УДК 531.383-11:621.378 DOI 10.17285/0869-7035.2017.25.3.060-077

Л. ВАН, В. У, С. ПАНЬ

КОМПЕНСАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ БИНС С ЛАЗЕРНЫМИ ГИРОСКОПАМИ В УСЛОВИЯХ ВИБРАЦИИ

В присутствии внешнего вибрационного ускорения, действующего на лазерный блок лазерного гироскопа (ЛГ), из-за ограниченной поперечной жесткости привода виброподставки возникает его смещение. В данной статье предложен новый метод компенсации динамической погрешности БИНС на ЛГ в условиях вибрации. Разработана модель смещений блока ЛГ при ускорениях. Выведена модель эквивалентного дрейфа гироскопа в условиях вращения и ускорения, которая позволяет описать динамическую погрешность. Проведены эксперименты по оптимизации колебаний с целью оценки неизвестных параметров. Результаты экспериментов в условиях вибрации подтверждают эффективность предложенного метода.

Ключевые слова: ось привода виброподставки, вибрация, БИНС с ЛГ.

Введение

Благодаря своим достоинствам лазерные гироскопы (ЛГ) нашли широкое применение в современных аэрокосмических бесплатформенных инерциальных навигационных системах (БИНС). Недостатком ЛГ является наличие явления захвата, обусловленное воздействием обратного рассеяния циркулирующего излучения. Эту проблему можно решить путем введения смещения рабочей частоты ЛГ с помощью пьезоэлектрического привода, который обеспечивает вибрацию ЛГ с частотой в несколько сотен герц по его входной оси [1]. Поскольку привод виброподставки является единственной движущейся частью ЛГ, его используют для монтажа лазерного блока на основание инерциального измерительного блока (ИИБ). Однако под воздействием поперечного ускорения лазерный блок может сместиться из-за ограниченной жесткости поперечных осей привода виброподставки [2]; данное явление называется смещением гироскопа за счет перегрузки [3]. Смещение триады ЛГ за счет перегрузки приводит к эквивалентному дрейфу в измерениях угловой скорости, который, в свою очередь, вызывает серьезные погрешности в определении ориентации объекта в условиях вибраций.

С целью улучшения рабочих характеристик БИНС в условиях вибрации были предприняты попытки оптимизации параметров и конструкции приво-

Научный редактор перевода д.т.н. Ю.В. Филатов

Линь Ван. Аспирант, Национальный университет оборонных технологий, факультет механотроники и автоматики (Чаньша, Китай).

Вэньци У. Доктор наук, профессор, Национальный университет оборонных технологий, факультет механотроники и автоматики.

Сяньфэй Пань. Доктор наук, Национальный университет оборонных технологий, факультет механотроники и автоматики.

да виброподставки ЛГ на уровне датчиков [4–6], а также на уровне всей системы – для того чтобы существенно изменить конструкцию блока датчиков системы при проектировании [7, 8]. Однако эксперименты, проведенные для лазерной БИНС при запуске носителя «Циклон-4», показали, что значительный эквивалентный дрейф гироскопа все равно возникает, и точность инерциальной навигации искажается при краткой продолжительности вибраций, несмотря на наличие системы защиты от ударов и вибраций [9]. Фактически динамическая погрешность ЛГ, вызванная смещением триады за счет перегрузки, играет важную роль в условиях вибрации. В [10] приводится теоретический анализ дрейфа ЛГ, вызванного изгибом оси вибропривода при наличии внешнего ускорения. Однако метод компенсации такой погрешности не предложен. Процесс определения смещений триады ЛГ за счет перегрузки, вызванных гравитационным ускорением, описывается в [3] и состоит во многочисленных сериях сложных и длительных испытаний при коническом движении. Кроме того, поскольку данный процесс проводится на высокоточном трехосном вращающемся стенде, он подходит только для условий низких перегрузок.

В данной статье предложен новый метод компенсации динамической погрешности в условиях вибрации. Смещения гироскопов за счет перегрузки определяются путем анализа кинетической модели блока ЛГ, в результате которого устанавливается взаимосвязь между внешним ускорением и смещениями. Разработана эквивалентная модель дрейфа гироскопа, содержащая оптимизируемые параметры, которая описывает динамическую погрешность в условиях вращения и ускорения. Линейный стенд и наружные резиновые амортизаторы, установленные на днище БИНС, используются для создания одновременно линейной и угловой вибрации, которая формирует условия для применения метода оценки указанных оптимизируемых параметров. Результаты экспериментов с вибрацией, действующей на БИНС, подтверждают эффективность метода компенсации динамической погрешности.

Модель смещения блока ЛГ за счет перегрузки

На рис. 1 показаны X-, Yи Z-ЛГ, установленные на основание ИИБ с использованием подвеса привода виброподставки. Система координат корпуса *i*-ЛГ – g_i (*i* = x, y, z) с осями координат g_{ix} , g_{iy} и g_{iz} . Следует отметить, что ось g_{ii} является осью вибропривода *i*-ЛГ. Оси координат корпуса ИИБ: b_x , b_y и b_z .

Чтобы вызвать колебания блока ЛГ с частотой несколько сотен герц, при-



Рис. 1. Изменение положения оси привода виброподставки и соответствующие смещения блока ЛГ за счет перегрузки

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

вод виброподставки должен быть упругим по оси вращения и жестким по всем поперечным осям [2]. Принимая во внимание, что поперечная жесткость привода виброподставки ограничена, при наличии внешнего ускорения, действующего на лазерный блок, возникает изменение положения оси вибропривода. При указанных обстоятельствах происходят смещения блока ЛГ за счет перегрузки, которые, в свою очередь, приводят к эквивалентному дрейфу гироскопа. Согласно теореме Эйлера, учитывая момент массы эксцентриситета и момент вибропривода [11, 12], реакцию углового движения *i*-ЛГ (i = x, y, z) на внешний момент можно смоделировать с помощью следующего нелинейного уравнения:

$$(I_{g_i} + I_{o_i})\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ig_i}^{g_i} + \boldsymbol{\omega}_{ig_i}^{g_i} \times (I_{g_i} + I_{o_i})\boldsymbol{\omega}_{ig_i}^{g_i} + C_{g_i}\dot{\boldsymbol{\theta}}_i + K_{g_i}\boldsymbol{\theta}_i = \mathbf{M}_{g_i}(t) + \mathbf{M}_{d_i}(t)$$
(1)

при

$$\mathbf{M}_{g_i}(t) = \mathbf{\delta}_i \times m_i \mathbf{f}(t), \ \mathbf{\delta}_i = \begin{bmatrix} \delta_{ix} & \delta_{iy} & \delta_{iz} \end{bmatrix}^T, \ \mathbf{\theta}_i = \begin{bmatrix} \theta_{ix} & \theta_{iy} & \theta_{iz} \end{bmatrix}^T,$$
(2)

$$\mathbf{M}_{d_{x}}(t) = [\mathbf{M}_{d_{x}}(t) \ 0 \ 0]^{T},$$

$$\mathbf{M}_{d_{y}}(t) = [\mathbf{0} \ \mathbf{M}_{d_{y}}(t) \ 0]^{T},$$

$$\mathbf{M}_{d_{z}}(t) = [\mathbf{0} \ 0 \ \mathbf{M}_{d_{z}}(t)]^{T},$$

(3)

где I_{g_i} – момент инерции *i*-ЛГ, I_{o_i} – момент инерции эксцентриситета, C_{g_i} и K_{g_i} – коэффициент демпфирования и вращательная жесткость соответственно, $\mathbf{M}_{g_i}(t)$ – момент массы эксцентриситета, $\mathbf{M}_{d_i}(t)$ (i = x, y, z) – момент вибропривода, δ_i – вектор эксцентриситета, m_i – масса *i*-ЛГ, f(t) – кажущееся ускорение, действующее на ЛГ; $\boldsymbol{\theta}_i$ обозначает изгиб оси вибропривода ЛГ относительно основания и представляет собой малый угол; компонента направления оси вибропривода $\boldsymbol{\theta}_i$, то есть $\boldsymbol{\theta}_{ii}(i = x, y, z)$, – это угол деформации вибропривода, а остальные две компоненты $\boldsymbol{\theta}_i$, то есть $\boldsymbol{\theta}_{ii}(i = x, y, z; j = x, y, z; i \neq j)$, обозначают угол бокового изгиба оси вибропривода ЛГ; $\boldsymbol{\omega}_{ig_i}^{g_i}$ – угловая скорость *i*-ЛГ относительно инерциальной системы координат *i*. Следует отметить, что *i*-я компонента вибропривода $\mathbf{M}_{d_i}(t)$ – единственная ненулевая компонента, действующая по оси. В сущности, *i*-ЛГ моделируется уравнением (1) как система «масса–пружина–амортизатор». Так, уравнение (1) описывает не только угол вибропривода $\boldsymbol{\theta}_{ii}$, но и угол бокового изгиба оси $\boldsymbol{\theta}_{ij}$, связанный со смещением ЛГ за счет перегрузки.

При условии, что между осью чувствительности *i*-ЛГ и осью его вибропривода имеется постоянный малый угол, угловая скорость, определяемая *i*-ЛГ, имеет вид:

$$\tilde{\omega}_{ib_i}^b = \mathbf{i}_{g_i} \cdot \mathbf{\omega}_{ig_i}^{g_i} \tag{4}$$

при

$$\boldsymbol{i}_{g_{x}} = \begin{bmatrix} 1 & \zeta_{xy} & \zeta_{xz} \end{bmatrix}^{T},$$

$$\boldsymbol{i}_{g_{y}} = \begin{bmatrix} \zeta_{yx} & 1 & \zeta_{yz} \end{bmatrix}^{T},$$

$$\boldsymbol{i}_{g_{z}} = \begin{bmatrix} \zeta_{zx} & \zeta_{zy} & 1 \end{bmatrix}^{T},$$
(5)

где $i_{g_i}(i = x, y, z)$ обозначает единичный вектор оси чувствительности *i*-ЛГ, проецируемый на систему координат его корпуса g_i , ζ_{ij} ($i = x, y, z; j = x, y, z; i \neq j$) – малый угол, обычно менее 30″ благодаря технологиям сборки; верхний индекс *T* обозначает действие транспонирования.

Установившаяся величина выходной переменной уравнения (1) состоит из двух частей, одна из которых связана с моментом вибропривода $\mathbf{M}_{d_i}(t)$, а вторая – с моментом массы эксцентриситета $\mathbf{M}_{g_i}(t)$. Хотя момент вибропривода вызывает угловое движение ЛГ для преодоления зоны захвата, для нас это не представляет интереса, поскольку движение вибропривода можно определить с помощью датчика угла или отфильтровать в процессе обработки первичных данных гироскопа, не вызывая смещения за счет перегрузки. В дальнейшем анализе влияние момента и угловой скорости вибропривода не будет приниматься во внимание; мы сосредоточимся только на влиянии $\mathbf{M}_{g_i}(t)$.

Чтобы упростить уравнение (1), был проведен количественный анализ влияния каждого его члена. Согласно анализу, приведенному в [11, 12], влиянием момента инерции эксцентриситета и вторым нелинейным членом в уравнении (1) можно пренебречь. В соответствии с [4] боковая собственная резонансная частота ЛГ составляет примерно 700~900 Гц. Предположим, что боковая собственная резонансная частота ЛГ составляет 750 Гц, а частота и амплитуда углового движения ИИБ – 10 Гц и 1 мрад соответственно в условиях линейной вибрации. Тогда отношение первого члена уравнения K и K_{g_i} составляет ($2\pi \times 10$)² $\times 10^{-3}$ / ($2\pi \times 750$)² $\approx 2 \times 10^{-7}$ рад. Если величина

$$K_{g_i} \boldsymbol{\theta}_i \approx \mathbf{M}_{g_i}(t) \,. \tag{6}$$

Рассмотрим чувствительность X-ЛГ в стационарном состоянии подробнее. Согласно приведенным выше определениям δ_i и θ_i , для X-ЛГ

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

 $\boldsymbol{\delta}_{i} \triangleq \boldsymbol{\delta}_{x} = \begin{bmatrix} \delta_{xx} & \delta_{xy} & \delta_{xz} \end{bmatrix}^{T}, \quad \boldsymbol{\theta}_{i} \triangleq \boldsymbol{\theta}_{x} = \begin{bmatrix} \theta_{xx} & \theta_{xy} & \theta_{xz} \end{bmatrix}^{T}.$ Однако, поскольку только последние две компоненты (то есть θ_{xy} и θ_{xz}) $\boldsymbol{\theta}_{x}$ имеют отношение к смещениям *X*-ЛГ за счет перегрузки, запишем их в виде:

$$\begin{bmatrix} \theta_{xy} \\ \theta_{xz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_x^b \frac{m_x \delta_{xz}}{k_g} - f_z^b \frac{m_x \delta_{xx}}{k_g} \\ -f_x^b \frac{m_x \delta_{xy}}{k_g} + f_y^b \frac{m_x \delta_{xx}}{k_g} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_x^b \tau_{xz} - f_z^b \tau_{xx} \\ -f_x^b \tau_{xy} + f_y^b \tau_{xx} \end{bmatrix},$$
(7)

где m_x – масса X-ЛГ, θ_{xy} и θ_{xz} – угол изгиба оси вибропривода вокруг осей g_{xy} и g_{xz} X-ЛГ, как показано на рис. 1; $k_{g_{xy}}$ и $k_{g_{xz}}$ – боковая жесткость осей g_{xy} и g_{xz} соответственно; $f_i^{\ b}(i=x,y,z)$ – кажущееся ускорение по *i*-оси, представляющее собой синусоидальную функцию времени в условиях вибрации. С учетом уровня современных производственных технологий две величины боковой жесткости очень близки (то есть $k_{g_{xy}} \approx k_{g_{xz}}$). Таким образом, последнее представление уравнения (7) можно получить простой заменой символов.

Аналогичным образом можно описать чувствительность *Y*- и *Z*-ЛГ к вибрациям в стационарном состоянии. Наряду с уравнением (7) представим их в виде:

$$\begin{bmatrix} \theta_{xy} \\ \theta_{xz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_x^b \tau_{xz} - f_z^b \tau_{xx} \\ -f_x^b \tau_{xy} + f_y^b \tau_{xx} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \theta_{yx} \\ \theta_{yz} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -f_y^b \tau_{yz} + f_z^b \tau_{yy} \\ f_y^b \tau_{yx} - f_x^b \tau_{yy} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \theta_{zx} \\ \theta_{zy} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f_z^b \tau_{zy} - f_y^b \tau_{zz} \\ -f_z^b \tau_{zx} + f_x^b \tau_{zz} \end{bmatrix}.$$
(8)

Девять оптимизируемых параметров в составе уравнения (8) можно записать в виде вектора

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_{xx} \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz} \quad \tau_{yx} \quad \tau_{yy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx} \quad \tau_{zy} \quad \tau_{zz}]^T \,. \tag{9}$$

Уравнение (8), как модель смещения за счет перегрузки, устанавливает взаимосвязь между смещением триады ЛГ и кажущимся ускорением. Единицы измерения τ_{ij} – рад/(м/c²) или "/g (1g ≈ 9,8 м/c²). Для удобства при инженерном проектировании используется вторая форма.

Эквивалентная модель дрейфа гироскопа в условиях вращения и ускорения

В обычных условиях оси чувствительности триады ЛГ должны совпадать с осями координат корпуса ИИБ. Однако при воздействии ускорения, действующего на ИИБ, такие условия перестают соблюдаться. Из-за изгиба оси вибропривода ЛГ ось чувствительности ЛГ также отклоняется от нормального положения, создавая рассогласование оси чувствительности за счет перегрузки. На рис. 2 показаны смещения триады ЛГ за счет перегрузки. Как видно из рисунка, x', y' и z'обозначают проекции осей чувствительности ЛГ (то есть осей b'_{r} , b'_{v} и b'_z) в плоскостях $b_x b_z$, $b_x b_y$ и $b_y b_z$.



Рис. 2. Графическое изображение смещений триады ЛГ за счет перегрузки

Направление положительного вращения – против часовой стрелки.

Используя тригонометрические преобразования, эквивалентный дрейф гироскопа, вызванный смещениями триады ЛГ за счет перегрузки, можно представить, согласно рис. 2, в следующем виде:

 $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{ib}^{b} - \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} = K \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \delta \boldsymbol{\omega}_{con}$

при

$$K \approx \begin{bmatrix} 0 & \theta_{xz} & -\theta_{xy} \\ -\theta_{yz} & 0 & \theta_{yx} \\ \theta_{zy} & -\theta_{zx} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{con} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \theta_{xz} \dot{\theta}_{xy} - \theta_{xy} \dot{\theta}_{xz} \\ -\theta_{yz} \dot{\theta}_{yx} + \theta_{yx} \dot{\theta}_{yz} \\ \theta_{zy} \dot{\theta}_{zy} - \theta_{zy} \dot{\theta}_{zy} \end{bmatrix},$$
(11)

где $\delta \omega_{ib}^b$ – эквивалентный дрейф гироскопа, $\tilde{\omega}_{ib}^b$ – угловая скорость, измеренная ИИБ, ω_{ib}^b – истинная угловая скорость, K – матрица смещений за счет перегрузок; в уравнении (11) принято допущение о малости угла. Первый член в правой части после второго знака равенства в уравнении (10) записан интуитивно. При этом второй член (то есть $\delta \omega_{con}$) представляется в некоторой степени реальным. В принципе, $\delta \omega_{con}$ описывает скорость псевдоконического дрейфа, вызванного периодическим движением каждого ЛГ относительно основания в условиях вибрации; данная скорость настолько мала, что ею

(10)

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

можно пренебречь. Ее интерпретация будет представлена ниже. В данном случае *Х*-ЛГ взят в качестве примера для вывода детального выражения скорости псевдоконического дрейфа.

При допущении о малости угла $\boldsymbol{\theta}_x = [\boldsymbol{\theta}_{xx} \quad \boldsymbol{\theta}_{xy} \quad \boldsymbol{\theta}_{xz}]^T$ представляет собой вектор вращения, который определяет положение системы координат b'_x относительно системы координат ИИБ b. В соответствии с уравнением (5) $\zeta_x = [0 \quad \zeta_{xz} \quad -\zeta_{xy}]^T$ является вектором постоянного вращения, который определяет положение системы координат g_x относительно системы координат b'_x . Согласно [13] далее получим следующие соотношения:

$$\boldsymbol{\omega}_{ig_x}^{g_x} = C_b^{g_x} \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{bg_x}^{g_x}$$
(12)

при

$$C_{b}^{g_{x}} = C_{b_{x}'}^{g_{x}} C_{b}^{b_{x}'}, C_{b_{x}'}^{g_{x}} = (C_{g_{x}}^{b_{x}'})^{T}, C_{b}^{b_{x}'} = (C_{b_{x}'}^{b})^{T}$$

$$C_{g_{x}}^{b_{x}'} = I_{3} + \frac{\sin \zeta_{x}}{\zeta_{x}} (\zeta_{x} \times) + \frac{1 - \cos \zeta_{x}}{\zeta_{x}^{2}} (\zeta_{x} \times)^{2}$$

$$C_{b_{x}'}^{b} = I_{3} + \frac{\sin \theta_{x}}{\theta_{x}} (\theta_{x} \times) + \frac{1 - \cos \theta_{x}}{\theta_{x}^{2}} (\theta_{x} \times)^{2}$$

$$\omega_{bg_{x}}^{g_{x}} = C_{b_{x}'}^{g_{x}} \omega_{bb_{x}'}^{b_{x}'} + \omega_{b_{x}g_{x}}^{g_{x}}$$

$$\omega_{bg_{x}'}^{g_{x}} = \dot{\theta}_{x} - \frac{1 - \cos \theta_{x}}{\theta_{x}^{2}} \theta_{x} \times \dot{\theta}_{x} + \frac{\theta_{x} - \sin \theta_{x}}{\theta_{x}^{3}} \theta_{x} \times (\theta_{x} \times \dot{\theta}_{x}), \omega_{b_{x}'g_{x}}^{g_{x}} = \theta_{3 \times 1}$$
(13)

где $\omega_{bg_x}^{g_x}$ – угловая скорость X-ЛГ относительно основания, $C_b^{g_x}$ – матрица направляющих косинусов для перехода от системы координат корпуса ИИБ b к системе координат корпуса X-ЛГ g_x , I_3 – единичная матрица 3×3, $(\zeta_x \times)$ и $(\theta_x \times)$ – кососимметрические матрицы ζ_x и θ_x соответственно; $\theta_{3\times 1}$ – нулевой вектор 3×1.

При аппроксимации с допущением о малости угла и разложении в ряд Тейлора, пренебрегая величинами погрешности высокого порядка, уравнение (13) можно представить примерно равным следующему:

$$C_{b'_{x}}^{g_{x}} \approx I_{3} - (\zeta_{x} \times), C_{b}^{b'_{x}} \approx I_{3} - (\theta_{x} \times), C_{b}^{g_{x}} = C_{b'_{x}}^{g_{x}} C_{b}^{b'_{x}} \approx I_{3} - (\zeta_{x} \times) - (\theta_{x} \times)$$

$$\omega_{bb'_{x}}^{b'_{x}} \approx \dot{\theta}_{x} - \frac{1}{2} \theta_{x} \times \dot{\theta}_{x}, \omega_{bg_{x}}^{g_{x}} \approx [I_{3} - (\zeta_{x} \times)] (\dot{\theta}_{x} - \frac{1}{2} \theta_{x} \times \dot{\theta}_{x}) \approx \dot{\theta}_{x} - \frac{1}{2} \theta_{x} \times \dot{\theta}_{x}.$$
⁽¹⁴⁾

Подставив уравнение (14) в уравнение (12), получим:

$$\boldsymbol{\omega}_{ig_{x}}^{g_{x}} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} - \boldsymbol{\zeta}_{x} \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} - \boldsymbol{\theta}_{x} \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} + \dot{\boldsymbol{\theta}}_{x} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}_{x} \times \dot{\boldsymbol{\theta}}_{x}.$$
(15)

Поставив уравнения (5) и (15) в уравнение (4) и пренебрегая величинами погрешности высокого порядка, угловую скорость, определяемую *X*-ЛГ, можно представить как

$$\begin{split} \tilde{\omega}_{ib_{x}}^{b} &\approx \omega_{ib_{x}}^{b} - \zeta_{xy}\omega_{ib_{y}}^{b} - \zeta_{xz}\omega_{ib_{z}}^{b} + \theta_{xz}\omega_{ib_{y}}^{b} - \theta_{xy}\omega_{ib_{z}}^{b} + \dot{\theta}_{xx} + \\ &0,5(\theta_{xz}\dot{\theta}_{xy} - \theta_{xy}\dot{\theta}_{xz}) + \zeta_{xy}\omega_{ib_{y}}^{b} + \zeta_{xz}\omega_{ib_{z}}^{b} \end{split}$$
(16)
$$\tilde{\omega}_{ib_{x}}^{b} &\approx \omega_{ib_{x}}^{b} + \theta_{xz}\omega_{ib_{y}}^{b} - \theta_{xy}\omega_{ib_{z}}^{b} + \dot{\theta}_{xx} + 0,5(\theta_{xz}\dot{\theta}_{xy} - \theta_{xy}\dot{\theta}_{xz}), \end{split}$$

где член $\theta_{xz} \omega_{ib_y}^b - \theta_{xy} \omega_{ib_z}^b$ учитывает рассогласование с учетом перегрузки; величина $\dot{\theta}_{xx}$ определяет скорость изменения положения ЛГ вдоль оси вибропривода, которую можно также измерить угловым датчиком. Вместе с тем в выходном сигнале ЛГ величина $\dot{\theta}_{xx}$ может не индуцировать постоянный дрейф гироскопа в условиях линейной вибрации, и ей можно пренебречь. Член $0, 5(\theta_{xz}\dot{\theta}_{xy} - \theta_{xy}\dot{\theta}_{xz})$ учитывает псевдоконический дрейф *X*-ЛГ, величина которого настолько мала, что ею можно пренебречь в большинстве случаев практического применения. В частности, если амплитуда и частота выше указанных углов (то есть θ_{xy} и θ_{xz}) составляют 2" (10⁻⁵ рад) и 60 Гц, соответствующая величина псевдоконического дрейфа составит не более 0,004 °/ч при сдвиге фазы между θ_{xy} и θ_{xz} порядка $\pi/2$ рад. При сравнении уравнений (16) и (11) становится очевидно, что выражение для смещения *X*-ЛГ за счет перегрузки корректно и при этом подтверждается соотношение для псевдоконического дрейфа *X*-ЛГ. В таком случае, с учетом пренебрегаемых членов, уравнение (16) можно упростить следующим образом:

$$\tilde{\omega}_{ib_x}^b \approx \omega_{ib_x}^b + \theta_{xz} \omega_{ib_y}^b - \theta_{xy} \omega_{ib_z}^b .$$
(17)

Аналогичным образом можно получить такие же выводы для *Y*- и *Z*-ЛГ, на основании чего уравнение (10) можно записать в следующем виде:

$$\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} \approx \begin{bmatrix} 0 & \theta_{xz} & -\theta_{xy} \\ -\theta_{yz} & 0 & \theta_{yx} \\ \theta_{zy} & -\theta_{zx} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{ib_{x}}^{b} \\ \boldsymbol{\omega}_{ib_{y}}^{b} \\ \boldsymbol{\omega}_{ib_{y}}^{b} \end{bmatrix}.$$
(18)

Уравнение (18) описывает эквивалентный дрейф гироскопа, вызванный смещением триады ЛГ с учетом перегрузок в условиях вращения.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

(19)

Подставив уравнения (8) и (9) в уравнение (18) и перегруппировав члены уравнений, получим уравнение в компактном виде:

 $\delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \approx \Xi(t) \boldsymbol{\tau}$,

при

$$\begin{split} \Xi(t) &= \begin{bmatrix} \Xi_{1} & 0_{1\times3} & 0_{1\times3} \\ 0_{1\times3} & \Xi_{2} & 0_{1\times3} \\ 0_{1\times3} & 0_{1\times3} & \Xi_{3} \end{bmatrix}, \\ \Xi_{1} &= \begin{bmatrix} f_{y}^{b}\omega_{ib_{y}}^{b} + f_{z}^{b}\omega_{ib_{z}}^{b}, & -f_{x}^{b}\omega_{ib_{y}}^{b}, & -f_{x}^{b}\omega_{ib_{z}}^{b} \end{bmatrix} \\ \Xi_{2} &= \begin{bmatrix} -f_{y}^{b}\omega_{ib_{x}}^{b}, & f_{x}^{b}\omega_{ib_{x}}^{b} + f_{z}^{b}\omega_{ib_{z}}^{b}, & -f_{y}^{b}\omega_{ib_{z}}^{b} \end{bmatrix} \\ \Xi_{3} &= \begin{bmatrix} -f_{z}^{b}\omega_{ib_{x}}^{b}, & -f_{z}^{b}\omega_{ib_{y}}^{b}, & f_{x}^{b}\omega_{ib_{x}}^{b} + f_{z}^{b}\omega_{ib_{x}}^{b}, & -f_{y}^{b}\omega_{ib_{z}}^{b} \end{bmatrix}, \end{split}$$
(20)

Таким образом, мы получили модель эквивалентного дрейфа гироскопа для триады ЛГ (то есть уравнение (19)) в присутствии ускорения, действующего на ИИБ. Решение задачи борьбы с ним сводится к определению оптимизируемых параметров вектора τ .

Метод калибровки на основе экспериментов с вибрацией

А. Алгоритм калибровки

 $0_{1\times 3} = [0, 0, 0]$

Согласно [14], дифференциальное уравнение погрешности ориентации, выведенное из уравнения (19), имеет вид:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}^n = -\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times \boldsymbol{\varphi}^n - C_b^n \delta \boldsymbol{\omega}_{ib}^b, \qquad (21)$$

где φ^n – погрешность ориентации, выраженная в навигационной системе координат *n*; ω_{ie}^n – угловая скорость Земли; C_b^n – матрица направляющих косинусов для перехода от системы координат корпуса ИИБ *b* к навигационной системе координат *n*. Здесь, поскольку БИНС находится в стационарном положении, скорость объекта представляет собой нулевой вектор (то есть $\omega_{en}^n \approx \mathbf{0}_{3\times 1}$) и не включена в уравнение (21).

Подставив уравнение (19) в уравнение (21) и проводя интегрирование по времени от t_0 до t_k , получаем:

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k}) = -\int_{t_{0}}^{t_{k}} \boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times \boldsymbol{\varphi}^{n} dt - \int_{t_{0}}^{t_{k}} C_{b}^{n}(t) \boldsymbol{\Xi}(t) \boldsymbol{\tau} dt \,.$$
(22)

Следует отметить, что данное уравнение в целом не имеет аналитического решения. Техническое решение данной задачи представляет собой решение уравнения с использованием численного интегрирования; при этом соответствующая рекурсивная формула принимает вид

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k}) = \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k-1}) - \boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k-1}) \Delta t - C_{b}^{n}(t_{k-1}) \Xi(t_{k-1}) \boldsymbol{\tau} \Delta t$$
(23)

при

$$\boldsymbol{\varphi}^n(t_0) = \boldsymbol{0}_{3 \times 1}, \tag{24}$$

где $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ – шаг интегрирования, причем начальная погрешность ориентации $\varphi^n(t_0)$ не принимается во внимание. Согласно уравнениям (23) и (24), с помощью простых математических действий (см. *Приложение*) можно получить окончательное решение $\varphi^n(t_k)$ в виде

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k}) = -\Delta t \{ \sum_{i=0}^{k-1} \left[\left[I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times) \Delta t \right]^{k-i-1} C_{b}^{n}(t_{i}) \Xi(t_{i}) \right] \} \boldsymbol{\tau} \,.$$
(25)

Таким образом, метод калибровки для τ при наблюдении погрешности ориентации можно получить, исходя из уравнения (25) с использованием следующих процедур.

Шаг 1: Сначала осуществляется статическая выставка БИНС в течение определенного времени, чтобы сформировать начальные данные ориентации

(то есть $C_b^n(t_0)$).

Шаг 2: В момент времени t_0 БИНС подвергают действию линейной вибрации. В момент времени t_k линейная вибрация прекращается. Продолжительность вибрации составляет 8-10 мин. В соответствии с уравнениями (19) и (20), в присутствии ускорения, действующего на триаду ЛГ, возникает динамическая погрешность, которая может вызвать серьезную погрешность в выработке углов ориентации. Для расчета местоположения в момент времени

 t_k (то есть $\tilde{C}_b^n(t_k)$) используется инерциальный алгоритм в виде

$$\dot{C}_b^n = C_b^n(\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \times) C_b^n.$$
⁽²⁶⁾

Шаг 3: Наконец, БИНС возвращается в стационарное положение и снова осуществляет выставку. После этого могут быть получены данные об ориентации в момент времени t_k (то есть $C_b^n(t_k)$). С помощью $\tilde{C}_b^n(t_k)$ можно вычислить наблюдаемую погрешность ориентации в момент времени t_k по формуле

$$[\mathbf{\phi}_{o}^{n}(t_{k}) \times] = I_{3} - \tilde{C}_{b}^{n}(t_{k})(C_{b}^{n}(t_{k}))^{T}, \qquad (27)$$

где $\varphi_o^n(t_k)$ – наблюдаемая погрешность ориентации.

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

С учетом числа компонент τ , чтобы получить решение уравнения (25), необходимо получить не менее девяти различных значений погрешности ориентации; при этом описанную выше процедуру эксперимента нужно выполнить несколько раз. Решение уравнения (25) можно найти методом наименьших квадратов:

$$\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{B} \tag{28}$$

при

$$A = \begin{bmatrix} D[N]_{1} \\ D[N]_{2} \\ \vdots \\ D[N]_{n} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} D[\boldsymbol{\varphi}_{o}^{n}(t_{k})]_{1} \\ D[\boldsymbol{\varphi}_{o}^{n}(t_{k})]_{2} \\ \vdots \\ D[\boldsymbol{\varphi}_{o}^{n}(t_{k})]_{n} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$N = -\Delta t \sum_{i=0}^{k-1} \Big[[I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-i-1} C_{b}^{n}(t_{i}) \Xi(t_{i}) \Big],$$
(29)

где нижний индекс $[]_{1,2,...,n}$ обозначает количество экспериментов с вибрацией, а оси навигационной системы координат *n* направлены на восток, север и вверх. Принимая во внимание точность определения направления на север, мы можем использовать только наблюдения погрешности горизонтального положения, причем матрица *D* учитывает соответствующую математическую обработку.

В. Оптимизированная схема вибрации

Как отмечается в [15], оптимальная схема наблюдений не только позволяет идентифицировать все параметры калибровки, но и значительно повысить их численную точность; при этом для разработки оптимальных исходных данных для определения параметров используется простой критерий, который состоит в увеличении чувствительности измерений неизвестных параметров. В данном случае матрица чувствительности параметров определяется как матрица Якоби для наблюдаемой погрешности ориентации относительно неизвестного параметра. Матрица чувствительности параметра имеет вид:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k})}{\partial \boldsymbol{\tau}} = -\Delta t \sum_{i=0}^{k-1} \left[\left[I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times) \Delta t \right]^{k-i-1} C_{b}^{n}(t_{i}) \Xi(t_{i}) \right].$$
(30)

Поскольку период вибрации непродолжителен, а влияние угловой скорости Земли пренебрежительно мало, может быть получена следующая математическая аппроксимация:

$$\left[I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times) \Delta t\right]^{k-i-1} \approx I_{3} - (k-i-1) \Delta t(\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times) \approx I_{3}.$$
(31)

Кроме того, изменение положения в результате линейной вибрации удовлетворяет допущению о малости угла и, таким образом,

$$C_b^n(t_i) \triangleq C_{b(t_i)}^{n(t_i)} = C_{b(t_i)}^{n(t_0)} = C_{b(t_0)}^{n(t_0)} C_{b(t_i)}^{b(t_0)} \approx C_{b(t_0)}^{n(t_0)} I_3 = C_b^n(t_0).$$
(32)

Подставив уравнения (31) и (32) в уравнение (30), получаем:

$$C_b^n(t_i) \triangleq C_{b(t_i)}^{n(t_i)} = C_{b(t_i)}^{n(t_0)} = C_{b(t_0)}^{n(t_0)} C_{b(t_i)}^{b(t_0)} \approx C_{b(t_0)}^{n(t_0)} I_3 = C_b^n(t_0).$$
(33)

Нужно отметить, что две аппроксимации, представленные выше (то есть уравнения (31) и (32)), нужны просто для упрощения математического анализа и в целом не влияют на конечные результаты анализа чувствительности.



Рис. 3. Оптимизированные схемы вибрации для: *a)* τ_{xx} , *b)* τ_{xy} , *b)* τ_{xz} , *c)* τ_{yx} , *d)* τ_{yy} , *e)* τ_{yz} , *m)* τ_{zx} , *s)* τ_{zy} , *u)* τ_{zz} .

Здесь в качестве примера взят *X*-ЛГ, чтобы проиллюстрировать способ повышения чувствительности его параметров. Параметры, относящиеся к *X*-ЛГ – τ_{xx} , τ_{xy} и τ_{xz} ; частные производные $\phi^n(t_k)$ по отношению к этим параметрам представлены в виде:

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k})}{\partial \tau_{xx}} \approx -\Delta t C_{b}^{n}(t_{0}) H \sum_{i=0}^{k-1} [f_{y}^{b}(t_{i}) \omega_{ib_{y}}^{b}(t_{i}) + f_{z}^{b}(t_{i}) \omega_{ib_{z}}^{b}(t_{i})]$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k})}{\partial \tau_{xy}} \approx \Delta t C_{b}^{n}(t_{0}) H \sum_{i=0}^{k-1} f_{x}^{b}(t_{i}) \omega_{ib_{y}}^{b}(t_{i}), \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k})}{\partial \tau_{xz}} \approx \qquad (34)$$

$$\approx \Delta t C_{b}^{n}(t_{0}) H \sum_{i=0}^{k-1} f_{x}^{b}(t_{i}) \omega_{ib_{z}}^{b}(t_{i})$$

при $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Исходя из уравнения (34), если линейная вибрация направлена соответственно по оси диагонали плоскости YZ, оси b_x плоскости XY и оси b_x плоскости XZ, три величины в уравнении (34) будут максимальными за счет эффекта, оказываемого произведением кажущегося ускорения и угловой скорости. В таком случае чувствительность параметров значительно увеличивается. Другими словами, три представленные схемы воздействия вибрации могут обеспечить, как показано на рис. 3, *а*–*в*, практически оптимальные наблюдения для параметров τ_{xx} , τ_{xv} и τ_{xz} .

Аналогичным образом, в соответствии с рис. 3, *г–и*, могут быть получены оптимизированные схемы воздействия вибрации для остальных параметров *Y-* и *Z-*ЛГ.

Анализ результатов экспериментов

Для оценки неизвестных оптимизируемых параметров и проверки метода компенсации динамической погрешности были проведены эксперименты с линейной вибрацией. В ИИБ разместили три ЛГ со стабильностью смещения нуля 0,005 °/ч (1 σ) и три кварцевых акселерометра со стабильностью смещения нуля 20 мкg (1 σ).



Рис. 4. Компоновка для эксперимента

В соответствии с описанным выше анализом чувствительности, чтобы обеспечить полноценное моделирование влияния неизвестного параметра, влияние произведения кажущегося ускорения на угловую скорость должно быть более выраженным. В частности, в условиях линейной вибрации параметры углового движения должны быть максимальными. Техническим решением данной задачи является установка БИНС на вибростенде с помощью крепления с четырьмя внешними резиновыми амортизаторами, как показано на рис. 3, а и рис. 4. По сравнению с собственными амортизаторами вибраций, встроенными в БИНС, эти четыре амортизатора должны быть более гибкими, чтобы угловая скорость при большой амплитуде могла быть определена триадой ЛГ за счет углового движения, вызванного действием ускорения на БИНС. Следует отметить, что при использовании вибростенда электродинамического типа необходимо предусмотреть магнитное экранирование, чтобы смягчить воздействие магнитного поля, создаваемого вибростендом. В рассматриваемом случае магнитное экранирование было предусмотрено не только для ЛГ, но и для ИИБ. Используемая двухступенчатая конструкция магнитного экрана гарантирует, что дрейф гироскопа, вызванный магнитным полем, будет составлять менее 0,0002 °/ч/Гаусс. Для оценки оптимизируемых параметров в соответствии с описанными выше схемами, представленными на рис. 3, было проведено девять серий экспериментов с линейной вибрацией. Амплитуда и частота линейной вибрации составляли 1,5 g и 20 Гц. Оценка компонентов т представлена в табл. 1.

Таблица 1.

Параметр	Значение ("/g)	Параметр	Значение ("/g)	Параметр	Значение ("/g)
τ_{xx}	-1,6404	$\tau_{_{VX}}$	-0,4961	$\tau_{_{ZX}}$	0,1491
τ_{xy}	-0,2623	$\tau_{_{VV}}$	0,9696	$\tau_{_{ZV}}$	-0,3006
$\tau_{_{XZ}}$	0,6214	$\tau_{_{VZ}}$	0,4209	$ au_{_{ZZ}}$	-1,2854

Оценка параметров

Из табл. 1 следует, что смещения за счет перегрузки могут доходить до 1,5" под действием ускорения 1,5 g, что при наличии углового движения приводит к эквивалентному дрейфу гироскопа. Проанализируем количественное влияние смещений за счет перегрузки на следующем примере. Как показано на рис. 5, когда линейные вибрации направлены вдоль оси b_y плоскости XY и в тоже время ось b_x совершает угловое движение, амплитуды f_y^b и $\omega_{ib_x}^b$ составляют примерно 0,5 g и 30 °/с соответственно. Разность фаз между ними составляет приблизительно $\pi / 10$ рад. Частота линейных вибраций – 10 Гц. На рис. 5 представлены ускорение и угловая скорость f_y^b и $\omega_{ib_x}^b$ в условиях вибрации как функции времени в течение 0,5 с. На основании известной информации мы имеем

$$f_y^b \approx 0.5g\sin(20\pi t + \psi_1), \omega_{ib_x}^b \approx \frac{\pi}{6}\sin(20\pi t + \psi_2)$$
(35)

73

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

при 1 g
$$\approx$$
 9,79 *м* / c^2 , $\psi_2 - \psi_1 \approx \frac{\pi}{10}$

Подставляя уравнение (35) и τ_{yx} (то есть 0,4961 "/g) в уравнение (19), получаем

$$\delta \omega_{ib}^{b} \approx \begin{bmatrix} 0 & f_{y}^{b} \omega_{ib_{x}}^{b} \tau_{yx} & 0 \end{bmatrix}^{T}$$
(36)
при $f_{y}^{b} \omega_{ib_{x}}^{b} \tau_{yx} \approx \begin{bmatrix} 1, 28 \cos \frac{\pi}{10} - 1, 28 \cos(40\pi t + \psi_{1} + \psi_{2}) \end{bmatrix} \tau_{yx} \approx 0,06 \circ / 4$

Погрешность в выработке углов ориентации будет быстро возрастать, и при этом появится погрешность в скорости. Для высокоточной БИНС указанная величина дрейфа очень велика, и ее следует компенсировать.



Рис. 5. Ускорение и угловая скорость в условиях вибрации

Чтобы подтвердить эффективность компенсации динамической погрешности, дополнительно проведено 30 экспериментов в условиях вибрации. Амплитуда и частота приведены в табл. 2. Направления линейных вибраций в сериях экспериментов А, Б и В показаны на рис. 3, a, d и 3. Время вибрации составляет 10 мин. Для большинства применений обычно важна точность определения скорости. В данном случае параметр качества ее оценки представлен как процентное выражение снижения погрешности скорости после компенсации динамической ошибки, которое вычисляется по следующей формуле:

$$\eta = \left| \frac{\delta V - \delta V_{com}}{\delta V} \right| \times 100\%, \qquad (37)$$

где δV и δV_{com} обозначают погрешность скорости до и после компенсации динамической погрешности соответственно. Как видно из табл. 2, после компенсации погрешность определения скорости значительно уменьшается. Следу-

ет отметить, что результаты различных экспериментов, выполненных в одинаковых условиях, иногда не согласуются в части влияния компенсации. Одной из возможных причин является упрощение в уравнении (7), где мы принимаем два значения боковой жесткости за одно и то же значение. Такое упрощение может иногда приводить к противоречиям.

Таблица 2.

	Уменьшение погрешности скорости в процентах			
Амплитуда и частота	Серия А	Серия Б	Серия В	
(1g, 10 Гц)	11,9%	57,6%	22,4%	
(1,5g, 10 Гц)	22,5%	37,5%	45,6%	
(1,5g, 10 Гц)	13,8%	88,4%	77,6%	
(0,5g, 20 Гц)	40,6%	93,3%	45,4%	
(0,5g, 20 Гц)	72,9%	54,0%	23,5%	
(1g, 20 Гц)	31,7%	53,6%	48,9%	
(1g, 20 Гц)	50,5%	24,8%	48,4%	
(2g, 20 Гц)	64,6%	81,1%	21,4%	
(1g, 30 Гц)	16,0%	24,2%	10,8%	
Произвольные а	53,1%	24,4%	69,0%	

Уменьшение погрешности скорости

^а Среднеквадратическое значение: 0,7 g, диапазон частот: 10-60 Гц

Заключение

В данной статье предложен новый метод компенсации динамической погрешности БИНС с ЛГ в условиях вибрации. В ходе анализа кинетической модели блока ЛГ были выявлены смещения триады ЛГ за счет перегрузки, которые устанавливают взаимосвязь между внешним ускорением и рассогласованиями. Разработана эквивалентная модель дрейфа гироскопа, содержащая оптимизируемые параметры, которая описывает динамическую погрешность в условиях вращения и ускорения. При максимальном увеличении чувствительности наблюдений погрешности ориентации в отношении неизвестных параметров разработаны оптимизированные схемы вибрации. Эксперименты с вибрацией подтвердили эффективность компенсации динамической погрешности.

Приложение

В соответствии с уравнением (23) мы имеем:

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{1}) = [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{0}) - C_{b}^{n}(t_{0})\Xi(t_{0})\boldsymbol{\tau}\Delta t$$

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{2}) = [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{1}) - C_{b}^{n}(t_{1})\Xi(t_{1})\boldsymbol{\tau}\Delta t$$

$$\vdots \qquad (A.1)$$

$$\mathbf{\phi}^{n}(t_{k}) = [I_{3} - (\mathbf{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]\mathbf{\phi}^{n}(t_{k-1}) - C_{b}^{n}(t_{k-1})\Xi(t_{k-1})\mathbf{\tau}\Delta t.$$

The second second

75

Гироскопия и навигация. Том 25, № 3 (98), 2017

В результате предварительного умножения уравнения i + 1th (i = 0, 1, ..., k - 1) на $[I_3 - (\omega_{ie}^n \times)\Delta t]^{k-i-1}$ получим:

$$\begin{split} & [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-1} \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{1}) = \\ & = [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k} \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{0}) - [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-1} C_{b}^{n}(t_{0}) \Xi(t_{0}) \tau \Delta t \\ & [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-2} \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{2}) = \\ & = [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-1} \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{1}) - [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t]^{k-2} C_{b}^{n}(t_{1}) \Xi(t_{1}) \tau \Delta t \\ & \vdots \\ & \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k}) = [I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times)\Delta t] \boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k-1}) - C_{b}^{n}(t_{k-1}) \Xi(t_{k-1}) \tau \Delta t. \end{split}$$
(A.2)

Подставляя уравнение (24) в (А.2) и суммируя все уравнения, получаем:

$$\boldsymbol{\varphi}^{n}(t_{k}) = -\Delta t \{ \sum_{i=0}^{k-1} \left[\left[I_{3} - (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n} \times) \Delta t \right]^{k-i-1} C_{b}^{n}(t_{i}) \Xi(t_{i}) \right] \} \boldsymbol{\tau} \,. \tag{A.3}$$

Работа выполнена при частичной поддержке Фонда финансирования научных исследований по докторской программе высшего образования Китая (20124307110006).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Barbour, N.M.**, Inertial Navigation Sensors, NATO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Symposium on Low Cost Navigation Sensors, March, 2010.
- Bueschelberger, H.J., Handrich, E., Malthan, H., and Schmidt, G., Laser Gyros in System Application with Rate-bias Technique, Proceedings of Symposium Gyro Technology 1987, Stuttgart, 1987, pp. 7.0–7.28.
- Diesel, J.W., Calibration of a Ring Laser Gyro Inertial Navigation System, Proceeding of the 13th Biennial Guidance Test Symposium, Holloman AFB, New Mexico, 1987, vol. I, pp. SO1A.1– SO1A.37.
- Yu, X.D., Wei, G., Long, X.W., and Tang, J.X., Finite Element Analysis and Optimization of Dither Mechanism in Dithered Ring Laser Gyroscope, International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2013, vol. 14, pp. 415–421.
- Yu, X.D. and Long, X.W., Parametric Design of Mechanical Dither with Bimorph Piezoelectric Actuator for Ring Laser Gyroscope, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2015, vol. 47, pp. 305–312.
- Zhao, X.N., Han, Z.H., Guo, X., Chen L.F., Xing, L.P., and Wang, J.L., Influence of Elliptical Coning Motion Effect on Mechanically Dithered RLG Vibration Performance, Journal of Chinese Inertial Technology, 2015, vol. 23, pp. 258–261.
- Lahham, J.I., and Brazell, J.R., Acoustic Noise Reduction in the MK 49 Ship's Inertial Navigation System (SINS), Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, Monterey, 1992, pp. 32–39.
- 8. Lahham, J.I., Wigent, D.J., and Coleman, A.L., Tuned Support Structure for Structure-borne Noise Reduction of Inertial Navigation with Dithered Ring Laser Gyros (RLG), Proceedings of the IEEE Position Location and Navigation Symposium, San Diego, 2000, pp. 419–428.
- Zlatkin, Y.M., Kalnoguz, A.N., Voronchenko, V.G., Lykholit, N.I., Vakhlakov, A.Y., Sladky, A.M., and Slyusar, V.M., Laser SINS for Cyclone-4 Launch Vehicle, Gyroscopy and Navigation, 2013, vol. 4, pp. 156–163.
- Kim, K. and Park, C.G., Drift Error Analysis Caused by RLG Dither Axis Bending, Sensors and Actuators A: Physical, 2007, vol. 133, pp. 425–430.

- Johnson, D., Frequency Domain Analysis for RLG System Design, Navigation, 1987, vol. 34, pp. 179–189.
- Li, J.L., Fang, J.C., and Ge, S.S., Kinetics and Design of a Mechanically Dithered Ring Laser Gyroscope Position and Orientation System, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, vol. 62, pp. 210–220.
- 13. Bortz, J.E., A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1971, vol. 1, pp. 61–66.
- 14. Titterton, D.H. and Weston, J.L., Strapdown Inertial Navigation Technology, IET, 2004, 2nd edition.
- Zhang, H.L., Wu, Y.X., Wu, W.Q., Wu, M.P., and Hu, X.P., Improved Multi-position Calibration for Inertial Measurement Units, Measurement Science and Technology, 2009, vol. 21, pp. 015107.

L. Wang, W. Wu, X. Pan (College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha, China)

RLG SINS Dynamic Error Compensation Under Vibration Environments. *Giroskopiya i Navigatsiya*. 2017. Vol. 25. №3 (98). P.60-77.

Abstract The dither axis bending occurs in the presence of input acceleration acting on the laser block of the ring laser gyro (RLG) due to the limited transverse stiffness of the dither motor, which will cause g-sensitive misalignments under vibration environments. A novel RLG SINS dynamic error compensation method is proposed under vibration environments in this paper. G-sensitive misalignment model of the RLG unit is developed. The equivalent gyro drift model under rotation and acceleration environments is deduced to describe the dynamic error. Optimized vibration experiments are conducted to estimate the unknown parameters. Vibration experiment results prove the validity of this method.

Key words: dither axis, bending, vibration, RLG SINS

Материал поступил 20.06.2017