

А.К. ВЕРШОВСКИЙ, Ю.А. ЛИТМАНОВИЧ, А.С. ПАЗГАЛЁВ, В.Г. ПЕШЕХОНОВ

ГИРОСКОП НА ЯДЕРНОМ МАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ: ПРЕДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Приведены оценки основных предельных метрологических параметров ЯМГ – гироскопа на ядерном магнитном резонансе на изотопах ксенона. Перечислены принципиальные факторы, ограничивающие чувствительность, такие как атомный проекционный шум и дробовый шум света, и выведены формулы, позволяющие оценить предельную чувствительность ЯМГ и исследовать ее зависимость от параметров чувствительного элемента. Рассмотрены основные причины дрейфов ЯМГ и возможные пути улучшения его метрологических характеристик.

Ключевые слова: ядерный магнитный гироскоп, ядерный магнитный резонанс, оптическая накачка, спин-обменная накачка, предельная чувствительность, атомный дискриминатор, атомный проекционный шум.

Введение

Работы по созданию гироскопа на ядерном магнитном резонансе (ЯМГ) начались в 60-70-х гг. прошлого века, когда в разных странах параллельно велись активные исследования по созданию гироскопов навигационного класса точности, альтернативных механическим. В конце 1970-х гг. выбор был сделан в пользу оптических гироскопов: кольцевой лазерный гироскоп, а впоследствии и его преемник – волоконно-оптический гироскоп – стали основой инерциальных навигационных систем различных подвижных объектов [1, 2]. Вновь интерес к ЯМГ возник в 2000-х гг. в связи с потребностью в миниатюрных гироскопах навигационного класса точности и появлением новых технологий, обеспечивающих возможность миниатюризации ЯМГ. Немаловажным фактором для их использования на подвижных платформах была потенциальная стойкость ЯМГ к ускорениям и вибрациям.

ЯМГ основан на эффекте ядерного магнитного резонанса (ЯМР). Энергетическая структура атома в магнитном поле, названная «зеemanовской» по имени первооткрывателя, обусловлена наличием у атома – то есть у его ядра и/или электронной оболочки – магнитного момента; дискретные уровни структуры соответствуют различным разрешенным значениям проекции момента на

Вершовский Антон Константинович. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН (С.-Петербург).

Литманович Юрий Аронович. Доктор технических наук, ученый секретарь, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» (С.-Петербург). Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

Пазгалёв Анатолий Серафимович. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

Пешехонов Владимир Григорьевич. Академик РАН, генеральный директор, АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Президент международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

направление магнитного поля. У веществ, являющихся чисто ядерными или электронными парамагнетиками, интервал ΔE между соседними уровнями линейно зависит от величины модуля индукции магнитного поля B , причем коэффициент пропорциональности определяется гиромантическим отношением γ . Величине энергетического интервала ΔE соответствует так называемая частота Лармора – частота перехода между двумя соседними уровнями:

$$\omega_L = \frac{\Delta E}{\hbar} = \gamma \cdot B, \quad (1)$$

где $\hbar = h/2\pi$ – редуцированная постоянная Планка. Наличие у частицы (ядра, электрона, атома и т.д.) механического момента наряду с магнитным моментом приводит к тому, что ее спин в магнитном поле прецессирует подобно механическому волчку в гравитационном поле, причем угловая скорость его прецессии равна ω_L . Частота прецессии спина не зависит от движения его окружения; вращение ячейки, содержащей атомы, не приводит к изменению скорости их прецессии в инерциальной системе координат. Соответственно, в системе координат, вращающейся вместе с ячейкой с угловой скоростью Ω вокруг направления магнитного поля, регистрируемая частота прецессии равна

$$\omega = |\gamma| \cdot B \pm \Omega, \quad (2)$$

а знак определяется направлением вращения системы координат. Измеряя ω и зная модуль индукции магнитного поля B , можно определить угловую скорость Ω .

Очевидно, что точность такого измерения определяется точностью стабилизации магнитного поля, причем большие значения γ накладывают более жесткие ограничения на стабильность поля. Так, для обеспечения точности $0,001^\circ/\text{час}$ необходима точность измерения магнитного поля на уровне $\Delta B = 10^{-16}$ Тл при использовании ядерных спинов и на уровне $\Delta B = 10^{-19}$ Тл при использовании электронных спинов (поскольку электронные парамагнетики характеризуются примерно в тысячу раз большими значениями γ , чем ядерные). Чувствительность на уровне 10^{-19} Тл является абсолютно недостижимой при использовании любого известного типа магнитометра; следовательно, в качестве активного вещества в гироскопе на эффекте магнитного резонанса могут применяться только ядерные парамагнетики, тем более что они, как правило, характеризуются многократно большими временами релаксации из-за более слабого взаимодействия ядерных моментов с окружением.

Для того чтобы добиться макроскопической, то есть коллективной, прецессии магнитных моментов, эти моменты должны быть подготовлены, а именно ориентированы вдоль магнитного поля, после чего их поперечные компоненты должны быть фазированы резонансным переменным поперечным полем. Щелочные металлы и некоторые другие вещества могут быть ориентированы с применением оптической накачки – процесса, при котором момент импульса фотона передается атому, изменяя состояние его магнитного момента. Также могут быть ориентированы подобным образом ядра некоторых элементов, связанные взаимодействием с электронной оболочкой, в частности ядра нечетных

изотопов ртути. Для веществ, которые могут быть ориентированы оптическими методами, существует возможность детектирования состояния их магнитных моментов резонансным светом – тем же лучом накачки или отдельным детектирующим лучом. Как правило, эффективность такого детектирования на несколько порядков превышает эффективность неоптических методов.

Зависимость показаний гироскопа от флуктуаций магнитного поля может быть в значительной степени устранена при использовании двух изотопов, характеризующихся разными гиромагнитными отношениями. Первые устройства такого рода появились в 1960-е гг. и были основаны на ядерном резонансе в изотопах ртути ^{199}Hg и ^{201}Hg , оптическая накачка которых осуществлялась светом лампы, содержащей изотоп ртути ^{204}Hg . К началу 1980-х гг. в системе на изотопах ртути в крупногабаритном приборе была реализована стабильность угла на уровне $0,02^\circ/\text{час}$ [3, 4]. К сожалению, в настоящее время не существует возможности создания миниатюрных лазерных источников накачки на длину волны поглощения ртути (253,7 нм) и, соответственно, отсутствуют перспективы создания компактного ртутного ЯМГ.

Известно еще несколько вариантов ЯМГ, в частности гироскоп на эффекте Ханле [5] и калиево-гелиевый комагнитометр [6]. В этих устройствах величина локального магнитного поля близка к нулю, прецессия магнитных моментов отсутствует и регистрируемые изменения их направления связаны только с поворотом устройства. Миниатюризация таких схем затруднена вследствие крайне жестких требований к компенсации магнитных полей в системе.

К сожалению, методы прямой оптической накачки неприменимы к подавляющему большинству ядерных парамагнетиков, в том числе к атомам благородных газов. Поэтому перспективные схемы ЯМГ основаны на так называемой спин-обменной накачке, подразумевающей оптическую ориентацию щелочных атомов и передачу момента от них к ядерным парамагнетикам в процессе их столкновений. Обзоры таких устройств, а также других типов атомных гироскопов приведены в [7, 8]; наиболее детальное изложение принципов работы ЯМГ дано в [9, 10].

Выбор щелочного металла в таких схемах ограничен выбором между цезием и рубидием, поскольку:

- только для них разработаны надежные компактные источники накачки (VCSEL лазеры);
- их сечение спин-обмена при столкновениях с инертными газами максимально среди щелочных атомов;
- эффективность детектирования этими атомами намагниченности ядерных парамагнетиков также максимальна вследствие большего масштаба эффекта сверхтонкого усиления магнитного поля, создаваемого ядерными спинами.

У цезия есть всего один стабильный изотоп ^{133}Cs ; подробное обсуждение различий между двумя стабильными изотопами рубидия ^{85}Rb и ^{87}Rb лежит за рамками данной работы.

Выбор ядерного парамагнетика не представляет трудности, поскольку:

- чисто ядерными парамагнетиками являются изотопы благородных (инертных) газов;
- чем тяжелее атом инертного газа, тем больше его сечение спин-обмена с атомом щелочного металла, определяющее эффективность накачки. Так, при столкновениях Cs и Rb с Xe сечение спин-обмена оказывается на порядок больше, чем при столкновениях с Kr, и на несколько порядков больше, чем при столкновениях с остальными инертными газами;

- у тяжелых инертных газов высоки сечения образования (при тройных соударениях) ван-дер-ваальсовых молекул, за время существования которых спин-обмен происходит с эффективностью, на несколько порядков превышающей эффективность при бинарных соударениях;
- чем тяжелее атом инертного газа, тем больше коэффициент усиления создаваемого им магнитного поля при регистрации его атомами металла; этот эффект связан с возникающим при соударениях пространственным перекрытием ядер инертного газа с электронной оболочкой щелочного атома и проявляющейся при этом в результате так называемого контактного взаимодействия Ферми сверхтонкой связью [11]. Существенно, что этот эффект работает в обе стороны – то есть регистрируемое ядром инертного газа поле электрона щелочного металла усиливается в той же мере; для пары Cs+Xe этот коэффициент оценивается величиной $k_{magn} = 650 \div 900$ [12], для гелия – $k_{magn} \approx 5$;
- существует всего два стабильных изотопа Xe с ненулевым спином – ^{129}Xe и ^{131}Xe , так что среди изотопов Xe выбор исчерпывается ими;
- у следующего по массе инертного газа (криптона Kr) имеется всего один стабильный изотоп с ненулевым спином – ^{83}Kr . Он характеризуется ядерным спином 9/2 и, соответственно, наличием квадрупольного момента и моментов более высоких порядков, которые приводят к параметрическим сдвигам частоты ядерной прецессии при соударениях атомов с поверхностью;
- у изотопов ксенона ^{129}Xe и ^{131}Xe гиромагнитные отношения имеют противоположные знаки, что позволяет в балансной схеме эффективно подавлять влияние остаточных флуктуаций магнитного поля.

Таким образом, однозначно определяются рабочие вещества – Cs или Rb (в дальнейшем будем обозначать их как Me) и пара изотопов ($^{129}\text{Xe} + ^{131}\text{Xe}$). Именно такая схема реализована в ЯМГ, разрабатываемых в США [9, 10] и в КНР [13, 14]. Если достижение заданного уровня точности потребует использовать третий ядерный изотоп, то естественным кандидатом на его роль является ^{83}Kr .

Схема, иллюстрирующая основные физические принципы функционирования ЯМГ, приведена на рис. 1. ЯМГ работает следующим образом:

1. Накачка резонансным оптическому переходу Me лазерным циркулярно поляризованным излучением ориентирует электронные спины Me, создавая макроскопическую продольную намагниченность щелочных атомов в ячейке.

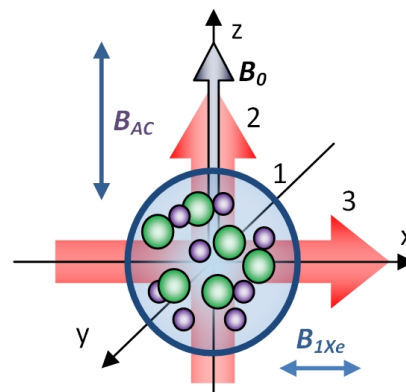


Рис. 1. Принципиальная схема физического блока гироскопа на эффекте ядерного магнитного резонанса (ЯМГ):

- 1 – ячейка с парами щелочного металла и изотопами ксенона;
 2 – циркулярно поляризованное излучение накачки;
 3 – линейно поляризованное детектирующее излучение;
 B_0 – постоянное магнитное поле,
 B_{AC} – продольное поле на частоте прецессии атомов Me,
 B_{1Xe} – вынуждающее магнитное поле на частоте прецессии ядер Xe

2. В результате процессов спин-обмена намагниченность передается от атомов Me к ядрам Xe. При этом используется способность азота N₂ на несколько порядков увеличивать скорость спин-обмена Me–Xe при тройных соударениях.
3. Фазы макроскопической прецессии ядерных спинов двух изотопов Xe задаются резонансными переменными вынуждающими магнитными полями $B_1^{129\text{Xe}}$ и $B_1^{131\text{Xe}}$ – для их генерации замыкается обратная связь с фотоприемника, на котором детектируется сигнал ЯМР, на катушки магнитного поля (так называемая «схема самогенерации», или «схема спинового генератора»).
4. Прецессия намагниченности ядерных спинов детектируется оптическим магнитометром на Me, причем из-за особенностей динамики взаимодействия между атомами Me и Xe детектируемая атомами Me эффективная намагниченность ансамбля атомов Xe усиливается почти на три порядка.
5. Для того чтобы придать магнитометру на Me необходимую чувствительность к поперечной компоненте намагниченности ядерных спинов, магнитный резонанс в Me возбуждается сильным продольным резонансным полем B_{AC} . В результате поперечная намагниченность спинов Xe преобразуется в амплитудную модуляцию быстро прецессирующей поперечной компоненты намагниченности Me.
6. Детектирование поперечной намагниченности Me осуществляется по повороту линейной поляризации поперечного детектирующего луча, отстроенного от частоты атомной оптической линии поглощения на несколько ее ширин.
7. Поворот плоскости поляризации детектирующего луча измеряется с помощью балансной схемы, позволяющей на несколько порядков подавить технические шумы детектирующего лазера.
8. Из суммарного сигнала прецессии выделяются две частоты $\omega_{129\text{Xe}}$ и $\omega_{131\text{Xe}}$, соответствующие прецессии двух изотопов ксенона. Синтезируется сигнал на частоте $\omega_+ = \omega_{129\text{Xe}}$ и $\omega_{131\text{Xe}}$. Согласно (2), суммарная частота ω_+ пропорциональна магнитному полю и не зависит от угловой скорости вращения системы. Она используется в схеме стабилизации напряженности магнитного поля.
9. Фазовая разность частоты прецессии одного изотопа ксенона (например, ^{129}Xe) и опорной частоты, синтезированной из сигнала стабильного тактового генератора, несет информацию о повороте прибора вокруг направления вектора магнитного поля. В более сложных схемах опорная частота может синтезироваться из сигнала на суммарной частоте ω_+ ; поскольку относительные вариации частот $\omega_{129\text{Xe}}$ и ω_+ одинаковым образом зависят от магнитного поля, это позволяет компенсировать влияние вариаций магнитного поля, не отработанных схемой стабилизации.

Все перечисленные процессы происходят одновременно и постоянно, что позволяет обеспечить непрерывность работы прибора.

Далее приведены результаты предварительного анализа потенциальной чувствительности ЯМГ и его метрологических характеристик. В работе не будут рассмотрены варианты схемы ЯМГ и принципы работы его отдельных функциональных узлов – подробное изложение этих вопросов приведено в [10]. С более полной теорией спин-обмена, накачки и релаксации щелочно-го металла и ксенона можно ознакомиться в [15].

Предельная чувствительность квантового датчика

В погрешность любого гироскопического (и вообще метрологического) устройства вносят вклад как систематическая, так и случайная составляющие. Первая обычно называется *дрейфом*, или нестабильностью смещения нуля (для датчика угловой скорости, ДУС); вторая – *чувствительностью*, или, для ДУС, ARW (*angle random walk* – случайное блуждание по углу). Здесь и далее под чувствительностью мы будем понимать *кратковременную*, или *вариационную*, чувствительность, то есть способность системы регистрировать малое приращение измеряемой величины на фоне шумов; при этом предполагается, что измерение чувствительности производится на временах, достаточно малых для того, чтобы в суммарную погрешность не давали вклад *дрейфы* устройства.

Минимальная погрешность $\delta\omega$ измерения частоты перехода (прецессии) одного атома за время Δt при однократном измерении может быть оценена как полуширина соответствующей спектральной линии, то есть Фурье-образа излучаемой атомом электромагнитной волны. В частности, для синусоидальной волны, амплитуда которой со временем экспоненциально спадает с постоянной времени $\tau = \Delta t$,

$$\delta\omega = \frac{k}{\Delta t}, \quad (3)$$

где $k = 1$. В общем случае значение k зависит от формы сигнала и окна преобразования Фурье и может варьироваться в пределах $k = 1/2 \div 1$ (см., например, детальный расчет [16]). Принимая $k = 1/2$, формулу (3) с учетом (1) можно записать в форме, подчеркивающей ее связь с квантовым принципом неопределенности

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (4)$$

Чтобы получить оценку чувствительности сверху, мы в дальнейшем (как это принято, например, в [17]) будем использовать значение $k = 1$. Максимальный временной интервал Δt , в течение которого можно провести единичное измерение частоты прецессии атомного или ядерного момента, равен времени релаксации этого момента T_2 , которое, в свою очередь, обратно пропорционально скорости релаксации Γ

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma}. \quad (5)$$

Отметим, что величина Γ эквивалентна полуширине (HWHM) линии магнитного резонанса. Измерения состояния одного атома на временах $\tau \leq T_2$ считаются коррелированными, на временах $\tau > T_2$ – независимыми. При многократном повторении измерений в течение времени $\tau \gg T_2$ можно провести осреднение результата по $n = \tau / T_2$ независимым измерениям, что приведет к снижению погрешности в $\sqrt{n} = \sqrt{(\tau / T_2)}$ раз. Переход к предельной чувствительности ансамбля из N_{at} атомов ($N_{at} = n \cdot V$, где n – концентрация атомов, V –

объем рабочей ячейки) производится осреднением по их числу [17]

$$\delta\omega = \frac{1}{\sqrt{N_{at} \cdot \tau \cdot T_2}}. \quad (6)$$

Введем понятие «события», под которым мы будем понимать однократное измерение частоты прецессии момента в процессе испускания или поглощения атомом кванта электромагнитного поля. Тогда сигналом мы будем считать количество регистрируемых независимых информативных событий в единицу времени, а под шумом – среднее квадратическое отклонение количества регистрируемых независимых событий (всех, а не только информативных) в единицу времени от среднего значения. Поскольку события происходят с некоторой фиксированной средней скоростью и независимо друг от друга, их распределение подчиняется статистике Пуассона [18], которая при большом числе событий $N = \tau \cdot N_{at} / T_2$ переходит в гауссову статистику с вариацией $n_{at}^2 = \langle N \rangle$, соответствующей белому шуму.

Статистический шум, обусловленный конечностью числа атомов и возможных значений проекций их моментов и ограничивающий чувствительность (6), называется атомным проекционным шумом. Учитывая [19], что для белого шума ширина частотного интервала Δf , эквивалентная временному интервалу τ , составляет $\Delta f = 1/(2\tau)$, получаем выражение для интегральной среднее квадратичной амплитуды σ_{at} такого шума в полосе Δf :

$$\sigma_{at} = \frac{\sqrt{N}}{\tau} = \sqrt{\frac{N_{at}}{\tau \cdot T_2}} = \sqrt{\frac{N_{at}}{T_2}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (7)$$

В простейшем случае, когда энергетическую систему атома можно считать двухуровневой (например, для частицы со значением момента $1/2$, для которого возможны всего два значения проекции на любое выделенное направление), поляризацию среды P можно определить как

$$P = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}, \quad (8)$$

где N_+ и N_- – количество атомов на верхнем и нижнем уровнях энергетической структуры. В отсутствие накачки рабочая среда не поляризована и $P=0$; в общем случае $|P| \leq 1$. Вклад в полезный сигнал дают только поляризованные атомы, и максимальный сигнал в системе определяется выражением

$$S = P \cdot \frac{N}{\tau} = P \cdot \frac{N_{at}}{T_2}. \quad (9)$$

Из (6), (7) и (9) получаем

$$\delta\omega = \frac{1}{Q} \cdot \sqrt{\Delta f} = \frac{1}{P} \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{at} \cdot T_2}} \cdot \sqrt{2\Delta f}, \quad (10)$$

где Q – так называемый фактор качества резонансной линии [20]

$$Q \equiv \left(\frac{S}{\sigma_{at}} \right) \cdot \frac{1}{\Gamma}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует, что чувствительность квантового дискриминатора можно оценить, измеряя отношение амплитуды сигнала к спектральной плотности шума и ширине линии.

При $\Delta f = 1$ Гц выражение (10) описывает стандартную спектральную плотность шума угловой скорости ω – обозначим ее $\sigma(\omega)|_{\text{Гц}}$. Для перехода к магнитометрической чувствительности δB в (10) следует подставить $\delta\omega = \gamma \cdot \delta B$.

Коэффициент σ_{ARW} [°/√час], характеризующий ARW гироскопа, численно равен спектральной плотности шума выходной частоты гироскопа, выраженной в [°/час], в полосе частот, соответствующей одному часу; σ_{ARW} соотносится с $\sigma(\omega)|_{\text{Гц}}$ следующим образом [19, 21]:

$$\sigma_{ARW} = \frac{3600 \cdot 360}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3600}} \cdot \sigma(\omega)|_{\text{Гц}} \approx 2430 \cdot \sigma(\omega)|_{\text{Гц}}. \quad (12)$$

Здесь первая дробь – коэффициент пересчета частоты из [рад/с] в [°/час], а вторая численно равна корню из полосы частот, соответствующей одному часу. Из (10) и (12) следует, что предельная гироскопическая чувствительность (ARW_{Min}) идеального ЯМГ равна

$$\sigma_{ARW \text{ Min}} \approx \frac{3440}{P \sqrt{N_{at} \cdot T_2}}. \quad (13)$$

Выражение (13) предполагает стопроцентную эффективность накачки и детектирования ЯМР, которая, к сожалению, не реализуется на практике. Далее будут рассмотрены принципиальные факторы, дополнительно ограничивающие чувствительность ЯМГ.

Факторы, ограничивающие предельную чувствительность ЯМГ

Распространим полученные результаты на две основные атомные подсистемы ЯМГ: 1) щелочные атомы, непосредственно взаимодействующие со светом накачки, и 2) ядерные парамагнетики.

Атомы, непосредственно взаимодействующие со светом накачки. Введем для электронных парамагнетиков (Me) понятия «темнового» (то есть измеренного в отсутствие оптической накачки) времени релаксации T_{02Me} и темновой скорости релаксации $\Gamma_{0Me} = 1/T_{02Me}$. Скорость оптической накачки, выраженную в количестве оптических переходов в секунду в пересчете на один атом, обозначим I . Взаимодействие со светом увеличивает скорость релаксации, что приводит к уширению линии магнитного резонанса

$$\Gamma_{Me} \equiv \frac{1}{T_{2Me}} = I + \Gamma_{0Me} = I + \frac{1}{T_{02Me}}. \quad (14)$$

Введем новый параметр – безразмерную интенсивность накачки I' , численно равную нормированному на темновую ширину резонанса Γ_0 световому уширению резонанса [22]

$$I' \equiv \frac{\Gamma_{Me} - \Gamma_{0Me}}{\Gamma_{0Me}} = \frac{I}{\Gamma_{0Me}} = I \cdot T_{0Me}. \quad (15)$$

Тогда

$$T_{2Me} = \frac{T_{02Me}}{I' + 1}. \quad (16)$$

В простейшем случае двухуровневой схемы и круговой поляризации света накачки, когда один из двух подуровней основного состояния взаимодействует со светом, степень поляризации щелочного металла равна

$$P_{Me} = \frac{I}{I + \Gamma_{0Me}} = \frac{I'}{I' + 1}. \quad (17)$$

С точностью до некоего поправочного коэффициента это выражение можно считать применимым и к многоуровневым системам. Введем:

1) коэффициент эффективности оптической накачки $k_{op} \leq 1$, равный отношению интенсивности накачки в идеальной схеме к интенсивности в реальной схеме и учитывающий отличие системы от двухуровневой, отличие поляризации накачки от круговой, неполное перекрытие спектральных контуров накачки и поглощения и т.д.;

2) коэффициент эффективности детектирования $k_{det} \leq 1$, учитывающий неполный сбор прошедшего сквозь ячейку света и отличие квантового выхода фотодетектора от единицы.

Теперь выражения (7) и (9) с учетом (16) и (17) можно переписать:

$$\sigma_{ph} = \sqrt{\frac{k_{det}}{k_{op}}} \cdot \sqrt{I' + 1} \cdot \sqrt{\frac{n_{Me} \cdot V}{T_{02Me}}} \cdot \sqrt{2\Delta f}, \quad (18)$$

$$S = k_{det} \cdot \frac{I'}{I' + 1} \cdot \frac{n_{Me} \cdot V}{T_{2Me}} = k_{det} \cdot I' \cdot \frac{n_{Me} \cdot V}{T_{02Me}}. \quad (19)$$

Смена индекса в обозначении амплитуды шума связана с тем, что выражение (18) учитывает, кроме атомного проекционного шума, фотонный дробовый шум, который в схемах с оптической накачкой, как правило, преобладает над атомным. Подставляя (18) и (19) в (10), получаем

$$\delta B_{Me} = \frac{1}{\gamma_{Me} \cdot \sqrt{k_{op} \cdot k_{det}}} \cdot \frac{(I' + 1)^{\frac{3}{2}}}{I'} \cdot \frac{1}{\sqrt{n_{Me} \cdot V \cdot T_{02Me}}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (20)$$

Согласно (20), чувствительность δB_{Me} имеет оптимум при $I' = 2$ и $P = 2/3$, то есть при трехкратном световом уширении резонансной линии $\Gamma_{Me} = 3\Gamma_{0Me}$. Для

магнитометра на щелочных атомах в случае ламповой накачки и единого луча, направленного под углом 45° к направлению вектора магнитного поля и осуществляющего одновременно функции накачки и детектирования (именно по такой схеме были построены первые ЯМГ [23]), реалистичная оценка эффективности приведена в [24]: $\sqrt{(k_{op} \cdot k_{det})} \approx 0,025$. При продольной лазерной накачке и поперечном лазерном детектировании [7] можно получить $\sqrt{(k_{op} \cdot k_{det})} \approx 0,1$ и выше.

Приведем формулы для расчета мощности, необходимой для накачки. Поглощение света в оптически плотной среде описывается законом Бугера

$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = e^{-k_v L}, \quad (21)$$

где k_v – коэффициент поглощения в ячейке, L – длина ячейки. Все выкладки в этом и следующих разделах справедливы для случая, когда $k_v \cdot L \leq 1$, и пространственное распределение оптической накачки может быть в первом приближении получено осреднением по длине ячейки.

При давлениях смеси газов в рабочей ячейке, превышающих 20 торр, ширина оптической линии определяется столкновениями с этими газами; значения констант уширений оптической линии Cs столкновениями с N_2 и Xe приведены в [25]: $K_{Cs-N_2} = 15,66$ МГц/торр, $K_{Cs-Xe} = 19,74$ МГц/торр. Порождаемое столкновением уширение – однородное, и в случае его преобладания атомы могут быть эффективно накачаны монохроматическим светом лазера. Численная оценка коэффициента поглощения дается выражением

$$k_v = k_0 \cdot \frac{n_{Me}}{\Delta_{Me}}, \quad (22)$$

где Δ_{Me} – ширина оптической линии щелочного металла (FWHM), k_0 – коэффициент (для цезия $k_0 \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$ Гц·см²).

Согласно (17), оптическая накачка создает поляризацию среды P_{Me} и уменьшает количество атомов, взаимодействующих со светом; это, в свою очередь, уменьшает оптическую плотность ячейки

$$k_v^* = k_v \cdot (1 - P_{Me}) = \frac{k_v}{I' + 1}. \quad (23)$$

С учетом оптической накачки, интенсивности света накачки на входе ячейки и на выходе из нее равны соответственно

$$I'_{in} = k_v \cdot L \cdot \frac{I'}{(I' + 1)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{k_v \cdot L}{I' + 1}}}, \quad (24)$$

$$I'_{out} = I'_{in} \cdot e^{-\frac{k_v \cdot L}{I' + 1}}. \quad (25)$$

Величину экспоненты в (24), (25) легко оценить, подставив оптимальные значения $k_n \cdot L = 0,5$ и $I' = 2$.

Атомы металла в ячейке поглощают фотоны со средней скоростью $\Gamma - \Gamma_0 = I' / T_{02}$. Если обозначить поток фотонов, соответствующий мощности 1 Вт, как F_{ph} (для D₁ линии Cs $\lambda = 894$ нм и $F_{ph} = 4,5 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$), то поглощенная в ячейке мощность равна

$$P_{cell} = \frac{I' \cdot n_{Me} \cdot V_{cell}}{F_{ph} \cdot T_{02Me}}. \quad (26)$$

И, согласно (22) и (24), полная интенсивность света на входном окне ячейки

$$P_{pump} = \frac{n_{Me} \cdot V_{cell}}{F_{ph} \cdot T_{02Me}} \cdot \frac{I'}{1 - e^{-\frac{k_0 \cdot n_{Me} \cdot L}{\Delta_{Me} \cdot (I' + 1)}}}. \quad (27)$$

Из (25) следует, что для уменьшения неоднородности накачки по длине ячейки можно увеличивать интенсивность накачки. Однако превышение интенсивности накачки над оптимумом приведет к падению чувствительности с интенсивностью накачки, а также к увеличению сдвигов. Второй путь уменьшения оптической плотности – это увеличение давления буферного газа. В двухлучевой схеме ЯМГ степень поглощения детектирующего луча может регулироваться изменением отстройки частоты детектирующего лазера от центра резонансной оптической линии.

Атомы (ядра), накачиваемые посредством спин-обмена. Достижимая в процессе спин-обмена степень поляризации ядер Хе зависит от степени поляризации Cs (Rb). В первом приближении эту зависимость можно считать линейной

$$P_{iXe} = \alpha_i \cdot P_{Me}. \quad (28)$$

Здесь α – эффективность передачи поляризации (коэффициент, зависящий от параметров газовой смеси). Ниже мы уточним определение α .

Согласно (17),

$$P_{iXe} = \frac{\alpha_i \cdot I}{I + \Gamma_{0Me}} = \frac{\alpha_i \cdot I'}{I' + 1} \quad (29)$$

и

$$\delta\omega_{iXe} = \frac{I' + 1}{\alpha_i \cdot I'} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta f}{N_{at} \cdot T_{iXe}}}. \quad (30)$$

Заметим, что это выражение, в отличие от (20), не имеет оптимума по скорости оптической накачки, поскольку здесь отсутствует световое уширение. Однако при $I' > 2$ происходит быстрое насыщение величины $\delta\omega_{Xe}$.

Времена релаксации щелочных атомов и ксенона. В отсутствие прочих механизмов релаксации соотношение времен релаксации Cs/Rb и Хе в первую очередь определяется столкновениями $Me \leftrightarrow Xe$, а следовательно – соотноше-

нием их концентраций. Каждый акт спин-обменного взаимодействия $Me \leftrightarrow Xe$ разрушает спиновое состояние *обоих* веществ, а потому время релаксации каждого вещества (для металла – «темновое» время релаксации) оказывается обратно пропорционально концентрации «партнера»:

$$\frac{n_{Me}}{T_{02Me}} = \frac{n_{iXe}}{T_{2iXe}}. \quad (31)$$

является формулой химического равновесия, которая справедлива для случая, когда времена релаксации определяются временами образования квазимолекулы $Me+Xe$. При наличии третьего вещества, роль которого может играть тот же ксенон или азот N_2 , существенную роль играет механизм спин-обмена и релаксации, связанный с тройными соударениями $Me \leftrightarrow Xe \leftrightarrow N_2$ (соответствующую скорость релаксации обозначим Γ_{MeXeN_2}). Тройные соударения резко повышают вероятность спин-обмена, но значительная часть из них оказывается деструктивна: третье тело (молекула азота) уносит суммарный момент $Me+Xe$, ограничивая тем самым эффективность спин-обменной накачки. Согласно [26, 27], формула (31) верна и для бинарных, и для тройных соударений.

Выражения, описывающие рандомизацию электронного спина при бинарных и тройных столкновениях (скорости релаксации $\Gamma_{MeXe}, \Gamma_{MeXeXe}, \Gamma_{MeXeN_2}$), приведены в [28, 29]. Релаксация при столкновениях $Me \leftrightarrow Me$ описывается выражением

$$\Gamma_{MeMe} = \sigma_{MeMe} \cdot n_{Me} \cdot \overline{v_{rel}}, \quad (32)$$

где σ_{MeMe} – сечение столкновений (для Cs $\sigma_{MeMe} = 1 \div 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$), а v_{rel} – средняя относительная скорость атомов. Время релаксации Me на стенках ячейки определяется ее линейным размером L и коэффициентом диффузии D

$$\Gamma_{MeWall} = k_{Sh} \frac{D}{L^2}, \quad (33)$$

где k_{Sh} – коэффициент, зависящий от формы ячейки (для сферической ячейки $k_{Sh} \sim 1$). Окончательно для скорости релаксации Me получаем

$$\Gamma_{02Me} = \Gamma_{MeWall} + \Gamma_{MeMe} + \Gamma_{MeXe} + \Gamma_{MeXeN_2} + \Gamma_{MeXeXe}. \quad (34)$$

При давлениях Xe , больших чем 1 торр, скорость релаксации Me на стенках ячейки пренебрежимо мала по сравнению со скоростью релаксации, вызванной столкновением.

Скорость спин-обменной накачки ксенона. В [28] приведена формула для релаксации Xe при бинарных соударениях (время T_{XeMe}). В [30] приведены скорости диполь-дипольной объемной релаксации при столкновениях $Xe-Xe$. Для Xe релаксация на стенках может превалировать над столкновительной релаксацией. Если предположить, что ядерный спин Xe разрушается после определенного числа N_{wall} столкновений со стенками, то

$$\Gamma_{XeWall} \cong \frac{D}{(N_{wall} \cdot L)^2}. \quad (35)$$

Величина N_{wall} может быть существенно разной для ^{129}Xe и ^{131}Xe в силу наличия у последнего квадрупольного момента, взаимодействующего с градиентом электрического поля в пристеночных областях; кроме того, N_{wall} сильно зависит от температуры – при низких температурах атом проводит на стенке больше времени и сильнее с ней взаимодействует. Окончательно для скорости релаксации Хе получаем

$$\Gamma_{Xe} = \Gamma_{XeWall} + \Gamma_{XeMe} + \Gamma_{XeXe} + \Gamma_{XeMeN2} + \Gamma_{XeMeXe}. \quad (36)$$

Введенный в (28) коэффициент α можно выразить через скорости релаксации

$$\alpha_i = \frac{P_{Xe}}{P_{Me}} \approx \frac{k_{SE3coll} \cdot [\Gamma_{XeMeXe} + \Gamma_{XeMeN2}] + \Gamma_{XeBin}}{\Gamma_{XeMeXe} + \Gamma_{XeMeN2} + \Gamma_{XeBin} + \Gamma_{iXe_others}}. \quad (37)$$

Здесь и далее индекс i относится к изотопам ^{129}Xe и ^{131}Xe , Γ_{iXe_others} есть сумма скоростей всех релаксационных процессов, рассмотренных выше и явно не вошедших в (37). Коэффициент $k_{SE3coll}$ – это эффективность спин-обменной накачки при тройных соударениях: согласно [28], только малая часть ($k_{SE3coll} \sim 1/10$) электронного спина передается ядрам Хе. Таким образом, количество ориентируемых тройными столкновениями ядер Хе не может превышать 10% от их общего числа; в то же время, используя только бинарные соударения, можно достичь $\alpha \approx 1$. Однако такой режим реализуется только при крайне высоких давлениях Хе и интенсивностях оптической накачки.

Детектирование ядерной намагниченности Хе магнитометром на Cs|Rb. С учетом коэффициента усиления k^{magn} эффективного магнитного поля [11], создаваемого ядрами Хе, регистрируемое атомами Cs|Rb эффективное поле B_{Xe}^* составит

$$B_{iXe}^* = k_{iB} \cdot n_{iXe} \cdot P_{iXe}, \quad (38)$$

где

$$k_{iB} = k_{magn} \frac{2}{3} \mu_0 \cdot g_{iXe} \cdot I_{iXe} \cdot \mu_N, \quad (39)$$

μ_0 – магнитная постоянная, g_{iXe} – факторы Ланде (g-факторы) изотопов ксенона, I_{iXe} – ядерные моменты изотопов ксенона, μ_N – ядерный магнетон Бора (заметьте, что поле, созданное атомами металла, при регистрации ядрами Хе также усиливается в k_{magn} раз). Вычислим чувствительность схемы, состоящей из трех подсистем. Первые две – ксеноновые датчики вращения, максимальный (то есть соответствующий стопроцентной поляризации ядер ксенона) сигнал которых определяется полным количеством атомов и временем их релаксации (9)

$$S_{iXeMax} = \frac{n_{iXe} \cdot V}{T_{iXe}}, \quad (40)$$

а реальные амплитуды сигнала и шума соответственно равны:

$$S_{iXe} = P_{iXe} \cdot S_{iXeMax}, \quad (41)$$

$$\sigma_{Xe} = \sqrt{\sum_i S_{iXeMax}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (42)$$

Теперь нужно понять, как сигнал и шум будут преобразованы третьей подсистемой – магнитометром на атомах щелочного металла. Максимальный (то есть соответствующий стопроцентной поляризации атомов Me и $k_{det} = 1$) сигнал магнитометра на щелочных атомах с учетом (16) определяется выражением

$$S_{MeMax} = \frac{n_{Me} \cdot V}{T_{2Me}} = (I' + 1) \cdot \frac{n_{Me} \cdot V}{T_{02Me}}. \quad (43)$$

Входным сигналом магнитометра является магнитное поле, созданное ядрами Xe (38). Среднеквадратичную амплитуду шума *поляризации* Xe для каждого изотопа можно получить, разделив амплитуду атомного шума на число атомов:

$$\sigma_{PiXe} = \frac{\sqrt{S_{iXeMax}}}{n_{iXe} \cdot V} \cdot \sqrt{2\Delta f} = \sqrt{\frac{1}{n_{iXe} \cdot V \cdot T_{iXe}}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (44)$$

Среднеквадратичная амплитуда шума магнитного поля, создаваемого ядрами iXe , на входе магнитометра

$$\sigma_{BiXe} = k_{iB} \cdot n_{iXe} \cdot \sigma_{PiXe} = k_{iB} \cdot \sqrt{\frac{n_{iXe}}{V \cdot T_{iXe}}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (45)$$

Магнитометр на щелочных атомах должен быть построен по такой схеме, чтобы поперечные магнитные поля, созданные изотопами Xe, с максимальной эффективностью преобразовались в P_{ixMe} – поперечную компоненту поляризации Me, и далее – в сигнал. Коэффициент преобразования обозначим k_{trans} :

$$P_{ixMe} = k_{trans} \cdot P_{Me} \cdot B_{iXe}^*. \quad (46)$$

Максимальную величину k_{trans} можно получить в схеме, предложенной в [31]. Добавим к постоянному полю B_0 , направленному вдоль оси z , переменное поле B_{AC} , также направленное вдоль оси z и осциллирующее с частотой ω , близкой к ларморовской частоте Me $\omega_{LMe} = \gamma_{Me} \cdot B_0$. Поперечная по отношению к оси квантования компонента такого поля (обозначим ее B_I) равна нулю. При появлении поперечного поля $B_{xXe} \ll B_0$, созданного ядрами Xe, суммарное поле в ячейке отклоняется от z на угол $\varphi = \arctg(B_{xXe}/B_0)$ и вместе с ним отклоняется ось симметрии системы. В новой (ориентированной по суммарному постоянному полю) системе координат $x'yz'$ появляется ненулевое поперечное переменное поле $B_I = B_{AC} \cdot \sin(\varphi)$, действие которого эквивалентно действию резонансного радиочастотного поля (так называемого «радиополя») в классической схеме квантового магнитометра [22].

В схеме, предложенной в [31] и предполагающей регистрацию сигнала на

частоте прецессии Cs|Rb (или ее второй гармонике) с использованием продольного переменного резонансного поля B_{AC} , коэффициент преобразования в первом приближении пропорционален времени релаксации щелочного металла

$$k_{trans} \approx \gamma_{Me} \cdot T_{2Me} \cdot \frac{B_{AC}}{B_0}. \quad (47)$$

Для дальнейших оценок можно принять $B_{AC} = B_0$; более точное рассмотрение приведено в [31]. Полезный сигнал и собственный шум магнитометра определяются выражениями:

$$S_{Me-iXe} = k_{det} \cdot P_{ixMe} \cdot S_{MeMax} \quad (48)$$

и

$$\sigma_{Me} = \sqrt{\frac{k_{det}}{k_{op}}} \cdot \sqrt{S_{MeMax}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (49)$$

Шум магнитного поля, созданного изотопами ксенона (σ_{BiXe}), в соответствии с (46) преобразуется магнитометром в шум поперечной поляризации щелочного металла

$$\sigma_{PiXe} = k_{trans} \cdot P_{Me} \cdot \sigma_{BiXe}. \quad (50)$$

И в соответствии с (48) – в шум выходного сигнала магнитометра

$$\sigma_{Me-iXe} = k_{det} \cdot k_{trans} \cdot P_{Me} \cdot \sigma_{BiXe} \cdot S_{MeMax}. \quad (51)$$

Подставляем (18), (29), (38), (43), (45), (46), (47) в (48) и (51):

$$S_{Me-iXe} = k_{det} \cdot k_{iB} \cdot \gamma_{Me} \cdot n_{Me} \cdot \frac{I'}{I'+1} \cdot V \cdot \alpha_i \cdot \frac{I'}{I'+1} \cdot n_{iXe}, \quad (52)$$

$$\sigma_{Me-iXe} = k_{det} \cdot k_{iB} \cdot \gamma_{Me} \cdot n_{Me} \cdot \frac{I'}{I'+1} \cdot \sqrt{\frac{n_{iXe} \cdot V}{T_{iXe}}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (53)$$

Полная амплитуда шума равна

$$\sigma_{Sum} = \sqrt{\sigma_{Ph}^2 + \sum_i \sigma_{Me-iXe}^2}. \quad (54)$$

В силу малости коэффициента k_{iB} на практике реализуется ситуация, когда дробовый шум света преобладает над шумами Xe, преобразованными магнитометром $\sigma_{ph} \gg \sigma_{Me-iXe}$.

Это позволяет существенно упростить оценку чувствительности ЯМГ по формуле (10)

$$\delta\omega_{Me-iXe} \approx \frac{\sigma_{ph}}{S_{Me-iXe} \cdot T_{iXe}} \cdot \sqrt{\Delta f}. \quad (55)$$

К сожалению, этот же фактор дополнительно ограничивает чувствительность ЯМГ: несмотря на то что высокие отношения «сигнал/шум» реализуются

и в щелочном, и в двух ксеноновых подсистемах, входящее в (55) отношение «сигнал/шум» всей системы оказывается существенно ниже (рис. 2). Подставляя (18) и (52) в (55), получаем

$$\delta\omega_{Me-iXe} \approx \frac{1}{k_{det} \cdot \gamma_{Me} \cdot \sqrt{V}} \cdot \frac{(I' + 1)^{\frac{5}{2}}}{I'^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{n_{Me} \cdot T_{02Me}}} \cdot \frac{1}{k_{iB} \cdot \alpha_i \cdot n_{iXe} \cdot T_{iXe}} \cdot \sqrt{2\Delta f}. \quad (56)$$

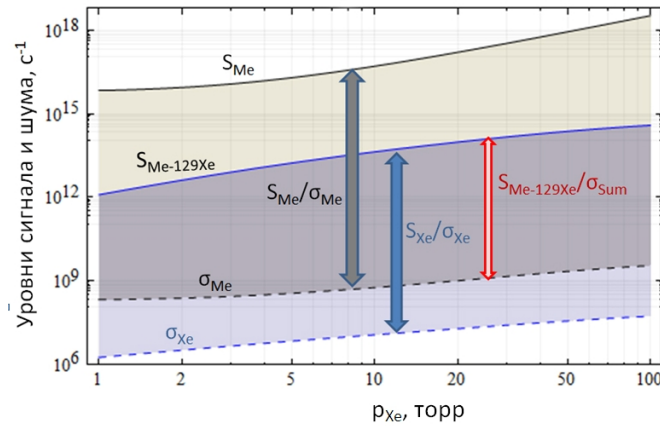


Рис. 2. Уровни сигнала и шума в двух основных подсистемах ЯМГ – в магнитометре на щелочных атомах и в датчике вращения на ядрах ксенона, пересчитанные в общий масштаб сигналов магнитометра (пример оценочного расчета зависимости от давления Xe)

Таким образом, нам удалось факторизовать оценочное выражение для чувствительности ЯМГ: первый множитель в (56) описывает общие параметры системы, второй – оптическую накачку, третий – параметры щелочных атомов, четвертый – параметры ксенона.

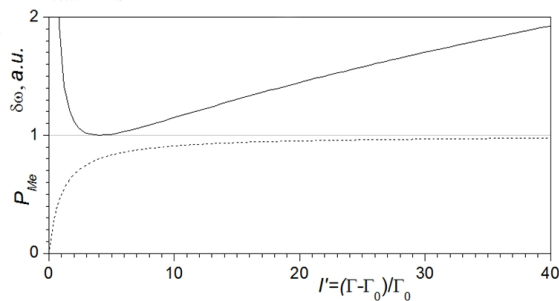


Рис. 3. Зависимость поляризации щелочного металла P_{Me} (пунктир) и нормированной предельной чувствительности $\delta\omega$ (сплошная линия) от безразмерной интенсивности накачки I' , численно равной отношению световому уширению линии магнитного резонанса щелочного металла

Как и ожидалось, $\delta\omega$ обратно пропорциональна корню из объема и имеет оптимум по интенсивности накачки (рис. 3); заметим, что оптимум по I' , в отличие от (20), реализуется при $I' = 4$. Чувствительность также зависит от произведений концентраций металла и изотопов ксенона на их времена релаксации. К сожалению, эти параметры не являются независимыми: из (31), (32) следует, что увеличение концентрации каждого из этих веществ влечет за собой уменьшение

времени релаксации остальных, а в случае щелочного металла – и его собственного времени релаксации. Также следует помнить о том, что увеличение концентрации металла и объема ячейки приводит к росту оптической плотности ячейки.

Предельная чувствительность балансной схемы на двух изотопах Хе

В схеме ЯМГ одновременно генерируются два сигнала:

$$\begin{aligned}\omega_{129Xe} &= |\gamma_{129Xe}| \cdot B - \Omega, \\ \omega_{131Xe} &= \gamma_{131Xe} \cdot B + \Omega\end{aligned}\quad (57)$$

(Ω – угловая скорость вращения системы). Для определения и стабилизации магнитного поля измеряется сумма частот этих сигналов

$$B = \frac{\omega_{129Xe} + \omega_{131Xe}}{|\gamma_{129Xe}| + \gamma_{131Xe}}. \quad (58)$$

Не зависящий от магнитного поля, а следовательно, и от динамики системы стабилизации этого поля, выходной сигнал датчика вращения может быть получен преобразованием

$$\Omega = a_{129} \cdot \omega_{131Xe} - a_{131} \cdot \omega_{129Xe}, \quad (59)$$

где a_{129} , a_{131} – константы:

$$\begin{aligned}a_{129} &= \frac{\gamma_{129Xe}}{|\gamma_{129Xe}| + \gamma_{131Xe}} \approx 0,7713, \\ a_{131} &= \frac{|\gamma_{131Xe}|}{|\gamma_{129Xe}| + \gamma_{131Xe}} \approx 0,2287.\end{aligned}\quad (60)$$

Шумы в каналах двух изотопов Хе в случае их полной некоррелированности (что всегда справедливо для атомного проекционного шума) дают квадратичный вклад в результирующую чувствительность ЯМГ $\delta\Omega$

$$\delta\Omega = \sqrt{(a_{131} \cdot \delta\omega_{129Xe})^2 + (a_{129} \cdot \delta\omega_{131Xe})^2}. \quad (61)$$

Поставив условие равенства погрешностей, вносимых обоими изотопами, получаем требования к шумам $\delta\omega_{iXe}$ в каждом канале

$$\begin{aligned}\delta\omega_{129Xe} &= \frac{\delta\Omega}{\sqrt{2} \cdot a_{131}} \approx 3,1 \cdot \delta\Omega, \\ \delta\omega_{131Xe} &= \frac{\delta\Omega}{\sqrt{2} \cdot a_{129}} \approx 0,92 \cdot \delta\Omega.\end{aligned}\quad (62)$$

Таким образом, наиболее жесткие требования предъявляются к измерителю вращения на изотопе ^{131}Xe , тогда как шумы в канале ^{129}Xe могут в три раза превышать уровень требуемых шумов ЯМГ. Из (39) и (56) следует, что равенство вкладов двух изотопов обеспечивается при следующем соотношении их концентраций:

$$\frac{n_{131Xe}}{n_{129Xe}} = \kappa \frac{\alpha_{129Xe} \cdot T_{129Xe}}{\alpha_{131Xe} \cdot T_{131Xe}}, \quad (63)$$

где

$$\kappa = \frac{\gamma_{129} \cdot g_{129Xe} \cdot I_{129Xe}}{\gamma_{131} \cdot g_{131Xe} \cdot I_{131Xe}} = 3,788. \quad (64)$$

С учетом того, что скорость спин-обменной накачки ^{129}Xe превышает скорость спин-обменной накачки ^{131}Xe [28], при равенстве времен релаксации изотопов концентрация ^{131}Xe должна превышать концентрацию ^{129}Xe в четыре раза и более.

Факторы, определяющие дрейфы ЯМГ

Пусть случайная составляющая погрешности ЯМГ (чувствительность, или ARW) характеризуется среднеквадратическим отклонением (СКО) σ_{ARW} [°/час], а систематическая составляющая (дрейф, или нестабильность смещения нуля) – СКО σ_{DRIFT} [°/час].

При измерении за конкретное время t [час] можно ввести также СКО σ_{ARW}^t , характеризующее вклад случайной составляющей в погрешность измерения угловой скорости и измеряющееся в °/час

$$\sigma_{ARW}^t = \frac{\sigma_{ARW}}{\sqrt{t}}. \quad (65)$$

Тогда суммарную погрешность при измерении угловой скорости за время t можно оценить как

$$\sigma_{NMG}^t = \sqrt{(\sigma_{ARW}^t)^2 + (\sigma_{DRIFT})^2} = \sqrt{\frac{(\sigma_{ARW})^2}{t} + (\sigma_{DRIFT})^2}. \quad (66)$$

Из (66) следует, что относительный вклад случайной составляющей в суммарную погрешность может быть уменьшен при увеличении времени измерения. Это позволяет для времени осреднения t_a , определяемого спецификой решаемой задачи (временем оценивания дрейфа, временем автономной работы устройства), определить соотношение обеих составляющих, которое обеспечит преобладание вклада дрейфа над вкладом шума.

В табл. 1 в качестве примера приведены значения отношений $\sigma_{DRIFT} / \sigma_{ARW}$, необходимые для выполнения соотношения $\sigma_{DRIFT} / \sigma_{ARW} \sigma_{ARW}^t / \sigma_{DRIFT} = 1/10$ при трех значениях t_a (0,1 час, 1 час, 24 часа).

Таблица 1

t_a	0,1 час	1 час	24 часа
$\frac{\sigma_{ARW}}{\sigma_{DRIFT}}$	1/30	1/10	1/2

Из материала предыдущих разделов следует, что оптимизация чувствительности (ARW) требует достижения определенных значений параметров датчика – а именно интенсивности накачки и детектирования, концентрации паров щелочного металла и т.д. Как будет показано далее, все эти параметры также влияют и на дрейфы ЯМГ, причем зачастую уменьшение ARW сопровождается увеличением уровня дрейфов, поэтому оптимизация ЯМГ должна производиться одновременно по критериям минимизации вкладов шумовой и систематической составляющих с учетом характерного для решаемой задачи времени осреднения.

Сами по себе чувствительные элементы ЯМГ – ядерные спины – не подвержены старению и вообще каким-либо изменениям, не связанным с их окружением; сдвиги $\Delta\Omega$ показаний ЯМГ обусловлены вариациями параметров устройства x_j :

$$\Delta\Omega = \sum_j \frac{\partial\Omega}{\partial x_j} \Delta x_j + \sum_{jk} \frac{\partial^2\Omega}{\partial x_j \partial x_k} \Delta x_j \Delta x_k + \dots \quad (67)$$

Таким образом, дрейфы, в отличие от чувствительности, определяются не только принципиальными, но и техническими факторами – к принципиальным относятся параметрические зависимости, то есть частные производные $\partial\Omega / \Delta x_j$, а к техническим – вариации параметров Δx_j . Среди последних, к сожалению, есть практически неконтролируемые – такие как распределение щелочного металла по стенкам ячейки. Однако основные дрейфы обусловлены вариациями в принципе измеримых параметров дискриминатора, таких как температура рабочей ячейки, магнитное поле в экране, мощность и спектральный состав излучения накачки и детектирования, а также фазовые сдвиги в петлях самогенерации резонансных радиополей $i\text{Xe}$.

Согласно (20), уровень чувствительности, принципиально достижимый в ЯМГ, может быть увеличен посредством увеличения числа атомов (то есть произведения их концентрации на объем ячейки) и пропорционального увеличения мощности излучения накачки и детектирования. Однако пропорционально размеру ячейки возрастает неоднородность магнитного поля и температуры в ее объеме, а пропорционально мощности излучения – вариации, вызванные световыми сдвигами. Соответственно, задача минимизации дрейфов сводится к исследованию параметрических зависимостей и минимизации вариаций параметров схемы при одновременной оптимизации чувствительности.

Далее будут вкратце рассмотрены основные причины дрейфов ЯМГ; чтобы как можно меньше ограничивать общность рассмотрения параметрами конкретной схемы, величины Δx_j , где это возможно, будут выражены в относительных единицах (*ppm* – parts per million).

Температура рабочей ячейки. Как показано в [32], созданное щелочным металлом магнитное поле является источником не только уширения резонансных линий изотопов ксенона, но и их относительных сдвигов. В частности, было установлено, что результаты измерения индукции магнитного поля методами ЯМР в изотопах ^{129}Xe и ^{131}Xe не вполне совпадают, если в полное магнитное поле дают вклад ориентированные атомы щелочного металла, находящиеся в одном объеме с атомами Xe. А поскольку эффективное (то есть усиленное в k^{magn} раз) магнитное поле B_{Me}^* , созданное щелочными атомами, пропорционально их кон-

центрации n_{Me} , которая, в свою очередь, экспоненциально зависит от температуры, появляется очень сильная зависимость сдвига от температуры, оценка сверху для которой для сверхкомпактной модели гироскопа приведена в [33]: $\partial\Omega/\partial T \approx 1$ °/час/мК. В [10] приведена существенно более мягкая оценка для ЯМГ с двумя изотопами Хе ($\partial\Omega/\partial T \approx 0,009$ °/час/мК) и отмечено, что подбором фазы в петлях самогенерации Хе эта величина дополнительно может быть снижена на два порядка за счет выравнивания величин сдвигов двух изотопов.

Проверим эту оценку: при концентрации металла $n_{Me} = 3 \cdot 10^{12}$ см⁻³ и степени его поляризации $P_{Me} = 0,5$ величина $B_{Me}^* \approx 3,2$ нТл; соответствующий сдвиг резонансной частоты $^{129}\text{Хе}$ ($\gamma/2\pi = 1,186 \cdot 10^7$ Гц/Тл) составит 0,04 Гц, или $5 \cdot 10^4$ °/час. Поскольку дисбаланс схемы, то есть отличие от единицы отношения значений поля B_{Me}^* , измеренных изотопами Хе, составляет $1,7 \cdot 10^{-3}$ [32], полный сдвиг в балансной схеме оценивается величиной $\Delta\Omega_B \approx 80$ °/час. Согласно [34], $(dn_{Me}/dT)/n_{Me} \approx 0,085$ К⁻¹ и, соответственно, $\partial\Omega/\partial T \approx 0,007$ °/час/мК – то есть наша оценка практически совпала с оценкой [10].

В любом случае стабилизация температуры на уровне $10^{-3} \div 10^{-4}$ К представляется невыполнимой технической задачей, тем более что ее конечной целью является стабилизация концентрации атомных паров, которая, в свою очередь, определяется не средней температурой ячейки, а температурой ее наиболее холодной области, в которой происходит конденсация паров металла. Для стабилизации концентрации паров и предотвращения неконтролируемого перемещения жидкого металла по ячейке в ней должен быть создан постоянный градиент температуры, что, в свою очередь, противоречит требованию к однородности условий в объеме ячейки. Следует также упомянуть слабо исследованные физико-химические процессы, приводящие к дрейфу параметров резонанса в ячейке, особенно сильному в первые несколько суток после ее изготовления.

Возможное решение проблемы стабилизации концентрации паров – непосредственный контроль плотности паров металла по поглощению излучения накачки или детектированию в рабочей ячейке. Однако в этом варианте возникают дополнительные требования к уровню стабильности параметров используемого излучения.

Параметры излучения накачки. Величина поля B_{Me}^* также пропорциональна степени поляризации P_{Me} щелочного металла, которая зависит от параметров излучения накачки: от интенсивности (17), отстройки частоты относительно центра линии поглощения и поляризации. Исходя из приведенного выше значения полного сдвига $\Delta\Omega_B$, получаем производные:

- по мощности накачки P_{pump} : $\partial\Omega/\partial P_{pump} \approx 2,5 \cdot 10^{-5}$ °/час/ppm (здесь, согласно (17), учтено значение $dP_{Me}/dI \approx 0,1$ в окрестности оптимума);
- по частоте лазера накачки f_{pump} : $\partial\Omega/\partial f_{pump} \approx 0,5$ °/час/МГц;
- по степени эллиптичности поляризации лазера накачки El_{pump} : $\partial\Omega/\partial El_{pump} \approx 2,5 \cdot 10^{-4}$ °/час/ppm.

Параметры детектирующего излучения. Учет тензорного сдвига зеемановских уровней Cs светом с линейной поляризацией при отстройке на две ширины оптической линии Cs приводит к значению производной сдвига:

- по мощности детектирования $\partial\Omega/\partial P_{det} \approx 6 \cdot 10^{-3}$ °/час/ppm;
- по частоте детектирования $\partial\Omega/\partial f_{det} \approx 3$ °/час/МГц.

Форма ячейки. Отличие формы ячейки от кубической приводит к квадрупольному расщеплению и сдвигу резонансной линии ^{131}Xe : при отличии внутренних размеров на 5% квадрупольное расщепление составляет примерно $2,4 \cdot 10^{-3}$ Гц. В первом порядке расщепление происходит симметрично, без смещения центра резонансной линии, и сдвиг может быть вызван асимметрией ячейки – при условии, что ось симметрии ячейки отклоняется от направления магнитного поля. В этом случае расщепление линии происходит асимметрично, со смещением среднего значения частоты трех переходов, составляющих линию ^{131}Xe . Величина этого сдвига зависит от температуры. Температурный коэффициент относительно невелик, для ячейки размером 5 мм он не превышает $\partial\Omega/\partial T \approx 0,13$ °/час/К. Вводя безразмерный параметр асимметрии ячейки $C \leq 1$, равный отношению наибольшей разности длин ее ребер к наибольшей длине ребра, получаем $\partial\Omega/\partial C \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$ °/час/ppm. Физически вариации асимметрии ячейки могут быть обусловлены перераспределением жидкого щелочного металла по внутренней поверхности ячейки.

Магнитное поле в ячейке. При использовании одного изотопа ^{129}Xe производная $\partial\Omega/\partial B_0$ составила бы $1,5 \cdot 10^4$ °/час/нТл. Применение балансной схемы с двумя изотопами Хе способно снизить эту величину примерно на четыре порядка – до $\partial\Omega/\partial B_0 \approx 2$ °/час/нТл.

Фазовая задержка в петлях самогенерации. Точность привязки частот в петлях самогенерации радиополей изотопов Хе определяется точностью задания фазовой задержки $\varphi = 90^\circ$ в этих петлях. Сдвиг частоты $\delta\nu$, вызванный ошибкой задания φ , составляет $\delta\nu \approx (4/\pi) \cdot \delta\varphi \cdot \Gamma_{\text{Хе}}$, где $\Gamma_{\text{Хе}} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ Гц. Таким образом, $\partial\Omega/\partial\varphi \approx 0,03$ °/час/мкрад.

В табл. 2 приведены значения вариаций параметров, которые не должны быть превышены для достижения стабильности на уровне 10^{-2} °/час:

Т а б л и ц а 2

№	Параметр	Обозначение	Вариация
1	Температура	T	1,4 мК
2	Мощность излучения накачки	P_{pump}	400 ppm
3	Частота излучения накачки	f_{pump}	0,02 МГц
4	Степень эллиптичности излучения накачки	El_{pump}	40 ppm
5	Мощность детектирующего излучения	P_{det}	1,7 ppm
6	Частота детектирующего излучения	f_{det}	0,003 МГц
7	Асимметрия формы ячейки	C	6,7 ppm
8	Магнитное поле в ячейке	B_0	5 нТл
9	Фазовая задержка в петлях самогенерации	φ	0,3 мкрад

Численный расчет параметров ЯМГ

По приведенным выше выражениям были проведены оценочные расчеты как для цезия, так и для рубидия. На рис. 4 и 5 приведено графическое представление алгоритма расчета: перечислены основные параметры ЯМГ, рассматриваемые в качестве исходных (входных), и параметры, определяемые в процессе вычислений. Результатом первой части расчета (рис. 4) являются зависимости поляризации и скоростей релаксации Me и Хе от входных параметров.

Результатом второй части расчета (рис. 5) является зависимость чувствительности (ARW) ЯМГ от входных параметров.



Рис. 4. Алгоритм расчета (часть I).

Вычисление зависимостей поляризаций и скоростей релаксации Me и Хе от входных параметров: размера и температуры ячейки, давлений рабочих газов, интенсивности оптической накачки

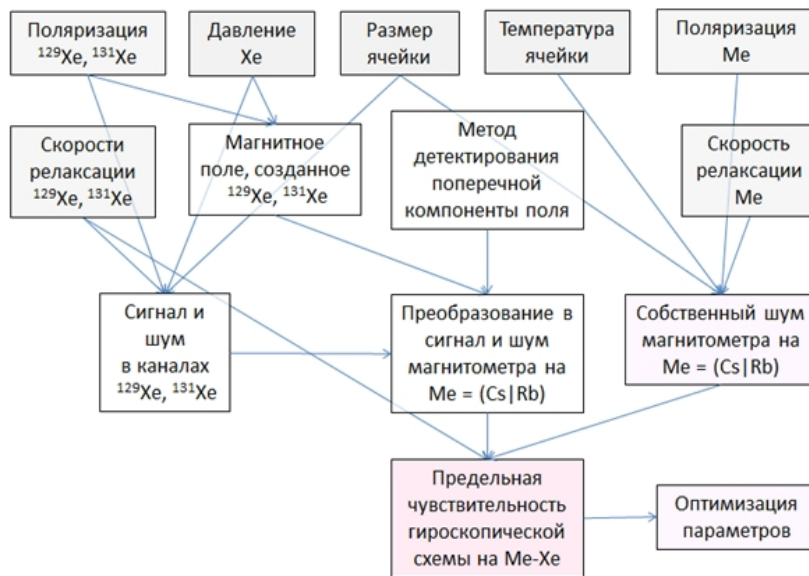


Рис. 5. Алгоритм расчета (часть II).

Вычисление зависимости чувствительности (ARW) ЯМГ от входных параметров

Из расчетов следует, что оптимумы по критерию чувствительности существуют по всем основным параметрам схемы – по температуре, давлению изотопов ксенона и азота и по мощности оптической накачки и детектирования.

При этом различие между Rb и Cs невелико, и оно отчетливо проявляется только на зависимостях от температуры ячейки – как и ожидалось, ячейка с Rb для достижения примерно тех же параметров требует более высоких температур.

Мощности лазерной накачки, требуемые для достижения нужной безразмерной скорости накачки I' , пропорциональны объему ячейки. На рис. 6 приведен пример оптимизации по критерию максимума чувствительности при одновременном варьировании скорости накачки I' и давления ксенона p_{Xe} .

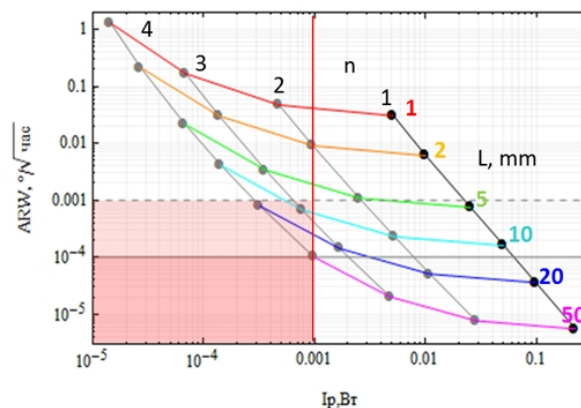


Рис. 6. Пример оптимизации чувствительности ЯМГ для различных значений размера ячейки L при одновременном варьировании мощности лазерной накачки I_p и давления ксенона p_{Xe} .

Различные значения n соответствуют уменьшению I_p и p_{Xe} в $2^{(n-1)}$ раз относительно оптимальных значений.

Видно, что в процессе такой комплексной оптимизации можно снизить требуемую мощность накачки на два порядка при сопутствующем ухудшении чувствительности на один порядок.

Выводы

Приведенные оценки дают представление о предельно достижимой чувствительности ЯМГ – гироскопа на ядерном магнитном резонансе на изотопах ксенона и о характере зависимости чувствительности, амплитуд сигналов, скоростей релаксации и т.д. от параметров ЯМГ. В работе обоснован выбор рабочих веществ ЯМГ и показано, что чувствительность ЯМГ определяется принципиальными факторами, такими как атомный проекционный шум и фотонный дробовый шум, и может быть максимизирована методом многофакторной оптимизации. В отличие от чувствительности, дрейфы ЯМГ определяются совокупностью принципиальных и технических факторов – к первым относятся зависимости выходных показаний ЯМГ от параметров дискриминатора, а ко вторым – вариации этих параметров. Поскольку основные параметры ЯМГ влияют как на его чувствительность, так и на сдвиги, процедура оптимизации должна быть комплексной, учитывающей возможность некоторого снижения чувствительности (по сравнению с максимально достижимым уровнем) для обеспечения требуемого уровня дрейфов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пешехонов В. Г. Навигационные системы // Вестник РАН. 1997. Том 67, № 1. С. 43.
2. Пешехонов В. Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация. 2011. №1 (72). С. 3–16.

3. **Karwacki, F.A.**, Nuclear magnetic resonance gyro development, *J. Inst. Navigation*, 1980, vol. 27, no.1, pp.72–78.
4. **Goldstein, M.G., et al.**, Inertial Navigation, *Proc. IEEE*, 1983, vol. 71, pp. 1156–1176.
5. **Härle, P., Wäckerle, G., and Mehring, M.**, A Nuclear-Spin Based Rotation Sensor Using Optical Polarization and Detection Methods, *Appl. Magn. Reson*, 1993, vol. 5, pp. 207–220.
6. **Kornack, T.W., Ghosh, R.K., and Romalis, M.V.**, Nuclear spin gyroscope based on an atomic co-magnetometer, *Phys. Rev. Lett.*, 2005, vol. 95, p. 230801.
7. **Kitching, J., Knappe, S., and Donley, E.A.**, Atomic Sensors – A Review, *IEEE Sensors*, 2011, vol. 11, no. 11, pp. 1749–1758.
8. **Zhang, C., Yuan, H., Tang, Z., Quan, W., and Fang, J.C.**, Inertial rotation measurement with atomic spins: From angular momentum conservation to quantum phase theory, *Appl.Phys.Reviews*, 2016, vol. 3, p. 041305.
9. **Мейер Д., Ларсен М.** Гироскоп на ядерном магнитном резонансе для инерциальной навигации // Гироскопия и навигация. 2014. №1 (84). С. 3–13.
10. **Walker, T.G., Larsen M.S.**, Spin-Exchange-Pumped NMR Gyros, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 2016, vol. 65, pp. 377–405.
11. **Grover, B.C.**, Noble-Gas NMR Detection through Noble-Gas-Rubidium Hyperfine Contact Interaction, *Phys. Rev. Lett.*, 1978, vol. 40, no. 6, pp. 391–392.
12. **Schaefer, S.R., Cates, G.D., Chien, T.-R., Gonatas, D., Happer, W., and Walker, T.G.**, Frequency shifts of the magnetic-resonance spectrum of mixtures of nuclear spin-polarized noble gases and vapors of spin-polarized alkali-metal atoms, *Phys. Rev. A*, 1989, vol. 39, no. 11, pp. 5613–5623.
13. **Liu, Y., Shi, M., and Wang, X.**, Progress on atomic gyroscope // Сборник докладов XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб: ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С.344–352.
14. **Wang, S.G., Xu, C., Feng, H.H., and Wang, L.J.**, Progress on Novel Atomic Magnetometer and Gyroscope Based on Self-sustaining of Electron Spins, *China Satellite Navigation Conference (CSNS), 2017, Proceedings*, vol. II, Lect. Notes in Electrical Engineering 438, pp. 535–541.
15. **Happer, W., Jau, Y.-Y., and Walker, T.**, Optically Pumped Atoms, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2011, p. 234.
16. **Gemmel, C., Heil, W., Karpuk, S., et al.**, Ultra-sensitive magnetometry based on free precession of nuclear spins, *Eur. Phys. J. D.*, 2010, vol. 57, pp. 303–320.
17. **Budker, D., Romalis, M.**, Optical Magnetometry, *Nature Physics*, 2007, vol. 3, pp. 227–234.
18. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей [Текст] : Учеб. для вузов / Е.С.Вентцель – 6-е изд. стер. М.: Высш. шк., 1999. 576 с.
19. **IEEE Std 1554-2005.** IEEE Recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis. Approved 5 October 2005, Reaffirmed 16 April 2012 by American National Standards Institute. IEEE Aerospace and Electronic Systems Society. Chapter 19.7.2 – Velocity and angle random walk per root hour.
20. **Cohen-Tannoudji, C., DuPont-Roc, J., Haroche, S., Laloe, F.**, Detection of the Static Magnetic Field Produced by the Oriented Nuclei of Optically Pumped ^3He Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 1969, vol. 22, no. 15, pp. 758–760.
21. **Armenise, M.N. et al.**, Advances in Gyroscope Technologies, Springer-Verlag, Berlin, 2010. (Eq.1.8)
22. **Александров Е. Б., Вершовский А. К.** Современные радиооптические методы квантовой магнитометрии // УФН. 2009. Т.179, №6. С. 605–637.
23. **Kanegsberg, E.**, A Nuclear Magnetic Resonance (NMR) Gyro With Optical Magnetometer Detection, *Proc. SPIE*, 1978, vol. 157, Laser Inertial Rotation Sensors. pp. 73–80.
24. **Вершовский А. К., Пазгалев А. С.** Оптимизация фактора качества магнитного Мх-резонанса в условиях оптической накачки // ЖТФ. 2008. Т. 78. № 5. С. 116–124.
25. **Pitz, G.A., Wertepny, D.E., and Perram, G.P.**, Pressure broadening and shift of the cesium D1 transition by the noble gases and N_2 , H_2 , HD , D_2 , CH_4 , C_2H_6 , CF_4 , and ^3He , *Phys. Rev A*, 2009, vol. 80, p. 062718.
26. **Zeng, X., Wu, Z., Call, T., Miron, E., Schreiber, D., and Happer, W.**, Experimental determination of the rate constants for spin exchange between optically pumped K, Rb, and Cs atoms and Xe nuclei in alkali-metal-noble-gas van der Waals molecules, *Phys. Review A*, 1985, vol. 31, no. 1, pp. 260–278.
27. **Happer, W.**, Spin Exchange - past, present, and future, *Ann.Phys. Fr.*, 1985, vol. 10, pp. 645–657.
28. **Happer, W., Miron, E., Schaefer, S., Schreiber, D., van Wijngaarden, W. A., and Zeng, X.**, Polarization of the nuclear spins of noble-gas atoms by spin exchange with optically pumped alkali-metal atoms, *Phys. Rev. A*, 1984, vol. 29, no. 6, pp. 3092–3110.

29. Cates, G.D., Fitzgerald, R.J., Barton, A.S., Bogorad, P., Gatzke, M., Newbury, N.R., and Saam, B. Rb129Xe spin-exchange rates due to binary and three-body collisions at high Xe pressures, *Phys. Rev. A*, 1992. vol. 45, no. 5, pp. 4631–4639.
30. Walker, T.G., Happer, W., Spin-exchange optical pumping of noble-gas nuclei, *Reviews of Modern Physics*, 1997, vol. 69, no. 2, pp. 529–642.
31. Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J., Haroche, S., et Laloë, F., Diverses resonances de croisement de niveaux sur des atomes pompes optiquement en champ nul. I. Theorie, *Rev.de Phys. Appl.*, 1970, vol. 5, pp. 95–101.
32. Bulatowicz, M., Griffith, R., Larsen, M., et al., Laboratory Search for a Long-Range T-Odd,P-Odd Interaction from Axionlike Particles Using Dual-Species Nuclear Magnetic Resonance with Polarized 129Xe and 131Xe Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 111, p. 102001.
33. Salleras, M., Eklund, E.J., Prikhodko, I.P., and Shkel, A.M. Predictive thermal model for indirect temperature measurement inside atomic cell of nuclear magnetic resonance gyroscope, *TRANSDUCERS 2009 – International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference*, 2009, Denver. CO, USA. pp.304–307.
34. Несмеянов А.Н. Давление пара химических элементов. М.: Изд-во АН СССР. 1961. 396 с.

A.K. Vershovskii (Ioffe Physico-Engineering Institute of the Russian Academy of Sciences, Russia)
Yu. A. Litmanovich (State Research Center Concern CSRI Elektropribor, JSC), **A.S. Pavgalev** (Ioffe Physico-Engineering Institute of the RAS), **V.G. Peshekhonov** (CSRI “Elektropribor”, JSC)
 Nuclear Magnetic Resonance Gyro: Threshold Characteristics. *Гироскопия и Навигация*. 2018. Vol. 26. No. 1 (100). P. 55–80.

Abstract .The paper presents the estimations of the main threshold metrological parameters of a nuclear magnetic resonance gyro (NMG) on xenon isotopes. Principal factors limiting the sensitivity are listed, such as atomic projection noise and light fluctuation noise. Formulas are derived to estimate the threshold sensitivity of NMG and study its dependence on the sensor parameters. The main causes of NMG drifts are considered, as well as possible ways to improve its metrological characteristics.

Key words: nuclear magnetic gyro, nuclear magnetic resonance, optical pumping, spin-exchange pumping, threshold sensitivity, atomic discriminator, atomic projection noise.

REFERENCES

1. Peshekhonov, V.G., Navigatsionnye sistemy (in Russian), *Vestnik RAN (Herald of the Russian Academy of Sciences)*, 1997, vol. 67, no.1, pp. 43–52.
2. Peshekhonov, V.G., Gyroscopic navigation systems: Current status and prospects, *Gyroscopy and Navigation*, 2011, vol. 2, no.3, pp. 111–118.
3. Karwacki, F.A., Nuclear magnetic resonance gyro development, *J. Inst. Navigation*, 1980, vol.27, no.1, pp.72–78.
4. Goldstein, M.G. et al., Inertial Navigation, *Proc. IEEE*, 1983, vol. 71, pp.1156–1176.
5. Härle, P., Wäckerle, G., and Mehring, M., A Nuclear-Spin Based Rotation Sensor Using Optical Polarization and Detection Methods, *Appl. Magn. Reson*, 1993, vol. 5, pp. 207–220.
6. Kornack, T.W., Ghosh, R.K., and Romalis, M.V., Nuclear spin gyroscope based on an atomic comagnetometer, *Phys. Rev. Lett*, 2005, vol. 95, pp. 230801.
7. Kitching, J., Knappe, S., and Donley, E.A., Atomic Sensors – A Review, *IEEE Sensors*, 2011, vol. 11, no.11, pp.1749–1758.
8. Zhang, C., Yuan, H., Tang, Z., Quan, W., and Fang, J. C., Inertial rotation measurement with atomic spins: From angular momentum conservation to quantum phase theory, *Appl. Phys. Reviews*, 2016, vol. 3, p. 041305.
9. Meyer, D., and Larsen, M., Nuclear magnetic resonance gyro for inertial navigation, *Gyroscopy and Navigation*, 2014, vol. 5, no.2, pp. 75–82.
10. Walker, T.G., Larsen, M.S., Spin-Exchange-Pumped NMR Gyros, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 2016, vol. 65, pp. 377–405.
11. Grover, B.C. Noble-Gas NMR Detection through Noble-Gas-Rubidium Hyperfine Contact Interaction, *Phys. Rev. Lett.*, 1978, vol.40, no.6, pp. 391–392.

12. Schaefer, S. R., Cates, G. D., Chien, T.-R., Gonatas, D., Happer, W., and Walker, T.G. Frequency shifts of the magnetic-resonance spectrum of mixtures of nuclear spin-polarized noble gases and vapors of spin-polarized alkali-metal atoms, *Phys. Rev. A*, 1989, vol. 39, no. 11, pp. 5613–5623.
13. Liu Y., Shi M., and Wang X., Progress on atomic gyroscope, *Proc. of the 24th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, St.Petersburg, Russia, 2017, pp.344–352.
14. Wang, S.G., Xu, C., Feng, H.H., and Wang, L.J., Progress on Novel Atomic Magnetometer and Gyroscope Based on Self-sustaining of Electron Spins, *China Satellite Navigation Conference (CSNS)*, 2017, Proc. vol. 2, pp. 535–541.
15. Happer, W., Jau, Y.-Y., and Walker, T., Optically Pumped Atoms, *WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA*, 2011, p. 234.
16. Gemmel, C., Heil, W., Karpuk, S., et.al., Ultra-sensitive magnetometry based on free precession of nuclear spins, *Eur. Phys. J. D*, 2010, vol. 57, pp. 303–320.
17. Budker, D., Romalis, M., Optical Magnetometry, *Nature Physic*, 2007, vol.3, pp. 227–234.
18. Ventsel, E.S., Теория Вероятности (Probability Theory) [in Russian], *Vysshaya Shkola*, Moscow, 1999, 576 p.
19. IEEE std. 1554-2005, *IEEE Recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis*, IEEE Aerospace and Electronic Systems Society, 2005, Chapter 19.7.2, Velocity and angle random walk per root hour.
20. Cohen-Tannoudji, C., DuPont-Roc, J., Haroche, S., Laloe, F., Detection of the Static Magnetic Field Produced by the Oriented Nuclei of Optically Pumped ^3He Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 1969, vol. 22, no. 15, pp.758–760.
21. Armenise, M.N. et al., Advances in Gyroscope Technologies. *Springer-Verlag*, Berlin, 2010, (Eq.1.8).
22. Aleksandrov, E.B., Vershovskii, A.K., Modern radio-optical methods in quantum magnetometry, *Physics–Uspekhi*, 2009, vol. 52, no. 6, pp.573–601.
23. Kanegsberg, E., A Nuclear Magnetic Resonance (NMR) Gyro With Optical Magnetometer Detection, *Proc. SPIE*, 1978, vol.157, Laser Inertial Rotation Sensors, pp.73–80.
24. Vershovski, A.K., and Pazgalev, A.S., Optimization of Quality Factor of Optically Pumped Mx-resonance, *Technical Physics*, 2008, vol.53, no.5, pp.646–654.
25. Pitz, G.A., Wertepny, D.E., and Perram, G.P., Pressure broadening and shift of the cesium D1 transition by the noble gases and N_2 , H_2 , HD, D_2 , CH_4 , C_2H_6 , CF_4 , and ^3He , *Phys. Rev A*, 2009, vol.80, p. 062718.
26. Zeng, X., Wu, Z., Call, T., Miron, E., Schreiber, D., and Happer, W., Experimental determination of the rate constants for spin exchange between optically pumped K, Rb, and Cs atoms and Xe nuclei in alkali-metal–noble-gas van der Waals molecules, *Phys. Review A*, 1985, vol. 31, no.1, pp. 260–278.
27. Happer, W., Spin Exchange - past, present, and future, *Ann. Phys. Fr.*, 1985, vol. 10, pp. 645–657.
28. Happer, W., Miron, E., Schaefer, S., Schreiber, D., van Wijngaarden, W.A., and Zeng, X., Polarization of the nuclear spins of noble-gas atoms by spin exchange with optically pumped alkali-metal atoms, *Phys. Rev. A*, 1984, vol. 29, no. 6, pp. 3092–3110.
29. Cates, G.D., Fitzgerald, R.J., Barton, A.S., Bogorad, P., Gatzke, M., Newbury, N.R., and Saam, B., Rb^{129}Xe spin-exchange rates due to binary and three-body collisions at high Xe pressures, *Phys. Rev. A*, 1992, vol. 45, no. 5, pp. 4631–4639.
30. Walker, T.G., Happer, W., Spin-exchange optical pumping of noble-gas nuclei, *Reviews of Modern Physics*, 1997, vol. 69, no. 2, pp. 529–642.
31. Cohen-Tannoudji, C., Dupont-Roc, J., Haroche, S., et Laloë, F., Diverses resonances de croisement de niveaux sur des atomes pompes optiquement en champ nul. I. Theorie, *Rev.de Phys. Appl*, 1970, vol. 5, pp. 95–101.
32. Bulatowicz, M., Griffith, R., Larsen, M., et al., Laboratory Search for a Long-Range T-Odd,P-Odd Interaction from Axionlike Particles Using Dual-Species Nuclear Magnetic Resonance with Polarized ^{129}Xe and ^{131}Xe Gas, *Phys. Rev. Lett.*, 2013, vol. 111, p. 102001.
33. Salleras, M., Eklund, E.J., Prikhodko, I.P., and Shkel, A.M., Predictive thermal model for indirect temperature measurement inside atomic cell of nuclear magnetic resonance gyroscope, *TRANSDUCERS 2009 – International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference*, Denver, CO, USA, pp. 304–307.
34. Nesmeyanov, A. N., Vapour Pressure of the Elements (translated by J. I.Carasso) / Academic Press. NY, 1963, 469 p.

Материал поступил 15.02.2018