

В.В. ТИХОМИРОВ, А.А. ДЗУЕВ, **В.П. ГОЛИКОВ**, А.В. ТРЕБУХОВ

КАЛИБРОВКА БИНС С БЛОКОМ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ, ЗАКРЕПЛЕННЫМ НА АМОРТИЗАТОРАХ

В статье рассматривается задача оценки влияния подвижности блока инерциальных датчиков (БИД), установленного на амортизаторах, на точность калибровки гироскопов бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). С использованием алгебраической формы метода наименьших квадратов по данным калибровочных экспериментов оцениваются угловые отклонения БИД. Строится математическая модель движения блока с учетом его относительной подвижности, и оценивается влияние этой подвижности на точность калибровки гироскопов.

Ключевые слова: блок инерциальных датчиков БИНС, акселерометр, гироскопический датчик угловой скорости, калибровка, метод наименьших квадратов.

Введение

При установке БИНС на подвижных объектах, в частности летательных аппаратах, возникает необходимость использования системы амортизации, препятствующей передаче больших механических возмущений на БИД, что приводит к его угловой подвижности относительно корпуса БИНС и носителя. На режим счисления координат носителя подвижность блока не оказывает влияния, но при этом снижается точность определения углов ориентации объекта.

Калибровку некоторых типов инерциальных датчиков предпочтительней проводить в составе навигационной системы, которая оснащена системой амортизации. В частности, осуществление процедуры калибровки блока кольцевых лазерных гироскопов (с вибрационным подвесом) без системы амортизации будет сопряжено с рядом проблем, обусловленных дополнительными требованиями к технологической оснастке для крепления БИД на испытательном стенде.

Необходимо отметить ряд особенностей, связанных с калибровкой БИД в составе БИНС. При калибровке акселерометров нет необходимости учитывать подвижность блока, так как она проводится в некотором наборе неподвижных положений системы, и не требуется точной угловой ориентации в том случае, когда не определяется ориентация БИД относительно корпуса системы, на что указано, например, в работах [1, 2]. При калибровке датчиков угловых скоростей (ДУС), осуществляемой при достаточно интенсивных движениях блока,

Тихомиров Владимир Викторович. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной механики и управления механико-математического факультета, МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва).

Дзуев Астемир Адамович. Кандидат технических наук, математик, АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса» (г. Раменское, Московская область).

Голиков Валерий Петрович. АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса».

Требухов Андрей Викторович. Генеральный директор, АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса».

его подвижность может снижать точность оценок параметров погрешностей. Это обусловлено тем, что при калибровке ДУС исходной информацией для определения параметров погрешностей являются угловая ориентация поворотного стола стенда и его угловая скорость. При податливости амортизаторов БИД углы его ориентации могут отличаться от заданных углов поворота стола стенда, что приводит к погрешностям оценок параметров ДУС. Указанная особенность приводит к необходимости оценки угловых смещений блока относительно корпуса БИНС для определения допустимости их с точки зрения точности калибровки ДУС или необходимости изменения методики калибровки.

Задаче калибровки ДУС посвящено большое количество публикаций. Среди них можно отметить работы, посвященные как инвариантной методике калибровки [3–5] с использованием измерений БИД, так и методике калибровки на основе навигационного решения [7–13]. В частности, в [6, 7] авторы приводят результаты полунатурного моделирования и экспериментальных исследований, которые позволяют сделать вывод, что использование инвариантного подхода дает возможность с высокой точностью определить систематические составляющие дрейфов кольцевых лазерных гироскопов высокоточных БИНС как авиационного, так и ракетного назначения. При этом инвариантный подход не обеспечивает точное определение погрешностей масштабных коэффициентов и углов неортогональности осей чувствительности кольцевых лазерных гироскопов. Для точного определения указанных параметров в [6] используется способ калибровки с привлечением измерений датчиков угла положения точного двухстепенного испытательного стенда, а в [7] – способ калибровки с использованием навигационного решения. Процедура калибровки на основе навигационного решения осуществляется по параметрам ориентации и навигации, считаемым навигационной системой в ходе проведения калибровочных экспериментов.

Целью работы является косвенная оценка погрешностей определения инструментальных погрешностей ДУС, обусловленных угловой подвижностью блока инерциальных датчиков во время калибровки. Сравнительный анализ результатов калибровки ДУС для случая закрепления блока без системы амортизации и с системой амортизации будет сопряжен с рядом труднопреодолимых технических проблем.

В предлагаемой работе оценка угловых смещений блока проводится по данным акселерометров после калибровки и проведения алгоритмической компенсации их погрешностей. Методика такой калибровки аналогична методике калибровки БИНС на грубых испытательных стендах [14], при этом выполнение калибровочных экспериментов на точном стенде дает возможность оценить угловые смещения блока в процессе его движения. Использование данных акселерометров, имеющих случайную составляющую погрешности, обуславливает необходимость решения задачи оценивания в стохастической постановке. Широко распространенным методом решения задач такого типа является метод наименьших квадратов в рекуррентной форме (фильтр Калмана) или в алгебраической. В настоящей работе рассматривается решение задачи с использованием метода наименьших квадратов в алгебраической форме [15].

Постановка задачи

Задача оценки влияния угловой подвижности БИД на точность калибровки ДУС разбивается на две. Первая заключается в том, чтобы по выходным данным акселерометров оценить величины углов отклонения приборного трехгранника от

корпуса БИНС для их использования при калибровке ДУС. Вторая – в том, чтобы провести оценку влияния этих угловых смещений на точность калибровки ДУС.

Обозначим через $Mz_1z_2z_3$ систему координат приборного трехгранника, к осям которого после алгоритмической компенсации приводятся измерения акселерометров. Считается, что приборный трехгранник $Mz_1z_2z_3$ связан с БИД.

Точка М является приведенной чувствительной массой инерциальной навигационной системы. Предполагается, что оси чувствительности акселерометров не меняют своей ориентации относительно приборного трехгранника. С поворотным столом двухстепенного стенда свяжем систему координат $s_1s_2s_3$. Примем, что точность задания ориентации стола стенда относительно географической системы координат значительно выше требуемой точности калибровки ДУС. Точность стенда, использованного при проведении экспериментальных работ, заявленная в документации, составляет 5". Требуемая точность калибровки ДУС для угловых погрешностей ориентации их осей чувствительности – 10", точность оценки масштабного коэффициента для нормированной угловой скорости составляет 50 ppm (0,005%), что при использовании нормированного сигнала дает соответствующую угловую погрешность не более 10". Со стенда поступают данные об углах его поворота и угловой скорости.

Оценка угловых отклонений блока осуществляется по данным калибровочных экспериментов, в ходе которых вращение блока происходит с постоянной угловой скоростью вокруг горизонтальной оси, направленной на север. Пусть это будет ось s_1 , которая близка к оси z_1 , а ось z_2 близка к оси стола стенда s_2 , направленной вверх по вертикали. Все полученные результаты для эксперимента с вращением вокруг оси s_1 могут быть перенесены на случаи поочередного вращения вокруг каждой из трех осей систем координат стола стенда и приборного трехгранника.

Оценка углов отклонения блока инерциальных датчиков

Определение углов отклонения приборного трехгранника БИНС от системы координат стола стенда при его вращении в процессе калибровки проводится по измерениям проекции силы тяжести на оси чувствительности акселерометров. При этом предполагается, что акселерометры неподвижны относительно блока, а их сигналы не имеют временного запаздывания. Если считать эти углы малыми, выходные данные акселерометров представляются линейными функциями с известными коэффициентами, зависящими от параметров движения стола стенда, что позволяет поставить задачу определения этих углов методом наименьших квадратов в стандартной постановке:

$$Z = HX + R, \quad (1)$$

где Z – вектор измерений; H – матрица, определяемая параметрами движения; X – вектор оцениваемых параметров; R – вектор случайных погрешностей измерений.

Алгоритмическая компенсация погрешностей акселерометров осуществляется по их измерениям, полученным в ходе проведения калибровочных экспериментов. При вращении стола, кроме составляющих силы тяжести, на чувствительные массы акселерометров действуют: составляющие от переносной силы инерции,

связанной с вращением блока; центробежная сила, направленная к оси вращения; тангенциальная составляющая, связанная с угловым ускорением стола. Силы Кориолиса в рассматриваемой задаче не учитываются из-за их малости. Считается, что направление оси вращения стола станда известно с большой точностью и не меняется со временем. Расстояние от чувствительных масс акселерометров до оси вращения неизвестно. При вращении блока с угловой скоростью ω вокруг оси s_1 проекции удельной силы тяжести на оси стола станда имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{s1} &= 0, \\ a_{s2} &= g \cos \psi - r\omega^2 \cos k + \dot{\omega} r \sin k, \\ a_{s3} &= -g \sin \psi - r\omega^2 \sin k + \dot{\omega} r \cos k, \end{aligned} \quad (2)$$

где g – ускорение силы тяжести; k – угол между направлением на ось вращения станда и осью s_2 ; r – расстояние от оси вращения станда до приведенной чувствительной массы акселерометров; ψ – угол поворота стола станда.

Ось вращения станда неподвижна в системе координат стола станда, перпендикулярна плоскости Ms_2s_3 и пересекает ее в некоторой точке. Эту точку можно определить относительно приведенной чувствительной массы инерциальной навигационной системы двумя независимыми параметрами, например длиной вектора и углом его ориентации относительно какой-то оси стола станда, лежащей в рассматриваемой плоскости. К таким же независимым параметрам относятся две проекции этого вектора на оси системы координат стола станда, что в дальнейшем облегчает решение задачи оценивания. Приблизительные величины этих параметров можно узнать из документации на станд и систему, однако такая работа не проводилась, так как нет необходимости получения начального приближения.

Введем обозначения $r_1 = r \cos k$ и $r_2 = r \sin k$. Обозначим через $\beta_i, i=1,2,3$ углы Крылова, задающие ориентацию приборного трехгранника относительно стола станда. Будем считать эти углы малыми, тогда из (2) в линейном приближении по этим углам выходные сигналы акселерометров $a'_{z1}, a'_{z2}, a'_{z3}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} a'_{z1} &= (g \cos \psi - r_1 \omega^2 + \dot{\omega} r_2) \beta_3 + (g \sin \psi + r_2 \omega^2 - \dot{\omega} r_1) \beta_2 + \xi'_1, \\ a'_{z2} &= g \cos \psi - r_1 \omega^2 + \dot{\omega} r_2 - (g \sin \psi + r_2 \omega^2 - \dot{\omega} r_1) \beta_1 + \xi'_2, \\ a'_{z3} &= -(g \sin \psi + r_2 \omega^2 - \dot{\omega} r_1) + (g \cos \psi - r_1 \omega^2 + \dot{\omega} r_2) \beta_1 + \xi'_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\xi'_i, i=1,2,3$ – случайные погрешности измерений.

Проведя нормировку измерений акселерометров на величину ускорения силы тяжести g , из (3) для нормированных значений измерений $a_{zi}, i=1,2,3$ получим выражения:

$$\begin{aligned} a_{z1} &= \cos \psi \beta_3 + \sin \psi \beta_2 - (r_1 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_2 / g) \beta_3 + (r_2 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_1 / g) \beta_2 + \xi_1, \\ a_{z2} &= \cos \psi - r_1 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_2 / g - \sin \psi \beta_1 + (r_2 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_1 / g) \beta_1 + \xi_2, \\ a_{z3} &= -\sin \psi - r_2 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_1 / g + \cos \psi \beta_1 - (r_1 \omega^2 / g - \dot{\omega} r_2 / g) \beta_1 + \xi_3, \end{aligned}$$

где $\xi_i, i=1,2,3$ – нормированные случайные погрешности измерений; $a_{zi}, i=1,2,3$ и $d\psi/dt = \omega$ – известные величины; постоянные параметры r_1, r_2 – неизвестные проекции вектора.

Силы, возникающие при вращении блока, значительно меньше удельной силы тяжести, поэтому членами, включающими произведения $r_1\omega^2/g, r_2\omega^2/g, \dot{\omega}r_1/g, \dot{\omega}r_2/g$ на малые углы $\beta_i, i=1,2,3$, будем пренебрегать как величинами второго порядка малости. Таким образом, для определения неизвестных параметров может быть применен метод наименьших квадратов при представлении сигналов акселерометров в виде:

$$\begin{aligned} a_{z1} &= \sin\psi\beta_2 + \cos\psi\beta_3 + \xi_1, \\ a_{z2} - \cos\psi &= -\omega^2/gr_1 - \dot{\omega}/gr_2 - \sin\psi\beta_1 + \xi_2, \\ a_{z3} + \sin\psi &= -\dot{\omega}/g_1r_1 - \omega^2/gr_2 + \cos\psi\beta_1 + \xi_3. \end{aligned} \quad (4)$$

В системе уравнений (4) неизвестными являются $\beta_i, i=1,2,3$ и r_1, r_2 . Оценка влияния квадратичных членов на точность результатов может быть проведена при второй итерации определения параметров с линеаризацией в точке, полученной при первой итерации.

Вектор-столбец Z в формуле (1) является набором величин, стоящих слева от знака равенства в формуле (4) и представляющих собой нормированные данные акселерометров с поправкой на угол поворота стола станда. Случайные погрешности измерений ξ в разные моменты времени представляют собой вектор случайных погрешностей R в формуле (1), а матрица H определяется коэффициентами, стоящими перед неизвестными и зависящими от времени.

Разложение в данном виде ведется по линейно независимым функциям $\cos\psi, \sin\psi, \omega^2/g, \dot{\omega}/g$. Представленное разложение сигналов акселерометров позволяет определить проекции радиуса вращения на оси z_2, z_3 и средние на интервале усреднения углы отклонения приборного трехгранника от стола станда. Задача оценки углов смещения приборного трехгранника относительно стола станда решается на интервале работы, включающем разгон, движение с постоянной скоростью и остановку.

Чтобы оценить текущее угловое положение приборного трехгранника, определяются величины

$$\begin{aligned} \tilde{a}'_{z1} &= a_{z1}, \\ \tilde{a}'_{z2} &= a_{z2} + \omega^2/gr_1 + \dot{\omega}/gr_2, \\ \tilde{a}'_{z3} &= a_{z3} + \omega^2/gr_2 + \dot{\omega}/g_1r_1, \end{aligned} \quad (5)$$

которые являются сигналами акселерометров без учета составляющих сил инерции, и производится оценка по ним углового положения приборного трехгранника по проекциям силы тяжести на его оси.

Необходимо отметить, что особенностью задачи оценки углов $\beta_i, i=1,2,3$ по показаниям акселерометров является то, что в каждый момент времени могут быть определены только два угла в проекции на горизонтальную плоскость географической системы координат. Угол поворота вокруг вертикальной оси (направление вектора ускорения силы тяжести) не влияет на показания акселе-

рометров и не может быть определен. Таким образом, в текущий момент времени определяются только угол β_1 и линейная комбинация β_2 и β_3 . Если рассматривается линейная комбинация указанных углов с коэффициентами – функциями времени на интервале времени одного оборота стола, то могут быть определены некоторые постоянные на этом интервале времени значения всех углов. Текущие значения углов β_2 и β_3 в рассматриваемой задаче не определяются.

Оценка погрешностей ДУС

Калибровка ДУС проводится после алгоритмической компенсации погрешностей акселерометров, при которой задается ориентация осей приборного трехгранника. Вследствие этого ориентация оси чувствительности каждого ДУС определяется по отношению к приборному трехграннику двумя углами. Таким образом, при калибровке ДУС используется следующая модель их погрешностей:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} w_{z1} \\ w_{z2} \\ w_{z3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1^c \\ v_2^c \\ v_3^c \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1+K_1 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 1+K_2 & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & 1+K_3 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В формулах (6) $w_i, i=1,2,3$ – выходные сигналы ДУС; величины $K_i, i=1,2,3$ – погрешности масштабных коэффициентов; малые углы γ_{ij} задают отклонение оси чувствительности i -го ДУС от оси приборного трехгранника z_i ; $w_{zi}, i=1,2,3$ – проекции вектора угловой скорости трехгранника $z_1z_2z_3$ на его оси; $v_i, v_i^c, i=1,2,3$ – систематические и случайные составляющие погрешности.

Систематические составляющие погрешностей ДУС (дрейфы гироскопов) $v_i, i=1,2,3$ оцениваются при проведении других калибровочных экспериментов, и в настоящей работе их оценка не рассматривается. В дальнейшем рассматривается оценка масштабных коэффициентов и углов ориентации осей чувствительности ДУС. Все оценки параметров погрешностей определяются при интегрировании их выходных сигналов на достаточно больших интервалах времени, уменьшающих случайную составляющую до приемлемого уровня. В дальнейшем случайная составляющая погрешности $v_i^c, i=1,2,3$ не учитывается и ее влияние на точность калибровки не рассматривается.

Кинематические уравнения, описывающие угловые движения БИД, включают угловые скорости переносного движения Земли и стола стенда, а также движения БИД относительно стола стенда. Относительное движение блока связано с изменением углов $\beta_i, i=1,2,3$, определяющих положение приборной системы координат. При проведении калибровочного эксперимента стол стенда вращается вокруг оси s_1 с угловой скоростью ω^I . Обозначим через u угловую скорость вращения Земли, через φ – широту места проведения эксперимента.

Проекция вектора абсолютной угловой скорости стола стенда на свои оси имеют вид $\omega_s = (\omega^I + u \cos \varphi, u \sin \varphi \cos \psi, -u \sin \varphi \sin \psi)^T$. Вектор абсолютной угловой скорости приборного трехгранника в первом режиме вращения с учетом малости углов $\beta_i, i=1,2,3$ имеет проекции:

$$\begin{aligned} w_{z1}^I &= \omega^I + u \cos \varphi + \beta_3 u \sin \varphi \cos \psi + \beta_2 u \sin \varphi \sin \psi + \dot{\beta}_1, \\ w_{z2}^I &= u \sin \varphi \cos \psi - (\omega^I + u \cos \varphi) \beta_3 - \beta_1 u \sin \varphi \sin \psi + \dot{\beta}_2, \\ w_{z3}^I &= (\omega^I + u \cos \varphi) \beta_2 - \beta_1 u \sin \varphi \cos \psi - u \sin \varphi \sin \psi + \dot{\beta}_3. \end{aligned} \quad (7)$$

В соответствии с моделью погрешностей ДУС (6) и вектором угловой скорости приборного трехгранника (7) выражения для величин сигналов ДУС $w_i^I, i=1,2,3$ в линейном приближении по малым углам будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} w_1^I &= (1 + K_1)(\omega^I + u \cos \varphi) + (\beta_3 + \gamma_{12})u \sin \varphi \cos \psi + (\beta_2 - \gamma_{13})u \sin \varphi \sin \psi + v_1 + \dot{\beta}_1, \\ w_2^I &= -(\beta_3 - \gamma_{21})(\omega^I + u \cos \varphi) + (1 + K_2)u \sin \varphi \cos \psi - (\beta_1 + \gamma_{23})u \sin \varphi \sin \psi + v_2 + \dot{\beta}_2, \\ w_3^I &= (\beta_2 + \gamma_{31})(\omega^I + u \cos \varphi) - (\beta_1 - \gamma_{32})u \sin \varphi \cos \psi - (1 + K_3)u \sin \varphi \sin \psi + v_3 + \dot{\beta}_3. \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (8) углы γ_{ij} являются постоянными, а углы $\beta_i, i=1,2,3$ – переменными в связи с подвижностью БИД.

Алгоритм, используемый для оценки погрешностей масштабного коэффициента и углов ориентации осей чувствительности ДУС, построен без учета изменения углов отклонения осей приборного трехгранника от осей поворотного стола при податливости амортизаторов БИД. Наличие амортизаторов приводит к тому, что в процессе движения системы углы $\beta_i, i=1,2,3$ не являются постоянными. Будем считать текущие значения этих углов случайными величинами и представим их в виде $\beta_i = \beta_i^0 + \delta\beta_i$, где $\beta_i^0, i=1,2,3$ – средние значения этих углов, $\delta\beta_i$ – центрированные случайные величины.

В дальнейшем для упрощения формул удобно ввести следующие обозначения для постоянных составляющих углов: $\gamma'_{12} = \beta_3^0 + \gamma_{12}, \gamma'_{21} = \beta_3^0 - \gamma_{21}, \gamma'_{31} = \beta_2^0 + \gamma_{31}, \gamma'_{32} = \beta_1^0 - \gamma_{32}, \gamma'_{13} = \beta_2^0 - \gamma_{13}, \gamma'_{23} = \beta_1^0 + \gamma_{23}$. В модели, используемой при калибровке ДУС, оцениваются некоторые постоянные составляющие углов γ'_{ij} . С учетом введенных обозначений для величин сигналов ДУС $w_i^I, i=1,2,3$ в линейном приближении получаются выражения:

$$\begin{aligned} w_1^I &= (1 + K_1)(\omega^I + u \cos \varphi) + (\gamma'_{12} + \delta\beta_3)u \sin \varphi \cos \psi + (\gamma'_{13} + \delta\beta_2)u \sin \varphi \sin \psi + v_1 + \dot{\beta}_1, \\ w_2^I &= -(\gamma'_{21} + \delta\beta_3)(\omega^I + u \cos \varphi) + (1 + K_2)u \sin \varphi \cos \psi - (\gamma'_{23} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \sin \psi + v_2 + \dot{\beta}_2, \\ w_3^I &= (\gamma'_{31} + \delta\beta_2)(\omega^I + u \cos \varphi) - (\gamma'_{32} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \cos \psi - (1 + K_3)u \sin \varphi \sin \psi + v_3 + \dot{\beta}_3. \end{aligned}$$

Представим эти выражения в следующем виде:

$$\begin{aligned} w_1^I - \omega^I &= K_1 \omega^I + (1 + K_1)u \cos \varphi + (\gamma'_{12} + \delta\beta_3)u \sin \varphi \cos \psi + (\gamma'_{13} + \delta\beta_2)u \sin \varphi \sin \psi + v_1 + \dot{\beta}_1, \\ w_2^I &= -\gamma'_{21} \omega^I - \gamma'_{21} u \cos \varphi - \delta\beta_3 (\omega^I + u \cos \varphi) + (1 + K_2)u \sin \varphi \cos \psi - (\gamma'_{23} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \sin \psi + v_2 + \dot{\beta}_2, \\ w_3^I &= \gamma'_{31} \omega^I + \gamma'_{31} u \cos \varphi + \delta\beta_2 (\omega^I + u \cos \varphi) - (\gamma'_{32} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \cos \psi - (1 + K_3)u \sin \varphi \sin \psi + v_3 + \dot{\beta}_3. \end{aligned} \quad (9)$$

Для второго режима вращения, когда стол станда вращается в противоположном направлении вокруг оси s_1 с угловой скоростью $\omega'' = -\omega'$, с учетом малости углов в линейном приближении таким же образом получаются выражения для величин сигналов ДУС w_i'' , $i = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned} w_1'' - \omega'' &= K_1 \omega'' + (1 + K_1)u \cos \varphi + (\gamma'_{12} + \delta\beta_3)u \sin \varphi \cos \psi + (\gamma'_{13} + \delta\beta_2)u \sin \varphi \sin \psi + v_1 + \dot{\beta}_1, \\ w_2'' &= -\gamma'_{21} \omega'' - \gamma'_{21} u \cos \varphi - \delta\beta_3 (\omega'' + u \cos \varphi) + (1 + K_2)u \sin \varphi \cos \psi - (\gamma'_{23} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \sin \psi + v_2 + \dot{\beta}_2, \\ w_3'' &= \gamma'_{31} \omega'' + \gamma'_{31} u \cos \varphi + \delta\beta_2 (\omega'' + u \cos \varphi) - (\gamma'_{32} + \delta\beta_1)u \sin \varphi \cos \psi - (1 + K_3)u \sin \varphi \sin \psi + v_3 + \dot{\beta}_3. \end{aligned} \quad (10)$$

Формулы (9), (10) показывают зависимость угловой скорости БИД от параметров погрешностей ДУС в соответствии с рассматриваемой постановкой задачи.

Оценка параметров ДУС и их точность

Слева от знака равенства в приведенных выражениях (9), (10) находятся известные величины, справа первым стоит столбец определяемых параметров с известными коэффициентами, затем идут постоянные и случайные величины. Обозначим через t_1 время начала первого режима вращения, а через T – длительность интервала вращения. Введем обозначения интегралов от левых и правых частей полученных выражений первого уравнения (9)

$$Z_1 = \int_{t_1}^{t_1+T} (w_1' - \omega') dt = K_1 \int_{t_1}^{t_1+T} \omega' dt + T((1 + K_1)u \cos \varphi + v_1) + \eta_{11} + \eta'_{11},$$

где случайные величины

$$\eta_{11} = u \sin \varphi \int_{t_1}^{t_1+T} (\delta\beta_3 \cos \psi + \delta\beta_2 \sin \psi) dt, \quad \eta'_{11} = \beta_1(t_1) - \beta_1(t_1 + T). \quad (11)$$

При вычислении интегралов учтено, что интеграл от периодической функции на целом числе периодов равен нулю.

В начале второго интервала вращения в момент t_2 имеет место

$$Z_2 = \int_{t_2}^{t_2+T} (w_1'' - \omega'') dt = K_1 \int_{t_2}^{t_2+T} \omega'' dt + T((1 + K_1)u \cos \varphi + v_1) + \eta_{12} + \eta'_{12},$$

где случайные величины

$$\eta_{12} = u \sin \varphi \int_{t_2}^{t_2+T} (\delta\beta_3 \cos \psi + \delta\beta_2 \sin \psi) dt, \quad \eta'_{12} = \beta_1(t_2) - \beta_1(t_2 + T). \quad (12)$$

ω' и ω'' являются относительными угловыми скоростями. В относительном движении на каждом интервале вращения приращение угла поворота равно 20π , таким образом,

$$\int_{t_1}^{t_1+T} \omega^I dt = - \int_{t_2}^{t_2+T} \omega^II dt = 20\pi.$$

Для определения погрешности масштабного коэффициента K_1 рассматривается разность приведенных интегралов. Для разности интегралов получаем уравнение

$$Z_1 - Z_2 = K_1 40\pi + \eta_{11} + \eta'_{11} - \eta_{12} - \eta'_{12},$$

из которого определяется величина K_1 :

$$K_1 = \frac{Z_1 - Z_2}{40\pi} + \frac{1}{40\pi} (\eta_{11} + \eta'_{11} - \eta_{12} - \eta'_{12}). \quad (13)$$

Первое слагаемое в (13) справа, численное значение которого определяется по данным, полученным при эксперименте, является оценкой \tilde{K}_1 погрешности масштабного коэффициента, второе – случайной погрешностью этой оценки ΔK_1 :

$$\tilde{K}_1 = \frac{Z_1 - Z_2}{40\pi}, \Delta K_1 = K_1 - \tilde{K}_1 = \frac{1}{40\pi} (\eta_{11} + \eta'_{11} - \eta_{12} - \eta'_{12}). \quad (14)$$

Введем обозначения для интегралов от левых и правых частей вторых уравнений систем (9) и (10):

$$\begin{aligned} Z_3 &= \int_{t_1}^{t_1+T} w_2^I dt = -\gamma'_{21} \int_{t_1}^{t_1+T} w^I dt + T(-\gamma'_{21} u \cos \varphi + v_2) + \eta_{21} + \eta'_{21}, \\ Z_4 &= \int_{t_2}^{t_2+T} w_2^{II} dt = -\gamma'_{21} \int_{t_2}^{t_2+T} w^{II} dt + T(-\gamma'_{21} u \cos \varphi + v_2) + \eta_{22} + \eta'_{22}, \\ Z_3 - Z_4 &= -\gamma'_{21} 40\pi + \eta_{21} + \eta'_{21} - \eta_{22} - \eta'_{22}, \end{aligned}$$

где случайные величины

$$\begin{aligned} \eta_{21} &= u \sin \varphi \int_{t_1}^{t_1+T} \delta\beta_1 \sin \psi dt, \quad \eta'_{21} = \beta_2(t_1) - \beta_2(t_1 + T), \\ \eta_{22} &= u \sin \varphi \int_{t_2}^{t_2+T} \delta\beta_1 \sin \psi dt, \quad \eta'_{22} = \beta_2(t_2) - \beta_2(t_2 + T). \end{aligned}$$

Таким образом, оценку угла $\tilde{\gamma}'_{21}$ и погрешность этой оценки $\delta\gamma'_{21}$ можно выразить следующим образом:

$$\tilde{\gamma}'_{21} = \frac{Z_4 - Z_3}{40\pi}, \delta\gamma'_{21} = \frac{1}{40\pi} (\eta_{21} + \eta'_{21} - \eta_{22} - \eta'_{22}). \quad (15)$$

Аналогичным образом получается оценка $\tilde{\gamma}'_{31}$ с погрешностью $\delta\gamma'_{31}$:

$$\tilde{\gamma}'_{31} = \frac{Z_5 - Z_6}{40\pi}, \quad \delta\gamma'_{31} = \frac{1}{40\pi} (\eta_{31} + \eta'_{31} - \eta_{32} - \eta'_{32}), \quad (16)$$

где случайные величины

$$\eta_{31} = u \sin \varphi \int_{t_1}^{t_1+T} \delta\beta_2 \cos \psi dt, \quad \eta'_{31} = \beta_3(t_1) - \beta_3(t_1+T),$$

$$\eta_{32} = u \sin \varphi \int_{t_2}^{t_2+T} \delta\beta_2 \cos \psi dt, \quad \eta'_{32} = \beta_3(t_2) - \beta_3(t_2+T).$$

Особенностью оценок углов отклонений осей чувствительности ДУС от осей приборного трехгранника γ_{21} , γ_{31} в (15), (16) является то, что при использовании рассматриваемого метода они определяются только в сумме со средними значениями углов отклонения БИД за счет податливости амортизаторов. Таким образом, кроме случайной составляющей погрешности оценки этих углов, которая аналогична погрешности оценки масштабного коэффициента, их погрешности определяются также углами отклонения БИД за счет податливости амортизаторов.

По трем экспериментам с вращениями блока относительно трех разных осей стола определяются оценки погрешности трех масштабных коэффициентов и шести углов отклонения осей чувствительности ДУС от осей стола стэнда.

Приведенный выше алгоритм оценки параметров погрешностей не учитывает влияние на точность оценки связанных с податливостью амортизаторов углов отклонения БИД от осей поворотного стола.

Численные оценки погрешностей параметров ДУС

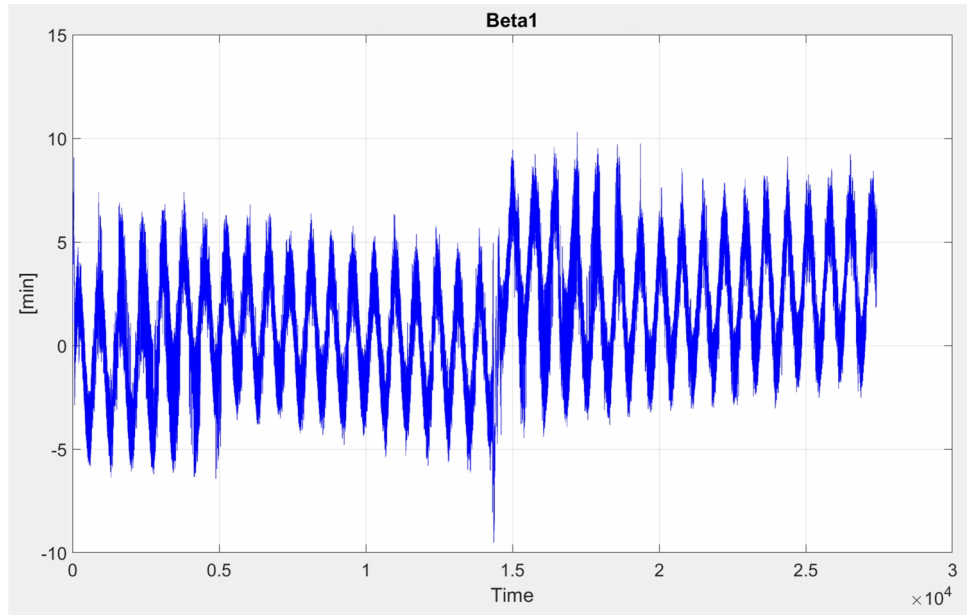
Оценка угловых смещений БИД проводилась по трем файлам данных калибровки ДУС.

На рисунке в качестве примера приведен график оценки текущего углового рассогласования β_1 как функции времени, при этом шумовая составляющая оценки угла связана с небольшим усреднением сигналов акселерометров при вычислении текущего значения угла. Средние значения оценок проекций r_1 и r_2 расстояния на оси вращения составляют соответственно 0,21 м и 0,02 м, при этом оценки, полученные для каждого оборота, отличаются от средних значений на величину не более 0,01 м. Вторая итерация оценивания параметров смещения от оси вращения не изменяет оценки в пределах точности их определения. По файлам экспериментальных данных численно определены составляющие погрешностей масштабных коэффициентов, описываемых формулами (14), (11) и (12).

Вычисление углов ориентации БИД в неподвижных положениях, заданных составляющими погрешности η'_{11} , η'_{12} , так же как и при его движении, определялось по данным акселерометров. Вместе с тем в неподвижных положениях нет необходимости вычитать из показаний акселерометров составляющие, свя-

занные с движением блока. Для вычисления интегрального члена $\eta_{11} - \eta_{12}$, описывающего влияние скорости вращения Земли, было использовано выражение для возмущения нормированных показаний первого акселерометра a_{z1} . Интеграл от этого измерения в соответствии с формулами (4) на интервале времени $[t_1, t_1 + T]$ можно представить в виде

$$\int_{t_1}^{t_1+T} a_{z1} dt = \int_{t_1}^{t_1+T} (\beta_3 \cos \psi + \beta_2 \sin \psi) dt.$$



Оценки текущего смещения β_1 как функции времени

С учетом разложения углов $\beta_i, i = 1, 2, 3$ в виде среднего значения и центрированной случайной величины представим интеграл следующим образом:

$$\int_{t_1}^{t_1+T} a_{z1} dt = \int_{t_1}^{t_1+T} (\beta_3^0 \cos \psi + \beta_2^0 \sin \psi) dt + \int_{t_1}^{t_1+T} (\delta\beta_3 \cos \psi + \delta\beta_2 \sin \psi) dt.$$

Первый интеграл справа от знака равенства равен нулю вследствие периодичности, таким образом, $\eta_{11}' = u \sin \varphi \int_{t_1}^{t_1+T} a_{z1} dt$. Величина η_{12}' получается аналогично при интегрировании сигнала a_{z1} на интервале времени $[t_2, t_2 + T]$.

Составляющие погрешности оценки масштабного коэффициента, связанные с приращениями углов на остановках стола стенда, вычисленные для трех файлов, составляют 0,2 ppm, 0,6 ppm, 1,5 ppm от погрешности масштабного коэффициента; интегральный член погрешности, связанный с перепроектировкой

угловой скорости Земли, дает соответственно 7,5 ppm, 14,4 ppm, 14,9 ppm. Суммарная погрешность масштабного коэффициента K_1 составляет 7,7 ppm, для K_2 – 15 ppm, для K_3 – 16,4 ppm. Следовательно, точность оценки масштабных коэффициентов выше требуемой точности их определения. Точность оценки параметра $\dot{\gamma}_{21}$ в соответствии с формулой (15) определяется величинами η_{21} и $\dot{\eta}_{21}$, при этом значение приращения угла β_2 на остановках не может быть определено (см. раздел «Оценка углов отклонения блока инерциальных датчиков»). Аналогично точность оценки параметра $\dot{\gamma}_{31}$ в соответствии с формулой (16) определяется величинами η_{31} и $\dot{\eta}_{31}$, при этом значение погрешности угла $\delta\beta_2$, входящее в подынтегральное выражение, не может быть определено. Для точной оценки углов отклонений осей чувствительности ДУС от осей приборного трехгранника γ_{21} и γ_{31} необходимо знать средние значения углов β_2 и β_3 , выборочные оценки которых получаются по формулам (4). В свою очередь, точность выборочных оценок средних значений в математической статистике связывается с размером выборки и дисперсией соответствующих величин [16]. Текущие значения углов β_2 и β_3 в рассматриваемой задаче определены быть не могут, соответственно, не может быть построена оценка их дисперсии, поэтому точность оценки углов отклонений не определяется.

Таким образом, использование информации о подвижности БИД, формируемой по измерениям акселерометров, не позволяет получить достоверные оценки углов отклонений осей чувствительности ДУС от осей приборного трехгранника.

Выводы

В работе рассматривается задача оценки влияния подвижности блока инерциальных датчиков БИНС, установленного на амортизаторах, на точность калибровки датчиков угловой скорости по методике, не учитывающей относительной подвижности БИД. Определение погрешностей масштабных коэффициентов по этой методике дает достаточную точность, но углы ориентации осей чувствительности ДУС с требуемой точностью при этом не определяются. Использование информации о подвижности БИД в задаче калибровки ДУС не позволяет обеспечить необходимую точность определения оценок углов отклонений осей чувствительности ДУС от осей приборного трехгранника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин Ю.В., Голиков В.П., Ларионов С.В., Требухов А.В. Алгоритмы калибровки платформенной инерциальной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2008. №3 (62). С. 13–26.
2. Болотин Ю.В., Матасов А.И., Деревянкин А.В. Итерационная схема калибровки блока акселерометров при помощи гарантирующего подхода // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2008. № 3. С. 48–61.
3. Аврутов В.В., Головач С.В., Мазепа Т.Ю. О скалярной калибровке инерциального измерительного модуля // Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2012. С. 113–118.
4. Измайлов Е.А., Лепе С.Н., Молчанов А.В., Поликовский Е.Ф. Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Материалы XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2008. С. 145–154.
5. Климкович Б.В. Калибровка БИНС в инерциальном режиме. Объединение скоростного и скалярного методов // Гироскопия и навигация. 2014. №3 (86) С. 29–40.

6. Шаймарданов И.Х., Дзуев А.А., Голиков В.П. Методы калибровки бесплатформенной навигационной системы (БИНС) различного класса точности // Материалы XXIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2016. С. 46–51.
7. Златкин Ю.М., Калногуз А.Н., Воронченко В.Г. и др. Лазерная БИНС для ракеты-носителя «Циклон-4» // Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2012. С. 68–77.
8. Николаев С.Г., Ившина Ю.В. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем по выходным сигналам модели ошибок // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2014. №4(200). С. 95–105.
9. Климович Б.В., Толочко А.М. Учет size-эффекта при калибровке БИНС // Гироскопия и навигация. 2015. №1 (88). С. 81.
10. Емельянец Г.И., Драницна Е.В., Блажнов Б.А. О калибровке погрешностей БИИМ на ВОГ в условиях стенда // Гироскопия и навигация. 2012. № 3. С. 55–63.
11. Rogers, R.M., *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, 2003. ISBN 1-56347-656-8. 334 p.
12. Xu Bo, Sun Feng, A FOG Online Calibration Research Based on High-Precision Three-axis Turntable, *Informatics in Control, Automation and Robotics, International Asia Conference on 2009*, pp. 454–458.
13. Qingzhong Cai, Gongliu Yang, Ningfang Song, Yiliang Liu, Systematic Calibration for Ultra-High Accuracy Inertial Measurement Units, *Sensors*, 2016, 16 p.
14. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть II. Приложения методов оптимального оценивания к задачам навигации. М., 2012. 128 с.
15. Лоусон Ч. Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1986. 232 с.
16. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 495 с.

Tikhomirov, V.V. (Lomonosov Moscow State University, Russia), Dzeuev, A.A., **Golikov, V. P.**, and Trebukhov, A.V. (JSC Inertial Technologies of Technocomplex (ITT), Ramenskoe, Russia) Calibration of a Strapdown INS with an Inertial Measurement Unit Installed on Shock Absorbers, *Гироскопия и Навигация*, 2019, vol. 27, no. 1 (104), pp. 33–46.

Abstract. The influence of mobility of an inertial measurement unit (IMU) installed on shock absorbers on the accuracy of gyroscope calibration in strapdown inertial navigation systems (SINS) is discussed and the problem of its estimation considered. Based on the data obtained in calibration experiments, the IMU angular deviations are estimated using the algebraic form of the least squares method. A mathematical model of the IMU motion is constructed taking into account its relative mobility. The influence of this mobility on the calibration accuracy of gyroscopes is estimated.

Key words: strapdown INS, inertial measurement unit, accelerometer, rate gyro, calibration, least squares method.

REFERENCES

1. Bolotin, Yu.V., Golikov, V.P., Larionov, S.V., and Trebukhov, A.V., Algorithms for calibration of the platform inertial navigation system, *Гироскопия и Навигация*, 2008, no. 3 (62), pp. 13–26.
2. Bolotin, Yu.V., Matasov, A.I., and Derevyankin, A.V., Iterative scheme for calibration of an accelerometer unit using a guaranteeing approach, *Izvestiya Rossiiskoi Akademii Nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2008, no. 3, pp. 48–61.
3. Avrutov, V.V., Golovach, S.V., and Mazepa, T.Yu., On scalar calibration of an inertial measuring unit, *19th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg: Elektropribor*, 2012, pp.117–121.

4. **Izmailov, E.I., Lepe, S.N., Molchanov, A.V., and Polikovskii, E.F.**, Scalar method of calibrating and balancing stepdown INS, *15th St. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems*, St. Petersburg: Elektropribor, 2008, pp. 151–159.
5. **Klimkovich, B.V.**, SINS Calibration in inertial mode. Combination of velocity and scalar methods, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 1, pp. 25–32.
6. **Shaimardanov, I.Kh., Dzuev, A.A., and Golikov, V.P.**, Methods for calibration of strapdown INS of various classes of accuracy, *23rd Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2016, pp. 67–71.
7. **Zlatkin, Yu.M., Kalnoguz, A.N., Voronchenko, V.G., etc.**, Laser SINS for Cyclone-4 launch vehicle, *19th Saint-Petersburg international conference on integrated navigation systems*, 2012, pp. 72–81.
8. **Nikolaev, S.G. and Ivshina, Yu.V.**, Calibration of strapdown INS using the output signals of the error model, *Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU*, 2014, no. 4 (200), pp. 95–105.
9. **Klimkovich, B.V. and Tolochko, A.M.**, Consideration for Size Effect in SINS Calibration, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 3, pp. 230–235.
10. **Emel'yantsev, G.I., Dranitsina, E.V. and Blazhnov, B.A.**, Test bed calibration of fog based strapdown inertial measurement unit, *Gyroscopy and Navigation*, 2012, vol. 3, no. 4, pp. 265–269.
11. **Rogers, R.M.**, *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*, 2003, ISBN 1-56347-656-8.
12. **Xu Bo and Sun Feng**, A FOG online calibration research based on high-precision three-axis turntable, *Informatics in Control, Automation and Robotics, International Asia Conference 2009*, pp. 454–458.
13. **Qingzhong Cai, Gongliu Yang, Ningfang Song, and Yiliang Liu**, Systematic calibration for ultra-high accuracy inertial measurement units, *Sensors*, 2016, 16 p.
14. **Golovan, A.A. and Parusnikov, N.A.**, *Matematicheskie osnovy navigatsionnykh sistem. Chast' II. Prilozheniya metodov optimal'nogo otsenivaniya k zadacham navigatsii* (Mathematical Foundations of Navigation Systems. Part 2. Applications of Optimal Estimation Methods to Navigation Problems), Moscow, 2012.
15. **Lawson, C.L. and Hanson, R.J.**, *Solving Least Squares Problems*, Philadelphia: SIAM, 1974.
16. **Pugachev, V.S.**, *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika* (Probability Theory and Mathematical Statistics), Moscow: Nauka. 1979.

Материал поступил 14.11.2017