

И. В. БЕЛОКОНОВ, И. А. ТИМБАЙ, П. Н. НИКОЛАЕВ

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ДВИЖЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИ СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НАНОКЛАССА ФОРМАТА CUBESAT

*Исследуется движение аэродинамически стабилизированных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat. Отмечаются особенности поведения наноспутников на низких орбитах, обусловленные как влиянием атмосферы, так и присущими им массово-инерционными характеристиками. Срок существования наноспутников меньше, а угловое ускорение, порождаемое аэродинамическим моментом, значительно больше, чем у спутников с существенными размерами и массой. У наноспутников формата CubeSat возможно возникновение резонансных режимов движения, обусловленных присущим им форм-фактором прямоугольного параллелепипеда. Кроме того, существующие коммерческие пусковые устройства отделения наноспутников, как правило, порождают большие величины начальной угловой скорости, которые носят случайный характер.*

*В работе выявлены и проанализированы условия, порождающие особенности в движении такого класса космических аппаратов, предложен вероятностный подход к выбору их массовых и инерционных характеристик, исследованы проблемы стабилизации движения и сформированы рекомендации по формированию облика аэродинамически стабилизированного наноспутника формата CubeSat с пассивно-активной магнитной системой гашения колебаний.*

**Ключевые слова:** наноспутник, управление движением, аэродинамическая стабилизация.

### Введение

Создание космических аппаратов (КА) нанокласса является доминирующим трендом развития космической техники в настоящее время. Несмотря на большое количество исследований, проведенных с начала космической эры до настоящего времени в области анализа и синтеза движения КА, возникновение нового класса космической техники – наноспутников формата CubeSat требует

---

**Белоконов** Игорь Витальевич. Доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований Самарского национального исследовательского университета имени академика С. П. Королёва. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Тимбай** Иван Александрович. Доктор технических наук, профессор, профессор межвузовской кафедры космических исследований Самарского национального исследовательского университета имени академика С. П. Королёва. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Николаев** Петр Николаевич. Аспирант межвузовской кафедры космических исследований Самарского национального исследовательского университета имени академика С. П. Королёва.

Статья по докладу на XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам, 2017.

нового рассмотрения теории их динамики и управления движением, которые характеризуются рядом особенностей, обусловленных комплексом факторов: геометрическими размерами, форм-фактором параллелепипеда, массово-инерционными характеристиками, типом орбит выведения (низкие орбиты, на которых влияние аэродинамических сил является доминирующим), условиями выведения на орбиту в рамках попутных запусков (возникновение больших угловых скоростей после выхода из пускового контейнера).

Под анализом движения наноспутников формата CubeSat в данной работе понимается исследование и выявление особенностей движения по низким орбитам рассматриваемого типа КА, что обуславливает необходимость применения вероятностного подхода к решению задачи исследования движения относительно центра масс.

Под синтезом движения наноспутников формата CubeSat в данной работе понимается целенаправленный выбор основных массово-инерционных характеристик, которые обеспечат в условиях жестких ограничений на бортовые энергетические ресурсы требуемую пространственную ориентацию наноспутника в условиях доминирующего действия аэродинамического ускорения. После успешного решения этой задачи авторы предлагают использовать традиционный подход к формированию замкнутого контура управления, ориентированный на демпфирование приобретенного после отделения случайного вектора начального кинетического момента.

Следует отметить, что конструктивные особенности наноспутников формата CubeSat формируют условия возникновения сложных режимов движения – резонансных. Неучет этих факторов и отсутствие рекомендаций по предотвращению их возникновения могут привести к невозможности выполнения целевой задачи полета, связанной с требуемой ориентацией и стабилизацией движения.

Все эти вопросы особенно актуальны для низковысотных наноспутников, выводящихся на орбиты типа МКС и ниже и вызывающих необходимость использования аэродинамической стабилизации, что и является основным объектом исследования в данной работе.

Заявленный комплексный подход к решению поставленной проблемы до настоящего момента времени не предлагался другими авторами.

Работа состоит из трех взаимосвязанных разделов:

- анализа движения наноспутников на низких орбитах;
- синтеза проектных параметров низковысотных наноспутников формата CubeSat;
- синтеза замкнутого контура управления угловым движением аэродинамически стабилизированных наноспутников.

Приведены примеры практического применения результатов исследований при создании аэродинамически стабилизированных наноспутников. С 2014 года в Самарском университете велись разработки двух наноспутников формата CubeSat 3U. Первый из них – SamSat-218Д [1] – был предназначен для отработки технологии создания замкнутого контура управления его пространственной ориентацией при наличии специально созданного большого запаса статической устойчивости. Второй – SamSat-QB50 [2] – был создан в рамках международного университетского проекта и предназначался для исследования тропосферы Земли в составе группировки наноспутников формата CubeSat [3] с использованием разработанной технологии синтеза проектных параметров, основанной на искусственном

создании требуемого запаса статической устойчивости путем трансформирования конструкции и развертывания аэродинамического стабилизатора.

Представленные материалы будут полезны не только специалистам в области динамики движения КА, но и помогут начинающим разработчикам университетских наноспутников, не имеющим большого практического опыта в области создания космической техники.

### Анализ движения наноспутников на низких орбитах

Важной задачей при создании любой системы пространственной ориентации является исследование неуправляемого движения наноспутника относительно центра масс. Обеспечение расчетных условий углового движения осуществляется только на этапе проектирования путем выбора его конструктивных параметров, заданием ограничений на начальные величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения, или определяется на момент окончания работы активной системы предварительного успокоения.

Отметим особенности движения наноспутников на низких орбитах, выявленные в результате исследования.

1. Значение баллистического коэффициента наноспутника выше, чем спутника с большими размерами и массой (при одинаковой объемной плотности), что приводит к снижению срока его существования на орбите. Это дает возможность, учитывая небольшой планируемый срок активной работы наноспутника (обычно от шести месяцев до года), эффективно использовать низкие орбиты и избегать засорения околоземного космического пространства.

Для иллюстрации этого вывода сравним баллистические коэффициенты наноспутника формата CubeSat 1U (куб:  $0,1 \times 0,1 \times 0,1 \text{ м}^3$ ) и мини-спутника кубической формы, линейные размеры которого в  $N$  раз больше размеров наноспутника CubeSat 1U. Как известно, при допущении что обтекание спутника является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, баллистический коэффициент спутника определяется по формуле  $\sigma_x = c_0 A / m$ , где  $c_0 = 2.2$  – коэффициент лобового сопротивления,  $A$  – площадь проекции спутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока,  $m$  – масса спутника [4]. Тогда отношение баллистических коэффициентов наноспутника CubeSat 1U  $\sigma_c$  и рассматриваемого мини-спутника  $\sigma_m$  определится  $N$ -кратным обратным отношением их объемных плотностей  $\gamma_c$  и  $\gamma_m$ , то есть  $\sigma_c / \sigma_m = N (\gamma_m / \gamma_c)$ . При этом следует отметить, что объемная плотность малоразмерных спутников, как правило, выше объемной плотности большеразмерных спутников.

На рис. 1 показаны изменения высоты орбит спутников «Михайло Ломоносов», Аист-2Д и наноспутника SamSat-218Д формата CubeSat 3U в течение 22 месяцев. Эти космические аппараты были

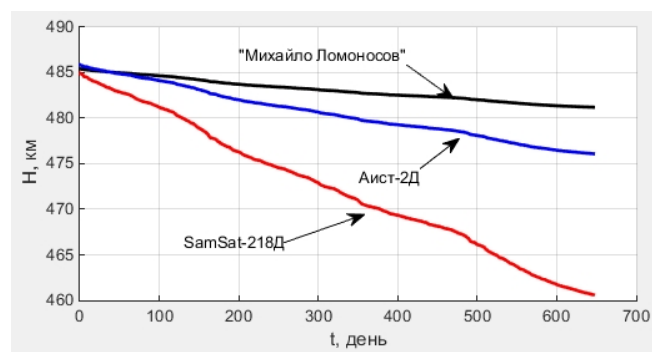


Рис. 1. Изменения высоты орбит спутников «Михайло Ломоносов», Аист-2Д и наноспутника SamSat-218Д в течение 22 месяцев

совместно выведены на околокруговую орбиту со средней высотой полета  $H = 486$  км с космодрома «Восточный» 28 апреля 2016 года. Сведения приведены на основании обработки данных из файлов TLE системы NORAD [5].

Как видно из графиков, уменьшение высоты полета наноспутника SamSat-218Д в 2,5 раза больше, чем у спутника Аист-2Д, и в 5,8 раза больше, чем у спутника «Михайло Ломоносов». При этом такие числовые отношения приблизительно сохраняются и для усредненных значений баллистических коэффициентов.

2. Угловое ускорение наноспутника, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем спутника с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности). Это расширяет диапазон высот, на которых аэродинамический момент, действующий на наноспутник, является значимым и его можно использовать для пассивной стабилизации по вектору скорости движения центра масс.

К примеру, отношение обусловленных аэродинамическим моментом угловых ускорений наноспутника формата CubeSat 1U и мини-спутника, линейные размеры которого в  $N$  раз больше размеров наноспутника CubeSat 1U, определяется  $N^2$ -кратным обратным отношением их объемных плотностей (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости).

Так, на рис. 2 показаны области высот  $H$  и относительного запаса статической устойчивости  $\Delta\bar{x} = \Delta x / l$  ( $\Delta x$  – запас статической устойчивости,  $l$  – характерная длина наноспутника), где аэродинамический момент  $M_a$  превосходит гравитационный  $M_g$ , для наноспутника формата CubeSat 3U (рис. 2, а) и мини-спутника (рис. 2, б), размеры которого в 10 раз больше размеров наноспутника CubeSat 3U (расчеты проводились для стандартной атмосферы [6]). Отметим, что для спутника SamSat-218Д на высоте полета  $H = 486$  км отношение максимальных значений моментов  $M_a / M_g = 2,3$ , а для спутника SamSat-QB50 на высоте полета  $H = 405$  км отношение  $M_a / M_g = 10$ .

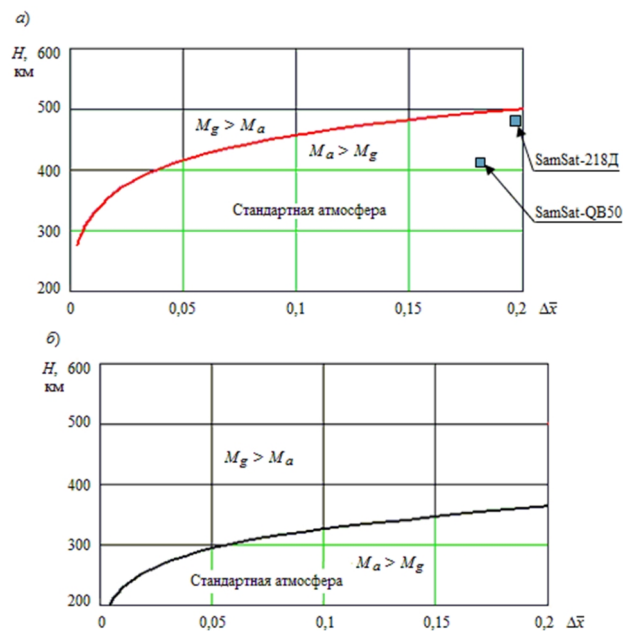


Рис. 2. Область значений высот  $H$  и относительного запаса статической устойчивости  $\Delta\bar{x}$ , где аэродинамический момент  $M_a$  превосходит гравитационный  $M_g$ , для наноспутника CubeSat 3U (а); для спутника, размеры которого в 10 раз больше размеров наноспутника CubeSat 3U (б)

3. Следует принимать во внимание, что существующие коммерческие пусковые устройства отделения наноспутников порождают большие величины начальной угловой скорости (например, системы отделения, используемые в проекте QB50, порождают угловую скорость наноспутника до  $50^\circ/\text{с}$  после выхода из контейнера). Кроме того, при запуске наноспутников с платформ, осуществляющих неконтролируемое движение, необходимо дополнительно учитывать случайный характер углового движения самих платформ. Например, верхняя ступень ракеты-носителя «Союз» после отделения основной полезной нагрузки совершает регулярную прецессию со случайными величинами углов ориентации и угловых скоростей [7, 8]. Таким образом, если эта ступень используется для попутного выведения наноспутников, то они после отделения, как правило, приобретают достаточно заметный по величине кинетический момент, который впоследствии нужно погасить.

4. Следует отметить возможность возникновения резонансных режимов движения у наноспутников, совершающих полет на низких орбитах. Для наноспутников формата CubeSat, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, аэродинамический момент зависит от пространственного угла атаки и угла собственного вращения [9], что, как будет показано ниже, создает предпосылки возникновения резонанса, который проявляется в резком изменении амплитуды колебаний по углу атаки, когда целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю.

Указанные особенности движения наноспутников на низких орбитах обуславливают необходимость применения вероятностного подхода к решению задачи исследования движения относительно центра масс. Ниже приведены результаты исследований, полученные авторами в рамках этого подхода.

Будем считать, что наноспутник динамически симметричен, его обтекание разряженной средой является свободномолекулярным и удар молекул газа абсолютно неупругий, равнодействующая аэродинамических сил приложена в геометрическом центре наноспутника. В этом случае аэродинамическая сила сопротивления определяется площадью проекции наноспутника на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, а аэродинамическое угловое ускорение (моментная характеристика) наноспутника формата CubeSat определяется по формуле [9]

$$M_\alpha(\alpha, \phi, H) = m_0(H)(|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha(|\sin \phi| + |\cos \phi|)) \sin \alpha, \quad (1)$$

где  $m_0(H) = -\Delta \bar{x} c_0 S l q(H) / J_n$ ,  $\alpha$  – пространственный угол атаки,  $\phi$  – угол собственного вращения,  $k_s$  – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади,  $S$  – характерная площадь наноспутника,  $q(H) = \rho(H)[V(H)]^2/2$  – скоростной напор,  $H$  – высота полета,  $\rho(H)$  – плотность атмосферы,  $V(H) = \sqrt{k_3 / (R_3 + H)}$  – скорость полета,  $k_3$  – гравитационный параметр Земли,  $R_3$  – радиус Земли,  $J_n$  – поперечный момент инерции наноспутника ( $J_y = J_z = J_n$ ).

Для проведения анализа углового движения наноспутников в нерезонансном случае движения моментную характеристику (1) можно усреднить по углу собственного вращения

$$M_{\alpha}(\alpha, H) = m_0(H) \left( |\cos \alpha| + k_s \frac{4}{\pi} \sin \alpha \right) \sin \alpha \quad (2)$$

и для приближенного анализа углового движения аппроксимировать ее синусоидальной зависимостью по углу атаки

$$M_{\alpha}(\alpha, H) = a(H) \sin \alpha, \quad (3)$$

где  $a(H) = m_0(H) a_{nk}$ ;  $a_{nk} = 1,51$  при  $k_s = 1$ ;  $a_{nk} = 2,59$  при  $k_s = 2$ ;  $a_{nk} = 3,67$  при  $k_s = 3$ .

Для проведения анализа углового движения наноспутников в резонансном режиме, полагая, что в выражении (1)  $|\sin \phi| + |\cos \phi| \approx 1 + \frac{|\sin 2\phi|}{1 + \sqrt{2}}$  (максимальная ошибка 0,015), моментную характеристику (1) можно представить в виде двух слагаемых – основного, зависящего от пространственного угла атаки и высоты полета, и второго, зависящего от пространственного угла атаки, угла собственного вращения и высоты полета, приписывая ему малый параметр  $\varepsilon$ :

$$M_{\alpha}(\alpha, \phi, H) = M_{\alpha}(\alpha, H) + \varepsilon \Phi_{\alpha}(\alpha, \phi, H), \quad (4)$$

где

$$M_{\alpha}(\alpha, H) = m_0(H) \left( |\cos \alpha| + k_s \sin \alpha \right) \sin \alpha, \quad (5)$$

$$\Phi_{\alpha}(\alpha, \phi, H) = m_0(H) k_s \frac{|\sin 2\phi|}{1 + \sqrt{2}} \sin^2 \alpha. \quad (6)$$

Для проведения приближенного анализа углового движения наноспутников в резонансном режиме зависимость (5) также можно аппроксимировать синусоидальной зависимостью по углу атаки

$$M_{\alpha}(\alpha, H) = m_0(H) m_{nk} \sin \alpha, \quad (7)$$

где  $m_{nk} = 1,27$  при  $k_s = 1$ ;  $m_{nk} = 2,12$  при  $k_s = 2$ ;  $m_{nk} = 2,97$  при  $k_s = 3$ .

Для получения аналитических законов распределения угла атаки использовалась приближенная модель углового движения в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат. Модель описывает изменение угла атаки (под действием гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента) уравнением вида [4]

$$\ddot{\alpha} - a(H) \sin \alpha - c(H) \sin 2\alpha = 0, \quad (8)$$

где  $a(H) = m_0(H) a_{nk}$  – коэффициент в моментной характеристике (3), обусловленный аэродинамическим восстанавливающим моментом;  $c(H) = 3(J_n - J_x)(\omega_{orb}(H))^2 / (2J_n)$  – коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента;  $J_x$  – продольный момент инерции наноспутника;  $\omega_{orb}(H) = \sqrt{k_3 / (R_3 + H)^3}$  – угловая скорость движения центра масс наноспутника по орбите.

Изменение высоты круговой орбиты вследствие сопротивления атмосферы происходит очень медленно, и при рассмотрении углового движения наноспутника на одном или нескольких витках высоту полета можно принять постоянной ( $H = const$ ). В этом случае для системы (8) справедлив интеграл энергии

$$\dot{\alpha}^2 / 2 + a \cos \alpha + c \cos^2 \alpha = E_0, \quad (9)$$

где  $E_0 = a \cos \alpha_0 + c \cos^2 \alpha_0 + \dot{\alpha}_0^2 / 2$  определяется по начальным условиям движения.

Величину максимального угла атаки наноспутника при колебаниях можно найти из интеграла энергии (3) при  $\dot{\alpha} = 0$ , полагая  $H = const$ :

$$\cos \alpha_{\max} = -\frac{a}{2c} - \sqrt{\left(\frac{-a}{2c}\right)^2 + \frac{a}{c} \cos \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 + \frac{\dot{\alpha}_0^2}{2c}}. \quad (10)$$

При отделении наноспутника от пускового устройства реализация величины максимального угла атаки носит случайный характер. Максимальное значение угла атаки наноспутника определяется величинами аэродинамического и гравитационного моментов и начальными значениями угла атаки  $\alpha_0$  и угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$ .

Исходя из выше отмеченных особенностей выведения наноспутников на орбиту, будем считать, что из величин, входящих в (10), наибольший разброс значений имеет величина начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$ . Тогда, при условии пренебрежения разбросами других величин, найдены законы распределения величины максимального угла атаки для двух наиболее распространенных вариантов законов распределения модуля величины  $\dot{\alpha}_0$ . Если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  отвечает распределению Рэлея (масштабный параметр распределения  $\sigma > 0$ ), то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле [9]:

$$F(\alpha_{\max}) = 1 - \exp\left(\frac{-a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) - c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}{\sigma^2}\right). \quad (11)$$

Если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$ , то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле [9]

$$F(\alpha_{\max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) + 2c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0\max}}. \quad (12)$$

Выполнена оценка погрешности использования аналитических функций распределения максимального угла атаки (11) и (12) при  $c=0$  для случая пространственного движения. Для примера рассматривалось движение наноспутника CubeSat 3U с размерами  $0,1 \times 0,1 \times 0,3$  м<sup>3</sup>, продольным моментом инерции  $J_x = 0,0033$  кг·м<sup>2</sup>, поперечным моментом инерции  $J_n = 0,012$  кг·м<sup>2</sup>, расстоянием между центром давления и центром масс с  $\Delta x = 0,055$  м (соответствуют примерно характеристикам наноспутника SamSat-QB50 после развертывания аэро-

динамического стабилизатора). На рис. 3 для случая, когда компоненты начальной поперечной угловой скорости распределены по нормальному закону  $3\sigma_{\omega_y} = 3\sigma_{\omega_z} = 2,5^\circ/\text{с}$  (что примерно соответствует характеристикам пускового контейнера производства АО «РКЦ «Прогресс» [10]), для высоты полета  $H = 330$  км и начального угла атаки  $\alpha_0 = 15^\circ$  приведены график аналитической функции распределения (11) (кривая 1) и графики функции распределения максимального угла атаки  $\alpha_{\max}$ , полученные в результате численного эксперимента по полной системе дифференциальных уравнений, описывающей пространственное движение наноспутника относительно центра масс [4] (кривая 2 – для  $3\sigma_{\omega_x} = 0,5^\circ/\text{с}$ , кривая 3 – для  $3\sigma_{\omega_x} = 1,5^\circ/\text{с}$ , кривая 4 – для  $3\sigma_{\omega_x} = 2,5^\circ/\text{с}$ ).

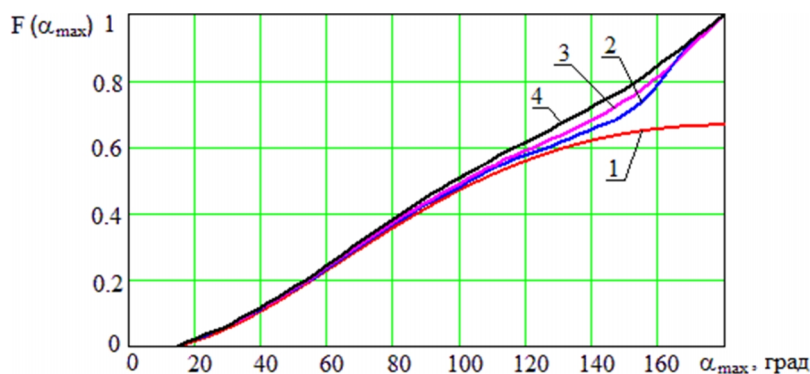


Рис. 3. Функция распределения максимального угла атаки

Как следует из полученных результатов, при отделении наноспутника по вектору скорости центра масс (при малых начальных значениях угла атаки) и при незначительной закрутке относительно продольной оси можно с достаточной точностью использовать для пространственного движения аналитические функции распределения максимального угла атаки, полученные для плоского углового движения.

Выше отмечалась возможность возникновения резонансных режимов движения наноспутников формата CubeSat, когда при снижении высоты орбиты вследствие торможения атмосферой целочисленная комбинация частот колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю. Резонансные режимы движения космических аппаратов в атмосфере исследовались в работах [11–13], где рассматривались космические аппараты, предназначенные для неуправляемого спуска в атмосфере, которые, как правило, относятся к классу осесимметричных тел вращения. В настоящей работе анализируется возможность возникновения резонансных режимов движения при орбитальном полете у наноспутников формата CubeSat, обусловленных форм-фактором прямоугольного параллелепипеда.

В случае когда аэродинамический момент является преобладающим и определяет характер углового движения, он стремится совместить продольную ось наноспутника с направлением набегающего потока. Однако этому противодействуют гироскопические силы, вызывающие вынужденную прецессию вектора кинетического момента относительно вектора скорости центра масс. Прецессию продольной оси спутника относительно вектора скорости центра масс (на промежутке времени, равном периоду полного оборота), противоположную по направлению вектору скорости, принято называть «обратной», а совпадающую



с направлением вектора скорости – «прямой» [14]. При выполнении условия  $R > G$  реализуется «обратная» прецессия, при  $G > R$  – «прямая», где  $R = \bar{J}_x \omega_x$  и  $G = R \cos \alpha + (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \sin \alpha$  – отнесенные к поперечному моменту инерции  $J_n$  проекции вектора кинетического момента на продольную ось наноспутника и на направление скорости центра масс;  $\bar{J}_x = J_x / J_n$ ;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – проекции вектора угловой скорости наноспутника на оси связанной системы координат.

При невозмущенном движении ( $\varepsilon = 0, H = const, R = const, G = const$ ) решение для пространственного угла атаки для синусоидальной моментной характеристики (7) получено в работе [15] и имеет вид:

$$\cos \alpha = A_1 cn^2 \left[ \frac{yK}{\pi} + K, k \right] + x, \quad (13)$$

где  $cn(u)$  – эллиптический косинус,  $x = \cos \alpha_{\max}$ ,  $y = \omega(t - t_0)$ ,  $\omega = \pi\beta / K$  – частота колебаний,  $A_1 = x_2 - x$ ,  $K(k)$  – полный эллиптический интеграл первого рода,  $k = \sqrt{A_1 / 2\eta}$  – модуль эллиптических функций,  $\beta = \sqrt{-m_0 m_{nk} \eta}$ ,  $x_2 = \cos \alpha_{\min} = \eta - (a - bx) / (1 - x^2)$ ,  $a = (R^2 + G^2) / (-4m_0 m_{nk})$ ,  $b = RG / (-2m_0 m_{nk})$ ,  $\eta = \sqrt{1 - 2(ax - b) / (1 - x^2) + [(a - bx) / (1 - x^2)]^2}$ .

Для малых значений модуля эллиптических функций  $k$  решение (13) упрощается [12]:

$$\cos \alpha \approx a_1 + b_1 \cos y, \quad (14)$$

где  $a_1 = (x + x_2) / 2$ ,  $b_1 = -(x_2 - x) / 2$ .

Средняя частота собственного вращения определяется выражением

$$\lambda \approx R(1 / \bar{J}_x - 1 / 2) + \text{sign}(R - G) \sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}}, \quad (15)$$

где  $\omega_a = \sqrt{-m_0 m_{nk}}$ .

Частота колебаний по пространственному углу атаки определяется выражением

$$\omega \approx 2 \sqrt{\omega_a^2 + \frac{R^2}{4}}. \quad (16)$$

В возмущенном движении резонансы проявляются при выполнении условия [16]:

$$m\omega - n\lambda = O(\varepsilon), \quad (17)$$

где  $m, n$  – целые взаимно простые числа.

Резонансные соотношения частот можно получить при вычислении средней мощности, вносимой в систему возбуждающим моментом за время  $T$ , в течение которого он еще не успеет изменить форму колебаний [16]:

$$\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \Phi_{\alpha}(\alpha, \phi, H) \dot{\alpha} dt . \tag{18}$$

Учитывая (6) и (14), анализируя решение (18), получим условия возникновения резонансов в следующих случаях: если начальное движение соответствовало «прямой» прецессии  $G > R$ , то в системе имеют место резонансные соотношения частот, отвечающие условиям  $\omega = -4\lambda$ ,  $\omega = 2\lambda$ ,  $\omega = 4\lambda$ ; если начальное движение соответствовало «обратной» прецессии  $R > G$ , то в системе имеет место резонансное соотношение частот  $3\omega = 4\lambda$ .

Учитывая выражения для частот (15), (16), получим формулы для определения критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения:

- для соотношения частот  $\omega = -4\lambda$  и  $3\omega = 4\lambda$

$$\omega_{xkr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{J}_x + \frac{3}{16} \bar{J}_x^2}} ; \tag{19}$$

- для соотношения частот  $\omega = 2\lambda$

$$\omega_{xkr} = 2 \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{J}_x - \frac{3}{4} \bar{J}_x^2}} ; \tag{20}$$

- для соотношения частот  $\omega = 4\lambda$

$$\omega_{xkr} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\omega_a^2}{1 - \bar{J}_x - \frac{5}{16} \bar{J}_x^2}} . \tag{21}$$

В качестве примера на рис. 4 показано резонансное изменение пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U с типовыми значениями моментов инерции  $J_x = 0,005 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $J_n = 0,025 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  и запасом статической устойчивости  $\Delta x = 0,05 \text{ м}$ , соответствующим наноспутнику SamSat-218Д, при следующих начальных условиях движения: начальная высота полета  $H = 270 \text{ км}$ , начальное значение пространственного угла атаки  $\alpha_0 = 30^\circ$ , продольная угловая скорость  $\omega_x = 0,4 \text{ }^\circ/\text{с}$ .

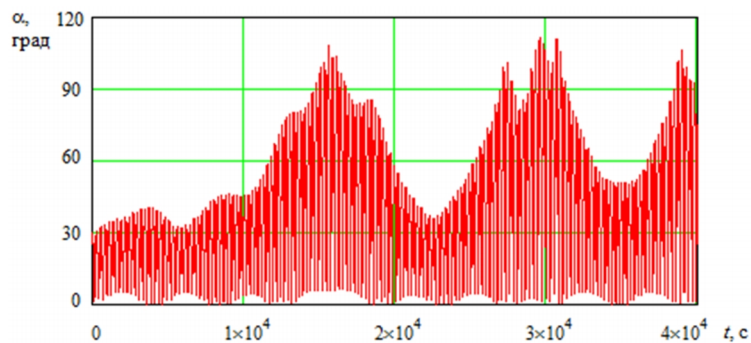


Рис. 4. Зависимость пространственного угла атаки наноспутника CubeSat 3U от времени

На рис. 5 показаны зависимости критического значения продольной угловой скорости от высоты полета для того же наноспутника, при котором выполняются условия возникновения резонансного движения (19–21).

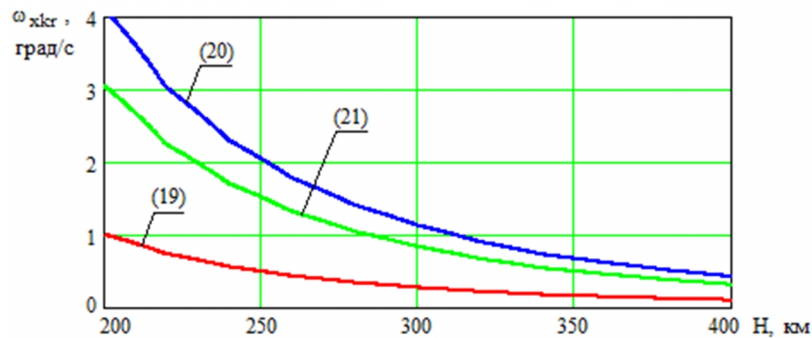


Рис. 5. Зависимости критического значения продольной угловой скорости наноспутника, при которых выполняются условия возникновения резонансного движения наноспутника, от высоты полета

Исключить резонансные режимы движения наноспутника можно заданием ограничения на величину продольной угловой скорости при отделении от пускового устройства, а также заблаговременным включением системы стабилизации с целью рассогласования резонансного соотношения частот.

### Синтез проектных параметров низковысотных наноспутников формата CubeSat

В некоторых работах задача обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника решается в детерминированной постановке. Так, например, в [17] рассматривалась задача обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat путем разворачивания солнечных панелей под определенным углом к его продольной оси после отделения от пускового устройства. В настоящей работе, основываясь на результатах проведенного анализа движения наноспутников на низких орбитах, авторы рассматривают задачу обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника в вероятностной постановке применительно к угловому движению наноспутника после отделения от пускового устройства.

С учетом найденных аналитических законов распределения максимального угла атаки (11) и (12) получены формулы для выбора проектных параметров (запаса статической устойчивости, геометрических размеров, поперечного момента инерции) аэродинамически стабилизированного наноспутника. При движении на низких орбитах эти параметры обеспечивают с заданной вероятностью отклонение продольной оси наноспутника от вектора скорости центра масс меньше допустимого на требуемой высоте при заданных разбросах угловой скорости, порождаемых системой отделения. При использовании комбинированной системы стабилизации то же самое обеспечивается на момент окончания работы активной системы предварительного успокоения. Например, для того чтобы максимальный угол атаки наноспутника формата CubeSat на высотах, где аэродинамический момент значительно превосходит гравитационный, был меньше допустимого значения  $\alpha_{\max}^*$  с вероятностью не меньшей, чем  $p^*$ ,

необходимо выполнение следующих условий для конструктивного параметра наноспутника  $d$  [18]:

- если величина начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  отвечает распределению Рэлея,

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq \frac{\pi \sigma^2 \ln(1-p^*)}{4c_0 (\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0) q(H)}; \quad (22)$$

- при распределении начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$

$$d = \frac{\Delta x}{J_n} lb \geq \frac{\pi (\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2}{8c_0 (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^*) q(H)}, \quad (23)$$

где  $b$  – сторона основания прямоугольного параллелепипеда.

С использованием полученных выражений (22), (23) построен набор номограмм, которые позволяют осуществить синтез проектных параметров аэродинамически стабилизируемых наноспутников формата CubeSat.

Так, например, в правых частях рис. 6, 7 приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника  $d$  от высоты орбиты  $H$  и от величины параметра  $\sigma$  (величина начальной поперечной угловой скорости имеет распределение Рэлея) для значений максимального угла атаки  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$  (рис. 6),  $\alpha_{\max}^* = 30^\circ$  (рис. 7), вероятности  $p^* = 0,95$  и начального угла атаки  $\alpha_0 = 0$ . В левых частях рис. 6, 7 приведены зависимости значений конструктивного параметра  $d$  наноспутника CubeSat 3U для различных величин поперечного момента инерции от запаса статической устойчивости  $\Delta x$ . Там же указано значение конструктивного параметра аэродинамически стабилизируемого наноспутника трансформируемой конструкции SamSat-QB50 массой 2 кг, имеющего исходную форму CubeSat 2U с размерами  $0,1 \times 0,1 \times 0,2$  м<sup>3</sup> и первоначальное расстояние между центром давления и центром масс  $\Delta x = 0,02$  м. После отделения от пускового устройства наноспутник трансформируется в форму CubeSat 3U с размерами  $0,1 \times 0,1 \times 0,3$  м<sup>3</sup>, за счет чего значительно увеличивается расстояние между центром давления и центром масс до  $\Delta x = 0,055$  м, а следовательно, и увеличивается величина аэродинамического момента. Расчеты проводились для стандартной плотности атмосферы в соответствии с [6].

Номограммы можно использовать как для выбора проектных параметров наноспутника, ориентируясь на существующие средства отделения, так и для задания требований к допустимым погрешностям системы отделения уже изготовленного наноспутника. В частности, на рис. 6 отражена последовательность выбора параметров наноспутника для высоты орбиты  $H = 380$  км при заданных ограничениях  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$ ,  $p^* = 0,95$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\sigma = 0,05$  °/с на условия движения относительно центра масс, формируемых целевой задачей полета. Как видно, значение конструктивного параметра наноспутника для обеспечения заданного движения должно отвечать условию  $d \geq 0,13$  м/кг (правая часть рисунка), проектные параметры выбираются на основании левой части рисунка. На рис. 7

показан пример задания требований к погрешности работы бортовой системы демпфирования угловых скоростей для наноспутника SamSat-QB50 при его выведении на орбиту  $H = 380$  км и условиях выполнения целевой миссии полета  $\alpha_{\max}^* = 30^\circ$ ,  $p^* = 0,95$ ,  $\alpha_0 = 0$ . Как видно, для того чтобы наноспутник SamSat-QB50 совершал заданное движение, необходимо, чтобы выполнялось требование к значению поперечной угловой скорости  $\sigma \leq 0,08$  °/с, которое должно быть выполнено после завершения процесса демпфирования и приведения спутника в рабочее состояние.

На предлагаемый подход к выбору проектных параметров аэродинамически стабилизируемого наноспутника класса CubeSat получен Евразийский патент [19].

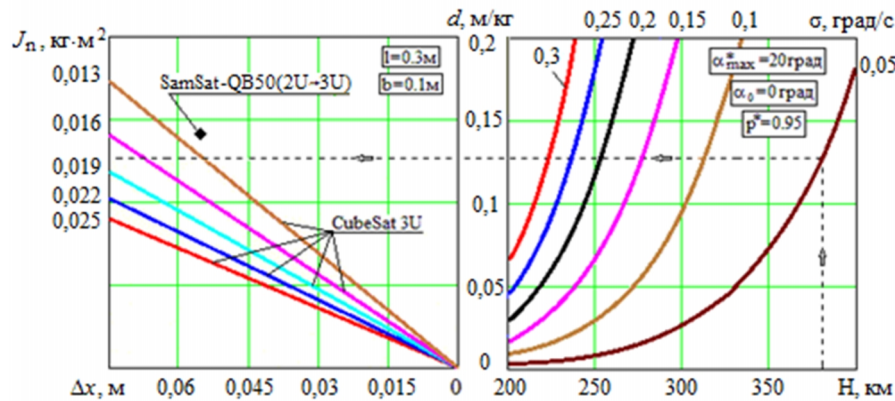


Рис. 6. Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника CubeSat 3U в зависимости от высоты полета  $H$  и значения параметра  $\sigma$  при  $\alpha_{\max}^* = 20^\circ$ ,  $p^* = 0,95$ ,  $\alpha_0 = 0$

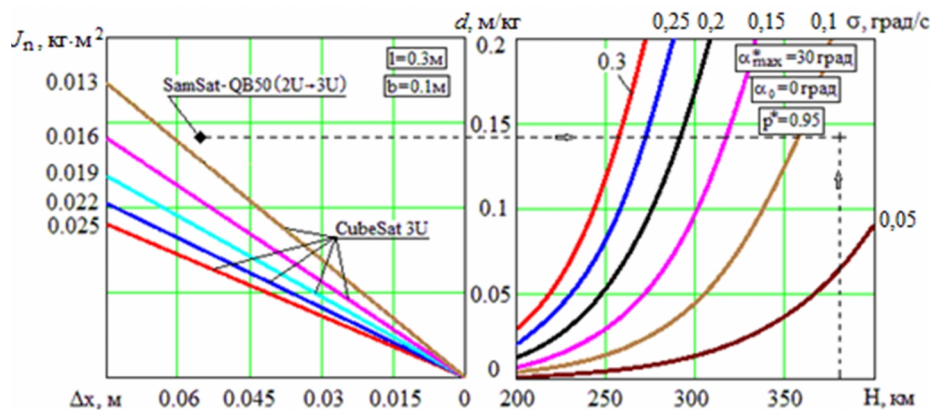


Рис. 7. Номограмма для выбора конструктивного параметра наноспутника CubeSat 3U в зависимости от высоты полета  $H$  и значения параметра  $\sigma$  при  $\alpha_{\max}^* = 30^\circ$ ,  $p^* = 0,95$ ,  $\alpha_0 = 0$

### Синтез замкнутого контура управления угловым движением аэродинамически стабилизированных наноспутников

Задача управления угловым движением аэродинамически стабилизированных наноспутников в большой степени обусловлена перечисленными ранее особенностями движения этого типа наноспутников, в том числе приобретаемым начальным кинетическим моментом после выхода из пускового устройства.

Система управления движением аэродинамически стабилизированных наноспутников должна обеспечивать:

- гашение (демпфирование) начальных угловых скоростей;
- приведение наноспутника в требуемое ориентированное положение по вектору набегающего потока, которое является устойчивым положением равновесия;
- удержание наноспутника в положении равновесия для обеспечения требуемых условий углового движения.

Как правило, перед космическими аппаратами нанокласса не ставится задача активной переориентации в пространстве при выполнении целевой задачи. В связи с этим в качестве исполнительного устройства возможно использование магнитных катушек, которые могут решать перечисленные задачи.

Исследованию этих вопросов посвящено большое число публикаций, из них следует выделить монографию [20], в которой обобщены результаты исследований, проводившихся на протяжении многих лет группой ученых под руководством профессора М. Ю. Овчинникова.

Особенно интересными для практического использования в наноспутниках формата CubeSat являются плоские магнитные катушки, которые можно встроить в подложку солнечных панелей, при этом они не занимают внутренний объем спутника и имеют малую массу [21].

Для решения задачи демпфирования начальных угловых скоростей (уменьшение модуля кинетического момента) средствами активной магнитной системы управления обычно применяется алгоритм управления B-dot [22–24], который отличается простотой и надежностью и требует для работы только измерения компонента вектора индукции магнитного поля Земли. При этом для измерения магнитного поля Земли с помощью магнитометра и создания управляющих магнитных моментов необходимо корректное согласование этих взаимозависимых и взаимоисключающих процессов, поскольку управляющий дипольный момент катушки вносит заметные искажения

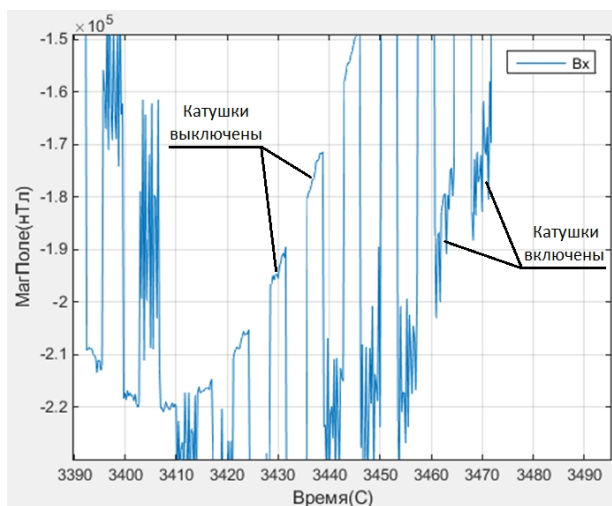


Рис. 8. Показания магнитометра при включении/выключении катушек

в измерения магнитометра в силу малых размеров спутника. На рис. 8 приведены результаты натурного эксперимента на стенде, имитирующем магнитное поле Земли, при поочередном включении и выключении магнитных катушек. Области высокочастотных изменений индукции магнитного поля соответствуют показаниям магнитометра во время работы магнитных катушек управления, что свидетельствует о невозможности их использования в алгоритме управления.

Алгоритм B-dot формирует необходимую величину и направление тока, подаваемого на магнитные катушки, для создания необходимого по знаку и модулю дипольного момента.

При этом формируемый дипольный момент принимается пропорциональным скорости изменения вектора индукции магнитного поля Земли:

$$\bar{m} = -k\dot{\vec{B}}, \quad (24)$$

где  $\dot{\vec{B}}$  – производная вектора индукции магнитного поля Земли;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Тогда величина тока, которую нужно подавать на катушки, определяется по соотношению

$$\bar{J} = -\frac{k}{S}\dot{\vec{B}}, \quad (25)$$

где  $S$  – эффективная площадь контура проводника в катушке.

Целесообразно выделить следующие этапы работы системы активной стабилизации на базе алгоритма V-dot (рис. 9):

- измерение магнитного поля Земли продолжительностью  $\Delta_m$ ;
- расчет управляющего магнитного момента продолжительностью  $\Delta_c$ ;
- формирование управляющего магнитного момента с помощью магнитных катушек продолжительностью  $\Delta_{ctr}$ ;
- временная задержка для завершения переходного процесса в магнитных катушках и исчезновения управляющего момента продолжительностью  $\Delta_d$ .

Эти четыре временных интервала являются параметрами системы активной стабилизации на базе алгоритма V-dot и требуют обоснованного выбора.

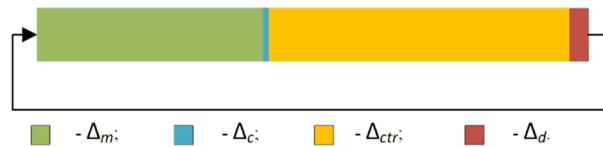


Рис. 9. Циклограмма работы алгоритма V-dot на борту наноспутника

Продолжительность интервала измерения магнитометром компонент вектора индукции магнитного поля Земли  $\Delta_m$  выбирается из условия вычисления их производных в последней точке интервала измерений с точностью, достаточной для формирования дипольного момента, обеспечивающего демпфирование углового движения, и зависит от способа вычисления производной. Поскольку на интервале управления  $\Delta_{ctr}$  дипольный момент катушек, рассчитанный на этапе измерений  $\Delta_m$ , постоянен по величине и направлению, то продолжительность интервала управления  $\Delta_{ctr}$  выбирается таким образом, чтобы векторы  $\bar{m}$  и  $\dot{\vec{B}}$  были противоположно направлены на протяжении всего интервала, что должно исключить раскрутку наноспутника (алгоритм должен изымать энергию из колебательной системы, а не осуществлять подкачку энергии). В случае неверного выбора продолжительности интервалов управления  $\Delta_c$  алгоритм будет осуществлять раскрутку спутника. На рис. 10 приведены примеры, в которых для начального модуля угловой скорости спутника  $40^\circ/\text{с}$  и  $50^\circ/\text{с}$  были выбраны неправильными интервалы работы магнитометра  $\Delta_m = 3\text{с}$  и работы катушек



управления  $\Delta_{ctr} = 5c$ , в результате чего спутник раскручивается за три витка орбитального движения до угловых скоростей  $72^\circ/c$  и  $78^\circ/c$  соответственно.

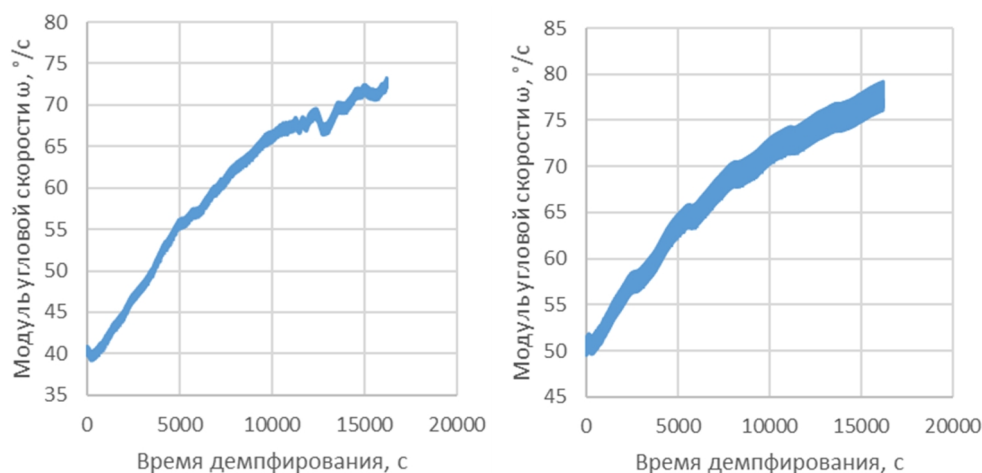


Рис. 10. Изменение угловой скорости наноспутника при ошибочном выборе параметров циклограммы при начальных угловых скоростях:  $40^\circ/c$  (слева),  $50^\circ/c$  (справа)

Ниже процедура выбора параметров активной магнитной системы стабилизации иллюстрируется на примере наноспутника SamSat-QB50, управление которым осуществляется системой из трех ортогонально размещенных плоских магнитных катушек (рис. 11), которые реализованы в виде 10-слойных плат, использующихся в качестве подложек для размещения фотоэлектронных преобразователей панелей солнечных батарей (эффективная площадь контура проводника в катушке –  $0,5 \text{ м}^2$ ). В качестве измерителей в созданном замкнутом контуре управления используются два трехосных МЭМС-магнитометра, имеющих диапазон измерений индукции магнитного поля  $\pm 4800 \text{ мкТл}$  с разрешающей способностью  $150 \text{ нТл}$  и средним квадратическим отклонением  $\sigma_B = 1500 \text{ нТл}$ .

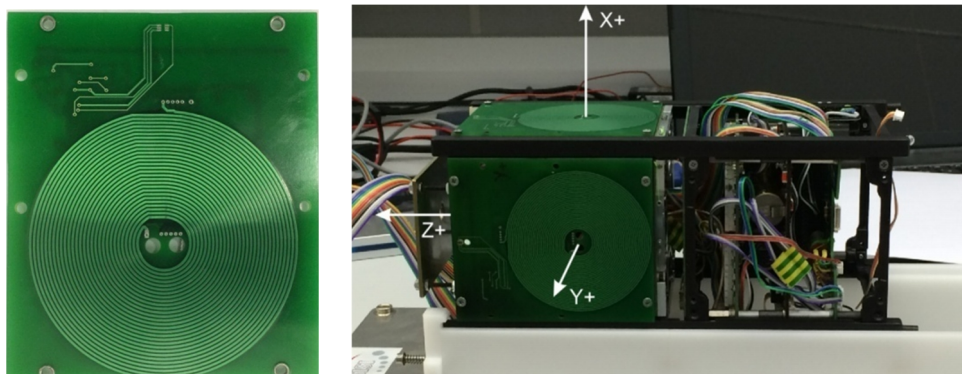


Рис. 11. Магнитная катушка (слева) и расположение магнитных катушек на спутнике SamSat-QB50 (справа)

При практической реализации алгоритма V-dot разработчикам приходится решать ряд новых задач наряду с упомянутыми ранее:



- МЭМС-магнитометры имеют большую шумовую составляющую, что осложняет определение производной вектора индукции магнитного поля Земли в текущий момент времени, и измеряемые значения нуждаются в предварительном сглаживании;
- следует учитывать время затухания сигнала датчика при ступенчатом изменении вектора индукции магнитного поля Земли, вызванном отключением катушек в конце интервала управления.

Основная сложность реализации алгоритма В-dot, которая вытекает из первого пункта, заключается в вычислении производной вектора индукции магнитного поля Земли в текущий момент времени. Данная проблема при разработке алгоритма управления наноспутником SamSat-QB50 решена путем сглаживания показаний магнитометра по всем трем осям методом наименьших квадратов с помощью полинома второй степени на выбранном интервале измерений

$$\bar{B}(\tau) = \bar{a}_0 + \bar{a}_1\tau + \bar{a}_2\tau^2,$$

где  $(\bar{a}_0, \bar{a}_1, \bar{a}_2)$  – коэффициенты полинома;  $\tau$  – момент времени в пределах интервала измерений, при этом вектор производных индукции магнитного поля вычисляется по формуле

$$\dot{\bar{B}}(\tau) = \bar{a}_1 + 2\bar{a}_2\tau.$$

Тогда управляющие токи рассчитываются на конец интервала измерений  $\tau_n$  по соотношению

$$\bar{J} = -\frac{k}{S}(\bar{a}_1 + 2\bar{a}_2\tau_n).$$

Как показали экспериментальные исследования, задержка во времени между выключением катушек и включением магнитометра должна составлять не менее 0,25 с ( $\Delta_d \geq 0,25c$ ) для используемой модели катушек.

На основании параметрических исследований имитационной модели работы алгоритма В-dot были выбраны его параметры (интервалы измерения магнитометром и управления), удовлетворяющие сформированным условиям (таблица).

Т а б л и ц а

**Рекомендуемые параметры алгоритма В-dot  
(продолжительности интервалов измерения и управления)**

Угловая скорость наноспутника $\omega, ^\circ/c$	Время работы магнитометра $\Delta_m, c$	Время работы катушек управления $\Delta_{ctr}, c$	Время демпфирования, c
<b>90</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>23000–47000</b>
80	1,5	1	24000–33000
70	1,5	1	15000–25000
60	2	1,5	13000–18000
50	2	2	10000–15000

Угловая скорость наноспутника $\omega$ , °/с	Время работы магнитометра $\Delta_m$ , с	Время работы катушек управления $\Delta_{ctr}$ , с	Время демпфирования, с
40	2	3	10000–13500
30	3	4	5000–10000
20	3	4	4000–5000
10	3	4	2000–3000

В таблице выделены значения параметров алгоритма B-dot, которые были использованы в системе управления наноспутником SamSat-QB50, интервалы измерения и управления принимались соответствующими модулю начальной угловой скорости 90°/с (наихудший случай отделения) исходя из рекомендаций менеджеров проекта QB50 [5]. На рис. 12 показано время демпфирования для начальных угловых скоростей 10°/с и 90°/с.

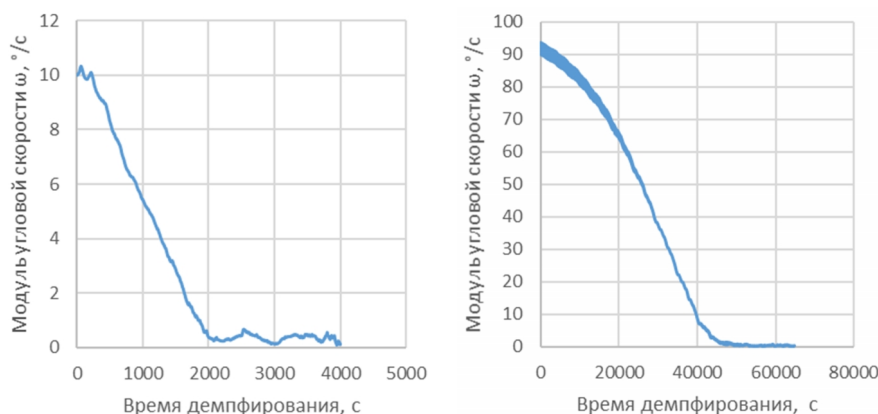


Рис. 12. Время демпфирования начальных угловых скоростей для наноспутника SamSat-QB50: 10°/с (слева) и 90°/с (справа)

На наноспутнике SamSat-QB50 в дополнение к активной установлена пассивная магнитная система стабилизации с гистерезисными стержнями, которая направлена на прецизионное демпфирование угловых скоростей и на удержание наноспутника в положении равновесия. Пассивная магнитная система стабилизации на базе гистерезисных стержней была разработана совместно с коллективом сотрудников Института прикладной математики имени М. В. Келдыша под руководством д.ф.-м.н., профессора М. Ю. Овчинникова [25–27]. В этом случае при взаимодействии с магнитном полем Земли на каждом стержне формируется дипольный магнитный момент, направленный вдоль продольной оси стержня, который можно описать следующей моделью:

$$\vec{m} = \frac{\mu V B_r}{\mu_0 H_c} \left( \frac{B_\tau}{\mu_0} - H_c \text{sign} \dot{B}_\tau \right) \vec{n},$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость стержня;  $V$  – объем стержня;  $B_r$  – остаточная намагниченность стержня;  $\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \text{ Н / А}^2$  – магнитная постоянная;  $H_c$  – коэрцитивная сила;  $B_\tau = \vec{B} \cdot \vec{n}$  – проекция вектора индукции магнитного поля Земли на продольную ось стержня;  $\vec{n}$  – орт вектора, направ-

ленный вдоль продольной оси стержня;  $\dot{V}_z$  – производная проекции вектора индукции магнитного поля Земли.

На рис. 13 представлены графики зависимостей модуля угловой скорости от времени и пространственного угла атаки от времени после отключения магнитных катушек и демпфирования только с помощью гистерезисных стержней. Можно отметить, что система выходит на установившийся режим, характеризуемый отклонением продольной оси от вектора набегающего потока на балансировочный угол, который составляет примерно  $8^\circ$ , и остаточной скоростью  $0,2^\circ/\text{с}$ , что соответствует техническому заданию проекта QB50.

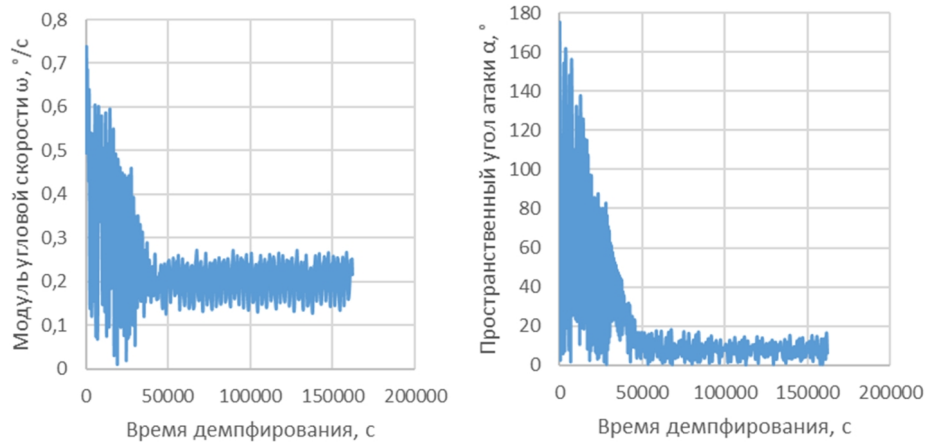


Рис. 13. Изменение начальной угловой скорости  $0,5^\circ/\text{с}$  при работе гистерезисных стержней (слева) и изменение пространственного угла атаки при работе гистерезисных стержней (справа)

Лучших результатов можно достигнуть, если подходить к выбору параметров алгоритма активного демпфирования с учетом влияния гистерезисных стержней, которое может привести к увеличению продолжительности интервала демпфирования в случае его неучета. На рис. 14 приведены результаты моделирования, которые подтверждают, что несогласованность работы гистерезисных стержней с работой активной системы управления влияет на продолжительность демпфирования.

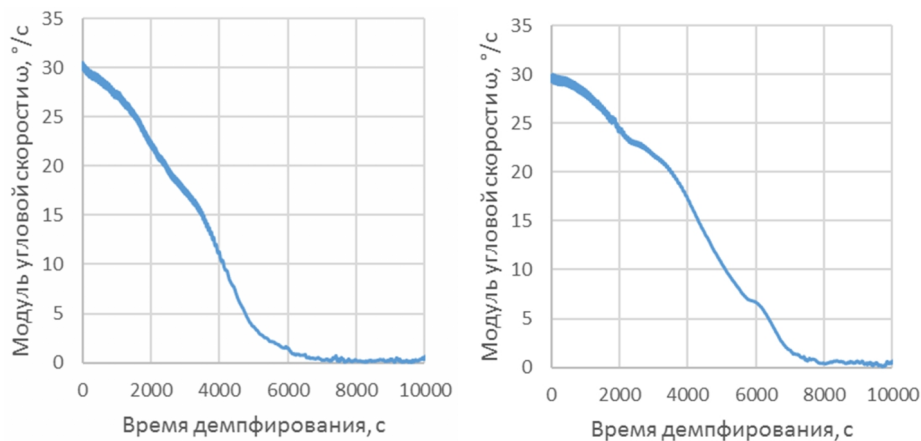


Рис. 14. Время демпфирования начальной угловой скорости  $30^\circ/\text{с}$  для наноспутника SamSat-QB50: без гистерезисных стержней (слева) и с гистерезисными стержнями (справа)

## Выводы

В связи с тем что, как правило, наноспутники формата CubeSat создаются без использования радиационно-стойких комплектующих, время их активного функционирования в большой степени определяется высотой орбиты. При сохранении тенденции возрастания числа запускаемых наноспутников, отсутствия на борту средств пассивного и активного сведения с орбиты, для предотвращения засорения космического пространства и обеспечения безопасности полета Международной космической станции (МКС) целесообразно запускать такие спутники на низкие орбиты, высоты которых не превышают высоты орбиты МКС.

В то же время продление периода проведения экспериментов на борту наноспутников, стремление увеличить срок существования на низкой орбите приводят к необходимости обеспечения ориентации наноспутников по вектору скорости орбитального движения, чтобы снизить величину баллистического коэффициента.

Выявленная большая чувствительность движения наноспутников на низких орбитах к действию атмосферы, выполненные в работе теоретические исследования характера движения относительно центра масс и найденные условия возникновения резонансных режимов движения позволили сформировать методику выбора массовых и инерционных характеристик, использование которой на этапе проектирования обеспечивает выполнение технических требований по реализации установившегося движения. При этом система стабилизации движения решает только задачу рассеивания приобретенного наноспутником кинетического момента после выхода из пускового устройства. Параметры циклограммы работы бортовых алгоритмов управления также зависят от массовых и инерционных характеристик наноспутника, и неправильный их выбор может привести к необеспечению требуемой ориентации с необходимой точностью.

Возможность появления резонансных режимов движения практически на всех высотах обуславливает необходимость разработки новых методов управления ориентацией, позволяющих предотвратить возникновение этих режимов.

Все выявленные особенности позволяют по-новому взглянуть на динамику движения космических аппаратов рассмотренного класса и сформулировать новые подходы к проектированию движения наноспутников формата CubeSat и созданию комплекса управления, навигации и связи для таких космических аппаратов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 17-79-20215).*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kirillin, A., Belokonov, I., Timbai, I., Kramlikh, A., Melnik, M., Ustiugov, E., Egorov, A., Shafran, S., SSAU Nanosatellite Project for the Navigation and Control Technologies Demonstration, Procedia Engineering, 2015, vol. 104, pp. 97–106.
2. Shakhmatov, E., Belokonov, I., Timbai, I., Ustiugov, E., Nikitin, A., Shafran, S., SSAU Project of the Nanosatellite SamSat-QB50 for Monitoring the Earth's Thermosphere Parameters, Procedia Engineering, 2015, vol. 104, pp. 139-146.
3. <https://www.qb50.eu/>.
4. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
5. <https://www.space-track.org>.
6. ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры / Введ. 1981-02-27. М.: Изд-во стандартов. 1981. 181с.

7. **Belokonov, I.V., Storozh, A.D., Timbai, I.A.**, Modes of motion of Soyuz orbital stage after payload separation at carrying out of the short-term research experiments, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, vol. 145, pp. 99-107.
8. **Belokonov, I., Kramlikh, A., Timbai, I., Lagno, O.**, Problems of satellite navigation and communications for nanosatellites launched as piggyback payload from the orbital stage of carrier rockets, *Proceedings of 21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2014, pp. 407-415.
9. **Belokonov, I.V., Kramlikh, A.V., Timbai, I.A.**, Low-orbital transformable nanosatellite: Research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2015, vol. 153, pp. 383-397.
10. **Юдинцев В.В.** Динамика отделения наноспутника формата кубсат от транспортно-пускового контейнера // Полет. 2015. № 8-9. С. 10-15.
11. **Ярошевский В.А.** Движение неуправляемого тела в атмосфере. М.: Машиностроение, 1978.
12. **Aslanov, V.S., Voiko, V.V.**, Nonlinear resonant motion of an asymmetrical spacecraft in the atmosphere, *Cosmic Research*, 1985, vol. 23(3), pp. 341-347.
13. **Zabolotnov, Yu.M., Lyubimov, V.V.**, Application of the Method Integral of Manifolds for Construction of resonant Curves for the Problem of Spacecraft Entry into the Atmosphere, 2003, *Cosmic Research*, vol. 41 (5), pp. 453-459.
14. **Platus, D.H.**, Angle of Attack Convergence Windward Meridian Rotation Rate of Rolling Re-Entry Vehicles, *AIAA Journal*, 1969, vol. 7, № 12. Deg., pp. 2324-2330.
15. **Aslanov, V.S.**, Determination of the amplitude of three-dimensional oscillations of a ballistic vehicle with a small asymmetry during atmospheric entry, *Cosmic Research*, 1980, vol. 18 (2), pp. 141-146.
16. **Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с.
17. **Rawashdeh, S.A., and Lumpp, jr., J. E., et al.**, Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, *JoSS*, 2013, vol. 2, no.1, pp. 85-104.
18. **Belokonov, I., Timbai, I.**, The Selection of the Design Parameters of the Aerodynamically Stabilized Nanosatellite of the CubeSat Standard, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 88-96.
19. **Евразийский патент на изобретение (21) 201400132 (13) А1.** Способ аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat и устройство его осуществления (варианты), опубл. 30.07.2015 г. / И.В. Белоконов, И.А. Тимбай, Е.В. Устюгов.
20. **Овчинников М.Ю., Пеньков В.И., Ролдугин Д.С., Иванов Д.С.** Магнитные системы ориентации малых спутников. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. 366 с.
21. <https://gomspace.com/Shop/subsystems/solar-panels/p110-solar-panel.aspx>.
22. **Stickler, A.C., Alfriend, K.T.**, Elementary magnetic attitude control system, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1976, vol. 13, no. 5. pp. 282-287.
23. **Stickler, A.C.**, A magnetic control system for attitude acquisition, Ithaco, Inc., Rep. N 90345, 1972.
24. **Kramlikh, A.V., Melnik, M.E., Nikolaev, P.N.**, Attitude determination and stabilization algorithms of the SamSat-218D nanosatellite, *Proceedings of 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2016, pp. 366-372.
25. **Ovchinnikov, M.Yu., Ilyin, A.A., Kupriyova, N.V., Penkov, V.I., Selivanov, A.S.**, Attitude dynamics of the first Russian nanosatellite TNS-0, *Acta Astronautica*, 2007, vol. 61, issue 1-6, pp. 277-285.
26. **Ovchinnikov, M.**, Attitude dynamics of a small-sized satellite equipped with hysteresis damper, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, vol. 145, pp. 311-330.
27. **Белоконов И.В., Иванов Д.С., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И.** Система демпфирования углового движения наноспутника SamSat-QB50 // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. №59. 28 с.

---

**Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Nikolaev, P.N.** (Inter-University Department of Space Research Samara National Research University, Samara, Russia)  
Analysis and Synthesis of Motion of Aerodynamically Stabilized Nanosatellites of the CubeSat Design, *Girokopiya i Navigatsiya*, 2018, vol. 26, no. 3 (103), pp. 69-91.

**Abstract.** The motion of aerodynamically stabilized nanosatellites of the CubeSat design is studied. The features of the nanosatellites behavior in low orbits are conditioned both by the atmospheric effects and their own mass and inertial characteristics: the lifetime

of nanosatellites is shorter, while the angular acceleration generated by the aerodynamic moment is much higher as compared with big satellites having large mass. CubeSats may experience resonance modes of motion caused by the shape factor of a rectangular parallelepiped. In addition, the existing commercial CubeSat deployers often generate large initial angular velocities that are random in nature.

The conditions that cause the specific features of the CubeSat motion are considered and analyzed. A probabilistic approach to choosing their mass and inertial characteristics is proposed. The problems of motion stabilization are studied, and recommendations are formulated on the design of aerodynamically stabilized CubeSats with a passive/active magnetic damping system.

**Key words:** nanosatellite, motion control, aerodynamic stabilization.

#### REFERENCES

1. Kirillin, A., Belokonov, I., Timbai, I., Kramlikh, A., Melnik, M., Ustiugov, E., Egorov, A., and Shafran, S., SSAU nanosatellite project for the navigation and control technologies demonstration, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 97–106.
2. Shakhmatov, E., Belokonov, I., Timbai, I., Ustiugov, E., Nikitin, A., and Shafran, S., SSAU project of the nanosatellite SamSat-QB50 for monitoring the Earth's thermosphere parameters, *Procedia Engineering*, 2015, volume 104, pp. 139–146.
3. <https://www.qb50.eu/>.
4. Beletskii, V.V., *Dvizhenie iskusstvennogo sputnika otnositel'no tsentra mass* (Motion of an Artificial Satellite Relative to the Center of Mass), Moscow: Nauka, 1965.
5. <https://www.space-track.org>.
6. GOST 4401-81 *Atmosfera standartnaya. Parametry. Vvedenie* (Standard atmosphere. Parameters. Introduction) 1981-02-27. Moscow: Izvatel'stvo standartov, 1981.
7. Belokonov, I.V., Storozh, A.D., and Timbai, I.A., Modes of motion of Soyuz orbital stage after payload separation at carrying out of the short-term research experiments, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, vol. 145, pp. 99–107.
8. Belokonov, I., Kramlikh, A., Timbai, I., and Lagno, O., Problems of satellite navigation and communications for nanosatellites launched as piggyback payload from the orbital stage of carrier rockets, *Proc. 21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2014, pp. 407–415.
9. Belokonov, I.V., Kramlikh, A.V., and Timbai, I.A., Low-orbital transformable nanosatellite: Research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2015, vol. 153, pp. 383–397.
10. Yudinsev, V.V., The dynamics of the CubeSat separation from the deployer, *Polet. Obshcherossiiskii nauchno-tekhnicheskii zhurnal*, 2015, nos. 8–9, pp. 10–15.
11. Yaroshevskii, V.A., *Dvizhenie neupravlyaemogo tela v atmosfere* (Motion of an Uncontrollable Body in the Atmosphere, Moscow: Mashinostroenie, 1978.
12. Aslanov, V.S. and Boiko, V.V., Nonlinear resonant motion of an asymmetrical spacecraft in the atmosphere, *Cosmic Research*, 1985, vol. 23(3), pp. 341–347.
13. Zabolotnov, Yu.M., Lyubimov, V.V., Application of the Method Integral of Manifolds for Construction of resonant Curves for the Problem of Spacecraft Entry into the Atmosphere, 2003, *Cosmic Research*, vol. 41 (5), pp. 453–459.
14. Platus, D.H., Angle of attack convergence windward meridian rotation rate of rolling re-entry vehicles, *AIAA Journal*, vol.7, no. 12, 1969, pp. 2324–2330.
15. Aslanov, V.S., Determination of the amplitude of three-dimensional oscillations of a ballistic vehicle with a small asymmetry during atmospheric entry, 1980, *Cosmic Research*, vol. 18 (2), pp. 141–146.
16. Bogolyubov, N.N. and Mitropol'skii, Yu.A., *Asimptoticheskie metody v teorii nelineinykh kolebaniy* (Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations), Moscow: Nauka, 1974.
17. Rawashdeh, S.A. and Lumpp, Jr., J. E. et al., Aerodynamic stability for CubeSats at ISS orbit, *JoSS*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85–104.
18. Belokonov, I. and Timbai, I., The selection of the design parameters of the aerodynamically stabilized nanosatellite of the CubeSat standard, *Procedia Engineering*, 2015, volume 104, pp. 88–96.
19. Belokonov, I., Timbai, I., and Ustyugov, E.V., Eurasian patent for invention (21) 201400132 (13) A1, Method for aerodynamic stabilization of a Cubesat and the device for its implementation, 30.07.2015.

20. **Ovchinnikov, M.Yu., Pen'kov, V.I., Roldugin, D.S., and Ivanov, D.S.**, *Magnitnye sistemy orientatsii malyykh sputnikov* (Magnetic attitude control systems of small satellites), Moscow: IPM im. M.V. Keldysha, 2016.
21. <https://gomspace.com/Shop/subsystems/solar-panels/p110-solar-panel.aspx>
22. **Stickler, A.C. and Alfriend, K.T.**, Elementary magnetic attitude control system, *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1976, vol. 13, no. 5, pp. 282–287.
23. **Stickler, A.C.**, *A Magnetic Control System for Attitude Acquisition*, Ithaco, Inc., Rep. N 90345, 1972.
24. **Kramlikh, A.V., Melnik, M.E., and Nikolaev, P.N.**, Attitude determination and stabilization algorithms of the SamSat-218D nanosatellite, *Proc. 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2016, pp. 366–372.
25. **Ovchinnikov, M.Yu., Ilyin, A.A., Kupriyanova, N.V., Pen'kov, V.I., and Selivanov A.S.**, Attitude dynamics of the first Russian nanosatellite TNS-0, *Acta Astronautica*, 2007, vol. 61, Is. 1–6, pp. 277–285.
26. **Ovchinnikov, M.**, Attitude dynamics of a small-sized satellite equipped with hysteresis damper, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2012, vol. 145, pp. 311–330.
27. **Belokonov, I.V., Ivanov, D.S., Ovchinnikov, M.Yu., and Pen'kov, V.I.**, A system for damping the angular motion of the SamSat-QB50 nanosatellite, *Preprint of the Keldysh Institute of Applied Mathematics*, Moscow, 2015, no. 59, 28 p.

Материал поступил 02.03.2018