

О ТОЧНОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ ПОСТОЯННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПОГРЕШНОСТИ ДАТЧИКОВ И ЕЕ СВЯЗИ С ВАРИАЦИЕЙ АЛЛАНА

О. А. Степанов¹

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, С.-Петербург, Россия

И. Б. Челпанов²

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия

А.В. Моторин³

АО «Концерн «ЦНИИ "Электроприбор"», Университет ИТМО, С.-Петербург, Россия

Аннотация

Ключевые слова: погрешности датчиков; идентификация параметров, вариация Аллана

Обсуждается взаимосвязь вариации Аллана с дисперсией ошибки оценивания постоянной составляющей погрешности датчика, полученной путем осреднения на некотором интервале времени. Показано, что при определенных условиях вариация Аллана совпадает с этой дисперсией. Это позволяет по графику изменения вариации Аллана делать содержательные выводы относительно ожидаемой точности оценивания постоянной составляющей, которая важна при использовании датчиков, сигналы которых интегрируются в инерциальных системах. Показана возможность повышения точности оценивания постоянной составляющей с использованием методов нелинейной фильтрации.

Введение

Идентификация модели погрешностей датчиков и определение ее параметров – важная задача, решаемая при их испытаниях и калибровке. Традиционно для построения модели случайных составляющих погрешности используются алгоритмы определения спектральных плотностей и корреляционных функций [1-6]. В настоящее время также широко используется вариация Аллана (ВА) [7-13]. Заметим, что название «вариация Аллана» есть следствие прямого прочтения английского слова «variance», которое на самом деле означает дисперсию. Кроме того, идет активный поиск новых подходов, основанных, к примеру, на методах нелинейной фильтрации [14-17]. Во всех случаях важное место занимает и задача определения постоянных составляющих погрешностей, особенно когда сигналы датчиков, например, работающих в составе инерциальных модулей, интегрируются, после чего возникают нарастающие погрешности. Нередко определение постоянной составляющей осуществляется обычным осреднением реализации ошибок датчика на конечном интервале времени. В связи с этим возникает вопрос об обоснованном выборе времени осреднения, при котором дисперсия ошибки получаемой таким образом оценки достигает минимального значения. С другой стороны, очевидно, что оценка, получаемая путем осреднения, не является оптимальной (в смысле минимума дисперсии ее ошибки) при наличии небелозумных («окрашенных») составляющих погрешностей датчика. Таким образом, актуален и вопрос о возможности повышения точности оценивания постоянной составляющей за счет использования более совершенных алгоритмов, которые не сводятся к простому осреднению, а учитывают наличие дополнительных составляющих ошибок. Известно, что упомянутый выше метод ВА, нечувствителен к наличию постоянной составляющей ошибок, поскольку при построении ВА используются не сами значения реализаций, а их

¹ Доктор технических наук, профессор. Начальник научно-образовательного центра ЦНИИ «Электроприбор».

² Доктор технических наук, профессор.

³ Аспирант.

приращения. Однако кривые ВА, тем не менее, пытаются использовать для оценки так называемой не-стабильности смещения нуля [18, 19], связанной с задачей оценивания постоянной составляющей. Обсуждению перечисленных вопросов и посвящена предлагаемая работа.

Точность оценивания постоянной составляющей погрешности датчика путем осреднения. Связь с вариацией Аллана

Предположим, что измерению доступна реализация погрешности датчика $z(t)$, которая может быть описана в виде

$$y(t) = c + z(t), \quad (1)$$

где $z(t)$ – нестационарный центрированный случайный процесс, c – постоянная составляющая. Требуется, располагая измерениями $y(t)$, оценить постоянную составляющую c .

Как правило, с такой задачей приходится иметь дело при калибровке датчиков, осуществляемой или на стенде, или при сравнении их выходных сигналов с сигналом образцового, более точного датчика. Нередко ее решают путем обычного осреднения измеренной реализации на конечном интервале времени τ , т. е.

$$\hat{c}_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau y(t) dt = c + \frac{1}{\tau} \int_0^\tau z(t) dt. \quad (2)$$

Очевидно, что для ошибки такой оценки и ее дисперсии можно записать выражения:

$$\hat{c}_\tau - c = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau z(t) dt, \quad (3)$$

$$M \left\{ (\hat{c}_\tau - c)^2 \right\} = M \left\{ \left(\frac{1}{\tau} \int_0^\tau z(t) dt \right)^2 \right\}.$$

Рассматривая дисперсию (3) как дисперсию приращений процесса $\frac{1}{\tau} \int_0^\tau z(t) dt$ и обозначая

$$\bar{z}(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t z(t^*) dt^*, \text{ получаем}$$

$$M \left\{ (\hat{c}_\tau - c)^2 \right\} = M \left\{ (\bar{z}(t + \tau, \tau) - \bar{z}(t, \tau))^2 \right\}. \quad (4)$$

Будем полагать, что выполнено следующее предельное соотношение:

$$M \left\{ (\hat{c}_\tau - c)^2 \right\} = \frac{1}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T (\bar{z}(t + \tau, \tau) - \bar{z}(t, \tau))^2 dt, \quad (5)$$

означающее, что операцию вычисления математического ожидания в (4) можно заменить операцией осреднения по времени одной реализации.

Нетрудно заметить, что выражение (5) совпадает с ВА [6, 8, 23]. Таким образом, ВА совпадает с дисперсией ошибки оценивания постоянной составляющей, вычисляемой путем осреднения, если для процесса $\bar{z}(t, \tau)$ обоснован переход от (4) к (5). Тогда по точке минимума вариации Аллана можно определить оптимальное время осреднения и соответствующую ему минимальную дисперсию ошибки оценивания постоянной составляющей при ее нахождении путем осреднения. Соответственно, корень квадратный из вариации Аллана, называемый также девиацией Аллана [8, 9, 11], совпадает со среднеквадратической ошибкой (СКО) оценки постоянной составляющей. Установленное соответствие представляется полезным, поскольку позволяет по графику ВА, нечувствительному к наличию постоянной составляющей, судить о точности ее оценивания.

Рассмотрим пример. Пусть

$$y(t) = x(t) + \rho v(t), \quad (6)$$

где $x(t)$ – винеровский процесс, задаваемый в виде $\dot{x} = qw$, $x(0) = 0$; qw , $\rho v(t)$ – независимые между собой центрированные белые шумы с интенсивностями q^2 и ρ^2 соответственно, а интенсивности шу-

мов $w(t)$, $v(t)$ – единичные. Иными словами процесс $y(t)$ представляет собой сумму винеровского процесса и белого шума. Отыскивая оценку в виде (3), можем записать

$$\hat{c}_\tau - c = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau x(t) dt + \frac{\rho}{\tau} \int_0^\tau v(t) dt. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что для дисперсии ошибки оценки справедливо соотношение

$$M \left\{ (c - \hat{c}_\tau)^2 \right\} = \frac{q^2}{\tau^2} M \left\{ \left(\int_0^\tau \int_0^\tau w(t) dt dt \right)^2 \right\} + \frac{\rho^2}{\tau^2} M \left\{ \left(\int_0^\tau v(t) dt \right)^2 \right\}. \quad (8)$$

Заметим, что под знаками математических ожиданий в выражении (8) стоят квадраты первого и второго интегралов от белого шума, определяющих их дисперсии. Принимая во внимание известные выражения для этих дисперсий [6], получаем выражение

$$\sigma_{\Delta c}^2 = M \left\{ (c - \hat{c}_\tau)^2 \right\} = \frac{q^2 \tau}{3} + \frac{\rho^2}{\tau}, \quad (9)$$

совпадающее с ВА для суммы винеровского процесса и белого шума. Дифференцируя выражение (9) по τ и приравнявая производную к нулю, можно получить оптимальное (в смысле минимума дисперсии) время осреднения и соответствующую минимальную дисперсию оценки:

$$\tau_{opt} = \frac{\sqrt{3}\rho}{q}, \quad \sigma_{\Delta c(\min)}^2 = \frac{2\rho q}{\sqrt{3}}. \quad (10)$$

Таким образом, оптимальное в указанном смысле время осреднения прямо пропорционально корню квадратному из отношения интенсивности белого шума к интенсивности порождающего шума винеровского процесса, а дисперсия ошибки прямо пропорциональна их произведению.

Проведенное для рассматриваемого примера моделирование иллюстрирует этот результат. На рис. 1 представлены значения действительной СКО оценки постоянной составляющей, рассчитанной с использованием 500 реализаций для шести различных интервалов времени осреднения в сравнении с девиацией Аллана, полученной по одной из этих реализаций. Отметим также, что рассчитанная здесь по реализации конечной длины ВА является выборочной характеристикой, то есть оценкой истинной ВА (5). Этим объясняется неполное совпадение графиков на рис. 1, особенно в области больших времен осреднения.

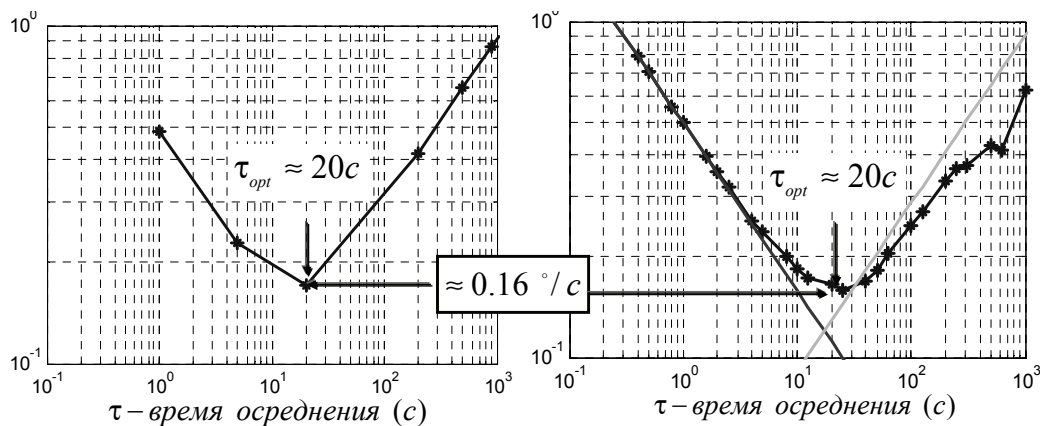


Рис. 1. Действительная СКО оценки постоянной составляющей (слева) и девиация Аллана (справа)

Отметим, что расположение точки минимума ВА в такой постановке, как следует из (10), зависит от соотношения интенсивностей белого шума и порождающего шума винеровского процесса. Это же иллюстрируется на рис. 2, где приведены ВА для четырех вариантов составляющих погрешности:

$$y_{11}(t) = x_1(t) + \rho_1 v(t); y_{12}(t) = x_1(t) + \rho_2 v(t); y_{21}(t) = x_2(t) + \rho_1 v(t); y_{22}(t) = x_2(t) + \rho_2 v(t),$$

где $\dot{x}_1(t) = q_1 w(t)$; $\dot{x}_2(t) = q_2 w(t)$.

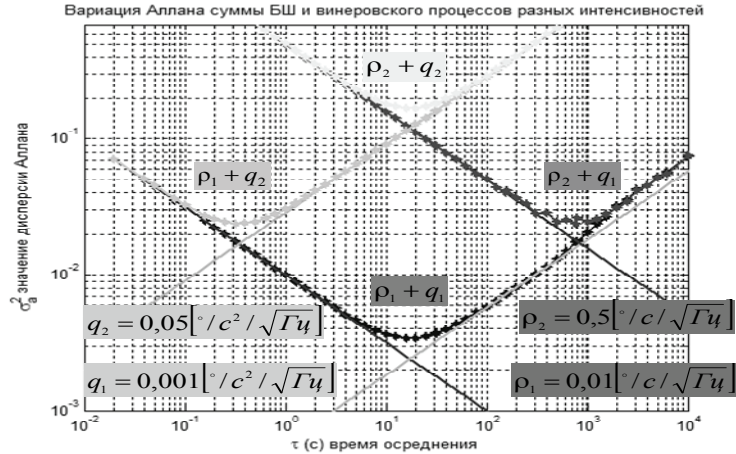


Рис. 2. Вариация Аллана для различных соотношений интенсивностей белого шума ρ_1^2, ρ_2^2 и порождающего шума винеровского процесса q_1^2, q_2^2

В зарубежных стандартах [18, 19] вводится понятие стабильности, как способности характеристики датчика сохранять неизменность на протяжении некоторого интервала времени. Заметим, что при этом не задается никакой числовой меры, то есть числа, которое может характеризовать стабильность. Рассмотрим возможности введения числовой меры стабильности для такой характеристики, как смещение нуля датчика, описываемой моделью (1). Очевидно, что в таком случае способность изменения в пуске смещения нуля определяется интенсивностью порождающего шума винеровского процесса q . В [9, 10, 18, 19] за характеристику нестабильности смещения нуля принимают минимум на графике ВА, «привязываемый» к интенсивности фликкер-шума. Как следует из представленного материала, график ВА может иметь минимум и при отсутствии фликкер-шума в модели ошибок. Таким образом, количественная характеристика стабильности зависит от введенной модели. Для модели (1) в качестве характеристики стабильности смещения нуля можно рассматривать максимальное время, на котором осреднение приводит к повышению точности оценивания постоянной составляющей, а также соответствующее этому времени значение СКО оценки. Однако эти величины также зависят и от интенсивности белозумной составляющей (см. рис. 2) и не учитывают возможностей оценивания постоянной другими методами, которые рассмотрены далее.

О повышении точности оценивания постоянной составляющей при решении задачи с использованием методов нелинейной фильтрации

Как отмечалось во введении, в работах [15, 16] для решения задачи идентификации параметров моделей погрешностей датчиков предложен подход, основанный на использовании методов нелинейной фильтрации. Суть его заключается в нахождении оптимальной байесовской оценки составного вектора, включающего в себя подвектор состояния формирующего фильтра исследуемого процесса и подвектор неизвестных параметров, конкретизирующих этот формирующий фильтр. Следуя этим работам, сформулируем здесь пример постановки задачи оценивания постоянной составляющей в условиях неточно известных параметров моделей погрешностей измерения. С этой целью введем составной вектор $\tilde{x}_i^T = [X_i, \theta]^T$, в котором $X_i = [x_i, c]^T$, $\theta = [q, \rho]^T$, тогда задачу нелинейной фильтрации в дискретной форме можно записать как:

$$\begin{aligned}
 x_i &= x_{i-1} + q\sqrt{\Delta t}w_i, \\
 c_i &= c_{i-1} = c, \\
 q_i &= q_{i-1} = q, \\
 \rho_i &= \rho_{i-1} = \rho, \\
 y_i &= c + x_i + (\rho/\sqrt{\Delta t})v_i.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

где w_i и v_i – центрированные гауссовские белозумные последовательности с единичной дисперсией, а Δt – интервал дискретизации.

Вводя функцию плотности распределения вероятностей (ф.п.р.в.) $f(\theta)$ для вектора θ и применяя метод аналитического интегрирования по части переменных для оптимальной оценки $\hat{\theta}_i(Y_i)$ и соответствующей расчетной матрицы ковариаций $P_i^\theta(Y_i)$, можно записать следующие выражения [14, 20]:

$$\hat{\theta}_i(Y_i) = \int \theta f(\theta / Y_i) d\theta, \quad P_i^\theta(Y_i) = \int (\theta - \hat{\theta}_i)(\theta - \hat{\theta}_i)^T f(\theta / Y_i) d\theta, \quad (12)$$

где $Y_i = [y_1, \dots, y_i]$ – вектор измерений, полученных на момент i . Входящая в эти выражения апостериорная плотность $f(\theta / Y_i)$ определяется как

$$f(\theta / Y_i) = \frac{f(\theta) f(Y_i / \theta)}{\int f(\theta) f(Y_i / \theta) d\theta}, \quad (13)$$

где $f(Y_i / \theta) = f(y_i / Y_{i-1}, \theta) f(y_{i-1} / Y_{i-2}, \theta) \dots f(y_1 / \theta)$ – функция правдоподобия.

Отличительная особенность рассматриваемой задачи заключается в том, что при фиксированном значении $\theta = \theta^j$ уравнения (11) задают линейную гауссовскую задачу фильтрации и плотности

$$f(y_i / Y_{i-1}, \theta = \theta^j) = N\left(y_i; H\hat{X}_{i/i-1}(\theta^j), D_i^{cond}(\theta^j)\right), \quad (14)$$

где $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ также являются гауссовскими.

Входящие в них оптимальные оценки прогноза $\hat{X}_{i/i-1}(\theta^j)$ и дисперсии невязки измерения $D_i^{cond}(\theta^j) = M\left\{\left(y_i - H\hat{X}_{i/i-1}(\theta^j)\right)^2\right\}$ рассчитываются с помощью банка соответствующих фильтров Калмана.

В качестве алгоритма вычисления оптимальной оценки и соответствующей условной матрицы ковариаций (12) может быть использован метод точечных масс (метод сеток). При использовании этого метода предполагается, что априорная плотность $f(\theta)$ аппроксимируется в виде [14, 22]:

$$f(\theta) = \sum_{j=1}^L \mu_0^j \delta(\theta - \theta^j), \quad \mu_0^j = \frac{f(\theta = \theta^j)}{\sum_{j=1}^L f(\theta = \theta^j)}, \quad (15)$$

где $\theta^j, j = \overline{1, L}$ – набор возможных значений параметров, определяющих точечные массы. Подставляя (15) в (13), нетрудно для апостериорной плотности $f(\theta / Y_i)$ записать выражения:

$$f(\theta / Y_i) = \sum_{j=1}^L \mu_i^j \delta(\theta - \theta^j), \quad \mu_i^j = \frac{\mu_{i-1}^j \cdot f(y_i / Y_{i-1}, \theta = \theta^j)}{\sum_{j=1}^L \mu_{i-1}^j f(y_i / Y_{i-1}, \theta = \theta^j)}. \quad (16)$$

С учетом соотношений (12) для оценок и условной матрицы ковариаций легко получить следующие соотношения:

$$\hat{\theta}_i(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L \mu_i^j \theta_i^j, \quad P_i^\theta(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L \mu_i^j \theta_i^j (\theta_i^j)^T - \hat{\theta}_i \hat{\theta}_i^T. \quad (17)$$

Кроме того, с использованием нелинейной фильтрации можно получить оценку постоянной составляющей и ее дисперсию:

$$\hat{c}_i(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L \hat{c}_i^j \mu_i^j, \quad P_i^c(Y_i) \approx \sum_{j=1}^L P_i^{cj} \mu_i^j; \quad (18)$$

где $\hat{c}_i^j; P_i^{cj}$ – оценки и дисперсии постоянной составляющей, полученные в каждом частном фильтре банка фильтров Калмана.

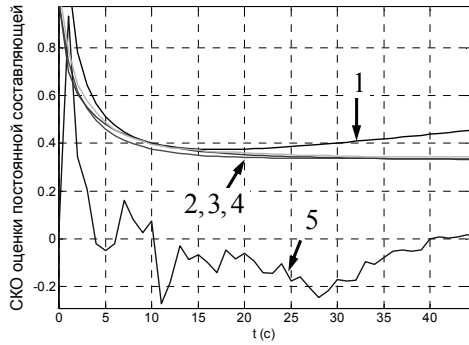


Рис. 3. Девиация Аллана (1), СКО оценки постоянной составляющей оптимального фильтра (2), расчетная (3) и действительная (4) СКО оценки постоянной составляющей и пример реализации ошибки оценки (5) адаптивного фильтра

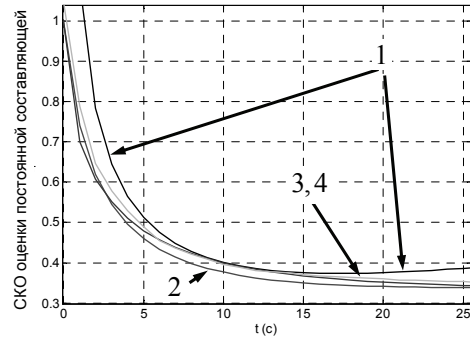


Рис. 4. Девиация Аллана (1), СКО оценки постоянной составляющей оптимального фильтра (2), расчетная (3) и действительная (4) СКО оценки постоянной составляющей адаптивного фильтра

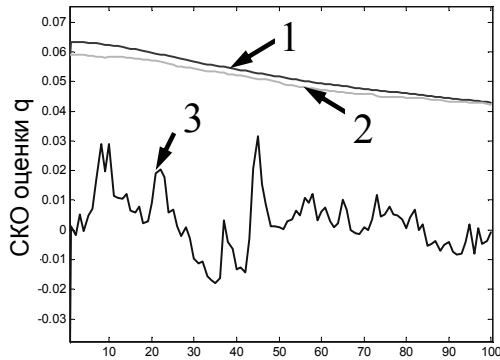


Рис. 5. Расчетная (1) и действительная (2) СКО оценки интенсивности порождающего шума винеровского процесса для адаптивного фильтра и одна из реализаций ошибки оценки (3)

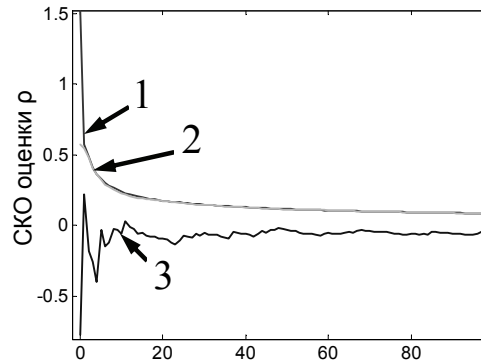


Рис. 6. Расчетная (1) и действительная (2) СКО оценки интенсивности белого шума для адаптивного фильтра и одна из реализаций ошибки оценки (3)

Для оценки эффективности такого подхода было проведено моделирование при параметрах $q_{ad} \in [0.01 \ 0.21]$, $\rho_{ad} \in [0.1 \ 2.1]$, начальная СКО оценки постоянной составляющей была принята равной 1. Результаты работы адаптивного алгоритма представлены на рис. 3-6. Для сравнения на рис. 3-4 приведены СКО оценки постоянной составляющей оптимального фильтра Калмана, настроенного на параметры $q_{opt} = M\{q_{ad}\} = 0.11$, $\rho_{opt} = M\{\rho_{ad}\} = 1.1$, и соответствующий график девиации Аллана. Рис. 3, 4, в частности, показывают, что знание модели позволяет сохранить оптимальную точность постоянной составляющей на всем интервале времени оценивания, а точность оценивания адаптивного фильтра при таком уровне неопределенности параметров модели мало отличается от оптимального. «Действительная» СКО (рис. 3-6) рассчитывалась осреднением квадрата действительной ошибки оценки (17), (18) по всем реализациям. «Расчетная» СКО вычислялась как квадратный корень диагональных элементов осредненных по реализациям ковариационных матриц, полученных согласно (17), (18). Их совпадение косвенно указывает на правильность расчетов. Отметим также, что переходный процесс оценивания параметров модели более медленный по сравнению с процессом оценки постоянной составляющей (рис. 5, 6). Аналогичную задачу определения интенсивностей шумовых составляющих можно решить с использованием ВА, что было сделано в работе [16], при этом точность оптимального оценивания оказалась в 3-5 раз выше точности оценивания, соответствующей методу ВА.

Отмеченное обстоятельство обосновывает целесообразность решения совместной задачи оптимального оценивания постоянной составляющей и идентификации параметров модели методами нелинейной фильтрации с использованием банка фильтров Калмана. Можно также заметить, что при построении моделей погрешностей важной является не только задача оценивания параметров модели, но и задача идентификации ее структуры [21].

Выводы

Установлена взаимосвязь вариации Аллана с дисперсией ошибки оценивания постоянной составляющей, полученной путем осреднения. Показано, что при определенных условиях вариация Аллана совпадает с дисперсией ошибки оценивания постоянной составляющей. Последнее обстоятельство позволяет с помощью вариации Аллана оценивать минимальное значение дисперсии ошибки оценивания постоянной составляющей методом осреднения и соответствующее ей время осреднения, что весьма важно при калибровке датчиков. Установленная взаимосвязь проиллюстрирована для примера модели в виде суммы белого шума и винеровского процесса.

Обсуждена возможность повышения точности оценивания постоянной составляющей при неизвестной модели ошибок датчика путем постановки и решения задачи с использованием методов нелинейной фильтрации, открывающих возможность решения не только задачи оценивания параметров модели погрешностей, но и идентификации ее структуры.

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ № 14-08-00347.

Литература

1. **Свешников, А.А.** Прикладные задачи теории случайных функций. - М.: Наука, 1968. – 464 с.
2. **Бендат, Дж.** Прикладной анализ случайных данных. / Дж. Бендат, А. Пирсол. - М.: Мир, 1989. – 540 с.
3. **Прохоров, С.А.** Прикладной анализ случайных процессов. – Самара, 2007.
4. **Шевляков, Г.Л.** Робастное оценивание спектров временных рядов: краткий обзор методов и алгоритмов / Г.Л. Шевляков, Н.С. Любомищенко // Материалы XXIX конференции памяти Н.Н. Острякова, 2014.- С. 303-309.
5. **Сергиенко, А. Б.** Цифровая обработка сигналов. - СПб.: Питер, 2002. - 608 с.
6. **Степанов, О.А.** Основы теории оценивания, с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 2. Введение в теорию фильтрации. - Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 2012.- 417 с.
7. **Allan, D. W.** Statistics of Atomic Frequency Standards. Proc. of the IEEE, 54(2), 1966, pp.221-230.
8. **Howe, D.** “Properties of Signal Sources and Measurement Methods” / D. Howe, D. Allan, J. Barnes // Proceedings of the 35th Annual Symposium on Frequency Control, 1981, pp. 464–469.
9. **Tehrani, M. M.** Ring Laser Gyro Data Analysis with Cluster Sampling Technique, Proceedings of SPIE, vol. 412, 1983.
10. **Lawrence, C. Ng.** "Characterization of Ring Laser Gyro Performance Using the Allan Variance Method" / C. Ng. Lawrence, Darryll J. Pines. //, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 1 (1997), pp. 211-214.
11. **Кучерков, С.Г.** Использование вариации Аллана при исследовании характеристик микромеханического гироскопа / С.Г. Кучерков [и др.]// Гироскопия и навигация. - 2003.- №2 (41). - С.98-104.
12. **Сирая, Т.Н.** Вариация Аллана как оценка погрешности измерения // Гироскопия и навигация. - 2010. - №2(69). - С. 29 – 36.
13. **Кробка, Н.И.** Дифференциальные методы идентификации структуры шумов гироскопов // Гироскопия и навигация.- 2011.- № 1 (72).- С. 59-77.
14. **Степанов, О.А.** Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации, СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 1998. – 369 с.
15. **Долнакова, А.С.** Анализ потенциальной точности оценивания параметров случайных процессов в задачах обработки навигационной информации. / А.С. Долнакова, А.И. Соколов, О.А. Степанов // Материалы XII Всероссийского совещания по автоматическому управлению.- Москва: ИПУ РАН 16-19 июня 2014.
16. **Моторин, А.В.** Сравнение методов идентификации моделей ошибок датчиков основанных на вариациях Аллана и алгоритмах нелинейной фильтрации / А.В. Моторин, О.А. Степанов // Материалы XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2014 – С.98-103.
17. **Моторин, А.В.** Применение методов нелинейной фильтрации в задачах построения моделей ошибок измерителей и погрешностей карты / А.В. Моторин, О.А. Степанов, В.А. Васильев, А.Б. Торопов // Материалы XXIX конференции памяти Н.Н. Острякова, 2014.- С. 293–302.
18. **IEEE Std 528-2001**, IEEE Standard for Inertial Sensor Terminology, IEEE Aerospace and Electronic Systems Society, 2001.
19. **IEEE std. 1554-2005**, IEEE Recommended Practice for Inertial Sensor Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition, and Analysis. IEEE Aerospace and Electronic Systems Society, 2005.
20. **Торопов, А.Б.** Применение последовательных методов монте-карло с использованием процедур аналитического интегрирования при обработке навигационной информации / А.Б. Торопов, О.А. Степанов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. – М.: ИПУ РАН, 16—19 июня 2014 г.
21. **Моторин, А.В.** Многоальтернативная фильтрация применительно к задаче оценивания модели погрешностей датчиков. / А.В. Моторин, О.А. Степанов, А.Б. Торопов // XVII конф. молодых ученых «Навигация и управление движением». СПб.: АО «Концерн» ЦНИИ «Электроприбор», 2015.
22. **Bucy, R. S.** Digital Synthesis of Non-linear Filters./ R. S. Bucy and K. D. Senne //Automatica 7(3), 1971, pp.287-298, 1971.
23. **Allan, D. W.** Historicity, Strengths, and Weaknesses of Allan Variances and Their General Applications // XXII Санкт-Петербургская межд. конф. по интегрированным навигационным системам. Круглый стол «Методы определения характеристик погрешностей навигационных датчиков» – СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. С. 507-524.

**XXII САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ, 2015**

**КРУГЛЫЙ СТОЛ
«МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТЕЙ НАВИГАЦИОННЫХ ДАТЧИКОВ»**

Редактор *Л.Б. Баконина*
Дизайн обложки *А.А. Резникова*

Подписано в печать 15.05.15. Формат 60×84/8. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс и Ариал.
Усл.-печ. л. **3,1**. Тираж 300 экз.

Государственный научный центр Российской Федерации ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30

Отпечатано с готового оригинал-макета, представленного оргкомитетом конференции,
в типографии Издательства Политехнического университета.
195251, С.-Петербург, Политехническая ул., 29