

В. А. ГРАНОВСКИЙ, М. Д. КУДРЯВЦЕВ, А. А. УНТИЛОВ

## ИСПЫТАНИЯ КУРСОВОГО КАНАЛА ИНС ПУТЕМ СЛИЧЕНИЙ. ОПОРНЫЙ КАНАЛ С НУЛЕВОЙ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ

*Рассмотрена задача испытаний инерциальной навигационной системы (ИНС) для подтверждения требований к характеристикам точности ее курсового канала (КК) путем сличений с опорной ИНС с известными характеристиками точности. Показано, что решающим условием успешности испытаний служит совокупность двух показателей – соотношения погрешностей испытуемого и опорного канала. Получены выражения для случая нулевой систематической погрешности опорного КК, позволяющие оценить результаты сличений.*

**Ключевые слова:** инерциальная навигационная система, опорный курсовой канал, систематическая погрешность.

### Введение

Сличение курсовых каналов инерциальных навигационных систем осуществляется, как правило, в целях определения их поправок в процессе подготовки к плаванию [1–3] и проверки работоспособности в процессе эксплуатации [3]. Эти сличения характеризуются двумя важными особенностями: возможностью использования других, более точных методов определения поправок, в первую очередь метода привязки к удаленному ориентиру [1], и малым объемом выборок опытных данных [1, 3], что обусловлено ограниченным временем сличений.

Что касается задачи определения точностных характеристик КК при его мореходных испытаниях, то для ее решения традиционно используются те же методы, что и для определения поправок. Традиция поддерживается убеждением, что в море практически отсутствует эталон курса, под которым понимается устройство, задающее направление с погрешностью, пренебрежимо малой по сравнению с погрешностью испытуемого канала. Практическое отсутствие означает, что приобретение и установка эталонной ИНС (КК которой служит эталоном) невозможны по технико-экономическим соображениям (проблема привязки эталонного КК к диаметральной плоскости (ДП) судна и к испытуемому КК и дороговизна). Действительно, когда речь идет об испытаниях точного КК, установление постоянного курса и удержание на нем судна не позволяет достичь цели, поскольку точность удержания судна на курсе заведомо ниже требуемой

---

**Грановский** Валерий Анатольевич. Доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Кудрявцев** Михаил Дмитриевич. Кандидат технических наук. АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

**Унтилов** Алексей Александрович. Кандидат технических наук, начальник лаборатории АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Член молодежной секции международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

точности измерений. Использование данных от аппаратуры GPS-GLONASS (даже в тех случаях, когда эти данные доступны) для целей эталонирования курса, как правило, невозможно. Эти данные имеют недостаточную точность при требуемой частоте их обновления и соответственно недостаточную частоту поступления при требуемой точности. Недостаточная точность усугубляется влиянием деформаций судна, не позволяющих разместить приемники GPS-GLONASS на нужном расстоянии. По этим причинам, в частности, GPS-компасы не получили широкого распространения.

В силу указанных обстоятельств в процессе испытаний в статическом режиме погрешность выработки курса определяется путем переноса на борт судна известного с необходимой точностью геодезического направления и определения отклонения от него соответствующего направления КК, что сопряжено с трудностями, поскольку ИНС формирует курс в своих осях (которые необходимо привязать к ДП судна с требуемой точностью). Для повышения надежности результатов испытаний указанная процедура осуществляется дважды – до выхода судна в море для мореходных испытаний и после его возвращения. Понятно, что в этом случае исключается проверка КК в самом сложном, динамическом, режиме курсоуказания – при осуществлении маневрирования в открытом море. В то же время ничто не препятствует решению задачи определения точности выработки курса с помощью традиционной для метрологии процедуры сличений измерительных устройств [4].

Сличения измерительных устройств осуществляются в следующих ситуациях. Во-первых, при поверке средств измерений (СИ), когда с помощью поверяемого СИ и эталона измеряют одну и ту же величину. Цель поверки – установить, находится ли погрешность поверяемого СИ в требуемых пределах. В этом случае руководствуются методикой поверки, устанавливающей необходимое соотношение точностей эталона и СИ, которое, как правило, определено нормативным документом (см., например, [5–9]). Соотношения в каждом документе установлены исходя из опыта калибровки и поверки, а также изучения особенностей структуры погрешностей конкретных видов СИ. Важно подчеркнуть не только отсутствие общих теоретических предпосылок для обоснованного установления соотношений точности, но и тот факт, что само соотношение адресовано к номинальным (нормативно установленным) характеристикам погрешностей СИ и эталона.

Во-вторых, при проведении круговых сличений национальных эталонов, целью которых служит установление измерительных возможностей каждой страны. В этом случае речь идет не о предустановленном соотношении точностей в том же смысле, что при поверке, а об определении места каждого национального эталона на общей схеме точностей сличаемых эталонов.

Таким образом, в обоих случаях можно констатировать отсутствие методологии определения соотношения точностей сличаемых устройств.

Данная статья имеет целью показать возможности испытаний КК путем сличений его с другим каналом, который будем называть *опорным*. Опорный КК вырабатывает курс с погрешностью, оценка которой известна с необходимой точностью (как правило, на основе данных контрольного пуска или пусков). В статье показано, что именно совокупность двух показателей – соотношения погрешностей испытуемого и опорного КК и точности оценки погрешности опорного канала – служит решающим условием успешности испытаний. Подчеркнем, что в отличие от [1] речь далее идет об оценивании как систематической, так и случайной составляющей погрешности испытуемого КК, причем

имеется в виду *точный* КК. Дело в том, что для обеспечения безопасности кораблевождения достаточно вырабатывать курс судна с погрешностью около градуса [10], что не создает сколько-нибудь серьезную проблему эталонирования. Эталонные данные могут быть получены, например, с помощью сигналов GPS–GLONASS при сравнительно большой скорости судна. Таким образом, задача, решаемая в статье, актуальна лишь для точных ИНС.

### Постановка формальной задачи

Для достижения поставленной цели в статье рассмотрены варианты общей задачи обработки данных о вырабатываемом сличаемыми ИНС курсе. Задача формализуется следующим образом.

Предположим, что при установке на судно физические курсовые оси испытуемой и опорной ИНС совмещены с ДП судна с погрешностями соответственно  $\Phi$  и  $\Phi_{оп}$ . Следовательно, взаимное смещение осей составляет  $\Delta\Phi = \Phi - \Phi_{оп}$ , и  $\Delta\Phi$  должна быть существенно меньше нормы погрешности испытуемого КК. В процессе испытаний на выходе КК формируются массивы значений текущего курса  $\{\varphi_i\}$  и  $\{\varphi_{оп,i}\}$  в дискретные моменты времени  $\{t_i\}$ , где  $i = 1, \dots, n$ . Объем массивов  $n$  определяется временем испытаний и частотой съема данных. Как правило, в процессе испытаний осуществляют несколько пусков ИНС продолжительностью несколько часов (до 10–12). Таким образом, при частоте дискретизации в диапазоне (1–100) Гц объем массива  $n$  может составлять от десятков тысяч до нескольких миллионов отсчетов.

Частоту дискретизации выбирают из соображений адекватного представления погрешности КК с учетом составляющих с характерными временными свойствами (с периодом Шулера, суточным периодом, трендами) и некоррелированности отсчетов, а также с учетом динамики судна и требований по синхронизации отсчетов, которые определяют верхнюю границу частотного диапазона полезного сигнала. При этом хотя для маломаневренных объектов необходимая частота дискретизации оказывается менее 100 Гц, однако ее устанавливают именно на этом уровне с целью синхронизации сигналов сличаемых устройств. В то же время динамика высокоманевренных судов предъявляет более высокие требования к частоте дискретизации. Если также учесть наличие шумов в выходных сигналах устройств, то окажется, что частота 100 Гц вполне обоснована как необходимая для оценивания погрешности испытуемого КК.

Далее предполагается, что данные массивов вырабатываются с достаточной степенью синхронизации (для оценивания медленно меняющейся составляющей курса), что позволяет сформировать массив разностей показаний  $\{x_i\}$ , где  $x_i = \varphi_i - \varphi_{оп,i}$ , не содержащий данных о действительном курсе. Показания  $\varphi_{оп,i}$ , конечно, содержат информацию о точностных свойствах опорного КК, однако в скрытой форме, поскольку остается неизвестным действительный курс  $\varphi_0 = \varphi_0(t)$  в каждый конкретный момент времени  $t$ .<sup>1</sup>

Достоверными данными об опорном КК остаются нормативные показатели, к числу которых относят, как правило, пределы допускаемых значений среднего

---

<sup>1</sup> Даже если конструкция опорной ИНС обеспечивает отсутствие систематической погрешности выработки курса, в общем случае остается неизвестным соотношение спектров случайной погрешности КК и действительного курса как функции времени, что не позволяет обоснованно установить параметры усреднения случайной погрешности для определения действительного курса. (Здесь и далее прим. авт.)

квадратического отклонения (СКО) случайной составляющей погрешности или доверительные границы для полной погрешности выработки курса.

Будем считать, что нормативный показатель опорного КК достаточно близок к действительному показателю, в противном случае должен использоваться действительный показатель. Это может быть подтверждено проверкой работоспособности опорного КК по геодезическому эталону перед выходом в море. Во время морского перехода важно, чтобы опорный КК работал без перезапуска и в корректируемом режиме, который позволяет корректировать уходы гироскопов и тем самым восстанавливать условия калибровки КК, что, в свою очередь, дает возможность обоснованно использовать полученный при калибровке действительный показатель.

Понятно, что разность показаний  $x$  может быть представлена символической суммой погрешности начальной установки  $\Delta\Phi$  (взаимное смещение осей) и погрешностей сличаемых КК  $\xi, \xi_{оп}$ :

$$x = \Delta\Phi \oplus \xi \oplus \xi_{оп}. \quad (1)$$

Уравнение (1) служит принципиальной основой методики испытаний КК путем его сличений с опорным КК.

В дальнейшем массив  $\{x_i\}$  рассматривается как выборка из генеральной совокупности, порождаемой суммой квазидетерминированного сдвига и эргодического стационарного процесса, который моделирует несовершенство функционирования КК в установившемся режиме. На основе опыта создания и эксплуатации ИНС предполагается, что характер сдвига для конкретного изделия не меняется от пуска к пуску. Что касается стохастической части указанной выше суммы, то предположение о ее характере требует, вообще говоря, экспериментальной проверки. Основанием для такого предположения служит тот факт, что создание и отладка изделия – длительный многоступенчатый процесс, который весь направлен на стабилизацию конструкции ИНС в реальных условиях эксплуатации. Гипотеза стационарности стохастической части указанной выше суммы опирается на предположение о независимости характеристик точности КК от текущего курса, что, вообще говоря, неверно. Однако корпусные дрейфы, которые служат источником зависимости точности КК от курса, оцениваются в процессе испытаний на предприятии-изготовителе (проверка показателей точности на румбах) и могут быть учтены при обработке данных путем внесения поправок. Принимая во внимание сказанное, необходимо отметить, что гипотеза стационарности требует проверки, которая вполне возможна с учетом значительных объемов выборок. Проверка гипотезы эргодичности может быть лишь частичной ввиду ограниченного числа пусков. В то же время нужно подчеркнуть, что только в предположении эргодичности можно рассматривать временные ряды погрешностей как выборки из соответствующих генеральных совокупностей. Имея в виду указанное обстоятельство, возможно, стоило бы проверку эргодичности включить в состав испытаний ИНС на предприятии-изготовителе.

Предполагая, что объектом анализа служат данные сличаемых КК, полученные в каждом пуске, можно считать элементы массива  $\{x_i\}$  разностями реализаций случайных величин  $\xi_j$  и  $\xi_{оп,j}$ , которые характеризуются соответственно математическими ожиданиями  $a, a_{оп}$  и СКО  $\sigma, \sigma_{оп}$ . Предполагается, что моменты каждой из величин  $\xi_j, \xi_{оп,j}$  могут изменяться от пуска к пуску, но остаются по-

стоянными в пределах пуска. При этом ввиду больших объемов выборок выборочные моменты величин  $\xi_i$  и  $\xi_{оп,i}$  будут практически совпадать с соответствующими вероятностными характеристиками, то есть моментами рассматриваемых генеральных совокупностей.

Предполагается также, что отсутствуют сведения о спектральных характеристиках погрешностей сличаемых КК, и в первую очередь опорного КК, что лишает возможность определить действительный курс  $\varphi_0$  судна путем фильтрации его показаний.

Точностные требования к испытываемому КК задаются, как правило, нормами на статистические характеристики его погрешности  $\xi$ . В первую очередь, используются СКО  $\sigma$  и границы доверительного интервала  $(a \pm K(P) \cdot \sigma; P, F)$ , где  $P$  – установленная доверительная вероятность<sup>1</sup>,  $F$  – принятый закон распределения погрешности. В этом случае задача обработки данных, полученных путем сличений КК, формулируется следующим образом:

- (а) на основе анализа массива  $\{x_i\}, i = 1, \dots, n$  разностей выходных сигналов  $\varphi_i$  и  $\varphi_{оп,i}$  сличаемых КК установить в соответствии с обоснованным критерием, отвечает ли действительное СКО  $\sigma$  погрешности испытываемого КК требуемой норме, и определить границы доверительного интервала  $(a \pm K(P) \cdot \sigma; P, F)$  для заданного массива данных (пуска);
- (б) повторить процедуру (а) для всех массивов (пусков) и определить доверительный интервал с наибольшими по модулю границами из совокупности всех полученных границ.

Таким образом, дальнейшее рассмотрение направлено на разработку методик решения изложенной выше формальной задачи и ее составляющих.

Указанная формальная задача распадается на ряд вариантов в зависимости от априорных сведений о параметрах массивов данных сличаемых КК. В статье рассмотрены варианты, представленные в табл. 1. Эти варианты актуальны для тех случаев, когда в качестве опорного используется КК, входящий в состав ИНС с принудительным вращением чувствительного элемента и в силу этого имеющий нулевую систематическую погрешность. Запись  $a \in [a_n, a_b]$  означает, что среднее выборки изменяется от пуска к пуску, оставаясь постоянным в пределах пуска. Запись  $a = \text{const}$  означает, что среднее выборки остается постоянным и от пуска к пуску. Поскольку в разности  $\{x_i\}$  отсутствует действительный курс, то в табл. 1 указаны только параметры погрешностей опорного и испытываемого КК.

Т а б л и ц а 1

Вариант	Параметр массива $\{\varphi_{оп,i}\}$	Параметр массива $\{\varphi_i\}$	Анализируемые параметры		Примечание
			опорного КК	испытываемого КК	
1	$a_{оп} = 0$	$a = 0$	$\sigma_{оп}$	$\sigma$	–
2	$a_{оп} = 0$	$a = \text{const}$	$\sigma_{оп}$	$a, \sigma$	–
3	$a_{оп} = 0$	$a \in [a_n, a_b]$	$\sigma_{оп}$	$a(j), \sigma$	$j = 1, \dots, m$ – номер пуска

Следует указать на то, что варианты, представленные в табл. 1, опираются на простые стандартные модели погрешности, принятые в метрологии. В то же

<sup>1</sup> В сфере точной навигации обычным является значение  $P = 0,997$ , которому соответствуют доверительные границы, равные утроенному СКО  $\sigma$  в случае симметричного гауссова распределения.

время особенности навигационных устройств диктуют необходимость использования других, «навигационных» моделей погрешности. Особенность последних состоит прежде всего в наличии характерных составляющих, которые в первом приближении рассматриваются как гармонические с шулеровским периодом и периодами качки. Как таковые, они должны быть отнесены к систематическим погрешностям, подлежать оцениванию и устранению с помощью поправок. Однако в навигационной практике этого не делают, прежде всего потому, что спектр указанных составляющих совпадает (по меньшей мере, частично) со спектром полезного сигнала. Для нашего анализа важно другое: при более детальном рассмотрении оказывается, что эти составляющие являются полигармоническими с нестабильными (даже в пределах одного пуска) фазами и амплитудами. Более того, полигармоническая модель также не является исчерпывающей с учетом того, что источник качки – морское волнение – моделируется стохастическим процессом, зачастую нестационарным [11]. Эти факты служат основанием для рандомизации рассматриваемых составляющих и тем самым для использования в качестве первого приближения к стандартной метрологической модели.

### Решение формальной задачи

1. Наличие только случайных искажений регистрируемых сигналов:  $a_{оп} = a = 0$  (вариант 1 табл. 1).

1.1. Для получения аналитических решений, а также с учетом того факта, что любой выборочный момент является асимптотически нормальным [12], целесообразно в качестве базовой использовать следующую стохастическую модель с несмещенным нормальным (гауссовским) распределением погрешностей обоих КК:

$$\begin{cases} \varphi_{оп}(t) = \varphi_0(t) + \xi_{оп}(t), \xi_{оп}(t) \sim N(0, \sigma_{оп}^2) \text{ при любом } t = t_i; \\ \varphi(t) = \varphi_0(t) + \xi(t), \xi(t) \sim N(0, \sigma^2) \text{ при любом } t = t_i, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\varphi_0(t)$  – неизвестный действительный курс в момент времени  $t$ . При этом предполагается, что показания сличаемых КК взаимно некоррелированы:  $\text{cov}[\xi(t), \xi_{оп}(t)] = 0$  при любом  $t = t_i$ .

В этих условиях справедливо следующее выражение для дисперсии  $D_x = D[x(t)]$  разности показаний  $x(t) = \varphi(t) - \varphi_{оп}(t) = \xi(t) - \xi_{оп}(t)$  двух сличаемых КК:

$$D_x = \sigma^2 + \sigma_{оп}^2. \quad (3)$$

Выражение (3) служит основой простого критерия для проверки того, удовлетворяет ли предъявляемым требованиям действительное (остающееся неизвестным) СКО  $\sigma$  погрешности испытуемого КК. Определив выборочную дисперсию  $\tilde{D}_x$  разностей  $x_i = \varphi_i - \varphi_{оп,i}$  дискретных показаний КК

$$\tilde{D}_x = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 / (n - 1), \quad (4)$$

где  $\bar{x} = n^{-1} \cdot \Sigma x_i$ , и учитывая ее близость к дисперсии генеральной совокупности (3), сравниваем ее с суммой норм для дисперсий погрешностей КК, которую принимаем в качестве допустимого верхнего предела оценки (4). В случае превышения указанной нормативной границы

$$\tilde{D}_x > \sigma_{max}^2 + \sigma_{оп,max}^2, \quad (5')$$

где  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{оп,max}$  – нормы на СКО погрешностей испытуемого и опорного КК, испытуемый КК гарантированно негоден, поскольку тогда однозначно  $\sigma > \sigma_{max}$ . Однако для подтверждения годности испытуемого КК указанную границу следует несколько ужесточить, проверяя

$$\tilde{D}_x \leq \sigma_{max}^2 + M^2 \cdot \sigma_{оп,max}^2, \quad (5'')$$

где коэффициент  $M = \inf\{\sigma_{оп} / \sigma_{оп,max}\} \approx 1$  определяет зону нечувствительности критерия, ширина которой пропорциональна  $1-M$  и при нахождении в которой невозможно однозначно ответить на вопрос о годности/негодности устройства.

Следует отметить, что критерий (5) в приведенной выше форме инвариантен к виду распределений погрешностей КК и в этом смысле далеко выходит за рамки модели (2). Однако он игнорирует возможную случайную погрешность оценки суммарной дисперсии (4), то есть носит детерминированный характер. Тем не менее важнейшими показателями эффективности этого (как и любого) критерия служат вероятности ошибок контроля или риски поставщика и потребителя.

Риск поставщика  $\alpha$ , то есть вероятность забраковать годное СИ

$$\alpha = P\left\{\tilde{D} > \sigma_{max}^2 + \sigma_{rs,max}^2 \mid \sigma^2 \leq \sigma_{max}^2\right\}, \quad (6)$$

равен

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{n} \cdot k^2 \cdot (\mu^2 - 1)}{2 \cdot (k^2 + 1)}\right], \quad (7)$$

где  $n$  – количество измерений;  $\mu$  – отношение нормы точности СИ к действительному значению  $\sigma$ ;  $k$  – отношение действительного значения  $\sigma$  к действительному значению  $\sigma_{оп}$ .

Риск потребителя  $\beta$ , то есть вероятность принять негодное СИ

$$\beta = P\left\{\tilde{D}_x \leq \sigma_{max}^2 + M^2 \cdot \sigma_{rs,max}^2 \mid \sigma^2 \geq \sigma_{max}^2\right\}, \quad (8)$$

равен

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{n}}{2} \left(\frac{k^2 \cdot \mu^2 + M^2}{k^2 + 1} - 1\right)\right] + \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{n}}{2}\right]. \quad (9)$$

С использованием (7) и (9) построены зависимости рисков  $\alpha$  и  $\beta$  от параметров контроля  $k$ ,  $\mu$  и  $M$  при различных объемах выборки  $n$ . Примеры указанных зависимостей приведены на рис. 1, 2<sup>1</sup>.

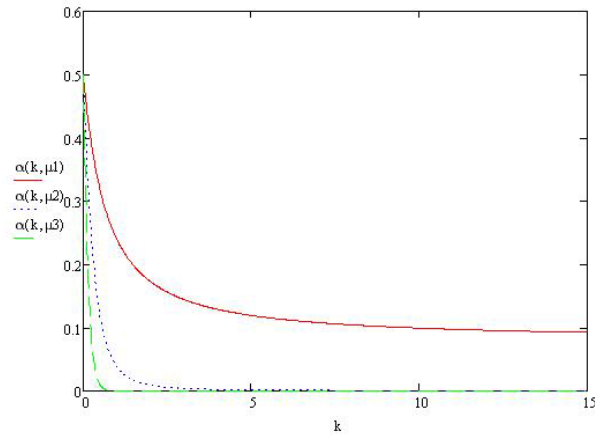


Рис. 1. График зависимости вероятности забраковать годное СИ от соотношения точностей эталона и СИ при различных  $\mu$  ( $\mu_1 = 1,2$ ;  $\mu_2 = 1,5$ ;  $\mu_3 = 2$ ) и при  $n = 100$

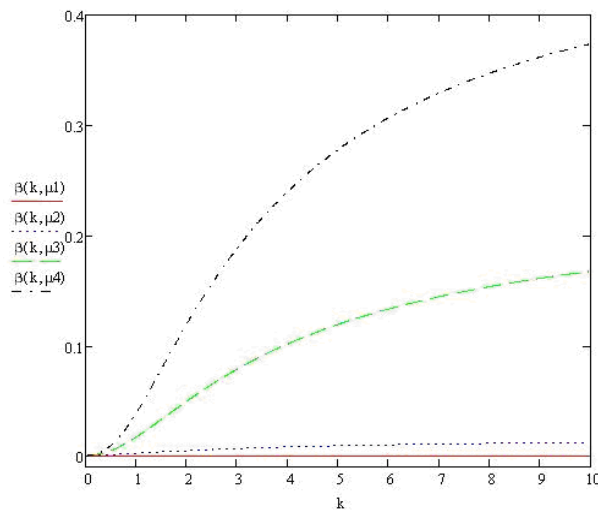


Рис. 2. График зависимости вероятности принять негодное СИ от соотношения точностей эталона и СИ при различных  $\mu$  ( $\mu_1 = 0,5$ ,  $\mu_2 = 0,7$ ,  $\mu_3 = 0,9$ ,  $\mu_4 = 1$ ) и при  $n = 100$ ,  $M = 0,5$

Более детальный (и прямой) критерий проверки основан на нахождении  $\sigma$  как действительной точностной характеристики испытуемого КК. Поскольку экспериментально может быть найдена лишь выборочная оценка СКО, то решающее значение приобретает точность указанной оценки. В самом деле, для определения того, соответствует ли действительное СКО установленной норме, понадобится, опираясь на полученную выборочную оценку, определить практически достоверную верхнюю границу действительного СКО. Таковой может служить доверительная граница для выборочного СКО при доверительной вероятности, близкой к единице. Соответственно, для определения доверительной границы нужно оценить дисперсию выборочного СКО.

<sup>1</sup> Расчеты и построение графиков выполнены К. С. Гороховским.



Для нахождения выборочной оценки СКО испытываемого КК и ее дисперсии заменим в (3) моменты распределений их оценками и получим из преобразованного выражения (сохранив прежние обозначения  $\sigma$ ,  $\sigma_{\text{оп}}$  для оценок СКО погрешностей сличаемых КК) формулу для вычисления оценки  $\sigma$ :

$$\sigma = \sqrt{\tilde{D}_x - \sigma_{\text{оп}}^2}. \quad (10)$$

Приняв во внимание следующую известную оценку [12, 13] дисперсии  $D(\tilde{D}_x)$  эмпирической дисперсии (4) в случае гауссовой модели (2)

$$D(\tilde{D}_x) = 2n^{-1}(\tilde{D}_x)^2 + O(n^{-2}), \quad (11)$$

можно получить искомую оценку дисперсии оценки (10) при условии значимости случайных погрешностей в ходе предварительного оценивания параметра  $\sigma_{\text{оп}}^2$ , которые будем характеризовать их выборочной дисперсией  $D(\sigma_{\text{оп}}^2)$ :

$$D(\sigma) = \frac{\tilde{D}_x}{4(1 - \sigma_{\text{оп}}^2 / \tilde{D}_x)} \left[ \frac{2}{n} + \frac{D(\sigma_{\text{оп}}^2)}{(\tilde{D}_x)^2} \right] + O(n^{-3/2}), \quad (12)$$

где  $\tilde{D}_x$  соответствует (4)<sup>1</sup>. Отметим также, что параметры  $\sigma_{\text{оп}}^2$  и  $\tilde{D}_x$  определяются на основе данных из совершенно различных экспериментов, что позволяет (аналогично (3)) при выводе формулы (12) не учитывать «корреляционное» слагаемое.

Исходя из (10), (12), приходим к следующему прямому критерию проверки показателя точности испытываемого КК:

$$\sigma \pm 3\sqrt{D(\sigma)} \leq \sigma_{\text{max}}, \quad (5''')$$

где верхние знаки (включая знак равенства) соответствуют годному КК, а нижние – негодному. Этот критерий основан на том факте, что в предположении нормального закона распределения оценки  $\sigma_{\text{оп}}^2$  оценка (10) является асимптотически нормальной и асимптотически несмещенной с точностью до слагаемого  $O(n^{-1})$ .

Анализ формулы (12) показывает, что точность оценки (10) при возрастании  $n$  ограничена:

$$D(\sigma) \geq \frac{D(\sigma_{\text{оп}}^2)}{4(\tilde{D}_x - \sigma_{\text{оп}}^2)} \approx \frac{\text{const}}{(\sigma / \sigma_{\text{оп}})^2}. \quad (13)$$

Этот порог достигается практически (если принять в формуле (12) соотношение слагаемых 1:10) для числа отсчетов, равного

<sup>1</sup> Формула (12) может быть доказана различными способами, в частности на основе разложения оценки (10) в двумерный ряд Тейлора и общих свойств дисперсии.

$$n_{\max} = \frac{20 \cdot (\tilde{D}_x)^2}{D(\sigma_{\text{оп}}^2)}. \quad (14)$$

Таким образом, по мере уменьшения отношения  $\sigma/\sigma_{\text{оп}}$  (при фиксированных  $\sigma_{\text{оп}}$  и  $D(\sigma_{\text{оп}}^2)$ ) неизбежно увеличение уровня случайных погрешностей оценки (10).

Представляет интерес анализ поведения формулы (12) в зависимости от соотношения участвующих в ней параметров. Так, по мере уменьшения дисперсии  $D(\sigma_{\text{оп}}^2)$  убывает и дисперсия  $D(\sigma)$ , причем, как следует из (12), приблизительно линейно. В то же время если увеличивается отношение СКО погрешностей двух сличаемых каналов  $\sigma/\sigma_{\text{оп}}$ , то относительная дисперсия  $D(\sigma)/\sigma^2$  также ожидаемо убывает, оставаясь при этом ограниченной снизу значением  $(2n)^{-1}$ .

Поскольку оценка дисперсии по формуле (12) не использует в явном виде данные о соотношении точностей  $k = \sigma/\sigma_{\text{оп}}$  сличаемых КК, введем нормировку:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\text{оп}} = \sqrt{D(\sigma_{\text{оп}})} / E(\sigma_{\text{оп}}) \\ \varepsilon = \sqrt{D(\sigma)} / E(\sigma) \end{cases},$$

где  $E(\dots)$  – символ математического ожидания оценки, и преобразуем формулу (12) к виду

$$\varepsilon = \varepsilon(k, \varepsilon_{\text{оп}}) = \frac{1}{k^2} \sqrt{\frac{1}{2n} (1+k^2)^2 + \varepsilon_{\text{оп}}^2} + O(n^{-3/2}). \quad (12')$$

Выражение (12') представляет собой относительную точность получаемой оценки (10) СКО погрешности испытуемого канала в явной зависимости от соотношения точностей  $k$  испытуемого и опорного КК, что позволяет определить допустимые пределы для указанного соотношения.

Достаточно полное представление о поведении оценки  $\varepsilon$  дают зависимости, представленные на рис. 1, где обозначениям  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  соответствуют  $\varepsilon_{\text{оп}}, \varepsilon$ .

Полезно отметить также, что после введения относительных показателей точности  $\varepsilon_{\text{оп}}$  и  $\varepsilon$  прямой критерий (5''') существенно упрощается, а именно: если точность оценки (10) обеспечена на уровне  $\varepsilon \leq |\sigma_{\max}/\sigma - 1|/3$ , то испытуемый КК признается годным или негодным в зависимости от выполнения  $\sigma < \sigma_{\max}$  или  $\sigma \geq \sigma_{\max}$ . Если же  $\varepsilon$  превосходит указанный порог, то данный критерий неприемлем, поскольку  $\sigma$  попадает в его зону нечувствительности  $\sigma_{\max} \pm 3\sqrt{D(\sigma)}$ .

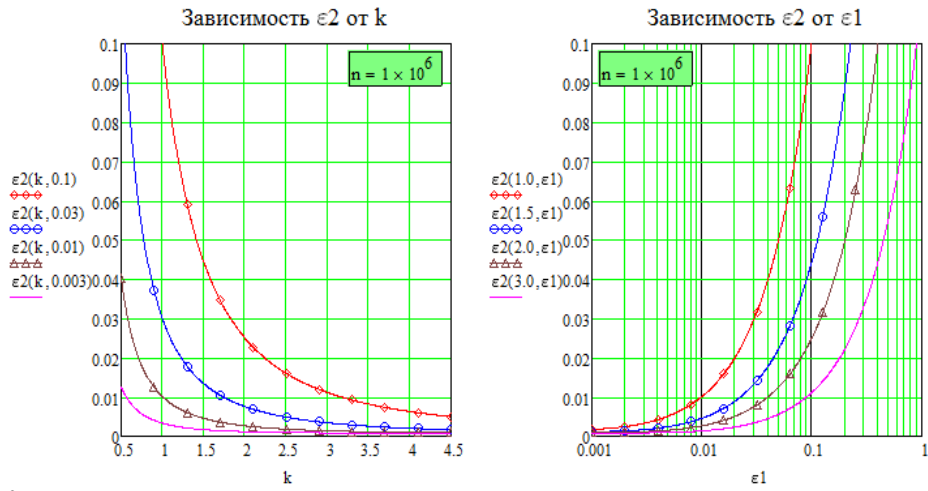
При этом для уменьшения  $\varepsilon$  до приемлемого уровня, как показывают графики на рис. 1, следует увеличить объем испытаний  $n$  в сочетании с соответствующим варьированием параметров  $k, \varepsilon_{\text{оп}}$  (при условии возможности выбора подходящего опорного КК).

Что касается доверительных границ полной погрешности испытуемого КК, то они равны  $\pm 3\sigma$  ( $P = 0,997$ ), где  $\sigma$  – оценка (10).

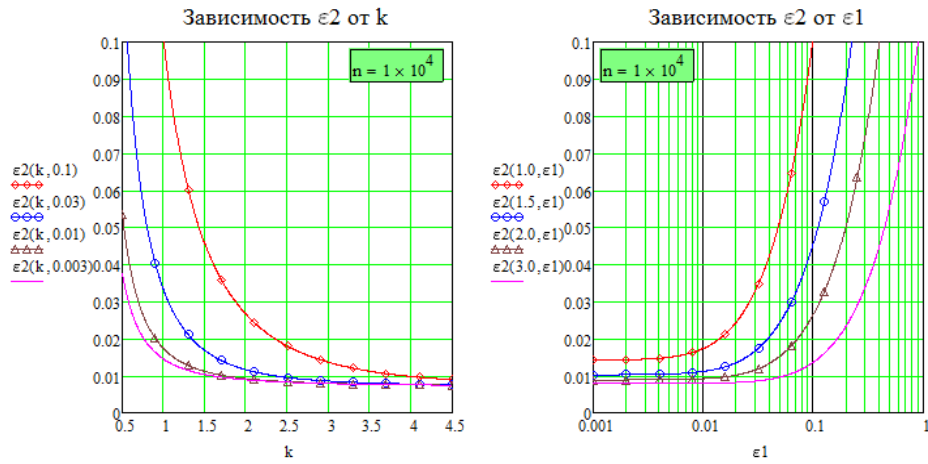
Таким образом, для рассмотренной выше имеющейся в наличии априорной информации (вариант 1 табл. 1) задача оценивания неизвестного параметра  $\sigma$ , в предположении справедливости гауссовой модели (2), полностью решается с помощью формул (4), (10), (12).

Ниже рассмотрены основные случаи нарушения предположения о гауссовости распределений случайных погрешностей одного или обоих сличаемых КК.

а)



б)



в)

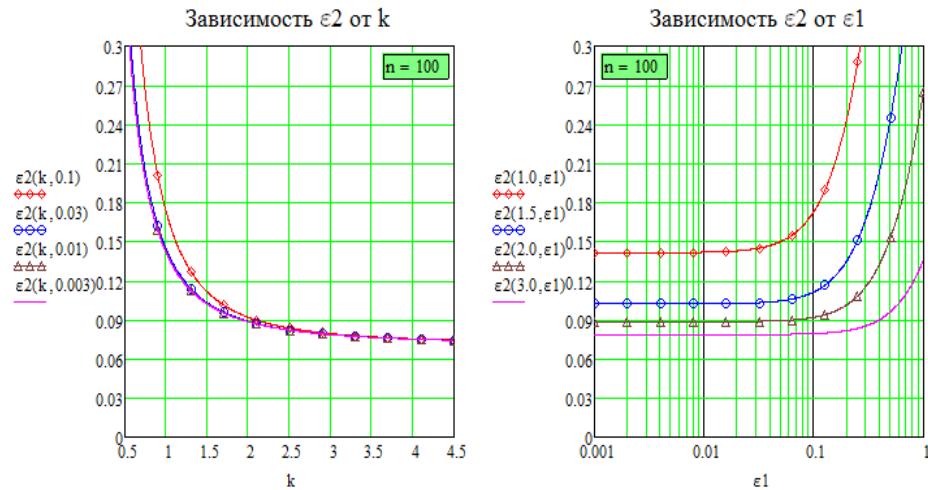


Рис. 1. Зависимости  $\epsilon_2(k)$  и  $\epsilon_2(\epsilon_1)$  при  $n = 10^6$  (а),  $10^4$  (б),  $10^2$  (в)

1.2. Если отсутствует возможность установить, что погрешность испытуемого КК имеет гауссово распределение и существует лишь некоторый интервал  $[-\Delta, \Delta]$ , в котором находятся ее реализации, вместо модели (2) следует использовать:

$$\begin{cases} \varphi_{\text{оп}}(t) = \varphi_0(t) + \xi_{\text{оп}}(t), \xi_{\text{оп}}(t) \sim N(0, \sigma_{\text{оп}}^2) \text{ при любом } t = t_i; \\ \varphi(t) = \varphi_0(t) + \xi(t), \xi(t) \sim U(-\Delta, \Delta) \text{ при любом } t = t_i, \end{cases} \quad (2a)$$

где  $U(-\Delta, \Delta)$  – равномерное<sup>1</sup> распределение вероятностей погрешности испытуемого КК,  $\Delta$  – предел модуля погрешности (который не должен превосходить заданной нормативной погрешности  $\Delta_{\text{max}}$ ). При этом для единообразия применяемых статистических методов вместо параметра  $\Delta$  ниже будем рассматривать эквивалентное ему СКО равномерного распределения  $\sigma = \Delta / \sqrt{3}$  с соответствующей нормой  $\sigma_{\text{max}} = \Delta_{\text{max}} / \sqrt{3}$ .

В этом случае остаются в силе выражения (3)–(5), (10), а соотношения (11)–(14) требуют пересмотра на основе построения композиции нормального и равномерного распределений (2a). При этом в качестве достоверного предела СКО погрешности испытуемого КК, как правило, целесообразно выбрать ее нормативный предел  $\sigma_{\text{max}}$ . Однако в случае если полученный по результатам испытаний действительный предел  $\sigma$  оказался существенно меньше нормативного, то его использование вместо  $\sigma_{\text{max}}$ , как уже обсуждалось выше, является более обоснованным.

Формула (11) уточняется на основе общего выражения для дисперсии оценки (4) в случае произвольного распределения [12]

$$D(\tilde{D}_x) = n^{-1}(\mu_4 - \mu_2^2) + O(n^{-2}), \quad (15)$$

где  $\mu_j$  –  $j$ -й центральный момент ( $j = 2, 4$ ) распределения разностей отсчетов  $x_i$  показаний КК. В условиях (2a) плотность указанного распределения задается композицией нормального и равномерного распределений и равна [12, 13]

$$p(x) = \frac{1}{2\sqrt{3}\sigma} \cdot \left[ F_0\left(\frac{x + \sqrt{3}\sigma}{\sigma_{\text{оп}}}\right) - F_0\left(\frac{x - \sqrt{3}\sigma}{\sigma_{\text{оп}}}\right) \right], \quad (16)$$

где  $\sigma$ ,  $\sigma_{\text{оп}}$  определены выше,  $F_0(\dots)$  – функция стандартного гауссова распределения. Вычислив моменты плотности распределения  $p(x)$  и подставив их в (15), получим следующую модификацию формулы (7):

$$D(\tilde{D}_x) = \frac{2}{n} \left( (\tilde{D}_x)^2 - \frac{3}{5}\sigma^4 \right) + O(n^{-2}). \quad (11a)$$

Анализируя эту формулу, следует специально отметить, что в рамках модели (2a) фактическая дисперсия оценки  $\tilde{D}_x$  может быть значительно меньше значе-

<sup>1</sup> Если погрешность задана своими пределами, то наилучшим среди одномодальных является именно равномерное распределение [14].

ния, получаемого на основе модели (2) (в случае ее принятия), особенно при существенно различных  $\sigma_{\text{оп}}$  и  $\sigma$ . Так, при  $k \approx 3$  оценка (11а) вдвое меньше оценки (11). Таким образом, недостаточно обоснованный выбор моделей погрешностей КК может привести к ошибочным оценкам достоверности полученных результатов испытаний.

Далее, опираясь на (11а), получаем следующую модифицированную оценку дисперсии оценки (10):

$$D(\sigma) = \frac{\tilde{D}_x}{4(1 - \sigma_{\text{оп}}^2 / \tilde{D}_x)} \left[ \frac{2}{n} \left( 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sigma^4}{(\tilde{D}_x)^2} \right) + \frac{D(\sigma_{\text{оп}}^2)}{(\tilde{D}_x)^2} \right] + O(n^{-3/2}), \quad (12a)$$

из которой получаем выражение (13а), совпадающее с (13), а также

$$n_{\text{max}} = \frac{20 \cdot (\tilde{D}_x)^2}{D(\sigma_{\text{оп}}^2)} \left( 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sigma^4}{(\tilde{D}_x)^2} \right). \quad (14a)$$

Соответственно остаются в силе и сделанные выше выводы с учетом отличий, полученных в формулах (11а)–(14а). Кроме того, может быть при необходимости модифицирован критерий (5) в обеих приведенных выше формах.

Доверительные границы полной погрешности испытуемого КК в данном случае равны  $\pm \sqrt{3} \sigma$  ( $P = 0,997$ ), где  $\sigma$  – оценка (10).

1.3. В том случае, когда погрешность опорного КК задана своими границами  $\pm \Delta_{\text{оп}}$ , аналогично (2а) имеем:

$$\begin{cases} \varphi_{\text{оп}}(t) = \varphi_0(t) + \xi_{\text{оп}}(t), \xi_{\text{оп}}(t) \sim U(-\Delta_{\text{оп}}, \Delta_{\text{оп}}) \text{ при любом } t = t_i; \\ \varphi(t) = \varphi_0(t) + \xi(t), \xi(t) \sim N(0, \sigma^2) \text{ при любом } t = t_i, \end{cases} \quad (2б)$$

где  $\sigma_{\text{оп}} = \Delta_{\text{оп}} / \sqrt{3}$  – известно;  $\sigma$  подлежит оцениванию. Для этого случая, как и выше, могут быть получены модифицированные формулы (5б), (10б)–(14б).

Доверительные границы полной погрешности испытуемого КК в данном случае совпадают с таковыми для условий раздела 1.1.

1.4. В отсутствие оснований для представления погрешности обоим сличаемых КК с помощью гауссова распределения следует также использовать равномерное распределение, аналогично моделям (2а) и (2б):

$$\begin{cases} \varphi_{\text{оп}}(t) = \varphi_0(t) + \xi_{\text{оп}}(t), \xi_{\text{оп}}(t) \sim U(-\Delta_{\text{оп}}, \Delta_{\text{оп}}) \text{ при любом } t = t_i; \\ \varphi(t) = \varphi_0(t) + \xi(t), \xi(t) \sim U(-D, D) \text{ при любом } t = t_i, \end{cases} \quad (2в)$$

где  $\sigma_{\text{оп}} = \Delta_{\text{оп}} / \sqrt{3}$  – известно;  $\sigma = \Delta / \sqrt{3}$  подлежит оцениванию. Здесь также можно получить модифицированные формулы (5в), (10в)–(14в).

Доверительные границы полной погрешности испытуемого КК в данном случае совпадают с таковыми для условий раздела 1.2.

Таким образом, в рассмотренных случаях нарушения предположения о гауссовости распределений случайных погрешностей сличаемых КК сохраняется

вывод о разрешимости задачи оценивания неизвестного параметра  $\sigma$  для варианта 1 табл. 1 с помощью формул (4), (10), (12) или их модификаций, аналогичных (12а). Доверительные границы полной погрешности испытуемого КК могут быть найдены по формулам, указанным выше.

2. Наличие у опорного КК только случайных ( $a_{оп} = 0$ ), а у испытуемого КК – как случайных, так и неизвестных постоянных систематических искажений сигналов:  $a = \text{const}$  (вариант 2 табл. 1).

Под указанными искажениями понимается как неточная начальная выставка нуля, так и постоянная погрешность в конкретном пуске<sup>1</sup> испытуемого КК. Таким образом, в качестве базовой принимается смещенная стохастическая модель с гауссовым распределением погрешностей

$$\begin{cases} \varphi_{оп}(t) = \varphi_0(t) + \xi_{оп}(t), \xi_{оп}(t) \sim N(0, \sigma_{оп}^2) \text{ при любом } t = t_i; \\ \varphi(t) = \varphi_0(t) + \xi(t), \xi(t) \sim N(a, \sigma^2) \text{ при любом } t = t_i \end{cases} \quad (2\Gamma)$$

в предположении, что показания сличаемых ИНС считаются некоррелированными:  $\text{cov}[\xi_{оп}(t), \xi(t)] = 0$  при любом  $t = t_i$ . При этом математическое ожидание  $a$  неизвестно, однако интересует нас, как правило, не само по себе, а с точки зрения корректного оценивания как  $\sigma$ , так и границ доверительного интервала ( $a \pm K(P) \cdot \sigma$ ;  $P, F$ ) полной погрешности испытуемого КК ( $F = N$ ).

Очевидно, что в этих предположениях для дисперсий по-прежнему справедливо соотношение (3), а значит – (10). Наряду с этим по причине постоянства сдвига  $a$  параметр  $D_x$  допускает оценивание по той же формуле (4). А поскольку формула (11) носит универсальный характер, то оценка дисперсии оценки (10) – формула (12) – также остается в силе. Следует добавить, что критериальные выражения (5) могут быть модифицированы с учетом условий данного раздела.

Кроме того, возвращаясь к формуле (4), заметим, что использованное в ней выражение для  $\bar{x}$  является оценкой сдвига нуля  $a$  испытуемого КК. Таким образом, доверительные границы  $a \pm K(P) \cdot \sigma$  его полной погрешности в этом случае равны ( $P = 0,997$ )

$$\begin{cases} \Delta_{\text{дов, н}} = \bar{x} - 3 \cdot \sqrt{\tilde{D}_x - \sigma_{оп}^2} \\ \Delta_{\text{дов, в}} = \bar{x} + 3 \cdot \sqrt{\tilde{D}_x - \sigma_{оп}^2} \end{cases} \quad (17)$$

Случаи распределений погрешностей, отличных от гауссовых, могут быть рассмотрены аналогично 1.2–1.4, с последующим внесением соответствующих корректив в коэффициент  $K = 3$  при оценке  $\sigma$  в формулах (17).

3. Наличие у опорного КК только случайных ( $a_{оп} = 0$ ), а у испытуемого – случайных и постоянных систематических искажений сигналов, причем последние могут изменяться от пуска к пуску:  $a \in [a_n, a_v]$  (вариант 3 табл. 1).

В данном случае для решения задачи обработки данных, полученных путем сличений КК, следует (и возможно) использовать изложенную выше методологию разделов 1 и 2. Если требуется оценить только  $\sigma$ , то необходимо  $m$  раз повторить вариант 2 (при различных  $a$ ) и взять наихудшие из оценок по формулам

<sup>1</sup> Если обработке подвергаются данные, полученные в нескольких пусках, то предполагается постоянство  $a$  от пуска к пуску.

(4), (12). Если же нас интересует полная погрешность, то ищем доверительные границы вида  $a \pm K(P) \cdot \sigma$  (также наихудшие для  $m$  пусков), где коэффициент  $K(P)$  соответствует нормальному (аналогично разделам 1.1, 1.3) или равномерному (аналогично разделам 1.2, 1.4) распределениям.

### Модельный пример обработки данных сличений КК

Развитый выше подход к оцениванию точности испытуемого КК путем его сличений с опорным курсовым каналом иллюстрируется результатами следующего модельного эксперимента.

С помощью датчика случайных чисел, распределенных по нормальному закону, генерированы две выборки объемом  $n$  каждая с заданными СКО  $\sigma = 1$  и  $\sigma_{оп} = 0,67$  при их отношении  $k = 1,5$ . Далее образована разностная выборка, по которой оценено СКО  $\sigma$  в предположении точно известного (заданного)  $\sigma_{оп}$ . Далее для заданного  $\varepsilon_{оп}$  рассчитаны теоретическое (по формуле (12')) и модельное (по формулам (10)–(12)) значения  $\varepsilon$ . Расчеты проведены для двух значений  $n = 100, 10^6$  и двух значений  $\varepsilon_{оп} = 0,3, 0,001$ . Для придания сравнению значений  $\varepsilon$  статистического смысла указанная процедура повторена 20 раз для каждой пары  $\{\varepsilon_{оп}, n\}$ . В результате получены граничные модельные значения  $\varepsilon$ , относительно которых теоретическое значение имеет смысл математического ожидания. Данные эксперимента сведены в табл. 2.

Кроме того, для сравнения приведены также результаты аналогичного моделирования для  $k = 3$  (что традиционно считается заведомо достаточным для достоверности сличений) и для  $k = 1$ , при этом было сохранено исходное значение СКО испытуемого КК  $\sigma = 1$ .

Т а б л и ц а 2

$k$	$\varepsilon_{оп}$	$n = 100$			$n = 10^6$		
		Оценка $\sigma$	Модельное $\varepsilon$	Теоретическое $\varepsilon$	Оценка $\sigma$	Модельное $\varepsilon$	Теоретическое $\varepsilon$
1,0	0,3	1±0,91	0,26–0,52	0,33	1±0,82	0,298–0,301	0,3000
	0,001	1±0,32	0,12–0,19	0,14	1±0,0041	0,001725–0,001736	0,001732
1,5	0,3	1±0,45	0,14–0,23	0,17	1±0,34	0,133–0,134	0,1333
	0,001	1±0,27	0,09–0,12	0,10	1±0,0023	0,001112–0,001116	0,001114
3,0	0,3	1±0,21	0,083–0,095	0,085	1±0,08	0,0333–0,0334	0,03334
	0,001	1±0,17	0,077–0,082	0,079	1±0,0015	0,000793–0,000794	0,0007935

В табл. 2 выбранные значения  $n$  и  $\varepsilon_{оп}$  охватывают каждый довольно широкий (близкий к практически предельному) диапазон. Видно, что средние (по повторным выборкам) значения оценок  $\sigma$  испытуемого КК практически совпадают с заданным перед моделированием значением  $\sigma = 1$ . При этом степень их разброса ожидаемо уменьшается по мере роста  $n$  и уменьшения  $\varepsilon_{оп}$ . Важно, что теоретические значения рассматриваемого в данной статье показателя точности  $\varepsilon$  действительно близки к средним выборочным модельным значениям, причем они тем ближе, чем меньше разброс выборочных значений, а последнее прямо связано с ростом  $n$  и уменьшением  $\varepsilon_{оп}$ , что совершенно естественно.

Заметим при этом, что удовлетворительные по точности оценки  $\sigma$  получены при отношении  $k = 1,5$ , которое традиционно считается недопустимо малым. Более того, если доступно опорное устройство, аттестованное с погрешностью

$\varepsilon_{оп} \leq 0,01$ , а также допустимо увеличение объема испытаний до  $n \geq 10^4$ , то соотношение  $k = 1$  также дает вполне приемлемые результаты с относительной погрешностью  $\varepsilon < 0,02$ . Другими словами, путем варьирования одновременно всех трех параметров  $\{n, \varepsilon_{оп}, k\}$  мы получаем возможность перераспределять их вклад в результирующую точность оценки целевого параметра  $\sigma$  в соответствии с формулой (12').

Таким образом, можно констатировать, что модельный эксперимент подтвердил хорошее согласие полученных в работе выводов с положенными в их основу предположениями.

### **Заключение**

Анализ и формализация задачи проведения испытаний курсового канала путем его сличений с опорным КК показывают, что задача принципиально может быть решена, то есть оценки характеристик погрешности испытуемого КК могут быть получены с требуемым качеством. Традиционное условие эталонирования как определенное соотношение точностей опорного и испытуемого КК уточнено и расширено. Показано, что необходимым и достаточным условием решения задачи служит наличие оценок характеристик погрешности опорного КК, точность которых должна быть не ниже определенного уровня, который зависит от соотношения точностей сличаемых КК. Это позволяет существенно модифицировать диапазон приемлемых соотношений точности в сторону его понижения.

Полученные теоретические соотношения и зависимости могут служить основой для разработки методик сличений конкретных курсовых каналов и при определенных в работе условиях позволяют решить практически проблему эталонирования в ходе испытаний КК в море. При этом следует иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, использование априорных сведений о погрешностях опорного канала (нормативного или действительных, полученных в предшествующих пусках показателей) привносит некоторую неопределенность в выводы по результатам сличений, заставляя говорить о вероятностном характере этих выводов. Во-вторых, вывод об ослаблении требований к соотношению погрешностей опорного и испытуемого КК с ростом количества экспериментальных данных не отменяет необходимости ограничения сверху частоты фиксации данных исходя из частного состава погрешностей КК и спектра полезного сигнала (динамики судна).

Направлением дальнейших исследований должно стать прежде всего решение формальных задач, связанных с другими по характеру показателями точности сличаемых КК (отличными от приведенных в табл. 1). На основе результатов решения задач должна быть разработана типовая методика сличений курсовых каналов при испытаниях. Для разработки типовой методики необходимо решить ряд вопросов, обусловленных особенностями КК как объектов сличений. Прежде всего, это определение объема подвергаемых обработке выборок для каждого сличаемого КК с учетом требования стационарности процесса выработки данных в условиях произвольного маневрирования судна. Далее следует проанализировать влияние на результаты сличений процедур калибровки КК, в особенности опорного КК, на предприятии-изготовителе ИНС. Наконец, нужно обосновать требования к процедуре начальной выставки сличаемых КК на судне и синхронизации их показаний. Решение указанных вопросов позволит обеспечить эффективность мореходных испытаний ИНС в части опреде-



ления точности выработки курса испытуемой ИНС. Кроме того, необходимо продолжить исследования, расширив стандартную модель погрешности, положенную в основу указанных выше формальных задач.

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований  
(проект 16-08-00082).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Практическое кораблевождение.** Кн. 1 / Ред. А. Н. Мотрохов. М.: ГУНИО МО СССР, 1989.
2. <http://podlodka.info/education/35-technical-aids-to-navigation/403-gyro-course-detector-gku1.html>
3. [http://knowledge.allbest.ru/transport/3c0b65625b3bd69b5c53b89421316c27\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/transport/3c0b65625b3bd69b5c53b89421316c27_0.html)
4. **Маликов М.Ф.** Основы метрологии. М.: Коммерприбор, 1949. 481 с.
5. **ГОСТ 8.017-79 ГСИ.** Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений избыточного давления до 250 МПа.
6. **ГОСТ 8.558-2009 ГСИ.** Государственная поверочная схема для средств измерений температуры.
7. **ГОСТ 8.569-2000 ГСИ.** Ваттметры СВЧ малой мощности диапазона частот 0,02–178,6 ГГц. Методика поверки и калибровки.
8. **ГОСТ Р 50856-96** Измерители скорости движения транспортных средств радиолокационные. Общие технические требования. Методы испытаний.
9. **МИ 2573-2000 ГСИ.** Теплосчетчики для водяных систем теплоснабжения. Методика поверки. Общие положения.
10. **НД № 2-020101-083** Правила по оборудованию морских судов. СПб: Российский морской регистр судоходства, 2015.
11. **Рахманин Н.Н.** Динамика моря: Стохастическое описание морской поверхности. Курс лекций. СПб., 1993. 65 с.
12. **Крамер Г.** Математические методы статистики. М.: ИЛ, 1948. 648 с.
13. **Грановский В.А., Сирая Т.Н.** Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.
14. **Rabinovich S.G.** Measurement errors and uncertainties: theory and practice, 2<sup>nd</sup> ed., Springer-Verlag, N.Y., 2000.

---

**Granovskii V.D., Kudryavtsev M.D., Untilov A.A.** (Concern CSRI Elektropribor JSC, St. Petersburg, Russia)

Comparison Tests of INS Heading Channel. Reference Channel with Zero Systematic Error. *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2017. Vol. 25. No.3. P. 97–114.

**Abstract.** A problem of testing an inertial navigation system (INS) to verify its compliance with the requirements for its heading channel accuracy by comparing it to a reference INS with known accuracy parameters is discussed. It is demonstrated that the decisive condition for successful testing is a combination of two indicators: ratio of errors of tested and reference heading channels, and accuracy of reference channel error estimation. Formulae have been derived for the case of zero systematic error of reference heading channel, which facilitate the comparison results estimation.

**Key words:** inertial navigation systems, reference heading channel, systematic error.

#### REFERENCES

1. **Prakticheskoe korablevozhdenie** (*Practice of Marine Navigation*), Book 1, under editorship of A.N. Motrokhov, GUNiO MO SSSR, Moscow, 1989.
2. <http://podlodka.info/education/35-technical-aids-to-navigation/403-gyro-course-detector-gku1.html>
3. [http://knowledge.allbest.ru/transport/3c0b65625b3bd69b5c53b89421316c27\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/transport/3c0b65625b3bd69b5c53b89421316c27_0.html)

4. **Malikov, M.F.**, *Osnovy Metrologii* (Fundamentals of Metrology), Kommerpribor, Moscow, 1949, 481 p.
5. **GOST 8.017-79** State system for ensuring the uniformity of measurements. State primary standard and all-union verification schedule for means measuring excessive pressure up to 250 MPa.
6. **GOST 8.558-2009** State system for ensuring the uniformity of measurements. State primary standard and all-union verification schedule for means measuring temperature.
7. **GOST 8.569-2000** State system for ensuring the uniformity of measurements. Low-power SHF wattmeters of frequency range 0.02-178.6 GHz. Verification and calibration methods.
8. **GOST R 50856-96** Radar meters of the speed of vehicles. Basic technical requirements. Testing methods.
9. **MI 2573-2000** State system for ensuring the uniformity of measurements. Heat meters for heat supply water systems. Verification methodology. General provisions.
10. **ND No. 2-020101-083** Regulations for marine vessels equipment, Russian Maritime Register of Shipping, St. Petersburg, 2015.
11. **Rakhmanin, N.N.**, *Dinamika morya: Stokhasticheskoe opisanie morskoi poverkhnosti. Kurs lektsii* (Sea Dynamics: Stochastic Description of Sea Surface. Course of Lectures), St. Petersburg, 1993, 65 pages.
12. **Kramer, G.**, *Matematicheskie metody statistiki* (Mathematical Methods in Statistics), IL, Moscow, 1948, 648 p.
13. **Granovskii, V.A., Siraya, T.N.**, *Metody obrabotki eksperimental'nykh dannykh pri izmereniyakh* (Methods of Experimental Data Processing during Measurements), Energoatomizdat, Leningrad, 1990, 288 p.
14. **Rabinovich S.G.** Measurement errors and uncertainties: theory and practice, 2<sup>nd</sup> ed., Springer-Verlag, N.Y., 2000.

Материал поступил 02.12.2015