

Ю. Г. ЕГОРОВ, Г. Ю. КИРЯЧЕНКО, Е. А. ПОПОВ

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ КАЛИБРОВКИ БЛОКА АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

В статье приводятся результаты синтеза программ калибровки, состоящих из 9 и 18 измерительных положений, численными методами для скалярной (инвариантной) методики калибровки блока акселерометров. Осуществляется сравнение с существующими программами калибровки, полученными аналитически.

Результаты математического моделирования и натурального эксперимента подтверждают теоретические расчеты и эффективность применения полученных программ калибровки.

Ключевые слова: калибровка, численная оптимизация, генетический алгоритм, блок акселерометров.

Введение

Систематическая составляющая инструментальной погрешности блока акселерометров (БА) компенсируется по результатам проведения процедуры калибровки. Обработка измерений в ходе этой процедуры может быть организована различными методами.

Широкое применение нашла методика калибровки, которую принято называть инвариантной, или скалярной [1–10]. Она основана на получении невязок модуля вектора ускорения силы тяжести в фиксированных измерительных положениях (ИП) и на дальнейшей оценке параметров БА с использованием невязок в качестве измерений J .

Невязки могут быть получены одним из двух способов:

- 1) с применением информации об угловой ориентации вектора ускорения силы тяжести относительно БА:

$$J(i) = \frac{\bar{W}(i)\bar{\eta}(i)}{\|\bar{g}\|} - 1;$$

- 2) без использования информации об ориентации:

$$J(i) = \sqrt{\frac{\bar{W}(i)\bar{W}(i)}{\|\bar{g}\|^2}} - 1.$$

Егоров Юрий Григорьевич. Доктор технических наук, профессор, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Киряченко Григорий Юрьевич. Инженер, АО «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики» (Москва).

Попов Евгений Александрович. Кандидат технических наук, начальник лаборатории, АО «Центральный научно-исследовательский институт автоматики и гидравлики». Член секции молодых ученых международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Статья по докладу на 13-й Мультиконференции по проблемам управления, 2020 г.

Здесь $\bar{W}(i) = (W_x(i) \ W_y(i) \ W_z(i))^T$ – вектор, составленный из измерений БА в i -м ИП; W_j – измерение акселерометра, расположенного вдоль j -й оси приборного трехгранника БА ($j = x, y, z$); $\|\bar{g}\|$ – модуль ускорения силы тяжести; $\bar{\eta}(i) = (\eta_x(i) \ \eta_y(i) \ \eta_z(i))^T$ – вектор, составленный из направляющих косинусов вертикали в осях приборного трехгранника (рассчитанных, например, по показаниям датчиков углов станда) в i -м ИП; η_j – направляющие косинусы вертикали относительно j -й оси приборного трехгранника ($j = x, y, z$).

Математическая модель невязок измерений в i -м положении может быть приведена к следующему линейному виду [9]:

$$J(i) = h(i)\bar{X} + \varepsilon(i) + \omega(i), \quad (i = \overline{1, N}),$$

$$h(i) = \left(\eta_x(i) \ \eta_y(i) \ \eta_z(i) \ \eta_x(i)^2 \ \eta_y(i)^2 \ \eta_z(i)^2 \ \eta_x(i)\eta_y(i) \ \eta_x(i)\eta_z(i) \ \eta_z(i)\eta_y(i) \right), \quad (1)$$

$$\bar{X} = (\Delta_x \ \Delta_y \ \Delta_z \ \delta k_x \ \delta k_y \ \delta k_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{xz} \ \gamma_{zy})^T.$$

Здесь $h(i)$ – матрица измерений в i -м ИП; \bar{X} – вектор инструментальных погрешностей БА; Δ_j – нормированное смещение нуля j -го акселерометра ($j = x, y, z$); δk_j – погрешность масштабного коэффициента j -го акселерометра ($j = x, y, z$); $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{zy}$ – углы неортогональности осей чувствительности акселерометров; η_j – направляющие косинусы вертикали относительно j -й оси приборного трехгранника ($j = x, y, z$); $\varepsilon(i)$ – нелинейные составляющие измерений; $\omega(i)$ – случайные составляющие (шум) измерений; N – количество измерительных положений.

Из-за того что уравнение измерений модуля ускорения силы тяжести может быть приведено к каноническому уравнению эллипсоида, в иностранной литературе рассматриваемая методика иногда называется *ellipsoid calibration* [11].

В рамках данной статьи влияние нелинейных составляющих измерений $\varepsilon(i)$ считается пренебрежимо малым, а случайные составляющие измерений $\omega(i)$ – несмещенными независимыми случайными величинами, имеющими нормальный закон распределения и дисперсию σ_ω^2 . Вектор \bar{X} считается постоянным во времени.

Оценка вектора \bar{X} может быть получена с использованием метода наименьших квадратов (МНК):

$$\hat{\bar{X}} = (H^T H)^{-1} H^T \bar{J}, \quad (2)$$

$$H = (h(1) \ h(2) \ \dots \ h(N))^T, \quad \bar{J} = (J(1) \ J(2) \ \dots \ J(N))^T,$$

где H – матрица измерений; \bar{J} – вектор измерений.

Статистические параметры (дисперсии и коэффициенты корреляции) погрешностей оценок $\hat{\bar{X}}$, полученных с помощью (2), зависят как от непосредственно дисперсии случайной составляющей измерений σ_ω^2 , так и от выбора ИП. Кроме того, результаты калибровки могут зависеть от выбора ее конкретного алгоритма [9]. В настоящей статье рассматривается только влияние выбора измерительных положений.

Следует заметить, что не любой набор ИП позволяет решить уравнение (2). Программой калибровки будем называть только такие наборы ИП, при использовании которых это можно выполнить.

Под синтезом в рамках данной статьи подразумевается процесс формирования программ калибровки, которому отводится место в большинстве публикаций, посвященных инвариантной методике. Так, в [1] приводятся общие рекомендации по выбору ИП; в [4] рассматривается формирование программы калибровки оптимальным образом в смысле гарантирующего подхода; в [6–8] выбор ИП описывается как задача, имеющая многокритериальный характер.

Следует также отметить, что задача выбора программы калибровки актуальна и для других алгоритмов калибровки, и для других типов датчиков [12–16]. В данном случае рассматривается только калибровка БА с помощью инвариантной методики.

Как правило, задача синтеза программы калибровки при применении инвариантной методики решается в условиях задания ИП с помощью поворотного стенда в отсутствие ограничений по углам и количеству ИП [1, 3, 4, 6]. При этом необходимо отметить, что существуют задачи, в ходе решения которых требуется найти программу калибровки при наличии таких ограничений [2, 5, 7–9]. Для условий отсутствия ограничений были разработаны математические подходы к формированию программ калибровки [4, 6], а при их наличии (например, если нужно построить программу с минимальным числом ИП) программы калибровки формировались или из соображений симметрии [7], или путем исключения положений из сформированных ранее программ [4, 5]. Вместе с тем в [4] отмечается, что сокращение программы калибровки путем исключения ИП ведет к существенному увеличению дисперсии погрешностей получаемых оценок.

В [17] отмечается, что для получения наиболее точных оценок ИП нужно выбирать так, чтобы каждая ось чувствительности покрыла сферу, но на практике это невозможно, поэтому следует ограничиться разумным количеством положений. Предлагается использовать 36 ИП – по 12 положений, задающихся поворотом вокруг одной из горизонтально расположенных осей БА. Такой выбор положений, путем поворота вокруг одной из горизонтальных осей, является одним из широко распространенных [1, 3, 6]. При этом ускорение силы тяжести (УСТ) проецируется только на две оси из трех.

Существует также подход к формированию программы калибровки, основанный на выборе симметричной формы оснастки, которая обеспечивает симметричное распределение измерительных положений [10]. Синтезированные программы калибровки, описанные в упомянутых выше работах, можно отнести к классу программ калибровки, полученных аналитически.

В настоящей статье приводится анализ применения численных оптимизационных алгоритмов для синтеза программ калибровки из 9 и 18 ИП, входящих в новый класс программ калибровки – класс численно оптимизированных программ. Для подтверждения положительного эффекта при применении полученных программ были проведены математическое моделирование и натурный эксперимент.

Задача оптимизации

Под задачей оптимизации программы калибровки будем понимать нахождение таких углов ориентации $\bar{\alpha} = [\alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \dots \ \alpha_{N2}]^T$, задающих ИП (рис. 1), которые обеспечивают минимальное значение целевой функции Ξ :

$$\bar{\alpha}_{opt} = \arg \min \Xi(\bar{\alpha}). \quad (3)$$

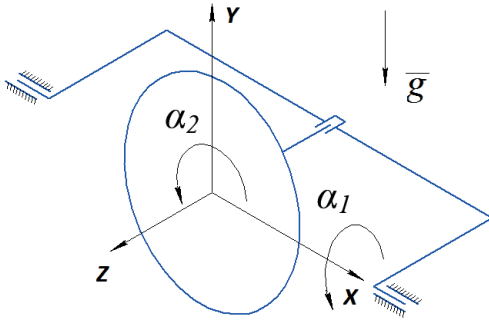


Рис. 1. Кинематическая схема задания измерительного положения

Данную задачу выбора ИП при калибровке БА можно отнести к задачам планирования эксперимента [18, 19], в которых для оценки точности используют целевую функцию $D = \det(K)$, где $K = (H^T H)^{-1}$. В условиях независимости и нормальности погрешностей измерений $\omega(i)$ определитель D характеризует обобщенную дисперсию погрешностей оценок вектора \hat{X} , полученную с помощью (2), так как матрица ковариации погрешностей оценок выражается как $K \cdot \sigma_{\omega}^2$. Диагональные же элементы матрицы K соответствуют норми-

рованным по уровню шума измерениям дисперсии погрешностей соответствующих элементов вектора оцениваемых параметров.

Таким образом, можно отметить, что уменьшение дисперсии погрешностей оценок может быть достигнуто как за счет снижения шума измерений σ_{ω}^2 (например, при увеличении длительности осреднения измерений в каждом ИП), так и за счет уменьшения обобщенной дисперсии – определителя матрицы K .

Кроме того, следует отметить, что в теории планирования эксперимента рассматриваются и другие варианты выбора целевой функции, в частности оптимизация по следу матрицы K (А-оптимальность) или по ее собственным числам (Е-оптимальность), минимизирующие суммарную и максимальную дисперсии соответственно. Оптимизация по определителю D в сравнении с этими вариантами позволяет уменьшить не только дисперсию оценок, но и их корреляционные коэффициенты.

Результаты синтеза программ калибровки

Синтез программ калибровки проводился путем численной оптимизации. В качестве основного алгоритма оптимизации был использован один из вариантов генетического оптимизационного алгоритма – метод дифференциальной эволюции [20, 21]. Проверка осуществлялась с помощью алгоритма градиентного спуска [22], результаты применения которого практически совпали с результатами применения генетического алгоритма. Подбор наилучшего с точки зрения сходимости и быстродействия алгоритма оптимизации является отдельной задачей и в данной работе не рассматривается.

В табл. 1 и 2 приведены значения углов α_1, α_2 для полученных с помощью алгоритма оптимизации программ калибровки.

Таблица 1

Программа калибровки из 9 ИП

№ИП	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha_1, \text{°}$	22,2	59,4	144,6	151,3	253,1	323,4	333,0	347,5	355,7
$\alpha_2, \text{°}$	351,7	78,5	9,5	93,7	292,8	312,3	221,8	53,1	128,4

Программа калибровки из 18 ИП

№ИП	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha_1, ^\circ$	7,1	11,7	23,0	30,5	34,1	39,2	80,6	122,6	159,9
$\alpha_2, ^\circ$	145,4	266,1	75,1	351,1	236,6	330,4	202,9	282,8	5,2
№ИП	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\alpha_1, ^\circ$	206,2	267,1	309,6	318,7	322,1	332	341,3	341,8	360
$\alpha_2, ^\circ$	195,7	317,6	90,8	230,0	328,8	197,3	118,8	293,8	46,7

Численные алгоритмы оптимизации, как правило, дают субоптимальное решение, т.е. могут сойтись к локальному, а не глобальному экстремуму целевой функции. По этой причине алгоритм запускался многократно с одинаковыми настройками, но при различных начальных условиях. В результате многократного запуска алгоритмов было получено несколько программ калибровки с практически равными значениями функционала, которые при этом могут значительно отличаться по самим значениям углов α_1, α_2 . В табл. 1 и 2 приведено только по одному из полученных вариантов наборов ИП.

В табл. 3 и 4 приведены значения обобщенной дисперсии D для синтезированных программ калибровки из 9 и 18 ИП, а также для сравнения – значения D для известных симметричных программ калибровки, полученных аналитически [4–7, 16]. Дополнительно включены значения параметров, характеризующих точность θ и равноточность E внутри групп однородных параметров (смещений нулевых сигналов, отклонений масштабных коэффициентов и углов неортогональности). Вычисляются они на основе диагональных элементов матрицы K :

$$E_q = \frac{\max K(r, r) - \min K(r, r)}{\max K(r, r)},$$

$$\theta_q = \max \sqrt{K(r, r)},$$

где индекс q принимает значения $\Delta, \delta k, \gamma$, а индексы r выбираются из соответствующих диапазонов: 1–3, 4–6, 7–9. Для равноточных программ калибровки величина E_q должна быть равна нулю.

Сравнительная таблица программ калибровки из 9 ИП

	Программа калибровки	D	θ			$E, \%$		
			Δ	δk	γ	Δ	δk	γ
1	Численно оптимизированная при $\Xi = D$	0,0489	0,59	0,93	1,35	2,78	7,90	13,16
3	ИП, рассмотренные в [7]	0,7119	0,71	0,71	2,74	0	0	0
4	ИП, рассмотренные в [4, 5]	1,0000	0,71	0,71	2,64	0	0	0

Как и значение функционала Ξ , параметры θ и E незначительно отличались при многократном запуске алгоритма оптимизации, поэтому табл. 3, 4 содержат по одному их значению.

Таблица 4

Сравнительная таблица программ калибровки из 18 ИП

	Программа калибровки	D	θ			$E, \%$		
			Δ	δk	γ	Δ	δk	γ
1	Численно оптимизированная при $\Xi = D$	7,8E-5	0,41	0,58	0,91	0,03	0,05	0,04
2	ИП, рассмотренные в [4, 16]	8,6E-5	0,41	0,53	1,00	0	0	0
3	ИП, рассмотренные в [6]	1,3E-4	0,41	0,48	1,15	0	0	0

На рис. 2 приведены значения обобщенной дисперсии D для различных программ калибровки в зависимости от количества измерительных положений. Символом * обозначены программы калибровки, полученные путем вращения вокруг одной из горизонтальных осей БА [1, 3, 6, 17]. Квадраты соответствуют программам калибровки, состоящим из неповторяющихся ИП, в которых УСТ проецируется на одну, две или три оси БА равномерно [4, 5, 7, 8, 16]. «Звездой» обозначены программы при использовании оснастки икосаэдра и додекаэдра [8, 10]. Треугольниками отмечены программы калибровки, полученные в настоящей работе. Более подробно аналитический класс программ калибровки рассмотрен в [8].

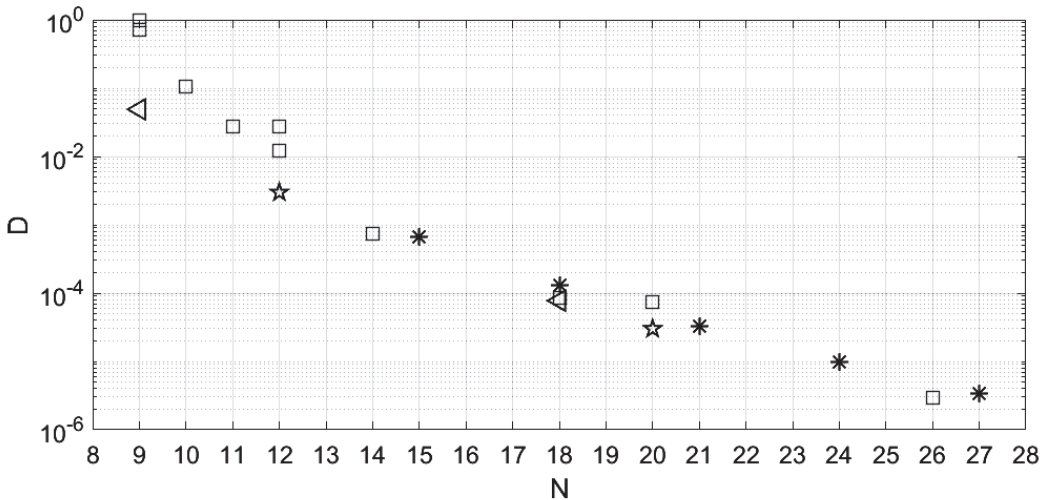


Рис. 2. Значения обобщенной дисперсии для различных программ калибровки

Видно, что синтезированные в работе программы по сравнению с полученными аналитически обладают меньшим значением обобщенной дисперсии D , выбранной в качестве целевой функции для оптимизации. При этом для 9 положений разница существенна и составляет от 15 до 20 раз, а для 18 – не такая значительная и составляет порядка 10%. Из этого не следует, что погрешность оценок снижается на столь

же большую величину. Если при сокращении D в 20 раз считать, что СКО всех оценок уменьшилось в одинаковое количество раз, и пренебречь корреляцией, каждое из этих СКО сократилось бы всего в $20^{1/(2 \cdot 9)} = 1,18$ раз. В частности, это видно, если сравнить θ_{Δ} из табл. 3 ($0,71/0,59 \approx 1,20$).

Можно также отметить, что для синтезированных программ погрешность определения углов между осями чувствительности акселерометров уменьшается, в то время как погрешность оценки масштабных коэффициентов растет. Такая взаимосвязь этих параметров (рост одного за счет уменьшения другого) наблюдалась и в других работах [6, 8]. В данном случае можно говорить об уменьшении обобщенной дисперсии за счет уменьшения диагональных элементов матрицы K , имеющих наибольшую величину, – дисперсий неортогональностей.

Еще одним наблюдаемым фактом является наличие неравноточности в однородных группах оценок при использовании численно оптимизированных программ калибровки. Если считать это недостатком, то можно попытаться его устранить за счет введения в целевую функцию, помимо обобщенной дисперсии, значения неравноточностей. Осуществить их объединение (свертку) можно различными способами, например методом справедливого компромисса [23], подразумевающего формирование целевой функции как произведения параметров, взятых в определенных степенях (в данном случае степень 0,1 была выбрана эмпирически таким образом, чтобы добиться сокращения неравноточности без существенного увеличения обобщенной дисперсии):

$$\Xi = D \cdot E_{\Delta}^{0,1} \cdot E_{\delta k}^{0,1} \cdot E_{\gamma}^{0,1}.$$

Измененная целевая функция позволила получить программу калибровки из 9 ИП, при использовании которой обобщенная дисперсия оценок незначительно увеличилась (табл. 5), но дисперсии внутри однородных групп параметров выровнялись ($E_g < 1\%$). Для программ из 18 ИП параметры E_g и без применения модифицированного функционала составляли меньше 1%, поэтому для их оптимизации он не применялся.

Таблица 5

Результирующие параметры программы калибровки из 9 ИП, полученной при оптимизации с функционалом $\Xi = D \cdot E_{\Delta}^{0,1} \cdot E_{\delta k}^{0,1} \cdot E_{\gamma}^{0,1}$

D	θ			$E, \%$		
	Δ	δk	γ	Δ	δk	γ
0,0517	0,59	0,79	1,42	0,08	0,10	0,09

Физическая интерпретация полученных программ калибровки может быть проиллюстрирована на примере сравнения отсортированных по возрастанию значений элементов матрицы H , соответствующих численно оптимизированной при $\Xi = D$ (рис. 3, а) и полученной аналитически в [4] (рис. 3, б) программам калибровки из 18 ИП.

Видно, что в оптимизированной программе значения элементов матрицы H более равномерно заполняют свою область допустимых значений. В то же время аналитически полученная программа калибровки содержит значительное количество поло-

жений, для которых $\eta_j, \eta_j^2, \eta_j \eta_k$ равны нулю, то есть измерения, набранные в этих положениях, не несут информации о соответствующих оцениваемых величинах.

Следует также заметить, что в симметричной программе (рис. 3, б) значения элементов матрицы H , соответствующих каждой группе оцениваемых параметров, одинаковы для каждой оси, однако для оптимизированной программы это не так, что обуславливает неравноточность получаемых оценок.

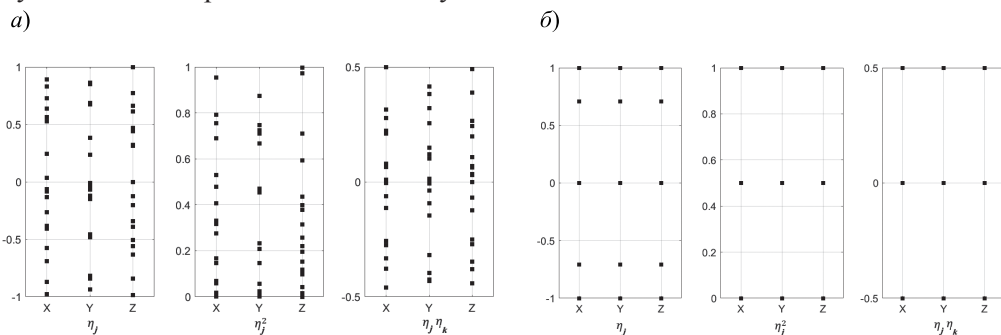


Рис. 3. Значения матрицы H численно оптимизированной программы из 18 ИП (а) и программы из 18 ИП, полученной аналитически (б)

Результаты математического моделирования

Чтобы подтвердить факт достижения лучшего качества оценок (меньшей дисперсии оценок и наибольшей возможной равноточности), ниже приводятся описание и результаты численного моделирования процедуры калибровки при выборе различных программ калибровки.

Моделирование проводилось методом Монте-Карло. В каждом испытании случайным образом задавались смещения нулевых сигналов Δ , отклонения масштабных коэффициентов δk , направляющие косинусы осей чувствительности φ относительно платформы стенда, случайные составляющие измерений ω , погрешности задания (знания) ориентации ψ и погрешность знания истинного значения модуля ускорения силы тяжести Δg . Все случайные величины задавались как несмещенные, независимые, нормально распределенные.

Количество испытаний для каждой программы калибровки было равно 20 000. Для того чтобы избежать влияния нелинейных составляющих погрешности на результаты моделирования [9], задаются следующие значения СКО параметров:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta} &= 10^{-4} \text{ г}; \sigma_{\delta k} = 10^{-4} \text{ отн.ед.}; \sigma_{\varphi} = 10^{-4} \text{ рад}; \\ \sigma_{\psi} &= 10^{-4} \text{ рад}; \sigma_{\omega} = 10^{-5} \text{ г}; \sigma_{\Delta g} = 10^{-7} \text{ г}. \end{aligned}$$

В каждом испытании вычислялась погрешность оценки: разница между заданным значением параметров БА и их оценкой, полученной по МНК. По накопленному массиву погрешностей вычислялись экспериментальные СКО, на основе которых рассчитывались параметры $s_{\Delta}, s_{\delta k}, s_{\psi}$, аналогичные теоретическим $\theta_{\Delta}, \theta_{\delta k}, \theta_{\psi}$. В свою очередь, на основе экспериментальных СКО аналогично теоретическим значениям неравноточностей E были получены их статистические аналоги \hat{E} . Результаты приведены в табл. 6.

Сравнительная таблица результатов математического моделирования

№	N	Программа калибровки	s/σ_ω			\hat{E} , %		
			Δ , г	Δk , отн. ед.	γ , рад	Δ	δk	γ
1	9	Численно оптимизированная при $\Xi = D$	0,59	0,94	1,35	3,0	9,1	13,5
2	9	Численно оптимизированная при $\Xi = D \cdot E_{\Delta}^{0,1} \cdot E_{\delta k}^{0,1} \cdot E_{\gamma}^{0,1}$	0,59	0,79	1,43	0,9	1,0	0,8
3	9	9 положений, рассмотренные в [7]	0,72	0,71	2,76	1,3	0,5	1,0
4	9	9 положений, рассмотренные в [4, 5]	0,71	0,71	2,66	1,4	0,6	1,1
5	18	Численно оптимизированная при $\Xi = D$	0,41	0,58	0,91	0,7	1,3	0,7
6	18	ИП, рассмотренные в [4, 16]	0,41	0,53	1,01	0,6	0,3	1,6
7	18	ИП, рассмотренные в [6]	0,41	0,48	1,16	1,0	0,6	0,8

Видно, что отношение СКО погрешностей оценок s_{Δ} , $s_{\delta k}$, s_{γ} , полученных в ходе моделирования, к СКО случайной составляющей измерений σ_ω близки со значениями θ_{Δ} , $\theta_{\delta k}$, θ_{γ} . Так же близки и равноточности E . Таким образом, результаты математического моделирования подтверждают полученные ранее теоретические характеристики программ калибровки.

Аналогичное моделирование было проведено с СКО погрешности задания ориентации, соответствующей более грубому стенду, $\sigma_\psi = 6 \cdot 10^{-3}$ рад. При этом результаты, приведенные в табл. 6, значимых отличий не имели, однако ожидаемо [9] возросло смещение оценок из-за наличия нелинейности.

Результаты натурального эксперимента

Для большей уверенности в полученных результатах был проведен натуральный эксперимент с БА, построенным на базе маятниковых компенсационных акселерометров.

Для эксперимента были выбраны по две программы калибровки из 9 ИП и по две из 18 ИП; они представлены в табл. 6 под номерами 1, 3, 5, 6. Дополнительно для оценки качества проведенной калибровки были набраны измерения еще в 50 тестовых положениях. Совокупные 104 положения (9+9+18+18+50) были случайным образом перемешаны, чтобы исключить влияние внутренних факторов прогрева при применении результатов калибровки к тестовой выборке.

Полученные в ходе итерационной процедуры оценки \hat{X} , соответствующие каждой программе калибровки, были применены к тестовой выборке для расчета невязок:

$$\delta J = J_{50} - H_{50} \hat{X},$$

где J_{50} – измеренные значения модуля ускорения силы тяжести на тестовой выборке, H_{50} – соответствующая матрица измерений.

Затем был рассчитан коэффициент детерминации [24], показывающий, какую долю в дисперсии исходных измерений можно скомпенсировать с помощью полученных оценок:

$$R^2 = 1 - \frac{s_{\delta J}^2}{s_{J_{50}}^2},$$

где $s_{\delta J}^2$ и $s_{J_{50}}^2$ – СКО невязок и измеренных значений на тестовой выборке.

Опыт был повторен 4 раза, значения R^2 приведены в табл. 7.

Таблица 7

Сравнительная таблица результатов натурального эксперимента

N	Программа калибровки	Номер эксперимента			
		1	2	3	4
		R^2			
9	Численно оптимизированная	0,9956	0,9958	0,9964	0,9959
9	9 положений, рассмотренные в [7]	0,9864	0,9893	0,9842	0,9907
18	Численно оптимизированная	0,9973	0,9979	0,9977	0,9977
18	18 положений, рассмотренные в [4, 16]	0,9952	0,9977	0,9956	0,9962

Для всех четырех экспериментов верно, что оптимизированные программы дают оценки, применение которых к контрольной выборке компенсирует большую часть погрешностей, чем оценки, полученные по программам с тем же числом ИП. Так, для 9 ИП разница составила до 1%, а для 18 ИП – до 0,2%. Следует отметить, что данный результат является качественным, а для получения более точных числовых показателей улучшения точности оценок необходимо провести дополнительные исследования.

В целом можно сказать, что проведенный натурный эксперимент качественно подтверждает эффективность применения генетического алгоритма оптимизации для синтеза программ калибровки БА.

Выводы

Субоптимальный алгоритм синтеза программ калибровки блока акселерометров на основе генетического оптимизационного алгоритма (дифференциальной эволюции) был успешно применен для синтеза программ калибровки из 9 и 18 измерительных положений. Аналогичные результаты были получены и другими численными оптимизационными алгоритмами.

При условии равенства количества ИП синтезированные программы калибровки отличаются от полученных аналитически более равномерным распределением измеряемых значений по измерительным положениям. При этом синтезированные программы по сравнению с полученными аналитически обладают меньшим значе-

нием обобщенной дисперсии D . Для 9 положений разница существенна и составляет от 15 до 20 раз, для 18 – порядка 10%.

Результаты математического моделирования, проведенного при наличии как случайной составляющей измерений, так и погрешностей задания ориентации, совпадают с достаточной точностью с соответствующими теоретическими значениями.

Результаты натурального эксперимента качественно показывают, что использование оценок, полученных по синтезированным в работе программам калибровки, лучше компенсируют погрешности тестовых измерений, чем оценки, полученные по симметричным программам. Так, для 9 ИП разница составила до 1%, а для 18 ИП – до 0,2%.

В целом можно сказать, что применение численных алгоритмов оптимизации в задаче калибровки блока акселерометров позволяет синтезировать новый класс программ калибровки, которые обеспечивают некоторое повышение точности оценивания параметров без изменения количества измерительных положений и времени калибровки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Измайлов Е.И. и др.** Скалярный способ калибровки и балансировки бесплатформенных инерциальных навигационных систем // *Материалы XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам*. 2008. С. 145–155.
2. **Тарановский Д.О.** Стендовая калибровка блока маятниковых поплавковых акселерометров корабельной инерциальной навигационной системы // *Гироскопия и навигация*. 2008. № 4 (63). С. 65.
3. **Аврутов В.В., Головач С.В., Мазепа Т.Ю.** О скалярной калибровке инерциального измерительного модуля // *Материалы XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным системам*. 2012. С. 113–118.
4. **Акимов П.А., Деревянкин А.В., Матасов А.И.** Гарантирующий подход и H_1 -аппроксимация в задачах оценивания параметров БИНС при стендовых испытаниях. М.: Издательство Московского университета, 2012. 296 с.
5. **Водичева Л.В., Парышева Ю.В.** Оценка точностных параметров датчиков бесплатформенного инерциального измерительного блока с помощью относительно грубого поворотного стола // *Гироскопия и навигация*. 2019. Т. 27. № 2 (105). С. 162–178.
6. **Егоров Ю.Г., Дзюев А.А., Попов Е.А.** Синтез программ калибровки блока акселерометров БИНС при инвариантном подходе // *Гироскопия и навигация*. 2019. №1 (104). С. 61–69.
7. **Егоров Ю.Г., Попов Е.А.** Исследование минимально избыточных программ калибровки триады акселерометров // *Авиакосмическое приборостроение*. 2016. №6. С. 3–8.
8. **Егоров Ю.Г., Попов Е.А.** Выбор измерительных положений в задаче калибровки блока акселерометров ИНС // *Материалы XXXI конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова*. СПб., 2018. С. 8–16.
9. **Егоров Ю.Г., Попов Е.А.** Анализ погрешностей скалярной калибровки векторного измерителя // *Гироскопия и навигация*. 2020. №4 (111). С. 37–52.
10. **Деревянкин А.В.** Алгоритмы калибровки блока МЭМС-акселерометров с использованием стенда-икосаэдра из конструктора «MOL» // *XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам*. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2017. С. 294–298.
11. **Pieniazek, J.**, Ellipsoid multi-axial sensor calibration with temperature compensation, *IEEE 5th international workshop on metrology for AeroSpace*, 2019, pp. 70–75.
12. **Голован А.А., Матасов А.И.** Применение гарантирующего подхода к задаче калибровки блока ньютонометров // *Автоматика и телемеханика*. 2020. №4. С. 140–161.
13. **Mingjie Dong, Guodong Yao, Jianfeng Li, LeiYu Zhang**, Calibration of low cost IMU's inertial sensors for improved attitude estimation, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2020, pp. 1015–1029.
14. **Hossein Rahimi, Amir Ali Nikkhah**, Improving the calibration process of inertial measurement unit for marine applications, *Navigation*, 2020, 67, pp. 763–774. DOI: 10.1002/navi.400.
15. **Tongxu Xu, Xiang Xu, Dacheng Xu, Heming Zhao**, A novel calibration method using six positions for MEMS tiaxial accelerometer, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, vol. 70.

16. **Wu, Q., Wu, R., Han, F., Zhang, R.,** Three-Stage Accelerometer Self-Calibration Technique for Space-Stable Inertial Navigation Systems, *Sensors*, 2018, 18, 2888.
17. **Sipos, M., Paces, P., Rohác, J., Nováček, P.,** Analyses of Triaxial Accelerometer Calibration Algorithms, *IEEE Sensors Journal*, 2012, vol. 12, no. 5, pp. 1157–1165.
18. **Математическая теория** планирования эксперимента / под ред. С.М. Ермакова. М.: Наука, 1983. 392 с.
19. **Fedorov, V.V.,** *Theory of Optimal Experiments*, Academic Press, New York and London, 1972, 292 p.
20. **Price, K., Storn, R.,** Differential Evolution [Электронный ресурс], *Dr. Dobbs's Journal*, 1997. URL: www.drdobbs.com/database/differential-evolution/184410166 (дата обращения: 15.01.2019).
21. **Feoktistov, V.,** *Differential Evolution in Search of Solution*, Springer, 2006, 196 p.
22. **Curry, H.B.,** The Method of Steepest Descent for Non-linear Minimization Problems, *Quart. Appl. Math.*, 1944, 2 (3), 258–261. DOI:10.1090/qam/10667.
23. **Сафронов В.В.** Сравнительная оценка методов «жесткого» ранжирования, справедливого компромисса и равномерной оптимальности в задаче гипервекторного ранжирования систем // Информационно-управляющие системы. 2011. №3. С. 2–8.
24. **Draper, N.R., Smith H.,** *Applied Regression Analysis*, Wiley-Interscience, 1998, 706 p.

Egorov, Yu.G. (Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia), **Kiryachenko, G.Yu., and Popov, E.A.** (Central Research Institute of Automation and Hydraulics, Moscow, Russia)
Numerical Methods of Suboptimal Programs Synthesis for Accelerometer Unit, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2021, vol. 29, no. 2 (113), pp. 47–58.

Abstract. The paper presents the results of synthesis of calibration programs consisting of 9 and 18 measurement positions. The synthesis was performed by numerical methods for scalar (invariant) technique of accelerometer unit calibration. The resulting programs are compared to the existing calibration programs which have been obtained analytically. The results of mathematical simulation and field experiment confirm the theoretical calculations, as well as the effective application of the obtained calibration programs.

Key words: calibration, numerical optimization, genetic algorithm, accelerometer unit.

Материал поступил 04.02.2021