

Э. М. ШАХИН

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ В СХЕМЕ СЛЕЖЕНИЯ ПРИЕМНИКА GPS ПРИ ПОМЕХАХ РАЗНОГО РОДА

*Качество работы приемника глобальной системы позиционирования GPS обычно зависит от функционирования следящего контура, поэтому его можно считать «сердцем» приемника. Было доказано, что схема фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) более чувствительна к шуму и помехам, чем схема слежения за задержкой (ССЗ). По этой причине ФАПЧ можно использовать как средство исследования рабочих характеристик приемника GPS в присутствии помех. В статье выводится аналитическое решение для расчета погрешности ФАПЧ в присутствии различного рода помех, таких как непрерывные синусоидальные, узкополосные, с частичным перекрытием по полосе, широкополосные, сосредоточенные по спектру и импульсные. Кроме того, аналитически получено пороговое значение отношения несущей к шуму. Полученные аналитические выражения были проверены путем моделирования.*

**Ключевые слова:** GPS, узкополосные помехи, ФАПЧ, пороговое значение отношения несущей к шуму.

### Введение

Параметры доплеровской частоты и задержки кода, обеспечиваемые на начальном этапе приема данных при работе GPS-приемника, недостаточно точны, чтобы их можно было использовать для определения координат и навигации. Более того, информация о фазе не учитывается на этапе декодирования навигационных данных, которые при этом меняются во времени [1]. На этапе установившегося слежения можно получить точную оценку и динамически отслеживать задержку кода, доплеровскую частоту и фазу несущей [2]. Стандартный процесс слежения состоит из двух последовательно взаимосвязанных схем ССЗ и ФАПЧ, которые используются для отслеживания как задержки кода, так и несущей частоты.

Качество работы приемника GPS обычно зависит от эффективности работы схемы слежения, которая позволяет непрерывно генерировать локальные копии несущей и кода для достижения максимума корреляции [2]. Только надежное слежение за сигналами позволяет приемнику GPS корректно рассчитывать значения псевдодальности и декодировать навигационные данные. Если следящая схема не может следить за спутниковым сигналом GPS, координаты вычислить невозможно [1].

---

**Шахин** Эхаб М. Доцент, доктор наук, кафедра средств радиоэлектронной борьбы, Военно-технический колледж (Каир, Египет).

Научный редактор перевода д.т.н. Н. В. Михайлов.

Влияние помех на работу следящей схемы изучалось многими исследователями. В работе [3] пороговые значения помех для приемника GPS были получены в ходе экспериментов в навигационной лаборатории без какого-либо аналитического анализа. В [4] эффективность следящей схемы при наличии помех и динамического воздействия оценивалась с помощью программного обеспечения приемника GPS и тоже без использования аналитического подхода. В [5] анализируется влияние непрерывных волновых помех на эффективность слежения приемников GPS без учета таких параметров, как порог отношения несущей к шуму, помехоустойчивость приемника GPS и среднее время потери синхронизма.

Основные цели данной статьи можно сформулировать следующим образом:

- получить в замкнутой форме аналитические выражения для фазовой погрешности схемы ФАПЧ в присутствии наиболее ожидаемых различных типов помех: непрерывных волновых (НВП), узкополосных (УП), с частичным перекрытием по полосе (ЧПП), широкополосных (ШП), сосредоточенных по спектру (ССП) и импульсных (ИП);
- проверить полученные аналитические зависимости с помощью экспериментов с расширенным моделированием.

Статья построена следующим образом. Влияние помех на ФАПЧ определяется по результатам изучения фазовых погрешностей на выходе схемы, описанного в следующем разделе. Далее представлены результаты аналитических исследований и моделирования для различных помех и параметров схемы слежения приемника GPS в целом. Затем описывается сигнал помехи, имеющий наибольшее влияние на схему слежения приемника GPS. В заключительном разделе представлены выводы.

### Влияние помех на фазовые погрешности ФАПЧ

Если сравнить схему ФАПЧ с ССЗ, можно заметить, что длина волны несущей намного меньше, чем длина элементарного импульса кода. Схема ФАПЧ должна отслеживать всю динамику, в то время как ССЗ отслеживает только остаточную между ФАПЧ и ССЗ динамику, если ФАПЧ используется для поддержки ССЗ [6]. По этой причине следящий ФАПЧ более чувствителен к шуму и помехам, чем ССЗ. Таким образом, ФАПЧ можно использовать не только для исследования характеристик приемника GPS, но и для оценки влияния помех на схему ФАПЧ, которое можно оценить по погрешностям фазы в схеме слежения.

Погрешность фазы  $\sigma_{pll}$  на выходе ФАПЧ можно описать следующим образом [1]:

$$\sigma_{pll} = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_v^2 + \sigma_A^2} + \frac{\theta_e}{3}, \quad (1)$$

где  $\sigma_p$  – погрешность теплового шума;  $\sigma_v$  – погрешности в генераторе, вызванные вибрацией;  $\sigma_A$  – погрешности в генераторе, характеризующиеся вариацией Аллана;  $\theta_e$  – динамическая погрешность.

Фазовые погрешности теплового шума можно записать как [1]

$$\sigma_p = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n}{C/N_0} \left( 1 + \frac{1}{2T_d C/N_0} \right)}, \quad (2)$$

где  $B_n$  – полоса пропускания схемы ФАПЧ (Гц);  $C/N_0$  – отношение плотности мощности несущей к шуму после корреляции;  $T_d$  – время когерентного интегрирования в корреляторе.

Для стационарного или медленно перемещающегося приемника влияние динамической погрешности может быть незначительным, а фазовый шум генератора – малым и кратковременным. Без потери общности другими источниками фазовых погрешностей можно пренебречь, а тепловой шум – рассматривать как единственный их источник.

Таким образом, будем считать, что фазовые погрешности схемы ФАПЧ  $\sigma_{pll}$  порождаются тепловым шумом. Запишем это в виде

$$\sigma_{pll} = \sigma_{\varphi} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n}{C/N_0} \left( 1 + \frac{1}{2T_d C/N_0} \right)}. \quad (3)$$

На рис. 1 показано значение фазовых погрешностей в градусах для схемы ФАПЧ при разных значениях времени когерентного интегрирования  $T_d$  и ширины полосы шума. Показано, что они однозначно зависят от ширины полосы шума  $B_n$  и времени интегрирования  $T_d$ . Чтобы повысить качество работы схемы ФАПЧ в отсутствие помех, можно увеличить время ее когерентного интегрирования или уменьшить ширину полосы шума.

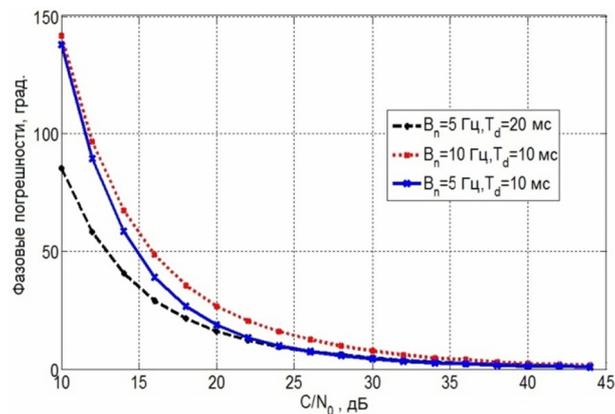


Рис. 1. Фазовые погрешности контура несущей при различных отношениях  $C/N_0$

Для простой оценки функционирования схемы слежения при наличии помех приняты следующие допущения:

- 1) опорный код локальной копии идеально согласован со спутниковым кодом  $\tau_n = \tau_s = 0$ .
- 2) фазовая погрешность  $\Delta\theta$  постоянна в течение периода интегрирования  $T_d$ .

Сигнал помехи повышает плотность мощности шума  $N_0$  на выходе коррелятора, что приводит к снижению значения  $C/N_0$ . В [7], [8] и [9] аналитическим путем получена посткорреляция  $C/N_0$  для сигнала C/A GPS на частоте L1 при наличии НВП, УП, ЧПП, ШП, ССП или ИП [10]. Полученные формулы можно модифицировать для анализа характеристик схемы ФАПЧ приемника GPS в присутствии различных типов помех.

Посткорреляция  $C/N_0$  в присутствии НВП оценивает влияние НВП на характеристики приемника GPS и может быть записана в следующем виде [9]:

$$\left(\frac{C}{N_o}\right)_{CWI} = \frac{P_s \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{T_a}\right)^2 (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2}{N_o + T_d P_j |\dot{c}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j T_d))^2}, \quad (4)$$

где  $\Delta f_D$  и  $\Delta\tau$  – погрешность оценки несущей частоты и погрешность оценки задержки кода соответственно;  $P_s$  – сигнал GPS;  $P_j$  – мощность НВП на входе коррелятора;  $|\dot{c}_w|$  – амплитуда спектральной линии кода C/A под номером  $w$ ;  $\delta f_j$  – разность между частотой помехи и ближайшей спектральной линии кода C/A.

Следует отметить, что влияние НВП на приемник GPS соответствует амплитуде ближайшей спектральной линии кода C/A. Спектр кода C/A имеет характерную спектральную линию, называемую наихудшей.

Подставляя в (3) соотношение (4), при погрешности оценки задержки кода  $\Delta\tau = 0$  фазовые погрешности слежения в присутствии НВП можно записать в виде

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_o + T_d K P_j |\dot{c}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j T_d))^2 \right)}{K P_s (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \left( 1 + \frac{N_o + T_d K P_j |\dot{c}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j T_d))^2}{2T_d K P_s (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \right)}, \quad (5)$$

где  $K$  – время некогерентного интегрирования, принятое ранее равным 1

Для оценки полученного математического выражения для фазовых погрешностей слежения в присутствии НВП будет проведено его сравнение с результатами, представленными в [5].

Фазовые погрешности слежения в присутствии НВП в соответствии с [5] можно записать следующим образом:

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n (1 - 0.5B_n T_d) \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) df + \frac{P_j}{N_o} T_d \text{sinc}^2(\pi(f_j - w\Delta f)T_d) |\dot{c}_w|^2 S(w)}{\frac{C_s}{N_o} \left( \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) df \right)^2} \left( 1 + \frac{\int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) df + \frac{P_j}{N_o} T_d \text{sinc}^2(\pi(f_j - w\Delta f)T_d) |\dot{c}_w|^2 S(w)}{2T_d \frac{P_s}{N_o} \left( \int_{-B/2}^{B/2} G_s(f) df \right)^2} \right)}, \quad (6)$$

где погрешность частоты помехи  $\Delta f_j$  представляет собой разность между частотой помехи  $f_j$  и опорной несущей частотой приемника ( $\Delta f_j = f_j - \hat{f}_D$ ).

В работе [5] использовался код C/A GPS – PRN6. При этом можно показать, что наихудшая составляющая спектральной линии находилась на частоте 227 Гц относительно центральной частоты.

Сравнение фазовой погрешности схемы ФАПЧ в присутствии сигнала НВП, которое было получено в выражении (5), с результатами, представленными в [5], показано на рис. 2, а и б, где время интегрирования соответственно равно 5 и 20 мс. В случае если частота помехи варьируется в диапазоне от 255 до 299 кГц, отношение мощности помехи к сигналу  $P_j/P_s = 8\text{дБ}$ , а ширина полосы шума в схемах ФАПЧ составляет  $B_n = 20\text{Гц}$ . Видно, что представленные в [5] результаты и полученное математическое выражение (5) хорошо согласуются.

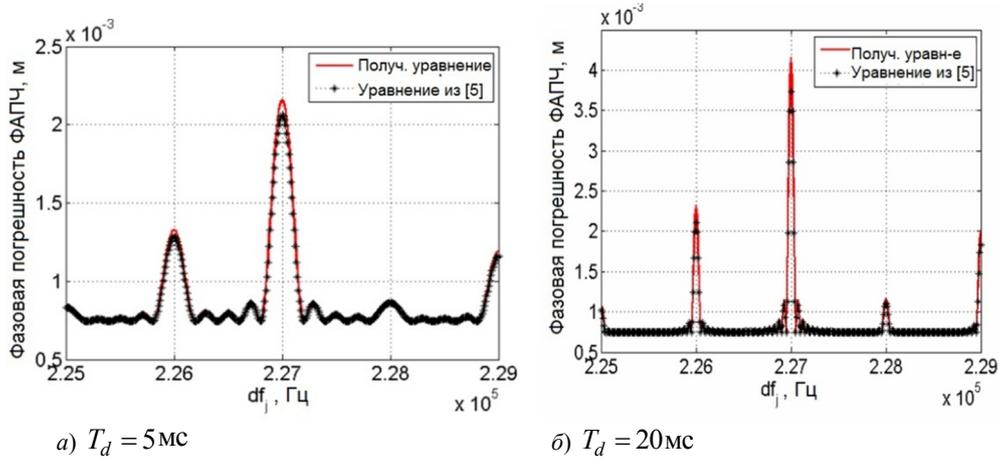


Рис. 2. Сравнение фазовой погрешности ФАПЧ, отложенной по оси ординат, в соответствии с (5) с результатом, полученным в [5].

В [5] было исследовано только влияние НВП. Поскольку результаты, полученные на основании формул (5) и (6), хорошо согласуются, эту же процедуру можно применить для оценки фазовых погрешностей слежения в присутствии помех других типов.

Посткорреляция  $C/N_0$  в присутствии УП может быть представлена как [9]

$$\left(\frac{C}{N_o}\right)_{NBI} = \frac{P_s \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{T_a}\right)^2 \left(\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d)\right)^2}{N_o + \frac{P_j |\dot{c}_w|^2}{B_N} \sum_{\beta=-B_N T_d/2}^{B_N T_d/2} \left(\text{sinc}\left(\pi\left(\delta f_j + \frac{\beta}{T_d}\right) T_d\right)\right)^2}. \quad (7)$$

Таким образом, фазовые погрешности слежения в присутствии УП можно записать в виде

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_o + \frac{P_j K |\dot{c}_w|^2}{B_N} \sum_{\beta=-B_N \frac{T_d}{2}}^{B_N \frac{T_d}{2}} \left(\text{sinc}\left(\pi\left(\delta f_j + \frac{\beta}{T_d}\right) T_d\right)\right)^2 \right)}{P_s K \left(\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d)\right)^2} \left( 1 + \frac{N_o + \frac{P_j K |\dot{c}_w|^2}{B_N} \sum_{\beta=-B_N T_d/2}^{B_N T_d/2} \left(\text{sinc}\left(\pi\left(\delta f_j + \frac{\beta}{T_d}\right) T_d\right)\right)^2}{2T_d P_s K \left(\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d)\right)^2} \right)}, \quad (8)$$

где  $N_j$  – плотность мощности УП;  $N_j = P_j / B_N T_d$ ,  $P_j$  – мощность УП на входе коррелятора,  $B_N$  – ширина полосы помехи.

Согласно [9], посткорреляцию  $C/N_0$  в присутствии ЧПП можно записать как

$$\left(\frac{C}{N_0}\right)_{PBI} = \frac{P_s \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{T_a}\right)^2 (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_D))^2}{N_0 + \frac{P_j}{B_N} \sum_{i=-B_N T_c/2}^{+B_N T_c/2} \frac{T_a}{T_c} \left(\text{sinc}\left(\pi\left(\frac{i}{T_c} - \Delta f_j\right) T_a\right)\right)^2}. \quad (9)$$

В работе [9] показано, что мощность ЧПП на выходе коррелятора соответствует спектральной плотности мощности сигнала PRN, которая перекрывает ЧПП. Можно сделать вывод, что мощность ЧПП на выходе коррелятора уменьшается за счет увеличения времени интегрирования. Таким образом, ЧПП приводит к уменьшению значения  $C/N_0$ .

В этом случае, подставляя (9) в (3), фазовые погрешности слежения в присутствии ЧПП можно записать следующим образом:

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_0 + \frac{P_j K}{B_N} \sum_{i=-B_N \frac{T_c}{2}}^{+B_N \frac{T_c}{2}} \frac{T_a}{T_c} \left( \text{sinc} \left( \pi \left( \frac{i}{T_c} - \Delta f_j \right) T_a \right) \right)^2 \right)}{P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \cdot \frac{B_n \left( N_0 + \frac{P_j K}{B_N} \sum_{i=-B_N \frac{T_c}{2}}^{+B_N \frac{T_c}{2}} \frac{T_a}{T_c} \left( \text{sinc} \left( \pi \left( \frac{i}{T_c} - \Delta f_j \right) T_a \right) \right)^2 \right)}{P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2}}, \quad (10)$$

где  $T_a$  и  $T_c$  – длительность и период импульса кода C/A соответственно.

Посткорреляцию  $C/N_0$  в присутствии ШП можно записать как [9]

$$\left(\frac{C}{N_0}\right)_{BBI} = \frac{P_s \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{T_a}\right)^2 (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2}{N_0 + \frac{P_j}{B_N}}. \quad (11)$$

В [9] было доказано, что мощность ШП на выходе коррелятора соответствует только времени интегрирования коррелятора и ширине полосы помехи.

В таком случае при соответствующей подстановке в (3) фазовые погрешности слежения в присутствии ШП можно записать в виде

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_0 + \frac{K P_j}{B_N} \right)}{P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \left( 1 + \frac{N_0 + \frac{K P_j}{B_N}}{P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \right)}. \quad (12)$$

Посткорреляцию  $C/N_0$  в присутствии ССП можно записать как [7]

$$\left(\frac{C}{N_o}\right)_{MSI} = \frac{P_s \left[ R_a(\tau_n) \text{sinc}(2\pi\Delta f_D N_s)^2 \right]}{N_o + P_j |\dot{g}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j N_s))^2} \quad (13)$$

где  $|\dot{g}_w|$  – амплитуда коэффициента разложения в ряд Фурье взаимной корреляционной последовательности (ВКП).

В [7] показано, что при пересечении спектральных линий ССП со спектральными линиями сигнала GPS величина  $C/N_0$  уменьшается. Падение значения  $C/N_0$  в основном зависит от амплитуды спектральной линии ВКП соответствующего номера.

ССП влияет на качество работы приемника GPS только тогда, когда разность между спектральными линиями ССП и спектральными линиями сигнала GPS меньше, чем обратная величина времени интегрирования. В таком случае при соответствующей подстановке в (3) фазовые погрешности слежения в присутствии ССП можно записать в виде

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_o + T_d K P_j |\dot{g}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j T_d))^2 \right)}{P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \left( 1 + \frac{N_o + T_d K P_j |\dot{g}_w|^2 (\text{sinc}(\pi\delta f_j T_d))^2}{2 T_d P_s K (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \right)} \quad (14)$$

В работе [10] было показано, что посткорреляцию  $C/N_0$  в присутствии ИП можно записать как

$$\left(\frac{C}{N_o}\right)_{PII} = \frac{P_s K \left[ R_a(\Delta\tau) \text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d)^2 \right]}{N_o + T_d P_j K \left| \sum_{i=-N_c}^{N_c} \sum_{s=-N_u}^{N_u} \dot{u}_s \dot{c}_i e^{j2\pi\left(\frac{\tau_n}{T_c}\right)^i} \text{sinc}\left(\pi\left[\frac{i}{T_c} + \frac{w}{T_c} + \frac{s}{T_p} + \delta f_j\right] T_d\right) \right|^2} \quad (15)$$

где  $\dot{u}_s$  – коэффициент ряда Фурье для последовательности импульсов, а  $T_p$  – период импульса.

В работе [10] показано, что помеха повышает минимальный уровень шума на выходе коррелятора, вызывая падение значения  $C/N_0$ .

При соответствующей подстановке в (3) фазовые погрешности слежения в присутствии ИП можно записать в виде

$$\sigma_{pll} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n \left( N_o + T_d P_j K \left| \sum_{i=-N_c}^{N_c} \sum_{s=-N_u}^{N_u} \dot{u}_s \dot{c}_i \text{sinc}\left(\pi\left[\frac{i}{T_c} + \frac{w}{T_c} + \frac{s}{T_p} + \delta f_j\right] T_d\right) \right|^2 \right)}{P_s (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \left( 1 + \frac{N_o + T_d P_j K \left| \sum_{i=-N_c}^{N_c} \sum_{s=-N_u}^{N_u} \dot{u}_s \dot{c}_i \text{sinc}\left(\pi\left[\frac{i}{T_c} + \frac{w}{T_c} + \frac{s}{T_p} + \delta f_j\right] T_d\right) \right|^2}{2 T_d P_s (\text{sinc}(\pi\Delta f_D T_d))^2} \right)} \quad (16)$$

На рис. 3 показаны фазовые погрешности несущей в градусах в присутствии НВП в зависимости от погрешности частоты помехи для отношения мощности помехи к сигналу  $P_j/P_s = 20\text{дБ}$  и ширине полосы шума в схемах слежения за несущей, равной  $B_n = 5\text{Гц}$ . При этом берутся разные значения времени интегрирования 1, 5 и 20 мс. Амплитуда спектральной линии кода нулевого номера C/A равна нулю. Таким образом, диапазон погрешности частоты помех был выбран вдали от нулевой спектральной линии, чтобы избежать путаницы в аналитических результатах. Предполагается, что погрешность частоты помех  $\Delta f_j$  изменяется от 3,5 до 6,5 кГц с шагом 10 Гц. Очевидно, что НВП может влиять на контур несущей, если его частота близка к спектральной линии C/A. Увеличение времени интегрирования приведет к увеличению погрешности схемы ФАПЧ. Видно также, что снижение эффективности схемы ФАПЧ имеет те же характеристики, что и полученные для  $C/N_0$ .

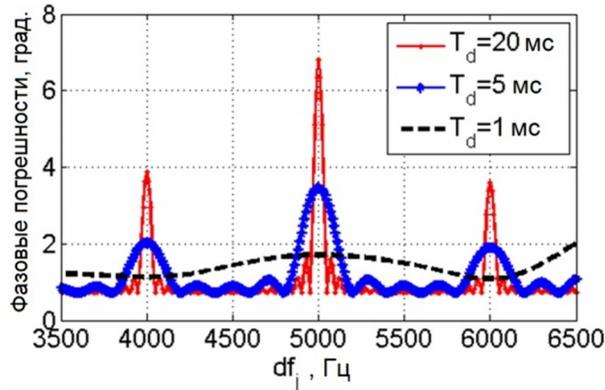


Рис. 3. Фазовые погрешности несущей в присутствии НВП при разных значениях  $T_d$

На рис. 4 показаны фазовые погрешности несущей в присутствии помехи типа УП с полосой пропускания 400 Гц при  $P_j/P_s = 20\text{ дБ}$  и времени когерентного интегрирования, равном 20 мс. Полоса пропускания шума в схеме ФАПЧ принимает два значения:  $B_n = 5$  и  $10\text{ Гц}$ . Было показано, что фазовые погрешности несущей в присутствии УП меньше, чем в присутствии НВП. При увеличении значения  $B_n$  фазовая погрешность схемы ФАПЧ тоже возрастает.

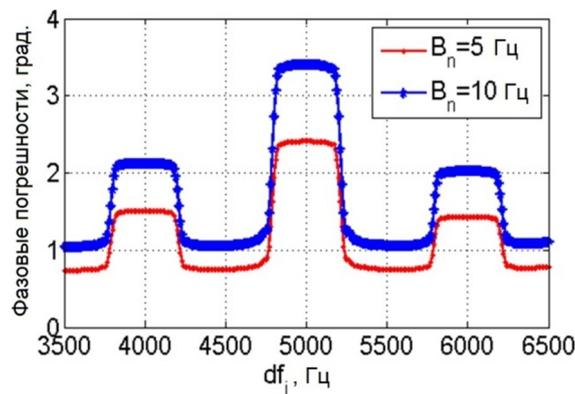


Рис. 4. Фазовые погрешности несущей в присутствии УП при различных значениях  $B_n$

На рис. 5 представлены фазовые погрешности несущей в присутствии помехи типа ЧПП с полосой пропускания  $B_N = 40$  кГц. Погрешность частоты помехи изменяется от 0 до 2 МГц, когда  $P_j/P_s$  принимает два значения: 20 и 30 дБ;  $T_d = 20$  мс. Из рисунка следует, что ЧПП вызывает небольшую погрешность в схеме ФАПЧ по сравнению с НВП или УП и ее влияние уменьшается при увеличении погрешности частоты помехи.

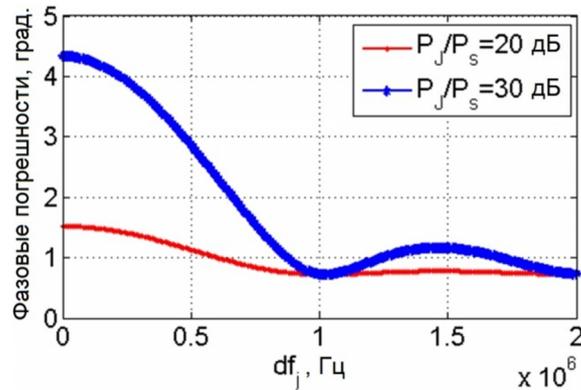


Рис. 5. Фазовые погрешности несущей в присутствии ЧПП при различных значениях  $P_j/P_s$

На рис. 6 фазовые погрешности несущей представлены в присутствии ШП при  $P_j/P_s = 20$  дБ и  $B_n = 5$  Гц. При этом  $T_d = 20$  мс. Очевидно, что влияние ШП на контур несущей уменьшается при увеличении ширины полосы ШП.

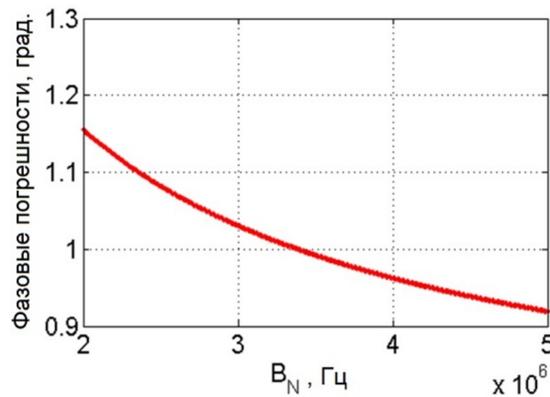


Рис. 6. Фазовые погрешности несущей в присутствии ШП

На рис. 7 показаны фазовые погрешности несущей в присутствии ССП при  $P_j/P_s = 20$  дБ. Время интегрирования принимает три значения: 1, 5 и 20 мс. Показано, что при пересечении спектральных линий ССП со спектральными линиями сигнала GPS (что происходит через каждый 1 кГц) наблюдаются существенные фазовые погрешности схемы слежения. ССП влияет на работу ФАПЧ в соответствии с амплитудой спектральных линий ВКП. Увеличение времени интегрирования приведет к увеличению погрешности схемы ФАПЧ.

Наконец, на рис. 8 представлены фазовые погрешности несущей в присутствии помехи типа ИП при  $P_j/P_s = 20$  дБ и  $T_p = 10 T_c$ . Время интегрирования принимает

два значения: 5 и 20 мс. Как следует из рисунка, при увеличении времени когерентного интегрирования фазовые погрешности схемы ФАПЧ будут возрастать.

Стоит отметить, что формула (3), которая описывает фазовые погрешности несущей, верна только в линейной области дискриминатора контура, когда  $C/N_0$  больше определенного порога [6].

Для автономного приемника GPS (без использования данных от внешних источников) порог слежения обычно устанавливается схемой ФАПЧ. Вместе с тем, если приемник принимает вспомогательные доплеровские измерения от инерциальной навигационной системы (ИНС), порог слежения будет определяться ССЗ [2]. Это связано с тем, что поддержка по Допплеру позволяет цифровому управляемому генератору продолжать отслеживать частоту требуемого сигнала, даже если схема слежения за несущей вынужденно потеряла синхронизацию.

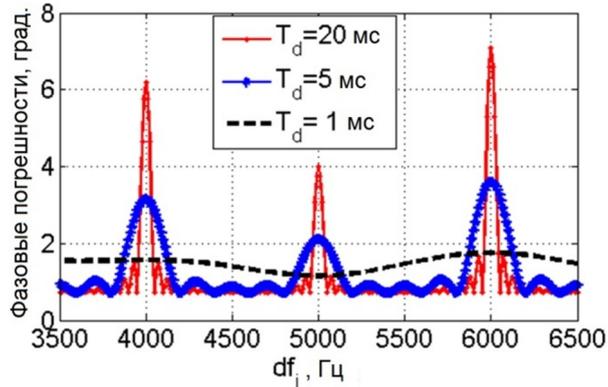


Рис. 7. Фазовые погрешности слежения в присутствии ССП при разных значениях  $T_d$

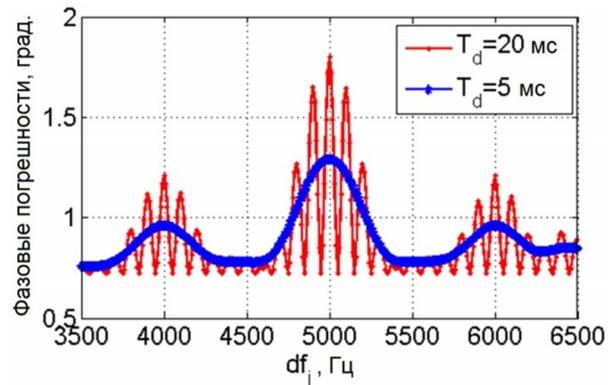


Рис. 8. Фазовые погрешности несущей в присутствии ИП при разных значениях  $T_d$

В приведенном ниже анализе предполагается, что приемник работает без поддержки, а пороговое значение отношения несущей к шуму определяется контуром несущей.

Пороговое значение отношения несущей к шуму определяется как минимальное требуемое значение  $C/N_0$  на выходе коррелятора, достаточное для поддержания стабильного слежения с дисперсией погрешности слежения ниже определенного порога [11]. Следящий контур выходит из синхронизации, если погрешность слежения превысит установленный порог [2]. Это связано с тем, что характеристики дискриминаторов контура несущей нелинейны, особенно вблизи пороговых областей [5]. Консервативное эмпирическое правило для

функционирования схемы слежения состоит в том, что утроенное среднеквадратическое значение фазовой погрешности не должно превышать  $1/4$  полного диапазона работы ФАПЧ [1]:

$$3\sigma_{pll} \leq \alpha / 4, \quad (17)$$

где  $\alpha$  – диапазон синхронизации по фазе.

Подставляя (3) в (17), получаем

$$\frac{\alpha}{12} = \frac{180}{\pi} \sqrt{\frac{B_n}{[C/N_0]_{th}} \left( 1 + \frac{1}{2T_d [C/N_0]_{th}} \right)}, \quad (18)$$

где  $[C/N_0]_{th}$  – пороговое значение отношения несущей к шуму. Приемник не может отслеживать сигналы, если посткорреляция  $C/N_0$  падает ниже этого порога.

Из (18) можно получить:

$$[C/N_0]_{th} = \frac{B_n + \sqrt{B_n^2 + 2\gamma B_n / T_d}}{2\gamma}; \quad \gamma = \left( \frac{\alpha\pi}{2160} \right)^2. \quad (19)$$

Диапазон синхронизации по фазе для петель Костаса (дискриминатор в виде арктангенса) равен  $\pm\pi$ , тогда как идеальный дискриминатор ФАПЧ имеет диапазон  $\pm 2\pi$  [1]. Петли Костаса используются в тех случаях, когда имеет место модуляция данных. Поэтому контур Костаса не рассчитан на фазовые погрешности свыше  $15^\circ$  за все время задержки [12]. В случае контура Костаса  $[C/N_0]_{th}$  можно записать в виде

$$[C/N_0]_{th} = \frac{B_n + \sqrt{B_n^2 + 0.1370 B_n / T_d}}{0.1370}. \quad (20)$$

Из (20) видно, что пороговое значение отношения несущей к шуму уменьшается за счет уменьшения ширины полосы шума контура или увеличения времени интегрирования.

### Моделирование и численные результаты

В этом разделе представлена имитационная модель схемы ФАПЧ Костаса третьего порядка с шириной полосы шума  $B_n = 5 \Gamma\text{ц}$ ; при этом коэффициент затухания принят равным 0,707. Когерентное время интегрирования принимает значения от 1 до 20 мс; значение некогерентного интегрирования фиксировано и равно  $K = 1$ . Для справедливой оценки результатов погрешность оценки сдвига кода  $\Delta\tau = 0$ , а опорный код в приемнике GPS – PRN1.

Оценка фазовой погрешности схемы слежения выполнена при различном соотношении несущей к шуму, что позволяет определить пороговое значение этого соотношения. На рис. 9 фазовая погрешность схемы слежения за несущей оценивается при разных значениях  $C/N_0$  (от 15 до 40 дБ-Гц) с использованием имитационной модели в течение  $6000T_d = 120 \text{ с}$  при  $T_d = 20 \text{ мс}$ .

Следует отметить, что скорость слежения контура равна  $f_L = 1/T_d = f_s / N_s$ . Таким образом, фазовая погрешность на выходе контура будет оцениваться один раз для каждого времени интегрирования. При уменьшении значения  $C/N_0$  фазовая погрешность слежения увеличивается, а схема слежения остается способной отслеживать сигнал до тех пор, пока значение  $C/N_0$  меньше определенного порога (20 дБ), после чего схема слежения потеряет синхронизацию по входному сигналу.

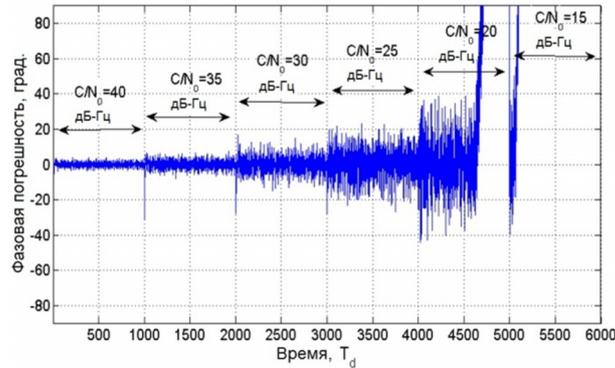


Рис. 9. Фазовая погрешность слежения за несущей в градусах при разных значениях  $C/N_0$

На рис. 10 показаны аналитическая и смоделированная погрешности несущей при различных значениях  $C/N_0$  (от 10 до 45 дБ), чтобы сравнить результаты моделирования с результатами аналитического подхода с помощью соотношения (3) и определить значение  $[C/N_0]_{th}$ . Из рисунка видно, что эти результаты хорошо согласуются. Расхождение аналитических и смоделированных результатов внезапно увеличивается и становится очень большим, когда фазовые погрешности приближаются к определенному значению, после чего схема слежения входит в нелинейное состояние, и линейное допущение становится недействительным. Вертикальный тренд кривой, рассчитанный по смоделированной погрешности слежения, указывает на то, что схема потеряла синхронизацию. Это явление не прогнозируется теоретической моделью погрешностей (3) и (20), которая основана на линейной аппроксимации. Было также обнаружено, что смоделированное пороговое значение отношения несущей к шуму  $[C/N_0]_{th} = 21,4\text{ дБ}$ , когда фазовые погрешности равны  $13,7^\circ$ . При этом из формулы (20) аналитически следует, что  $[C/N_0]_{th} = 20,5\text{ дБ}$ , когда фазовая погрешность равна  $15^\circ$  (что дает хорошее соответствие между результатами моделирования и аналитического подхода).

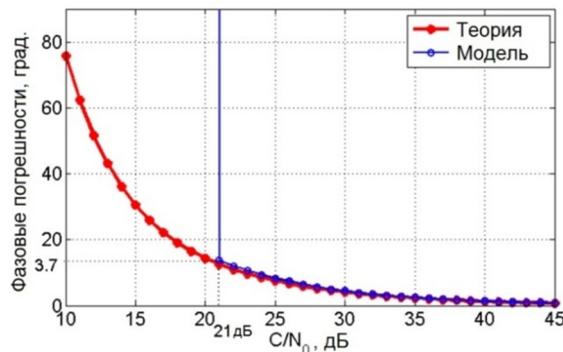


Рис. 10. Сравнение теоретических и смоделированных погрешностей слежения за несущей

## Выводы

Получены аналитические выражения для фазовой погрешности схемы ФАПЧ в присутствии различных помех. Аналитически рассчитано пороговое значение отношения несущей к шуму. Полученные аналитические выражения были проверены с помощью расширенного моделирования.

Продемонстрировано, что, когда разность между частотой помех и ближайшей спектральной линией С/А была меньше обратной величины времени интегрирования, НВП оказывала значительное влияние на приемник GPS. В этом случае допуск на уровень НВП имел низкое значение, которое было пропорционально амплитуде спектральной линии кода С/А. В то же время, если эта разность была больше обратной величины времени интегрирования, НВП должны были быть относительно мощными, чтобы влиять на качество работы приемника GPS.

Было также обнаружено, что, когда частота НВП совпадала с наихудшей линией С/А, мощность НВП, превышающая сигнал GPS на 20 дБ, была достаточной, чтобы вызвать потерю синхронизации слежения за несущей. В случае УП помехоустойчивость возрастала до 29 дБ. В случае ЧПП с полосой пропускания 5 кГц и мощностью помех на 38,5 дБ больше, чем мощность сигнала GPS, схема ФАПЧ GPS теряла синхронизацию. Для ШП значение допуска было 43,1 дБ, когда его полоса пропускания составляла  $B_N = 2$  МГц. Наконец, в случае когда частота ССП совпадала с наихудшей спектральной линией ВКП (номер 226), значение допуска на ССП было почти равным значению допуска на НВП (только тогда, когда частота НВП совпадала с наихудшей линией С/А). Наконец, было показано, что, когда мощность ССП превышала мощность сигнала GPS на 20 дБ, этого было достаточно, чтобы вызвать потерю синхронизации в приемнике GPS.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Kaplan, E.D. and Hegarty, C.J.**, Eds., *Understanding GPS Principles and Applications*, Artech House, 2006.
2. **Parkinson, B.W. and Spilker, J.J.**, Eds., *Global Positioning System: Theory and Applications*, Washington DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 1996.
3. **Bakker, P. F. de**, Effects of radio frequency interference on GNSS receiver output, *Master's Thesis*, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 2006.
4. **Kamel, A.M.M.**, Context aware high dynamics GNSS-INS for interference mitigation, *PhD Thesis*, Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, 2011.
5. **Jang, J., Paonni, M. and Eissfeller, B.**, CW Interference effects on tracking performance of GNSS receivers, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, vol. 48(1), pp. 243–258.
6. **Storm van Leeuwen, S.**, Electromagnetic Interference on Low Cost GPS Receivers, Amsterdam: National Aerospace Laboratory NLR, 2008.
7. **Bek, M.K., Shaheen, E.M. and Elgamel, S.A.**, Evaluation of the GPS carrier to noise ratio in the presence of different interference signals, *IJAEM*, 2013, vol. 2, pp. 458–468.
8. **Bek, M. K., Shaheen, E.M. and Elgamel, S.A.**, Study of interference effects on the GPS receiver correlator, *Proc. ICEENG-9*, Cairo, Egypt, 2014.
9. **Bek, M.K., Shaheen, E.M. and Elgamel, S.A.**, Classification and mathematical expression of different interference signals on the GPS receiver, *Journal of the Institute of Navigation*, 2015, vol. 62, no. 1, pp. 23–37.
10. **Bek, M.K., Shaheen, E.M. and Elgamel, S.A.**, Mathematical analyses of pulse interference signal on post-correlation carrier-to-noise ratio for the global positioning system receivers, *IET Journal Radar, Sonar and Navigation*, 2015, vol. 9, no. 3, pp. 266–275.
11. **Borio, D., Anantharamu, P.B and Lachapelle, G.**, Semi-analytic simulations: an extension to unambiguous BOC tracking, *Proc. International Technical Meeting of the Institute of Navigation*, San Diego, CA, 2010, pp. 1–14.
12. **Razavi, A., Gebre-Egziabher, D. and Akos, D.M.**, Carrier loop architectures for tracking weak GPS signals, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, vol. 44, no. 2, pp. 697–710.

**Shaheen, E.M.** (Department of Electronic Warfare, Military Technical College, Cairo, Egypt)  
Mathematical Analysis for the GPS Carrier Tracking Loop Phase Jitter in Presence of Different Types of Interference Signals, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2018, vol. 26, no. 3 (103), pp. 40–53.

**Abstract.** The performance of a Global Positioning System (GPS) receiver usually depends on the tracking loops, so they can be considered the heart of the GPS receivers. It has been proven that the carrier tracking loop is more sensitive to noise and interference than the code tracking loop. Therefore, the carrier tracking loop can be used as a means for investigating the GPS receiver performance in presence of interference. In this paper, closed form analytical expressions for the carrier tracking loop phase error are derived in presence of different types of interference signals such as continuous wave interference, narrowband interference, partial band interference, broadband interference, match spectrum interference, and pulse interference. Also the carrier-to-noise ratio threshold is analytically derived. The derived analytical expressions have been validated with the aid of simulation experiments.

**Key words:** GPS, NBI, carrier tracking loop, interference signals, carrier-to-noise ratio threshold.

Материал поступил 28.09.2017