16,17];
- определение АМПЗ на территории страны с использованием современной магнитоизмерительной аппаратуры и спутниковой навигации относительно нормального магнитного поля модели *IGRF* выполнено фрагментарно. Порядка 10–20 % карт может быть использовано в МНС [9,10,16,17].

Современное картографирование больших площадей (построение карт АМПЗ) проводится в основном с помощью аэромагнитных съемок с применением феррозондовых и квантовых магнитометров, которые определяют модуль магнитной индукции (в нТл) на высоте съемки. Одновременно с помощью навигационных систем, установленных на носителе, определяется высота и координаты маршрута полета. После первичной и камеральной обработки строятся карты АМПЗ по высоте съемки с цифровыми массивами данных (широта, долгота, значение модуля АМПЗ ΔTa) [18].

Для создания баз цифровых данных для автономной навигации в КЭНС проработаны алгоритмы верификации данных, перевода модуля магнитной индукции в модуль пересчета характеристик АМПЗ по высоте в верхнее и нижнее полупространство. Для проверки разработанных алгоритмов необходима их экспериментальная апробация на самолетах-лабораториях и БПЛА [9,10,16,17].

Более сложными являются вопросы навигации подводных аппаратов с использованием геофизических полей - магнитного, гравитационного и рельефа морского дна, как по отдельности, так и при их комплексировании. Это направление представляет собой объемную задачу в силу малоизученности и разнородности пространственных геофизических полей Мирового океана и решается пока методами моделирования [19,21].

IV. Заключение

Таким образом, для обеспечения разработки КЭНС с использованием МНС необходимо:

- создание цифровых баз банных АМПЗ с проведением верификации и валидации данных;
- разработка программного обеспечения по входному контролю, визуализации характеристик АМПЗ;
- проведение комплексной геофизической (гравитационной, магнитной) съемки для отдельных участков, включающую высокоточную аэромагнитную компонентную съемку специализированной геофизической авиацией;
- создание геофизических полигонов с различными участками АМПЗ и современным высокоточным картографированием для проведения исследований работоспособности МНС в КЭНС;
- разработка технологий для программного и цифрового картографического обеспечения МНС АНПА.

Область применения результатов приведенных исследований – это прежде всего создание и управление базами данных для МНС (геофизическое обеспечение автономных навигационных систем), а также централизация и использование цифровой картографической продукции для геологоразведочных работ, различных исследований в области наук о Земле.

Литература

[1] Красовский А.А. Белоглазов И.Н. Чигин Г.П. Теория корреляционно-экстремальных навигационных систем. М.: Наука. Гл. ред. физико-математической литературы. 1979. 448 с.

[2] Михлин Б.З., Селезнев В.П., Селезнев А.В. Геомагнитная навигация. М.: Машиностроение. 1976.

[3] Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. М.: Наука, 1985. 328 с.

[4] Goldenberg, F., Geomagnetic Navigation beyond the Magnetic Compass/F. Goldenberg, *Proceedings of IEEE/ION PLANS 2006*, 2006, pp. 684–694.

[5] Canciani, A.J., Raquet, J.F., Absolute Positioning Using the Earth's Magnetic Anomaly Field, *Proceedings of the Institute of Navigation 2015 International Technical Meeting*, 2015, pp. 265–278.

[6] Бочкарев А.М. Корреляционно-экстремальные системы навигации (обзор) // Зарубежная радиоэлектроника. 1981. № 9.

[7] Киселев С.К. Корреляционно-экстремальная навигация по полю магнитных аномалий протяженных ориентиров // Известия РАН. Теория и системы управления. 1997. №6. С. 56.

[8] Джанджгава Г.И., Герасимов Г.И., Августов Л.И. Навигация и наведение по пространственным геофизическим полям // Известия ЮФУ. Технические науки. 2013. № 3 (140). С. 74–84.

[9] Минлигареев В.Т., Алексеева А.В., Качановский Ю.М. др. Картографическое обеспечение альтернативной навигации по геофизическим полям Земли // Авиакосмическое приборостроение. 2018. № 11. С.18–22. DOI: 10.25791/aviakosmos.11.2018.258.

[10] Минлигареев В.Т., Качановский Ю.М., Паньшин Е.А. и др. Перспективы картографического обеспечения аномальной составляющей магнитного поля Земли для решения прикладных задач // Гелиогеофизические исследования: научный электронный журнал. 2018. № 20. С. 71–75. URL: http://www.vestnik.geospace.ru. (дата обращения: 05.03.2020).

[11] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Часть 1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 3 (90). С. 102–125.

[12] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. Часть 2. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. № 4 (90). С. 102–125.

[13] Джанджгава Г.И., Августов Л.И. Навигация по геополям. Научно-методические материалы. М.: ООО «Научтехлитиздат». 2018. 296 с.

[14] Тригубович Г.М., Шевчук С.О., Косарев Н.С., Никитин В.Н. Комплексная технология навигационного и геодезического обеспечения аэроэлектромагнитных исследований // Гироскопия и навигация. 2017. №1 (96). С. 93-107 DOI 10.17285/0869-7035.2017.25.1.093-107

[15] РД 52.04.567-2003. Положение о Государственной наблюдательной сети. Обнинск: ГУ «ВНИИГМИ-МЦД», 2003.

[16] Минлигареев В.Т., Качановский Ю.М., Трегубов В.В. и др. Картографическое обеспечение авиационных магнитометрических навигационных систем // VI Международная научно-практическая конференция «Актуальные вопросы исследований в авионике: теория, обслуживание, разработки» – «АВИАТОР». Сборник пленарных докладов. 14–15 февраля 2019 г. ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», г. Воронеж, 2019. С. 8–12.

[17] Минлигареев В.Т., Репин А.Ю., Хотенко Е.Н. и др. Картографическое обеспечение магнитометрических навигационных систем робототехнических комплексов // Известия ЮФУ. Технические науки. Тем. вып. «Перспективные системы и задачи управления». Ростов-на-Дону, 2019. № 1 (203). С.248–258.

[18] Цирель В.С. Аэромагнитометрия – от А.А. Логачева до наших дней // Геофизика. 1999. № 2. С. 4–6.

[19] Джанджгава Г.И., Сазонова Т.В. Математическое моделирование алгоритмов определения координат необитаемого подводного аппарата с использованием информации о физических полях Земли // Известия ЮФУ. Технические науки. 2016. № 1 (174). С. 102–110.

[20] Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Железняк Л.К., Береза А.Д., Краснов А.А. Вклад навигационных технологий в создание мобильных гравиметров // Гироскопия и навигация. 2019. Т.27. №4. С. 162–180. DOI 10.17285/0869-7035.0018.

[21] Киселев Л.В., Костоусов В.Б., Медведев А.В. и др. О гравиметрии с борта автономного подводного робота и оценках ее информативности для навигации по карте // Подводные исследования и робототехника 2019. №1 (27). С. 21–30.

Определение местоположения наземного транспортного средства с использованием монокамеры и дорожных знаков с геодезической привязкой

Р.Р. Бикмаев, А.А.Полукаров
МОУ «Институт инженерной физики» (МОУ ИИФ), Серпухов, РФ

Р.Н. Садеков
Военный инновационный технолополис «ЭРА» (ВИТ ЭРА), Анапа, РФ

***Аннотация*—В работе исследуется бортовая навигационная система подвижного объекта, включающая в себя камеру, одометр и датчик руля. Навигационный алгоритм основывается на методе визуальной одометрии компенсированный данными распознанных дорожных знаков. Распознавание дорожных знаков осуществляется на основе сверточной нейронной сети. Алгоритм апробирован на натурных данных.**

Ключевые слова*—*визуальная локализация, алгоритм определения местоположения; сверточные нейронные сети; многочастичный фильтр.

I. Введение

К автономным системам навигации предъявляются высокие требования к точности определения местоположения (локализация) наземного транспортного средства.

Решение задачи локализации чаще всего опирается на спутниковую навигационную информацию или данные лазерных дальномеров. Однако нестабильность спутникового сигнала и его зависимость от геометрического фактора не позволяют рассматривать данный источник как надежный. Малая распространенность карт высокой точности (HD) также приводит к разработке альтернативных способов навигации подвижных объектов. Перспективным направлением повышения точности локализации является использование технического зрениях [1].

В настоящее время известно две основных идеи к навигации с использованием визуальных систем: метрический [2] и топологический [3]. Метрический позволяет оценить положение и ориентацию объекта по последовательности изображений. Одним из примеров данного подхода является метод визуальной одометрии. Топологический [4],[5] позволяет «приближенно» определить положение объекта по заранее сформированным в точках интереса снимках. Сопоставление текущего снимка с заранее сформированным списком осуществляется на основе признаков, формируемых вручную или с использованием аппарата сетей глубокого обучения.

Используемый в работе подход основывается на методе визуальной одометрии дополненный информацией, одометра и внешних ориентиров, координаты которых заранее известны.

II. Обзор подходов

Идея предлагаемого подхода визуальной локализации заключается в использовании метода визуальной одометрии, комплексированного с информацией одометра в качестве грубой навигационной системы, и использовании информации внешних ориентиров для коррекции ее показаний. Для наземных транспортных средств, осуществляющих перемещение в городской среде, в качестве внешних ориентиров целесообразно использовать дорожные знаки. Информация о знаках дорожного движения может быть получена из открытых данных или с использованием подхода, описанного в работе [6].

III. Постановка задачи

Транспортное средство, оснащено камерой, одометром и датчиком руля, движется со скоростью ϑ и курсом θ в двухмерной плоскости в глобальной системе координат OX_GY_G как представлено на рис.1.

Система координат транспортного средства (бортовая система координат) обозначена OX_LY_L и совпадает с его центром масс. На автомобиле установлена камера. Система координат камеры обозначена как OX_CY_C. Матрицы переходов из системы координат OX_LY_L и OX_CY_C известны из калибровки.

Оптическая ось камеры Z_C сонаправлена с осью X_L бортовой системы координат. Внутренние параметры камеры c_x, c_y, f_x, f_y и значение дисторсии получены путем калибровки.

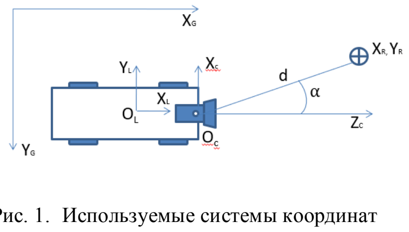


Рис. 1. Используемые системы координат

В моменты времени t-1 и t с камеры поступает поток изображений I_t, I_{t-1} соответственно.

Кроме того, в каждый момент времени t на изображении I_t распознаются дорожные знаки, координаты которых заданы в глобальной системе OX_GY_G. Координаты положения дорожных знаков на изображении заданы рамкой высотой h и шириной w, а также значениями координат левого угла прямоугольной рамки u, v. Координаты реперов в локальной системе координат автомобиля обозначим как X_R, Y_R.

Линия визирования камеры по горизонтали образует с центром распознанного дорожного знака угол α. Отрезок, соединяющий оптический центр камеры с центром прямоугольной рамки распознанного знака по линии визирования, является псевдодальностью d.

Требуется:

- по паре изображений I_t, I_{t-1} определить перемещение **t** и ориентацию **R** макета транспортного средства;
- распознать и локализовать положение дорожного знака на каждом кадре, в виде вектора параметров $[\upsilon\ v\ \omega\ h]$ в пикселях;
- используя $[\upsilon\ v\ \omega\ h]$, требуется определить псевдодальность d и угол α до обнаруженного ориентира;
- разработать алгоритм определения местоположения двигающегося транспортного средства с оптимальной оценкой параметров вектора состояния $\hat{x}_t = [x\ y\ \theta]^T$.

Оценить среднюю квадратическую ошибку определения параметров вектора $\hat{x}_t$.

IV. Решение

Для разработки алгоритма определения местоположения подвижного транспортного средства с оптимальной оценкой состояния требуется решить следующие задачи:

- реализовать метод визуальной одометрии для камеры;
- распознать дорожные знаки с помощью сверточной нейронной сети;
- определить псевдодальность d и угол α;
- реализовать оптимальное оценивание вектора состояния, используя многочастичный фильтр.

Функциональная схема предлагаемого решения изображена на рис. 2.

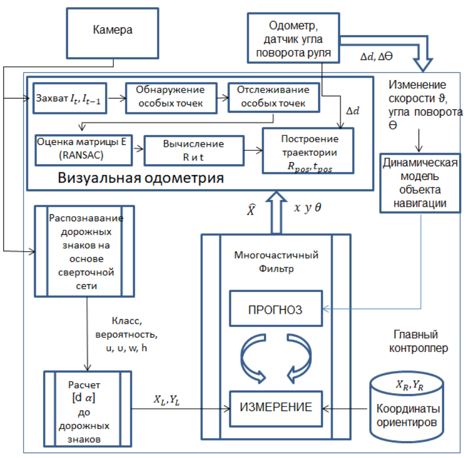


Рис. 2. Функциональная схема алгоритма визуальной локализации

A. *Визуальная одометрия*

Для определения координат объекта и его ориентации использовался метод визуальной одометрии [7] с привлечением информации одометра.

Алгоритм реализации предложенного подхода заключается в следующем:

1. Из видеопотока захватывается два изображения I_t, I_{t-1}.

2. В каждой паре кадров устраняется дисторсия.

3. В I_t, I_{t-1} определяются особые точки по интенсивности градиента освещенности [8]. Если их количество меньше порога, то данные изображения игнорируются и осуществляется переход к п.1. В противном случае происходит анализ оптического потока на основе известного алгоритма Лукасе-Канаде, определяя лучшее перемещение особых точек из I_t в I_{t-1} [9].

4. Вычисляем существенную матрицу, используя пятиточечный алгоритм Нистера [10] и метод RANSAC на основе следующего уравнения

$$y_1 E y_2 = 0,$$

где E – существенная матрица, y_1, y_2 - однородные нормализованные координаты точек в изображениях.

5. Из существенной матрицы вычисляем матрицу вращения $\boldsymbol{R}$ и матрицу параллельного переноса $\boldsymbol{t}$ путем сингулярного разложения

$$E = R[t]_x, E = U\Sigma V^T$$

$$[t]_x = VW\Sigma V^T, R = UW^{-1}V^T$$

где R – матрица вращения, $[t]_x$ – матричное представление перекрестного произведения матрицы параллельного переноса.

6. Получаем информацию о масштабе из одометра и объединяем векторы вращения и параллельного переноса следующим образом:

$$R_{pos} = R \cdot R_{pos}$$
$$t_{pos} = t_{pos} + t \cdot R_{pos}, \qquad (1)$$

где R_{pos}, t_{pos} – матрицы и вектора, отвечающие за ориентацию и положение камеры, $\boldsymbol{R}$ – матрица вращения, t – матрица параллельного переноса, уточненная информацией с одометра.

B. *Распознавание дорожных знаков*

В качестве ориентиров для позиционного метода навигации выбраны дорожные знаки как наиболее часто встречающиеся на дороге оптические реперы.

Для распознавания дорожных знаков была обучена сверточная нейронная сеть архитектуры YOLO v3 с топологией сети в 53 слоя [11].

Обучающий набор состоял из 10 классов и 2998 изображений, полученных из записи проезда макета транспортного средства.

В ходе машинного обучения подбор весовых параметров нейронов происходил путем оптимизации функции потерь

$$J(\omega,b)=\lambda\sum\sum I_{ij}[(x_i-\hat{x}_i)^2+(y_i-\hat{y}_i)^2]$$
$$+\lambda\sum\sum I_{ij}[(\sqrt{\omega_i}-\sqrt{\hat{\omega}_i})^2+(\sqrt{h_i}-\sqrt{\hat{h}_i})]$$
$$+\sum\sum I_{ij}(C_i-\hat{C}_i)^2+\sum I_{ij}\sum(p_i(c)-\hat{p}_i(c))^2, \qquad (2)$$

где x_i, y_i, ω_i, h_i – координаты ограничивающего прямоугольника, определенные сетью, $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{\omega}_i, \hat{h}_i$ – координаты ограничивающего прямоугольника обучающей выборки, $C_i, \hat{C}_i$ – определение класса сетью и ее оценка в обучающей выборке, $p_i(c), \hat{p}_i(c)$ – вероятность появления класса, определенная сетью и в обучающей выборке, λ – регуляризатор, I_{ij} – характеристика наличия объекта.

Оптимизация функции потерь заключалось в ее минимизации за счет подбора весов ***w*** и смещения ***b*** нейронов. Определение параметров ***w, b*** происходило в цикле из трех операций:

- расчет по уравнению (2) текущих потерь (алгоритм прямого распространения ошибки),
- вычисление текущего градиента (алгоритм обратного распространения ошибки),
- обновление параметров ***w*** и ***b*** (градиентный спуск).

Результатом оптимизации функции потерь стала модель весовых параметров ***w*** и ***b*** для каждого слоя свёрточной нейронной сети. Она совместно с топологией используется в распознавании дорожных знаков для локализации ориентира на изображении в виде вектора $[\upsilon\ \nu\ \omega\ h]$ в пикселях.

На рис.3 представлен результат распознавания дорожного знака.

Рис. 3. Распознавание дорожного знака сверточной нейронной сетью YOLO

C. Определение псевдодальности

Изготовленные дорожные знаки выполнены в масштабе от реальных, но с одинаковой высотой. Поэтому для определения псевдодальности [12] до распознанного дорожного знака применялась модель камеры с точечной диафрагмой.

Псевдодальность определяется исходя из подобия и соотношений, схематично представленных на рис.4.

$$D=f\frac{H}{h}+c,$$

где f – фокусное расстояние, определенное в процессе калибровки камеры, c - смещение оптической оси, H – высота дорожного знака, h – высота ограничивающей рамки ориентира на изображении.

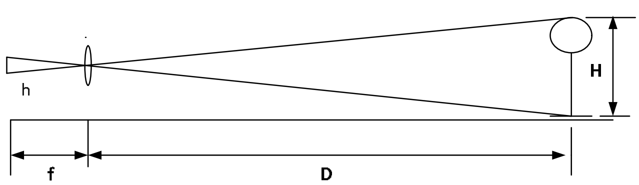


Рис. 4. Модель камеры с точечной диафрагмой

Угол α определяется из следующего уравнения

$$\alpha=k(\upsilon+\frac{\omega}{2})+c\ ,$$

где υ, ω – параметры ограничивающей рамки в пикселях, c – смещение оптической оси, k – коэффициент, характеризующий соотношение поля зрения в радианах и пикселях.

D. Алгоритм определения местоположения

Алгоритм визуальной локализации основывается на применении фильтра частиц (многочастичный фильтр-МЧФ) [13]. Он реализует следующее уравнение локализации Маркова

$$bel(x_t)=\eta p(z_t|x_t,m)\int p(x_t|x_{t-1},u_t,m)bel(x_{t-1})dx_{t-1} \qquad (3)$$

где $p(z_t|x_t,m)$ – модель наблюдения в виде условной вероятности вектора измерения от вектора текущего состояния и карты ориентира; $p(x_t|x_{t-1},u_t,m)$ – модель перехода в виде условной вероятности текущего состояния в зависимости от вектора состояния на предыдущем такте, вектора управления и карты ориентиров; $bel(x_{t-1})$ – вероятностное предположение для момента времени $t-1$; $\int p(x_t|x_{t-1},u_t,m)bel(x_{t-1})dx_{t-1}$ – модель движения; η – нормализатор, равный сумме произведения моделей наблюдения и движения по всем возможным состояниям.

Из уравнения (3) следует, что предположение о текущей локализации может быть рекурсивно оценено на основе предыдущего предположения и определяется произведением этапа прогнозирования и этапа коррекции.

Реализованный алгоритм определения местоположения включает в себя следующие этапы: инициализация, прогноз, обновление и регенерация выборки частиц, коррекция.

Инициализация. На этапе инициализации задается количество частиц N и исходное положение подвижного наземного объекта для МЧФ. Параметр N был выбран таким образом, чтобы фильтр работал в режиме реального времени.

Прогноз. Для прогнозирования положения движущегося наземного транспортного средства использовалась модель движения велосипеда, которая представлена следующей системой уравнений

$$\begin{cases} x_L = x_0 + \dfrac{\vartheta}{\theta'}\left[\sin(\theta_0 + \theta' dt) - \sin\theta_0\right] \\ y_L = y_0 + \dfrac{\vartheta}{\theta'}\left[\cos\theta_0 - \cos(\theta_0 + \theta' dt)\right] \\ \theta_L = \theta_0 + \theta' dt, \end{cases}$$

где x_L, y_L — локальные координаты, θ – угол рыскания (курс), ϑ – скорость движения макета.

Для расчета шага прогноза использовались данные одометра и датчика угла поворота руля.

Для поиска координат «реального» дорожного знака по измеренной псевдодальности использовался алгоритм ближайшего соседа. Данный метод путем простого перебора координат выбирает ближайший к полученным координатам дорожный знак.

При этом перед поиском соответствия между данными производится преобразование координат дорожного знака из СК объекта в координаты карты, по следующей зависимости

$$\begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x_t \\ \sin\theta & \cos\theta & y_t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_L \\ y_L \\ 1 \end{bmatrix}$$

где x_G, y_G – параметры в системе координат карты; x_t, y_t - компоненты переноса; x_L, y_L – параметры наблюдения в системе координат автомобиля; θ – курс.

Алгоритм ближайшего соседа прост в реализации и обладает высоким быстродействием, однако неустойчив к высокой плотности измерений и к сложным сценам, которых нет в лабораторных условиях.

Обновление. Измеренное локальное местоположение дорожного знака, используется для вычисления шага обновления весов частиц. Веса каждой частицы, вычисляются из измеренных данных в многомерной функции плотности нормального распределения.

$$\omega = \prod_{i=1}^{m} \frac{e^{-\frac{1}{2}(x_i - \mu_i)^T \Sigma^{-1} (x_i - \mu_i)}}{\sqrt{|2\pi\Sigma|}}$$

где x_i – i-ое измерение, μ_i – i-ый прогноз измерения, Σ - ковариация измерений, m – общее количество измерений для одной частицы.

Регенерация выборки. Несоответствие фактических и прогнозируемых значений измерений приводит к необходимости выборки весов по принципу – чем больше вес, тем важнее позиция частицы. Для регенерации выборки рассчитываются нормализованные веса, по следующей формуле

$$(x_n, y_n, \theta_n) \to \omega_n \to \alpha_n = \frac{\omega_n}{\sum_1^n \omega_n}$$

В процессе регенерации из выборки удаляются частицы с малыми весами, а точка с самым большим весом замещает все удаленные точки, чтобы сохранился объем выборки. Вектор состояния навигационной системы для данной частицы и характеризует $\hat{x}$.

Коррекция. Определенная оптимальная оценка вектора состояния $[x\ y\ \theta]^T$ используется для регулирования абсолютной шкалы визуальной одометрии через матрицу параллельного переноса.

E. Оценка алгоритма

Алгоритм определения местоположения двигающегося макета транспортного средства с оптимальной оценкой состояния анализировался методом сравнения с опорной траекторией.

Для определения эталона применялся лазерный дальномер (ЛИДАР) с заявленной погрешностью 1 мм. Он закреплен на борту макета и геометрически выровнен с камерой.

Лазерный датчик измеряет дальность и угол от своей нулевой оси до дорожных знаков. Далее навигационная информация пересчитывается из локальной в глобальную систему координат, используя навигационные данные с одометра. Для оценки вектора состояния опорной траектории использовался сигма-точечный фильтр Калмана [14].

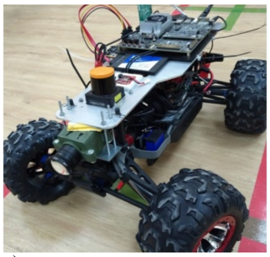
Расчет оценки алгоритма определялся среднеквадратическая ошибка между вектором оценки состояния и вектором состояния опорной траектории по следующей формуле

$$\sigma_{алг.} = \sqrt{\left|\hat{x}_t - x_t^{опор}\right|} \tag{4}$$

V. Результаты

Для апробации алгоритма определения местоположения наземного транспортного средства был собран испытательный стенд. Он состоит из следующих элементов:

- радиоуправляемая машина с одометром, датчиком руля, монокамерой IDS, лазерным дальномером 2D Hokuyo UST-10LX, графической платой NVIDIA Jetson TX-1 (рис.5, а);
- дорожные знаки высотой 0.1 м с дополнительными реперами для лазерного дальномера (рис.5, б);
- трасса с линейными и нелинейными участками (рис. 6).



а)

б)

Рис. 5. На рисунке а) – макет транспортного средства на базе радиуправляемой машины TRAXXAS SUMMIT 4x4; б) – дорожные знаки с дополнительными для лидара реперами

а)

б)

Рис. 6. Цифровая модель местности: а) – ортофотоплан, б) – цифровая модель в 3D

Оценка алгоритма визуальной локализации производилась для двух моделей поведения движущегося объекта и представлена в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНКИ АЛГОРИТМА

$\sigma_{алг.}$	**Параметры многочастичного фильтра**				
	N=100	N= 300	N=500	N=700	N=1000
x, м	0,1134	0,0934	0,0611	0,0534	0,0934
y, м	0,1264	0,1164	0,1099	0,0811	0,1101
θ,р	0.0145	0.0094	0.0077	0.0038	0.0038

Полученные в ходе эксперимента данные для МЧФ с количеством частиц N=100 представлены на рис. 7.

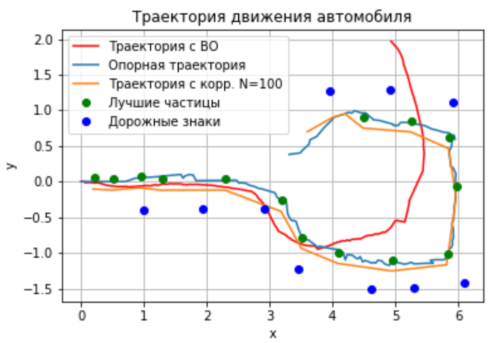


Рис. 7. Траектория движения автомобиля: с визуальной одометрией, с опорным измерением, с коррекцией

VI. ВЫВОДЫ

Из результатов оценки разработанного алгоритма (табл.1) следует:

- использование информации о дорожных знаках позволяет уменьшить смещение траектории полученной от системы визуальной одометрии;
- регулировка объема используемых в многочастичном фильтре частиц не сильно влияет на ошибку определения навигационных параметров.

Алгоритм определения местоположения реализован в виде приложения на языке C++ с применением библиотек линейной алгебры Eigen, компьютерного зрения OpenCV и YOLOv3.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента России МД-2102.2019.9.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Беркович С.Б., Котов Н.И., Лычагов А.В., Панокин Н.В., Садеков Р.Н., Шолохов А.В. Система технического зрения как источник дополнительной информации в задаче автомобильной навигации // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25. №1. С. 49-63.

[2] Silveira, G., Malis, E., Rives, P., An efficient direct approach to visual SLAM, *IEEE Transactions on Robotics*, 2008, vol.24, no.5, pp. 969–979.

[3] Valgren, C., Lilienthal, A.J., SIFT, SURF & seasons: Appearancebased long-term localization in outdoor environments, *Robotics and Autonomous System*, 2010, vol.58, no.2, pp.149–156.

[4] Qu, X., Soheilian, B., Paparoditis, N., Vehicle localization using mono-camera and geo-referenced traffic signs, IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Baden-Baden, 2015, pp. 605–610.

[5] Badino, H., Huber D., Kanade, T., Visual topometric localization, IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Baden-Baden, 2011, pp. 794–799.

[6] Асатрян К.А., Прун В.Е. и д.р. Распознавание дорожных знаков на панорамных снимках для создания навигационных карт // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 111-117.

[7] Poddar, S., Kottath, R., Karar, V., Evolution of Visual Odometry Techniques, *ArXiv*, 2018. URL: https://arxiv.org/abs/1804.11142

[8] Drummond, T., Rosten, E., Machine learning for high-speed corner detection, *European Conference on Computer Vision*, 2006, no.9, pp. 430–443.

[9] Kanade, T., Tomasi, C., Detection and tracking of point features, Technical Report CMU-CS-91-132, 1991, p.20.

[10] Kanade, T., Tomasi, C., An efficient solution to the five-point relative pose problem, *Pattern Analysis and Machine Intelligence. IEEE Transactions on*, 2004, no.26. pp. 756–770.

[11] Redmon, J., Farhadi, A., YOLOv3: An Incremental Improvement, *ArXiv*, 2018. URL: https://arxiv.org/abs/1804.02767.

[12] Мансур М., Давидсон П., Степанов О.А., Раунио Ю.-П., Ареф М.М., Пише Р.. Определение дальности на основе данных о собственном движении, полученных с помощью монокулярной камеры // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №2. С. 28–51.

[13] Stachniss, C., Burgard, W., Particle Filters for Robot Navigation, Foundations and Trends in Robotics, 2012, no.3, pp. 211–282.

[14] Бикмаев Р.Р., Золотов М.Д., Попов А.Н. Повышение точности сопровождения подвижных объектов с применением алгоритма комплексной обработки сигналов с монокулярной камеры и лидара // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С.39–42.

Исследование системы маршрутной коррекции навигационной системы БЛА*

Фам Суан Чыонг
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
truongpx@mta.edu.vn

К.А. Неусыпин
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
neysipin@mail.ru

М.С. Селезнева
Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
m.s.selezneva@mail.ru

***Аннотация*—Рассмотрена система маршрутной коррекции беспилотного летательного аппарата. Для коррекции маршрута полета исследуемого беспилотного летательного аппарата используется бортовой радиолокационный комплекс. В условиях активных помех использовать радиолокационные изображения для коррекции маршрута невозможно. Поэтому предложено использовать бортовую навигационную систему с алгоритмической коррекцией. Использована схема компенсации погрешностей навигационной системы в выходном сигнале с помощью алгоритма построения прогнозирующей модели погрешностей системы. Прогнозирующая модель строится с помощью генетического алгоритма и метода группового учета аргументов. Сравнение качества алгоритмов построения прогнозирующих моделей проведено с помощью математического моделирования. Сформировано алгоритмическое обеспечение навигационной системы БЛА, функционирующее при использовании радиолокационной системы и в условиях активных помех, когда сигналы эти недоступны. Разработаны алгоритмы коррекции автономной навигационной системы БЛА, включающие генетический алгоритм и алгоритм прогноза. Результаты моделирования продемонстрировали работоспособность и эффективность разработанных алгоритмов коррекции, что позволяет сделать вывод о целесообразности их использования для повышения точности их функционирования и решения задач БЛА.**

Ключевые слова—беспилотный летательный аппарат; маршрутная коррекция; радиолокационная карта; инерциальная навигационная система; прогнозирующая модель; коррекция.

I. Введение

В настоящее время существует класс беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) основной задачей полета, которого является полет по заданному маршруту, с целью вывода его в заданную область пространства с требуемыми точностями.

В этом случае сигнал управления рассчитывается заранее и является програмным. Следовательно, система управления БПЛА на маршевом участке полета решает следующие основные задачи: отработку програмной траекториии с требуемыми точностями; поддержание требуемого углового положения на траектории полета; коррекция бортовой навигационной системы.

Среди многочисленных задач, связанных с созданием высокоточных навигационных систем БПЛА, большое внимание уделяется задаче выведения БПЛА с требуемыми точностями в заданную область пространства.

Основным требованием при решении данной задачи является обеспечение максимально возможной точности приведения БПЛА в область для осуществления конечного наведения.

Приведение БПЛА в область начала конечного наведения на маршевом участке полета осуществляется по данным навигационных систем.

Навигационная система, находящаяся на борту БПЛА, в основе своей содержит одну из возможных реализаций инерциальной навигационной системы (ИНС) [1, 2]. Основной недостаток такой системы – это интегральное накопление ошибки функционирования. При достаточно больших расстояниях полета величина ошибок не позволяет использовать такую ИНС для решения задачи наведения БПЛА на цель. Для решения указанной проблемы используют дополнительную подсистему коррекции работы ИНС [3]. Корректирующая подсистема получает информацию от различных датчиков в системе, совместная обработка которой позволяет значительно повысить точность работы комплексной навигационной системы.

Наиболее распространенным способом коррекции ИНС является ее коррекция от РЛС [4, 5]. Такой подход позволяет обеспечить требуемую точность, однако он не применим при отсутствии сигнала от РЛС. Кроме того, РЛС имеет низкую помехозащищенность. Совокупность этих факторов позволяет сделать вывод о том, что требуются альтернативные способы коррекции ИНС.

Таким образом, задача построения системы коррекции бортовой навигационной информации является актуальной в рамках маршрутной навигации.

Проведено исследование системы маршрутной коррекции (СМК) и на основе сравнительного анализа методов коррекции, алгоритмов селекции и алгоритмов распознавания изображений, на основе которого осуществлен выбор метода и алгоритма.

II. Система маршрутной коррекции БПЛА

На маршевом участке полета при полете СМК осуществляет маршрутную навигацию и коррекцию траектории. На маршевом участке полета СМК с помощью РЛК выполняет визирование опорных участков местности в точках траектории, заданных в полетном задании СМК. Полученные, в результате визирования, изображения поступают в ВС СМК, где обрабатываются с помощью алгоритмов распознавания, которые определяют положение эталонного изображения опорного объекта на наблюдаемом изображении. По этим данным, а также по данным о координатах опорного участка, определяются координаты БПЛА и сравниваются с координатами, полученными навигационной системой. На основании этого сравнения определяется рассогласование реальной и программной траекторий БПЛА, по которым выполняется коррекция траектории.

Таким образом, смысл задачи коррекции траектории сводится к расчету исходных данных для выполнения коррекции траектории для системы управления движением на основе определения собственного положения БПЛА (маршрутной навигации) с помощью СМК. Задачу коррекции траектории можно представить как ряд последовательных шагов:

- Определение координат БПЛА с помощью СМК.
- Определение координат БПЛА с помощью бортовой навигационной системы.
- Сравнение текущих координат БПЛА, полученных с помощью СМК с координатами БПЛА, полученными с помощью бортовой навигационной системы. Выработка поправок для коррекции данных с бортовой навигационной системы.

III. Навигационные системы беспилотного летательного аппарата

Выбор наилучшего приборного состава НК позволит определять навигационные параметры БЛА с максимально возможной точностью. Дальнейшее повышение точности НК можно осуществить с помощью применения алгоритмов высокоточной коррекции навигационной информации [8,9,10]. Например, повысить точность НК способны адаптивный НФК с эволюционным алгоритмом построения модели [8], адаптивный регулятор в структуре ИНС [12,13] и др.

При изменении высоты полета БЛА существенно меняется помеховая обстановка - появляются пассивные помехи, связанные с состоянием атмосферы. Поэтому часто встречаются случаи, когда использовать АИС не представляется возможным или точность существенно снижается. В условиях пассивных помех целесообразно осуществлять изменение рабочего контура (приборного состава) НК. Для априорного выбора состава НК БЛА разработана методика, предполагающая анализ информационных полей и зависящая от высоты полета [14]. Однако в процессе полета априорная информация может стать неадекватной реальной помеховой обстановке и выбор структуры НК становится неоптимальным.

IV. Формирование структуры навигационного комплекса

Высокоточные БЛА отличаются высокой стоимостью и высокими требованиями к точностным характеристикам НК. НК БЛА обычно включают такие основные навигационные системы как ИНС, СНС, АИС и РЛС. Сигналы этих навигационных систем повергаются совместной обработке с помощью алгоритма оценивания. Однако в зависимости от уровня помех достоверность информации от каждой из систем может существенно отличаться. В ФК отсутствие достоверной априорной информации о статистических характеристиках шумов приводит к снижению точности оценивания, поэтому для определения навигационной информации целесообразно использовать наиболее точные системы [15]. Известными подходами к синтезу наилучших структур рабочих контуров НК являются селективный подход [15] и использование для выбора рабочего контура НК интеллектуальных технологий [12,13,16, 17]. Когда уровень помех и диапазон устойчивой работы систем НК известен, применяется априорный программный выбор рабочего контура НК на каждом этапе полета. Такой подход к выбору структуры НК отличается простотой и надежностью. НК с априорным выбором структуры представлен на рис. 1.

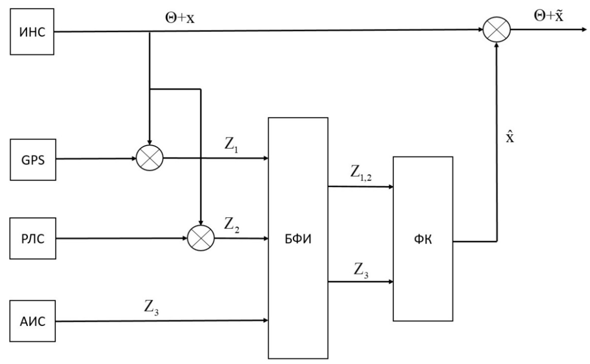


Рис. 1. Структура навигационного комплекса высокоточного беспилотного летательного аппарата

На рисунке 1 введены следующие обозначения: Θ – истинная навигационная информация о навигационных параметрах БЛА; x – погрешности ИНС; $\hat{x}$ – оценка погрешностей ИНС; $\tilde{x}$ – ошибка оценивания погрешностей ИНС; Z_1 – смесь погрешностей ИНС и GPS; Z_2 – смесь погрешностей ИНС и РЛС; $Z_{1,2}$ – смесь погрешностей навигационных систем, выбранных в зависимости от высоты полета БЛА; БФИ – блок формирования измерений для ФК.

В зависимости от условий функционирования для определения навигационных параметров высокоточных БЛА используют ИНС, АИС и СНС. Различные способы их коррекции осуществляются, в частности, посредством алгоритмов оценивания.

В условиях высотного полета БЛА пассивные помехи, влияющие на точность АИС и СНС, как правило, минимальны. Поэтому информация от АИС и СНС используется для коррекции ИНС в НК. При снижении БЛА и осуществлении низковысотного полета анализ информационных полей показал преимущество РЛС [14]. В связи с этим в БФИ формируется измерительный сигнал, представляющий собой разность показаний ИНС и РЛС, который используется в ФК. Момент переключения на другой рабочий контур НК определяется из практических соображений в зависимости от целевого назначения БЛА и сценария его полета. Учитываются также условия полета, например при полете БЛА над территорией противника применение СНС имеющую слабую помехозащищенность нецелесообразно.

V. Формирование управляющих сигналов и реализация маневра по коррекции траектории

Коррекция траектории полета на основе прогнозирующих моделей. Основным недостатком РЛК является слабая помехозащищенность. Поэтому в условиях активного противодействия при постановке противником активных помех использовать РЛК для коррекции маршрута полета БПЛА не представляется возможным. В практических приложениях при постановке активных помех СМК функционирует на основе информации только от бортовой навигационной системы БПЛА. Однако на исследуемых типах БПЛА обычно устанавливают ИНС третьего класса точности. Погрешности таких ИНС с течением времени быстро нарастают, что приводит к большим ошибкам СМК и, в конечном итоге, к срыву выполнения БПЛА поставленной задачи. В связи с этим предлагается проводить коррекцию ИНС с помощью прогнозирующих моделей ее погрешностей. После построения прогнозирующих моделей погрешностей ИНС с их помощью осуществляется прогноз на каждом такте работы ИНС на всем интервале автономной работы ИНС и компенсация погрешностей в выходном сигнале системы. Навигационная информация, полученная от ИНС с алгоритмом прогноза, поступает в СМК, где сравнивается с значениями карты местности. Сигналы рассогласования ИНС и карты используются для коррекции траектории БПЛА.

VI. Заключение

Рассмотрены способы повышения точности навигационной информации БЛА алгоритмическим путем в условиях высотного и низковысотного полета.

Наиболее точная навигационная информация о параметрах БЛА в условиях высотного полета определяется с помощью комплексирования ИНС, СНС, АИС и НФК. При осуществлении низковысотного полета БЛА использован НК в составе ИНС, РЛС и линейного ФК.

Предложена структура НК, позволяющая изменять состав внешних навигационных систем априорно – при изменении высоты полета.

Благодарность

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10005).

Литература

[1] Неусыпин К.А., Кэ Ф., Дзя Л.С. Управление и наведение ракет, основанное на теории дифференциальной геометрии // Автоматизация. Современные технологии. 2012. № 1. С. 16–20.

[2] Агеев В.М., Павлова Н.В. Приборные комплексы летательных аппаратов и их проектирование. М.: Машиностроение, 1990. 375 с.

[3] Буй Ван Кыонг, Неусыпин К.А. Алгоритмический способ повышения точности навигационных систем. Автоматизация. Современные технологии. 2005. № 7. С. 11–15.

[4] Аванесов Г.А., Бессонов Р.В., Куркина А.Н., Людомирский М.Б., Каютин И.С., Ямщиков Н.Е. Принципы построения астроинерциальных систем авиационного применения. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2013. Т. 10. №2. С. 9–29.

[5] Proletarsky, A.V., Neusipin, K.A., Adaptive filtering for navigation systems of robot-aerocraft, *Science and Military*, 2010, vol. 5, no.1, pp. 75–79.

[6] Neusypin, K.A., Shen Kai, Liu Rong Zhong, Modification of nonlinear Kalman filter using self-organizing approaches and genetic algorithms, *International Journal of Information Engineering*, Dec. 2013, vol. 03, pp. 129–136.

[7] Джанджгава Г.И., Голиков В.П., Шкред В.К. Алгоритмы обработки информации серийных самолетных платформенных инерциальных навигационных систем // Авиакосмическое приборостроение. 2008. № 11. С. 4–11.

[8] Неусыпин К.А., Шэнь Кай. Модификация нелинейного фильтра Калмана с использованием генетического алгоритма // Автоматизация и современные технологии. 2014. № 5. С. 9–11.

[9] Шахтарин Б.И. Нелинейная оптимальная фильтрация в примерах и задачах. М.: Горячая линия – Телеком, 2014. 344 с.

[10] Шахтарин Б.И., Шэнь Кай, Неусыпин К.А. Модификация нелинейного фильтра Калмана в схеме коррекции навигационных систем летательных аппаратов // Радиотехника и электроника. 2016. Том 61, № 11. С. 1065–1072.

[11] Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве / Августов Л.И. [и др.] / под ред. Джанджгавы Г.И. М.: ООО «Научтехлитиздат», 2015. 529 с.

[12] Неусыпин К.А. Концептуальный синтез интеллектуальных систем // Автоматизация и современные технологии. 2000. № 6. С. 23–27.

[13] Неусыпин К.А. Направления развития интеллектуальных систем // Автоматизация и современные технологии. 2002. № 12. С. 12-15.

[14] Фам Суан Чыонг. Проектирование системы управления и навигационного комплекса беспилотных летательных аппаратов // Автоматизация. Современные технологии. 2019. Т. 73. № 7. С. 323–329.

[15] Fang Ke, Proletarsky, A., Neusipin, K., Selection of Measured Signals in the Navigation Measuring Complex, *Journal of Measurement Science and Instrumentation*, December, 2011, 04, vol.02, pp. 346–348.

[16] Ke Fang, Neusipin, K.A., Algorithms in intelligent control systems of aerocrafts, Cina, Chengdu: Sichuan university press, 2011, p. 162.

[17] Danhe Chen, Selezneva, M., Neusypin, K., Zhongcheng Mu, New algorithms for autonomous inertial navigation systems correction with precession angle sensors in aircrafts*,* *Sensors* – 617089. 19.2019. 5016.

Нелинейное оценивание навигационно-геодезических параметров на основе метода сеток с учетом статистической взаимосвязи весов узлов*

А.В. Шолохов
Управление навигационно-геодезических систем
МОУ «Институт инженерной физики»
Серпухов, Россия
e-mail sholav@mail.ru

С.Б. Беркович
Управление навигационно-геодезических систем
МОУ «Институт инженерной физики»
Серпухов, Россия
e-mail naviserp5@iifmail.ru

Н.И. Котов
Управление навигационно-геодезических систем
МОУ «Институт инженерной физики»
Серпухов, Россия
e-mail naviserp5@iifmail.ru

***Аннотация*— Предложено новое решение задачи оценивания, в которой неизвестные параметры связаны нелинейно с доступными измерениями. Искомая оценка формируется согласно методу сеток. Особенностью решения является дополнительный учет ковариации весовых коэффициентов и (или) указанных частных оценок. В отличие от известных подходов априорные вероятности указанных значений не предполагаются в составе исходных данных. Подход может быть эффективен при решении нелинейных задач оценивания, характеризующихся низкой точностью и (или) малым числом доступных измерительных данных.**

Ключевые слова — нелинейное оценивание параметров, метод сеток, ковариация весов узлов, интерполирование, коллокация, оценка параметров геофизического поля

I. Введение

Задачи оценивания, в которых неизвестные параметры нелинейно связаны с измерениями, могут быть решены известными методами [1, 4, 11–17]. В них искомые оценки параметров находят путем взвешенного суммирования частных оценок. Вычисление весовых коэффициентов встречает трудности при решении некоторых прикладных задач, особенностями которых являются малое число измерений или низкая точность измерительных данных [10, 14, 15].

Известные методы решения таких задач используют допущение, что все дискретные значения искомого параметра (или сочетания параметров, если их несколько) являются равновероятными. Как следствие, затруднено обоснование выбора границ области допустимых значений параметров. Требуется дополнительная априорная информация о физическом смысле задачи, допустимой точности решения и т.д. Это является источником методических ошибок в получаемых оценках.

Предлагается подход к решению такого рода задач, не требующий априорных вероятностей искомых параметров. Границы областей допустимых значений неизвестных параметров по-прежнему предполагаются в составе исходных данных задачи оценивания. Также дополнительно учитывается корреляция весовых коэффициентов, которые считаются случайными величинами, зависящими от измерений.

Расчетный пример решения прикладной задачи оценивания погрешностей параметра геофизического поля (ГФП) в приведенной постановке иллюстрирует преимущества рассматриваемого подхода.

II. Постановка задачи оценивания параметров

Задача состоит в нахождении оценки вектора $\mathbf{x} = [x_1 \ldots x_m]^T$ по доступным измерениям вектора **y**, причем

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}\mathbf{x} + \mathbf{v}\,, \tag{1}$$

где **h** – известная матрица наблюдения, **v** – вектор погрешностей измерений, соответствующий **y**. Нелинейный характер задачи оценивания определяется тем, что априорная матрица ковариации $\mathbf{P_x}$ вектора **x** зависит от неизвестного вектора θ. В более общем случае θ может рассматриваться, как аргумент ковариационной матрицы вектора, составленного из элементов **x** и **v**.

Неизвестный вектор θ не является искомым, но от него зависит искомая оценка вектора **x**. Поэтому выражение (1) можно заменить формулой

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}'(\mathbf{x},\theta) + \mathbf{v}\,, \tag{2}$$

где функция $\mathbf{h}'(\mathbf{x},\theta)$ и определяет нелинейный характер задачи оценивания.

Примером задачи в приведенной постановке является задача нахождения оценки параметра ГФП в некоторой заданной точке с использованием информации о пространственной изменчивости, при неизвестных параметрах модели изменчивости поля (дисперсия, радиус корреляции) [6, 10, 11, 14, 18].

III. Общее решение задачи оценивания и условия его получения

В целях упрощения изложения ограничимся зависимостью $\mathbf{P_x}(\theta)$ скалярного θ. Предположим, что параметр θ внутри интервала $[\theta_1, \theta_n]$ может принимать дискретные значения θ_i в $i = 1 \ldots n$ узлах сетки, не обязательно регулярной. Каждому значению θ_i соответствует матрица ковариации $\mathbf{P_x}(\theta_i)$ в уравнении (1). Для n значений θ_i сформируем расширенную систему уравнений наблюдения в виде:

$$\left.\begin{array}{ll} \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}, & \text{для} \quad \mathbf{P_x}(\theta_1) \\ \vdots & \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}, & \text{для} \quad \mathbf{P_x}(\theta_n) \end{array}\right\}, \ \mathbf{Y} = \mathbf{HX} + \mathbf{V}, \quad (3)$$

где $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \left.\begin{matrix} \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{y} \end{matrix}\right\} n \text{ раз} \end{bmatrix}$, $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \vdots \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$ и $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \vdots \\ \mathbf{v} \end{bmatrix}$ – составные векторы, включающие каждый n исходных векторов **x**, **y** и **v**, соответственно; блочная матрица **H** содержит n блоков исходной матрицы наблюдения **h** в (1); блочная матрица ковариации $\mathbf{R_V}$ вектора **V** содержит n^2 блоков $\mathbf{R_v}$. Априорная ковариационная матрица $\mathbf{P_X}(\theta_1, \ldots, \theta_n)$ вектора **X** формируется на основе $\mathbf{P_x}(\theta)$. Например, для этой цели может использоваться взаимная ковариационная функция $k_x(\theta_i, \theta_j)$ случайных величин вектора **x** ($j = 1 \ldots n$).

Оптимальная в среднеквадратичном смысле оценка расширенного вектора **X** и ее матрица ковариации $\mathbf{P_{\hat{X}}}$ находятся по формулам [8, 13]:

$$\begin{gathered} \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{KY}, \quad \mathbf{P_{\hat{X}}} = \mathbf{P_X} - \mathbf{KHP_X}, \\ \mathbf{K} = \mathbf{P_X H}^T \left(\mathbf{HP_X H}^T + \mathbf{R_V}\right)^{-1}. \end{gathered} \quad (4)$$

Согласно (3) $\hat{\mathbf{X}}$ содержит n частных оценок вектора **x**, которые обозначим $\hat{\mathbf{x}}_i$. Оценки $\hat{\mathbf{x}}_i$ зависят от θ_i и поэтому различаются между собой в общем случае. Однако из постановки задачи следует, что все частные оценки должны совпадать, т.е. $\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_j$. Последнее позволяет ввести следующее ограничение в отношении n частных оценок: $\mathbf{M}\hat{\mathbf{X}} = 0$, где матрица **M** формируется из блоков единичных матриц $\mathbf{I}_{n \times n}$ так, чтобы выполнялись равенства $\hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_j = 0$ для всех сочетаний $i \neq j$. С учетом этого новая оценка составного вектора **X**, в которой все частные оценки $\hat{\mathbf{x}}_i$ совпадают, и ее матрица ковариации могут быть найдены по формулам:

$$\begin{gathered} \widetilde{\mathbf{X}} = [\widetilde{x}_1 \ldots \widetilde{x}_n]^T = \hat{\mathbf{X}} - \widetilde{\mathbf{K}}\mathbf{M}\hat{\mathbf{X}}, \\ \mathbf{P_{\widetilde{X}}} = \mathbf{P_{\hat{X}}} - \widetilde{\mathbf{K}}\mathbf{MP_{\hat{X}}}, \quad \widetilde{\mathbf{K}} = \mathbf{P_{\hat{X}} M}^T \left(\mathbf{MP_{\hat{X}} M}^T\right)^{-1}. \end{gathered} \quad (5)$$

Окончательно искомая оценка вектора **x** выбирается из вектора $\widetilde{\mathbf{X}}$, как произвольная i-я частная оценка, например, $\widetilde{\mathbf{x}}_1$ (аналогично получается и матрица ковариации этой оценки из $\mathbf{P_{\widetilde{X}}}$).

Таким образом, в предложенном субоптимальном решении задачи можно выделить два этапа. На первом находятся частные оценки (4) составного вектора, соответствующие дискретным значениям θ_i неизвестного параметра. На втором этапе по частным оценкам и их ковариациям находится окончательная оценка (5), единая для всех дискретных значений неизвестного параметра. Сам неизвестный параметр θ не подлежит оценке несмотря на то, что его дискретные значения θ_i фигурируют в ходе решения. Это отличает рассматриваемый подход от известных методов, хотя может представлять трудности при решении конкретных задач.

Необходимым условием для получения численного решения является существование обратных матриц в формулах (4) и (5). Матрица $\mathbf{R_V}$ не обеспечивает существование обратной матрицы в (4), что вытекает из рассмотренного способа ее формирования. Число обусловленности ковариационных матриц $\mathbf{P_{\hat{X}}}, \mathbf{P_{\widetilde{X}}}$ возрастает, если в них оказываются блоки (частные матрицы ковариации), все соответствующие элементы которых почти равны. Это возможно когда две или более альтернативные модели в (1) оказываются «близки» друг другу несмотря на то, что определяющие их параметры θ_i имеют разные значения. Нахождение чисел обусловленности матриц $\mathbf{P_{\hat{X}}}, \mathbf{P_{\widetilde{X}}}$ позволяет обосновывать выбор дискретных значений θ_i неизвестного параметра в целях получения искомой оценки вектора **x**. Это позволяет не принимать в расчет отдельные значения θ_i без существенного снижения точности искомых оценок параметров.

IV. Пример нахождения оценки погрешности параметра геофизического поля

Рассмотрим пример применения изложенного подхода для решения прикладной задачи, в которой требуется найти оценку погрешности $x_0^M t_0$ параметра ГФП $y_0^M = f^M(t_0) + x_0^M$ в заданной точке t_0 посредством известной функции карты $f^M(t)$. Положение определяемой точки задается только по одной координатой оси t для простоты.

Погрешности ГФП, вычисляемого с использованием $f^M(t)$, характеризуются ковариационной функцией, например [3, 5, 9–11, 14, 18],

$$k(\Delta t) = \sigma_M^2 \exp\left(-\Delta t^2 / \theta\right) \quad (6)$$

где Δt – расстояние между двумя произвольными точками на оси t, σ_M – известная среднеквадратичная погрешность (СКП), θ - параметр, характеризующий пространственную изменчивость погрешности. Значение θ неизвестно, но этот параметр ограничен: $0 < \theta \leq \theta_{max}$.

На небольшом удалении (менее θ_{max}) от определяемой точки t_0 в N точках $t_1 \ldots t_N$, которые назовем базовыми, измерены значения $y_1^I \ldots y_N^I$ параметра ГФП. В измеренные значения входят чисто случайные погрешности $v_1^I \ldots v_N^I$, имеющие СКП σ_I^2.

Требуется найти оценку $\hat{x}_0^M$ погрешности вычисляемого по карте ГФП и ее СКП. Решение подобных задач на практике получают многими известными методами интерполирования. Считается, что наиболее точные оценки дает метод коллокации [2, 14] при условии, что ковариационная функция (6) полностью определена. В рассматриваемом примере параметр θ в (6) неизвестен, что делает здесь актуальными методы нелинейного оценивания [1, 4, 7, 10–17].

Согласно рассматриваемому подходу для решения задачи необходимо располагать моделью измерений (1). Она легко формируется по N разностным измерениям в произвольной k-й базовой точке

$$y_k^I - f^M(t_k) = x_k^M + v_k^I \tag{7}$$

Априорная ковариационная матрица $\mathbf{P_x}(\theta)$ искомого вектора $\mathbf{x}^T = \lfloor x_0^M \; x_1^M \ldots x_N^M \rfloor$ и, как следствие, оценка $\hat{x}_0^M$ зависят от расстояний Δt между всеми (N+1) точками и от θ согласно (6). Исходя из этого это, на первом этапе решения построим регулярную сетку параметра $0 < \theta_i \le \theta_{max}$, содержащую n узлов, и для каждого i-го узла по формулам (4) получим частную оценку $\hat{x}_{0,i}^M$ с соответствующей частной матрицей ковариации. На втором этапе по формулам (5) найдем окончательную оценку $\hat{x}_0^M$ и ее СКП.

Расчетный пример нахождения оценок погрешностей параметра ГФП, вычисляемого по карте, приведен на рис. 1. Граница серого фона показывает зависимость погрешности вычисляемого по карте ГПФ от координаты t. Она рассчитана при безразмерных значениях $\sigma_M = 1$ и $\theta = 2$ в функции ковариации (6). Разностные измерения (левая часть уравнений (7)) обозначены утолщенными вертикальными линиями с точками на концах. На границе фона эти точки соответствуют погрешностям вычисляемых значений $f^M(t_k)$ параметра ГФП. Противоположные концы вертикальных отрезков соответствуют погрешностям измеренных значений y_k^I, СКП которых $\sigma_I = 0{,}3$. Всего в примере N=11 базовых точек, шаг которых по оси t не постоянен, как показано на рис. 1.

Утолщенная линия показывает зависимость оценки $\hat{x}_0^M$ от координаты t. Тонкая сплошная линия соответствует аналогичной оценке, полученной известным методом сеток [7, 11, 13], а прерывистая – при дополнительном предположении $\theta = 2$ («истинное» значение параметра, использованное при моделировании).

На рис. 2 утолщенной, тонкой и прерывистой линиями, соответственно, показаны методические ошибки Δx_0^M в нахождении оценок параметра ГФП x_0^M. Они

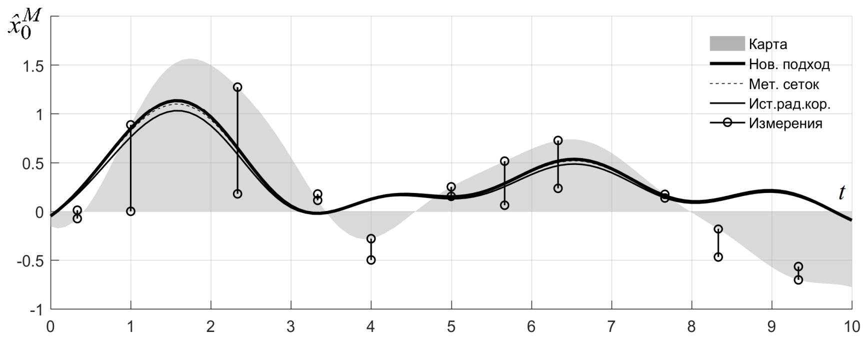


Рис. 1 Погрешность параметра ГФП, определяемого по карте, и его оценки

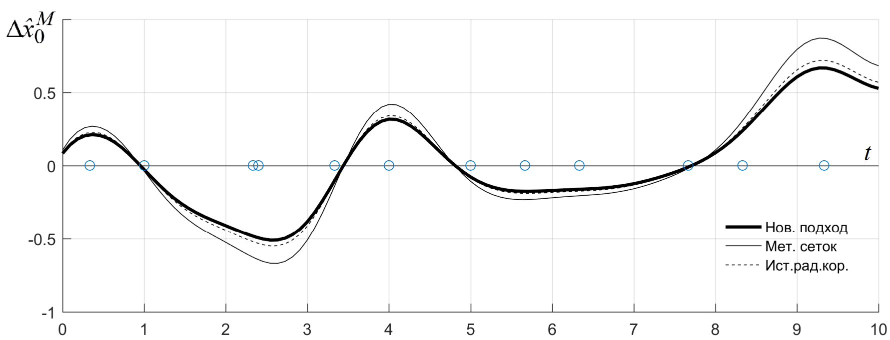


Рис. 2 Погрешности оценивания параметра ГФП различными методами

рассчитаны относительно значений погрешности карты. Оценки погрешностей карты в предлагаемом подходе ближе к значениям погрешностей, чем оценки метода сеток. Это достигается за счет учета ковариации частных оценок, получаемых при различных значениях неизвестного параметра θ (на втором этапе предложенного подхода).

Заключение

Предложено новое решение задачи оценивания, в которой неизвестные параметры нелинейно связаны с доступными измерениями. Оно может рассматриваться, как развитие метода сеток, поскольку предусматривает определение оценок параметров путем взвешенного суммирования частных оценок. Особенностью решения является дополнительный учет ковариации частных оценок и (или) весовых коэффициентов. Это позволяет, в отличие от известных методов, исключить априорные вероятности возможных значений неизвестных параметров из состава исходных данных задачи оценивания.

Реализация рассмотренного подхода сопряжена с ощутимым увеличением вычислительных затрат. Однако он может быть эффективен при решении нелинейных задач оценивания, характеризующихся низкой точностью и (или) малым числом доступных измерительных данных.

Литература

[1] Берковский Н.А., Степанов О.А. Исследование погрешности вычисления оптимальной байесовской оценки методом Монте–Карло в нелинейных задачах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2013. № 3. Т. 52. С. 3–14.

[2] Бернхард Гофман–Велленгоф, Гельмут Мориц Физическая геодезия.: Перевод с английского Ю.М. Неймана, Л.С. Сугаиповой/Под редакцией Ю.М. Неймана. М.: Изд–во МИИГАиК, 2007. 426 с. ISBN 978–5–91188–007–1.

[3] Джанджгава Г.И., Августов Л.И. Навигация по геополям. Научно-методические материалы. М.: ООО «Научтехлитиздат», 2018. 296 с.

[4] Дмитриев С.П, Степанов О.А. Нелинейные алгоритмы комплексной обработки избыточных измерений // Известия РАН. Теория и системы управления. 2000. №4. С. 52–61.

[5] Дмитриев, С.П. Высокоточная морская навигация. СПб.: «Судостроение», 1991. –220 с.

[6] Конешов В.Н., Соловьев В.Н., Погорелов В.В., Непоклонов В.Б., Афанасьева Л.В., Дробышев М.Н. Об использовании аэрогравиметрических измерений для оценки региональных погрешностей аномалий силы тяжести, полученных по современным моделям гравитационного поля Земли // Геофизические исследования. 2016. Т. 17. № 3. С. 5–16. DOI: 10.21455/gr2016.3–1.

[7] Курдюков А.П., Степанов О.А. Современные методы теории фильтрации // Автоматика и телемеханика. 2016. № 1. С. 3–4.

[8] Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление. М.: Энергия, 1973. 440 с.

[9] Пешехонов В.Г., Степанов О.А., Августов Л.И. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / Под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова; науч. редактор д.т.н. О.А. Степанов. СПБ.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.

[10] Старосельцев Л.П., Яшникова О.М. Оценка погрешностей определения параметров сильно аномального гравитационного поля Земли // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. №3. С. 533–540.

[11] Степанов О. А., Моторин А. В., Васильев В. А., Торопов А. Б. Применение методов нелинейной фильтрации в задачах построения моделей ошибок измерителей и погрешностей карты // Материалы XXIX конф. памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 293–302.

[12] Степанов О.А., Торопов А.Б. Методы нелинейной фильтрации в задаче навигации по геофизическим полям. ч.1. Обзор алгоритмов // Гироскопия и навигация. 2015. – № 3(90). С. 102–125.

[13] Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.

[14] Шолохов А. В., Котов Н. И., Дружинин И. М. Оценка шага сетки узловых точек в задаче интерполирования высот методами коллокации // Геодезия и картография. 2014. № 8. С. 17–20.

[15] Шолохов А.В., Беркович С.Б., Котов Н.И. и др. Оценивание параметров нелинейных моделей на основе метода сеток с привлечением априорной информации о весах узлов // Измерительная техника. 2017. №4. С. 35–37.

[16] Alspach, D.L. and Sorenson, H.W., (1972) Nonlinear Bayesian Estimation Using Gaussian Sum Approximations, *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Syst.*, vol. AC–17, no. 4, pp. 439–448.

[17] Рыбаков К.А. Решение нелинейных задач оценивания при обработке навигационных данных с использованием непрерывного фильтра частиц // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26. №4 (103). С. 82–95. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.4.082-095

[18] Jordan, S.K., Self-consistent statistical models for gravity anomaly and undulation of the geoid, *Journal of Geophysical Research*, 1972, vol. 77, no. 20, pp. 2156–2202.

Возможности навигации космического аппарата по изображениям подстилающей поверхности*

М.Э. Теслер
Группа главного конструктора
АО «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики»
Москва, Россия
dacot@rambler.ru

А.Б. Шаповалов
Дирекция
АО «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики»
Москва, Россия
cniiag@cniiag.ru

Н.А. Щеткин
Группа главного конструктора
АО «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики»
Москва, Россия
shchetkinnikolay@yandex.ru,
shadowzonesz@mail.ru

***Аннотация*—Навигация космических аппаратов по изображениям подстилающей поверхности в перспективе может рассматриваться как один из методов навигации при отсутствии доступа к глобальным спутниковым навигационным системам. В работе рассматриваются принципы автономной навигации по изображениям подстилающей поверхности, исследуется влияние облачности на надёжность и точность навигации. По результатам математического моделирования определяется устойчивость этого метода навигации.**

Ключевые слова—алгоритмы, навигация, спутниковые системы

I. Введение

Автономная навигация космического аппарата (КА) заключается в определении собственных координат, скорости, а также прогнозировании дальнейшей траектории движения без непосредственной связи с Землей или использования глобальных спутниковых навигационных систем.

В настоящее время для навигации на орбите большинство искусственных спутников Земли (ИСЗ) использует неавтономные средства - глобальные спутниковые навигационные системы, такие как GPS, ГЛОНАСС, ГАЛИЛЕО или внешнетраекторные измерения с помощью высокоточных наземных радиолокаторов. На случай резкого усложнения помеховой обстановки или отказов в неавтономных системах навигации целесообразно рассмотреть возможность автономной навигации по изображениям подстилающей поверхности.

Ранее этот метод рассматривался в работе [1] применительно к навигации КА на орбите Луны (модельные эксперименты проводились на околоземной орбите на МКС с малогабаритной переносной фотоаппаратурой) и отмечалось, что он может быть использован, например, для организации резервной, контролирующей или аварийной автономной системы навигации при наличии ортофотопланов поверхности Луны.

Возможности автономной навигации исследуются на примере низкоорбитального КА дистанционного зондирования Земли (КА ДЗЗ) схожего по характеристикам с «АИСТ-2Д» [2] и WorldView-1. По сравнению с малогабаритной фотоаппаратурой [1] аппаратура ДЗЗ расширяет возможности метода. Резервная система навигации по изображениям подстилающей поверхности позволяет КА ДЗЗ в случае отказа штатных систем навигации производить автономную съемку поверхности Земли в заданных районах, что облегчает последующую геопривязку снимков по опорной информации. Предполагается, что проблема погрешностей взаимной юстировки фотоаппаратуры и астродатчиков углового положения КА, ограничивающая точность автоматической геопривязки снимков, разрешена методами, предложенными в работах Г.Н. Мятова [3, 4, 5].

II. Автономная навигация по подстилающей поверхности

Определение координат КА по изображениям подстилающей поверхности основано на корреляционно-экстремальном методе сравнения текущего изображения с эталонным изображением, заложенным в бортовую память.

В наших исследованиях установлено, что изображения, снятые штатной фотоаппаратурой КА в надир, то есть вертикально вниз, при высоте полёта над эталонным участком 480 км позволяют в автоматическом режиме определить координаты КА с предельной ошибкой не более 5 м в плане и 100 м по высоте.

Вычисление скорости основано на данных времени прохождения мерного фрагмента орбиты между двумя пунктами с известными координатами благодаря наличию эталонной информации для этих пунктов. Первый пункт назовем координатным, а расположенный далее второй назовем скоростным. Располагать эталонную информацию целесообразно упорядоченно на заданных широтах. Множество эталонных изображений располагаются в виде пояса, охватывающего земной эллипсоид, и покрывают по широте ~ 5 км и по долготе 360° за исключением морей и океанов. Будем называть эти пояса координатным и скоростным соответственно.

При пролете координатного пояса определяются координаты начала текущего витка. Затем, по результатам пролета скоростного пояса определяются промежуточные координаты и скорость КА, что позволяет построить прогнозируемую траекторию движения на ближайшие несколько витков и определить время включения съемочной аппаратуры для фиксации координатного и скоростного пояса на следующем витке. Этот процесс повторяется на каждом витке.

Прогноз основывается на данных о координатах и скорости и учитывает 8 гармоник поля силы тяготения Земли [6]. Влияние притяжения Солнца и Луны, давления солнечного света не учитывается, что в соответствии с [7] при суточном прогнозировании дает ошибку метода расчета траектории порядка 1,8 км.

III. Влияние облачности на коррекцию

Очевидно, что облачность, а также полёт над безориентирными районами (моря и океаны), неизбежно приведут к невозможности корректировать собственные координаты, скорость и прогнозную траекторию движения каждый виток. Поэтому необходимо статистически оценить максимальный регулярно повторяемый интервал времени между двумя коррекциями по изображениям местности, вызванный облачностью и полетами над океанами. На этот временной интервал следует ориентироваться при назначении типовой длительности полета КА по прогнозу.

Для этого по данным о вероятности безоблачной погоды в 120 городах сформирована вероятностная модель облачности для диапазона северных широт от 30° до 54° (рисунок 1). По результатам первичного моделирования выявлено, что вероятность получить успешный безоблачный снимок выше на низких широтах.

Математическое моделирование полётов в условиях облачности, генерируемой моделью, позволило получить вероятностные оценки выполнения хотя бы одной коррекции на низких широтах на отрезках траектории длиной от 1 до 13 витков (таблица 1) и оценить искомую длину типовой длительности прогноза. Согласно таблице 1 между коррекциями проходит обычно 1, 2, 4, 6 или 7 витков, а типовая длительность прогноза должна быть не менее 12 витков по правилу трех сигм. Только в очень редких не повторяемых регулярно случаях КА проходит более 13 витков между коррекциями. Типовая длительность прогноза определяет область корреляционного сопоставления текущего снимка с поясом эталонных изображений.

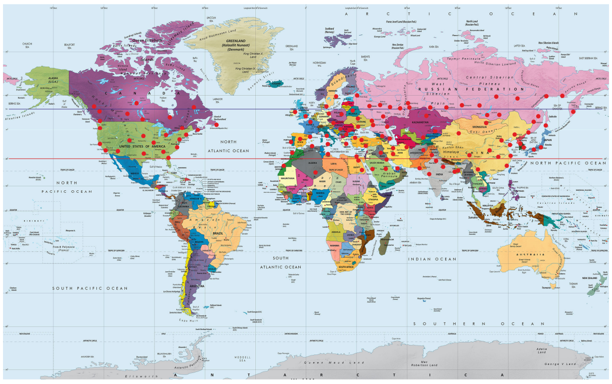


Рис. 1. Область математического моделирования вероятности безоблачной погоды. Анализируемые города выделены красным кругом.

ТАБЛИЦА I. Зависимость вероятности совершения коррекции от числа витков

Номер витка	Вероятность совершения коррекции
1	0.642
2	0.687
3	0.691
4	0.800
5	0.832
6	0.918
7	0.961
8	0.978
9	0.980
10	0.988
11	0.995
12	0.9988
13	0.9998

Поскольку начальные условия прогноза траектории КА задаются с конечной точностью возникает рассогласование между действительными и прогнозными координатами КА. Из таблицы 2 находим, что накопленная за 12 витков среднеквадратическая ошибка прогноза траектории составляет 10 км. В наших исследованиях ошибка прогноза траектории КА не превышала величину среднеквадратичной ошибки более чем в два раза. Использование метода сравнения эталона и текущего снимка позволило в наших исследованиях устранять суммарную ошибку прогноза траектории и метода расчета траектории свыше 20 км. Поэтому КА успешно корректирует свои координаты в момент фиксации точного совмещения эталонного и текущего снимка и совершает новый прогноз на 12 витков, что обеспечивает непрерывную устойчивую работу.

ТАБЛИЦА II. Зависимость среднеквадратической ошибки прогноза траектории КА от числа витков в километрах

Номер витка	Ошибки [км]		
	Продольная ошибка	*Поперечная ошибка*	*Ошибка высоты*
1	0.83	0.034	0.029
2	1.66	0.069	0.032
3	2.48	0.103	0.032
4	3.30	0.138	0.034
5	4.12	0.173	0.039
6	4.95	0.209	0.043
7	5.78	0.245	0.045
8	6.61	0.281	0.046
9	7.44	0.317	0.048
10	8.27	0.352	0.051
11	9.10	0.388	0.055
12	9.93	0.425	0.059
13	10.76	0.465	0.060
14	11.58	0.504	0.062
15	12.41	0.542	0.066
16	13.24	0.579	0.070

IV. Устойчивость коррекции по изображениям местности

Устойчивость работы автономной навигационной системы КА с коррекциями по изображению подстилающей поверхности проверена путём математического моделирования непрерывного полёта в течение 3-х суток (~ 48 витков орбиты) при учете пространственно-временной модели облачности в районах коррекции от 30° до 36°северной широты.

Сбоев в алгоритме навигации в процессе моделирования полета не зафиксировано. При этом точность информации о координатах КА в промежутках между коррекциями после постобработки навигационной информации характеризуется среднеквадратическим отклонением не более 500 м.

V. Заключение

Устойчивая автономная навигация низкоорбитального искусственного спутника Земли по изображениям подстилающей поверхности в течение продолжительного времени возможна при условии коррекции данных о положении спутника на северных широтах от 30° до 36° методом сравнения эталонных и текущих изображений. Дальнейшее повышение точности навигации связано с увеличением количества эталонных поясов, что потребует увеличение объема памяти на борту и разработку алгоритма компактного хранения эталонной информации.

Литература

[1] Микрин Е.А., Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю. Отработка на МКС технологии автономной навигации с помощью съемок экипажа для задачи облета Луны // Юбилейная XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Санкт-Петербург, 2018. 387 с.

[2] Кирилин А.Н., Ахметов Р.Н., Шахматов Е.В., Ткаченко С.И., Бакланов А.И., Салмин В.В., Семкин Н.Д., Ткаченко И.С., Горячкин О.В. Опытно-технологический малый космический аппарат «АИСТ-2Д». Самара: СамНЦ РАН, 2017. 324 с.

[3] Кузнецов А.Е., Ахметов Р.Н., Стратилатов Н.Р., Еремеев В.В., Мятов Г.Н., Пошехонов В.И. Высокоточная геодезическая привязка изображений земной поверхности от КА «Ресурс-П». Исследование Земли из космоса 2017(1). ФГУП «Издательство Наука», 2017. С. 44–53.

[4] Бузуев К.В., Мятов Г.Н., Платошин И.В. Влияние точности определения угловых элементов внешнего ориентирования на точность оценки координат объектов на космических изображениях // Цифровая обработка сигналов 2019(3). 2019. С. 22–26.

[5] Еремеев В.В., Зинина И.И., Кузнецов А.Е., Мятов Г.Н., Светников О.Г., Тишин Р.В. Способ полетной калибровки мультиспектральной аппаратуры космического базирования. Патент РФ № RU 2561231 C1 / 27.03.2014.

[6] Montenbruck, O., Gill, E., Satellite Orbits: Models, Methods and Application, Springer, 2000, p. 369.

[7] Микрин Е.А., Михайлов М.В., Рожков С.Н., Семёнов А.С., Краснопольский И.А., Почукаев В.Н., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Высокоточный прогноз орбит космических аппаратов, анализ влияния различных возмущающих факторов на движение низкоорбитальных и высокоорбитальных КА // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. 2014. С. 77–88.

Результаты использования высокоточных спутниковых измерений для решения задачи морской гравиметрической съемки*

А.В. Моторин
Университет ИТМО
АО, Концерн ЦНИИ Электроприбор
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0000-0002-2093-5079

О.А. Степанов
Университет ИТМО
АО, Концерн ЦНИИ Электроприбор
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0000-0003-3640-3760

Д.А. Кошаев
Университет ИТМО
АО, Концерн ЦНИИ Электроприбор
Санкт-Петербург, Россия

А.А. Краснов
Университет ИТМО
АО, Концерн ЦНИИ Электроприбор
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0000-0003-0298-2418

А.В Соколов
Университет ИТМО
АО, Концерн ЦНИИ Электроприбор
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0000-0002-6423-1591

***Аннотация*—Представлены результаты обработки реальных данных, позволяющие оценить эффективность использования высокоточных спутниковых измерений в задаче оценивания аномалий силы тяжести при выполнении морской гравиметрической съемки, в сопоставлении с полученными ранее результатами моделирования.**

Ключевые слова—гравиметрия, СНС, аномалия силы тяжести, оценивание

I. Введение

На предыдущей конференции [1] был представлен доклад, посвященный исследованию точности оценивания аномалии силы тяжести (АСТ) по данным морской гравиметрической съемки с использованием спутниковых измерений, при различных значениях вертикальных ускорений, скорости движения и различных режимах работы приемника спутниковых навигационных систем (СНС).

Проведение такого исследования обусловлено следующим. Известно, что при определении АСТ на подвижном основании приходится сталкиваться с проблемой выделения полезного сигнала на фоне мешающих ускорений, порожденных вибрациями и перемещением носителя, которые могут на несколько десятичных порядков превосходить АСТ [1-15].

В практике морской гравиметрии при благоприятных условиях съемки, спектры АСТ и вертикальных ускорений разнесены. Это позволяет получить оценку АСТ с приемлемой точностью, не привлекая прямые измерения вертикальных перемещений [1,2,8,10]. Такая оценка формируется в результате решения задач фильтрации и сглаживания, опираясь только на модели полезного сигнала и вертикальных ускорений [2]. Такая процедура обработки накладывает определенные ограничения на условия съемки: балльность волнения и скорость судна. Проведенное в работе [1] моделирование показало, что привлечение высокоточных измерений вертикальных перемещений, полученных с использованием фазовых измерений СНС, так, как это делается в авиационной гравиметрии [4, 6, 9], в ряде случаев позволяет повысить точность оценивания АСТ и смягчить требования к условиям съемки.

Цель настоящего доклада – оценить эффективность применения высокоточных СНС решений с использованием реальных данных, полученных при съемке с малоразмерного катера, и провести сопоставление с полученными ранее результатами моделирования [1]. В работе рассматривается совместная обработка данных СНС и гравиметра с помощью алгоритмов сглаживания, требующих для своей настройки информации о стохастических моделях АСТ, погрешностей измерений и вертикальных ускорений. Эта информация была получена с использованием результатов съемки и разработанных ранее нелинейных алгоритмов идентификации.

II. Алгоритмы оценивания АСТ

С учетом результатов, полученных в [1], рассмотрим два варианта решения задачи. В первом, традиционном, варианте будем использовать только данные гравиметра, а во втором – привлекать измерения СНС для исключения составляющих ускорений движением объекта, за счет формирования разностных измерений.

Следуя [1], введем модели погрешностей спутниковых измерений, данных гравиметра, АСТ, вертикальных ускорений объекта.

Для описания АСТ будем использовать модель Джордана [16]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\beta x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\beta x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -\beta x_3 + w_g, \\ \tilde{g} &= -\beta\zeta x_1 + x_2, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\beta = V\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l} / \sqrt{2}\sigma_{\tilde{g}}$, V – скорость движения, $\sigma_{\tilde{g}}$ – среднеквадратическое отклонение (СКО) АСТ; $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ –

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНС проект №. 18-19-00627.

СКО производной АСТ по длине траектории; w_g – порождающий белый шум интенсивности $10\beta^3\sigma_{\tilde{g}}^2$, $\zeta = (\sqrt{5}-1)/\sqrt{5}$. Для описания вертикальных ускорений объекта будем использовать модель [17]

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= x_5, \\ \dot{x}_5 &= x_6, \\ \dot{x}_6 &= -a_3 x_4 - a_2 x_5 - a_1 x_6 + w_{\Delta h}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\Delta h = x_4$ – вертикальное перемещение над усредненным уровнем моря в районе съемки с СКО, равным $\sigma_{\Delta h}$; $\dot{h} = -x_5$, $\ddot{h} = -x_6$, – вертикальная скорость и ускорение. Входящие в (2) коэффициенты определяются как $a_3 = \left(\lambda^2 + \mu^2\right)\gamma$, $a_2 = \lambda^2 + \mu^2 + 2\mu\gamma$, $a_1 = 2\mu + \gamma$, где $\lambda = 2\pi / T$, T – преобладающий период качки; $\mu = 1/\tau$, τ – интервал корреляции; γ – заданный коэффициент. Интенсивность порождающего белого шума $w_{\Delta h}$ задается величиной $2\sigma_{\Delta h}^2 a_3\left(a_1 a_2 - a_3\right)/a_1$. СКО вертикальных перемещений $\sigma_{\Delta h}$ и СКО вертикальных ускорений $\sigma_{\ddot{h}}$ связаны соотношением $\sigma_{\ddot{h}} = \sigma_{\Delta h}\sqrt{(a_2 a_3)/a_1}$.

Измерения гравиметра представим в виде

$$y_g = \tilde{g} + \ddot{h} + v_g, \tag{3}$$

где $\tilde{g}$ – АСТ, $\ddot{h}$ – ускорения, обусловленные вертикальными перемещениями объекта, v_g –белошумная составляющая погрешности гравиметра с интенсивностью R_g. В модели (3) предполагается, что поправки за эффект Этвеша, нормальное ускорение силы тяжести, дрейф нуль пункта гравиметра и т.п. учтены. С учетом выражений (1), (2), измерения (3) могут быть записаны как:

$$y_g = -\beta\zeta x_1 + x_2 - x_6 + v_g. \tag{4}$$

Введенные модели позволяют сформулировать задачу оценивания АСТ в первом, традиционном варианте без привлечения данных СНС, как задачу оценивания шестимерного вектора, описываемого уравнениями (1), (2), по измерениям (4).

Во втором варианте – с использованием данных СНС, сформируем разностные измерения в виде [2, 9, 18]:

$$\begin{aligned} z_h &= y_h - \eta, \\ z_{\dot{h}} &= y_{\dot{h}} - \vartheta, \end{aligned} \tag{5}$$

где $\vartheta = \int_{t_0}^{t} y_g(\tau)d\tau$, $\eta = \int_{t_0}^{t} \vartheta(\tau)d\tau$, – приращения скорости и высоты, полученные интегрированием данных гравиметра (3), t_0 – начальный момент решения задачи, t – момент получения измерений СНС, y_h, $y_{\dot{h}}$ – измерения высоты и скорости СНС. Дополним модель АСТ (1) компонентами $x_4 = \eta, x_5 = \vartheta$ и введем медленноменяющуюся составляющую погрешности СНС. В этом случае можем записать:

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 &= x_5, \\ \dot{x}_5 &= \tilde{g} + v_g = -\beta\zeta x_1 + x_2 + v_g, \\ \dot{x}_6 &= -a_m x_6 + \sigma_m\sqrt{2a_m}\, w_m, \end{aligned} \tag{6}$$

где $x_6 = \delta h$ – медленноменяющаяся составляющая погрешности СНС-решения. Учитывая (6), измерения $z_{\dot{h}}$ запишем как

$$\begin{aligned} z_h &= -x_4 + x_6 + v_h, \\ z_{\dot{h}} &= -x_5 + v_{\dot{h}}, \end{aligned} \tag{7}$$

где x_4, x_5, x_6 соответствуют формирующему фильтру (6).

С учетом введенных моделей во втором варианте задачу оценивания АСТ можно сформулировать, как задачу оценивания шестимерного вектора, описываемого уравнениями (1), (6), по измерениям (7).

Для получения решений сформулированных задач будем использовать алгоритм сглаживания [19-21], синтезированный в рамках калмановского подхода. При этом напомним, оценки в режиме сглаживания могут быть сформированы только в камеральном режиме, поскольку в этом случае привлекаются как прошлые, так и будущие измерения. Для реализации такого алгоритма необходимо располагать информацией обо всех параметрах введенных выше моделей. Однако ряд параметров модели не всегда известен заранее. В частности, это касается СКО производной АСТ, интервалов корреляции и СКО вертикальных ускорений и погрешностей СНС. Для идентификации этих параметров были использованы основанные на методах многоальтернативной фильтрации ранее разработанные алгоритмы [12].

III. Проведение испытаний и результаты обработки реальных данных

Ранее проведенные исследования [1] показали, что повысить точность оценок АСТ можно только в случае привлечения прецизионных данных о высоте, полученным по фазовым измерениям СНС в дифференциальном режиме. Далее рассматривается точность, достигаемая с использованием описанных алгоритмов, полученная по результатам обработки реальных данных именно для этих измерений.

С помощью описанных алгоритмов были обработаны натурные данные, полученные в акватории Ладожского озера с использованием гравиметра "Чекан-АМ" и спутниковой приемной аппаратуры NovAtel. При проведении испытаний оборудование было установлено на маломерном катере. Скорость движения которого для разных галсов составляла либо 10, либо 30 узлов. Полученные данные вертикальных перемещений и скоростей СНС пересчитывались на место установки гравиметра с использованием данных о курсе и углах качки, получаемых с гироплатформы гравиметра. Базовый приемник СНС, используемый для организации дифференциального фазового режима, находился на расстоянии до 80 км от места проведения съемки.

В ходе исследований были идентифицированы следующие параметры: СКО производной АСТ $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ в модели (1), преобладающий период T и СКО $\sigma_{\ddot{h}}$ вертикальных ускорений в модели (3), интервал корреляции

τ_m и СКО σ_m погрешности СНС δh в модели (6). Оценки СКО производной АСТ $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$ подтвердили известные данные для исследуемого участка на уровне 1–3 мГал/км. Оценки интервала корреляции медленноменяющейся погрешности СНС τ_m составили 8-13 минут, СКО погрешности σ_m – 4-6 см при использовании фазовых измерений. Для каждого из пройденных галсов задавались именно те параметры $\sigma_{\partial\tilde{g}/\partial l}$, a_m, σ_m, $\sigma_{\ddot{h}}$, T, которые были определены на нем по результатам идентификации.

При проведении испытаний выполнялась съёмка повторных галсов во встречных направлениях, что обеспечило возможность определения СКО погрешностей определения АСТ путем сравнения оценок АСТ, полученных при проходе пары противоположных галсов. Полученные таким образом СКО разности оценок АСТ на прямом и обратном галсах характеризуют точность оценивания АСТ и приведены в табл. 1 для различных алгоритмов и скоростей. Отметим отдельно, что повышение скорости всегда сопровождалось повышением амплитуды вертикальных ускорений. В табл. 1 также приведены расчётные значения СКО разности оценок, полученные по данным ковариационного канала фильтра как корень из суммы соответствующих значений дисперсий погрешностей оценивания на прямых и обратных галсах (основано на допущении о независимости погрешностей на разных галсах). Таким образом, приведенные в табл. 1 СКО разностей оценок и их расчетные значения в среднем в $\sqrt{2}$ раз больше непосредственно СКО оценок АСТ.

ТАБЛИЦА 1. СКО ОЦЕНИВАНИЯ АСТ [МГАЛ]

Номер пары галсов и скорость	С СНС		Без СНС	
	СКО разности	Расчетное СКО	СКО разности	Расчетное СКО
1 (10 уз.)	0.27	0.28	0.32	0.34
2 (10 уз.)	0.14	0.20	0.16	0.27
3 (10 уз.)	0.20	0.35	0.24	0.28
4 (10 уз.)	0.11	0.21	0.13	0.32
1 (30 уз.)	0.96	0.44	0.47	1.18
2 (30 уз.)	0.39	0.30	0.28	1.14

Результаты, приведенные в таблице 1, показывают, что при малых скоростях движения и слабых вертикальных ускорениях использование данных СНС практически не приводит к повышению точности оценивания АСТ. Этот результат совпадает с выводами, работы [1]. При этом СКО разности оценок на возвратных галсах, также хорошо согласуются с расчётными значениями, полученными по данным ковариационного канала.

Из величин СКО разностей оценок на возвратных галсах при больших скоростях движения, приведенных в последних двух строках таблицы 1, видно, что использование данных СНС не только не приводит к повышению точности оценивания АСТ, но даже ухудшает её. Это не согласуется как с результатами [1], так и расчетными СКО полученными по данным ковариационного канала. Возможная причина этого заключается в том, что приведенные в таблице 1 СКО разности получены путем сравнения оценок АСТ на возвратных галсах при их прохождении на одной скорости. Рассматривая примеры оценок, приведенные на рис. 1, видно, что оценки АСТ, полученные на высокой скорости без использования СНС, достаточно гладкие и поэтому хорошо совпадают друг с другом, что обеспечивает низкое СКО разностей на возвратных галсах. Однако, сравнивая их с очевидно более точными оценками АСТ, полученными при малой скорости движения, видно, что они не отражают особенностей АСТ рассматриваемого участка в полной мере, а дают только общую тенденцию изменения поля. В то же время сравнивая графики на рис. 2 видно, что оценки АСТ, полученные на высокой скорости с применением данных СНС, в большей степени соответствуют оценкам, полученным на малой скорости.

Таким образом, для определения точности оценивания АСТ на большой скорости представляется логичным рассчитывать СКО разности между оценками АСТ, полученными на больших и малых скоростях, принимая последние за наиболее точные. СКО таких разностей приведены в табл. 2. Как видно из табл. 2, в этом случае СКО будет в целом ниже для алгоритма с использованием данных СНС, чем для алгоритма, не использующего эти данные. Собственно это и подтверждает возможность повышения точности оценивания АСТ с использованием данных СНС на высокой скорости движения и при повышенном уровне вертикальных ускорений.

ТАБЛИЦА 2. СКО ОЦЕНИВАНИЯ АСТ [МГАЛ]

Номер пары, направление галса	С СНС		Без СНС	
	СКО разности для 30 и 10 узл	Расчетное СКО для 30 и 10 узл	СКО разности для 30 и 10 узл	Расчетное СКО для 30 и 10 узл
1, прямой	0.61	0.30	0.80	0.83
2, прямой	0.39	0.21	0.55	0.68
1, обратный	0.68	0.41	0.69	0.93
2, обратный	0.38	0.28	0.61	0.96

Вместе с тем приведенные в табл. 2 значения СКО разности оценок АСТ на возвратных галсах для разных скоростей существенно выше приведенных в табл. 1 СКО для малых скоростей. Последнее говорит о недостаточной для съемки АСТ точности на высоких скоростях даже с применением данных СНС. Следует также подчеркнуть, что полученные данные в целом отличаются от результатов моделирования, представленных в [1]. Можно предположить, что этот факт является следствием не учета погрешностей пересчета вертикальных координат и скоростей из места установки антенны и погрешностей расчета поправки Этвеша. Эти погрешности не учитывались и при моделировании.

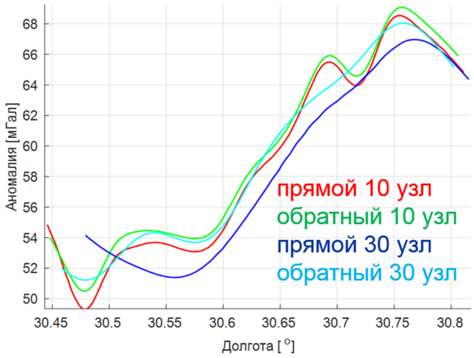


Рис. 1 Результаты оценивания АСТ на прямом и обратном проходе первой пары противоположных галсов без привлечения данных СНС

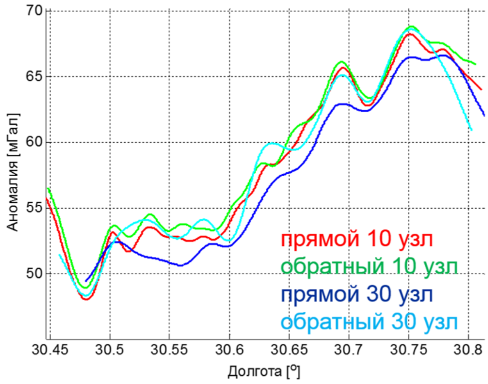


Рис. 2 Результаты оценивания АСТ на прямом и обратном проходе проходе первой пары противоположных галсов с привлечением данных СНС.

Кроме того, обращаем внимание, что приведенные в таблице 2 расчётные СКО разностей оценок на возвратных галсах плохо согласуются с полученными по реальным данным, в особенности при использовании измерений СНС. Это говорит о возможном несоответствии моделей погрешностей, используемых в фильтре. Анализ и устранение причин несоответствий и будет предметом дальнейших исследований.

IV. Заключение

С применением реальных данных проведена оценка эффективности использования высокоточных спутниковых измерений в задаче оценивания аномалий силы тяжести при выполнении морской гравиметрической съемки.

Показано, что при малых скоростях движения и слабых вертикальных ускорениях получить существенный выигрыш в точности оценивания АСТ при использовании спутниковых измерений не удается, что в целом, соответствует результатам проведённого ранее моделирования.

При высоких скоростях движения и значительных вертикальных ускорениях отмечается положительный эффект от привлечения спутниковых измерений. Однако этот эффект оказался меньше полученного путем моделирования. Последнее может объясняться наличием существенных по уровню погрешностей пересчета вертикальных координат и скоростей из места установки спутниковой антенны на место расположения чувствительного элемента гравиметра, погрешностей расчета поправки Этвеша, несинхронности показаний приемника СНС и гравиметра. Учет этих погрешностей является целью дальнейших исследований.

Литетратура

1. Koshaev, D.A., Motorin, A.V., and Stepanov, O.A., Efficiency of using Satellite Measurements for Marine Gravimetry, *26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, 2019, pp. 1–5.
2. Пешехонов О.А., Степанов О.А., Августов Л.И. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / ред. Пешехонов В.Г., Степанов О.А. Санкт-Петербург, 2017. 390 с.
3. Болотин Ю.В., Голован А.А. О методах инерциальной гравиметрии. Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика. 2013. № 5. С. 59–67.
4. Forsberg, R., Olesen, A., Ferraccioli F., Jordan, T., Matsuoka, K., Zakrajsek, A., Ghidella, M., Greenbaum, J., Exploring the Recovery Lakes region and interior Dronning Maud Land, East Antarctica, with airborne gravity, magnetic and radar measurements, *Geological Society*, London, Special Publications, 461, 2017, pp. 23–34.
5. Соколов А.В., Краснов А.А., Железняк Л.К. Методы повышения точности морского гравиметра // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №2. С. 70–81.
6. Соколов А.В., Краснов А.А., Коновалов А.Б. Измерения ускорения силы тяжести с борта воздушных носителей различных типов // Измерительная техника. 2016. № 6. С. 10–13.
7. Беккер Д., Беккер М., Олесен А.В., Нильсен Й.Э., Форсберг Р. Новейшие результаты в бесплатформенной аэрогравиметрии с использованием блока iMAR RQH // Труды IV симпозиума Международной ассоциации по геодезии (IAG) «Наземная, морская и аэрогравиметрия: измерения на неподвижных и подвижных основаниях». 2016.
8. Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Краснов А.А. Современное состояние и перспективы развития отечественной морской гравиметрии // 11-я Российская мультиконференция по проблемам управления материалы пленарных заседаний. АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2018. С. 6–16
9. Stepanov, O.A., Koshaev, D.A., Analysis of filtering and smoothing techniques as applied to aerogravimetry, *Gyroscopy and Navigation*, 2010, vol. 1, no.1, pp. 19–25.
10. Bolotin, Y.V. and Yurist, S.S., Suboptimal smoothing filter for the marine gravimeter GT-2M, *Gyroscopy Navig*., 2011, vol. 2, no. 3, pp. 152–155.
11. Lianghui Guo, Xiaohong Meng, Zhaoxi Chen, Shuling Li, Yuanman Zheng, Preferential filtering for gravity anomaly separation, *Computers & Geosciences*, vol. 51, 2013, pp. 247–254.
12. Stepanov, O.A., Koshaev, D.A., Motorin, A.V., Designing Models for Signals and Errors of Sensors in Airborne Gravimetry Using Nonlinear Filtering Methods, *Institute of Navigation International Technical Meeting 2015*, ITM 2015, pp. 220–227.
13. Краснов А.А., Соколов А.В. Современный комплекс программно-математического обеспечения мобильного гравиметра «Чекан-АМ» // Гироскопия и навигация. 2015. № 2 (89). С. 118–131.
14. Соколов А.В., Краснов А.А., Алексеенко А.С., Стусь Ю.Ф., Назаров Е.О., Сизиков И.С. Опыт измерения абсолютного значения силы тяжести на подвижном основании // Гироскопия и навигация. 2017. №2 (97). С. 77–88.
15. Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Железняк Л.К., Береза А.Д., Краснов А.А. Вклад навигационных технологий в создание мобильных гравиметров // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №4. С. 162–180.
16. S. K. Jordan, Self-consistent Statistical Models for Gravity Anomaly and Undulation of the Geoid // J. Geophys. Res., vol. 77, no. 20, pp. 2156–2202, 1972.
17. Ривкин С.С. Определение линейных скоростей и ускорений качки корабля инерциальным методом. Л.: ЦНИИ «Румб», 1980.
18. Golovan, A.A., Klevtsov, V.V., Koneshov, I.V., Smoller, Y.L., and Yurist, S.S., Application of GT-2A Gravimetric Complex in the Problems of Airborne Gravimetry, *Izv. Phys. Solid Earth*, vol. 54, no. 4, pp. 658–664, Jul. 2018.
19. Gelb, A., Applied optimal estimation. Cambridge, England: M.I.T. Press, 1974.
20. Sarkka, S., Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.
21. Stepanov, O.A., Motorin, A.V., Koshaev, D.A., Sokolov, A.V., and Krasnov, A.A. Comparison of Stationary and Nonstationary Adaptive Filtering and Smoothing Algorithms for Gravity Anomaly Estimation on Board the Aircraft, *Proc. IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry "Static and Mobile Measurements"*, 2016, pp. 53–60.

Применение фильтров калмановского типа для обработки навигационной информации при нелинейности в уравнениях динамики и измерений*

В.А. Тупысев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», ГУАП,
Санкт-Петербург, Россия
viktortupysev@yandex.ru

Ю.А. Литвиненко
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
ya_litvinenko@mail.ru

А.М. Исаев
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия

***Аннотация*—Обсуждается возможность повышения эффективности применения фильтров калмановского типа при нелинейностях в уравнениях динамики и измерений за счет использования специальным образом формируемого конечно-разностного уравнения для выбора точки линеаризации. Приводятся результаты моделирования задач обработки навигационной информации, иллюстрирующие эффективность предлагаемого подхода**

Ключевые слова*—*фильтр Калмана, нелинейная фильтрация, линеаризованный фильтр

I. Введение

В современных навигационных комплексах и системах широкое распространение получили стохастические методы обработки информации, в частности методы калмановской фильтрации [1]. Базовой основой этих методов является использование легко реализуемых рекуррентных процедур фильтра Калмана, обеспечивающего выработку в реальном времени оптимальных оценок с минимальной ковариационной матрицей в предположении, что модели описывающие поведение динамической системы и процесс измерений линейны, а порождающие шумы и ошибки измерений являются гауссовскими. К сожалению, при обработке навигационной информации приходится учитывать нелинейный характер уравнений динамики и измерений, приводящий к потере оптимальности фильтров калмановского типа (ФКТ) из-за линеаризации уравнений и гауссовской аппроксимации апостериорной плотности [2–4].

В зависимости от выбранной точки линеаризации при нелинейностях в уравнениях измерений широкое распространение получили следующие фильтры калмановского типа: линеаризованный фильтр, обобщенный фильтр и фильтр с локальными итерациями [2, 3, 5–9]. Реализация этих фильтров оказывается достаточно простой, что является их несомненным преимуществом, при этом в ряде случаев при нелинейности в уравнениях измерений обеспечивается сравнительно высокая точность оценивания [10]. Как правило, использование этих фильтров ограничивается только задачами, характерной особенностью которых является нелинейность уравнений измерений. Тем не менее, существует ряд навигационных задач, когда нелинейными оказываются как уравнения измерений, так и уравнения динамики. Примером такой задачи является задача выработки навигационных параметров с одновременным уточнением параметров моделей, используемых для настройки фильтров калмановского типа, а также задачи идентификации параметров моделей, используемых для описания небелошумных возмущений и ошибок измерений [11,12]. Суть подхода к решению таких задач заключается в линеаризации уравнений динамики и измерений и решении задач оценивания в расширенном пространстве состояний. Особенностью реализации линеаризованного фильтра при нелинейности в уравнениях динамики является расчет точки линеаризации во времени как результат решения дифференциального уравнения, а особенностью реализации итерационного фильтра является необходимость решения задачи сглаживания. Отметим, что для случая, когда задачи оценивания связаны с нелинейностью в уравнениях динамики, применение фильтров калмановского типа мало освещено в литературе. В этой связи в докладе рассматривается особенности использования линеаризованного фильтра, обобщенного фильтра и фильтра с локальными итерациями для решения задач, в которых нелинейными являются не только уравнения измерений, но и уравнения динамики. Эффективность этих методов иллюстрируется на примере задачи идентификации параметров моделей погрешности ухода гироскопа и системы счисления при проведении дальномерных измерений до маяков-ответчиков.

II. Постановка задачи

Будем полагать, что поведение динамической системы в достаточно общем виде описывается уравнениями [13]

$$X(k) = \psi(\theta(k-1), X(k-1)) + w(k), \quad (1.а)$$

$$\theta(k) = \Phi_\theta \theta(k-1) + w_\theta(k), \quad k = 1, 2.., \quad (1.б)$$

где $\psi(X, \theta)$ – известная нелинейная функция, $w(k) \in N\{0, Q(k)\}, w_\theta(k) \in N\{0, Q_\theta(k)\}$, $X(0) \in N\{\bar{X}, P(0)\}, \theta(0) \in N\{\bar{\theta}, P_\theta(0)\}$.

При этом в дискретные моменты времени проводятся измерения

$$Y(k) = \varphi(X(k)) + v(k) \quad (2)$$

где $\nu(k) \in N\{0, R(k)\}$.

В моделях (1), (2) параметры $w(k)$, $\nu(k)$ дискретные центрированные белые гауссовские шумы, $X(0),\theta(0)$ предполагаются гауссовскими и независимыми. Так же предполагается, что матрицы Q, Q_θ, R известны точно. Ставится задача оценивания вектора $X(k)$ и вектора неизвестных параметров $\theta(k)$, при использовании фильтров калмановского типа: линеаризованного фильтра, обобщенного фильтра и фильтра с локальными итерациями по всей совокупности измерений (2). Отметим, что суть этих фильтров заключается в линеаризации уравнений динамики и уравнений измерений в окрестности некоторых значений параметров θ_0 и X_0 с последующим использованием линеаризованных уравнений (1), (2).

III. Особенности предлагаемого подхода использования фильтров калмановского типа

Основной особенностью применения фильтров калмановского типа при нелинейностях в уравнениях динамики и измерений является получение линеаризованных уравнений. Суть предлагаемого в работе подхода заключается в получении массива точек линеаризации с использованием конечно-разностного уравнения правая часть которого содержит слагаемое $B(k)$ позволяющее формировать различное поведение точек линеаризации.

Особенности получения таких уравнений рассмотрим вначале на примере решения задачи оценивания при нелинейном характере только уравнения (1), то есть при $\varphi(X(k)) = H(k)X(k)$, где H – известная матрица. Введем обозначения

$$X(k) = X_0(k) + \Delta X(k),\quad \theta(k) = \theta_0(k) + \Delta\theta(k)$$

где $\Delta X(k)$, $\Delta\theta(k)$ вариации соответствующих параметров, и запишем линеаризованное уравнение (1.a) в вариациях добавив и вычтя одно и тоже слагаемое $B\ (k)$, значение которого известно:

$$\begin{aligned}&X_0(k) + \Delta X(k) = \psi(X_0(k-1),\theta_0(k-1)) +\\&+F_{0X}(k-1)(X(k-1) - X_0(k-1)) +\\&F_{0\theta}(k-1)(\theta(k) - \theta_0(k)) + B(k) - B(k) + w(k),\end{aligned}$$

где $F_{0X}(k-1) = \left.\dfrac{\partial\psi(X\ (k-1),\theta\ (k-1))}{\partial X^T(k-1)}\right|_{X_0(k-1),\theta_0(k-1)}$

$$F_{0\theta}(k-1) = \left.\frac{\partial\psi(X\ (k-1),\theta\ (k-1))}{\partial\theta^T(k-1)}\right|_{X_0(k-1),\theta_0(k-1)}$$

матрицы частных производных, посчитанных в точках линеаризации.

Также, учитывая введённые обозначения можно представить уравнение (1.b) в следующем виде

$$\begin{aligned}&\theta_0(k) + \Delta\theta(k) = \Phi_\theta\theta_0(k-1) + \Phi_\theta(\theta(k-1) -\\&-\theta_0(k-1)) + w_\theta(k).\end{aligned} \quad (3)$$

Опишем поведение выбранной точки линеаризации $X_0(k)$, $\theta_0(k)$ следующими разностными уравнениями:

$$X_0(k) = \psi\ (X_0(k-1),\theta_0(k-1)) + B\ (k), \quad (4\text{ а})$$

$$\theta_0(k) = \Phi_\theta\theta_0(k-1) + B_\theta(k), \quad (4\text{ б})$$

В этом случае можно записать следующие линейные уравнения для вариаций векторов $\Delta X\ (k)$, $\Delta\theta\ (k)$:

$$\begin{aligned}&\Delta X(k) = F_{0X}(k-1)\Delta X(k-1) + F_{0\theta}(k-1)\Delta\theta(k)\\&-B\ (k) + w(k),\\&\Delta\theta(k) = \Phi_\theta\Delta\theta(k-1) - B_\theta(k) + w_\theta(k).\end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, задача оценивания может быть сведена к выбору точек линеаризации определяемых конечно-разностными уравнениями (4) и оцениванию параметров $\Delta X(k)$, $\Delta\theta(k)$ относительно которых уравнения (5) являются линейными.

С этой целью, вводя расширенные векторы состояния $X_p(k) = |X(k),\theta(k)|^T$ и $\Delta X_p(k) = |\Delta X(k),\Delta\theta(k)|^T$, $X_{0P}(k) = |X_0(k),\theta_0(k)|^T$ можем записать следующие уравнения для вариаций

$$\Delta X_P(k) = \begin{vmatrix}\Delta X(k)\\ \Delta\theta(k)\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix}F_{0X}(k) & F_{0\theta}(k)\\ 0 & \Phi_\theta\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\Delta X(k-1)\\ \Delta\theta(k-1)\end{vmatrix} - \begin{vmatrix}B\ (k)\\ B_\theta(k)\end{vmatrix} + \begin{vmatrix}w_X(k)\\ w_\theta(k)\end{vmatrix} =$$

$$= \Phi_{\Delta P}(k)\Delta X_P(k-1) - B_P(k) + w_P(k),$$

$$w_P(k) \in N\{0, Q_P(k)\},$$

где матрицы $\Delta\Phi_{\Delta P}(k)$, $B_P(k)$, $Q_P(k)$ имеют вид

$$\Phi_{\Delta P}(k) = \begin{vmatrix}F_{0X}(k) & F_{\Delta\theta}(k)\\ 0 & \Phi_\theta\end{vmatrix},\ B_P(k) = \begin{vmatrix}B(k)\\ B_\theta(k)\end{vmatrix},\ Q_P(k) = \begin{vmatrix}Q(k) & 0\\ 0 & Q_\theta(k)\end{vmatrix}.$$

и использовать для оценивания этого вектора стандартные процедуры ФК. При этом выбор точек линеаризации определяется выражениями (4).

С другой стороны, с учетом того, что $\Delta X_P(k) = X_P(k) - X_{0P}(k)$ уравнение для $X_P(k)$ можно также преобразовать к виду

$$\begin{aligned}&X_P(k) = X_{0P}(k) + \Delta X_P(k) =\\&= \Phi_{\Delta P}(k)\Delta X_P(k-1) + X_{0P}(k) - B_P(k) + w_P(k) =\\&\Phi_{\Delta P}(k)(X_{0P}(k-1) + \Delta X_P(k-1)) - \Phi_{\Delta P}(k)X_{0P}(k-1) +\\&+X_{0P}(k) - B_P(k) + w_P(k) =\\&\Phi_{\Delta P}(k)X_P(k-1) + X_{0P}(k) - \Phi_{\Delta P}(k)X_{0P}(k-1) - B_P(k) + w_P(k)\end{aligned} \quad (6)$$

Используя это выражение, могут быть найдены прогнозные значения математического ожидания и ковариационной матрицы вектора $X_P(k)$:

$$\tilde{X}_P(k) = \Phi_{\Delta P}\hat{X}_P(k-1) + X_{0P}(k) - \Phi_{\Delta P}X_{0P}(k-1) - B_P(k) \quad (7)$$

$$L_P(k) = M\left\{(X_P(k) - \tilde{X}_P(k))(X_P(k) - \tilde{X}_P(k))^T\right\} =$$
$$= \Phi_{\Delta P}P_P(k-1)\Phi_{\Delta P}^T(k) + Q_P(k). \quad (8)$$

В расширенном пространстве состояний модель измерений примет вид

$$Y(k) = \begin{vmatrix} H(k) & 0 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} X(k) \\ \theta(k) \end{vmatrix} + v(k) = H_P(k)X_P(k) + v(k), \quad (9)$$

где $H_P(k) = |H(k) \;\; 0|$, обрабатывая которые могут быть найдены оценка $\hat{X}_P(k)$ и ковариационная матрица $P_P(k)$ с использованием известных выражений ФК.

IV. Особенности реализации фильтров калмановкого типа

Рассмотрим особенности реализации ФКТ, перечисленных во введении, в рамках сформулированного подхода.

Линеаризованный фильтр. Существенным, при реализации такого фильтра, является расчет точки линеаризации, с учетом рекуррентных выражений (4), где в качестве прогнозируемых значений выбирается точка линеаризации на $k-1$ шаге не зависящая от измерений. В качестве начальных значений точек линеаризации выбрано математическое ожидание $\bar{X}_{0P}(0)$.

Обобщенный фильтр. Особенностью этого фильтра является использование для расчета точки линеаризации оценок, полученных после обработки измерений на $k-1$ шаге (т.е. в уравнении (4) используется $X_{0p}(k-1) = \hat{X}_{0p}(k-1)$).

Фильтр с локальными итерациями Особенностью этого фильтра является многократное уточнение оценки на $k-1$ шаге по текущим измерениям путем решения задачи сглаживания (в рамках решения этой задачи вырабатывается наиболее точная оценка вектора состояния на $k-1$ шаге по измерениям на k-м шаге) и использование этой оценки для расчета точки линеаризации в соответствии с (4).

Рассмотренный подход в решение задачи оценивания с использованием ФКТ легко обобщается на случай выработки навигационных параметров при неопределенности параметров динамической модели при проведении нелинейных измерений. Такое обобщение достигается линеаризацией как уравнений динамики, так и уравнением измерений.

Пример 1. В качестве иллюстрации подхода рассмотрим задачу идентификации параметров ухода гироскопа [11], когда уход $\varepsilon(k)$ описывается марковским процессом первого порядка с неизвестным постоянным интервалом корреляции $1/\alpha$:

$$\varepsilon(k) = \psi(\varepsilon(k-1), \alpha) + w(k),$$
$$\alpha(k) = \alpha(k-1) \quad (10)$$

где $\psi(\varepsilon(k-1), \alpha) = (1 - \alpha\Delta t)\varepsilon(k-1)$, $w(k) \in N\{0, 2\sigma^2\alpha\Delta t\}$, Δt – интервал дискретизации, при проведении измерений

$$y(k) = \varepsilon(k) + v(k), \; v(k) \in N\{0, r\} \quad (11)$$

В такой постановке алгоритм выбора точки линеаризации и параметры в выражениях (6-8) примут вид:

$$X_{0P}(k) = \begin{vmatrix} \varepsilon_0(k) \\ \alpha_0(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1-\alpha_0(k-1)\Delta t & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \varepsilon_0(k-1) \\ \alpha_0(k-1) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b\;(k) \\ 0 \end{vmatrix} =$$
$$= \Phi_{0P}X_{0P}(k-1) + B_P(k)$$

где $\Phi_{0P} = \begin{vmatrix} 1-\alpha_0(k)\Delta t & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$, $B_P(k) = \begin{vmatrix} b \\ 0 \end{vmatrix}$, $\Phi_{\Delta P} = \begin{vmatrix} 1-\alpha_0(k)\Delta t & -\varepsilon_0(k)\Delta t \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Для этих параметров рассчитывается прогноз оценки и ковариационная матрица с использованием выражений (6), (7) и формируются измерения (2), где $H_P(k) = |\,1 \quad 0\,|$. Оценивание на текущем шаге производится с использованием процедур ФК.

Пример 2. Рассмотрим задачу идентификации параметров модели погрешности системы счисления пути, корректируемой по измерениям дальности до двух маяков ответчиков [1,10]. Особенностью этой задачи является то, что нелинейными являются не только уравнения динамики, но уравнения измерений:

$$y_1(k) = \sqrt{(x_{1c}(k) + \Delta x_1(k) - x_{m12}(k))^2 + (x_{2c}(k) + \Delta x_2(k) - x_{m21}(k))^2} + v_1,$$
$$y_2(k) = \sqrt{(x_{1c}(k) + \Delta x_1(k) - x_{m12}(k))^2 + (x_{2c}(k) + \Delta x_2(k) - x_{m22}(k))^2} + v_2, \quad (12)$$

где $x_{12c}(k)$ – координаты объекта по данным системы счисления, $x_{mij}(k), i = 1,2, j = 1,2$ – известные координаты маяков, v_1, v_2 – белошумные погрешности измерения дальностей, $\Delta x_1(k), \Delta x_2(k)$ – подлежавшие оцениванию погрешности системы счисления.

Предполагается, что основным источником погрешности системы счисления, являются погрешности относительного лага $\Delta V_л$, которые могут быть описаны марковским процессом первого порядка с неизвестным интервал корреляции $1/\alpha_л$. В этом случае, для решения задачи идентификации $\alpha_л$ по измерениям (12) можно рассмотреть расширенный вектор состояния: $x_p = |\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta V_л, \alpha_л|^T$, где $\alpha_л(k) = \alpha_л(k-1)$. Решение задачи оценивания расширенного вектора состояния для такой постановки аналогично решению, рассмотренному для примера 1.

V. Результаты моделирования

Пример1. Для оценки эффективности подхода с использованием ФКТ приведены результаты моделирования задачи идентификации ухода гироскопа в постановке (10) на примере линеаризованного фильтра.

При моделировании использованы параметры [11]: α =0,00055 с–1, что соответствует интервалу корреляции $\tau = 1/\alpha$ 30 мин. Время наблюдения за процессом 10 ч, шаг дискретизации $\Delta t = 1$ с.

Модель измерений имела вид (11). Ошибка измерения предполагалась распределенной по нормальному закону с параметрами $v(k) \in N\{0, r = 0.01 град/час\}$.

Результаты моделирования линеаризованного фильтра показаны на рис. 1 и рис. 2, на которых представлены графики ошибок оценок $e_\alpha = \hat{\alpha} - \alpha$, $e_\varepsilon = \hat{\varepsilon} - \varepsilon$ и среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибки оценки параметров α, ε, рассчитанного в ковариационном канале фильтра.

Результаты моделирования обобщенного фильтра и фильтра с локальными итерациями аналогичны.

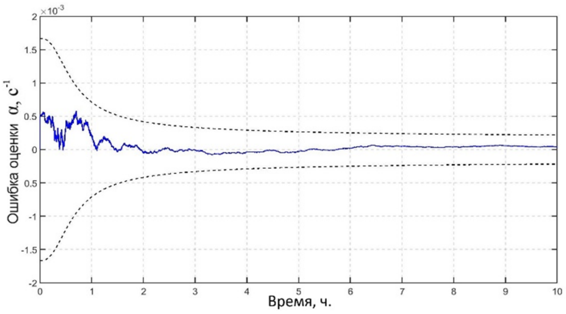


Рис.1. График ошибки оценки (сплошная линия) и СКО (пунктирная линия) параметра α

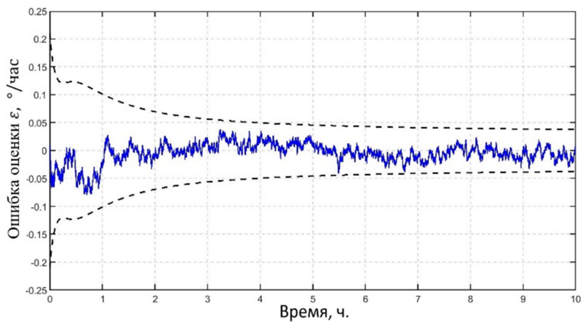


Рис.2. График ошибки оценки (сплошная линия) и СКО (пунктирная линия) параметра ε

Пример 2. При моделировании задачи идентификации параметров модели погрешности системы счисления использованы следующие параметры: $1/\alpha_л$ =2час, СКО $\Delta V_л$ =1м/с, время наблюдения 5 ч. Ошибка измерения дальности до маяков предполагалась распределенной по нормальному закону с СКО 100м.

Результаты моделирования обобщенного фильтра приведены на рис. 3.

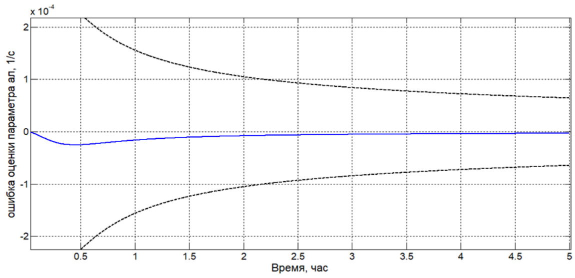


Рис. 3. График ошибки оценки (сплошная линия) и СКО (пунктирная линия) параметра $\alpha_л$

VI. Заключение

Для повышения эффективности применения фильтров калмановского типа в задачах оценивания при наличии нелинейностей в уравнениях динамики и измерений предложено точку линеаризации выбирать с использованием специальным образом формируемого конечно-разностного уравнения. Проанализированы особенности реализации таких алгоритмов применительно к линеаризованному, обобщенному фильтру и фильтру с локальными итерациями. Отмечено, что в фильтре с локальными итерациями при наличии нелинейностей в уравнениях динамики точка линеаризации уточняется с учетом решения задачи сглаживания.

Достоинства предлагаемых алгоритмов проиллюстрировано на примере решения задачи идентификации неизвестных параметров моделей, описывающих уход гироскопа и погрешность относительного лага, в частности показано хорошее соответствие действительной ошибки оценки и СКО, рассчитываемой в ковариационном канале фильтров.

Благодарности

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ 18-08-01261а.

Литература

[1] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информа-ции. Ч. 1: Введение в теорию оценивания. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2009. 496 с.

[2] Дмитриев С.П., Шимелевич Л.И. Нелинейные задачи обработки навигационной информации. Л.: ЦНИИ«Румб», 1977. 87 с.

[3] Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информа-ции. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 1998. 370 с.

[4] Stepanov, O.A., Vasiliev, V.A., Toropov, A.B., Loparev, A.V., Basin, M.V., Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurement, *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, pp. 5573–5591, 2019.

[5] Jazwinski, A.H., Stochastic process and filtering theory. New York: Academic Press, 1970.

[6] Chen, Z., Bayesian Filtering: From Kalman Filters to Particle Filters, and Beyond. Adaptive Systems Lab., McMasterUniv., Hamilton, Canada, 2003.

[7] Särkkä, S., Bayesian Filtering and Smoothing. Cambridge University Press, 2013.

[8] Gelb, A., Applied Optimal Estimation. M.I.T. Press, Cambridge, 1974.

[9] Grewal, M.S. and Andrews, A.P., Kalman filtering theory and practice using Mathlab. John Wiley & Sons, 2001.

[10] Лопарев А.В., Тупысев В.А. Сравнительный анализ эффективности нелинейных фильтров второго порядка и метода особых преобразований // Материалы XXXI конференция памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2018. С. 163–170.

[11] Иванов Д.П., Литвиненко Ю.А., Тупысев В.А. Сравнение подходов к идентификации неизвестных параметров модели ухода гироскопа // Научно-Технический вестник информационных технологий механики и оптики. СПб.: Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики. 2018. С. 887–889.

[12] Stepanov O.A., Motorin, A.V., and Vasiliev, V.A., Identification of sensor errors by using of nonlinear filtering (Published IFAC Proceedings Volumes), *Proc. 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems MICNON*, Saint Petersburg, Russia, 24–26 June 2015, vol. 48(11), pp. 808–813.

[13] Басин М.В. Среднеквадратическая фильтрация полиномиальных стохастических систем с мультипликативным шумом // Автоматика и телемеханика. 2016. №2. С. 69–93.

XXVII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ, 2020

Верстка *Е.А. Дубровская*

Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30.
Тел. (812) 499-82-93, факс (812) 232 33 76,
e-mail: editor@eprib.ru
http://www. elektropribor.spb.ru