УДК 623.438.3
DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.4.058-071

Б. Г. ПЕНЕВ

РАСШИРЕННОЕ ДВУХМЕРНОЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ КОМАНДНОЕ НАВЕДЕНИЕ ПО ЛИНИИ ВИЗИРОВАНИЯ

В статье рассматривается расширенное двухмерное (2D) пропорционально-дифференциальное командное наведение по линии визирования, которое позволяет избежать возникновения спиральной траектории движения противотанковой управляемой ракеты в плоскости, перпендикулярной линии визирования, или так называемой плоскости перспективы. Предложенный метод наведения повышает качество переходного процесса при выводе ракеты на линию визирования. Закон наведения работает как классический закон пропорционально-дифференциального регулирования в пределах небольшой заданной области вокруг линии визирования, а при выходе ракеты из этой области закон регулирования задействует дополнительные нелинейные компоненты, зависящие от производных координат ракеты в плоскости, перпендикулярной линии визирования. Доказана глобальная асимптотическая устойчивость системы наведения путем введения в рассмотрение особой положительно определенной функции Ляпунова. Результаты моделирования демонстрируют эффективность предложенного подхода. Закон наведения позволяет уменьшить влияние ближних граничных условий на радиус действия ракеты.

Ключевые слова: управляемая ракета, трехточечное наведение, нелинейное управление, асимптотическая устойчивость.

Введение

Командное наведение по линии визирования (КНЛВ), или трехточечное наведение, является классическим методом управления [1–4]. Идея, положенная в основу КНЛВ, проста: обеспечить с помощью системы с замкнутым контуром управления движение ракеты как можно ближе к линии визирования (ЛВ), связывая систему наземного слежения с целью. Эта идея нашла воплощение во многих противотанковых ракетных комплексах. В работе [5] говорится о том, что «метод КНЛВ, как правило, имеет высокую эффективность для ракет ближней дальности». Однако с учетом повышения требований к качеству управления, методы и схемы, в которых применяется закон наведения с помощью КНЛВ, необходимо совершенствовать, и поэтому в данной области по-прежнему ведутся активные исследования. Как отмечается в той же работе, «последние достижения в технологии наведения по лучу вызвали новую волну интереса к методу КНЛВ».

Пенев Борислав Г. Доктор наук, доцент факультета оптоэлектроники и лазерной техники, Софийский технический университет (Болгария).

Научный редактор перевода к.т.н. А. В. Лопарев.

С этой точки зрения целесообразно рассмотреть следующее явление, ухудшающее рабочие показатели системы наведения и управления полетом управляемой противотанковой ракеты (УПТР) с плоским разворотом. При начальных отклонениях как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости во время переходного процесса вывода УПТР на ЛВ в плоскости, перпендикулярной ЛВ, то есть в плоскости перспективы, показанной на рис. 1 (соответствует рис. 2.5 в [2]), или в плоскости $Y_L Z_L$, показанной на рис. 2 (соответствует рис. 2 в [5]), наблюдается траектория спирального вида. При этом трехточечное наведение осуществляется, даже если цель не маневрирует. Проектирование системы наведения и управления УПТР, предполагающее идентичность каналов управления в вертикальной и горизонтальной плоскостях, осуществляется с целью устранения соответствующих вертикальных и горизонтальных отклонений в плоскости, перпендикулярной ЛВ. Несмотря на учет перекрестной связи между двумя указанными каналами, процедура синтеза не исключает возникновения траекторий спирального типа. Кроме того, этот эффект наблюдается даже при идеальных и одинаковых развязанных каналах управления. Таким образом, традиционное применение одинаковых законов наведения в каналах тангажа и рыскания неизбежно приводит к возникновению траекторий спирального типа. Целесообразно проанализировать, как улучшить традиционно применяемые законы наведения, чтобы без труда устранить описанное явление. Способы решения этой проблемы предложены в работах [6, 7]. Они заключаются в том, что закон наведения вектора, характеризующего положение ракеты, формируется в полярных или псевдополярных координатах, в плоскости, перпендикулярной ЛВ, а для линеаризации используется канал обратной связи с пропорционально-дифференциальным (ПД) законом управления по полярному [6] или псевдополярному [7] радиусу. Это позволяет получить принципиально новую структуру замкнутой системы пространственного наведения с развязанными каналами управления. Принятый авторами упомянутых работ подход требует теоретического обоснования, однако результаты моделирования многообещающи.

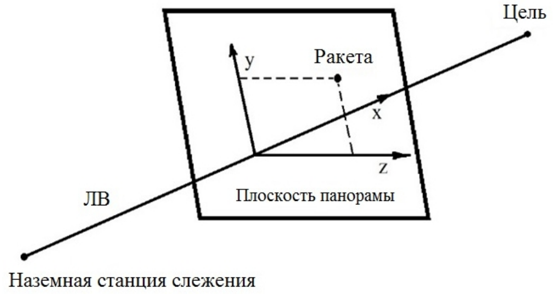

Рис. 1. Вид плоскости панорамы при наведении по трем точкам

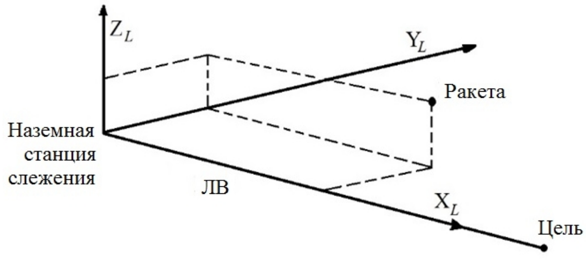

Рис. 2. Система координат ЛВ (X_L, Y_L, Z_L) для закона КНЛВ

Синтезу законов КНЛВ посвящено значительное количество публикаций. Разработчики опираются на высокоэффективные современные теоретические методы управления, такие как «бэкстеппинг», прогнозирующее, адаптивное управление, линеаризация при помощи обратной связи, оптимальное управление, управление с использованием нечеткой логики, нечеткое управление со скользящим режимом, методы теории игр и т.д. Перечисленные методы позволяют проанализировать различные сценарии захвата целей, в том числе высокоманевренных [8], устранить специфические недостатки КНЛВ, повысить эффективность систем на основе КНЛВ [5, 8–23] и т.д. Некоторые авторы вполне обоснованно критикуют законы наведения, в основе которых лежат отдельные положения теории управления [24]. Следует отметить, что масштаб исследований достаточно широк.

Использование полярных координат с их развязкой за счет линеаризации при помощи обратной связи традиционно ассоциируется с пропорциональным законом наведения (ПН). Ранние работы [25, 26] относятся к тому же периоду времени, что и [6, 7]. Если проследить статистику цитирования работы [25], выяснится, что на нее ссылаются пять других работ [27–31]. Авторы современной книги [32], являющиеся также авторами работ [25, 26] и [29, 30], занимаются разработкой системы наведения на основе КНЛВ. Они отмечают, что «представленный подход основан на линейно-квадратичном гауссовом формализме». В работе [28] сказано, что в работе [25] «класс законов ПН получен в замкнутой форме путем развязки радиальных и тангенциальных координат». Таким образом, формирование спиралевидной траектории УПТР с плоским разворотом на начальной (переходной) стадии управляемого полета, даже если цель не маневрирует, не считается проблемой или даже рассматривается как приемлемое решение задач наведения в различных ситуациях.

В недавней публикации [33] используется представление движения ракеты в плоскости, перпендикулярной к ЛВ, или в плоскости перспективы, в полярных координатах, позволяющее синтезировать закон КНЛВ только по радиальной координате. Авторы пытаются решить проблему «сплетения» систем координат, одна из которых связана с ракетой, а другая – с лучом наведения. Что касается трудностей, связанных с предложенным методом, то в работе отмечается, что «колебания будут гаситься за счет внесения некоторых изменений в закон управления без использования дополнительного канала управления». Как в [7], так и в [33] кинематическая модель пространственно замкнутой системы представлена в классической идеальной и наиболее простой форме в виде пары двойных интеграторов. Такая форма кинематических соотношений используется и в настоящей работе. На основании вышесказанного можно заключить, что публикации [6, 7, 33] – практически единственные публикации, посвященные синтезу закона КНЛВ, в которых движение УПТР представлено в плоскости, перпендикулярной ЛВ, или в плоскости перспективы, в полярных координатах.

ПД закон регулирования является универсальным и представляется основополагающим для КНЛВ [4, 34–38]. В связи с этим цель данной работы – сохранить сущность предложенного в [6, 7] подхода к синтезу пространственного закона КНЛВ, но при этом устранить его недостатки путем совершенствования ПД закона регулирования.

В статье предлагается модифицированный метод КНЛВ УПТР, препятствующий возникновению спиральных траекторий движения ракеты в плоскости панорамы. Метод не предполагает использования псевдополярных координат, а также исключает некоторые проблемы использования обратной функции арктангенса [7]. Аналитическое решение для закона управления универсальное и относительно простое. Закон управления работает как классический закон ПД регулирования при небольших отклонениях от ЛВ, а при превышении заданного порога отклонения задействует дополнительные нелинейные компоненты, зависящие от производных координат ракеты в плоскости, перпендикулярной ЛВ. Дается обоснование устойчивости замкнутой системы. Улучшение качества переходного процесса достигается выводом ракеты на ЛВ, препятствующим возникновению траектории спирального вида в плоскости, перпендикулярной ЛВ.

Статья построена следующим образом. Сначала ставится задача, затем выводится закон наведения; далее обосновывается глобальная устойчивость замкнутой системы; наконец, приводятся некоторые результаты моделирования.

Постановка задачи

Рассмотрим идеальную простейшую линейную замкнутую систему КНЛВ УПТР с плоским разворотом и с симметричными и развязанными пространственными контурами относительно горизонтальной и вертикальной составляющих УПТР в плоскости, перпендикулярной ЛВ (1). Введем в рассмотрение связанную с ЛВ систему координат (X_L, Y_L, Z_L), как показано на рис. 2. Будем предполагать, что цель не маневрирует. При использовании идентичных ПД законов управления в каналах тангажа и рыскания горизонтальная y и вертикальная z координаты УПТР изменяются в соответствии с соотношениями (без учета ускорения силы тяжести):

$$\begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{yc} \\ a_{zc} \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} a_{yc} \\ a_{zc} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} u_y \\ u_z \end{bmatrix}; \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \ \begin{bmatrix} \dot{y}(0) \\ \dot{z}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} \\ z_{10} \end{bmatrix}; \tag{2}$$

$$\begin{gathered} u_y = \frac{-1}{a_0}\left(y + a_1\dot{y}\right), \\ u_z = \frac{-1}{a_0}\left(z + a_1\dot{z}\right), \\ a_0 > 0,\ a_1 > 0; \end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered} a_0\,\ddot{y} + a_1\dot{y} + y = 0, \\ a_0\,\ddot{z} + a_1\dot{z} + z = 0; \end{gathered} \tag{4}$$

$$H(s) = a_0 s^2 + a_1 s + 1. \tag{5}$$

Легко заметить, что управления u_y и u_z вида (3) обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутой системы (1–3), а изолированные каналы по y и z имеют схожую динамику (4) на основе одного и того же характеристического полинома (5). Хотя процессы в каждом канале развиваются в соответствии с одним и тем же характеристическим полиномом, они являются функцией начальных условий (2): для канала y – это пара (y_0, y_{10}), для канала z – пара (z_0, z_{10}). Следовательно, в общем случае процессы не симметричны и не пропорциональны друг другу, в результате чего формируется спиральная траектория движения к началу координат в плоскости $Y_L Z_L$ (плоскости панорамы).

Чтобы проиллюстрировать этот эффект, выберем постоянную времени $T > 0$ и коэффициент затухания $\xi \in (0,1)$ и определим параметры (3) в соответствии с соотношениями

$$a_0 = T^2, \; a_1 = 2\xi T. \tag{6}$$

Замкнутая система описывается уравнениями

$$\begin{aligned} &T^2 \ddot{y} + 2\xi T\dot{y} + y = 0, \\ &T^2 \ddot{z} + 2\xi T\dot{z} + z = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

с начальными условиями (2). Аналитическое решение уравнений (7) имеет вид [39] и описывает характер процессов для функций y и z соответственно.

$$\begin{aligned} &y(t) = c_{y1} e^{\frac{-\xi}{T}t} \cos\Omega\, t + c_{y2} e^{\frac{-\xi}{T}t} \sin\Omega\, t, \\ &z(t) = c_{z1} e^{\frac{-\xi}{T}t} \cos\Omega\, t + c_{z2} e^{\frac{-\xi}{T}t} \sin\Omega\, t, \\ &\Omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}, \quad c_{y1} = y_0, \quad c_{y2} = \frac{y_{10} + \frac{\xi}{T} y_0}{\Omega}, \quad c_{z1} = z_0, \quad c_{z2} = \frac{z_{10} + \frac{\xi}{T} z_0}{\Omega}. \end{aligned} \tag{8}$$

Предположим, что хотя бы одно из четырех начальных условий (2) является ненулевым, например $y_0 \neq 0$, и определим коэффициент k как

$$k = \frac{z_0}{y_0}, \; y_0 \neq 0, \tag{9}$$

после чего представим $z(t)$ в виде

$$z(t) = ky(t) + \frac{\left(z_{10} + \frac{\xi}{T} z_0\right) - k\left(y_{10} + \frac{\xi}{T} y_0\right)}{\Omega} e^{\frac{-\xi}{T}t} \sin\Omega\, t. \tag{10}$$

Условие

$$z(t) = ky(t) \;\; \forall \; t \geq 0 \tag{11}$$

выполняется, если справедливо соотношение

$$\frac{\left(z_{10} + \frac{\xi}{T} z_0\right) - k\left(y_{10} + \frac{\xi}{T} y_0\right)}{\Omega} = 0, \tag{12}$$

что приводит к

$$z_{10} = ky_{10}. \tag{13}$$

Таким образом, процессы в каналах y и z пропорциональны друг другу в том случае, если это соотношение уже было обеспечено в начальных условиях, а это в общем случае невозможно. На рис. 3 сплошной линией показан годограф траектории движения замкнутой системы (1) при условиях (3) и с параметрами, указанными в (6), (14)

$$T = 0.2\,(s), \quad \xi = 0.4\,, \tag{14}$$

при пропорциональных друг другу начальных условиях

$$y_0 = 2,\ y_{10} = 0,\ z_0 = 1,\ z_{10} = 0\,, \tag{15}$$

а пунктирной линией – траектория при непропорциональных друг другу начальных условиях

$$y_0 = 2,\ y_{10} = 2,\ z_0 = 1,\ z_{10} = -5\,. \tag{16}$$

Таким образом, формирование траектории спирального вида в процессе вывода ракеты на ЛВ в плоскости $Y_L Z_L$ характерно для реализации описанного выше ПД закона управления даже в идеальном и наиболее простом случае, что отрицательно влияет на характеристики контура управления на начальной стадии полета управляемой ракеты.

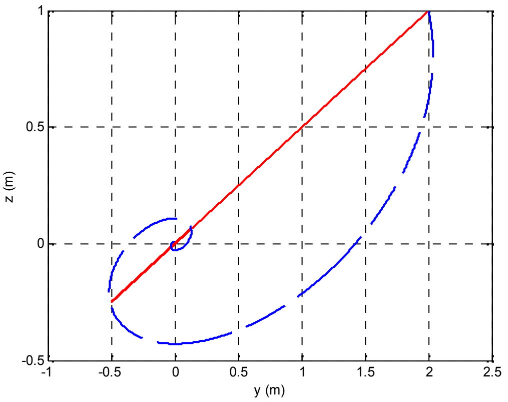

Рис. 3. Траектории движения в плоскости $Y_L Z_L$ (плоскости панорамы) для замкнутой системы (*1*, *3*) при применении одного и того же классического закона пропорционально-дифференциального управления в каждом канале

Расширенное двухмерное пропорционально-дифференциальное КНЛВ

Математическое описание расширенного двухмерного (2D) пропорционально-дифференциального КНЛВ, приведенное в (18), представляет собой практически классический закон ПД управления при небольших отклонениях от ЛВ, а при превышении порога отклонения в управлении задействуются дополнительные нелинейные компоненты, зависящие от производных координат ракеты в плоскости $Y_L Z_L$:

$$\begin{gathered} p = y + iz = re^{i\varphi}, \\ r = |p| = \sqrt{y^2 + z^2}\,, \quad \varphi = \arg(p) \end{gathered} \tag{17}$$

$$u_y = \begin{cases} -\dfrac{1}{a_0}\left(y + a_1 \dot{y}\right) & \text{при } r \le \varepsilon_r \ , \\ -\dfrac{1}{a_0}\left(y + a_1\left(\dot{y} + z\dot{\varphi}\right)\right) - y\dot{\varphi}^2 - 2\dot{r}\dot{\varphi}\, sin\,\varphi + \dfrac{1}{T_\varphi} z\dot{\varphi} & \text{при } r > \varepsilon_r \ , \end{cases}$$
$$u_z = \begin{cases} -\dfrac{1}{a_0}\left(z + a_1 \dot{z}\right) & \text{при } r \le \varepsilon_r \ , \\ -\dfrac{1}{a_0}\left(z + a_1\left(\dot{z} - y\dot{\varphi}\right)\right) - z\dot{\varphi}^2 + 2\dot{r}\dot{\varphi}\, cos\,\varphi - \dfrac{1}{T_\varphi} y\dot{\varphi} & \text{при } r > \varepsilon_r \ . \end{cases} \tag{18}$$

В формуле (18) $\varepsilon_r > 0$ – заданное пороговое значение, $T_\varphi > 0$ – постоянная времени, а $\dot{r}$ и $\dot{\varphi}$ являются производными модуля и аргумента в представлении (17). Замкнутую систему (1, 18) можно описать следующим образом:

$$\ddot{p} = u_p, \quad u_p = u_y + iu_z. \tag{19}$$

Согласно условию переключения, приведенному в (18), в *случае 1*

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} \le \varepsilon_r, \tag{20}$$

замкнутая система распадается на два независимых и разделенных линейных канала по *y* и *z*, а именно

$$\ddot{y} = -\frac{1}{a_0}\left(y + a_1\dot{y}\right), \quad \ddot{z} = -\frac{1}{a_0}\left(z + a_1\dot{z}\right), \tag{21}$$

и практически представляет собой систему (4).

В *случае 2*

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} > \varepsilon_r, \tag{22}$$

система (19) сводится к уравнению

$$\ddot{p} = \ddot{y} + i\,\ddot{z} = \left(-\frac{1}{a_0}\left(y + a_1\left(\dot{y} + z\dot{\varphi}\right)\right) - y\dot{\varphi}^2 - 2\dot{r}\dot{\varphi}\, sin\,\varphi + \frac{1}{T_\varphi} z\dot{\varphi}\right) + i\left(-\frac{1}{a_0}\left(z + a_1\left(\dot{z} - y\dot{\varphi}\right)\right) - z\dot{\varphi}^2 + 2\dot{r}\dot{\varphi}\, cos\,\varphi - \frac{1}{T_\varphi} y\dot{\varphi}\right). \tag{23}$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} &y = r\,cos\,\varphi,\\ &z = r\,sin\,\varphi,\\ &\dot{y} = \dot{r}\,cos\,\varphi - r\dot{\varphi}\,sin\,\varphi,\\ &\dot{z} = \dot{r}\,sin\,\varphi + r\dot{\varphi}\,cos\,\varphi, \end{aligned} \tag{24}$$

уравнение (23) принимает вид

$$\ddot{p} = \ddot{y} + i\,\ddot{z} = e^{i\varphi}\left(\left(-\frac{1}{a_0}\left(r + a_1\dot{r}\right) - r\dot{\varphi}^2\right) + i\left(2\dot{r}\dot{\varphi} - \frac{1}{T_\varphi}r\dot{\varphi}\right)\right). \tag{25}$$

В соответствии с (25) замкнутую систему, описываемую уравнениями (19), можно также описать в виде:

$$\begin{aligned} &\ddot{p} = u_p,\\ &u_p = e^{i\varphi}\left(u_r + iu_\varphi\right),\\ &u_r = -\frac{1}{a_0}\left(r + a_1\dot{r}\right) - r\dot{\varphi}^2,\\ &u_\varphi = 2\dot{r}\dot{\varphi} - \frac{1}{T_\varphi}r\dot{\varphi}. \end{aligned} \tag{26}$$

В то же время, учитывая, что

$$\ddot{p} = e^{i\varphi}\left(\left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right) + i\left(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi}\right)\right), \tag{27}$$

в сопоставлении с (25) получим

$$e^{i\varphi}\left(\left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right) + i\left(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi}\right)\right) = e^{i\varphi}\begin{pmatrix} \left(-\dfrac{1}{a_0}\left(r + a_1\dot{r}\right) - r\dot{\varphi}^2\right) + \\ +i\left(2\dot{r}\dot{\varphi} - \dfrac{1}{T_\varphi}r\dot{\varphi}\right) \end{pmatrix}. \tag{28}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} &\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{1}{a_0}\left(r + a_1\dot{r}\right) - r\dot{\varphi}^2,\\ &2\dot{r}\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi} = 2\dot{r}\dot{\varphi} - \frac{1}{T_\varphi}r\dot{\varphi}. \end{aligned} \tag{29}$$

Систему (29) с учетом (26) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = u_r,\\ &2\dot{r}\dot{\varphi} + r\,\ddot{\varphi} = u_\varphi. \end{aligned} \tag{30}$$

Уравнения (30) представляют собой модель системы для *случая 2* в неявном виде. Из (29) получим линейную систему

$$
\begin{aligned}
&a_0\ddot{r} + a_1\dot{r} + r = 0,\\
&T_\varphi\ddot{\varphi} + \dot{\varphi} = 0
\end{aligned}
\tag{31}
$$

с разделенными переменными r и $\dot{\varphi}$. Начальные условия определяются из соотношений

$$
\begin{aligned}
\dot{r} &= \dot{y}\cos\varphi + \dot{z}\sin\varphi = \frac{y\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{y^2 + z^2}}\ ,\\
\dot{\varphi} &= \frac{\dot{z}\cos\varphi - \dot{y}\sin\varphi}{r} = \frac{\dot{z}y - \dot{y}z}{y^2 + z^2}.
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Легко заметить, что система (31) является асимптотически устойчивой по r и $\dot{\varphi}$. Первое уравнение системы характеризует динамику изменения величины r, определяемую характеристическим полиномом (5). Аналитическое решение второго уравнения системы (31) имеет вид

$$
\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 e^{-\frac{t}{T_\varphi}},
\tag{33}
$$

где постоянная времени T_φ определяет, насколько быстро процесс изменения $\dot{\varphi}$ должен экспоненциально стремиться к нулю, другими словами, насколько быстро должна «спрямляться» траектория системы в плоскости $Y_L Z_L$.

Подводя итоги, можно отметить, что рассмотренный закон наведения фактически соответствует системе управления с изменяемой структурой. В случае когда отклонение ракеты от ЛВ не превышает ε_r, закон наведения превращается в классический закон ПД управления в отношении горизонтальной и вертикальной компонент положения ракеты в плоскости $Y_L Z_L$, а при отклонениях более ε_r закон наведения практически «развязывает» контур пространственного наведения, преобразуя его в два отдельных линейных канала по двум полярным координатам положения ракеты в плоскости $Y_L Z_L$.

Глобальная устойчивость замкнутой системы

Чтобы доказать устойчивость нелинейной системы (1, 18) для замкнутой системы переменной структуры при расширенном пропорционально-дифференциальном КНЛВ (18), введем в рассмотрение функцию

$$
V\left(y,\,z,\,\dot{y},\,\dot{z}\right) = \begin{cases}
\dfrac{1}{a_0}y^2 + \dfrac{1}{a_0}z^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 & \text{при } r = \sqrt{y^2 + z^2} \le \varepsilon_r,\\[2ex]
\dfrac{1}{a_0}\left(y^2 + z^2\right) + \left(\dfrac{y\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right)^2 + \varepsilon_r{}^2\left(\dfrac{\dot{z}y - \dot{y}z}{y^2 + y^2}\right)^2 & \text{при } r = \sqrt{y^2 + z^2} > \varepsilon_r.
\end{cases}
\tag{34}
$$

Исследование функции $V(y, z, \dot{y}, \dot{z})$ в окрестности точки переключения $r = \varepsilon_r$ показывает ее непрерывность:

$$\lim_{\sqrt{y^2+z^2} \to \varepsilon_r} V(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) = \frac{1}{a_0}\varepsilon_r{}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2. \tag{35}$$

Принимая также во внимание, что

$$\begin{aligned} &V(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) > 0 \text{ для всех } (y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) \neq (0, 0, 0, 0), \\ &V(0, 0, 0, 0) = 0, \end{aligned} \tag{36}$$

функцию $V(y, z, \dot{y}, \dot{z})$ можно рассматривать как положительно определенную функцию типа функции Ляпунова, используемую для подтверждения устойчивости замкнутой системы (1, 18) в соответствии с [40, 41].

С учетом (32) функция $V(y, z, \dot{y}, \dot{z})$ может быть представлена в виде

$$V(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) = \begin{cases} \dfrac{1}{a_0}y^2 + \dfrac{1}{a_0}z^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 & \text{при } \; r = \sqrt{y^2+z^2} \le \varepsilon_r, \\ \dfrac{1}{a_0}r^2 + \dot{r}^2 + \varepsilon_r{}^2\dot{\varphi}^2 & \text{при } \; r = \sqrt{y^2+z^2} > \varepsilon_r, \end{cases} \tag{37}$$

где $\dot{r}$ и $\dot{\varphi}$ соответствуют (32). Тогда для производной $\dot{V}$ получим

$$\dot{V}(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) = \begin{cases} -\dfrac{2a_1}{a_0}\left(\dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) & \text{при } r = \sqrt{y^2+z^2} \le \varepsilon_r, \\ -\dfrac{2a_1}{a_0}\dot{r}^2 - \dfrac{2\varepsilon_r{}^2}{T_\varphi}\dot{\varphi}^2 & \text{при } r = \sqrt{y^2+z^2} > \varepsilon_r, \end{cases} \tag{38}$$

имея в виду, что в *случае 1* (20) для вторых производных $\ddot{y}$ и $\ddot{z}$ справедливы выражения (21), а в *случае 2* (22) вторые производные $\ddot{r}$ и $\ddot{\varphi}$ могут быть получены из (31). Подставляя (32) в (38), получим:

$$\dot{V}(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) = \begin{cases} -\dfrac{2a_1}{a_0}\left(\dot{y}^2 + \dot{z}^2\right) & \text{при } r = \sqrt{y^2+z^2} \le \varepsilon_r, \\ -\dfrac{2a_1}{a_1}\left(\dfrac{y\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{y^2+z^2}}\right)^2 - \dfrac{2\varepsilon_r{}^2}{T_\varphi}\left(\dfrac{\dot{z}y - \dot{y}z}{y^2+z^2}\right)^2 & \text{при } r = \sqrt{y^2+z^2} > \varepsilon_r. \end{cases} \tag{39}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} &\dot{V}(y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) < 0 \text{ для всех } (y,\, z,\, \dot{y},\, \dot{z}) \neq (0, 0, 0, 0), \\ &\dot{V}(0, 0, 0, 0) = 0. \end{aligned} \tag{40}$$

Таким образом, замкнутая система (1, 18) глобально асимптотически устойчива.

Моделирование

Чтобы продемонстрировать эффективность предложенного закона наведения, на рис. 4–7 представлены некоторые результаты моделирования для двух типов замкнутых систем – линейной системы (1, 3) и системы (1, 18) с параметрами a_0 и a_1, рассчитанными в соответствии с (6) и (14), с одними и теми же начальными условиями (16). Параметры ε_r и T_φ закона управления (18) выбирались соответственно равными

$$\varepsilon_r = 0.2\ ,\quad T_\varphi = 0.1. \tag{41}$$

Далее классический закон ПД управления для замкнутой линейной системы (1, 3) обозначен аббревиатурой КЗПДН, а закон расширенного двухмерного ПД управления замкнутой системы (1, 18) – ЗР2DПДН. Сравнение траекторий движения в плоскости $Y_L Z_L$ (плоскости панорамы), а также процессов $y, \dot{y}, z, \dot{z}, u_y$ и u_z показало, что новый закон наведения обеспечивает улучшенные характеристики замкнутой системы на стадии переходного процесса при управляемом выводе ракеты на ЛВ при первоначальных отклонениях от ЛВ в плоскости $Y_L Z_L$. На рис. 6 видны скачки на границе переключения, определяемой параметром ε_r, которые, как показано на рис. 7, имеют небольшую амплитуду благодаря малому значению первой производной полярного угла φ в этой зоне. ЗР2DПДН представляет собой закон управления с переменной структурой, не являясь при этом законом управления в скользящем режиме. При его использовании повышается качество пространственных переходных характеристик в контексте снижения перерегулирования, в то время как показатели быстродействия и затрат на управление близки к характеристикам классического наведения.

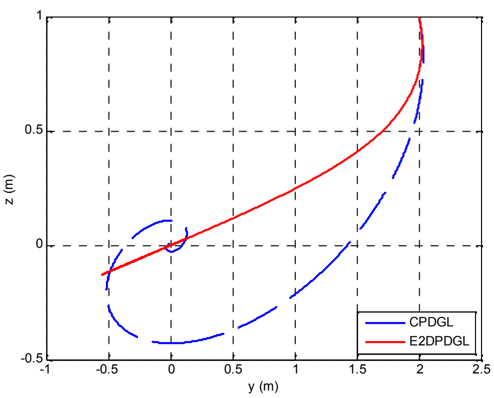

Рис. 4. Сопоставление траекторий движения в плоскости $Y_L Z_L$ (плоскости панорамы), соответствующих КЗПДН и ЗР2DПДН

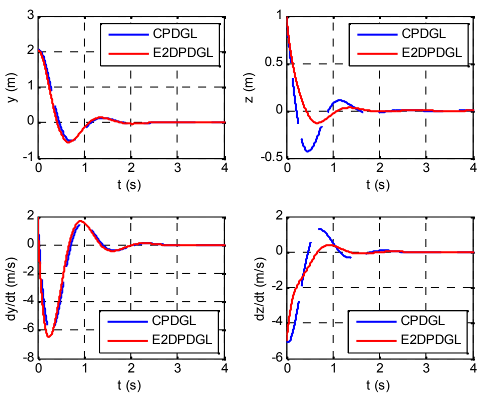

Рис. 5. Сопоставление переходных процессов по координатам y и z и их первым производным в системах с КЗПДН и ЗР2DПДН

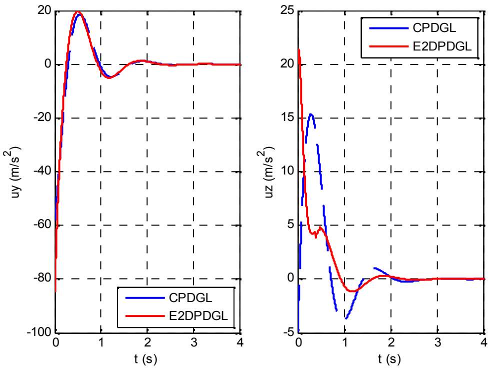

Рис. 6. Сопоставление управляющих воздействий u_y и u_z в системах с КЗПДН и ЗР2DПДН

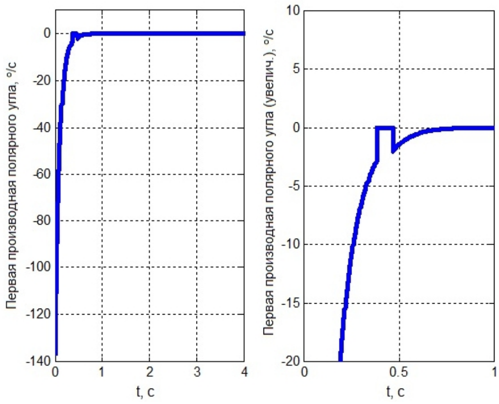

Рис. 7. Изменение первой производной полярного угла $\dot{\varphi}$ при использовании ЗР2DПДН

Заключение

Построение оригинального алгоритма двухмерного расширенного ПД командного наведения по линии визирования обеспечивает спрямление траектории ракеты в плоскости панорамы и высокое качество переходного процесса вывода противотанковой управляемой ракеты на линию визирования при непропорциональных начальных отклонениях в случае отсутствия перекрестных связей между каналами. При этом снижается перерегулирование и немного уменьшается длительность переходного процесса. Это позволяет снизить ближнюю границу зоны действия УПТР. Другим важным полученным результатом является доказанная глобальная устойчивость обсуждаемой замкнутой системы на основе специально построенной положительно определенной функции Ляпунова. Расширенный двухмерный закон наведения теоретически обоснован и является достаточно универсальным. При этом он относительно прост, а устойчивость замкнутой системы сохраняется, как и в классическом варианте. Новый метод использует те же исходные данные, что и алгоритм классического ПД управления. Он может быть взят за основу при разработке алгоритма наведения, предотвращающего ухудшение характеристик системы в случае длительного сохранения связи между каналами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Blakelock, J. H.**, *Automatic control of aircraft and missiles,* Wiley-Interscience, 1991.
2. **Неупокоев Ф.К.** Стрельба зенитными ракетами. М.: Военное издательство, 1991. (Neupokoev, F.K., *Strel'ba zenitnymi raketami* (Shooting with Anti-Aircraft Missiles)*,* Moscow: Voennoe izdatel’stvo, 1991).
3. **Siouris, G. M.**, *Missile Guidance and Control Systems*, New York: Springer-Verlag, 2004.
4. **Shneydor, N. A.**, *Missile Guidance and Pursuit: Kinematics, Dynamics and Control*, Horwood Publishing, 1998.
5. **Ha, I.-J. and Chong, S.**, Design of a CLOS guidance law via feedback linearization, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* 1992, vol. 28, no. 1, pp. 51–63.
6. **Penev, B. G.**, Variant of a system for automatic control of antitank guided missile in polar coordinates, *Proceedings of Conference “Weapons and military equipment of the year 2000”, Conference of the Military Scientific and Technological Institute of the Ministry of Defense, 18–20 December 1995, Sofia,* 1995, vol. 1, pp. 54–56 (in Bulgarian).

7. **Penev, B.G., Lashnev, A.T. and Iliev, I.Ya.**, Control of the vector of normal acceleration of anti-tank guided missile in pseudo-polar coordinates, *Proceedings of Jubilee Conference ”120 years of the April Uprising” of the Higher Air Force School*, *Dolna Mitropoliya, 22–23 May 1996,* 1996, vol. 1, pp. 336–342 (in Bulgarian).
8. **Pastrick, H.L., Seltzer, S.M. and Warren, M.E.**, Guidance laws for short-range tactical missiles, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1981, vol. 4, no. 2, pp. 98–108.
9. **Guerchet, P. and Estival, J.L.**, Line of sight guidance law by predictive functional control for high velocity short-range tactical missile, *Proceedings of the European Control Conference, July 2–5, 1991, Grenoble, France,* vol. 2, pp. 1759–1764.
10. **Huang, J. and Lin, C.-F.**, A modified CLOS guidance law via right inversion, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* 1995, vol. 31, pp. 491–495.
11. **Lin, C-M. and Hsu, C-F.**, Guidance law design by adaptive fuzzy sliding-mode control, *Journal of Guidance, Control and Dynamics,* 2002, vol. 25, no. 2, pp. 248–256.
12. **Menon, P.K.A. and Duke, E.L.**, Time-optimal aircraft pursuit evasion with a weapon envelope constraint, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1992, vol. 15, no. 2, pp. 448–456.
13. **Nobahari, H. and Pourtakdoust, S.H.**, Optimal fuzzy CLOS guidance law design using ant colony optimization, *Lecture Notes in Computer Science,* 2005, vol. 3777 LNCS, pp. 95–106.
14. **Nobahari, H. and Pourtakdoust, S.H.**, An optimal-fuzzy two-phase CLOS guidance law design using ant colony optimization, *Aeronautical Journal,* 2007, vol. 111, no. 1124, pp. 621–636.
15. **Yamasaki, T., Balakrishnan, S. N. and Takano, H.**, Modified command to line-of-sight intercept guidance for aircraft defense, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 3, pp. 898–902.
16. **Ratnoo, A. and Shima, T.**, Line of sight guidance for defending an aircraft, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, August 2010*, Toronto, Ontario, Canada, 2010.
17. **Tsalik, R. and Shima, T.**, Inscribed angle guidance, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2015, vol. 38, no. 1, pp. 30–40.
18. **Cho, N., Kim, Y. and Park, S.**, Three-dimensional nonlinear differential geometric path-following guidance law, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2015, vol. 38, no. 12, pp. 2366–2385.
19. **Elhalwagy, Y.Z. and Tarbouchi, M.**, Fuzzy logic sliding mode control for command guidance law design, *ISA Transactions,* 2004, vol. 43, pp. 231–242.
20. **Elhalwagy, Y. Z.**, Guidance law design using intelligent non-linear controller, *13th International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology (ASAT- 13), May 26 – 28, 2009, Military Technical College, Kobry Elkobbah, Cairo, Egypt*, 2009, Paper: ASAT-13-CT-32.
21. **Sadeghinasab, E., Koofigar, H.R. and Ataei, M.**, Design of robust command to line-of-sight guidance law: a fuzzy adaptive approach, *Journal of Engineering Science and Technology,* 2016, vol. 11, no. 11, pp. 1528–1542.
22. **Alrawi, A.A.A., Graovac, S., Ahmad, R.B. and Rahman, M.M.**, Modified guidance law based on a sliding mode controller for a missile guidance system, *Tehnički vjesnik,* 2016, vol. 23, no. 3, pp. 639–646.
23. **Zaidi. H., Wu, P. and Bellahcene, A.**, Missile guidance law design via backstepping technique, *International Journal of Engineering and Applied Sciences,* 2016, vol. 3, no. 4, pp. 85–90.
24. **Yanushevsky, R.T.**, Generalized missile guidance laws against maneuvering targets, *Proceedings of 25th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, Hamburg, Germany, 3–8 September 2006,* vol. 5, pp. 3043–3050.
25. **Balakrishnan, S.N., Stansbery, D.T., Evers, J.H. and Cloutier, J.R.**, Analytical guidance laws and integrated guidance/autopilot for homing missiles, *Proceedings of IEEE International Conference on Control and Applications*, 1993, vol. 1, pp. 27–32.
26. **Balakrishnan, S.N.**, Analytical missile guidance laws with a time-varying transformation, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1996, vol. 19, no. 2, pp. 496–499.
27. **Liu, X., Huang, W., Du, L., Lan, P. and Sun, Y.**, Three-dimensional integrated guidance and control for BTT aircraft constrained by terminal flight angles, *Proceedings of the 2015 27th Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2015*, 2015, Qingdao Haiqing Hotel, Qingdao, China, Session SatA04: Nonlinear Systems (I).
28. **Levy, M., Shima, T. and Gutman, S.**, Linear quadratic integrated versus separated autopilot-guidance design, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2013, vol. 36, no. 6, pp. 1722–1730.
29. **White, B., Zbikowski, R. and Tsourdos, A.**, Direct intercept guidance using differential geometry concepts, *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences*, 2005.
30. **White, B., Zbikowski, R. and Tsourdos, A.**, Direct intercept guidance using differential geometry concepts, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, vol. 43, no. 3, pp. 899–919.

31. **Li, D. and Poh, E.K.**, Nonlinear integrated steering and control of flight vehicles, *Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 1998.
32. **Balakrishnan, S.N., Tsourdos, A. and White, B.A.,** *Advances in Missile Guidance, Control and Estimation,* CRC Press, 2016.
33. **Хруслов В.Н., Феофилов С.В., Горячев О.В., Лавит И.М., Индюхин А.Ф.** Способ управления ракетой в полярной системе координат по скалярному радиусу // Гироскопия и навигация. 2014. №3. С. 92–102 (Khruslov, V.N., Feofilov, S.V., Goryachev, O.V., Lavit, I.M. and Indyukhin, A.F., Missile control in the polar coordinate system using a scalar radius, *Gyroscopy and Navigation*, 2015, vol. 6, no. 1, pp. 66–72).
34. **Davies, D.R.**, Line of sight missile guidance, U.S. Patent 4750688, 1988.
35. **Shipunov, A.G., Morozov, V.I. and Petrushin, V. V.**, Method of control signal forming for double-channel rocket rotating around longitudinal axis, Russian Federation Patent RU 2511610 C1, 2014.
36. **Gusev, A.V., Morozov, V.I., Nedosekin, I.A., Minakov, V.M. And Tarasov, V.I.**, Method of beam control over rolling missile and beam-controlled rolling missile, Russian Federation Patent RU 2460966 C1, 2011.
37. **Mandić, S., Stojković, S., Milenković, D. and Milošević, M.**, Aerodynamic compensation of the modified guided anti-tank missile configuration, *Scientific Technical Review,* 2014, vol. 64, no. 1, pp. 3–12.
38. **Pavic, M., Mandic, S., Cuk, D. and Pavkovic, B.**, A new type of flight simulator for manual command to line-of-sight guided missile, *Optik – International Journal for Light and Electron Optics*, 2014, vol. 125, no. 21, pp. 6579–6585.
39. **Pontryagin, L.S. and Lohwater, A.J.**, *Ordinary Differential Equations,* Addison-Wesley Publishing Company, 1962.
40. **Бесекерский В.А., Попов Е.П.** Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2003 (Besekerskiy, V.A. and Popov, E.P., *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Theory of Automatic Control Systems)*,* St.Petersburg: Professiya, 2003).
41. **Khalil, H.K.**, *Nonlinear Systems,* 2nd ed., Prentice Hall, 1996.

Penev, B.G. (Technical University – Sofia, Branch Plovdiv, Bulgaria)

An Expanded Two-Dimensional Proportional–Derivative Command to Line-of-Sight Guidance Law,

Giroskopiya i Navigatsiya, 2018, vol. 26, no. 4 (103), pp. 58–71.

Abstract. This paper deals with an expanded two-dimensional (2D) proportional-derivative (PD) command to line-of-sight (CLOS) guidance law which fights the spiral type trajectory of an anti-tank guided missile (ATGM) in the plane perpendicular to the line-of-sight (LOS) or the so called picture plane, in order to improve the transition process performance while putting the missile onto the LOS. The guidance law acts as a classical PD control law within a small predetermined area around the LOS while at missile deviations pointing a position outside this area the control law includes additional nonlinear components connected with the derivatives of the missile position vector in the plane perpendicular to the LOS. The global asymptotic stability of the guidance loop is established by a specific positive definite Lyapunov function. The effectiveness of the proposed approach is illustrated by simulation results. The guidance law enables to decrease the near-field boundary of the missile operational range.

Key words: guided missile, three-point guidance**,** nonlinear guidance, asymptotic stability.

Материал поступил 14.03.2018