

Е. Б. АМБРОСОВСКАЯ, А. Г. ШПЕКТОРОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ АТТРАКТОРОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВОЗДЕЙСТВИЯ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ НА СУДНО

В работе рассматривается задача моделирования действующих на судно сил и моментов морского волнения для построения алгоритмов управления движением. Показано, что существующие в настоящее время подходы к описанию сил и моментов волнового возмущения обладают определенными недостатками. Предложен альтернативный подход к моделированию волнового возмущения, действующего на судно, при помощи хаотических колебаний, генерируемых в динамических системах типа «хаотический аттрактор». Проанализированы спектральные характеристики морского волнения, предложены критерии для определения диапазона существенных частот спектра сигнала. Для сравнения моделируемого процесса и морского волнения заданной высоты и средней частоты предложено сопоставлять диапазон существенных частот, дисперсию сигнала и характеристики распределения. Рассмотрены известные аттракторы Арнеодо и Чена, исследованы их спектральные свойства, построены фазовые портреты. Предложено использовать одну из фазовых координат аттрактора в качестве величины, моделирующей волновое воздействие. Математическая модель объекта дополнена уравнениями аттрактора, благодаря свойствам которого возникает квазистохастичность процесса. Оценка адекватности предлагаемой модели возмущения выполнена с помощью оценок спектров и распределений. Приведен пример моделирования бортовой качки судна с использованием предлагаемого подхода.

Ключевые слова: морское волнение, качка судна, хаотические аттракторы, математическое моделирование, спектры морского волнения.

Введение

Морское волнение – трехмерный случайный процесс, различные характеристики которого исследованы в литературе, посвященной как океанографии [1–2], так и теории корабля [3–4]. Создание алгоритмов автоматического управления движением судна требует моделирования их работы на волнении, поэтому вопрос расчета сил и моментов волнения был предметом многих исследований в этой области [5–9].

Амбросовская Елена Борисовна. Кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»; ведущий инженер-исследователь, АО «Навис» (С.-Петербург). ORCID 0000-0002-5819-8852.

Шпекторов Андрей Григорьевич. Кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»; ведущий инженер, АО «Ситроникс-КТ» (С.-Петербург).

Чаще всего рассматриваются два подхода: модель полигармонического квазислучайного волнения и метод формирующих фильтров. Оба не лишены ряда недостатков.

В модели полигармонического волнения случайный процесс заменяется конечной суммой некоторого количества гармоник различной частоты и амплитуды. В этом случае [4] возможно возникновение возбуждения параметрических колебаний в моделях (если учитывается уравнение скорости хода, то скорость параметрически возбуждает остальные уравнения, и требуются специальные методы, которые позволяют избежать параметрических колебаний системы, в реальности не присущих объекту). Подход на основе формирующих фильтров [7, 8, 10, 11] также обладает определенными недостатками. Прежде всего требуется программная реализация прохождения сигнала, имитирующего белый шум (имеющего известные недостатки генератора случайных чисел), через заданный формирующий фильтр. При этом возникают существенные ограничения на выбор метода численного интегрирования, поэтому фильтр чаще реализуют в дискретной форме. Стоит заметить, что использование для колебательных систем явных методов (например, метода Эйлера) нежелательно [12].

В данной работе рассматривается третий подход, при котором применяются динамические системы, имеющие свойства хаотичности. Такие системы, называемые хаотическими аттракторами, были хорошо изучены вначале в рамках теории динамического хаоса [13, 14], а впоследствии – в рамках теории скрытых колебаний [15]. Траектории различных хаотических систем часто используются в практических задачах вместо реализации случайных процессов или полигармонических сигналов [16], однако применительно к моделированию влияния волнового возмущения на маневрирующее судно такой подход является сравнительно новым. Следует отметить, что за рубежом проводились исследования хаотических свойств волнения на основе анализа натурных данных [17], что говорит о перспективности данного направления. Для практического применения подобного подхода необходимо разработать критерии оценки сходства моделируемых хаотических и известных («эталонных») случайных процессов.

Спектральные свойства волнового воздействия

Для моделирования волнового возмущения требуется не только получить реализацию волновой ординаты в точке, но и описать силы и моменты, действующие на судно.

В литературе известны две формы записи возмущений: силы и моменты, обусловленные регулярным волнением [4], спектральные плотности энергии для сил и моментов [8]. Так, боковая сила и кренящий момент определяются поперечной составляющей угла волнового склона, продольная сила и дифференцирующий момент формируются продольной составляющей угла волнового склона, вертикальная качка – волновой ординатой, рыскание – производной угла волнового склона. Во всех случаях используются угол и ордината, приведенные к корпусу судна при помощи функций, учитывающих геометрические размеры судна относительно волнения [4].

Спектральная плотность энергии (в литературе по морскому волнению ее кратко именуют спектром [6]) волновой ординаты $S_{\eta}(\omega)$ характеризует распределение энергии волнения в любом направлении по частотам. Силы и моменты волнения при этом определяют так называемый диапазон существенных частот, в котором сосредоточена основная энергия сигнала. Для описания спектральной плотности

существует большое количество аппроксимирующих выражений (например, спектры Неймана, Пирсона–Московица, Вознесенского–Нецветаева, а также спектры, рекомендованные 12-й Международной конференцией опытовых бассейнов и II Международным конгрессом по конструкции и прочности судов, и другие) [2, 4, 8]. Наиболее часто употребляют следующие виды спектров: JONSWAP (за рубежом) и Вознесенского–Нецветаева (в отечественной практике). Спектр JONSWAP $S_{\eta}(\omega)$ – модификация спектра Пирсона–Московица [18] имеет вид:

$$S_{\eta}(\omega) = A_{\gamma} S_{PM}(\omega) \gamma^{\exp\left\{-0.5\left(\frac{\omega-\omega_p}{\sigma\omega_p}\right)^2\right\}},$$

где A_{γ} – нормирующий множитель, γ – безразмерный параметр формы, σ – параметр спектральной ширины,

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_a, \omega \leq \omega_p, \\ \sigma_b, \omega > \omega_p, \end{cases}$$

$$\omega_p = 1 / T_p,$$

частота максимума спектра Пирсона–Московица $A_{\gamma} = 1 - 0,287 \log \gamma$.

При $\gamma = 1$ JONSWAP сводится к спектру Пирсона–Московица. В [18] в качестве наиболее общеупотребительных рекомендуется применять следующие параметры: $\gamma = 3,3$, $\sigma_a = 0,07$, $\sigma_b = 0,09$. В этой же работе приведена модификация спектра для мелкой воды, а также двугорбый спектр для смеси ветрового волнения и зыби. Влияние параметра γ на форму спектра волнения показано на рис. 1.

Спектры определяются двумя параметрами – высотой волны и ее средним периодом. В качестве удобной для анализа спектра характеристики рассмотрим энергию волновой ординаты. Для этого можно вычислить интеграл от спектральной плотности как функции частоты и нормировать его относительно максимального значения. Так как спектр – функция неотрицательная, то его интеграл будет неубывающей функцией частоты. Тогда можно определять диапазон существенных частот сигнала [19] исходя из заданного уровня энергии ε (рис. 2). Ширина спектра будет определяться такими частотами ω_1 , ω_2 , где функция $E(\omega)$ находится в промежутке $[\varepsilon, 1 - \varepsilon]$.

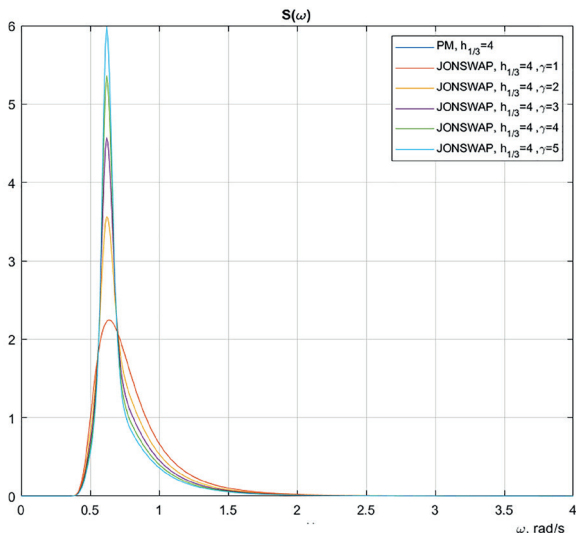


Рис. 1. Спектр JONSWAP, влияние параметра γ

Следует заметить, что способ сравнения двух спектров по их интегралам $E(\omega)$ удобен в том случае, когда один из спектров аналитический, а другой получен по временной реализации сигнала с использованием алгоритма быстрого преобразования

Фурье. Рис. 3 показывает, что вид спектра, восстанавливаемого по временному процессу, может зависеть от количества интервалов осреднения спектра (определяется числом отсчетов n_p), тогда как энергия сигнала при разных значениях n_p практически не изменяется. Такой подход был предложен в работе [19] для определения диапазона существенных частот спектра. В связи с этим для анализа спектров можно выбрать фиксированное количество отсчетов. Далее все графики приводятся для $n_p = 1024$.

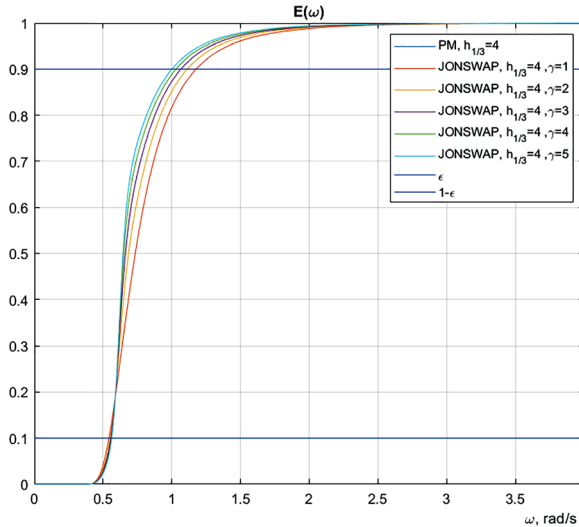


Рис. 2. К определению полосы существенных частот спектра

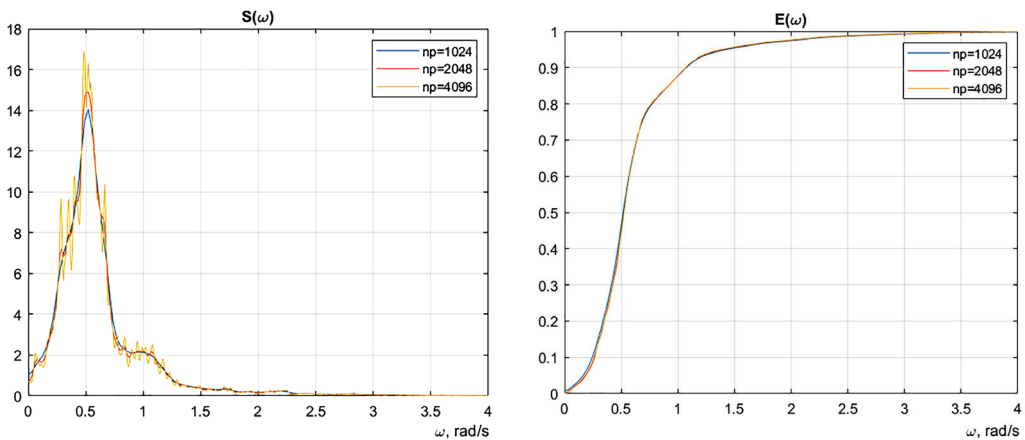


Рис. 3. Сравнение аналитического и восстановленного по реализации спектра

Хаотические аттракторы и их свойства

Хаотические аттракторы – это нелинейные динамические системы, поведение которых характеризуется свойствами хаотичности. Существует большое количество различных аттракторов [20]. Достоинство аттракторов 3-го порядка заключается в том, что их фазовые портреты можно визуализировать. Этим свойством активно пользуются авторы научно-популярных публикаций [21], поскольку наглядная демонстрация фазовых портретов привлекает дополнительное внимание.

Хаотические аттракторы структурно относятся к колебательным системам, и свойства хаотичности проявляются в некотором ограниченном диапазоне параметров. Вне этого диапазона системы способны генерировать квазипериодические колебания [14], имеющие дискретный спектр. Вместе с тем при «правильных» параметрах системы колебания становятся нерегулярными, частоты колебаний начинают «плавать», спектр делается непрерывным в некотором диапазоне частот [16]. Именно эти свойства объединяют хаотические колебания и морское волнение, которое при некоторых условиях может описываться регулярными (волны зыби) и нерегулярными колебаниями.

Хаотические системы принято характеризовать специфическими параметрами: ляпуновскими показателями, фрактальной размерностью, свойствами сечений Пуанкаре [14]. Ляпуновские показатели часто используются как показатели локальной неустойчивости фазовых траекторий аттрактора [15]. Фрактальная размерность характеризует «густоту» заполнения емкости аттрактора траекториями. Сечения Пуанкаре характеризуют близость хаотического процесса к квазипериодическому. В настоящей работе эти показатели не рассматриваются, так как предметом исследования являются частотные свойства фазовых координат, а не их взаимное влияние.

Постановка задачи

Для реализации процесса, похожего на волновую ординату в заданной точке, требуется подобрать случайный аттрактор (вид и способ определения параметров), одна из фазовых координат которого может быть использована в качестве достаточно правдоподобной реализации волновой ординаты в фиксированной точке, то есть удовлетворяет следующим требованиям:

- 1) распределение ординат близко к нормальному, что характерно для реального волнового процесса [2, 3];
- 2) обеспечение таких параметров аттрактора, как функции значительной высоты волны $h_{1/3}$, чтобы энергетический спектр, посчитанный по реализации генерируемого квазислучайного процесса, был близок в смысле распределения энергии по частотам к заданному спектру (например, JONSWAP [18]);
- 3) возможность задания алгоритма изменения параметров аттрактора в зависимости от скорости хода с учетом эффекта «кажущейся частоты волнения» [7] (эффекта Доплера).

Таким образом, необходимо выбрать структуру аттрактора, которая обеспечит для одной или нескольких из его фазовых координат процесс, позволяющий моделировать силы и моменты волнового воздействия на судно. С практической точки зрения это означает, что у такого воздействия оценка распределения должна быть близка к нормальному, а спектр – близким к заданному спектру волнения в отношении дисперсии, диапазона существенных частот и максимума спектра.

Выбор и настройка хаотических аттракторов

В качестве исходных данных рассматривались различные варианты хаотических аттракторов [20]. Далее приведены результаты исследования самовозбуждающихся аттракторов Чена [22] и Арнеодо [23] с оценкой их пригодности для использования в качестве реализации морского волнения.

Отдельно следует отметить сложность подстройки параметров аттракторов, поскольку требуемая для волнения хаотичность наблюдается в довольно узком диапазоне значений параметров. В то же время модификации необходимы для обеспечения нужной полосы частот.

Для сдвига полосы частот без потери хаотичности предлагается ввести дополнительный коэффициент k_p , определяющий масштаб оси времени, который вводится множителем в правую часть уравнений аттрактора, что, очевидно, не нарушает его хаотичной структуры. Значение $k_t = 1$ соответствует классическому представлению аттрактора.

Тем не менее одного масштабирования времени может оказаться недостаточно, так как в соответствии с «эталонным» спектром волнения требуется дополнительное сжатие или расширение полосы частот. Таким образом, нужно в небольших пределах изменять параметры самого аттрактора и при этом контролировать наличие хаотичности в системе. Контроль можно осуществлять по внешнему виду спектра сигнала – он должен сохранять непрерывность.

Аттрактор Чена [22, 24] имеет следующий вид (с учетом введенного масштаба времени k_t):

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= k_t a (x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 &= k_t ((c - a)x_1 - x_1 x_3 + c x_2), \\ \dot{x}_3 &= k_t (x_1 x_2 - b x_3).\end{aligned}$$

Параметры аттрактора: $a = 35$; $b = 3\alpha$; $c = 28$. Каноническому представлению соответствует $k_t = 1$, $\alpha = 1$.

Каноническое представление аттрактора Арнеодо [23] при $k_t = 1$, $\alpha = 1$ имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= k_t x_2, \\ \dot{x}_2 &= k_t x_3, \\ \dot{x}_3 &= k_t (-x_3 + c x_1^3 - a x_1 - b x_2).\end{aligned}$$

Параметры аттрактора: $a = -5,5$; $b = 3,5\alpha$; $c = -1$.

Результаты численного моделирования

На рис. 4 показаны фазовые портреты исследуемых аттракторов, на рис. 5 и 6 – гистограммы фазовых координат, результаты получены путем моделирования системы уравнений в среде MATLAB. Начальная точка для интегрирования выбиралась непосредственно на аттракторе.

В качестве волновой ординаты можно использовать переменную $x_3(t)$ аттрактора Чена после центрирования и масштабирования:

$$r_c(t) = k_s x_3(t) - x_{30},$$

где параметр $k_s = \frac{h_{1/3}}{14,4\alpha + 9,6}$, $x_{30} = 23,5$.

Коэффициент «сжатия времени» $k_t = 0,75 / \bar{T}$, где \bar{T} – средний период волнения, для развитого ветрового волнения [1, 7] можно принять $\bar{T} = 4\sqrt{h_{1/3}}$.

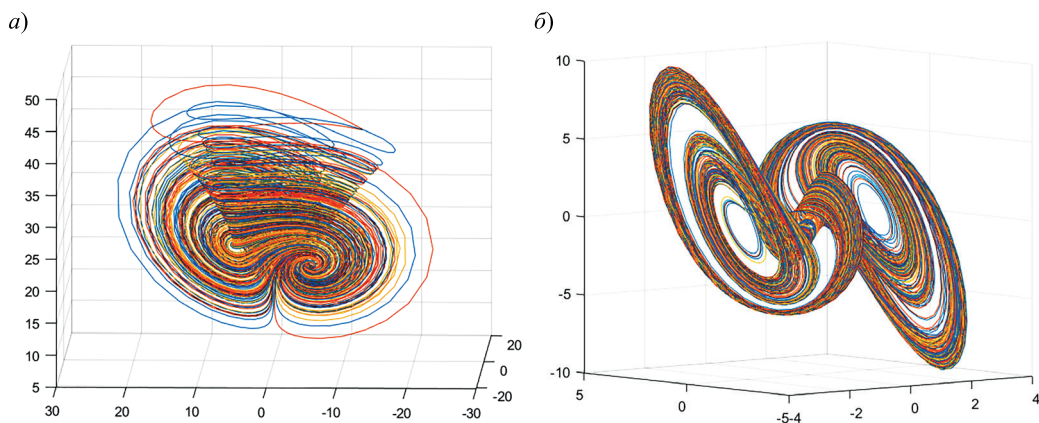


Рис.4. Аттракторы Чена (а) и Арнеодо (б). Фазовый портрет

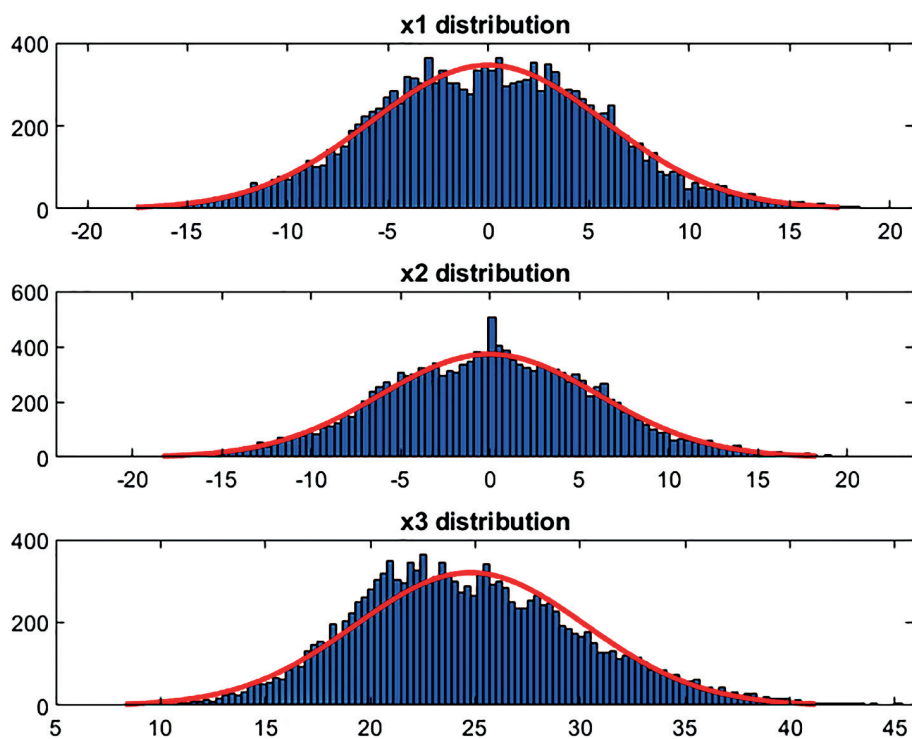


Рис. 5. Гистограммы фазовых координат аттрактора Чена

Таким образом, коэффициенты математической модели аттрактора привязываются к интенсивности (дисперсии) волнения (через коэффициент k_s) и среднему периоду \bar{T} (через коэффициент k_t). При моделировании воздействия на движущееся судно с учетом скорости и угла встречи с волной в качестве среднего периода следует брать значение для кажущегося волнения [7, 25].

Как видно из рис. 6, распределение координат у аттрактора Арнеодо «менее нормальное», чем у аттрактора Чена. Вместе с тем при некоторых параметрах можно получить близкое к нормальному распределение для второй и третьей фазовой координаты. В качестве волновой ординаты будем использовать следующий процесс:

$$r_a(t) = k_s x_3(t),$$

где параметр $k_s = h_{1/3}/15$, коэффициент «сжатия времени» $k_t = 2,5/\bar{T}$.

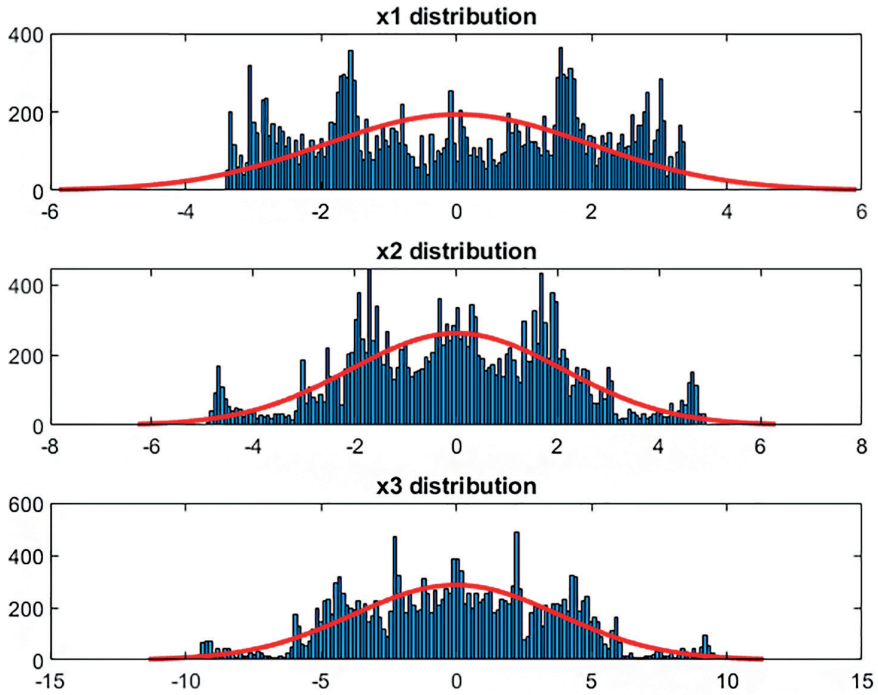


Рис. 6. Гистограммы фазовых координат аттрактора Арнеодо

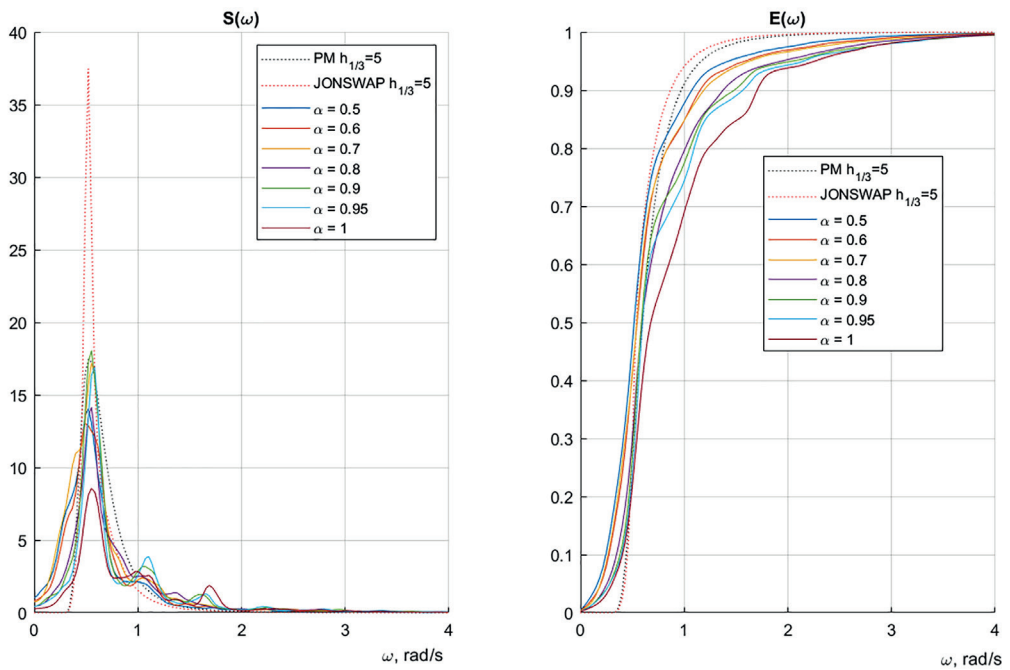


Рис. 7. Спектр и энергетическая характеристика волновой ординаты, моделируемой аттрактором Чена при разных значениях параметра α

Параметр α искусственно введен в аттрактор Чена для изменения ширины полосы спектра. На рис. 7 показано влияние параметра α на спектральный состав сигнала, что особенно хорошо видно по графику интеграла от спектра (энергетической характеристики), а также показан спектр координаты x_3 в сравнении со спектрами Пирсона–Московица и JONSWAP при $\gamma = 3,3$ (высота волны задана 5 м). Далее выберем параметр $\alpha = 0,8$.

Аналогичный параметр α введен также в модель Арнеодо, что позволяет приблизить распределение третьей координаты к нормальному, а спектр – к желаемому. На рис. 8 приведена гистограмма третьей координаты аттрактора Арнеодо при $\alpha = 1,2$.

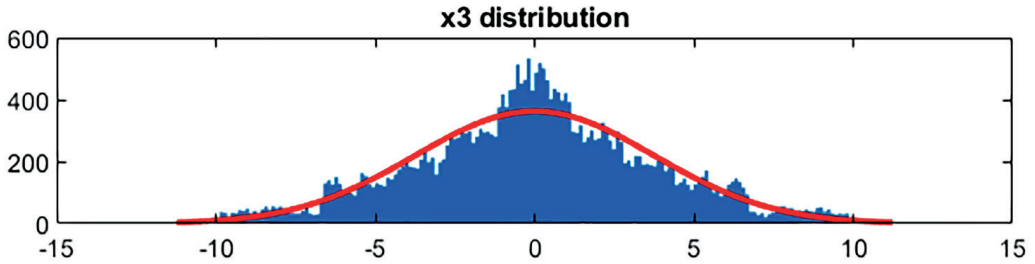


Рис. 8. Гистограмма фазовой координаты x_3 аттрактора Арнеодо при $\alpha = 1,2$

На рис. 9 показано сравнение спектра Пирсона–Московица для различных значений высоты волны $h_{1/3}$ и оценки спектра процесса $r_c(t)$ аттрактора Чена.

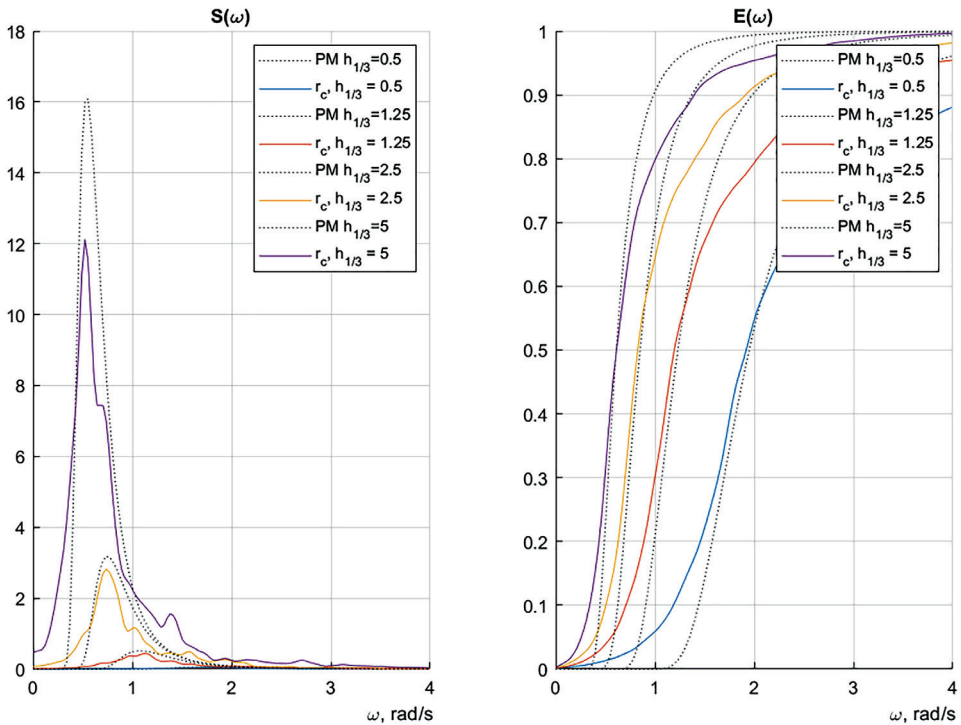


Рис. 9. Сравнение спектров и энергетических характеристик волновых ординат, моделируемых аттрактором Чена при различных высотах волнения и полученных с использованием спектра Пирсона–Московица

Из рисунка видно, что фазовые координаты, моделируемые модифицированными уравнениями аттрактора Чена, можно использовать в качестве реализации волновой ординаты, описываемой спектром Пирсона–Московица.

На рис. 10 показан спектр процесса $r_a(t)$ аттрактора Арнеодо ($\alpha = 1,2$) в сравнении со спектрами Пирсона–Московица и JONSWAP (с параметром $\gamma = 3,3$). Спектр ближе к JONSWAP.

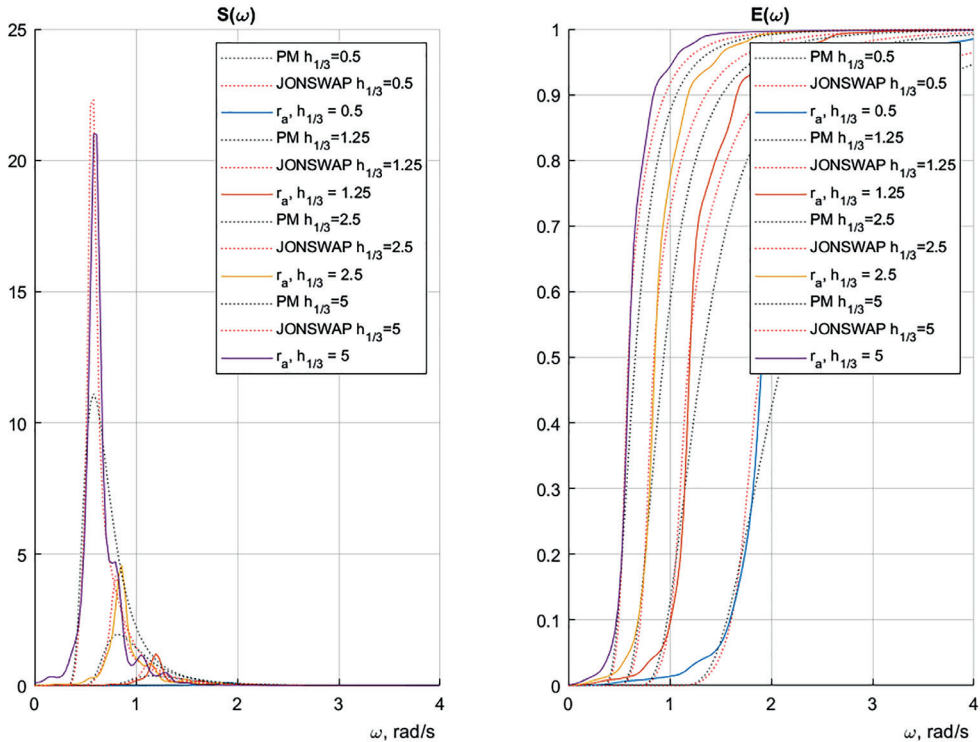


Рис. 10. Сравнение спектров и энергетических характеристик волновых ординат, моделируемых аттрактором Арнеодо при различных высотах волнения и полученных с использованием спектров JONSWAP и Пирсона–Московица

В публикациях последнего времени (в частности, [26]) обсуждается проблема диссипативности аттрактора Чена, в связи с чем его выбор может быть нежелателен. В данной работе аттрактор Чена приведен в качестве примера спектральных свойств его фазовых координат.

Моделирование поведения судна на волнении

Наиболее интересным является моделирование движения судна при волнении с использованием различных способов описания волнового процесса. Рассмотрим в качестве примера бортовую качку судна при волнении. Предложенный подход можно распространить и на другие виды движения (вертикальная и килевая качка, рыскание, продольное движение).

В данном случае будем считать, что судно расположено лагом к волне (курсовой угол волнения составляет 90°).

Параметры моделируемого судна

Длина	60 м
Ширина	12 м
Водоизмещение m	2000 т
Момент инерции J_{xx}	$4,4 \cdot 10^4$ тм
Коэффициент присоединенных масс	0,36
Поперечная начальная метацентрическая высота h_0	1,1 м

Уравнение движения судна имеет вид:

$$J_{xx} \ddot{\theta} + 2N_0 \dot{\theta} + mgh_0 \theta = M_{vv}(t),$$

где θ – угол крена, $\dot{\theta} = \omega_x$ – угловая скорость крена, M_{vv} – возмущающий момент от волнения. Кренящий момент от волнения часто представляют в виде [4]

$$M_{vv}(t) = m g h_0 \tilde{\gamma}(t),$$

где $\tilde{\gamma}(t)$ – приведенный (при помощи редуцированного коэффициента, учитывающего соотношение размерений судна и параметров волнения) угол волнового склона (в общем случае – его поперечная составляющая, но при бортовой волне это то же самое). Таким образом, возмущение – поперечная составляющая угла волнового склона.

Влияние скорости судна мало, так как направление волнения бортовое и кажущаяся частота волнения совпадает с истинной, а скорость оказывает влияние лишь на демпфирование (которое, как правило, немного увеличивается с ростом скорости).

Рассмотрим следующие способы формирования угла волнового склона для моделирования кренящего момента:

- 1) белый шум, пропущенный через формирующий фильтр 4-го порядка [11];
- 2) полигармоническое волнение;
- 3) хаотические аттракторы Чена и Арнеодо.

Стандартный способ учета редуцированных коэффициентов – вычисление их для каждой элементарной гармонике (что возможно для случая полигармонического волнения). Для предложенного способа редуцированный коэффициент вычисляется на истинной частоте максимума спектра.

В случае если судно идет с ненулевой скоростью под углом к волне, отличным от 90 градусов, требуется учесть кажущуюся частоту при помощи изменения масштаба времени – параметра k_p , подставив в него кажущееся значение среднего периода волн.

На рис. 11 приведены результаты моделирования бортовой качки судна на волнении $h_{13} = 2,5$ м. Для сравнения использовались полигармоническая модель и формирующий фильтр 4-го порядка [11].

Отметим, что в данном случае модель не требует ни генератора случайных чисел, ни подготовки каких-либо данных – это просто моделирование динамической системы, заданной системой уравнений пятого порядка, то есть уравнениями объекта и аттрактора, например Арнеодо (в другом случае следует заменить уравнения аттрактора):

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \omega_x, \\ \dot{\omega}_x &= -2N_\theta \omega_x - m g h_\theta \theta + M_{wv}(t), \\ \dot{x}_1 &= k_t(x_2 - \rho x_1), \\ \dot{x}_2 &= k_t(x_3 - \rho x_2), \\ \dot{x}_3 &= k_t(-x_3 + c x_1^3 - a x_1 - b x_2), \\ M_{wv}(t) &= \dot{x}_3 k_s f(\omega_p) \omega_p / g, \end{aligned}$$

$f(\omega_p, L, B, \xi)$ – редуцированный коэффициент бортовой качки [4], где в данном случае $\xi = 90^\circ$, производная \dot{x}_3 определяется с использованием уравнений движения, коэффициенты a, b, c – постоянные параметры, параметры k_t и k_s определяются высотой волнения и средним периодом.

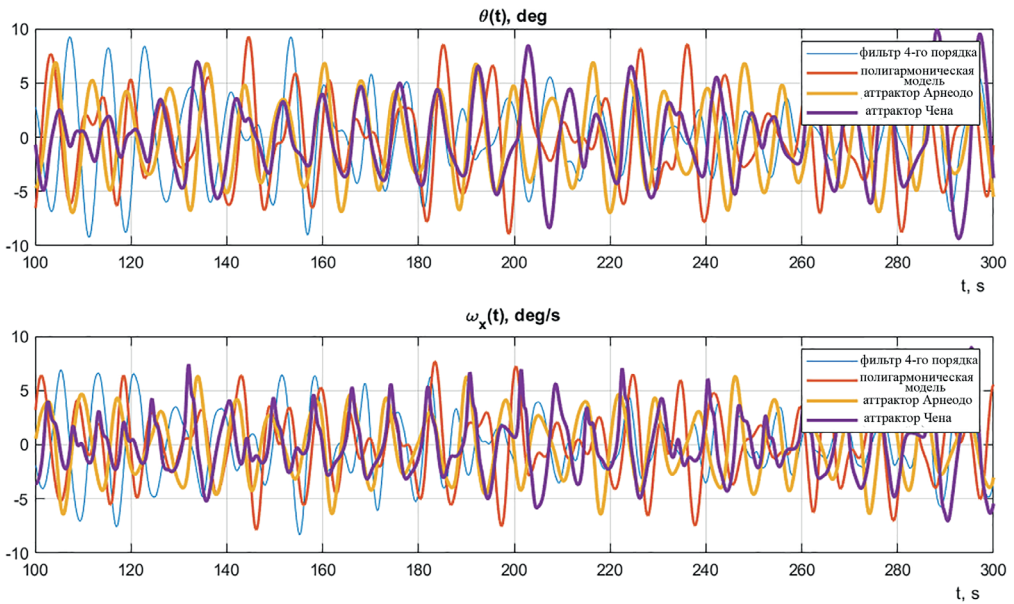


Рис. 11. Моделирование бортовой качки судна на волнении различных типов

Таким образом, уравнения объекта, дополненные уравнениями аттрактора, могут быть использованы для моделирования движения судна при волнении с помощью методов интегрирования (например, методов типа Рунге–Кутты) без перевода в дискретный вид и генерации белого шума. Объект после дополнения является существенно нелинейным, что не мешает решать в частности линейные задачи управления и оценивания, поскольку вносимая нелинейность относится к формированию возмущающего воздействия.

Заключение

В работе предложен метод моделирования морского волнения для анализа систем управления движением на базе хаотических аттракторов двух типов. Показано, что

существуют аттракторы, фазовые координаты которых могут быть использованы для описания волновой ординаты. Продемонстрировано преимущество использования характеристики распределения энергии сигнала для оценки качества описания волнового спектра. Предложены модификации параметров аттрактора и аналитические зависимости для дополнительных коэффициентов (масштаб по времени и общий масштабный коэффициент), которые позволяют настраивать процессы, близкие по спектральным свойствам к волновому возмущению по высоте волны и среднему периоду. Проведен анализ хаотических колебаний, генерируемых аттракторами, приведены результаты моделирования сил и моментов морского волнения для бортовой качки судна.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ветер и волны** в океанах и морях. Справочные данные Л.: Транспорт, 1974.
2. **Kinsman, B.**, *Wind Waves: Their Generation and Propagation on the Ocean Surface*, 1965.
3. **Proceedings** of the 23rd International Towing Tank Conference, ITTC'02, Venice, Italy, September 8–14, 2002, vol. I and II.
4. **Бородай И.К., Невцветаев Ю.А.** Мореходность судов. Л.: Судостроение, 1982. 288 с.
5. **Fossen, Th.**, *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*, John Wiley & Sons, 2011.
6. **Peretz, T., Blanke, M.**, Ship Roll Motion Control, *Proc. of 8th IFAC Conference on Control Applications in Marine Systems*, 2010.
7. **Лукомский Ю.А., Чугунов В.С.** Системы управления морскими подвижными объектами: учебник. Л: Судостроение, 1988. 272 с.
8. **Амбросовский В.М., Румянцев С.Н.** Моделирование морского волнения, действующего на судно. СПб.: ЦНИИ «Румб». Деп. рук. N ДР3490 от 6.10.93.
9. **Амбросовский В.М., Амбросовская Е.Б.** Математические модели движения переднего хода МПО для отладочных стендов. Деп. рук. ВИНТИ от 14.06.2018 (N62-B2018).
10. **Пелевин А.Е.** Прогноз угла наклона палубы корабля // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24. №4 (95). С. 122–132. DOI 10.17285/0869-7035.2016.24.4.122-132.
11. **Дмитриев С.П., Пелевин А.Е.** Задачи управления и навигации при стабилизации морского судна на траектории. СПб: ЦНИИ «Электроприбор», 2002. 160 с.
12. **Исполов Ю.Г.** Численное решение задачи Коши для конечномерных математических моделей механических систем // Механика и процессы управления. Труды СПбГТУ. 1993. №446. С. 35–41.
13. **Синай Я.Г.** Конечномерная случайность // Успехи математических наук. 1991. Т. 46. Вып. 3 (279).
14. **Мун Ф.** Хаотические колебания. М.: Мир, 1990.
15. **Кузнецов Н.В.** Теория скрытых колебаний и устойчивость систем управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2020. №5. С. 5–27.
16. **Андреевский Б.Р., Фрадков А.Л.** Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB 5 и Scilab. СПб.: Наука, 2001. 286 с.
17. **Koszalka, I.**, Baltic Sea Waves Analysis by Using Chaos Theory Tools, 2006.
18. **Recommended Practice DNV-RP-C205.** Environmental Conditions and Environmental Loads, April 2014.
19. **Амбросовская Е.Б., Калимов Д.В., Попова Е.В.** Оценивание полосы частот действующего на судно волнового возмущения по результатам экспериментальных данных // Транспорт России: проблемы и перспективы. Материалы юбилейной международной научно-практической конференции. 2020. С. 94–99.
20. **Lucas, S.K., Sander, E., Taalman, L.**, Modeling Dynamical Systems for 3D Printing, *Notices of the American Mathematical Society*, 2020, vol. 67, no.11, 1692–1705.
21. <https://habr.com/ru/post/480660/>
22. **Chen, G., Ueta, T.**, Yet another chaotic attractor, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 1999, vol. 9, no. 7, 1465–1466.
23. **Possible New Strange Attractors With Spiral Structure** A. Arneodo, P. Couillet, and C. Tresser.
24. **Iftikhar Ahmed, Chunlai Mu, Fuchen Zhang**, A New Chaotic Attractor with Quadratic Exponential Nonlinear Term from Chen's Attractor, *International Journal of Analysis and Applications*, 2014, 5 (1), 27–32.

25. Podgorski, K., Rychlik, I., & Machado, U., Exact distributions for apparent waves in irregular seas, *Ocean Engineering*, 2000, 27. 979-1016, 10.1016/S0029-8018(99)00030-X.
26. Leonov, G.A., Kuznetsov, N.V., On differences and similarities in the analysis of Lorenz, Chen, and Lu systems, *Applied Mathematics and Computation*, 2015, vol. 256, pp. 334–343.

Ambrosovskaya, E.B. (St. Petersburg State Electrotechnical University LETI, St. Petersburg, Russia; Navis, St. Petersburg, Russia) and **Shpektorov, A.G.** (St. Petersburg State Electrotechnical University LETI; Sitronics KT, St. Petersburg, Russia)

Using Chaotic Attractors to Simulate the Wave Effect on the Ship, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2022, vol. 30, no. 2 (117), pp. 81–94.

Abstract. The paper features the simulation of wave forces and moments acting on the ship for synthesizing the motion control algorithms. The available approaches to describing the wave forces and moments are shown so have some weak points. An alternative approach for wave simulation is proposed, based on chaotic oscillations generated in the dynamical systems of chaotic attractor type. The wave spectral characteristics are analyzed, and criteria to define the major frequency range of the signal spectrum are proposed. It is proposed to compare the major frequency range, signal variance, and distribution characteristics of the simulated process and the wave of the preset frequency and average height under comparison. The known Arneodo and Chen attractors are considered, their spectral properties are studied, and phase patterns are constructed. It is proposed to use an attractor phase coordinate as a magnitude modeling the wave. The vehicle mathematical model is supplemented with the attractor equations, and the process becomes quasistochastic due to the attractor features. The adequacy of the proposed wave model is estimated using the estimates of spectra and distributions. The ship rolling has been simulated using the described approach.

Key words: sea waves, ship rolling, chaotic attractors, mathematical simulation, sea wave spectrum.

Материал поступил 28.01.2022