

Д. А. КОШАЕВ

## МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОДНОМАЯКОВОЙ НАВИГАЦИИ АВТОНОМНОГО НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА БЕЗ АПРИОРНЫХ ДАННЫХ О ЕГО МЕСТОПОЛОЖЕНИИ. ЧАСТЬ 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ

*В представленный ранее алгоритм вносятся уточнения для случая, когда автономный необитаемый подводный аппарат (АНПА) оборудован бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС) на датчиках угловой скорости и относительным лагом. Приводятся результаты моделирования алгоритма для БИНС навигационного класса, двухкомпонентного относительного лага, двух траекторий движения АНПА, предусматривающих сближение с маяком на 100 м, двух значений скорости АНПА, сплошной и фрагментированной диаграммы поступления гидроакустических измерений. Результаты показывают, что алгоритм обеспечивает точность позиционирования АНПА относительно маяка на уровне метров, в том числе в условиях нестабильного поступления гидроакустических измерений. Установлено, что вырабатываемые алгоритмом характеристики точности верно отражают уровень действительных погрешностей.*

**Ключевые слова:** автономный необитаемый подводный аппарат, однамаяковая навигация, многоальтернативная фильтрация, бесплатформенная инерциальная навигационная система, относительный лаг, метод статистических испытаний.

### Введение

В предыдущей части статьи [1] представлено математическое описание алгоритма однамаяковой навигации, который предполагает использование банка обобщенных фильтров Калмана (ОФК) для множества гипотез  $\alpha_0^i, i = \overline{1, I}$  о значении начального азимута АНПА относительно маяка  $\alpha_0$ . Оцениваемый ОФК вектор состояния для каждого  $k$ -го момента времени имеет вид  $X_k = \left( d_0 \mid \delta c \mid X_k^{*\top} \right)^\top$ , где  $d_0$  – начальная горизонтальная дальность АНПА относительно маяка,  $\delta c$  – погрешность априорного значения скорости звука, используемого при получении гидроакустических измерений дальности и радиальной скорости,  $X_k^*$  – вектор, который служит для описания погрешностей инерциальной навигационной системы (ИНС), измерений лага и данных о скорости сноса маяка. Вектор  $X_k^*$  еще не был конкретизирован. Его состав зависит от типа ИНС и лага. То же самое относится к вектору  $Y_k^*$  разностных измерений между скоростями от ИНС и от лага, который также формально не определен.

В данной части статьи  $X_k^*, Y_k^*$  и связанные с ними величины определяются для случая применения БИНС на датчиках угловой скорости и относительного лага.

**Кошаев** Дмитрий Анатольевич. Доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Проведено моделирование для БИНС навигационного класса и двухкомпонентного относительного лага. Для получения объективной оценки эффективности алгоритма использовался метод статистических испытаний. С тем чтобы сделать моделирование более реалистичным, измерения формировались с учетом волновых колебаний маяка и фугоидных колебаний АНПА, которые в алгоритме не принимаются в расчет. В качестве характеристик точности используются параметры среднеквадратического эллипса погрешностей координат АНПА – как действительные, которые определяются из реализаций погрешностей оценок, так и расчетные, полученные из ковариационных матриц, вырабатываемых алгоритмом. Наряду с графиками этих параметров показана эволюция во времени апостериорного распределения вероятности начального азимута  $\alpha_0$  (априори равномерно распределенного на интервале от 0 до  $2\pi$ ).

### 1. Конкретизация применяемых в алгоритме величин при использовании БИНС на датчиках угловой скорости и относительного лага

Определим вектор  $X^*$ , который является частью вектора состояния  $X$ , и вектор разностных измерений  $Y^*$  при наличии в составе навигационного оборудования АНПА БИНС на датчиках угловой скорости и относительного лага. Отметим, что в отличие от абсолютных доплеровских и корреляционных относительные лаги могут использоваться вне зависимости от глубины под килем, т.е. практически в любой морской акватории. Временной индекс  $k$  для простоты записи далее опускается, кроме случаев, где он необходим.

Полагаем, что оси чувствительности гироскопов и акселерометров БИНС расположены вдоль конструктивных осей АНПА  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ . Оси  $\bar{y}, \bar{z}$  расположены в диаметральной плоскости,  $\bar{y}$  направлена вперед,  $\bar{z}$  – вверх. Ось  $\bar{x}$  находится в плоскости мидель-шпангоута и направлена в правый борт.

Включим в состав  $X^*$  наиболее существенные погрешности БИНС, а именно: погрешности выработки восточной и северной составляющих абсолютной скорости  $\delta V_x, \delta V_y$ ; погрешность выработки курса  $\delta K$  с начальным среднеквадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_{K_0}$ ; погрешности аналитического построения вертикали места вокруг восточной и северной осей  $\alpha_x, \alpha_y$ ; постоянные смещения нулей двух акселерометров  $a_{\bar{x}}, a_{\bar{y}}$  с СКО  $\sigma_a$  и постоянные уходы трех гироскопов  $\omega_{\bar{x}}, \omega_{\bar{y}}, \omega_{\bar{z}}$  с СКО  $\sigma_\omega$ . Погрешности вертикального канала БИНС не учитываем. Начальные СКО для  $\delta V_x, \delta V_y$  и  $\alpha_x, \alpha_y$  не являются самостоятельными параметрами. Они, как будет пояснено ниже, зависят от других СКО. Флуктуационные составляющие погрешностей акселерометров и уходов гироскопов отнесем к порождающим шумам в уравнении формирующего фильтра для  $X^*$ . Интенсивности этих шумов обозначим как  $q_a, q_\omega$ .

Конечно, в состав вектора  $X^*$  могут быть включены и другие инструментальные погрешности БИНС, например погрешности масштабных коэффициентов и аддитивные, медленно меняющиеся составляющие смещений нуля акселерометров и уходов гироскопов, неортогональности их осей чувствительности. Однако чрезмерное увлечение детальным описанием погрешностей БИНС в рассматриваемой задаче представляется неуместным, так как увеличение размерности вектора состояния может быстро привести к неоправданным вычислительным затратам на реализацию

алгоритма, в котором, напомним, используется не один, а множество ОФК. В связи с этим лучше придерживаться умеренной детализации модели погрешностей БИНС. В пользу применения компактной модели погрешностей БИНС говорит также то, что время функционирования маяка, который по постановке задачи находится в свободном дрейфе, ограничено. Дальнейшее упрощение модели возможно за счет исключения из вектора состояния погрешности выработки курса  $\delta K$  и постоянного ухода гироскопа  $\omega_{\bar{z}}$ , но это не даст существенной экономии и поэтому не рассматривается. Исключать из вектора состояния постоянные смещения нуля акселерометров  $a_{\bar{x}}, a_{\bar{y}}$  и уходы гироскопов  $\omega_{\bar{x}}, \omega_{\bar{y}}$  нецелесообразно, так как они не могут быть адекватно учтены с помощью соответствующих шумов.

Далее предполагается, что АНПА оборудован двухкомпонентным относительным лагом, измеряющим продольную  $v_{\bar{y}}$  и поперечную  $v_{\bar{x}}$  составляющие скорости относительно воды. Однако этим материалом легко воспользоваться и в случае, когда относительный лаг является однокомпонентным, если исключить из рассмотрения второе измерение.

Относительный лаг вырабатывает показания  $\check{v}_{\bar{y}} = v_{\bar{y}} - \delta v_{\bar{y}}, \check{v}_{\bar{x}} = v_{\bar{x}} - \delta v_{\bar{x}}$ , где  $\delta v_{\bar{y}}, \delta v_{\bar{x}}$  – инструментальные погрешности лага, которые представляются некоррелированными друг с другом шумами с неодинаковыми в общем случае СКО  $\sigma_{v_{\bar{y}}}, \sigma_{v_{\bar{x}}}$ . Измеряемая относительным лагом скорость АНПА отличается от абсолютной на величину скорости течения.

Скорость течения в районе плавания АНПА при решении задачи одномаяковой навигации считаем постоянной. Дрейфующий гидроакустический маяк позволяет предварительно получить приближенные значения географических составляющих скорости течения  $\check{v}_x = v_x - \delta v_x, \check{v}_y = v_y - \delta v_y$ . Они рассчитываются путем осреднения на некотором интервале времени показаний абсолютной скорости маяка, которые вырабатываются установленным на нем приемником спутниковой навигации. Показания приемника передаются на АНПА по каналу гидроакустической связи. Предполагается, что передача данных о скорости от маяка не приводит к перегрузке канала связи. Непрерывность поступления этих показаний не требуется, что делает такой способ получения  $\check{v}_x, \check{v}_y$  устойчивым к сбоям в работе канала связи.

Представляется, что погрешности  $\delta v_x, \delta v_y$  определения скорости течения, главным образом, обусловлены постоянным сносом маяка под действием ветра. Колебания маяка в условиях волнения также влияют на  $\delta v_x, \delta v_y$ , но благодаря осреднению в незначительной степени. Погрешности определения скорости приемником спутниковой навигации в условиях открытого пространства не превышают 0,1-0,2 м/с и их вклад в  $\delta v_x, \delta v_y$  можно отдельно не учитывать. Погрешности  $\delta v_x, \delta v_y$  в последующих выкладках считаются равными постоянным составляющим скорости ветрового сноса маяка. Они рассматриваются как некоррелированные друг с другом случайные величины с СКО  $\sigma_v$ .

Компоненты вектора разностных измерений  $Y^*$  между скоростями от БИНС и от лага формируются как

$$Y_{[1]}^* = (\check{V}_y - \check{v}_y) \sin \check{K} + (\check{V}_x - \check{v}_x) \cos \check{K} - \check{v}_y, \quad Y_{[2]}^* = (\check{V}_x - \check{v}_x) \cos \check{K} - (\check{V}_y - \check{v}_y) \sin \check{K} - \check{v}_x, \quad (1)$$

где  $\check{V}_x = V_x - \delta V_x, \check{V}_y = V_y - \delta V_y, \check{K} = K - \delta K$  – вырабатываемые БИНС показания географических составляющих абсолютной скорости и курса. Используя в (1) приближенные

равенства  $\cos \tilde{K} = \cos(K - \delta K) \approx \cos K + \delta K \sin K$ ,  $\sin \tilde{K} = \sin(K - \delta K) \approx \sin K - \delta K \cos K$  компоненты  $Y^*$  представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} Y_{[1]}^* &= -(\delta V_x - \delta v_x) \sin K - (\delta V_y - \delta v_y) \cos K + \delta K v_{\bar{x}} + \delta v_{\bar{y}}, \\ Y_{[2]}^* &= -(\delta V_x - \delta v_x) \cos K + (\delta V_y - \delta v_y) \sin K - \delta K v_{\bar{y}} + \delta v_{\bar{x}}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Участвующие в алгоритме значения  $\tilde{x}^*$ ,  $\tilde{y}^*$ ,  $\tilde{x}^*$ ,  $\tilde{y}^*$  для составляющих скорости и приращений координат АНПА относительно маяка (см. формулы после (17) в [1]) определим как

$$\tilde{x}^* = \tilde{V}_x - \tilde{v}_x, \quad \tilde{y}^* = \tilde{V}_y - \tilde{v}_y, \quad \tilde{x}^* = \Delta \tilde{x} - \tilde{v}_x(t_k - t_0), \quad \tilde{y}^* = \Delta \tilde{y} - \tilde{v}_y(t_k - t_0), \quad (3)$$

где  $\Delta \tilde{x}$ ,  $\Delta \tilde{y}$  – временные приращения горизонтальных координат АНПА, полученные по показаниям БИНС на интервале  $[t_0; t_k]$ . В этих формулах учитывается только постоянный снос маяка. Колебания маяка при волнении в расчет не принимаются.

Отметим, что при определении  $\tilde{x}^*$ ,  $\tilde{y}^*$  в (3) вместо составляющих  $\tilde{v}_x(t_k - t_0)$ ,  $\tilde{v}_y(t_k - t_0)$ , передающих приращения координат маяка, можно использовать приращения позиционных решений приемника спутниковой навигации, размещенного на маяке. Но такой вариант будет менее надежен, чем применение предварительно полученных  $\tilde{v}_x$ ,  $\tilde{v}_y$ , поскольку он не допускает перерывов в передаче данных от маяка к АНПА, а обеспечить совершенно бесперебойную работу гидроакустической связи на практике не всегда возможно.

Первая и вторая формулы в (3) позволяют, опять же без учета колебаний маяка, записать для погрешностей  $\delta x^*$ ,  $\delta y^*$  относительной скорости АНПА простые выражения:

$$\delta x^* = \delta V_x - \delta v_x, \quad \delta y^* = \delta V_y - \delta v_y. \quad (4)$$

Их можно интерпретировать и как дифференциальные уравнения для погрешностей  $\delta x^*$ ,  $\delta y^*$  приращений относительных координат. Начальными условиями этих уравнений являются

$$\delta x_0^* = \delta y_0^* = 0, \quad (5)$$

поскольку для самих временных приращений  $x^*$ ,  $y^*$  на момент  $t_0$ , очевидно, справедливы равенства  $x_0^* = y_0^* = 0$ .

Теперь можно определить  $X^*$ . Это вектор размерности  $n^* = 14$  вида

$$X^* = (\delta x^*, \delta y^*, \delta V_x, \delta V_y, \alpha_x, \alpha_y, \delta K, a_{\bar{x}}, a_{\bar{y}}, \omega_{\bar{x}}, \omega_{\bar{y}}, \omega_{\bar{z}}, \delta v_x, \delta v_y)^T, \quad (6)$$

в котором компоненты с 3-й по 12-ую – это оговоренные в начале раздела погрешности БИНС. Начальная ковариационная матрица (6) с учетом равенств (5) и введенных ранее СКО задается как

$$P_{0[t_0]}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 & 0 & s_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 & c_0 & s_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{K_0}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_0 & c_0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_0 & s_0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $s_0 = \sigma_a^2 \sin \bar{K}_0$ ,  $c_0 = \sigma_a^2 \cos \bar{K}_0$ ,  $\bar{K}_0$  – выработанное БИНС показание курса на момент  $t_0$ . Здесь предполагается, что до момента  $t_0$  выполнены процедуры выставки и калибровки БИНС, после чего БИНС еще некоторое время работала в режиме демпфирования по разностным измерениям (1). Это отражено в (7) с помощью соответствующих корреляционных связей между  $\delta v_x$ ,  $\delta v_y$  и начальными  $\delta V_x$ ,  $\delta V_y$ , а также между  $a_x$ ,  $a_y$  и начальными  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ . При этом  $a_x$ ,  $a_y$ , как и  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ , выражаются в угловой мере. Напомним, что участвующие при формировании (1) оценки географических составляющих скорости течения  $\check{v}_x$ ,  $\check{v}_y$  предполагают наличие гидроакустического канала связи, по которому на АНПА передаются данные о скорости маяка. Непрерывность поступления таких данных не требуется.

Переходная матрица  $\Phi^*$  и ковариационная матрица  $Q^*$  для порождающего шума  $W^*$  в уравнении формирующего фильтра (3) из [1] определяются исходя из (4), дифференциальных уравнений погрешностей БИНС на датчиках угловой скорости [2–4] и интенсивностей  $q_a$ ,  $q_\omega$  шумов акселерометров и гироскопов с помощью стандартной процедуры дискретизации непрерывных моделей [5, 6].

Матрицы  $A$  и  $B$ , которые согласно (4) из [1] связывают погрешности  $\delta x^*$ ,  $\delta y^*$ ,  $\delta \dot{x}^*$ ,  $\delta \dot{y}^*$  с вектором  $X^*$  и используются в рабочих формулах алгоритма (16), (17), (19) в [1], на основании (4), (6) имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} E & | & O \\ 2 \times 2 & | & 2 \times 12 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} O & | & E & | & O & | & -E \\ 2 \times 2 & | & 2 \times 2 & | & 2 \times 8 & | & 2 \times 2 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В свою очередь, участвующие в (15) из [1] строки матрицы наблюдения  $H^*$  для разностных измерений и дисперсии их шумов определяются выражениями:

$$\left. \begin{aligned} H_{[1]}^* &= (0, 0, -\sin K, -\cos K, 0, 0, \check{v}_{\check{y}}, 0, 0, 0, 0, 0, \sin K, \cos K), R_{[1]}^* = \sigma_{v_{\check{y}}}^2, \\ H_{[2]}^* &= (0, 0, -\cos K, \sin K, 0, 0, -\check{v}_{\check{y}}, 0, 0, 0, 0, 0, \cos K, -\sin K), R_{[2]}^* = \sigma_{v_{\check{x}}}^2. \end{aligned} \right\} (9)$$

Выражения для  $H_{[1]}^*, H_{[2]}^*$  записаны с учетом (2), (6). В них вместо истинных значений  $K, v_{\check{y}}, v_{\check{x}}$  могут использоваться оценки, сформированные по результатам соответствующего ОФК, либо просто  $\check{K}, \check{v}_{\check{y}}, \check{v}_{\check{x}}$ . В первом случае  $H_{[1]}^*, H_{[2]}^*$  будут зависеть от номера гипотезы  $i$ . Второй возможен только при использовании двухкомпонентного лага, когда имеется  $\check{v}_{\check{x}}$ .

## 2. Условия моделирования

Апробация разработанного алгоритма однопаяковой навигации АНПА проводилась методом статистических испытаний с моделированием множества решений для различных реализаций случайных процессов в каждом примере. Рассмотренные примеры отличаются траекторией движения АНПА, значением путевой скорости и диаграммой поступления гидроакустических измерений. Навигационное оборудование во всех примерах одинаковое.

Считается, что АНПА оборудован БИНС навигационного класса точности. К этой категории относятся, например, производимые компанией iXblue [7] БИНС на прецизионных волоконно-оптических гироскопах. Некоторые модели БИНС iXblue ориентированы именно на подводные приложения. В России БИНС навигационного класса точности на волоконно-оптических гироскопах – типа «Бемоль» – производятся в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» [8].

Вместе с тем предполагается, что на АНПА используется двухкомпонентный относительный лаг электромагнитного типа. Двухкомпонентные версии электромагнитных лагов встречаются реже, чем однокомпонентные. Среди производителей таких лагов – Skipper Electronics AS [9], Yokogawa Denshikiki Co., Ltd. [10], а также АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», где выпускаются двухкомпонентные электромагнитные лаги типа «Амазонка».

Используемые при моделировании параметры погрешностей БИНС и лага задавались с учетом доступной по указанным ссылкам информации.

Вектор  $X^*$  принят таким, каким он описан в предыдущем разделе и приведен в (6). При реализации алгоритма однопаяковой навигации АНПА использованы выражения (1), (7)–(9). Заданы следующие значения параметров погрешностей БИНС, лага и скорости течения (постоянных составляющих ветрового сноса маяка), обозначения для которых были введены в предыдущем разделе:  $\sigma_{K_0} = 0,1$  град;  $\sigma_a = 20$  угл. с;  $\sigma_{\omega} = 0,1$  град/ч;  $\sqrt{q_a} = 2$  угл. с  $\sqrt{с}$ ;  $\sqrt{q_{\omega}} = 0,06$  град/ч  $\sqrt{с}$ ;

$$\sigma_{v_j} = \begin{cases} 0,005 v_j, & \text{при } |v_j| \geq 10 \text{ уз;} \\ 0,05 \text{ уз,} & \text{при } |v_j| < 10 \text{ уз,} \end{cases} \quad \sigma_v = 0,5 \text{ уз.}$$

При моделировании реализаций погрешностей БИНС дополнительно учитывались не включенные в вектор  $X^*$  постоянные погрешности масштабных коэффициентов гироскопов и акселерометров с СКО  $3 \cdot 10^{-5}$  и аддитивные, медленно меняющиеся уходы гироскопов, которые были получены в виде стационарных марковских про-

цессов 1-го порядка с СКО 0,007 град/ч и интервалом корреляции 6 ч. Предполагается, что лаг и БИНС вырабатывают данные без пропусков.

Для СКО шумов гидроакустических измерений дальности и радиальной скорости приняты значения  $\sigma_D = 10$  м,  $\sigma_{\dot{D}} = 0,3$  м/с, а для СКО погрешности априорной скорости звука –  $\sigma_c = 3$  м/с. Дискретность поступления гидроакустических измерений без учета пропусков, так же как и дискретность поступления измерений лага и показаний БИНС, составляет 1 с. Такова же дискретность решения задачи.

В статье рассмотрены две плановые (без учета колебаний от волн) траектории движения АНПА относительно маяка: траектория I – дуга окружности радиуса 600 м и траектория II – дуга окружности того же радиуса и сопряженный с ней прямолинейный галс. Эти траектории показаны на рис. 1. Для их реализации не требуется выполнение сложных маневров. Траектория II короче. Ее длина составляет 75% от длины траектории I. Для каждой из траекторий курсовой угол маяка находится в пределах 0–90 или 270–360 град, т.е. сигнал от маяка поступает на АНПА спереди. По этой причине здесь достаточно гидрофона с полукруговой диаграммой направленности. Траектории имеют общую начальную точку  $A_0$ . Ее горизонтальная дальность  $d_0$  от маяка – точки  $O$  – 1 км. Горизонтальная дальность между конечными точками траекторий и маяком – 100 м. Значения угла  $\beta_0$  между направлением движения АНПА и направлением на маяк от АНПА в момент  $t_0$  у двух траекторий существенно отличаются. Этот угол непосредственно влияет на точность позиционирования в начале решения. Отдельный прямолинейный галс в качестве траектории АНПА не рассматривался, поскольку, как уже отмечалось в разделе 5 [1], в этом случае траектория определяется неоднозначно.

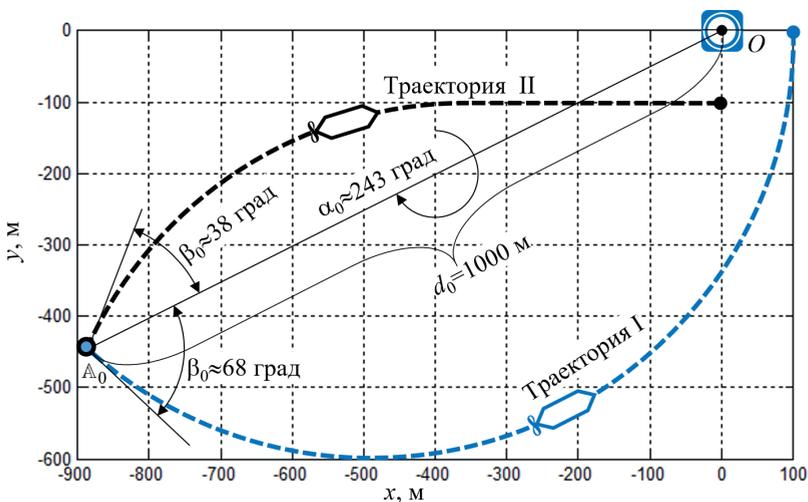


Рис. 1. Плановые траектории движения АНПА относительно маяка

Движение АНПА моделировалось с фугоидными гармоническими колебаниями в вертикальной плоскости с амплитудой 0,3 м, периодом 20 с и случайной, равномерно распределенной на интервале  $[0; 2\pi]$  начальной фазой.

Средняя глубина погружения АНПА относительно маяка составляла 10 м. В алгоритме одномаяковой навигации полагалось  $z = -10$  м,  $\dot{z} = 0$  на протяжении всего решения. В алгоритме также использовались следующие параметры:  $I = 360$  – количество гипотез о значении  $\alpha_0$  начального азимута АНПА относительно маяка;  $M = 15$  – число,

используемое при перераспределении гипотез в (20), (21) из [1];  $p_\Sigma = 0,99999$  – порог в условии, при выполнении которого производится перераспределение гипотез. При этом шаг сетки значений  $\alpha_0^i, i = 1, I$  первоначально составляет  $360 \text{ град}/I = 1 \text{ град}$ . После перераспределения гипотез участки наиболее вероятных  $\alpha_0$  покрываются сеткой с шагом  $360 \text{ град}/(IM) \approx 0,067 \text{ град}$ . Истинное значение  $\alpha_0$  подобрано с таким расчетом, что после перераспределения гипотез оно всегда находится посередине между  $\alpha_0^i$ . Тем самым для многоальтернативного алгоритма намеренно создавались неблагоприятные условия, чтобы не было сомнений в его эффективности.

### 3. Моделирование колебаний маяка на волнении

Чтобы приблизить проводимые эксперименты к реальности, моделировались случайные колебания маяка на волнах с приданием им определенной нерегулярности. Эти колебания не учитывались в алгоритме решения. Колебания формировались в вертикальной плоскости, ориентированной по направлению ветра и распространения волн – считалось, что эти направления совпадают.

Сначала моделировались два стационарных, взаимно некоррелированных процесса второго порядка  $\xi_j, j = 1, 2$ . Уравнения формирующего фильтра в непрерывном времени для них имеют вид:

$$\dot{\xi}_j = \zeta_j, \quad \dot{\zeta}_j = -\gamma^2 \xi_j - 2\gamma \zeta_j + \sigma_\xi 2\gamma^{3/2} w_j, \quad j = 1, 2, \quad (10)$$

где  $w_j$  – непрерывные взаимно некоррелированные белые шумы с центрированным гауссовским распределением и единичной интенсивностью;  $\gamma$  – величина, обратная интервалу корреляции;  $\sigma_\xi$  – СКО, выраженное в единицах длины. Очевидно, что  $\xi_j, j = 1, 2$  дифференцируемы, т.е. имеют конечные производные  $\zeta_j, j = 1, 2$ . Это важно, так как в рассматриваемой задаче фигурируют составляющие скорости движения АНПА относительно маяка  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ . Автокорреляционная функция для  $\xi_j, j = 1, 2$  определяется выражением

$$\mathcal{K}_\xi(\tau) = \sigma_\xi^2 \exp(-\gamma|\tau|)(1 + \gamma|\tau|). \quad (11)$$

Это предельный случай одной из типовых корреляционных функций

$$\mathcal{K}(\tau) = \sigma_\xi^2 \exp(-\gamma|\tau|) \left( \cos \omega\tau + \frac{\gamma}{\omega} \sin \omega|\tau| \right) \quad [11] \text{ при } \omega \rightarrow 0.$$

Начальные значения  $\xi_j, \zeta_j$  моделировались как некоррелированные друг с другом гауссовские величины с нулевым математическим ожиданием и СКО  $\sigma_{\xi_j}, \sigma_{\zeta_j} \gamma$  соответственно. Благодаря таким начальным значениям  $\xi_j$  для всех  $t \geq t_0$  ведут себя как установившиеся процессы, т.е. имеют СКО  $\sigma_{\xi_j}, \sigma_{\zeta_j} \gamma$ .

Из  $\xi_j, \zeta_j, j = 1, 2$  для выбранного положительного значения преобладающей частоты колебаний маяка  $\omega$  формируются смещения маяка  $g, h$  в вертикальной плоскости и соответствующие им скорости

$$\begin{pmatrix} g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \dot{g} \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t \\ -\sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} h \\ -g \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Ось  $g$  расположена горизонтально и ориентирована по направлению ветра и распространения волн, а ось  $h$  направлена вверх. Второе выражение в (12) получено непосредственно дифференцированием первого с учетом уравнения  $\dot{\xi}_j = \zeta_j$  из (10). Как следует из (12), авто- и взаимно корреляционные функции для  $g, h$  представляют собой

$$\mathcal{K}_g(\tau) = \mathcal{K}_h(\tau) = \mathcal{K}_\xi(\tau) \cos \omega\tau, \quad \mathcal{K}_{gh}(\tau) = -\mathcal{K}_\xi(\tau) \sin \omega\tau. \quad (13)$$

В случае  $\gamma = 0$  очевидно (см. (11)), что  $\mathcal{K}_\xi(\tau) = \sigma_\xi^2$ , т.е.  $\xi_1, \xi_2$ , являются константами. При этом  $g, h$ , как видно из (13), – гармоника с одинаковыми амплитудами и частотами, но разными фазами, которые отличаются на  $\pi/2$ . В данном случае точка с координатами  $g, h$  описывает окружность. Круговое движение происходит по часовой стрелке в силу положительной величины  $\omega$ . Именно так и движутся частицы воды при идеальных волнах без сноса, когда они идут слева направо.

При  $\gamma > 0$  корреляционная связь текущих значений  $g, h$  с предыдущими ослабляется:  $\mathcal{K}_\xi(\tau)$  в (13) монотонно убывает, что позволяет передать нерегулярность морского волнения. Здесь точка с координатами  $g, h$  также движется по часовой стрелке вокруг нуля, но описывает она уже не окружность, а некоторую спираль, случайным образом сходящуюся и расходящуюся.

Моделирование колебаний маяка (его излучающей антенны) проводилось с СКО  $\sigma_\xi = 0,3$  м, преобладающим периодом  $2\pi/\omega = 7$  с и интервалом корреляции  $1/\gamma = 35$  с. На рис. 2 представлен пример случайной траектории движения маяка под действием ветра и волн для указанных значений СКО, периода и интервала корреляции. По оси абсцисс здесь отложена сумма горизонтальных колебаний маяка  $g$  и сноса  $0,1$  м/с  $(t-t_0)$ . Снос позволяет увидеть колебания маяка на отдельных волнах.

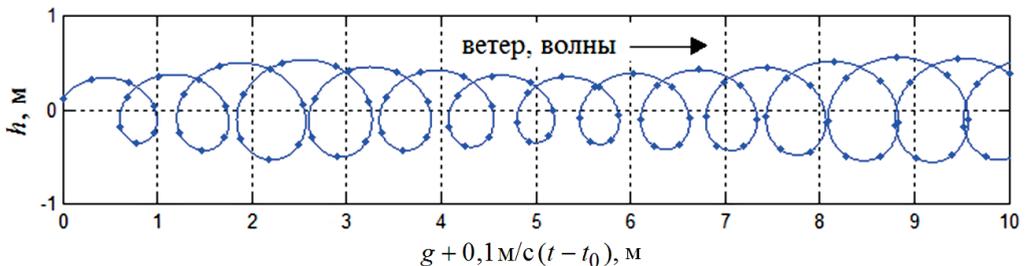


Рис. 2. Обусловленная ветро-волновым воздействием траектория маяка с секундными метками

Истинные горизонтальные координаты и скорости АНПА относительно маяка  $x, y, \dot{x}, \dot{y}$  вычисляются с использованием проекций  $g, \dot{g}$  на восточную и северную оси:  $g_x = g \sin \psi, g_y = g \cos \psi, \dot{g}_x = \dot{g} \sin \psi, \dot{g}_y = \dot{g} \cos \psi$ , где  $\psi$  – азимут направления ветрового сноса ( $\sin \psi \propto \delta v_x, \cos \psi \propto \delta v_y$ ). Истинные значения вертикальной координаты и скорости АНПА относительно маяка  $z, \dot{z}$  рассчитываются с учетом  $h, \dot{h}$ .

#### 4. Результаты моделирования

На рис. 3–6 представлены результаты моделирования разработанного алгоритма одномаяковой навигации для траекторий I и II при значениях относительной путевой скорости  $v_{\overline{v}}$  в 5 и 50 уз в случае отсутствия перерывов в поступлении гидроакустических измерений. По оси абсцисс для всех графиков отложено время от начала решения  $t-t_0$ .

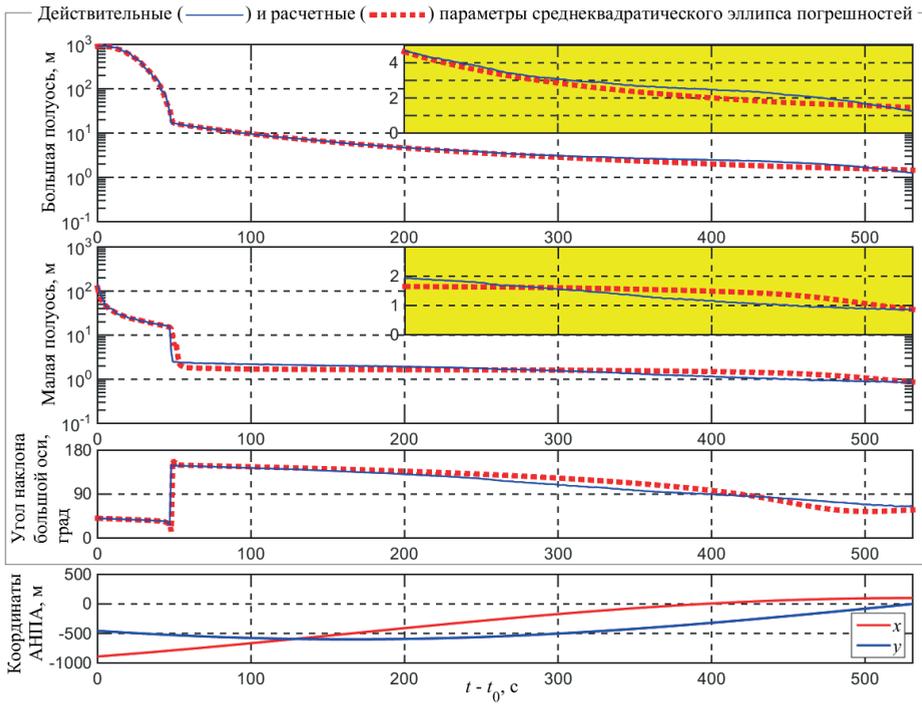


Рис. 3. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории I на скорости 5 уз без перерывов в поступлении гидроакустических измерений

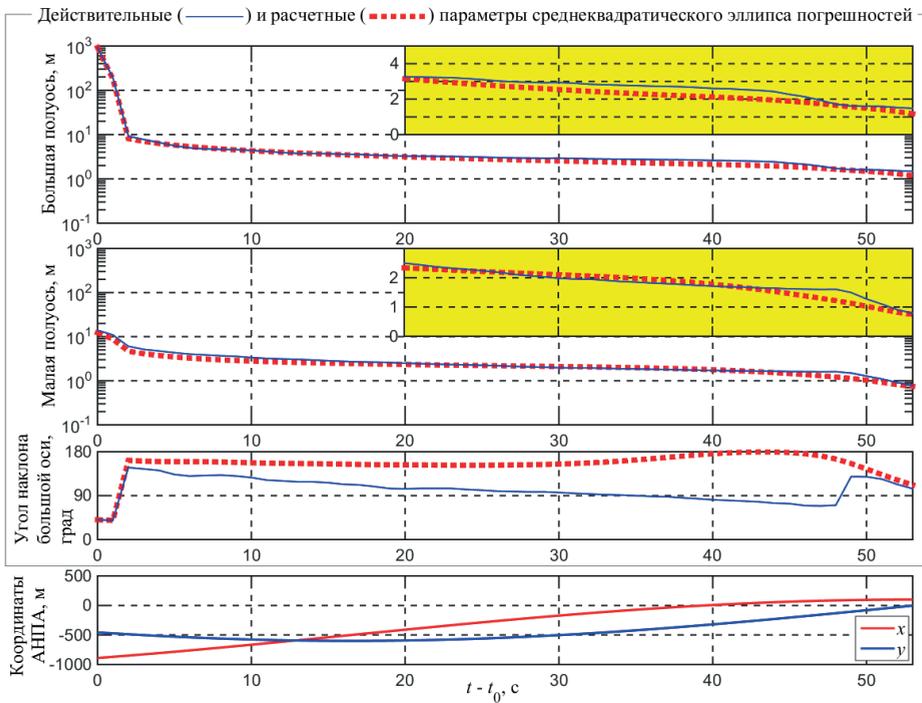


Рис. 4. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории I на скорости 50 уз без перерывов в поступлении гидроакустических измерений

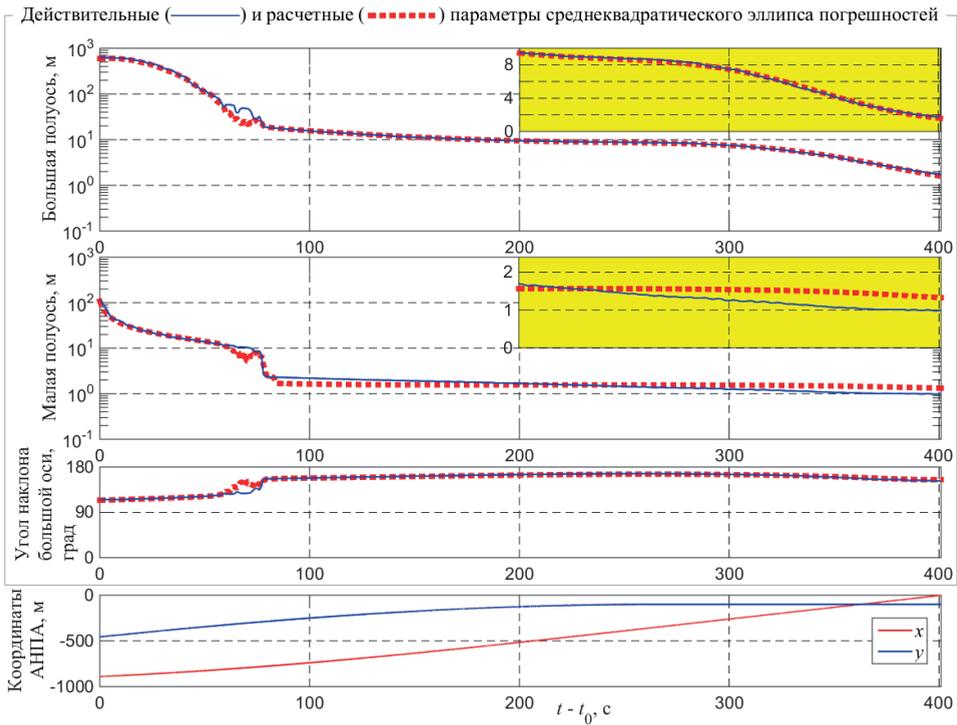


Рис. 5. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории II на скорости 5 уз без перерывов в поступлении гидроакустических измерений

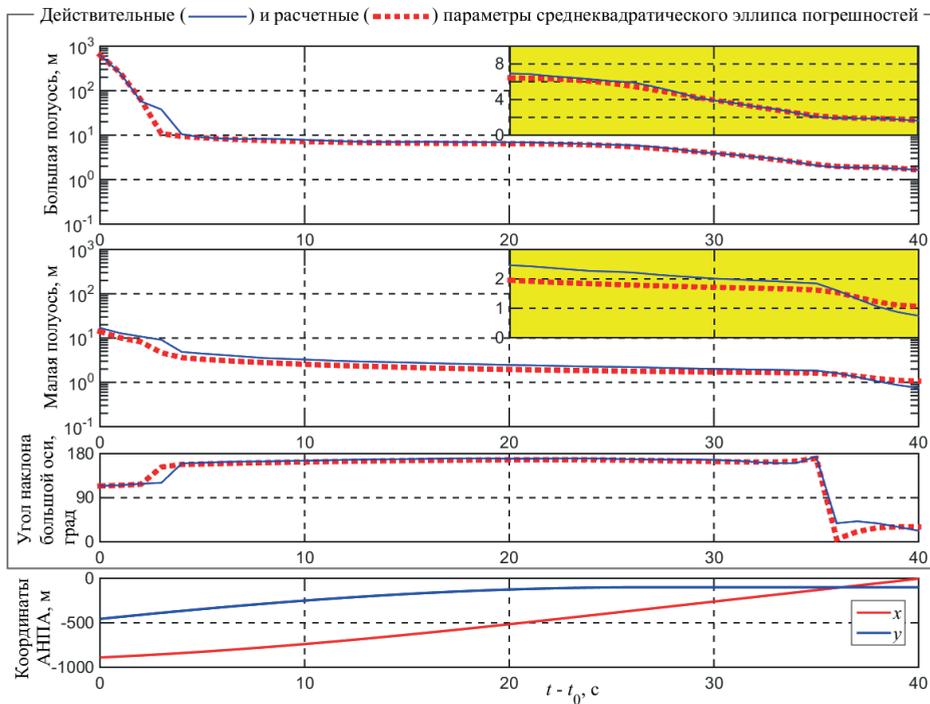


Рис. 6. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории II на скорости 50 уз без перерывов в поступлении гидроакустических измерений

Три верхних графика на каждом рисунке относятся к параметрам среднеквадратического эллипса погрешностей оценивания относительных координат АНПА  $x, y$ . Это действительные и расчетные полуоси эллипса и углы наклона большой оси к направлению на север, которые определены по 1000 решений для данных условий. Полуоси эллипса – это квадратные корни из собственных чисел ковариационной матрицы погрешностей оценивания  $x, y$ . Ориентация большой оси определяется собственным вектором, который соответствует большему собственному числу. Учитывая, что полуоси эллипса уменьшаются на 2-3 порядка по отношению к своим первоначальным значениям, их графики представлены в двух шкалах: логарифмической для всего интервала решения и линейной (графики, закрашенные желтым) для участков, где происходит сравнительно медленное уменьшение полуосей. Для каждого решения случайным образом моделировались реализации погрешностей БИНС, относительного лага, гидроакустических измерений и составляющих скорости ветрового сноса маяка. Действительные параметры эллипса определялись по выборочной ковариационной матрице погрешностей оценок  $\hat{x}_k, \hat{y}_k$ , расчетные – по среднему значению ковариационных матриц  $P_k^{xy}$ , которые вырабатываются самим алгоритмом решения (см. (19) в [1]). В результате определялись безусловные по отношению к реализациям измерений характеристики точности алгоритма. Сравнение действительных и расчетных безусловных характеристик точности является важной частью проверки эффективности субоптимальных алгоритмов оценивания [6, 10, 11]: оно позволяет установить, насколько вырабатываемые в алгоритме характеристики точности адекватны реальному уровню погрешностей решения.

На нижних графиках в каждом рисунке представлены истинные значения координат АНПА относительно маяка.

Результаты позволяют говорить о способности представленного алгоритма однопаяковой навигации вырабатывать достаточно адекватные характеристики точности полученного решения. В конце решения полуоси действительного и расчетного эллипсов погрешностей могут отличаться в пределах 30%. Отличия в ориентации действительного и расчетного эллипсов заметны прежде всего там, где большая полуось ненамного превышает малую, т.е. распределение погрешностей приближается к круговому. В этой ситуации ориентация эллипса не имеет принципиального значения.

Погрешность позиционирования в конечной точке для четырех рассмотренных примеров приблизительно одинаковая: большая полуось эллипса находится в районе 2 м, малая – 1 м. Все-таки несколько точнее результат получается для траектории I. Это можно объяснить не только большей протяженностью траектории I, но и лучшей наблюдаемостью вектора состояния для этой траектории. При ее прохождении АНПА разворачивается на угол 131 град, тогда как на траектории II поворот происходит лишь на угол 65 град.

Помимо погрешности в конечной точке немаловажным представляется и то, как уменьшается большая полуось эллипса в процессе решения. Это существенно, когда имеется риск вынужденной остановки решения до полного прохождения планируемой траектории, например, из-за сбоя в работе гидроакустической аппаратуры на АНПА или маяке. Из верхних графиков видно, что при одном и том же значении  $v_{\bar{y}}$  большая полуось эллипса уменьшается быстрее для траектории I, притом что в начале решения большая полуось меньше для траектории II. Получается, что траектория I выглядит

предпочтительнее в отношении не только погрешности в планируемой конечной точке, но и погрешности, на которую успеет выйти алгоритм при «досрочном» прекращении решения.

Поскольку погрешность в конце решения при высокой скорости оказывается примерно такой же, как и при низкой, предпочтение следует отдать высокой скорости, если, конечно, ее значение не продиктовано другими факторами. При высокой скорости сокращается время решения, а значит, снижается риск возникновения нештатных ситуаций, вынуждающих досрочно завершить решение.

Ясно, что при высокой скорости количество используемых в задаче измерений на единицу длины пройденного пути оказывается меньше, что должно негативно сказываться на точности решения. В то же время при высокой скорости за счет сокращения времени прохождения траектории погрешности определения приращений относительных координат  $\delta x^*$ ,  $\delta y^*$  вырастут меньше, а значит, точность определения координат АНПА должна повышаться. Судя по полученным результатам, на момент окончания решения при прохождении одной и той же траектории с разными скоростями эти противоречивые факторы уравнивают друг друга.

Из представленных результатов можно также сделать вывод, что колебания маяка под действием волн и фугоидные колебания АНПА – ни те, ни другие не учитываются в алгоритме решения – не оказывают заметного влияния на погрешность позиционирования АНПА.

В приведенных графиках обращает на себя внимание то, что эллипс среднеквадратических погрешностей в начальный момент решения  $t_0$  зависит от направления движения АНПА (у двух траекторий оно разное) и величины  $v_{\bar{y}}$ . В разделе 5 [1] отмечено, что в начале решения при использовании измерений дальности и радиальной скорости имеет место неоднозначность положения АНПА. На основе приведенных там же геометрических построений можно показать, что в начале решения эллипс вытянут вдоль линии, перпендикулярной вектору относительной начальной скорости АНПА, а его большая и малая полуоси примерно оцениваются как  $d_0 \sin \beta_0$  и  $\sqrt{(d_0 \sigma_{\bar{D}} / v_{\bar{y}})^2 + (\sigma_D \cos \beta_0)^2}$ . Данные выражения справедливы, когда  $\beta_0$  существенно больше нуля, но не превышает  $\pi/2$ , что имеет место для рассматриваемых траекторий. Полученные при моделировании значения полуосей эллипса в начале решения согласуются с приведенными аналитическими оценками.

Далее рассмотрим результаты позиционирования АНПА при перерывах в поступлении гидроакустических измерений. Моделировался сценарий, когда на АНПА получено только 50% от количества этих измерений при отсутствии сбоев. Причем диаграммы поступления измерений дальности и радиальной скорости не совпадают. Для измерений дальности длительность пропусков составляет 5 с, период повторения пропусков – 10 с, момент начала первого пропуска –  $t_0 + 2$  с. Для измерений радиальной скорости длительность пропусков – 6 с, период пропусков – 12 с, момент начала первого пропуска –  $t_0 + 3$  с.

Результаты для траектории I при путевой скорости  $v_{\bar{y}}$ , равной 5 и 50 уз, представлены на рис. 7, 8. Здесь внизу приведены диаграммы поступления гидроакустических измерений дальности  $\bar{D}$  и радиальной скорости  $\bar{D}$ . Сравним их с результатами на рис. 3, 4, полученными в тех же условиях, но без перерывов в поступлении измерений. При  $v_{\bar{y}} = 5$  уз перерывы играют заметную роль: уменьшение полуосей эллипса в начале решения происходит медленнее, но в остальном принципиально-

го влияния на точность 50-процентные пропуски не оказывают. Действительные и расчетные эллипсы здесь также неплохо согласованы. Расхождение в ориентации действительного и расчетного эллипсов при  $v_{\bar{y}} = 50$  уз, как и в случае отсутствия перерывов (рис. 4), объясняется близкими значениями большой и малой полуосей.

Полученные результаты позволяют говорить о способности разработанного алгоритма обеспечить погрешность позиционирования АНПА относительно свободно дрейфующего гидроакустического маяка на уровне метров при использовании данных от БИНС, относительного двухкомпонентного лага и гидроакустических измерений дальности и радиальной скорости, в том числе в условиях нестабильного поступления гидроакустических измерений. Еще раз подчеркнем, что никакая априорная информация о местоположении АНПА не привлекается. Решение сопровождается расчетными характеристиками точности, которые достаточно адекватно отражают уровень действительных погрешностей.

Отсутствие существенной рассогласованности расчетных и действительных характеристик точности обеспечивается в том числе благодаря использованию достаточно компактной (360 узлов), но эффективной сетки значений  $\alpha_0^i$  начального азимута АНПА. Напомним, что до перераспределения гипотез значения  $\alpha_0^i$  распределяются по всему интервалу  $(0; 2\pi]$  с шагом 1 град. После перераспределения гипотез значения  $\alpha_0^i$  сосредотачиваются на наиболее перспективных с точки зрения апостериорных вероятностей участках, где они расположены с шагом  $1/15 \approx 0,067$  град. Как уже отмечалось в [1], перераспределение гипотез позволяет избежать ситуации, когда сетка  $\alpha_0^i$  оказывается слишком редкой и алгоритм многоальтернативного оценивания работает с единственной гипотезой или крайне малочисленным набором гипотез. В разработанном алгоритме этого не происходит.

Для понимания внутренних процессов, происходящих в рассматриваемом многоальтернативном алгоритме однопаяковой навигации, полезно визуализировать апостериорные плотности вероятностей  $\alpha_0$  для различных моментов времени. Это было сделано. Плотности построены на основе апостериорных вероятностей  $p^i$  значений  $\alpha_0^i$  в виде кусочно-постоянных функций типа гистограмм. Несмотря на то что после перераспределения гипотез шаг сетки  $\alpha_0^i$  меняется, все графики апостериорных плотностей можно легко сопоставлять друг с другом, что не так легко проделать с графиками  $p^i$  для разных сеток до и после перераспределения гипотез.

Рис. 9 показывает, как происходит эволюция апостериорных плотностей вероятности  $\alpha_0$  для одного решения, полученного при прохождении траектории I со скоростью  $v_{\bar{y}} = 5$  уз без перерывов в поступлении гидроакустических измерений. Для наглядности внизу показаны графики плотностей на интервале 0–24 с от начала решения для каждого его шага (с темпом 1 с), сверху – на интервале 50–531 с через каждые 25 шагов. Отметим, что площадь под каждым графиком плотности равна 1 и такую же площадь имеют клетки на вертикальной плоскости, расположенной в конце временной оси. Истинное значение начального азимута  $\alpha_0$  показано на горизонтальной плоскости синими точками. Красной точкой на шкале  $\alpha_0$  (нижняя часть рис. 9) показано значение, которое в начале решения согласуется с измерениями так же, как истинное значение  $\alpha_0$ . В разделе 5 [1] установлено, что это значение отличается от истинного  $\alpha_0$  на удвоенную величину угла  $\beta_0$  между направлением движения и направлением на маяк от АНПА в начальный момент решения.

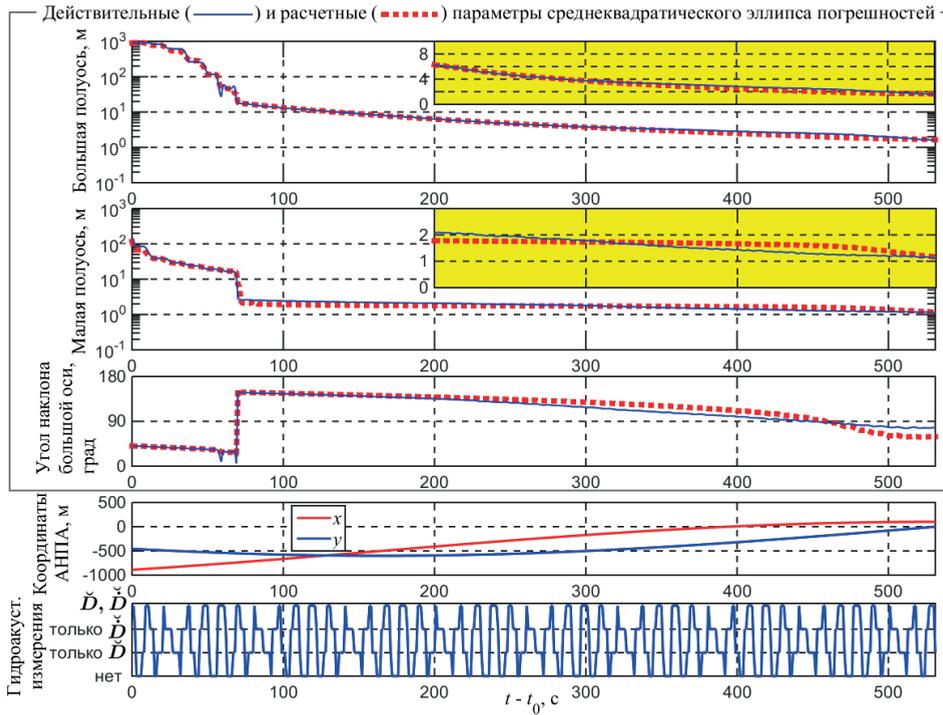


Рис. 7. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории I на скорости 5 уз с перерывами в поступлении гидроакустических измерений

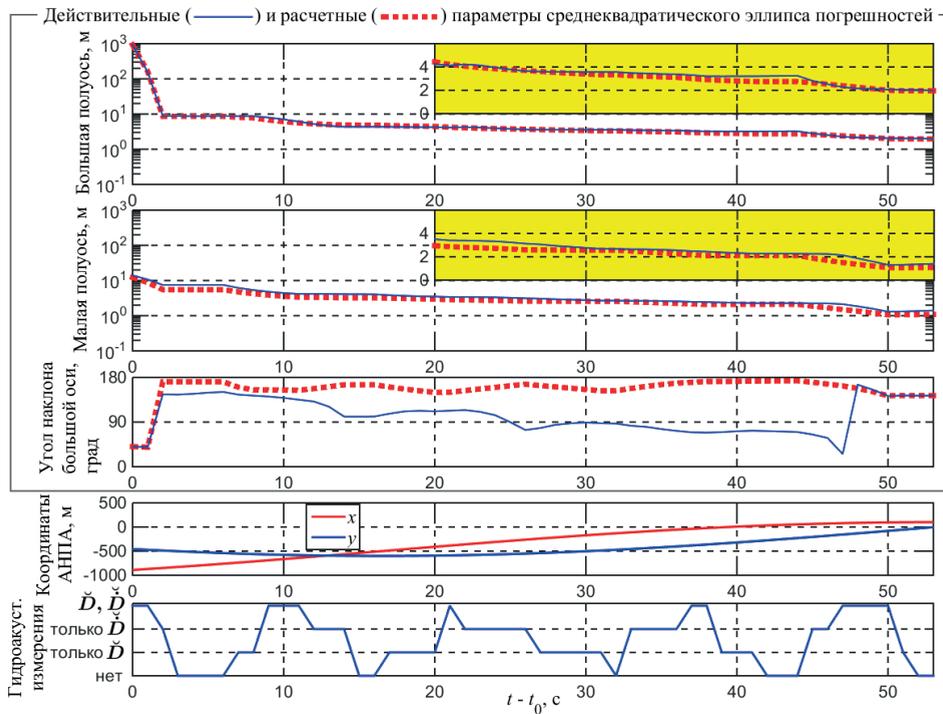


Рис. 8. Результаты позиционирования АНПА относительно маяка при прохождении траектории I на скорости 50 уз с перерывами в поступлении гидроакустических измерений

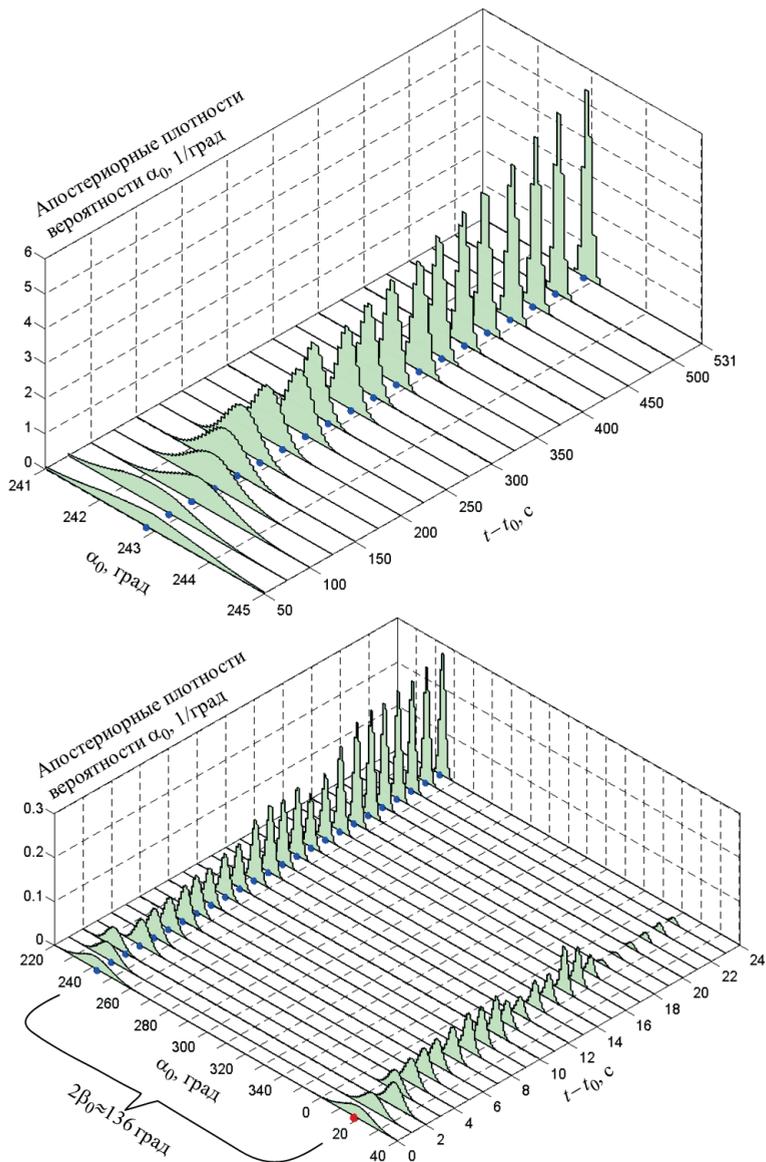


Рис. 9. Апостериорные плотности вероятности  $\alpha_0$ , построенные на основе  $p^i$ , до перераспределения гипотез (внизу) и после перераспределения (вверху)

Из графиков в нижней части рис. 9 видно, что на первых секундах решения апостериорная плотность вероятности  $\alpha_0$  имеет два экстремума – возникает неоднозначность положения АНПА. В самом начале экстремумы идентичны. При прямолинейном движении АНПА, как указывалось в [1], так было бы на протяжении всего решения. В данном случае, по мере того как траектория движения АНПА становится все менее прямолинейной, экстремум в окрестности истинного значения  $\alpha_0$  постепенно начинает преобладать и на 24-й секунде решения плотность становится одноэкстремальной. В этот момент выполняется процедура перераспределения гипотез, после чего используется новая сетка значений  $\alpha_0^i$  с меньшим шагом. Далее апостери-

орные плотности все больше концентрируются вокруг истинного значения – уменьшаются по ширине и увеличиваются по высоте.

Как показывает финальный график апостериорной плотности вероятности  $\alpha_0$ , реально работающими на 531-й секунде решения остаются 7 узлов сетки  $\alpha_0^i$  – столько кусочно-постоянных значений апостериорной плотности, а значит, и значений  $p_{531}^i$  заметно отличаются от нуля. Это говорит о том, что алгоритм многоальтернативного оценивания не вырождается и позволяет учитывать неточность в знании  $\alpha_0$  на протяжении всего решения.

В то же время последний по времени график апостериорной плотности позволяет понять, что, если отказаться от процедуры перераспределения гипотез и все время использовать первоначальную сетку с шагом 1 град или даже с вдвое меньшим шагом 0,5 град, к концу решения останется всего одна гипотеза с ненулевой апостериорной вероятностью, т.е. начальный азимут будет считаться точно известным. Такое искаженное представление действительной ситуации должно негативно отразиться на достоверности вырабатываемых алгоритмом характеристиках точности и на самом решении.

Следует сказать, что рассматриваемый алгоритм одномаяковой навигации был реализован в среде MATLAB, ориентированной, как известно, на векторно-матричные вычисления. Время выполнения одного шага алгоритма, соответствующего интервалу 1 с, на персональном компьютере с процессором Intel Core i3 с тактовой частотой 2,9 ГГц составляет менее 0,05 с. При этом на процедуру перераспределения гипотез приходится незначительная доля от вычислений, повторяющихся на каждом шаге решения. Эта процедура реализуется менее чем за 0,003 с. Ясно, что время выполнения алгоритма в бортовом вычислителе может быть существенно больше, чем на персональном компьютере с использованием MATLAB. Вместе с тем алгоритм обладает достаточной гибкостью и при необходимости может быть оптимизирован с точки зрения вычислительных затрат, например за счет сокращения числа гипотез о значении  $\alpha_0$  и многократного применения процедуры перераспределения гипотез.

### Заключение

Алгоритм одномаяковой навигации дополнен выражениями, позволяющими реализовать его при использовании БИНС на датчиках угловой скорости и относительного лага, двух- или однокомпонентного. Проведено моделирование алгоритма для БИНС навигационного класса и двухкомпонентного относительного лага. Рассмотрены сценарии движения АНПА на скоростях 5 и 50 уз относительно свободно дрейфующего маяка. В конечной точке предусматривается сближение с маяком на 100 м. Результаты моделирования показали, что разработанный алгоритм при СКО шума измерений дальности и радиальной скорости в 10 м и 0,3 м/с обеспечивает погрешность позиционирования АНПА относительно маяка на уровне метров, в том числе при фрагментированной на 50% диаграмме поступления гидроакустических измерений. Расчетные характеристики точности, которые формируются в алгоритме по ковариационным матрицам, адекватны уровню действительных погрешностей оценивания относительных координат АНПА. Волновые колебания маяка и фугоидные колебания АНПА, не учитываемые в алгоритме, не оказывают заметного влияния на точность полученных решений. Визуализировано изменение во времени апостериорного распределения ве-

роятности начального азимута  $\alpha_0$ . При этом наглядно показано, как по ходу решения устраняется неоднозначность положения АНПА и происходит сужение области неопределенности  $\alpha_0$ . Судя по оценке времени выполнения алгоритма, он вполне может быть реализован в бортовом вычислителе АНПА при темпе поступления измерений 1 с. Результаты предложенного алгоритма можно использовать для коррекции ИНС по координатам (с учетом поступающих от маяка географических координат) и другим параметрам, а также компенсировать погрешности гироскопов и акселерометров с целью снижения погрешностей ИНС в период автономной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Кошаев Д.А.** Многоальтернативный алгоритм однопаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Часть 1. Математическое описание // Гироскопия и навигация. 2020. №2. С. 109–130.
2. **Алёшин Б.С., Афонин А.А., Веремеенко К.К. и др.** Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии / Под ред. Б.С. Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
3. **Голован А.А., Парусников Н.А.** Математические основы навигационных систем [в 3 ч.] Ч. 1: Математические модели инерциальной навигации / Московский гос. ун-т им. М.В. Ломоносова / 3-е изд., испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2011.
4. **Емельянцеv Г.И., Степанов А.П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2016.
5. **Ривкин С.С., Ивановский Р.И., Костров А.В.** Статистическая оптимизация навигационных систем. Л.: Судостроение, 1976.
6. **Степанов О.А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. 3-е изд. СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ Электроприбор, 2003.
7. <https://www.ixblue.com>
8. <https://www.elektropribor.spb.ru>
9. <https://www.skipper.no>
10. <https://www.yokogawadenshikiki.co.jp/ydk/>
11. **Ривкин С.С.** Метод оптимальной фильтрации Калмана и его применение в инерциальных навигационных системах. Часть 1. Математические основы и вопросы реализации метода оптимальной фильтрации Калмана. Л.: Судостроение, 1973.
12. **Степанов О.А., Васильев В.А., Торопов А.Б., Лопарев А.В., Басин М.В.** Сравнительный анализ алгоритмов фильтрации в задачах обработки навигационных измерений полиномиального типа // Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова, 2018. С. 146–154.
13. **Stepanov, O.A., Vasiliev, V.A., Toropov, A.B., Loparev, A.V., Basin, M.V.**, Efficiency analysis of a filtering algorithm for discrete-time linear stochastic systems with polynomial measurements, *Journal of the Franklin Institute*, 2019, vol. 356, no. 10, pp. 5573–5591.

---

**Koshaev, D.A.** (Concern CSRI Elektropribor, JSC; ITMO University, St. Petersburg, Russia) Multiple Model Algorithm for Single-Beacon Navigation of Autonomous Underwater Vehicle without Its A Priori Position. Part 2. Simulation, *Гироскопия и Навигация*, 2020, vol. 28, no. 3 (110), pp. 76–94.

**Abstract.** The algorithm presented earlier is updated for the case when an autonomous unmanned vehicle (AUV) is equipped with a strapdown inertial navigation system (SINS) based on angular rate sensors and a water speed log. The algorithm simulation results for a SINS of navigation grade, a two-component water speed log, two trajectories of the AUV motion when approaching the beacon to a distance of 100 m; two values of the AUV's speed; solid and fragmented diagrams

of received acoustic measurements are presented. The results show that the algorithm provides the AUV positioning accuracy of several meters even in the situations when the received acoustic measurements are discontinuous. It has been found that the accuracy characteristics provided by the algorithm adequately reflect the level of real errors.

**Key words:** autonomous unmanned vehicle, single-beacon navigation, multiple model filtering, strapdown inertial navigation system, water speed log, statistical testing method.

Материал поступил 29.04.2020