

Ю. Н. ГОРЕЛОВ, Л. В. КУРГАНСКАЯ, А. И. МАНТУРОВ, А. В. СОЛЛОГУБ, В. Е. ЮРИН

## К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

*Рассматривается задача управления ориентацией КА ДЗЗ при сканировании геометрически сложных маршрутов съемки (в режиме «push broom») с учетом предварительного перенацеливания оптико-электронной аппаратуры зондирования. Приведена модель и поставлена задача оптимизации паттерна управления как элементарной операции при синтезе интегральных программ управления на многовитковых интервалах полета КА ДЗЗ. Паттерн включает модели последовательных маневров управления ориентацией КА – перенацеливания и сканирования. Предложен метод решения задачи оптимального управления ориентацией КА для маневра перенацеливания как одной из основных задач оптимизации паттерна. Рассмотрена задача сопряжения программ управления для маневров паттерна.*

### Введение

Интегральные (или непрерывные) программы управления ориентацией космического аппарата дистанционного зондирования Земли (КА ДЗЗ) [1, 2] предназначены для реализации планов зондирования на многовитковых интервалах полета и представляют последовательность пар взаимосвязанных маневров управления ориентацией КА. Каждый из них реализует: во-первых, переориентацию КА, необходимую для перенацеливания оптико-электронной аппаратуры зондирования КА на начало очередного маршрута съемки из плана зондирования, и, во-вторых, управление ориентацией КА при сканировании этого маршрута съемки. Указанные пары маневров КА ДЗЗ в составе интегральной программы управления представляют собой «элементарную операцию», моделью

---

**Горелов** Юрий Николаевич. Доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе Института проблем управления сложными системами РАН (г. Самара). Действительный член Академии навигации и управления движением.

**Курганская** Любовь Викторовна. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института проблем управления сложными системами РАН. Член секции молодых ученых Самарского отделения АНУД.

**Мантуров** Александр Иванович. Доктор технических наук, профессор, начальник отдела Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс», (г. Самара). Действительный член Академии навигации и управления движением.

**Соллогуб** Анатолий Владимирович, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс». Действительный член Академии навигации и управления движением.

**Юрин** Виталий Евгеньевич. Аспирант, первый заместитель начальника отдела Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс».

Статья по докладом на XX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам и XVI Всероссийском научно-техническом семинаре по управлению движением и навигации летательных аппаратов.

которой является паттерн управления (далее – паттерн «перенацеливание – сканирование» или кратко ППС), а оптимизация интегральной программы управления на заданном интервале полета связана с оптимизацией этого паттерна.

В случае геометрически сложных маршрутов съемки (криволинейных и учитывающих рельеф района зондирования) необходима разработка новых методов и алгоритмов управления КА ДЗЗ при сканировании таких маршрутов, в том числе с учетом маневров перенацеливания аппаратуры зондирования. Применяемые в настоящее время методы съемки с помощью продольных ПЗС-систем в режиме «push broom» («заметания») [3] ориентированы в основном на сканирование линейных маршрутов, эквидистантных трассе полета КА (точнее, при съемке в надири или с постоянными углами крена). Более сложные методы впервые были применены на КА «Ресурс-ДК1» при съемке так называемых азимутальных маршрутов [4]. Разработка таких методов необходима для более эффективной оптимизации планов зондирования и, в конечном счете, для обеспечения высокого качества зондирования и повышения производительности КА ДЗЗ. Оптимизация плана зондирования в иерархическом отношении является задачей более высокого уровня, чем оптимизация маневров, включаемых в паттерн управления, но эффективность ее решения обеспечивается возможностью согласованной оптимизации маневров управления КА ДЗЗ, образующих ППС.

Особенности оптимизации рассматриваемого паттерна управления заключаются в следующем. Во-первых, это необходимость согласования процессов управления ориентацией КА при перенацеливании аппаратуры зондирования и последующем сканировании заданного маршрута съемки. В простейшем случае согласование достигается конкатенацией граничных условий для кинематических характеристик углового движения КА ДЗЗ. Недостаток такого согласования маневров паттерна – возможные разрывы первого рода в программе управления и, как следствие, возможность возникновения негативных эффектов, связанных с динамикой конструкции и экстремальными режимами работы системы управления ориентацией КА. Последнее может привести к снижению быстродействия и точности управления ориентацией КА, что при интенсивных потоках маршрутов съемки может оказать значительное влияние на производительность КА ДЗЗ. Во-вторых, включаемые в ППС маневры управления ориентацией КА ДЗЗ в составе интегральной программы отличаются целевым назначением, и в связи с этим их согласованная оптимизация может потребовать привлечения дополнительной информации о характере оптимальности формируемого плана зондирования.

В статье рассматриваются модель паттерна «перенацеливание – сканирование» и задачи его оптимизации, связанные с решением задачи синтеза оптимальных планов зондирования. Оптимизация указанного паттерна управления является новой задачей в теории управления движением КА ДЗЗ.

### **Модель паттерна «перенацеливание – сканирование»**

Модель паттерна «перенацеливание – сканирование» включает уравнения углового движения КА ДЗЗ и модель интервала управления ППС. Параметрами модели ППС являются характерные моменты времени на интервале управления и значения в эти моменты кинематических характеристик углового движения КА. Кроме того, составной частью модели ППС являются геометрические характеристики маршрута съемки или какой-либо закон сканирования маршрута съемки [1].

Вначале рассмотрим модель углового движения КА ДЗЗ, которая включает

динамические уравнения Эйлера и кинематические соотношения для системы параметров ориентации относительно опорной системы координат [5]. Первая группа уравнений (для полюса в центре инерции КА – в точке С) имеет вид [5]:

$$J_C \frac{d\omega}{dt} + \omega \times J_C \omega = M_C, \quad (1)$$

где  $J_C$  – матрица тензора инерции КА в точке С,  $\omega$  – вектор абсолютной угловой скорости КА:  $\omega = \text{col}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ ,  $\omega_k$ ,  $k = x, y, z$ , – проекции  $\omega$  на оси связанной системы координат (ССК) КА,  $M_C = \text{col}(M_x, M_y, M_z)$ ,  $M_k$ ,  $k = x, y, z$ , – проекции  $M_C$  на оси ССК. В том случае, если опорной системой является орбитальная система координат (ОСК), то

$$\omega = \tilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}}, \quad (2)$$

где  $\tilde{\omega} = \text{col}(\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z)$  – вектор угловой скорости КА относительно ОСК, вращающейся с угловой скоростью  $\omega_{\text{ОСК}}$  в инерциальном пространстве; здесь в силу орбитального движения КА  $\omega_{\text{ОСК}} = \omega_{\text{ОСК}}(t)$  – известная вектор-функция времени. Главный момент относительно точки С для всех действующих на КА сил  $M_C$  можно представить следующей суммой:  $M_{\text{упр}}$  – вектора моментов управляющих сил и  $M_B$  – вектора моментов внешних возмущающих

сил:  $M_C = M_{\text{упр}} + M_B$ . С учетом (2) и  $\frac{d\omega_{\text{ОСК}}}{dt} = \varepsilon_{\text{ОСК}}$  уравнение (1) тогда

можно привести к виду

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = J_C^{-1} M_{\text{упр}} + J_C^{-1} [M_B - (\tilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}}) \times J_C (\tilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}})] - \varepsilon_{\text{ОСК}}. \quad (3)$$

где  $J_C^{-1} M_{\text{упр}} = \tilde{\varepsilon}_{\text{упр}} = \text{col}(\tilde{\varepsilon}_x, \tilde{\varepsilon}_y, \tilde{\varepsilon}_z)$  – вектор углового ускорения КА относительно ОСК, обусловленный действием управляющих сил, которые формируются в соответствии моделью:  $M_{\text{упр}} = D u$ , где  $D = \text{diag}(a_x, a_y, a_z)$  – матрица эффективности управляющих моментов. Если оси ССК – главные центральные оси инерции КА, а  $a_k$ ,  $k = x, y, z$ , – заданные коэффициенты, то можно принять  $\tilde{\varepsilon}_{\text{упр}} = J_C^{-1} D u$ , где  $J_C^{-1} D = B = \text{diag}(b_x, b_y, b_z)$ ,  $b_k = a_k / J_k$ ,  $k = x, y, z$ , а  $J_k$  – главные центральные моменты инерции КА;  $u = \text{col}(u_x, u_y, u_z)$ ,  $u_k$ ,  $k = x, y, z$ , – управляющие параметры. Остальные слагаемые в правой части (3) рассматриваются далее как вектор-функция

$$f_\omega = J_C^{-1} [M_B - (\tilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}}) \times J_C (\tilde{\omega} + \omega_{\text{ОСК}})] - \varepsilon_{\text{ОСК}}. \quad (4)$$

С учетом (4) уравнения (3) можно переписать в следующем виде:

$$\frac{d\tilde{\omega}}{dt} = B u + f_\omega. \quad (5)$$

Так как в общем случае  $M_B = M_B(t, \sigma, \tilde{\omega})$ , то в (5)  $f_\omega = f_\omega(t, \sigma, \tilde{\omega})$ , где  $\sigma$  – вектор параметров ориентации КА.

Кинематические соотношения, включаемые в систему уравнений углового

движения КА относительно центра инерции, связывают производные по времени от соответствующих параметров ориентации КА в пространстве (здесь и далее – относительно ОСК) с проекциями вектора  $\tilde{\omega}$ . В качестве таких параметров можно выбрать углы ориентации КА относительно ОСК, например, в соответствии с принятой последовательностью углов поворотов осей ОСК по каналам управления, а именно: тангажа – на угол  $\vartheta$ , крена – на угол  $\gamma$  и рыскания – на угол  $\psi$ , до их совмещения с одноименными осями ССК. Проектируя далее  $\tilde{\omega}$  на оси ССК, получим

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}_x &= -\frac{d\vartheta}{dt} \cos \gamma \sin \psi + \frac{d\gamma}{dt} \cos \psi; & \tilde{\omega}_y &= \frac{d\vartheta}{dt} \sin \gamma + \frac{d\psi}{dt}; \\ \tilde{\omega}_z &= \frac{d\vartheta}{dt} \cos \gamma \cos \psi + \frac{d\gamma}{dt} \sin \psi.\end{aligned}$$

Вводя вектор параметров ориентации КА  $\sigma = \text{col}(\vartheta, \gamma, \psi)$  и разрешая эту систему относительно производных, получим кинематические соотношения, которые можно представить в векторно-матричном виде

$$\frac{d\sigma}{dt} = N(\sigma)\tilde{\omega}, \quad (6)$$

где

$$N(\sigma) = \begin{bmatrix} -\frac{\sin \psi}{\cos \gamma} & 0 & \frac{\cos \psi}{\cos \gamma} \\ \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ \frac{\sin \psi \sin \gamma}{\cos \gamma} & 1 & -\frac{\cos \psi \sin \gamma}{\cos \gamma} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Таким образом, модель углового движения КА ДЗЗ для маневров паттерна будет представлена системой уравнений (5), (6) с учетом соотношений (4), (7).

Для описания маневров ППС необходимо ввести еще модель его интервала управления, которая имеет следующий вид:

$$[t_{-1}, t_f] = [t_{-1}, t_0) \cup [t_0, t_f], \quad (8)$$

где  $[t_{-1}, t_0)$  – подынтервал управления перенацеливанием аппаратуры зондирования,  $[t_0, t_f]$  – подынтервал управления сканированием маршрута съемки,  $t = t_0$  – точка конкатенации соответствующих программ управления маневрами ППС.

Маневр перенацеливания тогда будет описываться двухточечной граничной задачей для системы (5), (6) с заданными граничными условиями на интервале  $[t_{-1}, t_0)$ , а именно:

$$\sigma(t_{-1}) = \sigma_{-1}; \quad \tilde{\omega}(t_{-1}) = \tilde{\omega}_{-1}; \quad \sigma(t_0) = \sigma_0; \quad \tilde{\omega}(t_0) = \tilde{\omega}_0, \quad (9)$$

где  $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\tilde{\omega}_{-1}$ ,  $\tilde{\omega}_0$  – векторные константы, определяющие для углового движения КА его кинематическое состояние при  $t = t_{-1}$  на начало маневра и при  $t = t_0$  – на начало сканирования маршрута съемки. Конечные условия для маневра перенацеливания в (9) суть начальные условия на интервале  $[t_0, t_f]$

для маневра сканирования. В двухточечной граничной задаче (5), (6), (9) цель управления маневром перенацеливания задается некоторым минимизируемым функционалом.

Модель маневра управления ориентацией КА ДЗЗ на подынтервале  $[t_0, t_f]$  будет представлена моделью сканирования заданного маршрута съемки, которая учитывает особенности функционирования оптико-электронной аппаратуры зондирования КА ДЗЗ [1, 3]. Общая модель сканирования достаточно подробно рассмотрена в [1, 6–8], в том числе с включением в нее модели качества сканирования маршрута съемки. После решения задачи управления ориентацией КА при сканировании заданного маршрута съемки в ППС модель этого маневра можно представить в виде решения задачи Коши для системы (5), (6), а именно:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \boldsymbol{\sigma}_{\text{скан}}(t); \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{скан}}(t); \quad \mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t), \quad \forall t \in [t_0, t_f]. \quad (10)$$

Начальные условия здесь имеют вид:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{скан}}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{скан}}(t_0) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0, \quad (11)$$

где значения  $\boldsymbol{\sigma}_0$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0$  и  $t_0$  – параметры маневра сканирования для заданного маршрута съемки, которые определяются из решения соответствующей задачи управления с учетом требований к качеству получаемой при этом информации зондирования [6]. Отметим, что в общем случае момент времени  $t_0$  – параметр, допускающий в зависимости от условий съемки некоторые вариации при так называемых тангажных упреждениях [1, 3, 4]. В свою очередь, момент времени  $t_f$  определяется не только выбором  $t_0$ , но и принятым законом сканирования маршрута съемки [6].

Очевидно, что значения кинематических характеристик углового движения КА ДЗЗ, указанные в (9), (11), характерные моменты времени на интервале управления ППС, т. е.  $t_{-1}$ ,  $t_0$ ,  $t_f$ , а также программа управления сканированием  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$  в (10) суть основные параметры модели ППС.

Таким образом, с учетом уравнений углового движения КА ДЗЗ (5), (6) и структуры интервала управления (8) сформирована модель ППС в виде моделей его маневров, а именно: маневра перенацеливания аппаратуры зондирования в виде двухточечной граничной задачи (5), (6), (9) и маневра сканирования, который представлен решением задачи Коши для системы (5), (6) с начальными условиями (11) и заданной программой управления  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$  (10).

### **Постановка задачи оптимизации паттерна управления «перенацеливание – сканирование»**

1. При синтезе интегральной программы управления для КА ДЗЗ с помощью паттерна «перенацеливание – сканирование» моделируется каждая «элементарная операция» управления ориентацией КА, которую планируется включить в состав интегральной программы для осуществления сканирования очередного маршрута съемки. При этом такие «элементарные операции» с учетом (8), (9) – (11) фиксируются следующим набором параметров:  $t_{-1}$ ;  $t_0$ ;  $\boldsymbol{\sigma}_{-1}$ ;  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{-1}$ ;  $\boldsymbol{\sigma}_0$ ;  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0$ . В этом наборе  $t_{-1}$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_{-1}$  и  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{-1}$  – параметры, получаемые при реализации «элементарной операции» сканирования предшествующего маршрута

съемки, а именно:  $t_{-1}$  – момент времени окончания его сканирования, а  $\sigma_{-1}$  и  $\tilde{\omega}_{-1}$  суть значения кинематических характеристик углового движения КА на момент времени  $t_{-1}$ . Соответственно параметры рассматриваемого ППС  $t_0$ ,  $\sigma_0$  и  $\tilde{\omega}_0$  должны быть найдены из решения задачи управления ориентацией КА ДЗЗ при сканировании планируемого для включения в план зондирования маршрута съемки. Особенности решения этой задачи связаны с условиями зондирования маршрута съемки и с требованиями к точности и качеству его сканирования, определяющими выбор момента времени  $t_0$ . Поэтому в общем случае  $t_0 \neq t_{00}$ , где  $t_{00}$  – момент времени, в который начало маршрута съемки находится на траверзе трассы полета КА. При этом с учетом допустимых тангажных упреждений  $t_{-1} < t_0^{\min} \leq t_0 \leq t_0^{\max}$ . Для выбранного  $t_0 \in [t_0^{\min}, t_0^{\max}]$  и заданного показателя качества сканирования рассматриваемого маршрута съемки [1, 6] можно получить соответствующий закон сканирования и реализующую его программу управления, указанную в (10) вместе с соответствующими кинематическими характеристиками углового движения КА ДЗЗ. Таким образом, для каждого  $t_0$  из решения задачи управления сканированием заданного маршрута съемки в виде (10) можно получить следующие параметры паттерна:  $\sigma_0 = \sigma_{\text{скан}}(t_0)$ ;  $\tilde{\omega}_0 = \tilde{\omega}_{\text{скан}}(t_0)$ , а также программу управления  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t; t_0)$  и определить дополнительные параметры ППС, а именно:  $t_f = t_f(t_0, \mathbf{u}_{\text{скан}}(\cdot, t_0))$  – момент времени завершения сканирования;  $\sigma_f = \sigma_{\text{скан}}(t_f)$  и  $\tilde{\omega}_f = \tilde{\omega}_{\text{скан}}(t_f)$ . Следует отметить, что на выбор момента  $t_0$  и на получаемые при этом значения параметров ППС в общем случае могут накладываться какие-либо ограничения, которые следует учитывать в процессе его оптимизации. Такие ограничения при синтезе интегральной программы для КА ДЗЗ в первую очередь могут быть связаны с требованиями к оптимальности или эффективности формируемого плана зондирования. Кроме того, при оптимизации заданного фиксированными значениями параметров ППС в обязательном порядке должны выполняться ограничения на вектор управляющих параметров в (5), т. е. на управляющие моменты КА. В общем случае на них накладывается такое ограничение:

$$\|\mathbf{u}(\tau)\|_{\nu} \leq u_{\max}, \quad \forall \tau \in [t_{-1}, t_f], \quad (12)$$

где  $u_{\max}$  – максимально допустимое значение гельдеровской нормы для  $\mathbf{u}(\tau)$  с показателем  $1 \leq \nu \leq \infty$ , например:

$$\|\mathbf{u}(\tau)\|_1 = \sum_{k=1,2,3} |u_k(\tau)|, \quad \|\mathbf{u}(\tau)\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1,2,3} u_k^2(\tau)}, \quad \|\mathbf{u}(\tau)\|_{\infty} = \max_{k=1,2,3} |u_k(\tau)|.$$

Очевидно, что ограничение (12) для заданного  $u_{\max}$  должно выполняться и для программы  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$  в (10),  $\forall t \in [t_0, t_f]$ , иначе маневр сканирования (10), (11) не может быть реализован (ресурсы управления недостаточны). Если (12) выполняются для программы управления в (10), то первый этап оптимизации ППС завершен, иначе должны быть найдены допустимое значение  $t_0$  и

(или) новый закон сканирования маршрута съемки и соответствующая им программа  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_0, t_f]$ . В этом состоит содержание и цель решения первой задачи в оптимизации паттерна управления «перенацеливание – сканирование».

Итак, учитывая, что решение задачи управления сканированием заданного маршрута съемки для некоторого допустимого значения  $t_0$  получено в виде (10), (11) и тем самым фиксированы параметры ППС для рассматриваемой «элементарной операции» управления ориентацией КА ДЗЗ, решение первой задачи, связанной с оптимизацией паттерна управления «перенацеливание – сканирование» можно считать завершенным. Очевидно, что на следующем этапе оптимизации ППС должна быть решена задача управления ориентацией КА при перенацеливании его аппаратуры зондирования. Модель этого маневра здесь представлена двухточечной граничной задачей (5), (6), (9).

2. Основная цель второго этапа оптимизации ППС состоит в том, чтобы найти допустимую программу управления  $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0]$ , для системы (5), (6), удовлетворяющую заданным граничным условиям (9) и ограничениям (12), и, возможно, обеспечить сопряжение программ управления для маневров ППС. Таким образом, на этом этапе требуется решить задачу управления (5), (6), (9), которую далее будем называть второй задачей оптимизации ППС, и, при необходимости, еще одну задачу сопряжения программ маневров паттерна, которая будет третьей задачей оптимизации ППС.

Вначале рассмотрим постановку второй задачи о перенацеливании аппаратуры зондирования КА. Очевидно, что ее решением является одно из решений задачи (5), (6), (9) при каком-либо дополнительном требовании к получаемой при этом программе управления  $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0]$ . Так как цель маневров управления сканированием маршрутов съемки, в первую очередь, – обеспечение качества получаемой информации зондирования, то для маневров перенацеливания аппаратуры зондирования, как правило, следует обеспечивать максимальное быстродействие с учетом требования повышения производительности КА ДЗЗ на заданном интервале полета. В рамках ППС интервалы управления для этих маневров фиксированы, поэтому с учетом ограничений (12) для маневров перенацеливания следует рассматривать задачи оптимального управления, взаимные к задачам на быстродействие. Следовательно, оптимизация ППС при решении второй задачи должна быть связана с минимизацией функционалов типа нормы в  $L_\infty[t_{-1}, t_0]$  [9]:

$$J(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}(\cdot)\|_{L_\infty}^{(v)} = \operatorname{vrai} \max_{\tau \in [t_{-1}, t_0]} \|\mathbf{u}(\tau)\|_v \rightarrow \min. \quad (13)$$

В связи с вышеизложенным, вторую задачу оптимизации ППС тогда можно сформулировать так: найти программу управления  $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0]$ , которая доставляет минимум функционалу (13) на траекториях системы (5), (6), удовлетворяющих граничным условиям (9).

Итак, решение второй задачи оптимизации ППС будет возможно после решения задачи оптимального управления (5), (6), (9), (13). Очевидно, что в том случае, когда  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) \leq u_{\text{max}}$ , ее решением является оптимальная программа  $\mathbf{u}_{\text{opt}} = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0]$ , которая может быть реализована с помощью системы

управления ориентацией КА и вместе с этим может быть реализована в составе интегральной программы и соответствующая «элементарная операция». Если же  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) > u_{\text{max}}$ , то маневр перенацеливания с данными параметрами ППС не может быть реализован. Очевидно, что в этом случае в первую очередь следует изменить параметр  $t_0$  таким образом, чтобы после повторного решения первой задачи выполнялось условие  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) \leq u_{\text{max}}$ . С другой стороны, если решение задачи (5), (6), (9), (13) удовлетворяет условию  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) < u_{\text{max}}$ , то появляется возможность минимизировать длительность интервала управления паттерна. В любом случае решение задачи оптимального управления (5), (6), (9), (13) – одна из основных процедур на втором этапе оптимизации ППС.

3. В зависимости от требований, которые предъявляются к «элементарной операции» в составе интегральной программы управления КА ДЗЗ, существования решения второй задачи для оптимизации ППС может оказаться недостаточно. Действительно, поскольку для программ управления  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_0, t_f]$ , и  $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0]$ , в общем случае имеет место:  $\hat{\mathbf{u}}(t_0) \neq \mathbf{u}_{\text{скан}}(t_0)$ , то программа управления ориентацией КА на интервале управления ППС (8) может содержать разрыв первого рода в точке конкатенации. Последнее может привести к ряду негативных эффектов, связанных с динамикой конструкции КА и режимами работы его системы управления ориентацией. Но тогда может потребоваться выполнение дополнительных условий по сопряжению программ управления перенацеливанием и сканированием в ППС, т. е. тогда будет необходимо решить еще одну дополнительную задачу оптимизации ППС, содержание которой будет определяться следующим. Помимо выполнения условий конкатенации в точке  $t_0$  для кинематических характеристик углового движения КА, для ликвидации возможных разрывов первого рода в программе управления ориентацией КА на интервале управления ППС требуется выполнение условий:

$$\hat{\mathbf{u}}(t_0) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t_0) = \mathbf{u}_0 \quad (14)$$

или

$$\left. \frac{d\tilde{\boldsymbol{\omega}}}{dt} \right|_{t=t_0-0} = \left. \frac{d\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{скан}}}{dt} \right|_{t=t_0} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{f}_{\omega}(t_0, \boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0),$$

что означает непрерывность угловых ускорений КА ДЗЗ в точке  $t = t_0$ . Более того, кроме выполнения условий (14), для обеспечения надлежащего качества «сопряжения» программ управления маневрами ППС может потребоваться, чтобы в точке  $t = t_0$  (слева и справа) совпадали бы и первые производные для программ маневров, а именно:

$$\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_{\text{скан}}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad (15)$$

где  $\mathbf{v} = \left. \frac{d\mathbf{u}(t)}{dt} \right|_{t=t_0}$ ,  $\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}}, \mathbf{v}_{\text{скан}}$ ,  $\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}, \mathbf{u}_{\text{скан}}$ .

Учитывая, что программа  $\mathbf{u}_{\text{скан}}(t; t_0)$  вполне определена законом сканирования маршрута съемки для заданного  $t_0$ , то выполнение условий (14) или



(14) – (15) при оптимизации ППС возможно лишь на интервале управления маневром перенацеливания аппаратуры зондирования КА, который должен обеспечивать максимальное быстродействие формируемой в ППС «элементарной операции». В соответствии с постановкой второй задачи она является двойственной к задаче на быстродействие. Поэтому, если для решения задачи (5), (6), (9), (13) имеет место  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) < u_{\text{max}}$ , то в этом случае появляется возможность сокращения длительности интервала для решения второй задачи  $[t_{-1}, t_0)$  посредством его следующего разбиения:

$$[t_{-1}, t_0) = [t_{-1}, t_p) \cup [t_p, t_0), \quad (16)$$

где  $[t_{-1}, t_p)$  – подынтервал, на котором решается вторая задача, но в общем случае с иными, чем в (9), конечными условиями, а  $[t_p, t_0)$  – подынтервал, на котором обеспечивается сопряжение программ  $\mathbf{u}(t) = \hat{\mathbf{u}}(t)$  и  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t)$ . Для момента времени  $t_p$  в (16) должны выполняться условия  $t_{-1} \leq t_p < t_0$ . При  $t_p = t_{-1}$  решение задач перенацеливания и сопряжения следует совместить, а при  $t_p > t_{-1}$  в постановке второй задачи требуется скорректировать конечные условия в (9), а именно:

$$\boldsymbol{\sigma}(t_{-1}) = \boldsymbol{\sigma}_{-1}; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_{-1}) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{-1}; \quad \boldsymbol{\sigma}(t_p) = \boldsymbol{\sigma}_p; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_p) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_p, \quad (17)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}_p$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_p$  – векторные константы, которые в общем случае могут отличаться от соответствующих значений  $\boldsymbol{\sigma}_0$  и  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0$ . Поэтому  $\boldsymbol{\sigma}_p$ ,  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_p$  можно рассматривать как дополнительные параметры ППС, а момент времени  $t_p$  – как один из его основных параметров.

Завершая обсуждение условий сопряжения программ управления маневрами ППС, отметим, что для программы управления  $\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , должны выполняться не только условия типа (16), (17) при  $t = t_0$  и, быть может, при  $t = t_p$ , но и дополнительные требования гладкости программы  $\tilde{\mathbf{u}}(t)$ . Последнее выполняется при выборе в соответствующей задаче оптимального управления функционала типа нормы в  $L_2$  для  $\tilde{\mathbf{u}}(t)$  или ее соответствующих производных. Постановка этой задачи как задачи оптимального сопряжения для программ управления маневрами ППС далее будет сформулирована как завершающая (второй этап) или третья задача оптимизации ППС.

В заключение рассмотрения общей постановки задачи оптимизации ППС и ее отдельных задач отметим следующее. Во-первых, если полученные решения второй задачи и, при необходимости, третьей задачи таковы, что результаты второго этапа оптимизации ППС оказываются неудовлетворительными, то это обуславливает внесение соответствующих корректив в исходные данные для решения задачи первого этапа. После этого решение сформулированных выше задач первого и второго этапов повторяется необходимое число раз. Таким образом, поиск решения задачи оптимизации ППС реализуется в виде итерацион-

ной процедуры. Во-вторых, различие целевого назначения маневров ППС означает, что его оптимизация, по существу, является задачей векторной оптимизации, а при выборе метода ее решения следует учитывать характер оптимальности синтезируемого плана зондирования.

### Метод синтеза оптимального управления ориентацией КА при перенацеливании аппаратуры зондирования

Следуя [12] и постановке второй задачи оптимизации ППС в варианте (5), (6), (9), (13) или в варианте (5), (6), (13), (17), изложим метод решения задачи оптимальной переориентации КА ДЗЗ при перенацеливании его аппаратуры зондирования. Для этого вначале преобразуем модель углового движения КА, а именно, перепишем уравнение (6) в следующем виде:

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{f}_\sigma,$$

где  $\mathbf{f}_\sigma = [N(\boldsymbol{\sigma}) - I_3]\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ ,  $I_3$  – единичная матрица. Введя вектор  $\mathbf{x} = \text{col}(\boldsymbol{\sigma}, \tilde{\boldsymbol{\omega}})$  и вектор-функцию  $\mathbf{f} = \text{col}(\mathbf{f}_\sigma, \mathbf{f}_\omega)$ , представим систему уравнений (5), (6) в виде:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \tilde{\mathbf{f}}(t), \quad (18)$$

где  $\mathbf{A} = \text{diag} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_3 \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix}$ . В связи с дальнейшим изложением в пра-

вой части (18) с учетом  $\tilde{\mathbf{f}}_\delta(t) = \mathbf{f}_\delta(t, \boldsymbol{\sigma}(t), \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))$ ,  $\delta = \sigma, \omega$ , введена вектор-функция  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$ , учитывающая нелинейные члены. Граничные условия для системы (18) с учетом (9) или (17) будут иметь вид:

$$\mathbf{x}(a) = \mathbf{x}_a; \quad \mathbf{x}(b) = \mathbf{x}_b. \quad (19)$$

где  $a = t_{-1}$ ,  $\mathbf{x}_a = \text{col}(\boldsymbol{\sigma}_{-1}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{-1})$ , а также  $b = t_0$ ,  $\mathbf{x}_b = \text{col}(\boldsymbol{\sigma}_0, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0)$  для (9) или  $b = t_p$ ,  $\mathbf{x}_b = \text{col}(\boldsymbol{\sigma}_p, \tilde{\boldsymbol{\omega}}_p)$  для (17).

С учетом (13) далее рассматривается решение задачи оптимального управления для системы (18) и граничных условий (19) при минимизации функционала:

$$J(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}(\cdot)\|_{L_\infty}^{(v)} = \max_{\tau \in [a, b]} \|\mathbf{u}(\tau)\|_v. \quad (20)$$

Предложенный в [12] метод последовательных приближений для синтеза оптимальных управления для задач типа (18) – (20) основан на «линеаризации» управляемой системы с помощью введения соответствующих вектор-функций  $\tilde{\mathbf{f}}(t)$  для нелинейных членов и на применении метода простой одношаговой итерации.

Начальное приближение для решения задачи (5), (6), (9), (13) или задачи (5), (6), (13), (17) можно получить из решения задачи оптимального управления (18) – (20), принимая  $\tilde{\mathbf{f}}_\delta(t) \equiv \mathbf{0}$ ,  $\delta = \sigma, \omega$ ,  $t \in [t_{-1}, t_0]$ . Тогда имеет место:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(0)}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{(0)} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}^{(0)}(t), \quad (21)$$

где  $\mathbf{u}^{(0)}(t)$  – оптимальное управление, доставляющее минимум функционалу (20) на удовлетворяющих граничным условиям (19) траекториях  $\mathbf{x}^{(0)}(t)$ .

Последующие приближения с учетом тех же граничных условий (19) и с тем же функционалом (20) получаются из решения задач оптимального управления для систем следующего вида:

$$\frac{d\mathbf{x}^{(k)}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}^{(k)} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}^{(k)}(t) + \tilde{\mathbf{f}}^{(k-1)}(t) \quad (k=1,2,3,\dots), \quad (22)$$

где  $\tilde{\mathbf{f}}^{(k-1)}(t) = \tilde{\mathbf{f}}^{(k-1)}(t, \mathbf{x}^{(k-1)}(t))$ , а  $\mathbf{u}^{(k)}(t)$  – оптимальное управление.

Как известно [9–12], задачи оптимального управления указанного здесь типа весьма эффективно решаются при их сведении к проблеме моментов в рамках принципа максимума Н.Н.Красовского. При достаточно «хороших» начальных приближениях в прикладных задачах управления ориентацией КА ДЗЗ, например, в виде решения задачи (19) – (21), скорость сходимости рассматриваемого метода близка к квадратичной и при  $k \rightarrow \infty$  имеет место  $\mathbf{x}^{(k)}(t) \rightarrow \mathbf{x}^*(t)$  и  $\mathbf{u}^{(k)}(t) \rightarrow \mathbf{u}^*(t)$ , где  $\mathbf{x}^*(t)$  – траектория системы (18):

$$\frac{d\mathbf{x}^*}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}^*(t) + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}^*(t)),$$

удовлетворяющая граничным условиям (19), т. е.  $\mathbf{x}^*(a) = \mathbf{x}_a$ ,  $\mathbf{x}^*(b) = \mathbf{x}_b$ , а  $\mathbf{u}^*(t)$  – искомое оптимальное управление. В [12] показано, что эффективность метода при решении задач оптимального управления типа (18) – (20) существенно зависит от эффективности решения опорных задач управления (19), (20), (22), (19) (т. е. для каждого  $k=1,2,3,\dots$ ). Там же приведено их решение для указанного здесь функционала (20) при  $\nu=2, \infty$ .

Результаты математического моделирования маневров оптимального перенацеливания аппаратуры зондирования для КА «Ресурс-ДК» подтвердили высокую эффективность предложенного численного метода при решении второй задачи оптимизации паттерна управления «перенацеливание – сканирование» в постановке (5), (6), (9), (13) (при  $\nu=2, \infty$ ). Кроме того, особо следует отметить, что этот же метод эффективен и при решении задачи оптимального сопряжения программ управления маневрами ППС.

### Постановка и решение задачи оптимального сопряжения программ управления угловым движением КА ДЗЗ

В соответствии с рассмотренными выше условиями сопряжения программ управления маневрами ППС сформулируем еще одну задачу его оптимизации, а именно, перейдем к постановке третьей задачи оптимизации ППС. Итак, пусть получено решение задачи (5), (6), (9), (13), т. е. для маневра перенацеливания найдена оптимальная программа  $\mathbf{u}_{\text{opt}} = \hat{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{-1}, t_0)$  и получено значение  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) < u_{\text{max}}$ . После этого следует провести анализ допустимости разрыва  $\hat{\mathbf{u}}(t_0) \neq \mathbf{u}_{\text{скан}}(t_0)$  в программе управления для ППС. Если его последствия неприемлемы с точки зрения динамики управления ориентацией КА ДЗЗ, то воз-

никает необходимость в решении задачи соответствующего сопряжения для программ управления маневрами ППС. Очевидно, что при выполнении условия  $J(\mathbf{u}_{\text{opt}}) < u_{\text{max}}$  на интервале  $[t_{-1}, t_0)$  можно ввести разбиение (16) и, возможно, заменить граничные условия (9) какими-либо допустимыми условиями (17). В этом случае граничные условия для кинематических характеристик углового движения КА ДЗЗ на подынтервале сопряжения  $[t_{-1}, t_0)$  с учетом (11) и (17) будут иметь вид:

$$\boldsymbol{\sigma}(t_p) = \boldsymbol{\sigma}_p; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_p) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_p; \quad \boldsymbol{\sigma}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_0) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0. \quad (23)$$

Кроме того, к условиям (23) следует также присоединить условия сопряжения типа (14), (15) в точке  $t = t_0$  и, быть может, такие же условия – в точке  $t = t_p$ . В общем случае эти условия для искомой программы управления

$\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , с учетом обозначения  $\tilde{\mathbf{v}}(t) = \frac{d\tilde{\mathbf{u}}(t)}{dt}$  записываются так:

$$\tilde{\mathbf{u}}(t_0) = \mathbf{u}_0; \quad \tilde{\mathbf{v}}(t_0) = \mathbf{v}_0, \quad (24)$$

где  $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}_{\text{скан}}(t_0)$ ,  $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{\text{скан}}(t_0)$ ;

$$\tilde{\mathbf{u}}(t_p) = \mathbf{u}_p; \quad \tilde{\mathbf{v}}(t_p) = \mathbf{v}_p, \quad (25)$$

где  $\mathbf{u}_p = \hat{\mathbf{u}}(t_p)$ ,  $\mathbf{v}_p = \left. \frac{d\hat{\mathbf{u}}(t)}{dt} \right|_{t=t_p}$ .

Учитывая условия (24), (25), накладываемые на оптимальную программу управления  $\tilde{\mathbf{u}}(t)$ , введем в рассмотрение векторы дополнительных переменных

состояния  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}$ , т. е. дополним уравнения углового движения КА ДЗЗ

(5), (6) следующими уравнениями:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{v}; \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{w}, \quad (26)$$

где  $\mathbf{w}$  – вектор вспомогательных управляющих параметров. Таким образом, расширенный объект управления будет представлен системой уравнений (5), (6), (26). Поскольку искомая программа управления  $\tilde{\mathbf{u}}(t)$  должна удовлетворять вполне определенным требованиям гладкости, постольку в качестве критерия оптимальности здесь следует выбрать функционал:

$$\tilde{J}(\mathbf{w}(\cdot)) = \|\mathbf{w}(\cdot)\|_{L_2}^{(2)} = \left( \int_{t_p}^{t_0} \|\mathbf{w}(\tau)\|_{\mathbb{V}}^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \min. \quad (27)$$

Следовательно, постановку задачи по оптимальному сопряжению программ управления маневрами ППС как третьей задачи оптимизации ППС можно сформулировать так: найти программу вспомогательного управления  $\mathbf{w}(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , которая доставляет минимум функционалу (27) на траекториях системы (5), (6), (26), удовлетворяющих граничным условиям (23) - (25).

В связи с этой постановкой и с последующим решением задачи необходимо отметить следующее.

Во-первых, так как решением задачи (5), (6), (23) – (27) является не только вспомогательная программа  $w(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , но и программа управления  $\tilde{u}(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , то для последней обязательна проверка выполнения ограничения (12).

Во-вторых, эффективное решение данной задачи достигается с применением изложенного выше метода последовательных приближений и, более того, здесь решения опорных задач управления можно получить в аналитическом виде [10], что в значительной степени способствует повышению эффективности решения задачи оптимизации ППС в целом. Это подтверждается и результатами математического моделирования, а именно, для решения этой задачи (для маневров КА типа «Ресурс-ДК» с точностью до нескольких угловых секунд) требуются всего одна-две итерации. Высокая скорость сходимости метода объясняется тем, что в случае функционала (27) опорные задачи управления сводятся к проблеме моментов, которая, в свою очередь, сводится к разрешающим ее парциальным проблемам моментов [11].

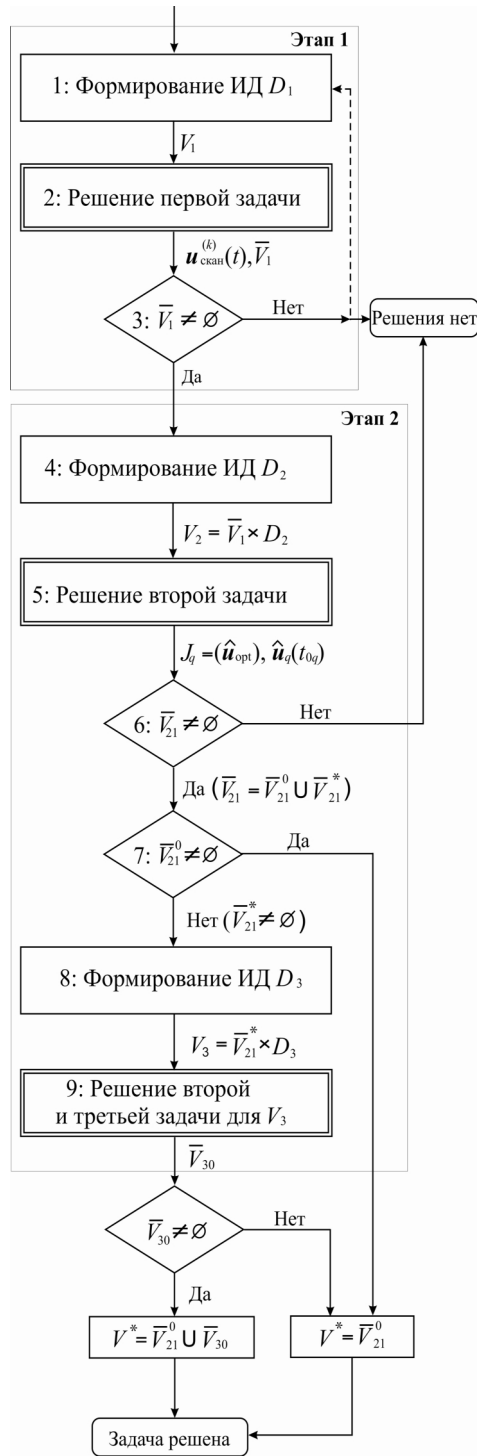
И, наконец, следует отметить, что в силу структуры переходной матрицы для объекта управления (5), (6), (26) при его приведении к виду (18) решением рассматриваемой задачи является программа оптимального управления  $w(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$ , компоненты которой будут полиномами третьей степени. Но тогда компоненты программы  $\tilde{u}(t)$ ,  $\forall t \in [t_p, t_0)$  суть полиномы пятой степени.

Очевидно, что в том случае, когда гладкость получаемого решения задачи сопряжения недостаточна, в подсистему (26) можно вводить дополнительные переменные состояния, например,  $\xi = \frac{dw}{dt}$  и т.д., а также новый вектор вспомогательных управляющих параметров.

### **Общий алгоритм решения задачи оптимизации ППС**

В общем случае решение задачи оптимизации паттерна «перенацеливание – сканирование» при включении каждой «элементарной операции» в состав интегральной программы управления КА ДЗЗ или, что то же самое, при включении маршрута съемки в формируемый план зондирования является двухэтапной итерационной процедурой, один из вариантов пошаговой схемы реализации которой приведен на рисунке. Ее краткое описание приводится далее по шагам.

**Шаг 1.** Для заданного маршрута съемки – кандидата на включение в план зондирования – формируются исходные данные (ИД) для решения первой задачи (10), (11). В состав ИД здесь включаются: геометрические характеристики маршрута съемки, в том числе параметры  $t_{00}$ ,  $t_0^{\min}$ ,  $t_0^{\max}$ , а также данные, необходимые для синтеза закона сканирования маршрута съемки. Простейший вариант ИД  $D_1$  можно представить наборами: во-первых,  $T = \{t_0^{(i)}\}$ , где  $t_0^{(i)} \in [t_0^{\min}, t_0^{\max}]$ ,  $i = \overline{1, n_t}$ ; во-вторых,  $W = \{w_j\}$ , где  $w_j \in [w_{\min}, w_{\max}]$ ,  $j = \overline{1, n_w}$ , а  $w_{\min}, w_{\max}$  – минимально и максимально допустимые скорости бега изображения в фокальной плоскости аппаратуры зондирования [1–6].



(13). В состав ИД включаются: во-первых, значения  $\{t_{0k}, \sigma_{0k}, \tilde{\omega}_{0k}, \dots\} \in \bar{V}_1$ ,  $k = \overline{1, m_1}$  ( $m_1 \leq n_1$ ); во-вторых, набор параметров  $D_2$ , задающих начальное кинематическое состояние углового движения КА ДЗЗ для подынтервалов пере-

Тогда прямое произведение  $T \times W$  задает множество допустимых вариантов решения первой задачи оптимизации ППС –  $V_1 = \{v_k^{(1)}\}$ ,  $k = \overline{1, n_1}$  ( $n_1 = n_t \times n_w$ ).

**Шаг 2.** Решается первая задача для  $v_k^{(1)} \in V_1$ ,  $k = \overline{1, n_1}$ , и получаются значения  $\sigma_{0k}$ ,  $\tilde{\omega}_{0k}$  для (11) и программы управления  $u_{\text{скан}}^{(k)}(t)$ ,  $\forall t \in [t_{0k}, t_{fk}]$ , для (10), а также оценки качества решения задачи (сканирования маршрута съемки  $S$ ) в виде значения показателя  $S_k$ ,  $k = \overline{1, n_1}$ .

**Шаг 3.** Для каждого варианта решения первой задачи проверяется выполнение ограничений вида (12) для полученных программ управления  $u_{\text{скан}}^{(k)}(t)$ , а также проверяется выполнение возможных ограничений для значений  $t_{fk}$  и  $S_k$  ( $k = \overline{1, n_1}$ ). По результатам проведенной проверки формируется подмножество вариантов  $\bar{V}_1 \subseteq V_1$ , которые являются допустимыми для реализации маневров сканирования. Если  $\bar{V}_1 \neq \emptyset$ , то переход ко второму этапу решения задачи оптимизации ППС, т. е. к шагу 4. Если же  $\bar{V}_1 = \emptyset$ , то решение задачи для данного маршрута съемки завершается, он в план зондирования не включается, либо осуществляется возвращение к шагу 1 в целях соответствующей коррекции ИД для решения первой задачи  $D_1$ .

**Шаг 4.** С учетом полученного множества  $\bar{V}_1$  формируются ИД для решения второй задачи (5), (6), (9),

нацеливания аппаратуры зондирования, т. е. параметры  $t_{-1}$ ,  $\sigma_{-1}$ ,  $\tilde{\omega}_{-1}$  из (9). Указанные параметры могут быть получены по результатам решения задачи оптимизации ППС для предыдущих маршрутов съемки, рекомендуемых к включению в план зондирования. Множество допустимых вариантов решения второй задачи оптимизации ППС  $V_2 = \{v_q^{(2)}\}$  ( $q = \overline{1, n_2}$ ) здесь задается так:  $V_2 = \bar{V}_1 \times D_2$ .

**Шаг 5.** Решается вторая задача  $v_q^{(2)} \in V_2$ ,  $q = \overline{1, n_2}$ , и получаются значения  $J_q(\hat{u}_{\text{opt}})$  и  $\hat{u}_q(t_{0q})$ .

**Шаг 6.** Множество  $V_2 = \{v_q^{(2)}\}$  разбивается на подмножества: во-первых, подмножество вариантов, допускающих реализацию маневров перенацеливания, т. е.  $\bar{V}_{21} = \{v_{q_1}^{(2)} : J_{q_1}(\hat{u}_{\text{opt}}) \leq u_{\text{max}}\}$ ; во-вторых, подмножество вариантов, в которых маневры перенацеливания не могут быть реализованы, т. е.  $\bar{V}_{20} = \{v_{q_0}^{(2)} : J_{q_0}(\hat{u}_{\text{opt}}) > u_{\text{max}}\}$ . Соответственно, здесь  $0 \leq q_1 \leq n_2$ ,  $0 \leq q_0 \leq n_2$  и  $q_1 + q_0 = n_2$ . Если  $\bar{V}_{21} = \emptyset$ , то второй этап завершается и вместе с этим завершается решение задачи оптимизации ППС, а маршрут съемки в план зондирования не включается. Иначе осуществляется переход к шагу 7.

**Шаг 7.** Для вариантов, включенных в  $\bar{V}_{21}$ , проводится анализ допустимости возможных разрывов программы управления, т. е.  $\hat{u}_{q_1}(t_{0q_1}) \neq u_{\text{скан}}^{(q_1)}(t_{0q_1})$ . Если они допустимы, то вариант  $v_{q_1}^{(2)}$  включается в подмножество вариантов маневра перенацеливания аппаратуры зондирования  $\bar{V}_{21}^0$ , рекомендуемых к реализации, иначе, – в подмножество  $\bar{V}_{21}^*$ . Если  $\bar{V}_{21}^0 \neq \emptyset$ , т. е. хотя бы один из таких вариантов управления удовлетворяет требованиям к соответствующей «элементарной операции», то она рекомендуется для включения в состав интегральной программы, а данный маршрут съемки – в план зондирования. Тем самым решение задачи оптимизации ППС завершается.

**Шаг 8.** Если  $\bar{V}_{21}^* \neq \emptyset$  и шаг 7 не завершает решение задачи, то формируются ИД для решения задачи сопряжения программ управления для маневров ППС, т. е. для решения третьей задачи его оптимизации. В состав ИД  $D_3$  включаются: во-первых, допустимые значения моментов времени  $t_p$  в (16), а именно:  $T_p = \{t_p^{(\alpha)}\}$ , где  $t_0^{(\alpha)} \in [t_{-1, q_1}^*, t_{0, q_1}^*]$ ,  $\alpha = \overline{1, n_p}$ ; во-вторых, допустимые вариации для значений  $\sigma_p$ ,  $\tilde{\omega}_p$  из (17) в виде множества  $\Sigma_p$ . Соответственно здесь  $D_3 = T_p \times \Sigma_p$  и множество допустимых вариантов решения третьей задачи оптимизации ППС  $V_3 = \{v_\lambda^{(3)}\}$ ,  $\lambda = \overline{1, n_3}$ , задается так:  $V_3 = \bar{V}_{21}^* \times D_3$ .

**Шаг 9.** Для каждого  $v_\lambda^{(3)} \in V_3$  ( $\lambda = \overline{1, n_3}$ ) вначале решается соответствующая вторая задача (5), (6), (13), (17) (по шагам 5, 6), а затем – третья задача (5), (6),

(23) - (27), решением которой будут программа  $\tilde{u}_\lambda(t)$ ,  $\forall t \in [t_{p\lambda}, t_0)$ , и, например, длительность маневра перенацеливания  $Q_\lambda$ , получаемая с учетом решения соответствующих варианту  $v_\lambda^{(3)}$  первой и второй задач оптимизации ППС. Если эта программа удовлетворяет ограничениям (12), то  $v_\lambda^{(3)} \in \bar{V}_3$ . Если  $\bar{V}_3 = \emptyset$ , то в качестве решения задачи оптимизации принимается множество  $\bar{V}_{21}^0$ , которое было получено на шаге 7. Иначе решение задачи будет представлено в виде  $V^* = \bar{V}_{21}^0 \cup \bar{V}_3$  – множества допустимых к реализации совокупностей маневров перенацеливания и сканирования и, кроме того,  $\forall v_\beta \in V^*$  ( $\beta = 1, 2, \dots, n^*$ ) значениями показателей качества маневров  $\bar{S}_\beta = S(v_\beta)$  и  $\bar{Q}_\beta = Q(v_\beta)$ .

**Шаг 10.** При необходимости по результатам шага 9 может решаться задача векторной оптимизации, при выборе метода решения которой следует учитывать характер оптимальности формируемого плана зондирования.

### Заключение

В рамках общей задачи синтеза интегральных программ управления для КА ДЗЗ или формирования оптимальных планов зондирования на длительных (многовитковых) интервалах полета рассмотрена задача оптимизации паттерна, включающего пары маневров управления ориентацией КА при перенацеливании его оптико-электронной аппаратуры зондирования и при сканировании произвольных маршрутов съемки в режиме «push broom». Рассматриваемый паттерн «перенацеливание – сканирование» (ППС) представляет собой модель «элементарной операции» управления ориентацией КА ДЗЗ в составе интегральной программы управления. Оптимизация ППС при включении реализующей его «элементарной операции» в интегральную программу способствует повышению не только качества получаемой информации, но и производительности КА ДЗЗ на заданном интервале полета. Поставлена задача оптимизации паттерна, в рамках которой решены задача оптимального управления переориентацией КА ДЗЗ с произвольными граничными условиями при перенацеливании аппаратуры зондирования и задача оптимального сопряжения программ управления для маневров паттерна «перенацеливание – сканирование». Для решения указанных задач разработан метод последовательных приближений, эффективность которого (высокая скорость сходимости) подтверждена результатами математического моделирования. Приведено описание общего алгоритма решения задачи оптимизации ППС, которая актуальна и в случае многомаршрутного сканирования геометрически сложных районов зондирования [8].

### Благодарности

Авторы благодарят рецензентов д.т.н. Б.Е.Ландау и к.т.н. А.В.Лопарева за ценные замечания, позволившие значительно улучшить содержание статьи.

*Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 13-08-97019 р\_поволжье\_а, проект № 13-01-97002 р\_поволжье\_а.*



ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Аншаков Г.П., Мантуров А.И., Усталов Ю.М. Теоретические основы и методы синтеза интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования множества районов наблюдения переменного состава на длительных временных интервалах // XVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2009. - С. 232-244.
2. Курганская Л.В., Морозова М.В., Данилов, С.Б. Оптимальное планирование процессов дистанционного зондирования Земли из космоса / Ю.Н.Горелов [и др.] // XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электрон», 2012. - С. 252-258.
3. Бакланов, А.И. Системы наблюдения и мониторинга. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. - 234 с.
4. Аншаков Г.П., Мантуров, А.И., Усталов, Ю.М., Горелов, Ю.Н., Горелова, О.И., Данилов, С.Ю. Моделирование программ управления угловым движением космического аппарата дистанционного зондирования при сканировании набегающего потока районов наблюдения / Г.П.Аншаков [и др.] // XII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. - СПб.: ЦНИИ «Электрон», 2005. - С. 58-64.
5. Раушенбах, Б.В., Токарь, В.В. Управление ориентацией космических аппаратов. - М.: Наука, 1974. - 600 с.
6. Горелов, Ю.Н., Данилов, С.Б., Мантуров, А.И., Пермяков, А.В. Оптимальное управление сканированием маршрутов съемки для КА дистанционного зондирования Земли / Ю.Н. Горелов [и др.] // Общерос. научно-техн. журнал «Полет». - 2009. - № 11. - С. 49-55.
7. Горелов, Ю.Н., Мантуров, А.И., Соллогуб А.В. Синтез программного углового движения КА ДЗЗ при сканировании криволинейных маршрутов // Общерос. научно-техн. журнал «Полет». - 2013. - № 7. - С. 3-12.
8. Горелов, Ю.Н., Юрин, В.Е. Об оптимальном многомаршрутном сканировании для космических аппаратов дистанционного зондирования Земли // Известия ШЦ РАН. - 2013. - Т.15. - № 6. - С.140-147.
9. Красовский, Н.Н. Теория управления движением: линейные системы. - М.: Наука, 1965. - 476 с.
10. Мороз, А.И. Курс теории систем. - М.: Высшая школа, 1987. - 304 с.
11. Горелов, Ю.Н. О сводимости оптимальной проблемы моментов к парциальной в задачах управления многомерными линейными системами // Известия ШЦ РАН. - 2012. - № 6. - С. 177-181.
12. Горелов, Ю.Н., Данилов, С.Б., Юрин, В.Е. Синтез оптимального управления переориентацией космического аппарата одним методом последовательных приближений // Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сб. тр. XVI Всерос. научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Ч.III. - Самара: Изд-во ШЦ РАН, 2013. - С.34-40.

**Abstract.** The paper deals with the problem of the Earth remote sensing satellites attitude control with geometrically composite routes scanning (in the «push broom» mode) subject to the optoelectronic sensing equipment retargeting. The optimization problem of a control pattern as an construction elementary operation of the integrated control programs for Earth remote sensing satellites' multicircuit flight intervals is formulated. It is given a pattern's model. A pattern consists of a sequence of the spacecraft's attitude control maneuvers - retargeting and scanning. The problem of the optimal spacecraft attitude control for the retargeting maneuver is solved as one of optimization problems for such pattern. It is proposed a method to solve it, including conjugation of control programs for the pattern maneuvers.

**Key words:** spacecraft, Earth remote sensing, sensing route, orientation control, scanning, retargeting, control pattern

Материал поступил 9.09.13