

М. В. ЖАРКОВ, К. К. ВЕРЕМЕЕНКО, Д. А. АНТОНОВ, И. М. КУЗНЕЦОВ

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОРИЕНТАЦИИ ПО ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИМ НЕОДНОЗНАЧНЫМ ФАЗОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ИЗМЕРЕНИЯМ АБСОЛЮТНОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

*Предложен вариант комплексирования многоантенного приемника спутниковых навигационных систем (СНС) и инерциальных датчиков (гироскопов) с целью вычисления параметров ориентации по фазовым измерениям СНС, содержащим целочисленную неоднозначность, и измерениям абсолютной угловой скорости вращения подвижного объекта. Приводятся результаты исследования предложенного подхода с оценкой потенциальной точности путем имитационного моделирования и натурных испытаний.*

**Ключевые слова:** спутниковая навигационная система, комплексная навигационная система, разрешение целочисленной неоднозначности фазовых измерений, определение параметров ориентации.

### Постановка задачи

Идея определения параметров ориентации (углов курса, тангажа и крена) с использованием СНС основана на том, что, измеряя разность дальностей от навигационных спутников до, в простейшем случае, двух антенн, установленных на объекте, можно судить об угловом положении линии, соединяющей антенны и по устоявшейся терминологии называемой базовой линией, или базой. Так как длина базы значительно меньше расстояний от антенн до спутников, при решении задачи ориентации можно использовать интерферометрическую модель измерений (рис. 1), то есть считать вектор, направленный от антенны  $\alpha$  к  $j$ -му спутнику, параллельным вектору, направленному от антенны  $\beta$  к тому же  $j$ -му спутнику. В этом случае разность дальностей  $\Delta\rho_{\alpha\beta}^j$  между антенной  $\alpha$  и спутником  $\rho_{\alpha}^j$  и антенной  $\beta$  и тем же спутником  $\rho_{\beta}^j$  будет равна скалярному произведению вектора  $\bar{b}_{\alpha\beta}$ , лежащего между антеннами, и единичного вектора  $\bar{c}_{\beta}^j$ , направленного от удаленной антенны к  $j$ -му спутнику [1]:

$$\Delta\rho_{\alpha\beta}^j = -\bar{b}_{\alpha\beta} \cdot \bar{c}_{\beta}^j. \quad (1)$$

---

**Жарков** Максим Витальевич. Начальник научно-исследовательского отдела, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (Москва).

**Веремеенко** Константин Константинович. Кандидат технических наук, начальник научно-исследовательского отделения, Московский авиационный институт. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Антонов** Дмитрий Александрович. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Московский авиационный институт. Действительный член международной общественной организации «Академия навигации и управления движением».

**Кузнецов** Иван Михайлович. Младший научный сотрудник, Московский авиационный институт.

Выполнив измерения дальностей и располагая информацией о проекциях вектора  $\bar{c}_\beta^j$  в системе координат, связанной с Землей (вычисляются на основе данных о координатах любой из антенн, полученных в результате обработки кодовых измерений, и эфемерид), и вектора  $\bar{b}_{\alpha\beta}$  в системе координат, связанной с объектом, можно вычислить параметры ориентации, например, с использованием метода векторного согласования [2].

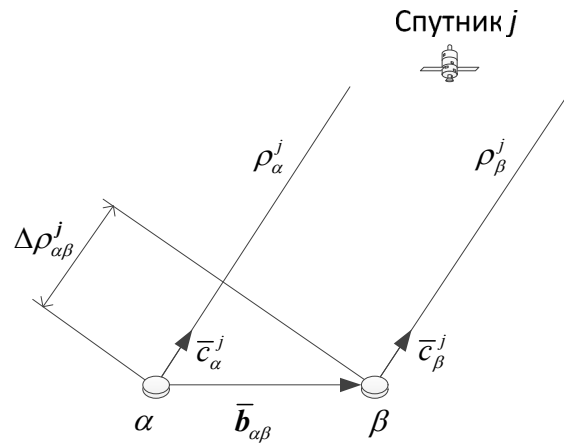


Рис. 1. Интерферометрическая модель измерений

Для выполнения измерений дальностей с удовлетворительной для решения задачи ориентации точностью необходимо использовать измерения фазы несущей спутниковых сигналов. Модель измерений фазы несущей сигнала спутника  $j$ , выполненных приемником  $\alpha$ , можно представить в виде [1]:

$$\Phi_\alpha^j = \rho_\alpha^j + d\rho_\alpha + c(dt^j - dT_\alpha) + \lambda N_\alpha^j + d_{\text{ион}}^j + d_{\text{троп}}^j + \varepsilon(\Phi_n) + \varepsilon(\Phi_{\text{много}}),$$

где  $\Phi_\alpha^j$  – фаза несущей сигнала спутника  $j$ , измеренная приемником  $\alpha$ ;  $\rho_\alpha^j$  – действительная дальность от антенны  $\alpha$  до спутника  $j$ ;  $d\rho_\alpha$  – ошибка, вызванная неточностью знания эфемерид;  $dt^j$  – ошибка часов спутника  $j$ ;  $dT_\alpha$  – ошибка часов приемника  $\alpha$ ;  $d_{\text{ион}}^j$  – ионосферная задержка;  $d_{\text{троп}}^j$  – тропосферная задержка;  $N_\alpha^j$  – целочисленная неоднозначность;  $\lambda$  – номинальная длина волны несущей;  $\varepsilon(\Phi_n)$  – ошибка измерения, вызванная шумом приемника;  $\varepsilon(\Phi_{\text{много}})$  – ошибка измерения, вызванная многолучевостью, которая зависит от условий распространения сигнала (в дальнейшем будем считать, что многолучевость не приводит к существенным погрешностям измерений).

Построение разности дальностей до спутника, измеренных с использованием разнесенных в пространстве антенн, позволяет снизить до пренебрежимо малых значений большинство погрешностей фазовых измерений, кроме погрешностей часов приемников и целочисленной неоднозначности. Погрешность часов приемников исключается благодаря использованию специализированной для решения задачи ориентации приемной аппаратуры, которую отличает наличие единого задающего генератора и применение коммутации антенн или вторых разностей дальностей [3].

Таким образом, ключевой задачей при разработке спутниковой системы определения параметров ориентации является устранение целочисленной неоднозначности фазовых измерений. Необходимость решения этой задачи возникает как на первой эпохе измерений, так и в случае потери слежения за фазой при наличии в измерениях так называемого «проскальзывания цикла» (cycle slip). Классификация методов, используемых для разрешения целочисленной неоднозначности в системах ориентации на основе только спутниковых измерений, приведена в [4]. Наибольшее распространение на сегодняшний день получили методы, предполагающие использование избыточного числа спутников, – переборные методы.

Опыт эксплуатации спутниковых систем для определения параметров ориентации выявил наличие существенного недостатка. Когда избыточность спутников недостаточна, разрешение неоднозначности либо вообще невозможно, либо занимает слишком долгое время для большинства практических применений. Устранение указанного недостатка возможно за счет использования дополнительной информации о параметрах движения от неспутниковых систем. В качестве одной из таких систем часто привлекают инерциальную курсовертикаль или инерциальную навигационную систему [2]. Даже при использовании грубой, например микромеханической, курсовертикали возможно получить априорную информацию о параметрах ориентации антенного блока и с ее помощью сократить время разрешения неоднозначности за счет уменьшения области перебора их возможных значений.

Тем не менее в ряде случаев применение инерциальных систем описанным образом оказывается неэффективным или вообще невозможным. Так, неэффективность может быть связана с низкой точностью определения параметров ориентации инерциальной системой, например на борту высокодинамичного объекта, особенно если нельзя провести начальную выставку в статическом режиме. Отсутствие же требуемого уровня избыточности спутников может вообще не позволить использовать переборный метод даже при наличии априорной информации об ориентации.

В этой связи значительный интерес представляет исследование непосредственного использования инерциальных измерений совместно с неоднозначными измерениями фазы несущей сигналов СНС для определения параметров ориентации, а следовательно, и для разрешения целочисленной неоднозначности. При этом, как будет показано ниже, в качестве инерциальных измерений можно привлекать только измерения абсолютной угловой скорости, выполняемые блоком гироскопов.

Таким образом, в статье поставлена задача создания и исследования алгоритма вычисления параметров ориентации на основе комплексной обработки интерферометрических неоднозначных фазовых измерений, осуществляемых независимыми приемниками СНС, и измерений абсолютной угловой скорости антенного блока при отсутствии априорной информации о параметрах ориентации.

### **Вычисление параметров ориентации по интерферометрическим неоднозначным фазовым измерениям спутниковых навигационных систем и измерениям абсолютной угловой скорости**

Применение независимых приемников СНС, то есть построение системы на основе раздельной структуры [4], диктует необходимость использования вторых разностей дальностей, для чего уравнение (1) должно быть модифицировано следующим образом:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij} = \Delta\rho_{\alpha\beta}^j - \Delta\rho_{\alpha\beta}^i = -\bar{b}_{\alpha\beta} \cdot \nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}, \quad (2)$$

где  $\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}$  – вторая разность дальностей;  $\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}$  – разность единичных векторов, определяющих направление от антенны  $\beta$  до спутников  $i$  и  $j$ .

Измерение второй разности фаз сигналов от спутников  $i, j$  на базе  $\alpha\beta$  в момент времени  $t_0$  можно записать в виде

$$\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) = \nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) + \nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) + \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_0), \quad (3)$$

где  $\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_0)$  – значение второй разности фазовых измерений, выполненных приемниками;  $\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_0)$  – вторая разность действительных дальностей;  $\nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0)$  – вторая разность целочисленных неоднозначностей, приведенная к размерности дальности с учетом длины волны несущей;  $\nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_0)$  – вторая разность погрешностей фазовых измерений.

При отсутствии cycle slip измерения, выполненные в разные моменты времени, содержат идентичные значения целочисленной неоднозначности (погрешностей определения числа целых циклов), соответствующие выставленному в момент времени  $t_0$  приемником в каждом канале целому числу. Таким образом, измерения (3), построенные для момента времени  $t_k$ , будут иметь вид:

$$\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = \nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) + \nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) + \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_k). \quad (4)$$

С другой стороны, согласно (2) полное значение второй разности дальностей в момент времени  $t_0$  можно представить в виде скалярного произведения следующих векторов:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) = -\bar{b}_{\alpha\beta}(t_0) \cdot \nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0). \quad (5)$$

Аналогичное измерение в момент времени  $t_k$  имеет вид:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = -\bar{b}_{\alpha\beta}(t_k) \cdot \nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_k). \quad (6)$$

Запишем уравнение (5) в проекциях на связанную систему координат. Векторы, определяющие направление на спутники, как правило, известны в нормальной земной системе координат [5] на основе информации о координатах объекта, вычисленных по кодовым измерениям, и координатах спутника, вычисленных по эфемеридам. Для пересчета проекций вектора  $\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0)$  из нормальной земной ( $L$ ) в связанную ( $B$ ) систему координат можно использовать матрицу направляющих косинусов  $A_B^L(t_0)$ :

$$\left[ \nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0) \right]_B = A_B^L(t_0) \left[ \nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0) \right]_L, \quad (7)$$

где нижний индекс при квадратных скобках обозначает систему координат, в проекциях на которую представлен вектор.

Проекции вектора  $\bar{b}_{\alpha\beta}$  в связанной системе координат неизменны, если антенны жестко закреплены на объекте. С учетом приведенных замечаний уравнение (5) примет вид:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) = -[\bar{b}_{\alpha\beta}]_B^T A_B^L(t_0) [\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0)]_L. \quad (8)$$

Вектор  $\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_k)$ , входящий в (6), может быть представлен в связанной системе координат как результат пересчета вектора  $\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0)$  из системы координат, совпадающей со связанной системой координат на момент времени  $t_0$ , в систему координат, совпадающую со связанной системой на момент времени  $t_k$ :

$$[\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_k)]_{B(t_k)} = A_{B(t_k)}^{B(t_0)} [\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_0)]_{B(t_0)}, \quad (9)$$

где  $A_{B(t_k)}^{B(t_0)}$  – матрица поворота между системой координат, совпадающей со связанной системой координат на момент времени  $t_0$ , и системой координат, совпадающей со связанной системой на момент времени  $t_k$ .

Матрица  $A_{B(t_k)}^{B(t_0)}$ , в свою очередь, может быть вычислена по информации об абсолютной угловой скорости вращения связанной системы координат на основе решения дифференциального уравнения [6]:

$$\frac{dA_{B(t_k)}^{B(t_0)}}{dt} = - \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{Z_C} & \omega_{Y_C} \\ \omega_{Z_C} & 0 & -\omega_{X_C} \\ -\omega_{Y_C} & \omega_{X_C} & 0 \end{pmatrix} A_{B(t_k)}^{B(t_0)}, \quad (10)$$

где  $\omega_{X_C}$ ,  $\omega_{Y_C}$ ,  $\omega_{Z_C}$  – проекции абсолютной (относительно инерциальной системы координат) угловой скорости вращения связанной системы координат в проекциях на собственные оси, которые могут быть измерены блоком гироскопов.

Таким образом, уравнение (6), аналогичное (5), но записанное для момента времени  $t_k$ , может быть представлено в следующем виде:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = -[\bar{b}_{\alpha\beta}]_{B(t_k)}^T A_{B(t_k)}^{B(t_0)} A_{B(t_0)}^{L(t_0)} A_{L(t_0)}^{L(t_k)} [\nabla\bar{c}_{\beta}^{ij}(t_k)]_{L(t_k)}, \quad (11)$$

где  $A_{L(t_k)}^{L(t_0)}$  – матрица пересчета из системы координат, совпадающей с нормальной на момент времени  $t_k$ , в систему координат, совпадающую с нормальной на момент времени  $t_0$ . Матрица  $A_{L(t_0)}^{L(t_k)}$  вычисляется на основе информации об изменении углов широты  $\Delta\varphi$  и долготы  $\Delta\lambda$  от момента времени  $t_0$  к моменту времени  $t_k$ :

$$A_{L(t_0)}^{L(t_k)} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\lambda) & -\sin(\Delta\lambda)\sin(\Delta\varphi) & \sin(\Delta\lambda)\cos(\Delta\varphi) \\ 0 & \cos(\Delta\varphi) & \sin(\Delta\varphi) \\ -\sin(\Delta\lambda) & -\cos(\Delta\lambda)\sin(\Delta\varphi) & \cos(\Delta\lambda)\cos(\Delta\varphi) \end{bmatrix}.$$

Связь между используемыми системами координат показана на рис. 2.

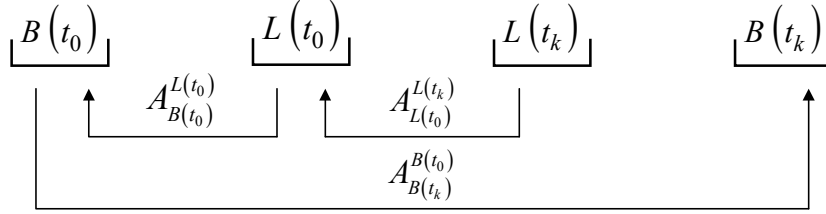


Рис. 2. Связь между используемыми системами координат

Векторное уравнение (11) можно представить в скалярно-матричном виде:

$$\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = - \begin{bmatrix} b_{\alpha\beta_{x_B}} \\ b_{\alpha\beta_{y_B}} \\ b_{\alpha\beta_{z_B}} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_{1,1}(t_k) & a_{1,2}(t_k) & a_{1,3}(t_k) \\ a_{2,1}(t_k) & a_{2,2}(t_k) & a_{2,3}(t_k) \\ a_{3,1}(t_k) & a_{3,2}(t_k) & a_{3,3}(t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_{1,1} & l_{1,2} & l_{1,3} \\ l_{2,1} & l_{2,2} & l_{2,3} \\ l_{3,1} & l_{3,2} & l_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla c_{\beta_{x_L}}^{ij}(t_k) \\ \nabla c_{\beta_{y_L}}^{ij}(t_k) \\ \nabla c_{\beta_{z_L}}^{ij}(t_k) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где  $a_{i,j}(t_k)$  – элементы матрицы  $A_{B(t_0)}^{L(t_k)}$ ;  $d_{i,j}$  – элементы матрицы  $A_{L(t_0)}^{L(t_k)}$ ;  $l_{i,j}$  – элементы матрицы  $A_{L(t_0)}^{L(t_k)}$ ;  $\nabla c_{\beta_{i_L}}^{ij}(t_k)$  – проекции вектора  $\nabla \bar{c}_{\beta}^{ij}(t_k)$  на нормальную земную систему координат;  $b_{\alpha\beta_{i_B}}$  – проекции вектора  $\bar{b}_{\alpha\beta}$  на связанную систему координат.

Уравнение (12) представляет собой линейное уравнение и может быть представлено в виде  $\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = A_{\alpha\beta}^{ij}(t_k)\bar{D}$ , где  $A_{\alpha\beta}^{ij}(t_k)$  – строка коэффициентов, состоящих из проекций векторов  $\nabla c_{\beta_{i_L}}^{ij}(t_k)$  и  $\bar{b}_{\alpha\beta}$ , а также элементов матриц  $A_{B(t_0)}^{L(t_k)}$  и  $A_{L(t_0)}^{L(t_k)}$ ;  $\bar{D} = [d_{1,1}, \dots, d_{3,3}]^T$  – вектор неизвестных, составленный из элементов матрицы  $A_{B(t_0)}^{L(t_0)}$ .

Как было показано выше, на практике построение разностей дальностей  $\nabla\Delta\rho_{\alpha\beta}^{ij}$  производится с использованием фазовых измерений СНС (4), обладающих согласно (4) погрешностями  $\nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_k)$ . В связи с этим вектор неизвестных и строка коэффициентов должны быть расширены за счет включения целочисленной неоднозначности  $\nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0)$  и элемента, равного  $-1$ , соответственно:

$$\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) = \begin{bmatrix} A_{\alpha\beta}^{ij}(t_k) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{D} \\ \nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) \end{bmatrix} + \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_k). \quad (13)$$

Для вычисления неизвестных потребуется составить систему как минимум из 10 уравнений (13), записанных для различных моментов времени:

$$\bar{\Phi}_{\alpha\beta}^{ij} = A_{\alpha\beta}^{ij} \begin{bmatrix} \bar{D} \\ \nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) \end{bmatrix} + \bar{E}_{\alpha\beta}^{ij}, \quad (14)$$

где  $\bar{\Phi}_{\alpha\beta}^{ij} = [\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_0), \dots, \nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_9), \dots, \nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}(t_n)]^T$ ,  
 $A_{\alpha\beta}^{ij} = [[A_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) - 1], \dots, [A_{\alpha\beta}^{ij}(t_9) - 1], \dots, [A_{\alpha\beta}^{ij}(t_n) - 1]]^T$ ,  
 $\bar{E}_{\alpha\beta}^{ij} = [\nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_0), \dots, \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_9), \dots, \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}(t_n)]^T$ ,  $n$  – число измерений.

Уравнение (14) может быть расширено в случае использования  $m$  спутников:

$$\bar{\Phi}_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} \begin{bmatrix} \bar{D} \\ \bar{N}_{\alpha\beta} \end{bmatrix} + \bar{E}_{\alpha\beta}, \quad (15)$$

где  $\bar{\Phi}_{\alpha\beta} = [\nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{ij}, \dots, \nabla\Delta\Phi_{\alpha\beta}^{im}]^T$ ;  $\bar{N}_{\alpha\beta} = [\nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{ij}(t_0), \dots, \nabla\Delta N_{\alpha\beta}^{im}(t_0)]$ ;  
 $\bar{E}_{\alpha\beta} = [\nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{ij}, \dots, \nabla\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}^{im}]^T$ ;  
 $A_{\alpha\beta} = -[[A_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) \ I_{\alpha\beta}^{ij}] \dots [A_{\alpha\beta}^{ij}(t_n) \ I_{\alpha\beta}^{ij}] \dots [A_{\alpha\beta}^{im}(t_0) \ I_{\alpha\beta}^{im}] \dots [A_{\alpha\beta}^{im}(t_n) \ I_{\alpha\beta}^{im}]]^T$ ;  
 $I_{\alpha\beta}^{ij} = [-1, 0, \dots, 0]$ ,  $I_{\alpha\beta}^{im} = [0, 0, \dots, -1]$  – строки с размерностью  $[1 \times (m-1)]$ .

Уравнение (15) при наличии  $\mu$  баз, образованных  $\mu + l$  антенной, может быть в свою очередь расширено следующим образом:

$$\bar{\Phi} = A \begin{bmatrix} \bar{D} \\ \bar{N} \end{bmatrix} + \bar{E}, \quad (16)$$

где  $\bar{\Phi} = [\bar{\Phi}_{\alpha\beta}, \dots, \bar{\Phi}_{\alpha\mu}]^T$ ;  $\bar{N} = [\bar{N}_{\alpha\beta}, \dots, \bar{N}_{\alpha\mu}]$ ;  $\bar{E} = [\bar{E}_{\alpha\beta}, \dots, \bar{E}_{\alpha\mu}]^T$ ;  
 $A = -[[A_{\alpha\beta}^{ij}(t_0) \ I_{\alpha\beta}^{ij}] \dots [A_{\alpha\beta}^{ij}(t_n) \ I_{\alpha\beta}^{ij}] \dots [A_{\alpha\mu}^{im}(t_0) \ I_{\alpha\mu}^{im}] \dots [A_{\alpha\mu}^{im}(t_n) \ I_{\alpha\mu}^{im}]]^T$ ;  
 $I_{\alpha\beta}^{ij} = [-1, 0, \dots, 0]$ ,  $I_{\alpha\mu}^{im} = [0, \dots, 0, -1]$  – строки с размерностью  $[1 \times (m-1)\mu]$ .

Система линейных уравнений (16) может быть решена с использованием численных методов, например метода взвешенных наименьших квадратов:

$$\begin{bmatrix} \bar{D} \\ \bar{N} \end{bmatrix} = (A^T K_{\Phi}^{-1} A)^{-1} A^T K_{\Phi}^{-1} \bar{\Phi}, \quad (17)$$

где  $K_{\Phi}$  – ковариационная матрица погрешностей измерений.

В результате решения будут определены элементы матрицы  $A_{B(t_0)}^{L(t_0)}$  и значения второй разности целочисленных неоднозначностей фазовых измерений. Это позволяет вычислить параметры ориентации антенного блока в нормальной земной системе координат (углы курса, тангажа и крена) на первую эпоху измерений, а также плавающие значения целочисленной неоднозначности фазовых измерений СНС. Дополнительная оценка достоверности правильного разрешения неоднозначности может быть произведена с использованием известных процедур: теста на длину базы и контроля контрастного отношения [3]. После устранения целочисленной неоднозначности фазовые измерения могут быть использованы для вычисления параметров ориентации [2, 3, 4] на каждой эпохе измерений уже без привлечения информации об угловой скорости от блока гироскопов.

Учитывая тот факт, что ключевой особенностью предложенного подхода к вычислению параметров ориентации является возможность устранения целочисленной неоднозначности фазовых измерений СНС, отметим его качественные особенности прежде всего в сравнении с другими методами разрешения неоднозначности.

Согласно [4], представленный алгоритм можно отнести к классу методов, использующих вращение объекта (метод motion-based). Наиболее известным методом разрешения неоднозначности этого класса считается метод, основанный на устранении неоднозначности за счет построения третьих (по времени) разностей фазовых измерений при условии постоянства длин баз [7]. Другие известные примеры решения задачи вычисления параметров ориентации с использованием вращающегося объекта или антенного блока описаны в работах [8, 9].

К потенциальным преимуществам предложенного алгоритма следует отнести:

- возможность разрешения целочисленной неоднозначности при отсутствии избыточного числа спутниковых измерений при наличии только двух антенн (одной базы);
- возможность вычисления всех трех углов ориентации на первую эпоху измерений при наличии только двух антенн;
- отсутствие необходимости в априорной информации о параметрах ориентации.

Последняя из указанных особенностей позволяет при реализации алгоритма использовать измерения гироскопов, входящих в состав инерциальных навигационных систем, или курсовертикалей, не прошедших процедуру начальной выставки. С другой стороны, применительно к многоантенным инерциально-спутниковым системам алгоритм может быть использован для проведения начальной выставки в движении при отсутствии избыточного числа спутников. При этом возможность вычисления параметров ориентации сохранится даже при смене номера спутника в рабочей паре до первого определения ценой расширения вектора неизвестных за счет включения целочисленной неоднозначности новой рабочей пары.

К очевидным недостаткам предложенного подхода следует отнести необходимость вращающегося объекта и значительное время наблюдения до первого определения.

### **Исследование возможностей применения предложенного подхода к вычислению параметров ориентации**

Точность вычисления вектора  $\bar{D}$  (элементов матрицы перехода из связанной в нормальную систему координат) и вектора  $\bar{N}$  (неоднозначности фазовых измерений) на основе уравнения (16) зависит от числа обусловленности матрицы



$A$ , погрешности фазовых измерений СНС и погрешностей гироскопов. Число обусловленности матрицы  $A$ , в свою очередь, зависит в основном от величины угловой скорости и времени накопления измерений.

Исследование возможностей применения алгоритма было проведено по результатам имитационного моделирования. Оценивались значение числа обусловленности матрицы  $A$ , погрешность вычисления значений неоднозначности фазовых измерений и погрешность вычисления углов ориентации при заданных угловых скоростях изменения углов курса, тангажа и крена, времени накопления измерений, погрешности фазовых измерений СНС и погрешности гироскопов.

Число обусловленности матрицы  $A$  вычислялось следующим образом:  $\mu(A) = \|A^{-1}\| \|A\|$ , где  $\| \cdot \|$  – спектральная матричная норма.

Моделирование фазовых измерений СНС осуществлялось с использованием эфемерид системы GPS, погрешность вторых разностей спутниковых измерений была представлена в виде белого шума с заданной интенсивностью. Погрешность гироскопов задавалась в виде систематической и случайной составляющих, случайная составляющая – белым шумом с заданной интенсивностью.

Для оценки возможностей применимости алгоритма ниже приводятся результаты имитационного моделирования, проведенного при следующих условиях: движение со скоростью 100 км/ч с изменением углов ориентации (курса, тангажа и крена) со скоростью 5°/с; длина базы (расстояние между антеннами) – 1 м; интенсивность шума вторых разностей фазовых измерений – 5 мм; систематическая составляющая погрешностей гироскопов – 1°/ч; интенсивность случайной составляющей погрешностей гироскопов – 1°/ч.

В табл. 1 приведены результаты имитационного моделирования для одной базы (две антенны СНС, расположенные по продольной оси связанной системы координат), а в табл. 2 – для двух баз (три антенны СНС). В таблицах использованы следующие обозначения: «время» – время накопления измерений в секундах; «вращение» – наличие вращения с изменением соответствующего угла; «НКА» – число навигационных космических аппаратов в рабочем созвездии;  $N$  – погрешность (СКО) вычисления плавающих значений неоднозначности фазовых измерений в процентах от длины волны (приводится максимальное из всех измерений значение);  $\psi, \nu, \gamma$  – погрешности (СКО) определения курса, тангажа и крена в градусах.

Т а б л и ц а 1

Результаты моделирования для случая одной базы

Время, сек		10			60			90			
Вращение		Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	
НКА	PDOP										
4	1,85	$\mu$	$10^5$	202	108	4979	33	27	2642	38	28
		$N, \%$	–	–	–	–	7,7	6,2	7,5	6,7	4,9
		$\psi, ^\circ$	–	–	–	–	0,72	0,92	0,72	0,85	0,68
		$\nu, ^\circ$	–	–	–	–	1,42	1,58	1,35	1,31	1,03
		$\gamma, ^\circ$	–	–	–	–	1,05	0,65	0,87	0,95	0,53
5	1,42	$\mu$	$10^6$	209	111	5114	34	28	2703	39	29
		$N, \%$	–	–	–	8,5	7,1	6,0	7,5	6,2	5,1
		$\psi, ^\circ$	–	–	–	0,95	0,74	0,96	0,86	0,79	0,72
		$\nu, ^\circ$	–	–	–	1,64	1,45	1,66	1,41	1,13	1,13
		$\gamma, ^\circ$	–	–	–	0,93	1,06	0,67	0,94	0,86	0,51

6	1,31	$\mu$	$10^5$	164	90	3420	26	22	1812	30	22
		$N, \%$	–	–	61,4	8,9	7,4	6,5	6,9	6,8	5,7
		$\psi, ^\circ$	–	–	4,85	0,66	0,62	0,69	0,59	0,50	0,53
		$\nu, ^\circ$	–	–	8,03	1,10	0,87	0,95	0,82	0,86	0,79
		$\gamma, ^\circ$	–	–	1,48	0,61	0,65	0,43	0,56	0,66	0,39
7	1,18	$\mu$	$10^5$	167	92	3390	26,8	22,8	1802	31	23
		$N, \%$	–	105	64,7	9,1	8,00	6,09	7,6	6,7	5,8
		$\psi, ^\circ$	–	8,33	4,55	0,62	0,53	0,48	0,50	0,44	0,43
		$\nu, ^\circ$	–	14,94	7,60	1,12	0,98	0,85	0,89	0,84	0,80
		$\gamma, ^\circ$	–	2,01	1,40	0,58	0,71	0,49	0,57	0,64	0,39
8	1,09	$\mu$	$10^5$	181	100	3617	29	24	1929	33	24
		$N, \%$	–	100	67	8,5	8,0	5,8	6,8	7,2	4,9
		$\psi, ^\circ$	–	12,6	4,11	0,62	0,50	0,47	0,49	0,47	0,39
		$\nu, ^\circ$	–	14,8	8,78	1,08	0,99	0,84	0,87	0,87	0,71
		$\gamma, ^\circ$	–	1,7	1,49	0,57	0,72	0,48	0,57	0,64	0,39

Т а б л и ц а 2

Результаты моделирования для случая двух баз

Время, сек.		10			60			90			
Вращение		Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	Курс	Курс, крен	Курс, крен, танг.	
НКА	PDOP										
4	1,85	$\mu$	$10^5$	48	27	3697	12	18	2076	12	17
		$N, \%$	–	12	10	3,6	1,4	3,4	2,4	1,3	2,5
		$\psi, ^\circ$	–	1,25	0,95	0,18	0,17	0,32	0,15	0,15	0,27
		$\nu, ^\circ$	–	1,90	1,47	0,31	0,28	0,50	0,27	0,26	0,44
		$\gamma, ^\circ$	–	1,55	2,36	0,58	0,25	0,74	0,42	0,20	0,50
5	1,42	$\mu$	$10^5$	50	27	3820	12	19	2148	12	18
		$N, \%$	–	10	10	3,3	1,4	3,5	2,5	1,3	2,8
		$\psi, ^\circ$	–	1,19	0,95	0,19	0,17	0,32	0,15	0,16	0,25
		$\nu, ^\circ$	–	1,98	1,53	0,31	0,31	0,51	0,27	0,25	0,40
		$\gamma, ^\circ$	–	1,41	2,26	0,59	0,58	0,76	0,42	0,25	0,59
6	1,31	$\mu$	$10^4$	37	23	2605	8,7	16	1463	9	15
		$N, \%$	43	13	11	4,1	1,5	3,5	2,4	1,4	2,8
		$\psi, ^\circ$	2,44	0,98	0,71	0,15	0,12	0,23	0,11	0,11	0,17
		$\nu, ^\circ$	3,39	1,41	1,19	0,22	0,19	0,34	0,19	0,17	0,26
		$\gamma, ^\circ$	4,00	1,05	1,37	0,44	0,19	0,51	0,28	0,17	0,39
7	1,18	$\mu$	$10^4$	38	23	2596	8	17	1462	9	16
		$N, \%$	42	12,4	9,7	3,9	1,5	3,7	2,4	1,2	2,7
		$\psi, ^\circ$	1,99	0,84	0,60	0,12	0,12	0,21	0,10	0,10	0,15
		$\nu, ^\circ$	3,30	1,36	1,13	0,23	0,20	0,41	0,18	0,17	0,26
		$\gamma, ^\circ$	3,92	1,12	1,35	0,36	0,15	0,45	0,27	0,15	0,38
8	1,09	$\mu$	$10^4$	42	26	2817	9	18	1582	10	17
		$N, \%$	43	13	11	4,1	1,4	3,6	2,3	1,2	2,7
		$\psi, ^\circ$	1,91	0,81	0,60	0,13	0,12	0,21	0,10	0,09	0,15
		$\nu, ^\circ$	3,31	1,40	1,14	0,22	0,20	0,41	0,17	0,18	0,29
		$\gamma, ^\circ$	3,96	1,06	1,68	0,44	0,15	0,45	0,28	0,14	0,35

Результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенного подхода к вычислению параметров ориентации по интерферометрическим неоднозначным фазовым измерениям спутниковых навигационных систем и измерениям абсолютной угловой скорости. При заданных условиях модели-

рования для успешного решения задачи как в случае одной базы, так и с использованием трех антенн минимально необходимое число спутников – четыре. Как и ожидалось, число обусловленности матрицы  $A$ , как правило, снижается с ростом числа осей, по которым происходит вращение. При этом в зависимости от условий моделирования параметры ориентации и плавающее значение целочисленной неоднозначности были успешно вычислены даже при вращении только по углу курса.

Потенциальная точность вычисления углов курса, тангажа и крена была на уровне от сотых долей до единиц градусов, потенциальная точность вычисления плавающего значения целочисленной неоднозначности – от единиц до ста процентов от длины волны несущей. Следует отметить, что использование более точных гироскопов, снижение уровня шумовой составляющей фазовых измерений СНС, а также применение алгоритма на более динамичном объекте относительно заданных при моделировании условий позволят улучшить результаты решения задачи.

### Результаты испытаний

Для проведения экспериментальных исследований предложенного подхода к вычислению параметров ориентации по реальным измерениям были использованы инерциальный измерительный блок Litef LCI на основе волоконно-оптических гироскопов и пара приемников ГНСС NovAtel OEMV из состава мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ [10]. На рис. 2 и 3 представлен внешний вид мобильной лаборатории, размещенной в аэродинамическом багажнике легкового автомобиля (автобоксе).



Рис. 2. ГНСС антенны мобильной лаборатории испытаний навигационных систем

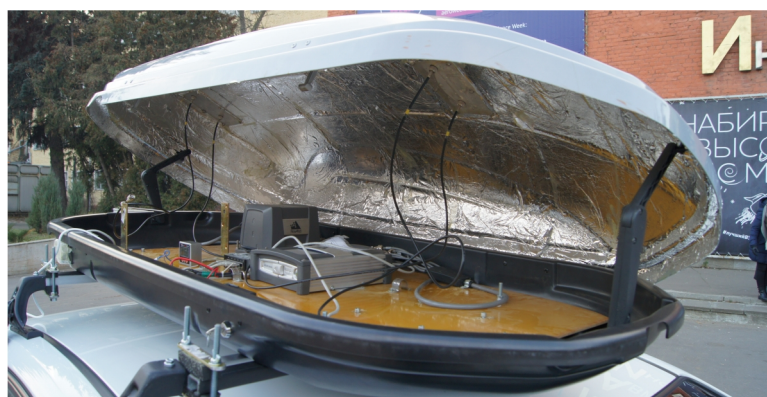


Рис. 3. Инерциальный измерительный блок и двухантенный приемник ГНСС

В ходе испытаний установленный на штатив автобокс вращался преимущественно по углам курса и тангажа. Для оценки эталонных параметров ориентации применялся программный пакет постобработки инерциально-спутниковых измерений NovAtel Inertial Explorer [10]. Эталонные значения углов ориентации приведены на рис. 4 и 5, значения угловых скоростей в проекциях на связанную систему координат – на рис. 6.

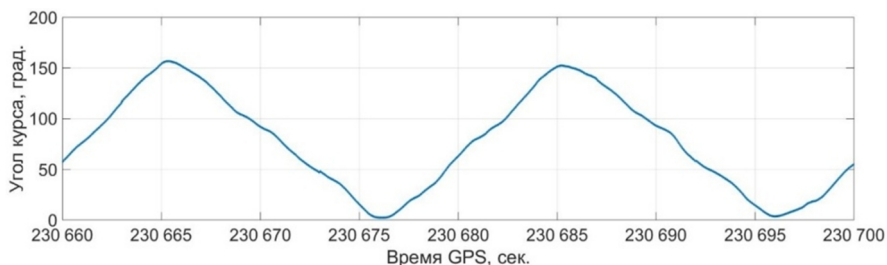


Рис. 4. Эталонное значение угла курса

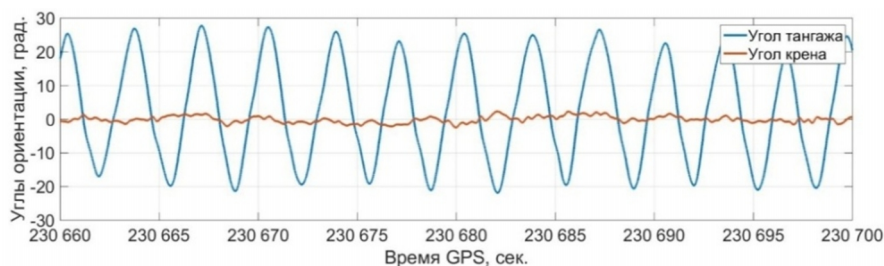


Рис. 5. Эталонное значение углов тангажа и крена

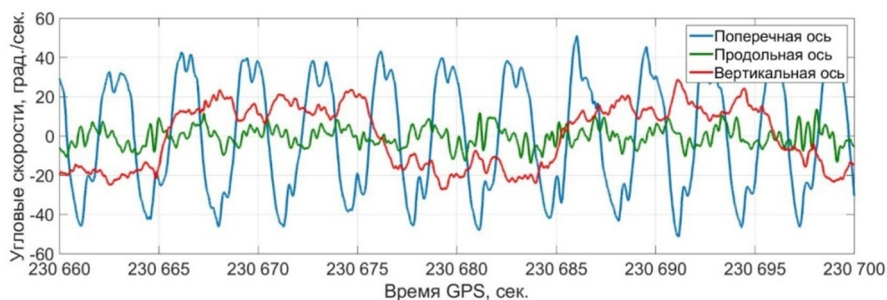


Рис. 6. Угловые скорости вращения автобокса

Условия приема спутниковых сигналов приведены в табл. 3 (использовались только сигналы системы GPS на частоте L1). Базовым спутником был выбран спутник с максимальным углом возвышения – №29. Частота измерения фазы несущей – 1 Гц.

Т а б л и ц а 3

Условия приема сигналов GPS (неделя 1998, секунда 230660)

Параметр	Номер НКА								
	2	5	16	20	21	25	26	29	31
Угол возвышения, °	13	39	16	17	37	34	42	78	21
Угол азимута, °	60	74	315	171	226	168	298	96	249
Сигнал/шум, дБ/Гц	37	50	45	42	47	44	46	47	48

Результаты испытаний приведены в табл. 4. Выбор рабочих спутников осуществлялся в зависимости от геометрического фактора, значения соотношения «сигнал/шум» и отсутствия cycle slip.

Т а б л и ц а 4

Результаты испытаний

Параметр	Число НКА		
	4	5	6
Номера НКА	5, 21, 25, 29	5, 21, 25, 29, 31	5, 21, 25, 26, 29, 31
Время, сек	4	4	4
$\psi, ^\circ$	0,33	1,45	1,61
$\nu, ^\circ$	0,48	1,30	1,57
$\gamma, ^\circ$	0,71	2,01	2,23
$\mu$	91,8	73,1	70,5

Результаты испытаний подтвердили работоспособность предложенного подхода к вычислению углов ориентации с использованием реальных спутниковых и инерциальных измерений. Как и при моделировании, минимально необходимое число спутников для вычисления параметров ориентации – четыре. Время получения решения при указанной частоте измерения фазы несущей вне зависимости от числа рабочих спутников – 4 с (эпохи). Столь малое время обусловлено достаточно динамичным вращением стенда (автобокса) при испытаниях. Точность вычисления углов курса, тангажа и крена позволяет утверждать, что существует возможность разрешения целочисленной неоднозначности фазовых измерений при четырех НКА за 4 с (эпохи).

После разрешения неоднозначности значения углов могут быть уточнены с использованием модели измерений (2) и метода векторного согласования [2]. Рост погрешностей вычисления углов ориентации с увеличением числа НКА объясняется более высоким уровнем погрешностей измерения фазы несущей для спутников 31 и 26 по сравнению с базовой четверкой НКА (оценка относительного уровня погрешностей производилась с использованием функции «Individual Satellite Statistics» программы NovAtel Inertial Explorer [10]). Таким образом, расширение системы уравнений (16) за счет измерений от спутников 31 и 26 с более высоким уровнем шума при указанных значениях чисел обусловленности приводит к снижению точности решения задачи.

### Заключение

Была рассмотрена возможность разрешения целочисленной неоднозначности фазовых измерений СНС и вычисления параметров ориентации на основе совместной обработки измерений многоантенного приемника СНС и блока гироскопов. Представленные алгоритмы могут найти применение прежде всего в системах, используемых на борту объектов с динамичным изменением углов ориентации. Примером могут служить многочисленные беспилотные летательные аппараты, в том числе мультикоптеры с многоантенными приемниками ГНСС, которые все чаще включаются в состав навигационных измерителей летательных аппаратов этого типа.

Как было показано, задача успешно решается и при сравнительно медленном вращении (5°/с) только по углу курса, что соответствует условиям эксплуатации большинства подвижных объектов (авиационной, морской и даже автомобильной

техники). Полученные результаты можно рассматривать в качестве отправной точки на пути повышения эффективности предложенного подхода. Дальнейшими направлениями исследований могут стать применение методов решения плохо обусловленных систем линейных уравнений и объединение предложенного подхода с изложенным в работе [7] методом разрешения целочисленной неоднозначности, основанным на построении третьих разностей фазовых измерений СНС.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Задание №8.2118.2017/4.6 на выполнение НИР в рамках проектной части госзадания в сфере научной деятельности).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **John, B.**, Schleppe Development of a Real-Time Attitude System Using a Quaternion Parameterization and Non-Dedicated GPS Receivers, UCGE Reports Number 20096, Department of Geomatics Engineering, The University of Calgary, Canada, 1996.
2. **Емельянцеv Г.И., Степанов А.П.** Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: ГИЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
3. **Поваляев А.А.** Определение ориентации объектов по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем определение ориентации по одномоментным измерениям. М: Изд-во МАИ, 2015. 220 с.
4. **Степанов О.А., Кошаев Д.А.** Исследование методов решения задачи ориентации с использованием спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 1999. № 2 (25). С. 30–55.
5. **ГОСТ 20058-80** «Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения».
6. **Paul, G.**, Savage Strapdown analytics. Part 1. Maple Plain, Minnesota: Strapdown Analytics, Inc. 2000.
7. **Cohen, C.E.**, Attitude Determination, Global Positioning System. Theory and Applications, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, D.C., 1996, vol. II, chapter 19, pp. 519–538.
8. **Емельянцеv Г.И., Блажнов Б.А., Степанов А.П.** О решении задачи ориентации инерциально-спутниковой системой с использованием фазовых и магнитометрических определений для объектов с быстрым вращением // Гироскопия и навигация. 2014. № 2 (85). С. 28–42.
9. **Емельянцеv Г.И., Степанов А.П., Блажнов Б.А., Семенов И.В.** О результатах обработки данных навигационных спутников ГЛОНАСС в GPS-компасе с антенной базой на уровне длины волны несущей // XXII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: сборник материалов. СПб., 2015. С. 9–20.
10. **Antonov, D.A., Veremeenko, K.K., Zharkov, M.V., Zimin, R.Yu., Kuznetsov, I.M., and Pron'kin, A.N.**, Test Complex for the Onboard Navigation System of an Airport Ground Vehicle, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2016, vol. 55, no. 5, pp. 832–841.

---

**Zharkov, M.V., Veremeenko, K.K., Antonov, D.A., and Kuznetsov, I.M.** (Moscow Aviation Institute (MAI) (National Research University)

Attitude Determination Using Ambiguous GNSS Phase Measurements and Absolute Angular Rate Measurements, *Гироскопия и Навигация*, 2018, vol. 26, no. 3 (103), pp. 54–68.

**Abstract.** Integration of a multiantenna GNSS receiver and inertial sensors (gyroscopes) is proposed to determine attitude parameters using GNSS phase measurements, containing integer ambiguity, and measurements of the absolute rotation rate of a moving vehicle. The potential accuracy of the proposed technology is estimated based on the simulation and full-scale tests. The implementation of the proposed approach is considered.

**Keywords:** GNSS, integrated navigation system, resolution of the integer ambiguity of phase measurements, determination of attitude parameters.

REFERENCES

1. **Schleppé, J. B.**, Development of a real-time attitude system using a quaternion parameterization and non-dedicated GPS receivers. *UCGE Reports Number 20096*, Department of Geomatics Engineering, The University of Calgary, Canada, 1996.
2. **Emel'yantsev, G.I. and Stepanov, A.P.**, *Integrirovannye inertial'no-sputnikovyie sistemy orientatsii i navigatsii* (INS/GNSS integrated orientation and navigation systems), Peshekhonov, V.G., Ed., Kontsern TsNII Elektropribor, 2016.
3. **Povalyaev, A.A.**, *Opredelenie orientatsii ob'ektov po signalam global'nykh navigatsionnykh sputnikovykh sistem: opredelenie orientatsii po odnomomentnym izmereniyam* (Determination of an Object's Orientation by GNSS Signals: Determination of Orientation by Single-Step Measurements). Moscow: MAI, 2015.
4. **Stepanov, O.A. and Koshaev, D.A.**, Studying methods for orientation problem solution using satellite systems, *Girokopiya i Navigatsiya*, 1999, no. 2 (25), pp. 30–55.
5. **GOST 20058-80** *Dinamika letatel'nykh apparatov v atmosfere. Terminy, opredeleniya i oboznameneniia* (Aircraft Dynamics in the Atmosphere. Terms, definitions, and notation).
6. **Savage, P.G.**, *Strapdown Analytics*. Part 1. Maple Plain, Minnesota: Strapdown Analytics, Inc. 2000.
7. **Cohen, C.E.**, Attitude determination, Global Positioning System. Theory and applications, in *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Washington, D.C., 1996, vol. II, Chapter 19, pp. 519–538.
8. **Emel'yantsev, G.I., Blazhnov, B.A., and Stepanov, A.P.**, Attitude determination by INS/GNSS system aided by phase and magnetometer measurements for spinning vehicles, *Gyroscopy and Navigation*, 2014, vol. 5, issue 4, pp. 205–212.
9. **Emel'yantsev, G.I., Stepanov, A.P., Blazhnov, B.A., and Semenov, I.V.**, GLONASS data processing in GPS compass with antenna base equal to carrier wavelength, *22th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2015, pp. 9–19.
10. **Antonov, D.A., Veremeenko, K.K., Zharkov, M.V., Zimin, R.Yu., Kuznetsov, I.M., and Pron'kin, A.N.**, Test Complex for the Onboard Navigation System of an Airport Ground Vehicle, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2016, vol. 55, no. 5, pp. 832–841.

Материал поступил 29.12.2017