

И. В. БЕЛОКОНОВ, И. А. ТИМБАЙ, Е. В. БАРИНОВА

## ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ НАНОСПУТНИКА ФОРМАТА CUBESAT С ПАССИВНОЙ СИСТЕМОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

*В вероятностной постановке исследуется динамика углового движения наноспутников формата CubeSat с пассивными системами стабилизации: аэродинамической, аэродинамически-гравитационной, гравитационной, гравитационно-аэродинамической. Рассмотрены два варианта законов распределения компонентов вектора начальной угловой скорости (равномерное и Рэлея). Для них получены аналитические функции распределения максимальных углов отклонения осей наноспутника от требуемых направлений (вектора орбитальной скорости и местной вертикали). Выведены формулы и построены номограммы для выбора проектных параметров (геометрических размеров, запаса статической устойчивости, моментов инерции), обеспечивающих на круговых орбитах требуемую ориентацию с заданной вероятностью.*

**Ключевые слова:** наноспутник формата CubeSat, аэродинамический и гравитационный моменты, угол атаки, пассивная система стабилизации.

### Введение

Проведение большинства научных исследований в космосе с помощью наноспутника предполагает его определенную ориентацию в пространстве, обеспечение которой чаще всего достигается за счет использования пассивных или комбинированных (пассивных в сочетании с активными) систем стабилизации, не требующих расхода рабочего тела и энергии или требующих их в незначительном объеме. Одной из основных задач при этом является исследование неуправляемого движения наноспутника относительно центра масс, так как обеспечение расчетных условий углового движения осуществляется на этапе проектирования путем выбора его конструктивных параметров, а также задания ограничений на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения, при пассивной системе стабилизации (при

---

**Белоконов** Игорь Витальевич. Доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва (Самара). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Тимбай** Иван Александрович. Доктор технических наук, профессор межвузовской кафедры космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Барина** Елена Витальевна. Кандидат технических наук, доцент межвузовской кафедры космических исследований, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва.

Статья по докладу на XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам, 2019.

комбинированной системе стабилизации ограничения на величины угловых скоростей формируются на момент окончания работы активной системы успокоения).

При разработке пассивной системы стабилизации, как правило, используются знания об устойчивых положениях равновесия, обусловленных действием внешних моментов. Большинство наноспутников запускается на низкие круговые орбиты, на которых преобладают гравитационный и аэродинамический моменты, поэтому для стабилизации углового положения целесообразно использовать и тот и другой. Вопросы определения положений равновесия спутников в орбитальной системе координат и анализу их устойчивости уделяется значительное внимание в литературе. Основопологающие исследования влияния аэродинамического и гравитационного моментов на движение спутника относительно центра масс проведены, например, в [1–4].

Появление наноспутников, на движение которых внешние моменты оказывают сильное влияние, а возможности исполнительных органов ограничены, вызвало необходимость вернуться к поиску путей обеспечения стабилизированного движения на ранних этапах разработки.

В ряде публикаций рассматривается детерминированная постановка задачи ориентации наноспутника. Например, в [5–7] предлагается метод обеспечения аэродинамической стабилизации наноспутника формата CubeSat путем развертывания солнечных панелей под определенным углом к его продольной оси после отделения от транспортно-пускового контейнера. При этом гашение начальной угловой скорости осуществляется с помощью гистерезисных стержней или средствами активной магнитной системы управления (на основе алгоритма *B-dot*).

В [8–11] для достижения трехосной стабилизации, наряду с пассивной аэродинамической системой стабилизации, предлагается использовать маховики или активную магнитную систему, в [12, 13] – пассивную гравитационную и активную магнитную системы стабилизации.

В настоящей работе рассматривается в вероятностной постановке задача обеспечения определенной ориентации наноспутника в пространстве применительно к угловому движению наноспутника после его отделения от носителя. При этом учитывается, что существующие коммерческие пусковые устройства отделения наноспутников порождают большие неопределенности величины начальной угловой скорости. В статье обобщены и дополнены результаты ранее выполненных исследований по разработке способов пассивной стабилизации наноспутников формата CubeSat [14–17], что позволило расширить область применения пассивных систем стабилизации на высотах до 700 км (предельная высота гарантированного схода с орбиты за предельное время, согласно рекомендациям комитета по космосу ООН не превышающее 25 лет, при отсутствии специальных средств увода) для двух наиболее популярных ориентаций продольной оси спутника – по местной вертикали и по вектору орбитального движения. Исследование позволяет разделить пассивные системы стабилизации для наноспутников формата CubeSat, совершающих полет по круговой орбите, на следующие типы: аэродинамический, аэродинамически-гравитационный, гравитационный и гравитационно-аэродинамический. Эти варианты пассивных систем стабилизации можно использовать применительно к диапазону высот доминированного влияния определенного типа момента внешних сил и виду стабилизации (одноосная и трехосная).

Необходимость такой классификации систем стабилизации наноспутников формата CubeSat обусловлена тем, что величина углового ускорения наноспутника, порождаемого аэродинамическим моментом, на два порядка выше, чем у классических аппаратов с большей массой и размерами (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объемной плотности) [16]. Это позволяет расширить диапазон высот, на которых аэродинамический момент является значимым и его можно использовать совместно с гравитационным моментом для стабилизации углового положения.

На рис. 1 для наноспутника CubeSat 3U ( $0,1 \times 0,1 \times 0,3 \text{ м}^3$ ) показаны области высот  $H$  и относительного запаса статической устойчивости  $\Delta\bar{x} = \Delta x / l$  ( $\Delta x$  – расстояние, отсчитываемое от центра масс до геометрического центра наноспутника,  $l$  – характерная длина наноспутника) для различных типов пассивной стабилизации: 1 – одноосная аэродинамическая система стабилизации по вектору скорости (область, где аэродинамический момент превосходит гравитационный –  $M_a \geq 2M_g$ ); 2 – трехосная аэродинамически-гравитационная система стабилизации (область, где  $M_a \geq 2M_g$ ); 3 – одноосная и трехосная гравитационные системы стабилизации (область, где  $M_g \geq 5M_a$ ); 4 – трехосная гравитационно-аэродинамическая система стабилизации (области любого отношения аэродинамического и гравитационного моментов). Расчеты проводились для стандартной атмосферы [18]. Следует отметить, что размеры областей могут изменяться в зависимости от уровня солнечной активности.

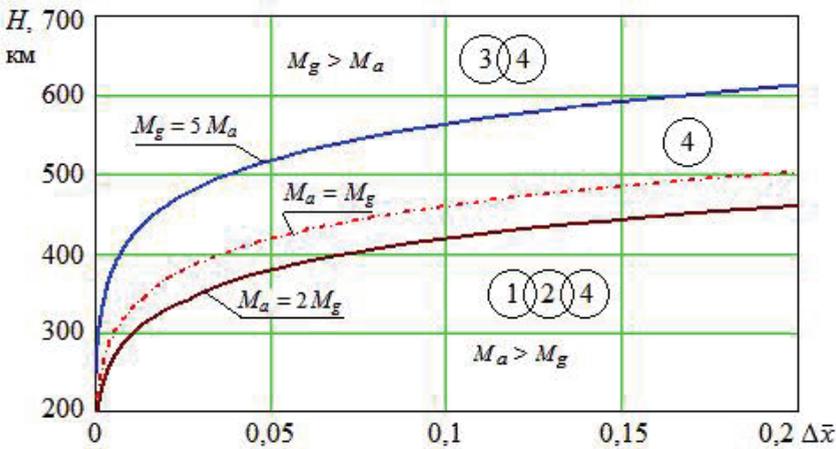


Рис. 1. Области предпочтительного применения типа пассивной стабилизации наноспутника CubeSat 3U в зависимости от значений высот  $H$  и относительного запаса статической устойчивости  $\Delta\bar{x}$

### Аэродинамическая стабилизация по вектору скорости

Чтобы задать ориентацию наноспутника, введем две правые прямоугольные системы координат с началом в его центре масс  $O$ :  $Ox_k y_k z_k$  – связанная с наноспутником система координат;  $Ox, Oy, Oz$  – главные центральные оси инерции наноспутника;  $OX_k Y_k Z_k$  – траекторная система координат, совпадающая с орбитальной в случае круговой орбиты. Ось  $OX_k$  направлена вдоль вектора скорости центра масс наноспутника, ось  $OZ_k$  располагается в местной вертикальной плоскости и направлена вверх от поверхности Земли.

Ориентацию связанной с наноспутником системы координат  $Oxyz$  относительно траекторной системы координат  $Ox_k Y_k Z_k$  определим с использованием углов Эйлера: угла прецессии  $\psi$  (угол между плоскостью полета и плоскостью пространственного угла атаки), угла нутации – пространственного угла атаки  $\alpha$  (угол между продольной осью наноспутника и вектором скорости центра масс) и угла собственного вращения  $\varphi$  (угол между плоскостью угла атаки и поперечной осью наноспутника). Расположение систем координат показано на рис. 2.

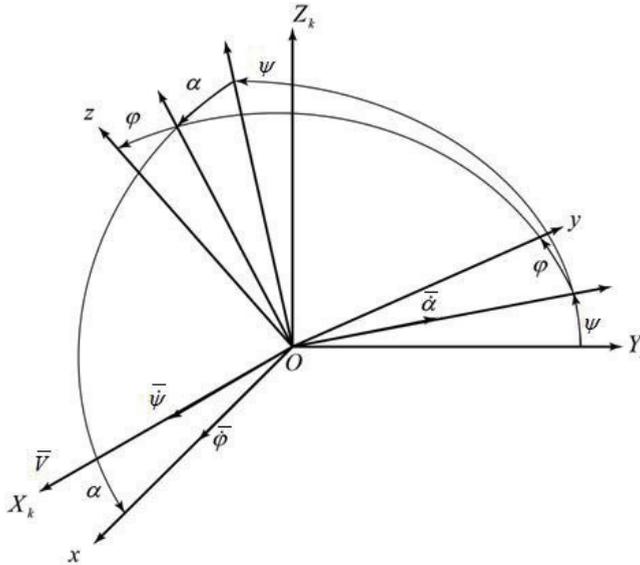


Рис. 2. Взаимное расположение траекторной  $Ox_k Y_k Z_k$  и связанной с наноспутником  $Oxyz$  систем координат

Рассмотрим выбор проектных параметров динамически симметричного наноспутника формата CubeSat для обеспечения аэродинамической пассивной системы стабилизации его продольной оси вдоль вектора скорости центра масс (область 1 на рис. 1).

Для получения аналитических законов распределения угла атаки использовалась приближенная модель углового движения в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат. Модель описывает изменение угла атаки динамически симметричного наноспутника CubeSat под действием гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента уравнением вида [16]

$$\ddot{\alpha} - a(H) \sin \alpha - c(H) \sin 2\alpha = 0, \tag{1}$$

где  $a(H) = a_0 S l q(H) / J$  – коэффициент, обусловленный аэродинамическим восстанавливающим моментом, для наноспутников формата CubeSat  $a_0 = -c_0 \Delta \bar{x} 4k / \pi$ ;  $k$  – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади;  $c_0 = 2,2$  – коэффициент лобового сопротивления;  $S$  – характерная площадь наноспутника;  $J$  – поперечный момент инерции наноспутника;  $q(H) = V^2 \rho(H) / 2$  – скоростной напор;  $V$  – скорость полета;  $H$  – высота полета,  $\rho(H)$  – плотность атмосферы;  $c(H) = 3(J - J_x)(\omega(H))^2 / (2J)$  – коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента;  $J_x$  – продольный момент инерции наноспутника;  $\omega(H) = \sqrt{\mu / (R_3 + H)^3}$  – угловая скорость движения

центра масс наноспутника по орбите;  $R_3$  – радиус Земли;  $\mu$  – гравитационный параметр Земли.

Изменение высоты круговой орбиты вследствие сопротивления атмосферы происходит медленно, и для получения аналитических решений углового движения наноспутника на одном или нескольких витках высоту полета можно принять постоянной ( $H=const$ ). В этом случае для системы (1) справедлив интеграл энергии

$$\dot{\alpha}^2 / 2 + a \cos \alpha + c \cos^2 \alpha = E_0, \quad (2)$$

где  $E_0 = a \cos \alpha_0 + c \cos^2 \alpha_0 + \dot{\alpha}_0^2 / 2$  определяется по начальным условиям движения.

При отделении наноспутника от транспортно-пускового контейнера величина максимального угла атаки носит случайный характер. При колебаниях она определяется из интеграла энергии (2) при  $\dot{\alpha}_0 = 0$ . Из (2) следует, что максимальное значение угла атаки наноспутника, помимо величин аэродинамического и гравитационного моментов, определяется начальным значением угла атаки  $\alpha_0$  и начальным значением угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$ . Полагая, что из указанных величин наибольший разброс значений имеет величина угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  (что подтверждается практикой выведения наноспутников на орбиту), и пренебрегая разбросами других величин, получаем функции распределения величины максимального угла атаки  $\alpha_{\max}$  на момент отделения от транспортно-пускового контейнера [16].

Если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  имеет распределение Рэлея, то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле

$$F(\alpha_{\max}) = 1 - e^{-\frac{-a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) - c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}{\sigma^2}}, \quad (3)$$

где  $\sigma > 0$  – масштабный параметр распределения.

Закон Рэлея рассматривается, поскольку принято допущение о нормальности распределений перпендикулярных составляющих начальной поперечной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$ . Вместе с тем в технических приложениях, если отсутствует обоснование выбора принимаемых для статистического анализа законов распределения, используется равномерное распределение, отражающее отсутствие каких-либо приоритетов и позволяющее получить гарантирующие оценки параметров.

Если модуль  $\dot{\alpha}_0$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$ , то функция распределения максимального угла атаки вычисляется по формуле

$$F(\alpha_{\max}) = \frac{\sqrt{2a(\cos \alpha_{\max} - \cos \alpha_0) + 2c(\cos^2 \alpha_{\max} - \cos^2 \alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0\max}}. \quad (4)$$

Подставляя выражение для коэффициента  $a$ , обусловленного аэродинамическим восстанавливающим моментом в (3) и (4), пренебрегая величиной коэффициента  $\tilde{n}$ , обусловленного действием гравитационного момента, разрешая (3) и (4) относительно проектных параметров, объединенных в конструктивный параметр  $d = \frac{\Delta x}{J} lb$  ( $b$  – сторона основания прямоугольного параллелепипеда), сформируем требование к его величине. Для того чтобы максимальный угол атаки наноспутника  $\alpha_{\max}$  был меньше допустимого значения  $\alpha_{\max}^*$  с вероятностью не меньшей, чем  $p^*$ , необходимо выполнение следующих условий для конструктивного параметра наноспутника [16]:

- в случае если начальная угловая скорость имеет распределение Рэля,

$$d = \frac{\Delta x}{J} lb \geq \frac{\pi \sigma^2 \ln(1 - p^*)}{4c_0 (\cos \alpha_{\max}^* - \cos \alpha_0) q(H)} ; \quad (5)$$

- в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$

$$d = \frac{\Delta x}{J} lb \geq \frac{\pi (\dot{\alpha}_{0\max} p^*)^2}{8c_0 (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_{\max}^*) q(H)} . \quad (6)$$

Используя (5) и (6), построим номограммы, чтобы оценить возможность обеспечения требуемого значения конструктивного параметра. Например, на рис. 3 справа приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника от высоты орбиты  $H$  и величины параметра  $\sigma$  (начальная поперечная угловая скорость имеет распределение Рэля) для значений максимального угла атаки  $\alpha_{\max}^* = 20$  град, вероятности  $p^* = 0,95$  и начального угла атаки  $\alpha_0 = 0$ . Слева представлены значения конструктивного параметра наноспутника CubeSat 3U с различными значениями поперечного момента инерции в зависимости от запаса статической устойчивости  $\Delta x$ . Расчеты проводились для стандартной плотности атмосферы в соответствии с ГОСТ 4401-81 [18].

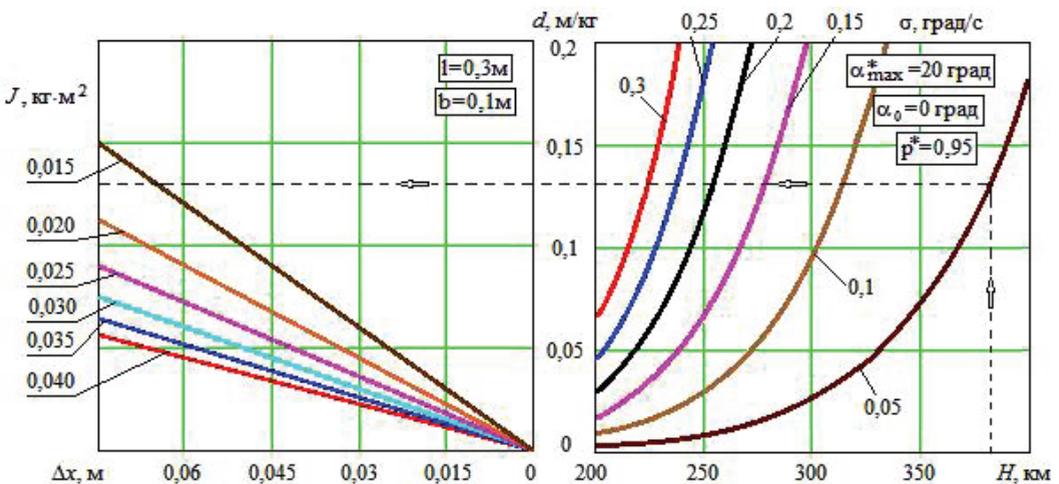


Рис. 3. Пример номограммы, позволяющей выбрать конструктивный параметр наноспутника с аэродинамической системой стабилизации

Номограммы можно использовать как для выбора проектных параметров наноспутника, так и для задания требований к разбросу начальной продольной угловой скорости. В частности, на рис. 3 отражена последовательность выбора параметров наноспутника для высоты орбиты  $H = 380$  км при заданных ограничениях  $\alpha_{\max}^* = 20$  град,  $p^* = 0,95$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\sigma = 0,05$  град/с на условия движения относительно центра масс, формируемых целевой задачей полета. Можно сделать вывод, что значение конструктивного параметра наноспутника для обеспечения заданного движения должно отвечать условию  $d \geq 0,13$  м/кг (правая часть рисунка). Значения проектных параметров выбираются с учетом левой части рисунка.

Если аэродинамический момент незначительно больше гравитационного, то по формулам (3) и (4) можно сделать переоценку вероятности выполнения требований к максимальному углу атаки. Можно также задать новые ограничения на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения, путем разрешения выражений (3) и (4) относительно величин  $\sigma$  и  $\dot{\alpha}_{0\max}$ .

### Аэродинамически-гравитационная трехосная стабилизация

На рис. 1 показана область возможной реализации аэродинамически-гравитационной трехосной стабилизации (область 2) наноспутника на низких круговых орбитах для случая, когда определяющим движение наноспутника относительно центра масс является аэродинамический момент, который и обеспечивает стабилизацию продольной оси наноспутника (при этом стабилизация поперечных осей осуществляется за счет гравитационного момента).

Стабилизация продольной оси наноспутника по вектору скорости, как было показано выше, может быть обеспечена путем выбора таких проектных параметров, как запас статической устойчивости, геометрические размеры, поперечный момент инерции, принимаемый в данном случае за наибольший момент инерции  $J_y$ . В то же время стабилизация поперечных осей наноспутника может быть достигнута за счет гравитационного момента [15], вызванного созданием определенной разности значений главных центральных моментов инерции относительно поперечных осей. При этом гравитационный момент стремится ориентировать поперечную ось  $Oy$  – ось наибольшего момента инерции наноспутника – так, чтобы она совпала с перпендикуляром к плоскости орбиты.

Полагая, что продольная ось наноспутника стабилизирована относительно вектора скорости (угол атаки мал), колебания поперечных осей в плоскости, перпендикулярной вектору скорости, приближенно опишем уравнением [15]

$$\ddot{\delta} - \frac{2\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) \sin 2\delta = 0, \quad (7)$$

где  $\delta$  – угол крена (угол отклонения поперечной оси  $Oz$  от плоскости полета, для которой момент инерции  $J_z$  принимает промежуточное значение между  $J_x$  и  $J_y$ , то есть удовлетворяет условию ( $J_x < J_z < J_y$ )).

Величина максимального угла крена  $\delta_{\max}$  наноспутника при колебаниях в диапазоне  $[0, \pi/2]$  определяется из интеграла энергии для системы (7). Из величин, входящих в выражение для  $\delta_{\max}$ , наибольший разброс значений имеет величина начальной продольной угловой скорости  $\omega_{x0} = \dot{\delta}_0$ . Пренебрегая разбросами других величин, мы получили аналитические выражения функции распределения величины максимального угла крена  $\delta_{\max}$  для двух законов распределения модуля величины  $\omega_{x0}$ .

Пусть величина  $\omega_{x0}$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ . Тогда функция распределения величины максимального угла крена  $\delta_{\max}$  определяется выражением

$$F(\delta_{\max}) = 2\Phi_0 \left( \frac{\sqrt{2d_0(\cos 2\delta_{\max} - \cos 2\delta_0)}}{\sigma} \right), \quad (8)$$

где  $\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt$  – функция Лапласа,  $d_0 = \frac{\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right)$ ,  $\delta_0$  – начальное значение угла  $\delta$ .

В случае если модуль величины  $\omega_{x0}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{x0\max}]$ , функция распределения величины максимального угла крена  $\delta_{\max}$  описывается выражением

$$F(\delta_{\max}) = \frac{\sqrt{2d_0(\cos 2\delta_{\max} - \cos 2\delta_0)}}{\omega_{x0\max}} \tag{9}$$

Задавая значение вероятности  $p^*$  реализации допустимого значения максимального угла крена  $\delta_{\max}$ , разрешая выражения (8) и (9) относительно проектных параметров, объединенных в конструктивный параметр наноспутника  $d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x}$ , получаем требование к его величине. Для того чтобы максимальный угол крена  $\delta_{\max}$  был меньше допустимого значения  $\delta_{\max}^*$  с вероятностью не меньшей, чем  $p^*$ , при заданных разбросах начальной продольной угловой скорости  $\omega_{x0}$ , необходимо выполнение следующих условий для конструктивного параметра  $d_k$ :

- в случае если величина  $\omega_{x0}$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ ,

$$d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x} \geq \frac{(R_3 + H)^3}{2\mu} \frac{\sigma^2(t^*)^2}{(\cos 2\delta_0 - \cos 2\delta_{\max}^*)} \tag{10}$$

где  $t^*$  – аргумент функции Лапласа по заданной вероятности  $\Phi_0(t^*) = p^*/2$ ;

- в случае распределения модуля начальной продольной угловой скорости  $\omega_{x0}$  по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{x0\max}]$

$$d_k = \frac{J_y - J_z}{J_x} \geq \frac{(R_3 + H)^3}{2\mu} \frac{(\omega_{x0\max} p^*)^2}{(\cos 2\delta_0 - \cos 2\delta_{\max}^*)} \tag{11}$$

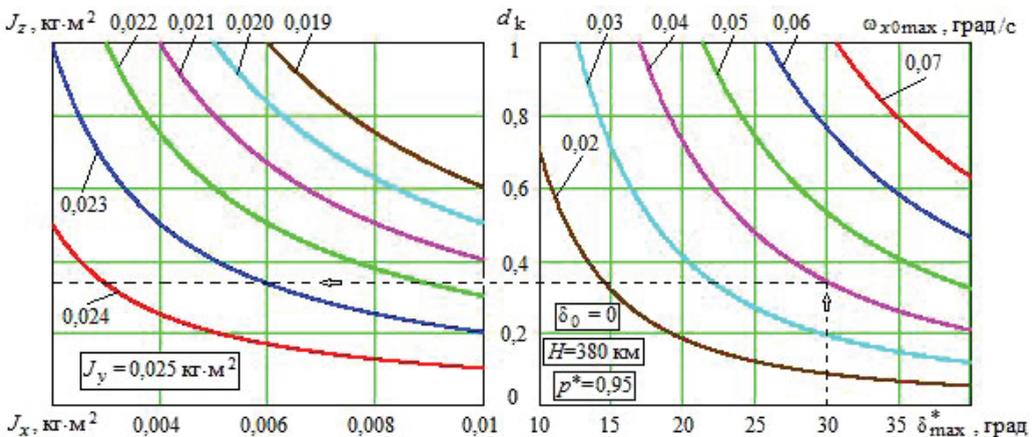


Рис. 4. Пример номограммы для выбора конструктивного параметра наноспутника с аэродинамически-гравитационной системой стабилизации

С использованием полученных выражений (10) и (11) можно построить номограммы, чтобы оценить возможность обеспечения требуемого конструктивного параметра  $d_k$ . Например, на рис. 4 справа приведены зависимости требуемого конструктивного параметра наноспутника  $d_k$  от значений допустимого угла крена  $\delta_{\max}^*$  и  $\omega_{x0\max}$  (начальная продольная угловая скорость распределена по равномерному закону). Номограммы рассчитаны для начального угла крена  $\delta_0=0$ , вероятности  $p^*=0,95$  и высоты полета  $H=380$  км. В левой части рисунка отражены зависимости конструктивного параметра наноспутника  $d_k$  от моментов инерции  $J_z$  и  $J_x$  для выбранного ранее наибольшего момента инерции (рис. 3)  $J_y=0,025$  кг·м<sup>2</sup>.

### Гравитационная одноосная стабилизация по местной вертикали

Рассмотрим вариант выбора проектных параметров динамически симметричного наноспутника формата CubeSat для гравитационной пассивной системы стабилизации его продольной оси вдоль местной вертикали (область 3 на рис. 1).

Этот тип пассивной одноосной стабилизации динамически симметричного наноспутника применим для диапазона орбит, на которых гравитационный момент играет доминирующую роль и стремится сориентировать наноспутник так, чтобы ось наименьшего момента инерции совпадала с местной вертикалью.

Подставляя выражение для коэффициента  $c$ , обусловленного гравитационным моментом в (3) и (4), пренебрегая коэффициентом  $a$ , обусловленным действием аэродинамического момента, разрешая (3) и (4) относительно проектных параметров (моментов инерции), объединенных в конструктивный параметр  $d_g = \frac{J_x}{J}$ , получим требование к его величине. Для того чтобы максимальный угол отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали  $\beta_{\max}$  ( $\beta_{\max} = \alpha_{\max} - \pi/2$ ) был меньше допустимого значения  $\beta_{\max}^*$  с вероятностью не меньшей, чем  $p^*$ , необходимо выполнение следующих условий для конструктивного параметра  $d_g$ :

- в случае если начальная продольная угловая скорость  $\dot{\beta}_0$  имеет распределение Рэлея,

$$d_g = \frac{J_x}{J} \leq 1 - \frac{4(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{\sigma^2 \ln(1 - p^*)}{(\cos 2\beta_{\max}^* - \cos 2\beta_0)}; \quad (12)$$

- в случае распределения начальной продольной угловой скорости  $\dot{\beta}_0$  по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\beta}_{0\max}]$

$$d_g = \frac{J_x}{J} \leq 1 - \frac{4(R_3 + H)^3}{3\mu} \frac{(\dot{\beta}_{0\max} p^*)^2}{-2(\cos 2\beta_{\max}^* - \cos 2\beta_0)}; \quad (13)$$

где  $\beta_0$  – начальное значение угла отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали.

С использованием выражений (12) и (13) можно построить номограммы, чтобы оценить возможность обеспечения требуемого конструктивного параметра  $d_g$ . Например, на рис. 5 справа приведены зависимости требуемого конструктивного параметра гравитационно-стабилизированного наноспутника от допустимого максимального угла отклонения продольной оси наноспутника от вертикали  $\beta_{\max}^*$  и зна-

чения  $\dot{\beta}_{0\max}$  (начальная поперечная угловая скорость распределена по равномерному закону) для вероятности  $p^*=0,95$  при  $\beta_0=2$  град,  $H_0=500$  км. Слева приведены значения конструктивного параметра гравитационно-стабилизированного наноспутника для различных величин поперечного и продольного моментов инерции.

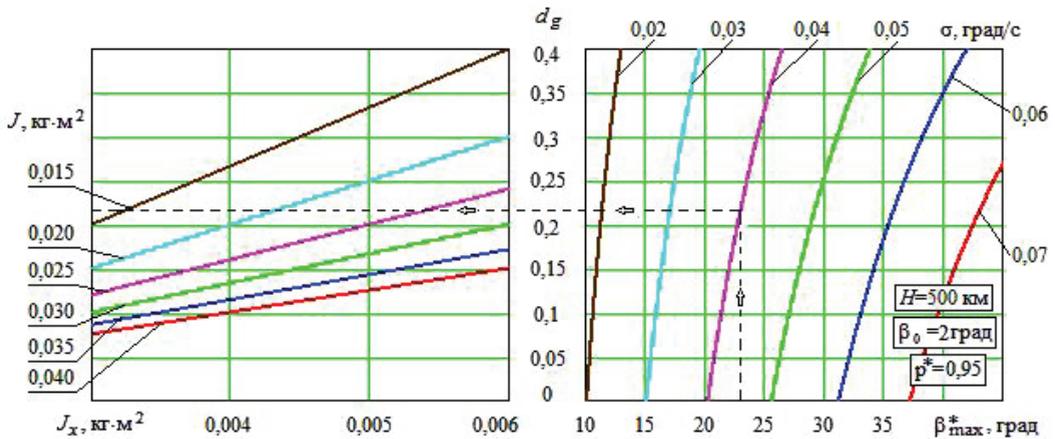


Рис. 5. Пример номограммы для выбора конструктивного параметра наноспутника с гравитационной системой стабилизации

Если гравитационный момент незначительно больше аэродинамического, то можем провести переоценку вероятности выполнения требований к максимальному углу отклонения продольной оси наноспутника от гравитационной вертикали по формулам (3) и (4), полагая  $\alpha_{\max} = \pi/2 + \beta_{\max}$ , или задать новые ограничения на величины угловых скоростей, порождаемых системой отделения, разрешая выражения (3) и (4) относительно величин  $\sigma$  и  $\dot{\beta}_{0\max}$ .

### Гравитационная трехосная стабилизация

Гравитационная трехосная стабилизация отмечена на рис. 1 как область 3. Известно, что гравитационный момент стремится ориентировать наноспутник так, чтобы ось наименьшего главного центрального момента инерции (продольная ось) совпала с местной вертикалью, ось наибольшего главного центрального момента инерции – с перпендикуляром к плоскости орбиты, ось главного центрального момента инерции с промежуточным значением – с направлением движения.

Задача обеспечения трехосной гравитационной ориентации наноспутника в пространстве рассматривается в вероятностной постановке применительно к угловому движению наноспутника.

Стабилизацию продольной оси наноспутника в первом приближении можно обеспечить за счет проектных параметров (наименьшего момента инерции  $J_x$  и поперечного момента инерции  $J_y$ ), отобранных по формулам и номограммам, которые приведены выше для одноосной гравитационной стабилизации. За величину наибольшего момента инерции  $J_y$  примем в данном случае величину поперечного мо-

мента инерции  $J$ . Рекомендуется обеспечить минимальные значения наименьшего  $J_x$  и промежуточного  $J_z$  моментов инерции.

Для решения задачи стабилизации продольной оси наноспутника с заданной вероятностью использовалась приближенная модель углового движения, которая описывает изменение угла  $\beta$  ( $\beta = \alpha - \pi/2$ ):

$$\ddot{\beta} + \frac{3\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) \sin 2\beta = 0. \quad (14)$$

Если модуль величины начальной поперечной скорости  $\omega_{n0}$  имеет распределение Рэлея, то функция распределения максимального угла  $\beta_{\max}$  имеет вид

$$F(\beta_{\max}) = 1 - e^{-\frac{\frac{-3\mu}{2(R_3+H)^3} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) (\sin^2 \beta_{\max} - \sin^2 \beta_0)}{\sigma^2}}, \quad (15)$$

где  $\beta_0$  – начальное значение угла  $\beta$ .

Если модуль величины  $\omega_{n0}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{n0\max}]$ , то функция распределения максимального угла  $\beta_{\max}$  определяется по формуле

$$F(\beta_{\max}) = \frac{\sqrt{\frac{3\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) (\sin^2 \beta_{\max} - \sin^2 \beta_0)}}{\omega_{n0\max}}. \quad (16)$$

Для решения задачи обеспечения стабилизации поперечных осей использовались следующие приближенные модели углового движения (при получении которых полагалось, что пространственный угол атаки близок к  $90^\circ$ ).

Для получения аналитических законов распределения угла прецессии  $\psi$  использовалась модель

$$\ddot{\psi} + \frac{2\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) \sin 2\psi = 0. \quad (17)$$

Если модуль величины начальной поперечной скорости  $\omega_{n0}$  имеет распределение Рэлея, то функция распределения максимального угла прецессии  $\psi_{\max}$  определяется по формуле

$$F(\psi_{\max}) = 1 - e^{-\frac{\frac{-2\mu}{(R_3+H)^3} \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) (\sin^2 \psi_{\max} - \sin^2 \psi_0)}{\sigma^2}}, \quad (18)$$

где  $\psi_0$  – начальное значение угла прецессии.

Если модуль величины  $\omega_{n0}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{n0\max}]$ , то функция распределения максимального угла прецессии  $\psi_{\max}$  определяется по формуле

$$F(\psi_{\max}) = \frac{\sqrt{\frac{4\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) (\sin^2 \psi_{\max} - \sin^2 \psi_0)}}{\omega_{n0\max}}. \quad (19)$$

Для получения аналитических законов распределения угла собственного вращения  $\varphi$  (угол между плоскостью пространственного угла атаки и осью  $Oz$ ) использовалась модель

$$\ddot{\varphi} - \frac{\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) \sin 2\varphi = 0. \quad (20)$$

Если величина начальной продольной скорости  $\omega_{x0}$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ , то функция распределения максимального угла собственного вращения  $\varphi_{\max}$  определяется по формуле

$$F(\varphi_{\max}) = 2\Phi_0 \left( \frac{\sqrt{\frac{2\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos 2\varphi_{\max} - \cos 2\varphi_0)}}{\sigma} \right), \quad (21)$$

где  $\varphi_0$  – начальное значение угла собственного вращения.

Если модуль величины  $\omega_{x0}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{x0\max}]$ , то функция распределения величины максимального угла  $\varphi_{\max}$  определяется выражением

$$F(\varphi_{\max}) = \frac{\sqrt{\frac{2\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos 2\varphi_{\max} - \cos 2\varphi_0)}}{\omega_{x0\max}}. \quad (22)$$

Задавая вероятность  $p^*$  реализации допустимых значений максимальных углов  $\beta_{\max}^*$ ,  $\Psi_{\max}^*$  и  $\Phi_{\max}^*$ , используя формулы (15), (16), (18), (19), (21), (22), можем задать ограничения на соответствующие величины начальных угловых скоростей.

Если модуль величины  $\omega_{n0}$  имеет распределение Рэлея, то ограничение на масштабный параметр распределения  $\sigma$  определяется:

- при рассмотрении движения по углу  $\beta$  по формуле

$$\sigma \leq \sqrt{\frac{\frac{-3\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) (\sin^2 \beta_{\max}^* - \sin^2 \beta_0)}{\ln(1 - p^*)}}; \quad (23)$$

- при рассмотрении движения по углу  $\psi$  по формуле

$$\sigma \leq \sqrt{\frac{\frac{-2\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) (\sin^2 \psi_{\max}^* - \sin^2 \psi_0)}{\ln(1 - p^*)}}. \quad (24)$$

Отметим, что при задании одной и той же вероятности  $p^*$  и одинаковых начальных и максимальных значений углов  $\beta$  и  $\psi$  условие (23) предполагает выполнение условия (24).

Если модуль величины  $\omega_{n0}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{n0\max}]$ , то ограничение на величину  $\omega_{n0\max}$  определяется:

- при рассмотрении движения по углу  $\beta$  по формуле

$$\omega_{n0\max} \leq \frac{\sqrt{\frac{3\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_x}{J_y} \right) (\sin^2 \beta_{\max}^* - \sin^2 \beta_0)}}{p^*}; \quad (25)$$

- при рассмотрении движения по углу  $\psi$  по формуле

$$\omega_{n0\max} \leq \frac{\sqrt{\frac{4\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_y - J_x}{J_z} \right) (\sin^2 \psi_{\max}^* - \sin^2 \psi_0)}}{p^*}. \quad (26)$$

Отметим, что при задании одинаковой вероятности  $p^*$  и одинаковых начальных и максимальных значений углов  $\beta$  и  $\psi$  условие (25) более жесткое.

Если величина начальной продольной угловой скорости  $\omega_{x0}$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ , то требуется ограничить его величину:

$$\sigma \leq \frac{\sqrt{\frac{\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos 2\varphi_{\max}^* - \cos 2\varphi_0)}}{t^*}. \quad (27)$$

При распределении модуля начальной продольной угловой скорости  $\omega_{x0}$  по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{x0\max}]$  необходимо ограничить  $\omega_{x0\max}$ :

$$\omega_{x0\max} \leq \frac{\sqrt{\frac{\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos 2\varphi_{\max}^* - \cos 2\varphi_0)}}{p^*}. \quad (28)$$

С использованием выражений (23)–(28) можно построить номограммы для задания ограничений на величины начальных угловых скоростей. Так, например, для наноспутника с моментами инерции  $J_y=0,025$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_z=0,023$  кг·м<sup>2</sup> и  $J_x=0,003$  кг·м<sup>2</sup> на рис. 6, а при рассмотрении движения по углу  $\psi$  показаны номограммы для определения ограничений на величину начальной поперечной угловой скорости в зависимости от начального значения угла  $\psi_0$  и его допустимого максимального значения  $\psi_{\max}^*$ . За счет выполнения аналогичных действий для угла  $\beta$  могут быть получены также ограничения на величину начальной поперечной угловой скорости. В этом случае рекомендуется из двух полученных значений выбирать меньшее для выполнения обоих условий.

На рис. 6, б показана номограмма для определения ограничений на величину начальной продольной угловой скорости в зависимости от начального значения угла  $\varphi_0$  и его допустимого максимального значения  $\varphi_{\max}^*$ . Номограммы рассчитаны для вероятности  $p^*=0,95$  и высоты полета  $H=500$  км.

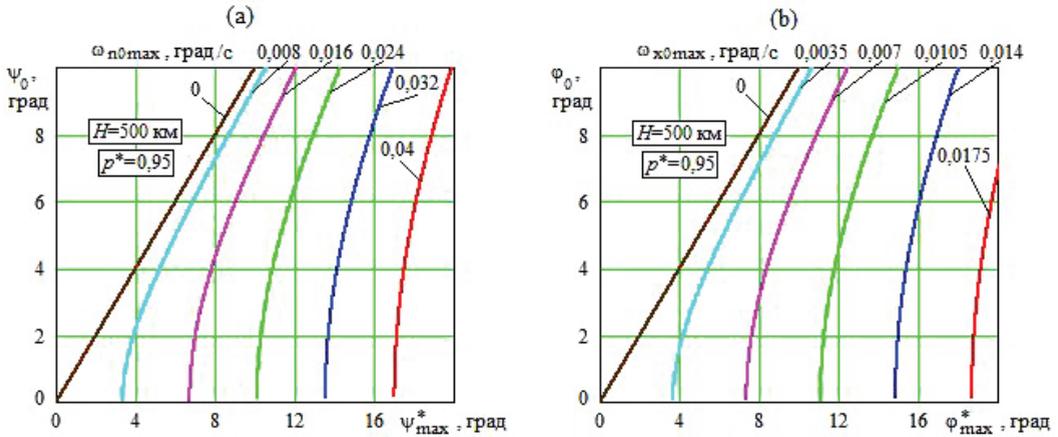


Рис. 6. Пример номограммы задания ограничений при гравитационной трехосной стабилизации:

- а – на величину начальной поперечной угловой скорости наноспутника (при рассмотрении движения по углу  $\psi$ ),
- б – на величину начальной продольной угловой скорости наноспутника

### Гравитационно-аэродинамическая трехосная стабилизация

Гравитационно-аэродинамическая трехосная стабилизация отмечена на рис. 1 как область 4. Пассивная трехосная гравитационно-аэродинамическая стабилизация осуществляется путем смещения центра масс от центра давления на определенную величину по оси с промежуточным значением момента инерции наноспутника. В этом случае для стабилизации углового положения используются два момента: гравитационный и аэродинамический.

Будем полагать, что центр масс наноспутника смещен от его геометрического центра вдоль оси промежуточного главного момента инерции на величину  $\Delta z$  и вдоль продольной оси на величину  $\Delta x$  (при этом  $\Delta x < \Delta z$ ), а ось наибольшего главного момента инерции наноспутника направлена перпендикулярно плоскости орбиты. Угловое движение наноспутника в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат под действием гравитационного момента и аэродинамического момента описывается уравнением [14]

$$\ddot{\alpha} - (a_x(h) \sin \alpha + a_z(h) \cos \alpha) (|\cos \alpha| + k_s |\sin \alpha|) - c_1(h) \sin 2\alpha = 0. \quad (29)$$

Здесь  $a_z(H) = \Delta \bar{z} c_0 S l q(H) / J_y$  – коэффициент, обусловленный составляющей аэродинамического момента, образованной смещением центра масс вдоль оси с промежуточным значением момента инерции  $J_z$ ;  $\Delta \bar{z} = \Delta z / l$  – относительный запас статической устойчивости по оси Oz;  $J_y$  – наибольший момент инерции;  $a_x(H) = -\Delta \bar{x} c_0 S l q(H) / J_y$  – коэф-

фициент, обусловленный составляющей аэродинамического момента, образованной смещением центра масс вдоль продольной оси;  $c_1(H)=3(J_z-J_x)(\omega(H))^2/(2J_y)$  – коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента;  $J_x$  – наименьший момент инерции.

Законы распределения величины максимального угла атаки  $\alpha_{\max}$  для модели (29) примут следующий вид:

- если модуль величины начальной угловой скорости  $\dot{\alpha}_0$  имеет распределение Рэлея, то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле

$$F(\alpha_{\max}) = 1 - e^{-\frac{a_z(v(\alpha_{\max})-v(\alpha_0))-a_x(u(\alpha_{\max})-u(\alpha_0))-c_1(\cos^2\alpha_{\max}-\cos^2\alpha_0)}{\sigma^2}}; \quad (30)$$

- если модуль величины  $\dot{\alpha}_0$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$ , то функция распределения максимального угла атаки определяется по формуле

$$F(\alpha_{\max}) = \frac{\sqrt{-2a_z(v(\alpha_{\max})-v(\alpha_0))+2a_x(u(\alpha_{\max})-u(\alpha_0))+2c_1(\cos^2\alpha_{\max}-\cos^2\alpha_0)}}{\dot{\alpha}_{0\max}}, \quad (31)$$

где  $u(\alpha) = \frac{1}{2} \text{sign}(\cos(\alpha)) \cos^2 \alpha + \frac{k}{2} \text{sign}(\sin(\alpha)) \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} - \alpha + 2\pi \cdot \left\lfloor \frac{\alpha + \pi}{2\pi} \right\rfloor \right);$

$$v(\alpha) = \frac{1}{2} \text{sign}(\cos(\alpha)) \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} + \alpha - \frac{\pi}{2} - 2\pi \cdot \left\lfloor \frac{\alpha + \pi/2}{2\pi} \right\rfloor \right) + \frac{k}{2} \text{sign}(\sin(\alpha)) \sin^2 \alpha;$$

$\lfloor x \rfloor$  – антье  $x$  (наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ ).

Для получения аналитических законов распределения угла собственного вращения  $\varphi$  использовалась расширенная модель (20), учитывающая действие аэродинамического момента:

$$\ddot{\varphi} = \frac{\mu}{2(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) \sin 2\varphi - \frac{k\Delta\bar{z}c_0Slq(H)}{J_x} \sin \varphi. \quad (32)$$

Законы распределения величины максимального угла  $\varphi_{\max}$  при этом будут следующими.

Если величина начальной продольной скорости  $\omega_{x0}$  имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением  $\sigma$ , то функция распределения максимального угла собственного вращения  $\varphi_{\max}$  определяется по формуле

$$F(\varphi_{\max}) = 2\Phi_0 \left( \frac{\sqrt{\frac{-2k\Delta\bar{z}c_0Slq(H)}{J_x}(\cos\varphi_{\max} - \cos\varphi_0) + \frac{\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos^2\varphi_{\max} - \cos^2\varphi_0)}}{\sigma} \right). \quad (33)$$

Если модуль величины  $\omega_{x0\max}$  распределен по равномерному закону в диапазоне  $[0, \omega_{x0\max}]$ , тогда функция распределения величины максимального угла  $\varphi_{\max}$  определяется выражением

$$F(\varphi_{\max}) = \sqrt{\frac{-2k\Delta\bar{c}_0 S l q(H)}{J_x} (\cos \varphi_{\max} - \cos \varphi_0) + \frac{\mu}{(R_3 + H)^3} \left( \frac{J_z - J_y}{J_x} \right) (\cos^2 \varphi_{\max} - \cos^2 \varphi_0)}_{\omega_{x0\max}}. \quad (34)$$

Предлагается следующий алгоритм решения задачи обеспечения гравитационно-аэродинамической трехосной стабилизации наноспутника. На первом этапе определяется ограничение на величину начальной поперечной угловой скорости наноспутника в зависимости от начального значения угла прецессии  $\psi_0$ , допустимого максимального значения  $\Psi_{\max}^*$ , вероятности  $p^*$  и высоты полета  $H$ . При этом используются формулы и номограммы, рассмотренные в предыдущем разделе. На втором шаге для стабилизации продольной оси в плоскости угла атаки относительно положения, определяемого условием  $\alpha=\pi/2$ , выбирается запас статической устойчивости по оси  $Oz$ , при этом задается ограничение на величину начальной поперечной угловой скорости, определенной при рассмотрении движения по углу прецессии  $\psi$ . На третьем шаге определяется ограничение на величину начальной продольной угловой скорости наноспутника. Требование к величине запаса статической устойчивости  $\Delta z$  находим, разрешая функции (30) и (31) относительно  $\Delta z$ , задавая  $p^*$ -вероятность реализации  $\beta_{\max}^*$  – допустимого максимального угла отклонения продольной оси от положения, определяемого условием  $\alpha=\pi/2$  ( $\beta_{\max}^* = \alpha_{\max}^* - \pi/2$ ):

- в случае если начальная угловая скорость имеет распределение Рэлея

$$\Delta z \geq J_y [\ln(1 - p^*) \sigma^2 + c_1 (\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0) + a_x (u(\alpha_{\max}^*) - u(\alpha_0))] / [c_0 S q(H) (v(\alpha_{\max}^*) - v(\alpha_0))]; \quad (35)$$

- в случае распределения начальной угловой скорости по равномерному закону в диапазоне  $[0, \dot{\alpha}_{0\max}]$

$$\Delta z \geq J_y [\dot{\alpha}_{0\max} p^*]^2 - 2c_1 (\cos^2 \alpha_{\max}^* - \cos^2 \alpha_0) - 2a_x (u(\alpha_{\max}^*) - u(\alpha_0)) / [-2c_0 S q(H) (v(\alpha_{\max}^*) - v(\alpha_0))]. \quad (36)$$

Здесь значения  $\alpha_{\max}^*$  и  $\alpha_0$  задаются следующим образом:  $\alpha_{\max}^* = \pi/2 - \text{sign}(\Delta x) \beta_{\max}^*$  и  $\alpha_0 = \pi/2 + \text{sign}(\Delta x) \beta_0$ , где  $\beta_0$  – начальное значение угла отклонения продольной оси от положения  $\alpha=\pi/2$ .

С использованием полученных выражений (35) и (36) можно построить номограммы для задания требования к величине запаса статической устойчивости  $\Delta z$ . Так, например, для наноспутника с моментами инерции  $J_y=0,025$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_z=0,023$  кг·м<sup>2</sup> и  $J_x=0,003$  кг·м<sup>2</sup> на рис. 7 приведены зависимости величины запаса статической устойчивости  $\Delta z$  от высоты полета  $H$  и от величины  $\dot{\alpha}_{0\max} = \omega_{n0\max}$  (начальная поперечная угловая скорость распределена по равномерному закону) для значений  $\beta_{\max}^*=20$  град,  $\beta_0=5$  град, вероятности  $p^*=0,95$ , смещения центра масс вдоль продольной оси  $\Delta x=0,0002$  м. Расчеты проводились для стандартной плотности атмосферы в соответствии с ГОСТ 4401-81 [18].

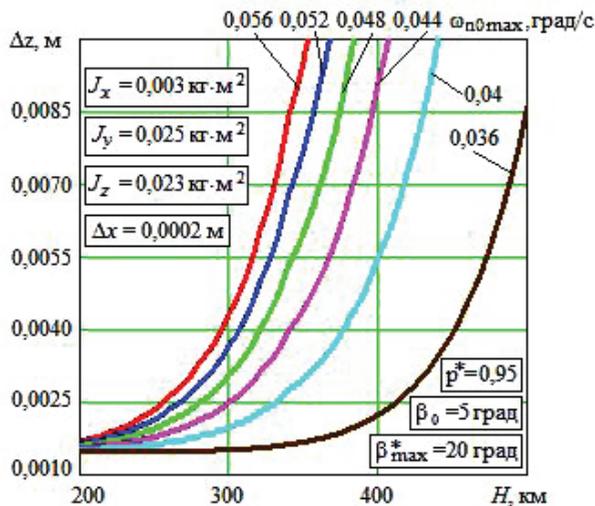


Рис. 7. Пример номограммы для задания требования к величине запаса статической устойчивости  $\Delta z$  наноспутника с гравитационно-аэродинамической трехосной стабилизацией

Ограничение на величину начальной продольной угловой скорости наноспутника определяется из выражений (33) и (34) путем разрешения их относительно величин  $\sigma$  и  $\omega_{x0max}$ .

### Практическая реализация

На предлагаемый подход к выбору проектных параметров аэродинамически стабилизируемого наноспутника формата CubeSat получен Евразийский патент [19]. Подход был применен в Самарском университете при создании двух наноспутников. Первый из них – SamSat-218Д [20] – предназначался для отработки технологии замкнутого контура управления пространственной ориентацией при наличии специально созданного большого запаса статической устойчивости. Второй – SamSat-QB50 [21] – был сконструирован в рамках международного университетского проекта QB50 [22] и предназначался для исследования тропосферы Земли в составе группировки наноспутников формата CubeSat с использованием предлагаемой технологии выбора проектных параметров, основанной на искусственном формировании требуемого запаса статической устойчивости путем трансформирования конструкции и развертывания аэродинамического стабилизатора после выведения на орбиту.

Наноспутник SamSat-218Д был запущен с космодрома Восточный 28 апреля 2016 года. Хотя после этого установить связь с ним не удалось, анализ его движения по траекторным измерениям [23], выполненным службой контроля космического пространства, позволил решить важную задачу оценки изменения баллистического коэффициента во времени. Учитывая, что для наноспутника SamSat-218Д отношение максимального значения баллистического коэффициента к минимальному значению равно 4,75, по изменению баллистического коэффициента был восстановлен характер движения относительно центра масс наноспутника и сделан вывод о соответствии движения относительно центра масс выбранным проектным параметрам и расчетным моделям движения [24].

## Выводы

В работе обобщены ранее полученные и приведены новые результаты исследований динамики движения наноспутников с пассивными системами стабилизации разных типов в вероятностной постановке, которые обеспечивают одно- и трехосную ориентацию под действием аэродинамического и гравитационного моментов на высотах до 700 км. Особенностью выполненных исследований является вероятностная постановка задач, обусловленная существующими на практике неопределенностями начальной ориентации и разбросом величин угловой скорости, приобретаемых наноспутником после выхода из транспортно-пускового устройства.

Предложена единая классификация типов пассивных систем стабилизации для наноспутников формата CubeSat, совершающих полет по круговым орбитам. Они подразделяются на аэродинамические, аэродинамически-гравитационные, гравитационные и гравитационно-аэродинамические и используются применительно к диапазону высот доминирования определенного типа момента внешних сил и виду стабилизации (одноосная и трехосная). Рассмотрены два варианта законов распределения компонентов вектора начальной угловой скорости (равномерное и Рэлея). Для них получены аналитические функции распределения максимальных углов отклонения осей наноспутника от требуемых направлений (вектора орбитальной скорости и местной вертикали). На основе полученных аналитических функций выведены формулы для выбора проектных параметров (геометрических размеров, запаса статической устойчивости, моментов инерции), обеспечивающих при движении на круговых орбитах отклонения осей наноспутника от требуемых направлений меньше допустимых с заданной вероятностью на требуемой высоте полета при заданных погрешностях начальной угловой скорости, формируемой системой отделения. Разработан практический инструментарий в виде номограмм, которые позволяют выбрать основные проектные параметры наноспутника класса CubeSat, обеспечивающие требуемую его стабилизацию на низких круговых орбитах. Проведение поверочных расчетов по пространственной модели движения наноспутника подтвердило правомерность предложенных решений.

Полученные результаты могут быть полезны для разработчиков аппаратов типа CubeSat 2U и 3U, поскольку позволяют обеспечить за счет выбора проектных параметров требуемую ориентацию наноспутника для минимизации затрат энергии на ее поддержание после гашения приобретенного начального кинетического момента после отделения.

*Работа выполнена в рамках проекта FSSS-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Белецкий В.В.** Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
2. **Sarychev, V.A. and Ovchinnikov, M.Yu.,** Dynamics of a satellite with a passive aerodynamic orientation system, *Kosm. Issled.*, 1994, vol. 32, no. 6, pp. 561–575.

3. Sarychev, V.A., Mirer, S.A., Degtyarev, A.A., Duarte, E.K., Investigation of equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2007. vol. 97. no. 4. pp. 267–287.
4. Sarychev, V.A., Gutnik, S.A., Satellite dynamics under the influence of gravitational and aerodynamic torques. A study of stability of equilibrium positions, 2016, *Cosmic Research*, vol. 54 (5), pp. 388–398.
5. Rawashdeh, S., Jones, D., Erb, D., Karam, A., Lumpp, Jr, J.E., Aerodynamic attitude stabilization for a ram-facing CubeSat. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2009, vol. 133, pp. 583–595.
6. Samir, A. Rawashdeh and Lumpp, James E., Jr., et al., Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, *JoSS*, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85–104.
7. Samir, A. Rawashdeh, Attitude Analysis of Small Satellites Using Model-Based Simulation, *International Journal of Aerospace Engineering*, 2019, vol. 2019, Article ID 3020581 (11 pages).
8. Armstrong, J., Casey, G., Creamer, G., Dutchover, G., Pointing control for low altitude triple CubeSat space darts, 2009, in *Proc. 23rd Annu. AIAA/USU Conf. Small Satellites*, Logan, UT.
9. Chesi, S., Gong, Q., Romano, M., Aerodynamic Three-Axis Attitude Stabilization of a Spacecraft by Center-of-Mass Shifting, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, vol. 40, no. 7, pp. 1613–1626.
10. Chesi, S., Gong, Q., Romano, M., **Satellite attitude control by center-of-mass shifting.** *Advances in the Astronautical Sciences*, *Advances in the Astronautical Sciences*, 2014, vol. 150, pp. 2575–2594.
11. Psiaki, M. L., Nanosatellite attitude stabilization using passive aerodynamics and active magnetic torquing, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, vol. 27, no. 3, pp. 347–355.
12. Grassi M., Attitude determination and control for a small remote sensing satellite, *Acta Astronautica*, 1997, vol. 40, no. 9, pp. 675–681.
13. Lovera M., Astolfi A., Global magnetic attitude control of spacecraft in the presence of gravity gradient, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2006, vol. 42, no. 3. pp. 796–805.
14. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Курманбеков М.С. Пассивная гравитационно-аэродинамическая стабилизация наноспутника // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 412–415.
15. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Давыдов Д.Д. Исследование возможности реализации пассивной трехосной стабилизации наноспутника на низких круговых орбитах // XXV Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 369–372.
16. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Николаев П.Н. Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизированных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat // Гироскопия и навигация. 2018. №3 (101). С. 69–91. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.3.069-091.
17. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Давыдов Д.Д. Пассивные системы стабилизации наноспутников формата CubeSat: общие принципы и особенности построения // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. С. 98–104.
18. ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1981-02-27. М.: Изд-во стандартов. 1981. 181 с.
19. Евразийский патент на изобретение (21) 201400132 (13) A1. Способ аэродинамической стабилизации наноспутника класса CubeSat и устройство его осуществления (варианты), опубл. 30.07.2015 г. / И.В. Белоконов, И.А. Тимбай, Е.В. Устюгов.
20. Kirillin, A., Belokonov, I., Timbai, I., Kramlikh, A., Melnik, M., Ustiugov, E., Egorov, A., and Shafran, S., SSAU nanosatellite project for the navigation and control technologies demonstration, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 97–106.
21. Shakhmatov, E., Belokonov, I., Timbai, I., Ustiugov, E., Nikitin, A., and Shafran, S., SSAU project of the nanosatellite SamSat-QB50 for monitoring the Earth's thermosphere parameters, *Procedia Engineering*, 2015, vol. 104, pp. 139–146.
22. <https://www.qb50.eu/>.
23. <https://www.space-track.org>.
24. Belokonov, I., Timbai, I., and Nikolaev P., Approach for estimation of nanosatellite's motion concerning of mass centre by trajectory measurements (IAA-B12-0703), *12th IAA Symposium on Small Satellites for Earth Observation*, Berlin, Germany, 6–10 May 2019 (<https://web.tresorit.com/l#xb50seCuu9al-bxLzoVQdA>).

**Belokonov, I.V., Timbai, I.A., and Barinova, E.V.** (S.P. Korolev Samara National Research University, Samara, Russia)

Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2020, vol. 28, no. 1 (108), pp. 81–100.

**Abstract.** Probabilistic study of angular motion dynamics has been performed for CubeSat nanosatellites with passive stabilization systems, including aerodynamic, aerodynamic-gravitational, gravitational, and gravitational-aerodynamic ones. Analytical functions of the maximum angle values distribution have been obtained for a nanosatellite axes deviation from required directions (orbital velocity vector or a local vertical) for uniform distribution and Rayleigh distribution of the component values of the initial angular rate vector. Formulas have been derived and bunch graphs have been plotted for selecting the design parameters (geometrical dimensions, static stability margin, moments of inertia) which ensure the required attitude with the specified probability in circular orbits.

**Key words:** CubeSat nanosatellite, aerodynamic and gravitational moments, attack angle, passive stabilization system.

Материал поступил 8.10.2019