ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
АО «КОНЦЕРН «ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
•ЭЛЕКТРОПРИБОР•

XXXI САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ

СБОРНИК ДОКЛАДОВ

27–29 мая 2024

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, РОССИЯ

ПРИ ПОДДЕРЖКЕ:

- **МЕЖДУНАРОДНОЙ ОБЩЕСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ «АКАДЕМИЯ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ» (АНУД)**
- **НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ИТМО**
- **КИТАЙСКОГО ОБЩЕСТВА ИНЕРЦИАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ (CSIT)**
- **ЖУРНАЛА «ГИРОСКОПИЯ И НАВИГАЦИЯ»**

В настоящем издании опубликованы пленарные и стендовые доклады участников конференции, поданные на русском языке.

Полностью все доклады представлены в материалах конференции на английском языке – «31st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems».

Тексты докладов публикуются в авторской редакции.

Главный редактор
академик РАН В. Г. Пешехонов

ISBN 978-5-91995-102-5

© Государственный научный центр Российской Федерации
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2024

ЗАСЕДАНИЕ I – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

1. С.В. Бронников, Д.Ю. Караваев, А.С. Рожков, Д.Н. Рулев, О.С. Рурин, А.К. Калифатиди
Отработка локальных систем позиционирования на борту РС МКС* 12

2. Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, С.Е. Сомов
Планирование регионального землеобзора и управление мини-спутниками в низкоорбитальных группировках 20

3. Е.А. Касулин
Исследование методов относительной навигации подвижных объектов по сигналам ГНСС 28

4. Ю.В. Фадеева, В.Ю. Емельянов, А.М. Попов, Е.Е. Воробьева, И.Д. Костин
Управление угловой стабилизацией группировки малых спутников 31

5. Е.В. Баринова, И.В. Белоконов, Н.А. Елисов, И.А. Тимбай
Динамическое проектирование малоразмерного космического аппарата с пассивной системой стабилизации 35

6. Д.В. Першин, В.И. Кулакова, А.С. Лысенко
Алгоритмы ориентации и стабилизации съемочной аппаратуры наноспутника дистанционного зондирования Земли 39

7. Д.Н. Севастьянов, Ю.Р. Банит, М.Ю. Беляев
Использование технологий проведения космических экспериментов на орбитальных станциях в задачах управления ориентацией ГСС «ЯМАЛ»* 44

8. А.М. Попов, Д.Г. Кострыгин, В.Ю. Емельянов, А.А. Шевчик
Управление наведением группы квадрокоптеров на движущуюся цель 53

9. И.В. Белоконов, Н.А. Елисов, А.В. Крамлих, И.А. Ломака, П.Н. Николаев
Подход к построению отказоустойчивой системы управления угловым движением малоразмерного космического аппарата, основанной на реконфигурации структуры алгоритмического обеспечения 57

10. Н.А. Елисов, А.В. Крамлих, И.А. Ломака
Активная аэродинамическая стабилизация углового движения низкоорбитального малоразмерного космического аппарата 61

11. А.М. Попов, И.А. Яковлев, Е.Е. Воробьева, Д.Г. Кострыгин
Алгоритм траекторного управления автономным квадрокоптером на конечном участке 65

12. Д.В. Акулин, М.В. Ментюков, Р.Б. Гончаров
Система определения местной вертикали на основе инфракрасных датчиков температуры для сверхмалых спутников формата CubeSat 68

13. П.К. Кузнецов, Б.В. Мартемьянов
Методика обнаружения и определения параметров движения судов по изображениям волновых следов в условиях штормового волнения 75

14. М.Ю. Беляев, П.А. Боровихин, Д.Ю. Караваев
Отработка в космическом эксперименте «Вектор-Т» на МКС методов определения параметров орбиты по снимкам планеты* 79

15. Н.П. Старостин, А.В. Чернодаров
Оптико-инерциальное позиционирование дистанционно пилотируемых летательных аппаратов при потере спутниковой информации 87

16. А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, А.П. Патрикеев, А.А. Полякова
Летная отработка интегрированной навигационной системы на МЭМС-датчиках, устойчивой к нестабильности спутниковой информации 91

17. Д.И. Смольянов, А.А. Голован
Задача навигации беспилотной колесной сельскохозяйственной техники с использованием БИНС, ГНСС и одометрии 95

18. К.К. Веремеенко, И.М. Кузнецов, М.В. Жарков, А.Н. Пронькин, Р.Ю. Зимин
Навигационные комплексы беспилотных авиационных систем с модулями искусственного интеллекта 101

19. Н.Н. Василюк
Получение астрономических измерений в бесплатформенной астроинерциальной навигационной системе атмосферного применения 106

20. В.П. Лопатин, В.Б. Пудловский, О.В. Денисенко
Оценка влияния температуры на смещения нуля кремниевых акселерометров 112

21. В.А. Погорелов
Алгоритмическое обеспечение сильносвязанной навигационной системы наземного подвижного объекта 116

22. А. Чуйко
Анализ хаотических режимов возмущенного движения твердых тел при действии кусочно-непрерывных возмущений 122

23. А.С. Самохин, М.А. Самохина
Задача перехвата группы целей на солнечно-синхронных орбитах искусственного спутника Земли с учётом второй зональной гармоники в импульсной постановке 126

24. М.А. Самохина, А.С. Самохин
Задача о прорыве кругового периметра в конфликтной среде 129

25. В.И. Бабуров, Н.В. Иванцевич, К.В. Кошелев, С.В. Бабуров, В.В. Худошин
Применение элементов искусственного интеллекта для решения задачи предотвращения столкновений воздушных судов на поверхности аэродрома* 132

26. И.В. Котов, А.А. Аржанников, В.Д. Глотов
Оценка некоторых характеристик различных систем функциональных дополнений ГНСС 136

27. В.Д. Глотов, А.А. Аржанников, С.И. Батурин, Е.В. Бакаева, В.Л. Лапшин, С.Д. Жиленко
Актуальные сервисы ИАЦ КВНО по информационной поддержке гражданских пользователей глобальных навигационных спутниковых систем с использованием интернет-технологий 138

28. Т.А. Бровко, А.П. Малышев, В.Б. Пудловский
Сравнение способов оценивания навигационного обеспечения для системы ГЛОНАСС 140

29. Д.А. Трофимов, С.Д. Петров, И.В. Чекунов
Ионосферная модель для навигационных ГЛОНАСС-определений 144

30. И.А. Копылов, Е.Г. Харин, В.А. Копелович, А.Ф. Якушев, Е.Б. Горский, В.Б. Ильин
Оценивание радиотехнических навигационных систем в летных испытаниях 148

31. В.И. Бабуров, Н.В. Васильева, Н.В. Иванцевич
Информационные характеристики рабочих созвездий при относительных определениях по двум GNSS при кренах потребителей 154

32. А. Воронов, А. Мороз, П. Жук
Исследование нейросетевой модели прогнозирования нештатных ситуаций спутников по данным телеметрии 157

33. П.А. Хмарский, А.О. Наумов
Алгоритмы трехмерной реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере по данным глобальной навигационной спутниковой системы 160

34. С.В. Долин, Л.А. Липатников
Коллаборативное позиционирование по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем 164

ЗАСЕДАНИЕ II – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

35. Н.С. Гужва, Р.Н. Садеков
Алгоритмы локализации и сопоставления светофоров в системах помощи водителя* 167

36. В.В. Матвеев, А.Н. Хомячкова, И.А. Бехлер, М.Г. Погорелов, М.Д. Кирсанов
Информационно-измерительная система космического аппарата, стабилизированного вращением 174

37. И.Д. Костин, А.А. Шевчик, Ю.В. Фадеева, И.А. Яковлев
Адаптивное управление с неявной эталонной моделью группировкой малых спутников на проекционных орбитах 176

38. Д.Г. Грязин, О.О. Белова
Экспериментальная оценка динамической погрешности навигационных приборов с использованием спектрального метода 181

39. Р.Р. Бикмаев
Алгоритм построения цифровой модели подповерхностного слоя маршрута движения транспортного средства с использованием нейронной сети в модели измерения георадара 184

40. В.Н. Коврегин, Г.М. Коврегина
Метод комбинированных микронавигационных измерений в радиолокаторе квазинепрерывного излучения при обзоре воздушного пространства на фоне Земли 188

41. В.Н. Коврегин, Г.М. Коврегина
Методы и алгоритмы активного адаптивно-робастного сопровождения аэрообъекта и сопутствующих (микро)навигационных измерений в радарах квазинепрерывного излучения 192

42. А.В. Рыбалко, А.Р. Сагатдинов
Моделирование вызванных потенциалов, связанных с движением, с помощью идентификации модели ФитцХью–Нагумо 196

43. А.А. Прутько
Внедрение оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции в штатную эксплуатацию 198

44. Д.Б. Пазычев, К.С. Бакулев
Комплекс навигации для беспилотного летательного аппарата* 200

45. Е.В. Драницына, А.А. Краснов, А.В. Моторин, О.А. Степанов
Сравнение методов определения аномалии силы тяжести бесплатформенным скалярным морским гравиметром 208

46. Т.В. Сазонова, М.С. Шелагурова, Е.Г.Корнева
Исследование точностных характеристик навигации летательных аппаратов по микрорельефу с искусственным и естественным объектовым составом 213

47. В.В. Дерябин
Навигация судна по глубинам с использованием нейронной сети 215

48. Р.М. Антонов, А.Н. Пушкин, М.О. Калинина, А.В. Некрасов
Коррекция бесплатформенной инерциальной навигационной системы с использованием информации о геолоцированных ориентирах 218

49. Л.А. Мартынова, И.В. Пашкевич
Повышение навигационной безопасности автономного необитаемого подводного аппарата при обсервации в ледовой обстановке 222

ЗАСЕДАНИЕ III – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ

50. С.Е. Переляев, С.Б. Бодунов, Б.П. Бодунов
Экспериментальные исследования основных параметров волнового твердотельного гироскопа в режиме свободной волны* 226

51. Б.С. Лунин, М.А. Басараб
Диссипация энергии колебаний в клеевых соединениях механических резонаторов волновых твердотельных гироскопов 236

52. Д.И. Мартыненко, С.В. Фетисов, А.С. Малюгин, Л.Е. Кочегизова
Разработка методики анализа амортизации блока твердотельных волновых гироскопов 240

53. А.А. Маслов, Д.А. Маслов, И.В. Меркурьев
Электрическая балансировка волнового твердотельного гироскопа с плоскими электродами 244

54. С.Е. Переляев, А.В. Алехин
Оценка резонансной частоты вибраций волнового твердотельного гироскопа 248

55. А.Н. Королев, П.А. Иванов, Ю.В. Филатов, А.Я. Лукин, Е.Д. Бохман
Исследование точностных характеристик матричных методов линейно-угловых измерений 251

56. А.В. Фролов, Ю.В. Михайлов, П.А. Шаповалов
Методика расчета нестационарного профиля температуры во внутрикорпусном объёме прибора БИНС 255

57. С.В. Смирнов, Ю.Г. Егоров, Г.Ю. Киряченко, Г.С. Тараненко
Синтез программ калибровки триады акселерометров 259

58. С.В. Топильская
Модель уравнений движения системы амортизации с нелинейным ДГК для бесплатформенной инерциальной навигационной системы 262

59. Л.Е. Кочегизова, С.В. Фетисов, А.С. Малюгин, Д.И. Мартыненко
Оптимизация алгоритма разгона твердотельного волнового гироскопа 265

60. Ю.Ю. Брославец, Е.А. Полукеев, Д.С. Редичкина, А.А. Фомичев, В.Г. Семенов, А.Р. Покровская
Подавление шумов в выходном сигнале твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr4+ при работе систем регулирования периметра и частотной подставки в режиме синхронизации мод* 269

61. М.А. Басараб, Б.С. Лунин
Исследование шумовых характеристик сигналов приборов навигационных систем с использованием вейвлетоподобных обобщенных вариаций Аллана* 279

62. Ю.Ю. Брославец, Е.А. Полукеев, Д.С. Редичкина, А.А. Фомичев, В.Г. Семенов, А.Р. Покровская
Четырехчастотный зеемановский лазерный гироскоп: система разделения сигналов биений встречных волн для ортогональных поляризаций и стабилизация периметра резонатора по сигналу биений сонаправленных волн 286

63. И.Н. Хохлов, Ю.Д. Голяев, Е.А. Петрухин
Метод измерения, статистика и источники зоны захвата в зеемановском лазерном гироскопе 291

64. Д.Г. Грязин, Т.В. Падерина
Результаты натурных испытаний магнитного компаса с применением новой системы коррекции 294

65. В.А. Смирнов, А.В. Прохорцов, В.А. Зарубин
Кватернионный алгоритм построения бесплатформенной гировертикали 298

66. Д.В. Фуртас, А.В. Некрасов, И.Х. Шаймарданов, Е.В. Бабаев, А.А. Дзуев, А.Н. Косторной
Оценка возможностей построения блока чувствительных элементов на основе массива микромеханических инерциальных датчиков 302

67. В.М. Боголюбов, О.В. Цыганов, Л.У. Бахтиева
Трехкомпонентный датчик угловой скорости на модуляционном микромеханическом гироскопе 304

68. С.Ю. Перепелкина, А.А. Федотов
Использование дифференциальных оптических измерений для взаимной привязки навигационных приборов по угловому положению 309

69. Л.В. Водичева, В.Л. Якимов, Ю.В. Парышева, Д.И. Кабанова
Метод гирокомпасирования для бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости* 313

70. М.А. Белоусов, А.И. Кривошеев
Оценка температурной стабильности баланса мощностей в волоконно-оптическом гироскопе с компенсацией избыточного шума интенсивности источника излучения 317

71. Д.М. Калихман, А.А. Акмаев, В.А. Туркин, В.В. Скоробогатов
Принципы разработки программно-математического обеспечения для контроля параметров блоков чувствительных элементов БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей 320

72. Д.М. Калихман, Н.В. Тараканов, Е.А. Депутатова, С.В. Пчелинцева
Исследование влияния нежесткости конструкции прецизионного стенда с инерциальными чувствительными элементами для контроля измерителей угловой скорости на его точностные характеристики 323

73. А.В. Полушкин, А.А. Иванов, А.К. Герте, И.В. Слистин, И.А. Назаров, А.В. Пуговкин, Н.А. Калдымов, В.Ф. Васильев, С.О. Горелов
Повышение точностных характеристик и функциональных возможностей поворотного стола для испытаний навигационных приборов и их элементов 327

74. А.Е. Морозов
Алгоритм оптимальной оценки зоны нечувствительности волоконно-оптического гироскопа 333

75. О.А. Степанов, А.В. Моторин, В.П. Золотаревич, А.М. Исаев, Ю.А. Литвиненко
Рекуррентные и нерекуррентные алгоритмы в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами оптимизации на графах* 336

76. С.Е. Переляев, В.Ф. Журавлев, А.А. Скрипкин
Уравнения упругих колебаний в базисе собственных форм. Трехосный волновой твердотельный гироскоп* 345

77. А.В. Молоденков, Я.Г. Сапунков, Т.В. Молоденкова
Квазиоптимальное угловое ускорение космического аппарата, полученное на основе концепции Пуансо* 356

78. О.А. Степанов, В.П. Золотаревич, М.С. Иванов, А.В. Моторин
Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов оценивания в задаче траекторного слежения с использованием измерений пеленга 363

79. Д.А. Чергинец, А.А. Ведяков
Разработка алгоритма визуально-инерциальной одометрии для шагающего четвероногого робота со стереокамерой 367

80. В.Г. Караулов, Ю.А. Литвиненко, О.А. Степанов, А.М. Грузликов
Решение задачи позиционирования АНПА относительно стационарной посадочной платформы с применением оптимизации на фактор-графе 371

81. Ю.Н. Челноков, А.В. Молоденков, М.Ю. Логинов
Бикватернионное квазиоптимальное аналитическое решение задачи минимального по времени программного управления пространственным движением космического аппарата 375

82. И.А. Панкратов, Ю.Н. Челноков
Бикватернионное решение задачи оптимального в смысле минимума энергозатрат управления пространственным движением космического аппарата 379

83. А.В. Дорошин, М.М. Крикунов
Исследование стабилизирующих свойств реактивной струи в угловом движении космического аппарата 383

84. В.М. Никифоров, А.В. Соловьев, М.Л. Симаков, А.А. Гусев, К.А. Андреев, А.В. Шевченко
Управление чувствительным элементом маятникового компенсационного акселерометра с использованием статического модального комбинированного регулятора H_2/H_∞ 388

85. В.М. Котлов, С.Е. Переляев
Вывод уравнений динамики полусферического резонатора волнового твердотельного гироскопа методом Даламбера–Суслова 391

86. А.Ю. Княжский, А.В. Небылов, В.А. Небылов
Относительная навигация летательных аппаратов с использованием оптической системы наблюдения 396

87. А.В. Небылов, В.А. Небылов
Особенности синтеза робастного радиоинерциального интегрированного измерителя скорости 400

88. Е.В. Баринова, И.А. Тимбай, Е. Миронов
Численно-аналитическое определение положений равновесия наноспутника стандарта CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов 403

89. Л.И. Синицын, И.В. Белоконов
Исследование эффективности использования технологии предварительной закрутки наноспутника для повышения точности маневрирования 407

90. Ф.С. Дубровин, А.Ю. Родионов, А.Ф. Щербатюк
О повышении точности гидроакустической навигационной системы с короткой базой для обеспечения навигации группы АНПА 411

ЗАСЕДАНИЕ I – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Отработка локальных систем позиционирования на борту РС МКС

С.В. Бронников
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва»
г. Королёв, Московская область, Россия
sergey.bronnikov@rsce.ru

Д.Ю. Караваев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва»
г. Королёв, Московская область, Россия
dmitry.karavaev@rsce.ru

А.С. Рожков
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва»
г. Королёв, Московская область, Россия
alexander.rozhkov@rsce.ru

Д.Н. Рулев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королёва»
г. Королёв, Московская область, Россия
dmitry.rulev@rsce.ru

О.С. Рурин
ООО «руКэп»
г. Москва, Россия
mail@rucap.ru

А.К. Калифатиди
ООО «руКэп»
г. Москва, Россия
kalifatidi@rucap.ru

***Аннотация*—Рассмотрены вопросы повышения эффективности деятельности экипажа путем ее автоматизации за счет технических средств, построенных на основе систем локального позиционирования для поддержки таких видов деятельности, как фотосъемка Земной поверхности, поиск хранящихся на борту предметов. Применение таких средств позволяют повысить производительность работы экипажа, а также обеспечить сбор данных о местонахождении членов экипажа, об использовании полезного объема станции, что позволяет оптимизировать устройство отсеков и компоновку бортового оборудования. В рамках реализации на российском сегменте (РС) международной космической станции (МКС) космического эксперимента «Визир» выполнено исследование принципов, способов построения и технических характеристик систем локального позиционирования, на базе которых могут быть разработаны устройства поддержки деятельности экипажей космических кораблей и станций. Исследованы системы трех направлений целевого применения: угломерная система, автоматизированное хранилище предметов, система контроля местоположения космонавта. В процессе выполненных исследований подтверждена принципиальная возможность использования в условиях реального космического полета РС МКС систем локального позиционирования для всех трех рассмотренных направлений целевого применения. Экспериментальное применение рассмотренных систем локального позиционирования на РС МКС позволило создать новые технологии выполнения полетных операций, позволяющие повысить эффективность работы экипажа и эффективность решения целевых задач станции в целом.**

Ключевые слова—система локального позиционирования, космическая станция, экипаж, угломерная система, умная полка.

I. Введение

Рабочее время космонавтов один из самых дорогих ресурсов космической станции. Поэтому вопросы повышения эффективности деятельности экипажа станции являются актуальными.

Рассмотрены вопросы повышения эффективности деятельности экипажа путем ее автоматизации за счет технических средств, построенных на основе систем локального позиционирования для поддержки таких видов деятельности, как фотосъемка Земной поверхности, поиск хранящихся на борту предметов. Применение таких средств позволяют повысить производительность работы экипажа, а также обеспечить сбор данных о местонахождении членов экипажа, об использовании полезного объема станции, что позволяет оптимизировать устройство отсеков и компоновку бортового оборудования.

II. Автоматизация процесса получения изображений Земной поверхности с помощью свободно перемещаемых камер

Космонавты Международной космической станции (МКС) во время полета выполняют большой объем фотосъемки поверхности Земли - сотни тысяч снимков земной поверхности в течении полугодового полета.

Изображения поверхности Земли, получаемые экипажами орбитальных пилотируемых космических кораблей (КА) через иллюминаторы видео- и фотокамерами, используются в научных и практических целях [1, 2] во многих отраслях экономики.

Однако до недавнего времени эффективность использования этих изображений была низкой. Это связано с тем, что для использования изображения поверхности Земли необходимо произвести его географическую привязку. Географическая привязка осуществляется на Земле специальным персоналом. Это сложный и трудоемкий процесс. Более того, для многих однородных изображений (лес, море), привязка невозможна из-за отсутствия каких-либо уникальных ориентиров.

Существует два способа съемки земной поверхности с пилотируемого КА. Первый из них заключается в том, что камера установлена в карданном подвесе, имеющем датчики углов поворота камеры относительно КА. Второй - съемка свободно перемещаемой камерой, т. е. камерой, не имеющей жесткой связи с корпусом КА. Данные об ориентации камеры относительно КА в этом случае отсутствуют.

При съемке первым методом можно рассчитать вектор оптической оси фотоаппарата и определить координаты ее пересечения с земной поверхностью – долготу и широту центра изображения. В этом случае привязать изображение сравнительно легко, поскольку предполагаемая область идентификации специалистом по изображению представляет собой круг радиусом около 15 км на ортофотоплане земной поверхности вокруг расчетной точки пересечения оптической оси камеры с поверхностью Земли.

Космонавты предпочитают второй способ съемки. Невесомость создает для нефиксированной камеры условия идеального трехстепенного подвеса, которому не передаются вибрации от конструкции КА, что позволяет космонавту с высокой точностью наводить камеру на объекты, отслеживать их прохождение, быстро перемещать камеру на новую цель, учитывая текущую ситуацию, быстро фотографировать явления и предметы, появляющиеся в поле зрения.

Однако при съемке свободно перемещаемыми камерами привязать полученные изображения существенно сложнее, чем при первом способе. Положение оптической оси камеры относительно связанной системы координат (ССК) КА в момент съемки неизвестно. Зная момент времени фотографирования, мы можем рассчитать только координаты подспутниковой точки. Поэтому предполагаемая зона на ортофотоплане для идентификации объекта съемки специалистом по изображениям представляет собой круг радиусом около 800 км вокруг подспутниковой точки.

Поэтому важно совершенствовать средства и методы получения изображений земной поверхности с помощью свободно перемещаемых камер [3].

A. Создание угломерной системы для свободно перемещаемых камер

Для совершенствования методов привязки изображений земной поверхности, полученных с помощью свободно перемещаемой камеры, было разработано и исследовано 4 варианта угломерной системы (УС), которая при отсутствии механической связи камеры с корпусом КА обеспечивает определение углов оптической оси камеры относительно системы координат КА.

Вариант 1.

УС на базе двух жестко закрепленных фотокамер (ФК) и внешних маркеров, расположенных на внутренней поверхности КА в районе аппаратуры съемки (УС-2ФК).

Основным недостатком данного варианта является то, что привязка изображений земной поверхности не может быть выполнена в автоматическом режиме и требует участия оператора вследствие изменчивости интерьера пилотируемого КА.

Вариант 2.

В основе УС лежит датчик угловой скорости ТИУС-500 производства компании «НПК Оптолинк», Россия (УС-ТИУС) [4].

Погрешность расчета координат центра снимка на основе данных УС-ТИУС составляет 20-30 м. Это приемлемо. Однако, с эргономической точки зрения УС-ТИУС оказался неудобным, так как имеет низкую границу линейного диапазона измерений (аппаратура чувствительна к резким поворотам и столкновениям), поэтому 20% данных терялось из-за непреднамеренного столкновения камеры с конструкцией КА в процессе съемки.

Вариант 3.

В основе УС лежит измеритель угловой скорости MTi-производства компании Xsens Technologies B.V., Нидерланды (УС-MTi).

Существенным недостатком прибора MTi является то, что он имеет большую линейную составляющую систематической ошибки значений углов поворота (до 0,6 град/с), что неприемлемо для длительного процесса съемки.

Вариант 4.

В основе УС лежат ультразвуковые датчики (УС-У), разработанные компанией «РУКЭП», Россия, по Техническому заданию Ракетно-космической корпорации «Энергия», Россия. Система состоит из следующих компонентов:

- платформа, прикрепленная к фотокамере, с излучателем Wi-Fi и ультразвуковыми излучателями, питаемыми от фотокамеры;
- платформа (рамка), размещенная вокруг иллюминатора, с ультразвуковыми приемниками,
- блок управления;
- блок связи Wi-Fi;
- комплект кабелей, размещенный за внутренними панелями КА.

Питание блока управления и приемников ультразвука осуществляется от компьютера экипажа. В момент

съемки рассчитываются расстояния между излучателями и приемниками. Далее рассчитывается пространственная ориентация камеры относительно ССК КА.

Радиоканал используется для синхронизации приемников и передатчиков.

B. Результаты сравнения вариантов построения угломерной системы

Анализ вариантов УС, в котором учитывалась возможность автоматического расчета углового положения камеры в системе координат космического корабля, возможность наведения камеры по целеуказаниям, наличие ограничений на работу экипажа и другие критерии показал, что вариант 4 является наиболее предпочтительным.

Данный вариант выбран для дальнейшего использования.

Фото УС-У приведено на рисунках 1 и 2.

Рис. 1 Фотокамера с платформой излучателей: 1 – платформа, прикрепленная к фотокамере; 2 – ультразвуковые излучатели.

Рис. 2 Платформа приемников с блоком управления: 1 – платформа, размещенная вокруг иллюминатора, с ультразвуковыми приемниками; 2 – иллюминатор; 3 – кабель подключения блока управления к компьютеру экипажа; 4 - блок управления с Wi-Fi устройством связи; 5 - кабель подключения ультразвуковых приемников к блоку управления; 6 – ультразвуковой.

Для повышения эффективности процесса проведения съемки земной поверхности с борта пилотируемого КА с применением УС-У и обработки получаемых изображений были разработаны новые технологии:

- технология привязки получаемых изображений,
- технология поддержки наведения космонавтом камеры на заданные объекты,
- технология планирования наблюдений наземных объектов.

C. Технологии привязки изображения, поддержки наведения и планирования программы съемки

В качестве исходных данных для привязки изображений используются следующие данные:

- координаты и ориентация КА в момент съемки;
- матрица разворота платформы приемников относительно заданного иллюминатора;
- матрица разворота иллюминатора относительно КА;
- матрица разворота фотоаппарата относительно платформы излучателей.

Основные этапы привязки изображения:

- рассчитывается матрица разворота платформы излучателей относительно платформы приемников на основе данных СКП-У;
- рассчитывается матрица разворота фотокамеры относительно КА;
- рассчитываются координаты центра снимка как точки пересечения оптической оси камеры с земной поверхностью;
- оператором выполняется опознавание объекта съемки на ортофотоплане земной поверхности с использованием координат центра изображения;
- файл изображения преобразуется в ортогональную проекцию и заносится в базу данных [5, 6].

Технология поддержки наведения включает расчет текущего положения КА, определение углового положения оси объектива камеры относительно КА, расчет координат пересечения оси объектива с земной поверхностью и формирование визуальных и/или голосовых указаний по отклонению оси фотокамеры, чтобы центр изображения совместился с заданным объектом.

УС-У постоянно вычисляет направление оси фотокамеры. На основании этих данных, а также местоположения КА на орбите и его ориентации, вычисляются координаты пересечения оси камеры с Земной поверхностью и отклонение этой точки от заданного объекта. При этом космонавту выдаются визуальные и/или голосовые указания куда отклонить ось фотокамеры, чтобы центр изображения совместился с заданным объектом. Спуск затвора камеры может осуществляться космонавтом вручную, либо автоматически по сигналу от УС-У при допустимом отклонении центра кадра камеры от заданного объекта.

Визуальная поддержка наведения заключается в том, что отклонения отображаются на малогабаритном экране (рисунок 3), установленном на платформу излучателей.

Голосовые указания формируются по данным УС-У в бортовом компьютере [7, 8].

Рис. 3 Платформа излучателей с малогабаритным экраном.

Технология планирования наблюдений наземных объектов включает прогнозирование орбиты КА, расчет положения объектов вдоль трассы полета, оценку временных затрат космонавта для наведения камеры на каждый отдельный объект и для переориентации камеры между наблюдениями, определение требуемого количества привлекаемых для реализации съемок космонавтов и камер [3]. Эта технология базируется на опыте планирования программ космических экспериментов на российских орбитальных станциях начиная со станции «Салют» [9 - 15].

Задача планирования съемки с орбитального КА ручными камерами заданного списка объектов рассматривается как задача выбора маршрута мобильного наблюдателя с учетом существующих ограничений на моменты съемок [16, 17]. Требуется построить программу съемки заданного списка объектов таким образом, чтобы обеспечить заданную продолжительность съемки каждого объекта и минимизировать общее время переориентации камеры с одного объекта на другой. Если все объекты не могут быть сфотографированы одним космонавтом на одном витке, то желаемый маршрут должен состоять из сегментов, каждый из которых представляет собой последовательность объектов, фотографируемых отдельным космонавтом с отдельным комплектом съемочной аппаратуры. В рамках теории графов алгоритм решения задачи предлагается как задача минимальной размерности, равной сумме количества объектов съемки и количества используемых комплектов наблюдательной аппаратуры. Учитывая специфику рассматриваемой задачи, состоящую в том, что возможность проведения съемки объектов возникает последовательно по мере прохождения КА над зоной съемки, предложен алгоритм, обеспечивающий получение оптимизированных решений без ограничений на количество обследуемых объектов.

Технология планирования наблюдений наземных объектов включает оценку средней скорости и точности переориентации камеры космонавтом между объектами, включая как угловое так и линейное перемещение камеры вблизи иллюминатора и между иллюминаторами [18 - 21]. Исходя из этой оценки определяется возможность включения объекта в программу съемки.

При составлении программы наблюдений осуществляется расчет маршрута потенциальных наблюдений в виде очевидных простых решений - упорядоченных последовательных объектов в порядке времени их минимального удаления от наземной трассы или в порядке времени их зон видимости с КА (при наличии таких решений).

При отсутствии простых решений производится расчет точных кратчайших решений, получаемых методом перебора (при наличии вычислительных ресурсов) и оптимизированных решений (решением оптимизационных задач).

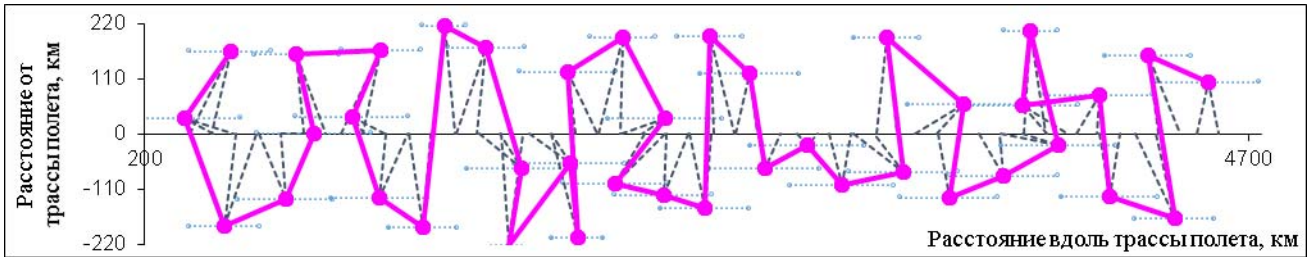
По результатам анализа этих решений определяется необходимое количество космонавтов и съемочного оборудования, и лучший вариант принимается для реализации.

На рисунке 4 показаны примеры оптимизированных решений для каталога из 40 объектов при следующих условиях: высота орбиты КА 400 км, угол обзора аппаратуры наблюдения из надира 30°, скорость переориентации оси визирования наблюдательной аппаратуры космонавта составляет 30°/с, минимальное время видимости объектов каталога с КА 20 с.

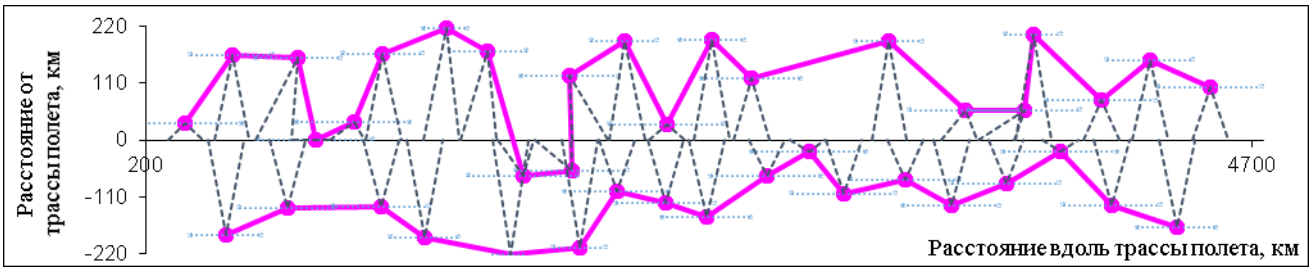
На рисунке 4 графики приведены в системе отсчета, фиксированной по наземной трассе. Пунктирная линия отражает направления на наблюдаемый объект с КА в моменты начала и конца наблюдения. Штриховая линия отражает интервалы, соответствующие проекциям на наземную трассу КА интервалов, когда объект был доступен для наблюдения.

На графиках представлены решения с K=1, 2 участков маршрута (каждый участок соответствует индивидуальному комплекту наблюдательной аппаратуры) и указанием гарантированной длительности наблюдения (времени съемки) каждого объекта Δ, достигнутой в решении.

При необходимости увеличения объема съемок технология позволяет разработать вариант с привлечением второго космонавта с дополнительным комплектом наблюдательной аппаратуры.



(а)



(б)

Рис. 4 Оптимизированные последовательности наблюдения объекта с временем видимости объекта не менее 20с для орбиты 400 км: (а) - Δ=12 с, *K*=1; (б) - Δ=20 с, *K*=2 (Δ – минимальное гарантированное время съемки каждого объекта; *K* – количество параллельных процессов съемки).

D. Выводы

- Для съемки поверхности Земли свободно перемещаемыми камерами с борта орбитального КА и обработки полученных изображений разработан комплекс аппаратно-программных средств и соответствующих технологий.
- Использование представленных угломерной системы и средств поддержки наведения камеры получило одобрение космонавтов российского сегмента МКС.
- Использование представленных инструментов позволяет повысить эффективность процесса получения и обработки изображений поверхности Земли.
- Представленные инструменты могут быть использованы для съемки и обработки изображений различных внешних объектов орбитального пилотируемого КА.

III. Автоматизация процесса хранения используемых в процессе полета предметов

На МКС для хранения и учета запасных частей средств поддержки жизнедеятельности экипажа, запасных частей и т.п., далее называемые предметы хранения (ПХ), используется система идентификации на базе штриховых кодов. Объем хранимых ПХ на РС МКС достигает 10000. При этом в базе данных хранится полный список ПХ, место хранения и другая дополнительная информация. Если при использовании ПХ каждое их перемещение вносить в базу данных, то система позволяет найти требуемый ПХ за небольшое время. Однако, в процессе деятельности космонавтов возможны ситуации, когда занесение данных в базу данных не выполняется. Это связано с тем, что в работе космонавтов возможно, возникновение ошибок в связи с необходимостью переключений внимания при выполнении нескольких полетных операций одновременно. Вероятность возникновения ошибок увеличивается при работе в условиях дефицита времени, наличие возмущений, таких как поступление сообщений из ЦУП, от других членов экипажа, поступление данных о состоянии бортовых систем, срабатывании сигнализаторов бортовой автоматики и т.п. В результате ошибок не все перемещения ПХ фиксируются в базе данных. Количество недостоверной информации постепенно увеличивается. Это приводит к тому, что на борту планируется частичная или полная инвентаризация ПХ, которая может занимать несколько рабочих дней экипажа. Поэтому является актуальным разработка технологии хранения и учета ПХ, снижающая вероятность наличия отклонений в базе данных ПХ.

A. Разработка системы хранения ПХ на РС МКС

Для повышения эффективности процесса хранения поиска ПХ на РС МКС была разработана и исследована система хранения так называемая «умная полка» (УП) на базе технологии радиометок (RFID технологии) [22 - 24].

Система координатной привязки ПХ (СКП- УП) включает следующие блоки:

- стойка, состоящая из четырех УП, предназначенных для хранения и автоматической идентификации объектов;
- каждая из УП оборудована антенной для считывания RFID-меток;
- блок управления с Wi-Fi устройством связи;
- планшетный компьютер;
- контейнеры для лекарственных средств (КЛС).

Каждый КЛС представляет собой пластиковую пластину, имеющую механический интерфейс с УП и снабженную RFID-меткой.

На рисунке 5 показана подготовка КЛС для загрузки в УП на РС МКС.

Рис. 5 Космонавт Сергей Кудь-Сверчков во время тестирования аппаратуры СКП-УП держит в руке КЛС.

СКП-УП постоянно контролирует наличие КЛС в УП. Доступ к базе данных аппаратуры СКП-УП возможен как с помощью планшетного компьютера из состава СКП-УП, так и через бортовую локальную сеть с любого подключенного к сети бортового компьютера, а также через радиоканал из компьютера ЦУП. Это позволяет возложить контроль состояния содержимого УП на персонал ЦУП, освободив экипаж от этой задачи.

В случае ошибки экипажа, например, не возвращения на место КЛС на УП, ЦУП может оперативно выявить это отклонение и дать соответствующую рекомендацию экипажу. Это позволяет предотвратить накапливание отклонений в базе данных ПХ.

Вероятность правильной идентификации содержимого УП для выбранной конструкции составляет 100%.

B. Выводы

- В ходе отработки аппаратуры СКП-УП подтверждена работоспособность, функциональность и эргономичность выбранной структуры УП.
- УП интегрирована в состав структуру бортовых систем и космического комплекса, что позволяет в реальном масштабе времени работать с УП с любого бортового рабочего места, подключенного к бортовой сети, с рабочего места в ЦУП, при наличии канала связи ЦУП-борт.
- Предлагается перспективные модули космических станций, в том числе на РОС, оснащать необходимым количеством УП, с учетом количества и номенклатуры важных ПХ - ПХ, наличие которых необходимо контролировать в процессе полета и к котором требуется оперативный доступ во время полета). Отметим при этом, что необходима разработка различных типов УП в зависимости от габаритов требуемых ПХ.

IV. Автоматизация процесса определения местоположения членов экипажа

При эксплуатации орбитальных пилотируемых станций имеется ряд полетных операций, при выполнении которых группе управления полетом необходимо знать местоположение членов экипажа, некоторого инструмента или элемента оборудования, имеющих важное значение. Необходимо знать местоположение каждого члена экипажа внутри станции при принятии решений в процессе ликвидации аварийных ситуаций; при выполнении экипажем опасных операций (например, ВКД). Кроме того, для планирования работ космонавтов, для совершенствования полетных операций и для проектирования перспективных космических станций необходима статистика нахождения членов экипажа в различных рабочих зонах станции. При этом надо учитывать, что космонавтам не нравится постоянно находиться в поле зрения видеокамер.

A. Разработка системы определения координат положения космонавта в отсеках космической станции

Для повышения эффективности процесса определения координат нахождения космонавта во внутренних отсеках космической станции на РС МКС была разработана и исследована система координатной привязки с помощью инфракрасных датчиков (СКП-И) [25 - 28], которая включает следующие элементы:

- инфракрасные автономные приемники (ИКП);
- автономные инфракрасные маяки (ИКМ);
- модуль управления (МУ);
- бортовой лэптоп с программным обеспечением.

Схема системы СКП-И на служебном модуле РС МКС приведена на рисунке 6.

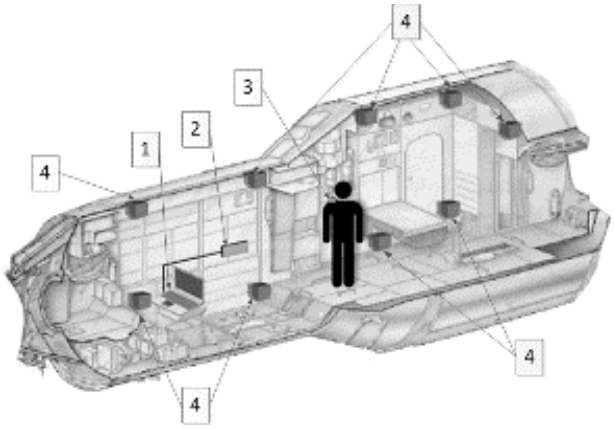


Рис. 6 Схема системы СКП-И в интерьере космической станции: 1 – бортовой лэптоп; 2 – модуль управления; 3 – инфракрасный маяк; 4 – инфракрасные приемники.

На рисунке 7 приведена фотография космонавта с 2 маяками СКП-И, закрепленными у него на одежде на плечах.

Рис. 7 Космонавт Олег Новицкий с закрепленными на плечах инфракрасными маяками.

Система СКП-И работает в «импульсном» режиме. МУ по радиоканалу запускает по очереди каждый ИКМ, находящийся в контролируемом пространстве. В ответ каждый ИКМ излучает ИК-импульс. Каждый ИКП, принявший ИК-импульс от ИКМ, передает в МУ двухмерные координаты центра светового пятна, образованного в результате воздействия ИК-импульса на сенсор ИКП. Данные измерений с МУ поступают в бортовой компьютер, где рассчитываются текущие трехмерные координаты всех ИКМ, находящихся в данный момент в контролируемом пространстве.

B. Методика расчета координат положения космонавта

Определение местоположения объекта (космонавта) относительно системы координат МКС осуществляется следующим образом.

После развертывания системы проводится калибровка: определяются параметры относительного положения маяков, установленных в заданных фиксированных позициях, а также определяются параметры относительного положения нескольких маяков, зафиксированных на заданных подвижных частях космонавта при нескольких (не менее двух) заданных фиксированных положениях подвижных частей космонавта.

В процессе мониторинга СКП-И работает следующим образом.

1) Модуль управления формирует управляющие воздействия на маяки – по радиоканалу запускает каждый маяк по очереди.

2) Приёмники измеряют и передают в модуль управления информацию о центре светового пятна, образованного в результате попадания ИК-импульса на детектор приемника.

3) Данные измерений модуль управления передает в бортовой компьютер.

4) По полученным измерениям от приемников и заданным параметрам расположения детекторов и оптических систем приемников в компьютере рассчитываются текущие трехмерные координаты всех маяков, находящихся в данный момент в контролируемом пространстве (примечание: для определения координат необходимо получение измерений от не менее четырех приемников).

5) По текущим значениям координат маяков и параметрам относительного положения маяков, определенным при заданных фиксированных положениях подвижных частей космонавта на этапе выполнения калибровки, рассчитываются параметры текущего положения космонавта относительно системы координат РС МКС.

C. Математическое обеспечение

Исходными данными для алгоритма расчета координат являются:

- координаты светового пятна, образованного в результате попадания ИК-импульса на детектор приёмника, в системе координат приёмника;
- координаты инфракрасного приёмника в системе координат модуля РС МКС;
- значение углов между осями системы координат приёмника и осями системы координат модуля РС МКС.

Используем следующий алгоритм расчета трехмерных координат объекта.

1) Перевод линейных координат центра светового пятна в углы, определяющие направление на маяк относительно оптической оси приемника. Полученные углы пересчитываются в трехмерный вектор в системе координат приемника. Данный вектор переводится в систему координат РС МКС.

2) Расчет координат маяка производится путем нахождения точки наиближайшего схождения двух трехмерных лучей от приемников с наилучшими показателями амплитуды сигнала (яркостью светового пятна).

Точность определения местоположения космонавта составляет около 1 метра.

D. Выводы

- В ходе отработки аппаратуры СКП-И подтверждена работоспособность и функциональность системы контроля местоположения космонавта на космической станции.
- Аппаратура СКП-И интегрирована в состав космического комплекса, включая бортовые системы и средства наземного комплекса управления, что позволяет в реальном масштабе времени определить местоположение космонавта с любого бортового рабочего места,

подключенного к бортовой сети, а также с рабочего места персонала ЦУП.

- Аппаратура СКП-И может применяться для контроля местоположения при проведении некоторых полетных операций (проведении работ в условиях аварийной ситуации, при проведении тренировок по аварийным ситуациям, для контроля перемещения изделий-роботов, самостоятельно перемещающихся по станции).

К недостаткам СКП-И относится необходимость калибровки аппаратуры перед каждым сеансом, что не позволяет использовать ее в автоматическом режиме.

Литература

[1] Беляев М.Ю., Десинов Л.В., Караваев Д.Ю., Легостаев В.П., Рязанцев В.В., Юрина ОА. Особенности проведения и использования результатов съемки земной поверхности, выполняемых экипажами Российского сегмента МКС // Космическая техника и технологии. 2015. № 1(8). С. 17-30.

[2] Васильев В.И., Сохин И.Г., Бронников С.В., Васильева Н.В., Гордиенко О.С. Визуально-инструментальные наблюдения с борта Международной космической станции экипажами российского сегмента и основные принципы подготовки к их выполнению // Пилотируемые полеты в космос, 2013 №2 (7). С. 23-29.

[3] S. Bronnikov, D. Karavaev, A. Rozhkov, and D. Rulev. Enhanced method to perform crew earth observation onboard the ISS with use of relocatable cameras // 74th International Astronautical Congress (IAC), Baku, Azerbaijian, 2-6 October 2023. IAC-23-B3,4-B6.4,5,x75868. – 6p.

[4] Бронников С.В., Малименков Е.И., Рожков А.С., Караваев Д.Ю., Калери А.Ю., Крикалев С.К., Виноградов П.В. Способ определения географических координат изображений объектов на поверхности планеты при съемке с пилотируемого космического аппарата // Патент на изобретение РФ № 2353902. Бюл. № 12 от 27.04.2009.

[5] Бронников С.В., Караваев Д.Ю., Рожков А.С. Исследование технологии и средств привязки изображений Земли, полученных на пилотируемом космическом аппарате с помощью свободно перемещаемых камер // Космическая техника и технологии, 2016. № 2 (13). С. 105-115.

[6] Бронников С.В., Рожков А.С, Караваев Д.Ю., Рулев Д.Н., Рурин О.С., Калифатиди А.К., Городецкий И.Г. Способ определения географических координат области наблюдения перемещаемой относительно космического аппарата аппаратуры наблюдения, система для его осуществления и устройство размещения излучателей на аппаратуре наблюдения // Патент на изобретение РФ № 2524045. Бюл. № 21 от 27.07.2014.

[7] Бронников С.В, Рожков А.С., Боровихин П.А., Рулев Д.Н. Способ ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2695739. Бюл. № 21 от 25.07.2019.

[8] Бронников С.В., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю., Рулев Д.Н. Способ управления перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратурой наблюдения // Патент на изобретение РФ № 2780900. Бюл. № 28 от 04.10.2022.

[9] Беляев М.Ю. Оперативное планирование научных экспериментов проводимых с помощью КА // Космические исследования, 1980. Т.18. с.235-243.

[10] Беляев М.Ю. Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. М: Машиностроение, 1984. 264с.

[11] Беляев М.Ю., Рулев Д.Н. Оптимизация программы экспериментов при оперативном планировании исследований, выполняемых с КА // Космические исследования, 1987. Т.25. N1. С.30-36.

[12] Беляев М.Ю., Рулев Д.Н. Оптимизация планирования экспериментов, выполняемых на орбитальных станциях // Космические исследования, 2007, том 45, №3, с.236-243.

[13] Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Ветошкин А.М., Караваев Д.Ю., Рассказов И.В. Наведение научной аппаратуры международной космической станции на исследуемые объекты // Космические исследования, 2022, том 60, № 1, с. 1–10.

[14] Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Есаков А.М., Караваев Д.Ю., Рассказов И.В. Оптимизация наведения научной аппаратуры на наблюдаемые объекты в эксперименте «Ураган» на МКС // Гироскопия и навигация. Том 31. №3 (122), 2023. с.118-137.

[15] Belyaev M.Yu., Borovikhin P.A., Karavaev D.Yu., Rasskazov I.V. Optimizing algorithms for visual and instrumental observations taken by the crew of the Russian Segment of the International Space Station // 74th International Astronautical Congress (IAC), Baku, Azerbaijian, 2-6 October 2023. IAC-23-B3.5.8. -11p.

[16] Рулев Д.Н. Оптимизация планирования наблюдения множества объектов с летательного аппарата, движущегося по заданной траектории // Космонавтика и ракетостроение. 2021. №5 (122). С. 21-39.

[17] Рулев Д.Н. Оптимизация планирования наблюдения каталога объектов подвижным наблюдателем с учетом накладываемых ограничений // Известия РАН. Теория и системы управления, 2022, № 2, С. 62-79.

[18] Бронников С.В., Рожков А.С., Боровихин П.А., Рулев Д.Н. Система ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2695254. Бюл. № 21 от 22.07.2019.

[19] Бронников С.В., Рожков А.С., Боровихин П.А., Рулев Д.Н. Способ ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2695046. Бюл. № 20 от 18.07.2019.

[20] Бронников С.В., Рожков А.С., Караваев Д.Ю., Рулев Д.Н. Способ ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2693634. Бюл. № 19 от 03.07.2019.

[21] Бронников С.В., Рожков А.С., Боровихин П.А., Рулев Д.Н. Способ ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2695041. Бюл. № 20 от 18.07.2019.

[22] Бронников С.В., Рожков А.С., Боровихин П.А., Рулев Д.Н. Система ориентирования перемещаемой на борту пилотируемого корабля аппаратуры // Патент на изобретение РФ № 2695960. Бюл. № 22 от 29.07.2019.

[23] Бронников С.В., Караваев Д.Ю., Рожков А.С. Исследование технологий позиционирования в космическом эксперименте «Визир» // В сборнике: К.Э. Циолковский и этапы развития космонавтики. Материалы 50-х научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга, 2015. С. 113-114.

[24] Бронников С.В., Рожков А.С., Поздняков П.А., Лепорский А.Н., Соколов Д.А. Применение технологии радиометок на международной космической станции // В сборнике: Идеи К.Э. Циолковского в инновациях науки и техники. Материалы 51-х Научных чтений памяти К.Э. Циолковского. Калуга, 2016. С. 96-97.

[25] Бронников С.В., Рожков А.С., Рулев Д.Н., Поздняков П.А., Калифатиди А.К., Волоховский Д.А., Привалов Ю.А. Устройство для хранения и идентификации перемещаемых объектов на космическом аппарате // Патент на изобретение РФ № 2665914. Бюл. № 25 от 04.09.2018.

[26] Бронников С.В., Рожков А.С., Рулев Д.Н., Поздняков П.А., Волоховский Д.А., Привалов Ю.А., Набок А.А. Способ определения положения объекта преимущественно относительно космического аппарата и система для его осуществления // Патент на изобретение РФ № 2600039. Бюл. № 29 от 20.10.2016.

[27] Бронников С.В., Рожков А.С., Рулев Д.Н., Способ управления передвижением космонавта к идентифицируемым объектам на космической станции и система его осуществления // Патент на изобретение РФ № 2669155. Бюл. № 28 от 08.10.2018.

[28] Бронников С.В., Рожков А.С., Рулев Д.Н. Способ контроля передвижения космонавта относительно космического аппарата и система для его осуществления // Патент на изобретение РФ № 2604892. Бюл. №35 от 20.12.2016.

Планирование регионального землеобзора и управление мини-спутниками в низкоорбитальных группировках

Е.И. Сомов
Отдел Динамики и управления
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
e_somov@mail.ru

С.А. Бутырин
Отдел Динамики и управления
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
butyrinsa@mail.ru

С.Е. Сомов
Отдел Динамики и управления
Самарский федеральный исследовательский центр
Российской академии наук
Самара, Россия
s_somov@mail.ru

***Аннотация* — Рассматриваются задачи баллистического проектирования группировки мини-спутников для региональной космической съемки с поддержанием их солнечно-синхронных орбит и проблемы управления движением мини-спутников в низкоорбитальных группировках.**

Ключевые слова — проектирование низкоорбитальной группировки, мини-спутники наблюдения Земли, управление пространственным движением

I. Введение

Актуальные проблемы наблюдения Земли малыми спутниками с низких орбит представлены в обзорных статьях [1-3], а подходы к баллистическому обоснованию – в известных монографиях [4-9].

При согласованной съёмке орбита каждого мини-спутника в группировке должны проходить через заданный восходящий узел. Таким свойством обладают солнечно-синхронные орбиты (ССО) [10-17] с кратностью $n_g = T_d / T_p$, где T_d – длительность солнечных суток и T_p – драконический период обращения космического аппарата (КА).

Для регионального землеобзора группировкой мини-спутников наиболее удобны орбиты с суточной кратностью и высотой 570 км, когда $T_d = 86400$ с и кратность $n_g = 15$. Орбиты с большей кратностью требуют увеличения числа КА в группировке для обеспечения заданного интервала повторяемости наблюдений, а при снижении высоты орбиты существенно возрастают затраты топлива для компенсации влияния аэродинамического сопротивления движению спутника.

В статье исследуются: (i) задачи баллистики группировки мини-спутников для регионального землеобзора и поддержания ССО с обеспечением солнечной синхронности и стабильности местного среднего солнечного времени (МССВ) [17] на длительных временных интервалах при коррекции движения КА электрореактивными двигательными установками (ЭДУ) малой тяги; (ii) проблемы наведения и управления движением спутников с использованием силового гироскопического кластера (СГК) на основе гиродинов (ГД), когда измерение координат движения КА выполняется бесплатформенной инерциальной навигационной системой с коррекцией сигналами от спутников ГЛОНАСС и кластера звездных датчиков.

Мини-спутник землеобзора оснащён телескопом с оптико-электронными преобразователями (ОЭП) в его фокальной плоскости, рис. 1. При выполнении маршрутов сканирования земной поверхности телескопом матрицы ОЭП работают в режиме временной задержки и накопления (ВЗН). При известной орбите маршрут съемки определяется законом углового наведения КА для обеспечения требуемого движения оптического изображения на матрицах ОЭП. Такой закон формируется по аналитическим соотношениям связи перемещения изображения с изменением координат движения КА.

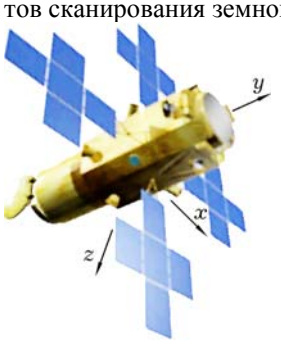


Рис. 1. Спутник землеобзора

II. Баллистическое Проектирование Группировки

Для описания движения КА применяются инерциальная система координат (ИСК $O_\oplus X^I Y^I Z^I$, базис $\mathbf{I}_\oplus$), орбитальная (ОСК, базис $\mathbf{O}$ с ортами радиали $\mathbf{r}^\circ$, трансверсали $\boldsymbol{\tau}^\circ$ и бинормали $\mathbf{n}^\circ$), связанная с КА (ССК $Oxyz$, базис $\mathbf{B}$) системы координат с началом в его центре масс O, геодезическая Гринвичская система координат (ГСК), связанная с вращающейся Землей.

Используются обозначения $\{\cdot\} = \mathrm{col}(\cdot)$, $[\cdot] = \mathrm{line}(\cdot)$, $(\cdot)^{\mathrm{t}}$, $[\times]$, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ и $\circ, \tilde{}$ для векторов, матриц и кватернионов, $S_\alpha = \sin\alpha$, $C_\alpha = \cos\alpha$.

В столбце $\mathbf{r} = \{\Omega, i, \omega_\pi, p, e, \nu\}$ расположения КА на орбите выделяются (i) три оскулирующих элемента её ориентации – долгота восходящего узла (ВУ) Ω, наклонение i, аргумент перигея ω_π и (ii) три элемента, определяющих размеры, форму орбиты и положение КА на орбите – фокальный параметр p, эксцентриситет e и истинная аномалия ν, однозначно связанная с аргументом орбитальной широты $u(t)$.

Проектирование орбит группировки состоит в определении начальных данных, когда обеспечивается требуемая повторяемость прохождения их трасс через заданные точки региона на земной поверхности. Здесь ССО всех спутников в группировке имеют одинаковую высоту и проходят через единый восходящий узел (ВУ)

орбиты на земной поверхности, но в разное время при длительности T_r повторяемости. Будем считать, что группировка спутников состоит из N локальных групп и в каждой локальной группе имеется K спутников в направлении их полета, при $K = 3$: левый, центральный и правый с одинаковой долготой восходящего узла (ДВУ). Исходными данными в такой задаче являются параметры орбиты центрального КА локальной группы и длительность интервала повторяемости. Необходимо определить число N центральных мини-спутников (локальных групп) в составе всей группировки и начальные параметры орбит спутников.

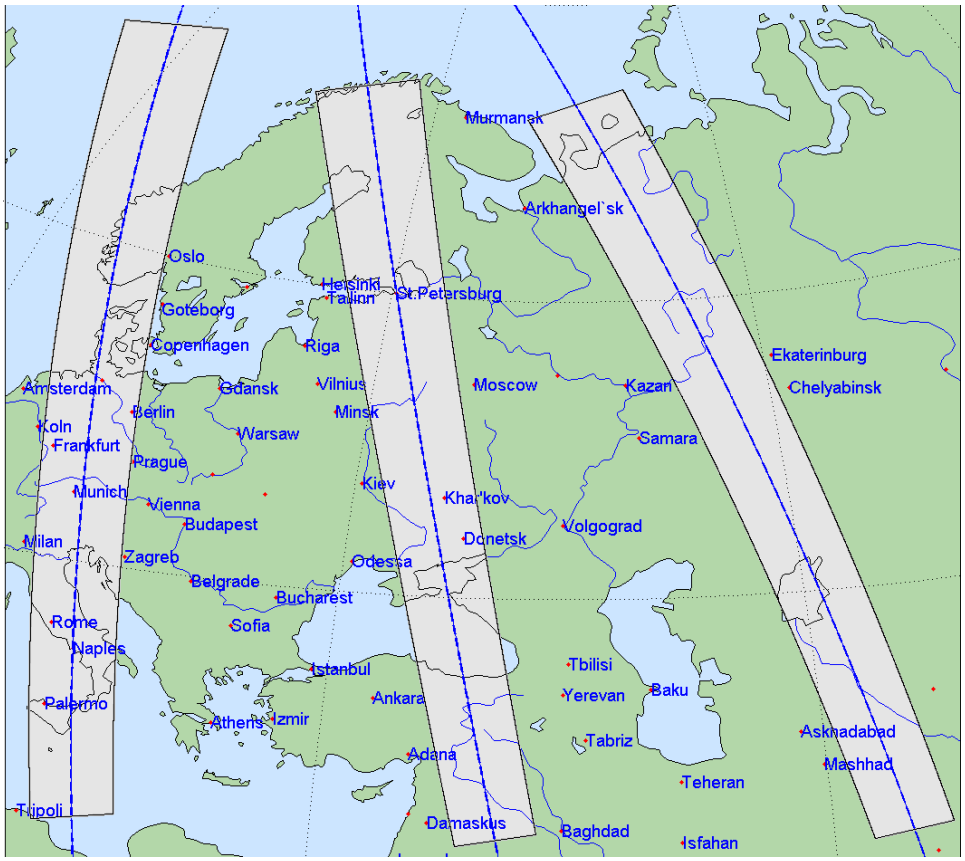


Рис. 2. Схема полос регионального землеобзора в Европейской части Восточного полушария Земли

При одинаковой высоте полёта КА параметры их орбит отличаются только моментами времени прохождения их ВУ с долготой Ω. Число центральных мини-спутников определяется с учетом солнечной освещенности наземных региональных объектов наблюдения, которая зависит от их геодезических координат, даты и времени наблюдения.

Наилучшие условия оптико-электронного наблюдения земной поверхности возникают в диапазоне с 10 до 14 часов местного времени [17]. Целесообразно расширить этот диапазон от $t_{\text{i}} = 9$ до $t_{\text{f}} = 15$ часов.

Расположение спутников в каждой локальной группе определяется как типом (маршрутная, объектовая, площадная, стерео и др.), так и стилем сканирующей оптико-электронной съёмки – трассовая, ортодромическая, с выравниванием продольной скорости движения изображения (СДИ) наматрицах ОЭП. Например, в [18] при площадной съёмке плоскости орбит трёх мини-спутников в локальной группе разнесены по ДВУ на угол $\Delta\Omega = 0.84$ град.

Если задать интервал повторяемости наблюдений $T_r = 1$ час, то для наблюдения всей поверхности Земли центральные мини-спутники в ИСК располагаются в 24 орбитальных плоскостях с шагом их относительного разворота на угол

$$\Delta\Omega_c = (361[\text{град}]/[24\ \text{час}]) \cdot [1\ \text{час}] = 15.04\ \text{град}.$$

Используется известная система уравнений поступательного движения КА в оскулирующих переменных со стандартными обозначениями. Все спутники в локальных группах нумеруются в порядке следования орбитальных плоскостей в ИСК по возрастанию их ДВУ.

Пусть заданы геодезические координаты пункта на земной поверхности, через который в момент t_{o} проходит трасса центрального спутника №1, например широта $B_{\text{o}} = 5.53$ град и долгота $L_{\text{o}} = 10.01$ град (Санкт Петербург) и в расчетную дату 21.03.2023 задан момент $t_{\text{o}} = 09:00:00$ часов местного времени. Трассы других центральных спутников должны проходить через этот наземный объект с интервалом $T_r = 1$ час при длительности $T_N = t_{\text{f}} - t_{\text{i}} + T_r = 15 - 9 + 1 = 7$ часов светового дня, тогда число групп $N = T_N / T_r = 7$. Например, для центрального спутника #1 вычисляется ДВУ L_{Ω} его орбиты в ГСК, при которой в заданный момент времени t_{o} трасса спутника проходит через объект наблюдения с геодезическими координатами B_{o} и L_{o}. Поворот орбиты КА вокруг оси вращения Земли не изменяет угловых

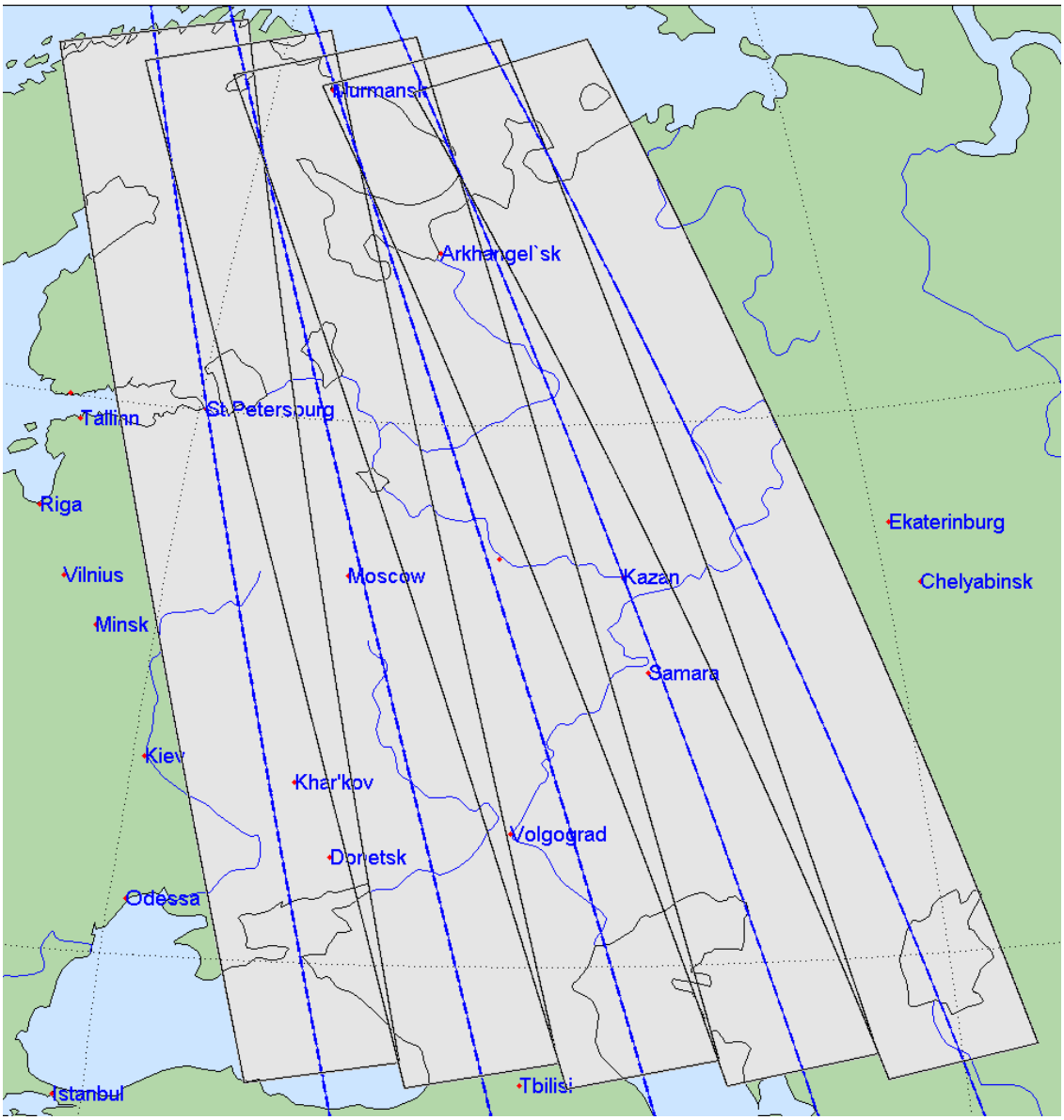


Рис. 3. Схема полос регионального землеобзора, включающих части некоторых регионов Российской Федерации

соотношений для элементов орбиты, поэтому численное интегрирование уравнений движения центрального мини-спутника #1 до достижения им заданной геодезической широты B_o позволяет определить значение ДВУ $L_\Omega = L_o - L(t_o)$ орбиты в ГСК. Здесь были вычислены значения: $L_\Omega = 47.79$ град; МССВ $t_\Omega = 09:53:20$ прохождения спутником ВУ орбиты (UTC $06:42:08$); ДВУ $\Omega = L_\Omega + S_o = 5.70$ град в ИСК, где S_o – звездное время гринвичского меридиана в момент времени t_Ω, представленное в угловой мере.

Центральные спутники других локальных групп перемещаются в орбитальных плоскостях с разворотом в ИСК на угол 15.04 град. При номере центрального спутника $n \in [1,2,...7]$ значение его ДВУ вычисляется в градусах как $\Omega = (180/\pi)(L_\Omega + S_o) + 15.04(n-1)$.

Если каждая локальная группа имеет $K = 3$ мини-спутников, то число КА всей группировки $N_s = 21$. Значения долготы ВУ центральных КА и временные параметры такой группировки представлены в таблице I.

ТАБЛИЦА I

Значения ДВУ и параметры орбит центральных КА					
n , #КА	Ω, град	Дата, д : м : г	UTC, ч : м : с	t_Ω, ч : м : с	t_o, ч : м : с
1	-33,13	21.03.2023	06:42:08	09:53:20	09:00:00
2	-18,09	21.03.2023	07:42:08	10:53:20	10:00:00
...	…	...	...	...	...
7	57,11	21.03.2023	12:42:08	15:53:20	15:00:00
1	-33,13	22.03.2023	06:42:08	09:53:20	09:00:00

При ограничении $|\gamma| \le 20$ град на угол крена γ каждого мини-спутника относительно местной вертикали в ОСК, полоса доступного землеобзора от геодезической широты 32 град до 70 град показана на рис. 2, серая центральная полоса. На поверхности Земли средняя ширина полосы обзора составляет 445 км. При изменении геодезической широты вдоль трассы местное время изменяется, здесь на 35 мин, что мало влияет на условия солнечного освещения соответствующей части региона.

Рассмотрим теперь возможность использования орбитальной группировки мини-спутников для съемки Земли с соседних витков орбиты. Сначала определим

положение полосы возможного обзора центрального спутника #1 при съемке с орбиты 1 на виток позже. Тогда на рис. 2 получим левую полосу обзора с трассой, проходящей по траектории Неаполь – Гамбург. Нетрудно установить, что при съемке на 1 виток раньше получается правая полоса обзора на рис. 2 – с трассой, проходящей вдоль уральского хребта на юг до Кандагара.

Всего на поверхности Земли будет располагаться 15 таких полос регионального обзора, которые отличаются только временем UTC и значениями ДВУ Ω из-за прецессии ССО. Местное время и условия освещения местности во всех полосах практически одинаковы.

Привлекает внимание задача регионального землеобзора Европейской части России при значениях геодезической широты B наблюдаемых объектов от 43 до 70 град, рис. 3. Применяемая здесь орбитальная *группировка* из 105 мини-спутников состоит из *5 групп* с 21 спутником в каждой группе, которая одновременно представляется 7 локальными группами по 3 мини-спутника. Спутники в каждой локальной группе перемещаются по близким орбитам с малыми отличиями их ДВУ.

В ИСК плоскости орбит 7 центральных спутников *локальных групп* разнесены между собой по ДВУ на угол 15.04 град, причём мини-спутники с одинаковыми сквозными номерами в *группах* из диапазона $1 \div 21$ перемещаются по орбитам, которые отличаются значениями ДВУ на 5.5 град. Каждая такая группа обеспечивает одну из 5 полос обзора на рис. 3.

Если требуется, то для каждой из таких полос можно обеспечить на одной той же геодезической широте и одинаковое местное время съёмки. Например, представленный на рис. 3 расчет выполнен при условии, что во всех 5 группах трассы центральных спутников №2 (при их сквозной нумерации в группе) пересекают геодезическую широту $B = 50$ град при одинаковом значении МССВ. Представленная группировка 105 мини-спутников обеспечивает съёмку объектов с назначенным диапазоном вариации геодезической широты всего северного полушария Земли при использовании других витков орбит мини-спутников в составе группировки.

Кратко рассмотрим задачу оценки затрат топлива при сдвиге полосы землеобзора для перестройки такой орбитальной группировки. Для этого необходимо выполнить один из двух вариантов изменения положения каждого спутника в составе группировки: 1) поворот плоскости орбиты с изменением её ДВУ; 2) смена фазы движения спутника – изменение орбитальной широты. Оба вида требуют больших затрат топлива.

Рассмотрим сначала смещение полосы обзора при изменении ДВУ орбиты на $\Delta\Omega = 2$ град. Используя результаты авторов по управлению космическим роботом была получена оценка $\Delta m = 31.57$ кг затрат топлива ЭДУ при длительности маневра около 5 суток.

Смена фазы заключается во временном подъеме высоты орбиты с последующим возвращением спутника на исходную орбиту. Здесь применяется уменьшение средней угловой скорости орбитального движения КА и изменяется орбитальная широта его расположения на солнечно-синхронной орбите.

При движении спутника вплоть до прохождения через ВУ его орбиты Земля поворачивается и поэтому трасса полёта КА смещается к западу, но далее воздействие аэродинамического сопротивления вновь смещает трассу спутника на восток. При таком маневре высота полета КА временно увеличивается на 777 км, длительность маневра составляет 1.03 суток, а расход топлива $\Delta m = 2.98$ кг.

III. Удержание Мини-спутников на ССО

Методы долговременного удержания спутников землеобзора на заданных ССО с помощью ЭДУ изучались во многих научных работах [10-17]. Введём обозначение L^*_Ω для требуемого значения геодезической долготы ВУ $L_\Omega = L(t_\Omega)$ в ГСК – значения долготы подспутниковой точки в момент времени t_Ω, когда мини-спутник проходит восходящий узел соответствующей орбиты.

Как известно, коррекция ДВУ L_Ω выполняется за счёт изменения высоты $h(t)$ (т.е. большой полуоси $a(t)$) орбиты, но для сохранения солнечной синхронности и стабильности МССВ также необходима коррекция её наклонения. Задача состоит в оценке параметров коррекций орбиты – их числа, периодичности, длительности интервалов работы ЭДУ и затрат топлива. Отклонению $\Delta L^*_\Omega = | L_\Omega - L^*_\Omega |$ геодезической ДВУ от требуемого значения, например $\Delta L^*_\Omega = 0.1$ град, соответствует длина 11 км на земной поверхности.

Связь отклонения ΔL^*_Ω с изменением $\Delta a(t_c)$ большой полуоси солнечно-синхронной орбиты представлена в [17] как $\Delta a(t_c) = k_a \sqrt{[8a(t_c) | \dot{h} | \Delta L^*_\Omega / (3\omega_e)]}$. Здесь $a(t_c)$ – значение большой полуоси орбиты в момент t_c выполнения корректирующего импульса скорости КА, $\dot{h}$ – скорость изменения высоты орбиты из-за аэродинамического сопротивления, ω_e – угловая скорость вращения Земли, а коэффициент k_a учитывает влияние других возмущений.

В разработанной методике сначала вычисляются векторы корректирующих импульсов скорости КА на основе импульсной теории, а затем рассчитывается их реализация с помощью ЭДУ малой тяги.

При прогнозе движения спутника на предстоящем витке орбиты определяются моменты времени прохождения спутником перигея t_π и апогея t_α, вычисляются параметры двух-импульсного перехода между круговыми орбитами, большие полуоси которых отличаются на Δa, и значения векторов импульсов скорости в перигее $\Delta \mathbf{v}_\pi$ и апогее $\Delta \mathbf{v}_\alpha$. Эти векторы направлены по орту $\boldsymbol{\tau}^\circ$ вектора скорости поступательного движения спутника.

Коррекция наклонения орбиты выполняется при условии $| \Delta i | \geq \Delta i^*$, где Δi^* – граница допустимого отличия наклонения от номинального значения 97.67 град.

В этом случае такие импульсы вектора скорости КА формируются в узлах орбиты по направлению орта её бинормали.

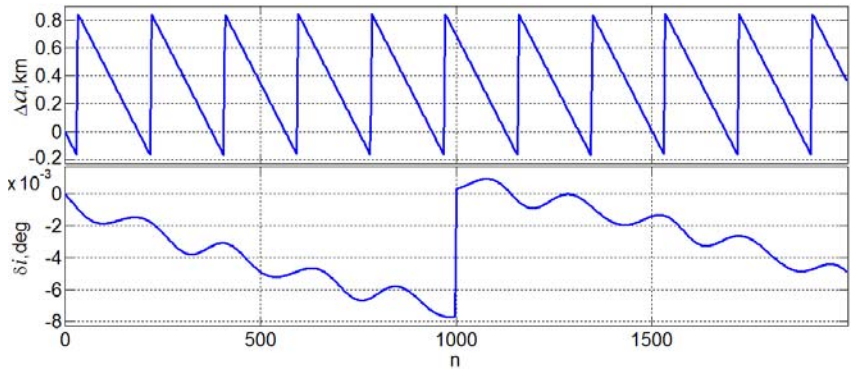


Рис. 4. Отклонения большой полуоси и наклонения ССО от их начальных значений

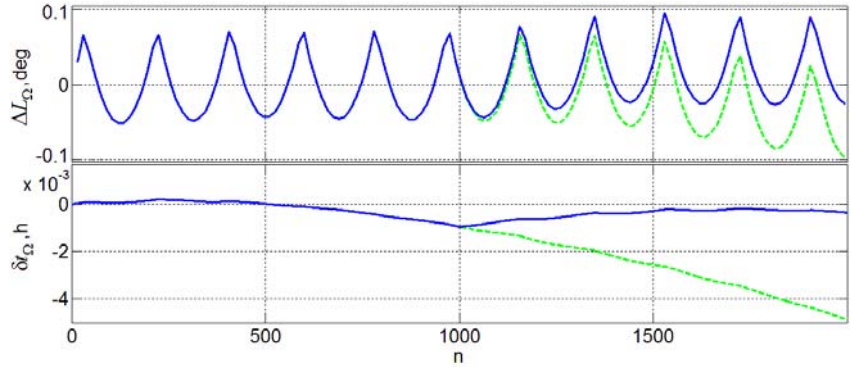


Рис. 5 Отклонения ДВУ и МССВ от номинальных значений при прохождении восходящего узла

Кратко представим результаты компьютерной имитации процессов при коррекции большой полуоси и наклонения ССО с номинальной высотой 570 км полёта спутника массой 350 кг при следующих данных:

- ЭДУ содержит два электрореактивных двигателя с суммарной тягой 0.58 Н, что позволяет выполнить любую коррекцию орбиты за 1 виток;
- площадь миделя КА равна 15 м^2, коэффициент аэродинамического сопротивления $c_x = 2.5$;
- в момент времени $t_0 = 0$ назначены параметры орбиты $e = 10^{-4}$, $\omega_\pi = 0$, $L^*_\Omega = 41.8$ град, $p = 6948.1359$ км и $i = 97.64$ град, что отличается от значения $i = 97.67$ град для минимизации $|\Omega(t_0) - \alpha_s(t_0)|$, где $\alpha_s(t)$ – прямое восхождение среднего экваториального Солнца. Расчетная дата 21.03.2023 г., начальные значения на первом витке $a_1 = 6938.603$ км и $i_1 = 97.645$ град, в момент времени t_0 спутник находится в восходящем узле при значении долготы $\Omega = L^*_\Omega + S_0$ в ИСК.

На рисунке 4 представлены изменения большой полуоси $\Delta a = a - a_1$ и наклонения $\delta i = i - i_1$ ССО в зависимости от номера n её витка, а на рис. 5 – изменения ДВУ $\Delta L_\Omega(t_\Omega)$ и местного среднего солнечного времени $\delta t_\Omega = t_\Omega - t_{\Omega 1}$ в моменты времени прохождения восходящего узла на $n-$ом витке орбиты, см. зелёные штриховые линии при отсутствии коррекции наклонения. Разработанный метод позволяет удерживать отклонение значений ВУ ССО в заданных пределах. Под воздействием гравитационных возмущений происходит регулярное смещение ДВУ $\Delta L_\Omega(t)$ к западной границе допустимого диапазона, см. рис. 4.

ТАБЛИЦА II

Характеристики работы ЭДУ и расход топлива				
Корректир. параметры	Период, сутки	Число в год	Длительность на витке, с	Расход в год, кг
a	12,54	29	339.77	0.329
i	66.71	5	638.17	0.0538
Всего	-	34	-	0.488

Выполненная на 1000-ом витке коррекция наклонения приводит к восстановлению солнечной синхронности орбиты, стабилизации «амплитуды колебаний» как $\Delta L_\Omega(t)$, так и δt_Ω.

Созданный метод обеспечивает поддержание суточной кратности, синхронности и стабильности МССВ.

Получены численные оценки периодичности выполнения коррекций, длительности работы ЭДУ на витке и затрат топлива при выполнении описанных выше коррекций ССО, которые представлены в таблице II.

IV. Угловое Наведение Спутников

Ориентация ССК в ИСК определяется кватернионом $\mathbf{\Lambda}$ и вектором $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\}$ модифицированных параметров Родрига (МПР), а ориентация в ОСК – углами рыскания ϕ_1, крена ϕ_2 и тангажа ϕ_3. Используются векторы угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$. Корпус спутника считается твёрдым телом с массой m и тензором инерции $\mathbf{J}$, при векторах положения $\mathbf{r}$ и скорости $\mathbf{v}$ модель его движения в ИСК имеет вид

$$\mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v};\ m(\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = \mathbf{P}^{\mathrm{e}} + \mathbf{F}^{\mathrm{d}};$$

$$\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}/2;\ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} = \mathbf{M}^{\mathrm{g}} + \mathbf{M}^{\mathrm{d}}.$$

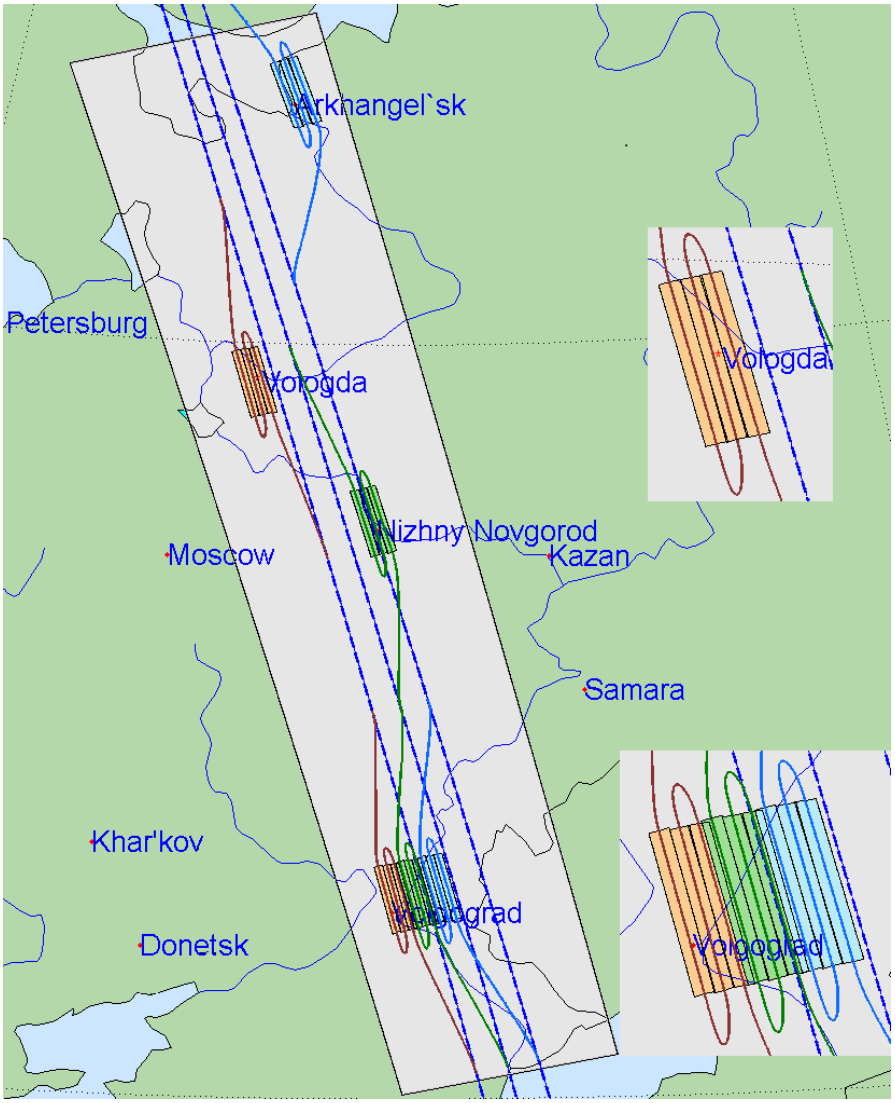


Рис. 6. Схема съёмки городов Поволжья и Северо-Запада РФ в полосе обзора с геодезической широтой от 45.5 до 66 град.

Здесь вектор $\mathbf{P}^{\mathrm{e}}$ отражает тягу ЭДУ, вектор $\mathbf{G}=\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{H}$, $\mathbf{H}$ – вектор кинетического момента (КМ) СГК, вектор его управляющего момента $\mathbf{M}^{\mathrm{g}}=-\mathbf{H}'$, векторы $\mathbf{F}^{\mathrm{d}}$ и $\mathbf{M}^{\mathrm{d}}$ представляют возмущающие силы и моменты, а $(\cdot)'$ – символ локальной производной по времени.

Авторы создали аналитические методы синтеза законов наведения КА при *сканирующей* съемке, которые основаны на анализе СДИ наземных объектов на матрицах ОЭП, алгоритмы углового наведения в виде набора гладко сопряжённых векторных сплайнов МПР $\boldsymbol{\sigma}(t)$. Задача вычисления кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ ориентации базиса $\mathbf{B}$ в инерциальном базисе $\mathbf{I}_{\oplus}$, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ в виде явных функций на заданном интервале времени, решается на основе векторного сложения всех элементарных движений телескопа в ГСК с учетом текущей перспективы наблюдения при задании начальных координат наземного объекта и геодезического азимута A сканирования.

Для любой точки фокальной плоскости телескопа продольная $\tilde{V}_y^i(\tilde{y}^i,\tilde{z}^i)$ и поперечная $\tilde{V}_z^i(\tilde{y}^i,\tilde{z}^i)$ составляющие вектора нормированной СДИ вычисляются по авторскому аналитическому соотношению

$$\begin{bmatrix}\tilde{V}_y^i\\ \tilde{V}_z^i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{y}^i & 1 & 0\\ \tilde{z}^i & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q^i\tilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}1}^s-\tilde{y}^i\omega_{\mathrm{e}3}^s+\tilde{z}^i\omega_{\mathrm{e}2}^s\\ q^i\tilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}2}^s-\omega_{\mathrm{e}3}^s-\tilde{z}^i\omega_{\mathrm{e}1}^s\\ q^i\tilde{\mathrm{v}}_{\mathrm{e}3}^s+\omega_{\mathrm{e}2}^s+\tilde{y}^i\omega_{\mathrm{e}1}^s\end{bmatrix}.$$

Здесь векторы $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}^s$ и $\mathbf{v}_{\mathrm{e}}^s$ представляют угловую скорость и скорость поступательного движения КА в ГСК, матрица $\tilde{\mathbf{C}}=\|\tilde{c}_{ij}\|$ определяет ориентацию телескопа в ГСК; функция $D(t)$ представляет дальность наблюдения; $\tilde{y}^i=y^i/f_e$ и $\tilde{z}^i=z^i/f_e$ являются нормированными координатами с фокусным расстоянием телескопа f_e, функция $q^i=1-(\tilde{c}_{21}\tilde{y}^i+\tilde{c}_{31}\tilde{z}^i)/\tilde{c}_{11}$ и компоненты вектора нормированной скорости $\tilde{\mathrm{v}}_{ei}^s=\mathrm{v}_{ei}^s(t)/D(t)$. Это соотношение применяется для вычисления компонентов кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$, векторов $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{e}}^s$ и МПР $\boldsymbol{\sigma}$. Далее выполняется аппроксимация законов наведения векторными сплайнами и аналитически получаются векторы $\boldsymbol{\omega}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ и $\boldsymbol{\varepsilon}'(t)$ для сканирующей съемки [18,19].

При двух смежных сканирующих маршрутов (СМ) с заданными краевыми условиями по кватерниону $\mathbf{\Lambda}$, векторам $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}'$ в момент времени начала второго маршрута возникает задача поворотного манёвра (ПМ) спутника. Пространственные ПМ на интервале времени $t \in \mathrm{T_p} \equiv [t_\mathrm{i}^p, t_\mathrm{f}^p]$, $t_\mathrm{f}^p \equiv t_\mathrm{i}^p + T_p$, с краевыми условиями

$$\mathbf{\Lambda}(t_\mathrm{i}^p) = \mathbf{\Lambda}_\mathrm{i};\ \boldsymbol{\omega}(t_\mathrm{i}^p) = \boldsymbol{\omega}_\mathrm{i};\ \boldsymbol{\varepsilon}(t_\mathrm{i}^p) = \boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{i};$$
$$\mathbf{\Lambda}(t_\mathrm{f}^p) = \mathbf{\Lambda}_\mathrm{f};\ \boldsymbol{\omega}(t_\mathrm{f}^p) = \boldsymbol{\omega}_\mathrm{f};\ \boldsymbol{\varepsilon}(t_\mathrm{f}^p) = \boldsymbol{\varepsilon}_\mathrm{f};\ \ \boldsymbol{\varepsilon}'(t_\mathrm{f}^p) = \boldsymbol{\varepsilon}'_\mathrm{f}$$

и ограничениями не являются единственными. Разработанный авторами метод синтеза закона наведения КА при ПМ с указанными краевыми условиями основан на необходимом и достаточном условии разрешимости задачи Дарбу. Здесь кватернион $\mathbf{\Lambda}(t)$ представляется как результат сложения трех одновременно происходящих поворотов «вложенных» базисов $\mathbf{E}_k$ вокруг ортов $\mathbf{e}_k$ осей Эйлера в виде $\mathbf{\Lambda}(t) = \mathbf{\Lambda}_\mathrm{i} \circ \mathbf{\Lambda}_1(t) \circ \mathbf{\Lambda}_2(t) \circ \mathbf{\Lambda}_3(t)$.

Рисунок 6 представляет результаты планирования площадной съёмки городов Поволжья (Волгоград и Нижний Новгород) и Северо-Западного региона (Вологда и Архангельск) в полосе обзора с геодезической широтой от 45.5 до 66 град. В этой полосе съемку выполняет одна локальная группа трёх мини-спутников: левый КА#1, оранжевые сканы; центральный КА#2, зелёные сканы и правый КА#3, сканы голубого цвета. Здесь демонстрируется свободное назначение целей для каждого КА, например съёмка Волгограда тремя спутниками, а съёмка остальных трёх городов – отдельными КА.

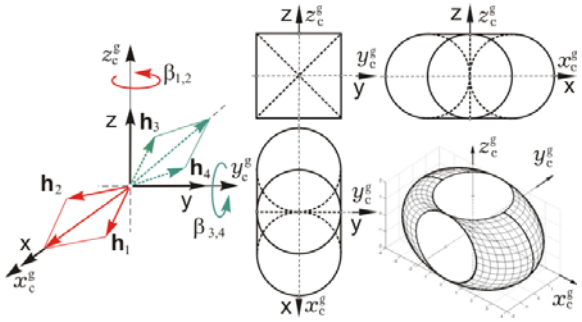


Рис. 7. Схема СГК и область вариации его КМ

V. Алгоритмы Цифрового Управления

В системе управления движением (СУД) мини-спутника применяется СГК с четырьмя ГД по известной кратной схеме 2-*SPE*, рис. 7. Вектор КМ p-го ГД $\mathbf{h}_p(\beta_p) = \mathrm{h_g}\mathbf{h}_p(\beta_p)$, $p = 1 \div 4$, имеет орт $\mathbf{h}_p$ и собственный кинетический момент $\mathrm{h_g}$, одинаковый для всех ГД.

Вектор $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta})$ нормированного КМ кластера гиродинов вычисляется как $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) = \sum \mathbf{h}_p(\beta_p)$, где $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$, а вектор $\mathbf{M}^\mathrm{g}$ управляющего момента СГК формируется по соотношениям $\mathbf{M}^\mathrm{g} = -\mathbf{H}' = -\mathrm{h_g}\,\mathbf{A}_\mathrm{h}(\boldsymbol{\beta})\,\mathbf{u}^\mathrm{g}$, $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{u}_k^\mathrm{g}$ с цифровым управлением $\mathbf{u}_k^\mathrm{g}$ и матрицей $\mathbf{A}_\mathrm{h}(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) / \partial \boldsymbol{\beta}$. Закон углового наведения КА представляется программными значениями кватерниона $\mathbf{\Lambda}^p(t)$, векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}^p(t)$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}^p(t)$.

Кватерниону ошибки $\mathbf{E} = (e_0, \mathbf{e}) = \tilde{\mathbf{\Lambda}}^p \circ \mathbf{\Lambda}$ с вектором $\mathbf{e} = \{e_i\}$ соответствуют матрица $\mathbf{C}^\mathrm{e} = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e}\times]\mathbf{Q}_\mathrm{e}^\mathrm{t}$ с матрицей $\mathbf{Q}_\mathrm{e} = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e}\times]$ и вектор ошибки ориентации $\delta\boldsymbol{\phi} = \{\delta\phi_i\} = 2e_0\mathbf{e}$. Столбец ошибки по угловой скорости вычисляется в виде $\delta\boldsymbol{\omega} = \{\delta\omega_i\} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}^\mathrm{e}\boldsymbol{\omega}^p(t)$. При дискретной фильтрации вектора рассогласования $\boldsymbol{\epsilon} = -\delta\boldsymbol{\phi}$ получаются значения вектора $\boldsymbol{\epsilon}_k^\mathrm{f}$ в моменты времени t_k, $k \in \mathrm{N}_0 = [0,1,2,..)$ с периодом T_u, которые применяются в рекуррентном дискретном законе управления кластером гиродинов

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\,\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\,\boldsymbol{\epsilon}_k^\mathrm{f};\ \ \tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}(\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\,\boldsymbol{\epsilon}_k^\mathrm{f});$$
$$\mathbf{M}_k^\mathrm{g} = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^\mathrm{e}\boldsymbol{\varepsilon}_\kappa^p + [\mathbf{C}_k^\mathrm{e}\boldsymbol{\omega}_\kappa^p \times]\boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k).$$

Здесь вектор $\mathbf{G}_k = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$ и для исключения проблемы избыточности кластера ГД вектор его управляющего момента $\mathbf{M}_k^\mathrm{g}$ формируется с использованием явного распределения КМ СГК и «пересчитывается» в вектор $\mathbf{u}_k^g$ цифровых команд для угловых скоростей ГД [20].

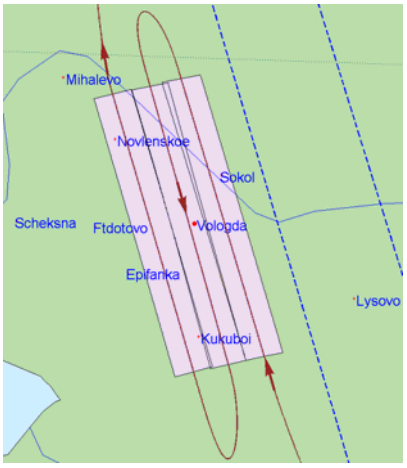


Рис. 8. Сканирующая съемка окрестностей Вологды

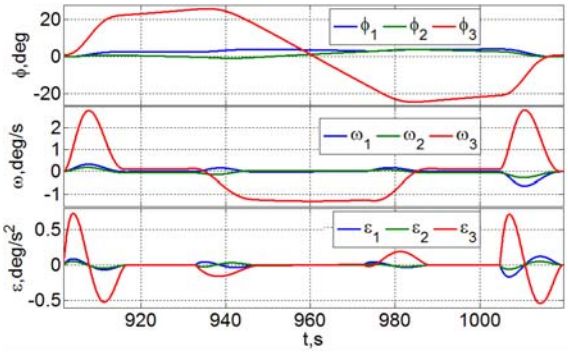


Рис. 9. Закон углового наведения КА при съёмке Вологды

VI. Компьютерная Имитация Работы СУД

Имитация работы СУД мини-спутника с $m = 350$ кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \mathrm{diag}(438, 240, 390)$ кгм^2 на ССО с высотой 570 км выполнена при съёмке окрестностей Вологды (рис. 8) с применением ГД, когда их КМ $\mathrm{h_g} = 30$ Нмс и период цифрового управления $T_u = 1/8$ с.

Закон углового наведения мини-спутника #1 в первой локальной группе (см. рис 6) при такой площадной сканирующей съёмке представлен на рис. 9, а временные характеристики и направления сканов – в таблице III.

ТАБЛИЦА III

Временные характеристики сканов при съёмке Вологды			
Скан #	Начало, с	Конец, с	Длительность, с
1 ↑	916.6875	932.875	16.2
2 ↓	947.6250	988.563	40.9
3 ↑	973.4375	1004.750	31.3

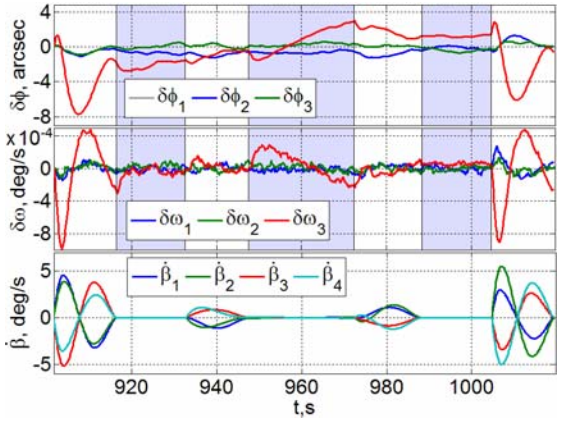


Рис. 10. Ошибки СУД и скорости ГД при съёмке Вологды

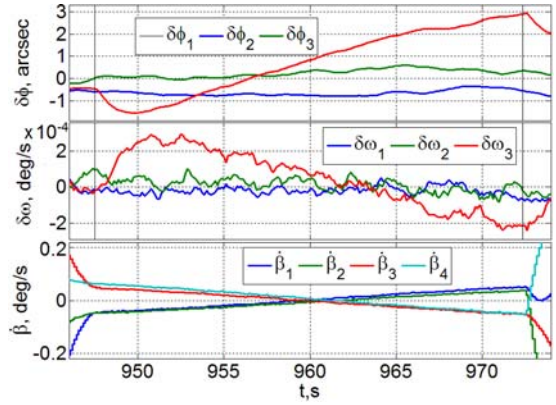


Рис. 11. СМ #2, погрешности СУД и скорости ГД

Ошибки СУД по углам и скоростям, а также угловые скорости ГД, приведены на рис. 10, где сиреневым цветом выделены временные интервалы трёх сканирующих маршрутов, см. таб. III. Отметим, что СМ #2 выполняется с реверсом накопления электронного изображения на матрицах ОЭП, когда модуль программной угловой скорости КА по тангажу достигает большого постоянного значения, см. рис. 9, красный цвет. Детали этого эффекта представлены на рис. 11. Уменьшение ошибок при выполнении таких маршрутов достигается введением астатизма в канале тангажа СУД.

VII. Заключение

Исследованы задачи построения низкоорбитальных группировок мини-спутников для регионального землеобзора с поддержанием их солнечно-синхронных орбит на длительных временных интервалах при коррекции орбитального движения электрореактивными двигательными установками малой тяги. Здесь впервые применяются полосы доступного землеобзора с наборами локальных групп мини-спутников, которые могут перестраиваться для наблюдения за развитием региональных чрезвычайных ситуаций (наводнений, пожаров) с заданным интервалом повторяемости. Разработаны модификации авторских законов управления мини-спутниками при съёмке заданных территорий.

Представлены результаты планирования съёмки городов России и компьютерной имитации процессов управления мини-спутниками, которые демонстрируют эффективность созданных цифровых алгоритмов.

Список литатуры

[1] Rodriguez-Donaire S. et al. Earth observation technologies: low-end-market disruptive innovation. Satellites Missions and Technologies for Geosciences. IntechOpen. 2020, ch. 7, pp. 1-15.

[2] Lappas V., Kostopoulos V. A survey on small satellite technologies and space missions for geodetic applications. Satellites Missions and Technologies for Geosciences. IntechOpen. 2020, ch. 8, pp. 1-22.

[3] Crisp N. et al. System modelling of very low earth orbit satellites for Earth observation. Acta Astronaut. 2021, vol. 187, pp. 475-491.

[4] Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965. 540 с.

[5] Можаев Г.В. Синтез орбитальных структур спутниковых систем. М.: Машиностроение, 1989. 303 с.

[6] Battin R. An Introduction to the mathematics and methods of astrodynamics. New York: AIAA Education Series. 1999. 796 p.

[7] Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты. М.: Спутник +. 2016. 512 с.

[8] Vallado D. Fundamentals of astrodynamics and applications. Hawthorne: Microcosm Press. 2020. 1135 p.

[9] Curtis H. Orbital mechanics for engineering students. Butterworth-Heinemann: Elsevier. 2020. 946 p.

[10] Ван Лицзе, Баранов А.А. Оптимальное удержание космического аппарата с двигателями малой тяги на солнечно-синхронной орбите // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015, №2. С. 68-83.

[11] Улыбышев С.Ю. Применение солнечно-синхронных орбит для космического аппарата оперативного глобального мониторинга // Космические исследования. 2016, том 54, № 6, с. 486-492.

[12] Razoumny Yu. Fundamentals of the route theory for satellite constellation design for Earth discontinuous coverage, Acta Astronaut. 2016, vol. 128; 129, pp. 722-740, 741-758; 447-458, 459-465.

[13] Кичигина О.К. Оптимизация условий формирования двигателями малой тяги кратной солнечно-синхронной орбиты с устойчивым профилем высоты при ограничениях на управление // Космическая техника и технологии. 2016, № 2(13). С. 80-89.

[14] Виноградов Д.Ю., Давыдов Е.А., Методика формирования устойчивых околокруговых солнечно-синхронных орбит при длительных сроках существования космического аппарата // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017, № 6 (66). С. 1-22.

[15] Михайловский К.В., Городецкий М.А. Разработка методики определения коррекции параметров рабочей орбиты космического аппарата дистанционного зондирования Земли // Вестник РУДН. Сер. Инженерные исследования. 2017, том 18, № 3. С. 361-372.

[16] Улыбышев С.Ю., Лысенко А.А. Проектирование спутниковых систем оперативного глобального мониторинга с суточной кратностью повторения трассы полёта // Космические исследования. 2019, том 57, № 3, с. 229-238.

[17] Чернов А.А., Чернявский Г.М. Орбиты спутников дистанционного зондирования Земли. М.: Радио и связь. 2004. 200 с.

[18] Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомова Т.Е. Автономное наведение и управление мини-спутниками в низкоорбитальной группировке при площадной сканирующей съемке // Материалы XXX юбилейной Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 341-345.

[19] Сомов Е.И.. Бутырин С.А.. Сомов С.Е.. Сомова Т.Е. Согласованное наведение и управление мини-спутниками в низкоорбитальных группировках космического землеобзора // Известия Самарского научного центра РАН. 2023, том 25, № 2. С. 88-96.

[20] Matrosov V., Somov Ye. Nonlinear problems of spacecraft fault tolerant control systems. Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace, vol. 12: Advanced in Dynamics and Control, S. Sivasundaram Ed., CRC Press / Taylor & Francis. 2004, pp. 309-331.

Исследование методов относительной навигации подвижных объектов по сигналам ГНСС

Е.А. Касулин
Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
ПАО РКК «Энергия»
г. Королёв, Россия
post2@rsce.ru

В докладе рассматривается новый подход к нахождению относительного вектора между двумя объектами с сантиметровой погрешностью при помощи аппаратуры спутниковой навигации. Для этого на больших расстояниях (более 2 км) используется алгоритм на кодовых измерениях псевдодальности, сглаженных по интегральной фазе с помощью модифицированного Хатч-фильтра. На меньших дистанциях же используется фазовый метод, раскрытие фазовой неопределённости (т.е. поиск неизвестного вектора констант U0) осуществляется с помощью алгоритма динамической фильтрации. Новые измерения постоянно добавляются в систему, с помощью простых рекуррентных формул значение U0 уточняется при поступлении каждого измерения. Со временем точность знания этого вектора достигает необходимого порога, что и позволяет получить сантиметровую погрешность позиционирования. Алгоритмы были проверены на реальных спутниковых данных миссии НАСА GRACE, в рамках которой два КА, летевшие по одной орбите, сближались на расстояние 1500 метров.

Ключевые слова: относительный вектор, сантиметровая точность, интегральная фаза, Хатч-фильтр, фазовый метод, фазовая неопределённость, вектор U0, рекуррентные формулы, динамическая фильтрация, миссия GRACE.

I. Введение

Создание алгоритма сантиметровой точности, который может вычислить вектор относительного положения двух объектов, опираясь только на аппаратуру спутниковой навигации, существенно упростило бы эксплуатацию как космических аппаратов, так и самолётов. К примеру, используемые в настоящий момент алгоритмы аппаратуры спутниковой навигации имеют погрешность около 2 м на 10-20 м расстояния [1], поэтому при стыковке с МКС до сих пор применяется тяжёлая (более 100 кг) и дорогостоящая система «Курс», вычисляющая относительный вектор по показаниям сложного радиоэлектронного оборудования. В миссиях группового полёта (GRACE, TerraSAR, TandemX и т.д.), где также требуется сантиметровая точность относительного позиционирования КА, применяют лазерные дальномеры. Однако последние позволяют лишь измерить расстояние между аппаратами по линии видимости. Полный трёхмерный относительный вектор с их помощью получить нельзя. Поэтому предметом исследования является разработка и проверка на реальных спутниковых данных алгоритма относительной навигации, удовлетворяющего следующим требованиям:

1. Субметровая точность (на 1 км дальности);
2. Отсутствие необходимости использовать какое-либо навигационное оборудование, кроме только двух приёмников (по одному на каждый аппарат) и межбортовой радиолинии между ними (это, в том числе, позволит отказаться от использования ILS и MLS в авиации и сажать самолёты автоматически даже на отдалённых импровизированных аэродромах). Достаточно лишь, чтобы алгоритм удовлетворял стандартам III категории ИКАО (60 см по вертикали и 4 м по горизонтали) [2].

Таким образом, целью работы является разработка и проверка на реальных спутниковых данных алгоритма относительной навигации, достигающего при этом сантиметровой точности и требующего для своей работы только бортовой приёмник, наземный приёмник и межбортовую радиолинию между ними. В работе предложено два навигационных алгоритма, решающих поставленную задачу. Один использует кодовые измерения псевдодальности, сглаженные по интегральной фазе с помощью модифицированного Хатч-фильтра (за счёт использования двойных разностей получается исключить влияние на результат ионосферных и эфемеридных ошибок измерений, практически равных для обоих приёмников). Другой – динамическую фильтрацию потока измерений интегральной фазы.

Все алгоритмы были проверены как с помощью имитационного моделирования группового полёта спутников, так и на реальных данных космической миссии GRACE (NASA/DLR) [3]: она состояла из двух совместно летящих спутников, телеметрия которых выложена в открытый доступ. Она включает в себя данные постобработки координат фазовых центров антенн с точностью в несколько мм и сами т.н. "сырые измерения" приемников GPS: псевдодальности и интегральные фазы. Для проверки работы предлагаемых формул была выбрана именно эта миссия, поскольку 10 декабря 2005 спутники сближались на расстояние 0.5 – 2 км, на котором легко проверить точность алгоритмов (рис. 6). Это будет первое их исследование в условиях свободного космического полёта двух аппаратов (до этого подобные формулы проверялись на счёте расстояния между антеннами на МКС).

В качестве векторов измерений были взяты векторы двойных разностей интегральных фаз сигналов всех наблюдаемых спутников. Это позволяет не учитывать в решении ошибки часов навигационных приемников и

ошибки, сильно коррелирующие по месту и времени (ошибки эфемерид и часов спутников, ионосферные погрешности). Введём обозначения:

$$u_{ij} = \left[(Pr_{i1} - Pr_{i2}) - \left(Pr_{j1} - Pr_{j2}\right)\right] (1.1)$$

$$\vec{b}_{ij} = \frac{\vec{X}_i - \vec{X}}{D_{i1}} - \frac{\vec{X}_j - \vec{X}}{D_{j1}} \ (1.2)$$

Таким образом,

$$u_{ij} = \vec{b}_{ij}^T \Delta\vec{X} + \Delta nois_{ij} \ (1.3)$$

Это система линейных уравнений относительно неизвестного вектора ΔX. Величина u_{ij} измеряется, X - координаты приёмника на пассивном КА, координаты всех НС вычисляются по данным эфемерид, так что bij - известная величина. $\Delta nois_{ij}$ - неизвестная шумовая ошибка. Предположим, что на данной секунде имеем общее созвездие из n спутников для бортового и наземного приёмника. Составим вектор измерений U для текущей секунды, матрицу направляющих косинусов B и вектор ошибки Δ:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} u_{12} \\ u_{23} \\ \cdots \\ u_{(n-1)n} \\ u_{n1} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \vec{b}_{12}^T \\ \vec{b}_{23}^T \\ \cdots \\ \vec{b}_{(n-1)n}^T \\ \vec{b}_{n1}^T \end{pmatrix}, \vec{\Delta} = \begin{pmatrix} \Delta nois_{12} \\ \Delta nois_{23} \\ \cdots \\ \Delta nois_{(n-1)n} \\ \Delta nois_{n1} \end{pmatrix} (1.4)$$

Тогда исходное уравнение (1.1) примет вид:

$$\vec{U} = B\Delta\vec{X} + \vec{\Delta} \ (1.5)$$

Если матрица B – невырожденная, то оптимальное с точки зрения минимума модуля ошибки решение имеет вид

$$\Delta\vec{X}^* = (B^T B)^{-1} B^T \vec{U}. (1.6)$$

В исходном уравнении (1.4) присутствует неизвестная шумовая ошибка, которая может сильно ухудшить точность итогового ответа. Чтобы сгладить эти шумы, применим т.н. Хатч-фильтр:

$$Pr_{ik}^* = \frac{1}{T} Pr_{ik} + \frac{T-1}{T}\left[Pr_{i(k-1)}^* + \left(CP_{ik} - CP_{i(k-1)}\right)\right] (1.7)$$

Здесь: Pr_{ik} - «сырое» значение псевдодальности, полученное приёмником от i-го спутника на текущий момент времени k; $Pr_{ik}*$ - отфильтрованное значение псевдодальности на тот же момент времени; $Pr_{i(k-1)}*$ - то же, но на предыдущий момент времени k-1; CP_{ik} - интегральная фаза от i-го спутника на текущий момент времени k; $CP_{i(k-1)}$ - то же на предыдущий момент времени; T – постоянная фильтра, равная 300. В начальный момент времени принять $Pr_{i0}* = Pr_{i0}$.

Если теперь в формуле (1.1) заменить псевдодальности на интегральные фазы, то можно получить аналогичную (1.5) систему уравнений, в которой в роли свободного неизвестного члена появится вектор целочисленных длин волн U_0 (фазовая неопределённость – ключевая проблема всех фазовых методов). Напомним, что интегральная фаза представляет измерение расстояния между приёмником и спутником, выраженное в тактовых единицах несущей частоты:

$$\overrightarrow{U_{CP}} - \vec{U}_0 = B\Delta\vec{X} \ (1.8)$$

Написав это уравнение для каждой секунды исследуемого временного диапазона, можно получить систему таких однотипных уравнений. Для каждой j-й секунды из диапазона можно написать следующие выражения (E_n -единичная матрица):

$$\overrightarrow{\Delta X_j} = \left(B_j^T B_j\right)^{-1} B_j^T \left(\overrightarrow{U_{CPj}} - \vec{U}_0\right) (1.9)$$

$$\overrightarrow{U_{CPj}} = B_j\left(B_j^T B_j\right)^{-1} B_j^T \left(\overrightarrow{U_{CPj}} - \vec{U}_0\right)] (1.10)$$

$$\left[E_n - B_j\left(B_j^T B_j\right)^{-1} B_j^T\right] \overrightarrow{U_{CPj}} = \left[E_n - B_j\left(B_j^T B_j\right)^{-1} B_j^T\right] \vec{U}_0 (1.11)$$

Выражение в квадратных скобках в (1.11) обозначим за Dj. Данная матрица идемпотентна ($DjDj = Dj$). Соответственно, можно ввести обозначения:

$$\hat{U}_{CP} = (D_1 \overrightarrow{U_{CP1}} \ldots D_m \overrightarrow{U_{CPm}})^T \ (1.12)$$

$$\tilde{B} = (D_1 \ \ldots \ D_m)^T (1.13)$$

Тогда исходная система уравнений примет вид (1.14), а оптимальная оценка неизвестного вектора U0 будет выражаться через (1.15):

$$\hat{U}_{CP} = \tilde{B}\vec{U}_0 (1.14)$$

$$\vec{U}_0^* = \left(\tilde{B}^T \tilde{B}\right)^{-1} \tilde{B}^T \hat{U}_{CP} (1.15)$$

Если обозначить $W_m = \tilde{B}^T \tilde{B}$ и $U_m = \tilde{B}^T \hat{U}_{CP}$, то можно получить простые рекуррентные формулы (1.16-1.17) (при m=0 начальные матрицы нулевые):

$$W_{m+1} = W_m + D_{m+1} \ (1.16)$$

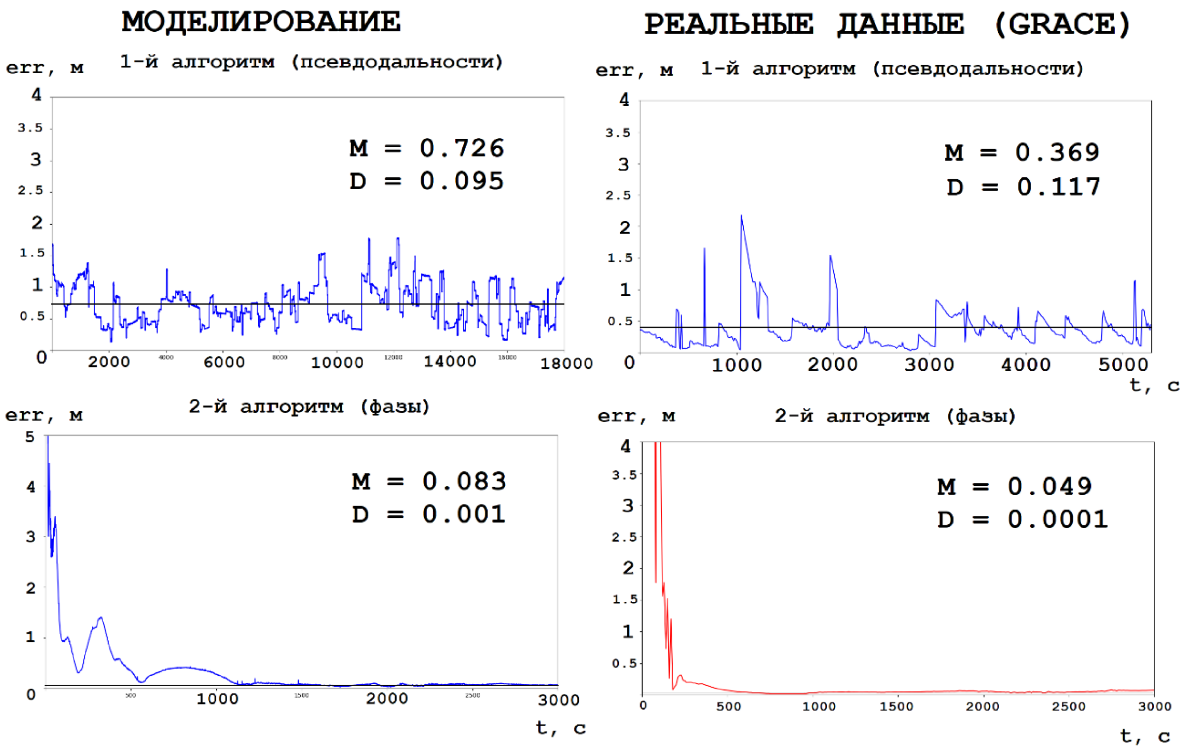
$$U_{m+1} = U_m + D_{m+1} \hat{U}_{CP(m+1)} (1.17)$$

Накопив измерений за m секунд, получим оценку

$$\vec{U}_0^* = W_m^{-1} U_m (1.18)$$

После этого остаётся решить систему (1.8) аналогично предыдущему алгоритму. В реальности матрицы Wm также нормируются на каждом шаге, чтобы вычислительная машина сохраняла способность быстро их обращать. Так или иначе, рекуррентное добавление новых измерений в систему способствует постепенному уточнению U0.

Со временем точность знания этого вектора достигает необходимого порога, что и позволяет получить сантиметровую погрешность позиционирования. Поскольку в процессе наблюдения практически неизбежно будет меняться состав наблюдаемого созвездия навигационных спутников, дополнительно были разработаны алгоритмы модификации матрицы наблюдения при появлении и исчезновении спутников. Результаты работы алгоритма приведены далее.



Предлагаемый метод раскрытия фазовой неопределённости выгодно отличается от уже существующих, таких, как метод функций неоднозначности, метод первичных и вторичных спутников, прямой поиск с использованием геометрически свободных комбинаций [4]. В отличие от них, приведённый в работе алгоритм не требует операций перебора, имеет небольшую вычислительную сложность и простые расчётные формулы. Хотя он чувствителен к сбоям (сдвигам фазы на некоторое число длин волн, т.н. cycle slip), их можно избежать, если использовать двухчастотный приёмник. Также для этого алгоритма разработаны способы модификации матрицы наблюдения при изменении состава созвездия наблюдаемых спутников.

Проведенные исследования позволяют сделать вывод: 2-й алгоритм (использующий фазовые измерения) продемонстрировал погрешность не более 10 см (поперечная ошибка не более 5 см) на реальных данных GRACE, однако он требует существенного времени (не менее 500 с) на схождение решения. Поэтому на практике процесс позиционирования будет двухстадийным. К примеру, при расчёте сближения двух аппаратов сначала, пока расстояние между ними ещё превышает 2-3 км, используются кодовые измерения псевдодальности. Но одновременно с этим запускается и фазовый алгоритм. Как только последний достигнет требуемой точности схождения, навигационная аппаратура начинает пользоваться уже им, оставляя первый алгоритм для контроля точности и защиты от сбоев. Определение же критериев достоверности схождения является предметом дальнейших исследований.

II. Литература

[1] Е.А. Микрин, М.В. Михайлов, С.Н. Рожков, А.С. Семенов. Результаты летного эксперимента на МКС по исследованию влияния переотражений на решение задач навигации, ориентации и сближения по измерениям аппаратуры спутниковой навигации // Гироскопия и навигация. 2012. №1(76). С. 49.

[2] International Standards, Recommended Practices and Procedures for Air Navigation Services – Annex 10, ICAO, April 1985.

[3] GRACE Tellus: Gravity Recovery & Climate Experiment [Электронный ресурс]. URL: https://grace.jpl.nasa.gov/ (дата обращения: 27.02.2024)

[4] Жодзишский А.И., Нестеров О.В., Букин А.С. Определение относительного положения объектов по первым разностям фазовых измерений одной эпохи // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2018. Т.5. №1. С. 3-12.

.

Управление угловой стабилизацией группировки малых спутников

Ю.В. Фадеева
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф.Устинова
г. Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0002-2304-9806

В.Ю. Емельянов
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф.Устинова
г. Санкт-Петербург, Россия

А.М. Попов
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф.Устинова
г. Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0002-0732-9111

Е.Е. Воробьева
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф.Устинова
г. Санкт-Петербург, Россия

И.Д. Костин
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф.Устинова
г. Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0001-9459-1929

***Аннотация* — статья посвящена разработке кватернионного регулятора со скользящим режимом, который позволяет осуществлять синхронное изменение угловых положений спутников в формации. Предложенный регулятор не содержит «чистого реле», что гарантирует непрерывность управляющего сигнала. Проведено моделирование для группы спутников которое показало хорошую эффективность и робастность разработанного алгоритма как в условиях помех, так и при изменении моментов инерции спутников.**

Ключевые слова — формация спутников; угловая стабилизация; мультиагентное управление; кватернион; консенсус.

I. Введение

Сегодня спутники играют важную роль во многих областях человеческой деятельности. Определение и управление ориентацией космического аппарата является основной составляющей выполнения им поставленной задачи. На сегодняшний день успешно запущено множество космических аппаратов, и большинство из них успешно справились с поставленными задачами. Опубликовано множество научных работ, посвященных проблемам определения ориентации и управления [1]. Отдельный интерес приставляет управление угловой стабилизацией спутников, когда они составляют некую формацию. В таком случае коммуникационные, вычислительные и энергоресурсные ограничения существенно усложняют задачу.

Цель работы — разработка и исследование децентрализованного алгоритма управления ориентацией группировки спутников на основе кватернионов и дополненного алгоритмом консенсуса.

Угловая стабилизация спутника основана на классической задаче вращения твердого тела в пространстве. В настоящее время используют 4 подхода для решения [1], которые используют модели основанные на:

– углах Эйлера;
– модифицированных параметрах Родрига;
– кватернионах;
– матрицах направляющих косинусов.

Системы управления, построенные на углах Эйлера, оказались очень эффективными, поскольку линеаризованные модели с углами Эйлера управляемы, и к ним непосредственно применимы все стандартные методы проектирования линейных систем управления. К недостаткам, связанным с данным подходом, относится то, что модель может не работать, когда положение спутника далеко от точки, в которой выполняется линеаризация, а также для любой последовательности вращений существует сингулярная точка, в которой модель вырождается.

Системы управления, построенные модифицированных параметрах Родрига не могут глобально стабилизировать систему и также имеют сингулярную точку. В свою очередь, для моделей с кватернионами и для моделей на матрицах направляющих косинусов найдены регуляторы, позволяющие глобально стабилизировать нелинейные системы космических аппаратов. Данные системы не зависят от последовательностей вращения и не имеют сингулярной точки.

II. Разработка алгоритма

A. Постановка задачи.

Задача угловой стабилизации группировки спутников ставится так, имеется спутник-лидер, который движется по эллиптической орбите, но с малым эксцентриситетом, спутники-последователи образуют вместе с спутником лидером некоторую формацию [2-4]. Необходимо осуществить синхронное изменение угловых положений спутников, находящихся в формации, и дальнейшее сохранение заданных угловых положений.

Работа выполнена в организации БГТУ «ВОЕНМЕХ» при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (доп. соглашение от 09.06.2020 № 075-03-2020-045/2).

Первоначально для описания формации используется инерциальная система координат *XYZ,* начало которой связано с центром масс Земли.

Радиус-вектор $\vec{r}_c$ и истинная аномалия θ служат для задания положения спутника-лидера на орбите. Истинная аномалия θ представляет собой угол между направлением на перицентр орбиты и вектором положения спутника-лидера $\vec{r}_c$ с вершиной в центре масс Земли. Далее вектором $\vec{r}_c$ и углом θ задается абсолютное положение начала подвижной неинерциальной (относительной) системы координат *xyz*. Подвижная система координат жестко связана со спутником-лидером. Ось *x* направлена по радиус-вектору $\vec{r}_c$, ось *y* лежит в плоскости орбиты и перпендикулярна радиус-вектору в направлении движения, ось *z* дополняет тройку векторов до правой. Абсолютное положение спутника-последователя задается вектором $\vec{r}$, а положение в относительной системе координат — вектором $\vec{\rho}$.

Системы координат показаны на рисунке 1.

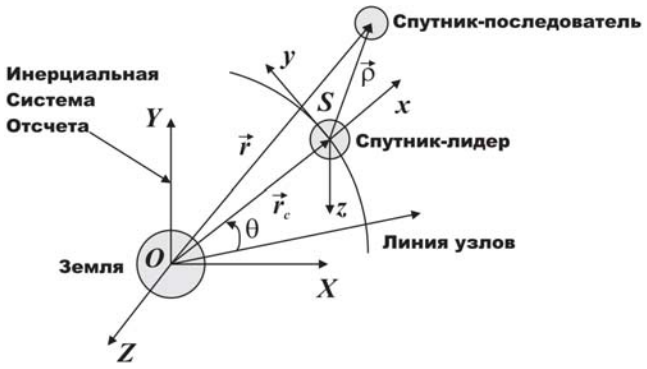


Рисунок 1 – Системы координат

Изменение ориентации происходит в неевклидовом пространстве, что создает трудности при синтезе закона управления ориентацией, поскольку весь анализ должен проводиться на соответствующем множестве пространства состояний. Одним из естественных множеств является пространство, образованное специальной ортогональной группой SO(3), элементами которой являются ортогональные матрицы с детерминантом 1. В литературе было предложено несколько регуляторов на SO(3), в частности [5-6], но, как показано в [7], управление на SO(3) в лучшем случае может обеспечить почти глобальную устойчивость, т.е. к равновесию сходятся только траектории на открытом множестве. Кроме того, сложность работы в SO(3) может затруднить анализ эффективности и робастности.

Нелинейные уравнения движения космического аппарата могут быть представлены кватернионами следующим образом [8]:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix}, \qquad J\dot{\omega} = -\omega \times J\omega + M + d, \tag{1}$$

где $q = (q_0, \vec{q})$ – единичный кватернион, $\otimes$ обозначает произведение кватернионов, $\omega \in \mathbb{R}^3$ – угловая скорость спутника, J – симметричный и положительно определенный тензор инерции, $M \in \mathbb{R}^3$ – управляющий момент, $d \in \mathbb{R}^3$ – неизвестное возмущение.

B. Закон управления отдельным спутником

Введем кватернион ошибки $q_e = q_d^* \otimes q$, где q_d заданный, а q_d^* сопряженный кватернион. Уравнения динамики ошибки будут в виде:

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2} q_e \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Целью управления является минимизация сигналов кватернионной ошибки и отклонения текущей угловой скорости ω от заданной ω_d :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{q_e} &\to 0 \text{ при } t \to \infty, \\ \omega_e &\to 0 \text{ при } t \to \infty, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\omega_e = \omega - \omega_d \in \mathbb{R}^3$.

Определим переменную *s* для реализации скользящего режима:

$$s = \omega_e + \lambda \operatorname{sgn}_+(q_{e_0}) \overrightarrow{q_e}, \tag{4}$$

где $\omega_e = \omega - \omega_d, \lambda > 0,$ и

$$\operatorname{sgn}_+(\cdot) := \begin{cases} 1 & if \cdot \geq 0 \\ -1 & if \cdot < 0 \end{cases} \tag{5}$$

функция (5) необходима для достижения глобальной устойчивости системы. По причине неидеальности работы устройств реле, в системах управления в скользящем режиме возникает биение (дребезг). Для снижения воздействия данного фактора вводится ширина полосы пропускания Φ .

В работе [8] предложен следующий алгоритм управления угловым положением отдельного спутника: Для системы (1) с ограниченной динамикой $|d| \leq D$, и тензором инерции J , который аддитивен $J = \hat{J} + \tilde{J}$, где $\hat{J}$ номинальный тензор инерции, и неопределённая часть $|\tilde{J}_{i,j}| \leq G_{i,j}$ ограничена, переменная скользящего режима s сходится за конечное время в области $|s| \leq \Phi$, а закон управления примет вид:

$$M = \hat{J}\dot{\omega}_d + \omega \times \hat{J}\omega - \lambda \hat{J} \operatorname{sgn}_+(q_{e_0}) \dot{\vec{q}}_e - K \operatorname{sat}\left(s/\Phi\right), \tag{6}$$

где sat – это функция насыщения, $\Phi \in \mathbb{R}^3 > 0$ – половина ширины полосы пропускания, которая зависит от уровня шумов. Робастность достигается при коэффициентах

$$k_i \geq \left|\omega \times \tilde{J}\omega\right|_i + (G\left|\dot{\omega}_d + \lambda \operatorname{sgn}(q_e)\dot{\vec{q}}_e\right|)_i + D + \eta_i, \tag{7}$$

где $\eta_i > 0$ и $(\cdot)_i$ обозначает $i-ый$ элемент вектора $(\cdot)$. Кроме того, ошибка кватерниона экспоненциально сходится в область заданного кватерниона. То есть цель управления достижима.

C. Закон управления формацией спутников на основе алгоритма консенсуса

Рассматривается группировка $n+1$ спутников. Спутник-лидер свободно движется по своей траектории вокруг Земли, а n спутников-последователей двигаются по некоторым заданным траекториям в относительных координатах. Необходимо разработать такой закон управления чтобы спутники-последователи выравнивали свое угловое положение относительно заданного лидером положения и сходились к одной и той же заданной угловой скорости.

Связи между спутниками можно описать с помощью теории графов [9]. Для этого задается матрица смежности $\mathrm{A} = \left[a_{ij} \right] \in \mathbb{R}^{n+1 \times n+1}$, где $a_{ii} = 0$, $a_{ij} = 1$, если есть связь между i и j спутниками, и 0 в противном случае.

На рисунке 2 приведены различные графы связей для 5 спутников в формации. На приведённых схемах узел 5 – спутник-лидер, а остальные последователи. Случай а) тривиальный, здесь каждый последователь получает требуемое угловое положение непосредственно от лидера и задача решается использованием алгоритма (6) для одиночного спутника. Случаи б) и в) существенно сложнее. Некоторые решения для подобных задач получены в работах [9-11]. В настоящей работе предлагается новый алгоритм децентрализованного группового управления на скользящих режимах.

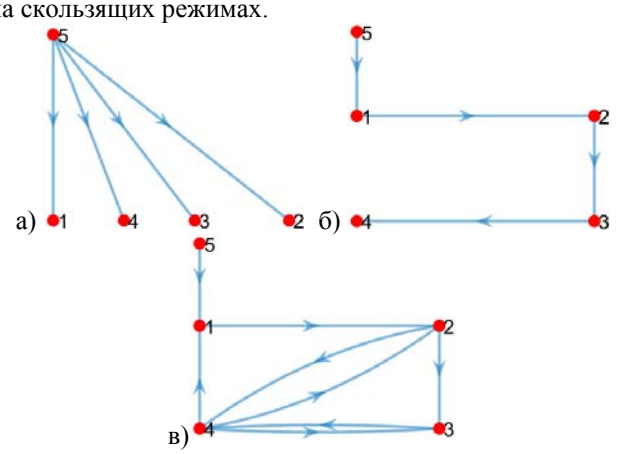


Рисунок 2 – Коммутационный граф для трёх случаев (а, б, в)

Алгоритм имеет вид:

$$M_i = \omega_i \times \hat{J}_i \omega_i - K_i \,\mathrm{sat}\left(s_i / \Phi_i \right), \qquad (8)$$

$$s_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{n+1} a_{ij} s_{ij}, \qquad (9)$$

где $i = 1,...,n$ – номера спутников, N_i - число спутников передающих информацию i спутнику, s_{ij} – уравнение поверхности скольжения (4) для пары спутников ij.

III. Моделирование

Для подтверждения работоспособности разработанных алгоритмов управления было проведено моделирование в пакете MATLAB/Simulink. Рассмотрена система (1) и закон управления (8). Было смоделировано три ситуации соответствующие трем различным графам связей показанным на рис 2. Вариант задания графа связей с переключениями представлен в работе [12].

Начальное угловое положения спутников задавалось произвольно. Тензоры инерции были различные, учитывались помехи во входных сигналах и внешние возмущения в виде d_i = [1 1 -1]. Коэффициенты для закона управления: $\lambda = 8, \mathrm{K} = 150, \Phi = 0.01$. Результаты представлены на рисунках 3-5.

IV. Заключение

В настоящей работе получен кватернионный регулятор со скользящим режимом, который обеспечивает экспоненциально сходящуюся динамику поверхности скольжения для любого заданного поворота. Предложенный регулятор не содержит «чистого реле», что гарантирует непрерывность управляющего сигнала. Рассмотрено применение алгоритма для трёх случаев, в которых спутники сходятся к одной и той же заданной угловой скорости, выравнивая свое положение во время перехода.

Групповое управление угловым положением реализовано на основе алгоритма консенсуса. Показано, что введение алгоритма консенсуса позволяет улучшить точность угловой стабилизации группировки спутников.

Вычислительные эксперименты показали хорошую эффективность и робастность разработанного алгоритма как в условиях помех, так и при изменении моментов инерции спутников.

Предложенный метод может использоваться для управления формацией спутников в случаях, когда важна ориентация спутника, например, при наведении антенны, в задачах синхронного разворота. Данный подход требует минимума вычислений при развороте, а также позволяет избежать поворота по не оптимальной траектории вследствие помех.

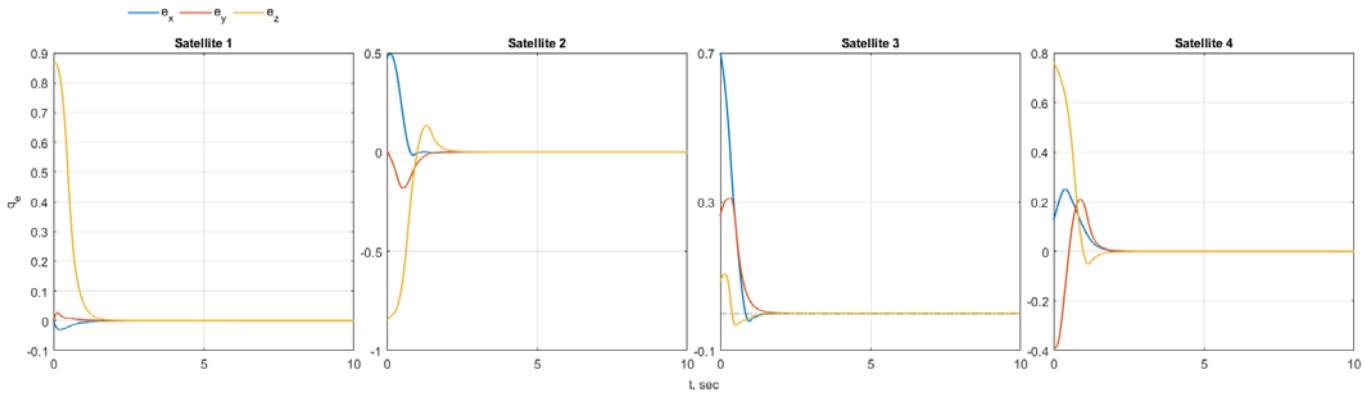


Рисунок 3 – Результат моделирования для случая а)

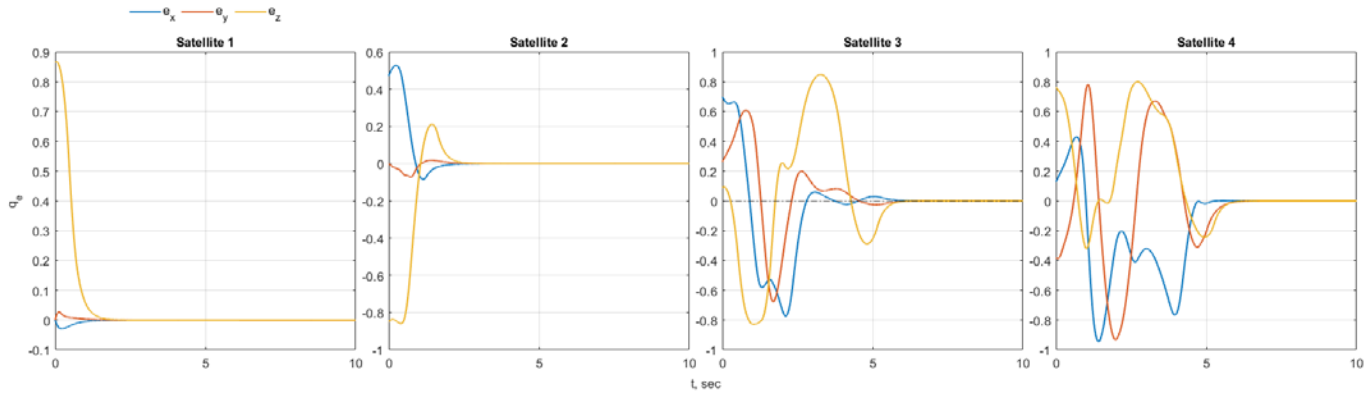


Рисунок 4 – Результат моделирования для случая б)

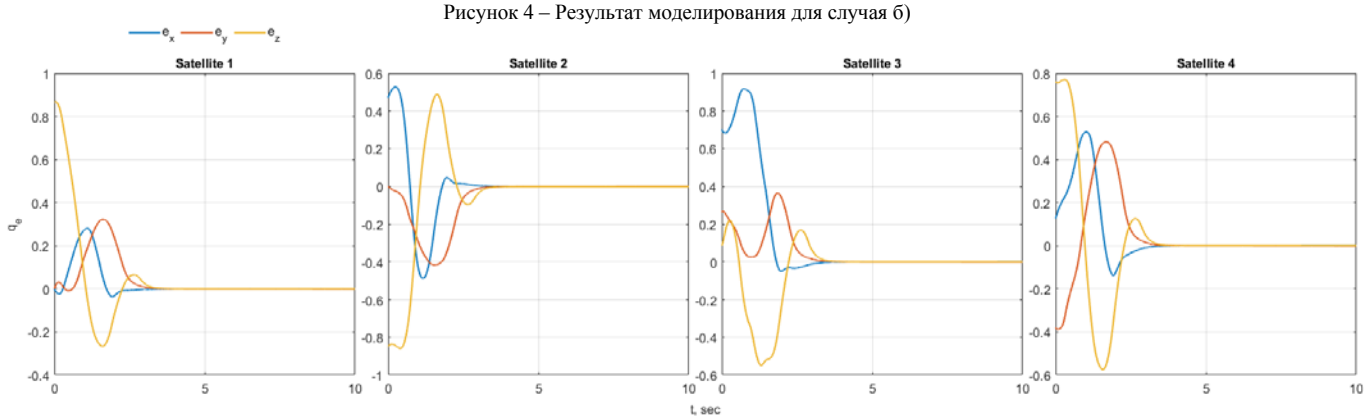


Рисунок 5 – Результат моделирования для случая в)

Литература

[1] F. Landis Markley, John L. Crassidis. Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. Springer New York, NY. 2014.

[2] K. Alfriend, .S. Vadali, P. Gurfil. Spacecraft Formation Flying. Butterworth-Heinemann: Oxford, 2010.

[3] Andrievsky, B.; Kuznetsov, N.; Popov, A. Algorithms for aerodynamic control of relative motion two satellites in a near circular orbit. Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia 2020, pp. 28–58. (In Russian).

[4] A. M. Popov; I. Kostin; J. Fadeeva; B. Andrievsky. Development and Simulation of Motion Control System for Small Satellites Formation. Electronics 2021, 10, 3111. https://doi.org/10.3390/electronics10243111

[5] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, “Geometric tracking control of a quadrotor uav on se (3),” in 49th IEEE conference on decision and control (CDC), pp. 5420–5425, IEEE, 2010.

[6] Y. Zou and Z. Meng, "Velocity-Free Leader–Follower Cooperative Attitude Tracking of Multiple Rigid Bodies on SO(3)," in IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 49, no. 12, pp. 4078-4089, 2019.

[7] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, A topological obstruction to continuous global stabilization of rotational motion and the unwinding phenomenon, Systems & Control Letters, vol. 39, no. 1, pp. 63–70, 2000.

[8] B. T. Lopez and J. -J. E. Slotine, "Sliding on Manifolds: Geometric Attitude Control with Quaternions," 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Xi'an, China, 2021, pp. 11140-11146, doi: 10.1109/ICRA48506.2021.9561867.

[9] W. Ren; R.W. Beard. Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control; Springer London, 2008.

[10] He Cai, Jie Huang. The leader-following attitude control of multiple rigid spacecraft systems. Automatica. Volume 50, Issue 4. 2014.

[11] Haichao Gui, Anton H.J. de Ruiter, Global finite-time attitude consensus of leader-following spacecraft systems based on distributed observers, Automatica, Volume 91, 2018.

[12] A. M. Popov, D. G. Kostrygin, P. V. Krashanin and A. A. Shevchik, "Development of Algorithm for Guiding the Swarm of Unmanned Aerial Vehicles," 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815370.

Динамическое проектирование малоразмерного космического аппарата с пассивной системой стабилизации

Е.В. Баринова
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.В. Белоконов
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
belokonov.iv@ssau.ru

Н.А. Елисов
НИЛ-102
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
mr07th@gmail.com

И.А. Тимбай
Межвузовская кафедра космических исследований
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Самара, Россия
timbai@mail.ru

Аннотация — В данной работе рассматривается динамическое проектирование малоразмерного космического аппарата стандарта CubeSat с пассивной системой стабилизации. Предлагается комплексный подход к совместному выбору проектных параметров, таких как смещение центра давления относительно центра масс, моменты инерции, а также заданию требований к системе обеспечения углового движения для стабилизации неуправляемого движения аппарата в требуемом направлении. Данный подход применяется при создании наноспутников в Самарском университете.

Ключевые слова—малоразмерный космический аппарат стандарта CubeSat, аэродинамический момент, гравитационный момент, пространственный угол атаки, угол собственного вращения, пассивная система стабилизации

I. Введение

В настоящее время малоразмерные космические аппараты (МКА) стандарта CubeSat широко используются не только для образовательных, но и для научных целей. На 1 января 2024 года по данным сайта nanosats.eu [1] запущено 2323 таких аппарата. Для проведения большинства научных и технологических экспериментов в космосе требуется определённая ориентация космического аппарата. Например, для размещения аппаратуры оптического дистанционного зондирования Земли [2], аппаратуры слежения за Солнцем [3] и т.д.

В некоторых МКА для поддержания необходимой ориентации используют маховики и/или магнитные катушки [4, 5], что требует значительного расхода энергии, а также дополнительного места для их размещения. Однако в связи с весьма ограниченными размерами и массой МКА целесообразно рассмотреть вопрос использования пассивных или комбинированных (пассивные в сочетании с активными [6, 7]) систем стабилизации, так как они не требуют или требуют сниженного расхода рабочего тела и энергии.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/.

Поскольку большинство МКА запускается на низкие околоземные орбиты порядка 300 – 700 км, где преобладающее влияние оказывают гравитационной и аэродинамический моменты, целесообразно использовать оба момента для обеспечения пассивной стабилизации движения относительно центра масс. Выбор конкретного типа пассивной стабилизации зависит от высоты орбиты, целевой миссии и параметров аппарата.

Исследованию влияния аэродинамического и гравитационного моментов на движение спутника относительно центра масс посвящено большое количество работ, например, [8, 9]. Важно учитывать, что для МКА угловое ускорение, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем у спутника с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объёмной плотности) [10], поэтому пассивную аэродинамическую стабилизацию можно использовать для большего диапазона высот. Например, в работах [11–13] рассматривается задача обеспечения аэродинамической стабилизации МКА класса CubeSat с помощью расположения солнечных панелей под определённым углом к его продольной оси после отделения от транспортно-пускового контейнера. При этом гашение начальной угловой скорости осуществляется с помощью гистерезисных стержней или средствами активной магнитной системы управления (применяется алгоритм управления B-dot).

При проектировании пассивной системы стабилизации важной задачей является определение положений равновесий МКА относительно центра масс под действием моментов внешних сил и характера движения МКА в их окрестности. При этом параметры МКА следует выбирать таким образом, чтобы требуемая ориентация отвечала устойчивому положению равновесия. Вопросам определения положений равновесия аппарата относительно центра масс уделяется значительное внимание в литературе. Например, в работах [14–16] рассматривается динамика спутника, имеющего форму близкую к сферической, при смещении центра давления

относительно центра масс по трём координатам и тремя не равными главными моментами инерции, когда на него действуют восстанавливающий аэродинамический и гравитационный моменты.

При проектировании МКА стандарта CubeSat необходимо учитывать, что они имеют форму прямоугольного параллелепипеда, поэтому, в отличие от аппаратов осесимметричной формы, аэродинамический момент зависит не только от пространственного угла атаки, но и от угла собственного вращения. При этом стоит принимать во внимание возможность возникновения резонансных режимов движения вследствие формы МКА, а также наличия малой инерционно-массовой асимметрии при использовании аэродинамической стабилизации по вектору скорости. Такие режимы движения были рассмотрены авторами в работах [17, 18]. Они проявляются в резком изменении амплитуды колебаний по пространственному углу атаки, когда линейная целочисленная комбинация частоты колебаний пространственного угла атаки и средней частоты собственного вращения оказывается близкой к нулю, что может привести к нерасчётной ориентации. В работе [17] даны рекомендации по предотвращению возникновения резонансов.

В работе [19] авторами в вероятностной постановке были рассмотрены различные системы пассивной стабилизации МКА стандарта CubeSat с использованием аэродинамического и гравитационного моментов. Были получены аналитические функции распределения максимальных углов отклонения осей аппарата от требуемых направлений (вектора орбитальной скорости и местной вертикали), а также получены формулы для выбора проектных параметров.

Под динамическим проектированием МКА с пассивной системой стабилизации в данной работе понимается комплексный подход к совместному выбору проектных параметров (тензор инерции, смещение центра давления относительно центра масс), а также системы управления угловым движением, которая обеспечивает перевод МКА после отделения от транспортно-пускового контейнера в положение равновесия, соответствующее целям и задачам космической миссии.

В данной работе рассматривается задача выбора параметров МКА, обеспечивающих требуемое положение равновесия, и диапазон углов и угловых скоростей движения в окрестности положения равновесия, которые должна обеспечить предварительная система активного успокоения. В качестве примера рассматривается наноспутник (НС) SamSat-ION, созданный в Самарском университете.

II. Этапы Динамического Проектирования МКА с Пассивной Системой Стабилизации

Предложенный комплексный подход состоит из следующих этапов.

1. Проводится анализ миссии МКА, рассматриваются цели и задачи, характеристики научной аппаратуры, параметры орбиты выведения, учитывается формат аппарата и возможное наличие выносных конструкций. На основе проведённого анализа принимается решение о выборе типа пассивной системы стабилизации и необходимости использования предварительной системы активного успокоения, например, магнитных катушек.

В работе [19] предложена следующая классификация пассивных систем стабилизации: одноосная аэродинамическая система стабилизации по вектору скорости (область, где аэродинамический момент превосходит гравитационный); трёхосная аэродинамически-гравитационная система стабилизации (область, где аэродинамический момент превосходит гравитационный); одноосная и трёхосная гравитационные системы стабилизации (область, где гравитационный момент превосходит аэродинамический); трёхосная гравитационно-аэродинамическая система стабилизации (области любого отношения аэродинамического и гравитационного моментов).

2. После выбора типа пассивной системы стабилизации МКА, в соответствии с задачами миссии и характеристиками научной аппаратуры определяются ограничения на максимальные углы отклонений от требуемых направлений, которые могут возникнуть во время работы аппарата. По аналитическим выражениям, полученным в [19], в соответствии с выбранным законом распределения начальных угловых скоростей движения в окрестности требуемого положения равновесия, строятся номограммы, на основе которых определяются предварительные значения проектных параметров МКА, таких как геометрические размеры, запас статической устойчивости, моменты инерции для обеспечения выбранного типа стабилизации.

3. После этого производится проектирование МКА в системе автоматического проектирования (САПР). В ходе проектирования в соответствии с выбранной ориентацией формируется компоновка, целью которой является обеспечение взаимного расположения основных компонентов МКА, таким образом, чтобы обеспечить предъявляемые требования к проектным параметром, учитывая при этом как технические требования к функциональности каждого элемента, так и ограничения, связанные с физическими параметрами и объёмом самого аппарата.

Затем в САПР определяются масс-центровочные и инерционные характеристики (МЦИХ) МКА.

4. После завершения проектирования МКА в САПР, проводятся детальные расчёты по полной модели движения аппарата относительно его центра масс. При этом используется уточнённая модель аэродинамических характеристик, которая более полно учитывает внешнюю геометрию МКА, в том числе и наличие выносных конструкций. Расчёты выполняются при различных начальных условиях, чтобы убедиться в том, что МКА будет обеспечивать требуемое угловое движение в пространстве.

На этом этапе, при необходимости, вносятся коррективы в проект, например, может изменяться компоновка МКА для соответствия заданным параметрам движения относительно центра масс, может быть предусмотрена установка балансировочных грузиков.

После подтверждения требуемых условий углового движения с помощью расчётов, согласовывается окончательный проектный облик МКА и начинается его изготовление.

5. После изготовления МКА проводится серия экспериментов для определения МЦИХ на специализиро-

ванном стенде, созданном в Самарском университете. Данный стенд обеспечивает определение координат центра масс с погрешностью не более 0,5 мм и определение осевых моментов инерции с погрешностью не более 1,5% [20, 21]. Поскольку имеющийся стенд позволяет определять МЦИХ МКА только для транспортной конфигурации, то есть при сложенных трансформируемых конструкциях, то затем по методике, описанной в [22], производится пересчёт для лётной конфигурации.

Полученные характеристики сравниваются с рассчитанными в САПР и, при необходимости, принимается решение об установке дополнительных балансировочных грузов. В этом случае с использованием САПР производится выбор массы и оптимального их расположения с учётом имеющихся ограничений. После установки грузов производится повторное экспериментальное определение МЦИХ МКА с учётом внесённых изменений.

6. После этого происходит моделирование движения МКА с использованием МЦИХ, полученных экспериментально, с учётом погрешности определения параметров при различных начальных условиях движения в окрестности положения равновесия.

7. Затем формулируются целеуказания к предварительной системе активного успокоения по углам и угловым скоростям для перевода МКА в сформированную область положения равновесия.

III. Динамическое Проектирование МКА SamSat-ION

Описанный подход используется при создании научно-образовательных МКА в Самарском университете. В качестве примера, иллюстрирующего предложенную технологию динамического проектирования, рассмотрен наноспутник SamSat-ION, который был выведен на орбиту в 27 июня 2023 г. [23]. Его целью является исследование параметров верхней ионосферы, состояния плазмы и магнитного поля Земли по орбите высотой 558 км.

Согласно предложенной технологии с учётом высоты полёта и научных задач миссии параметры аппарата выбирались таким образом, чтобы обеспечить пассивную гравитационно-аэродинамическую систему стабилизации для ориентации чувствительного элемента датчика параметров плазмы перпендикулярно вектору набегающего потока.

После выбора гравитационно-аэродинамической системы стабилизации была построена серия номограмм, на основе которой были определены области проектных параметров наноспутника SamSat-ION.

При выборе компоновки и проектировании SamSat-ION в САПР основная сложность состояла в том, чтобы максимально возможно увеличить разницу между поперечными осевыми моментами инерции, так как данный аппарат имеет формат 3U, а потому довольно затруднительно изготовить его динамически несимметричным. В связи в этим было предложено установить балансировочный груз в виде цилиндра на одну из антенн, что позволило увеличить требуемую разницу моментов инерции.

Поскольку МКА SamSat-ION имеет выносные конструкции: четыре поворачивающиеся телеметрические антенны, магнитометр, располагающийся на выносной штанге, и датчик параметров плазмы с откидным механизмом (рисунок 1), его аэродинамические характеристики отличаются от характеристик аппарата без выносных конструкций.

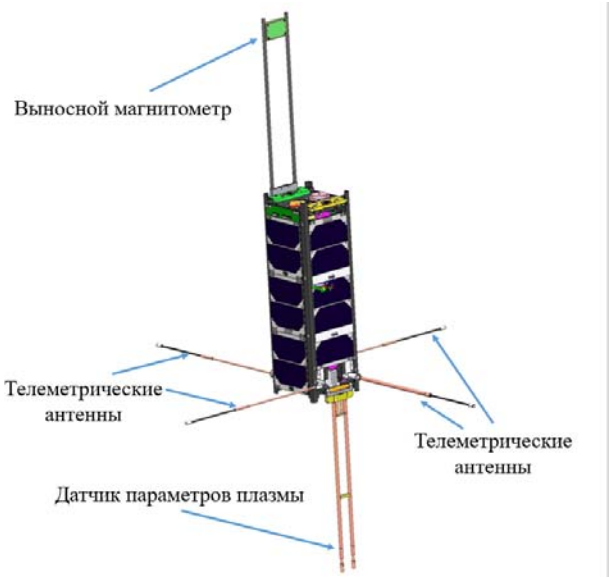


Рис. 1. МКА SamSat-ION в лётной конфигурации

С использованием САПР были рассчитаны зависимости площади проекции на плоскость, перпендикулярную набегающему потоку, а также координаты центра давления в скоростной системе координат в зависимости от углов ориентации. На рисунке 2 приведена зависимость площади проекции МКА SamSat-ION на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока. Указанная зависимость хорошо аппроксимируется формулой:

$$S(\alpha,\varphi) = 0{,}017\left|\cos\alpha\right| + 0{,}047\sin\alpha\left|\cos\varphi\right| + 0{,}039\sin\alpha\left|\sin\varphi\right|,$$

где α – пространственный угол атаки, φ – угол собственного вращения [19].

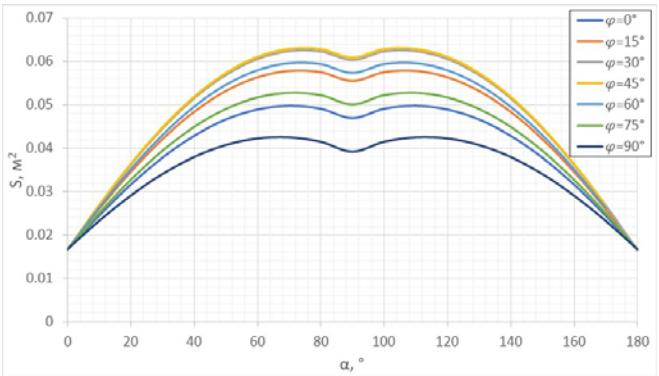


Рис. 2. Площадь проекции МКА SamSat-ION на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока

На основании этих зависимостей была сформирована модель аэродинамических характеристик, которая была использована при моделировании движения относительно центра масс.

В результате проведения серии расчётов движения относительно центра масс с использованием МЦИХ, рассчитанных в САПР, и уточнённых аэродинамических характеристик была окончательно согласована компоновка МКА.

После изготовления аппарата на специализированном стенде была проведена серия экспериментов определения МЦИХ МКА в транспортной конфигурации, а затем выполнен их пересчёт для лётной конфигурации. Полученные характеристики с учётом погрешности их определения удовлетворили требованиям к проектным параметрам, потому установка дополнительных балансировочных грузов не потребовалась. В таблице 1 приведены экспериментально определённые МЦИХ лётного образца МКА SamSat-ION.

ТАБЛИЦА 1. МЦИХ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-ION В ЛЁТНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Характеристики	Значения
Масса m, г	3602 ±0,4
Координата x_c ЦМ, мм	173,8± 0,5
Координата y_c ЦМ, мм	49,5 ± 0,5
Координата z_c ЦМ, мм	54,6 ± 0,5
Осевой момент инерции J_x, кг·м^2	0,01007± 0,00013
Осевой момент инерции J_y, кг·м^2	0,05402 ± 0,00013
Осевой момент инерции J_z, кг·м^2	0,05258 ± 0,00013
Центробежный момент инерции J_{xy}, кг·м^2	-0,00015± 0,00020
Центробежный момент инерции J_{xz}, кг·м^2	-0,00310 ± 0,00020
Центробежный момент инерции J_{yz}, кг·м^2	0,00009 ± 0,00020

Далее были проведены расчёты движения относительно центра масс с использованием экспериментально определённых МЦИХ и сформированной модели аэродинамического момента, учитывающей наличие выносных конструкций. Моделирование проводилось для различных параметров МКА в пределах погрешности экспериментального определения МЦИХ. Многократное моделирование пространственного движения для сформированной области положений равновесия по углам и угловым скоростям с учётом действия аэродинамического и гравитационного моментов, показало, что отклонения осей аппарата от требуемых направлений даже в крайних случаях распределения параметров МКА обеспечивают трёхосную гравитационно-аэродинамическую стабилизацию.

Таким образом, предложенная в работе технология динамического проектирования позволяет в максимальной степени учесть особенности поведения МКА на низких орбитах и минимизировать потребные энергетические затраты на обеспечение рабочей ориентации МКА.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Nanosats Database. URL: https://www.nanosats.eu/ (дата обращения: 20.04.2024).

[2] Zharkikh, R.N., Purikov, A.V., Kuznetsov, V.V., Shubin, M.I., Svinareva, A.M. and Eletskaya, L.L., Construction of wide-purpose space complexes based on the SXC6 platform, in AIP Conference Proceedings, 2021, vol. 2318.

[3] Новости Роскосмос Норби. URL: https://www.roscosmos.ru/39444/ (дата обращения: 20.04.2024).

[4] Hakima, H., Bazzocchi, M.C.F., and Emami, M.R., A deorbiter CubeSat for active orbital debris removal, Adv. Sp. Res., vol. 61, no. 9, pp. 2377–2392, 2018.

[5] Monkel, M., Montalvo, C., and Spencer E., Using only two magnetorquers to de-tumble a 2U CubeSAT, Adv. Sp. Res., vol. 62, no. 11, pp. 3086–3094, 2018.

[6] Chesi, S., Gong, Q., Romano, M., Satellite attitude control by center-of-mass shifting, Advances in the Astronautical Sciences, 2014, vol. 150, pp. 2575–2594.

[7] Chesi, S., Gong, Q., Romano, M., Aerodynamic Three-Axis Attitude Stabilization of a Spacecraft by Center-of-Mass Shifting, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2017, vol. 40, no. 7, pp. 1613–1626.

[8] Белецкий, В.В., Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле, Изд. Московского ун-та. 1975.

[9] Sarychev, V.A., Ovchinnikov, M.Y., Dynamics of a satellite with a passive aerodynamic orientation system, Kosm. Issled, vol. 32, no. 6, pp. 561–575, 1994.

[10] Белоконов И.В., Тимбай И.А., Оразбаева У. М., Особенности движения низковысотного аэродинамически стабилизированного наноспутника, Известия высших учебных заведений. Приборостроение, 2016, Т. 59. № 6, С. 507-512.

[11] Rawashdeh, S., Jones, D., Erb, D., Karam, A., Lumpp, J.E. Jr, Aerodynamic attitude stabilization for a ram-facing CubeSat, Advances in the Astronautical Sciences, 2009, vol. 133, pp. 583-595.

[12] Rawashdeh, S.A. and Lumpp, J.E., Aerodynamic stability for CubeSats at ISS orbit, Journal of Small Satellites, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85–104.

[13] Rawashdeh, S.A., Attitude analysis of small satellites using model-based simulation, International Journal of Aerospace Engineering, 2019, vol. 2019.

[14] Sarychev, V.A., Mirer, S.A., Degtyarev, A.A., Duarte, E., Investigation of equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques, Celestial. Mech. Dyn. Astron., 2007, vol. 97, no. 4, pp. 267–287.

[15] Sarychev, V.A., Gutnik, S.A., Dynamics of an axisymmetric satellite under gravitational and aerodynamic torques, Cosmic Research, 2012, V. 50, no. 5. pp. 367–375.

[16] Sarychev, V. A., Gutnik, S.A., Satellite Dynamics under the Influence of Gravitational and Aerodynamic Torques. A Study of Stability of Equilibrium Positions, Cosmic Research, 2015, vol. 54, no. 5, pp. 388–398.

[17] Баринова, Е.В., Белоконов, И.В., Тимбай, И.А., Предотвращение возможности возникновения резонансных режимов движения для низковысотных спутников класса CubeSat, Гироскопия и навигация, 2021, Т. 29, № 4 (115), с. 1-19.

[18] Белоконов, И.В., Тимбай, И.А., Николаев, П.Н., Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизирован-ных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat, Гироскопия и навигация, 2018, Т. 26, № 3 (102), с. 69-91.

[19] Белоконов, И.В., Тимбай И.А., Баринова, Е.В., Выбор проектных параметров наноспутника формата CubeSat с пассивной системой стабилизации, Гироскопия и навигация, 2020, Т. 28, №. 1, с. 81–100.

[20] Васин П.В., Баринова Е.В. Методика определения погрешности стенда измерения масс-центровочных и инерционных характеристик наноспутников с помощью эталонных объектов, Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение, 2022, Т. 21,. № 3, С. 7-22.

[21] Белоконов И.В., Баринова Е.В., Ключник В.Н., Ивлиев А.В., Болтов Е.А., Технология и способ экспериментального определения масс-центровочных и инерционных характеристик наноспутников формата CUBESAT, Космическая техника и технологии, 2021, Т. 34, № 3, С. 83-95.

[22] Васин П.В., Баринова Е.В., Алгоритм определения масс-центровочных и инерционных характеристик опытного образца наноспутника SamSat-ION в лётной конфигурации, Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления, 2023, № 2, С. 26-34.

[23] Roscosmos News. Universat. URL: http://www.roscosmos.ru/39352/ (дата обращения: 20.04.2024).

Алгоритмы ориентации и стабилизации съемочной аппаратуры наноспутника дистанционного зондирования Земли

Д.В. Першин
БГТУ «ВОЕНМЕХ»,
ООО «Специальный Технологический Центр»
Санкт-Петербург, Россия
pershingg@bk.ru

В.И. Кулакова
ООО «Специальный Технологический Центр»
Санкт-Петербург, Россия
nika_kulakova@mail.ru

А.С. Лысенко
ООО «Специальный Технологический Центр»
Санкт-Петербург, Россия
alex.stc@list.ru

***Аннотация*—Рассматриваются алгоритмы ориентации и стабилизации съемочной аппаратуры наноспутника, когда информация поступает от волоконно-оптических гироскопов и звездного датчика. Обсуждается учет временно́го запаздывания поступления выходных данных звездного датчика при комплексировании информации в фильтре Калмана. Для достижения требований по угловой скорости бега изображения (относительной ошибки наведения) на борту вырабатываются потребные ориентация и угловая скорость аппарата. Закон стабилизации синтезируется с применением функции Ляпунова. Представленные результаты полунатурного моделирования подтверждают достижимость точностных характеристик, как по углам ориентации, так и по угловой скорости.**

Ключевые слова — наноспутник, CubeSat, дистанционное зондирование Земли, волоконно-оптический гироскоп, звездный датчик, временно́е запаздывание, функция Ляпунова, ПИД-регулятор, двигатели-маховики.

I. Введение

В настоящее время актуальной является задача высокоточной съемки Земли из космоса, которая решается с помощью космических аппаратов (КА) дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) [1-4]. При этом для наблюдения заданного района планеты, в произвольный момент времени, необходима спутниковая группировка. В этой связи важными являются ускоренные сроки разработки, производства, относительно небольшие затраты по выводу аппаратов на орбиту и прочее. Такими преимуществами обладают наноспутники формата CubeSat. Разрабатываемый наноспутник ДЗЗ строится на базе платформы CubeSat 12U, имеет габариты 300×200×200 мм (без учета раскрытых элементов) и массу около 20 кг. При этом для орбит высотой не более 570 км требуется достигнуть пространственного разрешения съемки – 2,7 м, что соответствует точности определения координат объектов на снимке – 1000 м.

Для выполнения требований по точности система ориентации и стабилизации (СОиС) КА должна обеспечивать погрешность пространственной ориентации осей съемочной аппаратуры не более 0,1° и относительную ошибку наведения не хуже 0,03 °/с. Последнее обусловлено требованием к максимальному смещению изображения за время экспозиции. Для достижения указанных точностей в качестве измерителей выбраны малогабаритные звёздный датчик (ЗД) и трёхосный волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) среднего класса точности. Отметим, что в случае малых спутников целесообразной является жесткая установка камеры ДЗЗ в корпус КА. Таким образом, поворот камеры осуществляется поворотом всего аппарата.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 приводится состав СОиС и обсуждаются особенности размещения звездного датчика относительно осей КА. В разделе 3 предлагается фильтр Калмана (ФК) для определения ориентации, при этом наибольшее внимание уделяется учету временно́го запаздывания в измерениях ЗД при комплексировании информации. Также приводятся результаты математического моделирования работы СОиС при орбитальном движении КА и стабилизации камеры на объект съемки. В разделе 4 представлен синтез закона управления с использованием функции Ляпунова и анализируются результаты моделирования работы системы стабилизации при отслеживании заданного углового положения. В заключительной части статьи приведены выводы.

II. Состав СОиС

Основные параметры выбранных ЗД и ВОГ приведены в таблицах I и II.

ТАБЛИЦА I. Основные параметры ЗД

Наименование параметра	Значение
Габариты, мм	56×60×93
Масса, г	193
Характерная погрешность ориентации (1σ), " центра поля зрения (σ_x , σ_y) поворота вокруг оптической оси (σ_z)	 10 70
Максимальная рабочая угловая скорость, °/с	3
Угловая ширина поля зрения, °	22

Для определения местоположения КА на орбите используется приемник глобальных навигационных спутниковых систем, обеспечивающий точность определения местоположения 30 м. Исполнительным элементом СОиС является блок маховиков собственного производства, который построен по схеме со структурной избыточностью [5-7], что позволяет сохранить работоспособность системы при выходе из строя одного из двигателей. Параметры блока маховиков представлены в таблице III.

В состав разрабатываемого КА входит один ЗД, который установлен таким образом (рис. 1), чтобы минимизировать вероятности его засветки Солнцем и затенения Землей при работе камеры. Также засветка исключается по

возможности путем подбора угла рысканья, при котором осуществляется съемка. Для преобразования кватерниона $Q_s^i(t)$, измеренного ЗД, к строительным осям КА используется следующее выражение:

$$Q_b^i(t) = Q_s^i(t) \circ \tilde{Q}_s^b ,$$

где «~» означает сопряжение кватерниона, знак «$\circ$» – оператор умножения кватернионов, Q_s^b – характеризует ориентацию ЗД относительно осей КА.

ТАБЛИЦА II. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОГ

Наименование параметра	Значение
Габариты, мм	80×95×62,5
Масса, г	700
Дрейф нулевого сигнала при изменении температуры от -40°С до +60 °С (100с-осреднение, 1σ), °/ч	0,3
Погрешность масштабного коэффициента в диапазоне температур (1σ), %	0,02
Спектральная плотность мощности шума (вариация Аллана), °/√ч	0,01

ТАБЛИЦА III. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ БЛОКА МАХОВИКОВ

Наименование параметра	Значение
Максимальный крутящий момент (момент силы), мНм	3
Накопленный момент (момент импульса), мНмс (при 10000 об/мин)	58
Диапазон скоростей двигателей, об/мин	±10000

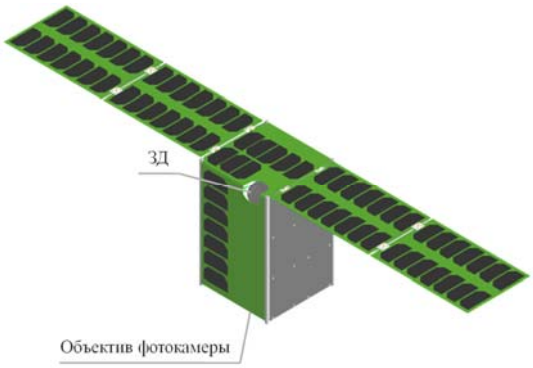


Рис. 1. Расположение ЗД относительно корпуса КА

Важно отметить, что на СОиС аппарата возлагаются также другие необходимые для выполнения миссии задачи, такие как разгрузка маховиков, ориентация солнечных панелей на Солнце, наведение антенн высокоскоростного канала связи на наземный пункт управления, демпфирование угловой скорости вращении КА и др. Для решения подобных задач в состав системы входят: микромеханические гироскопы, магнитометры, солнечные датчики, инфракрасные датчики и магнитные катушки [8-10]. Однако рассмотрение функционирования СОиС в служебных режимах выходит за рамки предлагаемой работы.

III. АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ

Кватернион ориентации $L_b^i(t)$, характеризующий положение связанных с КА осей относительно инерциальной системы координат (ИСК), корректируется по оцененным в расширенном ФК погрешностям ориентации. По аналогии с работами [11-16] вектор состояния ФК, в котором осуществляется комплексирование информации от ВОГ и ЗД, включает смещения нуля и погрешности масштабных коэффициентов гироскопов. Кроме того, в предлагаемом ФК учитывается запаздывание в измерениях ЗД, которое может достигать 0,2-0,3 с и, таким образом, значительно повлиять на точность СОиС. Как правило, вместе с кватернионом $Q_s^i(t)$ ЗД выдает время запаздывания измерения τ_0, относительно момента формирования сообщения с данными. Итоговое время запаздывания будет включать дополнительно случайную величину задержки $\Delta\tau$, необходимую на передачу и прием сообщения.

Учет запаздывания выходного кватерниона ЗД обсуждался ранее в работах [17-19]. Так в работах [17, 18] использовался прогноз кватерниона $Q_s^i(t)$ на текущее время ФК. В работе [19] применялся оптимальный подход для учета задержки измерения в ФК. В этом случае сохраняются прошлые состояния ФК и после его обновления в момент времени, соответствующий моменту измерения ЗД, все прошлые состояния пересчитываются на текущий момент времени ФК. Большие вычислительные затраты ограничивают возможность применения этого подхода в режиме реального времени. В настоящей работе используются два других подхода к учету задержки измерений ЗД, которые вычислительно просты, но позволяют выполнить требования по точности к СОиС.

A. Учет известного запаздывания

Переданное ЗД значение временно́го запаздывания данных τ_0 может быть учтено в ФК при формировании измерения [17]. Для этого кватернион $L_b^i(t)$ подается с фиксированной задержкой τ_0 при вычислении кватерниона коррекции $\delta L(t)$:

$$\delta L(t) = Q_b^i(t) \circ \tilde{L}_b^i(t - \tau_0).$$

Тогда измерение формируется следующим образом:

$$Z = 2 \cdot sign(\delta L_0) \cdot [\delta L_1 \quad \delta L_2 \quad \delta L_3]^T ,$$

где δL_k – элементы кватерниона δL, $k = 0-3$.

B. Оценка случайной составляющей запаздывания

Случайная составляющая запаздывания может быть оценена в ФК, для чего в вектор состояния системы вводится винеровский процесс $\Delta\dot{\tau} = w$, где w – белый шум с интенсивностью q_w^2. Тогда вектор состояния примет следующий вид:

$$x = \left[\Lambda \quad \Delta\omega \quad \Delta M \quad \Delta\tau\right]^T ,$$

где $\Lambda = [\Lambda_x \quad \Lambda_y \quad \Lambda_z]$ – погрешности СОиС в построении ИСК, $\Delta\omega = [\Delta\omega_x \quad \Delta\omega_y \quad \Delta\omega_z]$ и $\Delta M = [\Delta M_x \quad \Delta M_y \quad \Delta M_z]$ – смещения нулей и погрешности масштабных коэффициентов ВОГ соответственно. При этом оценка итогового запаздывания вычисляется как $\hat{\tau} = \tau_0 + \Delta\hat{\tau}$.

Будем полагать, что погрешности измерений ЗД – гауссовские некоррелированные белые шумы со стандартными отклонениями, указанными в таблице I. Диагональные элементы матрицы шумов измерений ЗД сформируем следующим образом [17]:

$$r_{jj} = c_{j1}^2 \cdot \sigma_x^2 + c_{j2}^2 \cdot \sigma_y^2 + c_{j3}^2 \cdot \sigma_z^2,$$

где $j = 1,2,3$, c_{j1}, c_{j2}, c_{j3} – элементы матрицы C_s^i, определяющей ориентацию измерительных осей ЗД относительно ИСК.

Матрицу измерений сформируем следующим образом:

$$H = [I_{3\times3} \quad 0_{3\times6} \quad \bar{\omega}],$$

где $I_{3\times3}$ и $0_{3\times6}$ – единичная и нулевая матрицы соответствующих размерностей, $\bar{\omega}$ – вектор среднего значения абсолютной угловой скорости КА на интервале временно́го запаздывания $[t - \hat{\tau}, t]$.

Отметим, что если ЗД и вычислитель СОиС синхронизированы во времени и ЗД выдает время, соответствующее измерению кватерниона, в единой временно́й шкале, то можно вычислить непосредственно итоговое запаздывание данных и учесть его при формировании измерения.

C. Результаты моделирования

В рамках отработки и реализации алгоритмов определения ориентации КА было создано программное обеспечение для моделирования орбитального движения спутника. При этом положение спутника на орбите вычисляется с применением модели SGP4, которая использует набор орбитальных элементов, хранящихся в TLE файле. Высота орбиты составляла 540 км. При моделировании вращательного движения аппарата учтено воздействие на КА возмущающих моментов, таких как гравитационный и аэродинамический. Для реализации момента управления угловым движением КА, модель двигателя-маховика представлена звеном второго порядка. В контуре управления скоростью оборотов двигателя применен ПИ-регулятор, обеспечивающий минимальное перерегулирование.

При моделировании алгоритмов работы СОиС смещения нулей и погрешности масштабных коэффициентов ВОГ задавались случайными величинами с распределением по нормальному закону с СКО 0,3 °/ч и 0,02 %. Нестабильность нулевого сигнала и шумы измерений были получены из реальных показаний ВОГ, записанных на частоте 200 Гц в стационарных условиях (рис. 2) после компенсации в них постоянного смещения. Частота решения задачи ориентации составляла 100Гц.

Погрешности ЗД задавались гауссовским белым шумом с СКО в соответствии с табл. I и вносилось фиксированное временно́е запаздывание τ_0 равное 0,1 с и случайное запаздывание $\Delta\tau$ в диапазоне от 0 до 0,1 с. Частота обновления измерений составляла 5 Гц. Затенение ЗД Землей не учитывалось.

Первые 50 с моделировался грубый разворот КА с пиковой угловой скоростью 2 °/с, после чего осуществлялось поддержание ориентации оптической оси камеры на объект съемки, расположенный на Земле (рис. 3). Пик по угловой скорости равный 1 °/с в момент времени около 250 с соответствует пролету КА над объектом съемки.

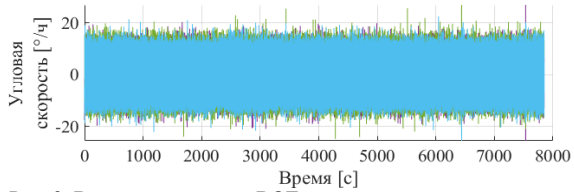


Рис. 2. Выходные сигналы ВОГ

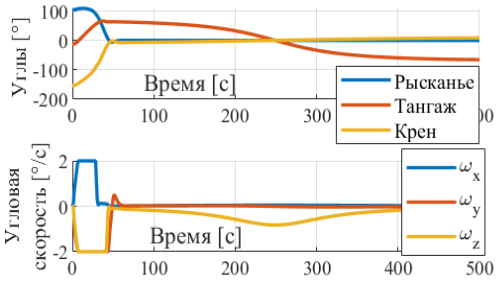


Рис.3. Параметры вращательного движения КА

Примеры полученных погрешностей СОиС в построении ИСК без учета и с учетом временно́го запаздывания данных ЗД приведены на рис. 4 и 5. В первом случае погрешности выработки ориентации в разы превышают требуемые значения, при этом погрешность пропорциональна угловой скорости КА. Во втором случае требования по точности выполняются.

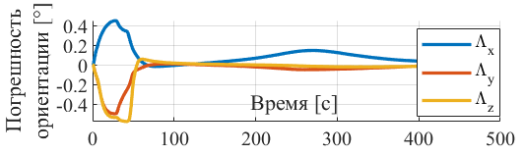


Рис. 4. Погрешность СОиС без учета временного запаздывания τ

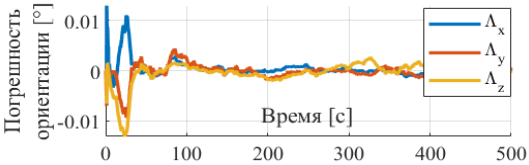


Рис. 5. Погрешность СОиС с учетом временного запаздывания τ

На рис. 6. сплошной линией представлен пример погрешности оценки случайной величины временно́го запаздывания $\delta\tau = \Delta\hat{\tau} - \Delta\tau$. Пунктиром выделено утроенное значение СКО погрешности оценивания по резуль-

татам работы ковариационного канала. Из приведенных графиков следует, что в процессе переориентации КА обеспечивается наблюдаемость временно́го запаздывания, а в установившемся режиме погрешность составила менее 2 мс (3 СКО).

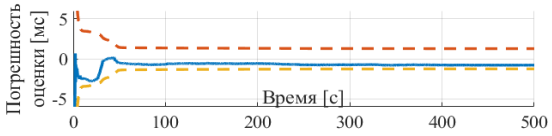


Рис. 6. Погрешность оценки временно́го запаздывания ЗД

IV. Закон угловой стабилизации

Выполнение целевого задания состоит из операции разворота КА в заданное пространственное положение и дальнейшего сопровождения объекта съемки. Разворот объекта в заданное положение осуществляется программным управлением, траектория синтезируется с ограничением на максимальную угловую скорость переориентации.

Следует отметить, что при наведении камеры ДЗЗ на объект съемки требуется знать не только ориентацию КА в той или иной системе координат, но и его положение на орбите в каждый момент формирования управления двигателями-маховиками. Для этой цели реализован алгоритм прогноза орбитального движения, который позволяет вырабатывать координаты КА, как между интервалами прихода измерений от ГНСС приёмника, так и при их кратковременном отсутствии.

Для синтеза управляющих воздействий применяется подход, основанный на прямом методе Ляпунова [20, 21]. Такое управление гарантирует асимптотическую устойчивость замкнутой системы, а значит даже в присутствии неучтенных внешних возмущений и неточностей модели движения способно обеспечить стабилизацию КА в заданной пространственной ориентации. Для синтеза управления выбирается положительно-определенная функция (кандидат-функция Ляпунова), которая равна нулю, только когда движение спутника совпадает с опорным.

Для описания вращательного движения КА применим динамические уравнения Эйлера и кинематические соотношения Пуассона:

$$\begin{aligned} &J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = M_u + M_e, \omega(t_0), \\ &2\dot{L} = L \circ \omega, L(t_0), \end{aligned} \tag{1}$$

где ω – вектор абсолютной угловой скорости КА, J – тензор инерции КА, L – кватернион, определяющий ориентацию КА относительно ИСК, M_u и M_e – моменты управления и внешних сил.

Поскольку во время проведения съемки объекта на земле необходимо, чтобы ориентация и угловая скорость КА изменялись во времени, то для синтеза закона управления введем опорную систему координат. При этом одна из осей этой системы координат направлена по радиус-вектору на объект съемки, а вторая ось фиксируется в пространстве таким образом, чтобы исключить по возможности засветку ЗД солнцем. Ориентация опорной системы координат относительно инерциальной определяется матрицей C_r^i, а ее угловая скорость вращения относительно ИСК задается вектором ω_r. Для определения C_r^i и ω_r используется информация о текущих векторе скорости КА и радиус-векторе на объект съемки.

Введем матрицу C_r^b, характеризующую ориентацию опорной системы координат относительно связанной. Отметим, что отметим, что эта же матрица описывает и ориентацию камеры. Можно показать, что относительная ошибка наведения, характеризующая смещение изображения относительно пикселя за время экспозиции камеры (несколько мс), определяется как [20]:

$$\Delta\omega = \omega - C_r^b \cdot \omega_r, \tag{2}$$

Таким образом, задача стабилизации обеспечить $C_r^b = I_{3\times 3}$, $|\Delta\omega| = 0$.

Перейдем к синтезу закона управления, для этого найдем кандидат-функцию Ляпунова и ее производную в следующем виде:

$$\begin{cases} V = \frac{1}{2}(\Delta\omega,\ J\cdot\Delta\omega) + k_p\cdot(1-q_0), \\ \dot{V} = (\Delta\omega,\ J\cdot\Delta\dot{\omega} + k_p\cdot q), \end{cases}$$

где $(\ ,\ )$ – оператор скалярного произведения векторов, q_0, q – скалярная и векторная части кватерниона, соответствующему матрице C_r^b, k_p – коэффициент невязки.

Кандидат-функция Ляпунова должна удовлетворять теореме Барбашина-Красовского, для этого необходимо, чтобы ее производная была неположительной [21]. Для чего потребуем, чтобы выполнялось соотношение:

$$J\Delta\dot{\omega} + k_p q = -k_d\,\Delta\omega,\ k_d > 0, \tag{3}$$

где k_d – коэффициент демпфирования.

Можно показать, что с учетом выражений (1-3) управляющий момент примет вид:

$$\begin{aligned} M_u = \omega\times J\omega - J[\Delta\omega\times C_r^b\omega_r] + JC_r^b\dot{\omega}_r - \\ -(M_e + k_d\Delta\omega + k_p q). \end{aligned}$$

Отметим, что два последних слагаемых в данном уравнении представляют собой ПД-регулятор [22], коэффициенты которого выбираются из общих соображений.

Поскольку управление угловым положением КА реализуется блоком маховиков, то необходимо учитывать уравнение динамики маховиков $\dot{H} + \omega\times H = -M_u$, H – кинетический момент двигателей-маховиков системы.

На рис. 7 представлены погрешности поддержания ориентации и стабилизации в ИСК при наведении оси оптической нагрузки на объект съемки. Параметры моделирования такие же, как в разделе 3. Максимальная погрешность поддержания ориентации составляет 0,03°, при этом погрешность стабилизации – 0,001 °/с. Отметим, что погрешность стабилизации достигает максимума по модулю в момент пролета над объектом съемки, когда потребная угловая скорость КА максимальна (рис. 3).

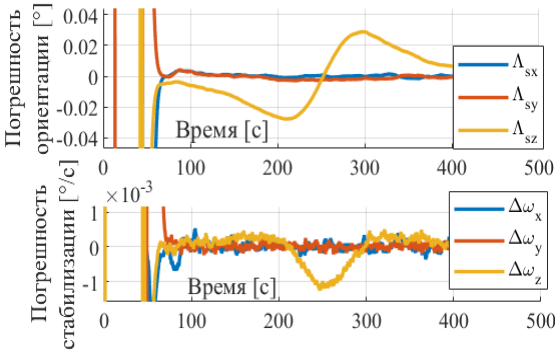


Рис. 7. Погрешность стабилизации КА

V. Заключение

Предложены алгоритмы высокоточной ориентации и стабилизации съемочной аппаратуры наноспутника, когда информация поступает от ВОГ и ЗД. Решена задача учета и оценивания временного запаздывания ЗД в выдаче данных. Применен подход к синтезу управления двигателями-маховиками, обеспечивающий максимальную степень устойчивости в присутствии неучтенных внешних возмущений.

Представленные результаты математического моделирования подтвердили, что выбранный подход обеспечивает необходимую точность пространственной ориентации (<0,1°) и стабилизации оптической аппаратуры (<0,03 °/с).

В дальнейшем планируется проанализировать влияние неортогональностей осей ВОГ на погрешность выработки ориентации. Также будет рассмотрена возможность уменьшения погрешности стабилизации за счет построения закона управления с прогнозом по потребному движению, будет проведено моделирование с целью оценки влияния аэродинамики и упругих выносных элементов на динамику углового движения.

Литература

[1] Kosari, A., Sharifi, A., Ahmadi, A., Khoshsima, M. (2020). Remote sensing satellite's attitude control system: rapid performance sizing for passive scan imaging mode. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, *92*(7), 1073-1083. https://doi.org/10.1108/AEAT-02-2020-0030.

[2] Данилкин А. П. и др. Космическая система оперативного мониторинга земной поверхности на базе малых космических аппаратов //Космическая техника и технологии. – 2021. – №. 1 (32). – С. 42-55.

[3] Кирилин А. Н. и др. Основные проектные характеристики малых космических аппаратов научного и приклад ного назначений на базе унифицированной платформы "АИСТ-2" //Космическая техника и технологии. – 2020. – №. 4 (31). – С. 5-20.

[4] Лобанов В. С., Тарасенко Н. В., Зборошенко В. Н. Направления развития систем ориентации и стабилизации космических аппаратов различного назначения. – 2015. – № 2 (89). – С. 18-29.

[5] Ibrahim, Bahaa. (2020). Study and Analyze the Attitude Determination and Control Subsystem ADCS of a Small Remote Sensing Satellite. DOI: 10.6084/m9.figshare.12389300.

[6] Беленький А. Д. и др. Алгоритм управления системой четырех двигателей-маховиков космических аппаратов серии «МЕТЕОР-М» № 2 //Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. – 2013. – Т. 134. – №. 3. – С. 9-14.

[7] Goeree B., Shucker B. Geometric attitude control of a small satellite for ground tracking maneuvers. – 1999. Aerospace and Mechanical Engineering Dept. University of Arizona, Tucson.

[8] Nguyen, T., Cahoy, K., Marinan, A. (2018). Attitude determination for small satellites with infrared earth horizon sensors. *Journal of Spacecraft and Rockets*, *55*(6), 1466-1475.

[9] Ibrahim N. Attitude and orbit control of small satellites for autonomous terrestrial target tracking : дис. – University of Toronto, 2013.

[10] Wertz, James R, David F. Everett, and Jeffery J. Puschell. *Space Mission Engineering: The New Smad*. Hawthorne, CA: Microcosm Press, 2011. Print.

[11] John L. Crassidis, F. Landis Markley, Arthur M. Kyle, Kathie Blackman, "Attitude determination designs for the GOES spacecraft," Proc. SPIE 2812, GOES-8 and Beyond, (18 October 1996); https://doi.org/10.1117/12.254126.

[12] Розин П.Е., Система ориентации и стабилизации малого космического аппарата дистанционного зондирования Земли «Аурига», Труды МАИ. Выпуск №90, 2016, С. 11. https://trudymai.ru/upload/iblock/6a9/rozin_rus.pdf?lang=ruissue=90.

[13] Емельянцев Г. И., Степанов А. П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации //СПб.: Концерн «ЦНИИ «Электроприбор. – 2016.

[14] Solorzano, Elias. (2016). Fiber Optic Gyro-Based Attitude Determination for High-Performance Target Tracking. https://www.researchgate.net/publication/313055511.

[15] Steyn, Willem. (2008). An Attitude Control System for SumbandilaSAT an Earth Observation Satellite. 83-. https://www.researchgate.net/publication/258302605.

[16] F. Landis Markley, John L. Crassidis (auth.) - Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control-Springer-Verlag New York (2014).

[17] Kahraman, O., Soken, H. E. (2023). Incorporating delayed star tracker measurements in Gokturk-2 satellite attitude filter. *Advances in Space Research*. http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2023.03.005.

[18] Hogan, E.A., Woo, B.A., 2017. Treatment of measurement variance for star tracker-based attitude estimation. In: Astrodynamics Specialist Conference. Stevenson, USA.

[19] Gaisser, S. et al., 2019. Improvements in attitude determination and control of the small satellite flying laptop. In: Proceedings of the 33rd Annual AIAA / USU Conference on Small Satellites, Technical Session 3: Year in Review 1, SSC19-III-06, pp. 1–8. Available at: https://digitalcommons.usu.edu/smallsat/2019/all2019/275/.

[20] Маштаков Я.В. Использование прямого метода Ляпунова в задачах управления ориентацией космических аппаратов: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.02.01. М., 2019. 94 с. URL: http://library.keldysh.ru/diss.asp?id=2019-mashtakov.

[21] Яковенко Г.Н. Краткий курс аналитической динамики. М.: БИНОМ, 2004.

[22] Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Избранные главы теории автоматического управления //С-Пб.:Наука. – 2000.

Использование технологий проведения космических экспериментов на орбитальных станциях в задачах управления ориентацией ГСС «Ямал»

Д.Н. Севастьянов
АО «Газпром космические системы» (АО ГКС)
г. Щелково, Моск. обл., Россия
info@gazprom-spacesystems.ru

Ю.Р. Банит
АО «Газпром космические системы» (АО ГКС)
г. Щелково, Моск. обл., Россия
info@gazprom-spacesystems.ru

М.Ю. Беляев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
г. Королёв, Моск. обл., Россия
mikhail.belyaev@rsce.ru

***Аннотация* — 24 ноября 2003 года были выведены на орбиту геостационарные спутники связи «Ямал-201» и «Ямал-202». Эксплуатация одного из них, спутника «Ямал-202», продолжается уже более 20 лет. Успешному использованию спутников этой серии способствовали результаты научных и практических работ, выполненных в период полета отечественных орбитальных станций, а также результаты некоторых технических экспериментов, проведенных на российском сегменте (РС) Международной космической станции (МКС), 25-летний юбилей запуска которой мы отмечали в конце 2023 г.**

В докладе изложены результаты исследований, выполненных на орбитальных станциях, которые были использованы при управлении полетом спутников серии «Ямал» и способствовали их длительной работе на орбите.

Ключевые слова - космические эксперименты, орбитальные станции, Международная космическая станция, динамические характеристики, ориентация КА, геостационарный спутник связи

I. Введение

Для интерпретации результатов многих космических экспериментов (КЭ) требуется знание углового положения исследовательских приборов при выполнении научных измерений. Обычно угловое положение научной аппаратуры (НА) относительно связанных с космическим аппаратом (КА) осей известно, поэтому задача сводится к определению углового положения КА в пространстве. При определении углового положения КА использовались измерения магнитометров, солнечных и звездных датчиков и других приборов. Для контроля ориентации в состав телеметрических систем орбитальных станций (ОС) «Салют», орбитального комплекса (ОК) «Мир», российского сегмента (РС) Международной космической станции (МКС) также входили такие датчики.

При расчете углового движения КА используются локальные методы контроля ориентации и интегральные статистические алгоритмы, основанные на использовании математической модели движения КА относительно его центра масс. В процессе обработки измерительной информации с помощью таких алгоритмов обычно не только восстанавливается угловое движение КА, но и уточняются параметры, входящие в используемую математическую модель движения: тензор инерции КА, параметры действующего на КА аэродинамического момента и т.д.

Разработанные для орбитальных станций методы и практические алгоритмы позволили значительно расширить возможности интерпретации научных измерений от исследовательской аппаратуры на неориентированных участках полета ОС «Салют-4; -6, -7». Разработанная технология уточнения математических моделей (ММ) углового движения ОС по телеметрическим измерениям позволила создать высокоточные ММ для управления ориентацией ОК «Мир», которые непрерывно использовались в течение всего времени полета этой станции. Технология уточнения тензора инерции и ММ углового движения КА по измерениям совершенствовалась в период полета МКС в рамках КЭ «Тензор», «Среда-МКС». Разработанные для орбитальных станций методы и технологии оказались полезными и при управлении полетом геостационарных спутников связи (ГСС) «Ямал» и позволили, несмотря на возникшие нештатные ситуации в системе ориентации спутника, успешно эксплуатировать ГСС «Ямал-202» более 20 лет.

Для управления ориентацией спутников по проведения экспериментов на ОС оперативно были разработаны методы и программное обеспечение, позволяющие уточнить тензор инерции ГСС и параметры моделей действующих возмущений. Это позволило прогнозировать угловое движение спутника с точностью лучше 0.3° на интервалах до 4 часов полета. прогнозу их углового движения на основе опыта Кроме того, был разработан новый метод определения ориентации ГСС по измерениям сигналов бортового ретрансляционного комплекса, передаваемых от наземных станций спутниковой связи пользователей частотного ресурса, что значительно расширило возможности управления спутником.

Благодаря оперативно разработанной и внедренной технологии КА «Ямал-202» продолжает успешно выполнять задачи обеспечения космической связью потребителей в России и за рубежом более 20 лет, что является высоким результатом для космонавтики.

II. История создания спутников связи «Ямал»

24 ноября 2023 года исполнилось 20 лет со дня запуска на геостационарную орбиту ракетой-носителем «Протон» двух спутников связи «Ямал-200» [1-3] (рис. 1). Работы по созданию спутников «Ямал» связаны с участием специалистов НПО «Энергия» в международном конкурсе «Колумбус-500», объявленном в честь наступающего 500-летия открытия Америки Х.Колумбом. По условию конкурса надо было создать космический корабль под солнечным парусом и победить в гонках с другими участниками этого конкурса. Победителям проектов таких кораблей от каждой части света предполагалось выделение значительных средств на реализацию проекта.

Рис. 1. Старт РН «Протон» с КА «Ямал»

Сотрудник НПО «Энергия» В.А.Кошелев, узнав в 1990 году об объявленном конкурсе, поделился этой информацией с начальником отделения В.С.Сыромятниковым, который по совместительству был так же заведующим базовой кафедрой на созданном по инициативе С.П.Королева знаменитом факультете ФЭСТ МЛТИ (ныне – космический факультет Мытищинского филиала МГТУ им. Н.Э.Баумана). В.С.Сыромятников собрал совещание сотрудников базовой кафедры, также являющихся работниками НПО «Энергия», на котором было решено принять участие в этом конкурсе. Поскольку к участию в конкурсе допускались только негосударственные организации, было решено представить заявку на конкурс от молодежного центра, организованного в те «перестроечные» годы на базе НПО «Энергия». Техническим руководителем работ был определен В.С.Сыромятников, а его заместителями Э.М.Беликов, В.Н.Бранец и В.А.Кошелев.

Вскоре, в связи с развертыванием работ по проекту, участниками работ было создано малое предприятие – консорциум «Космическая регата», генеральным директором которого по предложению В.Н.Бранца был выбран молодой специалист НПО «Энергия», выпускник МФТИ 1984 года, Н.Н.Севастьянов. Итогом работы консорциума стал разработанный эскизный проект космического аппарата с солнечным парусом, развертываемым с помощью вращения КА. Несмотря на первоначальные условия конкурса этот проект не получил развития, да и сами «космические гонки» под солнечными парусами не были проведены организаторами. Некоторые идеи, положенные в основу проекта КА с солнечным парусом были реализованы в космическом эксперименте «Знамя-2». Агрегат раскрытия солнечного отражателя, имевший 8 катушек для намотки секторов полотна, а также приводы вращения и раскрытия отражателя за счет центробежных сил, был установлен на транспортном грузовом корабле (ТГК) «Прогресс М-15», стартовавшем в октябре 1992 г. к станции «Мир». В феврале 1993 года после расстыковки ТГК со станцией «Мир», был успешно проведен эксперимент «Знамя-2».

В результате работы над проектом удалось получить уникальный опыт разработки космических аппаратов, который был затем использован при создании спутников «Ямал» для обеспечения связью северных газодобывающих предприятий страны. Данное предложение получило поддержку руководства ОАО «Газпром» и «Газпромбанк», а также руководства НПО «Энергия», где предполагалось выполнять работы по созданию спутников связи. Для выполнения работ по обеспеченью связью предприятий Крайнего Севера в ноябре 1992 года было создано предприятие ОАО «Газком» во главе с генеральным директором Н.Н.Севастьяновым, который руководил им до 2005 года. На первом этапе своей работы предприятием ОАО «Газком» была создана на Севере сеть неземных станций, которые устанавливались в отдаленных и труднодоступных регионах нашей страны. Создание такой сети позволило «Газкому» выполнить ряд задач развития технологических процессов ОАО «Газпром» [1].

Следующий этап работ по обеспечению связью регионов Крайнего Севера был связан с созданием спутника «Ямал-100». По инициативе Н.Н.Севастьянова ОАО «Газпром» выдало НПО «Энергия» техническое задание на разработку, создание и запуск двух спутников связи «Ямал-100». Эти работы в НПО «Энергия» по предложению Ю.П.Семенова возглавил Н.Н.Севастьянов в должности заместителя генерального конструктора. При разработке спутника были предложены и реализованы многочисленные инновационные решения, что позволило сделать «Ямал-100» базовой моделью для целой серии последующих спутников этой серии [2-4]. Часть используемых при эксплуатации спутников серии «Ямал» технологий была отработана при проведении экспериментов на орбитальных станциях. В частности, методы определения и прогнозирования углового движения орбитальных станций с помощью обработки телеметрических измерений оказались востребованны для управления полетом спутников «Ямал-200» при возникновении нештатных ситуаций.

III. Определение углового движения ОС «Салют», «Мир» при проведении экспериментов

Первые орбитальные станции не имели возможности дозаправки топливом на орбите. Поэтому возможности наведения НА станции на исследуемые объекты были ограничены. С целью расширения возможностей наблюдения исследуемых объектов были предложены дополнительно режимы пассивных закруток станции. Предложенные закрутки станции выполнялись вокруг ее продольной оси «x», сориентированной нужным образом в пространстве. В этом случае обеспечивалось сканирование небесной сферы телескопами, установленными по оси «+y» станции. Действие на станцию гравитационного и аэродинами-

ческого возмущающих моментов приводило к «развалу» выполненной закрутки. Для восстановления ориентации осей телескопов в пространстве во время режимов сканирования небесной сферы оперативно были разработаны специальные методы и создано соответствующее математическое обеспечение [5, 6]. На станциях «Салют» для контроля ориентации были установлены датчики напряженности магнитного поля Земли и положения Солнца. При полете станции на освещенной Солнцем части орбиты ее ориентация оперативно рассчитывалась в темпе приема телеметрической информации по измерениям солнечного датчика и магнитометра с помощью двухвекторного алгоритма [5]. При этом результаты расчета ориентации, начиная с полета станции «Салют-4», оперативно в темпе приема телеметрической информации выдавались на средства отображения в Центре управления полетом, что являлось в те годы заметным достижением. Расчет ориентации станции на теневой части орбиты, где отсутствуют измерения солнечного датчика, является более сложной задачей. На ее решение накладывались ограничения, связанные с необходимостью оперативного решения всех задач в Центре управления полетом вблизи г. Евпатория (ЦУП-Е). ЦУП-Е в то время был оснащен ЭВМ М-220. Решение задач расчета движения станции и ее ориентации в оперативном режиме на имеющихся ЭВМ потребовало в то время разработки новых способов описания возмущенного движения КА, методов интегрирования, методов и алгоритмов определения ориентации [5-8]. Разработанный метод интегрирования позволял на порядок ускорить проведение расчетов [8]. Найденное аналитическое решение возмущенного движения станции было точнее и одновременно проще известных [7]. Для расчета ориентации станции на теневой части орбиты были разработаны алгоритмы для режима движения, близкого к регулярной прецессии, и для сильно возмущенного движения ОС. Эти алгоритмы были быстродействующими и требовали минимального объема оперативной памяти ЭВМ, т.к. при их реализации объём памяти ЭВМ не зависел от количества рассчитываемой и поступающей в темпе приема телеметрической информации (ТМИ) [5, 6]. Все это впервые было сделано и реализовано в ЦУП-Е в процессе полета ОС «Салют-4».

Управление полетами станций «Салют - 6÷7» было решено передать в ЦУП-М, созданный для выполнения программы «Союз-Аполлон» в г.Королев. При разработке технологии проведения и оперативного обеспечения экспериментов на станциях третьего поколения использовался опыт работы по выполнению экспериментов на станции «Салют-4» в ЦУП-Е г. Евпатория [6].

В процессе выполнения ряда экспериментов на ОС «Салют-6» и ОС «Салют-7» активно использовался режим гравитационной ориентации станции [9]. При определении углового положения ОС «Салют - 6÷7» в пассивных режимах использовалась математическая модель движения станции, учитывающая действующие гравитационные и аэродинамические возмущения [9 - 11]. Для уточнения углового положения станций «Салют» использовались измерения звездных фотометров, входивших в состав научной аппаратуры [5, 12]. При проведении исследований на орбитальной комплексе (ОК) «Мир» для определения углового положения ОК с помощью солнечных датчиков и магнитометров использовался звездный датчик «Астро-1». Оптический звездный датчик (ОЗД) «Астро-1» - совместная разработка предприятий «Карл Цейс Йена», ИКИ РАН и НПО «Энергия». Он был установлен на борту модуля «Квант-2» ОК «Мир». ОЗД использовался для определения углового положения ОК относительно звезд в режимах инерциальной или орбитальной ориентации, а также в пассивном движении с малой ($\lesssim 0{,}5$ град/с) угловой скоростью [13].

Датчик имеет три одинаковых оптических блока $A_\nu(\nu = 1, 2, 3)$, установленных на одном основании и обеспечивающих визирование трех участков небесной сферы. Размер одного участка – 5.3° x 8°. Изображение участка формируется на охлаждаемой ПЗС-матрице, имеющей 520 x 580 элементов. Электронная аппаратура датчика выделяет на каждом изображении до семи наиболее ярких звезд, определяет в системах координат, связанных с блоками, положения центров яркости выделенных звезд и передает результаты в телеметрическую систему ОК.

После того как в системах получены координаты визируемых прибором звезд и определены относительные величины их блеска, эти звезды отождествляются со звездами из каталога, составленного специально для работы с ОЗД. Каталог содержит координаты 8749 звезд со звездными величинами $\lesssim 7^m$ и обладает следующими свойствами: 1) если при каком-либо направлении оси визирования блока A_ν в его поле зрения попадает четыре и более звезд с блеском, не превышающим 7^m, то не менее четырех из них, самых ярких, содержатся в каталоге; 2) двум близким звездам, воспринимаемым прибором как одна звезда, в каталоге также соответствует одна звезда.

Отождествление выполняется следующим образом. Пусть в какой-то момент времени блоком A_ν зарегистрировано не менее трех звезд. Они нумеруются, и для каждой пары звезд с номерами i и $j (i < j)$ вычисляется косинус d_{ij} углового расстояния между ними. Процесс отождествления начинается с идентификации базовой тройки звезд. Путем перебора в каталоге находятся пары звезд, косинус угла между которыми не более, чем на $5 \cdot 10^{-5}$ отличается от d_{ij}. Из таких пар составляется множество M_{ij}. На основании сравнения пар, попавших в множества M_{12}, M_{13} и M_{23}, отождествляются звезды 1, 2 и 3.Идентификация k-й звезды при $k \geq 4$ выполняется по результатам сравнения косинусов ее угловых расстояний относительно уже отождествленных звезд.

Отождествление в некоторый момент времени нескольких визируемых звезд позволяет найти ориентацию ОК в этот момент. Соответствующие алгоритмы определения ориентации называются локальными и описаны в [5, 14-16] и др.

Пусть с помощью ОЗД в некоторый момент времени в строительной системе координат найдены орты $(\nu_{1m}, \nu_{2m}, \nu_{3m})$ $(m = 1, 2, \dots, n)$ направлений на n звезд. Звезды опознаны, и в базовой системе координат (например, гринвичской) им отвечают орты (V_{1m}, V_{2m}, V_{3m}), вычисленные по данным каталога. Матрицу перехода от строительной системы коорди-

нат к базовой обозначим $A = \|a_{ij}\|_{i,j=1.}^{3}$ Определение этой матрицы в рамках метода наименьших квадратов приводит к минимизации выражения

$$\psi = \sum_{m=1}^{n} \sum_{i=1}^{3} \left(V_{im} - \sum_{j=1}^{3} a_{ij} v_{jm} \right)^2 ,$$

по элементам a_{ij} при условии, что искомая матрица ортогональна и имеет положительный определитель.

Построение матрицы A выполняется следующим образом. Составим матрицу

$$D = \|v_{i1}v_{j1} + v_{i2}v_{j2} + \cdots + v_{in}v_{jn}\|_{i,j=1}^{3},$$

и рассмотрим ее сингулярное разложение $D = UQV^T$. Здесь U и V – ортогональные матрицы порядка 3, $Q = diag\,(q_1,\ q_2,\ q_3),\ q_1 \geq q_2 \geq q_3 \geq 0$. Полагаем, что $q_3 > 0$, т.е. матрица D невырождена и $n \geq 2$. Тогда

$$A = V\ diag(1, 1, \det U \cdot \det V)U^T.$$

Локальный метод не позволяет найти ориентацию ОК в те моменты времени, когда нет наблюдений двух и более звезд, и определить его угловую скорость. Для решения этой задачи можно воспользоваться интегральной статистической методикой, в рамках которой несколько десятков измерений, выполненные на промежутке времени порядка орбитального периода, обрабатываются совместно с помощью интегрирования уравнений движения ОК относительно центра масс. Для расчета орбитального движения ОК используются уравнения движения материальной точки в гринвичской системе координат [17]. В результате обработки оцениваются начальные условия движения и тензор инерции ОК, а также параметры, характеризующие действующий на комплекс восстанавливающий аэродинамический момент. Методика близка методике [11] определения вращательного движения орбитальных станций «Салют-6» и «Салют-7» по показаниям солнечного и магнитного датчиков.

Для уточнения тензора инерции КА можно использовать также измерения кинетического момента гиродинов, выполненные во время поддержания неизменной ориентации станции в инерциальной системе координат [18, 19]. Как правило, обработка измерений не позволяет определить все компоненты тензора инерции. Максимум, что можно сделать, это найти в строительной системе координат его недиагональные компоненты и разности диагональных компонент. Однако, знания перечисленных величин достаточно для выполнения прогноза, поскольку в математические модели компоненты тензора инерции входят только через эти величины.

Были разработаны два способа для обработки реальной измерительной информации. В первом из них данные измерений относятся к одному интервалу поддержания ориентации, тензор инерции считается диагональным, оцениваются две разности диагональных компонент этого тензора. Во втором способе в обработку включаются данные измерений, выполненные на нескольких (двух или трех) временных интервалах при разных ориентациях станции, оцениваются недиагональные компоненты тензора инерции и разности его диагональных компонент. Обычно обработанные интервалы имеют длину от 20 до 60 мин и содержат несколько десятков измерений каждой компоненты суммарного кинетического момента гиродинов в строительной системе координат. Первый способ обработки позволяет, как правило, достаточно точно (с погрешностью 5 – 10% к априорному расчетному значению) оценить только одну из разностей диагональных компонент тензора инерции станции. Второй способ в большинстве случаев для разностей диагональных компонент обеспечивает погрешность не более нескольких процентов от их расчетных значений, а найденные этим способом оценки недиагональных компонент совпадают с их априорными расчетными значениями только по порядку величины. Однако вследствие малости недиагональных компонент тензора инерции станции их расчетные значения могут содержать большие относительные ошибки.

Из моментов внешних сил, приложенных к станции при обработке, учитывались гравитационный и восстанавливающий аэродинамический.

Технология уточнения тензора инерции использовалась при управлении полетом ОК «Мир» [20, 21], совершенствовалась в период полета Международной космической станции МКС [22] и использовалась при управлении полетом геостационарных спутников связи «Ямал» [23-25]. В математических моделях движения ГСС «Ямал» относительно центра масс вместо аэродинамического возмущающего момента учитывался момент от силы солнечного давления.

IV. Управление ГСС «Ямал-200»

Проект создания спутников связи «Ямал-201» и «Ямал-202» реализовывался ОАО «Газком» (с 01.12.2008 года - АО «Газпром космические системы», далее ГКС), которое разрабатывало полезную нагрузку, служебный канал управления, наземную инфраструктуру телекоммуникационного комплекса. Создание платформы спутников, стыковку ее с полезной нагрузкой, а также сдачу аппаратов в эксплуатацию на орбите выполняло ОАО «Ракетно-космическая корпорация (РКК) «Энергия» им. С.П.Королёва». Оба спутника были установлены в свои орбитальные позиции: «Ямал-201» - в 90^0в.д, «Ямал-202» - в 49^0в.д. Эксплуатация спутника «Ямал-201» выполнялось более 10 лет, а эксплуатация спутника «Ямал-202» продолжается более 20 лет, но уже в орбитальной позиции 163.5^0в.д., куда он был переведен в 2019 году, после выведения в точку 49^0в.д. нового спутника «Ямал-601» ГСС. «Ямал-202» располагает 18 транспондерами С-диапазона. Расчетный срок активного существования спутника «Ямал-200» 12.5лет.

Система управления движением и навигации спутников «Ямал-201» и «Ямал-202» была построена на базе бесплатформенной инерциальной системы (БИНС), в качестве исполнительных органов использованы маховики, а основной прибор для определения угловой скорости - ГИВУС. В 2005 году на обоих спутниках приборы ГИВУС вышли из строя. Имевшиеся на спутниках датчики определения координат звёзд (БОКЗ) предназначались для периодической

коррекции БИНС, и поэтому включались только дважды в сутки (эксплуатационный ресурс БОКЗ составлял 10000ч). Для выхода из создавшейся ситуации был разработан режим управления по прогнозу кинетического момента маховиков (режим «Прогноз»).

Суть предлагаемого способа ориентации КА «Ямал-201» и «Ямал-202» состоит в следующем: определив на некотором временном интервале закон изменения кинетического момента маховиков, при котором обеспечивается вращение связанной с КА системы координат (ССК) с требуемой орбитальной угловой скоростью, управляя маховиками в соответствии с указанным законом, обеспечим штатную ориентацию КА в орбитальной системе координат (ОСК).

Для управления ориентацией КА предлагаемым способом необходимо решить четыре основных задачи:

1. Создать модель прогноза изменения кинетического момента маховиков, с помощью которой будет формироваться закон управления маховиками.
2. Определить начальные условия для модели – начальные значения вектора кинетического момента КА и вектора угловой скорости КА.
3. Определить закон изменения вектора суммарного возмущающего момента, действующего на КА.
4. Реализовать на борту КА полученный закон управления маховиками.

Возможность управления ориентацией КА по прогнозу его углового движения основывается на точном знании моментов, приложенных к КА.

Оценка тензора инерции спутника «Ямал-200» выполнялась на освещенных Солнцем интервалах орбиты и при движении ГСС в тени Земли. В первом случае из моментов внешних сил, приложенных к спутнику, учитывались гравитационный момент и момент от силы светового давления. Во втором случае учитывался только гравитационный момент.

Компоненты гравитационного момента задавались формулами

$$M_{g1} = \nu \sum_{i=1}^{3} x_i(x_2 I_{3i} - x_3 I_{2i}), \quad M_{g2} = \nu \sum_{i=1}^{3} x_i(x_3 I_{1i} - x_1 I_{3i}),$$

$$M_{g3} = \nu \sum_{i=1}^{3} x_i(x_1 I_{2i} - x_2 I_{1i}), \quad \nu = \frac{3\mu_E}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{5/2}}.$$

Здесь x_i – компоненты геоцентрического радиуса-вектора центра масс спутника, I_{ij} – компоненты тензора инерции спутника в строительной системе координат, $I_{ij} = I_{ji}$ $(i, j = 1,2,3)$, μ_E – гравитационный параметр Земли.

Момент от силы светового давления аппроксимируется выражениями

$$M_{s1} = k(p_2 e_{si} - p_3 e_{si}), \quad M_{s2} = k(p_3 e_{si} - p_1 e_{si}), \quad M_{s3} = k(p_1 e_{si} - p_2 e_{si}),$$

Здесь $k = c^{-1}(r_*/\Delta)^2$, c –скорость света, r_* - средний радиус орбиты Земли; Δ - расстояние от КА до Солнца; p_i – постоянные коэффициенты; e_{si} – компоненты орта ГСС – Солнце. При выводе этих выражений предполагалось, что на интервалах оценки кинетического момента ГСС под действием указанных вышевнешних моментов:

$$H_i = \sum_{j=1}^{12} F_{ij}(t)\alpha_j \quad (i = 1,2,3) \qquad (1)$$

где $\alpha_i = H_i(t_0)$ – начальные условия, t_0 – заданный момент времени, $\alpha_4 = I_{11}$, $\alpha_5 = I_{12}$, $\alpha_7 = I_{22}$, $\alpha_8 = I_{23}$, $\alpha_9 = I_{33}$, $\alpha_{10} = p_1$, $\alpha_{11} = p_2$, $\alpha_{12} = p_3$.
Функции $F_{ij}(t)$ определяются начальными задачами, для линейных дифференциальных уравнений, не содержащих параметров.

Математическое обеспечение системы маховиков позволяет в некоторые моменты времени t_n $(n = 1,2,\dots,N)$ измерять значения $H_i(t_n)$ компонент ее собственного кинетического момента. Точность определения кинетического момента маховиков КА «Ямал-200» составляет 0,1 *нмс*. Результаты измерений этих величин обозначим, соответственно $H_i^{(n)}$. Если указанные измерения приходятся на отрезок времени, для которого имеются значения кватерниона ориентации, то с помощью соотношений (1) их можно обработать каким-либо статистическим методом и определить вектор $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{12})^T$. Поскольку вычисляемые по формулам (1) величины $H_i(t_n)$ зависят от α линейно, для обработки используем метод наименьших квадратов. В рамках этого метода оценкой вектора α служит его значение, минимизирующее функцию

$$\Phi(\alpha) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{3} \left[H_i^{(n)} - \sum_{j=1}^{3} F_{ij}(t_n)\alpha_j \right]^2.$$

Чтобы реализовать описанный подход к оцениванию тензора инерции спутника, необходимо располагать методом восстановления его фактического движения по телеметрической информации. Для этого используется метод, основанный на аппроксимации вращательного движения спутника сплайнами.

Анализ полученных результатов свидетельствует о возможности применения описанных моделей и получаемых с их помощью оценок моментов инерции спутника для управления полетом. Дальнейшая разработка адекватной математической модели вращательного движения была связана с уточнением модели возмущений от сил светового давления, а также моделей закона изменения суммарного кинетического момента КА и закона изменения кинетического момента маховиков.

Аналогичный описанному подход применялся и для решения других задач управления ориентацией спутников. Например, выполненная на этапе установки спутников в рабочую позицию оценка векторов управляющих моментов от тяговых модулей (ТМ) спутников повысила точность построения алгоритма выбора и включения двигателей для коррекции орбиты.

Данная технология использовалась затем при управлении ориентацией КА серии «Ямал-200». В полете КА имели место ситуации, когда некоторые датчики определения ориентации спутника не могли работать устойчиво по каким-либо причинам. Например, возможна ситуация, в которой возникают про-

блемы в работе блока определения координат звезд (БОКЗ) из-за высокой плотности заряженных частиц на орбите КА, вызванной вспышками на Солнце. К недостаткам радиопеленгатора, используемого на КА, можно отнести появление проблемных участков в его работе во время грозы, сильного дождя, снегопада. Следует отметить также невозможность измерения датчиком Земли координат центра Земли в окрестности местной полуночи при прохождении теневых участков орбиты. Для обеспечения поддержания необходимой ориентации КА серии «Ямал-200» при возникновении в полете указанных проблемных участков был разработан и используется по настоящее время при управлении полётом КА серии «Ямал-200» режим «Прогноз» управления ориентацией спутника по прогнозу его углового движения.

В этом режиме управление ориентацией спутников осуществляется по прогнозу суммарного кинетического момента. Учитывая, что в расчетах суммарного кинетического момента используются компоненты тензора инерции, меняющиеся в процессе эксплуатации спутника, с целью повышения точности с помощью изложенного подхода периодически на теневых и на освещенных Солнцем интервалах орбиты, когда не вращаются солнечные батареи и не работают реактивные двигатели, выполнялась оценка тензора инерции КА.

Опыт эксплуатации КА «Ямал» показывает, что, как правило, после 4 часов управления в режиме «Прогноз» погрешность ориентации превышала максимально допустимую величину 0,3°. Для управления в окрестности местной полуночи, на интервалах кратковременного отсутствия измерений звездных датчиков из-за трудности опознавания звезд, прохождения теневых участков орбиты указанной длительности 4 часов полета достаточно.

Но период отсутствия измерений от звездных датчиков иногда длился более суток. Происходило это неоднократно во время высокой солнечной активности, приводившей к повышению плотности потока заряженных частиц, влияющих на ПЗС-матрицы БОКЗ. Для управления в этом случае был разработан режим «Корректируемый прогноз» с периодической коррекцией ориентации по информации от всех доступных датчиков, включая информацию от специально разработанного аппаратно-программного комплекса (АПК) определения ориентации КА по измерениям сигналов бортового ретрансляционного комплекса (БРК), передаваемых от земных станций спутниковой связи (ЗССС) пользователей частотного ресурса (рис. 2).

АПК представляет собой совокупность технических и программных средств, позволяющих решать задачи определения и управления ориентацией космических аппаратов без использования штатных датчиков ориентации системы управления движением и навигации (СУДН).

АПК решает задачу управления ориентацией спутника по прогнозу изменения суммарного кинетического момента КА (режим «Прогноз»).

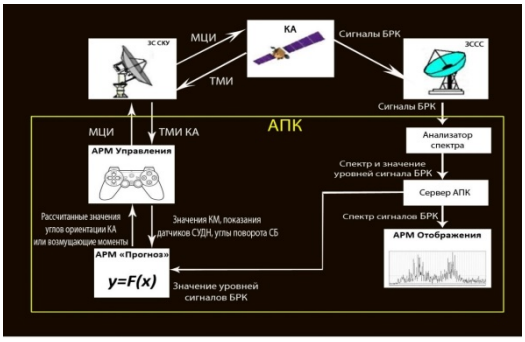


Рис. 2. Структура АПК

Разработано два варианта управления:

1) Управление без коррекции ориентации с использованием информации от внешних источников. В этом режиме выполняется задача оценки начальных значений кинематических параметров и последующее управление ориентацией по изменению кинетического момента маховиков.

2) Управление с регулярной коррекцией ориентации по показаниям штатных датчиков СУДН (звездного датчика, датчика определения координат центра Земли (БОКЦ), солнечного датчика (БОКС)) или системы определения ориентации по сигналам БРК.

В первом варианте измерения от штатных датчиков ориентации и маховиков используются для начальной выставки ориентации и угловой скорости КА. Последующее управление ориентацией выполняется бортовой цифровой вычислительной машиной (БЦВМ) по прогнозу изменения кинетического момента КА. При этом БЦВМ управляет изменением угловой скорости маховиков таким образом, чтобы суммарный кинетический момент КА в абсолютной системе координат оставался таким, каким он был сформирован по результатам начальной выставки. В процессе решения указанной задачи выполняются:

- определение внешних возмущающих моментов, действующих на спутник;
- определение начальной ориентации КА с использованием оптических датчиков;
- определение кинетического момента КА;
- фильтрация значений кинетического момента;
- моделирование кинетического момента КА в реальном времени с учетом внешних возмущающих моментов;
- расчет вектора требуемого управляющего момента;
- передача значений требуемого управляющего момента в БЦВМ для последующего формирования ею команды на маховики с целью коррекции ориентации КА.

Во втором варианте управление ориентацией КА в режиме «Прогноз» выполняется регулярная корректировка ориентации и угловой скорости спутника из центра управления полетом (ЦУП) по измерениям этих величин штатными датчиками СУДН (при наличии таких измерений) или по оценкам углов ориентации и угловых скоростей, рассчитанных после соответствующей обработки принимаемых от бортового ретрансляционного комплекса сигналов.

При наличии измерений БОКЦ выполнялось управление по измеренным им углам крена и тангажа, а по каналу рыскания – по оценке угла, выполняемой на базе измерений кинетического момента маховиков и измерений БОКЦ. Учитывая, что БОКЦ сохраняет работоспособность на всём интервале полёта за исключением участков орбиты вблизи местной полуночи, такая коррекция ориентации периодически выполнялась во время длительных интервалов управления в режиме корректируемого прогноза (РКП).

Более надёжным режимом, ставшим в итоге основным, применявшемся постоянно за исключением интервалов коррекции орбиты, является режим корректируемого прогноза (РКП), использующий в своей работе регулярную коррекцию от сигналов земных станций спутниковой связи, размещённых в зоне обслуживания КА.

Для реализации РКП решаются следующие задачи:

- прием сигналов БРК КА;
- сканирование заданного частотного диапазона для определения уровней сигналов потребителей;
- обработка полученных значений и расчет углов ориентации КА;
- передача значений рассчитанных углов ориентации в БЦВМ для последующего формирования ею команды на маховики с целью коррекции ориентации и угловой скорости КА;
- контроль управления ориентацией КА.

В описываемом способе управления ориентацией используются:

- передающие земные станции спутниковой связи, выбираемые на основании критериев, описанных далее;
- бортовой радиотехнический комплекс КА, ретранслирующий сигналы ЗССС;
- приёмная центральная земная станция спутниковой связи (ЦЗССС), которая принимает сигналы от БРК;
- земная станция служебного канала управления (ЗС СКУ), предназначенная для получения необходимой для расчетов телеметрической информации от спутника и передачи на борт управляющих сигналов;
- программно-аппаратный комплекс, предназначенный для обработки принятых ЦЗССС сигналов, расчёта кинематических параметров КА и управляющих воздействий.

Принимаемая земной станцией служебного канала управления телеметрическая информация от спутника через автоматизированное рабочее место (АРМ) управления поступает в АРМ определения кинематических параметров спутника (АРМ КП), где она обрабатывается специально разработанным программным обеспечением. При этом выполняется фильтрация полученных сигналов, сглаживание и интерполирование/экстраполирование с заданным шагом на определенные моменты времени. Через центральную земную станцию спутниковой связи принимаются ретранслированные БРК сигналы, которые сканируются анализатором сигналов. После предварительной обработки эта информация передается в АРМ КП, где проходит дополнительную обработку (выполняется фильтрация полученных сигналов, сглаживание и интерполирование/экстраполирование с заданным шагом на определенные моменты времени), выполняется оценка кинематических параметров спутника и расчет управляющих моментов, которые должны быть реализованы маховиками с целью поддержания требуемой ориентации.

В качестве ЗССС можно использовать штатные станции потребителей радиочастотного ресурса КА, подающие на спутник сигнал. Для КА типа «Ямал» количество таких станций составляет несколько сотен. Доработка станций, изменение их характеристик при этом не требуется. Единственное требуемое условие – отсутствие автоматической регулировки мощности сигнала.

На начальном этапе выбираются передающие ЗССС потребителей частотного ресурса, расположенные как можно ближе к краю диаграммы направленности антенн БРК КА. Сигналы потребителей частотного ресурса передаются на КА для последующей их ретрансляции. В ЦУП установлена ЦЗССС, принимающая ретранслированные сигналы передающих ЗССС. Сигналы, принятые ЦЗССС, передаются в аппаратно-программный комплекс, основным элементом которого является анализатор спектра. Работая по сформированному для него заданию, АПК выбирает из всего спектра сигналов, ретранслируемых БРК, только те, которые были выбраны на подготовительном этапе и передаёт их характеристики на сервер. На сервере осуществляется окончательная обработка сигналов, их архивирование и передача величин мощности каждого выбранного сигнала для расчётов кинематических параметров на автоматизированное рабочее место, в котором производится расчет ориентации КА и управляющих моментов для парирования отклонений от штатной ориентации. Рассчитанные углы ориентации (или управляющие моменты) передаются на АРМ управления КА для передачи их на КА через земную станцию служебного канала управления.

Определение ориентации спутника выполняется по анализу изменения мощности принимаемых сигналов. Основные требования к сигналам передающих станций следующие:

- стабильность сигнала. На больших временных интервалах сигнал должен меняться несущественно при штатной ориентации спутника или его изменение предсказуемо и, следовательно, может быть описано с помощью каких-либо математических функций;
- изменение сигнала, вызванное разворотом КА, должно описываться линейной функцией (по крайней мере, при разворотах в пределах 0,5°, что достаточно, учитывая требования по точности ориентации);
- сигналы, выбираемые для оценки углов ориентации по крену, должны меняться в большей степени при развороте по крену и в меньшей степени по тангажу и рысканию. Аналогично сигналы, выбираемые для оценки угла тангажа, должны меняться в большей степени при развороте по тангажу и в меньшей степени по крену и рысканию и т.д.

Для поиска сигналов, удовлетворяющих перечисленным выше требованиям, последовательно выполнялись развороты КА по каналам крена, тангажа и рыскания.

По результатам разворотов для выбранных сигналов определяются функциональные зависимости, описывающие их изменение в зависимости от углов ориентации спутника:

$$\Delta P_i = a_{i1}\lambda_x + a_{i2}\lambda_y + a_{i3}\lambda_z, \qquad (2)$$

где:

i – номер сигнала, i = 1,…,N; N–количество используемых ЗССС, причём в процессе полёта берётся N = 20 - 30.

a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} – коэффициенты, характеризующие изменение i-го сигнала при развороте КА вокруг осей рыскания, крена, тангажа, соответственно;

λ_x, λ_y, λ_z – углы разворота спутника вокруг осей (рыскания, крена, тангажа, соответственно).

В общем случае коэффициенты a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} имеют разные значения при направлении и являются функциями углов разворота. Поэтому первый шаг решения – определение наиболее вероятного направления разворота по каждому из каналов управления. Таким образом, выполняется определение области поиска решения и определяются коэффициенты системы уравнений (2), которые, вообще говоря, являются функциями углов, но при малых углах разворота их можно считать константами.

В матричном виде система уравнений, описывающих изменение сигналов при развороте спутника, имеет вид

$$A\Lambda = \Delta P\ ,$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

$$\Lambda = (\lambda_x,\ \lambda_y,\ \lambda_z),$$

$$\Delta P = (\Delta p_1,\ \Delta p_2, \ldots \Delta p_N)^T,$$

где:

A – матрица коэффициентов системы уравнений; Λ – подлежащий определению вектор углов разворота спутника, ΔP – вектор изменения сигналов БРК, элементы которого получаются из сравнения текущего значения мощности сигнала с его эталонным значением, которое было определено в начале оценки как осреднённое значение мощности каждого сигнала при штатной ориентации спутника (значения углов ориентации близки к нулю).

Искомые углы λ_x, λ_y, λ_z определяются так, чтобы равенства (2) или (3) выполнялись с минимальной среднеквадратичной погрешностью

$$(A\Lambda - \Delta P)^T(A\Lambda - \Delta P)/N\ .$$

При решении задачи вводятся следующие ограничения:

- ориентация спутника в начале решения задачи оценки углов крена, тангажа и рыскания соответствует штатной ориентации;
- управление ориентацией строится таким образом, чтобы обеспечить величины углов менее 0,4°, что позволит оставаться в линейной части зависимости изменения мощности от углов разворота спутника и, тем самым, повысить точность развороте КА в положительном и отрицательном получаемых оценок.

При определении ориентации по сигналам БРК учитывалось орбитальное движение КА.

Описанное решение задачи управления ориентацией спутников было реализовано как в полуавтоматическом режиме, т.е. когда расчет и выдача на борт управляющих сигналов выполнялась с АРМ оператора ЦУП, так и в автоматическом режиме, когда на борт передавались рассчитанные значения параметров углового движения спутника, по которым БЦВМ рассчитывала необходимые управляющие воздействия для управления угловым движением КА. Применялся описанный способ управления только на пассивных участках полета. Во время работы двигателей коррекции используются штатные датчики ориентации. Обусловлено это, прежде всего, относительно большими интервалами времени между измерениями уровня сигналов анализаторами (10с).

V. Заключение

Эксплуатация МКС, самого крупного космического объекта в истории освоения космического пространства, потребовала решения большого количества задач, связанных с уточнением в полёте её ориентации и характеристик: массы, моментов инерции, параметров аэродинамических моментов и т.д. С этой целью на РС МКС были организованы технические эксперименты «Тензор», «Среда-МКС» и др., в рамках которых были разработаны и отрабатывались в полёте методы определения различных характеристик и параметров МКС. Данная технология использовалась затем при управлении ориентацией КА серии «Ямал-200». Использование разработанной технологии управления ориентацией КА «Ямал-202» по прогнозу углового движения позволяет продолжить его эксплуатацию и сегодня, через 20 лет полета.

Литература

[1] Бранец В.Н. К 20-летию запуска на орбиту Российских телекоммуникационных спутников связи «Ямал-200» // Космическая техника и технологии. №4 (43), 2023, С. 6-16.

[2] Космическая «Энергия» Королева. РКК «Энергия» им. С.П.Королева, Изд-во «Шанс», 2007, 432 с.

[3] Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П.Королева в первом десятилетии XXI века, РКК «Энергия» им. С.П.Королева, 2011, 832 с.

[4] Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П.Королева. На рубеже двух веков. 1996-2001.

[5] Беляев М.Ю. Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях // Машиностроение, 1984. 264 с.

[6] Беляев М.Ю. От ракеты Р-7 и первого полета человека в космос до постоянной пилотируемой орбитальной станции // Гироскопия и навигация. Том 29. №3 (114), 2021. С. 96-121.

[7] Беляев М.Ю. Об одном способе описания возмущенного движения спутника // Ученые записки ЦАГИ, N6, 1974. С.48-54.

[8] Беляев М.Ю., Семенко В.П. Об одном способе численного интегрирования дифференциальных уравнений // Космические исследования, N2, 1976, С. 300-301.

[9] Беляев М.Ю., Тян Т.Н. Применение режима гравитационной стабилизации при выполнении экспериментов // Космические исследования N2, 1984, С. 181-188.

[10] Сарычев В.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В., Тян Т.Н. Определение движения орбитальных комплексов «Салют-6» и «Салют-7» относительно центра масс в гравитационной ориентации по данным измерений // Космические исследования, т.23, вып.6, 1985.

[11] Сарычев В.А., Беляев М.Ю., Кузьмин С.П. и др. Определение движения орбитальных станций «Салют-6» и «Салют-7» относительно центра масс в режиме медленной закрутки по данным измерений // Космические исследования, 1988, т. 26, № 3, С. 390-405.

[12] Беляев М.Ю., Сарычев В.А., Сазонов В.В., Ефимов Н.И., Тян Т.Н., Шеффер Е.К., Склянкин В.А. Уточнение вращательного движения орбитальной станции «Салют-7» по показаниям звездного фотометра // Космические исследования. 1989. Т.27, вып.4, С.528-544.

[13] Belyaev M.Yu. , Efimov N.I., Sazonov V.V. Determination of the attitude of the MIR orbital complex from indications of an optical star sensor // Космические исследования. 1995. Т. 33. № 4. С. 395-402.

[14] Farrel J.L., Stuelpnagel J.C. et al. A Least Squares Estimate of Satellite Attitude // SIAM Review. 1966. V.8. № 3. P. 384-386.

[15] Голубков В.В. Определение локальной ориентации космических аппаратов // Космич. исслед. 1970. Т.8, № 6. С. 811-822.

[16] Катаргин М.Ю. Алгоритм среднеквадратичной оценки ориентации космических аппаратов и его погрешности // Космич. исслед. 1986. Т. 24, № 6. С. 826-830.

[17] Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют-6» - «Союз» - «Прогресс». М.:Наука, 1985, 375 с.

[18] Сарычев ВА., Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Зыков С.Г., Чебукова Е.Ю. Оценивание тензора инерции орбитальной станции «Мир» по данным измерений кинетического момента гиродинов // Космические исследования. 1994. Т. 32. Вып. 4-5. С. 22-42.

[19] Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Зыков С.Г. Исследование задачи оценивания тензора инерции орбитальной станции «Мир» по данным измерений кинетического момента гиродинов // Космические исследования. 1994. Т. 32, № 3, С.3-16.

[20] Беляев М.Ю., Зыков С.Г., Манжелей А.И., Рулев Д.Н., Стажков В.М., Тесленко В.П. Математическое обеспечение автоматизированного планирования исследований на орбитальном комплексе «Мир» // Космические исследования, т.27, вып.1, 1989. С.126-134.

[21] Ryumin V.V., Belyaev M.Yu. Problems of control arised during the implementation of scientific research program onboard the multipurpose orbital station // Acta Astronautica. Vol. 15. September. 1987, pp. 739-746.

[22] Банит Ю.Р., Беляев М.Ю., Добринская Т.А. и др. Определение тензора инерции Международной космической станции по телеметрической информации. Космические исследования, 2005. Т. 43, №2. С. 135-146.

[23] Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Беляев М.Ю., Банит Ю.Р., Платонов В.Н., Сазонов В.В. Исследование возможности управления КА «Ямал-200» с использованием математической модели движения. Труды XIV Международной конференции по интегрированным навигационным системам. С.-Петербург, 2007, С. 196-203.

[24] Банит Ю.Р. Способ управления ориентацией космического аппарата, снабженного бортовым ретрансляционным комплексом. Патент на изобретение №2761363, заявка №2021106683, приоритет изобретения 15.03.2021г., дата государственной регистрации 07.12.2021, срок действия исключительного права на изобретение истекает 15.03.2041г. Страна – Россия.

[25] Севастьянов Д.Н., Банит Ю.Р., Беляев М.Ю. Уточнение динамических характеристик космических аппаратов в экспериментах на МКС и применение данной технологии при управлении полетом КА «Ямал-200» // Космическая техника и технологии. № 4 (43), 2023, С. 100-114.

Управление наведением группы квадрокоптеров на движущуюся цель

А.М. Попов
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0002-0732-9111

Д.Г. Кострыгин
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0002-5256-5180

В.Ю. Емельянов
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия

А.А. Шевчик
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0002-6223-0261

***Аннотация*—Настоящая работа посвящена проблеме управления группой квадрокоптеров при наведении на маневрирующую цель. При решении задачи был использован метод пропорционального наведения в 3D квадрокоптера-лидера. Остальные квадрокоптеры группы наводятся на цель на основе информации о траектории движения лидера на цель. Для реализации алгоритма группового наведения используется алгоритм/протокол консенсуса.**

Ключевые слова — группировка квадрокоптеров; пропорциональное наведение; консенсус; управление формацией

I. Введение

Стремительное развитие технологий беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) и алгоритмов управления ими способствует расширению областей их применения. К одной из сложившихся тенденций можно отнести повышение автономности аппаратов. При решении все большего числа задач используют БПЛА, которые не нуждаются в управлении человеком и способны вырабатывать управляющие сигналы на основании информации об окружающей действительности. Другая тенденция – использование групп автономных БПЛА, в том числе квадрокоптеров. Возрастающая из-за необходимости согласованного поведения аппаратов (агентов) сложность реализации управления компенсируется эффективностью решения поставленных задач. Трудной с научно-технической точки зрения является процесс приведения группы автономных БПЛА к подвижной целевой точке, когда траектория движения агентов заранее неизвестна и определяется движением цели. Успешное решение такой задачи может быть полезно при реализации посадки группы квадрокоптеров на перемещающуюся платформу, при доставке грузов и при сопровождении каких-либо объектов.

Цель настоящей работы – разработать алгоритм наведения группы квадрокоптеров на движущуюся цель.

В работе рассматривается ситуация, когда активные средства наведения на цель имеет только один или несколько БПЛА (лидеры), а остальные наводятся, получая информацию о траектории движения лидера и двигаясь вдоль этой траектории, сохраняя некую заданную конфигурацию, возможно переменную во времени (рой).

Для решения подобной задачи надо рассмотреть и решить следующие подзадачи: алгоритм управления отдельным БПЛА, алгоритм управления группой БПЛА (мультиагентное управление) и алгоритм наведения на цель БПЛА – лидера.

Работа выполнена в организации БГТУ «ВОЕНМЕХ» при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZWF-2024-0002).

II. Разработка алгоритма

A. Алгоритм наведения лидера

Для математического описания задачи наведения одиночного БПЛА в трехмерном пространстве в настоящей работе используется кинематическая модель 5-го порядка [1]:

$$\begin{aligned}
&\dot{R} = -V\cos\theta_M\cos\phi_M,\\
&\dot{\lambda}_y = \frac{V}{R}\sin\theta_M,\\
&\dot{\lambda}_z = -\frac{V}{R}\cos\theta_M\sin\phi_M,\\
&\dot{\theta}_M = \frac{a_z}{V} + \frac{V}{R}\cos\theta_M\sin^2\phi_M\tan\theta_L + \frac{V}{R}\sin\theta_M\cos\phi_M,\\
&\dot{\phi}_M = \frac{a_y}{V\cos\theta_M} - \frac{V}{R}\sin\theta_M\sin\phi_M\cos\phi_M\tan\theta_L +\\
&\quad + \frac{V}{R\cos\theta_M}\sin^2\theta_M\sin\phi_M + \frac{V}{R}\cos\theta_M\sin\phi_M,
\end{aligned} \quad (1)$$

где V – вектор скорости БПЛА, R – расстояние от БПЛА до цели вдоль линии визирования, θ_L и ϕ_L – углы наклона линии визирования в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно, σ – угол между вектором скорости БПЛА и линией визирования, θ_M и ϕ_M – углы отклонения вектора скорости от линии визирования в двух перпендикулярных плоскостях, $\dot{\lambda}_y$, $\dot{\lambda}_z$ – компоненты скорости вращения линии визирования; a_y, a_z – ускорения БПЛА в скоростной системе координат,

выступающие в качестве сигналов управления. На рис.1 показаны системы координат.

Базовый закон чистого пропорционального наведения PPN [2] для наведения в 3D имеет вид [1]:

$$a_y = -NV\dot{\lambda}_y \sin\theta_M \sin\phi_M + NV\dot{\lambda}_z \cos\theta_M,$$
$$a_z = -NV\dot{\lambda}_z \cos\phi_M, \quad (2)$$

где N – навигационная постоянная.

В настоящей работе предлагается использовать модифицированный вариант закона наведения [3]:

$$a_y = -(1+\frac{N_m}{\cos\theta_M \cos\phi_M})V\dot{\lambda}_y \sin\theta_M \sin\phi_M +$$
$$+ (1+\frac{N_m}{\cos\theta_M \cos\phi_M})V\dot{\lambda}_z \cos\theta_M, \quad (2)$$
$$a_z = -(1+\frac{N_m}{\cos\theta_M \cos\phi_M})V\dot{\lambda}_y \cos\phi_M,$$

где N_m – навигационная постоянная.

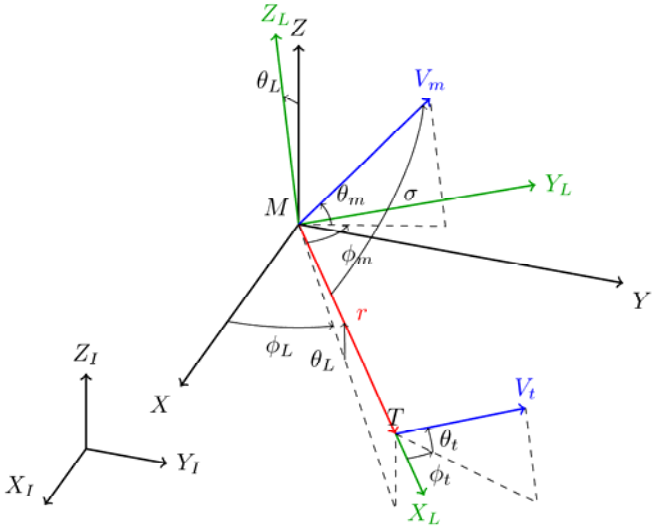


Рис. 1. Системы координат

В работе [4] для системы (1)-(3) получена оценка времени достижения цели:

$$t_{go}(t) = \frac{R}{V}\left[1+\frac{\sin^2\sigma}{2(2N-1)}\right], \quad (3)$$

где угол σ определяется так $\cos\sigma = \cos\theta_M \cos\phi_M$.

B. Алгоритм управления квадрокоптером

Рассматривается модель квадрокоптера в системе координат NED [5], показанная на рисунке 2. Уравнения движения квадрокоптера в пространстве SE(3) имеют вид [6]:

$$\dot{x} = v,$$
$$m\dot{v} = mge_3 - fRe_3,$$
$$\dot{R} = R\hat{\Omega}, \quad (5)$$
$$J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = M,$$

где $x \in \mathbb{R}^3$ – вектор положения, $R \in SO(3)$ -матрица направляющих косинусов, $\Omega \in \mathbb{R}^3$ - угловые скорости, m – масса БПЛА, $J \in \mathbb{R}^{3\times3}$ - матрица инерции, $f \in \mathbb{R}$ - сила тяги, $M \in \mathbb{R}^3$ - вектор управляющих моментов. Аэродинамическое сопротивление винтов и корпуса БПЛА [7-8] не учитывается.

Для управления движением БПЛА (5) вдоль заданной траектории $x_d(t) \in \mathbb{R}^3$ используется алгоритм геометрического управления из работы [6]:

$$f = \left(k_x e_x + k_v e_v + k_i \mathrm{sat}_\sigma(e_i) + mge_3 - m\ddot{x}_d\right)\cdot Re_3,$$
$$M = -k_R e_R - k_\Omega e_\Omega +$$
$$+\left(R^T R_c \Omega_c\right)^\wedge JR^T R_c \Omega_c + JR^T R_c \dot{\Omega}_c, \quad (6)$$

где $e_x = x - x_d$, $e_v = v - \dot{x}_d$, $e_i = \int_0^t e_v(\tau) + c_1 e_x(\tau)d\tau$,

$e_R = \frac{1}{2}\left(R_c^T R - R^T R_c\right)^\vee$, $e_\Omega = \Omega - R^T R_c \Omega_c$ уравнения ошибок.

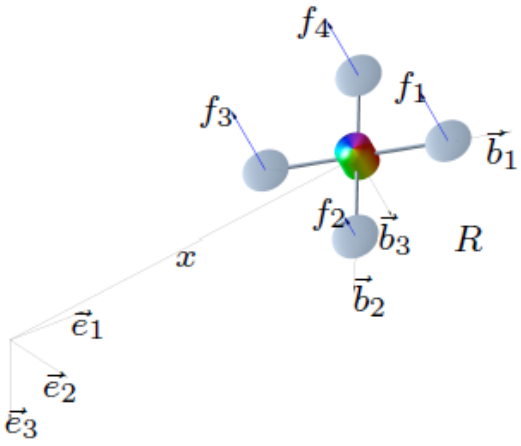


Рис. 2. Модель квадрокоптера

C. Мультиагентное управление на основе алгоритма консенсуса

Граф G можно представить как некую пару (V, E), где $V = 1,2,...,n$ – множество узлов графа, а $E \in V \times V$ – набор его ребер. Причем каждое ребро показывает, как между собой связана пара различных узлов. Например, ребро (i,j) может показывать способность узла j получать информацию от узла i. Пусть граф G содержит n узлов. Матрица смежности $A = \left[a_{ij}\right] \in \mathbb{R}^{N\times N}$ определяется как: $a_{ii} = 0$, $a_{ij} = 1$, если $(v_j, v_i) \in E$, иначе $a_{ij} = 0$. В задачах лидер-последователи [9] матрица смежности формируется в виде: $A = \left[a_{ij}\right] \in \mathbb{R}^{N+1\times N+1}$, где лидер является $n+1$ узлом. При этом строка $n+1$ нулевая, поскольку лидер не получает информацию от других узлов, а в столбце $n+1$ единицы стоят только в тех строках, узлы которых получают информацию от лидера. Пример информационного ориентированного графа приведен на рисунке 3. Здесь узлы 1-4 соответствуют агентам последователям, а узел 5 – лидер.

Пусть $\xi_i \in \mathbb{R}^3$ содержит информацию о положении i-го агента. Для агентов с динамикой первого порядка в задаче слежения за траекторией лидера $\xi^r \in \mathbb{R}^3$ фундаментальный алгоритм консенсуса [9]:

$$u_i = \rho_1 \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left[\dot{\xi}_j - \gamma \left(\xi_i - \xi_j \right) \right] + \rho_0 a_{i(n+1)} \left[\dot{\xi}^r - \gamma \left(\xi_i - \xi^r \right) \right], \quad i = 1, \ldots, n, \tag{7}$$

где $\rho_0 > 0, \rho_1 > 0, \gamma > 0$ коэффициенты алгоритма. Консенсус достигается асимптотически среди всех агентов, если для любых $\xi_i(0)$ верно, что $\left\| \xi_i(t) - \xi_j(t) \right\| \to 0$, для всех $i \neq j$ при $t \to \infty$. Для решения задачи управления формацией агентов вводятся заданные смещения $\delta_i(t)$ положения i-го агента от заданной траектории лидера $\xi^r(t)$. Тогда траектории движения агентов $\xi_i(t)$ в (7) заменяются на:

$$\eta_i(t) = \xi_i(t) - \delta_i(t). \tag{8}$$

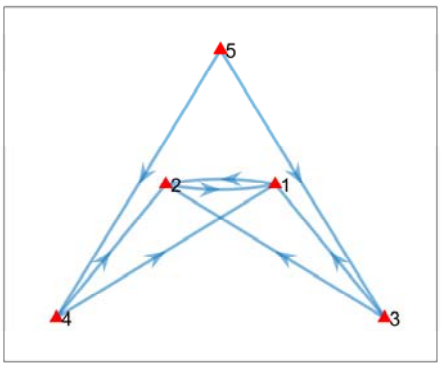


Рис. 3. Информационный граф

D. Алгоритм управления группой квадрокоптеров

Для наведения группы квадрокоптеров на цель в работе предложен подход на основе мультиагентного управления в виде управления формацией по схеме лидер-последователи. Лидер наводится на цель независимо, используя алгоритм наведения (1), (3) и передает информацию о своей траектории всем или части последователей в соответствии с некоторым известным информационным графом. Изначально квадрокоптеры имеют некое положение относительно лидера определяемое смещениями $\delta_{0i}, i = 1, \ldots, n.$

Также задано конечное положение каждого квадрокоптера в момент попадания в цель δ_{fi}. Текущее отклонение $\delta_i(t)$ от траектории лидера, необходимое для алгоритма консенсуса (7)-(8), может быть вычислено с использованием выражения (4) для времени достижения цели:

$$\delta_i(t) = \delta_{fi} + \tau \delta_{0i}, \quad \tau = \frac{t_{go}(t)}{t_{go}(t) + t}. \tag{9}$$

Далее выражения (7)-(8) используются для вычисления ошибок $e_x(t), e_v(t)$ в законе управления одиночным квадрокоптером.

III. Моделирование

Для подтверждения работоспособности разработанного алгоритма управления было проведено моделирование в среде MATLAB/Simulink.

Была рассмотрена задача наведения пяти квадрокоптеров – лидер и четыре последователя. Информационный граф показан на рисунке 3. Начальные позиции: лидер [0; 0; 500] m; последователи по координате x [240, -197, 470, -426] m, по координате y [1165, 404, 1550, 12] m, по координате z [725, 725, 500, 500] m. Начальные скорости 10 m/c.

Формация последователей относительно лидера в конечной точке наведения: δ_{f1} = [0; 1; 0.5] m, δ_{f2} = [0; -1; 0.5] m, δ_{f3} = [0; 2; 0] m, δ_{f4} = [0; -2; 0] m.

Скорость лидера при наведении 30 m/c. Навигационная константа $N_m = 3.5.$

Начальная позиция цели: [500; 0; 0]. Скорость цели 20 m/c, ускорение цели 0.5 m/c^2 - движение по окружности. Коэффициенты алгоритма консенсуса: $\rho_0 = 100, \rho_1 = 50, \gamma = 1.$

Результаты расчетов приведены на рисунках 4-5.

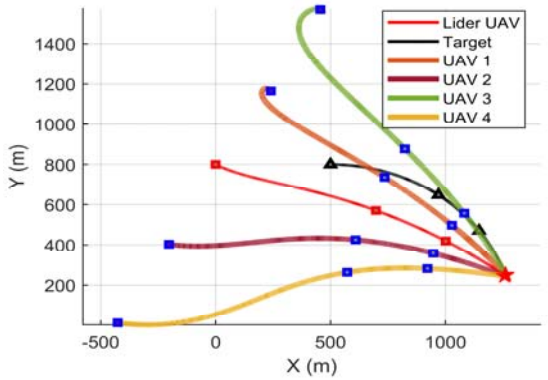


Рис. 4. Результаты наведения в плоскости X-Y

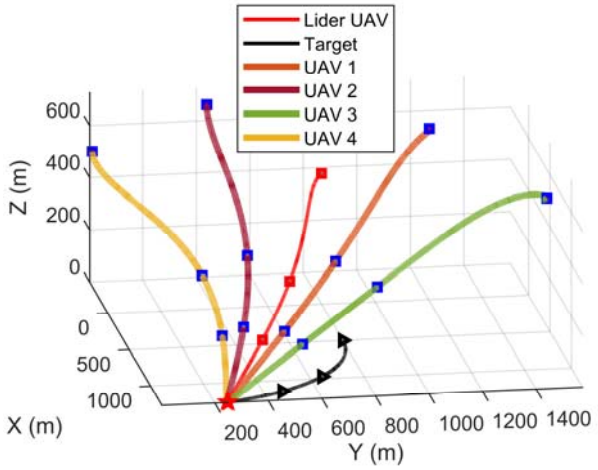


Рис. 5. Результаты наведения в 3D

IV. Заключение

В настоящей работе разработан алгоритм наведения группы квадрокоптеров на цель на основе метода пропорционального наведения лидера в 3D и алгоритма консенсуса для управления формацией. Компьютерное моделирование полученного алгоритма показало эффективность предложенного подхода при маневрирующей цели.

Литература

[1] Seong-Ho Song and In-Joong Ha, A Lyapunov-like approach to performance analysis of 3-dimensional pure PNG laws, in IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 30, no. 1, pp. 238-248, Jan. 1994, doi: 10.1109/7.250424.

[2] P. Zarchan, Tactical and strategic missile guidance. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. doi: 10.2514/4.868948.

[3] A. M. Popov, D. G. Kostrygin, P. V. Krashanin and A. A. Shevchik, "Development of Algorithm for Guiding the Swarm of Unmanned Aerial Vehicles," 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815370.

[4] Shaoming He and Defu Lin. Three-Dimensional Optimal Impact Time Guidance for Antiship Missiles. Journal of Guidance, Control, and Dynamics 2019 42:4, 941-948

[5] Beard, R.W.; McLain, T.W. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice; Princeton University Press: Princeton, NJ, USA, 2012.

[6] F. Goodarzi, D. Lee and T. Lee, "Geometric nonlinear PID control of a quadrotor UAV on SE(3)," 2013 European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland, 2013, pp. 3845-3850, doi: 10.23919/ECC.2013.6669644.

[7] M. Faessler, A. Franchi and D. Scaramuzza, "Differential Flatness of Quadrotor Dynamics Subject to Rotor Drag for Accurate Tracking of High-Speed Trajectories," in IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 3, no. 2, pp. 620-626, 2018, doi:10.1109/LRA.2017.2776353.

[8] Andrievsky, B.; Kuznetsov, N.; Popov, A. Algorithms for aerodynamic control of relative motion two satellites in a near circular orbit. Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia 2020, pp. 28–58. (In Russian).

[9] Ren, W.; Beard, R.W. Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control; Springer: London, UK, 2008.

Подход к построению отказоустойчивой системы управления угловым движением малоразмерного космического аппарата, основанной на реконфигурации структуры алгоритмического обеспечения

Белоконов И.В.
Самарский университет,
Самара, Россия
belokonov.iv@ssau.ru

Елисов Н.А.
Самарский университет,
Самара, Россия
mr07th@gmail.com

Крамлих А.В.
Самарский университет
Самара, Россия
kramlikh.av@ssau.ru

Ломака И.А.
Самарский университет
Самара, Россия
igorlomaka63@gmail.com

Николаев П.Н.
Самарский университет
Самара, Россия
nikolaev.pn@ssau.ru

Аннотация — В работе рассматривается подход построения отказоустойчивой системы управления угловым движением малоразмерного космического аппарата (МКА), основанный на реконфигурации структуры алгоритмического обеспечения. Решение проблемы декомпозируется на следующие задачи: задача детектирования отказов измерительных средств по прогнозным значениям измерений, которые рассчитываются на основе адаптивных бортовых моделей движения; задача построения отказоустойчивой обратной связи и «прямой» цепи системы управления угловым движением МКА.

Keywords — малоразмерный космический аппарат, угловое движение, система управления, отказоустойчивость, декретирование отказа, определение ориентации.

I. Введение

В настоящее время наблюдается тенденция по активному использованию малоразмерных космических аппаратов (МКА) и их группировок для решения различного рода фундаментальных и прикладных задач. Для решения большинства целевых задач необходимо обеспечить требуемое угловое положение МКА и знание его пространственной ориентации.

При создании бортовых систем управления МКА, одной из наиболее актуальных проблем является возможное возникновение отказов отдельных элементов контура управления, приводящих в большинстве случаев к прекращению выполнения целевых задач. Для МКА это проблема усугубляется тем, что элементы бортовых систем создаются из индустриальных комплектующих, а также отсутствием у разработчиков возможности провести весь комплекс наземных испытаний, в том числе на радиационную стойкость. Важность обеспечения парирования последствий возникновения отказов при сохранении способности МКА решать целевую задачу, пусть с пониженным качеством, особенно актуальна в настоящее время в связи с повышением требований к сроку активного существования МКА.

Средством обеспечения отказоустойчивости систем служит введение в них различных видов избыточности: аппаратурной, информационной, программной, временной и др. Традиционным подходом является введение аппаратурной избыточности или иначе – резервирования. Однако вследствие этого возрастает масса и габариты космического аппарата, что ограничивает применимость этого подхода к МКА. Поэтому существенный вклад в решение задачи повышения отказоустойчивости может внести разработка специальных программно-алгоритмических подходов.

В работе ппредложен подход к построению системы детектирования отказов измерительных средств по использованию прогнозных значений измерений, которые рассчитываются по адаптивным бортовым моделям движения. Такой подход повышает нагрузку на бортовые вычислительные средства МКА, однако, позволяет предотвратить возможность использования недостоверных измерительных данных.

Задача построения отказоустойчивой системы управления угловым движением МКА разделена на две задачи:

- построение отказоустойчивой обратной связи системы управления угловым движением МКА – задача определения ориентации МКА при отказе одного или нескольких измерительных средств;
- построение отказоустойчивой «прямой» цепи системы управления угловым движением МКА – задача формирования управления в случае отказов отдельных исполнительных устройств.

Для решения задачи определения ориентации МКА предполагается, что используется информация от

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/

следующих измерительных средств: магнитометры, датчики угловых скоростей (ДУС), датчики освещённости (ДО), навигационный приёмник (информация о геометрической видимости навигационных космических аппаратов (НКА)). Решение задачи определения ориентации МКА базируется на различных алгоритмах, включающих как алгоритмы по одномоментным измерениям [1–14], так и алгоритмы на основе фильтра Калмана [15–23]. Описывается механизм выбора того или иного алгоритма исходя из анализа доступности измерительной информации.

Для решения задачи управления угловым движением МКА при отказе одного или двух каналов управления используется подход, базирующийся на представлении управления в виде чётных рядов Фурье [24, 25]. При таком подходе задача поиска управления сводится к задаче многопараметрической оптимизации, которая решается с использованием алгоритма дифференциальной эволюции [26]. Такой подход позволит перераспределить текущие ресурсы МКА в направлении использования исправных органов управления для создания необходимых управляющих моментов, обеспечивающих требуемое качество переходных процессов.

II. ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ОТКАЗОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СРЕДСТВ

A. Математические модели движения МКА

Движение центра масс МКА в абсолютной геоцентрической системе координат (АГСК) описывается уравнениями:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{f}_{J2} + \mathbf{f}_A, \qquad (1)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор МКА; μ – гравитационный параметр Земли; $\mathbf{f}_{J2}, \mathbf{f}_A$ – ускорения от действующих внешних сил, обусловленных сжатием Земли и аэродинамическим торможением, соответственно.

Угловое движение МКА с помощью нормированного кватерниона $\mathbf{q}$ описывается кинематическими уравнениями [27]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\mathbf{\Omega}\mathbf{q}, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^{bo} + \boldsymbol{\omega}^{oa}$ – вектор абсолютной угловой скорости; $\boldsymbol{\omega}^{bo} = (\omega_x^{bo}, \omega_y^{bo}, \omega_z^{bo})^{\mathrm{T}}$ – вектор угловой скорости МКА относительно орбитальной системы координат (ОСК); $\boldsymbol{\omega}^{oa} = \left(0, \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}, 0\right)^{\mathrm{T}}$ – угловая скорость ОСК относительно АГСК; $\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x^{bo} & -\omega_y^{bo} & -\omega_z^{bo} \\ \omega_x^{bo} & 0 & \omega_z^{bo} & -\omega_y^{bo} \\ \omega_y^{bo} & -\omega_z^{bo} & 0 & \omega_x^{bo} \\ \omega_z^{bo} & \omega_y^{bo} & -\omega_x^{bo} & 0 \end{bmatrix}$ – кососимметричная матрица.

Динамические уравнения Эйлера:

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M_a} + \mathbf{M_{гр}} + \mathbf{U}, \qquad (3)$$

где $\mathbf{I} = diag(I_x, I_y, I_z)$ – тензор главных моментов инерции МКА; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^{\mathrm{T}}$ – вектор абсолютной угловой скорости МКА; $\mathbf{M_a} = \rho\, C_D\, S\left[\mathbf{d} \times \mathbf{V}^b\right]\left|\mathbf{V}^b\right|$ – вектор аэродинамического момента; $\mathbf{M_{гр}} = \frac{3\mu}{r^3}\left(\boldsymbol{\eta}^b \times \mathbf{I}\boldsymbol{\eta}^b\right)$ – вектор гравитационного момента; $\mathbf{U} = (u_x, u_y, u_z)^{\mathrm{T}}$ – вектор управляющего момента; $\boldsymbol{\eta}^b$ – вектор местной вертикали в связанной системе координат (ССК); ρ – плотность атмосферы на высоте МКА; C_D – коэффициент лобового сопротивления; S – площадь миделевого сечения; $\mathbf{d}$ – вектор, проведённый из центра масс в центр давления; $\boldsymbol{V}^b$ – вектор орбитальной скорости в проекциях на оси ССК.

B. Математические модели измерений

Обобщённую математическую модель векторного измерителя (магнитометр, ДО, построитель местной вертикали и т.д.) можно записать в виде:

$$\mathbf{C}_{\nu}(t) = \mathbf{v}_{\text{изм}}(t) = \mathbf{R}(t)\mathbf{v}_{\text{орб}}(t) + \mathbf{w}_{\nu}(\sigma_{\nu}, t), \qquad (4)$$

где $\mathbf{R}(t)$ – матрица перехода из ОСК в ССК; $\mathbf{v}_{\text{орб}}(t)$ – измеряемый вектор в ОСК, рассчитанный по соответствующей модели (модель вектора напряжённости магнитного поля Земли, модель вектора направления на Солнце, модель вектора направления на местную вертикаль); $\mathbf{w}_{\nu}(\sigma_{\nu}, t)$ – шум измерений; σ_{ν} – среднеквадратическое отклонение.

Математическая модель измерений датчика угловой скорости запишется в виде:

$$\mathbf{C}_{\omega}(t) = \boldsymbol{\omega}_{\text{изм}}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{w}_{\omega}(\sigma_{\omega}, t), \qquad (5)$$

где $\mathbf{w}_{\omega}(\sigma_{\omega}, t)$ – шум измерений; σ_{ω} – среднеквадратическое отклонение.

C. Методика детектирования отказов измерительных средств

Методика детектирования отказов измерительных средств включает в себя следующие этапы:

1) Идентификация параметров МКА по обработке измерений, выполненных на предыдущем этапе полёта [28, 29]. Этап выполняется если МКА имеет трансформируемые элементы или двигательную установку.

2) Прогнозирование параметров движения центра масс МКА по соотношениям (1) и углового движения МКА по соотношениям (2)-(3) на требуемый момент времени.

3) Расчёт в ОСК вектора измерений по соответствующим моделям (в дальнейшем он называется вектором модельных измерений)

4) Пересчёт вектора модельного измерения из ОСК в ССК по соотношению (4). Вычисление модельных значений измерений ДУС по (5) с использованием уравнений (2)-(3). Назовём вектор модельного измерения в ССК – расчётным измерением.

5) Вычисление величины (δ) как разницы между расчётным и измеренным значениями. Если δ не превышает значение δ_{lim}, то измерения используются в контуре управления. В противном случае измерение не используется и происходит реконфигурация алгоритма определения ориентации МКА.

Величина δ_{lim} задаётся для каждого типа измерений с учётом величины их шума по результатам наземных испытаний (наземной калибровки) или определятся в полёта, а в случае невозможности проведения наземных испытаний используются номинальные (паспортные) значения.

III. ПОСТРОЕНИЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МКА

Задача определения ориентации МКА на его борту решается с использованием набора алгоритмов как по одномоментным измерениям [1-14], так и на основе фильтра Калмана [15-23].

Выбор алгоритма определения ориентации МКА осуществляется по результатам выполнения пункта 6 методики. В штатном случае функционирования МКА принимается, что задача определения ориентации решается в два этапа [18]: на первом этапе измерения магнитометра и ДО используются в алгоритме QUEST, выходом которого является нормированный кватернион, который в свою очередь является априорной информацией для начала работы фильтра Калмана. Фильтр Калмана использует измерения магнитометра и ДУС.

Для случая отказа ДУС схема остаётся эквивалентной штатному режиму, за исключением того, что фильтр Калмана использует только измерения магнитометра.

Для случая отказа ДО в алгоритме QUEST к магнитометрическим измерениям добавляется информация о геометрической видимости НКА, далее по схеме штатного функционирования.

В случае отказа магнитометра в алгоритме QUEST используется информация от ДО и о геометрической видимости НКА, фильтр Калмана работает только по показаниям ДУС.

В случае отказа магнитометров и ДУС задача определения ориентации решается на интервале времени работы навигационного приёмника (непрерывная работа навигационного приёмника не рассматривается) алгоритмами, использующими информацию о геометрической видимости НКА [30].

В случае наличия на борту МКУ хотя бы одного штатно функционирующего векторного измерителя задача определения ориентации МКА может быть решена по обработке накопленной выборки измерений [31, 32].

IV. ПОСТРОЕНИЕ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ «ПРЯМОЙ» ЦЕПИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ МКА

Для решения терминальной задачи номинального управления угловым движением МКА при отказе одного или двух каналов управления используется численный подход, базирующийся на представлении управления в виде чётных рядов Фурье [24, 25]. При таком подходе задача поиска управления сводится к задаче многопараметрической оптимизации, которая решается с использованием алгоритма дифференциальной эволюции [26].

Терминальная задача управления угловым движением МКА формулируется следующим образом: МКА, угловое движение которого описывается уравнениями (2)-(3), необходимо перевести из некоторого произвольного начального положения:

$$\mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0, \quad \boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}_0 \qquad (6а)$$

в требуемое конечное положение

$$\mathbf{q}(t_к) = \mathbf{q}_к, \quad \boldsymbol{\omega}(t_к) = \boldsymbol{\omega}_к \qquad (6б)$$

за фиксированный интервал времени $t_к$.

Задача переориентации МКА с отказавшим каналом управления решается с использованием следующей структуры управления (для каждого из неотказавших каналов):

$$U(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{8} A_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T} + \theta_n\right), \qquad (7)$$

где A_0, A_n, θ_n – неизвестные параметры, подлежавшие определению.

Для отыскания 34 (в случае отказа одного канала) или 17 (в случае отказа двух каналов) неизвестных параметров A_0, A_n, θ_n был использован алгоритм дифференциальной эволюции [26].

Задача отыскания неизвестных коэффициентов A_0, A_n, θ_n управления (7) сводится к задаче минимизации целевой функции вида:

$$f(\mathbf{b}, t_к) = \arccos\left[\frac{1}{2}\left(\text{trace}\left(\mathbf{R}^{\text{T}}(\mathbf{q}(t_к))\mathbf{R}\left(\mathbf{q}_к^{\text{факт}}\right)\right) - 1\right)\right] + + t_к \left|\boldsymbol{\omega}_к - \boldsymbol{\omega}(t_к)\right|,$$

где $\boldsymbol{b} = (A_0, A_n, \theta_n)^{\text{T}}$ – вектор оцениваемых параметров; $\mathbf{R}^{\text{T}}(\mathbf{q}(t_к))$ – матрица перехода из ОСК в ССК вычисленная по требуемому нормированному кватерниону (6б); $\mathbf{R}\left(\mathbf{q}_к^{\text{факт}}\right)$ – матрица перехода из ОСК в ССК вычисленная по фактическому нормированному кватерниону.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен подход к построению отказоустойчивой системы управления угловым движением малоразмерного космического аппарата (МКА), основанной на реконфигурации структуры алгоритмического обеспечения. Предложена методика детектирования отказов измерительных средств, использующая адаптивные бортовые модели движения для прогнозирования измерений. Такой подход позволяет отказаться от использования аналитического резервирования измерений, т.е. не реализовывать на борту алгоритмы синтеза наблюдателей состояния нелинейной системы (для нелинейных систем проблема

построения наблюдателей состояния в общем случае не решена).

Отказоустойчивость обратной связи обеспечивается реконфигурацией алгоритмического обеспечения в зависимости от имеющихся измерений. Отказоустойчивость «прямой цепи» обеспечивается путём представления структуры управления в виде чётных рядов Фурье и последующим сведением её к решению задачи поиска коэффициентов управления. Такой подход позволяет перераспределить управление на исправные органы управления с целью создания необходимых управляющих моментов и сохранения приемлемого качества управления.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

[1] F. L. Markley and J. L. Crassidis, Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. New York, NY: Springer New York, 2014.

[2] J. R. Wertz, ed., Spacecraft Attitude Determination and Control, Vol. 73 of Astrophysics and Space Science Library. Dordrecht: Springer Netherlands, 1978.

[3] L. Markley, “Attitude determination using two vector measurements”. In NASA Conference Publication; NASA: Washington, DC,USA, 1999; pp. 39-52.

[4] I. Y. Bar-Itzhack, and R. R. Harman, “Optimized TRIAD Algorithm for Attitude Determination,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 1, January-February 1997, pp. 208-211.

[5] M. D. Shuster, “The optimization of TRIAD”. The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 55, No 2, April – June 2007, pp. 245–257.

[6] H. D. Black, “A Passive System for Determining the Attitude of a Satellite,” AIAA Journal, Vol. 2, July 1964, pp. 1350–1351.

[7] F. L. Markley, and M. Mortari, “Quaternion Attitude Estimation Using Vector Measurements, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 48, Nos. 2 and 3, April–September 2000, pp. 359–380.

[8] D. Mortari, “EULER-2 and EULER-n Algorithms for Attitude Determination from Vector Observations,” Space Technology, Vol. 16, Nos. 5–6, 1996, pp. 317–321.

[9] D. Choukroun, I. Y. Bar-Itzhack and Y. Oshman, ‘Optimal-REQUEST Algorithm for Attitude Determination’, May 2004 Journal of Guidance, Control, and Dynamics 27(3), pp. 418-425.

[10] D. Mortari, ‘ESOQ: A Closed-Form Solution to the Wahba Problem’’, Journal of Astronautical Sciences. 1997, vol. 45, pp. 195–205.

[11] D. Mortari, “ESOQ□2 Single□Point Algorithm for Fast Optimal Spacecraft Attitude Determination”, Am. Soc. Mech. Eng. 1997, vol. 95, pp. 817–826.

[12] A. V. Kramlikh, M. E. Melnik, and P. N. Nikolaev, “Attitude determination and stabilization algorithms of the samsat-218D nanosatellite”, 23rd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2016 - Proceedings. — 2016. – P. 366-372.

[13] F. L. Markley, “Attitude Determination Using Vector Observations: a Fast Optimal Matrix Algorithm”. Jouranl of Astronaut Sci., 1993, vol. 41(2), pp. 261−280.

[14] D Cilden-Guler, E. S. Conguroglu, and C. Hajiyev, “Single-Frame Attitude Determination Methods for Nanosatellites”. Metrology and Measurement Systems, 2017, vol. 24, pp.313–324.

[15] E. J. Lefferts, F. L. Markley, and M. D. Shuster. “Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation.” Journal of Guidance Control and Dynamics 5 (1982), pp. 417-429.

[16] F. L. Markley, “Attitude Error Representations for Kalman Filtering”. Journal of Guidance Control and Dynamics, vol. 26(2), pp. 311-317.

[17] J. D. Searcy, and H. J. Pernicka, “Magnetometer-Only Attitude Determination Using Novel Two-Step Kalman Filter Approach”. J. Guid. Control Dyn. 2012, vol. 35, pp. 1639–1701.

[18] A. V. Kramlikh, P. N. Nikolaev, and D. V. Rylko “Onboard Two-Step Attitude Determination Algorithm for a SamSat-ION Nanosatellite”, Gyroscopy and Navigation, 2023, vol. 14. Issue 2. № 2., pp. 138-153.

[19] D. Cilden-Guler, and C. Hajiyev, “SVD-Aided EKF for Nanosatellite Attitude Estimation Based on Kinematic and Dynamic Relations”. Gyroscopy and Navigation, 2023, vol. 14, pp. 366–379.

[20] M. Ovchinnikov, and D. Ivanov, “Approach to study satellite attitude determination algorithms”. Acta Astronaut., 2014, vol. 98, pp. 133-137.

[21] K. Xiong, T. Liang, and L. Yongjun, “Multiple model Kalman filter for attitude determination of precision pointing spacecraft”. Acta Astronaut., 2011, vol. 68, pp. 843-852.

[22] J. L. Crassidis, and F. L. Markley, “Unscented filtering for spacecraft attitude estimation”. J. Guid. Contr. Dynam, vol. 26(4), pp. 536-542.

[23] M. D. Pham, K. S. Low, S. T. Goh, and S. Chen, “Gain-scheduled extended Kalman filter for nanosatellite attitude determination system,” IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 51, no. 2, pp. 1017–1028.

[24] N. A. Elisov, A. V. Kramlikh, I. A. Lomaka, and D. P. Avariaskin, “An attitude control by the functional series in the problem of nanosatellite reorientation”, Aerospace Science and Technology, 2023, vol. 132.

[25] N. A. Elisov, A. V. Kramlikh, and I. A. Lomaka, “Synthesis of Nominal Reorientation Trajectories of a Small Satellite in Case of Failure of One Actuator”. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie, 2023., vol. 24. Issue 11., pp. 608-615.

[26] R. Storn, and K. Price, “Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces”. Journal of Global Optimization, 1997, no. 11, pp. 341-359.

[27] В. Н. Бранец, И. П. Шмыглевский Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

[28] I. V. Belokonov, and I. A. Lomaka, “Investigation of the possibility of determining the inertial characteristics and the angular velocity vector of chaotically rotating space debris object using a nanosatellite”. 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2018 - Proceedings.

[29] I. V. Belokonov, and I. A. Lomaka, “In-flight calibration of nanosatellites inertia tensor: The algorithm and requirements for on-board sensors”. Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC. — 2018. — Vol. 2018-October.

[30] И.В. Белоконов, А.В. Крамлих Методика восстановления ориентации космического аппарата при комплексировании магнитометрических и радионавигационных измерений // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва. 2007. № 1 (12). С. 22-30.

[31] I. V. Belokonov, A. V. Kramlikh, I. A. Lomaka, and P. N. Nikolaev, “Reconstruction of a Spacecraft’s Attitude Motion Using the Data on the Current Collected from Solar Panels”. Journal of Computer and Systems Sciences International 2019. – Vol. 58. Issue 2., pp. 286-296.

[32] I. V. Belokonov, and I. A. Lomaka “Postflight Recovery of the Rotational Motion of a Small Space Vehicle from Solar Sensor Information”. Journal of Computer and Systems Sciences International 2023. – Vol. 62. Issue 2. № 2., pp. 214-224.

Активная аэродинамическая стабилизация углового движения низкоорбитального малоразмерного космического аппарата

Н.А. Елисов
Самарский университет
Самара, Россия
Институт космических исследований РАН,
Москва, Россия
mr07th@gmail.com

А.В. Крамлих
Самарский университет
Самара, Россия
kramlikh.av@ssau.ru

И.А. Ломака
Самарский университет
Самара, Россия
Институт космических исследований РАН,
Москва, Россия
igorlomaka63@gmail.com

***Аннотация*—В работе решена задача стабилизации плоского углового движения низкоорбитального малоразмерного космического аппарата с помощью отклоняемых аэродинамических поверхностей. Закон управления угловым движением сформирован на основе функции Ляпунова. Исследована эффективность полученного закона управления при использовании аэродинамических поверхностей различного размера, установленных на малоразмерный космический аппарат формата CubeSat-3U.**

Ключевые слова—малоразмерный космический аппарат, сверхнизкая орбита, устойчивость по Ляпунову, угловое движение, прямое моделирование Монте-Карло, дифференциальная эволюция

I. Введение

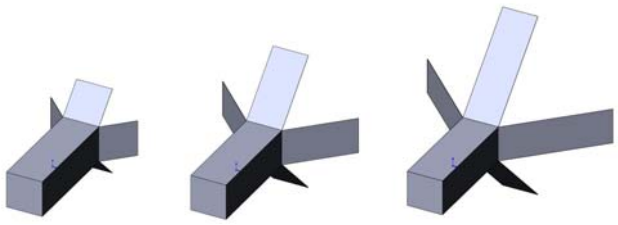
Полет на сверхнизких околоземных орбитах (СНОО) позволяет получить новые научные данные об атмосфере и поверхности Земли. Этот диапазон высот изучен недостаточно вследствие малого времени баллистического существования космического аппарата (КА). В качестве преимуществ использования СНОО следует отметить возможность достижения более высокого пространственного разрешения при съемке Земли, меньшую вероятность столкновения с космическим мусором, а также более простую и быструю утилизацию КА [1]. Однако, полет на СНОО вызывает ряд проблем, связанных с высоким лобовым сопротивлением, которое оказывает значительное влияние на угловое движение и время существования КА на орбите [1].

По результатам анализа космических миссий [2] был сделан вывод, что на СНОО наиболее целесообразно выводить малоразмерные КА (МКА). При исследовании углового движения МКА необходимо учитывать аэродинамические и гравитационные силы [3], так как они вносят существенный вклад в его динамику.

Обычно, исследование углового движения проводится для МКА с неизменяемой геометрией. Поэтому, при его разработке выделяется особое внимание его компоновке [4-6], при которой обеспечивается пассивная гравитационно-аэродинамическая стабилизация.

В последнее время, исследователи стали изучать вопрос об активной аэродинамической стабилизации МКА. Один из предложенных способов активной стабилизации является использование вращающихся аэродинамических поверхностей (АП) [7-9]. В [10] была рассмотрена концепция стабилизации и переориентации плоского углового движения МКА за счет отклоняемых АП. Однако, в [10] стабилизация углового движения и переориентация обеспечивалась за счет программы управления, не имеющей обратной связи.

В данной работе выведен закон управления стабилизации углового движения МКА на основе функции Ляпунова. Полученный закон применялся для МКА, представленных на рис. 1. Рассматриваемые МКА имеют АП с размерами 100x100 мм (тип 1), 200x100 мм (тип 2) и 300x100 мм (тип 3).



(а) (б) (в)

Рис. 1. МКА с АП: (а) тип 1; (б) тип 2 и (в) тип 3

II. Постановка задачи

A. Динамика движения наноспутника

Плоское угловое движение динамически симметричного наноспутника в плоскости круговой орбиты описывается системой уравнений [3]:

$$\dot{\alpha} = \omega, \tag{1}$$

$$\dot{\omega} = I_{\tau}^{-1}\left[T_a(\alpha,\delta) + k_g \sin(2\alpha)\right], \tag{2}$$

где α – угол атаки; T_a – аэродинамический момент; k_g – коэффициент гравитационного момента; I_τ –поперечный момент инерции НС.

Аэродинамический момент T_a описывается выражением:

$$T_a = C_\tau(\alpha,\delta) q_\infty S_{ref} l_{ref}, \tag{3}$$

где C_τ – коэффициент тангажа; q_∞ - скоростной напор; S_{ref} – площадь миделя; l_{ref} – длина корпуса НС.

Коэффициент гравитационного момента имеет вид:

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-72-30002, https://rscf.ru/project/23-72-30002/

$$k_g = 1.5\left(I_\tau - I_l\right)\omega_{orb}^2, \quad (4)$$

где I_l – продольный момент инерции; ω_{orb} – орбитальная угловая скорость.

B. Управление угловым движением и его устойчивость

Требуется сформировать закон управления АП, который стабилизирует угловое движение НС. Устойчивость движения нелинейных систем в соответствии с прямым методом Ляпунова определяется одновременным выполнением двух условий [11]:

1. Кандидат-функция Ляпунова V должна быть определенно положительной за исключением точки равновесия;

2. Кандидат-функция Ляпунова должна быть постоянно убывающей ($\dot{V} < 0$) за исключением точки равновесия.

Исходя из первого условия, запишем кандидат-функцию Ляпунова в следующем виде:

$$V = 0.5\left[I_\tau\left(\omega - \omega_d\right)^2 + K\left(\alpha - \alpha_d\right)^2\right], \quad (5)$$

где α_d, ω_d – требуемые угол атаки и угловая скорость, соответственно; K – положительная постоянная.

Таким образом, выбранная кандидат-функция (5) является определенно положительной. Возьмем от выражения (5) производную:

$$\dot{V} = I_\tau\tilde{\omega}\dot{\tilde{\omega}} + K\tilde{\alpha}\dot{\tilde{\alpha}}. \quad (6)$$

Здесь $\tilde{\omega} = \omega - \omega_d$ и $\tilde{\alpha} = \alpha - \alpha_d$. Подставляя уравнения (1) и (2) в (6), получим:

$$\dot{V} = \tilde{\omega}\left[T_a + k_g\sin\left(2\tilde{\alpha}\right) + K\tilde{\alpha}\right] \quad (7)$$

Для выполнения второго условия потребуем, чтобы аэродинамический момент изменялся в соответствии с выражением:

$$T_a = -k_g\sin\left(2\tilde{\alpha}\right) - K_a\tilde{\alpha} - K_\omega\tilde{\omega} \quad (8)$$

где K_a, K_ω – положительные постоянные.

Подставляя (8) в (7), получим следующее выражение:

$$\dot{V} = \tilde{\omega}\left[-K_a\tilde{\alpha} - K_\omega\tilde{\omega} + K\tilde{\alpha}\right] \quad (9)$$

Предположим, что $K_a = K$. Тогда,

$$\dot{V} = -K_\omega\tilde{\omega}^2. \quad (10)$$

Таким образом, уравнения (6) и (10) гарантируют глобальную асимптотическую устойчивость движения НС при его стабилизации.

Отыскание параметров K_a и K_ω осуществляется с помощью алгоритма дифференциальной эволюции [12] путем минимизации следующей целевой функции:

$$\Phi\left(\delta\right) = K_T\left|T_a - k_g\sin\left(2\alpha\right)\right| + f, \quad (11)$$

где K_T, – весовой коэффициент, f – штрафная функция, рассчитываемая, как:

$$f = \begin{cases} 0, & \dot{V}\left(t_i\right) < 0 \\ 10^6, & \dot{V}\left(t_i\right) > 0 \end{cases},$$
$$t_i = t_0 + ih,$$

где $t_i \in \left[0;\ \ T\right]$ – текущее время; h – шаг интегрирования; T – время интегрирования.

Изменение аэродинамического момента T_a осуществляется за счет коэффициента тангажа C_τ. Перепишем уравнение (8) с учетом (3):

$$C_\tau^{req} = \frac{-k_g\sin\left(2\tilde{\alpha}\right) - K_a\tilde{\alpha} - K_\omega\tilde{\omega}}{q_\infty S_{ref} l_{ref}}. \quad (12)$$

Стоит отметить, что использование закона управления в виде (12) не совсем корректно. Это обусловлено тем, что потребный коэффициент тангажа в (12) может варьироваться в диапазоне $C_\tau^{req} \in \left(-\infty;\ +\infty\right)$. В свою очередь, МКА имеет конкретные значения C_τ. Так как коэффициент тангажа C_τ является функцией от угла атаки α и угла раскрытия δ, то вывод закона управления (12) через δ крайне затруднителен. Ограничение коэффициента тангажа C_τ, соответствующего реальным характеристикам МКА, осуществляется методом полного перебора (рис. 2). Суть метода заключается в следующем:

1. Определяется потребный коэффициент тангажа C_τ^{req} в соответствии с уравнением (12);

2. Для текущего угла атаки α(t) рассчитывается массив возможных коэффициентов тангажа C_τ для всех углов раскрытия в диапазоне $\delta \in \left[0^o;\ 180^o\right]$ с шагом 0.01°;

3. Выбирается коэффициент тангажа C_τ, исходя из условия минимума разницы между потребным и возможным из рассчитанного в п.2 массива.

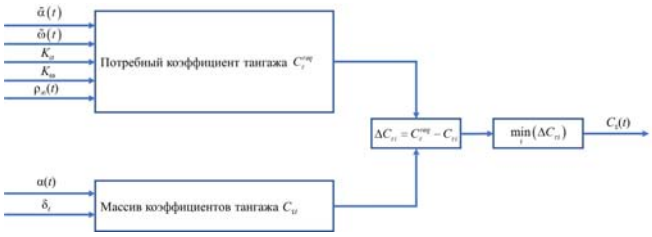


Рис. 2. Схема ограничения коэффициента тангажа C_τ

C. Аэродинамика МКА

В случае активной аэродинамической стабилизации МКА необходимо знать его аэродинамические характеристики, которые определяются с помощью метода прямого моделирования Монте-Карло [13]. В работе рассматриваются МКА с характеристиками, приведенными в табл. I.

Расчет аэродинамических характеристик НС проводился для высоты полета H = 300 км и даты 18.07.2023. Среднесуточный химический состав атмосферы в соответствии с моделью NRLMSISE-00 [14] приведен в табл. II.

ТАБЛИЦА I. ХАРАКТЕРИСТИКИ МКА

Характеристика	Величина
Продольный момент инерции I_τ, кг м^2	0.014
Поперечный момент инерции I_l, кг м^2	0.072
Длина корпуса l_{ref}, м	0.3
Площадь миделя S_m, м^2	0.01
Длина АП $l_{АП}$, м	[0.1; 0.2; 0.3]
Минимальный угол раскрытия АП δ_{min}, °	0
Максимальный угол раскрытия АП δ_{max}, °	180

ТАБЛИЦА II. СОСТАВ АТМОСФЕРЫ

Вещество	Молярная доля χ, %
Молекулярный азот N_2	23.67
Молекулярный кислород O_2	0.685
Атомарный азот N	1.633
Атомарный кислород O	73.41
Гелий He	0.591
Водород H	0.006
Аргон Ar	0.001

Для описания взаимодействия частиц с поверхностью НС использована модель Черчиньяни-Ламписа-Лорда (CLL) [15-17]. Коэффициенты аккомодации приняты равными $\alpha_n = \sigma_\tau = 0.9$. Для повышения точности расчетов, количество моделируемых частиц было принято равным $N_{sim} = 3 \cdot 10^6$. Аэродинамические характеристики рассчитывались для диапазона углов атаки $\alpha \in [-90; 90]^o$ с дискретностью 10^o и углов раскрытия АП $\delta \in [0; 180]^o$ с дискретностью 15^o.

Зависимости коэффициента тангажа C_τ от угла атаки, угла раскрытия и длины АП приведены на рис. 3-5. Наибольшее значение коэффициента тангажа достигается при углах раскрытия $\delta = 135^o$. Стоит отметить, что АП тип 3 имеет положительное значение коэффициента тангажа (т.е. движение неустойчивое) для углов раскрытия $\delta \in \left[-45^o; 45^o\right]$.

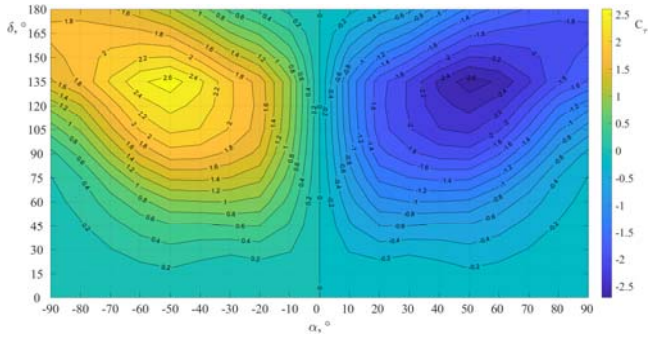


Рис. 3. Зависимость коэффициента тангажа от угла атаки и угла раскрытия для АП типа 1

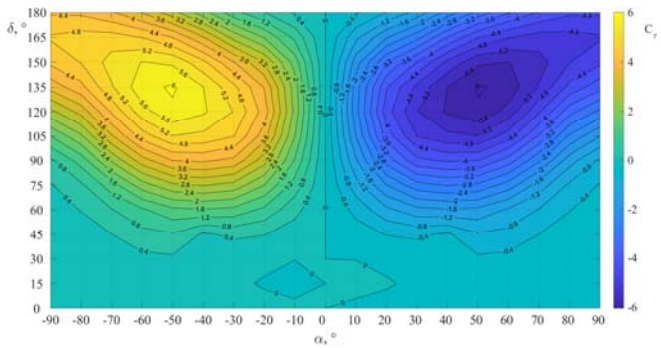


Рис. 4. Зависимость коэффициента тангажа от угла атаки и угла раскрытия для АП типа 2

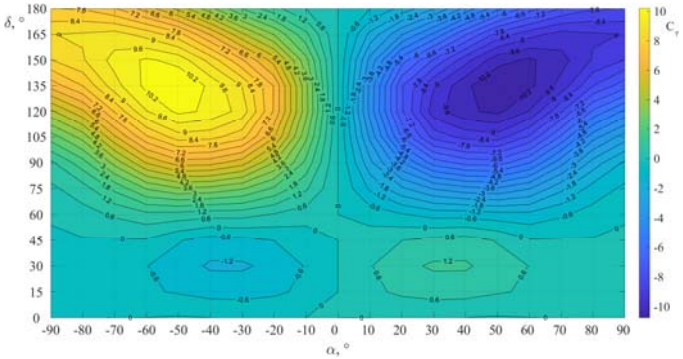


Рис. 5. Зависимость коэффициента тангажа от угла атаки и угла раскрытия для АП типа 3

Полученные коэффициенты тангажа для всех типов АП аппроксимируется бикубическим полиномом [18]:

$$C_\tau(\alpha, \delta) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{i,j} \alpha^i \delta^j, \qquad (13)$$

где $a_{i,j}$ – коэффициенты полинома.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ

Решение задачи стабилизации НС проводилось для краевых условий, представленных в табл. III.

ТАБЛИЦА III. КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

Начальные условия		Конечные условия	
Угол атаки α, °	***Угловая скорость ω, °/с***	***Угол атаки α, °***	***Угловая скорость ω, °/с***
20	0.5	0	0

Результаты решения задачи стабилизации для МКА с различными типами АП приведен на рис. 6-7. Значения коэффициентов K_a и K_ω, приведены в табл. IV.

ТАБЛИЦА IV. КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ

Тип аэродинамической поверхности	Коэффициенты	
	K_a	K_ω
Тип 1	$5.243 \cdot 10^{-4}$	0.158
Тип 2	$2.016 \cdot 10^{-5}$	0.0182
Тип 3	$3.858 \cdot 10^{-5}$	0.0263

Как видно из рис. 6, решение задачи стабилизации для МКА с АП тип 1 невозможно. Это обусловлено недостаточным уровнем аэродинамического момента, создаваемого данным типом АП. С другой стороны, АП типа 2 и 3 имеют достаточную величину аэродинамического момента. Время, за которое МКА достиг угла атаки $\alpha = 0.01^o$, составило 6764 с и 5427 с для АП типа 2 и 3, соответственно.

Как показано на рис. 7, функция Ляпунова имеет постоянно убывающий характер. В связи с этим, можно заключить, что управление является глобальным асимптотически устойчивым.

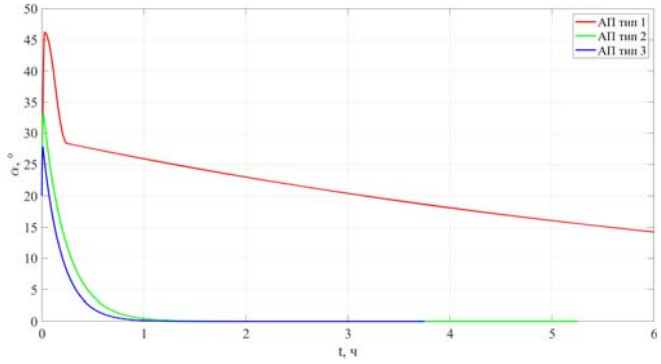


Рис. 6. Зависимость угла атаки от времени

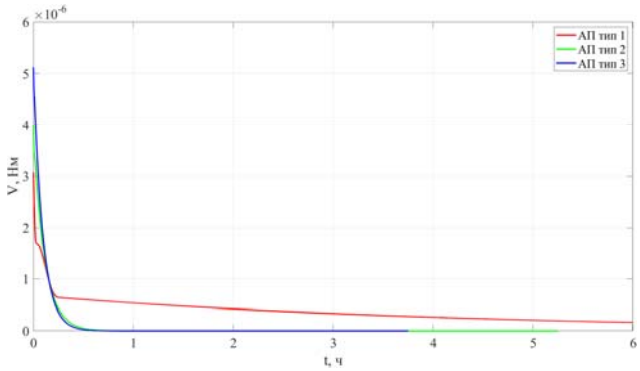


Рис. 7. Зависимость функции Ляпунова от времени

Заключение

В работе получен закон управления для решения задачи стабилизации низкоорбитального МКА с помощью АП. Закон управления получен с использованием прямого метода Ляпунова, что гарантирует его устойчивость.

В процессе решения задачи были определены аэродинамические характеристики МКА с тремя типами АП. При этом выявлено:

- АП типа 1 не обеспечивает достаточный уровень аэродинамического момента для решения задачи;
- Для МКА с АП типа 2 и 3 задача в течение полутора часов.

Литература

[1] N.H. Crisp a, P.C.E. Roberts a, S. Livadiotti et al. The benefits of very low earth orbit for earth observation missions, Progress in Aerospace Sciences, 2020, vol. 117, p. 100619.

[2] A. Shao, E.A Koltz., J.R. Wertz Quantifying the Cost Reduction Potential for Earth Observation Satellites, AIAA Journal, 2014, vol. 4260, pp. 1-12.

[3] E.V. Barinova, I.V. Belokonov, I.A. Timbai, Motion Features of Aerodynamically Stabilized Cubesat 6U Nanosatellites, 29th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2022, 4 p.

[4] I.V. Belokonov, Timbai I.A., Barinova E.V., Design Parameters Selection for CubeSat Nanosatellite with a Passive Stabilization System, Giroskopiya I Navigatsiya, 2020, vol. 28, no. 1, pp. 81–100.

[5] M.L. Psiaki, Nanosatellite attitude stabilization using passive aerodynamics and active magnetic torquing, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2004, vol. 27, no. 3, pp. 347–355.

[6] S.A. Rawashdeh, J.E. Lumpp, Aerodynamic Stability for CubeSats at ISS Orbit, Journal of Small Satellites, 2013, vol. 2, no. 1, pp. 85-104.

[7] V. Canas, D. Gonzalez, J. Becedas et al., Attitude control for satellites flying in VLEO using aerodynamic surfaces, Journal of the British Interplanetary Society, 2020, vol. 73, no. 3, pp. 103-112.

[8] S. Livadiotti, N.H. Crisp, P.C.E. Roberts et al., Uncertainties and Design of Active Aerodynamic Attitude Control in Very Low Earth Orbit, 2022, vol. 45, no. 2, pp. 1-16.

[9] L. Chen, H. Gui, S. Xiao, Aerodynamic Attitude Control of Ultra-low Earth Orbit Satellite, Advances in Guidance, Navigation and Control, ICGNC 2022, Lecture Notes in Electrical Engineering, 2023, vol 845, pp. 5898-5908.

[10] E.V. Barinova, N.A. Elisov, I.A. Lomaka, A.V. Kramlikh, Angular Motion Control of a Low-Orbit Nanosatellite Using Aerodynamic Surfaces, 30th Anniversary Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St. Petersburg, CSRI Elektropribor, 2023, 4 p.

[11] J. La Salle, S. Lefschetz, Stability by Liapunov's Direct Method with Applications, 1st ed., London: Academic Press, 1961.

[12] Storn, R., Price, K., Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces, Journal of Global Optimization, 1997, no. 11, pp. 341–359.

[13] G.A. Bird, Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.

[14] J. M. Picone, A. E. Hedin, D. P. Drob. A.C. Aikin, NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues, Journal of Geophysical Research: Space Physics, 2002, vol. 107, SIA-15.

[15] R.G. Lord, Some extensions to the Cercignani-Lampis gas-surface scattering kernel, Journal of Physics of Fluids, 1991, vol. 3, pp. 1427-1433.

[16] R.G. Lord, Some further extensions of the Cercignani-Lampis gas-surface scattering kernel, Journal of Physics of Fluids, 1995, vol. 7, pp. 1159-1161.

[17] R.G. Lord, Application of the Cercignani-Lampis Scattering Kernel to Direct Simulation Monte Carlo Calculations, 17th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Aachen, Rheinisch-Westfaelische Technische Hochschule Aachen, 1995, pp. 1427-1433.

[18] C.A. Hall, Natural cubic and bicubic interpolation, SIAM Journal on Numerical Analysis, 1973, vol. 10, pp. 1055-1060.

Алгоритм траекторного управления автономным квадрокоптером на конечном участке

А.М. Попов
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0002-0732-9111

И.А. Яковлев
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия

Е.Е. Воробьева
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. ДФ.Устинова
Санкт-Петербург, Россия

Д.Г. Кострыгин
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0002-5256-5180

***Аннотация* — статья посвящена решению задачи доставки полезного груза на маневрирующую платформу. Разработан алгоритм траекторного управления квадрокоптером на конечном участке траектории с использованием метода пропорционального наведения в 3D и прогнозирующей модели. Проведено моделирование, которое показало хорошую эффективность и робастность разработанного алгоритма доставки груза.**

Ключевые слова — управление квадрокоптером, пропорциональное наведение, прогнозирующая модель

I. Введение

В настоящее время проводится множество исследований с целью разработки алгоритмов управления траекторией малых беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Одной из важнейших задач является задача доставки полезного груза на движущуюся платформу. Маневрирующие цели создают сложности, которые бросают вызов существующим парадигмам автономной навигации, требуя алгоритмических решений, способных в реальном времени адаптироваться к непредсказуемым движениям цели/платформы. Методов наведения существует достаточно много [1]. Их разнообразие определяется главным образом тем, что у различных аппаратов доступен различный набор датчиков и измерителей и, как следствие, вид управляющего воздействия должен учитывать доступную информацию и возможности аппаратной реализации. Метод прямого наведения предполагает, что продольная ось БПЛА в течение всего времени движения совпадает с линией визирования. Метод погони подразумевает движение объекта управления с нулевым углом упреждения, т.е. вектор скорости БПЛА должен постоянно совпадать с линией визирования цели. При реализации метода параллельного сближения контур управления сохраняет постоянное значение угла линии визирования цели.

Большую группу методов образуют алгоритмы пропорционального наведения. Метод чистой пропорциональной навигации (англ. Pure Proportional navigation (PPN)) представляет наибольший интерес, поскольку был разработан специально для эффективного наведения и сопровождения целей.

II. Разработка алгоритма

A. Постановка задачи.

Целью настоящей работы является разработка алгоритма пропорционального наведения автономного квадрокоптера для доставки груза на движущуюся платформу. Рассматривается закон чистого пропорционального наведения PPN. Он гарантирует, что скорость изменения угла линии визирования цели прямо пропорциональна угловой скорости цели. Эта математическая зависимость управляет непрерывной корректировкой траектории квадрокоптера для минимизации угла линии визирования цели, направляя ее на прогнозируемое положение цели. Закон обеспечивает наведение, «предвидя» будущее положение цели на основе ее текущего движения, что показывает эффективность метода против маневрирующих объектов.

В работе предложен следующий подход – в контуре управления создается виртуальная прогнозирующая модель, в виде системы дифференциальных уравнений шестого порядка. Эта модель получает необходимую информацию с реальных датчиков БПЛА и вычисляет необходимые управляющие воздействия по методу наведения PPN. В результате модель формирует траекторию, по которой должен двигаться квадрокоптер, чтобы достичь цель. Полученная траектория является входным сигналом для основной системы управления квадрокоптером которая вырабатывает реальные значения силы тяги и моменты вращения, обеспечивая движение по этой траектории. Для этого система управления должна быть высокоэффективной, позволяющей квадрокоптеру выполнять сложные маневры в пространстве. Математическая модель квадрокоптера, используемая для синтеза контура управления, не должна иметь сингулярных точек.

Работа выполнена в организации БГТУ «ВОЕНМЕХ» при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FZWF-2024-0002).

B. Алгоритм управления движением квадрокоптера по заданной траектории

Модель квадрокоптера в системе координат NED [2] показана на рисунке 1. Уравнения движения квадрокоптера в пространстве SE(3) имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v, \\ m\dot{v} &= mge_3 - fRe_3, \\ \dot{R} &= R\hat{\Omega}, \\ J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega &= M, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x \in \mathbb{R}^3$ - вектор положения, $R \in SO(3)$ -матрица направляющих косинусов, $\Omega \in \mathbb{R}^3$ - угловые скорости, m - масса БПЛА, $J \in \mathbb{R}^{3\times3}$ - матрица инерции, $f \in \mathbb{R}$ - сила тяги, $M \in \mathbb{R}^3$ - вектор управляющих моментов. Аэродинамическое сопротивление винтов и корпуса БПЛА [4-5] не учитывается.

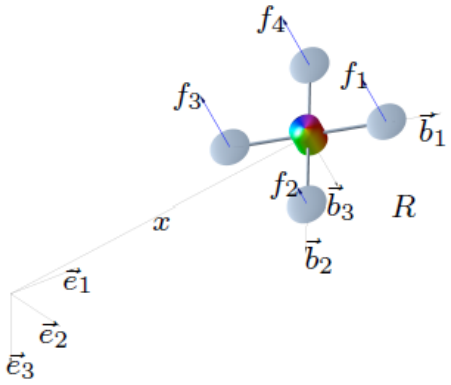


Рис. 1. Модель квадрокоптера [3]

Для движения БПЛА (1) вдоль заданной траектории $x_d(t) \in \mathbb{R}^3$ используется алгоритм геометрического управления [6-7] из работы [3]:

$$\begin{aligned} f &= \left(k_x e_x + k_v e_v + k_i \mathrm{sat}_\sigma(e_i) + mge_3 - m\ddot{x}_d\right) \cdot R\mathrm{e}_3, \\ M &= -k_R e_R - k_\Omega e_\Omega + \\ &+ \left(R^T R_c \Omega_c\right)^\wedge J R^T R_c \Omega_c + J R^T R_c \dot{\Omega}_c, \end{aligned} \tag{2}$$

где $e_x = x - x_d$, $e_v = v - \dot{x}_d$, $e_i = \int_0^t e_v(\tau) + c_1 e_x(\tau) d\tau$,

$e_R = \frac{1}{2}\left(R_c^T R - R^T R_c\right)^\vee$, $e_\Omega = \Omega - R^T R_c \Omega_c$ уравнения ошибок. Требуемые значения матрицы вращений R_c и угловой скорости Ω_c вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} R_c &= \left[b_{1_c}; b_{2_c}; b_{3_c}\right], \quad \hat{\Omega}_c = R_c^T \dot{R}_c \\ \dot{R}_c &= \left[\dot{b}_{1_c}, \dot{b}_{2_c}, \dot{b}_{3_c}\right], \quad \ddot{R}_c = [\ddot{b}_{1_c}, \ddot{b}_{2_c}, \ddot{b}_{3_c}], \\ \Omega_c &= \left(R_c^T \dot{R}_c\right)^\vee, \quad \dot{\Omega}_c = \left(R_c^T \ddot{R}_c - \hat{\Omega}_c^2\right)^\vee. \end{aligned} \tag{3}$$

Построение системы векторов $\left[b_{1_c}; b_{2_c}; b_{3_c}\right]$ показано на рисунке 2.

Вектора вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} b_{3_c} &= -\frac{-k_x e_x - k_v e_v - mge_3 + m\ddot{x}_d}{\left\| -k_x e_x - k_v e_v - mge_3 + m\ddot{x}_d \right\|}, \\ b_{2_c} &= \frac{b_{3_c} \times b_{1_d}}{\left\| b_{3_c} \times b_{1_d} \right\|}, \\ b_{1_c} &= b_{2_c} \times b_{3_c}. \end{aligned} \tag{4}$$

В уравнениях (4), кроме заданной траектории $x_d(t)$, необходимо задать вектор $b_{1_d}(t) \in \mathbb{R}^3$, который задает требуемую ориентацию БПЛА. В работе предлагается всегда выбирать b_{1_d} по направлению требуемой скорости $\dot{x}_d$. При данном подходе алгоритм геометрического управления (1)-(4) обладает высокой эффективностью и не содержит сингулярных точек. На рисунке 3 показаны результаты моделирования для заданной траектории в виде окружности в вертикальной плоскости. Квадрокоптер, стартуя из перевернутого положения на 180 градусов, далее двигается по требуемой траектории.

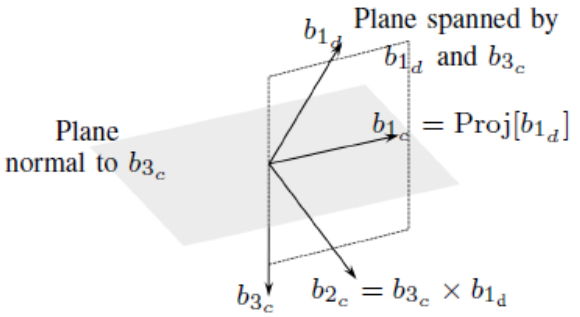


Рис 2. система векторов [3]

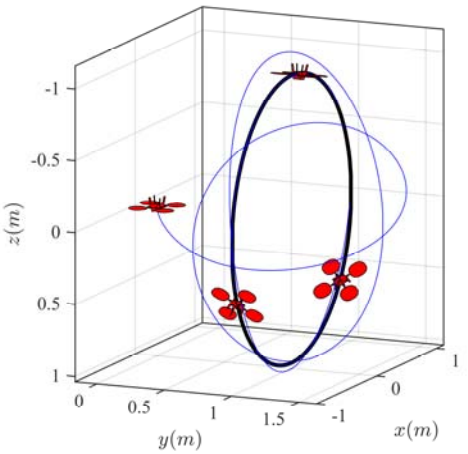


Рис. 3. движение по окружности

C. Алгоритм наведения БПЛА

Для наведения квадрокоптера на цель используется закон пропорционального наведения PPN в 3D [1]:

$$a_{uav} = N\left[\Omega_{LOS} \times V_{uav}\right], \tag{5}$$

где V_{uav} - вектор скорости БПЛА, Ω_{LOS} - вектор угловой скорости вращения линии визирования цели, N - навигационная постоянная, a_{uav} - требуемые управляющие ускорения.

Поскольку управляющие ускорения очень сложно пересчитать в реальные управления квадрокоптером f, M , в работе предлагается использовать виртуальную прогнозирующую модель вида:

$$\ddot{x}_m = a_{uav}, \quad (6)$$

где $x_m(t) \in \mathbb{R}^3$ - траектория движения к цели, которая создается виртуальной моделью. Далее мы полагаем, что $x_d(t) = x_m(t)$. Таким образом мы задаем для БПЛА требуемую траекторию. Поскольку алгоритм управления (2)-(4) очень эффективный и быстродействующий, то реальная траектория БПЛА $x(t)$ будет сходиться к цели

$$\lim_{t\to\infty} \|x(t) - x_m(t)\| = 0. \quad (7)$$

III. Моделирование

Для подтверждения работоспособности разработанных алгоритмов управления было проведено моделирование в пакете MATLAB/Simulink. Рассмотрена система (1) и закон управления (2)-(6). Параметры квадрокоптера: масса $m = 5$ кг, инерция $J = diag(0.05, 0.05, 0.08)$. Начальные условия для БПЛА: $x(0) = [0, 0, -250], v(0) = [0, 0, 0]$. Максимальное ускорение $14g$. Навигационная постоянная $N = 3$.

Начальные условия для цели $x_t(0) = [500, 250, 0], v_t(0) = [0, 0, 0]$. Вектор скорости виртуальной модели $v_m(0) = [20, 20, 0]$. Параметры контроллера (2):
$k_x = 10, k_v = 8, k_i = 10, c_1 = 1.5, \sigma = 10, k_R = 1.5, k_\Omega = 0.35$.
Результаты расчетов показаны на рисунках 4-7.

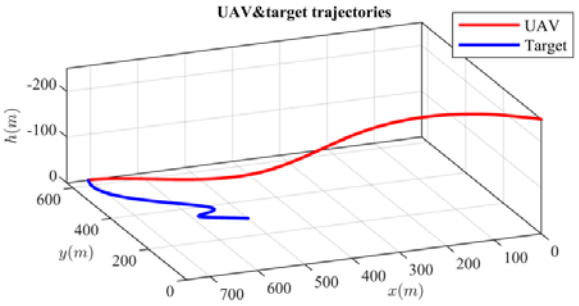


Рис. 4. Траектория движения БПЛА и цели

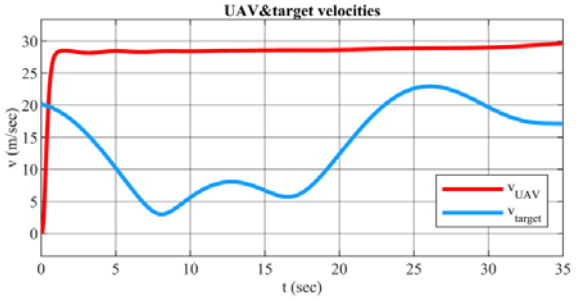


Рис. 5. Скорости БПЛА и цели

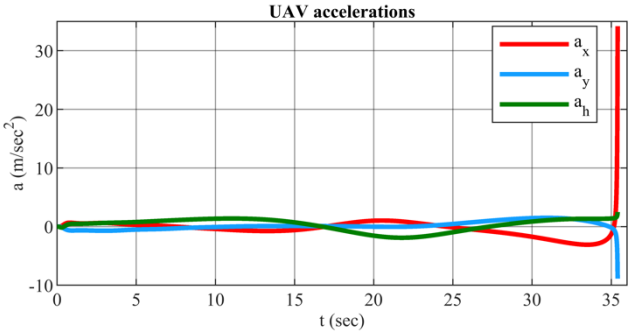


Рис. 6. ускорения БПЛА

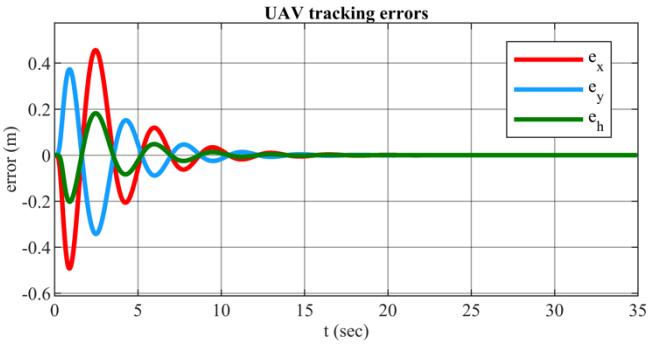


Рис. 7. Ошибки слежения за траекторией наведения

IV. Заключение

Было произведено компьютерное моделирование в системе Matlab/Simulink различных сценариев работы полученного алгоритма траекторного управления. Результаты моделирования показали хорошую работоспособность и эффективность предложенного подхода. Использование геометрического управления позволило достаточно точно двигаться по траекториям сближения, которые вырабатывались прогнозирующей системой.

Литература

[1] Zarchan P. Tactical and Strategic Missile Guidance. Published by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012, 1095 p.

[2] Beard, R.W.; McLain, T.W. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice; Princeton University Press: Princeton, NJ, USA, 2012.

[3] F. Goodarzi, D. Lee and T. Lee, "Geometric nonlinear PID control of a quadrotor UAV on SE(3)," 2013 European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland, 2013, pp. 3845-3850, doi: 10.23919/ECC.2013.6669644.

[4] M. Faessler, A. Franchi and D. Scaramuzza, "Differential Flatness of Quadrotor Dynamics Subject to Rotor Drag for Accurate Tracking of High-Speed Trajectories," in IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 3, no. 2, pp. 620-626, 2018, doi:10.1109/LRA.2017.2776353.

[5] Andrievsky, B.; Kuznetsov, N.; Popov, A. Algorithms for aerodynamic control of relative motion two satellites in a near circular orbit. Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia 2020, pp. 28–58. (In Russian).

[6] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, “Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3),” in 49th IEEE conference on decision and control (CDC), pp. 5420–5425, IEEE, 2010.

[7] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch, Nonlinear Robust Tracking Control of a Quadrotor UAV. Asian J Control, 2013.15: 391-408. https://doi.org/10.1002/asjc.567

Система определения местной вертикали на основе инфракрасных датчиков температуры для сверхмалых спутников формата CubeSat

Д.В. Акулин
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
alkuin.work@gmail.com

М.В.Ментюков
ООО «Специальный технологический центр»
Санкт-Петербург, Россия
maksim.mentukov.stc@yandex.ru

Р.Б.Гончаров
СПбГЭТУ «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербург, Россия

Аннотация - Статья посвящена описанию системы определения местной вертикали на борту малого космического аппарата на основе инфракрасных датчиков температуры. Описаны основные принципы работы инфракрасного датчика температуры и его применение для создания системы ориентации космического аппарата. Приведены результаты работы системы определения местной вертикали в лабораторных испытаниях и в космическом пространстве.

Ключевые слова – наноспутник, CubeSat, инфракрасное излучение Земли, инфракрасные датчики, построитель местной вертикали.

I. Введене

В настоящее время происходит становление нового сегмента космической отрасли – сверхмалых космических аппаратов (СМКА) формата CubeSat. Относительно низкие затраты на производство и разработку способствуют популярности данного вида космических аппаратов и делают их доступными для массового использования в научных и коммерческих целях. Для данной отрасли актуальной является задача по миниатюризации функциональных блоков, используемых на больших космических аппаратах, и адаптации технологий для формата CubeSat с целью снижения стоимости оборудования, его массогабаритные характеристики и энергопотребление.

Одной из основных функциональных систем спутника является система ориентации и стабилизации (СОИС). Важной составляющей СОИС является система датчиков, которая предоставляет информацию об относительном положении космического аппарата в пространстве. Обычно на спутниках используется несколько типов датчиков, работающих на различных физических принципах.

Звездный датчик[1] получает изображение фрагмента звездного неба с помощью встроенного в датчик объектива на матричном приемнике излучения. На полученном кадре производится поиск изображений звезд. Для найденных звезд оцениваются координаты их центров на матрице датчика. Далее происходит отождествление конфигурации звезд со звездами из бортового каталога. По отождествленным звездам производится вычисление ориентации датчика относительно инерциальной системы координат, связанной с неподвижными звездами. Звездные датчики позволяют получать ориентацию СМКА с точностью до угловых секунд. К недостаткам звездного датчика следует отнести относительно высокие массогабаритные характеристики; высокую стоимость; чувствительность к засветке матрицы Солнцем или другими телами; снижение качества определения ориентации при быстром вращении спутника.

Солнечный датчик [2]определяет направления на Солнце. Информация с датчика представляется в виде проекций единичного вектора на оси связанной с датчиком системы координат. В основе работы лежит преобразование информации о засветке матричного фотоприемника солнечным светом. Солнечные датчики обладают малой массой, габаритами и низким энергопотреблением. Однако область работы солнечного датчика ограничена освещенной стороной орбиты.

Магнитометр предназначен для измерения вектора индукции магнитного поля. Поскольку магнитное поле Земли хорошо изучено, и составлены точные модели среднего глобального магнитного поля, показания магнитометров позволяют определить ориентацию спутника относительно силовых линий магнитного поля Земли. К недостаткам данного типа датчиков следует отнести подверженность искажениям магнитного поля, создаваемого бортовой аппаратурой. Также, существует зависимость показаний магнитометра от температуры корпуса датчика, которая варьируется на освещенной и теневой сторонах орбиты.

Датчики инфракрасного излучения (ИК), в свою очередь, обладают малыми размерами, не подвержены влиянию электромагнитного поля и способны работать на любой стороне орбиты.

Теоретическую основу исследования составляют работы, описывающие опыт создания системы определения ИК горизонта Земли. В этих исследованиях [3-7] описывается принцип работы ИК сенсора и его математическая модель. Авторы в своих работах рассматривают различные конфигурации сенсоров, которые позволяют определять вектор надира. В основном, в качестве решения задачи ориентации, предлагается располагать несколько сенсоров (от 4 до 9 штук) на одной грани спутника. В своих работах авторы приводят результаты математического моделирования и лабораторных испытаний. Точность определения ориентации в таких исследованиях достигают значений

порядка 0,5º. Но при такой конфигурации приходится жертвовать полем обзора. Также к недостаткам работ можно отнести отсутствие в открытом доступе результатов летного эксперимента.

II. Математическая модель ситемы определения местной вертикали (COMB)

A. Принцип работы ИК датчика температуры

ИК датчик температуры [8] имеет несколько последовательно соединенных термопар - термобатарею. «Горячие» спаи термопар прикреплены к тонкому поглотителю ИК излучения на кремниевом чипе (рис. 1, слева). Обмен ИК излучением между поглотителем и находящимся перед ним объектом заставляет температуру поглотителя повышаться или понижаться в зависимости от разницы температур между ним и объектом. Небольшая масса поглотителя обеспечивает быстрое тепловое равновесие с объектом. Небольшая толщина обеспечивает тепловую изоляцию от основного материала микросхемы. В результате возникает градиент температуры между поглотителем и основной частью микросхемы. «Холодные» спаи термопар находятся в основной части. Напряжение, создаваемое на одной термопаре, пропорционально разнице температур между двумя спаями. Общее напряжение термобатареи равно сумме напряжений на всех отдельных термопарах. Температура объекта вычисляется из измерений температуры матрицы датчика и выходного напряжения термобатареи.

В наших исследованиях использовался ИК сенсор MLX90614 компании Melexis (рис. 1 справа). Данный датчик обладает широким полем зрения 130º, а также широким диапазоном рабочих температур.

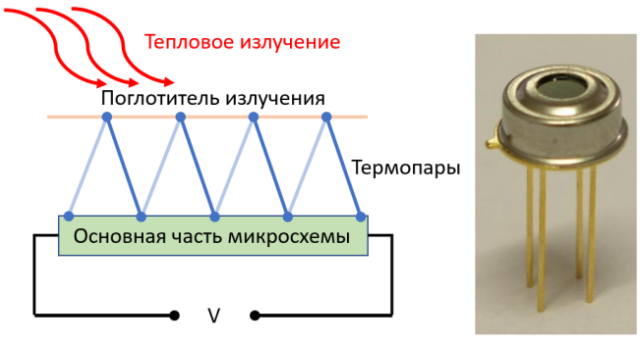


Рис. 1. Структурная схема термобатареи (слева) и фото образца ИК сенсора (справа)

B. Состав COMB

COMB состоит из шести ИК сенсоров, закрепленных на шести гранях спутника. Каждый сенсор регистрирует интегральную температуру объектов, находящихся в его поле зрения. Земля является преобладающим объектом, излучающим в ИК спектре, на низких околоземных орбитах. Поэтому регистрируемая температура напрямую связана с тем, какую часть поля зрения сенсора занимает Земля. Это в свою очередь можно интерпретировать как угол между осью визирования сенсора и направлением на надир – надирный угол. Наличие как минимум трех надирных углов позволяет однозначно определить координаты вектора надира в связанной с корпусом МКА системе координат. Таким образом, определение углов местной вертикали производится в два этапа. На первом этапе происходит преобразование температурных показаний ИК датчиков в надирные углы. На втором – вычисление вектора надира в связанной системе координат и, как следствие, определение углов местной вертикали.

C. Вычисление надирного угла

Для снижения сложности вычисления надирного угла вводятся следующие допущения:

- ИК излучение Земли в интересуемом спектре равномерно. Влияние атмосферных и сезонных явлений не учитывается;
- ИК излучение космического пространства постоянно. Влияние Солнца, Луны и иных космических объектов пренебрежимо мало;
- Земля имеет форму шара. Горизонт, наблюдаемый сенсором, имеет резкую круглую границу.

Учитывая вышеперечисленные допущения, можно считать, что температурные показания сенсора пропорциональны площади, занимаемой Землей в поле зрения датчика (рис. 2).

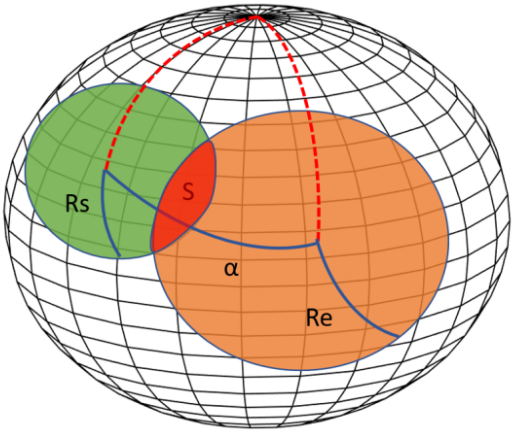


Рис. 2. Проекции полей зрения сенсора и Земли на единичную сферу

Площадь моделируется как область перекрытия S между проекцией поля зрения сенсора и проекцией Земли на единичную сферу с центром на космическом аппарате. Обе проекции представляют собой круги с известными угловыми размерами. Проекция поля зрения сенсора радиуса Rs и диска Земли радиуса Re. Центр проекции поля зрения сенсора на единичную сферу представляет собой направление оси визирования сенсора, а центр проекции диска Земли на единичную сферу является направлением вектора надира. Угол между вектором надира и осью визирования сенсора обозначается α. Когда $\alpha \geq Re + Rs$, две круговые проекции не перекрываются, что соответствует случаю, когда Земля не обнаружена датчиком. Когда $\alpha \leq Rs - Re$, поле зрения сенсора полностью загораживается Землей. Горизонт Земли обнаруживается сенсором, когда α находится в диапазоне ($Rs - Re \leq \alpha \leq Rs + Re$). Площадь перекрытия S в этом диапазоне может быть вычислена как функция от α, Rs, Re. Для известных значений Rs, Re эта зависимость позволяет преобразовать показания ИК датчика в надирный угол. Таким образом, мы имеем зависимость температурных показаний сенсора от надирного угла. Получение обратной зависимости требует вычислительных затрат. Поэтому надирный угол

высчитывается методом интерполяции по заранее рассчитанной температурной характеристике (1).

$$T_s(\alpha) = \int_0^{\theta_0}\int_0^{2\pi} \frac{w(\theta)T(\theta,\varphi,\alpha)}{\Omega} d\theta d\varphi , \qquad (1)$$

где Ω – площадь проекции поля зрения сенсора на единичную окружность, θ_0 – полуширина поля зрения сенсора, θ – радиальный угол поля зрения сенсора, φ – азимутальный угол поля зрения сенсора, $T(\theta,\varphi,\alpha)$ – температура в точке поля зрения сенсора.

D. Калибровка диаграммы направленности сенсора (ДНС)

В уравнении (1) присутствует величина $w(\theta)$, которая описывает неоднородность показаний сенсора в поле зрения. Неоднородность показаний может быть связана с зависимостью интенсивности ИК излучения от угла падения на детектор. Так же искажения может вносить светофильтр, расположенный в корпусе сенсора. На рис. 3 представлено схематическое изображение отклика сенсора в зависимости от радиального θ и азимутального φ углов. Чем темнее оттенок, тем выше вклад этой области поля зрения в показание сенсора.

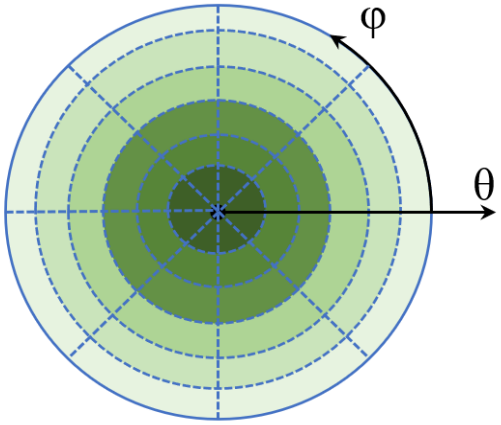


Рис. 3. Представление ДНС, разделенной на области постоянной чувствительности

ДНС позволяет определить, какой вклад в интегральную температуру вносит объект, расположенный на определенном угловом расстоянии от оси визирования сенсора. Производители часто предоставляют ДНС для определенного типа сенсора. Но для повышения качества работы имеет смысл производить калибровку каждого датчика и расчет его диаграммы направленности.

Для проведения калибровки следует использовать эталонный объект, обладающий высокой температурой относительно окружающей среды и малыми угловыми размерами по сравнению с полем зрения сенсора. Экспериментальная установка состоит из:

- «точечный» источник ИК излучения (в данном случае лампа ИК диапазона);;
- опорно-поворотное устройства, которое позволяет менять ориентацию ИК сенсора;
- трехосный гироскоп, по показаниям которого вычисляется взаимная ориентация сенсора и «точечного» источника ИК излучения.

На рис. 4 представлена диаграмма направленности, предоставленная производителем (синяя сплошная линия) и экспериментально полученные значения для трех сенсоров. Можно наблюдать расхождение экспериментальных данных с паспортными данными порядка 10% в диапазоне углов от 30º до 60º. Это подтверждает предположение о необходимости калибровки.

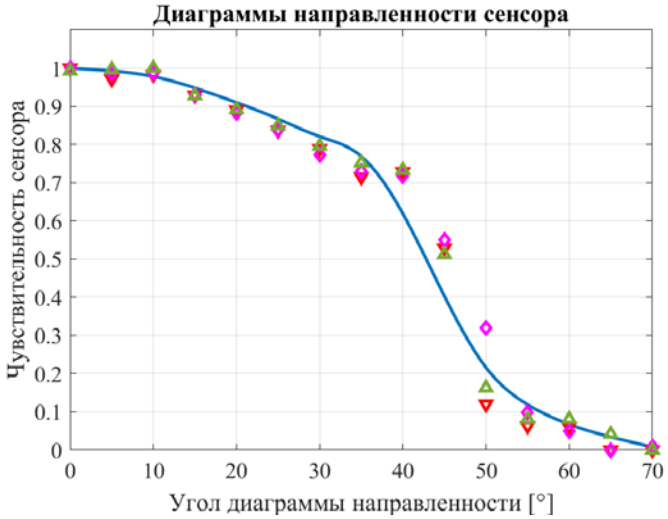


Рис. 4. Сравнение экспериментальной ДНС с типовой ДНС

Для СМКА, находящегося на низкой околоземной орбите, высота орбиты составляет 400-600 км. На такой орбите угловые размеры Земли будут порядка 130-140^0. Диаграмма направленности ИК сенсора MLX90614 имеет ширину 130^0. При таких параметрах температурная характеристика сенсора (1) будет иметь вид, представленный на рис. 5. На графике видно, что значения температуры в области от 0º до 20º мало изменяются. Это объясняется, тем Земля находится полностью в поле зрения сенсора. Также мало меняются значения температуры в области от 110º и выше. Это объясняется низкой чувствительностью сенсора на краях диаграммы направленности. Таким образом, из всех измеренных значений надирных углов в дальнейшем решении используются только те, что лежат в диапазоне от 20º до 110º.

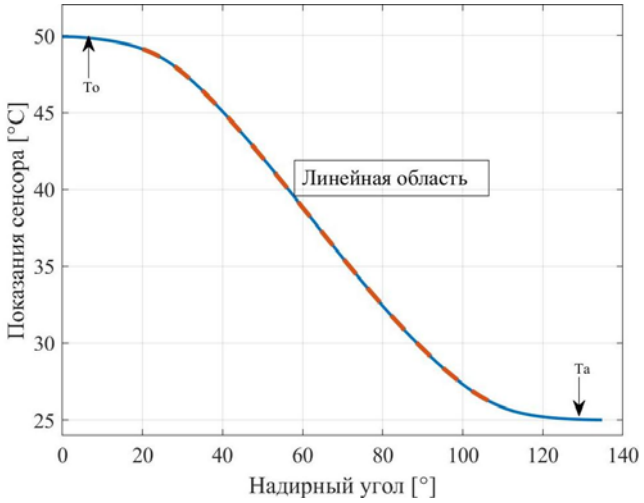


Рис. 5. Температурная характеристика

Подводя итог описания математической модели работы ИК сенсора, можно заключить, что показания температуры сенсора являются функцией от следующих величин:

- температура объекта To, которая считается постоянной;
- температура окружающего пространства Ta, которая считается постоянной;
- диаграмма направленности сенсора, которая определяется из лабораторного эксперимента для каждого сенсора $w(\theta)$;
- угловой размер проекции Земли на поле зрения сенсора Re, который зависит от высоты спутника над поверхностью Земли в данный момент.

E. Вычисление вектора надира

Для однозначного определения вектора надира необходимо иметь, как минимум, три надирных угла для различных граней. В общем случае, задача заключается в нахождении области пересечения нескольких конусов. Ось каждого конуса совпадает с осью визирования сенсора. Угол между образующей и осью конуса является надирным углом. Геометрическая интерпретация задачи представлена на рис. 6. Где $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ – векторы направления полей зрения сенсоров, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – надирные углы, $\vec{n}$ – вектор надира.

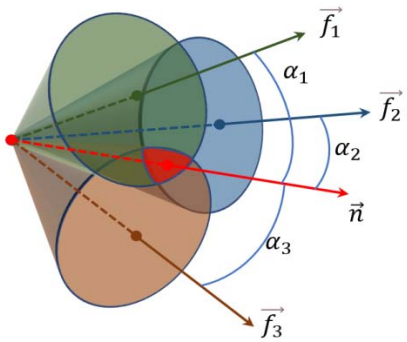


Рис. 6. Геометрическая интерпретация задачи определения вектора надира

Аналитически задачу можно описать системой линейных уравнений (2):

$$\begin{pmatrix} f_{1x} & f_{1y} & f_{1z} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{kx} & f_{ky} & f_{kz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \\ \cdots \\ \cos(\alpha_k) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где α_k – надирный угол, $\vec{f}_k = (f_{kx}, f_{ky}, f_{kz})$ – вектор направления оси визирования k-го сенсора, $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – вектор надира.

Так как в общем случае количество валидных надирных углов может быть больше трех, то систему уравнений (2) необходимо решать методом наименьших квадратов.

Орбитальная система координат, в которой вычисляются углы местной вертикали, задается следующим образом. Ось y направлена по радиус-вектору, ось x лежит в плоскости орбиты по направлению движения, ось z дополняет систему до правой, начало отсчета расположено в центре масс СМКА. Вектор надира в заданной системе координат имеет координаты (0, -1, 0). Учитывая матрицу направляющих косинусов [9] (стр. 339, формула 4.4.1), можно получить значения углов крена (3) и тангажа (4).

$$\gamma = \arcsin(-n_x). \quad (3)$$

$$\vartheta = arctg\left(-\frac{n_z}{n_y}\right). \quad (4)$$

Как было сказано выше, в решении участвуют только те сенсоры, для которых надирные углы лежат в диапазоне от 20º до 110º. На рис. 7 представлены области пересечения полей зрения сенсоров, установленных на шести гранях СМКА. Цветом отмечено количество сенсоров, способных регистрировать ИК излучение Земли, при различном положении Земли относительно оси визирования сенсора. Таким образом, при выбранном расположении сенсоров обеспечивается полная наблюдаемость Земли.

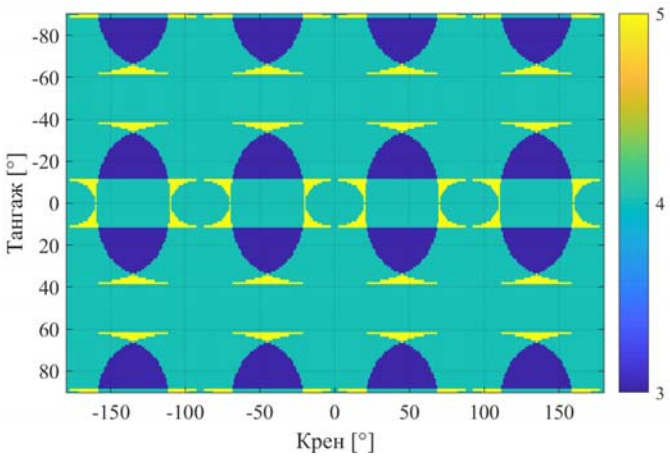


Рис. 7. Количество сенсоров, регистрирующих ИК излучение при различной ориентации СМКА относительно Земли

III. Результаты экспериментов

A. Лабораторный эксперимент

Для проверки работы COMB был разработан испытательный стенд, состоящий из следующих частей,(рис. 8):

- однородный нагретый объект для имитации теплого диска Земли;
- однородный холодный фон для имитации космического пространства;
- макет СМКА, установленный на 2-осевом опорно-поворотном устройстве для имитации возвышения и вращения макета спутника;
- трехосевой гироскоп, позволяющий вычислять точную ориентацию макета.

Стенд для наземных испытаний приблизительно имитирует видимый диск Земли и положение спутника. ИК имитатор земли в форме круга радиусом 1 метр был собран из пленочных ИК нагревателей. Холодным фоном служила бетонная стена, на которой устанавливался имитатор Земли. Макет СМКА устанавливался на поворотное устройство на расстоянии

0,5 м. На этом расстоянии угловые размеры имитатора Земли совпадают с угловым размером Земли на низкой околоземной орбите.

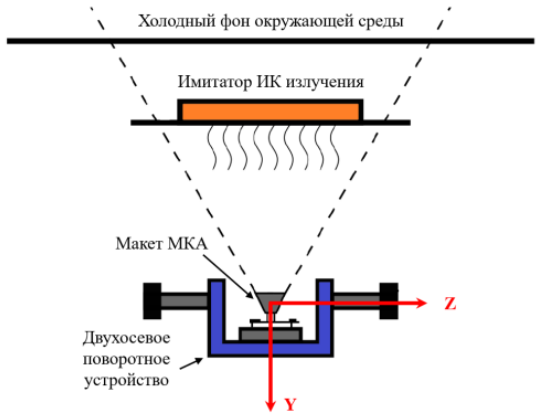


Рис. 8. Схема экспериментальной установки

Система координат, в которой производился расчет ориентации, задавалась следующим образом. Начало отсчета системы координат располагалось на вертикальной оси вращения опорно-поворотного устройства в центре масс макета СМКА. Ось *y* направлен на от центра имитатора ИК излучения Земли, ось *x* – вертикально вверх, ось *y* –дополняет систему до правой. Перед проведением основной части эксперимента производилась тестовая запись с целью определения температуры имитатора ИК излучения Земли (T_o) и температуры окружающего пространства (T_a). На рис. 9 представлены температурные показания ИК сенсоров, полученные в ходе лабораторного эксперимента. По результатам тестового эксперимента температура имитатора ИК излучения Земли выбиралась равная 42°C, температура окружающего пространства 24°C.

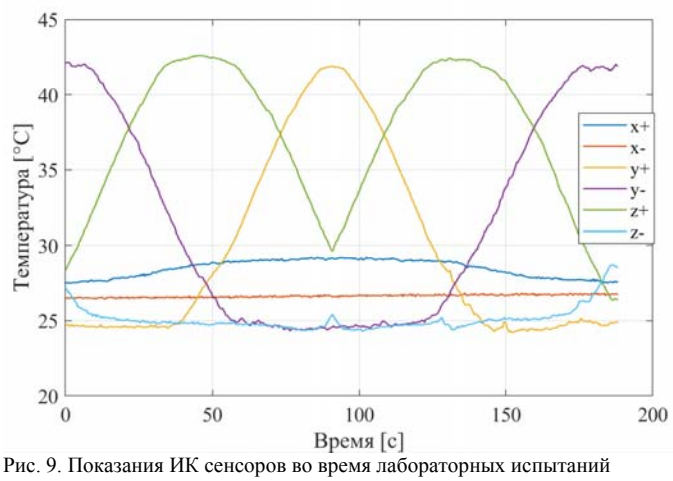


Рис. 9. Показания ИК сенсоров во время лабораторных испытаний

На рис. 10 и рис. 11 представлены результаты стендовых испытаний системы построения местной вертикали. Вращение макета производилось вокруг оси *OX*. Начальный угол крена равен -90º. Угол тангажа нулевой. Начальное значения угла курса равнялось 10º.

По результатам серии испытаний ошибка определения угла крена составила 3,7º. Ошибка определения угла тангажа – 4,6º. Основным источником ошибок является близкое расположение СМКА и имитатора ИК излучения порядка 0,5 м. Такое расположение макета СМКА сказывается на результате эксперимента следующим образом. Как было сказано выше, температурная характеристика (1) зависит от угловых размеров регистрируемого объекта. При изменении расстояния между сенсором и имитатором, угловые размеры имитатора в поле зрения сенсора меняются. Так как расположить все сенсоры на оси вращения поворотного устройства невозможно, то при изменении ориентации макета сенсоры оказываются на различном расстоянии от имитатора. Это хорошо видно на рис. 10. В моменты времени 20 с, 40 с, 60 с, 140 с и 160 с наблюдаются «скачки» в измерениях угла крена, которые вызваны сменой набора ИК сенсоров участвующих в решении.

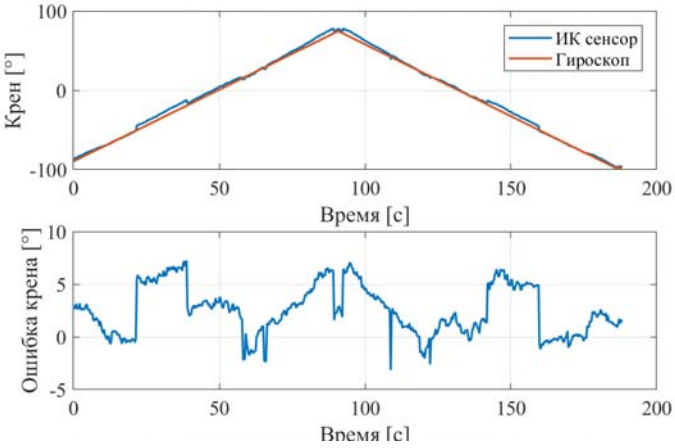


Рис. 10. Рассчитанный угол крена по показаниям ИК сенсоров и по показаниям гироскопа

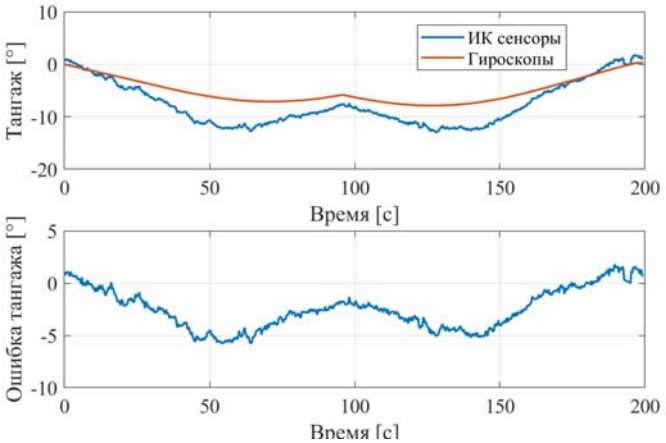


Рис. 11. Рассчитанный угол тангажа по показаниям ИК сенсоров и по показаниям гироскопа

Влияние этого эффекта на результат эксперимента можно снизить следующими способами. Во-первых, изменение ориентации макета следует ограничить вращением по конусу вокруг вертикальной оси с наклонением не более 15º. Во-вторых, для каждого сенсора следует производить перерасчет температурной характеристики в зависимости от его положения относительно имитатора ИК излучения Земли.

Стоит отметить, что неравномерность температуры окружающего пространства вносит ошибки в определение надирного угла. Данную проблему можно решить предварительным измерением температуры

окружающего пространства с последующим учетом при определении температурной характеристики (1).

B. Летный эксперимент

В августе 2022 года на низкую околоземную орбиту был выведен СМКА разработанный ООО «СТЦ». В течение полета была проведена серия тестов работы COMB.

Для определения качества работы COMB использовалась подсистема ориентации (ПСО), состоящая из трехосевого гироскопа, трехосевого магнитометра, датчиков освещенности и навигационного приемника. Навигационный приемник предоставлял информацию о положении СМКА в инерциальном пространстве. Это позволяло определить вектор направления на Солнце и вектор магнитной индукции Земли в орбитальной системе координат. Датчики освещенности определяли вектор направления на Солнце в связанной с корпусом СМКА системе координат . Магнитометр показывал значения вектора индукции магнитного поля Земли в связанной с корпусом СМКА системе координат . Использование полученных векторов в алгоритме TRIAD [10] позволяло определить ориентацию СМКА.

На рис. 12 представлены результаты работы COMB и ПСО. Динамика углов местной вертикали, вычисленные по показаниям ИК сенсоров (синий график), схожа с показаниями ПСО (красный график). Ошибка определения углов местной вертикали за серию тестов составила не более 10º.

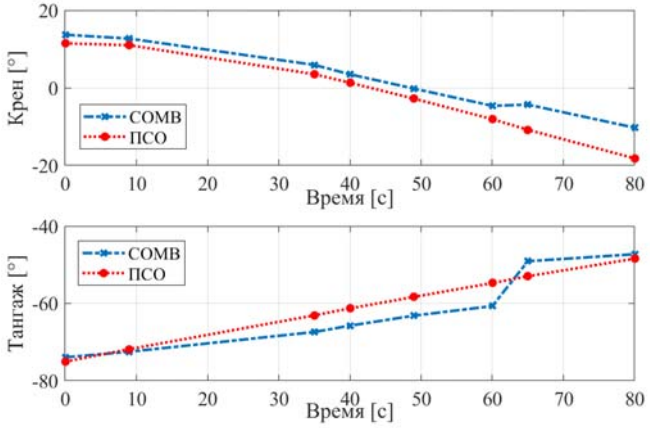


Рис. 12. Углы местной вертикали, рассчитанные по показаниям COMB (синий), и по показаниям ПСО (красный)

Для определения температурной характеристики (1) угловые размеры Земли рассчитывались в зависимости от высоты орбиты, которую предоставлял навигационный приемник. Температура Земли в ИК диапазоне принималась равной -18°C [11], температура космического пространства равной -270°C. Показания сенсора оказались отличными от предсказанных теоретически температур. Максимальная регистрируемая температура оказалась -9°C, минимальная равной -136°C. На рис. 13 представлены минимальные и максимальные температуры, полученные в каждом эксперименте. Расхождение экспериментальных показаний с теоретическими можно объяснить тем, что сенсор не рассчитан на регистрацию столь низких температур. В документации к сенсору производители указывали минимальную исследуемую температуру -80°C. С другой стороны, температура корпуса спутника варьировалась в течении полета от -10°C до 25°C. Таким образом, светофильтр сенсора мог стать источником «паразитного» ИК излучения, внося искажения в конечный сигнал.

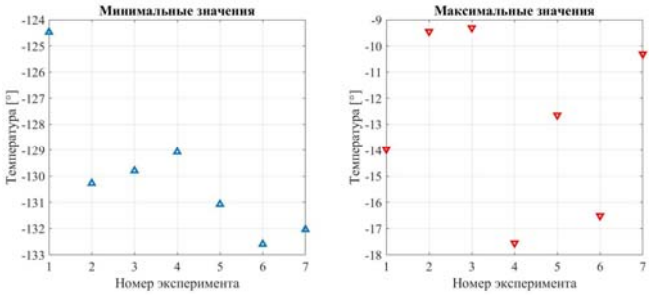


Рис. 13. Минимальные и максимальные температуры, регистрируемые ИК сенсором в каждом эксперименте

При анализе данных полученных от спутника была обнаружена зависимость показаний сенсора от наличия Солнца в поле зрения. На рис. 14 представлены показания ИК сенсоров и датчиков освещенности. В момент времени 80 с нормированные интенсивности солнечного излучения падают до нулевого значения. Это соответствует ситуации, когда спутник уходит в тень Земли. В этот же момент показания ИК сенсоров, направленных до этого в сторону Солнца (грани $y+$, $z+$), испытывают резкое изменение.

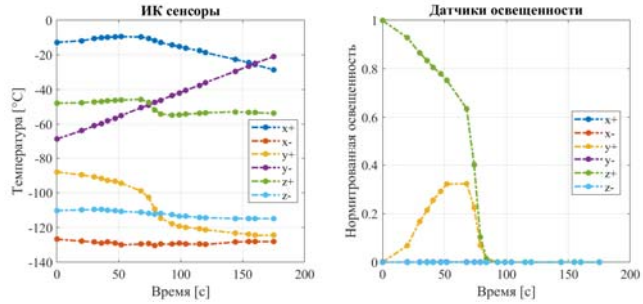


Рис. 14. Зависимость показаний ИК датчиков от освещенности Солнцем.

На рис. 15 представлено поведение углов местной вертикали в описываемом эксперименте. Показания COMB сравниваются с показаниями гироскопов. В момент времени, когда СМКА проходит через терминатор, наблюдается изменение динамики поведения углов местной вертикали. При этом углы крена и тангажа, вычисленные по показаниям гироскопов сохраняют свою динамику. Этот факт подтверждает зависимость работы COMB от освещенности Солнцем.

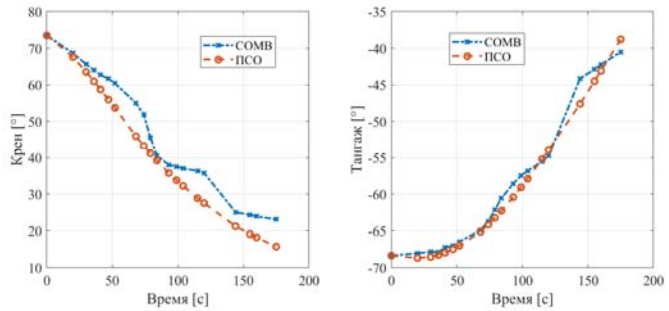


Рис. 15. Поведение COMB в момент прохода через терминатор

Также стоит отметить различие показаний ИК сенсоров на теневой стороне орбиты и на солнечной, которое в среднем равно 10°C.

Описанные выше наблюдения говорят о том, что необходимо учитывать в математической модели ИК сенсора влияние Солнца. Компенсировать влияния Солнца возможно посредством расчета температурной характеристики для каждого датчика в реальном времени. В таком случае, характеристика (1) будет учитывать положение СМКА на орбите (теневая или освещенная сторона) и наличие Солнца в поле зрения сенсора.

IV. Выводы

В процессе работы была исследована возможность использования ИК датчиков температуры для создания системы определения местной вертикали. Была разработана математическая модель ИК сенсора. Выявлены основные параметры, от которых зависят показания ИК сенсора. Проведена калибровка сенсоров.

Качество работы COMB было исследовано в течение наземных лабораторных испытаний и в процессе эксплуатации СМКА на орбите Земли. По итогу летных испытаний были получены показания сенсоров, регистрирующих ИК излучение космическое пространства и Земли. Выявлена зависимость показаний сенсоров от освещенности Солнцем. Получены углы местной вертикали с точностью до 10º. Касательно точности определения углов местной вертикали, стоит отметить отсутствие во время испытаний опорного источника ориентации. Такими источниками могут служить звездный датчик или солнечный датчик. В нашем случае оценка точности определялась на основании работы ПСО, которая имеют погрешность определения углов ориентации порядка 5º.

В будущих запланированных полетах СМКА будут обеспечены системой точной ориентации на основании звездного датчика, что позволит производить более качественный расчет точности работы системы определения местной вертикали.

Литература:

[1] Прохоров, М. Е., Захаров, А. И., Миронов, А. В., Николаев, Ф. Н., & Тучин, М. С. (2009). Современные датчики звездной ориентации. ФИЗИКА КОСМОСА.

[2] Rufino, G., & Grassi, M. (2009). Multi-aperture CMOS sun sensor for microsatellite attitude determination. Sensors, 9(6), 4503-4524.K. Elissa, “Title of paper if known,” unpublished.

[3] Janson, S., Hardy, B., Chin, A., Rumsey, D., Ehrlich, D., & Hinkley, D. (2012). Attitude control on the pico satellite solar cell testbed-2.

[4] Kuwahara, T., Fukuda, K., Sugimura, N., Sakamoto, Y., Yoshida, K., Dorsa, A., ... & Bernelli, F. Z. (2016). Design and implementation of a thermopile-based earth sensor. TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES, AEROSPACE TECHNOLOGY JAPAN, 14(ists30), Pf_77-Pf_81..

[5] Sáez, A. G., Quero, J. M., & Jerez, M. A. (2015). Earth sensor based on thermopile detectors for satellite attitude determination. IEEE Sensors Journal, 16(8), 2260-2271.

[6] Nguyen, T., Cahoy, K., & Marinan, A. (2018). Attitude determination for small satellites with infrared earth horizon sensors. Journal of Spacecraft and Rockets, 55(6), 1466-1475.

[7] Vertát, I., Linhart, R., Masopust, J., Vobornik, A., & Dudácek, L. (2017). Earth’s thermal radiation sensors for attitude determination systems of small satellites. Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso, 47, 157-164.

[8] Graf, A., Arndt, M., Sauer, M., & Gerlach, G. (2007). Review of micromachined thermopiles for infrared detection. Measurement Science and Technology, 18(7), R59-R75.

[9] Емельянцев, Г. И., & Степанов, А. П. (2016). Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»».

[10] Markley, F. L. (1998). Attitude determination using two vector measurements.

[11] Harries, J., Carli, B., Rizzi, R., Serio, C., Mlynczak, M., Palchetti, L., & Masiello, G. (2008). The far‐infrared Earth. Reviews of Geophysics, 46(4).

Методика обнаружения и определения параметров движения судов по изображениям волновых следов в условиях штормового волнения

П.К. Кузнецов
Самарский государственный технический Университет,
Самарский научный центр РАН,
Самара, Россия
kurnesov@mail.ru

Б.В. Мартемьянов
Самарский государственный технический Университет
Самара, Россия
bvmart@rambler.ru

Аннотация – Рассмотрена задача обнаружения и определения параметров движения кораблей по изображениям волновых следов, создаваемых ими на морской поверхности в условиях сильного шторма. Для решения проблемы используются средства видеодистанционного мониторинга, работающие в видео- и ближнем инфракрасном диапазонах электромагнитного излучения. В этом случае получается последовательность кадров изображения интересующей сцены и с помощью процедуры фрагментарной регистрации полученных кадров изображения строится специальный тип фильтра, выделяющий кильватерные волны на фоне ветровых волн, с помощью которых определяются скорость и направление движения судна. Параметры предлагаемого фильтра существенно определяются значениями временных и пространственных характеристик спутных и ветровых волн. Методика совмещения инвариантна к вариациям плотности и контраста получаемых кадров изображений.

Ключевые слова — суда, обнаружение, дистанционная съемка, кадровая последовательность, волновой след, спутные волны, штормовое волнение

I. Введение

Задача обнаружения и определения параметров движения судов по изображениям создаваемых ими волновых следов (так называемых волн Кельвина и спутных волн) в условиях штормового волнения возникает при поиске судов, не имеющих радиосвязи или не зарегистрированных в системе АИС, либо не заинтересованных в своем обнаружении, а потому представляющих опасность для судового движения. Существует обширная литература на данную тему. Так в [1] рассмотрены физические механизмы образования спутных волн и их изображений на оптических и радарных снимках, в [2] изучается процесс образования спутных волн и волн Кельвина от судов с большим водоизмещением, в [3] исследуется возникновение турбулентных вихрей в спутных волнах. В публикациях авторов данной статьи [4], [5], [6] предложен основанный на использовании процедуры высокоточного совмещения последовательности кадров изображений общий метод вычисления векторного поля скоростей движения (оптического потока) изображений при наличии в них случайного шума, и получены оценки погрешности такого совмещения.

II. Особенности обнаружения изображений спутных волн, полученных при сильном штормовом волнении

Предлагаемое здесь решение рассматриваемой задачи основано на получении средствами дистанционного зондирования последовательности кадров изображений сцены интереса и последующей целевой фильтрации. полученных кадров. Фильтрация необходима, так как ветровое волнение создает серьезные помехи для обнаружения спутных волн. Методика целевой фильтрации основана на процедуре совмещения кадров полученных изображений по фрагментам. Для фильтрации последовательности кадров с изображениями спутных волн используется факт существенного различия времени жизни ветровых волн и волн спутных. При этом предварительно получают оценки для значений пространственного радиуса корреляции ветровых волн и радиуса корреляции времени жизни этих волн. Ветровые волны живут единицы секунд, а спутные волны – многие десятки минут. Этот факт используется здесь для обнаружения и выделения спутных волн на фоне волн, вызванных ветром. Именно, предлагается получать кадровую последовательность изображений района интереса с между кадровым интервалом T, значение которого существенно (в 5-7 раз) превышает радиус корреляции времени жизни ветровых волн, и затем осуществлять процедуру плотного по фрагментного совмещения полученных кадров изображений. Размер фрагментов задается так, чтобы он не превышал радиус пространственной корреляции ветровых волн.

Из-за некоррелированности фрагментов изображений, содержащих изображения ветровых волн, их совмещение с большой вероятностью не состоится. Одновременно с этим, фрагменты изображений спутных волн, которые имеют значительно больший радиус корреляции времени жизни в сравнении с ветровыми волнами и потому длительно сохраняющие свою форму, с большой вероятностью будут совмещены.

При совмещении изображений спутных волн имеют место свои проблемы. При слабом волнении изображения спутных волн имеют продолжительные участки линейной формы. В таком случае возникает неопределенность в нахождении совместимых фрагментов и, соответственно, в определении методом

совмещения скорости движения волн. При малом волнении такие линейные участки присутствуют на достаточно большой площади изображения спутной волны, что не позволяет получить достаточно точные оценки скорости движения волны. Рассматриваемый здесь случай сильного штормового волнения характеризуется тем, что из-за шторма спутные волны имеют сильное искривление и изломы. Этот факт позволяет совмещать изображения волн в зонах искривлений и изломов с достаточно малой погрешностью даже при наличии значительных шумов тракта получения видеоинформации и ракурсных искажений, обусловленных изменением угла визирования изобразительной системы при проведении съемки с подвижного основания.

Результатом совмещения пар последовательных кадров является новая последовательность изображений, в которой будут присутствовать только изображения спутной волны, динамически меняющей свое положение от кадра к кадру. Дальнейшее применение операции совмещения к синтезированной таким образом последовательности кадров (содержащей только изображения спутной волны), позволит получить оценки параметров истинного вектора скорости движения спутной волны, по значению которых, в свою очередь, можно судить о скорости и направлении движения судна, причем, даже при отсутствии самого судна в изображении.

Ниже излагается оригинальная процедура высокоточного совмещения изображений. Процедура основана на использовании математического аппарата обобщенных функций. Переход в пространство обобщенных функция позволяет корректно выполнять совмещение ракурсно искаженных изображений при низком отношении сигнал/шум.

На рисунке 1 представлен пример изображения спутной волны, созданной грузовым судном, полученное с разрешением 8 м на пиксель в условиях штормового волнения 5 баллов. Спутная волна, создаваемая движителем судна, и расходящиеся волны Келвина на рисунке отчетливо видны.

III. Методика вычокоточного совмещения изображений

Предлагается решать задачу обнаружения и определения параметров движения спутных волн с использованием процедуры по фрагментного совмещения последовательности кадров сцены интереса, полученных системой дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). Процедура совмещения производится в пространстве обобщенных функций. Перевод задачи в пространство обобщенных функций позволяет разработать ориентированные на реализацию в реальном времени алгоритмы совмещения фрагментов изображений, имеющих низкие значения отношений сигнал/шум и значительные относительные смещения (до 100 и более пикселей), а также получать корректную оценку погрешности совмещения, что недоступно другим методикам совмещения, например, методике оптического потока или экстремально-корреляционным методам.

Будем считать, что совмещаются фрагменты двух изображений одной и той же сцены, полученные изобразительной системой с настраиваемым значением между кадрового интервала времени (T), и, возможно, при измененном ракурсе съемки. Зададим интервал времени T по условию:

$$T_{\text{сп}} \gg T > T_{\text{ветр}}, \quad (1)$$

где $T_{\text{сп}}$ – радиус корреляции времени жизни спутной волны, $T_{\text{ветр}}$ радиус корреляции времени жизни ветровой волны.

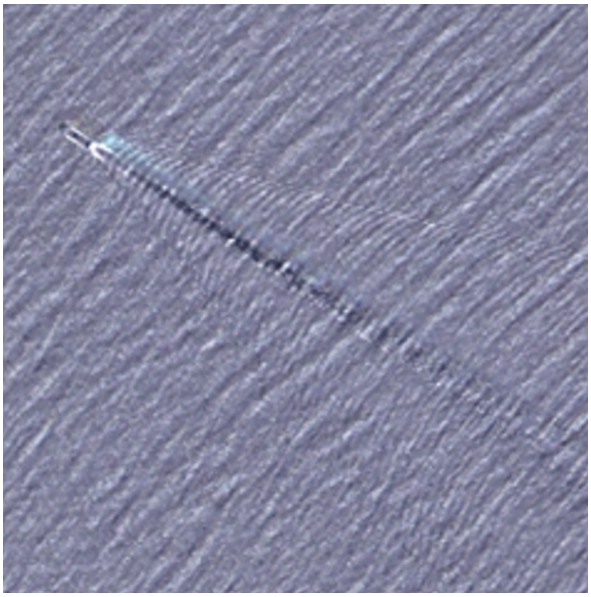


Рис.1. Изображение спутной волны от грузового судна в устье Жемчужной реки, Китай; полученное спутником 'GF-1'. Отчетливо видны спутные-волны и обрамляющие их волны куспидные (заостренные). Слабо видны расходящиеся волны Кельвина. Разрешение изображения 8м. на пиксель. Штормовое волнение 5 баллов.

Изображения (видеосигналы), полученные условно левой (L) и правой (R) видеокамерами, представим с учетом присутствия случайного шума тракта приема видеоданных в виде (2). Видеосигналы и их составляющие отметим индексами-маркерами L и R видеокамер: $\tilde{E}_L(\boldsymbol{x},t)$, $\tilde{E}_R(\boldsymbol{x},t)$):

$$\tilde{E}_\alpha(\boldsymbol{x},t) = E_\alpha(\boldsymbol{x},t) + h_\alpha(\boldsymbol{x},t), \alpha \in \{L,R\}, \quad (2)$$

где $E_\alpha(\boldsymbol{x},t)$ – видеосигнал от видеокамеры α с шумом $h_\alpha(\boldsymbol{x},t)$, и будем считать, что шумы видеосигналов L и R не коррелированы. Предполагается также: случайные функции $E(\boldsymbol{x},t)$, $h(\boldsymbol{x},t)$ эргодичны и взаимно не коррелированы; случайная функция шума $h(\boldsymbol{x},t)$ центрирована и выполнены условия дифференцируемости ее реализаций (в обобщенном смысле) по всем ее аргументам.

Определим обобщенную функцию, используемую в методе совмещения, в виде функционала (3) (здесь опускаем нижний индекс переменных, определяющий их принадлежность к левому или правому изображению):

$$\tilde{F}\left(\tilde{E}(\boldsymbol{x},t),t\right) = \iint_D K(\boldsymbol{x})\,\tilde{E}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{s}(\boldsymbol{x},t),t)dxdy, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{x},t) = (v,\ u)$ – искомый двухкомпонентный вектор относительного сдвига сопряженных фрагментов изображений, $K(\boldsymbol{x})$ – ядро функционала, которое при выборе по критерию минимальной вычислительной сложности имеет вид линейной комбинации правильных пирамид с нулевым средним; D – окно анализа с границей без особенностей.

Задача совмещения фрагментов изображений состоит в отыскании на изображении R такого фрагмента Ξ_R, который, в некотором смысле, наилучшим образом совпадет с некоторым (сопряженным) заданным фрагментом Ξ_L.

Выделим на изображении L область анализа, задающую фрагмент Ξ_L, и покроем ее системой окон $\langle D^i \rangle$, размер которых не превышает пространственный интервал корреляции ветровых волн. Затем организуем итерационный процесс поиска фрагмента Ξ_R сопряженного заданному фрагменту Ξ_L.

Процедура поиска фрагмента Ξ_R следующая.

Осуществим покрытие предполагаемого фрагмента Ξ_R аналогичное покрытию фрагмента Ξ_L. Затем для каждого окна D^i двух покрытий дифференцированием по времени соотношения вида (3) построим уравнение, функционально связывающее параметры фрагментов Ξ_L и Ξ_R изображений вида (2) с их относительным смещением $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{x},t) = (v,\ u)$. Будем считать, что искомое значение смещения одноименных пар окон двух покрытий $\langle D^i \rangle$ одинаково для всех пар. Это уравнение (назовем его ФС уравнением) имеет вид:

$$\Delta\tilde{F} \cong F_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{v}) + F(\boldsymbol{v})_{\boldsymbol{x}}, \quad (4)$$

где $F_{\boldsymbol{x}}(s) = -\iint_D \nabla\big(K(\boldsymbol{x})\big)\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t_0)\,E(\boldsymbol{x},t_0)dxdy$,

$$F(\boldsymbol{v})_{\boldsymbol{x}} = -\iint_D K(\boldsymbol{x})E(\boldsymbol{x},t_0)\ div\ \boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t_0)\ dxdy.$$

Предложенная форма ФС уравнения снимает проблему дифференцирования по пространственным координатам видеосигнала (2) в общем случае не дифференцируемого.

На покрытии $\langle D^i \rangle$ окрестности некоторой точки $\boldsymbol{x}$ кадра изображения $E(\boldsymbol{x},t)$ построим систему ФС уравнений следующего вида:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\mathbf{F}}} = \tilde{\mathbf{F}}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{F}}_{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{v}}\,, \quad (5)$$

где $\dot{\tilde{\mathbf{F}}}, \tilde{\mathbf{F}}_{\boldsymbol{x}}$ получены из (2, 3) заменой изображения $E(\boldsymbol{x})$ на видеосигнал $\tilde{E}(\boldsymbol{x},t)$; $\hat{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{v} + \Delta\boldsymbol{v} = [\hat{v}\ \ \hat{u}]^{\mathrm{T}}$ – вектор-столбец оценки вектора $\boldsymbol{v}$; $\Delta\boldsymbol{v} = [\Delta v\ \Delta u]^{\mathrm{T}}$ – вектор-столбец оценки погрешности вектора $\boldsymbol{v}$.

Из соотношений (4) и (5) получается следующее ФС уравнение:

$$\sum(H_tF_x + H_tH_x) = \sum(H_x)^2 + \Delta v\sum\big(\tilde{F}_x\big)^2 + v\sum(F_xH_x) + u\sum\big(F_xH_y + H_xH_y\big) + \Delta u\sum\big(F_xF_y + H_xH_y + F_xH_y + F_yH_x\big),$$

где $H_\alpha^i = \iint_{D_i} K_\alpha^i(\boldsymbol{x})\ h(\boldsymbol{x},t)\,dxdy$ – функционал ошибки определения скорости, $\alpha \in \{x,y\}$,;

$$H_t^i = \iint_D K^i(\boldsymbol{x})h_t(\boldsymbol{x},t)\,dxdy \quad (6)$$

В (6) суммирование ведется по всем окнам покрытия $\langle D^i \rangle$.

Показано, что из правдоподобного предположения о некоррелированности функций $\tilde{F}_x^i$ и $\tilde{F}_y^i$, а также H_x^i и H_y^i как случайных функций номера окна анализа в покрытии $\langle D^i \rangle$, вытекает следующая оценка $\Delta\boldsymbol{v}$ погрешности вычисления вектора скорости:

$$\Delta\mathbf{v} \simeq -\ \mathbf{NSR}\ \boldsymbol{v}, \quad (7)$$

где $\mathbf{NSR} = \big[NSR_x\ \ NSR_y\big]$ – вектор-строка, компоненты которого характеризуют отношения шум/сигнал:

$$NSR_x = (H_x)^2\Big(\sum\big(\tilde{F}_x\big)^2\Big)^{-1},\ NSR_y = \sum\big(H_y\big)^2\Big(\sum\big(\tilde{F}_y\big)^2\Big)^{-1}.$$

Возможна следующая оценка значений функционалов H_α:

$$H_\alpha = F_\alpha - F_\alpha\big(E(\boldsymbol{x}+\mathbf{s})\big),\ \alpha \in \{x,y\}.$$

Оценка вектора относительного смещения, полученная в результате решения системы (5), используется в итерационной процедуре для смещения фрагмента Ξ_R на текущем шаге итерации. Процедура поиска сопряженного фрагмента Ξ_R останавливается при получении погрешности совмещения меньше заданного порогового значения.

Из (7) следует, что значение смещения получаемой оценки скорости изображения пропорционально самой скорости движения, то есть имеет место «скоростная ошибка». Скоростная ошибка может сводится к нулю при точном совмещении сопряженных фрагментов изображений.

На рисунке 2 показан пример обнаружения движущегося судна по спутной волне.

На рисунке 3 приведён пример обнаружения авианосца и сопровождающих его кораблей эскорта с построением гистограмм скоростей движения спутных волн и волн Кельвина.

Детали судов и их следы сложно идентифицировать на изображениях низкого разрешения. Различимость турбулентных областей и следов Кельвина быстро уменьшается с уменьшением разрешения. В то же время, разница между коэффициентами отражения корпуса и окружающей воды достаточно большая, а линейчатые элементы лучше различимы, как это ни парадоксально, на изображениях с низким разрешением, чем на изображениях с разрешением высоким. Таким образом, изображения с низким разрешением больше подходят для обнаружения кораблей, а следы судов могут быть полностью использованы для получения информации о судне из изображений с высоким разрешением.

Фактические характеристики судовых следов зависят от формы, скорости и осадки корабля, а также глубины вод, скорости и направления ветра и окружающих ветровых волн и их следы сложно идентифицировать на изображениях низкого разрешения.

Существующие в настоящее время системы ДЗЗ, например, типа “Аист-2”, предоставляют множество данных для обнаружения и распознавания кораблей по создаваемым ими следам на водной поверхности. В качестве примера снимков ДЗЗ на Рис. 2 приведены снимки, доставленные аппаратом “Аист-2”.

Дополнительную информацию о скорости движения судна дают волны Кельвина. Диапазон раскрытия угла Кельвина помогает определению положения точки слияния рукавов волны Кельвина. Сдвиг этой точки на между кадрового интервала времени дает информацию о скорости движения судна, а по особенностям спутного

следа можно определить тип судна, направление и параметры вектора скорости его движения. К сожалению, волны Кельвина слабо наблюдаемы и достаточно быстро затухают. Поэтому скорость судна может быть определена по скорости движения всего спутного следа как целостной структуры. Пример обнаружения изображения спутной волны приведен на рисунке. 3.

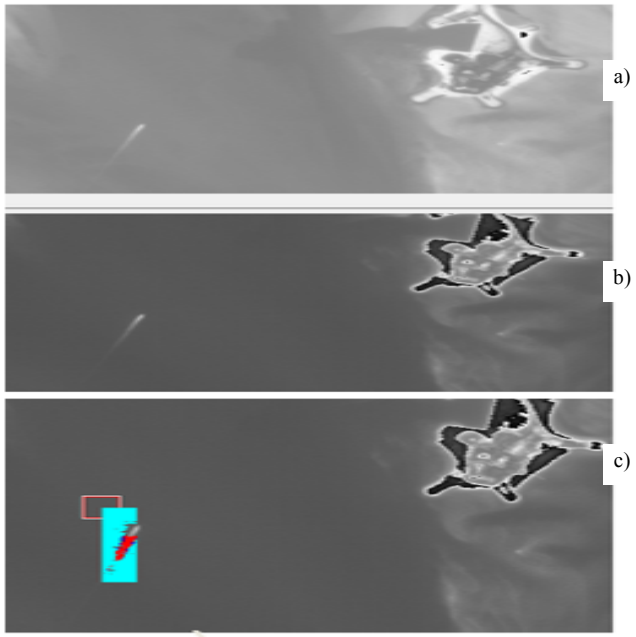
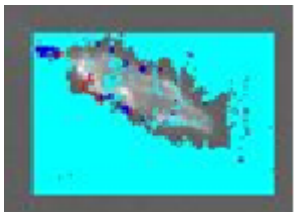


Рис. 2 – Изображения a), b). контейнеровоза, полученные спутником GF-1 в прибрежных водах провинции Гуандун, Китай; разрешение снимков 16 м. на пиксел; c) изображение, синтезированное совмещением изображений a) и b).



Обнаружение авианосца (возможно на малом ходу). Кильватерный след не виден.

Корабль эскорта авианосца

Обнаружение корабля эскорта по спутному следу

Рис.3 – Пример обнаружения изображения спутной волны, создаваемой авианосцем и эсминцем эскорта авианосца, при разрешении снимка 8 м в условиях штормового волнения в 5-6 баллов с построением гистограммы скоростей движения фрагментов спутной волны.

В дальнейшем планируется проведение экспериментальных исследований по подтверждению основных положений данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ermakov, S., I. Kapustin, and T. Lazareva, 2014: Ship wake signatures in radar/optical images of the sea surface: Observations and physical mechanisms. Proc. SPIE, 9240, 92400N, https://doi.org/10.1117/12.2067367.

[2] Gilman, M., A. Soloviev, and H. Graber, 2011: Study of the far wake of a large ship. J. Atmos. Oceanic Technol., 28, 720–733, https://doi.org/10.1175/2010JTECHO791.1.

[3] Golbraikh, E., A. Eidelman, and A. Soloviev, 2013: On helical behavior of turbulence in the ship wake. J. Hydrodyn., 25B, 83–90, https://doi.org/10.1016/S1001-6058(13)60341-8.

[4] Kuznetsov, P. K. New Method of Optical Flow Evaluation/ P. K. Kuznetsov, B.V. Martemyanov // Proc. 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems 29-31 May 2017. Saint Petersburg, Russia. 2017. P. 27-31. ISBN 978-5-91995-044-8.

[5] Anshakov, G.P. and other. Recovery of Non-Visual Data From Images Acquired by Land-Survey Satellites/ G.P. Anshakov, G.N. Myatov, A.A. Yudakov, P. K. Kuznetsov, B.V. Martemyanov// Proc. 25th Anniversary Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems 28 - 30 May 2018. - Saint Petersburg, Russia. – 2018. – P. 480-487.

[6] Кузнецов, П.К., Техническое зрение подвижных объектов. Метод анализа поля скоростей динамического изображения / П.К. Кузнецов, Б.В. Мартемьянов, В.И. Семавин // М.: Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. №1. С. 3-9

Отработка в космическом эксперименте «Вектор-Т» на МКС методов определения параметров орбиты по снимкам планеты

М.Ю. Беляев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
г. Королёв, Моск. обл., Россия
mikhail.belyaev@rsce.ru

П.А. Боровихин
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
г. Королёв, Моск. обл., Россия
pavel.borovikhin@rsce.ru

Д.Ю. Караваев
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
г. Королёв, Моск. обл., Россия
dmitry.karavaev@rsce.ru

***Аннотация* — Целью космического эксперимента «Вектор-Т», проводимого на Международной космической станции, является отработка новых методов определения движения космических аппаратов. В докладе рассмотрено одно из направлений данного эксперимента – определение и уточнение положения станции по снимкам поверхности Земли, получаемым с помощью бортовой фотоспектральной системы. Также приведен пример применения методики, отработанной в ходе эксперимента «Вектор-Т», для определения положения автоматической станции «Луна-25» по сделанному с нее снимку Луны.**

Ключевые слова — Международная космическая станция МКС, космический эксперимент «Вектор-Т», определение орбиты, автономная навигация, космические снимки, «Луна-25»

I. Введение

При решении многих задач баллистики, управления полетом и проведения космических экспериментов (КЭ) космический аппарат (КА) традиционно принимается за материальную точку. Однако современные орбитальные станции имеют настолько большие размеры, что ими уже нельзя пренебречь ни при прогнозировании их движения, ни в случае проведения ряда научных экспериментов на борту станции. Размеры Международной космической станции (МКС) сопоставимы с размерами футбольного поля. Поэтому при расчёте ее орбиты необходимо учитывать не только движение центра масс МКС, но и движение вокруг центра масс, а также изменение формы станции, возникающее, например, вследствие вращения солнечных батарей.

В целях разработки и отработки новых методов определения движения крупногабаритных КА на МКС был организован КЭ «Вектор-Т», в котором для расчёта орбиты дополнительно используются данные об ориентации станции и её элементах, измерения спутниковых навигационных систем, данные о движении спутников сферической формы, запускаемых снаружи и внутри объёма станции и т.д. Следует отметить, что в настоящее время особый интерес представляет развитие автономных методов определения движения КА [1]. Актуальность создания новых методов автономной навигации связана с необходимостью обеспечения надежного определения движения КА в случае возникновения каких-либо нештатных ситуаций при полете в околоземном пространстве, а также при осуществлении перспективных полетов к Луне или Марсу. Подобные методы автономной навигации активно отрабатывались еще на станциях серии «Салют» [2]. Одно из направлений космического эксперимента «Вектор-Т» связано с отработкой нового автономного метода определения движения, предусматривающего получение информации о местоположении МКС путем обработки фотографий, сделанных бортовой съемочной аппаратурой фотоспектральной системы (ФСС). Принципиальная возможность создания такой автономной системы возникла сравнительно недавно, в связи со значительным прогрессом цифровой фотоаппаратуры, произошедшим за последние два десятилетия, и появлением в открытом доступе интегральных фотоснимков поверхности планет в ортогональной проекции (ортофотопланов). Оказалось, что, имея снимок некоторого района и ортофотоплан, охватывающий этот район, возможно с приемлемой для прикладных задач точностью определить точку съемки (точку нахождения фотоаппарата) в пространстве в момент фотографирования.

Если же при обработке серии последовательных снимков поверхности планеты удалось рассчитать координаты достаточно большого числа положений КА в известные моменты фотографирования, это позволяет применить стандартные статистические методы для расчета параметров орбиты.

Отрабатываемая на МКС методика определения положения КА без существенных изменений может использоваться в навигационных целях для экспедиций к Луне и Марсу. Эту принципиальную возможность подтверждает пример расчета радиус-вектора для автоматической станции «Луна-25» по известному снимку Луны, сделанному с борта указанного КА 17 августа 2023 года.

II. Общий подход к решению задачи определения пространственного положения КА по сделанному с него снимку поверхности планеты

Как отмечено в работе [3], оптическое навигационное поле может обладать высокой информативностью и его использование, в принципе, позволяет достичь высокой предельной точности представления данных о положении КА, при этом важное значение имеет применение мощных вычислительных средств и оптических приборов с ПЗС-матрицами высокого разрешения.

К оптическим навигационным системам относятся, в частности, те, в которых для определения положения КА

относительно планеты (при посадке или орбитальном движении) используются изображения поверхности этой планеты, сделанные с борта КА. По мнению авторов монографии [4], достижение такой навигационной системой точности, сравнимой с точностью спутниковых радионавигационных систем, обозначит новый этап в развитии автономной навигации КА. В указанной работе предлагается один из вариантов решения этой задачи, основанный на автоматическом опознавании наземных ориентиров путем сравнения сделанных с орбиты фотографий Земли с эталонными изображениями. Также должны использоваться измерения высоты КА над океаном и информация от звездных датчиков.

Для навигации КА представляет интерес и подход, предложенный в [5] для авиации – с целью высокоточной коррекции навигационных данных летательных аппаратов применяются методы фотограмметрии и оптимальной фильтрации данных, стереоскопические методы, используются изображения местности и точечных ориентиров, включая контуры.

В монографии [6] представлена геодезическая координатная привязка фотографий земной поверхности, сделанных с борта КА, с помощью специальных электронных карт и с использованием береговых линий в качестве ориентиров. Несмотря на то, что задача автономной навигации в [6] не ставится, отмечено, что к уже имеющимся параметрам, которые описывают положение центра масс и ориентацию КА, можно вычислить поправки с тем, чтобы уточнить параметры геопривязки.

Отметим, что как в [5], так и в [6], наряду с полностью автоматической обработкой изображений предусмотрено и участие человека-оператора в этом процессе. В РКК «Энергия» на протяжении ряда лет разрабатываются и отрабатываются технологии определения пространственного положения (в виде радиус-вектора) КА, также основанные на автоматизированной географической привязке оператором снимков земной поверхности, сделанных с борта МКС.

Для осуществления такой привязки, кроме собственно цифрового снимка поверхности планеты необходимо иметь заранее подготовленный ортофотоплан снятого района. Поскольку сам снимок представляет изображение в центральной проекции (все воображаемые лучи, образующие изображение, проходят через точку фокуса), на него распространяется действие теоремы двойных соотношений, следовательно, с помощью четырех выбранных общих (опорных) точек данный снимок может быть преобразован в проекцию имеющегося ортофотоплана.

Процедура ортотрансформирования заключается в опознании и выборе оператором на обрабатываемом снимке и на эталонном ортофотоплане местности четырех общих (опорных) точек, в результате с помощью специального алгоритма определяются географические координаты всех точек снимка [7]. При необходимости практическую точность этой привязки можно оценить, совместив ортотрансформированный снимок с ортофотопланом и определив пространственные расхождения между соответствующими друг другу фрагментами этих двух изображений.

Таким образом, в результате ортотрансформирования каждому пикселю снимка сопоставляется маленький участок (точка) земной поверхности с известными географическими координатами, которые могут быть преобразованы в любую другую систему координат (СК), удобную для дальнейших расчетов. Поэтому легко определяется и кратчайшее линейное расстояние между двумя точками земной поверхности, попавшими на снимок. Кроме того, для любой пары пикселей на снимке можно определить величину угла между лучами, направленными на соответствующие точки Земли из точки фокуса оптической системы фотоаппарата.

Нетрудно показать, что на плоскости отрезок *OP* (рис. 1) всегда будет виден под одним и тем же углом φ из любой точки непрерывной линии, проходящей через точки *O* и *P* и представляющей собой ту часть окружности, которая на рис. 1 расположена выше оси абсцисс и обозначена пунктиром. Радиус и положение центра этой окружности определяются величиной угла, а также длиной и положением отрезка на плоскости [8].

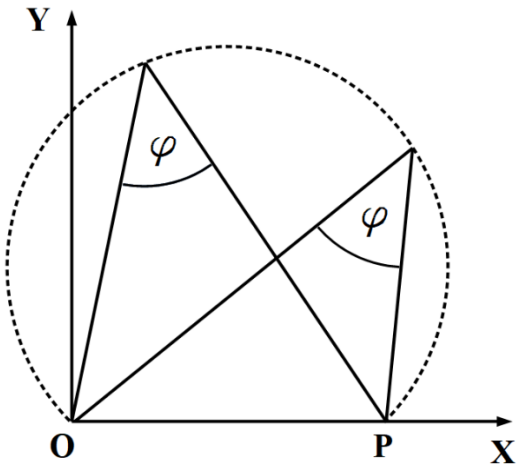


Рис. 1. Возможные точки наблюдения (пунктирная линия), из которых отрезок *OP* виден под заданным углом φ

В трехмерном пространстве поверхность, из любой точки которой данный отрезок виден под заданным углом, является закрытым тором, который образуется вращением показанной на рис. 1 окружности вокруг отрезка *OP*.

Один из способов использования ортотрансформированного снимка в целях определения точки, из которой производилось фотографирование, состоит в том, чтобы выбрать на снимке три пары далеких друг от друга точек, связать с каждой из них свой тор, построенный указанным выше способом, и свое уравнение расстояния от произвольной точки до поверхности этого тора. Каждое из уравнений приравнивается к нулю и выражается через координаты одной общей СК, например, прямоугольной Гринвичской. Тогда, при достаточно высокой точности определения координат выбранных точек и направлений на них, точка съемки определяется численными методами как одно из решений системы трех нелинейных уравнений. При этом необходимо исключить те из решений, которые не являются истинной точкой съемки (например, выбирая достаточно близкое к искомой точке начальное приближение при расчетах).

Если каким-либо способом удалось определить положение некоторой плоскости, в которой КА находился в момент фотографирования, то уравнение расстояния от этой плоскости до произвольной точки можно включить в систему, определяющую положение точки съемки, вместе с уравнениями для торов (число которых в этом случае можно уменьшить до двух).

Также можно связать с этой известной плоскостью прямоугольную декартову СК, ось аппликат которой перпендикулярна плоскости. Тогда через координаты этой СК можно выразить два уравнения расстояний от произвольной точки на плоскости до пересечений с этой плоскостью двух торов (построенных по двум парам точек с известными координатами). Таким образом, задача сводится к решению системы, состоящей из двух нелинейных уравнений.

Если отрезки, соединяющие выбранные пары точек, лежат в известной плоскости (или перпендикулярны ей), пересечения соответствующих им торов с этой плоскостью являются окружностями и решения соответствующих систем уравнений можно найти с помощью относительно несложных аналитических методов, при использовании которых не могут возникнуть возможные для численных методов проблемы с поиском начальных приближений и со сходимостью итерационных алгоритмов. Далее приводится пример такого подхода, который регулярно применяется для определения положения МКС, в том числе в рамках КЭ «Вектор-Т».

Важным элементом реализации автономной навигации является используемая сейчас на МКС программа баллистико-навигационного отображения экипажу полетной обстановки, берущая свое происхождение от системы телекоммуникационного контроля и управления «Сигма», которая была разработана еще для орбитальной станции «Мир» и основывалась, в свою очередь, на системе автономной навигации и управления «Дельта» станции «Салют-7». Данная программа моделирует полет МКС, включая такие детали как прогноз положения, светотеневую обстановку, вид из иллюминаторов и т.п. При благоприятных обстоятельствах (нет возмущений ионосферы) точность моделирования составляет 1-2 с в течение нескольких суток без обновления данных от наземных служб.

Кроме того, программа служит удобной платформой для отработки различных технологий, в том числе автономной навигации, поскольку специально предназначена для поддержки научных программ и ее выполняемые модули могут оперативно изменяться и дополнятся по радиоканалу с Земли.

В настоящее время программа позволяет в реальном времени управлять различной научной аппаратурой, включая поворотные платформы системы ориентации видеоспектральной аппаратуры (СОВА) и ультразвуковую систему координатной привязки фотоизображений, где как раз требуется решение задач автономной навигации.

III. Использование специально выбранной плоскости при навигационной обработке снимка

Как отмечено выше, в результате процедуры ортотрансформирования становится возможным определить географические координаты всех точек, изображенных на снимке. Если точность географической привязки достаточно высока, это позволяет использовать в алгоритмах определения положения точки съемки любые фрагменты снимка. Рассмотрим, как это можно использовать для выбора специальной рабочей плоскости с тем, чтобы свести трехмерную задачу к двумерной.

На исходной, еще не ортотрансформированной фотографии отмечаются пиксели, образующие вписанную в нее окружность с центром, совпадающим с центром снимка. Радиус такой окружности равен половине меньшей стороны прямоугольного кадра. Если съемка производилась с отклонением от надира и видимые границы планеты не попали на фотографию, на привязанном ортотрансформированном снимке окружность преобразуется в вытянутую замкнутую кривую, которая соответствует пересечению конуса (с центром в фокусе оптической системы) с фигурой планеты. Эта кривая напоминает по форме эллипс, однако им не является [9]. Но ограниченная ею фигура всегда вытянута в направлении наибольшего наклона поверхности планеты относительно центральной оси съемки (перпендикулярной плоскости светочувствительной матрицы фотоаппарата) и используется для выбора специальной рабочей плоскости следующим образом.

Ось, вдоль которой вытянута фигура, ограниченная этой кривой, указывает направление наклона земной поверхности по отношению к центральной оси съемки и может быть использована для определения плоскости, в которой будут производиться дальнейшие вычисления. На ортотрансформированном снимке выделяются пиксели, соответствующие центру исходной фотографии и вписанной в нее окружности. Этим пикселям соответствуют изображаемые ими малые участки (точки) поверхности планеты с известными координатами. Это позволяет рассчитать расстояния от точки, соответствующей центру снимка (обозначим ее *B*) до всех точек, соответствующих окружности. Если кривая, соответствующая окружности, вытянута, можно найти на ней точку (назовем ее *A*), наиболее удаленную от точки *B*. Тогда с диаметрально противоположной стороны от *A* можно выбрать точку, расстояние до которой от центральной точки *B* является максимальным по сравнению с соседними точками кривой. Обозначим эту точку *C*.

В качестве рабочей плоскости выбирается плоскость, в которой лежат точки *A*, *B* и *C*. В ней же в момент фотографирования должна лежать и точка съемки (фокус объектива), которую обозначим *S*. В случае, если поверхность планеты имеет форму сферы, эта плоскость проходит через центр планеты, а также совпадает с плоскостью главного вертикала снимка, которая задается точками *S*, *B* и точкой на поверхности планеты, являющейся надиром по отношению к *S*.

На рис. 2, плоскость которого совпадает с выбранной рабочей плоскостью, показана схема определения положения точки съемки *S*. Из этой точки отрезки *AB* и *BC* видны под одним и тем же углом, т.е. углы *ASB* и *BSC* имеют одну и ту же известную величину (обозначим ее α), которая определяется геометрическими характеристиками фотоаппаратуры и равна половине углового размера узкой стороны фотографического кадра, поскольку именно в этот кадр перед процедурой ортотрансформирования вписывалась окружность. Известны также координаты выбранных на поверхности планеты точек *A*, *B* и *C*.

Штриховой и пунктирной линиями показаны фрагменты окружностей, с которых отрезки *AB* и *BC* видны под углом α. Вместо одной из них могла быть выбрана и окружность, построенная на отрезке AC для угла его наблюдения величиной 2α.

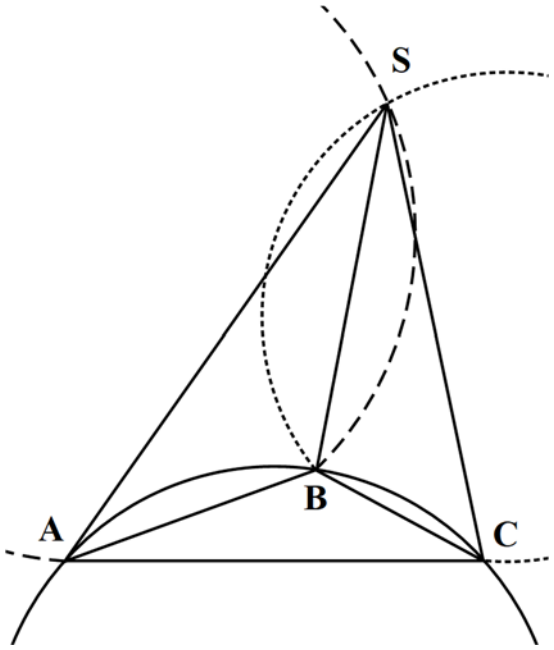


Рис. 2. Геометрическая схема определения положения точки *S* по известным положениям точек *A*, *B* и *C*

Две окружности, представленные на рис. 2, для реальных геометрических условий съемки поверхности планеты с орбитального КА будут иметь две точки пересечения, одна из которых совпадет с точкой *B* (что можно использовать для проверки точности результатов), а другая – с точкой *S*. Таким образом, положение точки съемки несложно вычислить.

При использовании геометрической схемы, показанной на рис. 2, не обязательно использовать уравнения окружностей, построенных на заданных отрезках. Ранее была получена следующая формула [10], для угла *BCS* (обозначим его γ):

$$\mathrm{tg}(\gamma) = \frac{\sin(\tau)\cos(2\alpha) - \cos(\tau)\sin(2\alpha)}{\cos(\tau)\cos(2\alpha) + \sin(\tau)\sin(2\alpha) + BC/AB},$$

где τ – известная величина угла *ABC*.

Поскольку, с учетом этой формулы, известны все углы треугольника *BCS*, по известным положениям точек *B* и *C* вычисляется и положение точки *S*.

Однако, по сравнению с этим решением, подход с использованием специально построенных окружностей более универсален даже в двумерном случае. Так, можно выбирать отрезки, не имеющие общей точки и видимые из точки съемки под разными углами. Это возможно, если удалось опознать объекты с известными координатами, лежащие в рабочей плоскости, но не совпадающие с точками *A*, *B* и *C*. В таких случаях алгоритм решения с помощью окружностей существенно не меняется по сравнению с решением задачи, представленным на рис. 2.

Некоторые методы обработки фотографий, основанные на построении специальных окружностей, могут давать одновременно два возможных положения точки съемки, лежащих в рабочей плоскости. В таких случаях требуются дополнительные методы для выбора решения, которое соответствует реальной точке съемки [10].

IV. Определение положения и орбиты МКС по сделанным с ее борта снимкам Земли

Как уже сообщалось выше, одним из направлений КЭ «Вектор-Т» является отработка технологии определения положений и орбиты МКС путем обработки снимков земной поверхности, сделанных с Российского сегмента станции. Для выполнения этой цели, включающей поиск «узких» мест, влияющих на точность результатов, задавалась автоматическая (как правило, один раз в минуту) съемка земной поверхности фотоаппаратом, жестко закрепленным (с помощью аппаратуры ФСС) на иллюминаторе внутри обитаемого пространства МКС.

В настоящее время в рамках эксперимента «Вектор-Т» отрабатывается технология, представленная в предыдущем разделе. Одна из ее особенностей состоит в том, что точность результатов существенно снижается при съемках с борта КА точек подстилающей поверхности, близких к надиру. Поэтому фотоаппарат закреплялся на иллюминаторе так, чтобы направление съемки составляло с направлением в надир угол не менее 30 градусов. При этом оптическая ось объектива фотоаппарата отклонялась от трассы полета МКС влево или вправо в зависимости от баллистического прогноза так, чтобы было сделано как можно больше снимков освещенной Солнцем местности, потенциально пригодной для опознавания.

На рис. 3 приведен один из снимков (с условным идентификатором *54R0300*), который был сделан в ходе сеанса съемок 28 июня 2023 года. На первом этапе обработки в него вписана окружность, согласно используемой методике.

Рис. 3. Снимок *54R0300*, сделанный с борта МКС 28 июня 2023 года в 16:20:00 UTC (всемирное координированное время), с отмеченной вписанной окружностью

С помощью специального программного обеспечения специалист наземной службы опознал местность, изображенную на снимке, и сопоставил четыре точки на исходной фотографии с соответствующими точками на ортофотоплане земной поверхности. Дальнейшие действия производились в полностью автоматическом режиме. При пересчете географических координат в декартовы учитывалось сжатие Земли согласно геодезической системе WGS 84.

Исходный снимок был преобразован в ортографическую проекцию и совмещен с ортофотопланом, как показано на рис. 4. Вытянутая замкнутая белая линия соответствует окружности, которая перед ортотрансформированием была вписана в исходный снимок, изображенный на рис. 3. Белым отрезком отмечено пересечение с поверхностью Земли плоскости, близкой к плоскости главного вертикала снимка. На этом отрезке отмечены точки, выбранные так, как в предыдущем разделе выбирались точки *A*, *B* и *C*. На рис. 4 они обозначены, соответственно, как *@_54R0300_A*, *@_54R0300_B* и *@_54R0300_C*.

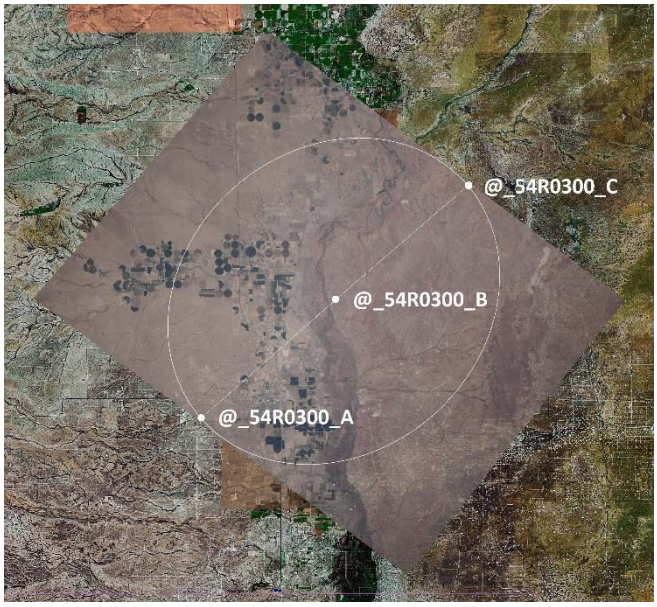


Рис. 4. Ортотрансформированный снимок *54R0300*, совмещенный с ортофотопланом и размеченный для дальнейшей обработки

Те же три точки обозначены красными крестиками на менее подробной карте местности (рис. 5). Желтая линия изображает трассу полета МКС, то есть проекцию априорно известной орбиты МКС, которая служила эталоном при оценке точности расчетов. Красным кружком на трассе представлено эталонное положение (подспутниковая точка) МКС в момент выполнения снимка *54R0300*. Рассчитанная с использованием этого снимка подстпутниковая точка МКС показана на трассе красным крестиком, который обозначен *@_54R0300_M* и частично закрыт красным кружком.

В данном случае расхождение между рассчитанной и эталонной подспутниковыми точками составило 3 км. Расхождения между подспутниковыми точками, полученные в результате обработки других 28 снимков, которые были сделаны в ходе сеансов, проведенных 28 и 30 июня 2023 года, оказались примерно такими же и не выходили за пределы интервала 2,9–3,2 км. Значительнее оказалось расхождение между рассчитанным и эталонным положениями МКС по высоте, которое для снимка *54R0300* равно примерно 6 км, а для всех 29 снимков в среднем – 4 км. Таким образом, среднее расхождение по прямой дальности составило около 5 км.

При расчете положения МКС использовались методы, представленные в предыдущем разделе, с учетом атмосферной рефракции и высот выбранных районов земной поверхности над уровнем моря. Угол, под которым видны отрезки, образованные выбранными на рис. 4 точками, рассчитывался, исходя из геометрических размеров светочувствительной матрицы фотоаппарата Nikon D5, который использовался в эксперименте, и фокусного расстояния (400 мм) объектива, установленного на указанном фотоаппарате. В целях дополнительной проверки результатов использовались альтернативные методы расчета, включая численные. Для получения окончательного, более точного решения был применен дополнительный прием, который описан далее.

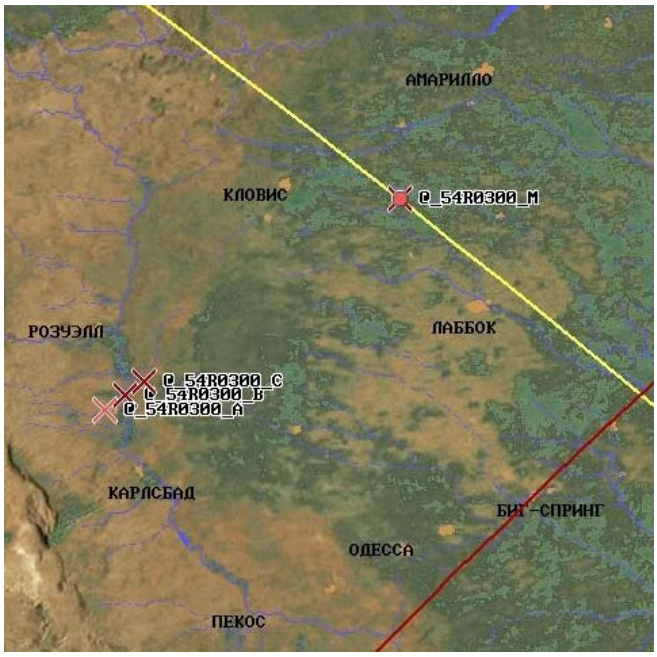


Рис. 5. Сравнение эталонного положения МКС (отмечено красным кружком) с рассчитанным по ортотрансформированному снимку 54R0300

В ходе выполнения эксперимента «Вектор-Т» выяснилось, что помимо объективных сложностей, вызванных условиями, характерными для съемок Земли (облачность, большие океанские поверхности, сложный горный рельеф, рефракция и т.п.) существенное влияние на точность оказывает и погрешность установки, т.е. тот факт, что оптическая ось объектива не проходит через центральный пиксель снимка (светочувствительной матрицы). Поэтому, задавая (в пикселях) некоторые отклонения оптической оси от центра снимка, можно найти такой вариант, для которого, например, два вычисленных угла, которые образованы оптической осью и направлениями из точки фокуса на две разные точки окружности, наиболее близки друг к другу и к заданному значению. Такой критерий оказался удачным, видимо, потому что обычно оптика обрабатывается на станках в процессе вращения заготовки и отклонения от идеальных окружностей пренебрежимо малы, а, значит, в реальности практически совпадают все углы между оптической осью и «лучами», проходящими через края линз.

Точность результатов, полученных при использовании представленной технологии может быть повышена путем калибровки параметров аппаратуры. Например, значительное влияние на расчет положения точки съемки оказывает степень близости реального фокусного расстояния оптической системы к используемому номинальному значению. Например, в условиях проведенных сеансов съемок ошибка в фокусном расстоянии объектива, равная 1 мм, привела бы к ошибке определения высоты

МКС величиной примерно в 1 км. И, разумеется, решающее значение имеют разрешение снимков и масштаб и точность ортофотоплана, применяемого при их географической привязке.

Особенностью методов, представленных выше, является то, что для определения положения точки съемки по снимку, сделанному с борта КА, не требуется знание момента времени, в который производилась съемка. Следовательно, если известна орбита КА, рассчитанное положение точки съемки позволяет установить время снимка, поскольку можно определить, когда КА находился вблизи этой точки. Поэтому на практике удавалось неоднократно восстанавливать правильное время съемок с борта МКС, когда при послеполетной обработке снимков, сделанных в рамках различных КЭ, обнаруживалось, что показания встроенных часов фотоаппаратов были неверны. В некоторых случаях наземным специалистам удавалось определить по полученным фотографиям систематическую ошибку отсчета времени достаточно оперативно, чтобы учесть или устранить ее при планировании ближайшего сеанса дистанционного зондирования Земли с борта МКС. Для решения таких задач точности, достигнутой в эксперименте «Вектор-Т», вполне достаточно.

Если же ставится задача определения параметров орбиты КА с тем, чтобы использовать их для прогноза его движения, становится значимым требование точной привязки фотографий к временам их съемок. Правда, применение классических аналитических методов определения орбиты по нескольким положениям КА нецелесообразно, если точность измерений невысока. Однако, используя достаточно большое число снимков, можно рассчитать ряд последовательных значений радиус-вектора МКС для известных моментов времени, а затем, с применением статистических методов, определить и орбиту станции.

Большинство фотографий Земли, получаемых с помощью автоматической съемки закрепленным на иллюминаторе фотоаппаратом, не пригодно для опознавания и географической привязки, так как на них фиксируется сплошная облачность либо такая местность как, например, поверхность океана без островов или пустыня.

Так, самая большая последовательность опознанных и ортотрансформированных снимков, которую удалось получить в одном сеансе автоматической съемки, насчитывает лишь 30 фотографий при том, что всего было сделано 172 снимка [8]. Значения радиус-векторов точек съемки, полученные в результате обработки этих 30 снимков, позволили получить сглаживающее решение уравнений движения МКС, для которого положения восходящих узлов в интервале обработки отличались от положений восходящих узлов эталонной (точно определенной другими способами) орбиты МКС менее чем на 1 км. Однако в некоторых случаях невязки (отклонения вычисленных положений точек съемки от эталонных решений) имели большее значение. Это объясняется неточностью отсчета времени в съемочной аппаратуре, приведшей к систематической ошибке априорно неизвестной величины. Для ее уменьшения была проведена (без использования данных об эталонной орбите) специальная коррекция времен привязки снимков, при которой ошибка определения времени съемки вводилась в системе используемых уравнений в качестве определяемого параметра. Это позволяло повысить точность определения орбиты МКС.

Точность определения орбит можно повысить аналогичной коррекцией других требующих уточнения величин (например, отклонений параметров съемочной аппаратуры от номинальных значений) путем введения их в систему уравнений в качестве неизвестных параметров, а также увеличением числа снимков, по которым определяются положения МКС. Долю пригодных к опознаванию снимков можно повысить, целенаправленно выбирая районы съемки с высокой вероятностью опознавания и низкой облачностью, что требует участия экипажа либо разработки для управления съемкой специального программного обеспечения с использованием распознавания образов. Если априорно известны приближенные значения параметров орбиты КА, для их уточнения, можно, исходя из приближенной орбиты, планировать съемки районов с низкой ожидаемой степенью облачности, которая оценивается по статистическим данным или с использованием метеорологического прогноза.

В случае съемок лишенной акваторий и облачности Луны, на поверхности которой имеется много удобных для опознавания районов и огромное число ориентиров в виде кратеров, можно рассчитывать, что число снимков, непригодных для навигационной обработки, будет невелико даже при автоматической съемке фотокамерой, жестко фиксированной на борту КА. Следует также отметить, что при расчете окололунных орбит не требуется учитывать атмосферную рефракцию и определять коэффициент торможения в атмосфере.

Удобством данной технологии при пилотируемых полетах является отсутствие необходимости в специальных приборах для навигации типа звездных или солнечных датчиков, поскольку космонавт всегда будет снабжен фотоаппаратом и портативным компьютером, однако в настоящее время необходимо участие оператора (космонавта или специалиста наземных служб) в обработке снимков Земли на этапе опознавания снятой местности и нахождения общих (опорных) точек на фотографии и ортофотоплане. Передача этих функций автономной программе осложняется такими факторами, как облачность, изменения вида участков земной поверхности (например, сезонные или связанные с человеческой деятельностью). Что же касается изображений Луны, самым значимым фактором, влияющим на их вид, являются изменения светотеневой обстановки, что облегчает задачу опознавания фрагментов лунной поверхности и позволяет надеяться на то, что использование предлагаемой методики для экспедиций к Луне может быть полностью автоматизировано. Это подтверждает и значительное число публикаций на тему разработки в навигационных целях систем распознавания таких доминирующих на лунной поверхности структур как кратеры [11, 12].

V. Оценка положения автоматической станции «Луна-25» по сделанному с ее борта снимку Луны

В числе различных навигационных систем, предлагаемых для перспективных лунных экспедиций, рассматриваются и средства визуальной навигации. Один из примеров такого подхода – автономная оптическая навигация по горизонту Луны и по контрольным точкам на ее поверхности с использованием специальной широкоугольной съемочной аппаратуры [13].

В то же время не подлежит сомнению, что в ходе пилотируемых полетов съемки лунной поверхности в различных целях будут производиться экипажем с использованием портативных фотоаппаратов через иллюминаторы, а также, возможно, управляемыми камерами на внешней поверхности КА [14]. Описанная выше методика, при наличии даже неспециализированного бортового компьютера (например, ноутбука), может использоваться в навигационных целях и при съемках такого рода, а не только в специально проектируемых системах оптической навигации.

Для проверки принципиальной возможности определения положения КА относительно Луны по снимкам ее поверхности, сделанным «ручной» камерой через иллюминатор, ранее были проведены расчеты на основе доступных в интернете фотографий, полученных в ходе американской пилотируемой программы «Аполлон» [10, 15]. Несмотря на невысокое качество этих оцифрованных изображений, их удалось ортотрансформировать и использовать для приближенного определения радиус-векторов КА в моменты съемок.

В августе 2023 года была опубликована [16] фотография (рис. 6), сделанная служебной телевизионной системой СТС-Л с борта КА «Луна-25» во время его движения по орбите искусственного спутника Луны. При выполнении снимка использовалась посадочная камера КАМ-С, технические характеристики которой приведены в [17]. Разрешение снимка ограничено, в первую очередь, небольшим фокусным расстоянием (12,3 мм) оптической системы камеры. Тем не менее, он был использован для тестирования методики, отрабатываемой в КЭ «Вектор-Т».

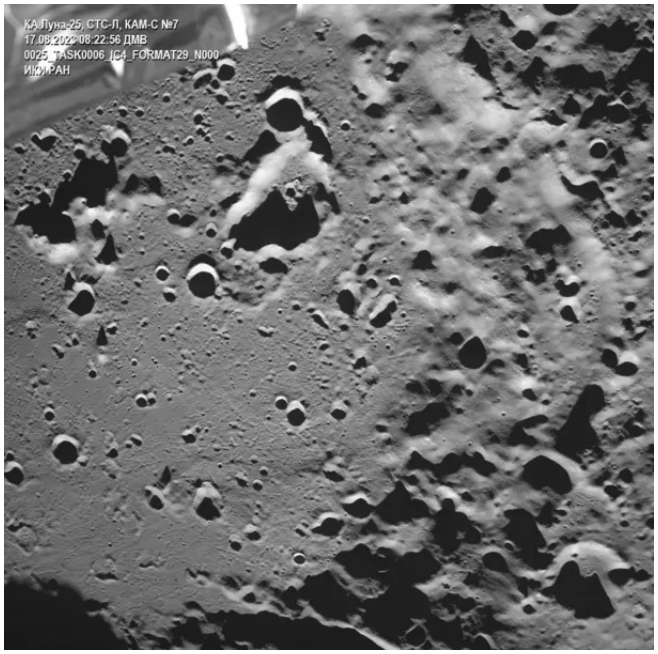


Рис. 6. Снимок Луны, сделанный с борта КА «Луна-25» 17 августа 2023 года в 05:22:56 UTC

Для селенографической привязки снимка использовался ортофотоплан Луны в проекции Меркатора, взятый с [18]. Преобразованный в ортогональную проекцию и совмещенный с ортофопланом снимок показан на рис. 7. В качестве общих (опорных) точек были использованы центры нескольких мелких лунных кратеров. Заметно, что по разрешению ортофотоплан уступает снимку, так что на высокую точность привязки рассчитывать не приходится. Это подтверждается тем, что, как видно на рис. 7, те точки линии, полученной из вписанной в исходный снимок окружности, которые наиболее удалены от центральной точки, не являются диаметрально противоположными друг другу.

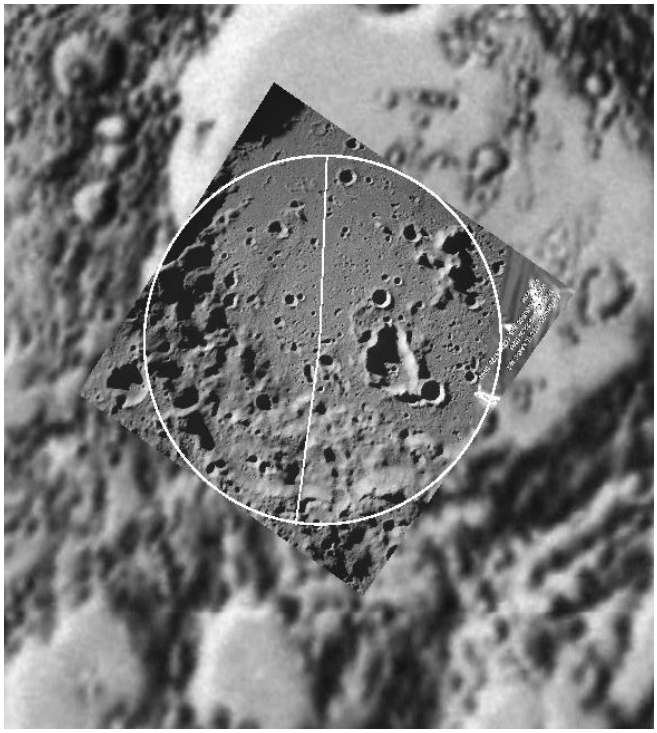


Рис. 7. Совмещенный с ортофотопланом ортотрансформированный снимок и разметка, полученная при его автоматической обработке

Предварительная обработка снимка в данном случае дала следующие результаты:

отклонение оптической оси от надира: 19,87°;

наклонная дальность до центра снимка: 96,9 км;

высота над поверхностью Луны: 91,5 км.

Этим результатам соответствуют два возможных положения точки съемки в плоскости, близкой к плоскости главного вертикала снимка, со следующими подспутниковыми точками в селенографической системе координат:

долгота: -138,65°, широта: -75,67°;

долгота: -139,36°, широта: -77,73°.

С использованием методов, отрабатываемых в КЭ «Вектор-Т» (согласно схеме, представленной на рис. 2), из этих вариантов был выбран второй. Соответствующие координаты в декартовой луноцентрической селеноэкваториальной системе:

x: -295,52 км, y: -253,68 км, z: -1785,56 км.

Их преобразование в луноцентрическую геоэкваториальную систему координат J2000 [19, 20] дает следующий результат:

X: -354,44 км, Y: 584,07 км, Z: -1695,03 км.

Таким образом, применяя отработанные в КЭ на МКС методы, удалось получить результат и при обработке фотографии, сделанной с борта «Луны-25». Однако его следует

считать лишь приблизительной оценкой из-за относительно низкого разрешения использованных изображений.

VI. Заключение

В связи с планируемыми полетами к Луне и Марсу, а также уязвимостью спутниковых систем навигации в околоземном пространстве, является актуальным развитие новых методов автономного определения движения КА. Описанные навигационные методы на основе снимков планеты реализованы в виде как наземного, так и бортового программного обеспечения. Оно отрабатывалось как на математических моделях движения КА вокруг планеты, так и в ходе КЭ «Вектор-Т», а также некоторых других научных экспериментов, связанных с наблюдением поверхности Земли с борта МКС. Кроме того, в отдельных случаях предложенные алгоритмы использовалось для оценки положения КА по сделанным с его борта снимкам поверхности Луны.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что даже рассчитанные по одиночным снимкам (в том числе сделанным не в навигационных целях) координаты КА в момент фотографирования дают возможность уточнить уже известные параметры орбиты (траектории) КА, например, с целью расчета корректирующих импульсов в случае полетов к Луне или введения поправки в расписание времен наблюдения наземных объектов для научных экспериментов на борту орбитальной станции.

В случае, когда сделано достаточное число последовательных снимков поверхности планеты, появляется возможность применить хорошо отработанные статистические методы обработки результатов измерений с целью определения орбиты КА, что было подтверждено в ходе эксперимента «Вектор-Т».

Предложенная технология, отрабатываемая на МКС, может быть применена для создания автономной системы навигации, например, в качестве резервной, аварийной или контролирующей в дополнение к используемым сейчас навигационным системам. Однако ее основное назначение – создание автономной системы навигации, не требующей специально разработанных приборов, для полетов автоматических аппаратов и пилотируемых КА к Луне, а впоследствии и к Марсу.

Литература

[1] Пешехонов В.Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 2022. Т. 30, № 1(116). С. 3–11. DOI: 10.17285/0869-7035.0084

[2] Гаушус Э.В., Зыбин Ю.Н., Легостаев В.П. Автономная навигация и управление орбитальной станцией «Салют-7» // Космические исследования. 1986. Т. 24, вып. 6. С. 844–864.

[3] Почукаев В.Н. Основные концептуальные положения баллистико-навигационного обеспечения полетов автоматических космических аппаратов. М.: Машиностроение-Полет, 2018. 156 с.

[4] Аншаков Г.П., Голяков А.Д., Петрищев В.Ф., Фурсов В.А. Автономная навигация космических аппаратов. Самара: Государственный научно-производственный ракетно-космич. центр ЦСКБ-Прогресс, 2011. 486 с.

[5] Белоглазов И.Н., Казарин С.Н., Косьянчук В.В. Обработка информации в иконических системах навигации, наведения и дистанционного зондирования местности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 368 с.

[6] Современные технологии обработки данных дистанционного зондирования Земли / С.В. Антонушкина, В.С. Гуров, Н.А. Егошкин [и др.]; под ред. В.В. Еремеева. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. 460 с.

[7] Результаты мониторинга с борта РС МКС катастрофических наводнений Краснодарского края / Г.И. Падалка, С.Н. Ревин, Л.В. Десинов [и др.] // Пилотируемые полеты в космос. 2013. № 4(9). С. 42–59.

[8] Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю., Сазонов В.В. Метод определения орбиты Международной космической станции по выполненным с нее снимкам поверхности Земли // Труды LIV Чтений К.Э. Циолковского. Секция «Проблемы ракетной и космической техники». 2020. С. 5–16.

[9] Бурдаев М.Н. О форме границ и размерах зон обзора поверхностей планет с космических аппаратов // Пилотируемые полеты в космос. 2014. № 3(12). С. 71–75.

[10] Микрин Е.А., Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю. Определение орбиты по выполняемым космонавтами снимкам поверхности Земли и Луны // Космическая техника и технологии. 2018. № 4(23). С. 88–99.

[11] Crater Navigation System for Autonomous Precision Landing on the Moon / B Maass, S. Woicke, W.M. Oliveira [et al.] // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2020. Vol. 43, No. 8. pp. 1414–1431. DOI: https://doi.org/10.2514/1.G004850

[12] Бобков А.В., Сюй Ян. Определение собственного положения лунного посадочного модуля по видеоизображению с использованием метода сигнатур // Инженерный журнал: наука и инновации. 2023, вып. 5. DOI: http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2023-5-2278

[13] Жуков Б.С., Полянский И.В., Жуков С.Б. Автономная оптическая навигация на окололунных орбитах и при посадке на Луну с помощью сверхширокоугольной камеры // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14, № 2. С. 24–35. DOI: 10.21046/2070-7401-2017-14-2-24-35

[14] Жуков В.М. Анализ условий, особенностей и способов выполнеия операций визуально-инструментального наблюдения и фотосъемки на Луне // Пилотируемые полеты в космос. 2021. № 2(39). С. 111–131. DOI 10.34131/MSF.21.2.111-131

[15] Микрин Е.А., Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю. Отработка на МКС технологии автономной навигации с помощью съемок экипажа для задачи облета Луны // Сборник материалов юбилейной XXV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. АО Концерн ЦНИИ Электроприбор. 2018. С. 7–13.

[16] Институт космических исследований РАН [Электронный ресурс] // информ.-справочный портал. URL: https://iki.cosmos.ru/research/missions/luna-25

[17] Служебная телевизионная система КА «Луна-25» / Г.А. Аванесов, А.В. Бережков, Р.В. Бессонов [и др.] // Астрономический вестник. 2021. Т. 55, № 6. С. 601–617.

[18] Google Moon [Электронный ресурс] // google.ru: информ.-справочный портал. URL: https://www.google.ru/moon/

[19] Машиностроение. Энциклопедия. Т. IV-22 Ракетно-космическая техника. В 2 кн. Кн. 1. / А.П. Аджян, Э.Л. Аким, О.М. Алифанов [и др.]; под ред. академика РАН В.П. Легостаева; главн. ред. академик РАН К.В. Фролов. М.: Машиностроение, 2012. 925 с.

[20] Баллистико-навигационное обеспечение полётов автоматических космических аппаратов к телам Солнечной системы / Г.К. Боровин, Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский [и др.]; под ред. д.ф.-м.н. А.Г. Тучина. Химки: АО «НПО Лавочкина», 2018. 336 с.

Оптико-инерциальное позиционирование дистанционно пилотируемых летательных аппаратов при потере спутниковой информации

Н.П. Старостин
Раменское приборостроительное конструкторское бюро,
Раменское, Московская область, Россия
e-mail: stark201288@gmail.com

А.В. Чернодаров
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»,
Университет МАИ, Москва, Россия
e-mail: chernod@mail.ru

***Аннотация* — Рассматривается задача оптико-визирной коррекции инерциальных навигационных систем (ИНС) при отсутствии или ухудшении спутниковой информации. Оценивается возможность применения для этой цели оптико-электронных средств, входящих в состав систем дистанционного управления летательными аппаратами. Такое управление реализуется человеком-оператором по каналу передачи видео изображения земной поверхности без использования радиолокационных средств. Представлены алгоритмы формирования оптико-инерциальных наблюдений при визировании наземных ориентиров с известными и неизвестными координатами. Результаты математического моделирования подтвердили достаточно высокую потенциальную точность оптико-инерциального позиционирования с обобщенным фильтром Калмана в контуре оценивания ошибок ИНС.**

Ключевые слова — дистанционно пилотируемый летательный аппарат, инерциальная навигационная система, глобальная навигационная спутниковая система, оптико-электронная система, обобщенный фильтр Калмана.

I. Введение

Современное состояние дистанционно пилотируемых летательных аппаратов (ДПЛА) [1] характеризуется применением инерциально-спутниковых навигационных систем (ИСНС) [2,3]. В ИСНС глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) обеспечивают высокоточное позиционирование, а инерциальные (ИНС) - определение угловой ориентации. Однако применение спутниковых систем для позиционирования ДПЛА имеет ряд ограничений, связанных с воздействием естественных и имитационных помех [4-6]. В то же время наличие на борту ДПЛА видеокамеры и канала передачи изображения земной поверхности для дистанционного пилотирования позволяет расширить навигационные возможности ИСНС на основе дополнительного оптико-электронного позиционирования. Для такого позиционирования могут быть использованы видимые наземные ориентиры. Традиционными являются следующие подходы, использующие видео информацию от оптико-электронных систем (ОЭС) для позиционной коррекции ИНС:

- коррекция ИНС путем пролета ДПЛА над наземными ориентирами с известными координатами. Такой подход требует точного полета над ориентиром, что не всегда может быть реализовано;
- коррекция ИНС с использованием бортовых дальномеров и измеренных углов визирования наземного ориентира. Включение дальномеров в состав ИСНС не всегда представляется возможным из-за ограничений на размеры и массу бортового оборудования ДПЛА.

Указанные подходы, кроме того, не обеспечивают оценку ошибок углов ориентации ИНС при обработке позиционных наблюдений с помощью обобщенного фильтра Калмана (ОФК) [7].

Предлагается выполнять коррекцию ИНС путем слежения на экране индикатора оптико-электронной системы за изображениями ориентиров, которые находятся на видимом расстоянии от ДПЛА. Изображение, полученное с помощью видеокамеры, привязано к координатной сетке в плоскости индикатора. С учетом фокусного расстояния видеокамеры азимуту и углу места линии визирования ориентира будет соответствовать точка на экране индикатора. Коррекция ИНС реализуется на основе обработки с помощью ОФК оптико-инерциальных наблюдений углов визирования.

Опираясь на известные подходы оптико-электронного позиционирования, предлагается корректировать ИНС с использованием пассивной видео локации наземных ориентиров без применения дальномеров. Рассматриваются следующие варианты формирования оптико-инерциальных наблюдений для оценки ошибок бесплатформенной ИНС (БИНС) с помощью ОФК:

- наблюдения в виде разности прогнозируемых по информации БИНС и измеренных с помощью бортовой ОЭС углов визирования наземного ориентира, а именно: азимута и угла места ориентира. Координаты наземного ориентира полагаются известными. Видео камера может быть жестко закреплена в корпусе ДПЛА. Тогда углы визирования определяются в связанной с ДПЛА системе координат. Если видео камера размещена в стабилизированном карданном подвесе, то углы визирования могу определяться относительно осей сопровождающего трехгранника опорной системы координат;
- наблюдения углов визирования наземного ориентира с неизвестными координатами. Для реализации таких наблюдений предлагается выполнять подготовительные процедуры, связанные с определением координат отсле-

живаемого ориентира методом триангуляции для разнесенных положений ДПЛА на траектории полета.

Переход на оптико-инерциальное позиционирование ДПЛА выполняется при обнаружении потери спутниковой информации [8] и наличии на экране индикатора видимого наземного ориентира.

II. Оптико-Инерциальные Наблюдения при Визировании Наземных Ориентиров с Известными Кординатами

Оптико-инерциальные наблюдения могут быть сформированы с учетом взаимосвязи проекций линии визирования наземного ориентира на оси навигационных трехгранников, связанных с наземным ориентиром и видеокамерой.

Пусть единичный вектор $\bar{e}$ направлен вдоль линии визирования наземного ориентира. Такой вектор в проекциях на оси связанной с видеокамерой системы координат *oxyz* будет иметь вид

$$\bar{e}_{xyz} = [e_x e_y e_z]^{\mathrm{T}}, \qquad (1)$$

где $e_x = \cos\alpha\cos\beta$; $e_y = \sin\beta$; $e_z = \sin\alpha\cos\beta$; (2)

α; β – азимут и угол места ориентира в связанной с видеокамерой системе координат.

С учетом соотношения (1) могут быть определены прогнозируемые по информации БИНС значения углов визирования

$$\alpha = arctg(e_z / e_x); \qquad (3)$$

$$\beta = \arcsin e_y, \qquad (4)$$

где $$\bar{e}_{xyz} = C\bar{e}_{ENH}, \qquad (5)$$

$\bar{e}_{ENH} = [e_E e_N e_H]^{\mathrm{T}}$ - единичный вектор в проекциях на оси сопровождающего трехгранника *oENH* геодезической системы координат;

$e_E = \Delta E / D$; $e_N = \Delta N / D$; $e_H = \Delta H / D$;

$D = \sqrt{\Delta E^2 + \Delta N^2 + \Delta H^2}$;

$\Delta E = (\lambda_{\text{op}} - \lambda) R_\lambda \cos\varphi$; $\Delta N = (\varphi_{\text{op}} - \varphi) R_\varphi$; $\Delta H = R_{\text{op}} - R$;

φ_{op}; φ – соответственно геодезическая широта ориентира и ДПЛА; λ_{op}; λ - соответственно геодезическая долгота ориентира и ДПЛА; R_φ; R_λ – радиусы кривизны земного эллипсоида; ΔH - разность высот ориентира и ДПЛА над земным эллипсоидом; C – матрица направляющих косинусов (МНК), связывающая проекции вектора $\bar{e}$ в базисах *oxyz* и *oENH*. Для указанных трехгранников принята традиционная [9] последовательность поворотов по углам ориентации с учетом направления осей в связанной с ДПЛА системе координат [10].

Если видеокамера жестко закрепляется в корпусе ДПЛА, то МНК C определяется по углам истинного курса, тангажа и крена, вычисляемых БИНС.

Если видео камера размещается в карданном подвесе, то ее можно стабилизировать в плоскости горизонта по углам тангажа, крена и в азимуте по информации БИНС. В этом случае МНК C формируется с учетом ориентации видео камеры только в азимуте.

При наличии информации ГНСС ошибки БИНС оцениваются с помощью ОФК в i-й момент времени по инерциально-спутниковым наблюдениям

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ГНСС}}; \qquad (6)$$

$$Z_{V(i)} = [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{БИНС}} - [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{ГНСС}}. \qquad (7)$$

При потере спутниковой информации и обнаружении наземного ориентира ошибки БИНС оцениваются по оптико-инерциальным наблюдениям, которые формируются как разности вычисленных по информации БИНС и измеренных ОЭС углов визирования наземного ориентира

$$Z_{\alpha\beta(i)} = [\alpha_i \beta_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\alpha_i \beta_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ОЭС}}. \qquad (8)$$

В ОФК используются как сигналы наблюдений (6) – (8), так и их модели вида $Z_i = H_i x_i + \vartheta_i$. Для наблюдений (8) матрица H_i связи с вектором ошибок БИНС x_i формируется путем варьирования соотношений (3), (4) по входящим в них параметрам. Здесь ϑ_i – вектор ошибок наблюдений.

При размещении видео камеры в карданном подвесе [11] необходимо учитывать в наблюдениях ошибки визирования ориентира из-за неточной стабилизации плоскости измерения азимута α и угла места β. Взаимосвязь ошибок измерения углов визирования ориентира $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ и ошибок x_δ независимых элементов МНК C, вычисляемых БИНС и используемых для стабилизации видеокамеры, вытекает из соотношений (2), (5) и имеет вид

$$[\Delta\alpha\ \Delta\beta]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{ОЭС}} = C^*_{\alpha\beta} H_{\alpha\beta} x_{\delta(\text{БИНС})}, \qquad (9)$$

где $C^*_{\alpha\beta} = (C^{\mathrm{T}}_{\alpha\beta} C_{\alpha\beta})^{-1} C^{\mathrm{T}}_{\alpha\beta}$;

$$C_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -\sin\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta \\ 0 & \cos\beta \\ \cos\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta \end{bmatrix};\ H_{\alpha\beta} =$$

$$\begin{bmatrix} e_N & c_{2,2}e_N & -c_{1,2}e_E & e_H & -c_{2,1}e_E & c_{1,1}e_E \\ -c_{2,2}e_E & e_N & c_{0,2}e_E & e_{2,1}e_E & e_H & -c_{0,1}e_H \\ c_{1,2}e_E & -c_{0,2}e_E & e_N & -c_{1,1}e_E & c_{0,1}e_E & e_H \end{bmatrix}$$

$x_{\delta(\text{БИНС})} = [\Delta c_{0,1} \Delta c_{1,1} \Delta c_{2,1} \Delta c_{0,2} \Delta c_{1,2} \Delta c_{2,2}]^{\mathrm{T}}$;

$c_{i,j}$ - элементы МНК C.

III. Оптико-Инерциальные Наблюдения при Визировании Наземных Ориентиров с Неизвестными Координатами

Рассматривается обратная задача траекторных измерений. Известно [12,13], что прямая задача таких измерений связана с определением траектории полета ДПЛА с помощью двух разнесенных на земной поверхности ОЭС с известными геодезическими координатами. При решении обратной задачи определяются координаты наземного ориентира с использованием траекторных измерений с борта ДПЛА. Такие измерения включают координаты ЛА и углы визирования ориентира в двух точках траектории полета. Координаты ЛА определяются с помощью БИНС, а углы визирования ориентира – с помощью ОЭС. Задача оптико-инерциального позиционирования решается триангуляционным методом. Для этого необходимо видеокамеру размещать в карданном подвесе и стабилизировать в горизонтальной плоскости. Необходимо также стабилизировать карданный подвес в азимуте относительно его ориентации в начальной точке измерений. Схема траекторных измерений при реализации такого метода показана на рисунке 1.

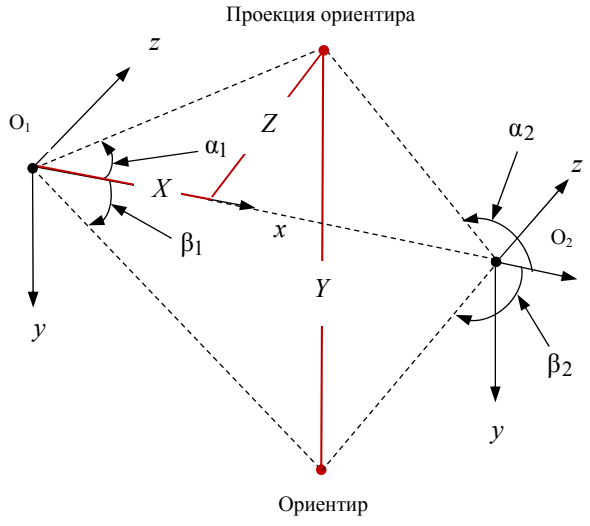


Рис. 1. Схема траекторных измерений триангуляционным методом

В соответствии с рисунком 1 линейные координаты ориентира *X*, *Y*, *Z* в системе координат o_1xyz, связанной с видеокамерой, могут быть вычислены по следующим соотношениям

$$X = dtg\alpha_2 / (tg\alpha_2 - tg\alpha_1);$$

$$Y = d\sin\alpha_2 \sin(\beta_1 + \mu_1/2) / [\sin(\alpha_2 - \alpha_1)\cos(\beta_1 + \mu_1)];$$

$$Z = dtg\alpha_2 tg\alpha_1 / (tg\alpha_2 - tg\alpha_1),$$

где *d* – расстояние между точками o_1 и o_2, соответствующих двум местоположениям видеокамеры; $\beta_1; \alpha_1$; $\beta_2; \alpha_2$ - измеренные видеокамерой углы визирования ориентира в точках o_1 и o_2. Вершина системы координат o_1xyz совпадает с начальным местоположением видеокамеры φ_{o_1}, λ_{o_1} на траектории полета o_1 – o_2.

При реализации рассматриваемого подхода к позиционированию наземного ориентира необходимо координатам *X*, *Y*, *Z* ставить в соответствие их геодезические эквиваленты. Для этого указанные координаты проектируются на оси геодезического сопровождающего трехгранника с использованием углов ориентации ДПЛА, счисляемых БИНС. Далее с учетом средней величины радиуса-вектора местоположения видео камеры на участке траектории o_1 – o_2 определяются геодезические координаты наземного ориентира. В итоге коррекция БИНС может быть выполнена с учетом измеренных углов визирования ориентира в точке o_2 путем обработки наблюдений (8) с помощью ОФК.

IV. Анализ Результатов Исследований

Исследование потенциальных возможностей навигационного комплекса ДПЛА, включающего ГНСС, БИНС и ОЭС, выполнено на полунатурной модели инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС [14] среднего класса точности. Эксперименты проводились по зарегистрированным на flash-память полетным данным ГНСС и инерциального измерительного модуля (ИИМ), включающего размещенные по ортогональным осям три акселерометра и три волоконно-оптических гироскопа. Летный эксперимент проводился на вертолете. Параметры полета вертолета и ДПЛА полагались идентичными.

На рисунке 2 показана траектория полета вертолета в плане, определенная ГНСС, где $\Delta\varphi_R = [\varphi(t) - \varphi(t_0)]R$; $\Delta\lambda_R = [\lambda(t) - \lambda(t_0)]R\cos\varphi$; *R* – величина радиус-вектора местоположения БИНС.

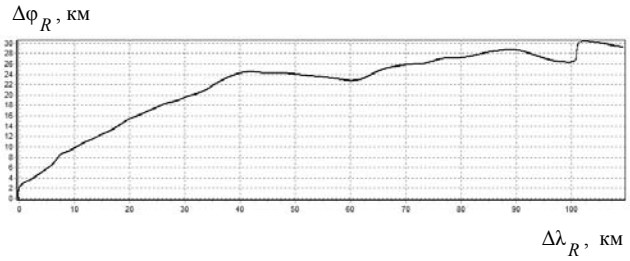


Рис. 2. Горизонтальная траектория полета.

При моделировании координаты наземного ориентира $\varphi_{op}; \lambda_{op}$ формировались по сигналам ГНСС, а именно: $\varphi_{op} = \varphi_{ГНСС} + \Delta\varphi_{op}$; $\lambda_{op} = \lambda_{ГНСС} + \Delta\lambda_{op}$; $R_{op} = R_3$; R_3 - радиус Земли в точке местонахождения ориентира. Полагалось, что видеокамера жестко закрепляется в корпусе ДПЛА. В инерциально-спутниковом режиме использовались наблюдения (6), (7), а в оптико-инерциальном – наблюдения (8).

На рисунке 3 показана круговая ошибка оценки местоположения ДПЛА ΔS в инерциально-спутниковом режиме определения координат с шагом коррекции от ГНСС 10 секунд, где

$$\Delta S = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}\ ;\ \delta_\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{ГНСС}})R\ ;$$

$$\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{ГНСС}})R\cos\varphi_{\text{ГНСС}}\ .$$

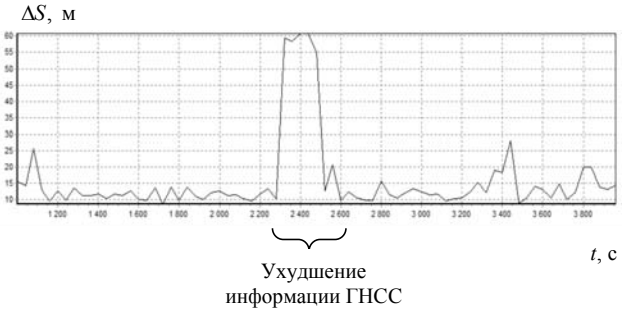


Рис. 3. Круговая ошибка оценки местоположения ДПЛА в инерциально-спутниковом режиме

Результаты получены с учетом списывания сформированных ОФК оценок ошибок как пилотажно-навигационных параметров БИНС, так и дрейфов чувствительных элементов ИИМ. Можно видеть, что в таком режиме счисления параметров полета позиционная ошибка не превышает 20 метров.

На рисунке 4 показана круговая ошибка оценки местоположения БПЛА в комбинированном инерциально-спутниковом (1000с < t <2400с) и инерциальном режиме с оптико-визирной коррекцией (t > 2400с). Шаг оптико-визирной коррекции 300с со средне квадратичными ошибками определения азимута и угла места ориентира 20 угловых минут.

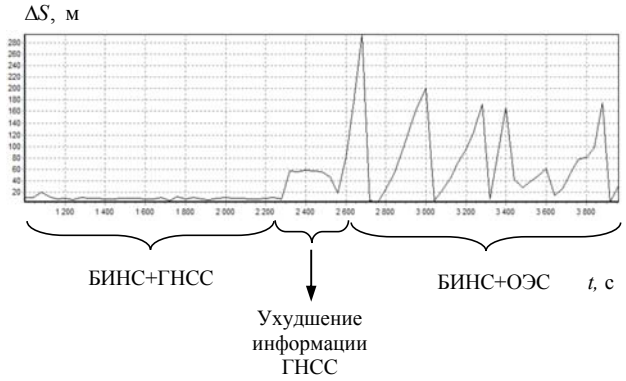


Рис. 4. Круговая ошибка оценки местоположения ДПЛА в комбинированном инерциально-спутниковом режиме с оптико-визирной коррекцией

Можно видеть, что в этом случае круговая позиционная ошибка инерциального счисления координат не превышает 200 метров. Уменьшение динамики нарастания ошибок БИНС связано с уточнением и списанием оценок дрейфов чувствительных элементов ИИМ, получаемых в процессе оптико-инерциального позиционирования.

V. Заключение

Оптико-электронные средства, входящие в состав бортового оборудования ДПЛА, могут быть использованы не только для управления по видео каналу, но и для оценки ошибок БИНС при потере спутниковой информации с использованием наблюдений наземных ориентиров с известными и неизвестными координатами. Предлагается формировать сигналы наблюдений в виде разностей измеренных и прогнозируемых по информации БИНС углов визирования ориентиров. Для оценки ошибок БИНС такие наблюдения обрабатываются с помощью ОФК. Проведенные исследования подтвердили возможность оптико-инерциального позиционирования ДПЛА на базе БИНС средней точности с ошибками на маршруте полета на уровне 1000 метров с учетом интервалов коррекции порядка 6 минут и списания оценок дрейфов чувствительных элементов БИНС.

Литература

[1] Биард, Т. У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика / Т.У. Биард, Т.У. МакЛэйн, пер. с англ. А.И. Демьяникова под ред. Г.В. Анцева. М.: Техносфера, 2015. 312 с.

[2] Емельянцев, Г.И. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Г.И. Емельянцев, А.П. Степанов, под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394с.

[3] Noureldin, A., Karamat, T., Georgy, J. Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.

[4] Пешехонов В. Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 2022. №1 (116). С. 3-11. DOI 10.17285/0869-7035.0084

[5] Шмидт Дж.Т. Эксплуатация навигационных систем на основе GPS в сложных условиях окружающей среды // Гироскопия и навигация. 2019. № 1. С. 3 - 21.

[6] Chernodarov, A.V. Monitoring and Adaptive Robust Protection of the Integrity of GNSS/SINS Observations in Urban Environments // 11th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFERPROCESS 2022), IFAC-PapersOnLine, 2022, 55(6), pp. 378–383.

[7] Maybeck, P.S. Stochastic Models, Estimation and Control. N.Y., Academic Press, 1982, vol. 2.

[8] Чернодаров, А.В. Летная отработка интегрированной навигационной системы на МЭМС датчиках, устойчивой к нестабильности спутниковой информации / А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, А.П. Патрикеев, А.А. Полякова // XXXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2024. С. 296 - 299.

[9] Бромберг, П.В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука, ГРФМЛ, 1979. 296 с.

[10] ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. – М.: Издательство стандартов, 1981. 52 с.

[11] Ривкин, С.С. Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. М.: Наука, ГРФМЛ, 1978. 320с.

[12] Кринецкий, Е.И. Летные испытания ракет / Е.И. Кринецкий, Л.Н. Александровская, А.В. Шаронов, А.С. Голубков, под ред. Е.И. Кринецкого. М.: Машиностроение, 1979. 464с.

[13] Горшков, П.С. Инерциально-спутниковая компенсация траекторных нестабильностей оптико-электронных систем позиционирования на качающемся основании / П.С. горшков, А.П. Патрикеев, В.П. Харьков, А.В. Чернодаров // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2020. С. 109 - 111.

[14] Чернодаров, А.В. Исследование аварийного режима бесплатформенной инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС по полетным данным / А.В. Чернодаров, П.С. Горшков, А.П. Патрикеев, Н.П. Старостин // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2023. С. 196 - 199.

Летная отработка интегрированной навигационной системы на МЭМС датчиках, устойчивой к нестабильности спутниковой информации

А.В. Чернодаров
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»,
Университет МАИ, Москва, Россия
e-mail: chernod@mail.ru

П.С. Горшков
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»,
Москва, Россия
e-mail: contacts@naukasoft.ru

А.П. Патрикеев
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Москва, Россия,
e-mail: apatrikeev@naukasoft.ru

А.А. Полякова
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»,
Москва, Россия
e-mail: apolyakova@naukasoft.ru

***Аннотация* — Работа посвящена задаче повышения информационной целостности навигационных систем в условиях нестабильности спутниковых данных. Предлагаемое решение задачи опирается на инерциальную поддержку глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС). Такая поддержка связана с определением угловой ориентации летательного аппарата в штатном режиме, а также с локализацией и парированием нарушений в ГНСС в аварийном режиме. Типовыми являются нарушения, связанные с аномальными помехами или с потерей спутниковых сигналов. Анализируются результаты натурных экспериментов с инерциально-спутниковой навигационной системой на микро-электро-механических датчиках.**

Ключевые слова — спутниковая навигационная система, инерциальная навигационная система, информационная целостность, обобщенный фильтр Калмана, микро-электро-механические датчики.

I. Введение

Современное состояние бортового оборудования летательных аппаратов (ЛА) характеризуется применением интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем (ИСНС) [1,2]. Интеграция основана на различии спектральных характеристик ошибок бесплатформенных инерциальных (БИНС) и глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Такое различие обеспечивает взаимную информационную поддержку БИНС и ГНСС в реальной помеховой обстановке. В то же время актуальной остается задача снижения массы, габаритов и стоимости аппаратной части ИСНС при сохранении точностных характеристик. Возможное решение такой задачи связано с включением в состав ИСНС инерциальных измерительных модулей (ИИМ) на базе микро-электро-механических систем (МЭМС). Однако МЭМС датчики имеют низкую точность, большую зону нечувствительности и нестабильные параметры моделей дрейфов гироскопов и акселерометров в процессе эксплуатации. Представляется, что противоречие между необходимыми точностными и требуемыми массо-габаритными характеристиками ИСНС на базе МЭМС может быть разрешено на основе совершенствования программно-математического обеспечения (ПМО) ИСНС. Одно из направлений такого совершенствования связано с оцениванием погрешностей МЭМС датчиков и идентификацией их динамических моделей при наличии кондиционной спутниковой информации. Динамические модели учитывают изменение параметров МЭМС датчиков в процессе эксплуатации, а также обеспечивают требуемые точностные характеристики ИСНС в автономном инерциальном режиме при потере сигналов ГНСС [3]. Следует отметить, что в процессе заводской стендовой калибровки оцениваются, как правило, только систематические погрешности МЭМС датчиков. Такая калибровка не учитывает погрешности МЭМС, возникающие в динамических режимах работы БИНС, связанных с линейными и угловыми ускорениями.

Цель работы - исследование по зарегистрированным данным МЭМС и ГНСС следующих режимов:

- довыставка БИНС в полете по информации ГНСС;
- оценка остаточных дрейфов МЭМС в полете по информации ГНСС;
- на каких временных интервалах обеспечивается необходимая точность инерциального счисления параметров полета при ухудшении или потере сигналов ГНСС.

Достижение поставленной цели опирается на применение инерциально-спутниковых и инерциально-геофизических наблюдений, а также обобщенного фильтра Калмана (ОФК) [4,5] для оценки и прогнозирования ошибок БИНС.

Разработанное программно-математическое обеспечение ИСНС исследовалось в постобработке по зарегистрированным

стрированным данным. Рассматривались следующие режимы функционирования ИСНС

- предварительная наземная калибровка МЭМС для оценки систематических погрешностей датчиков;
- грубая начальная выставка БИНС с использованием сигналов МЭМС датчиков по методу аналитического гирокомпасирования (АГК). Следует отметить, что в режиме АГК истинный курс по сигналам МЭМС датчиков определяется с большой ошибкой;
- точная начальная выставка БИНС с использованием наблюдений геофизических инвариантов и ОФК;
- довыставка БИНС с использованием путевого угла от ГНСС и инерциально-спутниковых наблюдений;
- инерциально-спутниковый и автономный инерциальный режим при отсутствии сигналов ГНСС. Отсутствие сигналов ГНСС моделировалось программно.

II. Бесплатформенная Инерциально-Спутниковая Навигационная Система на Базе МЭМС Как Объект Исследования

В качестве объекта исследований рассматривается ИСНС на базе МЭМС LSM6DS33 [6]. Сигналы ИСНС регистрируются на flash-память через микроконтроллер STM32 [7] с частотой 1.666 кГц для МЭМС и 5Гц для ГНСС. Указанные модули ИСНС представлены на рис. 1 и 2.

Реализация программно-математического обеспечения БИНС в составе ИСНС основана на решении основного уравнения инерциальной навигации [8,9]

$$\dot{\bar{V}} = C_3^{\mathrm{T}}\bar{a}_{xyz} + \bar{g} - 2\bar{\Omega}\times\bar{V} - \bar{\omega}\times\bar{V} - \bar{\Omega}\times(\bar{\Omega}\times\bar{R}), \quad (1)$$

где $\bar{a} = [a_x a_y a_z]^{\mathrm{T}}$ – вектор сигналов акселерометров в проекциях на оси связанной системы координат *oxyz*; $\bar{g} = \bar{g}_{\text{гр}} - \bar{\Omega}\times(\bar{\Omega}\times\bar{R})$ - вектор ускорения силы тяжести; $\bar{g}_{\text{гр}} = [g_{\text{гр}(E)} g_{\text{гр}(N)} g_{\text{гр}(H)}]^{\mathrm{T}}$ – вектор гравитационного ускорения; $\bar{\Omega}_{ENH} = [\Omega_E \Omega_N \Omega_H]^{\mathrm{T}}$ – вектор угловой скорости вращения Земли; $\Omega = \left\|\bar{\Omega}\right\|_2^2$; $\bar{R} = [00(R+h)]^{\mathrm{T}}$ – радиус-вектор местоположения инерциального измерительного модуля (ИИМ) в составе МЭМС. ИИМ включает три акселерометра и три датчика угловой скорости (ДУС), расположенных по ортогональным осям; R; h – соответственно радиус Земли и высота над земным эллипсоидом в точке местоположения ИИМ. $(\times)$ – оператор векторного произведения; $\bar{\omega}_{ENH} = [\omega_E \omega_N \omega_H]^{\mathrm{T}}$ – вектор угловой скорости облета Земли, элементы которого определяются по проекциям $V_E; V_N; V_H$ [8]:

$$\omega_E = -\dot{\varphi} = -V_N/R_\varphi;\ \omega_N = \dot{\lambda}\cos\varphi = V_E/R_\lambda;$$

$$\omega_H = \dot{\lambda}\sin\varphi = V_E \operatorname{tg}\varphi/R_\lambda; \quad (2)$$

R_φ – радиус кривизны меридианного эллипса; R_λ - радиус кривизны первого вертикала; φ, λ - геодезические широта и долгота местоположения БИНС. В уравнении (1) элементы всех векторов, кроме $\bar{a}$, определяются в проекциях на оси сопровождающего трехгранника *oENH* геодезической системы координат. Матрица направляющих косинусов (МНК) C_3 характеризует угловую ориентацию осей ИИМ *ox*, *oy*, *oz* относительно трехгранника *oENH*. МНК C_3 определяется из решения уравнения Пуассона [9], которое имеет вид

$$\dot{C}_3 = \Pi_0 C_3 - C_3 P_3 \Pi_1 P_3^{\mathrm{T}}, \quad (3)$$

где $\Pi_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\Theta}_z & -\dot{\Theta}_y \\ -\dot{\Theta}_z & 0 & \dot{\Theta}_x \\ \dot{\Theta}_y & -\dot{\Theta}_x & 0 \end{bmatrix}$; $P_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0 \vdots -(\omega_H+\Omega_H) \vdots (\omega_N+\Omega_N) \\ (\omega_H+\Omega_H) \vdots 0 \vdots -\omega_E \\ -(\omega_N+\Omega_N) \vdots \omega_E \vdots 0 \end{bmatrix};$$

$\dot{\bar{\Theta}} = [\dot{\Theta}_x \dot{\Theta}_y \dot{\Theta}_z]^{\mathrm{T}}$ – вектор сигналов ДУС; $\bar{\Omega}_{ENH} = [0 \vdots \Omega\cos\varphi \vdots \Omega\sin\varphi]^{\mathrm{T}}$.

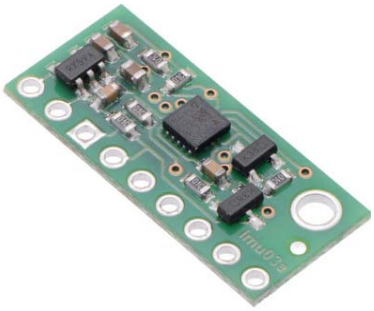


Рис. 1. Плата с МЭМС LSM6DS33(10×23×3мм)

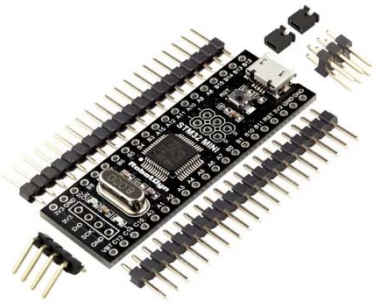


Рис. 2. Процессорная плата на базе микроконтроллера STM32 (10×23×3мм)

По элементам $C_{3(i,j)}$ МНК C_3 определяются углы ориентации ИИМ относительно трехгранника *oENH*, а именно: истинный курс ψ, углы тангажа ϑ и крена γ:

$$\psi = arctg[-\frac{C_{3(1,0)}}{C_{3(1,1)}}];\ \vartheta = arctg\frac{C_{3(1,2)}}{\sqrt{C_{3(0,2)}^2 + C_{3(2,2)}^2}};$$

$$\gamma = arctg[-\frac{C_{3(0,2)}}{C_{3(2,2)}}]. \quad (4)$$

Из уравнений (1) – (3) видно, что из-за дрейфов сигналов акселерометров и ДУС, а также из-за неточного

определения ускорения силы тяжести ошибки БИНС при интегрировании указанных уравнений имеют нарастающий, колебательный характер с периодом Шулера [10]. Ошибки БИНС оцениваются и компенсируются при начальной выставке по геофизическим инвариантам [11], а в режиме навигации – с использованием информации от ГНСС.

Типовая схема оценивания вектора ошибок БИНС, основанная на применении ГНСС и ОФК, представлена на рисунке 3, где Y – вектор пилотажно-навигационных параметров полета (ПНПП), формируемых в i-й момент времени;

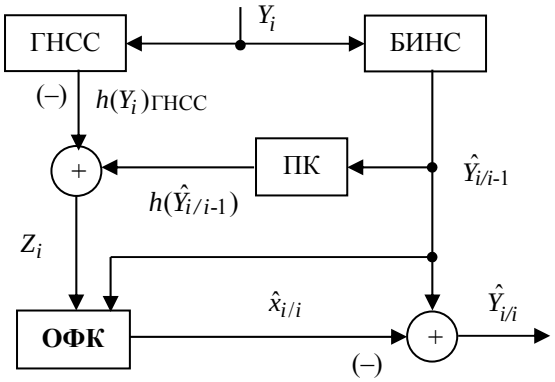


Рис. 3. Типовая схема оценивания ошибок БИНС

$\hat{x}_{i/i-1}$; $\hat{Y}_{i/i-1}$; $\hat{x}_{i/i}$; $\hat{Y}_{i/i}$ - соответственно прогнозные и скорректированные оценки параметров и вектора ошибок БИНС; $h(y)$ – функция, согласующая параметры БИНС и внешнего корректора; ПК – преобразователь координат; ^ – символ оценки; $Z_i = [Z_{k(i)} Z_{V(i)}]^{\mathrm{T}}$ – вектор инерциально-спутниковых наблюдений, элементы которого в i – й момент времени имеют вид

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ГНСС}}; \quad (5)$$

$$Z_{V(i)} = [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{БИНС}} - [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}_{(i)\,\text{ГНСС}}. \quad (6)$$

Грубая начальная выставка БИНС выполняется по сигналам откалиброванных МЭМС датчиков. В режиме точной наземной выставки используются наблюдения геофизических инвариантов, связанные с неподвижностью основания БИНС, а именно: нулевые относительные скорости, неизменные координаты точки начальной выставки (ТНВ) и проекции вектора угловой скорости вращения Земли на оси инерциальной системы координат $O_I XYZ$

$$Z_{k(i)} = [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{БИНС}} - [\varphi_i \lambda_i h_i]^{\mathrm{T}}_{\text{ТНВ}}; \quad (7)$$

$$Z_{V(i)} = [V_E V_N V_H]^{\mathrm{T}}; \quad (8)$$

$$Z_{\bar{\Omega}(i)} = \Delta\hat{\bar{\Omega}}_i - \Delta\bar{\Omega}_{XYZ(i)}, \quad (9)$$

где $\Delta\hat{\bar{\Omega}}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} C_0^{\mathrm{T}}(\tau)\dot{\bar{\Theta}}(\tau)d\tau$; $\Delta\bar{\Omega}_{XYZ(i)} = [0 \vdots 0 \vdots \Omega\Delta t_i]^{\mathrm{T}}$ - вектор углов поворота Земли за время $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ в проекциях на оси инерциальной системы координат; $C_0 = C_3 P_3 C_2 C_1$ - МНК, характеризующая ориентацию ИИМ относительно инерциальной системы координат.

$$C_1 = \begin{bmatrix} \cos\Omega t & \sin\Omega t & 0 \\ -\sin\Omega t & \cos\Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos\lambda\cos\varphi & \sin\lambda\cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\cos\lambda\sin\varphi & -\sin\lambda\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}.$$

Реализация представленной на рисунке 3 схемы опирается на модели ошибок БИНС и ГНСС. Модель ошибок БИНС получается путем варьирования уравнений (1) - (3) по входящим в них параметрам. Ошибки МЭМС датчиков моделируются на основе уравнений формирующих фильтров первого порядка [12]. Для представленных уравнений вектор ошибок БИНС включает 18 параметров, а именно: ошибки счисления проекций вектора траекторной скорости на оси сопровождающего трехгранника *oENH*; ошибки счисления широты, долготы и высоты над земным эллипсоидом; ошибки счисления независимых элементов МНК C_3 и дрейфы МЭМС датчиков. Ошибки наблюдений, связанные с ГНСС, рассматриваются как гауссовские. Представленные уравнения составляют основу штатного режима ИСНС. При потере или ухудшении спутниковой информации ИСНС должна переходить в режим инерциального счисления ПНПП. Такой переход может быть реализован путем контроля соответствующих диагностических параметров [13].

При переходе ИСНС в режим автономной инерциальной навигации компенсируются оценки ошибок МЭМС датчиков, сформированные до потери спутниковой информации, а также уточняемые в процессе обработки инерциально-геофизических наблюдений вида [11]:

$$Z_{\bar{\Theta}(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \{C_{0(i)}^{\mathrm{T}} \dot{\bar{\Theta}}(\tau)d\tau - C_{2(i)}^{\mathrm{T}}[\bar{\omega}_i(\tau) + \dot{\bar{\delta}}_i(\tau)]\}d\tau - [0 \vdots 0 \vdots \Omega\Delta t_i]^{\mathrm{T}}, \quad (10)$$

где $\dot{\bar{\delta}} = [\dot{\delta}_E \dot{\delta}_N \dot{\delta}_H]^{\mathrm{T}}$ – вектор угловой скорости вращения ИИМ относительно сопровождающего трехгранника *oENH*;

$$\dot{\delta}_E = \dot{\vartheta}\cos\psi - \dot{\gamma}\sin\psi\cos\vartheta;$$

$$\dot{\delta}_N = \dot{\vartheta}\sin\psi + \dot{\gamma}\cos\psi\cos\vartheta; \quad \dot{\delta}_H = \dot{\psi} + \dot{\gamma}\sin\vartheta.$$

Производные для углов ориентации определяются из уравнений (3), (4).

III. Анализ Результатов Исследований

Перед проведением экспериментов была выполнена предварительная калибровка систематических дрейфов МЭМС датчиков в стационарных условиях. Временная диаграмма работы ИСНС включала следующие этапы: грубая начальная выставка (t = 0 ÷100с); точная начальная выставка (100с < t ≤ 256с) с шагом обработки наблюдений (7) - (9) 1Гц; режим инерциально-спутниковой навигации (256с < t ≤ 1080с) с шагом обработки наблюдений (5), (6) 1Гц; режим автономной инерциальной навигации (1080с < t ≤ 1260с) с шагом

обработки наблюдений (10) 1Гц. Начальная выставка выполнялась в ускоренном варианте с учетом довыставки с использованием путевого угла от ГНСС в режиме инерциально-спутниковой навигации. Полагалось, что сигналы ГНСС недоступны на конечном участке траектории движения в течение 3-х минут. На этом участке выполнялось инерциальное счисление параметров полета с компенсацией прогнозируемых оценок ошибок БИНС-МЭМС, полученных в инерциально-спутниковом режиме.

На рис. 4, 5 показаны круговые позиционные ошибки ИСНС ΔS, а именно: на рис. 4 – с учетом компенсации запомненных при t = 1080 оценок дрейфов датчиков; на рис. 5 – с учетом наблюдения (10) и компенсации прогнозируемых оценок $\hat{x}_{i/i-1}$ в инерциальном режиме, где

$\Delta S = \sqrt{\delta_\varphi^2 + \delta_\lambda^2}$; $\delta_\varphi = (\varphi_{\text{БИНС}} - \varphi_{\text{ГНСС}})R_\varphi$;

$\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{ГНСС}})R_\lambda \cos\varphi_{\text{ГНСС}}$;

R_φ ; R_λ – радиусы кривизны земного эллипсоида;

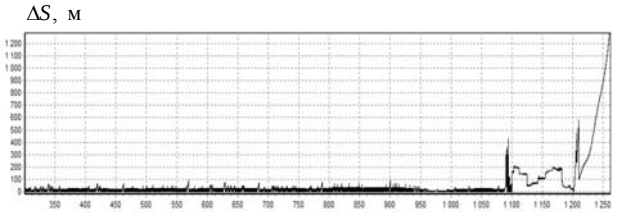


Рис. 4. Круговая ошибка ИСНС с учетом компенсации запомненных при t = 1080с оценок дрейфов датчиков в инерциальном режиме

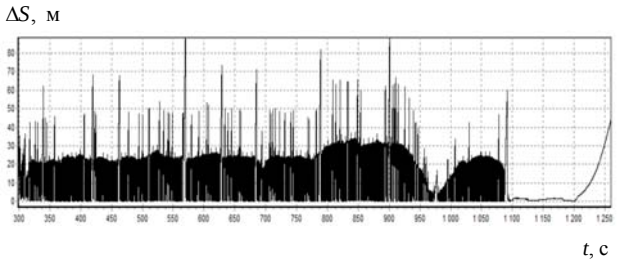


Рис. 5. Круговая ошибка ИСНС с учетом использования наблюдения (10) и компенсации оценок $\hat{x}_{i/i-1}$ в инерциальном режиме

Можно видеть, что компенсация прогнозируемых оценок ошибок БИНС-МЭМС на участке автономного инерциального счисления параметров полета позволила почти на два порядка уменьшить круговую позиционную ошибку БИНС на временном интервале 3 минуты.

IV. Заключение

Для обеспечения устойчивости интегрированной навигационной системы на МЭМС датчиках к нестабильности спутниковой информации необходимо оперативно обнаруживать аномальные сигналы ГНСС и переходить в автономный инерциальный режим функционирования ИСНС.

Учитывая невысокие точностные характеристики МЭМС датчиков, их включение в состав ИСНС может быть основано на реализации, в том числе, следующих процедур комплексной обработки информации:

- наземно-бортовая калибровка МЭМС датчиков [14];
- оценка дрейфов МЭМС датчиков в инерциально-спутниковом режиме и компенсация их прогнозируемых значений в режиме автономного счисления параметров полета при отсутствии информации ГНСС;
- оценка и компенсация ошибок БИНС в автономном режиме путем обработки с помощью ОФК инерциально-геофизических наблюдений вида (10).

Литература

[1] Емельянцев, Г.И. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / Г.И. Емельянцев, А.П. Степанов, под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394с.

[2] Noureldin, A., Karamat, T., and Georgy, J., Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration, Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.

[3] Пешехонов В. Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация. 2022. №1 (116). С. 3-11. DOI 10.17285/0869-7035.0084

[4] Maybeck, P.S., Stochastic Models, Estimation and Control, New York., Academic Press, 1982, vol. 2.

[5] Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.1. Введение в теорию оценивания. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509с.

[6] LSM6DS33. Micro-emiconductor.com›datasheet..LSM6DS33TR.pdf

[7] STM32. ru.wikipedia.org›STM32

[8] Бабич, О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512с.

[9] Savage, P.G. Strapdown Analytics. Maple Plan, Minnesota, Strapdown Associates Inc., 2007, Part 1.

[10] Климов, Д.М. Инерциальная навигация на море. М.: Наука, 1984. 120с.

[11] Пат. 2725029. Российская Федерация, МПК G01C 23/00. Способ повышения точности бесплатформенной инерциальной навигационной системы / Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Халютина О.С.; приор. 06.02.19; опубл. 29.06.20, Бюл. № 19.

[12] Степанов, О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч.2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 417с.

[13] Chernodarov, A.V. Monitoring and Adaptive Robust Protection of the Integrity of GNSS/SINS Observations in Urban Environments // 11th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFERPROCESS 2022), IFAC-PapersOnLine, 2022, 55(6), pp. 378–383.

[14] Chernodarov, A., Patrikeev, A., In-Motion Calibration and Testing of MEMS Sensors Using a Reference Inertial Satellite Navigation System, International Seminar on Electron Devices Design and Production, SED 2021, IEEE Proceedings, 2021, 9444510.

Задача навигации беспилотной колесной сельскохозяйственной техники с использованием БИНС, ГНСС и одометрии

Д.И. Смольянов

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова
АО «Когнитив»
Москва, Россия
danil.smolyanov@yandex.ru

А.А. Голован

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова
Москва, Россия
aagolovan@yandex.ru

Аннотация — Работа посвящена описанию разработки, тестирования и внедрения алгоритмов навигации для беспилотной колесной сельскохозяйственной техники, когда аппаратный состав ее навигационного комплекса состоит из низкоточной бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС), построенной на микроэлектромеханических датчиках (МЭМС), приемника сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) и данных одометрии — одометра и датчиков поворота руля или рамы.

В задачах функционирования беспилотной сельскохозяйственной техники важнейшая роль отведена задаче навигации. Для обработки большинства культур требуется надежное позиционное решение с точностью до нескольких сантиметров. Высокая точность важна также для снижения затрат топлива и обеспечения безопасной для человека работы сельскохозяйственной техники. Надежность навигационного решения заключается в устойчивости решения к выбросам и кратковременным пропаданием информации ГНСС.

В работе рассматриваются два подхода к интеграции данных БИНС, ГНСС и одометрии: слабосвязанный и тесносвязанный. Слабосвязанная интеграция подразумевает две параллельно работающих задачи оценивания, тесносвязанная – одну задачу оценивания с расширенным вектором состояния.

Также в работе рассматривается способ скоростной коррекции БИНС, основанный на свойствах кинематической модели объектов ориентации – т.н. покомпонентная ZUPT коррекция. Такая коррекция не требует новых источников навигационной информации, а опирается на характер движения наземного транспортного средства. При помощи ковариационного анализа показана наблюдаемость смещений нулей акселерометров при такой коррекции. Рассматриваются две кинематических модели, отвечающих двум типам компоновки техники, которые отличаются конструктивно: классическая и шарнирно-сочлененная. Классическая компоновка подразумевает четыре колеса, два из которых поворотные, при этом неважно какие из колес поворотные, передние или задние. Шарнирно-сочлененная компоновка подразумевает две полурамы, соединенные шарниром, на каждой из которых установлены по два колеса, неповоротных по отношению к соответствующей полураме. Поворот при такой компоновке осуществляется за счет изменения угла между полурамами.

Ключевые слова — БИНС, МЭМС, одометрия, беспилотная техника, сельскохозяйственная техника

I. Введение

АО «Когнитив» занимается разработкой и производством систем управления движением сельскохозяйственной техники с высоким уровнем автономности. В задачах функционирования беспилотной техники важнейшая роль отведена задаче навигации. Высокая точность навигации важна для обработки большинства сельскохозяйственных культур, снижения затрат топлива и обеспечения безопасной для человека работы [1]. Кроме того, навигационное решение должно быть надежным, что заключается в устойчивости решения к выбросам и кратковременным пропаданиями информации ГНСС в условиях грубой БИНС.

Кроме того, в системе предусмотрен резервный режим работы без ГНСС. В этом случае не используется позиционное навигационное решение БИНС-ГНСС, однако это не исключает необходимости решения задачи навигации в целом, даже при использовании низкоточной БИНС. В частности, для удовлетворительного решения задачи автоматического управления нужны оценки постоянных коэффициентов одометрии, которые получаются в результате решения интеграционной задачи навигации.

II. Постановка задачи

Навигационный комплекс включает низкоточную БИНС, одноантенный приемник сигналов ГНСС (далее просто ГНСС), а также одометр и датчик поворота руля или рамы, вместе называемые одометрией. Допускаются случаи как кратковременного пропадания сигналов ГНСС, так и полное их отсутствие. Также допускается случай, когда показания одометра недоступны по техническим причинам.

БИНС построена на МЭМС датчиках (спектральная плотность шума ДУС 0.01 °/s/√Hz, спектральная плотность шума акселерометров 190 μg/√Hz, дрейф в запуске ±0.8 °/s). Основной особенностью использования МЭМС датчиков является высокое влияние на их показания температуры, поэтому в состав навигационной системы входит система термостабилизации МЭМС датчиков, позволяющая повысить точность и стабильность показаний [2, 3]. БИНС, вместе с антенной ГНСС, располагается на крыше транспортного средства (ТС). Помимо этого, система включает стереокамеру, установленную на крыше ТС. Благодаря технологиям машинного зрения система беспилотного управления способна определять границу

вспаханного участка, кромки, рядка, валка, технической колеи и т.п. и управлять ТС без использования ГНСС. Однако, для решения задачи управления нужны хорошие оценки коэффициентов одометрии, смещений нулевых сигналов акселерометров и дрейфов ДУС, которые получаются в процессе решения задачи навигации. Использование стереокамеры для решения задачи навигации выходит за рамки данной работы.

Рис. 1. Вид из камеры на кромку

Рассматриваемая колесная сельскохозяйственная техника включает в себя тракторы и комбайны. Большинство тракторов и комбайнов имеют классическую компоновку, т. е. две колесных оси: переднюю и заднюю, одна из которых является поворотной относительно жесткого корпуса. Для большинства тракторов поворотная ось — передняя, для большинства комбайнов — задняя. Отдельному рассмотрению подлежат тракторы с шарнирно-сочлененной компоновкой, которая подразумевает две полурамы, соединенные шарниром. На каждой из полурам установлена колесная ось, неповоротная по отношению к соответствующей полураме. Поворот ТС при такой компоновке осуществляется за счет изменения угла между полурамами. Примером такой компоновки может служить трактор Кировец-К7М производства АО «Петербургский тракторный завод».

Рис. 2. Кировец К-7М с системой Cognitive Agro Pilot

Датчик угла поворота руля или рамы, основанный на эффекте Холла, закрепляется на поворотной оси и соединен с одним из поворотных колес, в случае классической компоновки, или на шарнире, в случае шарнирно-сочлененной компоновки.

III. Кинематические модели

Рассматриваемые модели постулируют расположение курсовой точки. Курсовая точка — это точка, вектор скорости которой направлен вдоль продольной оси ТС при отсутствии поперечного проскальзывания. Это свойство можно описать в виде неголономной связи следующего вида

$$\dot{x}_1 cos\psi - \dot{x}_2 sin\psi = 0, \quad (1)$$

где x_1, x_2 – горизонтальные координаты, ψ – угол курса. Это свойство используется при формировании сигналов скоростной коррекции или покомпонентной ZUPT коррекции, при пропадании сигналов ГНСС, подробнее мы обсудим это ниже. Кроме того, этот факт можно использовать для коррекции курса, т. к. путевой угол этой точки практически совпадает с углом курса.

A. Велосипедная модель

Велосипедная кинематическая модель [4, 5] — аппроксимация модели движения техники с классической компоновкой в отсутствии поперечного проскальзывания.

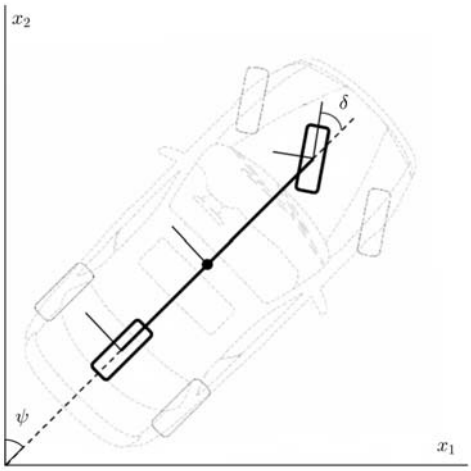


Рис. 3. Велосипедная модель

В велосипедной модели два колеса на одной оси заменяются одним мнимым колесом как на поворотной, так и на неповоротной оси, а корпус ТС заменяется жестким стержнем. Боковое проскальзывание отсутствует.

Велосипедная модель постулирует расположение **курсовой точки** в центре неповоротной оси.

Основное кинематическое уравнение велосипедной модели имеет следующий вид [4, 5]

$$\dot{\psi} = \frac{V}{L} tg\delta \cdot (cos\theta\, cos\gamma), \quad (2)$$

где ψ, θ, γ – углы курса, тангажа и крена соответственно, δ – угол поворота колес, V – скорость курсовой точки, L – длина стержня (колесная база).

B. Шарнирно-сочлененная модель

Шарнирно-сочлененная кинематическая модель [6, 7] – аппроксимация модели движения техники с ШС

компоновкой в отсутствии поперечного проскальзывания.

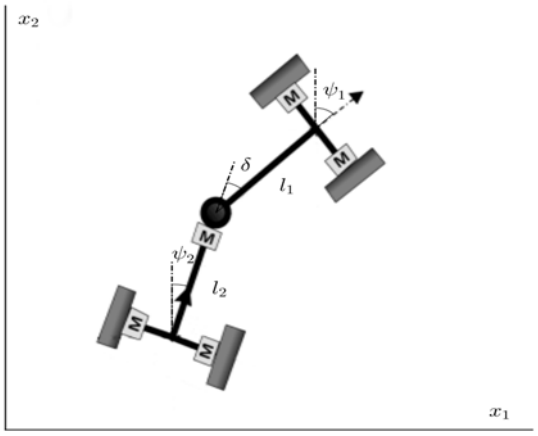


Рис. 4. Шарнирно-сочлененная модель

В шарнирно-сочлененной модели полурамы и оси заменяется жесткими стержнями. На каждой полураме по два колеса, которые не могут поворачиваться относительно соответствующей полурамы. Боковое проскальзывание отсутствует.

Шарнирно-сочлененная модель, постулирует две **курсовые точки**, в центрах передней и задней оси. Далее мы будем говорить только о передней курсовой точке.

Основное кинематическое уравнение ШС модели имеет следующий вид [6, 7]

$$\dot{\psi}_1 = (\frac{sin\delta}{l_2+l_1cos\delta} V_1 + \frac{l_2}{l_2+l_1cos\delta}\dot{\delta})cos\theta\ cos\gamma, \quad (3)$$

где ψ_1, θ, γ – углы курса передней полурамы, тангажа и крена соответственно, δ – угол между полурамами, V_1 – скорость передней курсовой точки, l_1, l_2 – длины передней и задней полурам соответственно.

IV. Задача навигации

Использован традиционный подход к решению задачи инерциальной навигации, когда при помощи показаний инерциальных датчиков реализуются алгоритмы счисления БИНС в осях опорного географического трехгранника с тем или иным способом устойчивого моделирования вертикального канала БИНС. Если имеются данные ГНСС, решается задача коррекции БИНС при помощи данных ГНСС. Задача коррекции решается с применением обратных связей (замкнутый вариант) по оценкам соответствующего фильтра Калмана. Методически задача коррекции сводится к решению задачи оценивания (для иллюстрации в непрерывном времени) вида

$$\dot{y} = Ay + q, z = Hy + r, \quad (4)$$

где y – вектор состояния, A – матрица, соответствующая принятой модели линейных уравнений ошибок БИНС и линейных моделей инструментальных погрешностей одометра и угла поворота колес/рамы, q, r – векторные случайные процессы типа белого шума заданной интенсивности, z – вектор измерения, формируемый при помощи данных ГНСС, H – соответствующая матрица измерений.

A. Модель ошибок одометрии

Предполагается линейная модель ошибок измерения угла поворота колес δ от показаний датчика угла поворота δ', которая включает смещение нулевого сигнала ${k_0}^{\delta}$, погрешность масштабного коэффициента ${k_1}^{\delta}$ и случайную ошибку $\Delta\,\delta^s$:

$$\delta' = \delta + {k_0}^{\delta} + {k_1}^{\delta}\,\delta + \Delta\,\delta_s\ . \quad (5)$$

Обратим внимание, что в случае классической компоновки техники, датчик угла поворота колес связан только с одним из поворотных колес. Поэтому следует учитывать принцип Аккермана [8], который заключается в том, что, при повороте, внутреннее поворотное колесо поворачивается на больший угол, по сравнению с внешним, т. к. движется по окружности меньшего радиуса.

Модель ошибок скорости V от показаний одометра V' зависит от погрешности масштабного коэффициента k^v, параметров несоосности $\varkappa_1, \varkappa_3$ «измерительной» оси одометра с осями БИНС [9] и случайной ошибки $\Delta\,V_s$ следующим образом

$$V_s' = V_z + V'\,(-\varkappa_3, k^v, \varkappa_1)^T + \Delta V_s\,, \quad (6)$$

где $V_s' = (0, V', 0)^T$ – вектор скоростного измерения одометра в связанных с телом осях *Ms*, V_z – истинный вектор скорости в приборных осях БИНС *Mz*, ΔV_s – случайная ошибка измерения скорости.

Коэффициенты ${k_0}^{\delta}$, ${k_1}^{\delta}$, k^v, $\varkappa_1$, $\varkappa_3$ предполагаются постоянными.

B. Слабосвязанная интеграция

Концепция слабосвязанной интеграции БИНС с одометрией подразумевает два параллельно работающих счисления — инерциальное и одометрическое, как и две интегральные задачи оценивания. Инерциальное счисление, как уже было сказано, основано на традиционном подходе счисления БИНС. Одометрическое счисление сводится к численному интегрированию кинематических уравнений (2) и (3), дополненных позиционными уравнениями

$$\dot{x}_1 = V_1 sin\psi_1, \dot{x}_2 = V_1 cos\psi_1, \quad (7)$$

в случае велосипедной модели индексы при V и ψ опускаются.

Помимо двух счислений, решаются две задачи оценивания: инерциальная с 18-мерным вектором состояния

$$y_1 = (\Delta x^T, \delta V^T, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, k^v, \varkappa_1, \varkappa_3, {\nu_0}^T, {\Delta f_0}^T)^T, \quad (8)$$

и одометрическая с 5-мерным вектором состояния

$$y_2 = (\Delta\,{x^*}_1, \Delta\,{x^*}_2, \Delta\psi^*, {k^v}^*, {k_0}^{\delta}, {k_1}^{\delta}), \quad (9)$$

где $\Delta x = (\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3)^T$ – вектор позиционных ошибок БИНС, δV – вектор динамических скоростных ошибок БИНС, α_1, α_2 – угловые ошибки построения приборной вертикали, β_3 – азимутальная угловая ошибка, ν_0 – вектор дрейфов ДУС, Δf_0 – вектор смещения нулевых сигналов акселерометров.

Два приведенных вектора состояния имеют общие компоненты, но значения оценок этих компонент могут

различаться, для демонстрации этого факта используется индекс (*).

Динамические уравнения для y_1 основаны на традиционных уравнениях ошибок БИНС [10]. Динамические уравнения для y_2 основаны на линеаризованных уравнениях ошибок одометрического счисления (для велосипедной модели в качестве примера)

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x}^*_1 &= Vsin(\psi)k^{v*} + Vcos(\psi)\Delta\psi^* \\ &\quad + sin(\psi)\Delta V^s, \\ \Delta\dot{x}^*_2 &= Vcos(\psi)k^{v*} - Vsin(\psi)\Delta\psi^* \\ &\quad + cos(\psi)\Delta V^s, \\ \Delta\dot{\psi}^* &= \frac{Vtg\delta}{L}k^{v*} + \frac{V}{Lcos^2\delta}{k_0}^{\delta} + \frac{V\,\delta}{Lcos^2\delta}{k_1}^{\delta} + \\ &\quad + \frac{tg\delta}{L}\Delta V^s + \frac{V}{Lcos^2\delta}\Delta\delta^s.\end{aligned} \quad (10)$$

Динамические уравнения для ШС модели получаются аналогично и имеют схожую структуру, однако опущены здесь ввиду их громоздкости.

Обе задачи оценивания допускают использование коррекции при помощи измерений ГНСС. Кроме того, одна задача оценивания может принимать оценки из другой в качестве корректирующих, что, в частности, позволяет (как показала практика) лучше оценить масштабный коэффициент и смещение нулевого сигнала датчика угла поворота.

Такой подход можно назвать традиционным, объединяющим в себе два традиционных подхода к навигации наземной техники — инерциального и одометрического.

Преимуществом данного подхода можно назвать независимую работоспособность двух параллельных задач оценивания, что повышает надежность в случае отказа одной из компонент.

C. Тесносвязанная интеграция

Концепция тесносвязанной интеграции БИНС с одометрией подразумевает одно счисление — инерциальное. В этом случае задача оценивания также одна, но с расширенным вектором состояния

$$y = (\Delta x^T, \delta V^T, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3, k^v, \varkappa_1, \varkappa_3, {k_0}^{\delta}, {k_1}^{\delta}, {\nu_0}^T, {\Delta f_0}^T)^T. \quad (11)$$

Данные одометрии в этом подходе участвуют в качестве корректирующих измерений. Модель измерений скорости одометра [9] имеет вид

$$\underline{z_v} = \underline{V'^{ins}} - \underline{V'^{odo}} = V'^{odo} \cdot (-\varkappa_3, k^v, \varkappa_1)^T + \underline{\Delta V_s}\,, \quad (12)$$

где $\underline{V'^{ins}}$– текущий вектор оценки скорости, V'^{odo}– скалярное измерение одометра, $\underline{V'^{odo}} = (0, V'^{odo}, 0)^T$, $\underline{\Delta V_s}$ – вектор случайных ошибок измерения скорости.

Модель измерений датчика угла поворота имеет вид

$$z_\delta = \omega'^{ins} - \omega'^{odo} = -\nu_3 - \Delta\dot{\psi}, \quad (13)$$

где ω'^{ins} – показания «вертикального» ДУС в связанной с ТС с.к., поправленные на текущую оценку дрейфа, $\omega'^{odo} = \dot{\psi}$ из уравнения (2), ν_3 – дрейф «вертикального» ДУС, а $\Delta\dot{\psi}$ появляется из уравнения (10).

Тесносвязанная интеграция с одометрией также допускает коррекцию при помощи данных ГНСС.

Преимуществом данного подхода является отсутствие дополнительных вычислительных расходов, вызванных избыточностью задач оценивания из слабосвязанного подхода.

D. Эквивалентность слабо- и тесносвязанной интеграции

Заметим, что приведенные слабо- и тесносвязанные подходы эквивалентны в смысле поведения оценок смещений нулевых сигналов акселерометров и коэффициентов одометрии.

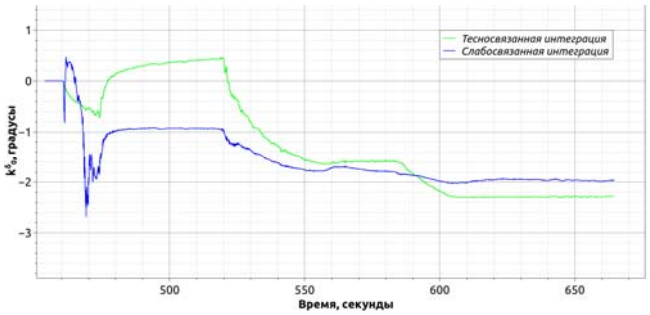


Рис. 5. Оценка ${k_0}^{\delta}$ смещения нулевого сигнала датчика угла поворота

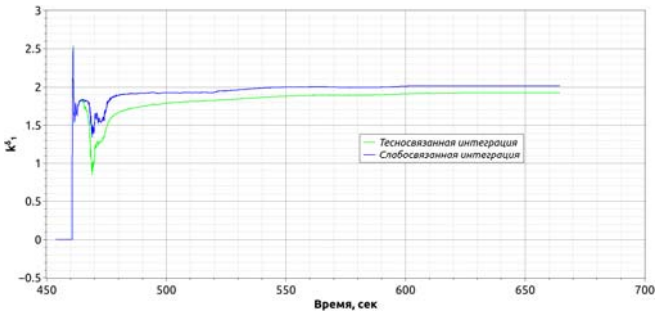


Рис. 6. Оценка ${k_1}^{\delta}$ погрешности масштабного коэффициента датчика угла поворота

Кроме того, смещения нулевых сигналов акселерометров и коэффициенты одометрии оцениваются совместно даже без данных ГНСС.

V. ПОКОМПОНЕНТНАЯ ZUPT КОРРЕКЦИЯ

Здесь под покомпонентной ZUPT (Zero Velocity Update Technology) будем понимать коррекцию по нулевым компонентам скорости курсовой точки. Такой метод позволяет проводить коррекцию даже в случае отсутствия показаний одометра, и, кроме того, не требует стоянки, как классическая ZUPT коррекция.

Напомним, что вектор скорости курсовой точки направлен вдоль продольной оси ТС, т. е. $V_s^p = (0, V^p, 0)^T$. Где V^p – неизвестная продольная скорость. Сформируем вектор мнимого измерения скорости (боковая и «вертикальная» скорости в связанных осях равны нулю)

$$z_s = A_{sx}\tilde{V}_x - V_s^p \quad - \hat{\omega}_s \Delta R_s, \quad (14)$$

где A_{sx} – матрица перехода из географического трехгранника *Mx* в связанные оси *Ms*, $\tilde{V}_x$ – текущая оценка вектора скорости приведенного центра БИНС в осях *Mx*, $\hat{\omega}_s$ – кососимметрическая матрица, построенная на векторе угловой скорости ω_s в осях *Ms*, ΔR_s – вектор, соединяющий приведенный центр БИНС с курсовой

точкой. В качестве угловой скорости используются показания ДУС, поправленные на оценку дрейфов.

Этот вектор скоростного измерения связан с компонентами вектора состояния (8) или (11) следующим образом

$$z_s = A_{sx}\delta V + \Delta V_s, \qquad (15)$$

где ΔV_s – случайная ошибка мнимого измерения скорости.

Скорость V^p курсовой точки неизвестна, поэтому для коррекции инерциального счисления используем только первую (боковую) и третью (вертикальную) компоненты приведенных векторных уравнений (14) и (15). В этом и заключается коррекция по нулевым компонентам вектора скорости V_s^p курсовой точки.

Заметим, что такая коррекция не требует никаких дополнительных датчиков и при этом (как показала практика) дает существенное улучшение работоспособности навигационного алгоритма при пропадании сигналов ГНСС и позволяет получить адекватные оценки смещений нулей акселерометров при полном отсутствии данных ГНСС и одометра. Такая коррекция может применяться на колесной технике, на которой по тем или иным причинам недоступны измерения одометра.

A. Ковариационный анализ наблюдаемости

Для исследования наблюдаемости смещений нулевых сигналов акселерометров был создан цифровой имитатор траекторных параметров движения, кинематики трактора и имитатор инерциальных датчиков.

Были сымитированы три класса траекторий: движение по прямой, по окружности постоянного радиуса и «змейка». На этих траекториях были сымитированы инерциальные датчики, включающие смещения нулевых сигналов акселерометров и шум. На этих сымитированных данных инерциальных датчиков был запущен навигационный алгоритм, изложенный в главе IV, где на этапе коррекции использовался только покомпонентный ZUPT.

Посмотрим на ковариации оценок смещений нулевых сигналов акселерометров в при каждом из трех классов траекторий.

Видно, что «горизонтальные» смещения нулевых сигналов акселерометров ненаблюдаемы на прямой и на окружности, но наблюдаемы при движении змейкой.

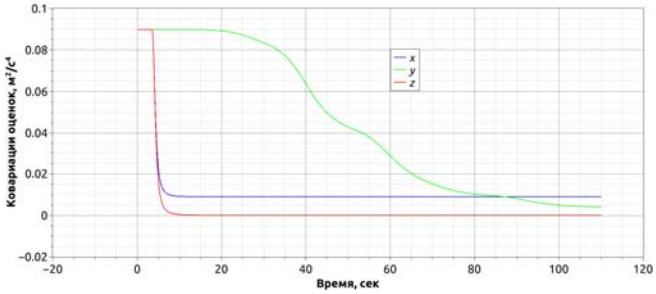


Рис. 7. Ковариации оценок смещений нулей акселерометров на прямой

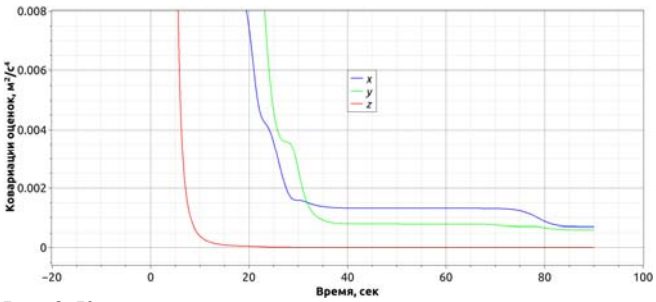


Рис. 8. Ковариации оценок смещений нулей акселерометров на окружности

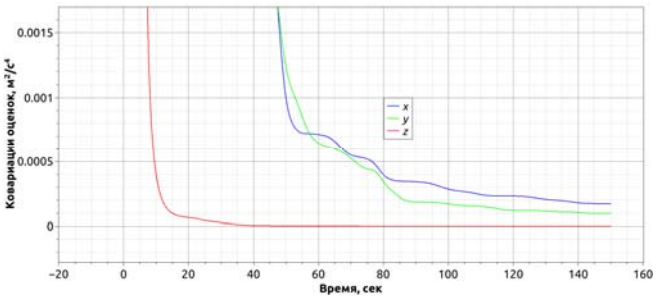


Рис. 9. Оценки ковариаций смещений нулей акселерометров на змейке

Заключение

Предложены два подхода к интеграции БИНС и одометрии: слабо- и тесносвязанная интеграция, показана их эквивалентность в смысле оценки смещений нулевых сигналов акселерометров и коэффициентов одометрии. Причем для двух самых популярных кинематических моделей: классической и шарнирно-сочлененной.

Предложена покомпонентная ZUPT коррекция, которая основана на кинематических моделях движения наземной колесной техники и не требует никаких дополнительных датчиков. При помощи ковариационного анализа показана наблюдюдаемость смещений нулевых сигналов акселерометров на классе траекторий движения типа «змейка» и ненаблюдаемость при движении по прямой и по окружности постоянного радиуса.

Литература

[1] Тормагов Т. А., Генералов А. А., Шавин М. Ю., Рапопорт Л. Б. Задачи управления движением автономных колесных роботов в точном земледелии // Гироскопия и навигация. Том 30. №1 (116), 2022. С. 39-60. DOI 10.17285/0869-7035.0083

[2] Пазычев, Д. Б. Температурная стабилизация МЭМС датчика / Д. Б. Пазычев, Р. Н. Садеков // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : Сборник материалов, Санкт-Петербург, 25 мая – 05 2020 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2020. – С. 295-298. – EDN LIMWDG.

[3] Пазычев, Д. Б. Малогабаритная навигационная система для беспилотного летательного аппарата / Д. Б. Пазычев, К. С. Бакулев, Р. Н. Садеков // XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 29–31 мая 2023 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2023. – С. 178-183. – EDN GUGSVL.

[4] Polack, Philip & Altché, Florent & Novel, Brigitte & de La Fortelle, Arnaud. (2017). The kinematic bicycle model: A consistent model for planning feasible trajectories for autonomous vehicles? 812-818. 10.1109/IVS.2017.7995816.

[5] Min, Haigen & Wu, & Cheng, & Zhao. (2019). Kinematic and Dynamic Vehicle Model-Assisted Global Positioning Method for Autonomous Vehicles with Low-Cost GPS/Camera/In-Vehicle Sensors. Sensors. 19. 5430. 10.3390/s19245430.

[6] Nayl, Thaker. (2013). Modeling, control and path planning for an articulated vehicle.

[7] Delrobaei, Mehdi & McIsaac, Kenneth. (2011). Design and Steering Control of a Center-Articulated Mobile Robot Module. Journal of Robotics. 2011. 10.1155/2011/621879.

[8] Zhao, Jing-Shan & Liu, Zhi-Jing & Dai, Jian. (2013). Design of an Ackermann Type Steering Mechanism. Journal of Mechanical Engineering Science. 227. 10.1177/0954406213475980.

[9] Никитин И.В. Задача навигации наземного объекта на основе данных БИНС и одометра (диссертация). 2016

[10] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Издательство Московского университета. 2020

Навигационные комплексы беспилотных авиационных систем с модулями искусственного интеллекта

К.К. Веремеенко
Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия
nio3@mai.ru

И.М. Кузнецов
Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия
kuznetsovim@mai.ru

М.В. Жарков
Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия
zharkovmv@mai.ru

А.Н. Пронькин
Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия
pronkinan@mai.ru

Р.Ю. Зимин
Пилотажно-навигационные и информационно-измерительные комплексы
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия
ziminry@mai.ru

***Аннотация*—Многократно возросший в последние годы и без того высокий интерес к повышению точности навигации и автономизации БВС заставляет разработчиков искать новые ресурсы улучшения характеристик НК. Одним из относительно новых и потенциально перспективных подходов к построению алгоритмов НК БВС можно считать применение методов искусственного интеллекта. В статье приводится описание архитектуры алгоритмического обеспечения НК БВС с модулями искусственного интеллекта в его составе (НК БВС ИИ). Искусственные нейронные сети (НС) могут быть задействованы с разной степенью интеграции в саму структуру комплекса. Наиболее явные преимущества искусственных НС, такие как адаптивность математических моделей, отсутствие необходимости использования априорных данных об их параметрах, отсутствие требований к линеаризации позволяют использовать их для широкого спектра задач – от аппроксимации моделей погрешностей бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), построения их полных алгоритмов работы, до реализации альтернативы комплексному решению с использованием ОФК с различными степенями интеграции в комплексную систему – полного замещения ОФК, построения оценок и компенсации погрешностей состояний ОФК во время отсутствия сигналов основного корректора до прогноза измерений, поступающих на вход ОФК. Тем не менее, представленные преимущества искусственных НС нереализуемы без соответствующим образом проведенного предварительного обучения, а выбор и дизайн архитектуры НС, равно как и подбор обучающих выборок и траекторий полета БАС является отдельной научной задачей, требующей детальной проработки. В рамках реализованной методики экспериментальных исследований были получены предварительные результаты, отражающие точностные характеристики навигационного комплекса с модулями искусственного интеллекта, структурно входящими в его состав.**

Ключевые слова: навигационный комплекс, искусственный интеллект, машинное обучение, расширенный фильтр Калмана, комплексная обработка информации

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-20304, https://rscf.ru/project/24-29-20304/

I. Введение

Используемые на сегодняшний день традиционные методы комплексирования навигационных систем беспилотных воздушных судов (БВС), как правило, основаны на использовании фильтра Калмана, оценивающего вектор состояния, в состав которого входят погрешности подсистем навигационного комплекса [1, 2]. При этом применяется как слабо-, так и жесткосвязанная схемы комплексирования [3, 4]. Функционал навигационного комплекса (НК) БВС в зависимости от полноты бортового состава его измерительной части может в том числе позволить обеспечить требования нормативных документов для возможности интеграции БВС в общее воздушное пространство, а использование специальных алгоритмов – иметь возможность обнаружения организованных помех, как преднамеренных подавляющих, так и уводящих [5]. Стоит отдельно отметить, что подобные требования находят отражения в том числе в документах федерального проекта по беспилотным авиационным системам (ФП БАС) [6].

На сегодняшний день современные и перспективные системы навигации и ориентации подвижных объектов представляют собой как правило комплексную навигационную систему (КНС), алгоритмическое обеспечение которого осуществляет совместную обработку измерительной информации, поступающей от бортовых датчиков и систем. Ядром такой КНС как правило выступает инерциальная навигационная система (ИНС), в силу ряда преимуществ:

- высокая информативность (выдача полного перечня параметров движения: координаты, скорости, параметры ориентации),

- автономность,

- высокая частота выдачи данных.

Однако существенным недостатком для целого ряда применений является неограниченный рост ошибок во времени. Все остальные датчики и системы из состава КНС принято называть корректорами ИНС. В зависимости от типа корректоров можно выделить следующие виды коррекции ИНС:

- позиционную (с использованием информации о координатах),

- скоростную (с использованием информации о проекциях линейных скоростей),

- угловую (с использованием информации о параметрах угловой ориентации БВС).

Наилучшие характеристики оценки погрешностей ИНС и её чувствительных элементов (ДУС и акселерометров) удаётся получить при реализации одновременно всех типов коррекции [4].

II. Предлагаемый подход

В данном разделе рассматриваются основные уравнения КНС и параметры, подлежащие оценке, вектор состояния, структура КНС БВС и архитектура нейронной сети, используемой в структуре КНС БВС.

A. Основные соотношения КНС

Объектом исследования в рамках работы выступила комплексная инерциально-спутниковая навигационная система, содержащая в своем составе ИИБ тактического класса точности с приемником ГНСС, функционирующем в различных режимах. При этом рассматривается позиционно-скоростной и одновременно угловой тип коррекции ИНС.

Уравнение состояния системы представляется в следующем виде:

$$\dot{\bar{X}} = F \cdot \bar{X} + G \cdot \bar{W}, \quad (1)$$

где F – матрица динамики, $\bar{X}$ – вектор состояния, G – матрица шумов системы, $\bar{W}$ – вектор шумов системы.

Состояние системы оценивается с использованием вектора измерений $\bar{Z}$:

$$\bar{Z} = H \cdot \bar{X} + \bar{V}, \quad (2)$$

где H – матрица измерений, $\bar{V}$ – вектор шумов измерений.

В состав вектора состояния предлагается включить следующие параметры [7]:

$$\bar{X} = \left[X_I \quad \Delta \right]^T, \quad (3)$$

где $X_I = \left[x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad \alpha \quad \beta \quad \gamma \right]$ – погрешности ИНС в определении координат, проекций скорости и углов ориентации; $\Delta = \left[\Delta\Omega_1 \quad \Delta\Omega_2 \quad \Delta\Omega_3 \quad \Delta n_1 \quad \Delta n_2 \quad \Delta n_3 \right]$ – постоянные составляющие погрешностей гироскопов и акселерометров (при расширении модели погрешностей датчиков вектор состояния может быть также расширен соответствующими компонентами).

Матрица динамики F формируется на основе модели погрешностей ИНС и её чувствительных элементов. В состав вектора шумов системы включены случайные составляющие погрешностей чувствительных элементов ИНС, а в состав вектора шумов измерений – случайные составляющие погрешностей корректоров.

Вектор измерений полноформатный и имеет вид:

$$\bar{Z} = \left[\delta\Phi \quad \delta U \quad \delta\Psi \right]^T, \quad (4)$$

где $\delta\Phi = \left[\delta\varphi^I - \delta\varphi^C \quad \delta\lambda^I - \delta\lambda^C \quad \delta h^I - \delta h^C \right]$ – разница показаний ИНС и корректора по координатам, $\delta U = \left[\delta U_E^I - \delta U_E^C \quad \delta U_N^I - \delta U_N^C \quad \delta U_Z^I - \delta U_Z^C \right]$ – разница показаний ИНС и корректора по проекциям скорости, $\delta\Psi = \left[\delta\psi^I - \delta\psi^C \quad \delta\vartheta^I - \delta\vartheta^C \quad \delta\gamma^I - \delta\gamma^C \right]$ – разница показаний ИНС и корректора по углам курса, тангажа и крена.

Для оценки вектора состояния используется вариант дискретного оптимального фильтра Калмана, записанного в т.н. форме Джозефа [7], обеспечивающего повышенную защиту от вычислительной расходимости.

B. Структура КНС БВС

Как уже упоминалось, в работе рассматривается комплексная система, состоящая из инерциальной навигационной системы и нескольких приемников ГНСС. ИНС является ядром такой комплексной системы, а приемники ГНСС корректорами, используемыми для оценивания и компенсации погрешностей ИНС.

В структуре общего алгоритма ИНС можно выделить алгоритмы определения навигационных параметров (навигационный алгоритм) и определения параметров ориентации (алгоритм ориентации). В рамках работы были исследованы различные варианты применения нейросетей в задаче аппроксимации нелинейных уравнений счисления навигационных координат ИНС. На рисунках 1, 2 приведены две схемы применения и моделирования работы нейросети, предназначенной для аппроксимации алгоритма счисления координат ИНС.

Первая из схем реализует алгоритм идеальной работы ИНС, вторая – алгоритм функционирования, учитывающий и сигналы, компенсирующие воздействие погрешностей ИНС на ее выходные навигационные параметры. В первом случае (рис. 1) нейросеть аппроксимирует переходную матрицу, соответствующую уравнениям инерциальной навигации. Функционирование нейросети в режиме настройки происходит следующим образом: на вход нейросети поступают векторы, состоящие из навигационных координат P_k, проекций линейных скоростей V_k, параметров ориентации A_k и измерений акселерометров n_k и гироскопов ω_k без учета погрешностей измерений (идеальных значений проекций кажущегося ускорения и абсолютной угловой скорости) на момент времени t. Выход нейросети (навигационные параметры) сравнивается с точным решением уравнений работы ИНС для момента времени $t + \Delta t$. Алгоритм обучения нейросети настраивает ее параметры таким образом, чтобы минимизировать невязку ΔP_k, ΔV_k, ΔA_k между выходом нейросети и точным решением, образованным возможными значениями навигационных координат и измеряемых величин при моделировании уравнений их идеальной работы. В основном режиме работы на вход нейросети поступают навигационные параметры и сигналы измерений, на выходе – навигационные параметры и параметры ориентации на следующий момент времени. Таким образом, нейросеть аппроксимирует алгоритм идеальной работы ИНС.

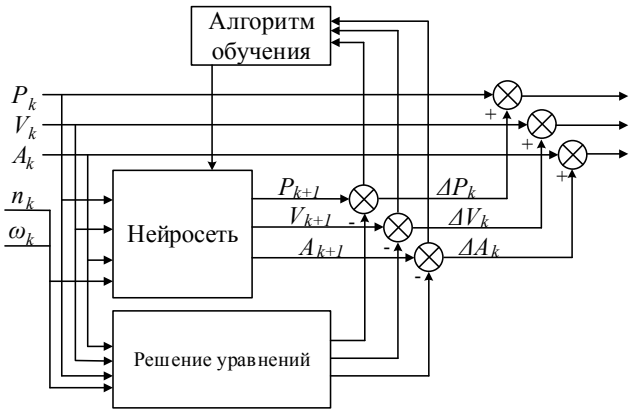


Рис. 1. Блок-схема апроксимации алгоритма идеальной работы ИНС

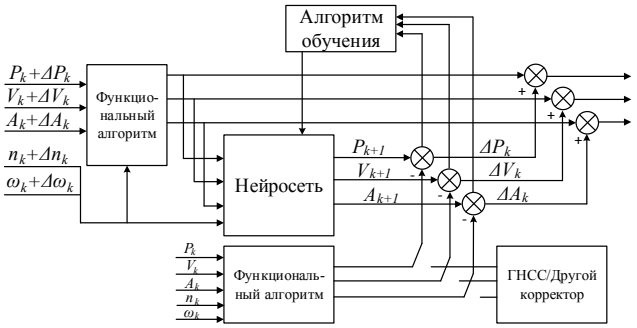


Рис. 2. Блок-схема апроксимации алгоритма работы ИНС с учётом погрешностей

Во втором случае (рис. 2) при обучении нейросети на ее вход подаются векторы, сформированные не из идеальных значений параметров, а из измеренных $P_k + \Delta P_k$, $V_k + \Delta V_k$, $A_k + \Delta A_k$, $n_k + \Delta n_k$, $\omega_k + \Delta\omega_k$,, т.е. включающих ошибки измерения. Выход нейросети подстраивается под идеальные значения параметров навигации и ориентации. В этом случае параметры нейросети будут учитывать и ошибки измерителей. Эта схема может быть использована в КНС для прогнозирования навигационных параметров в периоды пропадания сигналов ГНСС. При этом процесс обучения нейросети может проходить непрерывно, пока ГНСС вырабатывает точные координаты и скорости. При этом декомпозированные варианты нейросети каждая в отдельности может решать задачи ориентации и навигации (блок «Функциональный алгоритм» может представлять собой как алгоритм ориентации, так и алгоритм навигации).

Возможны схемы, в которых нейросеть аппроксимирует не алгоритм вычисления координат ИНС, а нелинейные уравнения ошибок ИНС, т.е. выходами нейросети являются ошибки определения координат [8–11]. В этом случае инструментальные погрешности изготовления элементов ИНС можно интерпретировать как настраиваемые параметры нейросети: величины синаптических связей или смещения.

C. Архитектура нейросети

Нейросеть, структурно входящая в состав рассматриваемого КНС была разработана с использованием архитектуры LSTM (рисунок 3), и обучалась с использованием датасета высокого качества. Обучающая выборка была получена с использованием выходной информации, получаемой из программного комплекса, описание которого приводится в следующем разделе.

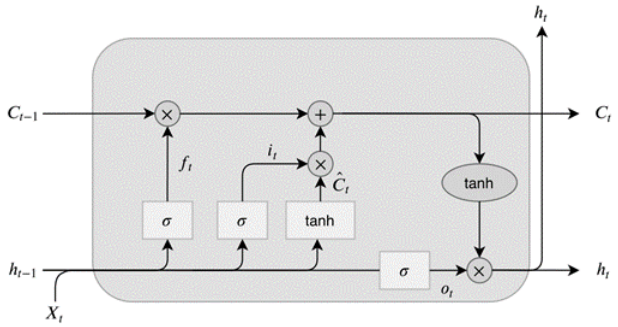


Рис. 3. Структура ячейки нейросети с архитектурой LSTM (long short-term memory – долгая краткосрочная память), здесь X_t – входной вектор на шаге t, h_t – вектор скрытого состояния на шаге t, C_t – состояние ячейки нейросети на шаге t, f_t – вентиль забывания, i_t – входной вентиль, o_t выходной вентиль, $\hat{C}_t$ – внутреннее состояние ячейки.

III. Результаты Эксперимента

Ввиду длительного времени обучения нейросети рассмотренной архитектуры было принято решение о поканальной декомпозиции обучающих выборок. В качестве таковых использовались координаты, проекции линейных скоростей и углы ориентации, поступающие от комплексной навигационной системы, алгоритмы которой реализованы в программном комплексе, а его функционал приведен ниже.

Для проведения экспериментальных исследований сырые измерения инерциального измерительного блока (характеристики которого представлены в Таблице 1) и трёх бортовых приемников ГНСС Novatel OEMV записанные в ходе проездов автомобиля (Рисунок 4), совместно с измерениями базовой станции ГНСС (Novatel OEM 729) подлежали обработке в программном комплексе постобработки из состава мобильной лаборатории испытаний навигационных систем МАИ [12, 13].

ТАБЛИЦА 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИИБ LITEF UIMU LCI

Характеристики ДУС	
Измеряемый диапазон	±800 град/сек
Дрейф	< 1.0 град/час
Масштабный коэффициент	100 ppm (типовое значение)
Случайное угловое блуждание	<0.05 град/√час
Характеристики акселерометров	
Измеряемый диапазон	±40 g
Масштабный коэффициент	250 ppm (типовое значение)
Смещение нулевого сигнала	<1.0 mg

Рис. 4. Траектория тестового проезда автомобиля

В программном комплексе реализованы алгоритмы:

- автономной БИНС;

- вторичной обработки кодовых, доплеровских и фазовых измерений бортовых приемников и базовой станции ГНСС для вычисления координат в стандартном, дифференциальном и RTK режимах, скорости и углов ориентации;

- комплексной обработки измерительной информации ИИБ, бортовых приемников и базовой станции ГНСС на основе слабо- и жесткосвязанных схем комплексирования с использованием расширенного фильтра Калмана для вычисления координат, скорости, углов ориентации, оценки погрешностей ИИБ и неоднозначности фазовых измерений ГНСС.

Для создания дополнительного независимого источника навигационной информации в состав лаборатории также входит программное обеспечение постобработки NovAtel Inertial Explorer (Канада) [14], широко используемое в области геодезии и навигации. NovAtel Inertial Explorer обладает близким функционалом с описанным выше ПО МАИ, но функционирует на основе непубликуемых алгоритмов компании Novatel. Полученные в результате постобработки предобученной с использованием высококачественного датасета нейросети результаты отражены на рисунках 5, 6.

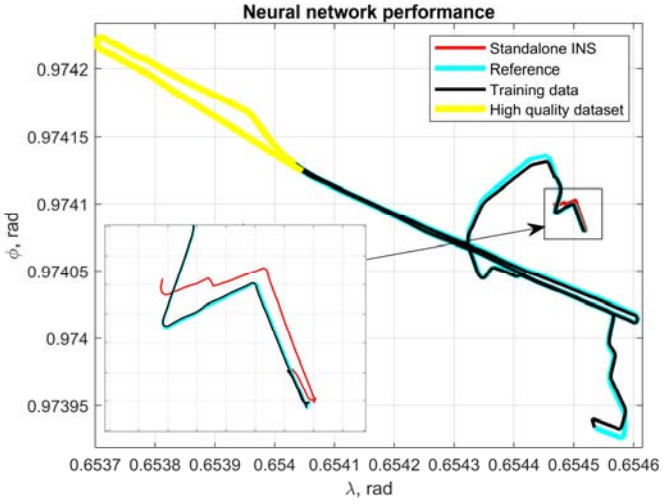


Рис. 5. Производительность НК БВС ИИ, здесь Standalone INS – показания автономной ИНС на одном из участков тестового проезда автомобиля, Reference – показания эталонной высокоточной навигационной системы по результатам постобработки (Novatel), Training data – выходные показания алгоритмов КНС БВС МАИ, High quality dataset – участок с наилучшими характеристиками, используемый в качестве обучающей выборки для нейросети

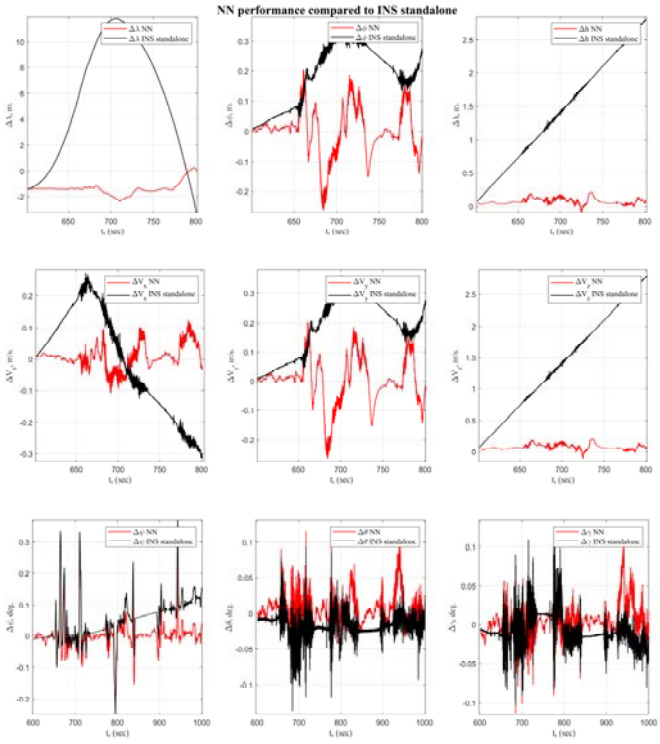


Рис. 6. Производительность КНС БВС ИИ в сравнении с автомномной ИНС (на графиках красным приводятся показания работы алгоритмов КНС БВС ИИ, черным – автономной ИНС, 1-й ряд (3 графика): ошибки определения долготы, широты и высоты, 2-й ряд (3 графика): ошибки определения проекций линейных скоростей по соответствующим осям, 3-й ряд (3 графика): ошибки определения курса, тангажа и крена соответственно.

На нём $\Delta\lambda$, $\Delta\phi$, Δh – ошибки определения долготы, широты и высоты, выраженные в метрах, соответственно, ΔV_x , ΔV_y , ΔV_z – ошибки определения проекций линейных скоростей на соответствующие оси, выраженные в метрах в секунду, $\Delta\psi$, $\Delta\theta$, $\Delta\gamma$ – ошибки определения углов ориентации – курса, тангажа и крена соответственно, выраженные в градусах.

Как видно из рисунков, в режиме аппроксимации нейросетью выхода комплексной навигационной системы на интервалах пропадания сигналов ГНСС в 200 сек (для координат и проекций линейных скоростей) и в 400 сек (для углов ориентации) удается достичь приемлемых для решения задач навигации и ориентации БВС уровней точностей – с максимальными значениями амплитуд погрешностей до 1 м по координатам, до 0,25 м/с по проекциям линейных скоростей и до 0,15 град по углам ориентации, со значениями МО – 1.3832 м, 0.8724 м, 0.7205 м, 0.008 м/с, 0.001 м/с, 0.075 м/с, 0.0035 град, 0.0047 град, 0.0041 град, и со значениями СКО – 0.4971 м, 0.6641 м, 0.6067 м, 0.0373 м/с, 0.0794 м/с, 0.0432 м/с, 0.0521 град, 0.0191 град, 0.0199 град по долготе, широте и высоте, соответствующим проекциям линейных скоростей и углам курса, тангажа и крена соответственно.

IV. Заключение

Результаты исследования демонстрируют возможность использования предложенного подхода для решения задач навигации и ориентации БВС, при функционировании комплексной системы с модулем искусственного интеллекта в ее структуре в условиях достаточно длительного пропадания сигналов ГНСС. В последующем планируется исследовать влияние траектории на работоспособность и достижимые уровни точности работы нейросети, структурно входящей в состав КНС БВС.

Литература

[1] O. Stepanov, A. Motorin «Models and methods in estimation tasks in the processing of navigation information» // Materials of the XI conference in memory of the outstanding designer of gyroscopic devices N. N. Ostryakov, St. Petersburg, pp. 285-288, October 2020

[2] K. Veremeenko, K. Sypalo, D. Kozorez «Modeling of the processes of functioning of integrated aircraft systems based on the methodology of object-oriented analysis and design» // Moscow, p. 93, 2010.

[3] Noureldin A., Karamat T., Georgy J. «Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration» // Springer Heidelberg New York Dordrecht London, p. 324, 2013.

[4] M. Zharkov, K. Veremeenko, D. Antonov, I. Kuznetsov «Attitude determination using ambiguous GNSS phase measurements and absolute angular rate measurements» // Gyroscopy and navigation, Vol. 26, № 3(102), pp. 54-68, 2018.

[5] M. Zharkov, K. Veremeenko, I. Kuznetsov, A. Pronkin, «Global Navigation Satellite System Spoofing Detection in Inertial Satellite Navigation Systems» // Inventions p.8, 2023. https://doi.org/10.3390/inventions8060158

[6] Распоряжение правительства Российской Федерации от 21 июня 2023 г. № 1630-р «Об утверждении стратегии развития беспилотной авиации Российской Федерации на период до 2030 года и на перспективу до 2035 года»

[7] Veremeenko, K.K., Zharkov, M.V., Kuznetsov, I.M. et al. «Strapdown Inertial Navigation System Transfer Alignment: Algorithmic Features and Simulation Performance Analysis» // Russ. Aeronaut. 63, 618–626 (2020).

[8] W. Fang, J. Jiang, S. Lu, Y. Gong, Y. Tao, Y. Tang, P. Yan, H. Luo, J. Liu «A LSTM Algorithm Estimating Pseudo Measurements for Aiding INS during GNSS Signal Outages» // MDPI Remote Sens, Switzerland, p.24, 2020.

[9] R. Sharaf, A. Noureldin «Online INS/GNSS integration with a radial basis function neural network» // IEEE Aerosp. Electron. Syst. Mag., pp.8–14, 20, 2005.

[10] R. Sharaf, A. Noureldin, «Sensor integration for satellite-based vehicular navigation using neural networks» // IEEE Trans. Neural Netw., pp. 589–594, 18, 2007.

[11] M. Jaradat, M.Abdel-Hafez «Non-linear autoregressive delay-dependent INS/GNSS navigation system using neural networks» // IEEE Sens. J,. pp. 1105–1115, 17, 2017.

[12] M. Zharkov, K. Veremeenko, I. Kuznetsov, A. Pronkin «Experimental Results of Attitude Determination Functional Algorithms Implementation in Strapdown Inertial Navigation System» // Sensors 2022, 22, 1849

[13] Лаборатория исследований и разработки систем навигации и ориентации. Онлайн доступ: https://mai.ru/science/studies/equipment/index.php?ELEMENT_ID=167952 (дата обращения 20 апреля 2024)

[14] NovAtel Inertial Explorer. Онлайн доступ: https://novatel.com/products/waypoint-post-processing-software/inertialexplorer (дата обращения 20 апреля 2024)

Получение астрономических измерений в бесплатформенной астроинерциальной навигационной системе атмосферного применения

Василюк Н.Н.

ООО «НПК «Электрооптика»
Москва, Россия
ORCID: 0000-0003-2317-8066

***Аннотация* — Под астрономическим измерением понимается ориентация оптико-электронного астровизирующего устройства, полученная в результате обработки цифровых изображений наблюдаемых звёзд. Само по себе, астрономическое измерение бесполезно для навигации относительно поверхности Земли. Однако, при наличии дополнительной информации, из астрономического измерения можно извлечь полезные навигационные параметры. Астрономическое измерение искажается различными физическими эффектами, связанными с наблюдением далёких звёзд через атмосферу движущейся Земли. Эти эффекты учитываются при получении астрономического измерения за счёт привлечения дополнительной навигационной информации от бесплатформенного инерциального измерительного модуля. Эта же дополнительная информация используется для извлечения полезных навигационных параметров из астрономического измерения.**

Ключевые слова— астродатчик, астрономические измерения, задача Вахбы, астроинерциальная навигационная система, коррекция смаза, рефракция, аберрация, дисторсия

I. Введение

Бесплатформенная астроинерциальная навигационная система (АИНС) состоит из астровизирующего устройства (АВУ) и инерциального измерительного модуля (ИИМ) (рис.1.). Также в состав АИНС входит вычислитель, снабжённый хранителем времени. Хранитель времени содержит стабильный задающий генератор фиксированной частоты, в котором начальное значение времени устанавливается в момент включения АИНС синхронно со шкалой времени UTC(SU).

АВУ используется для получения цифровых изображений звёзд и состоит из нескольких цифровых камер с порядковыми номерами $i = 1\ldots I$, где I – количество камер. Камеры жёстко закреплены на общем основании так, что их поля зрения не пересекаются. Моменты начала экспозиции отдельных кадров во всех камерах синхронизированы между собой. С каждой камерой i связана правая ортогональная система координат CF^i (Camera Frame), относительно которой определяются направления на наблюдаемые звёзды. ИИМ состоит из трёх гироскопов и трёх акселерометров и измеряет векторы угловой скорости и кажущегося ускорения АИНС. Проекции векторов угловой скорости и кажущегося ускорения измеряются относительно правой ортогональной системы координат MF (Measurement Frame), связанной с ИИМ. Цифровые значения моментов времени получения синхронных кадров в АВУ и моментов времени измерения ИИМ определяются по показаниям хранителя времени.

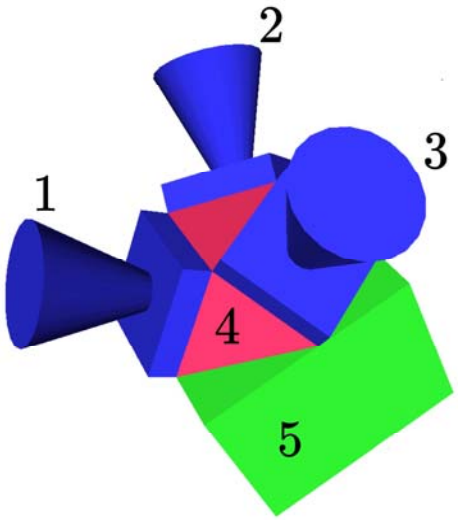


Рис.1. Компоновка бесплатформенной АИНС. 1,2,3 – камеры АВУ; 4 – основание АВУ; 5 – ИИМ;

Все компоненты АИНС собраны в единую механическую конструкцию, не имеющую движущихся частей. Такая компоновка АИНС сохраняет неизменной относительную ориентацию камер в составе АВУ и ориентацию АВУ относительно ИИМ. Неизменность относительной ориентации камер позволяет рассматривать АВУ как некую «виртуальную камеру» со сложным виртуальным полем зрения. Виртуальное поле зрения строится за счёт вычислительного объединения результатов наблюдения, полученных отдельными физическими камерами. С виртуальной камерой связана правая ортогональная система координат VF (Virtual Frame). Параметры ориентации CF^i относительно VF калибруются с погрешностью $\sigma \approx 2''$ и задаются в виде ортогональных матриц $\{\mathbf{C}_{VF}^{CF^i}\}_{i=1}^{I}$.

Неизменность ориентации АВУ относительно ИИМ позволяет использовать астрономические наблюдения «виртуальной камеры» для коррекции нарастающих

погрешностей инерциальной навигации. Параметры ориентации VF относительно MF калибруются с погрешностью $1\sigma \approx 6''$ и задаются в виде ортогональной матрицы $\mathbf{C}_{MF}^{VF}$.

Под астрономическим измерением в АИНС понимаются значения параметров мгновенной ориентации АВУ относительно инерциальной системы координат, связанной со звёздами. Ориентация АВУ определяется из изображений звёзд, полученных отдельными камерами АВУ. Цифровое значение момента времени, к которому относится астрономическое измерение, называется эпохой измерения. Эпоха измерения определяется по показаниям хранителя времени и обозначается t_n, где $n = 1\ldots$ - порядковый номер эпохи.

Когда говорят о позиции и скорости АИНС имеется ввиду позиция и скорость начала MF относительно поверхности Земли. Под ориентацией АИНС понимается ориентация MF относительно локальной системы координат ENU (East-North-Up). Эта ориентация представляется в виде углов курса ψ_n^{MF}, тангажа ϑ_n^{MF} и крена γ_n^{MF} MF на эпоху t_n. Поскольку MF и VF связаны между собой через матрицу $\mathbf{C}_{MF}^{VF}$, углы ориентации MF взаимно-однозначно преобразуются в углы ориентации VF ψ_n^{VF}, ϑ_n^{VF}, γ_n^{VF}.

Для получения одного астрономического измерения, кадры с изображениями звёзд подвергаются вычислительной обработке, состоящей из нескольких последовательных этапов. На первом этапе выполняется накопление последовательных кадров с коррекцией смаза. Кадры накапливаются раздельно для каждой физической камеры АВУ. Из накопленного кадра вычисляются направляющие векторы наблюдаемых звёзд.

На втором этапе в направляющих векторах корректируются различные типы рефракции, возникающие при наблюдении звёзд через газовую среду. Затем выполняется распознавание обнаруженных звёзд, т.е. установление соответствия между цифровым изображением звезды и записью в звёздном каталоге.

На третьем этапе в направляющих векторах распознанных звёзд, рассчитанных из звёздного каталога, учитывается скоростная аберрация от орбитального движения Земли. В результате получается два пучка векторов одинаковой размерности, для которых можно поставить задачу Вахбы [1]. Решение задачи Вахбы даёт одно астрономическое измерение, содержащее параметры ориентации АВУ.

II. Получение Астрономического Измерения

A. Обнаружение Изображений Звёзд

Изображение участка неба, полученное каждой камерой АВУ, содержит смазанные изображения звёзд и изображение оптического фона. Фон формируется рассеянием солнечного света в атмосфере. Бесплатформенный принцип построения АИНС требует применения камер с относительно широким полем зрения, не менее 10°. Фоновая освещённость изображения в такой камере не позволит обнаружить смазанное изображение звезды в одном кадре (рис. 2.). Поэтому, перед обнаружением изображений звёзд, выполняется накопление последовательных кадров. Коррекция смаза выполняется в каждом накапливаемом кадре. Для этого в каждом пикселе рассчитывается траектория смаза – кривая, вдоль которой движется изображение звезды во время экспозиции кадра. Траектория смаза рассчитывается из измерений ИИМ, полученных во время экспозиции. Эта траектория служит основой для синтеза импульсной реакции двумерного цифрового корректирующего фильтра, согласованного со смазом [2].

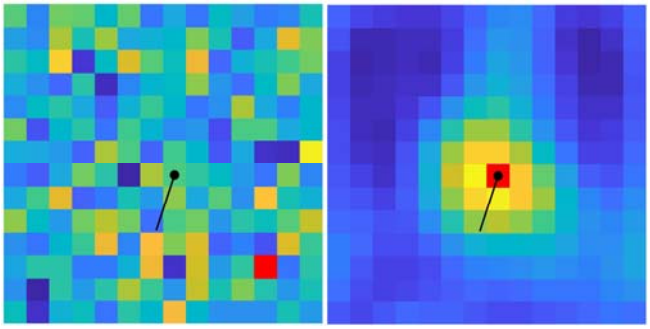


Рис.2. Коррекция смаза в изображении одной звезды, наблюдаемой на фоне дневного неба. Слева – изображение звезды, полученное в одном кадре. Справа – результат накопления 40 последовательных кадров с изображением звезды. Черное пятно – начало траектории смаза, чёрная линия – траектория смаза, красный квадрат – ярчайший пиксель изображения.

Изображение внутри каждого кадра искажено дисторсией объектива, которая корректируется при помощи индивидуально откалиброванных элементов внутреннего ориентирования. Дисторсия объектива должна учитываться при синтезе импульсной реакции корректирующего фильтра, согласованного со смазом. В противном случае возникают серьёзные потери энергии полезного сигнала от звезды, делающие накопление бессмысленным [3].

В результате для каждой камеры формируется накопленное изображение, в котором сглажен фоновый шум и увеличена интенсивность изображений звёзд (рис.2.). Накопленное изображение привязано к моменту начала экспозиции выделенного кадра внутри накапливаемой последовательности. Этот момент принимается за эпоху астрономического измерения.

Количество накапливаемых кадров рассчитывается исходя из уровня оптического фона. В расчётных целях предполагается, что величина оптического фона имеет пуассоновское распределение. Как правило, для устойчивого обнаружения ярчайшего пикселя достаточно, чтобы отношение сигнал/шум в этом пикселе было не менее 5 [4]. Типичное число накапливаемых кадров для различных условий дневного наблюдения лежит в пределах 40…300.

Если в кадре камеры i, накопленном к эпохе t_n, обнаружено R_n^i изображений звёзд, то из ярчайших пикселей внутри этих изображений вычисляется пучок единичных направляющих векторов $\{\mathbf{s}^i_{CF^i\,n,r^i}\}_{r^i=1}^{R_n^i}$. Каждый вектор пучка задан своими проекциями $\mathbf{s}^i_{CF^i\,n,r^i} = [s^i_{x\,CF^i\,n,r^i} \;\; s^i_{x\,CF^i\,n,r^i} \;\; s^i_{x\,CF^i\,n,r^i}]^{\mathrm{T}}$ на CF^i и направлен из проективного центра камеры i в сторону звезды

$r^i = 1...R_n^i$. Эти пучки искажены всевозможными типами рефракции.

B. Коррекция Рефракций

АВУ в АИНС атмосферного применения накрывается прозрачным иллюминатором для защиты от воздействия набегающего воздушного потока. Применение иллюминатора требует заполнения внутреннего объёма АИНС сухим газом с последующей герметизацией. Т.е. атмосферное АВУ наблюдает звёзды из собственной газовой атмосферы, отличной от атмосферы Земли. В результате, на луч света, идущий от звезды в АВУ, последовательно воздействуют три типа рефракции: астрономическая, аэродинамическая и внутренняя (рис.3.). Типы рефракции исправляются против хода светового луча от звезды, т.е. в направлении от камеры к звезде [5].

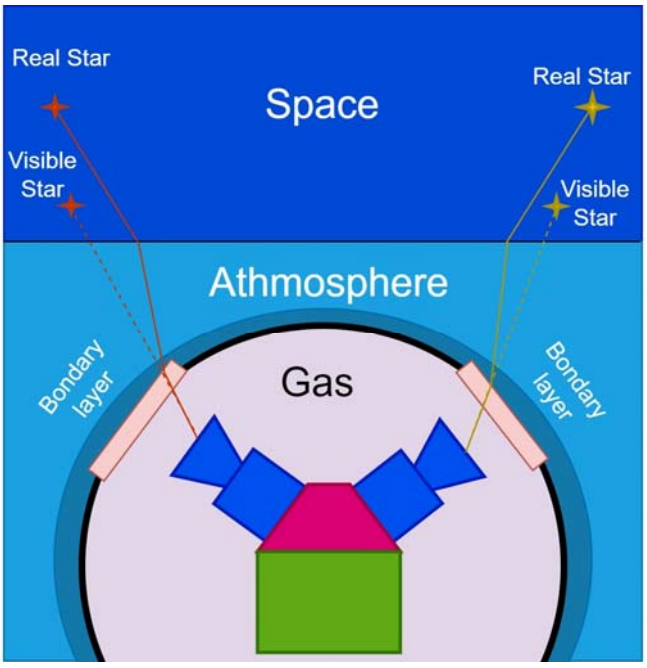


Рис.3. Рефракция при наблюдении звёзд в атмосферной АИНС.

Для исправления рефракции граница раздела двух сред считается плоской. Пусть звёздный свет приходит из газовой среды I с коэффициентом преломления n, преломляется на плоской границе и попадает в газовую среду II с коэффициентом преломления n'. В среде II звезда видна с направляющим вектором $\mathbf{s}'_{RF}$, спроецированным на произвольную правую ортогональную систему координат RF (Reference Frame). Направляющий вектор $\mathbf{s}_{RF}$, с которым видна звезда в среде I, получается из видимого вектора $\mathbf{s}'_{RF}$:

$$\mathbf{s}_{RF} \equiv \mathrm{refr}(n, n', \mathbf{u}_{RF}, \mathbf{s}'_{RF}) = \frac{n'}{n}(\mathbf{I}_3 - \mathbf{u}_{RF}\mathbf{u}_{RF}^{\mathsf{T}})\mathbf{s}'_{RF} + \\ + \mathbf{u}_{RF}\sqrt{1 - \left(\frac{n'}{n}\right)^2 + \left(\frac{n'}{n}\mathbf{u}_{RF}^{\mathsf{T}}\mathbf{s}'_{RF}\right)^2},$$

где refr(...) - функция исправления рефракции; $\mathbf{u}_{RF}$ - единичный вектор нормали к плоской границе, направленный в среду I (наружу, в сторону звезды) и заданный своими проекциями на RF.

Внутренняя рефракция – это рефракция на двух сторонах иллюминатора, внутренней и внешней. Внутренняя сторона разделяет газовую атмосферу, с коэффициентом преломления μ, внутри АИНС и материал прозрачного иллюминатора. Внешняя сторона разделяет материал иллюминатора и аэродинамический пограничный слой, с коэффициентом преломления n^{bl}, на поверхности иллюминатора. Значение μ определяется давлением и температурой газа внутри АИНС. Значение n^{bl} зависит от высоты наблюдения и от величины и направления воздушной скорости АИНС. Стороны иллюминатора параллельны и его материал из рассмотрения можно исключить. Рефракция будет определяться границей раздела пограничного слоя и внутренней атмосферы АИНС. Внутренняя рефракция корректируется в каждом направляющем векторе $\mathbf{s}^i_{CF^i\ n,r^i}$:

$$\mathbf{s}^{inr,i}_{CF^i\ n,r^i} = \mathrm{refr}(n^{bl}, \mu, \mathbf{u}^{hole,i}_{CF^i}, \mathbf{s}^i_{CF^i\ n,r^i}),$$

где $\mathbf{u}^{hole,i}_{CF^i}$ - единичный вектор нормали к поверхности иллюминатора камеры i.

Аэродинамическая рефракция возникает на границе раздела пограничного слоя и окружающей спокойной атмосферой с коэффициентом преломления $n(H)$, где H – высота наблюдения над уровнем моря. Для расчётных целей пограничный слой в границах поля зрения камеры моделируется оптическим клином. Ориентация внешней плоскости клина, образовавшегося перед камерой i, описывается единичным вектором нормали $\mathbf{u}^{bl,i}_{CF^i}$, заданным своими проекциями на CF ^{i}. Рефракция исправляется в каждом векторе $\mathbf{s}^{inr,i}_{CF^i\ r^i}$:

$$\mathbf{s}^{bl,i}_{CF^i\ n,r^i} = \mathrm{refr}(n(H), n^{bl}, \mathbf{u}^{bl,i}_{CF^i}, \mathbf{s}^{inr,i}_{CF^i\ n,r^i}).$$

Пучки $\{\mathbf{s}^{bl,i}_{CF^i\ n,r^i}\}_{r^i=1}^{R_n^i}$, полученные из всех камер $i = 1\ldots I$ в эпоху измерения t_n, проецируются на VF:

$$\mathbf{s}^{bl,i}_{VF\ n,r^i} = \mathbf{C}^{CF^i}_{VF}\mathbf{s}^{bl,i}_{CF^i\ n,r^i}.$$

В результате получается объединённый пучок векторов $\{\mathbf{s}^{bl}_{VF\ n,r}\}_{r=1}^{R_n^{tot}}$, где $R_n^{tot} = \sum_{i=1}^{I} R_n^i$ - общее число звёзд, обнаруженных всеми камерами; $r = r^i + \sum_{q=1}^{i-1} R_n^q$ - порядковый номер звезды r^i в объединённом пучке.

Астрономическая рефракция возникает при наблюдении звёзд сквозь земную атмосферу и исправляется в пучке векторов $\{\mathbf{s}^{bl}_{VF\ n,r}\}_{r=1}^{R_n^{tot}}$. Если известны углы ψ_n^{VF}, ϑ_n^{VF}, γ_n^{VF}, то этот тип рефракции корректируется аналогично предыдущим случаям. Коррекция выполняется в каждом векторе $\mathbf{s}^{bl}_{VF\ n,r}$ с учётом единичного коэффициента преломления безвоздушного пространства за пределами земной атмосферы (выше 100 км):

$$\mathbf{s}^{astro}_{VF\ n,r} = \mathrm{refr}(1, n(H), \mathbf{u}^{vert}_{VF}, \mathbf{s}^{bl}_{VF\ n,r}),$$

где $\mathbf{u}^{vert}_{VF} = \mathbf{S}^{ENU}_{VF}(\psi_n^{VF}, \vartheta_n^{VF}, \gamma_n^{VF})[0\ 0\ 1]^{\mathsf{T}}$ - направляющий вектор местной вертикали, спроецированный на VF;

$\mathbf{S}_{VF}^{ENU}(\psi_n^{VF}, \vartheta_n^{VF}, \gamma_n^{VF})$ - матрица преобразования координат из ENU в VF, рассчитанная из углов ψ_n^{VF}, ϑ_n^{VF}, γ_n^{VF}.

Используемая здесь модель рефракции (на плоско-параллельной атмосфере) не зависит ни от азимута наблюдаемой звезды, ни от угла курса виртуальной камеры. Поэтому можно построить алгоритм преобразования вектора $\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{bl}$ в $\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{astro}$, зависящий только от ориентации «виртуальной камеры» относительно местной вертикали, т.е. зависящий только от углов ϑ_n^{VF}, γ_n^{VF} [5].

Влияние аэродинамической и астрономической рефракции демонстрируются в виде семейств графиков углов между направляющими векторами до и после исправления рефракции. Для оценки коэффициента преломления n^{bl} используется простейшая модель ламинарного пограничного слоя, образующегося на поверхности плоской пластины, движущейся с воздушной скоростью V_{AS} на высоте H [6]. Семейство графиков углов аэродинамической рефракции $\Delta\zeta_{n,r^i}^{bl,i} = \arccos(\mathbf{s}_{CF^i\,n,r^i}^{bl,i\,\mathsf{T}}\,\mathbf{s}_{CF^i\,n,r^i}^{inr,i})$ для пучка векторов размерности $R_n^i = 21$, полученных камерой i, показано на рис.4. Семейство графиков углов $\Delta\zeta_{VF\,n,r}^{astro} = \arccos(\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{bl\,\mathsf{T}}\,\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{astro})$ астрономической рефракции для того же пучка показано на рис.5.

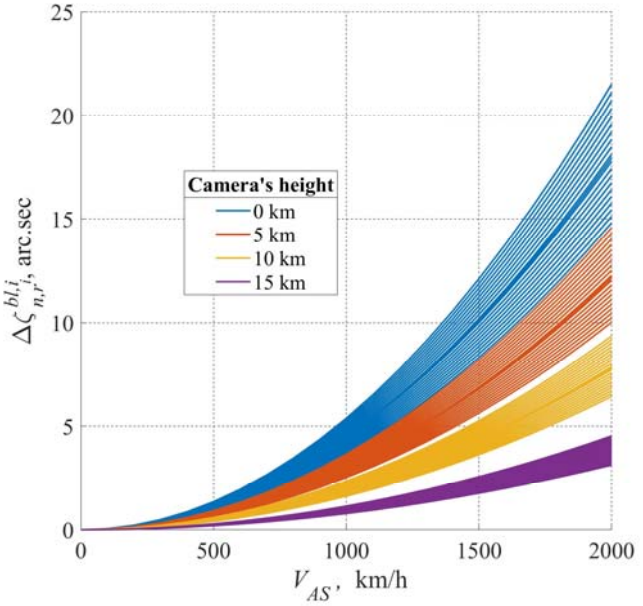


Рис. 4. Зависимости угла аэродинамической рефракции от воздушной скорости АИНС на различных высотах наблюдения для камеры с полем зрения 10° и зенитным углом 35°.

В результате этих преобразований получается пучок $\{\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{astro}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ направляющих векторов звёзд, которые могла бы обнаружить «виртуальная камера» в вакууме.

C. Учёт Релятивистской Скоростной Аберрации для Распознанных Звёзд

АИНС участвует в орбитальном движении Земли, поэтому видимые направления на звёзды искажены релятивистской скоростной аберрацией. Величина скоростной аберрации лежит в диапазоне 0″…21″ и зависит от направления наблюдения. Наличие аберрации не мешает распознаванию звёзд, обнаруженных на предыдущих этапах получения астрономического измерения. В результате распознавания пучку $\{\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{astro}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ противопоставляется пучок $\{\mathbf{b}_{BCRS\,n,r}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ той же размерности. Координаты векторов этого пучка рассчитаны в инерциальной системе координат BCRS (Barycentric Celestial Reference System) из каталожных координат распознанных звёзд.

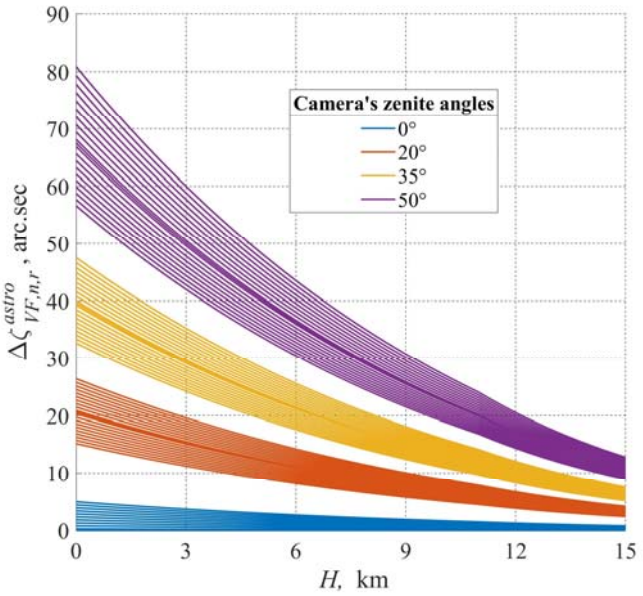


Рис.5. Зависимость угла астрономической рефракции от высоты наблюдения для различных зенитных углов камеры с полем зрения 10°.

При получении астрономического измерения наличие скоростной аберрации нужно учесть. Для этого пучок $\{\mathbf{b}_{BCRS\,n,r}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ преобразуется к пучку $\{\mathbf{g}_{GCRS\,n,r}\}_{r=1}^{R^{tot}}$, заданному в инерциальной системе координат GCSR (Geocentric Celestial Reference System). В преобразовании используется вектор $\mathbf{v}_{\oplus n}$ скорости центра масс Земли относительно BCRS на эпоху t_n, рассчитываемый из земных эфемерид [7]. В преобразованном векторе $\mathbf{g}_{GCRS\,n,r}$ учитывается только орбитальное движение Земли. Аберрация от суточного вращения Земли и годичный параллаксы звёзд не учитываются, что даёт погрешность преобразования координат не более 1″ [8]:

$$\mathbf{g}_{GCRS\,n,r} = \left(1 + \frac{\mathbf{v}_{\oplus n}^{\mathsf{T}}\mathbf{b}_{BCRS\,n,r}}{c}\right)^{-1} \times \times \left(\frac{\mathbf{b}_{BCRS\,n,r}}{\gamma_n} + \frac{\mathbf{v}_{\oplus n}}{c} + \frac{\gamma_n - 1}{\gamma_n}\frac{(\mathbf{v}_{\oplus n}^{\mathsf{T}}\mathbf{b}_{BCRS\,n,r})\mathbf{v}_{\oplus n}}{v_{\oplus n}^2}\right),$$

где $v_{\oplus n} = |\mathbf{v}_{\oplus n}|$; $\gamma_n = (1 - v_{\oplus n}^2/c^2)^{-1/2}$; c – скорость света в вакууме.

Астрономические измерение в эпоху t_n получается из решения задачи Вахбы для каталожного $\{\mathbf{g}_{GCRS\,n,r}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ и измеренного $\{\mathbf{s}_{VF\,n,r}^{astro}\}_{r=1}^{R^{tot}}$ пучков векторов [1]. Результатом этого решения является ориентация VF относительно GCRS, выраженная в виде ортогональной матрицы $\mathbf{S}_{VF}^{GCRS}(t_n)$.

III. Использование Астрономических Измерений

В процессе инерциальной навигации определяется позиция, скорость и ориентация MF относительно какой-либо системы координат, жёстко связанной с Землёй. Поэтому измеренная ориентация АВУ относительно GCRS должна быть преобразована в ориентацию ИИМ относительно GCRS. Т.е. должна быть получена матрица преобразования координат $\mathbf{S}_{MF}^{GCRS}(t_n)$ из GCRS в MF:

$$\mathbf{S}_{MF}^{GCRS}(t_n) = \mathbf{C}_{MF}^{VF}\ \mathbf{S}_{VF}^{GCRS}(t_n)\ .$$

GCRS никак не связана с Землёй, кроме единственного момента времени t_n. В момент t_n позиция и вектор скорости начала GCRS совпадает с позицией и вектором скорости центра масс Земли. Поэтому для коррекции нарастающих ошибок инерциальной навигации матрицы $\mathbf{S}_{MF}^{GCRS}(t_n)$, сами по себе, совершенно бесполезны. Их нужно привязать к поверхности Земли при помощи какой-то дополнительной информации, которую нельзя получить из астрономических наблюдений.

Численное значение эпохи измерения tn, синхронизированное со шкалой времени UTC(SU), позволяет определить поворот Земли относительно GCRS. Этот поворот выражается в виде ортогональной матрицы $\mathbf{S}_{GCRS}^{ITRS}(t_n)$ преобразования координат из системы координат ITRS (International Terrestrial Reference System) в GCRS. ITRS жёстко связана с Землёй и участвует в её суточном вращении и орбитальном движении. Начало ITRS расположено в центре масс Земли. Матрица $\mathbf{S}_{GCRS}^{ITRS}(t_n)$ рассчитывается из модели вращения Земли, регулярно обновляемой международной службой IERS (International Earth Rotation Service) [9]. С использованием этой матрицы можно рассчитать матрицу ориентацию ИИМ относительно Земли. Эта матрица привязывает астрономические измерения к фигуре Земли, но всё ещё бесполезна для навигации относительно её поверхности:

$$\mathbf{S}_{MF}^{ITRS}(t_n) = \mathbf{S}_{MF}^{GCRS}(t_n)\mathbf{S}_{GCRS}^{ITRS}(t_n)\ .$$

Если известны углы ϑ_n^{MF} и γ_n^{MF} наклона MF относительно местной вертикали в точке наблюдения, то можно записать систему тригонометрических уравнений для трёх неизвестных углов ψ_n^{MF}, широты B_n и долготы L_n [10]:

$$\mathbf{S}_{MF}^{ITRS}(t_n) = \mathbf{S}_{MF}^{ENU}(\psi_n, \vartheta_n, \gamma_n)\mathbf{S}_{ITRS}^{ENU}(B_n, L_n)^{\mathsf{T}}\ ,$$

где $\mathbf{S}_{MF}^{ENU}(\psi_n^{MF}, \vartheta_n^{MF}, \gamma_n^{MF})$, $\mathbf{S}_{ITRS}^{ENU}(B_n, L_n)$ - стандартные матрицы преобразования из ENU в систему координат, указанную в подстрочной подписи.

Т.е. добавление углов наклона АИНС к астрономическим измерениям позволяет определить неизвестные угол курса, широту и долготу АИНС. Эта же система уравнений позволяет определить три неизвестных угла ориентации АИНС (курс, крен, тангаж), если к астрономическим измерениям АВУ добавить широту и долготу места наблюдения. Высота АИНС над поверхностью Земли из астрономических измерений не определяется.

При преобразовании астрономических измерений в географические координаты возникает множитель, равный радиусу Земли $R_\oplus \approx 6371$ км. Этот множитель переводит угловую погрешность θ астрономического измерения в линейную погрешность определения позиции АИНС $\delta x \approx \theta R_\oplus$. Для характерной погрешности $\theta \approx 15''\ldots25''$ астрономических измерений АВУ с одной камерой линейная погрешность позиции АИНС составит $\delta x \approx 460$ м…620 м. Если в АВУ задействованы две камеры с непересекающимися полями зрения, ситуация с погрешностями улучшается, но не радикально. Теперь погрешность астрономического измерения $\theta \approx 10''$, а линейная погрешность позиции АИНС $\delta x \approx 310$ м.

Если из астрономических измерений определяются углы ориентации АИНС относительно Земли, то в погрешности этих углов входят погрешности задания дополнительной информации. Так, 1 миля погрешности координат АИНС даёт 1′ погрешности углов ориентации (или 100 м погрешности координат ≈ 3″ погрешности углов ориентации).

Другим источником погрешностей, возникающих при использовании астрономических измерений для навигации относительно поверхности Земли, является хранитель времени. Если δk - относительная нестабильность частоты задающего генератора, то за время T непрерывной работы АИНС накопится погрешность расчёта угла поворота Земли $\delta\varphi_\oplus = (\delta t + T\delta k)\,\Omega_\oplus$, где δt - погрешность начальной синхронизации хранителя времени, $\Omega_\oplus \approx 15''/\text{сек}$ - угловая скорость вращения Земли. Эта погрешность войдёт в погрешности определения как географических координат, так и углов ориентации АИНС. Для термокомпенсированного кварцевого генератора $\delta k \approx 10^{-6}$, что даёт нарастающую погрешность ориентации $1{,}3''/\text{сутки}$ или погрешность позиции 40 м/сутки. Погрешность начальной синхронизации $\delta t \approx 1$ сек даёт погрешность ориентации в 15″ или погрешность позиции 463 м.

IV. Заключение

Астрономические измерения АВУ являются измерениями ориентации АВУ относительно звёзд. Сама по себе, эта ориентация бесполезна для навигации относительно поверхности Земли. Для того, чтобы астрономические измерения приобрели практическое значение, их нужно привязать к поверхности Земли при помощи дополнительной информации, получаемой от внешних источников. Если такой информацией являются углы наклона АИНС относительно местной вертикали в точке наблюдения, то из астрономических измерений можно вычислить географические координаты и курс АИНС. Если доступны географические координаты точки наблюдения, то из астрономических измерений можно вычислить три угла ориентации АИНС относительно поверхности Земли. Высота из астрономических измерений АВУ не определяется.

Астрономические измерения крайне неудобны для точной навигации относительно поверхности Земли. С одной стороны, ориентация АВУ относительно звёзд должна измеряться с погрешностью в единицы угловых секунд в практически значимом диапазоне условий наблюдения (время суток, углы наклона и угловая скорость АИНС и т.д.). С другой стороны, эти прецизион-

ные оптические измерения ориентации приводят к крайне низкой точности определения координат наблюдателя, по сравнению со спутниковыми навигационными измерениями.

Астрономические измерения могут быть полезны для определения точной ориентации АИНС относительно Земли. Если доступны точные координаты места наблюдения (с погрешностью в несколько десятков метров) и точное время наблюдения, погрешность определения ориентации АИНС составит несколько десятков угловых секунд. Естественно, такая погрешность определения ориентации может быть достигнута только при корректном учёте всевозможных эффектов, связанных с прохождением звёздного света через земную атмосферу.

Литература

[1] F.L. Markley, “Attitude determination using vector observations and the singular value decomposition,” Journal of The Astronautical Sciences, 1988, vol. 36, no. 3, pp. 245–258.

[2] N.N. Vasilyuk, “Accumulation of Motion-Blurred Star Images Obtained by a Strapdown Astroinertial Navigation System under Daytime Conditions,” 2023 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-5, doi: 10.23919/ICINS51816.2023.10168426.

[3] N.N. Vasilyuk, "Taking into account the lens geometric distortion during accumulation of blurred star images in an astro-inertial attitude sensor," Computer Optics 2024, 48(3), pp. 465-459, doi: 10.18287/2412-6179-CO-1408.

[4] Г.А. Аванесов, Р.В. Бессонов, В.А. Ваваев, Е.А. Мысник, [и др.], "Бесплатформенная астроинерциальная навигационная система авиационного применения," Механика, управление и информатика (см. в книгах) 2011, № 2. С. 13-35, EDN OJSJNB.

[5] Н.Н. Василюк, "Векторная коррекция атмосферной рефракции для внутриатмосферного звёздного датчика ориентации," Авиакосмическое приборостроение 2022, № 9, С. 31–44, doi: 10.25791/aviakosmos.9.2022.1299.

[6] Г. Шлихтинг “Теория пограничного слоя,” Москва: Наукаб 1974.

[7] Лаборатория эфемеридной астрономии. Эфемериды EPM [Электронный ресурс]. URL: https://iaaras.ru/dept/ephemeris/epm/ (Дата обращения: 06.04.2024 г.).

[8] Н.Н. Василюк, "Векторная коррекция скоростной аберрации для внутриатмосферного звёздного датчика ориентации," Авиакосмическое приборостроение 2022, № 10, С. 17–31б doi: 10.25791/aviakosmos.10.2022.13.

[9] IERS Earth orientation data [Электронный ресурс]. URL: https://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/EarthOrientationData/eop.html. (Дата обращения: 06.04.2024 г.).

[10] Г.А. Аванесов, Р.В. Бессонов, А.Н. Куркина [и др.], “Разработка автономной бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы”, 2012, XIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам (МКИНС), Санкт-Петербург, Россия, 2012, С. 147-162, EDN SHEBIB.

Оценка влияния температуры на смещения нуля кремниевых акселерометров

В.П. Лопатин
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Моск. обл, Менделеево, Россия
lopatin@vniiftri.ru

В. Б. Пудловский
ФГУП «ВНИИФТРИ»,
Менделеево, Моск. область,
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»,
Москва, Россия
pudlovskiy@vniiftri.ru

О. В. Денисенко
ФГУП «ВНИИФТРИ»
Моск. обл, Менделеево, Россия
denisenko@vniiftri.ru

***Аннотация* — Целью работы является экспериментальная оценка влияния температуры на смещения нуля блока из трех кремниевых акселерометров с учетом оценки изменения частоты опорного генератора в составе бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Анализ результатов обработки двух серий экспериментов показал более существенную зависимость смещения нуля кремниевых акселерометров ADXL320 от смещения частоты опорного генератора при изменении его температуры в составе навигационной системы, чем от значения температуры только самих акселерометров.**

Ключевые слова — акселерометр, температурный дрейф нуля, инерциальный измерительный блок, нестабильность частоты опорного генератора

I. Введение

В настоящее время для навигации различных объектов применяются платформенные или бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС), интегрированные с приемником сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [1, 2]. Основными компонентами БИНС являются акселерометры и гироскопы. Общеизвестной особенностью БИНС является увеличение погрешности определения текущих координат и скоростей с течением времени. На величину этих погрешностей влияют инструментальные погрешности инерциальных датчиков, точность их установки в блоке чувствительных элементов (ЧЭ) и качество первоначальной настройки БИНС [2-6]. Оценка влияния инструментальных погрешностей на точность определения параметров движения позволяет правильно сформулировать требования к акселерометрам и гироскопам для обеспечения требуемого качества работы всей навигационной системы [7, 8].

В литературе выделяют смещения нулевых сигналов (постоянные и блуждающие), ошибки преобразования масштабных коэффициентов и случайные составляющие в виде белого шума [3]. Смещение нулевого сигнала является аддитивной составляющей погрешности первичных измерений датчиков [3. 6].

Предварительный анализ литературы [2-8] на тему исследования составляющих погрешностей ЧЭ БИНС (акселерометров, гироскопов) показал, что влияние нестабильности частоты опорного генератора (ОГ) в составе БИНС на погрешности его измерений практически не учитывается.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/

При этом только в двух работах проведен анализ влияния нестабильности шкалы времени инерциального измерительного блока на погрешности БИНС [9, 10].

Следует отметить, что ОГ является одним из ключевых элементов практически всех типов и конструкций приемников сигналов ГНСС и во многом определяет точностные характеристики этой аппаратуры, а также других бортовых навигационных систем и комплексов [1]. В настоящее время большинство ОГ, используемых в приемниках ГНСС и БИНС, являются кварцевыми.

Влияние нестабильности ОГ в приемниках ГНСС на погрешность определения координат и поправки к шкале времени описано и исследовано уже давно [1, 11]. Сегодня разработчики приемников ГНСС могут осознанно выбирать тип и характеристики ОГ, исходя из требований, предъявляемых к приемникам ГНСС по назначению.

Цель работы – экспериментальная оценка влияния температуры на смещения нуля блока из трех кремниевых акселерометров с учетом оценки изменения частоты ОГ в составе БИНС.

II. Эксперименты по оценке смещения нуля акселерометра

A. Описание экспериментального стенда

Для проведения экспериментов по оценке влияния температуры на смещения нуля кремниевых акселерометров типа ADXL320 [12] в составе БИНС Javad SINS в лаборатории ФГУП «ВНИИФТРИ» был собран специальный стенд. Состав и структурная схема стенда показаны на рисунке 1.

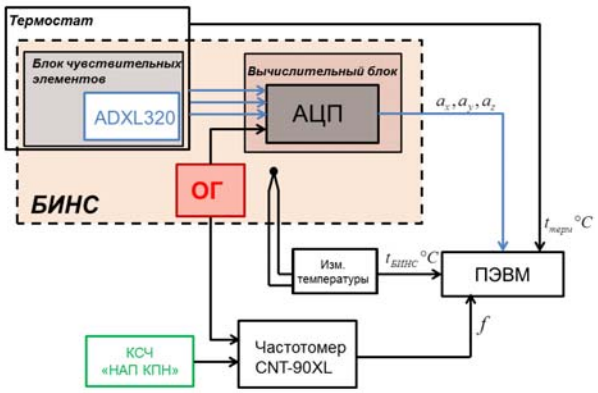


Рис. 1. Схема экспериментального стенда

На рисунке 1 использованы следующие сокращения: АЦП – аналогово-цифровой преобразователь; ОГ – опорный генератор; КСЧ – квантовый стандарт частоты; ПЭВМ – персональная электронно-вычислительная машин.

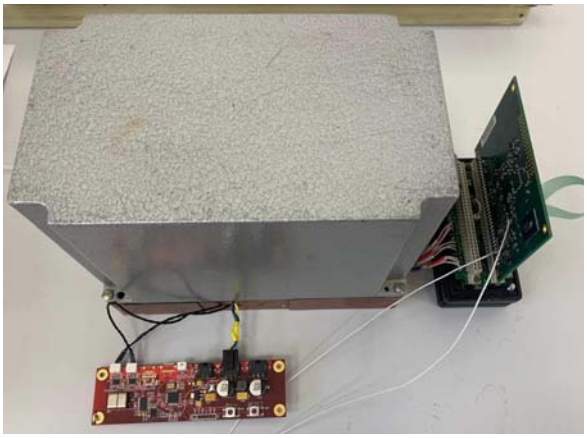


Рис. 2. Вид блока ЧЭ в термостате

Как видно из схемы стенда, использование термостата позволяет оценивать влияние температуры на ОГ в составе БИНС и/или на акселерометры с одновременным контролем температуры как внутри, так и снаружи термостата.

С использованием данного стенда с ноября 2023 года по январь 2024 года были проведены две серии экспериментов по оценке влияния температуры на относительное смещение нулей неподвижных акселерометров, блок которых был установлен горизонтально.

B. Оценка смещения нуля акселерометров при изменеии температуры только ОГ в БИНС

В первой серии экспериментов температура блока акселерометров была стабилизирована с помощью термостата, а температура вычислительного блока БИНС совместно с ОГ изменялась путем изменения температуры окружающей среды в пределах 20,12…25,15°C. На интервале нескольких десятков минут температура чувствительных элементов БИНС внутри термостата измерялась с использованием датчика температуры PT1000, а температура снаружи термостата и вычислительного блока БИНС регистрировалась с помощью прецизионного измерителя температуры МИТ8.30. На этом же интервале времени с помощью частотомера Pendulum CNT-90XL измерялось значение частоты ОГ в БИНС относительно внешнего квантового стандарта частоты (КСЧ) типа НАП-КПН [13]. Одновременно с измерениями температуры и частоты ОГ регистрировались показания неподвижного блока кремниевых акселерометров с помощью ПЭВМ подключенной к интерфейсу БИНС. Таким образом, было оценено смещение нуля этих чувствительных элементов при изменении температуры вычислительного блока БИНС.

Результаты измерений, полученные в одном из экспериментов первой серий, представлены на рисунке 3. Представленные на этом рисунке и далее значения ускорения соответствуют абсолютным значениям ускорений по соответствующим осям с учетом вычитания из этих измерений первого значения в серии измерений. Таким образом, представленные результаты являются приращениями ускорений относительно первых значений в серии измерений.

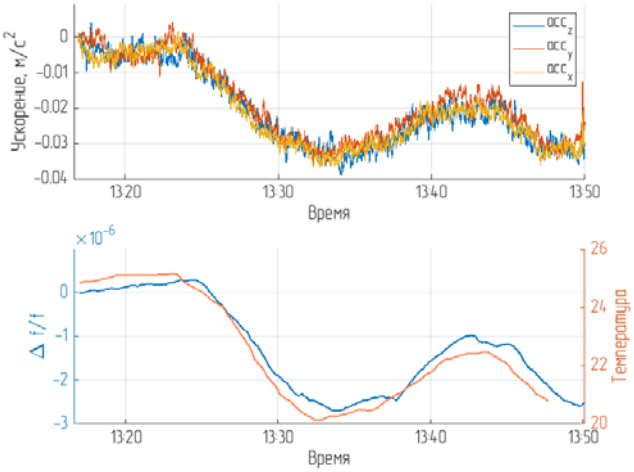


Рис. 3. Оценка дрейфа нуля термоизолированных акселерометров при нагреве ОГ

C. Оценка смещения нуля акселерометров при изменеии температуры только акселерометров в ИНС

Во второй серии экспериментов периодическому нагреву в пределах 25,17...30,1°C подвергался только блок чувствительных элементов внутри термостата. Как и ранее, измерения температуры проводились внутри и снаружи термостата, и также измерялось значение частоты ОГ внутри БИНС относительно внешнего КСЧ. Регистрация показаний с неподвижного блока кремниевых акселерометров, как и в первой серии, осуществлялась с помощью ПЭВМ в единой временной шкале.

Результаты измерений, полученные в одном из экспериментов второй серий, представлены на рис. 4.

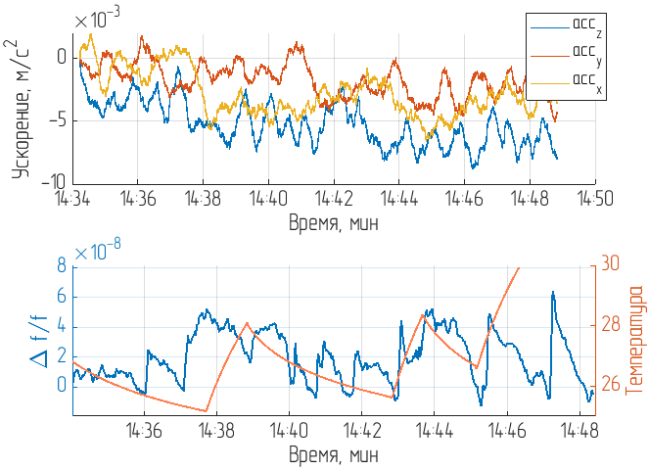


Рис. 4. Оценка дрейфа нуля при нагреве акселерометров и термостабилизации ОГ

III. Обработка полученных результатов

Выборочный коэффициент корреляции был выбран для оценки степени близости смещения нуля акселерометров и изменения температуры внутри и

снаружи термостата с блоком акселерометров, а также частоты ОГ, встроенного в БИНС.

Значения выборочного коэффициента корреляции указанных выше измеряемых величин рассчитывались одинаково в соответствии с [14]. В качестве примера ниже представлено выражение для расчета выборочного коэффициента корреляции между смещением нуля акселерометра и изменением частоты встроенного ОГ БИНС:

$$\mathbb{R} = \frac{\sum_i (a_i - \bar{a}) \cdot (f_i - \bar{f})}{\sqrt{\sum (a_i - \bar{a})^2 \sum (f_i - \bar{f})^2}}, \quad (1)$$

где a_i - значение ускорения, измеренное в *i*-й момент времени; $\bar{a}$ - среднее значение ускорения, рассчитанное для данной выборки; f_i - значение частоты ОГ в БИНС, измеренное в *i*-й момент времени; $\bar{f}$ - среднее значение частоты ОГ в БИНС рассчитанное для данной выборки.

Для оценки достоверности выборочного коэффициента по формуле (1) использовано следующее выражение [15]:

$$s_{\mathbb{R}} = \sqrt{\frac{1-\mathbb{R}^2}{n-2}}, \quad (2)$$

где *n* – количество измерений.

Значения $\mathbb{R}$ близкие к 1 будут свидетельствовать о сильной линейной зависимости смещения нуля неподвижных акселерометров и частоты ОГ в БИНС, изменение которой в основном определяется изменением температуры этого ОГ.

IV. Обсуждение полученных результатов

Результаты обработки двух серий экспериментов с изменением температуры только ОГ в БИНС (1 серия) и изменением температуры только блока акселерометров (2 серия) сведены в таблицу 1 и 2.

В таблице 1 представлены вычисленные значения выборочных коэффициентов корреляции приращения ускорения относительно изменения температуры БИНС (T_1) и относительно изменения температуры блока акселерометров внутри термостата (T_2).

В таблице 2 представлены вычисленные значения выборочных коэффициентов корреляции приращения ускорения относительно изменения частоты ОГ в составе БИНС.

ТАБЛИЦА I.

Серия измерений/ось	Кол-во изм.	Диапазон изменения T1, ºC	$\mathbb{R}_{T1}$	Диапазон изменения T2, ºC	$\mathbb{R}_{T2}$
Нагрев ОГ					
1.1/x	2000	20,12-25,15	0,97	25,25-24,8	0,42
1.1/y	2000	20,12-25,15	0,96	25,25-24,8	0,36
1.1/z	2000	20,12-25,15	0,97	25,25-24,8	0,38
1.2/x	1000	20,12-22,48	0,98	24,8-25,1	0,33
1.2/y	1000	20,12-22,48	0,97	24,8-25,1	0,40
1.2/z	1000	20,12-22,48	0,97	24,8-25,1	0,38
Нагрев акселерометров					
2.1/x	864	21,4-21,6	0,09	25,17-28,11	0,28
2.1/y	864	21,4-21,6	0,08	25,17-28,11	0,29
2.1/z	864	21,4-21,6	0,04	25,17-28,11	0,40
2.2/x	464	21,6-21,7	0,08	25.61-30,1	0,35
2.2/y	464	21,6-21,7	0,05	25.61-30,1	0,15
2.2/z	464	21,6-21,7	0,03	25.61-30,1	0,33

ТАБЛИЦА II.

Серия измерений	Кол-во изм.	Диапазон изменения T, ºC	$\mathbb{R}$	$s_{\mathbb{R}}$	Интервальная оценка (p=0.99) для $\mathbb{R}$
1	**Нагрев ОГ**				
1.1/x	2000	20,12-25,15	**0,93**	0,008	0,91…0,95
1.1/y	2000	20,12-25,15	**0,95**	0,007	0,93…0,97
1.1/z	2000	20,12-25,15	**0,92**	0,009	0,90…0,94
1.2/x	1000	20,12-22,48	**0,97**	0,008	0,95…0,99
1.2/y	1000	20,12-22,48	**0,97**	0,008	0,95…0,99
1.2/z	1000	20,12-22,48	**0,96**	0,009	0,94…0,98
2	**Нагрев акселерометров**				
2.1/x	864	25,17-28,11	0,19	0,033	0,1…0,27
2.1/y	864	25,17-28,11	0,09	0,034	0,02…0,18
2.1/z	864	25,17-28,11	0,16	0,034	0,07…0,25
2.2/x	464	25,61-30,1	0,26	0,045	0,14…0,38
2.2/y	464	25,61-30,1	0,026	0,046	0…0,14
2.2/z	464	25,61-30,1	0,23	0,045	0,11…0,31

Сравнительный анализ выборочных коэффициентов корреляции, представленных в таблицах 1 показывает существенное влияние на смещение нуля акселерометров температуры ОГ в составе БИНС, а не температуры блока акселерометров внутри термостата.

Анализ результатов обработки измерений (таблица 2), полученных в 1-й серии экспериментов, показывает сильную связь смещения нуля неподвижных акселерометров с изменением частоты ОГ в БИНС, при изменении температуры этого генератора. С другой стороны, нагрев только неподвижного блока акселерометров практически не влияет на смещение нуля измеряемых значений ускорений при условии стабильности частоты встроенного в БИНС ОГ (2 серия).

Следует отметить, что если смещение нуля акселерометров, полученные в 1-й серии экспериментов, трактовать вследствие только изменения температуры БИНС в целом, то наблюдаемые смещения нуля акселерометра типа ADXL320 (см. рис. 3) соответствуют коэффициенту температурного дрейфа нуля из спецификации на данный тип акселерометров [12].

Заключение

Анализ результатов обоих серий экспериментов показывает, что для кремниевых акселерометров ADXL320 изменение частоты ОГ в составе БИНС Javad SINS при изменении температуры, сильнее влияет на смещение нуля акселерометра, чем изменение температуры только этих чувствительных элементов.

Следует предположить, что обнаруженный эффект корреляции смещения нуля чувствительных элементов с

изменением частоты ОГ в составе БИНС будет наблюдаться и для других типов инерциальных датчиков, использующих АЦП и ОГ без стабилизации значения частоты.

Для чувствительных элементов с дискретным (цифровым) интерфейсом модели систематических и шумовых погрешностей БИНС должны быть дополнены параметрами, учитывающими изменение значения частоты ОГ и сдвиг ШВ измерительного блока. Без адекватной модели измерений БИНС и их погрешностей в общей шкале времени с приемниками сигналов ГНСС эффект тесного комплексирования получить нельзя.

Список литературы

[1] ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития; под ред. А.И. Перова. М.: Радиотехника, 2020. 1072 с.

[2] Кальченко А.О. Задача калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете при помощи информации от спутниковой навигационной системы: дис. … канд. физ.-мат. наук. М., 2016. 105 с.

[3] Челпанов И.Б., Козлов Д.П., Кочетков А.В. Построение комплексной системы организации калибровки микромеханических датчиков // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 8, №1 (2016) http://naukovedenie.ru/PDF/21TVN116.pdf (дата обращения 02.03.2024).

[4] Дзуев А.А. Инвариантная калибровка блока акселерометров бесплатформенных инерциальных навигационных систем: дис. … канд. тех. наук. М., 2017. 156 с.

[5] Кутовой Д.А. Методики оценки погрешностей, присущих блоку чувствительных элементов в составе бесплатформенных инерциальных навигационных систем: дис. … канд. тех. наук. СПб. 2022. 146 с.

[6] Моторин А.В. Идентификация моделей погрешностей навигационных датчиков и средств коррекции методами нелинейной фильтрации: : дис. … канд. тех. наук. СПб. 2017. 134 с.

[7] Лестев А.М., Федоров М.В., Евстафьев С.Д. Идентификация структуры шумов микромеханических инерциальных преобразователей параметров движения // Радиопромышленность. 2019. Т. 29, № 2. С. 69–75. doi: 10.21778/2413-9599-2019-29-2-69-75.

[8] Андреев С.В., Ильиных В.В., Ильиных О.А., Чертков М.С., Ключников А.В. Оценка влияния погрешностей инерциальных датчиков на точность бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2018;(2):29-34. doi:10.38013/2542-0542-2018-2-29-34.

[9] Кробка Н.И. О влиянии неидеальности бортовой шкалы времени на структуру уравнений ошибок и на точность бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Сб. материалов XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2014. С. 304-307.

[10] Куликов Р.С., Денисенко О.В., Глухов О.В., Меркурьев И.В. Моделирование влияния нестабильности шкалы времени на погрешность инерциальной навигаци // Сб. материалов XXIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 170-173.

[11] Shatilov A.Y. Reference Oscillator Short-Term Drift as it's Sensed by GNSS Receiver, Proceedings of the 27th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS+ 2014), Tampa, Florida, September 2014, pp. 2625-2634.

[12] Спецификация на кремниевый акселерометр ADXL320 [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/105155/AD/ADXL320.html (дата обращения: 02.03.2024).

[13] Стандарт частоты рубидиевый сверхминиатюрный квантовый НАП-КПН [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.vniiftri.ru/catalog/products/pribory/sredstva-izmereniy/etalony-vremeni-i-chastoty/standart-chastoty-rubidievyy-sverkhminiatyurnyy-kvantovyy-na/ (дата обращения: 02.03.2024).

[14] ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019. Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей. Режим доступа:https://protect.gost.ru/v.aspx?control=8&baseC=-1&page=0&month=-1&year=-1&search=&RegNum=1&DocOnPageCount=15&id=225936 (дата обращения: 02.03.2024). – Текст: электронный.

[15] Карасев А.И. Теория вероятностей и математическая статистика / А.И. Карасев - М.: «Статистика», 1979. – 279 с.

Алгоритмическое обеспечение сильносвязанной навигационной системы наземного подвижного объекта

В.А. Погорелов
Донской государственный технический университет авиастроения
Ростов-на-Дону, Россия
vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

***Аннотация*— Решена задача интеграции бескарданной навигационной системы (БНС) с глобальной навигационной спутниковой системой (ГНСС) и доплеровским датчиком скорости (ДДС) для наземных подвижных объектов (НПО). С целью повышения помехоустойчивости интегрированной системы навигации в условиях действия помех была выбрана сильносвязанная схема, не накладывающая жесткого ограничения на число видимых спутников. Для выбранного приборного состава построена стохастическая модель навигационной системы в форме «объект-наблюдатель» и синтезированы алгоритмы оценки, обеспечивающие требуемую точность навигации наземных мобильных объектов как в интегрированном режиме, так и в условиях отсутствия сигналов ГНСС. Приведены результаты имитационного моделирования.**

Ключевые слова— бесплатформенная интегрированная навигационная система, глобальная спутниковая навигационная система, фильтр Калмана

I. Введение

Проблема создания систем навигации наземных подвижных объектов (НПО), обеспечивающих требуемую точность определения всех навигационных параметров как в автономном, так и в интегрированном режимах (с использованием сигналов ГНСС) является одной из главных [1, 2].

Решение данной проблемы существенно осложняется в условиях действия помех различной физической природы и особенно при исчезновении сигналов ГНСС в условиях плотной городской застройки, сложного рельефа местности, туннелях и помехах, вызванных прохождением сигнала через ионосферу, тропосферу [3]. Точность ГНСС также зависит от состава спутниковой группировки, эфемеридного обеспечения, шумов измерений приемника сигналов ГНСС и скорости НПО и возможных переотражений сигнала ГНСС в точке его приема [4]. Низкий темп выдачи информации современными приемниками ГНСС также препятствует эффективному решению задачи навигации НПО [5].

Отдельной проблемой являются интеллектуальные помехи [6-8]. На сегодняшний день разработан целый ряд методов, позволяющих имитировать истинные сигналы ГНСС [9]:

- излучение дальномерных кодов аналогичных сигналам ГНСС, приводящих к неправильным оценкам местоположения потребителя и времени;
- излучение сигналов не существующих спутников;
- перекрытие сигнала видимого спутника шумом от сигнала ложного спутника;
- постановка помехи, сигнально-кодовая конструкция которой совпадает со структурой истинного сигнала ГНСС.

Имеющиеся недостатки ГНСС и БНС обусловливают широкое применение бескарданных интегрированных систем навигации. В известных практических приложениях, как правило, используются следующие схемы интеграции показаний ГНСС с БНС [10, 11]:

1) раздельная,
2) слабосвязанная,
3) сильносвязанная;
4) глубокоинтегрированная.

Далее для решения задачи навигации НПО будем рассматривать сильно связанную схему, так как она не предполагает существенной модификации приборного комплекса. Кроме того, для ее реализации достаточно иметь показания только одного спутника [10-17]. Современные алгоритмы навигации, построенные на основе сильносвязанной схемы, предполагают использование линейных уравнений ошибок БНС [10, 11]. Их применение приводит к возникновению методических погрешностей из-за утраты нелинейных взаимосвязей. Такой подход обеспечивает требуемую точность решения задачи навигации широкого класса НПО лишь на ограниченном интервале времени [10].

Цель работы. На основе сильносвязанной схемы интеграции стохастических показаний ГНСС, БНС и ДДС разработать новый алгоритм решения задачи навигации НПО, не требующий линеаризации его уравнений состояния.

II. Построение стохастических уравнений вектора состояния навигационной системы НПО в форме «объекта»

Введем в рассмотрение следующие СК: приборную СК (ПСК) J $0xyz$, инерциальную СК (ИСК) I, гринвичскую СК (ГрСК) G и свободную в азимуте сопровождающую (ССК) S OXYZ. Ориентация введенных СК приведена в [18].

В состав навигационной системы НПО входит БНС, построенная на базе трех ортогональных датчиков скорости и акселерометров, двух осевой ДДС и приемник сигналов ГНСС. Помехи инерциальных и неинерциальных чувствительных элементов будем аппроксимировать белым гауссовским шумом с нулевым средним и известной интенсивностью.

В качестве кинематических параметров далее будем использовать углы Эйлера. Их применение не является принципиальным ограничением для предложенного подхода. При необходимости вместо углов Эйлера-Крылова можно использовать и другие кинематические параметры, напри-

мер, параметры Родрига-Гамильтона, матрицы направляющих косинусов, параметры Кейли-Клейна, числа Люша, вектор конечного поворота и др. [18].

Ориентация приборного трехгранника относительно инерциального описывается системой кинематических уравнений Эйлера [18]

$$\begin{bmatrix}\dot\alpha\\ \dot\beta\\ \dot\gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 0\\ \dfrac{\sin\gamma}{\cos\alpha} & \dfrac{\cos\gamma}{\cos\alpha} & 0\\ \sin\gamma tg\alpha & \cos\gamma tg\alpha & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}=\mathbf{\Phi}_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{J}}, \quad (1)$$

где α, β, γ – углы Эйлера, $\mathbf{\Phi}_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma})=\begin{bmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 0\\ \dfrac{\sin\gamma}{\cos\alpha} & \dfrac{\cos\gamma}{\cos\alpha} & 0\\ \sin\gamma tg\alpha & \cos\gamma tg\alpha & 1\end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{J}}=\begin{bmatrix}\omega_x & \omega_y & \omega_z\end{bmatrix}^T$ – вектор угловой скорости вращения ПСК относительно ИСК.

Для определения $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{J}}$ воспользуемся показаниями $\mathbf{Z_d}=\begin{bmatrix}Z_{dx} & Z_{dy} & Z_{dz}\end{bmatrix}^T$ ДУСов. Следуя [19], выходные сигналы ДУСов представить, как

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{J}}=\mathbf{Z_d}-\mathbf{m_d}-\mathbf{W_d}, \quad (2)$$

где $\mathbf{m_d}=\begin{bmatrix}m_{dx} & m_{dy} & m_{dz}\end{bmatrix}^T$ – вектор математического ожидания смещения нуля ДУСов;

$\mathbf{W_d}=\begin{bmatrix}W_{dx} & W_{dy} & W_{dz}\end{bmatrix}^T$ – вектор помех ДУСов, аппроксимируемый БГШ с нулевым средним и матрицей интенсивностей $\mathbf{D_d}$,

С учетом (2) уравнения Эйлера (1) принимают вид (3)

$$\begin{bmatrix}\dot\alpha\\ \dot\beta\\ \dot\gamma\end{bmatrix}=\Phi_\alpha(\alpha,\gamma)(\mathbf{Z_d}-\mathbf{m_d}-\mathbf{W_d}). \quad (3)$$

Ориентация ССК относительно ИСК также может быть найдена путем интегрирования уравнений Эйлера:

$$\begin{bmatrix}\dot\varphi\\ \dot\lambda\\ \dot\chi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\cos\chi & -\sin\chi & 0\\ \dfrac{-\sin\chi}{\cos\varphi} & \dfrac{\cos\chi}{\cos\varphi} & 0\\ -\sin\chi tg\varphi & \cos\chi tg\varphi & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\omega_{XS}\\ \omega_{YS}\\ \omega_{ZS}\end{bmatrix}=\mathbf{\Phi}_\varphi(\varphi,\boldsymbol{\chi})\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}}, \quad (4)$$

где φ – широта НПО, λ – долгота НПО, χ – азимут оси Y ССК, $\mathbf{\Phi}_\varphi(\varphi,\boldsymbol{\chi})=\begin{bmatrix}-\cos\chi & -\sin\chi & 0\\ \dfrac{-\sin\chi}{\cos\varphi} & \dfrac{\cos\chi}{\cos\varphi} & 0\\ -\sin\chi tg\varphi & \cos\chi tg\varphi & -1\end{bmatrix}$,

$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}}=\begin{bmatrix}\omega_{XS} & \omega_{YS} & \omega_{ZS}\end{bmatrix}^T$ – вектор угловой скорости ССК.

Для построения проекции ω_{XS} и ω_{YS} угловой скорости ССК воспользуемся показаниями ДДС Z_{Dx} и Z_{Dy}.

Проекции V_x, V_y, выраженные через показания ДДС, имеют вид:

$$V_x=Z_{Dx}-W_{Dx}, \quad (5)$$
$$V_y=Z_{Dy}-W_{Dy},$$

Входящие в (5) помехи измерений ДДС W_{Dx}, W_{Dy} могут быть описаны системой дифференциальных уравнений (6)

$$\dot W_{Dx}=f_{Dx}(W_{Dx},t)+f_{Dx0}(W_{Dx},t)\xi_{Dx}, \quad (6)$$
$$\dot W_{Dy}=f_{Dy}(W_{Dy},t)+f_{Dy0}(W_{Dy},t)\xi_{Dy},$$

где $f_{Dx}, f_{Dy}, f_{Dx0}, f_{Dy0}$ – известные функции, ξ_{Dx}, ξ_{Dy} – БГШ с нулевыми средними и известными интенсивностями D_{Dx} и D_{Dy}.

Для окончательного определения проекций ω_{XS} и ω_{YS} воспользуемся пока неизвестной проекцией V_z. В результате будем иметь:

$$\begin{bmatrix}\omega_{YS}\\ \omega_{XS}\end{bmatrix}=(r+h)^{-1}\begin{bmatrix}-C_{11} & -C_{21} & -C_{31}\\ C_{12} & C_{22} & C_{32}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Z_{Dx}-W_{Dx}\\ Z_{Dy}-W_{Dy}\\ V_z\end{bmatrix}, \quad (7)$$

где C_{ij} – ij-й компонент матрицы $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\varphi,\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\chi})$, определяющей ориентацию приборного трехгранника относительно сопровождающего, $\mathbf{C}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma},\varphi,\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\chi})=\mathbf{D}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\gamma})\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(\varphi,\boldsymbol{\Omega t},\boldsymbol{\chi})$,

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix}\sin\beta\sin\alpha\sin\gamma+\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\gamma & \cos\beta\sin\alpha\sin\gamma-\sin\beta\cos\gamma\\ \sin\beta\sin\alpha\cos\gamma-\cos\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & \cos\beta\sin\alpha\cos\gamma+\sin\beta\sin\gamma\\ \sin\beta\cos\alpha & -\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha\end{bmatrix},$$

$\mathbf{B}=\mathbf{D}(-\varphi,\boldsymbol{\Omega}\tau+\boldsymbol{\lambda},-\boldsymbol{\chi})$.

Из основного уравнения инерциальной навигации, записанного для вращающейся Земли, определим проекции ω_{ZS} и V_z в виде:

$$\begin{aligned}a_x&=\dot V_x+(2\mathbf{C}_{(2)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(2)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_z-(2\mathbf{C}_{(3)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(3)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_y+\mathbf{C}_{(1)}\mathbf{g_S},\\ a_y&=\dot V_y-(2\mathbf{C}_{(1)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(1)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_z+(2\mathbf{C}_{(3)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(3)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_x+\mathbf{C}_{(2)}\mathbf{g_S}\\ a_z&=\dot V_z+(2\mathbf{C}_{(1)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(1)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_y-(2\mathbf{C}_{(2)}\mathbf{\Omega_S}+\mathbf{C}_{(2)}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{S}})V_x+\mathbf{C}_{(3)}\mathbf{g_S},\end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{a}=\begin{bmatrix}a_x & a_y & a_z\end{bmatrix}^T$ – вектор ускорения в ПСК,

$\mathbf{\Omega_S}=\begin{bmatrix}\Omega_X & \Omega_Y & \Omega_Z\end{bmatrix}^T$ – вектор угловой скорости вращения Земли, проекции которого для выбранной ориентации осей ССК можно представить как:

$$\Omega_X=-\Omega\cos\varphi\sin\chi,$$
$$\Omega_Y=\Omega\cos\varphi\cos\chi, \quad (9)$$
$$\Omega_Z=\Omega\sin\varphi,$$

$\mathbf{g_S}=\begin{bmatrix}g_X & g_Y & g_Z\end{bmatrix}^T$ – вектор ускорения силы тяжести в ССК, проекции которого для выбранной ориентации ССК имеют вид:

$$g_X=-\Omega^2(r+h)\cos\varphi\sin\varphi\sin\chi,$$
$$g_Y=\Omega^2(r+h)\cos\varphi\sin\varphi, \quad (10)$$
$$g_Z=-\Omega^2(r+h)\cos^2\varphi-g_0(r,h,\varphi),$$

$C_{(i)}, i=\overline{1,3}$, – i-ая строка матрицы $\mathbf{C}$.

Из второго уравнения (8) найдем проекцию ω_{ZS}.

Выходной сигнал акселерометра Z_y имеет вид:

$$a_y=Z_y-m_y-W_y, \quad (11)$$

где Z_y – выходной сигнал акселерометра, ось чувствительности которого направлена по оси y ПСК, m_y – математическое ожидание смещения нуля акселерометра Z_y,

W_y – помеха на выходе акселерометра, ось чувствительности которого направлена по оси y ПСК.

С учетом показаний ДДС Z_{Dx} , Z_{Dy} и (6) проекции $\dot{V}_x, \dot{V}_y$ можно записать в виде (12)

$$\dot{V}_x = \dot{Z}_{Dx} - f_{\mathrm{Dx}} - f_{Dx0}\xi_{\mathrm{Dx}}, \qquad (12)$$
$$\dot{V}_y = \dot{Z}_{Dy} - f_{\mathrm{Dy}} - f_{Dy0}\xi_{\mathrm{Dy}}.$$

Проведенные построения позволяют записать проекцию угловой скорости ССК ω_{ZS} в виде:

$$\omega_{ZS} = \left(C_{13}V_z - C_{33}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right)\right)^{-1}\left\{\dot{Z}_{Dy} - f_{\mathrm{Dy}} - \right.$$
$$-f_{Dy0}\xi_{Dy} - Z_y + m_y + W_y - \qquad (13)$$
$$-\left[2\mathbf{C_{(1)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{12}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{11}C_{T(2)}}\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix}\right]V_z +$$
$$+\left[\mathbf{2C_{(3)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{32}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{31}C_{T(2)}}\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix}\right]\times$$
$$\left.\times\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) + \mathbf{C_{(2)}g_S}\right\} = \Gamma_Z + \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0Z}}\begin{bmatrix} W_y \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix},$$

где

$$\Gamma_Z = \left(C_{13}V_z - C_{33}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right)\right)^{-1}\left\{\dot{Z}_{Dy} - f_{Dy} - Z_y + m_y - \right.$$
$$-\left[2\mathbf{C_{(1)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{12}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{11}C_{T(2)}}\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix}\right]V_z +$$
$$+\left[\mathbf{2C_{(3)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{32}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{31}C_{T(2)}}\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix}\right]\times$$
$$\left.\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) + \mathbf{C_{(2)}g_S}\right\},$$
$$\Gamma_{0Z} = \left(C_{13}V_z - C_{33}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right)\right)^{-1}\left[1 - f_{Dy0}\right] = \Gamma\left[1 - f_{Dy0}\right],$$

$\mathbf{C_{T(i)}}, i = \overline{1,3}$, – i -ая строка матрицы $\mathbf{C^T}$.

Воспользовавшись показаниями ДДС, получим уравнение для определения высоты h (14)

$$\dot{h} = V_Z = C_{13}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) + C_{23}\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) + C_{33}V_z. \qquad (14)$$

Для построения уравнений НПО в замкнутом виде найдем проекцию V_z из третьего уравнения (8)

$$\dot{V}_z = Z_z - m_z - W_z - \left(2\mathbf{C_{(1)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[C_{12}\mathbf{C_{T(1)}} - C_{11}\mathbf{C_{T(2)}}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} + C_{13}\Gamma_z + C_{13}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix}\right)\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) +$$
$$+\left(2\mathbf{C_{(2)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[\mathbf{C_{22}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{21}C_{T(2)}}\right]\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} +$$
$$+C_{23}\Gamma_z + C_{23}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{\mathrm{Dy}} \end{bmatrix}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) - \mathbf{C_{(3)}g_S}. \qquad (15)$$

Объединяя уравнения (1-15), запишем уравнения состояния БНС в виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\gamma})\left(\mathbf{Z_d} - \mathbf{m_d} - \mathbf{W_d}\right),$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{\chi} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi}_{\varphi}\begin{bmatrix} (r+h)^{-1}\begin{bmatrix} -C_{11} - C_{21} - C_{31} \\ C_{12}\ \ C_{22}\ C_{32} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} \\ \hline \Gamma_Z + \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0Z}}\begin{bmatrix} W_y \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

$$\dot{V}_z = Z_z - m_z - W_z - \left(2\mathbf{C_{(1)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[C_{12}\mathbf{C_{T(1)}} - C_{11}\mathbf{C_{T(2)}}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} + C_{13}\Gamma_z + C_{13}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix}\right)\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) +$$
$$+\left(2\mathbf{C_{(2)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[\mathbf{C_{22}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{21}C_{T(2)}}\right]\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} +$$
$$+C_{23}\Gamma_z + C_{23}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{\mathrm{Dy}} \end{bmatrix}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) - \mathbf{C_{(3)}g_S},$$
$$\dot{h} = C_{13}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) + C_{23}\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) + C_{33}V_z,$$
$$\dot{W}_{Dx} = f_{Dx}\left(W_{Dx}, t\right) + f_{Dx0}\left(W_{Dx}, t\right)\xi_{Dx},$$
$$\dot{W}_{Dy} = f_{Dy}\left(W_{Dy}, t\right) + f_{Dy0}\left(W_{Dy}, t\right)\xi_{Dy}.$$

Или в векторно-матричной форме

$$\dot{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{Y},\mathbf{t}) + \mathbf{F_0}(\mathbf{Y},\mathbf{t})\boldsymbol{\xi}, \qquad (16)$$

где

$$\mathrm{F} = \left[\begin{array}{c} \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\alpha}}(\mathbf{Z_d} - \mathbf{m_d} - \mathbf{W_d}) \\ \hline \boldsymbol{\Phi}_{\varphi}\left[\begin{array}{c} (r+h)^{-1}\begin{bmatrix} -C_{11} - C_{21} - C_{31} \\ C_{12}\ \ C_{22}\ C_{32} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} \\ \hline \Gamma_Z + \boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0Z}}\begin{bmatrix} W_y \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix} \end{array}\right] \\ \hline Z_z - m_z - \left(2\mathbf{C_{(1)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[C_{12}\mathbf{C_{T(1)}} - C_{11}\mathbf{C_{T(2)}}\right]\times\right. \\ \left.\times\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} + C_{13}\Gamma_z + C_{13}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{Dy} \end{bmatrix}\right)\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) + \\ +\left(2\mathbf{C_{(2)}}\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{S}} + (r+h)^{-1}\left[\mathbf{C_{22}C_{T(1)}} - \mathbf{C_{21}C_{T(2)}}\right]\right)\begin{bmatrix} Z_{Dx} - W_{Dx} \\ Z_{Dy} - W_{Dy} \\ V_z \end{bmatrix} + \\ +C_{23}\Gamma_z + C_{23}\boldsymbol{\Gamma}_{\mathbf{0z}}\begin{bmatrix} W_2 \\ \xi_{\mathrm{Dy}} \end{bmatrix}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) - \mathbf{C_{(3)}g_S} \\ \hline C_{13}\left(Z_{Dx} - W_{Dx}\right) + C_{23}\left(Z_{Dy} - W_{Dy}\right) + C_{33}V_z \\ \hline f_{Dx}\left(W_{Dx}, t\right) \\ \hline f_{Dy}\left(W_{Dy}, t\right) \end{array}\right]$$

$$\xi=\left[\mathbf{W_d^T}\, W_y\, W_z\, \xi_{D_x}\, \xi_{D_y}\right]^T,$$

$$\mathbf{F_0}(\mathbf{Y,t})=\begin{bmatrix} -\mathbf{\Phi_\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{\Phi}_\varphi\Gamma & 0 & 0 & \mathbf{\Phi}_\varphi\Gamma \\ 0 & \Pi & -1 & 0 & \Pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{D_x0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{Dy_0} \end{bmatrix},$$

$$\Pi=C_{13}\Gamma\left(Z_{Dy}-W_{Dy}\right)+C_{23}\Gamma\left(Z_{Dx}-W_{Dx}\right).$$

Из первого уравнения (8) получим уравнение наблюдателя

$$Z_x=\dot{Z}_{D_x}-f_{D_x}+\left(2\mathbf{C_{(2)}}\mathbf{\Omega_S}+(r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{22}C_{T(1)}}-\mathbf{C_{21}C_{T(2)}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{D_x}-W_{D_x} \\ Z_{D_y}-W_{D_y} \\ V_z \end{bmatrix}+C_{23}\Gamma_Z\right)V_z-$$
$$-\left(2\mathbf{C_{(3)}}\mathbf{\Omega_S}+(r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{32}C_{T(1)}}-\mathbf{C_{31}C_{T(2)}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{D_x}-W_{D_x} \\ Z_{D_y}-W_{D_y} \\ V_z \end{bmatrix}+C_{33}\Gamma_Z\right)\left(Z_{D_y}-W_{D_y}\right)+$$
$$+\mathbf{C_{(1)}g_S}+m_x+W_x-f_{Dx0}\,\xi_{D_x}+$$
$$+\left(C_{23}V_z-C_{33}\left(Z_{D_y}-W_{D_y}\right)\right)\mathbf{\Gamma_{0Z}}\begin{bmatrix} W_y \\ \xi_{D_y} \end{bmatrix}.$$

Или в векторно-матричной форме

$$Z=Z_x-\dot{Z}_{D_x}-m_x=H(Y,t)+\mathbf{H_0}(\mathbf{Y,t})\zeta, \qquad (17)$$

где

$$H(Y,t)=-f_{D_X}+\left(2\mathbf{C_{(2)}}\mathbf{\Omega_S}+(r+h)^{-1}\left(\mathbf{C_{22}C_{T(1)}}-\mathbf{C_{21}C_{T(2)}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{D_x}-W_{D_x} \\ Z_{D_y}-W_{D_y} \\ V_z \end{bmatrix}+C_{23}\Gamma_Z\right)V_z-$$
$$-\left(2\mathbf{C_{(3)}}\mathbf{\Omega_S}+(r+h)^{-1}\left(C_{32}\mathbf{C_{T(1)}}-C_{31}\mathbf{C_{T(2)}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix} Z_{D_x}-W_{D_x} \\ Z_{D_y}-W_{D_y} \\ V_z \end{bmatrix}+C_{33}\Gamma_Z\right)\left(Z_{D_y}-W_{D_y}\right)+\mathbf{C_{(1)}g_S},$$
$$H_0(Y,t)=\left[1\vdots\left(C_{23}V_z-C_{33}\left(Z_{D_y}-W_{D_y}\right)\right)\Gamma\vdots-f_{Dx0}\vdots\right.$$
$$\left.-f_{Dy0}\left(C_{23}V_z-C_{33}\left(Z_{D_y}-W_{D_y}\right)\right)\Gamma\right]$$
$$\zeta=\left[W_x\, W_y\, \xi_{D_x}\, \xi_{D_y}\right]^T.$$

III. Синтез нелинейного стохастического фильтра автономной БНС, учитывающего корреляцию шумов «объекта» и «наблюдателя»

Так как в рассматриваемой автономной БНС НПО шумы «объекта» и «наблюдателя» коррелированы, то для автономной оценки вектора состояния БНС представим (16) в виде (18)

$$\dot{\mathbf{Y}}=\mathbf{F}(\mathbf{Y,t})+\mathbf{F_{01}}(\mathbf{Y,t})\xi_1+\mathbf{F_{02}}(\mathbf{Y,t})\zeta, \qquad (18)$$

где $\mathbf{F_{01}}(\mathbf{Y,t})=\begin{bmatrix} -\mathbf{\Phi_\alpha} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\xi_1=\left[\mathbf{W_d^T}\, W_z\right]^T$,

$$\mathbf{F_{02}}(\mathbf{Y,t})=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{\Phi}_\varphi\Gamma & 0 & \mathbf{\Phi}_\varphi\Gamma \\ 0 & \Pi & 0 & \Pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{D_x0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{Dy_0} \end{bmatrix}.$$

Введем промежуточные переменные

$$\boldsymbol{\gamma_1}(\mathbf{Y,t})=\left[\mathbf{F_{01}}(\mathbf{Y,t})\vdots\mathbf{F_{02}}(\mathbf{Y,t})\right],\ \boldsymbol{\gamma_2}(\mathbf{Y,t})=\left[\mathbf{0}\vdots\mathbf{H_0}(\mathbf{Y,t})\right],$$
$$\boldsymbol{\eta}=\left[\boldsymbol{\xi}_1^{\mathbf{T}}\,\boldsymbol{\zeta}^{\mathbf{T}}\right]^{\mathrm{T}}. \qquad (19)$$

С учетом (18) и (19) уравнения состояния автономной БНС, записанные в форме «объект» (16) и «наблюдатель» (17) принимают канонический вид (20)

$$\dot{\mathbf{Y}}=\mathbf{F}(\mathbf{Y,t})+\boldsymbol{\gamma_1}(\mathbf{Y,t})\boldsymbol{\eta},$$
$$Z=H(\mathbf{Y},t)+\boldsymbol{\gamma_2}(\mathbf{Y,t})\boldsymbol{\eta}, \qquad (20)$$

А уравнения нелинейной стохастической фильтрации автономной БНС вид (21) [20]

$$\dot{\hat{\mathbf{Y}}}=\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)+\mathbf{K}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\left[Z-H\left(\hat{Y},t\right)\right], \qquad (21)$$

$$\mathbf{K}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)=\left\{\mathbf{R}\frac{\partial\mathbf{H}^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}+\boldsymbol{\gamma_1}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_2^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\right\}\left(\boldsymbol{\gamma}_2\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_2^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\right)^{-1}$$

$$\dot{\mathbf{R}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)=\frac{\partial\mathbf{F}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}\mathbf{R}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)+\mathbf{R}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\frac{\partial\mathbf{F}^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}+\boldsymbol{\gamma_1}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_1^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)-$$
$$-\mathbf{K}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\left(\boldsymbol{\gamma}_2\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\mathbf{D}\boldsymbol{\gamma}_2^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right)\right)\mathbf{K}^{\mathbf{T}}\left(\hat{\mathbf{Y}},\mathbf{t}\right),$$

где

$$\hat{\mathbf{Y}}_\mathbf{0}=\mathbf{M}(\mathbf{Y_0}),\ \mathbf{R_0}=\mathbf{M}\left\{\left(\mathbf{Y_0}-\hat{\mathbf{Y}}_\mathbf{0}\right)\left(\mathbf{Y_0}-\hat{\mathbf{Y}}_\mathbf{0}\right)^{\mathbf{T}}\right\},$$

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} D_d & 0 & 0 \\ 0 & D_a & 0 \\ 0 & 0 & D_{D_x} \end{bmatrix}.$$

Применение уравнений (21) решает задачу автономного оценивания угловых и линейных фазовых переменных вектора состояния БНС. Однако на длительном интервале времени применение (21) приводит к росту ошибок оценивания всех компонентов вектора состояния БНС. В связи с этим для решения задачи навигации на длительном интервале времени возникает необходимость использования показаний приемника сигналов ГНСС [21]. Использование последних предполагает построение уравнений наблюдателя.

IV. Синтез стохастической модели спутниковых измерений

С целью построения уравнения наблюдения, обеспечивающего требуемую точность оценки всего вектора состояния системы навигации НПО, воспользуемся кодовыми и доплеровскими измерениями ГНСС.

Согласно [4] уравнения кодовых измерений имеют вид:

$$Z_R=\sqrt{(\xi_c-\xi)^2+(\eta_c-\eta)^2+(\zeta_c-\zeta)^2}+W_{ZR}, \quad (22)$$

где ξ_c,η_c,ζ_c- координаты спутника в ГСК, $\xi,\eta,\zeta-$ координаты НПО в ГСК, $W_{ZR}-$ помеха кодовых измерений, описываемая БГШ с нулевым средним и дисперсией $D_{ZR}(t)$.

А для доплеровских измерений Z_V:

$$Z_V=\left[(\xi_c-\xi)(V_{\xi c}-V_\xi)+(\eta_c-\eta)(V_{\eta c}-V_\eta)+(\zeta_c-\zeta)(V_{\zeta c}-V_\zeta)\right]\times \quad (23)$$
$$\times\left(\sqrt{(\xi_c-\xi)^2+(\eta_c-\eta)^2+(\zeta_c-\zeta)^2}\right)^{-1}+W_{ZV},$$

где $V_{\xi c},V_{\eta c},V_{\zeta c}-$ проекции вектора скорости спутника на оси ГСК, $V_\xi,V_\eta,V_\zeta-$ проекции вектора скорости НПО на оси ГСК.

Для выражения фазовых переменных БНС через показания ГНСС выразим ориентацию ССК через ИСК [20]

$$\xi=(r+h)\cos\varphi\sin\lambda,\ \ \eta=(r+h)\sin\varphi,\ \ \zeta=(r+h)\cos\varphi\cos\lambda \quad (24)$$

и подставим полученный результат в (22). В результате получим:

$$Z_R=\sqrt{(\xi_c-(r+h)\cos\varphi\sin\lambda)^2+(\eta_c-(r+h)\sin\varphi)^2+(\zeta_c-(r+h)\cos\varphi\cos\lambda)^2}+W_{ZR} \quad (25)$$

Вектор $\mathbf{V_G}=\left[V_\xi\ V_\eta\ V_\zeta\right]^T$ можно выразить через вектор $\mathbf{V_S}=\left[V_X\ V_Y\ V_Z\right]^T$ как:

$$\mathbf{V_S}=\mathbf{B}(\varphi,\lambda,\chi)\mathbf{V_G}. \quad (26)$$

Из (26) следует, что

$$\mathbf{V_G}=\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(\varphi,\lambda,\chi)\mathbf{V_S}. \quad (27)$$

С учетом (27) информационная модель доплеровских измерений принимает вид (28):

$$Z_V=\left[(\xi_c-(r+h)\cos\varphi\sin\lambda)\left(V_{\xi c}-\mathbf{B}^{\mathbf{T}}_{(1)}(\varphi,\lambda,\chi)\mathbf{V_S}\right)+\right.$$
$$+(\eta_c-(r+h)\sin\varphi)\left(V_{\eta c}-\mathbf{B}^{\mathbf{T}}_{(2)}(\varphi,\lambda,\chi)\mathbf{V_S}\right)+$$
$$\left.+(\zeta_c-(r+h)\cos\varphi\cos\lambda)\left(V_{\zeta c}-\mathbf{B}^{\mathbf{T}}_{(3)}(\varphi,\lambda,\chi)\mathbf{V_S}\right)\right]\times \quad (28)$$
$$\times\sqrt{(\xi_c-(r+h)\cos\varphi\sin\lambda)^2+(\eta_c-(r+h)\sin\varphi)^2+(\zeta_c-(r+h)\cos\varphi\cos\lambda)^2}+W_{ZV}, \quad (25)$$

или в каноническом виде

$$Z_R=H_R(\varphi,\lambda,\chi,h)+W_{ZR}, \quad (29)$$
$$Z_V=H_V(\varphi,\lambda,\chi,h,V_X,V_Y,V_Z)+W_{ZV},$$

где $\mathbf{B}^{\mathbf{T}}_{(\mathbf{i})}(\varphi,\lambda,\chi)-$ i-я строка матрицы $\mathbf{B}^{\mathbf{T}}(\varphi,\lambda,\chi)$

или в векторно-матричном виде

$$\mathbf{Z}^{(\mathbf{c})}=\begin{bmatrix}Z_R\\Z_V\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}H_R(\varphi,\lambda,\chi,h)\\H_V(\varphi,\lambda,\chi,h,V_X,V_Y,V_Z)\end{bmatrix}+$$
$$+\begin{bmatrix}W_{ZR}\\W_{ZV}\end{bmatrix}=\mathbf{H}^{(\mathbf{c})}(\mathbf{Y},\mathbf{t})+\boldsymbol{\zeta}^{(\mathbf{c})}. \quad (30),$$

В компактном виде (30) принимает вид (31):

$$\mathbf{Z}^{(\mathbf{c})}_{\mathbf{k}}=\mathbf{H}^{(\mathbf{c})}(\mathbf{Y},\mathbf{k})+\boldsymbol{\zeta}^{(\mathbf{c})}_{\mathbf{k}}, \quad (31)$$

где $k=1,2...$

Построенный наблюдатель (31) позволяет, следуя [22], записать уравнения стохастической фильтрации интегрированной навигационной системы

$$\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{t_k}+\mathbf{0})=\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{k0}}+\mathbf{R}(\mathbf{t_k}+\mathbf{0})\frac{\partial\mathbf{H}^{(\mathbf{c})\mathbf{T}}(\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{k0}},\mathbf{k})}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}\mathbf{D}_{\mathbf{c}}^{-\mathbf{1}}\times \quad (32)$$
$$\times\left[\mathbf{Z}^{(\mathbf{c})}_{\mathbf{k}}-\mathbf{H}^{(\mathbf{c})}(\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{k0}},\mathbf{k})\right]$$
$$\mathbf{R}^{-\mathbf{1}}(\mathbf{t_k}+\mathbf{0})=\mathbf{R}^{-\mathbf{1}}_{\kappa\mathbf{0}}+\frac{\partial\mathbf{H}^{(\mathbf{c})\mathbf{T}}(\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{k0}},\mathbf{k})}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}\mathbf{D}_{\mathbf{c}}^{-\mathbf{1}}\frac{\partial\mathbf{H}^{(\mathbf{c})}(\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{k0}},\mathbf{k})}{\partial\hat{\mathbf{Y}}}.$$

Фильтр (21) используется на участках автономного движения БНС, когда сигнал ГНСС отсутствует, а фильтр (32) при наличии показаний приемника ГНСС. При этом конечные оценки (21) являлись начальными условиями (32). Соответственно после пропадания сигналов ГНСС конечные условия (32) являлись начальными условиями для (21).).

Использование стохастических фильтров (21) и (32) позволяет решить задачу интеграции БНС с ГНСС по сильносвязанной схеме.

V. Результаты имитационного моделирования

С целью проверки эффективности предложенного подхода к построению интегрированной системы навигации было проведено имитационное моделирование уравнений (21) и (32) в среде ENGEE на временном интервале $t\in[0;2000]$ сек. Программа ENGEE специально разработана для имитационного моделирования динамических систем с применением методологии модельно-ориентированного проектирования [23].

Начальные условия для моделирования приборного трехгранника относительно инерциального были определены как:

$$\alpha_0=\frac{\pi}{3},\beta_0=\frac{\pi}{5},\gamma_0=\frac{\pi}{4}.$$

Начальные условия для моделирования сопровождающего трехгранника относительно инерциального были заданы следующим образом:

$$\lambda_0=\frac{\pi}{5},\varphi_0=\frac{\pi}{4},\chi_0=\frac{\pi}{3}$$

Параметры линейного движение НПО задавались дифференциальными уравнениями в проекциях на оси ССК

$$\dot{V}_X=200\exp(-0{,}1t)+10\cos(0{,}25t),$$
$$\dot{V}_Y=100\exp(-t)+5\sin(0.25t),$$
$$\dot{V}_Z=10\exp(-t)+\sin(0.1t).$$

Входящие в уравнения стохастической фильтрации (21), (32) интенсивности шумов были определены исходя из достигнутого уровня приборостроения и составили

для: акселерометров – $\left(10^{-5}\text{м/с}^2\right)^2$, ДДС - $\left(0.5\text{м/с}\right)^2$, ДУС– $\left(10^{-7}1/\text{с}\right)^2$, кодовых измерений ГНСС – $\left(5\text{м}\right)^2$, доплеровских измерений ГНСС- $\left(0.2\text{м/с}\right)^2$.

При имитационном моделировании сигналы ГНСС отсутствовали на 100-й, 300-й, 700-й, 1200-й и 1500-й с на временном интервале 10 – 30 с.

Для интегрирования уравнений фильтрации (21) использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Шаг интегрирования был выбран равным Δt=0.01с как вполне достаточный для навигации и управления большинством НПО. Решение (32) осуществлялось с шагом 1 с. Такой шаг соответствует темпу выдачи информации большинством современных приемников ГНСС.

Ошибки оценки вычислялись как разность между модельным движением НПО (полученным без учета шумов чувствительных элементов) и оценками, полученными на выходе алгоритма фильтрации. В конце интервала моделирования ошибки оценки составили: по углам ориентации – 0,1%, по проекциям вектора скорости НПО V_Z – 7%, V_X –5,8%, V_Y –5%, по долготе – 3*10^{-7} рад, по широте – 3,5*10^{-7} рад.

Таким образом, результаты имитационного моделирования свидетельствуют о возможности эффективного использования описанного в статье алгоритма комплексирования инерциальных и радиотехнических чувствительных элементов по сильносвязанной схеме в системах навигации НПО различного назначения.

VI. Заключение

На основе использования непрерывных и дискретных стохастических фильтров в работе решена задача интеграции БНС с ГНСС по сильносвязанной схеме. Предложенный алгоритм обеспечивает оценку всех фазовых переменных системы навигации НПО как при наличии сигналов ГНСС, так и их отсутствии.

Применение предложенного алгоритма в существующих и перспективных системах навигации НПО позволит, с одной стороны, повысить точность их позиционирования в условиях действия внутренних и внешних возмущений, а, с другой стороны, он может быть реализован при минимальных доработках измерительного комплекса исследуемой интегрированной системы навигации.

Литература

[1] D. Dardari, M. Luise, E. Falletti, “Satellite and Terrestrial Radio Positioning Techniques. A Signal Processing Perspective”, Oxford, Academic Press, 2011.

[2] S.A. Adebayo, I.A.A Azeez, “Review of global navigation satellite systems (GNSS) and its application”, International Journal of Scientific and Engineering Research, 2021. vol 12 (4), pp. 1042-1049.

[3] “Undestending GPS. Principles and applications”, Ed. by D. Kaplan, C.J. Hegarty. Second edition, Artech House, 2006.

[4] “Springer Handbook of Global Navigation Satellites Systems”, Ed. by J.G. Peter Teunissen, Oliver Montenbruck, Springer International Publishing AG, 2017.

[5] B. L. Stevens and F. L. Lewis, “Aircraft Control and Simulation”, John Wiley & Sons, Second edition, 2003.

[6] D. Shepard, J. Bhatti, T. Humphreys, “Drone Hack”, GPS World Aug. 2012, pp. 30-33.

[7] Congressional Budget Office. The Global Positioning System for Military Users: Current Modernization Plans and Alternatives., Oct. 2011.

[8] A. R. Baziar, M. Moazedi, M. R Mosavi, “Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm”, Journal of Wireless Personal Communications, 2015, vol. 83, no. 3, pp. 1955–1970.

[9] S. Mahmood, “Analysis of Differential Global Positioning System (DGPS) Techniques and GPS Jamming on Precision Guided Munition (PGM)” Performance, NATO/AGARD MSP Meeting, Technologies for Precision Air Strike Operations in Rapid Reaction and Localized Conflict Scenarios, Seville, Spain, AGARD CP-576, June 1996.

[10] G. Schmidt, R. Phillips, “INS/GPS Integration Architecture Performance Comparisons”, NATO RTO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Low-Cost Navigation Sensors and Integration Technology, Mar. 2011.

[11] G. Schmidt, R.Phillips, “INS/GPS Integration Architectures”, NATO RTO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Low-Cost Navigation Sensors and Integration Technology, Mar. 2011.

[12] I. N. Rozenberg, S.V. Sokolov, V.I. Umanskij and V.A. Pogorelov, “Theoretical Basis of Close Integration of Inertial Satellite Navigation Systems”, Moscow: Publ. Fizmatlit, 2018.

[13] S.V.Sokolov, V.A. Pogorelov, “Stochastic Evaluation, Control and Identification in High-precision Navigation Systems”, Moscow: Publ. Fizmatlit, 2016.

[14] S. V. Sokolov, V. A. Pogorelov, A. L. Okhotnikov “Stochastic Estimation of Angular Orientation Parameters of a Moving Object by Inertial-Satellite Measurements” Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2023. Vol. 59, no. 5, pp. 602-611.

[15] S. V. Sokolov, V. A. Pogorelov, A. B. Shatalov, “General Solution of the Problem of Nonlinear Filtration of the Orientation Parameters of the Antenna Complex by Inertial Measurements”, Russian Aeronautics, 2021, vol.64, no.1, pp. 132-141.

[16] S. V. Sokolov, V. A. Pogorelov, A. B. Shatalov, “Stochastic Estimation of Orientation Parameters of an Antenna Complex based on Strapdown Inertial System Measurements”, Measurement Techniques. 2020, vol. 63, no. 2. pp. 87-95.

[17] S. V. Sokolov, V. A. Pogorelov, A. V. Sukhanov, M. V. Kurinenko, “Robust nonlinear filtering of navigation satellite measurements” Telecommunications and Radio Engineering. 2023. vol. 82, no. 2, pp. 1-15.

[18] A. Yu. Ishlinskii, “Orientation, Gyroscopes and Inertial Navigation” Moscow, Nauka, 1976.

[19] O.S Salychev, “Verified Approaches to Inertial Navigation”, Moscow, BMSTU Press, 2017.

[20] I.Rusnak, “Optimal State Estimation of Nonlinear Dynamic Systems, Nonlinear Systems - Modeling, Estimation, and Stability”, InTech, 2018, pp 159-178.

[21] P. G Savage, “Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 1: Attitude Algorithms”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, vol 21(1), pp 19–28.

[22] V. I.Tikhonov, “Statistical Radioengineering”, Moscow, Radio I Svyaz, 1982.

[23] D.A. Balakin, A.A. Kalshchikov, E.V. Shalimova, “Spectral analysis of signals in the mathematical environment of Engee, Moscow, Publishing House of the MPEI, 2024.

Анализ хаотических режимов возмущенного движения твердых тел при действии кусочно-непрерывных возмущений

А. Чуйко
Кафедра динамики полёта и систем управления
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева
Самара, Россия
tchuikoalisa@yandex.ru

***Аннотация*— В работе рассматривается свободное пространственное движение спутника-гиростата при действии периодических кусочно-непрерывных возмущений. Проводится анализ хаотической динамики спутника с помощью аналитического метода Мельникова. Получены доказательства факта возникновения хаотических режимов движения спутника-гиростата с помощью сечений Пуанкаре. А также разработан алгоритм численного анализа хаотической динамики.**

Ключевые слова— спутник-гиростат, сепаратриса, метод Мельникова, сечение Пуанкаре, хаотическая динамика.

I. Введение

Хаотические режимы движения являются одними из важных и недостаточно исследованных феноменов в возмущенной динамике спутников-гиростатов. Эти режимы могут стать причиной возникновения непредвиденных ситуаций в ходе выполнения космических миссий или приводить к их полному срыву. Поэтому важно учитывать такие режимы при проектировании реальных космических систем.

Основной причиной возникновения хаотической динамики является усложнение структуры фазового пространства в окрестности невозмущенных сепаратрис. Хаотическое поведение системы можно обнаружить с помощью метода Мельникова [1]. Он основан на получении функции нули которой свидетельствуют о факте множественного пересечения расщепленных сепаратрис. Исследование симметричного спутника-гиростата с внутренними гармоническими возмущениями с помощью классического метода Мельникова рассмотрена в работе [2]. В работах [3,4] построен формализм вычисления функции Мельникова для многомерных систем с учетом различных типов возмущений. Метод Мельникова-Виггинса применен в работах [5-7]. Например, а работе [5] рассматривается случай малой динамической асимметрии ротора. В работе [6] подробно рассмотрены модели динамики углового движения космического аппарата с ротором при разных типах возмущений и асимметрии. Работа [7] является продолжением работы [6], приведен обзор хаотической динамики и применен формализм Мельникова-Виггинса. В работе [8] использован модифицированный метода Мельникова для исследования динамики ориентации наноспутника с диссипацией возмущений.

Также для анализа хаотической динамики, в дополнение к аналитическому исследованию, используются различные численные методы. В работах [2,5,8] для обнаружения хаотических слоев вблизи невозмущённых сепаратрис используется метод сечений Пуанкаре. В работе [9] разработан метод численно-аналитического вычисления возмущенных сепаратрис на основе применения теории Матрицанта, что позволяет численно с точностью до первого порядка малости возмущения осуществлять построение расцепленных форм сепаратрис.

В данной работе проведен многоплановый анализ хаотических режимов движения при действии внутренних кусочно-непрерывных возмущений. Такие возмущения могут появляться в контуре внутреннего электродвигателя системы в связи с погрешностями в работе датчика угловой скорости. Приведено сравнение подходов реализации метода Мельникова при аппроксимации возмущения рядом Фурье и представлении как кусочно-непрерывной функции. Разработан алгоритм численно-графического определения хаотизации динамики.

II. Математическая модель

Рассматривается свободное пространственное движение спутника-гиростата относительно центра масс, состоящего из несущего тела и ротора. Несущее тело имеет трехосный тензор инерции, а ротор -динамически симметричное тело. Введем следующие системы координат: $OXYZ$ – инерциальная система координат; $Ox_1y_1z_1$ – система координат связанная с ротором, $Ox_2y_2z_2$ – система координат связанная с несущим телом, у которых оси Oz_1 и Oz_2 совпадают.

С помощью динамических уравнений Эйлера описывается движение относительно центра масс для системы с четырьмя степенями свободы [2]:

$$\begin{cases} A\dot{p} + (C_2 - B)qr - q\Delta = 0, \\ B\dot{q} + (A - C_2)pr - p\Delta = 0, \\ C\dot{r} + \Delta + (B - A)pq = 0, \\ \dot{\Delta} = M_{\Delta}. \end{cases} \quad (1)$$

где p, q, r – компоненты угловой скорости; σ – угловая скорость относительного вращения ротора;

$I_2 = diag[A_2, B_2, C_2]$ – тензор инерции несущего тела в связанной системе координат $Ox_2y_2z_2$; $I_1 = diag[A_1, B_1, C_1]$ – тензор инерции ротора в связанной системе координат $Ox_1y_1z_1$; $A = A_1 + A_2, B = A_1 + B_2, C = C_1 + C_2$ – главные моменты инерции системы соосных тел в системе координат связанной с телом-носителем; M_Δ – момент внутренних сил; $\Delta = C_1(r + \sigma)$ – угловой момент ротора;

Спутник-гиростат является динамически симметричным телом, следовательно моменты инерции $A_1 = B_1$. Предположим, что отсутствует взаимодействие между двумя телами, тогда существуют явные аналитические гетероклинические решения [2], которые необходимы для применения классического метода Мельникова:

$$\overline{p}(t) = \pm\sqrt{\frac{C_2(B-C_2)}{A(A-B)}}y(t), \overline{q}(t) = \pm\sqrt{s^2 - k^2(y(t)+\Delta\beta)^2},$$

$$\overline{r}(t) = y(t) + \frac{\Delta}{(B-C_2)}, y(t) = \frac{4a_0E(y_0^{\pm})e^{\left(\mp\frac{M\sqrt{a_0}}{k^2}t\right)}}{\left[E(y_0^{\pm})e^{\left(\mp\frac{M\sqrt{a_0}}{k^2}t\right)} - a_1\right] - 4a_2a_0}.$$

С константами, которые зависят только от начальных условий движения и моментов инерции:

$$\Delta = const > 0; a_2 = -k^2; a_1 = -2\Delta\beta k^2; a_0 = s^2 - k^2\Delta^2\beta^2;$$

$$y_0^{\pm} = \pm\frac{s}{k} - \Delta\beta; H = 2T(A-\tilde{D}) + \Delta^2\beta;$$

$$\tilde{D} = \frac{\Delta^2 a}{2T} + B; M = \frac{(A-C_2)}{B}\sqrt{\frac{C_2(B-C)}{A(A-B)}};$$

$$E(y_0^{\pm}) = \frac{1}{y_0^{\pm}}(2a_0 + a_1y_0 + 2\sqrt{a_0}\sqrt{a_2(y_0)^2 a_1y_0 + a_0});$$

$$a = \frac{C_1C_2 + (B-C_2)(C_1-B)}{(B-C_2)C_1}; b = \frac{C_1C_2 + (A-C_2)(C_1-A)}{(A-C_2)C_1};$$

Для дальнейшего анализа и численного моделирования с целью применения метода Мельникова [1] перейдем к Гамильтоновой форме записи уравнений в переменных Андуайе-Депри [10]. Это позволит перейти от системы с четырьмя степенями свободы к системе с одной степенью свободы, что необходимо для применения классического метода Мельникова. Движение системы описывается углами l, φ_2, φ_3 характеризующими повороты относительно оси OZ в направления кинетического момента системы и оси $Oz_{1,2}$ соответственно, и их обобщёнными импульсами L, I_2, I_3. Тогда уравнение системы в переменных Андуайе-Депри принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{L} = -\dfrac{\partial H}{\partial l} = f_L(l,L) + \varepsilon g_L(t), \\ \dot{l} = -\dfrac{\partial H}{\partial L} = f_l(l,L) + \varepsilon g_l(t). \end{cases} \quad (2)$$

с функциями:

$$f_L(l,L) = -\frac{\partial H_0}{\partial l} = \alpha(I_2^2 - L)\sin l\cos l,$$

$$f_l(l,L) = \frac{\partial H_0}{\partial L} = L\left[\frac{1}{C_1} - \frac{\sin^2 l}{A} - \frac{\cos^2 l}{B}\right] - \frac{\Delta}{C_1},$$

$$g_L = -\frac{\partial H}{\partial l}, g_l = -\frac{\partial H}{\partial L}.$$

где $\alpha = \dfrac{1}{B-A}$.

III. Метод Мельникова

Рассмотрим возмущенное движение системы в момент, когда раскручивание ротора завершилось и он принял постоянную угловую скорость и соответствующий ей постоянный угловой момент. В системе управления двигателем возникает возмущающий внутренний момент:

$$M_\Delta = \mu\arcsin(\sin[\nu t]) \quad (3)$$

где μ – малый параметр, ν – частота возмущения.

A. Аппроксимация возмущения рядом Фурье

Так как возмущение (3) является кусочно-непрерывной периодической функцией, оно разложимо в ряд Фурье. После подстановки возмущения в последнее уравнение системы (1) получено аналитическое решение для кинетического момента ротора:

$$\Delta = \Delta_C + \frac{\mu}{\nu}\sum_{n=0}^{N} b_n\cos\left[(2n+1)\nu t\right] \quad (4)$$

где $b_n = -\dfrac{4(-1)^n}{\pi(2n+1)^3}$ –коэффициент ряда Фурье, Δ_C – константа интегрирования.

Функция Мельникова для рассматриваемой системы с учетом возмущения (4) принимает вид:

$$M(t_0) = \varepsilon\nu\alpha\int_{-\infty}^{\infty}(I_2^2 - L^2)\sin l\cos l\sum_{n=0}^{N} b_n\cos\left[(2n+1)\nu(t+t_0)\right]dt =$$

$$= \varepsilon\nu\alpha AB\sum_{n=0}^{N} b_n\left\{J_1^{(n)}\cos\left[(2n+1)\nu t_0\right] - J_2^{(n)}\sin\left[(2n+1)\nu t_0\right]\right\}.$$

где $J_1^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\overline{g}(t)\cos\left[(2n+1)\nu t_0\right], J_2^{(n)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\overline{g}(t)\sin\left[(2n+1)\nu t_0\right],$

$$\overline{g}(t) = \overline{p}(t)\overline{q}(t) = \pm\sqrt{\frac{C_2(B-C_2)}{A(A-B)}}\sqrt{s^2 - k^2(y(t)+\Delta\beta)^2}\,y(t), \varepsilon = \frac{\mu}{C_2\nu^2}.$$

На рис.1 показаны несобственные интегралы $J_1^{(n)}$ и $J_2^{(n)}$, представленные как площади криволинейных трапеций, ограниченных подынтегральными функциями. Функция $\overline{g}(t)$ (рис.1a) является нечетной и быстро затухает до нулевого значения. Интегралы $J_1^{(n)}$ как видно из рис.1b стремятся к нулю, а интегралы $J_2^{(n)}$ (рис.1c) стремятся к некоторым константам R_n.

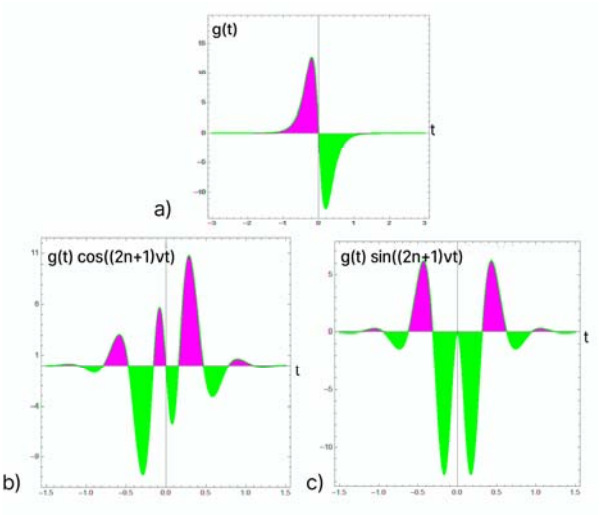


Рис. 1. Несобственные интегралы

Тогда функция Мельникова принимает следующий вид:

$$M(t_0) = \varepsilon\nu\alpha AB\sum_{n=0}^{N} R_n b_n \sin\left[\left(2n+1\right)\nu t_0\right] \qquad (5)$$

Функция (5) имеет простой полигармонический вид, из чего следует наличие бесконечного числа простых нулей. Это доказывает факт расщепления сепаратрис при наличии малого периодического возмущающего внутреннего момента и следовательно появление хаотического слоя вблизи сепаратрис.

B. Представление возмущения как кусочно-непрерывной функции

Помимо анализа возмущений с помощью аппроксимации рядом Фурье, можно рассматривать возмущение (3) как кусочно-непрерывную функцию. И тогда (3) можно записать в виде:

$$M_{\Delta} = \mu(-1)^{n+1}(\pi n - t\nu), \frac{\pi}{2\nu}(2n-1) < t \le \frac{\pi}{2\nu}(2n+1),$$

где $n \in \mathbb{R}$.

Функция Мельникова после преобразований принимает вид:

$$M(t_0) = \varepsilon\nu\alpha AB\left\{J_1\left(\pi(-1)^{n+1} n - \nu t_0 (-1)^{n+1}\right) + \right.$$

$$\left. + J_2\left(\pi t_0 (-1)^{n+1} n - (-1)^{n+1}\frac{t_0^2\nu}{2}\right) - J_3\frac{\nu}{2}(-1)^{n+1}\right\},$$

$$\frac{\pi}{2\nu}(2n-1) < t \le \frac{\pi}{2\nu}(2n+1).$$

где $J_1 = \int_{+\infty}^{-\infty} \bar{g}(t)tdt, J_2 = \int_{+\infty}^{-\infty} \bar{g}(t)dt, J_3 = \int_{+\infty}^{-\infty} \bar{g}(t)t^2dt.$

Функция $\bar{g}(t)$,как ранее было сказано, является нечетной и быстро затухает до нулевого значения, следовательно несобственный интеграл J_2 стремится к нулю. Интеграл J_1 как площадь криволинейной трапеции ограниченной подынтегральной функцией стремится к некоторой константе R, а несобственный интеграл J_3 как площадь криволинейной трапеции ограниченной подынтегральной функцией стремится к нулю.

Окончательно функция Мельникова принимает вид:

$$M(t_0) = \varepsilon\nu\alpha ABR\left(\pi(-1)^{n+1} n - \nu t_0 (-1)^{n+1}\right), \qquad (6)$$

$$\frac{\pi}{2\nu}(2n-1) < t \le \frac{\pi}{2\nu}(2n+1)$$

где $n \in \mathbb{R}$.

Функция (6) имеет бесконечное число простых нулей, что как ранее было сказано свидетельствует о факте расщепления сепаратрис и появлении хаотического слоя.

IV. Численный анализ

В дополнении к аналитическому исследованию использованы численные инструменты для обнаружения хаотического поведения системы. Численное интегрирование системы (2) при действии возмущения вида (3), проведено с заданными параметрами системы:

$$A_1 = 5кг\cdot м^2, C_1 = 4кг\cdot м^2, A_2 = 15кг\cdot м^2, B_2 = 8кг\cdot м^2,$$

$$C_2 = 6кг\cdot м^2, I_2 = 20\frac{кг\cdot м^2}{с}, \varepsilon = 0,05.$$

Хаотический слой может быть проиллюстрирован при помощи сечений Пуанкаре. Сечения Пуанкаре демонстрируют фазовое пространство системы в моменты времени с целым периодом возмущения. Сравнивая сечения Пуанкаре в пространстве переменных Андуайе-Депри для невозмущенной (рис. 2) и возмущенной (рис.3) систем, можно наблюдать появление хаотического слоя вблизи сепаратрис.

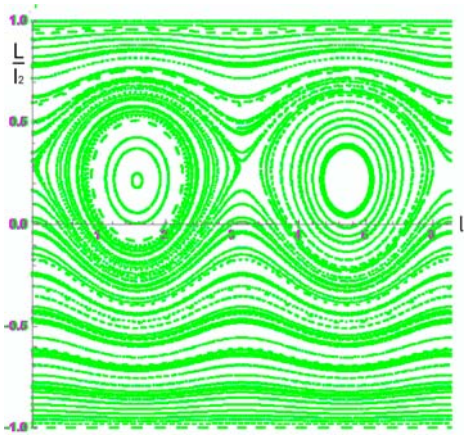


Рис. 2. сечение Пуанкаре невозмущенной системы

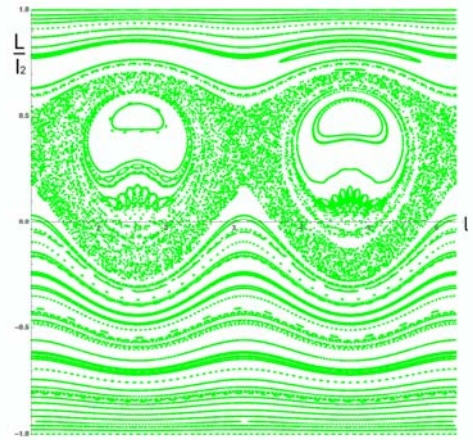


Рис. 3. сечение Пуанкаре возмущенной системы

Хаотический характер системы, также проиллюстрирован с помощью возмущенной фазовой траектории. На рис. 4 видно изменение поведения фазовой траектории, расположенной вблизи сепаратрисы при наличии возмущений, выражающееся в хаотической смене фазовых зон с колебания на вращение.

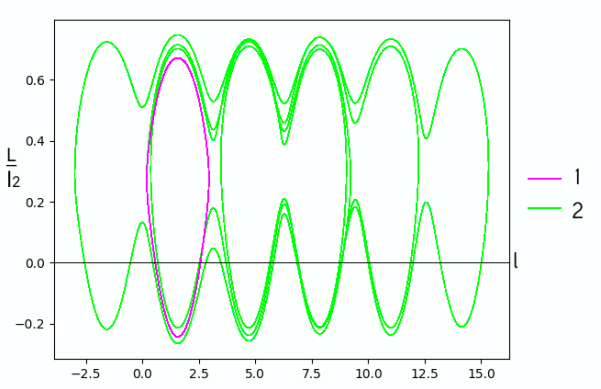


Рис. 4. Фазовые траектории, 1 - невозмущенное движение, 2 - возмущенное движение

Для анализа хаотической динамики разработан алгоритм построения эволюции фазовой траектории вблизи сепаратрисы при наличии возмущений. Получено численное решение системы дифференциальных уравнений (2) при отсутствии возмущений. Каждая точка полученной фазовой траектории служит набором начальных условий для дальнейшего интегрирования системы (2) с возмущением (3) на интервале времени $t \in [0, T]$. После интегрирования в прямом направлении времени мы получим неустойчивое многообразие фазовой траектории, а в обратном устойчивое. Полученные решения позволяют определить все возможные пересечения расщепленного многообразия. На рис.5 видно множественное пересечение устойчивого и неустойчивого многообразия возмущенной траектории взятой вблизи сепаратрисы.

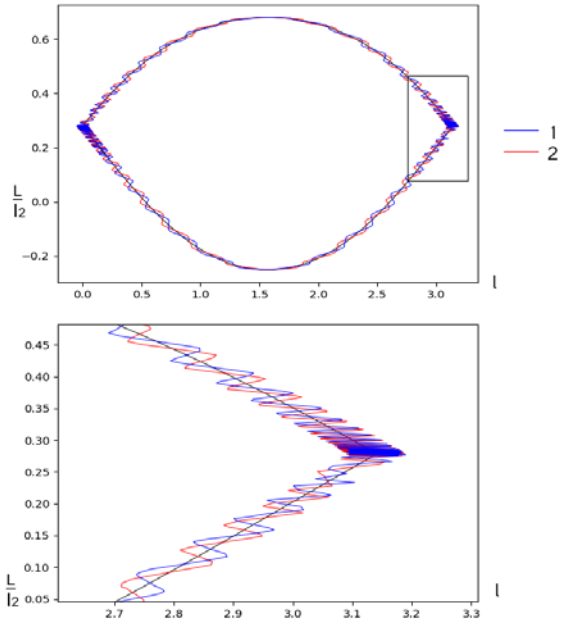


Рис. 5. Расщепленная фазовая траектория $T = 0.05$,1-неустойчивое многообразие, 2- устойчивое многообразие

Заключение

В работе рассмотрена динамика движения спутника гиростата при действии кусочно-непрерывных возмущений. Аналитически с помощью метода Мельникова показано возникновение хаотических режимов движения при действии внутренних периодических кусочно-непрерывных возмущений. Анализ при описании возмущений в виде ряда Фурье и преставлении их как кусочно-заданных функций дал одинаковый результат, наличие нулей функции Мельникова, но анализ при разложении возмущений в ряд Фурье является более простым для реализации, так как представление подобных функций как кусочно-непрерывных не всегда возможно. Также хаотизация движения была подтверждена численно с помощью сечений Пуанкаре и фазовых траекторий. Разработан численный алгоритм построения расщепленных фазовых траекторий.

Литература

[1] Мельников В.К. (1963), об устойчивости центра при периодических по времени возмущениях // Труды Московского математического общества – № 12 – 1963 – С. 1– 56.

[2] Doroshin, A.V. Heteroclinic dynamics and attitude motion chaotization of coaxial bodies and dual-spin spacecraft (2012) Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 17 (3), pp. 1460-1474.

[3] Holmes P. J., Marsden J. E. (1983), Horseshoes and Arnold diffusion for Hamiltonian systems on Lie groups, Indiana Univ. Math. J. 32, pp. 273-309.

[4] Wiggins S. (1988), Global Bifurcations and Chaos : Analytical Methods (Applied mathematical sciences : vol. 73). Springer-Verlag.

[5] Aslanov, V.S., Doroshin, A.V. Chaotic dynamics of an unbalanced gyrostat (2010) Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 74 (5), pp. 524-535.

[6] Anton V. Doroshin, Heteroclinic chaos and its local suppression in attitude dynamics of an asymmetrical dual-spin spacecraft and gyrostat-satellites. The part I main models and solutions, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (2016), 31 (1-3), pp. 151-170

[7] Anton V. Doroshin, Heteroclinic Chaos and Its Local Suppression in Attitude Dynamics of an Asymmetrical Dual-Spin Spacecraft and Gyrostat-Satellites. The Part II The heteroclinic chaos investigation, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (2016), 31 (1-3), pp. 171-196

[8] Doroshin A.V., Eremenko A.V. (2023) "Heteroclinic chaos detecting in dissipative mechanical systems: Chaotic regimes of compound nanosatellites dynamics". Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2023

[9] Anton V. Doroshin, Computing the Heteroclinic Orbits Splitting in Systems Phase Spaces via the Matricant Method (2018) Lecture Notes in Engineering and Computer Science Volume 1, 2018, Pages 428-433

[10] Архангельский Ю.А., Аналитическая динамика твердого тела М: Наука –1977 – С. 17-22.

Задача перехвата группы целей на солнечно синхронных орбитах искусственного спутника Земли с учётом второй зональной гармоники в импульсной постановке

А.С. Самохин
38 лаборатория ИПУ РАН
Москва, Россия
samokhin@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-0821-050X

М. А. Самохина
38 лаборатория ИПУ РАН
Москва, Россия
ph@ipu.ru, ORCID: 0000-0002-7043-706X

***Аннотация*—В работе разрабатывается методика перехвата целей, движущихся по предписанным траекториям в поле притяжения одного притягивающего центра в космосе. Задача рассматривается в импульсной постановке. Перехват осуществляется одним управляемым объектом. Постановка задачи взята из 9-х соревнований по глобальной оптимизации траекторий. Задача обхода группы целей рассматривается как динамическая задача коммивояжёра.**

Ключевые слова—цепочка перелётов, задача Ламберта, динамическая задача коммивояжёра, импульсная постановка, эффект Кесслера, оптимизация траектории, оптимизация перелёта космического аппарата

I. Введение

В настоящее время актуальной является задача поочерёдного обхода множества целей группой управляемых объектов – перехватчиков. Управляемые объекты могут быть как пилотируемые, так и беспилотные. Посещение одной цели может заключаться в её обслуживании, таком как проведение ремонта или в доставке груза к цели, например дозаправке. В космической среде возможна также добыча ресурсов, сбор образцов или установка специального оборудования, см. постановки задач в [1].

Такие задачи предполагают разработку достаточно громоздких миссий, в которых необходимо определить порядок следования перехватчиков к целям и сами траектории, и они могут быть разбиты на подзадачи:

1) построение элементарной операции – обслуживание одной очередной цели одним перехватчиком;

2) планирование индивидуальных планов обхода – построение цепочек перелётов для одного управляемого объекта;

3) реализация всей миссии группой перехватчиков – планирование совокупности планов обхода всего множества целей.

В разных постановках задач могут рассматриваться различные оптимизируемые функционалы или упорядоченные векторные критерии, например, может быть необходимо обойти все цели хотя бы один раз или обойти максимальное количество целей (не всегда возможно обойти все цели), каждую цель может быть необходимо посетить не более одного раза или не менее двух раз [1].

В данной работе исследуется задача, 9-х международных соревнований по оптимизации межпланетных траекторий (GTOC) [2]. Считается, что безопасность эксплуатации низких околоземных орбит подорвана возможностью возникновения эффекта Кесслера.

При этом выделен набор из 123 орбитальных объектов – обломков космического мусора, удаление которых восстановит возможность безопасной работы в этой орбитальной среде и надёжно предотвратит эффект Кесслера.

В соревнованиях требовалось спланировать серию миссий, способных удалить все заданные критические фрагменты мусора, находящиеся на солнечно синхронных орбитах, минимизировав при этом общие совокупные затраты. Смысл обслуживания цели в контексте соревнований заключался в доставке к обломку специального пакета, уводящего его в дальнейшем автоматически с орбиты искусственного спутника Земли.

В настоящем исследовании разрабатывается построение элементарной операции и цепочки перелетов для одного управляемого объекта.

II. Постановка Задачи

Орбиты 123 обломков, которые необходимо перехватить, заданы в оскулирующих элементах. Это позволяет для любого момента времени вычислить координаты и скорости обломков аналитически после численного решения уравнения Кеплера.

Сами орбиты обломков близки к круговым, а также мало отличаются по высоте и наклонению, но при этом имеют существенно различную долготу восходящего узла.

Перехватить необходимо все обломки. Для перехвата может использоваться любое количество космических аппаратов, но в целом выгоднее использовать как можно меньшее. Если какой-то обломок не входит в серию построенных миссий, считается, что он устраняется отдельной одиночной миссией, что оказывается неэффективно по критерию оптимизации задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ, проект № 23-19-00134.

Максимальный запас топлива одного аппарата ограничен, одним аппаратом облететь все обломки невозможно.

Каждый космический аппарат представляет собой материальную точку, в уравнениях движения учитывается 2-я зональная гармоника, отвечающая за несферичность Земли.

Система дифференциальных уравнений, описывающая пассивное движение космического аппарата между управляющими воздействиями выглядит следующим образом:

$$\ddot{x} = -\frac{\mu x}{r^3}\left\{1+\frac{3}{2}J_2\left(\frac{r_{eq}}{r}\right)^2\left(1-5\frac{z^2}{r^2}\right)\right\},$$

$$\ddot{y} = -\frac{\mu y}{r^3}\left\{1+\frac{3}{2}J_2\left(\frac{r_{eq}}{r}\right)^2\left(1-5\frac{z^2}{r^2}\right)\right\},$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu z}{r^3}\left\{1+\frac{3}{2}J_2\left(\frac{r_{eq}}{r}\right)^2\left(3-5\frac{z^2}{r^2}\right)\right\},$$

где x, y, z – координаты космического аппарата, r – расстояние до центра Земли, μ – гравитационный параметр Земли, r_{eq} – средний экваториальный радиус Земли, J_2 – заданный коэффициент второй зональной гармоники гравитационного потенциала Земли.

Управление космическим аппаратом осуществляется импульсными воздействиями, после каждого импульса масса аппарата изменяется по формуле Циолковского.

Функционал J задачи:

$$J = \sum_{i=1}^{n}\left[c+\alpha\left(m_{0_i}-m_{dry}\right)^2\right]$$

отражает итоговую совокупную стоимость всех миссий и зависит от фиксированного коэффициента $\alpha = 2.0\cdot10^{-6}\,\frac{MEUR}{кг^2}$, затрат массы каждого i-го аппарата $m_{0_i}-m_{dry}$ на осуществление миссии, количества аппаратов n и бонусного коэффициента c, отвечающего за время нахождения решения задачи.

На каждом обломке необходимо провести как минимум 5 дней для установки специального пакета. После отлёта от одного обломка необходимо прилететь к следующему в течение 30 дней. Общая продолжительность миссии ограничена 8 годами.

В текущей работе рассматривается построение цепочек последовательных перелётов к обломкам одним космическим аппаратом.

III. Метод Решения

Описанная задача является NP-трудной и рассматривалась как динамическая задача коммивояжёра (MT-TSP) [3]. В качестве элементарной операции было выбрано нахождение траектории между двумя обломками, которая определялась в 2 этапа:

1) Быстрый расчёт перехода между двумя обломками в упрощённой постановке в центральном ньютоновском поле сил.

2) Уточнение траектории методом стрельбы с учётом 2-й зональной гармоники с использованием модифицированного метода Ньютона и метода Рунге-Кутты 8 порядка, основанного на расчётных формулах Дормана-Принса с автоматическим выбором шага. Для уточнения времён старта и финиша при этом может использоваться внешняя оптимизация градиентным методом.

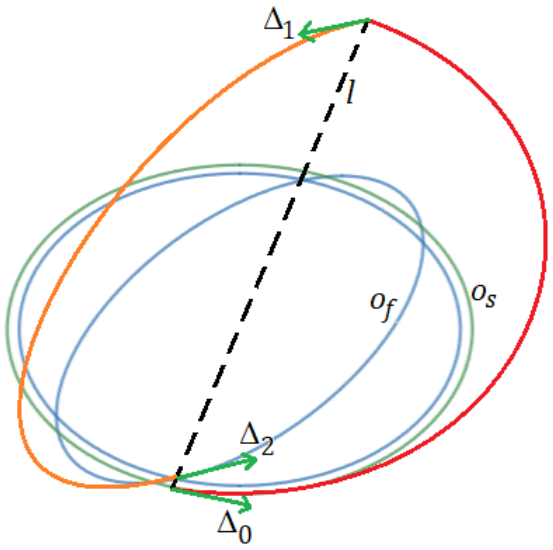


Схема 3-импульсного манёвра. Здесь o_s – орбита старта, o_f – орбита финиша, l – линия узлов, Δ_0 – первый импульс манёвра, уводящий космический аппарат с орбиты первого обломка, Δ_1 – второй импульс, поворачивающий плоскость орбиты, Δ_2 – третий импульс, выравнивающий скорость аппарата со скоростью второго обломка, красным и оранжевым изображены два эллиптические куска траектории перелёта между обломками.

Первый этап необходим для получения понимания, между какими обломками вообще целесообразно летать, так как сильно невыгодные по энергозатратам перелёты не позволят получить приемлемое совокупное решение.

В работе рассматривалось две возможности реализации манёвра 1 этапа. Во-первых, с заданным шагом времени осуществлялся дискретный перебор точек старта и финиша на орбитах обломков, между которыми планировался перелёт. Далее по полученным точкам формировались и решались на основе универсального уравнения Кеплера соответствующие задачи Ламберта с получением двухимпульсных траекторий. Такой подход оказывается оправданным, когда переход близок к компланарному. И, во-вторых, построение трёхимпульсного перехода с дополнительным импульсом на линии узлов для поворота орбиты, схематично изображённое на Рис.

Задачи Ламберта удобны тем, что имеют решения для любого корректного набора параметров, их решение может быть сведено к поиску корня нелинейной функции от одной переменной и не представляет вычислительных трудностей. В работе задачи Ламберта решались численно модифицированным методом Ньютона на основе универсального уравнения Кеплера [4].

Для построения цепочек перелётов был задействован именно первый этап построения элементарной операции,

второй этап использовался для уточнения получаемых траекторий, чтобы они удовлетворяли усложнённой математической модели исходной задачи.

MT-TSP задача построения цепочки перехватов решалась лучевым поиском, представляющим собой некоторую комбинацию поиска в глубину и в ширину, так как требовалось значительно сократить перебор. Решить задачу полным перебором всех возможных комбинаций за разумное время не представляется возможным.

Для выбранного первого обломка строилось дерево возможных дальнейших перелётов на основе вычисления соответствующих элементарных операций, но при этом разворачивалось лишь ограниченное количество ветвей, перспективных по локальным и суммарным характеристическим затратам на перелёты.

Завершение построения дерева происходит при истощении запасов топлива космического аппарата. После этого элементарные операции, из которых состоит цепочка перелётов, пересчитываются в исходной более точной математической модели.

IV. Результаты

В работе разработана методика построения элементарной операции в условиях рассмотренной постановки задачи и цепочки перелётов для одного космического аппарата.

Вначале при проведении глобальной оптимизации элементарные операции вычисляются максимально быстро в упрощённой математической модели. Для сокращения перебора используется лучевой поиск.

В итоге для каждого стартового обломка вычисляются перспективные по затратам характеристической скорости цепочки перелётов, которые далее пересчитываются с учётом второй зональной гармоники.

Для решения задачи авторами был реализован соответствующий программный комплекс на языке C.

V. Развитие

Развитием исследования является построение базы данных из удачных цепочек облёта целей, на основе которой можно разработать серию одиночных миссий, позволяющую устранить все 123 опасных обломка. Для этого необходимо объединить удачные цепочки облёта обломков разными аппаратами так, чтобы ни один не был посещён два раза, но все были посещены хотя бы один раз.

Одним из вариантов может быть последовательное применение разработанного в настоящей работе алгоритма с рассмотрением среди множества целей каждый раз только тех объектов, которые ещё не задействованы в уже построенных цепочках.

Также перспективной является идея обмена обломков между космическими аппаратами, например, на основе генетического алгоритма, с целью поиска лучшего по функционалу решения задачи. При этом возможно удалять из построенных цепочек дублирующиеся объекты и добавлять в уже построенные цепочки неудобные обломки, которые не были посещены в ходе решения.

Литература

[1] URL: http://sophia.estec.esa.int/gtoc_portal/

[2] D. Izzo, M. Maertens, “The Kessler Run: On the Design of the GTOC9 Challenge,” Acta futura, vol. 11, 2018, pp. 11–24. Doi: 10.5281/zenodo.1139022.

[3] C.S. Helvig, G. Robins, A. Zelikovsky, “Moving target TSP,” Lecture Notes in Comput. Sci., vol. 1461, 1998, pp. 453–464.

[4] A. S. Samokhin, M. A. Samokhina, “Verification of the second-order optimality conditions in the modeling of the SC expedition with the returning to the Earth based on two Lambert’s problems solving,” Advances in the Astronautical sciences, vol. 161, 2018, pp. 843–862.

Задача о прорыве кругового периметра в конфликтной среде

М.А. Самохина
38 лаборатория ИПУ РАН
Москва, Россия
ph@ipu.ru,
ORCID: 0000-0002-7043-706X

А.С. Самохин
38 лаборатория ИПУ РАН
Москва, Россия
samokhin@ipu.ru,
ORCID: 0000-0002-0821-050X

***Аннотация*—В работе рассматривается задача классификации путей уклоняющегося от обнаружения управляемого объекта в конфликтной среде. Конфликтная среда представлена несколькими неподвижными обнаружителями. Цель объекта – максимально скрытно добраться до периметра, заданного окружностью. Задача формализуется как задача оптимального управления. Экстремали Понтрягина строятся численно методом стрельбы.**

Ключевые слова—конфликтная среда, функционал риска обнаружения, оптимизация траектории, оптимальное управление, прорыв периметра.

I. Введение

Актуальность работы связана с широким применением в последнее время автономных аппаратов в задачах прорыва охраняемого периметра, продолжающимся развитием этой области и соответствующим совершенствованием охранных систем.

Рассматривается конфликтная среда [1], представленная неподвижными сенсорами (обнаружителями) и перемещающимся управляемым подвижным объектом (УПО).

Предполагается, что местоположение обнаружителей, формирующих карту угроз, известно УПО [2]. Выбор маршрута уклоняющегося подвижного объекта и параметров движения осуществляется таким образом, чтобы максимизировать скрытность передвижения, УПО минимизирует интегральный функционал риска обнаружения [3-4].

Задача в непрерывной постановке для перехода УПО между заданными точками рассмотрена в [5], идея её дискретизации представлена в [6]. В [7]-[8] рассматривается обратная задача расстановки обнаружителей с целью противодействия скрытному перемещению УПО.

II. Постановка Задачи

Постановка является развитием задачи, рассматривавшейся в [5].

На плоскости расположено некоторое известное количество $N \geq 1$ неподвижных обнаружителей – точек S_i. Поля обнаружителей считаются круговыми. Задача заключается в управлении УПО, представляющим собой материальную точку, который должен переместиться на расстояние, не меньшее заданного $R < \infty$, от своего заданного начального положения за фиксированное время $T < \infty$, схема движения изображена на Рис. 1 а)-б).

Рассматривается модель движения, в которой управление УПО осуществляется модулем и направлением вектора скорости. Материальная точка управляется так, чтобы минимизировать интегральный функционал риска обнаружения:

$$\int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{v^2(t)}{r_i^2(t)} \right) dt \to \min , \qquad (1)$$

где $v(t)$ – модуль вектора скорости УПО, а $r_i(t)$ – расстояния до точек S_i в момент времени t; величины $q_i > 0$ – весовые коэффициенты влияния точек S_i. Местонахождение точек S_i и соответствующие им значения q_i заданы и известны УПО.

Введём на плоскости декартову систему координат (СК) так, что её начало совпадает с точкой старта УПО. Пусть во введенной системе координат N точек – обнаружителей S_i имеют координаты (a_i, b_i), $i = 1,\ldots,N$.

Тогда движение УПО может описываться системой:

$$\begin{cases} \dot{x} = v\cos\varphi, \\ \dot{y} = v\sin\varphi, \end{cases} \qquad (2)$$

где (x, y) – координаты УПО во введённой СК.

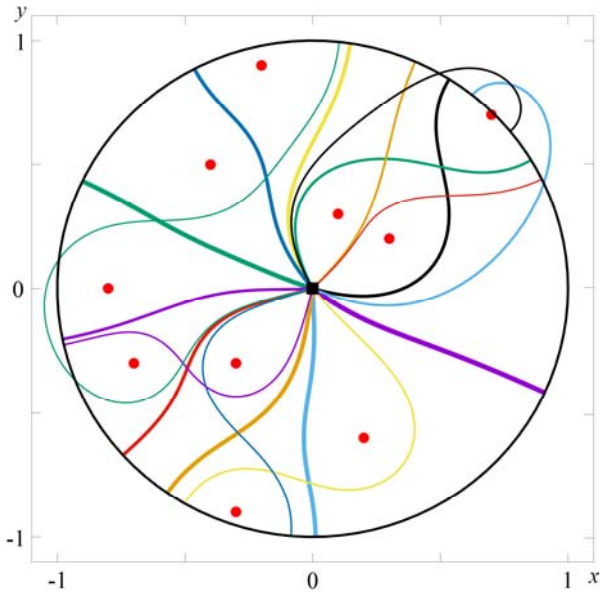
Задача рассматривается в двух постановках. В первой управляющий угол $\varphi(t)$ в (2) выбирается из полуинтервала $[0, 2\pi)$ в каждый момент времени $t \in [0, T]$, а во второй угол $\varphi(t)$ выбирается фиксированным на всей траектории, то есть угол $\varphi(t) = const \quad \forall t \in [0, T]$ на каждой траектории, и движение происходит по прямой.

Скорость материальной точки ограничена:

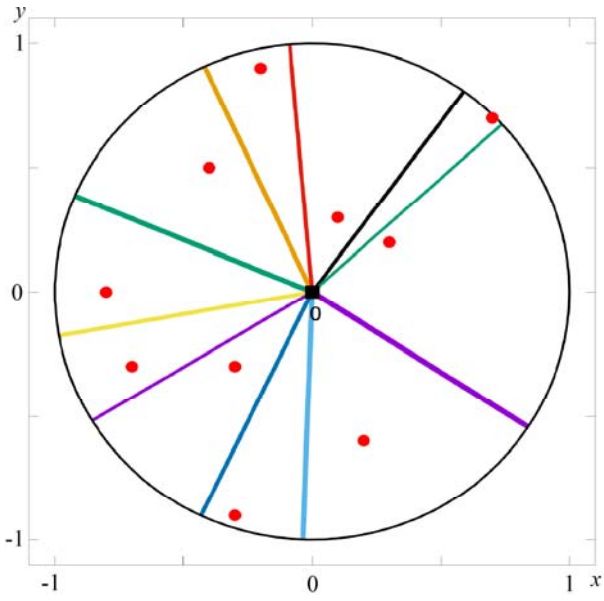
$$0 \leq v \leq v_{\max} . \qquad (3)$$

В некоторый момент времени не позже T УПО должен добраться до границы области – периметра, представляющего собой окружность радиуса R с центром в начале координат. Точка, в которой достигается периметр, оптимизируется.

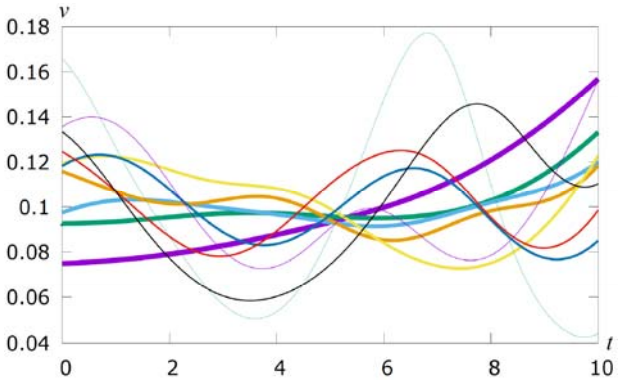
Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ, проект № 23-19-00134.



а) Траектории УО, первая постановка.



б) Траектории УО, вторая постановка.



в) Скорость УО, вторая постановка.

Решение задачи классификации путей в конфликтной среде. На рис. а), б) чёрным квадратом отмечена точка начала движения УПО, чёрной окружностью – круговой периметр, красные точки соответствуют обнаружителям, цветными линиями изображены траектории движения УПО. Графики скоростей на рис. в) соответствуют траекториям рис. б)

.

III. Метод Решения

Обе задачи формализуются как задачи оптимального управления и к ним применяется принцип максимума Л.С. Понтрягина. Предполагается, что ни в один момент времени координаты материальной точки не совпадают с координатами обнаружителей. Вводятся сопряжённые переменные p_x, p_y, выписывается и анализируется система необходимых условий оптимальности.

Для первой постановки с переменным на траектории $\varphi(t)$ получается следующая краевая задача.

$$\begin{cases} \dot{x} = \hat{v}\cos\hat{\varphi}, \\ \dot{y} = \hat{v}\sin\hat{\varphi}, \\ \dot{p}_x = -\sum_{i=1}^{N} q_i \dfrac{\hat{v}^2}{\left((x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right)^2}\cdot(x-a_i), \\ \dot{p}_y = -\sum_{i=1}^{N} q_i \dfrac{\hat{v}^2}{\left((x-a_i)^2+(y-b_i)^2\right)^2}\cdot(y-b_i), \end{cases} \tag{4}$$

где:

$$\hat{v} = \min\left(\frac{\| p \|}{\sum_{i=1}^{N} \dfrac{q_i}{(x-a_i)^2+(y-b_i)^2}}, v_{\max} \right), \tag{5}$$

управление $\hat{\varphi}$ находится из соотношений $\cos\hat{\varphi} = \dfrac{p_x}{\| p \|}$, $\sin\hat{\varphi} = \dfrac{p_y}{\| p \|}$, а $\| p \| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \neq 0$. Краевые условия:

$$\begin{cases} x(0) = 0, \\ y(0) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x(T)p_y(T) - y(T)p_x(T) = 0, \\ x^2(T) + y^2(T) = R^2. \end{cases} \tag{6}$$

Для исследования второй постановки с постоянным на траектории $\varphi(t)$ перейдём в полярную СК. Обозначим в ней расстояние от начала координат до УПО за r. Тогда краевая задача будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{r} = \hat{v}, \\ \dot{p}_r = -\sum_{i=1}^{N} q_i \dfrac{\hat{v}^2(r - d_i\cos(\hat{\varphi}-\alpha_i))}{\left(r^2 - 2rd_i\cos(\hat{\varphi}-\alpha_i) + d_i^2\right)^2}, \\ \dot{w} = \sum_{i=1}^{N} q_i \dfrac{\hat{v}^2 r\sin(\hat{\varphi}-\alpha_i)}{\left(r^2 - 2rd_i\cos(\hat{\varphi}-\alpha_i) + d_i^2\right)^2}, \end{cases} \tag{7}$$

где d_i – расстояние от начала координат до i-го обнаружителя, α_i – угловое положение i-го обнаружителя,

$$\hat{v} = \min\left(\frac{p_r}{\sum_{i=1}^{N} \dfrac{q_i}{r^2 - 2rd_i\cos(\varphi-\alpha_i) + d_i^2}}, v_{\max} \right), \tag{8}$$

причем $p_r > 0$. Краевые условия:

$$\begin{cases} r(0) = 0, \\ w(0) = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} r(T) = R, \\ w(T) = 0. \end{cases} \tag{9}$$

Переменная w вводится в (7), (9) для определения значения неизвестного параметра $\hat{\varphi}$, который находится из интегрального условия $w(T) = 0$:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = 0 \Leftrightarrow \int_0^T \left(\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\hat{v}^2 r \sin(\hat{\varphi} - \alpha_i)}{\left(r^2 - 2rd_i \cos(\hat{\varphi} - \alpha_i) + d_i^2 \right)^2} \right) dt = 0.$$

Полученные краевые задачи принципа максимума (4)-(6) и (7)-(9) решаются методом стрельбы с 2 параметрами пристрелки. Серия задач Коши, возникающая при решении, интегрируется численно явным методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага.

Рассматриваемая задача многоэкстремальна. Для получения всевозможных траекторий перебираются параметры пристрелки на сетке из множества их допустимых значений с последовательным измельчением.

IV. Результаты

Расчёты проводились для обеих постановок при различном числе обнаружителей. В результате численного моделирования строятся карты оптимальных путей для различных расположений сенсоров, а затем среди них выбираются лучшие по функционалу.

На рисунке представлены результаты для решения задачи прорыва кругового периметра радиуса $R = 1$ при ограничениях $v_{\max} = 0.5$, $T = 10$ для случая 10 обнаружителей, расположенных в точках: (0.1, 0.3), (0.2, -0.6), (0.7, 0.7), (0.3, 0.2), (-0.7, -0.3) (-0.4, 0.5), (-0.3, -0.9), (-0.2, 0.9), (-0.3, -0.3), (-0.8, 0.0) с одинаковым влиянием $q_i = 1, i = 1..10$.

Более жирным траекториям соответствуют лучшие по функционалу решения. Можно видеть, что на лучшей траектории Рис. б) скорость монотонно возрастает. При этом на многих других траекториях УПО замедляется при приближении к сенсорам и ускоряется при отплытии от них.

На Рис. 1 а) можно видеть траектории, пересекающие периметр. Справедливо следующее утверждение.

Теорема. Траектории $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{v}, \hat{\varphi})$, на которых УПО пересекает периметр, и не завершает при этом движение, не являются оптимальными.

Доказательство. Пусть первое пересечение периметра происходит в момент времени $\tau < T$: $r(\tau) = R$. Рассмотрим управление УПО, совпадающее с $(\hat{v}, \hat{\varphi})$ на $[0, \tau]$, а далее положим $v = 0$, φ – произвольное на $(\tau, T]$, т.е. УПО стоит на месте после достижения периметра. Тогда такой управляемый процесс удовлетворяет ограничениям (2)-(3) и является допустимым, а функционал (1) на новой траектории уменьшится.

V. Заключение

Исследуемую задачу оптимального управления подвижным объектом в конфликтной среде удалось решить в двух постановках. Авторами реализован соответствующий программный комплекс на языке C, в работе приведены экстремали Понтрягина для задачи прорыва кругового периметра.

Проведённое исследование допускает развитие. Можно рассмотреть задачу, в которой периметр представляет собой кривую, отличную от окружности, а также задачу, в которой граница периметра не стационарна по времени. Возможен учёт ограничения на длину пути, добавление перемещающихся детекторов, поиск аналитических решений для специальных случаев задачи.

Список Литературы

[1] T. G. Abramyants, A. A. Galyaev, E. P. Maslov, I. M. Rudko, V. P. Yakhno, “Evasion of a moving object in a conflict environment from detection by the system of heterogeneous observers,” Management and navigation of moving objects, no. 2, pp. 31–37, 2015.

[2] A. Dogan, U. Zengin, “Unmanned Aerial Vehicle Dynamic-Target Pursuit by Using Probabilistic Threat Exposure Map,” Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 29, no. 4, pp. 723–732, 2006, doi: 10.2514/1.18386.

[3] Л. П. Сысоев, “Критерий вероятности обнаружения на траектории в задаче управления движением объекта в конфликтной среде,” Проблемы управления, № 6, с. 65–72, 2010.

[4] A. A. Galyaev, E. P. Maslov, “Optimization of laws of mobile object evasion from detection,” Izv. RAS. Theory and Control Systems, no. 4, pp. 52–62, 2010, doi: 10.1134/S1064230710040064.

[5] M. A. Samokhina, A.A. Galyaev, “Constructing a Map of Locally Optimal Paths for a Controlled Moving Object in a Threat Environment,” Control Sciences, no. 1, pp. 75–85, 2024, doi: 10.25728/cs.2024.1.8.

[6] А. А. Галяев, А. С. Самохин, М. А. Самохина, “О решении задачи построения траектории управляемого подвижного объекта в конфликтной среде при помощи дискретизации,” Математическая теория управления и ее приложения: МТУИП-2022. Материалы 15-ой мультиконференции конференции по проблемам управления. Санкт-Петербург, с. 63–65, 2022.

[7] A. A. Galyaev, A. S. Samokhin, M. A. Samokhina, “On the problem of optimal placement of sensors on the plane,” Mathematical control theory and its applications Conference proceedings, St. Petersburg, Concern CSRI Elektropribor, JSC, pp. 372–375, 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1864/1/012075.

[8] A. Galyaev, A. Samokhin, M. Samokhina, “Application of the gradient projection method to the problem of sensors arrangement for counteraction to the evasive object,” 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russia, pp. 1–3, 2021, doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470857.

Применение элементов искусственного интеллекта для решения задачи предотвращения столкновений воздушных судов на поверхности аэродрома

В.И. Бабуров
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

С.В. Бабуров
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия

Н.В. Иванцевич
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
Балтийский Государственный Технический Университет «ВОЕНМЕХ»
Санкт-Петербург, Россия
sciencebstu@spb.su

К.В. Кошелев
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия

В.В. Худошин
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия

***Аннотация*—Приводится описание задачи наблюдения за движением на поверхности аэродрома для системы предупреждения столкновений воздушных судов; продемонстрировано удобство применения нейронной сети в алгоритме предотвращения столкновений воздушных судов при взлете, посадке и движении по взлетно-посадочной полосе и рулежной дорожке.**

Ключевые слова — алгоритмы, предупреждение столкновений, поверхность аэродрома, нейронная сеть

I. Введение

Удобство и безопасность пилотирования современных воздушных судов в значительной степени основываются на качестве авионики и программного обеспечения, установленного на бортовую аппаратуру. Стремительное развитие электроники в настоящее время позволяет создавать производительные многофункциональные радиоэлектронные системы.

Одним из образцов указанного класса бортового радиоэлектронного оборудования служит отечественная система предупреждения столкновений с воздушными судами, которая предназначена для повышения безопасности полетов путем предотвращения риска столкновения с другими воздушными судами в воздухе, предупреждения о близости земли, реактивном сдвиге ветра, улучшения ситуационной осведомленности экипажа о воздушной обстановке, а также при посадке и движении по поверхности земли аэродрома [1].

Внешний вид поставочного комплекта системы предупреждения столкновения с воздушными судами представлен на рис. 1.

В условиях интенсивного воздушного движения повышается риск столкновения воздушных судов при взлете, посадке и движении по взлетно-посадочной полосе и рулежной дорожке даже в международных аэропортах, оборудованных необходимыми техническими средствами контроля и управления воздушным движением. Трагический инцидент в январе 2024 года в городе Токио, Япония [2] показал важность использования дополнительных средств оповещения экипажей воздушных судов об опасной ситуации и на поверхности аэродрома.

Рис. 1. Комплект системы предупреждения столкновений.

На рис. 2 представлена схема аэропорта на поле которого произошёл упомянутый инцидент.

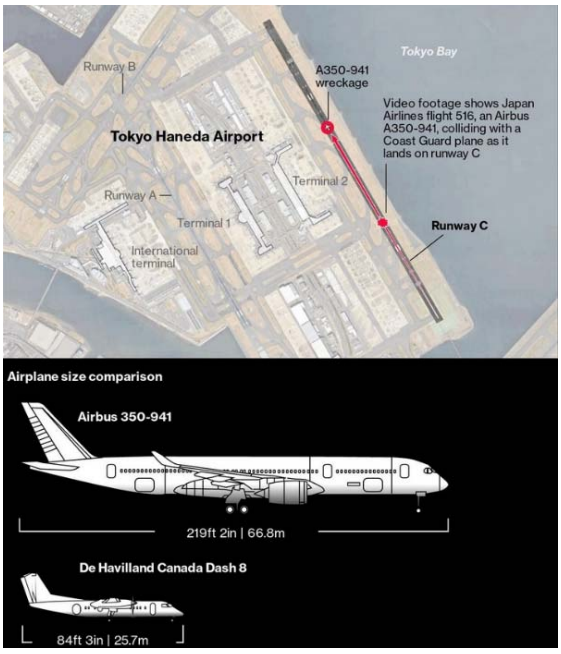


Рис. 2. Схема столкновения в аэропорту Ханеда.

В качестве одного из средств уведомления о нештатной ситуации на поверхности аэродрома для предотвращения такого рода происшествий в настоящее время предлагается использовать в рамках технологии A3H-B задачи наблюдения и оповещения о возможном столкновении на поверхности аэродрома SURF IA [3].

На рисунке 3 представлен экран навигации в режиме работы задачи наблюдения SURF IA. На экране отображается карта аэродрома с взлетно-посадочными полосами и рулежными дорожками. Графическими символами отображается относительное местоположение воздушных судов с цветовой градацией в зависимости от степени опасности для собственного воздушного судна. При возникновении опасной ситуации выводится информационное сообщение.

Рис. 3. Экран экипажа при работе SURF IA.

II. Формулировка задачи

Исходной информацией для задачи наблюдения SURF IA служат данные о положении и скорости собственного воздушного судна, положении и скорости всех других воздушных судов в зоне аэропорта и сама карта аэропорта. На основании этих данных алгоритм формирует несколько типов сообщений, предупреждающих экипаж о возможном столкновении с другим воздушным судном. Эти сообщения отображаются на индикаторе в кабине воздушного судна.

Необходимо отметить о влиянии топологии аэропорта на режим формирования сообщений. На рис. 4 синим символом обозначено собственное воздушное судно, а нарушитель обозначен красным символом.

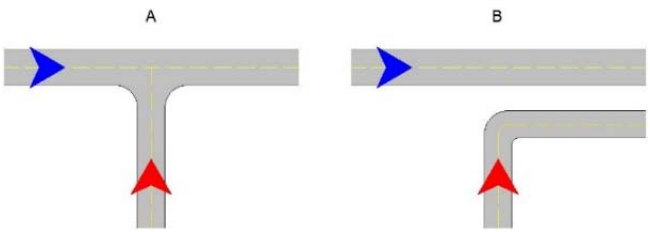


Рис. 4. Пример взаимного расположения воздушных судов.

Показаны два случая взаимного расположения воздушных судов, двигающихся по взлетно-посадочному полю аэропорта. В обоих случаях **A** и **B** собственное воздушное судно двигается по взлетно-посадочной полосе, а судно-нарушитель по рулежной дорожке, причем их направления движения и скорости одинаковы в обоих случаях. Разница же состоит в том, что в случае **B** рулежная дорожка не соединяется со взлетно-посадочной полосой. В соответствии с логикой приложения SURF IA, в случае **A** пилоты собственного воздушного судна должны увидеть на индикаторе сообщение о потенциальной угрозе столкновения со стороны судна-нарушителя, а в случае **B** нет, так как в этом случае взаимное расположение взлетно-посадочной полосы и рулежной дорожки исключает возможность физического контакта воздушных судов.

III. Реализация алгоритма

Проведя анализ требований, предъявляемых к алгоритму функционирования задачи [3], можно предположить, что для обеспечения правильной работы рассматриваемой задачи достаточно разработать две алгоритмических процедуры. Первая процедура принимает на вход координаты точки на поверхности взлетно-посадочного поля аэропорта и возвращает номер объекта в зоне аэропорта, которому эта точка принадлежит. При этом под объектами в зоне аэропорта понимаются взлетно-посадочные полосы и рулежные дорожки. Вторая процедура принимает на вход вектор, описывающий геометрический отрезок, который лежит в плоскости взлетно-посадочного поля аэропорта, и номер объекта в зоне аэропорта. После чего возвращает ответ на вопрос о том, принадлежат ли все точки этого отрезка указанному объекту. Учитывая, что вторая алгоритмическая процедура сводится к первой, в дальнейшем достаточно описать реализацию только первой процедуры.

Для реализации алгоритма выше указанной процедуры воспользуемся нейронной сетью, состоящей из шести нейронов, схема которой приведена на рис. 4. Входные нейроны имеют по два входа, соответствующие декартовым координатам на плоскости. Нейроны среднего слоя имеют три входа. Далее мы используем следующие обозначения для описания конфигурации сетей искусственных нейронов. В рамках нашей нотации будем обозначать каждый искусственный нейрон числом, равным количеству параметров, его определяющих. Таким образом, выходной нейрон сети, изображенной на рис. 5, обозначается цифрой 3 (два входа плюс коэффициент активации).

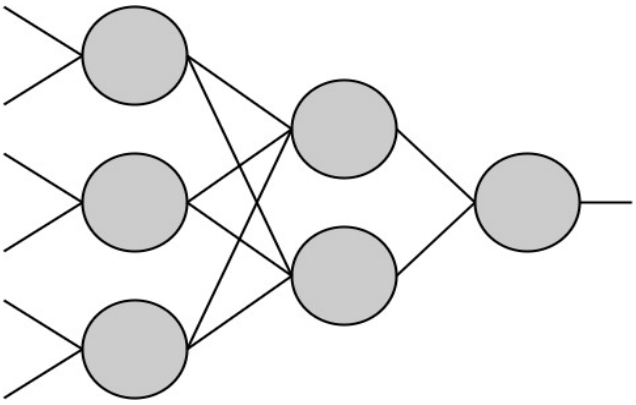


Рис. 5. Схема нейронной сети.

Конкретная конфигурация нейронной сети записывается в виде строки чисел (представляющих собой число параметров для каждого нейрона), записанных послойно, начиная с входного слоя и заканчивая выходным. Таким образом, сеть нейронов, изображенная на Рис. 4, получает обозначение {3,3,3,4,4,3}.

В качестве функции активации мы выбираем гиперболический тангенс. Например, сигнал выходного нейрона определяется формулой (1):

$$th(w_0 + w_1x_1 + w_2x_2), \quad (1)$$

где x_1, x_2 — это входные сигналы, а w_0, w_1, w_2 — это весовые коэффициенты искусственного нейрона.

Для объяснения деталей оптимизации параметров нейронных сетей введем в рассмотрение модель аэродрома как показано на Рис. 6. Модель аэродрома содержит три объекта, при этом нейронная сеть должна различить в дополнение к этим трем объектам еще и дополнительный объект, само поле аэродрома.

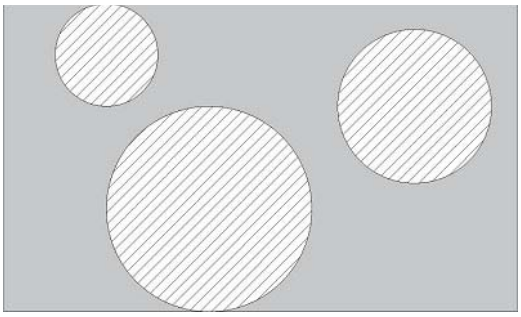


Рис. 6. Модель аэродрома, содержащая три объекта.

Таким образом, задача формулируется следующим образом. Для карты аэропорта, представленной на рис. 6, найти конфигурацию нейронной сети и оптимизировать ее параметры таким образом, чтобы сеть принимала на вход декартовы координаты точки на поверхности аэропорта, а на выходе воспроизводила номер объекта, которому данная точка принадлежит.

Для удобства мы разбиваем задачу на две части, а именно строим сети нейронов первого и второго рода. Задача сети первого рода — воспроизвести номер объекта (1, 2 или 3) на поверхности аэродрома, когда на вход этой сети передаются координаты точки, принадлежащей одному их этих объектов. Сеть второго рода отвечает на вопрос, принадлежит ли точка одному из объектов 1, 2, 3 или же объекту 4. Иными словами, сеть второго рода отвечает «да» или «нет» на вопрос, принадлежит ли точка с конкретными координатами одному из кругов. Легко видеть, что обе сети вместе решают поставленную ранее общую задачу. Сначала мы запрашиваем сеть второго рода, принадлежит ли точка одному из кругов, и в случае получения положительного ответа передаем координаты точки на вход сети первого рода, которая в свою очередь отвечает на вопрос, какому именно кругу (т.е. объекту 1, 2 или 3) эта точка принадлежит.

Для реализации сетей искусственных нейронов первого и второго рода были написаны скрипты в системе для статистических расчетов R [4]. Для оптимизации параметров нейронных сетей была использована функция optim(…, method = "BFGS"), входящая в одну из стандартных библиотек этой системы. Представленные ниже графические изображения работы оптимизированных нейронных сетей также выполнены средствами среды R. Обучение сетей производится следующим образом, а именно вся зона аэропорта равномерно покрывается сеткой точек. Каждая из точек принадлежит какому-то объекту аэропорта. Таким образом формируется набор примеров для обучения сетей искусственных нейронов. Пример результата работы оптимизированной сети первого рода представлен на Рис. 7. Интересно, что эффективность (вероятность) работы этой сети равняется 100%.

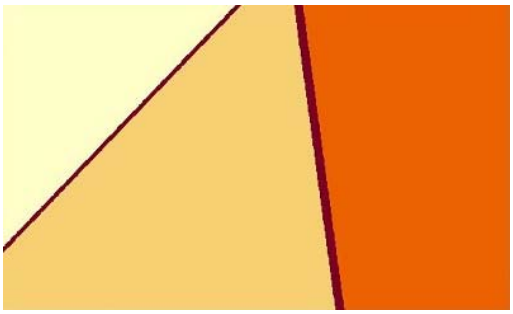


Рис. 7. Модель аэродрома, построенная нейронной сетью первого рода.

Оптимизация параметров нейронной сети достигается путем минимизации некоторой функции. Эти функции различны для сетей первого и второго рода. В случае сети первого рода минимизируемая функция выглядит следующим образом (2):

$$F(\{w\}) = \sum_{\{x,y\}}(NN - c_1)^2 + (NN - c_2)^2 + (NN - c_3)^2, \quad (2)$$

где $\{w\}$ — это совокупность параметров нейронной сети, подлежащих оптимизации, NN —значение сигнала на выходе нейронной сети в конкретной точке на плоскости, коэффициенты c_1, c_2, c_3, равные $(-0.5, 0.0, 0.5)$ соответственно, это «центры притяжения» для точек, принадлежащих объектам. Наконец, сумма распространяется на координаты всех точек сетки, покрывающей всю поверхность аэродрома, однако с учетом того факта, что свой вклад в член, связанный с конкретным центром притяжения, дают только те точки, которые принадлежат соответствующему объекту. Диаграмма, представленная на рис. 6, построена для всех точек плоскости на основе близости значения выхода оптимизированной нейронной сети к одной из точек притяжения. Иными словами, если значение выходного сигнала для точки плоскости находится в $\epsilon = 0.2$ окрестности центра притяжения конкретного объекта, то точка считается принадлежащей этому объекту.

Функция для оптимизации нейронной сети второго рода устроена подобным же образом и имеет два центра притяжения $(-1, 1)$ для точек плоскости, принадлежащих кругам, и остальных точек соответственно. Таким образом, все точки плоскости, дающие отрицательный сигнал на выходе этой нейронной сети, считаются принадлежащими кругам. Результаты оптимизации сетей второго рода представлены на Рис. 8, 9 и 10.

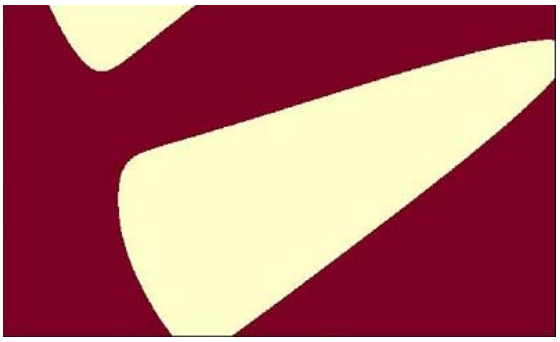


Рис. 8. Модель аэродрома, построенная нейронной сетью второго рода с конфигурацией {3,3,3,4}.

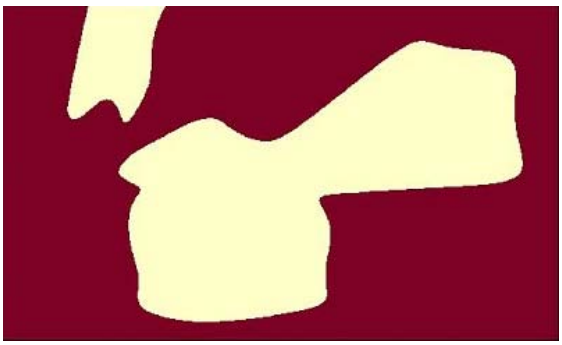


Рис. 9. Модель аэродрома, построенная нейронной сетью второго рода с конфигурацией {3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,13}.

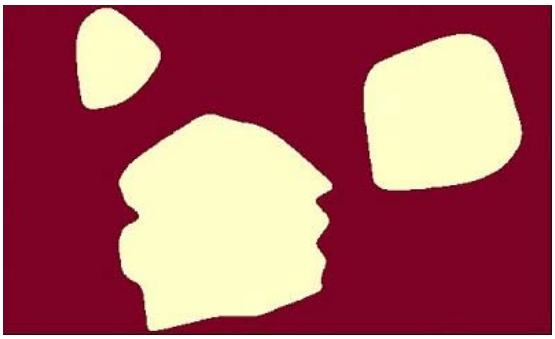


Рис. 10. Модель аэродрома, построенная нейронной сетью второго рода с конфигурацией {3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,26}.

Эффективность работы нейронных сетей указанных конфигураций составляет 84%, 90% и 94% соответственно. В общем случае эффективность оптимизации определяется как вероятность попадания точки на плоскости со случайными координатами в заданную область. Так, для нейронной сети первого рода это предел отношения правильно классифицированных нейронной сетью точек плоскости ко всем точкам, попавшим в круги. Для сети искусственных нейронов второго рода, эффективность — это предел отношения правильно классифицированных точек ко всем точкам.

Легко видеть, что функцию нейронной сети второго рода можно реализовать с помощью битовой карты (bit map), где единицы, скажем, будут соответствовать объектам аэродрома, а нули — остальной его части. Какую конкретно реализацию выбрать в конечном продукте будет определяться объемом потребляемых ресурсов.

IV. Заключение

Реализация функции в виде обученной сети искусственных нейронов дает преимущество в скорости работы подпрограммы-функции. Дополнительным преимуществом является экономия машинной памяти, так как набор коэффициентов нейронной сети занимает в машинной памяти меньше места, чем авиационная база данных, содержащая карты аэропортов вместе со средствами ее управления.

Сеть искусственных нейронов предполагается создавать для каждого аэропорта, которых в мировом масштабе насчитывается около десяти тысяч. Разумеется, что для обучения сетей искусственных нейронов должна быть предоставлена база данных, содержащая всю необходимую топографическую информацию об аэропортах. Топографическая информация в базе данных должна быть актуальной. В случае каких-либо изменений в базе данных, соответствующие нейронные сети должны быть переобучены с учетом актуальных поправок. Ответственность за актуальность информации в базе данных и за регулярные обновления базы данных ложиться на производителя программного обеспечения.

Рекомендации приложения и сервисной функции SURF IA не являются обязательными для исполнения пилотами. Сообщения, генерируемые приложением, носят информационный характер, в отличии от системы предотвращения столкновений в воздухе, и не освобождают пилотов от необходимости наблюдать за воздушной обстановкой с помощью штатных средств наблюдения.

Хранение картографической информации в виде коэффициентов сети искусственных нейронов соответствует направлению NoSQL в области управления базами данных. Иными словами, организуемая таким способом база данных не является реляционной. Это порождает как плюсы, так и минусы. Выдавать ответ на запрос такое хранилище данных будет быстрее, но и внесение или изменение данных в нем потребует больших усилий, нежели добавление записи в таблицу реляционной базы данных.

Литература

[1] Бабуров В.И., Иванцевич Н.В., Худошин В. В. Особенности работы системы предупреждения столкновений воздушных судов при относительной навигации. // XXX Санкт-Петербургская МКИНС. Сборник материалов. СПб.: Электроприбор, 2023. С. 95-99.

[2] https://www.bnnbloomberg.ca/jal-flight-516-was-cleared-to-land-before-fiery-tokyo-collision-1.2017156.

[3] RTCA DO-323. Safety, Performance and Interoperability Requirements Document for Enhanced Traffic Situational Awareness on the Airport Surface with Indications and Alerts (SURF IA). Вашингтон: RTCA, 2010. 580 с.

[4] www.r-project.org.

Информационные характеристики рабочих созвездий при относительных определениях по двум GNSS при кренах потребителей

В.И. Бабуров
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

Н.В. Васильева
АО «Навигатор»
Санкт-Петербург, Россия
info@navigat.ru

Н.В. Иванцевич
АО «Навигатор»,
БГТУ «ВОЕНМЕХ»
Санкт-Петербург, Россия
sciencebstu@bstu.spb.su

Аннотация—Исследуется возможность использования информационной избыточности объединённого созвездия двух спутниковых систем для повышения точности относительных местоопределений воздушных судов, движущихся каждое с произвольным креном.

Ключевые слова—спутниковые радионавигационные системы, точность относительных навигационных определений, крены первого и второго ЛА, имитационное моделирование

I. Введение

Сетевые спутниковые радионавигационные системы в настоящее время используются на всех видах современных транспортных средств для определения координат и скорости их изменения благодаря глобальности и доступности создаваемого ими навигационного поля в любой точке Земного шара и приземного пространства. При этом для того, чтобы обеспечивались высокие показатели этих характеристик, должны выполняться определённые требования к приёмной аппаратуре потребителей и окружаемому пространству, отсутствию помех и другим факторам. Эти условия перечислены в интерфейсных документах на системы. Далее такие условия будем называть стандартными или штатными. Однако не для всех режимов движения транспортных средств выполняются эти условия. В таких случаях могут не обеспечиваться гарантированные точности спутниковых местоопределений или местоопределения в целом, например, при движении каждого из определяющихся объектов с креном или тангажом. Для увеличения точности местоопределений в нештатных ситуациях до величин, гарантируемых одной GNSS в стандартных условиях, могут быть применены методы повышения информационной избыточности рабочих созвездий навигационных спутников. Один из таких методов основан на совместной обработке на потребителе данных навигационных измерений по двум GNSS, например, по ГЛОНАСС и GPS. Число спутников, образующих рабочее созвездие в этом случае, увеличивается, информация созвездия увеличивается, энтропия уменьшается, а информационная ёмкость каждого спутника уменьшается.

В докладе исследована возможность использования информационной избыточности рабочего созвездия, образуемого двумя спутниковыми системами, для повышения точности относительных местоопределений воздушных судов, движущихся каждое с произвольным креном, до значений, характерных для местоопределений по ГЛОНАСС, без кренов потребителей, указанных в интерфейсном контрольном документе на спутниковую навигационную систему [1].

II. Информационный критерий качества рабочего созвездия навигационных спутников

Известны публикации, в которых в качестве информационного критерия, по которому определяют возможность использования данных от навигационных спутниковых систем, берут критерий, характеризующий количество навигационных спутников в рабочем созвездии. По этому критерию устанавливают предельно допустимое значение увеличения энтропии, полагая «кибернетическим параметром» количество спутников в рабочем созвездии [2]. Однако этот критерий не характеризует точность навигационных определений, характеризуемую размерами зоны неопределённости измеренных навигационных параметров, и для местоопределений, абсолютных и относительных, он не подходит. Поэтому далее будем пользоваться критерием точности навигационных определений.

Информацию для относительных навигационных определений, получаемую разнесёнными в пространстве потребителями от навигационных спутников двух GNSS, будем характеризовать количеством информации и энтропией по Шеннону. Эти информационные характеристики будут изменяться при возникновении кренов первого и\или второго потребителя. Изменение этих характеристик однозначно определяет изменение точности навигационных определений. Можно показать [3,4], что при определённых условиях точность относительных местоопределений определяется геометрическим фактором общего рабочего созвездия спутников. Изменение энтропии рабочих созвездий навигационных спутников при кренах потребителей при этом будет равно изменению энтропии геометрических факторов этих рабочих созвездий.

III. Метод исследования рабочих созвездий GNSS при независимых кренах двух потребителей

Исследование информационных характеристик при относительных местоопределениях проводилось методом математического имитационного моделирования с применением метода Монте-Карло. При осуществлении относительных навигационных определений необходимо использовать навигационные спутники, находящиеся в совместной зоне радиовидимости двух потребителей.

При определении совместно видимых спутников один из потребителей располагался случайным образом на поверхности Земли, а момент времени проведения им навигационных определений выбирался равновероятно из интервала повторяемости спутниковой конфигурации. Второй потребитель находился на некотором удалении ΔL от первого в произвольном направлении. Время навигационных определений на втором потребителе могло отличаться от времени первого потребителя на величину ΔT. Кроме того, каждый из потребителей имел собственный крен заданной величины. Направление крена каждого потребителя выбиралось равновероятным из интервала [0°, 360°]. Навигационные определения на обоих потребителях проводились по совмещенному созвездию системы GPS+ГЛОНАСС [5]. Минимально допустимый угол возвышения навигационных спутников составлял 5°. Объем выборки был равен 100000.

Были рассчитаны геометрические факторы по совместному для двух потребителей навигационному созвездию спутников. По полученным данным были построены вероятностные распределения геометрических факторов для разных значений углов кренов потребителей, при одновременных и смещённых во времени и пространстве измерениях. Кроме того, фиксировалось количество испытаний, в которых расчетное значение геометрического фактора по положению PDOP превышало допустимое значение, равное шести. Были определены статистические характеристики полученных распределений: среднее и максимальное значения, среднеквадратическое отклонение.

IV. Состав рабочих созвездий ГЛОНАСС+GPS при относительных местоопределениях в зависимости от кренов потребителей

В работе было определено количество спутников, попадающих в совместную зону радиовидимости двух потребителей, в зависимости от значений их углов кренов β1 и β2. На рис. 1 даны вероятностные распределения числа спутников в рабочем созвездии ГЛОНАСС+GPS при крене первого потребителя β1, равного 20° и четырёх значениях углов крена второго потребителя: β2 = 5°, 10°, 15°, 20°. Расстояние между потребителями было ΔL = 0 км.

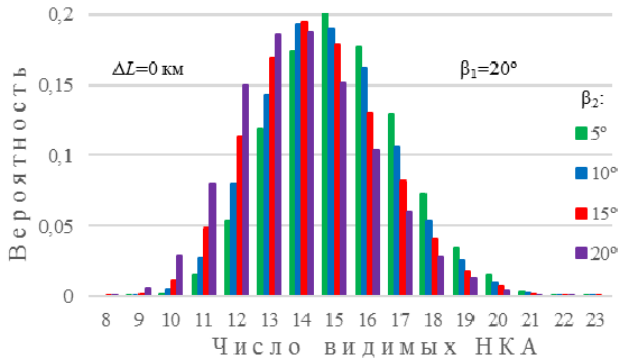


Рис. 1. Распределение вероятностей числа видимых спутников для двух потребителей с креном (β_1=20°, ΔL=0 км)

На рис. 2 приведены вероятностные распределения числа видимых спутников для ΔL = 50 км. Как следует из приведенных на рис. 1 и 2 данных, расстояние между потребителями в 50 километров практически не меняет вероятностные характеристики распределений. Для сравнения на рис. 3 представлены аналогичные характеристики для случаев, когда крен первого потребителя β_1 в два раза меньше и составляет 10°.

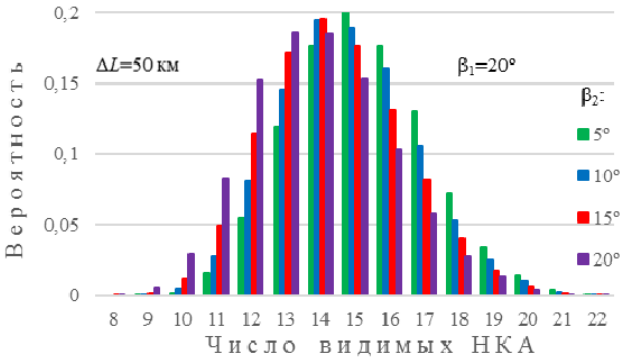


Рис. 2. Распределение вероятностей числа видимых спутников для двух потребителей с креном (β_1=20°, ΔL=50 км)

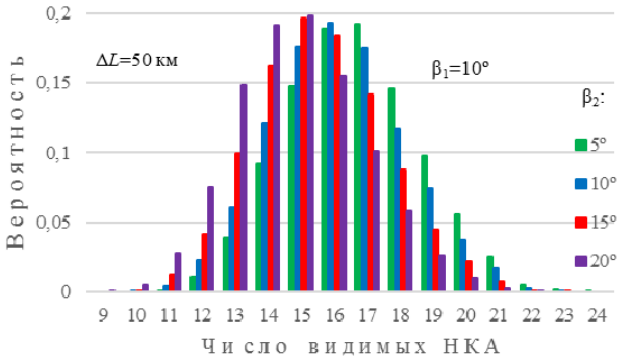


Рис. 3. Распределение вероятностей числа видимых спутников для двух потребителей с креном (β_1=10°, ΔL=50 км)

Сравнив распределения числа совместно видимых спутников, представленные на рис. 1, 2 и 3, можно сделать вывод о том, что на вероятностные характеристики этих распределений более существенное влияние оказывает наличие крена у потребителей, а не удаленность их друг от друга.

V. Геометрические факторы рабочих созвездий ГЛОНАСС+GPS при относительных местоопределениях в зависимости от кренов потребителей

Для перечисленных выше ситуаций были рассчитаны геометрические факторы рабочих созвездий ГЛОНАСС+GPS при относительных навигационных определениях в зависимости от кренов и характеристик пространственного и временного несовпадения измерений двух потребителей. Были построены вероятностные распределения геометрических факторов и определены их статистические характеристики. Ввиду большого объёма полученных данных графически представлены только наиболее интересные из них. На рис. 4 приведены вероятностные распределения PDOP рабочих созвездий ГЛОНАСС+GPS при относительных навигационных определениях двух потребителей, имеющих крен 20°. При этом в первом случае оба потребителя были разнесены в пространстве на 100 километров и осуществляли местоопределения с временным сдвигом 100 секунд, а во втором случае пространственный разнос составил 1 километр и навигационные измерения проводились одновременно. Для сравнения на этом же рисунке дано распределение

геометрических факторов, рассчитанных для потребителей, имеющих такой же пространственно-временной разнос, как в первом случае, но при отсутствии кренов потребителей.

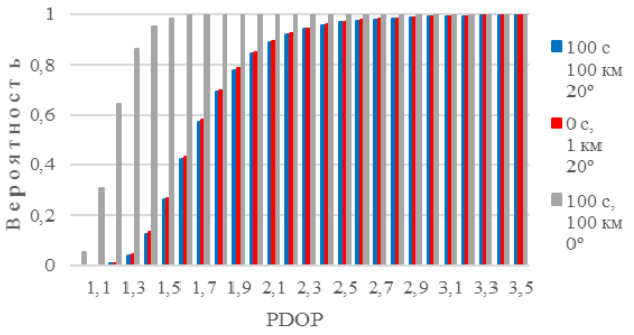


Рис. 4. Распределение вероятностей PDOP при относительных местоопределениях двух потребителей с креном

Были получены статистические характеристики распределений геометрических факторов рабочих созвездий ГЛОНАСС+GPS при относительных местоопределениях двух потребителей, имеющих крен. В таблицах 1 и 2 представлены статистики PDOP, рассчитанные при различных значениях углов крена ЛА β_1 и β_2. Углы кренов соответствовали практическим задачам захода на посадку и посадки различных типов ЛА. Данные, представленные в таблице 1, получены для случая разнесенных в пространстве на 100 километров потребителей (ΔL=100 км), которые проводили навигационные определения с временным сдвигом 100 секунд (ΔT=100 с). Статистики PDOP, рассчитанные при различных значениях углов крена ЛА β_1 и β_2 для случая ΔL=0 и ΔT=0, представлены в таблице 2.

ТАБЛИЦА I. СТАТИСТИКИ PDOP ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯХ ДВУХ ЛА, ИМЕЮЩИХ КРЕН (ΔL=100 И ΔT=100)

β_1	β_2	Mean	СКО	n*
0 °	0 °	1.171	0.125	0
20 °	20 °	1.721	0.358	19

ТАБЛИЦА II. СТАТИСТИКИ PDOP ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯХ ДВУХ ЛА, ИМЕЮЩИХ КРЕН (ΔL=0 И ΔT=0)

β_1	β_2	Mean	СКО	n*
0 °	0 °	1.159	0.122	0
5 °	5 °	1.261	0.146	0
5 °	20 °	1.492	0.225	1
10 °	20 °	1.551	0.257	4
15 °	20 °	1.624	0.302	6

В последнем столбце таблиц представлено количество испытаний n*, в которых расчетное значение геометрического фактора по положению превысило максимально допустимое для проведения навигационных определений значение, равное шести, n*{PDOP>6}.

По результатам моделирования, представленным на рис. 4 и в таблицах 1 и 2, можно сделать вывод о том, что при рассмотренных значениях параметров ΔL, ΔT, β_1 и β_2 пространственно-временные параметры оказывают значительно меньшее влияние на распределение геометрических факторов, чем крены первого и второго потребителей.

Введём обозначение для геометрического фактора: PDOP = PDOP (x_1; x_2; x_3; x_4), где x_1, x_2, x_3, x_4 - это ΔL, км; ΔT, с; β_1, град; β_2, град соответственно. Тогда пространственно-временной эквивалент изменения геометрического фактора при отсутствии кренов потребителей имеет вид:

$$\text{PDOP}\ (100; 0; 0; 0) \sim \text{PDOP}\ (0; 100; 0; 0).$$

Изменение кренов потребителей в пределах от 0° до 20° увеличивает среднее значение PDOP не более, чем в 1,5 раза, а среднеквадратическое отклонение – в 3 раза. Число отбракованных рабочих созвездий по критерию {PDOP>6} составляет не более 20 из 100 000, т. е. не более 0,02 %.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам моделирования были определены допустимые значения отклонений параметров, характеризующих относительное движение потребителей в сложных условиях при навигационных определениях по двум GNSS. Такими параметрами были: расстояние между двумя потребителями; крен первого потребителя; крен второго потребителя; сдвиг по времени между навигационными определениями потребителей. Определён пространственно-временной и угловой эквивалент ухудшения точности относительных навигационных спутниковых определений при кренах потребителей.

Проведенные исследования структурных и информационных характеристик глобального навигационного поля, создаваемого двумя спутниковыми радионавигационными системами, позволяют расширить круг задач, решаемых при навигации различных классов потребителей, в том числе – при реализации режима относительной навигации воздушных судов в сложных условиях выполнения полётов. Моделированием возможных ситуаций подтверждён вывод о том, что информационный критерий, использованный в данной работе, более эффективен для оценивания информационных потерь при нештатных условиях проведения спутниковых навигационных определений по двум системам GNSS, чем критерий, основанный на анализе числа навигационных спутников в рабочем созвездии, поскольку он непосредственно связан с основным параметром навигационной аппаратуры – точностью навигационных определений.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Ред. 5.1. М.: РНИИ КП, 2008. 74 с.

[2] Е.С. Басан, Е.С. Абрамов, А.Г. Басюк, Н.А. Сушкин, Метод обнаружения атак на систему навигации БПЛА / Информатика и автоматизация, 2021, выпуск 20, том 6, 1368-1394. DOI: 10.15622/ia.20.6.7.

[3] Сетевые спутниковые радионавигационные системы/ В.С.Шебшаевич, П.П.Дмитриев, Н.В.Иванцевич и др.; Под ред. В.С.Шебшаевича.- 2-е изд, пер. и доп.- М.: Радио и связь, 1993,-408 с.

[4] Совместное использование навигационных полей спутниковых радионавигационных систем и сетей псевдоспутников / В.И. Бабуров, Н.В. Иванцевич, Н.В. Васильева, Э.А. Панов. СПб.: Агентство «РДК-Принт», 2005. 264 с.

[5] Информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения: [Электронный ресурс]. URL: www.glonass-iac.ru.

Актуальные сервисы ИАЦ КВНО по информационной поддержке гражданских пользователей глобальных навигационных спутниковых систем с использованием Интернет-технологий

В. Д. Глотов
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
GlotovVD@tsniimash.ru

А. А. Аржанников
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
AA.Arzhannikov@glonass-iac.ru

С.И. Батурин
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
SI.Baturin@glonass-iac.ru

Е.В. Бакаева
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
E.Bakaeva@glonass-iac.ru

В.Л. Лапшин
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
V.Lapshin@glonass-iac.ru

С.Д. Жиленко
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
SD.Zhilenko@glonass-iac.ru

Работа по информационной поддержке гражданских пользователей глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) на базе Интернет-технологий была начата в Информационно-аналитическом Центре координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО, АО ЦНИИмаш, г. Королев) в 1997 году. В настоящее время эта работа ведется в рамках контракта с Роскосмосом на базе сайта https://glonass-iac.ru, имеющего первые позиции в поисковых системах (Яндекс, русскоязычный сегмент Google) по запросу ГЛОНАСС на русском и английском языках.

I. Общие сведения

ИАЦ КВНО участвует в реализации полномочий Роскосмоса, указанных в Постановлении Правительства РФ от 30 апреля 2008 г. N 323:

- предоставление гражданским, в том числе зарубежным, потребителям информации о текущем и прогнозируемом состоянии орбитальной группировки космических аппаратов системы ГЛОНАСС;
- внедрение навигационных технологий системы ГЛОНАСС и функциональных дополнений в интересах социально-экономического развития Российской Федерации и в интересах гражданских, в том числе зарубежных, потребителей, а также в научных целях;
- информационное обеспечение навигационной деятельности путем размещения на своем официальном сайте в сети Интернет сведений об услугах в сфере навигационной деятельности, оказываемых в соответствии со стандартами государственных услуг, и данных стандартов.

ИАЦ КВНО обеспечивает непрерывную информационную поддержку российских и зарубежных гражданских потребителей системы ГЛОНАСС в режиме онлайн на пяти языках. Информационная поддержка построена по принципу предоставления актуальной информации для потребителя любого уровня компетенции – от справочных материалов до детальных прецизионных оценок точности эфемеридно-временной информации всех космических аппаратов систем ГЛОНАСС и GPS в рамках сервиса на базе системы контроля потребительских характеристик (СКПХ) [1], созданной по заказу ГК «Роскосмос».

II. Контроль характеристик ГНСС

Сервис на основе СКПХ предоставляет потребителям результаты оценки основных функциональных характеристик, определяющих потенциальную потребительскую точность систем ГЛОНАСС и GPS: параметры согласования систем координат и шкал времени ГЛОНАСС и GPS, погрешности поправок часов и эфемеридной информации для всех космических аппаратов систем, ошибки местоопределения и времяопределения за счет погрешности космического сегмента систем, оценки точности эфемеридной информации ИАЦ КВНО, в том числе относительно зарубежных центров анализа на интервале трех месяцев и др.

Сервис на основе мобильной измерительно-диагностической лаборатории обеспечивает проведение испытаний образцов навигационной аппаратуры (НАП) в реальных условиях эксплуатации, мониторинг радионавигационной обстановки в заданном районе России, обнаружение и локализацию источников помех сигналам ГНСС. Стенд испытаний НАП в кинематическом режиме с использованием робота-манипулятора позволяет определять миллиметровые

погрешности позиционирования НАП в динамическом режиме, в том числе с использованием высокоточных функциональных дополнений.

III. Направления развития

В ИАЦ КВНО разрабатываются собственные аналитические продукты. В их числе глобальная ионосферная карта [2] мирового уровня точности, которую возможно использовать для оценки точности ионосферных моделей, передаваемых в составе сигналов всех ГНСС и систем функционального дополнения космического базирования (SBAS).

Одним из перспективных направлений развития сервисов ИАЦ КВНО является оценка характеристик потоков корректирующей информации российских и зарубежных услуг функционального дополнения на основе высокоточных технологий типа SBAS и PPP (Precise Point Positioning). Кроме того, в ИАЦ КВНО в настоящее время разрабатывается и проходит экспериментальную отработку сервис моделирования и прогнозирования локальных характеристик всех действующих ГНСС: ГЛОНАСС, GPS, Beidou, Galileo, QZSS.

IV. Доступ к информации

Доступ к информации о возможностях сервисов ИАЦ КВНО и полученных результатах организован с использованием сайта ИАЦ КВНО и FTP-сервера, где содержатся данные об актуальном состоянии, признаках пригодности и альманахах всех ГНСС, финальных и предварительных оценках характеристик на основе анализа точности эфемеридно-временной информации, а также о собственных аналитических продуктах ИАЦ КВНО.

Кроме того, на сайте ИАЦ КВНО имеется доступ к протоколам испытаний мобильной измерительно-диагностической лаборатории с оценками потребительских характеристик ГНСС в реальных условиях эксплуатации, а также имеется возможность получить доступ к широкому спектру средств проведения испытаний НАП, мониторинга потребительских характеристик ГНСС, в том числе с использованием корректирующей информации функциональных дополнений.

Литература

[1] Раздел «Система контроля и подтверждения характеристик (СКПХ) радионавигационных полей ГНСС» на сайте ИАЦ КВНО АО ЦНИИмаш. [Электронный ресурс]. URL: https://www.glonass-iac.ru/skph/ (дата обращения: 01.02.2024).

[2] Раздел "Ионосфера" на сайте ИАЦ КВНО АО ЦНИИмаш [Электронный ресурс]. URL: https://www.glonass-iac.ru/iono/ (дата обращения: 01.02.2024).

Оценка некоторых характеристик различных систем функциональных дополнений ГНСС

И. В. Котов
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
KotovIV@tsniimash.ru

А. А. Аржанников
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
AA.Arzhannikov@glonass-iac.ru

В.Д. Глотов
ИАЦ КВНО
АО «ЦНИИмаш»
Королёв, Россия
GlotovVD @tsniimash.ru

Одним из основных требований современного потребителя услуг глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) является запрос на повышение точности и надежности навигации. Для удовлетворения таких потребностей существует несколько различных решений, одним из которых являются системы широкозонных функциональных дополнений, именуемые SBAS (space based augmentation system – системы функционального дополнения космического базирования). Целью данной работы является исследование характеристик следующих SBAS систем, функционирующих в настоящее время: ANGA (Африка - Европа), BDSBAS (Китай), EGNOS (Европа), GAGAN (Индия), MSAS (Япония), SouthPAN (Австралия – Новая Зеландия), UKSBAS (Великобритания), WAAS (США).

I. Введение

Расчеты произведены на выбранном суточном интервале 15 декабря 2023 г. в соответствии с документацией [1]. Ранее была опубликована работа по оценке отечественной Системы Дифференциальной Коррекции и Мониторинга (СДКМ) [3]. Текущее исследование является продолжением начатой работы с расширением количества исследуемых систем. В Информационно-аналитическом центре координатно-временного обеспечения (ИАЦ КВНО) обрабатываются массивы корректирующей информации SBAS систем в формате SISNeT (Signal-in-Space through Internet), на основе которых формируются файлы эфемеридно-временной информации (ЭВИ) с учетом поправок SBAS систем и ионосферные карты полного электронного содержания (ПЭС) в файлах стандартных ГНСС-форматов (SP3 и IONEX). При использовании сформированных файлов SP3 был проведен расчет пространственных карт распределения количества видимых космических аппаратов (КА) и геометрического фактора (пространственный PDOP, в горизонтальной плоскости HDOP) на суточном интервале. На основе полученных файлов IONEX была проведена оценка точности ионосферы из кадров SBAS систем методом попарного сравнения с глобальными картами ионосферы по расчетам ИАЦ КВНО [2, 4] и четырех других зарубежных центров анализа (CODE, ESOC, JPL, WHU). Также для наглядности приведена оценка точности ионосферной модели Клобучара из кадра GPS. Поскольку зоны действия SBAS систем различны, для оценки ионосферы были выбраны общие зоны от 40 до 50 градусов северной широты для семи SBAS систем и отдельно от 40 до 50 градусов южной широты для SouthPan (Австралия).

II. Результаты исследований

По итогам исследования получено, что дополняемой ГНСС рассмотренных SBAS систем является GPS в составе 30-32 КА. Среднее число КА в кадре составило 16-18 КА, среднее число наблюдаемых КА 9-10, а среднее значение PDOP составило 1.6-1.7, HDOP 0.8-0.9.

Результаты попарных СКО моделей ионосферы SBAS систем и глобальных ионосферных карт представлены в Таблицах 1, 2 в единицах TEC unit (1 ед. TECu составляет 10^{16} электронов/м^2, что соответствует 0.16 м для навигационного сигнала L1). В таблицах приведены три значения: СКО относительно карты ИАЦ КВНО, минимальное и максимальное значение СКО по отношению к одной из карт центров анализа (ИАЦ КВНО, CODE, ESOC, JPL, WHU).

ТАБЛИЦА I. Попарные СКО значений ПЭС SBAS систем и глобальных карт ионосферы (в ед. TECu), северное полушарие

Тип	**Карта**	**Северное полушарие (от 40 до 50 градусов с.ш.)**		
		Отн-о ИАЦ КВНО	*МИН*	*МАКС*
GIM	CODE	1,95	1,57	2,63
	ESOC	1,63	1,63	2,27
	ИАЦ		1,63	2,16
	JPL	1,94	1,79	2,45
	WHU	2,04	1,57	2,73
SBAS	ANGA	2,16	2,16	2,73
	BDSBAS	2,20	2,15	2,43
	EGNOS	1,48	1,48	2,10
	GAGAN	2,80	2,80	4,02
	MSAS	3,20	3,10	3,54
	UKSBAS	3,55	3,49	4,14
	WAAS	2,11	2,11	2,80
Клобучар	GPS	7,16	6,71	7,70

ТАБЛИЦА II. Попарные СКО значений ПЭС SBAS систем и глобальных карт ионосферы (в ед. TECu), южное полушарие

Тип	**Карта**	**Южное полушарие (от -50 до -40 градусов ю.ш.)**		
		Отн-о ИАЦ КВНО	*МИН*	*МАКС*
GIM	CODE	3,57	2,02	4,00
	ESOC	3,61	2,02	3,82
	ИАЦ		3,57	4,44
	JPL	3,71	2,86	3,71
	WHU	3,67	2,24	4,35
SBAS	SouthPAN	4,44	3,48	4,44
Клобучар	GPS	6,57	5,36	6,57

III. Заключение

Как отмечено ранее, SBAS системы отличаются друг от друга и имеют различные зоны действия. Приведенная оценка имеет ограниченный характер и требует дальнейших дополнений. Итоги сравнения показывают, что точность карт ионосферы SBAS систем сравнима с точностью глобальных карт ионосферы ИАЦ КВНО и других центров анализа и существенно лучше оперативной модели Клобучара из кадра GPS. На рассматриваемых широтах СКО глобальных карт ионосферы составило от 1.6 до 2.7 TECu (от 0.25 до 0.43 м) в северном полушарии и от 2.0 до 4.4 TECu (от 0.32 до 0.71 м) в южном полушарии, СКО семи SBAS систем составило от 1.5 до 4.1 TECu (от 0.24 до 0.66 м) в северном полушарии, СКО SouthPan (Австралия) составило от 3.5 до 4.4 TECu (от 0.55 до 0.71 м) в южном полушарии. Для сравнения, СКО ионосферной модели Клобучара из кадра GPS составило от 5.3 до 7.7 TECu (от 0.85 до 1.23 м).

Проведённая работа позволяет утверждать, что параметры исследуемых SBAS систем находятся в пределах допустимых значений. Полученные результаты открывают путь для дальнейшего исследования характеристик SBAS систем.

Литература

[1] Minimum operational performance standards for Global Positioning System / Wide Area Augmentation System airborne equipment. RTCA/DO-229C. November 28, 2001

[2] Раздел "Ионосфера" на сайте ИАЦ КВНО АО ЦНИИмаш [Электронный ресурс]. URL: https://www.glonass-iac.ru/iono/ (дата обращения: 01.02.2024).

[3] И. В. Котов, А. А. Аржанников, В. Д. Глотов. Оценка некоторых характеристик функционального дополнения ГЛОНАСС // Космонавтика и ракетостроение. 2023. № 4 (133). С. 67–69. URL: https://www.glonass-iac.ru/about/publications/detail.php?ID=4104 (дата обращения: 01.02.2024).

[4] А. А. Аржанников, В. Д. Глотов, В. В. Митрикас. Вычисление дифференциальных кодовых задержек и построение карт ионосферы с помощью ГНСС // Труды ИПА РАН. — 2022. — Вып. 60. — С. 3–11. URL: https://glonass-iac.ru/about/publications/detail.php?ID=4023 (дата обращения: 01.02.2024).

Исследование нейросетевой модели прогнозирования нештатных ситуаций спутника по данным телеметрии

А. Воронов
Лаборатория идентификации систем.
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси
Минск, Беларусь
voronov@lsi.bas-net.by

А. Мороз
Кафедра информационных систем управления
Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь
marozas@bsu.by

П. Жук
Кафедра информационных систем управления
Белорусский государственный университет
Минск, Беларусь
paskam1note@gmail.com

***Аннотация*—Статья посвящена исследованию нейросетевой модели, которая может использоваться для мониторинга данных телеметрии наноспутника. Выделяются две основные задачи: прогнозирование значений параметров телеметрии наноспутника и детектирование аномалий и нештатных ситуаций на примере системы электроснабжения спутника.**

Ключевые слова— Нейронная сеть, прогнозирование временных рядов, телеметрия системы электроснабжения наноспутника

I. Введение

Сбор и оперативная обработка данных телеметрии о состоянии подсистем наноспутников очень важны для их устойчивого функционирования. Формирование данных телеметрии осуществляется разными датчиками, в которых может быть реализована встроенная функция фильтрации шума и коррекции определенных ошибок. Цель нашего исследования - анализ и прогнозирование данных телеметрии на основе выбранной модели, что является важной составной частью мониторинга состояния наноспутников. Второй важной составляющей мониторинга является детектирование аномалий или нештатных ситуаций. Наноспутники являются сложными объектами, которые способны генерировать и передавать на наземные станции телеметрию в виде многомерного временного ряда. Такой ряд – это набор данных, где каждый элемент представляет собой значение измерения в определенный момент времени. Задача прогнозирования многомерных временных рядов не является новой [1-2], но для успешного решения этой сложной задачи необходимо подробно ее изучить. Существует несколько известных подходов к решению этой задачи: статистические модели, модели машинного обучения и нейросетевые модели [3-7]. Если рассмотреть подробнее существующие модели, то можно выделить следующие классы: регрессионные, авторегрессионные, нейросетевые, экспоненциального сглаживания, на базе цепей Маркова, на основе передаточных функций, на основе формализованной нечеткой логики, фундаментальные, классификационно-регрессионные деревья, метод опорных векторов, генетический алгоритм. Далее для улучшения точности прогноза применяют паралельно или последовательно несколько моделей. Современные руководства по разработке и применению в производстве прогнозирования временных рядов предлагают следующую классификацию моделей: для одномерного прогнозирования (PatchTST (2023), NHits (2022), NLinear (2022), NBeats (2020)); для многомерного прогнозирования (TSMixer (2023), AutoFormer (2021), TFT (2020), DeepAR (2018)); для вероятностного прогнозирования (D3VAE (2023), TimeGrad (2021), Transformer MAF (2021), Quantile Networks (2021); для пространственно-временного прогнозирования STDMAE (2023), STEP (2022), A3T-GCN (2021), Evolve GCN (2019). Если рассмотреть историю развития нейросетевого прогнозирования для многомерных временных рядов, то можно выделить методы, основанные на одиночных нейронных сетях, методы на основе ансамблей нейронных сетей и иерархические нейросетевые методы. Первые – это классические методы решения задач прогнозирования состояний с использованием многослойного персептрона и его модификаций, а вторые и третьи дают значительно лучшие результаты для большинства практических приложений. Ансамбли нейронных сетей строятся на базе одиночных нейронных сетей, которые принимают решение независимо, а обобщение выполняет модуль, суммирующий все полученные решения [3]. Двух уровневые ансамбли нейронных сетей могут использоваться для оптимизации параметров. Иерархические ансамбли нейронных позволяют приобретать информацию из новых данных, накапливают всю усвоенную информацию и эффективно адаптируются к новым данным, учитывая изменения данных со временем, вызванные дрейфом целевого значения. Понятие дрейф в прогнозировании временных рядов и машинном обучении – это статистические свойства целевой переменной, которую модель пытается предсказать и которая меняется с течением времени непредсказуемым образом. Эффективность прогнозирования зависит в значительной степени от входных данных.

II. Подготовка и анализ данных

Выборка для обучения должна обладать репрезентативностью. Репрезентативность определяет возможность обобщать результаты исследования определённой выборки на всю генеральную совокупность, из которой она была собрана. В контексте аналитических технологий, под репрезентативностью исходных данных следует понимать наличие достаточного количества разнообразных обучающих примеров, отражающих правила и закономерности, которые должны быть обнаружены моделью в процессе

обучения. Должны соблюдаться следующие принципы: достаточность, разнообразие, равномерность представления классов [8-10]. На стадии предварительной обработки данных осуществляется шкалирование, преобразование номинальных переменных, удаление выбросов, анализ корреляционных матриц. Переменные должны быть переведены в диапазон от -1 до 1. Номинальные двухзначные переменные могут легко преобразоваться в числа 1 и 0. Выбросы или резко выделяющиеся значения наблюдений удаляются. Чаще всего первый шаг анализа состоит в вычислении корреляционной матрицы всех переменных и проверке значимых корреляций.

Выполним анализ корреляционных матриц для значений телеметрии от датчиков наноспутника с позывным RS20S. Аппарат создан на основе спутниковой платформы «Геоскан 3U». Платформа отвечает за электропитание, связь и управление полезной нагрузкой космического аппарата, а также создаёт условия для работы приборов во время его полёта. Данные телеметрии получаем при помощи самого популярного сейчас решения – проекта SatNOGS. В результате построения матрицы корреляций между попарными комбинациями значений датчиков, относящихся к системе электроснабжения получим матрицу на Рис. 1.

	Current of consumption	Current from solar panels	Voltage, #1	Voltage, total	CPU Load	VoltageTotalLabel	Voltage#1Mark	Commu Number of reloads
Current of consumption	1.000000	0.035835	-0.048517	-0.046919	0.050962	-0.005847	-0.005847	-0.076728
Current from solar panels	0.035835	1.000000	-0.006756	-0.000729	-0.035100	0.007459	0.007459	-0.017550
Voltage, #1	-0.048517	-0.006756	1.000000	0.990507	0.104808	-0.442096	-0.442096	-0.490529
Voltage, total	-0.046919	-0.000729	0.990507	1.000000	0.098149	-0.429971	-0.429971	-0.510738
CPU Load	0.050962	-0.035100	0.104808	0.098149	1.000000	-0.017589	-0.017589	-0.013286
VoltageTotalLabel	-0.005847	0.007459	-0.442096	-0.429971	-0.017589	1.000000	1.000000	-0.013761
Voltage#1Mark	-0.005847	0.007459	-0.442096	-0.429971	-0.017589	1.000000	1.000000	-0.013761
Commu Number of reloads	-0.076728	-0.017550	-0.490529	-0.510738	-0.013286	-0.013761	-0.013761	1.000000

Рис.1 Снимок экрана с таблицей матрицы корреляции значений от датчиков системы энергообеспечения наноспутника

	Current of consumption	Current from solar panels	Voltage, #1	Voltage, total	SP+X Temperature	SP-X Temperature	SP+Y Temperature	SP-Y Temperature	SP+Z Temperature	SP-Z Temperature	Cell One Temperature	Cell Two Temperature	CPU Load
Current of consumption	1.000000	0.035835	-0.048517	-0.046919	-0.008322	-0.006525	-0.008378	-0.007304	nan	-0.028530	-0.057035	-0.050974	0.050962
Current from solar panels	0.035835	1.000000	-0.006756	-0.000729	-0.514330	-0.481828	-0.550937	-0.518327	nan	-0.037186	-0.075793	-0.085686	-0.035100
Voltage, #1	-0.048517	-0.006756	1.000000	0.990507	0.118580	0.175039	0.127800	0.151619	nan	-0.031695	-0.008420	-0.030155	0.104808
Voltage, total	-0.046919	-0.000729	0.990507	1.000000	0.120092	0.176964	0.128363	0.153766	nan	-0.039067	-0.021949	-0.045129	0.098149
SP+X Temperature	-0.008322	-0.514330	0.118580	0.120092	1.000000	0.850407	0.859164	0.820989	nan	-0.010235	0.056123	0.057678	0.047287
SP-X Temperature	-0.006525	-0.481828	0.175039	0.176964	0.850407	1.000000	0.832494	0.819180	nan	0.015501	0.077382	0.075559	0.057970
SP+Y Temperature	-0.008378	-0.550937	0.127800	0.128363	0.859164	0.832494	1.000000	0.759870	nan	0.020908	0.081253	0.090267	0.063315
SP-Y Temperature	-0.007304	-0.518327	0.151619	0.153766	0.820989	0.819180	0.759870	1.000000	nan	0.011643	0.083284	0.081759	0.063110
SP+Z Temperature	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan	nan
SP-Z Temperature	-0.028530	-0.037186	-0.031695	-0.039067	-0.010235	0.015501	0.020908	0.011643	nan	1.000000	0.466711	0.486662	-0.009178
Cell One Temperature	-0.057035	-0.075793	-0.008420	-0.021949	0.056123	0.077382	0.081253	0.083284	nan	0.466711	1.000000	0.862881	0.017353
Cell Two Temperature	-0.050974	-0.085686	-0.030155	-0.045129	0.057678	0.075559	0.090267	0.081759	nan	0.486662	0.862881	1.000000	0.013111
CPU Load	0.050962	-0.035100	0.104808	0.098149	0.047287	0.057970	0.063315	0.063110	nan	-0.009178	0.017353	0.013111	1.000000
OBC Number of reloads	-0.019073	0.015114	-0.592586	-0.616022	-0.191271	-0.273835	-0.216236	-0.224529	nan	0.046760	0.104363	0.103005	-0.014721
Commu Number of reloads	-0.076728	-0.017550	-0.490529	-0.510738	-0.167415	-0.227658	-0.191949	-0.184380	nan	0.046642	0.097817	0.093325	-0.013286
RSSI	0.002816	-0.006369	0.159126	0.163512	0.060955	0.093053	0.062804	0.073905	nan	0.004652	-0.052973	-0.039000	0.069919
VoltageTotalLabel	-0.005847	0.007459	-0.442096	-0.429971	-0.005827	-0.006752	-0.007567	-0.007453	nan	0.005397	0.003076	0.003007	-0.017589
Voltage#1Mark	-0.005847	0.007459	-0.442096	-0.429971	-0.005827	-0.006752	-0.007567	-0.007453	nan	0.005397	0.003076	0.003007	-0.017589

Рис.2 Снимок экрана с таблицее матрицы корреляции значений от всех датчиков с телеметрией наноспутника

Согласованы величины одной природы, что подтверждается данными с Рис. 2, где вычисления корреляции проводили для значений всех датчиков. Диаграмма корреляции значений напряжения со значениями других датчиков приведена на Рис.3.

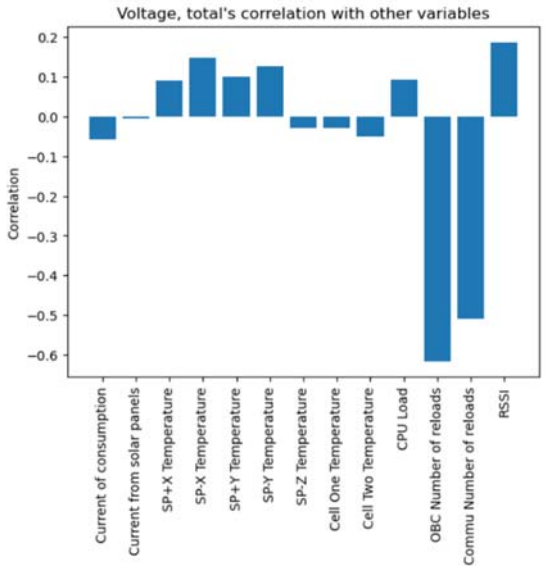


Рис. 3 Корреляция показаний датчика напряжения со значениями других датчиков

Далее рассмотрим временной ряд значений напряжения за один месяц, Рис. 4. Горизонтальные линии на графике обозначают верхний и нижний пороги допустимого напряжения.

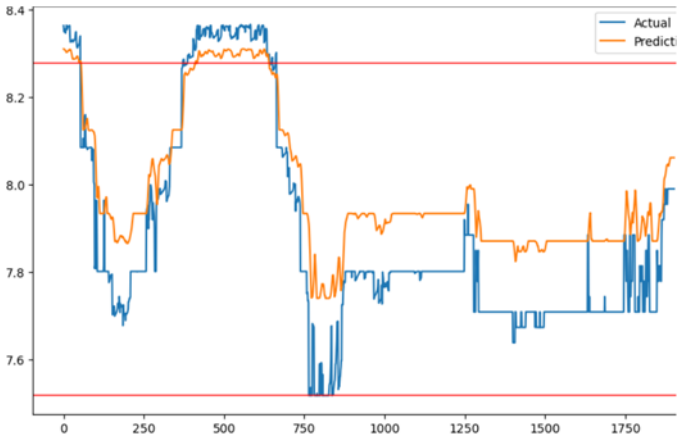


Рис. 4 Пример графика напряжения в системе энергообеспечения наноспутника и предсказанного значения (Predicted)

Для решения задачи обработки и прогнозирования данных используем библиотеку TensorFlow. Далее применяется MinMaxScaler, масштабирующий значения в заданном диапазоне, поскольку он сохраняет относительные пропорции значений признаков.

III. Результаты обучения Нейросетевой Модели

В качестве базовой нейросетевой модели используем dLSTM нейросеть [11]. TensorFlow позволяет явно создавать модель обучения с использованием библиотеки Keras, что очень удобно как для LSTM-модели, так и для deep LSTM. Для настройки стандартной нейросетевой модели dLSTM с оптимизатором Adam, в процессе эпмирического исследования производилось изменение следующих гиперпараметров: количество эпох обучения, размер пакета данных для обучения, длина последовательности. В качестве метрики оценки точности была использована MSE - Mean Squared Error (среднеквадратичная ошибка между прогнозируемым и истинным значением) и количество верно идентифицированных нештатных ситуаций. Максимально верное предсказание нештатных ситуаций – 83.7% было достигнуто при следующей комбинации гиперпараметров: количество эпох обучения 5, размер пакета данных для обучения 8, длина последовательности – 8, а значение ошибки MSE равно 0.02864. Такое значение ошибки MSE не является минимальным достигнутым при эмпирическом исследовании. Перспективным направлением дальнейших исследований считается адаптация разработанной нейросетевой модели к запуску на CPU или встроенный устройствах с использованием механизма квантования для рассмотренной нейросетевой модели. График реальных и предсказанных значений напряжения приведен на Рис.4. Общий вывод можно сформулировать следующим образом: нейросетевая модель dLSTM, как и другие сложные нейросетевые модели, адаптированные для использования в прогнозировании, превосходят простые модели. Сложные нейросетевые модели успешно применялись для решения задач компьютерного зрения и обработки естественного языка.

Источники

[1] Hao Quan., “Short-Term load and wind power forecasting using neural network-based prediction intervals,” IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems., 2017, vol. 25, Iss. 2., ISSN: 2162-237X., pp. 303 – 315.

[2] M. Valipour, “Comparison of the ARMA, ARIMA, and the autoregressive artificial neural network models in forecasting the monthly inflow of Dez dam reservoir,” Journal of Hydrology 476 (2013), pp. 433–441.

[3] N. Kourentzes, “Neural network ensemble operators for time series forecasting”, Expert Systems with Applications, July 2014, vol.41, Iss. 9., ISSN: 0957-4174., pp. 4235–4244.

[4] R. Elwell, R. Polikar, “Incremental learning of variable rate concept drift”, MCS, volume 5519 of Lecture Notes in Computer Science., Springer 2009., pp. 142–151.

[5] S. Abrar, M. Samad, “Perturbation of deep autoencoder weights for model compression and classification of tabular data,” Neural Networks, 2022, vol. 156, pp. 160–169.

[6] M. Zongwei, D. Sagnik, S. Christopher, R. Liu, J. Bi, P. Balyan, Y. Liu, “A review of statistical methods used for developing large-scale and long-term PM2.5 models from satellite data”, Remote Sensing of Environment, 2022, vol. 269, pp. 112–118.

[7] C. Napoli, G. De Magistris, C. Ciancarelli, F. Corallo, F. Russo, D. Nardi, “Exploiting wavelet recurrent neural networks for satellite telemetry data modeling, prediction and control,” Expert Systems with Applications, 2022, vol. 206, pp. 117–131.

[8] L. Yang, T. Gao, Y. Lu, J. Duan, T. Liu, “Neural network stochastic differential equation models with applications to financial data forecasting,” Applied Mathematical Modelling, 2023, vol. 115, pp. 277–299.

[9] K.D. Ashutosh, “Study and analysis of SARIMA and LSTM in forecasting time series data,” Sustainable Energy Technologies and Assessments, 2021, No 47, pp. 101-114.

[10] K. Swingler, Applying Neural Networks. A practical Guide. SanFrancisco:Morgan Kaufmann, 1996.

[11] dLSTM: a new approach for anomaly detection using deep learning with delayed prediction https://link.springer.com/article/10.1007/s41060019001860. Дата доступа :15.04.2024

[12] M. Young, The Technical Writer’s Handbook. Mill Valley, CA: University Science, 1989.

Сравнение способов оценивания навигационного обеспечения для системы ГЛОНАСС

Т.А. Бровко
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
brovkota@mpei.ru

А.П. Малышев
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
malyshevap@mpei.ru

В.Б. Пудловский
ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»
Москва, Россия
pudlovskyvb @mpei.ru

***Abstract*— Представлен способ оценки эксплуатационных характеристик системы ГЛОНАСС, в части оценки погрешности координат, учитывающий пространственно-временную корреляцию систематических составляющих ошибок измерений псевдодальностей. Проведено сравнение трех способов оценки погрешности координат, в том числе по методике стандарта эксплуатационных характеристик открытого сервиса системы ГЛОНАСС. Показана возможность использования имитационной модели системы ГЛОНАСС для воспроизведения текущих значений погрешностей оценки координат и оценки характеристик погрешности навигационных определений. Предлагаемый способ показал существенную корреляцию с характеристиками реальных измерений.**

Keywords*— *ГЛОНАСС, погрешность навигационного обеспечения, геометрический фактор

I. Введение

С увеличением точности эфемеридно-временного обеспечения орбитальной группировки (ОГ) наибольший вклад в погрешность навигационного обеспечения вносит среда распространения радионавигационных сигналов от навигационных космических аппаратов (НКА) до навигационной аппаратуры потребителя (НАП). Сложность математического описания процессов в различных подсистемах ГЛОНАСС, учет большого числа факторов и взаимосвязей между элементами системы ГЛОНАСС не позволяет провести необходимые исследования точностных характеристик системы на основе тех или иных аналитических соотношений.

Эффективным способом является применение методов математического моделирования отдельных элементов системы ГЛОНАСС, которые используются для решения разнообразных задач. Существующие модели не всегда учитывают взаимосвязи между отдельными элементами ГЛОНАСС, приводящие к искажению результатов, в частности при оценке характеристик навигационных определений. По этой причине представляется актуальным разработка полноценной имитационной модели системы ГЛОНАСС.

Ключевой характеристикой системы ГЛОНАСС для потребителя является погрешность навигационно-временных определений (НВО). Однако, в ряде работ [1-4] и нормативных документах [5] погрешность НВО трактуют как погрешность местоопределения только за счет космического сегмента (КС) (далее по тексту SISRE), зависящую от геометрического фактора, определяемого составом орбитальной группировки (ОГ).

Целью данной работы является апробация имитационной модели системы ГЛОНАСС в качестве альтернативного варианта оценки погрешности НВО, и сравнение предлагаемого способа с используемыми методами оценки качества базовой навигационной услуги системы ГЛОНАСС.

Для апробации работы имитационной модели использован метод сравнения погрешностей результатов НВО, воспроизводимых моделью и полученных по результатам обработки реальных измерений от НАП в пункте IGS IRKJ00RUS [6].

II. Используемые данные и способы их обработки

A. Используемые данные

С целью апробации предлагаемого способа и имитационной модели системы ГЛОНАСС, использовались следующие данные на дату 10.01.2024:

– индивидуальные SISRE НКА ГЛОНАСС, на выбранном интервале моделирования в формате BRDC-IAC_240110.etd [7];

– файлы первичных измерений НАП в пункте Иркутска irkj0100.24o [6] в формате RINEX;

– штатные эфемериды ГНСС ГЛОНАСС на заданную дату в формате RINEX .*g brdc0100.24g полученные в Информационно-аналитическом центре координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) [7];

– файл апостериорной обработки координат и смещений часов НКА Sta30s22963.sp3 [7];

– файл глобальной ионосферной карты в формате IONEX [7].

B. Оценка погрешностей НВО по реальным измерениям и данным моделирования

Для проверки корректности работы имитационной модели, она была протестирована путем сравнения с погрешностями оценки координат, полученным по реальным данным, с помощью пакета RTKLib [8].

На суточном интервале за 10 января 2024 года для пункта IRKJ00RUS в Иркутске был воспроизведен сценарий со следующими условиями:

– 24 НКА, располагающиеся в соответствии с альманахом системы ГЛОНАСС;

– НАП, работающая по сигналам стандартной точности в частотном диапазоне L1;

– не моделируется погрешность измерения псевдодальности за счет многолучевого распространения радионавигационных сигналов.

– воспроизведение значений погрешности псевдодальности за счет тропосферной и ионосферной рефракции по известным алгоритмам [9];

– алгоритм решения навигационной задачи в НАП по методу наименьших квадратов [10].

– расчет текущих значений погрешности НВО проводился относительно известных координат пункта.

Погрешность измерения псевдодальности за счет КС ΔR_i для i-го наблюдаемого НКА воспроизводилась в имитационной модели следующим образом:

$$\Delta R_i = \frac{(\Delta \boldsymbol{S}_i, \boldsymbol{r}_{i,ENU})}{\left\| \boldsymbol{r}_{i,ENU} \right\|} + \Delta\tau_i \cdot c, \qquad (1)$$

где $\Delta \boldsymbol{S}_i$ - текущая разница координат центров масс НКА, в топоцентрической системе координат (ТЦСК), полученной по данным файлов *.sp3 и *.24g по известным алгоритмам [10,11]; $\boldsymbol{r}_{i,ENU}$ - вектор истинной дальности до i-го НКА в ТЦСК, $\Delta\tau_i$ - текущая разница шкалы времени (часов) i-го НКА по данным файлов *.sp3 и *.24g по известным алгоритмам [11,12]; c - скорость света.

Для синхронизации реальных данных с моделируемыми погрешностями, они воспроизводились только для тех НКА, по которым имелись измерения в файле наблюдений irkj0100.24o на заданные моменты времени.

Для сравнения степени совпадения полученных реализаций погрешностей оценки координат по реальным измерениям и с помощью имитационной модели системы ГЛОНАСС, использовался выборочный коэффициент корреляции [13]:

$$\rho = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \qquad (2)$$

где x_i - значение погрешности одной из координат в ТЦСК, полученное по имитационной модели в *i*-й момент времени; $\bar{x}$ - среднее значение погрешности одной из координат, рассчитанное для данной выборки; y_i - значение погрешности одной из координат, полученное с использованием реальных измерений в *i*-й момент времени; $\bar{y}$ - среднее погрешности одной из координат, полученное с использованием реальных измерений, рассчитанное для данной выборки.

C. Варианты пересчета SISRE в погрешность НВО

В настоящее время в качестве основного документа, утверждающего методику оценки НВО, принят СТЭХОС [5]. В этом документе основное внимание уделено методике расчета SISRE, которая характеризует только погрешности НВО за счет КС. Потребитель может найти данные о значениях SISRE на сайте ИАЦ КВНО [14]. Однако, для оценки погрешности координат этих данных недостаточно. Для учета всех составляющих погрешности НВО необходимы данные о рефракции в тропосфере и ионосфере, что указано в Приложении В [5].

Однако официальных данных по значениям рефракции, в том числе тропосферы, нет, что затрудняет интегральную оценку погрешностей НВО, согласно разделу В.6 Приложения В [5]. По этой причине для сравнения погрешностей оценки координат, полученных по методике СТЭХОС и с помощью имитационной модели, нами были использованы данные только для SISRE из файла BRDC-IAC_240110.etd на выбранном интервале без учета других составляющих общего бюджета погрешности псевдодальности. Таким образом, текущая оценка погрешностей координат по данным ИАЦ, в данной работе, рассчитывалась для следующих двух вариантов:

1) С использованием данных от ИАЦ КВНО по следующей формуле:

$$\Delta \boldsymbol{X}_1 = (\boldsymbol{H}^T \cdot \boldsymbol{H})^{-1} \cdot \boldsymbol{H}^T \cdot \boldsymbol{\Delta}_{SISRE}, \qquad (3)$$

где $\Delta \boldsymbol{X}_1$ - вектор погрешности оценки координат потребителя в ТЦСК; $\boldsymbol{H}$ - матрица направляющих косинусов линий визирования потребитель – НКА [10]; $\boldsymbol{\Delta}_{SISRE}$ - вектор, полученный путем интерполяции значений, эквивалентной погрешности псевдодальности из файла BRDC-IAC_240110.etd для всех наблюдаемых НКА в данный момент времени.

2) С использованием среднего значения SISRE по всей орбитальной группировке по следующей формуле:

$$\Delta \boldsymbol{X}_2 = \begin{bmatrix} \Delta E_2 \\ \Delta N_2 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{EDOP} \\ \Gamma_{NDOP} \\ \Gamma_{VDOP} \end{bmatrix} \cdot \sigma_{SISRE}, \qquad (4)$$

$$\sigma_{SISRE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \Delta_{SISRE,i}, \qquad (5)$$

где $\Gamma_{EDOP}, \Gamma_{NDOP}, \Gamma_{VDOP}$ - значение геометрического фактора по координатам в ТЦСК; σ_{SISRE} -усредненное значение SISRE по всей ОГ на текущий момент, определяемое по формуле (5); $\Delta_{SISRE,i}$ - значение эквивалентной погрешности псевдодальности из файла BRDC-IAC_240110.etd для *i*-го НКА из ОГ.

Степень совпадения полученных реализаций погрешностей оценки координат только за счет SISRE по данным ИАЦ КВНО и полученных в имитационной модели системы ГЛОНАСС оценивалась также с помощью выборочного коэффициента корреляции по формуле аналогичной (2).

III. Результаты

Для оценки корректности работы имитационной модели системы ГЛОНАСС ниже представлены результаты текущих значений погрешностей НВО, полученные с

использованием реальных измерений и путем моделирования.

Для иллюстрации изменения погрешностей НВО с течением времени на рисунке 1 представлены текущие значения погрешности высоты на интервале четырех часов из выбранных суток, полученные с помощью имитационной модели (синяя линия) и на основе реальных данных (красная линия).

Для иллюстрации изменения погрешностей НВО только за счет пересчета текущих значений SISRE на рисунке 2 представлены оценки погрешности высоты на интервале четырех часов из выбранных суток, полученные с помощью имитационной модели (синяя линия), а также с использованием индивидуальных (3) и средних значений SISRE (4) (красная и желтая линии соответственно).

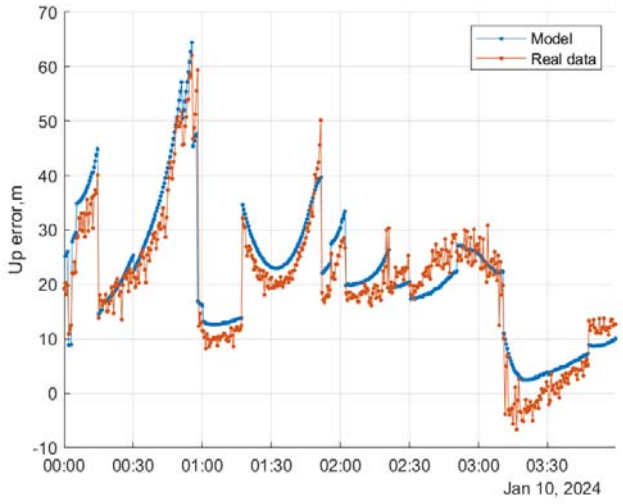


Рис.1. Текущие значения погрешности высоты (UP).

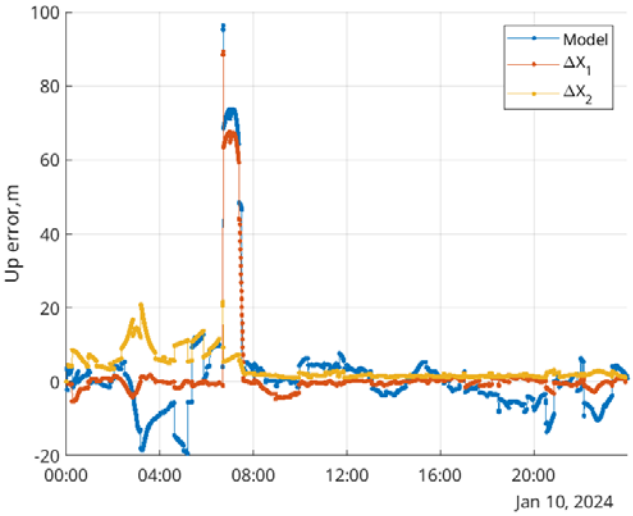


Рис. 2. Текущие значения погрешности высоты (UP) только за счет КС.

Гистограммы распределения погрешностей координат по оси Восток только за счет влияния SISRE на суточном интервале выбранной даты, полученные с помощью имитационной модели (синий) и с использованием индивидуальных и средних значений SISRE (красный и синий соответственно) представлены на рисунке 3.

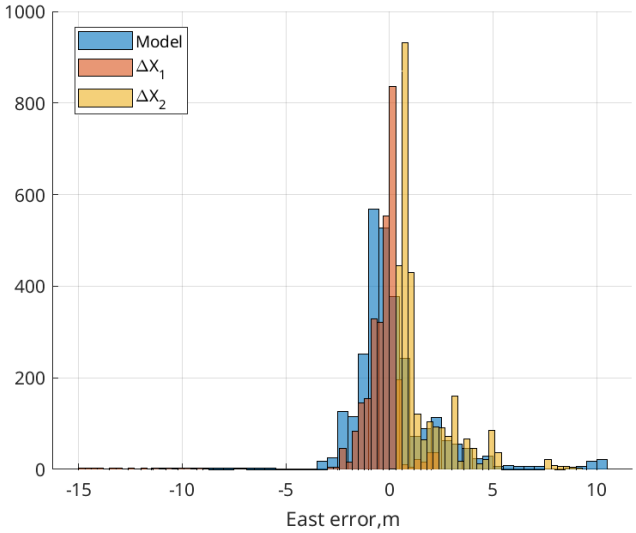


Рис. 3. Распределение погрешностей оценки координат по оси Восток

Аналогичным образом представлены на рисунках 4, 5 гистограммы распределений погрешностей оценок координат по оси Север и по высоте.

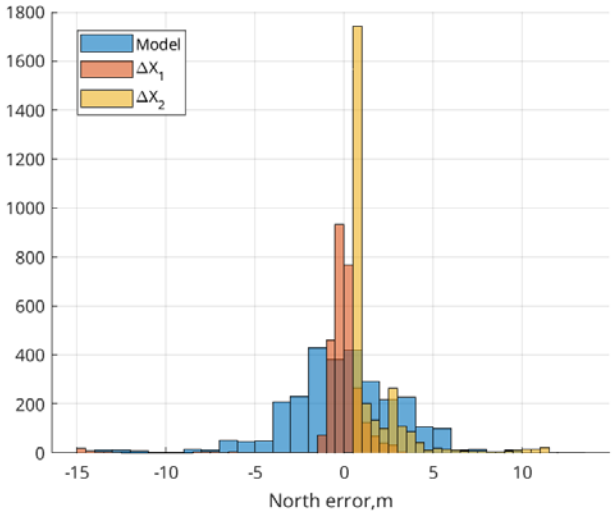


Рис. 4. Распределение погрешностей оценки координат по оси Север

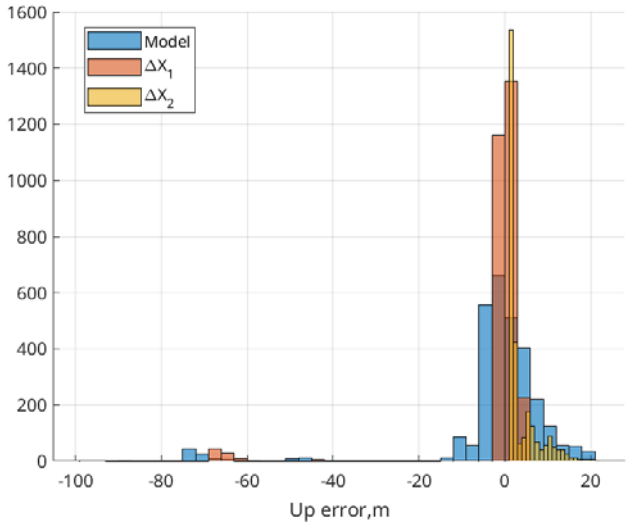


Рис. 5. Распределение погрешностей оценки высоты

В таблице 1 представлены значения коэффициентов выборочной корреляции, полученные по формуле (2) для трех вариантов обработки:

1) Между реализациями полной погрешности координат, полученные в результате моделирования и с использованием реальных измерениий НАП;

2) Между реализациями погрешности координат, полученными в результате имитационного моделирования только с учетом погрешности КС и расчитанными по формуле (3);

3) Между реализациями погрешности координат, полученными в результате имитационного моделирования только с учетом погрешности КС и расчитанными по формуле (4).

TABLE I. ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА КОРРЕЛЯЦИИ

Вариант обработки	Коэффициент корреляции			**Количество измерений**
	E	***N***	***U***	
1	**0,87**	**0,84**	**0,95**	2880
2	0,47	0,48	0,90	2880
3	-0,47	0,00	0,04	2880

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравнительный анализ погрешностей координат, воспроизводимых с помощью имитационной модели и полученных по реальным измерениям, показал высокую степень соответствия этих погрешностей (таблица 1, вариант 1), что можно видеть на рисунке 1.

Это данные характеризуют достаточную степень адекватности имитационной модели системы ГЛОНАСС для воспроизведения погрешностей координат на выбранном интервале моделирования, а также полноту составляющих бюджета погрешностей, воспроизводимых при моделировании.

Однако, степень корреляции ошибок НВО только за счет SISRE, между результатами моделирования и рассчитанными по методике и данным СТЭХОС, представленные на рисунках 2-5, оказалась не такой высокой по сравнению со степенью корреляции полных погрешностей относительно реальных измерений (таблица 1, варианты 2 и 3).

Смещение среднего значения погрешностей НВО в область положительных, полученных по методике СТЭХОС, вызвано значений результатов расчета погрешностей НВО только за счет SISRE, особенно при использовании средних для ОГ значений SISRE, полученных по формулам (4, 5).

Анализ гистограмм на рисунках 3-5 показывает наличия смещения в область положительных значений для распределения погрешностей НВО, полученных по методике СТЭХОС (4, 5). Это можно объяснить особенностями используемого в СТЭХОС [5] выражения для расчета погрешности псевдодальности потребителя в Приложении В.6.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана возможность использования имитационной модели системы ГЛОНАСС для воспроизведения текущих значений погрешностей оценки координат.

Высокая степень соответствия погрешностей НВО, полученных путем моделирования и по реальным измерениям, позволяет использовать имитационную модель для оценки качества навигационного обеспечения по сигналам системы ГЛОНАСС.

Сравнительный анализ полученных результатов показал значительное несоответствие значений оценки погрешностей НВО, полученных по методике СТЭХОС и с помощью имитационной модели системы ГЛОНАСС.

ЛИТЕРАТУРА

[1] С.Н. Карутин, А.Н. Кузенков, Научно-технические проблемы развития ГЛОНАСС в современных условиях,

[2] А.Е. Тюлин, В.В. Бетанов, Гарантированное координатно-временное и навигационное обеспечение потребителей информации спутниковых систем, Правовая информатика № 2, сс. 4-16, 2020.

[3] Бояркеева О.В. Применение методов имитационного моделирования для исследования точности беззапросных траекторных измерений по навигационным спутникам глонасс: канд. дисс. Новосибирск. ФГУП «СНИИМ», 2011. 125.

[4] А.А. Аржанников, В.Д. Глотов, А.Л. Кожинов, В.В. Митрикас, С.А. Панов, И.О. Скакун, В.В. Янишевский, О путях повышения точностных характеристик системы ГЛОНАСС, Космонавтика и ракетостроение, 2(125), сс. 25-37, 2022.

[5] Стандарт эксплуатационных характеристик открытого сервиса (СТЭХОС) Редакция 2.2 (6.2019) Королёв 2019 г.

[6] International GNSS Service (IGS). Официальная страница. URL: https://network.igs.org/ (дата обращения: 25.04.2024). - Текст: электронный.

[7] FTP архив Прикладного потребительского центра - ftp://ftp.glonass-iac.ru (дата обращения: 25.04.2024). - Текст: электронный.

[8] RTKLIB: An Open Source Program Package for GNSS Positioning. URL: https://rtklib.com/ (дата обращения: 25.04.2024). - Текст: электронный.

[9] Система Дифференциальной Коррекции и Мониторинга СДКМ. Интерфейсный контрольный документ. Радиосигналы и состав цифровой информации функционального дополнения системы ГЛОНАСС Системы Дифференциальной Коррекции и Мониторинга, Редакция 2.0 МОСКВА 2020 г.

[10] ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития. Монография / Под ред. А.И. Перова. – М.: Радиотехника, 2020. – 1072 с.: ил. ISBN 978-5-93108-198-4

[11] Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2 (редакция 5.1). – М.: ОАО «Российские космические системы», 2008.

[12] J. Sanz Subirana, J.M. Juan Zornoza and M. Hernández-Pajares. GNSS Data Processing, Vol. I: Fundamentals and Algorithms (ESA TM-23/1, May 2013). ISBN 978-92-9221-886-7.

[13] ГОСТ Р ИСО 3534-1-2019 Статистические методы. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятностей.

[14] Прикладной потребительский центр ГЛОНАСС информационно-аналитический центр координатно-временного и навигационного обеспечения: официальный сайт. -2022. - URL: https://glonass-iac.ru/ (дата обращения: 20.04.2024). - Текст: электронный.

Ионосферная модель для навигационных ГЛОНАСС-определений

Д.А. Трофимов
Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия
d.trofimov@spbu.ru

С.Д. Петров
Санкт-Петербургский государственный университет
Санкт-Петербург, Россия
s.d.petrov@spbu.ru

И.В. Чекунов
Москвоский государственный техничекий университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
onip4@mail.ru

***Аннотация*—В статье описывается подход к решению проблемы отсутствия в навигационном альманахе системы ГЛОНАСС данных по состоянию ионосферы. Это приводит к тому, что в случае одночастотных наблюдений ионосферная задержка не корректируется, что делает одночастотные измерения ГЛОНАСС заведомо менее точными, чем одночастотные наблюдения других систем, прежде всего GPS. Предлагается построить полностью автономную модель ионосферы на основе разложения глобальных карт полного электронного содержания ионосферы по сферическим функциям. Определяются оптимальная глубина разложения и методы моделирования коэффициентов разложения**

Ключевые слова— ионосфера, полное элетронное содержание, ГЛОНАСС, сферические функции

I. Введение

Одним из основных требований, предъявляемых к глобальным навигационным спутниковым системам (ГНСС), является их возможность производить точные и надежные измерения на основе принятого навигационного сигнала, без источника дополнительной информации. В этой части отечественная система ГЛОНАСС обладает недостатками по сравнению с другими ГНСС. Причиной этого является отсутствие в навигационном альманахе ГЛОНАСС, передаваемом в составе навигационного сигнала данных об ионосфере. Все системы построены по схожему принципу, определение координат производится на основе дальномерных измерений расстояний до навигационных космических аппаратов (НКА). Влияние ионосферы убирается за счет передачи дальномерного сигнала на двух частотах. Однако приемник, ведущий прием сигналов на двух частотах, является дорогим оборудованием, существует класс дешевого оборудования, одночастотных приемников. За счет своей цены, которая может не превышать сотен рублей или нескольких долларов, это оборудование крайне распространено, активно используется в беспилотном транспорте, иных приложениях. В системе GPS ионосферная коррекция одночастотных наблюдений выполняется на основе информации, передаваемой в альманахе, где содержатся параметры ионосферной модели. Как сказано выше, в навигационном альманахе ГЛОНАСС подобная информация отсутствует. В многосистемных приемниках, которые работают по сигналу нескольких ГНСС, для получения навигационного решения по ГЛОНАСС в случае одночастотных наблюдений для учета ионосферной задержки используется информация из навигационного альманаха GPS. Однако подобное решение приводит к некоторой уязвимости, так как недоступность сигнала GPS, например, по причине применения средств радиоэлектронной борьбы напрямую сказывается на точности навигационных определений по одночастотным ГЛОНАСС-наблюдениям. Таким образом, отсутствует независимость одночастотных ГЛОНАСС-наблюдений, что снижает пригодность и конкурентоспособность системы ГЛОНАСС в области дешевой аппаратуры. Необходимо отметить, что погрешности в определении ионосферной задержки являются главным источником ошибок при навигационных и координатных определениях из одночастотных ГНСС-наблюдений и могут достигать величин порядка 30-40 метров.

Данная ситуация нуждается в решении. Рассмотрим возможные подходы к решению проблемы. Самым радикальным и верным средством является включение данных об ионосфере в состав навигационного сообщения. Однако данное решение представляется одновременно и самым маловероятным. Изменение формата навигационного сообщения приведет к нарушению преемственности системы, старое оборудование станет либо бесполезным, либо будет нуждаться в обновлении программного обеспечения (ПО). Это решение затрагивает фундаментальные основы системы. Другие подходы заключаются либо в создании специальной автономной модели полного электронного содержания (ПЭС) ионосферы, которая может использоваться как часть дополнительного ПО для обработки навигационных определений ГЛОНАСС, либо в создании специального сервиса по определению ионосферной задержки. Представляется наиболее актуальным и необходимым вести разработку автономной модели ПЭС, так как именно этот путь позволит решать задачу уточненного определения координат исключительно на основе принятого сигнала ГЛОНАСС. Специальный сервис по определению поправки имеет смысл, но его использование требует наличия связи с ним, что не всегда возможно.

В настоящий момент одним из часто применяемых методов определения ионосферной задержки в условиях камеральной обработки наблюдений является использование глобальных карт ПЭС, предоставляемых различными центрами обработки ГНСС-данных, например российским Информационно-аналитическим центром координатно-временного и навигационного обеспечения (ИАЦ КВНО) или же другими, например, европейским центром определения орбит (Center for orbit determination in Europe - CODE). Многочисленное ПО, предназначенное для обработки наблюдений, как правило читает стандартные форматы хранения данных карт без каких-либо

проблем. Таким образом, возможным результатом по созданию модели ПЭС может являться методика автономного построения глобальной карты ПЭС ионосферы. Наиболее перспективным подходом представляется следующий. Разложить глобальные карты ПЭС ионосферы по сферическим функциям, таким образом, в любой момент времени пространственное распределение ПЭС (с определенной точностью) можно будет задать конечным набором коэффициентов при соответствующих сферических функциях. Так как у нас уже есть достаточно долгий накопленный массив данных по ионосфере (CODE предоставляет свои данные с 1999 года), то для каждого из этих коэффициентов в принципе можно построить модель, которая на основе времени года, суток и 11-летнего цикла солнечной активности позволит адекватно его прогнозировать. Таким образом, для решения нашей задачи необходимо определить ориентировочную точность модели, исходя из неё определить оптимальную глубину разложения и, соответственно, количество коэффициентов разложения. В качестве ориентира, точность которого следует взять за основу, можно использовать модель Клобушара, используемую в GPS, поэтому представляется необходимым рассмотреть её подробно. Но для начала рассмотрим глобальные карты ПЭС и основные математические принципы нашего подхода.

II. Глобальные карты ПЭС

Основными данными, на основе которых мы строим нашу модель, являются глобальные карты ПЭС ионосферы. В настоящий момент времени данные карты предоставляются различными центрами обработки ГНСС данных. Кроме упомянутых выше ИАЦ КВНО и CODE данные карты так же строят Уханьский университет (КНР) или же Лаборатория реактивного движения (JPL NASA) в США. Все эти карты построены оп одному принципу. Предполагается однослойная модель ионосферы, то есть считается, что все свободные электроны расположены в тонком слое, на некоторой высоте над поверхностью Земли. Как правило, высота данного тонкого слоя принимается равной 450 км (в картах ИАЦ КВНО и CODE). На сетке, с шагом в 5º по долготе (долгота от -180º до 180º) и 2.5º по широте (от -87.5º до 87.5º) для каждой точки приводятся значения ПЭС в единицах 0.1 TECU (Total electron content unit – единица полного электронного содержания).

Данные карты строятся на основе наблюдений на глобальной сети ГНСС станций. Необходимо понимать, что распределение данных станций неравномерное, далеко от оптимального, что, соответственно, сказывается на точности построенных карт ПЭС. Согласно [1-4] среднеквадратическая ошибка карт ПЭС достигает 3 TECU над материками и над океанами может быть ещё больше. Данная величина задает нам некоторую нижнюю границу точности. Вряд ли возможно построить математическую модель ионосферы, которая будет точнее предоставляемых глобальных ионосферных карт ПЭС, так она на их основе и строится. С другой стороны, различная точность карт над материками и над океанами теоретически дает возможность построить локальные модели ионосферы, которые работают в некоторых выбранных континентальных зонах.

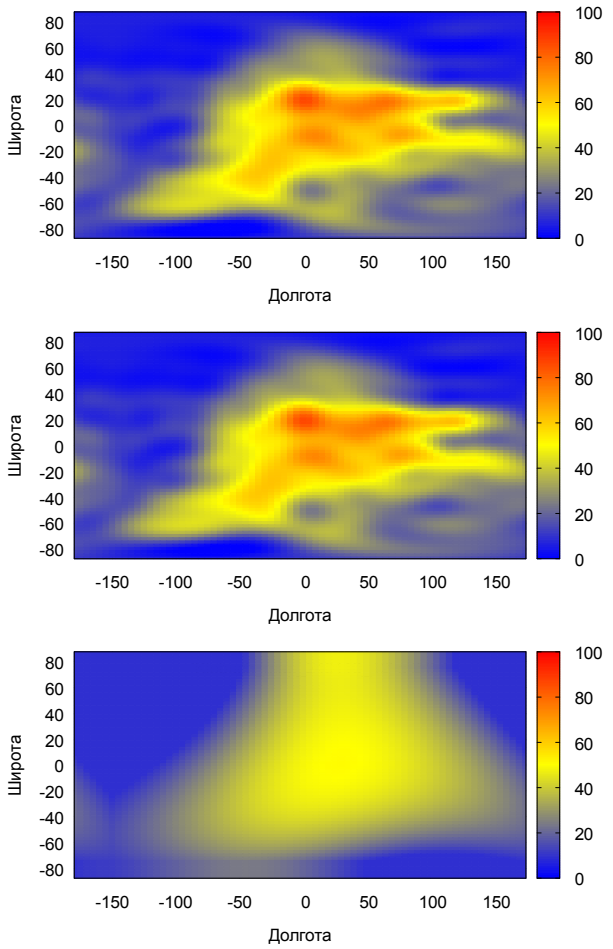


Рис.1 Пример глобальной карты ПЭС, восстановленной по коэффициентам сферического разложения до 15 степени (наверху). Оригинальная карта от ИАЦ КВНО (в центре). Внизу карта ПЭС, построенная на основе модели Клобушара Астрономическим институтом Университета Берна. Карты представляют пространственное распределение ПЭС в TECU на 12:00 UTC 10 января 2024 года.

III. Сферический анализ глобальных карт ПЭС

Разложение глобальных карт ПЭС по сферическим функциям мы производим на основе стандартного математического аппарата, описанного в [5]. Однако кратко изложим основную суть метода.

Любую величину $y(\lambda, \varphi)$ на поверхности сферы, с координатами λ – долгота и φ – широта, можно представить в виде суммы:

$$y(\lambda,\varphi) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^{n} \tilde{P}_{nm} \sin\varphi \, (a_{nm} \cos m\lambda + b_{nm} \sin m\lambda), \quad (1)$$

где $\tilde{P}_{nm}$ – нормированные полиномы Лежандра степени n и порядка m, a_{nm} и b_{nm} – коэффициенты разложения. В свою очередь нормированные полиномы Лежандра определяются как:

$$\tilde{P}_{nm} = N_{nm} P_{nm}, \quad (2)$$

где N_{nm} – нормирующая функция, P_{nm} – присоединенные полиномы Лежандра.

Разложение выполнялось до степени 15 и порядка 15 включительно. Данное разложение является полным, отличие карт, восстановленных по коэффициентам разложения по сферическим функциям от оригинальных минимально, и составляет величину порядка 0,1 TECU. Данные степень и порядок разложения задаются также процедурами построения глобальных карт ПЭС. Таким образом, мы можем задать верхнюю границу разложения по сферическим функциям. Однако, данная верхняя граница представляется избыточной. Уже в значительной мере коэффициенты при функциях 15 степени имеют околонулевые значения и хаотический, шумовой, характер поведения. Скорее всего имеет смысл задать более низкое значения для степени разложения, используемого в автономной модели. Моделирование всех степеней разложения может иметь смысл при другой задаче, а именно создании сервиса точного прогноза ПЭС.

Пример оригинальной карты ПЭС и карты, восстановленной на основе произведенного разложения представлен на рис. 1. Для отработки методики мы использовали данные отечественного центра ИАЦ КВНО. Однако, к сожалению, данные ИАЦ КВНО доступны лишь начиная с 2018 года, а для построения модели желательно использовать максимально длинные ряды данных. Учитывая очевидное влияние солнечной активности на состояние ионосферы, желательно, чтобы охватываемый период обработки охватывал несколько циклов солнечной активности. Поэтому дальнейшая работы выполнялась на основе данных CODE, доступных начиная с 1999 года, таким образом анализировались данные за последние полные 25 лет.

Для задания оптимальной глубины разложения для построения автономной модели ионосферной задержки необходимо рассмотреть модель Клобушара, на которую мы ориентируемся в плане точности.

IV. Модель Клобушара

Модель Клобушара была предложена [6] в 1980-е годы, и как упомянуто выше, является рабочей моделью ионосферы для одночастотных GPS-наблюдений. Данная модель относится к однослойным моделям ионосферы, то есть считается, что все свободные электроны расположены в тонком слое, на высоте 350 км над поверхностью Земли. Эта модель ориентирована на непосредственное вычисление задержки, поэтому там в качестве параметров задается не концентрация электронов, а сама задержка. Считается, что ночная, невозбужденная ионосфера дает задержку сигнала в 5 нс. По дневной стороне движется область повышенной ионизации, которая вызывается солнечной радиацией. Данная область, вернее задержка, вызываемая прохождением сигнала через данную область, моделируется как колоколообразный профиль, описываемый как часть синусоиды (от 0 до π). Параметры этого профиля и входят в состав передаваемого навигационного сообщения. С одной стороны, данная модель отличается простотой, имеет ясный и понятный физический смысл, опыт многолетней работы показывает, что для одночастотных GPS наблюдений данная модель позволяет сократить в два раза ошибку, вызываемую задержкой в ионосфере.

Также необходимо отметить, что результаты модели Клобушара могут быть пересчитаны в глобальную карту ПЭС ионосферы, предоставляемую в стандартном формате. Международные обрабатывающие центры, такие как IGS, предоставляют такие карты в открытом доступе. Пример такой карты приведен на рис. 1.

Попробуем оценить, какая глубина разложения (максимальная степень сферической функции) будет оптимальной по сравнению с моделью Клобушара. Сравним ионосферную задержку в зените для точки с координатами 60º сев. широты и 30º вост. долготы, что соответствует Санкт-Петербургу (побережье Финского залива в районе Лисьего носа). С одной стороны, мы будем сравнивать задержку, полученную из модели Клобушара, с другой – задержку, полученную по синтезированной карте, в зависимости от используемой максимальной степени разложения. Данное сравнение выполнено в таблице 1, задержки приведены на 12:00 UTC 10 января 2024 года.

Таблица I Сравнение задержек

Степень	СКО, м	Ионосферная задержка в зените, в м		
		Синтезированная карта	Клобушар	Карта CODE
0	3,16	4,78	7,42	5,07
1	2,19	5,36		
2	1,31	4,85		
3	1,01	4,10		
4	0,96	3,92		
5	0,80	3,95		
6	0,77	4,11		
7	0,73	4,18		
8	0,63	4,51		
9	0,55	4,75		
10	0,51	5,22		
11	0,45	5,22		
12	0,35	5,06		
13	0,31	5,23		
14	0,20	5,17		
15	0,07	5,07		

Из таблицы 1 видно, что разложение по любой степени, начиная со второй дает более точное значение, чем модель Клобушара, если мы принимаем исходную карту ПЭС в качестве эталонного значения. Максимальное отклонение от эталонного значения составляет 1,15 м для степени разложения 4, для степеней разложения, начиная с 9, не превышает 0,5 м. Также приведены среднеквадратические отклонения (СКО) синтезированных карт от исходной. СКО модели Клобушара от карты ПЭС составляет на приведенную дату 2,17 м. То есть, даже очень ограниченные по степени разложения синтетические карты дают СКО почти в два раза лучшие, чем модель Клобушара. Таким образом, мы можем предположить, что модель ионосферы, построенная на основе разложения глобальных карт ПЭС по сферическим функциям даже на малых степенях разложения (n = 7 - 8) будет обладать потенциальной точностью не хуже модели Клобушара, а при условии разработки адекватной

модели коэффициентов сферического разложения может и превзойти её.

V. Моделирование ионосферы на основе коэффициентов сферического разложения

Попробуем смоделировать коэффициенты сферического разложения. Для начала мы прибегнем к чисто математическому моделированию. Предположим, что процесс изменения коэффициентов можно описать моделью авторегрессионного процесса. На основе исходных данных CODE за период с 1999 по 2023 год (109572 исходных карты) была построена авторегрессионная модель коэффициентов сферического разложения методом Берга [7]. Порядок модели p = 600. Так как временное разрешение наших исходных данных составляет 2 часа, то получается, что при вычислении коэффициентов используются данные за последние 50 суток. Представляет интерес проверить адекватность данной модели.

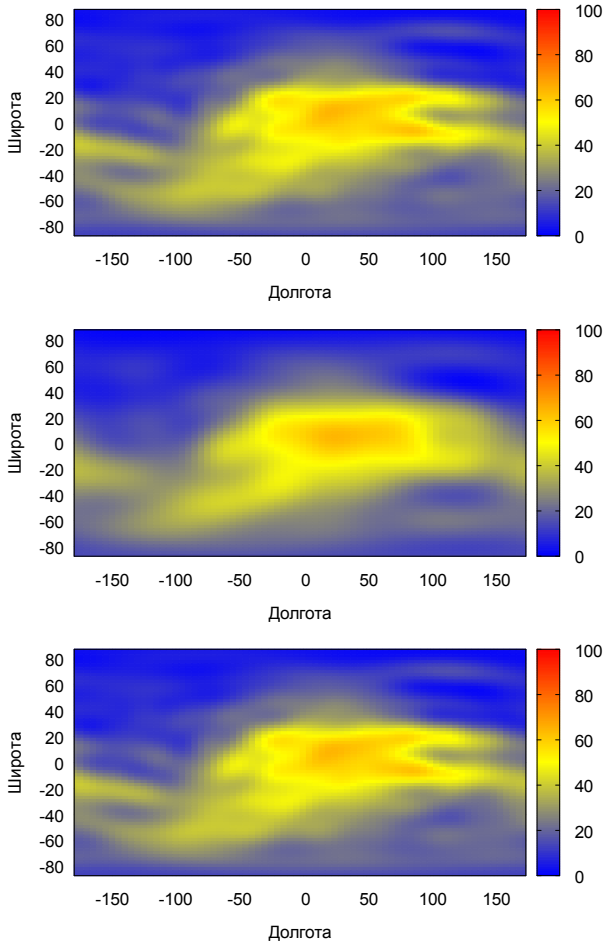


Рис.2 Карта ПЭС, построенной на основе авторегрессионной модели по разложению до 15 степени (наверху) до 9 степени (в центре) и оригинальная карта ПЭС от CODE на 12 часов UTC 10 января 2024 года (внизу).

На основе данной модели на исходных данных, оканчивающихся 31 декабря 2023 года, была спрогнозирована карта ПЭС ионосферы на 12 часов UTC 10 января 2024 года. Результаты представлены на рис.2 Были построены карты по разложению до 15 степени, до 9 степени, также приведена карта на 10 января от CODE, построенная на основе наблюдений.

СКО прогнозированных карт составили 1,55 м для карты, построенной по разложению до 9 степени и 1,48 м для карты, построенной по разложению до 15 степени. Сама величина задержки в зените составила в 1 случае 2,80 м, во втором 2,76 м. СКО карты, построенной на основе модели Клобушара составляет 2,17 м. Видно, что данные, спрогнозированные на основе авторегрессионной модели для коэффициентов сферического разложения, более точные, чем по модели Клобушара, СКО таких карт меньше, данные карты лучше отображают пространственные особенности распределения ПЭС.

Дальнейшее направление совершенствования модели заключается в замене модели коэффициентов с авторегрессионной на тригонометрическую и в выборе оптимальной степени разложения. Подобная модель будет уже вполне пригодна для автономного использования.

VI. Заключение

Построена модель ионосферы на основе разложения глобальных карт ПЭС по сферическим функциям. Даже ограниченное по степени разложение дает величину задержки в зените более чем в 2 раза точнее, чем модель Клобушара. Построена модель прогноза глобальной карты ПЭС, которая позволяет предсказывать вертикальную ионосферную задержку на 10 суток вперед с точностью в примерно 1,5 раза точнее, чем модель Клобушара. Планируется создание улучшенной модели пригодной для использования во встраиваемом ПО приемника.

Литература

[1] Q. Zhang, Q. Zhao, “Global Ionosphere Mapping and Differential Code Bias Estimation during Low and High Solar Activity Periods with GIMAS Software,” in *Remote Sensing*. vol. 10, No.5, p. 705, 2018, https://doi.org/10.3390/rs10050705

[2] J. Zhao, M. Hernández-Pajares, Z. Li, N. Wang, and H. Yuan, “Integrity investigation of global ionospheric TEC maps for high-precision positioning,” *Journal of Geodesy*, vol. 95, no. 3, Springer, 2021. doi:10.1007/s00190-021-01487-8

[3] B. Milanowska, P. Wielgosz, A. Krypiak-Gregorczyk, W. Jarmołowski, “Accuracy of Global Ionosphere Maps in Relation to Their Time Interval,” in *Remote Sensing*, vol 13. no. 18, 3552, 2021 https://doi.org/10.3390/rs13183552

[4] N. Wang, Y. Yuan, Z. Li, O. Montenbruck, and B. Tan, “Determination of differential code biases with multi-GNSS observations,” *Journal of Geodesy*, vol. 90, no. 3, Springer, pp. 209–228, 2016. doi:10.1007/s00190-015-0867-4.

[5] В.В. Витязев. Анализ астрометрических каталогов с помощью сферических функций. Санкт-Петербург: Издателство СПбГУ. 2017.

[6] J. A. Klobuchar, "Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users," in *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-23, no. 3, pp. 325-331, May 1987, doi: 10.1109/TAES.1987.310829.

[7] J. P. Burg, “Maximum entropy spectral analysis,” *37th Ann. Int. Mtg. Soc. Explor. Geophys.*, 1967.

Алгоритмы трехмерной реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере по данным глобальной навигационной спутниковой системы

Хмарский П.А.
Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси
Минск, Республика Беларусь
https://orcid.org/0000-0003-3404-3917

Наумов А.О.
Институт прикладной физики Национальной академии наук Беларуси
Минск, Республика Беларусь
https://orcid.org/0000-0002-4624-9261

***Аннотация* — Приводятся особенности построения алгоритмов трехмерной реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере по данным глобальной навигационной спутниковой системы. В качестве входных данных использовались результаты измерений спутниковой системы точного позиционирования Республики Беларусь и навигационные данные системы GPS**

Ключевые слова — ионосфера, радиотомография, полное электронное содержание, вертикальное электронное содержание, глобальная навигационная спутниковая система, навигационный сигнал

I. Введение

Ионосфера является высокоионизированным слоем атмосферы Земли, состояние которого играет важную роль в радиосвязи, радионавигации и других системах, использующих электромагнитные волны [1]. Достоверная информация о трехмерной структуре концентрации электронов в ионосфере позволяет улучшить точность позиционирования и навигации, а также обеспечить более надежную радиосвязь в условиях изменчивости ионосферы [2, 3]. Появление глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) обеспечило доступ к обширной сети спутников, излучающих сигналы на различных частотах, которые взаимодействуют с ионосферой во время своего прохождения через нее [1, 2]. В настоящее время известно множество эффективных методов трехмерной реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере, в-первую очередь основанных на использовании различных модификаций алгоритма итеративной алгебраической реконструкции [4, 5]. Несмотря на это, по-прежнему остаются не решенными ряд задач, связанных с реконструкцией. Среди них следует отметить [3, 6, 7, 8]: выбор оптимального размера и геометрии вокселя, выбор способа сглаживания реконструируемых данных, обоснование вводимых ограничений и учет априорных сведений о состоянии ионосферы, многомерная оптимизация параметров разработанной структуры реконструкции. **Предлагаемый доклад посвящен** рассмотрению разработанных алгоритмов и примеров трехмерной реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере по результаты измерений спутниковой системы точного позиционирования Республики Беларусь.

II. Трехмерная реконструкция полей концентрации электронов в ионосфере по данным глобальной навигационной спутниковой системы

Процесс радиотомографии ионосферы, основанный на ГНСС, требует реконструкции изображения в интересующей области путем анализа подмножества интегральных проекций (рис.1).

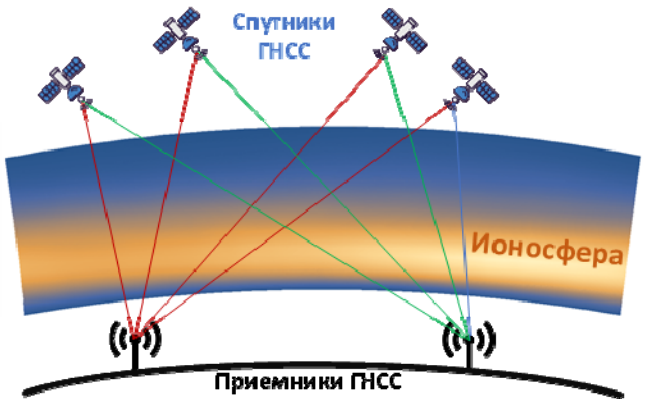


Рис. 1. Принцип радиотомографии ионосферы на основе данных глобальных навигационных спутниковых систем

Эти проекции измеряются под различными углами или траекториями лучей. Математические обратные задачи, связанные с реконструкцией изображения измерениями внутри или вокруг области исследования, сложны, поскольку искомая информация, такая как распределение электронной плотности, недоступна непосредственно. Вместо этого доступны только определенные преобразования или проекции этой информации. На практике эти измерения представляют собой неполные и зашумленные выборки информации [1, 4, 5, 10, 11]. В случае ионосферной томографии, основанной на ГНСС, наличие ограничений, таких как ограниченное количество спутников и наземных станций и ограниченная апертура приема, делает эту задачу плохо поставленной и требует учета дополнительной априорной информации для ее решения.

Для восстановления трехмерных изображений электронной плотности ионосферы необходимо проводить наблюдения линейных интегралов ее электронной плотности в разных положениях и ориентациях через зондируемую область. Эти линейные интегралы измеряются в виде полного электронного содержания (*TEC – total electron content*), которое может быть записано для произвольного момента времени *t* как [1]:

$$TEC(t) = \int_l Ne(t,l)dl \ , \qquad (1)$$

где $Ne(l, t)$ – электронная плотность ионосферы, а l задает траекторию движения лучей между спутником и приемником. Детально все этапы определения полного электронного содержания, включающие вычисление *TEC* по кодовым и фазовым псевдодальностям, устранение проскальзывания цикла, вычисление дифференциальных кодовых задержек, описаны в работах авторов [9, 10, 11].

В рамках подхода компьютерной томографии, а также с учетом того, что распределение электронной плотности стабильно в течение выбранного периода времени, ионосфера разбивается на регулярную сетку из *n* вокселей. При реконструкции полагается, что в каждом вокселе плотность электронов постоянной, поэтому непрерывное распределение плотности $Ne(l)$ дискретизируется вектором-столбцом $\mathbf{x}$ размерности $n\times1$. Набор измерений *TEC* выражается вектором-столбцом $\mathbf{y}$ размерности $m\times1$. После дискретизации выражение (1) сводится к виду:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \ , \qquad (2)$$

где

$\mathbf{A}$ – матрица размерности $m\times n$, связывающая распределения плотности электронов с измерениями TEC;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор-столбец шумов наблюдений размерности $m\times1$.

Задача радиотомографии в данном случае сводится к определению неизвестного распределения электронной плотности в заданной области зондирования по известным значениям измерений *TEC* $\mathbf{y}$ и матрицы коэффициентов $\mathbf{A}$.

В результате проведенных сопоставительных исследований в качестве основы для разрабатываемого алгоритма реконструкции был выбран алгоритм реконструкции ***Landweber*** [6, 7], который характеризуется наименьшей вычислительной сложностью и высокой скоростью сходимости. Разработанный алгоритм был модифицирован под исходные данные и сводится к вычислению следующего выражения:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^{k} + \beta\boldsymbol{\lambda}_k\tilde{\mathbf{A}}^{\mathrm{T}}\left(\tilde{\mathbf{y}} - \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x}^{k}\right), \qquad (3)$$

Где $\mathbf{x}^k$ – вектор значений электронной концентрации в узлах сетки $m\times n$ на k-й итерации;

$\tilde{\mathbf{A}}$ – расширенная матрица коэффициентов, состоящая из матрицы $\mathbf{A}$, дополненной матрицей ограничений, учитывающей гладкость электронной концентрации;

$\tilde{\mathbf{y}}$ – расширенный вектор наблюдений;

$\boldsymbol{\lambda}_k$ – коэффициент релаксации, который учитывает априорное распределение концентрации электронов;

β – весовой коэффициент.

Реализованный алгоритм сводится к выполнению следующих этапов (см. рис. 2):

- инициализация $\boldsymbol{\lambda}_k$ данными об априорном распределении концентрации электронов;
- вычисление вектора $\tilde{\mathbf{y}}$ для заданного момента времени;
- вычисление составляющих матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$;
- установка начальных значений $\mathbf{x}^0$ с учетом данных IRI-2016 [13] и ограничений по Чепману для ночных условий [1] и экспоненциальным распределением [14] для дневных условий при условии отсутствии априорных сведений;
- выполнение выражения (3) до достижения требуемой точности.

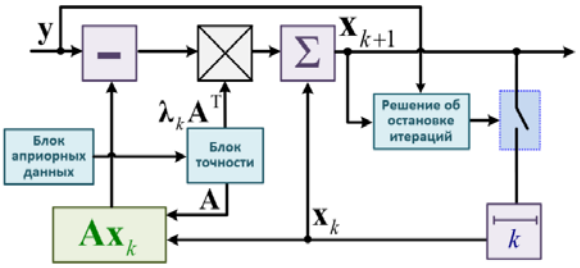


Рис. 2. Структурная схема алгоритма одновременной алгебраической реконструкции с вводимыми ограничениями

III. Пример реконструкции полей концентрации электронов над территорией Республики Беларусь во время геомагнитной бури 5 ноября 2023 года

На рисунках 3-5 приведены примеры работы алгоритма реконструкции полей концентрации электронов в ионосфере над территорией Республики Беларусь до, во время и после геомагнитной бури 5 ноября 2023 года. Реконструкция проводилась во время максимальной концентрации электронов (в 11:40 всемирного координированного времени области) для трех дней: накануне, вовремя и через день после геомагнитной бури.

Трехмерная реконструкция осуществлялась по результатам полного электронного содержания для 90 наземных станций. Для обеспечения необходимого объема данных шаг дискретизации по времени выбирался равным 15 минутам. На рисунках 3-5 приведены примеры сечений реконструируемой области в трех плоскостях (в горизонтальной плоскости на высотах 200, 300 и 400 километров, в плоскости с постоянной широтой 54°, в плоскости с постоянной долготой 27.5°), а также суммарное вертикальное полное электронное содержание, полученное суммированием реконструированного поля по вертикальным столбцам.

Видно, что за день до геомагнитной бури в ионосфере возникают неоднородности – положительный ионосферный шторм (рис.3). В день геомагнитной бури существенно возрастает значение TEC (до 70 TECU, рис.4), а на следующие сутки происходит значительное снижение TEC (примерно в 3 раза, рис.5), что в литературе называют отрицательным ионосферным штормом.

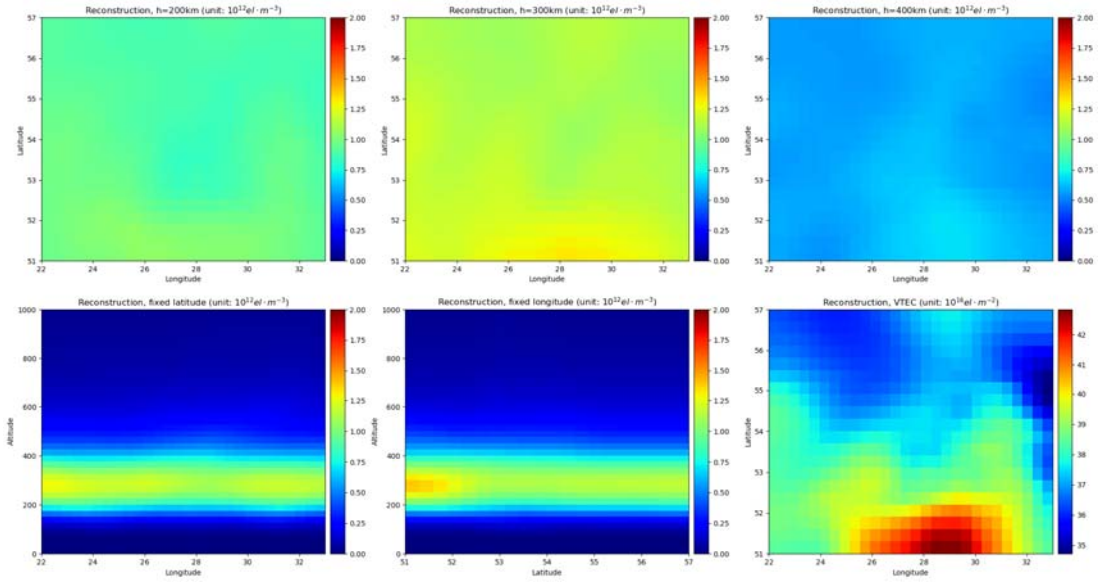


Рис. 3. Реконструкция поля концентрации электронов накануне геомагнитной бури

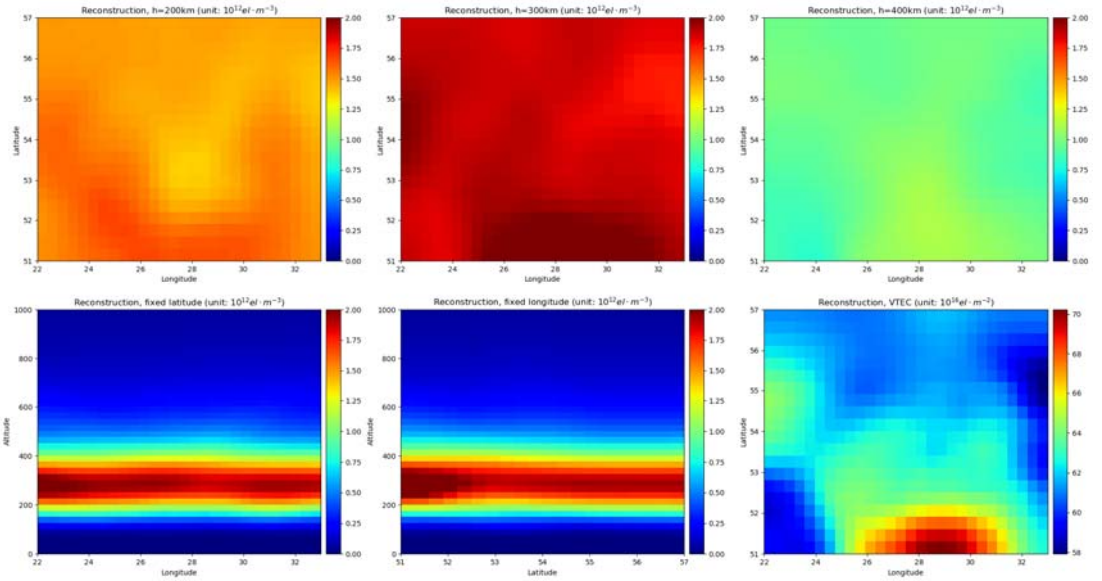


Рис. 4. Реконструкция поля концентрации электронов в день геомагнитной бури

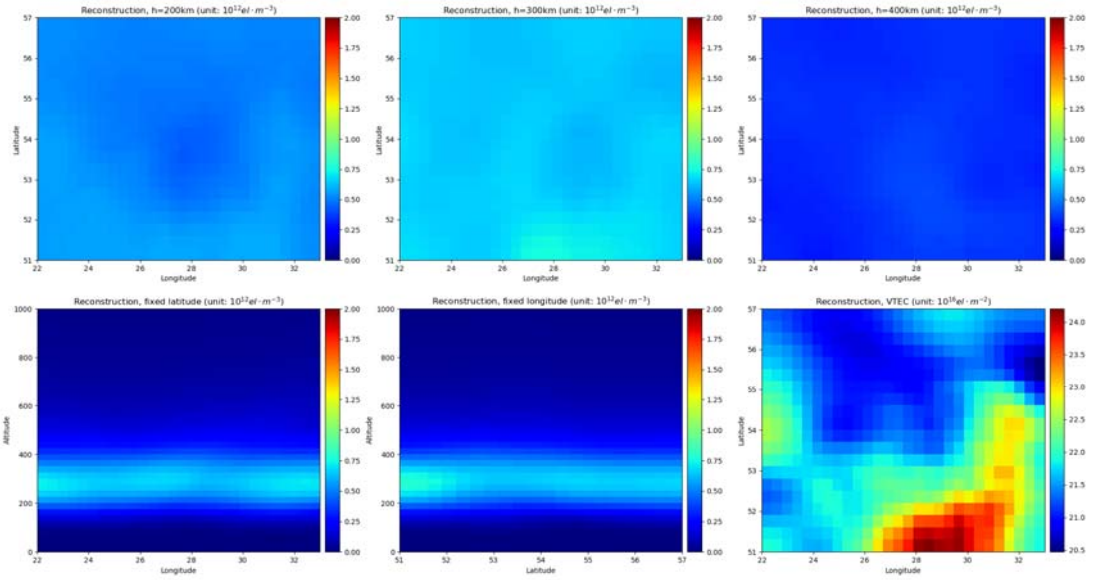


Рис. 5. Реконструкция поля концентрации электронов через сутки после геомагнитной бури

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены особенности построения алгоритмов трехмерной реконструкции концентрации электронов в ионосфере. Основные научные проблемы, которые возникают при реализации данного алгоритма: выбор и обоснование размера и геометрии вокселя; выбор метода алгебраической реконструкции и используемого способа остановки выполнения процедуры реконструкции; выбор способа сглаживания реконструируемых данных; учет априорных сведений в алгоритмах реконструкции; оптимизация параметров выбранной структуры реконструкции.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007. 693 с.

[2] Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Wasle E. GNSS – Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo, and More. Springer, 2008. xxix, 516 p.

[3] Materassi M., Forte B., Coster A., Skone S. The Dynamical Ionosphere a Systems Approach to Ionospheric Irregularity. Elsevier, 2020. 323 p.

[4] Артемьев В.М., Наумов А.О. Радиотомография поля концентрации электронов в ионосфере на основе фильтра Калмана // Весці НАН Беларусі. Серыя фізіка-тэхнічных навук. 2012. № 2. С. 86–92.

[5] Artemiev V.M., Naumov A.O., Stepanov V.L., Murashko N.I. Method and Results of Real Time Modeling of Ionosphere Radiotomography on the Basis of the Kalman Filter Theory // Journal of Automation and Information Sciences, 40(2), 2008, p. 52–62.

[6] Herman G.T. Fundamentals of Computerized Tomography, Image Reconstruction from Projections, Springer, New York, 2009. 297 p.

[7] Hobiger T., Kondo T., Koyama Y. Constrained simultaneous algebraic reconstruction technique (C-SART) – a new and simple algorithm applied to ionospheric tomography. *Earth Planet*. Sp 60. 2008. P.727–735.

[8] Wen D., Liu S., Tang P. Tomographic reconstruction of ionospheric electron density based on constrained algebraic reconstruction technique. *GPS Solut.* 14. 2010. P. 375–380.

[9] Naumov A., Khmarskiy P., Byshnev N., Piatrouski M. Methods and software for calculating total electronic content based on GNSS data. *7th Advanced Engineering Days, 1-2 July*. 2023. Mersin, Türkiye. 2023. P.158-160.

[10] Naumov A., Khmarskiy P., Byshnev N., Piatrouski M. Methods and software for estimation of total electron content in ionosphere using GNSS observations. *Engineering Applications*. Vol. 2. №3. P. 243–253.

[11] Naumov A., Khmarskiy P., Byshnev N., Piatrouski M. Determination of total electron content in the ionosphere over the territory of the Republic of Belarus based on global navigation satellite systems data. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series*. 2024. Vol. 69, № 1. P. 53–64.

[12] Иванов В.Б., Затолокин Д.А., Горбачёв О.А. Сравнение моделей полного электронного содержания ионосферы для системы ГЛОНАСС. Гироскопия и навигация. 2017. №2 (97). С. 89-96

[13] International Reference Ionosphere. URL: https://ccmc.gsfc.nasa.gov/modelweb/models/iri2016_vitmo.php. Дата обращения 07.06.2023.

[14] Stankov S. M., Stegen K., Muhtarov P., Warnant R. Local ionospheric electron density profile reconstruction in real time from simultaneous ground-based GNSS and ionosonde measurements. *Advances in Space Research*. 2011. Vol. 47. № 7. P. 1172-1180.

Оценивание радиотехнических навигационных систем в летных испытаниях

И.А. Копылов
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Е.Г. Харин
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

В.А. Копелович
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

А.Ф. Якушев
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

Е.Б. Горский
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

В.Б. Ильин
АО «Летно-исследовательский институт им. М.М. Громова»
Жуковский, Россия
e-mail nio9@lii.ru

***Аннотация* — В докладе изложены средства и методы оценивания радиотехнических навигационных систем, входящих в пилотажно-навигационный комплекс современного летательного аппарата. Для каждой из рассматриваемых систем приведены примеры получаемых оценок по материалам летных испытаний.**

Ключевые слова — радиотехническое навигационное оборудование, летные испытания, средства и методы оценивания характеристик оборудования.

I. Введение

Оценивание радиотехнического навигационного оборудования на соответствие заданным требованиям производится с использованием разработанных в АО «ЛИИ им. М.М. Громова» специальных методов и средств [1-4].

Для регистрации информации радионавигационных систем и получения действительных значений траекторных параметров используется разработанный в Летно-исследовательском институте комплекс бортовых траекторных измерений (КБТИ). В КБТИ определение высокоточных траекторных параметров производится с применением дифференциального режима спутниковых навигационных систем.

В состав пилотажно-навигационного оборудования современных воздушных судов входят различные радионавигационные системы (РНС). Функционирование РНС основано на измерениях параметров электромагнитных сигналов, излучаемых специальными устройствами, находящимся на борту ЛА или на земле. На большинстве ЛА используется следующее радиотехническое оборудование навигации и посадки:

- автоматический радиокомпас (АРК);
- радиотехническая система ближней навигации (отечественная система РСБН и стандартизированные ICAO системы VOR и DME);
- доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС);
- радиотехническая системы дальней навигации (РСДН).

Системы ДИСС и РСДН в настоящее время востребованы в основном на самолетах государственной авиации.

II. Автоматический радиокомпас

Автоматический радиокомпас (АРК) предназначен для использования на летательных аппаратах в качестве автономного угломерного радионавигационного устройства. АРК работает по сигналам средневолновых приводных и широковещательных радиостанций и обеспечивает непрерывное определение курсового угла радиостанции (КУР). С помощью радиокомпаса экипажем могут быть решены задачи пилотирования, включая маневры захода на посадку.

Курсовой угол радиостанции, измеряемый радиокомпасом, определяется как угол между продольной осью самолета и направлением на наземную радиостанцию (РС). Угол отсчитывается в направлении хода стрелки часов и изменяется от 0 до 360° (рис. 1).

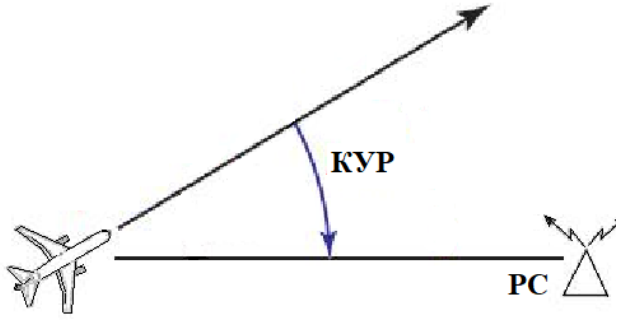


Рис. 1. Курсовой угол радиостанции.

В требованиях к АРК определяются удаления от радиостанции, на которых система должна вычислять КУР, и точность определения параметра КУР. Дальность действия АРК на высоте 1000 м не должна быть менее 150 км. При полете на радиостанцию (значения КУР вблизи 0º) или прямо от нее (значения КУР вблизи 180º) погрешность КУР по абсолютной величине с вероятностью 0,95 не должна превышать 3º. На остальных КУР погрешность должна находиться в пределах ±5º.

Летные испытания АРК проводятся при полетах в зоне действия приводной радиостанции, эксплуатационные характеристики которой известны. На рис. 2 показан пример оценивания АРК при пролете над радиостанцией.

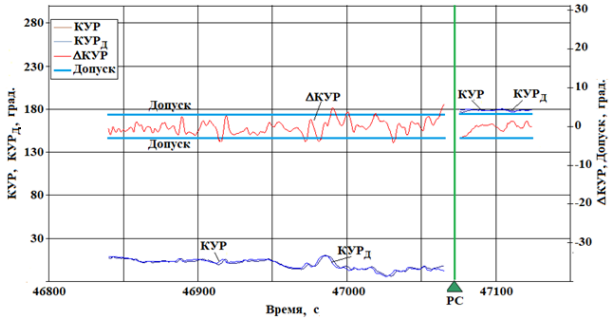


Рис. 2. Пример оценивания параметра КУР при пролете над радиостанцией

По оси абсцисс отложены значения времени в секундах с начала суток. С левой стороны на оси ординат нанесены значения в градусах КУР и его действительного значения $КУР_Д$. С правой – значения погрешности ΔКУР и допуска в градусах. Действительные значения $КУР_Д$ вычислялись после полета по координатам самолета, координатам наземной радиостанции и истинному курсу самолета. Допуск равен величинам ±3º. Полет проходил с курсом на радиостанцию. При пролете над радиостанцией сигнал КУР выдавался с признаком недостоверности. После пролета радиостанции КУР находился в окрестности величины 180º. На рис. 2 зеленой вертикальной линией отмечен момент пролета над РС. Погрешность ΔКУР, изображенная красным цветом, на протяжении практически всего участка полета при значениях КУР, близких к 0 и 180º, находилась в пределах от -3º до 3º, за величину допуска выходило менее 5% от общего количества полученных погрешностей ΔКУР.

III. Радиотехническая система ближней навигации

Радиотехническая система ближней навигации (РСБН) предназначена для измерения азимута и наклонной дальности ЛА относительно наземных радиомаяков, расположенных в точках с известными координатами. Соответственно в РСБН выделяют каналы азимута и дальности, каждый из которых включает наземный азимутальный и дальномерный радиомаяк (РМ) и бортовую аппаратуру ЛА. Радиомаяки устанавливают вдоль воздушных трасс и на аэродромах. Поскольку РСБН работает в диапазоне ультракоротких (УКВ) волн, максимальная дальность действия определяется дальностью прямой видимости (рис. 3).

Наибольшее распространение получили отечественная радиотехническая система ближней навигации РСБН дециметрового диапазона и стандартизованные ICAO системы VOR/DME метрового и дециметрового диапазонов. Система VOR (Very High Frequency Omnidirectional Range) определяет азимут ЛА относительно наземного радиомаяка, DME (Distance Measuring Equipment) предназначена для измерения дальности до радиомаяка. Наземные радиомаяки VOR и DME могут устанавливаться раздельно или быть совмещенными.

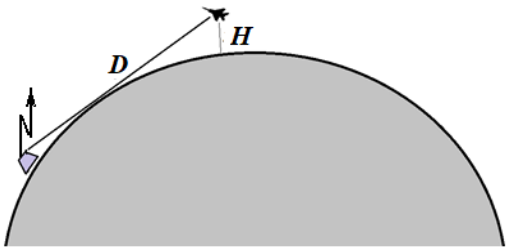


Рис. 3. Схематичное изображение полета самолета на высоте *H* и удалении *D* от наземного радиомаяка.

Канал азимута РСБН строят на основе временного либо фазового метода. Азимутальный радиомаяк формирует азимутальный сигнал, информативный параметр которого зависит от азимута точки приема. Момент начала отсчета азимута в бортовой аппаратуре определяется по опорному сигналу, который передается с радиомаяка. Информация об азимуте заключена в сдвиге принятого сигнала относительно опорного по времени или по фазе. Временной метод используется в отечественных РСБН, фазовый – в зарубежных (VOR).

Канал дальности отечественных (РСБН) и зарубежных (DME) систем ближней навигации работает на основе временного метода. Информация о дальности заключена в разности моментов измерения запросного и приема ответного сигналов бортовой аппаратурой

Канал дальности отечественных (РСБН) и зарубежных (DME) систем ближней навигации работает на основе временного метода. Информация о дальности заключена в разности моментов измерения запросного и приема ответного сигналов бортовой аппаратурой.

Летные испытания аппаратуры РСБН и VOR/DME проводятся при работе с наземными радиомаяками, прошедшими юстировку. Информация VOR/DME регистрируется в системе бортовых измерений, роль которой выполняет КБТИ. Приемник СНС в КБТИ и наземная базовая станция используются для получения действительных значений траекторных параметров в дифференциальном режиме. По результатам летных испытаний аппаратуры VOR/DME решаются следующие задачи:

- определение дальности действия от наземного радиомаяка;
- оценивание погрешности измерения дальности до радиомаяка;
- оценивание погрешности измерения азимута;
- определение функционирования при больших углах места;
- оценивание сигналов VOR/DME на наличие сбойных значений и выбросов.

Оценивание VOR/DME выполняется на основании разработанной методики летных испытаний. Для определения дальности действия выполняется полёт на крейсерской высоте в направлениях на радиомаяк и от радиомаяка. Расстояния от маяка, на которых аппаратура начинает определять и азимут и дальность или перестает определять азимут или дальность, фиксируются как дальность действия системы.

Оценивание погрешностей выходных параметров VOR/DME выполняется на удалении от радиомаяка примерно от 20 до 350 км до высот полета порядка 10000 м. В послеполетной обработке материалов летных испытаний выполняется первичная обработка с целью получения физических значений азимута и дальности в виде таблиц и графиков, проведения экспресс-анализа, выбора участков полета для вторичной обработки. Измеренные аппаратурой значения азимута и дальности при вторичной обработке сравниваются с их действительными значениями. С частотой не менее 1 Гц определяются ошибки азимута и дальности.

$$\Delta A_i = A_i - A_{i,Д}, \quad \Delta D_i = D_i - D_{i,Д}.$$

На рис. 4 и 5 приведены примеры результатов летных испытаний по оценке погрешности азимута VOR и дальности DME соответственно. В зависимости от дальности до маяка VOR показаны значения азимута VOR и действительные значения азимута. Допуск на погрешность ΔA азимута не зависит от дальности и изображен на рис. 6 в виде двух параллельных линий синего цвета. Среднее значение математического ожидания M по 38 значениям погрешности азимута в рассматриваемом примере равно 1,16°, среднеквадратическое отклонение σ равно 1,38°. Следовательно, $M + 2\sigma = 3{,}92 < 5^o$, что соответствует заданным требованиям.

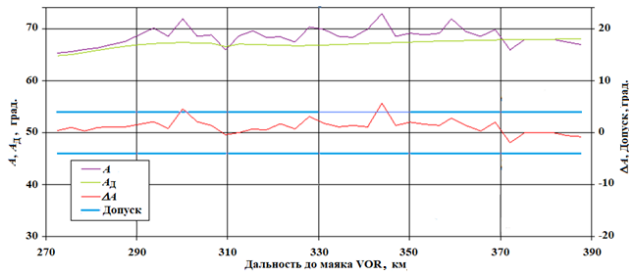


Рис. 4. Пример оценивания погрешности ΔA азимута VOR.

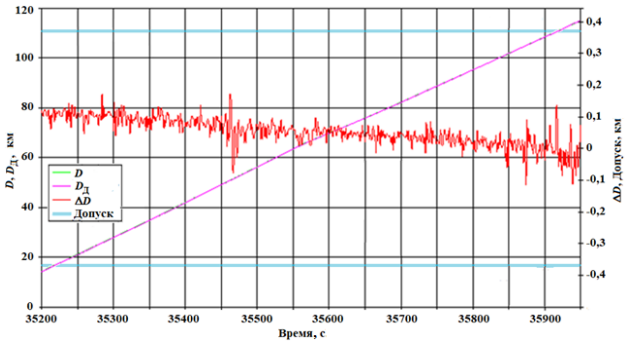


Рис. 5. Пример оценивания погрешности ΔD дальности DME.

Все значения погрешности ΔD дальности DME, изображенные на рис. 5, не выходят за допуск. Оценка математического ожидания погрешности равна 0,054 км, а оценка СКО σ равна 0,053 км. Поэтому величина |M|+2σ, равная 0,16 км, не превышает требуемой величины 0,37 км.

Применяемая в настоящее время бортовая система DME в сканирующем режиме может определять дальности до нескольких наземных маяков. Если количество N радиомаяков, до которых известны относительные дальности D_i, $i = 1, \ldots, N$, не меньше 2, то возможно определение текущих координат (φ, λ) летательного аппарата только по дальностям. В вычислениях используются высота полета H и координаты радиомаяков (φ_{Mi}, λ_{Mi}, H_{Mi}). Перед проведением вычислений необходимо привести все измерения дальностей D_i к единому моменту времени T вычисления координат. Прямоугольные координаты (x_M, y_M, z_M) радиомаяка и (x, y, z) летательного аппарата вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} x_M &= (a\xi_M + H_M)\cos\varphi_M \cos\lambda_M \\ y_M &= (a\xi_M + H_M)\cos\varphi_M \sin\lambda_M \\ z_M &= (a\xi_M(1-e^2) + H_M)\sin\varphi_M \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x &= (a\xi + H)\cos\varphi\cos\lambda \\ y &= (a\xi + H)\cos\varphi\sin\lambda \\ z &= (a\xi(1-e^2) + H)\sin\varphi \end{aligned} \quad (2)$$

где $\xi_M = \dfrac{1}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi_M}}$, $\xi = \dfrac{1}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$,

e - эксцентриситет земного эллипсоида.

Относительные дальности D_i связаны с координатами летательного аппарата следующим образом:

$$(x - x_{Mi})^2 + (y - y_{Mi})^2 + (z - z_{Mi})^2 = D_i^2, i = 1,\ldots,N \quad (3)$$

Вместе с уравнениями (1), (2) соотношения (3) образуют систему для определения неизвестных координат (φ, λ). Если $N = 2$, то количество неизвестных (x, y, z, φ, λ) совпадает с количеством соотношений. Как правило, неизвестные находятся из системы итерационным методом. За начальное приближение выбираются координаты летательного аппарата, вычисленные в предыдущий момент времени. Если количество известных дальностей до маяков превышает 2, то соотношений становится больше числа неизвестных, и решение определяется с помощью метода наименьших квадратов.

Так как относительные дальности D_i содержат погрешности, то вычисленные текущие координаты также содержат случайную погрешность. Определим характеристики погрешности определения текущего местоположения летательного аппарата, вычисленного по двум дальностям DME ($N = 2$). Для упрощения расчетов будем рассматривать задачу в плоскости, и дальности D_i считаем намного большими их погрешностей ΔD_i.

$$D_i = D_i^o + \Delta D_i, \quad \Delta D_i << D_i^o, \quad i = 1,2.$$

В предположении независимости случайных погрешностей ΔD_1 и ΔD_2 среднеквадратические погрешности $\sigma_{\Delta D}$ дальности до каждого из двух маяков взяты одинаковыми. Если DME удовлетворяет требованиям, то $\sigma_{\Delta D}$ не превышает 0,185 км. Среднеквадратические погрешности $\sigma_{\Delta R}$ определения текущего местоположения по двум дальностям определяется следующей приближенной формулой

$$\sigma_{\Delta R} = \sqrt{2}\,\frac{\sigma_{\Delta D}}{\sin B} \qquad (4)$$

В выражении (4) через B обозначена величина угла между направлениями лучей от текущего положения летательного аппарата до двух наземных радиомаяков, которые обеспечивают информацией. Если DME удовлетворяет требованиям, то $\sigma_{\Delta D}$ не превышает 0,185 км.

Таким образом, погрешность определения местоположения пропорциональна погрешности определения дальности до радиомаяка и зависит от величины угла пересечения B линий положения. Среднеквадратическое отклонение погрешности определения местоположения минимально, когда направления линий от летательного аппарата на радиомаяки перпендикулярны ($B = 90°$). Если ограничить интервал значений угла B и использовать определение местоположения летательного по двум дальностям DME в случаях, когда значение $\sin B$ близко к 1, то среднеквадратическое отклонение погрешности ΔR относительно мало. Оценим погрешность при $\sigma_{\Delta D} = 0{,}185$ км. При $B = 90°$ из (4) получим $\sigma_{\Delta R} = 0{,}262$ км. Следовательно, с вероятностью 0,95 погрешность определения координат по двум дальностям DME не будет превышать $2\sigma_{\Delta R} = 0{,}52$ км. Метод определения координат по двум и более дальностям может быть использован для навигации и в качестве корректора в вычислительной системе самолетовождения, даже на участках полета, когда требования к навигации и самолетовождению достаточно высоки, например, в зоне аэродрома при выполнении предпосадочного маневрирования.

На рис. 6 в качестве примера показана погрешность вычисления координат в вычислительной системе самолетовождения при использовании двух дальностей DME в качестве корректора, полученные в послеполетной обработке материалов летных испытаний. Значения погрешностей координат на протяжении всего рассматриваемого участка полета не превышают по абсолютной величине 270 м.

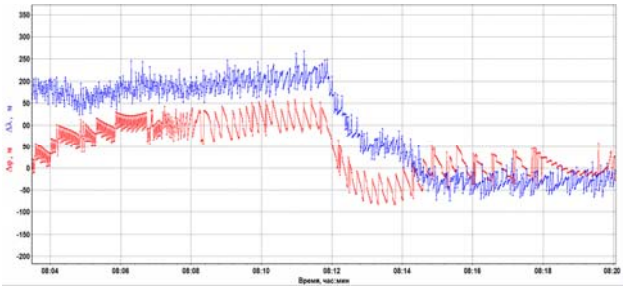


Рис. 6. Погрешности координат ($\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$) вычислительной системы самолетовождения в режиме коррекции координат по двум дальностям DME.

IV. Доплеровский измеритель скорости и сноса

В состав пилотажно-навигационного комплекса самолетов и вертолетов входит доплеровский измеритель скорости и сноса (ДИСС) – бортовое радиолокационное устройство, работа которого основана на эффекте Доплера. ДИСС предназначен для автоматического непрерывного определения составляющих вектора путевой скорости и угла сноса. Угол сноса (УС) определяется, как угол между продольной осью летательного аппарата и направлением его движения относительно земной поверхности. Возникновение угла сноса обусловлено скольжением и боковым ветром. На рис. 7 показан УС при отсутствии скольжения.

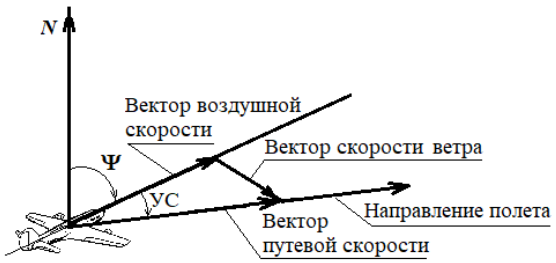


Рис. 7. Угол сноса при отсутствии скольжения.

Принцип действия ДИСС основан на использовании эффекта Доплера, согласно которому частота принятого сигнала, отражённого от земной поверхности, отличается от частоты излучённого сигнала, и разница зависит от скорости летательного аппарата относительно поверхности. Для измерения скорости ДИСС имеет антенную систему с тремя или четырьмя остронаправленными лучами диаграммы направленности. Принимаемый по каждому из этих лучей отражённый сигнал имеет доплеровский сдвиг частоты прямо пропорциональный проекции вектора скорости самолёта на этот луч. Для измерения вектора скорости достаточно трех лучей, не лежащих в одной плоскости, использование четырех лучей дает некоторую избыточность без существенного усложнения конструкции

Погрешности ДИСС зависят от подстилающей поверхности. В предъявляемых требованиях к ДИСС, как правило, различают полет над сушей и полет над морем. Согласно требованиям, измерение путевой скорости ДИСС с вероятностью 0,95 должно производиться с погрешностью не более 0,5% от действительной скорости, погрешность измерения угла сноса должна составлять не более 0,2° над сушей и 0,3° над морем. Допускается переход ДИСС в режим «Память» при углах крена более 30°.

Для оценки измеряемых составляющих путевой скорости и угла сноса требуется знание действительных значений вектора путевой скорости летательного аппарата и угловое положение – углы курса Ψ, крена γ и тангажа υ, а также углы установки антенны ДИСС. Оценка погрешностей ДИСС по материалам летных испытаний производится на основе спутниковых средств траекторных измерений с использованием КБТИ. По данным дифференциального фазового режима СНС определяются три составляющих скорости (V_N, V_E, V_H) в осях географического сопровождающего трехгранника. Вычисляются принимаемые за действительные значения путевой скорости $V_Д$, путевого угла ПУ$_Д$, угла сноса УС$_Д$.

$$V_Д = \sqrt{V_N^2 + V_E^2},$$

$$\text{tg}\, ПУ_Д = \frac{V_E}{V_N}, \qquad (5)$$

$$УС_Д = ПУ_Д - \psi_Д$$

В (5) $\Psi_Д$ – значение истинного курса, вычисляемое с помощью комплексной обработки информации приемника СНС и инерциальной навигационной системы на основе фильтра Калмана. Погрешности ДИСС в определении путевой скорости и угла сноса вычисляются с помощью разностей

$$\begin{aligned} \Delta V_П &= \Delta V_П^{ДИСС} - V_Д, \\ \Delta УС &= \Delta УС_П^{ДИСС} - УС_Д, \end{aligned} \qquad (6)$$

где все члены в правых частях (6) приводятся к одному времени. Для оценивания составляющих вектора скорости ДИСС проекции вектора скорости ($V_{NД}$, $V_{ЕД}$, $V_{НД}$), принимаемые за действительные, с помощью действительных значений углов курса $\Psi_Д$, крена $\gamma_Д$ и тангажа $\upsilon_Д$, пересчитываются в проекции ($V_{XД}$, $V_{YД}$, $V_{ZД}$) в системе координат, связанной со строительными осями самолета. Погрешности ДИСС в определении составляющих вектора путевой скорости вычисляются следующим образом:

$$\Delta V_X = V_X - V_{X\,Д},$$

$$\Delta V_Z = V_Z - V_{Z\,Д}.$$

Приведем пример оценивания выходных параметров ДИСС на одном из участков прямолинейного полета над сушей с постоянной скоростью. На рис. 8 изображены полученные погрешности угла сноса, проекций путевой скорости V_X и V_Z ДИСС.

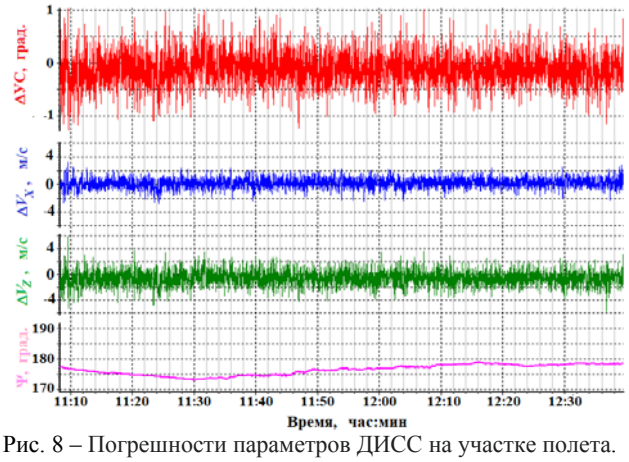


Рис. 8 – Погрешности параметров ДИСС на участке полета.

Длительность участка составляет величину порядка 1,5 часа. По оси абсцисс отложены значения времени. Приведены графики погрешностей параметров ДИСС и величины истинного курса. На рассматриваемом участке математическое ожидание M погрешности угла сноса равно -0,25°, среднеквадратическое отклонение σ погрешности равно 0,30°, величина $|M| + 2\sigma$ равна 0,85°.

V. РАДИОНАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ ДАЛЬНЕЙ НАВИГАЦИИ

Радиотехнические системы дальней навигации (РСДН) предназначены для определения текущих координат летательного аппарата по сигналам опорных наземных станций.

Основным режимом работы радиотехнических систем дальней навигации является разностно-дальномерный режим. Принцип измерения разности расстояний основывается на определении бортовым приемоиндикатором разности времени распространения радиоволн от двух наземных станций (ведущей и ведомой). Сигнал ведущей станции принимается на летательном аппарате в некоторый момент времени $T_в$ (рис. 9).

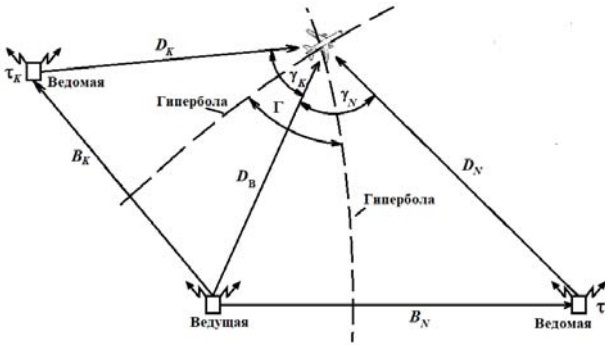


Рис. 9. Определение положения ЛА с помощью станций РСДН.

Сигнал ведомой станции достигает летательного аппарата в момент времени T_N. Базовая задержка B_N и постоянная для данной ведомой станции задержка τ_n выбираются таким образом, чтобы для любой точки приема $T_В$ было меньше T_N. Разность времен T_n и $T_В$ характеризует разность расстояний между ведущей станцией с номером N и ЛА D_N.

$$D_N - D_B = c\,(T_N - T_B).$$

Здесь c – скорость распространения радиоволн.

Линия равных разностей расстояний является гиперболой, а точка пересечения двух линий равных разностей расстояний гипербол совпадает с положением ЛА. В настоящее время в авиации используется импульсно-фазовые и фазовые РСДН. Импульсно-фазовые радионавигационные системы (ИФРНС) находят достаточно широкое применение для решения задач самолетовождения. К таким системам относятся отечественные РСДН «Тропик-2», «Тропик-2П» и зарубежная система «Лоран-С». ИФРНС работают в длинноволновом диапазоне, частота излучаемых сигналов 100 кГц (длина волны ~3 км).

Отечественной радиотехнической промышленностью в течение ряда лет разработана следующая навигационная аппаратура потребителей, работающая по сигналам ИФРНС: изделие А-711 («Кремний») с преобразователем координат изделием А-713, изделия А-723, А-727 и А-737И («Квиток»), а также аппаратура ППА-С/В и ПНАП-ПЛА. Среднеквадратическая по-

грешность определения местоположения в разностно-дальномерном режиме ИФРНС составляет 100-800 м в зависимости от геометрического фактора и знания условий распространения радиоволн. При реализации дифференциального режима работы точность определения местоположения существенно повышается и может составлять 10-50 м. Фазовые радионавигационные системы (ФРНС) работают в сверхдлинноволновом диапазоне (СДВ) частот. К таким системам относится отечественная система «Маршрут» и зарубежная система «Омега» (в настоящие время не применяется). Для обеспечения разрешения многозначности фазовых отсчетов фазовые радионавигационные системы излучают сигналы на трех частотах. Так, например, в зарубежной ФРНС «Омега» использовались частоты СДВ диапазона 10,2 кГц; 11,33 кГц и 13,6 Кгц. Близкие частоты применяются в отечественной ФРНС. В качестве примеров отечественной бортовой аппаратуры потребителей сигналов ФРНС можно назвать изделия А-723, А-727, А-722, ППА-С/В, ПНАП-ПЛА. Среднеквадратическая погрешность местоположения по данным ФРНС может составлять 1÷4 км. При реализации дифференциального режима точностные характеристики могут быть улучшены.

Оценивание характеристик радиотехнических навигационных систем в летных испытаниях проводится с использованием разработанных в НИО-9 АО «ЛИИ им. М.М. Громова» методов и средств, представленных в сборниках докладов МКИНС с 2005 по 2023 годы. Летные исследования и испытания радиотехнических систем дальней навигации проводились на летающих лабораториях ЛИИ им. М.М. Громова и опытных самолетах. Испытания выполнялись в рабочих зонах РСДН при полетах в зоне аэродрома ЛИИ и на маршрутах. Информация бортовой аппаратуры РСДН регистрировалась в комплексе бортовых траекторных измерений КБТИ. В качестве действительных координат ЛА принимались данные стандартного и дифференциального режимов СНС.

На рис. 10 приведены графики погрешности аппаратуры ИФРНС А-723 при полете на летающей лаборатории Ту-154М в зоне аэродрома ЛИИ им. М.М. Громова.

Полученные погрешности имеют постоянные составляющие, при учете которых и реализации дифференциального режима работы изделия А-723 погрешности могут быть существенно уменьшены.

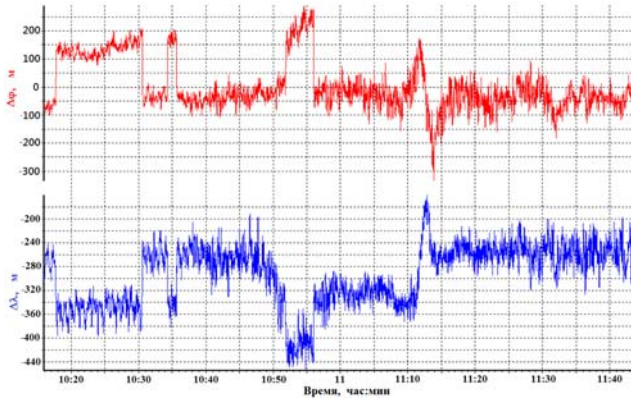


Рис. 10. Погрешности измерения координат РСДН.

VI. Выводы

Разработанная технология проведения летных испытаний с применением комплекса бортовых траекторных измерений обеспечивает оценивание характеристик пилотажно-навигационных комплексов и их систем.

Внедрение технологии позволяет проводить летные испытания и исследования радионавигационных систем АРК, РСБН, VOR/DME, ДИСС, РСДН и других радиотехнических средств.

Применение разработанных средств и методов обеспечения летных испытаний радиотехнического оборудования навигации и посадки позволяет снизить трудозатраты на проведение летных испытаний и сократить их сроки.

Литература

[1] **Харин, Е.Г.** Технологии летных испытаний бортового оборудования летательных аппаратов с применением комплекса бортовых траекторных измерений / Харин Е.Г., Копылов И.А. // М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2012. 360 с.

[2] **Харин, Е.Г.** Методы и средства оценивания пилотажно-навигационного оборудования самолетов в летных испытаниях. / Харин Е.Г., Копылов И.А., Поликарпов В.Г., Копелович В.А../ Труды XV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. С.Петербург, Россия. 2008 г. Стр. 208-219.

[3] **Горский, Е.Б.** Траекторные измерения при проведении контроля и испытаний наземного и бортового посадочного радиотехнического оборудования летательных аппаратов. /Горский Е.Б., Харин Е.Г., Копылов И.А., Копелович В.А., Ясенок А.В./ Труды XXVI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. С.Петербург, Россия. 2019 г. Стр. 91-94.

[4] **Августов, Л.И.** Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве. /Августов Л.И., Бабиченко А.В., Орехов М.И., Сухоруков С.Я., Шкред В.К./ Под редакцией Джанджгавы Г.И. – 2-е изд., перераб. М.: Издательство «Грани успеха», 2022. – 548 с.

Коллаборативное позиционирование по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем

С. Долин
Сибирский государственный университет геосистем и технологий
Новосибирск, Россия
ORCID: 0000-0002-0686-2272

Л. Липатников
Сибирский государственный университет геосистем и технологий
Новосибирск, Россия
ORCID: 0000-0002-5082-4062

***Аннотация*— Статья посвящена реализации и экспериментальному исследованию концепции коллаборативного позиционирования по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем, предназначенной для обеспечения глобального покрытия высокоточным навигационным полем при значительном снижении нагрузки на телекоммуникационную сеть и обеспечении времени инициализации и точности определение координат, характерных для метода RTK соответствующая современным требованиям новых категорий пользователей высокоточной ГНСС информации.**

Ключевые слова—ГНСС, PPP, коллаборативное позиционирование, расширенный фильтр Калмана, режим подвижной базовой линии

I. Введение

Данное исследование основано на концепции коллаборативного позиционирования по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), предложенной Крисом Ризосом, Джоэлом ван Краненбруком и др. [1]. Концепция подразумевает, что каждый пользователь ГНСС может предоставлять корректирующую информацию в реальном времени другим пользователям, для формирования новой совместной наземной динамической инфраструктуры высокоточного позиционирования. Концепция имеет различные пути развития и может реализовываться по-разному, в зависимости от конкретных способов распределения и применения корректирующей информации.

Реализация концепции может быть особенно многообещающей в контексте объединения метода Precise Point Positioning (PPP) и относительного метода позиционирования в реальном времени, известного как кинематика в реальном времени (RTK), сочетая в себе преимущества обоих методов, что и рассматривается в настоящем исследовании.

Потенциальными ключевыми преимуществами являются: глобальное покрытие высокоточным бесшовным навигационным полем; сокращение времени сходимости в методе PPP ко времени инициализации в RTK, уменьшение объема передаваемых данных по сравнению со способом передачи поправок в представлении пространства наблюдений (OSR) от постоянно действующих базовых станций (ПДБС) для всех пользователей [3; 4].

Работа выполнена при поддержке СЧ НИР «ГЕОТЕХ-Квант» 121111600209-4.

Процесс коллаборативного позиционирования должен быть полностью автоматическим, чтобы удовлетворить потребности новых категорий пользователей и решений, основанных на позиционировании для массового рынка, описанных в [5].

II. Реализация коллаборативного позиционирования

Метод PPP предлагается использовать в качестве основного метода для обеспечения глобального покрытия и минимизации объема передаваемых данных, а поправки RTK могут предоставляться одним пользователем другому по запросу для быстрой инициализации или повторной инициализации фильтра Калмана метода PPP.

Реализация коллаборативного позиционирования предполагает изменение способа взаимодействия ГНСС-приемников друг с другом. Таким образом, «база» и «ровер» больше не рассматриваются как постоянные типы приемников, а как текущая роль или статус приемника. Помимо них добавлен новый статус «кандидат». Рассматривается следующая схема взаимодействия между ними.

«Ровер» – статус по умолчанию. Он присваивается навигационной аппаратуре пользователя (НАП) сразу после ее включения или когда точность ее определения местоположения низкая или неизвестна. Получив этот статус, «Ровер» отправляет свои приближенные координаты и запрос на RTK-коррекцию в облачный дата-центр (ОДЦ).

Статус «Кандидат» присваивается НАП, если стандартное отклонение его координат ниже определенного уровня (20 см для целей тестирования) и если пользователь дал согласие на передачу своих высокоточных координат другим пользователям.

Статус «База» присваивается кандидату через ОДЦ, если поблизости есть какой-либо «Ровер», требующий коррекции. База передает поток поправок OSR – измерения и высокоточные координаты в формате RTCM3 на «Ровер» через ОДЦ.

Уточнение местоположения пользователя осуществляется путем частичной замены априорной информации в расширенном фильтре Калмана метода PPP, значениями полученными из RTK-решения в реальном времени.

Схема взаимодействия НАП и ОДЦ, реализованная в прототипе, представлена на рис. 1.

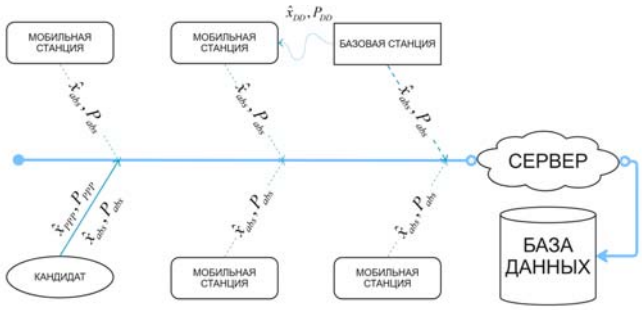


Рис. 1. Прототим сервиса коллаборативного позиционирования

Для обеспечения масштабируемости и надежности сервиса была выбрана реализация платформы как услуги (PaaS). ОДЦ в форме PaaS позволяет развернуть систему на разных виртуальных машинах в рамках одного приложения, работающего в одном облачном сервисе. Доступ пользователей обеспечивается через выделенный общедоступный IP-адрес. Выполняется автоматическая балансировка нагрузки. Облачная платформа масштабируема. Виртуальные машины развертываются таким образом, чтобы исключить единую точку отказа.

База данных ОДЦ содержит информацию о состоянии НАП, координатах в ITRF, их стандартных отклонениях, кинематическом состоянии (неподвижный или в движении), типе приемника.

Решение о том, требуется ли НАП коррекция RTK для (ре)инициализации фильтра Калмана в методе PPP, принимается в соответствии со следующими критериями:

1) решение PPP не сошлось (приблизилось к высшему уровню точности);

2) доступная альтернатива (решение RTK) значительно точнее решения PPP.

Первый критерий основан на эмпирическом наблюдении, что в кинематическом режиме метода PPP стандартное отклонение каждой координаты в конечном итоге сходится до уровня в несколько сантиметров и после этого существенно не меняется. Для этого скорость уменьшения стандартного отклонения сравнивается с эмпирическим значением L = 0,02 для интервала выборки данных в 1 секунду, согласно (1):

$$\frac{\left|SMA_{m_t} - \bar{\sigma}_{PPP_t}\right|}{SMA_{m_t}} > L \qquad (1)$$

где SMA_{m_t} – простое скользящее среднее с шириной выборки m на момент времени t : $SMA_{m_t} = \frac{1}{m}\sum_{i=n-m+1}^{n} \bar{\sigma}_{PPP_i}$;

$\bar{\sigma}_{PPP_t}$ – среднее стандартное отклонение метода PPP на момент времни t : $\bar{\sigma}_{PPP_t} = \frac{\sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z}{3}$.

Если результат условия (1) выполнен, считается, что решение PPP не сошлось. Затем у наиболее подходящего кандидата запрашиваются OSR-поправки, превращая его в базу, чтобы рассчитать решение RTK для «Ровера» в качестве альтернативы решению PPP.

Поправки OSR от «Базы» включают ГНСС-измерения и высокоточные координаты в формате RTCM3, которые используются для относительного позиционирования в реальном времени на основе модели фазовых измерений двойных разностей фаз несущей (DD): обычный RTK, если базой является пункт ПДБС, или в режиме движущейся базовой линии, если база движется. В любом случае ожидается, что координаты или траектория движения базы в реальном времени будут очень точными. В обоих случаях мы далее называем полученное решение решением RTK.

Второй критерий используется для проверки того, является ли решение RTK более точным, чем ранее полученное решение PPP (2):

$$\bar{\sigma}_{PPP_t} > \bar{\sigma}_{DD_t} \qquad (2)$$

где $\bar{\sigma}_{DD_t}$ – среднее стандартное отклоененииее на момент времени t для относительного метода $\bar{\sigma}_{DD_t} = \frac{\sigma_X + \sigma_Y + \sigma_Z}{3}$.

При соблюдении обоих критериев решение PPP пересчитывается следующим образом. Априорные координаты и их дисперсии на этапе прогнозирования для текущего момента t заменяются значениями из решения RTK, после чего этап обновления измерений PPP пересчитывается. Это позволяет приблизить оценки координат метода PPP к RTK решению в момент времени t и, что более важно, способствует увеличению веса текущих оценок фазовых неоднозначностей и влажной тропосферной задержки, что позволяет решению в методе PPP сойтись быстрее и стать устойчивым.

III. Эксперименты

Для оценки эффективности коллаборативного позиционирования были проведены предварительные псевдокинематические и кинематические испытания. Решения RTK, PPP и коллаборативного позиционирования вычислялись одновременно в реальном времени, а затем сравнивались.

Псевдокинематические испытания проводились с использованием Международной ГНСС службы и региональной европейской сети ПДБС EUREF, обеспечивающих потоки данных в реальном времени с наземных станций ГНСС. Псевдокинематический режим означает, что, хотя объекты привязаны к Земле, обработка выполняется так, как если бы они были мобильными. Известные положения на эпоху измерений были получены из каталога ITRF2020 и использованы при оценке точности для расчета среднеквадратической ошибки с использованием формулы Гаусса, как в (3):

$$m = \sqrt{\frac{\left[\Delta^2\right]}{n}} \qquad (3)$$

Результаты оценки точности для четырех наземных точек представлены в таблице 1. Продолжительность эксперимента составила одни сутки, включая шесть

четырехчасовых сеансов для каждой станции. Частота выборки данных составляет одну секунду.

ТАБЛИЦА I ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ НАЗЕМНЫЙ ПУНКТОВ, М

Пункт / расстояние до "Кандидат" (км)	**Методы**		
	Коллаборативное позиционирование	***PPP***	***RTK***
WGTN / 320 км	*E: 0.17* *N: 0.14* *U: 0.30*	E: 0.16 N: 0.15 U: 0.45	E: 0.51 N: 0.40 U: 0.78
BORJ / 80 км	*E: 0.12* *N: 0.09* *U: 0.29*	E: 0.20 N: 0.22 U: 0.51	E: 0.09 N: 0.07 U: 0.15
KARL / 125 км	*E: 0.12* *N: 0.10* *U: 0.20*	E: 0.19 N: 0.14 U: 0.38	E: 0.19 N: 0.16 U: 0.26
RDSD / 550 км	*E: 0.17* *N: 0.17* *U: 0.37*	E: 0.18 N: 0.20 U: 0.64	E: 2.48 N: 1.40 U: 3.90

Также были проведены предварительные кинематические эксперименты в городских условиях с двумя приемниками (комплектами НАП), установленными на крыше автомобиля, как показано на рис. 2. Первый комплект НАП, способный реализовать коллаборативное позиционирование, включал в себя микросхему u-Blox ZED F9P [2] и двухчастотную ГНСС-антенну Harxon HX-CSX601A. Второй комплект НАП включал приемник геодезического класса (Stonex S800A), который использовался для получения эталонной траектории.

Рис. 2. Мобильная установка

По результатам теста отмечен положительный эффект, связанный с быстрой реинициализацией решения после прохождения под мостами и внутри тоннелей, как на рис. 3.

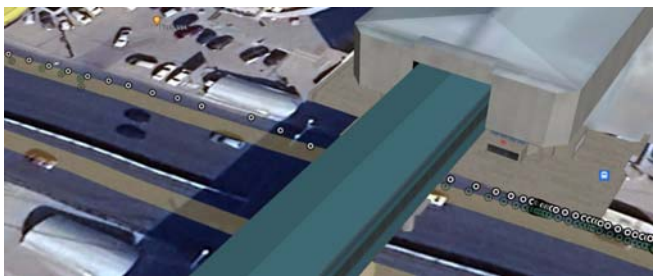


Рис. 3. Восстановление решения (Белая точка: коллаборативное позиционирование; Зеленая точка: эталонный трек из относительного метода)

Результаты оценки точности мобильного приемника с помощью методов коллаборативного позиционирования, PPP и RTK представлены в таблице 2. Оценки точности также включают сдвиг на 15,7 см в горизонтальной плоскости между фазовыми центрами двух антенн. Исправлен вертикальный сдвиг.

ТАБЛИЦА 2 ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ МОБИЛЬНОГО ПРИЕМНИКА, М

Тип оценки точности	**Методы**		
	Коллаборативное позиционирование	**PPP**	**RTK**
СКО (68,27%)	*E: 0.40* *N: 0.56* *U: 1.03*	E: 0.88 N: 1.35 U: 1.39	E: 0.39 N: 0.60 U: 3.16

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

По результатам экспериментов можно отметить положительный эффект с уменьшением времени сходимости и повышением точности до уровня, сравнимого с RTK. А также замечен эффект быстрой реинициализации решения после проезда автомобиля под препятствием; решение восстанавливается практически мгновенно, а точность значительно повышается по сравнению с PPP. При этом коллаборативное позиционирование оказалось пригодным для применения на больших расстояниях от базовых станций, в отличие от RTK. Планируются дополнительные кинематические испытания.

V. ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты предварительных испытаний коллаборативного позиционирования показывают, что его можно использовать для достижения глобального покрытия высокоточным навигационным полем при сокращении времени инициализации до времени характерного для RTK, а также в случае повторной инициализации решения после прерывания в течение первых секунд после получения новых измерений. Коллаборативное позиционирование также может быть полностью автоматизировано, что подходить для таких решений, как высокоточная навигация роботов и новые решений на основе позиционирования для массового рынка.

ЛИТЕРАТУРА

[1] J. van Cranenbroeck and C. Rizos, "The "uberization" of the GNSS Positioning Infrastructure", FIG Working Week 2019, Hanoi, Vietnam, April 22–26, 2019.

[2] A.P. Karpik, A.V. Mareev and D.S. Mamaev, 'Free software for geodetic monitoring Moncenter", Vestnik SSUGT (Siberian State University of Geosystems and Technologies). 2022. Vol. 27. № 5. – P. 43-54. – DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-5-43-54

[3] G. Wübbena, M. Schmitz and A. Bagge "PPP-RTK: Precise Point Positioning Using State-Space Representation in RTK Networks", Presented at the 18th International Technical Meeting, ION GNSS-05, September 13-16, 2005, Long Beach, California, DOI: https://doi.org/10.1007/s10291-023-01428-2

[4] V. Janssen, "A comparison of the VRS and MAC principles for network RTK" International Global Navigation Satellite Systems Society IGNSS Symposium 2009, Holiday Inn Surfers Paradise, Qld, Australia 1 – 3 December, 2009, pp 1-13.

[5] EUSPA EO and GNSS Market Report 2024 issue 2, EUSPA 2023, ISBN 978-92-9206-079-4, DOI: 10.2878/73092

ЗАСЕДАНИЕ II – ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ НАВИГАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Алгоритмы локализации и сопоставления светофоров в системах помощи водителя

Гужва Н.С.
Cognitive Technologies
Москва, Россия
n.guzhva@cognitivepilot.com

Садеков Р.Н.
Cognitive Technologies
Москва, Россия
0000-0001-6286-358X

Аннотация — В статье рассматривается задача идентификации (детектирование, фильтрация и сопоставление с картой) светофоров на последовательности изображении в системах помощи водителю трамвая. Описывается решение задачи от формирования 3д измерений на выходе нейронной сети (детекций) для каждой из (двух) камер до сопоставления результатов с картой и принятия решения о проезде перекрестка. Новизной работы является использование 3д измерений, UKF фильтра для обработки результатов детекций, а также процедуре объединения результатов на уровне двух камер. Представленный алгоритм и его модификации оцениваются на натурных данных, доказывая его эффективность.

Ключевые слова - Компьютерное зрение, идентификация, распознавание светофоров, система помощи водителя

I. Введение

Прогресс в области развития беспилотной техники [1], [2], [3] привел к внедрению данных технологий и на общественном транспорте, с недавнего времени на улицах города Санкт-Петербург стали эксплуатироваться системы помощи водителю трамвая [4], [5].

Система распознавания светофоров является неотъемлемой частью автопилота. При движении по улицам города автомобиль, работающий в режиме робота, должен распознавать светофоры при подъезде к перекрестку, классифицировать их сигналы, сравнивать результаты с картой и принимать решение. Так, система должна осуществлять полную остановку трамвая (у стоп-линии) в случае, если водитель продолжает движение на запрещающий сигнал светофора.

Несмотря на бурное развитие алгоритмов глубокого обучения, решение задачи распознавания светофоров по-прежнему сопряжено с многочисленными трудностями, в связи с изменяющимися погодными условиями и движением в разное время суток; большим разнообразием сигналов и типов светофоров; «кучным» размещением светофоров на перекрестках и наличием многочисленных «ложных» источников света (освещение, фары автомобилей и т.п.); расположением светофоров в разных частях дорожной сцены; снижением яркости сигналов при длительной эксплуатации; установкой временных светофоров в случае ремонта улиц.

Перечисленные выше обстоятельства требуют создания сложных алгоритмов распознавания светофоров на изображении, их фильтрации и сопоставления с картой. Необходимость использования карты объясняется задачей выбора светофора или группы светофоров, регулирующей проезд в заданном направлении на перекрестке. Информация о светофорах обычно храниться в цифровых картах. В работе предполагается, что карта местоположения светофоров, может быть получена путем оцифровки спутникового снимка и не требует дорогой «лидарной» разметки.

В отличии от известных, в работе, в качестве измерений выступают 3д детекции нейронной сети полученные по изображению с каждой камеры. Используемые камеры имеют существенно разные внутренние параметры, что приводит к необходимости обработки измерений с разной точностью их фильтрации и сопоставления с картой.

Статья состоит из нескольких разделов, в которых описывается постановка задачи, этапы ее решения: детектирование светофоров на изображении, фильтрация полученных измерений с использованием UKF фильтра, сопоставление измерений каждой камеры, определения класса сигнала, сопоставление

положения светофора с картой и оценка точности предложенного подхода.

II. Анализ существующих подходов

Постановка задачи детектирования светофоров обычно формулируется и решается на изображении, при этом может использоваться априорная информация о карте. Информация от цифровой карты используется для ограничения области поиска светофоров на изображении. Для детектирования положения светофора и определения его сигнала используются детектирующие и классификационные сети, которые в настоящее время реализуются на базе глубоких нейронных сетей.

Задача детектирования светофоров может решаться как для ночных [6], так и дневных [7] условий, учитывать особенности, связанные с небольшим размером светофора на изображении [7]. Использовать информацию с карты [8], [9]. Кроме-того для решения задачи сопоставления с картой, проекции и репроекции данных могут использоваться лидары [10], стереокамеры [6] или несколько камер [8]. Постановки задачи также могут учитывать разные локации: городская среда [11] или автострада [7]; типы светофоров: автомобильные или трамвайные [9].

Общее решение задачи, как правило складывается из решения следующих подзадач:

- детектирование и классификация сигналов светофоров на имеющемся изображении;
- трекинг светофоров между кадрами и между датчиками;
- фильтрация измерений и сопоставление полученных измерений с картой.

Краткий обзор работ по предложенной теме представлен в таблице 1.

Таблица 1. Анализ существующих работ

Источник	Датчики и особенности	Детектирование	Трекинг и фильтрация	Цифровая карта
[8]	Стереокамера, одометрия и инерциальный модуль. Светофоры на изображении имеют крайне небольшие размеры	YOLO, автомобильные светофоры со стрелками, отдельная нейронная сеть для классификации	На основе отдельной нейронной сети	Не используется
[9]	Лидар и три камеры. Беспилотный трамвай. Пригород.	SSD детектор. Трамвайные светофоры	Скрытая марковская модель. Межкамерная обработка	Высокоточная лидарная карта, использование лидара для формирования областей поиска
[10]	Лидар, одна камера	YOLO, светофоры двух классов. Автомобильные светофор	Накопление детекций в буфере, использование кластеризации	Высокоточная лидарная карта, использование лидара для формирования областей поиска
[12]	Несколько камер с разными фокусными расстояниями, GPS, инерциальный модуль, городская среда	YOLOv5 для каждой камеры. Автомобильные светофоры	Венгерский алгоритм и скрытая марковская модель	Цифровая карта для формирования областей поиска
[13]	Стереопара, GPS	Нейронная сеть	Фильтр калмана и венгерский алгоритм для формирования карты светофоров	Не используется

Анализ работ показал, что решение задачи распознавания светофоров строиться на основе многоэтапных алгоритмов. При этом реализованные в настоящее время алгоритмы используют информацию двух и более одинаковых (для формирования стерео) камер или лидаров, что существенно облегчает и повышает точность решения задачи. На этапе детектирования чаще всего используется априорная информация от цифровой карты, которая также получается на основе высокоточных измерений. Однако, в известных работах не встречаются решения использующие камеры с существенно разными фокусными расстояниями, новые архитектуры нейронных сетей способные формировать 3д информацию о дорожной сцене. Кроме того, решения редко проверяются в условиях городской среды (как наиболее трудном случае), а также не связаны с задачей проезда перекрестка исходя из детектирования только «нужных» светофоров, а не всех возможных.

III. Постановка задачи и этапы ее решения

Система помощи водителю трамвая состоит из несколькими камер, установленных в кабине водителя трамвая. С каждой камерой связана система координат xyz с центром в точке C. Камеры считаются откалиброванными, с известными внутренними $K_m^{<cam/vr>}$ и внешними $R_m^{<cam/vr>}, T_m^{<cam/vr>}$ параметрами установки относительно системы координат трамвая, где m номер камеры, рисунок 1. Начало системы координат трамвая (далее vehicle related - VR) совпадает с центром переднего бампера и находиться на земле. В системе координат VR производится первичный анализ дорожной сцены. Кроме того, навигационная система трамвая определяет его положение и ориентацию в глобальной

метрической системе координат (GM). GM система координат позволяет определять положение любого объекта в пространстве на основе вектора $s_t^{gm} = [x_t, y_t, z_t, \alpha_t, \beta_t, \gamma_t]$, где x_t, y_t, z_t - координаты объекта, $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t$ - углы его ориентации. Очевидно, что для перехода из системы координат cam в GM необходимо последовательно выполнить переходы из cam в VR и из VR в GM.

Рисунок 1. Изображение трамвая и системы координат VR (a)

Координаты светофоров в системе координат GM заранее известны. Обозначим их в виде вектора $o_b^{gm} = [x, y, z, \gamma]$, где b - порядковый номер светофора, x, y, z координаты и γ угол ориентации светофора. На каждом перекрестке светофоры объединены в группы. Под группой светофоров понимается совокупность светофоров (основных и дублирующих), регулирующих движение на перекрестке и имеющих общую стоп-линию для остановки транспортного средства. Для уменьшения обозначений дополнительный индекс группы светофоров вводить не будем.

Распознавание светофоров производится нейронной сетью по изображениям, формируемым каждой камерой. Сеть является многоголовой (многозадачной). Каждая из голов сети имеет свое назначение. Можно выделить: решение задачи сегментации, 3д детектирования, формирования эмбедингов и другие. На рисунке 2 показан результат работы сети. Архитектура такой сети подробно изложена в работе [1] поэтому здесь не рассматривается.

В каждый момент времени нейронная сеть получает на вход изображение I_t^m. Нейронная сеть находит объекты: транспортные средства (включая легковые и грузовые транспортные средства, общественный транспорт), пешеходов, знаки дорожного движения и светофоры и определяет их пространственно положение описываемое параллелипипедами (далее 3д детекциями или просто детекциями).

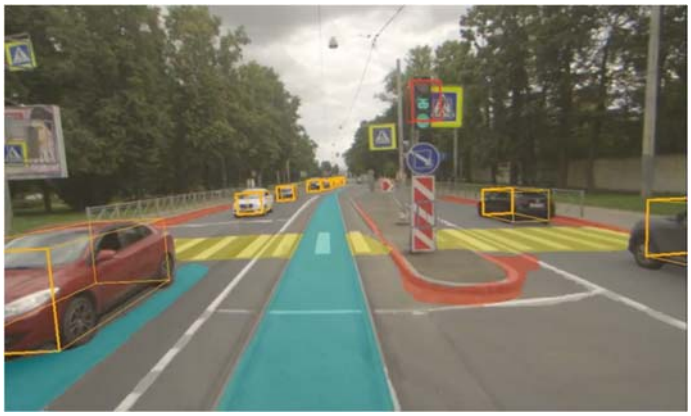


Рисунок 2. Визуализация распознавания дорожной сцены (3д детекции – машины (желтые), светофоры (красные), область сегментации – бордюры (красныая), трамвайное полотно (бирюзовое)

Детекцию светофора j в момент времени t, для камеры m обозначим как $r_j^{t,m}$. Вектор измерений $r_j^{t,m}$ включает в себя:

- координаты (пиксели) [u, v] центра светофора на изображении I_t^m;
- глубину центра светофора d (depth) в системе координат камеры, м;
- углы ориентации светофора в пространстве (тангаж (pitch), крен (roll), рысканье (yaw));
- физические размеры объекта: ширина (w), длина (l) и высота (h), м;
- уникальный идентификатор области светофора - эмбединг (E).

Все вышеописанные параметры за исключением u,v формируются в системе координат камеры cam.

Требуется определить соответствие между j-ой детекцией и порядковый номером светофора b, по измерениям $r_j^{t,m}$. Для решения поставленной задачи выполняются следующие этапы:

Трекинг - сопоставление детекций светофоров между кадрами для каждой камеры в отдельности, т.е. поиск соответствия между $r_{j1}^{t,m}$ и $r_{j2}^{t+1,m}$.

Объединение результатов детекций разных камера для одного и того же светофора в единственное измерение, т. е. поиск соответствия между $r_{j1}^{t,m}$ и $r_{j2}^{t,m+1}$.

Фильтрация положения светофоров - определение координат светофоров в системе координат GM по нескольким измерениям;

Сопоставление полученных координат по результатам работы фильтра со светофорами, имеющимися на карте;

Классификация - определение класса сигнала светофора по изображению, для принятия решения о возможности проезда;

Рассмотрим перечисленные выше этапы более подробно.

IV. Трекинг

В современных задачах компьютерного зрения слежение за движением (трекинг) объектов производится с использованием эмбедингов. Под эмбедингами понимается некоторый стабильный во времени и пространстве вектор признаков, который

характеризует объект (область) на изображении. Используемая в работе нейронная сеть для каждого j-го детектируемого объекта (светофора) формирует эмбединг – E_j. Размерность вектора эмбединга 128. Для определения факта схожести двух областей на изображениях в моменты времени t и t-1 используется косинусная мера сходства, задаваемая выражением вида

$$C = \frac{E_i E_j}{|E_i||E_j|}$$

где E_i, E_j - эмбединги объектов i и j в моменты времени t и t-1.

Чем большее значение C к единице, тем выше сходство между эмбедингами и как следствие тем более явно две области светофоров на последовательности изображений соответствуют друг другу. Для поиска пар соответствия между i и j. Осуществляется попарное вычисление косинусной меры для всех измерений, полученных в моменты времени t и t-1 и выбираются пары имеющие максимальные значения C.

V. Обьединение результатов детекций между камерами

Для надежности решения задачи распознавания светофоров необходимо одновременно распознавать как основные, так и дублирующие светофоры. Кроме того, необходимо распознавать сигналы светофора заблаговременно, чтобы при необходимости обеспечить своевременное торможение транспортного средства. С этой целью в проекте используется две камеры, с разными фокусными расстояниями, отличающимися примерно в два раза. Одна из камер настроена на работу с дальними объектами, вторая с ближними. Изображения с каждой камеры независимо друг от друга обрабатываются нейронной сетью, поэтому результаты распознавания объектов и светофоров полученными с двух камер необходимо объединять, т.е. находить между ними соответствие. Поскольку под трекингом чаще всего понимается процедура межкадрового слежения, а не межкамерного, чтобы не путать читателя используется термин «обьединение». Задача объединения данных не является тривиальной в силу достаточно большого количества переменных и может быть решена с использованием следующих функций расстояния:

- Косинусное расстояние между эмбедингами. Данная техника широко распространена на практике и не зависит от параметров настроек камеры. Однако эмбединги могут совпасть у похожих объектов, которые при этом находятся в разных частях изображения и эмбединг может меняться от кадра к кадру (напр. из-за мигания светофора).

- Мера пересечения двух боксов (Intersection over Union (IoU) 2D) путем переноса результатов распознавания с одного изображения на другое. Понятная и хорошо интерпретируемая с точки зрения геометрии метрика, которая широко распространена на практике. Однако для ее использования требуются высокоточные параметры калибровки обеих камер и знание глубины для переноса областей детекций.

- Вычисление IoU для 3D детекций. Нейронная сеть выдает 3D детекции, поэтому можно использовать эту информацию для проверки пересечения и не привязываться к изображению. Очевидно это позволяет уменьшить двойственность, когда объекты в кадре стоят рядом. Однако в силу того глубина объектов с разных камер может отличаться сильно (из-за большой разницы в фокусном расстоянии), пересечения кубоидов в пространстве может не быть совсем, или наоборот может иметь место ложное пересечение.

- Евклидово расстояние (L2) между центрами объектов (в пространстве). Понятный и популярный подход, однако из-за ошибок в предсказанной глубине объекты также могут не совпадать.

- Расстояние на основе дистанции Махаланобиса, что по смыслу близко к Евклидову, но позволяет учесть ошибку определения глубины объектов для каждой камеры. Данный подход позволяет учесть ковариацию (шум) определения глубины нейронной сетью.

- Расстояние между центрами 2D детекций путем переноса координат центров выделенных областей на одно изображение и подсчета расстояния. В ряде случаев сложно учитывать разницу в пикселях для удаленных объектов, поскольку размеры боксов сильно изменяются на одном изображении относительно второго. Кроме того метрика зависит от параметров обеих камер.

Как видно из анализа, способов «объединения» измерений достаточно много. Для выбора оптимальной стратегии совмещения измерений или их комбинаций необходимо исходить из следующих факторов: метрики должны выдавать нормализованные значения в диапазоне от 0 до 1, при использовании нескольких метрик необходимо определить коэффициенты их влияния.

На основании проведенных экспериментов была создана итоговая метрика, которая объединяет данные о взаимном расположении центров 2D-объектов, эмбединги и IoU 2D-объектов. С последними двумя компонентами вводятся веса, позволяющие адаптировать их вклад в итоговую метрику. Таким образом, итоговую метрику соответствия (w) можно рассчитать, на основе взвешенной суммы косинусного расстояния между эмбедингами (d_emb) и инверсии показателя IoU (1 - iou), причем важность каждого слагаемого определяется весовыми коэффициентами (w_emb и w_iou соответственно). При этом формула учитывает пороговое значение для расстояния в пикселях между центрами 2D-боксов (d_pixel), что позволяет отсеять дальнейшие ложные сопоставления. В результате многочисленных экспериментов было установлено, что веса находятся в диапазоне: вес w = 0.6…0.7 для эмбедингов, вес w = 0.3…0.4 для IoU.

VI. Оптимальная фильтрация координат местоположения светофоров

Результаты, получаемые непосредственно от нейронной сети, часто содержат значительный уровень случайных неточностей или «шума», что требует их дополнительной фильтрации. С этой целью применяется фильтр Калмана. Фильтрацию положения

светофоров можно проводить с использованием UKF фильтра на основе следующих уравнений.

Уравнение состояния содержит константную модель

$$s_{t+1}^{gm} = s_t^{gm} + w_t^{gm}$$

где w_t^{gm} – шум модели, $s_t^{gm} = [x_{gm}, y_{gm}, z_{gm}, w, l, h, yaw_{gm}]$ – вектор параметров.

Уравнение измерений имеет вид

$$z_t^{vr} = H(s_t^{gm}) + v_t^{vr}$$

где $z_t^{vr} = r_j^t = [u_{cam}, v_{cam}, d_{cam}, yaw_{vr}, w, l, h]$. Переход из вектора состояния в вектор измерений осуществляется с использованием внутренних калибровочных параметров камеры и матриц $R_m^{<gm/vr>}, T_m^{<gm/vr>}$ определяемых системой навигации.

VII. Сопоставление результатов с картой

По результатам работы фильтра формируется вектор координат светофоров, который далее сравнивается с информацией о местоположении светофоров, имеющейся в цифровой карте.

Цифровая карта представляет собой базу данных, в которой хранятся координаты местоположения светофоров, участки маршрутов, которые они регулируют, классы сигналов для разрешения проезда участков маршрута и другая служебная информация.

Сопоставление векторов координат местоположений светофоров с рассчитанными значениями осуществляется с использованием расстояния Махаланобиса, которое определяется по следующей формуле

$$d_{ib} = \sqrt{(s_i^{gm} - o_b^{gm}) P^{-1} (s_i^{gm} - o_b^{gm})}$$

где o_b^{gm}- вектор координат для b-го светофора из карты, s_i^{gm}- вектор координат i-го детектированного светофора, P^{-1} - матрица ковариации ошибок определения координат светофора. Для найденных дистанций составляется матрица «стоимости» со значениями метрики обратно пропорциональной расстоянию Махаланобиса. Далее с использованием венгерского алгоритма определяются лучшие пары «измерение – карта».

VIII. Классификация сигналов светофоров

Решение задачи классификации осуществляется с использованием глубокой нейронной сети. На вход сети подается фрагмент изображения светофора, сформированный детектором, а на выходе сети формируется класс сигнала светофора. Классификатор сигналов светофора содержит 25 классов. Архитектура сети состоит из двух последовательных блоков: извлечения признаков и предсказания классов. Для извлечения признаков используется нейронная сеть архитектуры RegNetY [17]. Поскольку данные в собранном датасете не сбалансированы, то при обучении такой сети используется следующая функция Focal Loss [18], который позволяет динамически масштабировать потери функции кросс-энтропии. Масштабный коэффициент уменьшается до нуля по мере роста уверенности нейронной сети в правильности предсказанного класса.

Разметка фрагментов изображений, содержащих светофоры, использует систему классов учитывающей: тип светофора (автомобильный, трамвайный, пешеходный), ориентацию (направление), количество секций (5 секционный, 3 секционный, 2 секционный), а также специальные символы и их комбинации (прямо, налево, прямо и налево и т.д.).

Примеры светофоров разных классов показаны на рисунке.

Рисунок 3. Некоторые классы сигналов светофоров

IX. Оценка точности

Оценка точности работы системы производиться в комплексе с системой управления [14], [15]. Такие эксперименты прежде всего востребованы для автопилотируемых решений, поскольку определяют быстродействие и безопасность движения робота автомобиля по улицам города. Обычно для данных целей используют тестовые маршруты содержащие перекрестки. При этом оценивается результат правильного распознавания сигналов светофора, остановки на перекрестке в случае запрещающего сигнала и проезд на разрешающий сигнал светофора. К сожалению, автоматически оценить точность работы системы помощи водителя с активной функцией контроля сигналов светофора невозможно в силу того, что водители зачастую сами останавливают трамвай перед стоп-линией и начинают движение, когда загорается разрешающий сигнал светофора. Поэтому оценка точности системы производилась на данных, записанных при движении трамвая по маршрутам и ручной проверки штатной и нештатной работы.

Комплексную оценку системы можно определить, используя целевые и фактические действия системы в зависимости от сигнала светофора:

– ОСТАНОВКА при запрещающем сигнале;
– ДВИЖЕНИЕ при разрешающем сигнале.

В контексте проезда перекрестка наиболее критичным действием является ОСТАНОВКА, поэтому оно взято как базовое («позитивное» с точки зрения матрицы несоответствий). Указанные события позволяют сформировать следующую матрицу соответствия ситуаций, представленную в таблице 2.

Таблица 2. Матрица соответствия событий

Событие	Целевое действие	Фактическое действие системы
TN	ДВИЖЕНИЕ	ДВИЖЕНИЕ
TP	ОСТАНОВКА	ОСТАНОВКА
FN	ОСТАНОВКА	ДВИЖЕНИЕ
FP	ДВИЖЕНИЕ	ОСТАНОВКА

Таким образом, формируются события: TP – остановка на запрещающий сигнал; TN – движение на разрешающий сигнал; FP – остановка на разрешающий сигнал; FN – движение на запрещающий сигнал, самая критичная ошибка с точки зрения безопасности движения, поскольку разрешает движение на красный свет.

Оценка точности проводилась путем ручного анализа видео данных и отписанных системой телеметрии для маршрутов, представленных в таблице 3. Оценка точности проводилась для двух алгоритмов:

– использование одной камеры и UKF фильтра для фильтрации и сопоставления светофоров (A_1).

– использование двух камер и UKF фильтра для фильтрации и сопоставления светофоров (A_2).

ТАБЛИЦА 3. СВЕДЕНИЯ О МАРШРУТАХ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ

Маршруты	**Протяженность одного маршрута, км**
36 маршрут	8 заездов, 17.43 км
24 маршрут	3 заезда, 14.67 км
27 маршрут	1 заезд, 18.04 км

ТАБЛИЦА 4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМОВ

	Движение в городе (события TP, TN, FP, FN указаны в разах, precision, recall в процентах)	
События	A_1	A_2
TP	181	192
TN	183	180
FP	57	60
FN	16	5
Precision	76.05	76.19
Recall	91.88	97.46

В таблице 4 представлены результаты оценки точности работы системы. Рассчитываются как базовые TP, TN, FP, FN, так и производные параметры Precision, Recall. Данные параметры рассчитываются по стандартным формулам

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

Исходя из логики решаемой задачи наиболее приоритетным является параметр Recall, поскольку проезд перекрестка на красный сигнал светофора является критичным. Из представленного анализа видно, что при использовании двух камер, качество работы системы повышается в части полноты на 6%, что объясняется лучшей возможностью детектирования дальних «дублирующих» светофоров.

На рисунке 4 представлены результаты детектирования светофоров в различных локациях г. Санкт-Петербург.

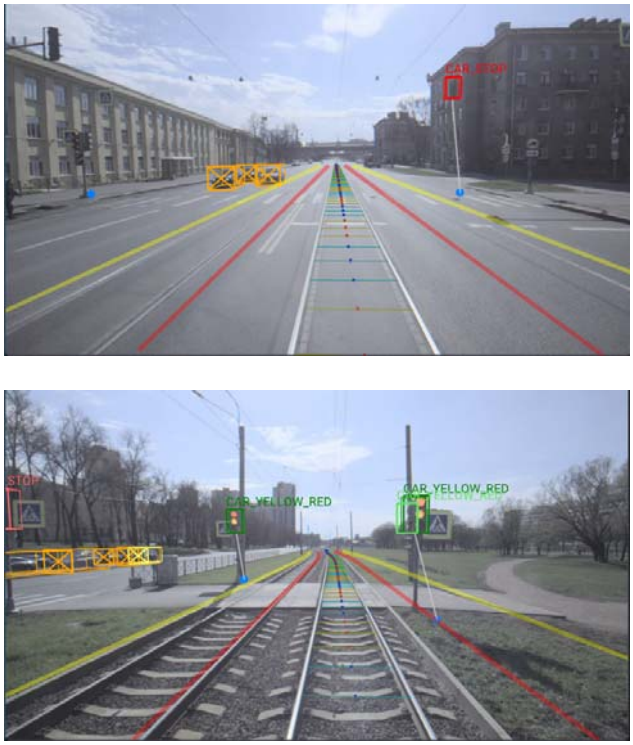


Рисунок 4. Фрагменты визуализации результатов распознавания светофоров

Параллелипипедами показаны все объекты, распознанные нейронной сетью, при этом желтым цветом – автомобиль, красным и зеленым цветом – светофоры, синими точками – положение светофоров на карте). Видно, что распознанные нейросетью объекты имеют связь с точками на земле, что говорит об успешном решении задачи сопоставления.

X. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проблемой распознавания светофоров занимаются достаточно продолжительное время, при этом абсолютно надежного решения в настоящее время не существует, в силу большого количества внешних факторов, влияющих на качество распознавания. Использование нескольких камер/лидаров, глубоких нейронных сетей и высокоточных карт существенно повышаю качество решения задачи. В статье описывается алгоритм, решающий задачу распознавания светофоров в реальном времени с высокой точностью, в современных системах помощи водителю трамвая. Проведенная оценка точности работы предложенного алгоритма идентификации совместно с системой управления трамвая с использованием двух камер позволяет достичь параметров точности 76.19% и полноты 97.46%. Существующие ошибки системы в настоящее время связаны с распознаванием прежде всего трамвайных светофоров (в силу их малой выразительности и выгорания за время эксплуатации). Внедрение и использование данного алгоритма на практике позволяет снизить требования к разметке карты и обеспечивает высокую точность распознавания в реальном времени.

Литература

[1] Д. И. Смольянов and А.А. Голован, Задача навигации беспилотной колесной сельскохозяйственной техники с использованием БИНС, ГНСС и одометрии. XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, Россия, 2023, стр. 27-30, doi: 10.23919/ICINS51816.2023.10168339.

[2] Али, Б. Алгоритмы навигации беспилотных летательных аппаратов с использованием систем технического зрения / Б. Али, Р. Н. Садеков, В. В. Цодокова // Гироскопия и навигация. – 2022. – Т. 30, № 4(119). – С. 87-105. – DOI 10.17285/0869-7035.00105. – EDN ETCJST.

[3] А.А.Голован, М.Н. Дробышев, Д.И. Смольянов. Декомпозированный алгоритм обработки первичных спутниковых навигационных измерений // 2022. Т. 23. № 4. Р. 23-35. DOI: 10.21455/gr2022.4-2.

[4] Использование 3D-сетей для «предсказания» моделей поведения транспортных средств в задаче беспилотного движения трамвая / Н. С. Гужва, В. Е. Прун, В. В. Постников [и др.] // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов, Санкт-Петербург, 30 мая – 01 2022 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2022. – С. 304-310. – EDN JQNIIU.

[5] Оценка точности местоположения трамвая в условиях высотной застройки по данным визуально-геоинформационных систем / Н. С. Гужва, Б. Али, К. С. Бакулев [и др.] // XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 29–31 мая 2023 года. – Санкт-Петербург: "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2023. – С. 16-21. – EDN VCHMDX.

[6] Haltakov, V., Mayr, J., Unger, C., Ilic, S. (2015). Semantic Segmentation Based Traffic Light Detection at Day and at Night. In: Gall, J., Gehler, P., Leibe, B. (eds) Pattern Recognition. DAGM 2015. Lecture Notes in Computer Science(), vol 9358. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-24947-6_37.

[7] M. Weber, P. Wolf, and J. M. Zo ̈llner, “Deeptlr: A single deep convolutional network for detection and classification of traffic lights,” in 2016 IEEE Intelligent Vehicles Symposium, IV 2016, Gotenburg, Sweden, June 19-22, 2016, 2016, pp. 342–348

[8] Behrendt K., Novak L., Botros R. “A deep learning approach to traffic lights: Detection, tracking, and classification”, 2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2017, pp. 1370–1377

[9] A.W. Palmer, A. Sema, W. Martens, P. Rudolph and W. Waizenegger, "The Autonomous Siemens Tram," 2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Rhodes, Greece, 2020, pp. 1-6, doi: 10.1109/ITSC45102.2020.9294699.

[10] Possatti, Lucas C. et al. “Traffic Light Recognition Using Deep Learning and Prior Maps for Autonomous Cars”, 2019 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), 2019, pp. 1-8.

[11] Wang, Q.; Zhang, Q.; Liang, X.; Wang, Y.; Zhou, C.; Mikulovich, V.I. Traffic Lights Detection and Recognition Method Based on the Improved YOLOv4 Algorithm. Sensors 2022, 22, 200. https://doi.org/10.3390/s22010200

[12] Wu S. et al. aUToLights: A Robust Multi-Camera Traffic Light Detection and Tracking System //arXiv preprint arXiv:2305.08673. – 2023.

[13] Mentasti S, Simsek YC and Matteucci M (2023) Traffic lights detection and tracking for HD map creation. Front. Robot. AI 10:1065394. doi: 10.3389/frobt.2023.1065394.

[14] J. Kim, H. Cho, M. Hwangbo, J. Choi, J. Canny and Y. P. Kwon, "Deep Traffic Light Detection for Self-driving Cars from a Large-scale Dataset," 2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), Maui, HI, USA, 2018, pp. 280-285, doi: 10.1109/ITSC.2018.8569575.

[15] Li Z, Zeng Q, Liu Y, Liu J, Li L. An improved traffic lights recognition algorithm for autonomous driving in complex scenarios. International Journal of Distributed Sensor Networks. 2021;17(5). doi:10.1177/15501477211018374.

[16] M. S. Chelva, S. V. Halse and B. K. Ratha, "Object tracking in real time embedded system using image processing," 2016 International Conference on Signal Processing, Communication, Power and Embedded System (SCOPES), Paralakhemundi, India, 2016, pp. 1840-1844, doi: 10.1109/SCOPES.2016.7955763.

[17] Radosavovic I. et al. Designing network design spaces //Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition. – 2020. – С. 10428-10436.

[18] Lin T. Y. et al. Focal loss for dense object detection //Proceedings of the IEEE international conference on computer vision. – 2017. – С. 2980-2988.

Информационно-измерительная система космического аппарата, стабилизированного вращением

В.В. Матвеев
Тульский государственный университет
г. Тула, Россия
matweew.valery@yandex.ru

А.Н. Хомячкова
Тульский государственный университет
г. Тула, Россия
scientific-lab-tulsu@yandex.ru

И.А. Бехлер
Тульский государственный университет
г. Тула, Россия
scientific-lab-tulsu@yandex.ru

М.Г. Погорелов
Тульский государственный университет
г. Тула, Россия
scientific-lab-tulsu@yandex.ru

М.Д. Кирсанов
Тульский государственный университет
г. Тула, Россия
scientific-lab-tulsu@yandex.ru

***Аннотация* — В работе рассматривается информационно-измерительная система космического аппарата, стабилизированного вращением, состоящая из модуля гироскопов и магнитометров. Предлагается метод оценки смещения нулевого сигнала гироскопа на основе данных магнитометрических датчиков.**

Ключевые слова — вращающийся космический аппарат, гироскоп, магнитометр

I. Введение

Стабилизация космических аппаратов (КА) вращением имеет определенные преимущества по сравнению с другими видами стабилизации [1, 2]: снижение энергозатрат на управление, безынерционность в первом приближении прецессионного движения КА, длительная ориентация солнечных панелей на максимальную освещенность и др. Однако со временем угловая скорость вращения КА будет постепенно уменьшаться из-за рассеивания энергии в соединениях конструкции, воздействия магнитного поля Земли, изменения момента инерции и других возмущений. В связи с этим информационно-измерительная система КА должна формировать данные об угловой скорости его собственного вращения, чтобы впоследствии использовать эту информацию для создания управляющих сигналов.

В информационно-измерительную систему космического аппарата обычно входит гироскопический датчик угловой скорости, который может быть реализован по технологии микро-электромеханических систем (МЭМС). Известно, что МЭМС-гироскопы, как датчики низкого класса точности, обладают существенными инструментальными погрешностями. Целью настоящей работы является описание способа компенсации смещения нулевого сигнала гироскопического датчика угловой скорости, основанного на показаниях магнитометров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания по теме FEWG-2022-0002.

II. Информационно-измерительная система КА

На рисунке 1 приведена информационно-измерительная система КА, содержащая блок датчиков первичной информации, включающий МЭМС-гироскоп с измерительной осью Z, а также магнитометрические датчики с измерительными осями *X* и *Y* соответственно. Угловая скорость КА измеряется МЭМС-гироскопом, сигнал которого поступает в усилительно-преобразующий тракт, предназначенный для управления двигателем-маховиком.

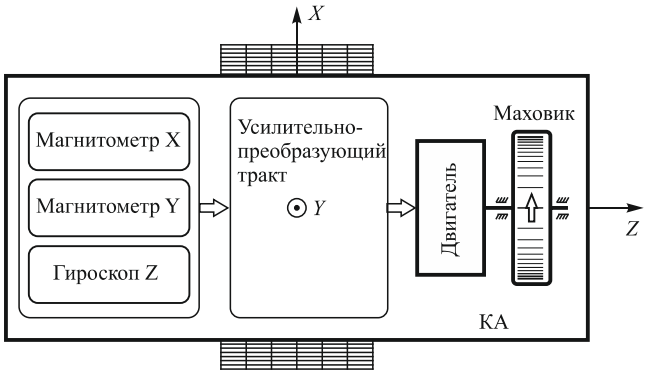


Рис. 1. Функциональная схема информационно-измерительной системы

Маховик является исполнительным органом замкнутой системы стабилизации угловой скорости КА. Если угловая скорость КА уменьшается, необходимо повысить угловую скорость маховика, причём направление его вращения должно быть противоположно направлению вращения корпуса КА. При увеличении угловой скорости КА маховик, наоборот, должен тормозиться. Однако этот режим маловероятен, поскольку возмущающие моменты, действующие на КА, являются тормозящими [3]. Уменьшение угловой скорости собственного вращения КА будет оказывать негативное действие на его

динамику и, в конечном счете, может привести к потере устойчивости. Кроме того, точность стабилизации КА определяется характеристиками МЭМС-гироскопа, в частности величиной смещения его нулевого сигнала. Для исключения явления насыщения маховика, КА должен быть снабжен еще и системой разгрузки. Магнитометры, помимо основной функции измерения направления и величины магнитного поля Земли, применяются еще и для коррекции сигнала гироскопа.

III. Способ оценки нулевого сигнала гироскопа

Суть метода определения смещения нулевого сигнала гироскопа заключается в следующем. Во время одностороннего вращения КА измерительные оси магнитометров движутся относительно вектора геомагнитной индукции. В результате магнитометры выдают амплитудно-модулированные сигналы на частоте вращения КА. Анализ спектральных характеристик сигналов магнитометров с использованием быстрого преобразования Фурье позволяет оценить частоту вращения космического аппарата. Важно отметить, что собственные смещения нулевых сигналов магнитометров не оказывают существенного влияния на точность определения частоты вращения. Полученная таким образом частота вращения КА используется для оценки смещения нулевого сигнала гироскопа. Летная калибровка магнитометров рассмотрена, например, в работе [4].

IV. Результаты экспериментальных исследований

Исследовался МЭМС-модуль чувствительных элементов, содержащий гироскопические датчики угловой скорости и магнитометры. Модуль устанавливался на поворотный стенд, имитирующий вращение корпуса КА с угловой скоростью около 20 °/с. Выходные сигналы магнитометров приведены на рисунке 2.

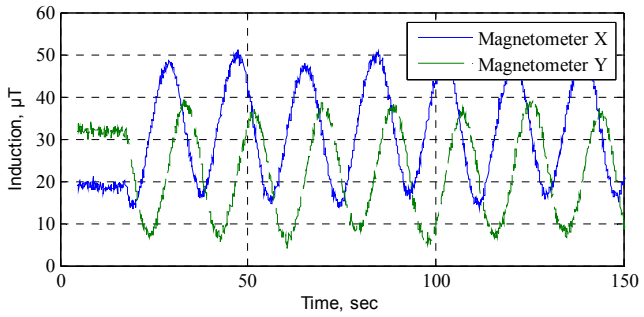


Рис. 2. Выходные сигналы магнитометров на вращающемся основании

Для повышения точности функционирования информационно-измерительной системы предварительно устранялись смещения нулей магнитометров путем центрирования их выходных сигналов, построенных на плоскости *XY* (рис. 3). Далее определялись их амплитудные спектральные характеристики, по которым оценивалась частота вращения стенда (рис. 4), составившая 19,975 °/с. Угловая скорость стенда, измеренная по сигналу МЭМС-гироскопа, составила 20,149 °/с. Так как недокомпенсация нулевых сигналов магнитометров и неточность задания их масштабных коэффициентов не оказывают существенного влияния на вычисление спектральным методом частоты вращения стенда, то можно полагать, что магнитометрические измерения более точными. Отыскивая разность между найденной таким образом угловой скорости стенда и сигналом МЭМС-гироскопа можно установить смещение его нулевого сигнала.

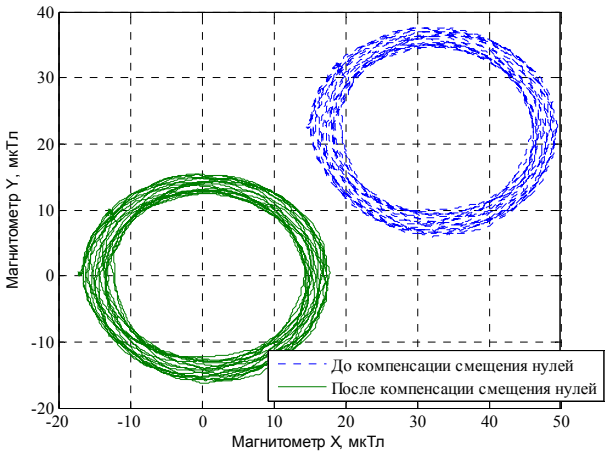


Рис. 3. Устранение смещений нулевых сигналов

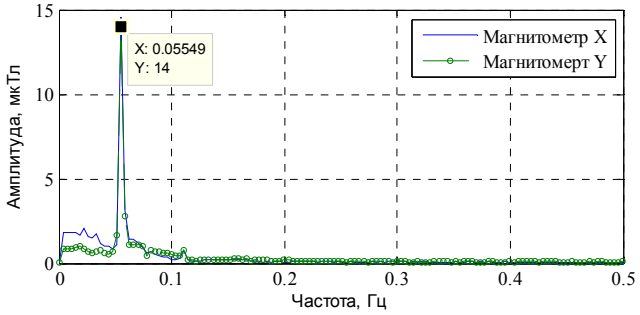


Рис. 4. Спектральные характеристики магнитометрических датчиков

Оценка смещения нулевого сигнала гироскопа составила 0,174 °/с, при истинном значении, полученном на неподвижном, 0,2 °. Погрешность оценивания составила 15 %.

Заключение

Рассмотрена информационно-измерительная система космического аппарата, стабилизированного вращением. Показан способ компенсации смещения нулевого сигнала МЭМС-гироскопа на основе анализа спектральных характеристик магнитометрических датчиков.

Литература

[1] Сиротин А. Н. О частных случаях одной задачи оптимального управления угловым движением симметричного космического аппарата стабилизированного вращением // Труды МАИ. 2017. №96.

[2] Biggs, James & Horri, Nadjim. (2012). Optimal geometric motion planning for a spin-stabilized spacecraft. Systems & Control Letters. 61. 609–616. 10.1016/j.sysconle.2012.02.002.

[3] Артюхин Ю. П., Каргу Л.И., Симаев В. Л. Системы управления космических аппаратов, стабилизированных вращением. М.: Наука, 1979. 287 с.

[4] Розин П.Е., Симонов А.В., Гордиенко Е.С., Зайко Ю.К.Калибровка магнитометра космического аппарата «Декарт» в полёте // Труды МАИ. 2022 № 124 DOI: 10.34759/trd-2022-124-19

Адаптивное управление с неявной эталонной моделью группировкой малых спутников на проекционных орбитах

И.Д. Костин
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0001-9459-1929

А.А. Шевчик
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0002-6223-0261

Ю.В. Фадеева
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0002-2304-9806

И.А. Яковлев
БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф.Устинова
Санкт-Петербург, Россия
ORCID: 0000-0001-9627-816X

***Аннотация*—Настоящая работа посвящена проблеме управления группировкой малых спутников переменной массы. При решении задачи был использован метод скоростного градиента для получения комбинированного адаптивного закона управления. Реализуется оценка неизвестного параметра – массы спутника и прямое адаптивное управление с неявной эталонной моделью. Для повышения точности построения требуемой формации на орбите используется протокол консенсуса.**

Ключевые слова — группировка спутников; адаптивное управление; консенсус; проекционные круговые орбиты.

I. Введение

При решении целого ряда исследовательских задач, таких как зондирование Земли, спутниковая фотосъемка и т.п., оказывается полезным использовать группу малых космических аппаратов на околоземной орбите. При этом необходимо обеспечить и поддерживать требуемую форму строя. В зависимости от области применения конфигурация может быть как статической, так и меняющейся с течением времени. Одним из классов для формирования строя с постоянной структурой является проекционные круговые орбиты (англ. PCO). Такой подход предполагает, что группа космических аппаратов имеет лидера и ведомые спутники, которые окружают лидера.

Значительной трудностью оказывается обеспечение заданной точности управления при существенной неопределенности некоторых параметров космических аппаратов. Имея свои недостатки, адаптивные управление – одно из наиболее частых решений при неопределенности параметров объекта управления. Ограниченное быстродействие, вызванное необходимостью иметь время для самонастройки коэффициентов регулятора, является несущественной проблемой при управлении малыми спутниками.

Цель настоящей работы – разработать алгоритм адаптивного управления группой малых спутников с переменной массой. Актуальность работы обуславливается возможностью снижения требований к полноте текущей информации о параметрах космических аппаратов группы.

Работа выполнена в организации БГТУ «ВОЕНМЕХ» при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (доп. соглашение от 09.06.2020 № 075-03-2020-045/2).

II. Математическая Модель

Для описания движения спутников используется инерциальная система координат XYZ, начало которой связано с центром масс Земли.

Радиус-вектор $\vec{r}_c$ и истинная аномалия θ служат для задания положения спутника-лидера на орбите. Истинная аномалия θ представляет собой угол между направлением на перицентр орбиты и вектором положения спутника-лидера $\vec{r}_c$ с вершиной в центре масс Земли. Далее вектором $\vec{r}_c$ и углом θ задается абсолютное положение начала подвижной неинерциальной (относительной) системы координат xyz. Подвижная система координат жестко связана со спутником-лидером. Ось x направлена по радиус-вектору $\vec{r}_c$, ось y лежит в плоскости орбиты и перпендикулярна радиус-вектору в направлении движения, ось z дополняет тройку векторов до правой. Абсолютное положение спутника-последователя задается вектором $\vec{r}$, а положение в относительной системе координат — вектором $\vec{\rho}$.

Системы координат показаны на рисунке 1.

Рис. 1. Системы координат

Движение спутника-последователя вычисляется относительно спутника-лидера [2]. Основная нелинейная система уравнений относительного движения описывается следующими выражениями [2]:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} - 2\dot{\theta}\dot{y} - \ddot{\theta}y - \dot{\theta}^2 x + \frac{\mu}{\gamma}x + \frac{\mu}{\gamma}r_c - \frac{\mu}{r_c^2} \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}\dot{x} + \ddot{\theta}x - \dot{\theta}^2 y + \frac{\mu}{\gamma}y \\ \ddot{z} + \frac{\mu}{\gamma}z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\ddot{r}_c = r_c\dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{r_c^2}, \quad \ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}_c\dot{\theta}}{r_c}, \quad (2)$$

где x, y и z — переменные состояния для описания вектора относительного положения $\vec{\rho}$ в x, y и z осях, соответственно; a_x, a_y и a_z орбитальные возмущения (несферичность Земли, сопротивление атмосферы, солнечный ветер и т.д.). $a_j = (f_j + d_j)/m_f \quad \forall j = \{x, y, z\}$, где m_f — масса спутника, f_j — управляющий вход, приложенный к спутнику, d_j — возмущения, μ — гравитационный параметр. Наконец, γ определена, как:

$$\gamma \equiv \left|\vec{r}_c + \vec{\rho}\right| = \left((r_c + x)^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}. \quad (3)$$

Удобно использовать матричную форму (1):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}, t)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (4)$$

где переменные состояния – относительные положения и скорости между лидером и последователями.

Слагаемые $\left(\frac{\mu}{\gamma}r_c - \frac{\mu}{r_c^2}\right)$ из (1) можно с выделением множителя $\mathbf{x}$ преобразовать к виду [3-4]:

$$\frac{\mu}{\gamma}r_c - \frac{\mu}{r_c^2} = \mu\left(\frac{r_c}{\left(1 + \frac{2}{r_c}x + \frac{x^2+y^2+z^2}{r_c^2}\right)^{3/2}}\frac{1}{r_c^3} - \frac{1}{r_c^2}\right) = \quad (5)$$

$$= \frac{\mu}{r_c^2}\left(\left[1 - \left(-\frac{2}{r_c}x - \frac{x^2+y^2+z^2}{r_c^2}\right)\right]^{-\frac{3}{2}} - 1\right).$$

Определим

$$\xi \equiv -\frac{2}{r_c}x - \frac{x^2+y^2+z^2}{r_c^2} = \left(-\frac{2}{r_c} - \frac{x}{r_c^2}\right)x + \left(-\frac{y}{r_c^2}\right)y + \left(-\frac{z}{r_c^2}\right)z. \quad (6)$$

Далее, применив разложение в отрицательный биномиальный ряд, получаем следующее выражение:

$$\frac{\mu}{\gamma}r_c - \frac{\mu}{r_c^2} = \frac{\mu}{r_c^2}\left((1-\xi)^{-\frac{3}{2}} - 1\right) = \frac{\mu}{r_c^2}\left(1 + \frac{3}{2}\Psi\xi - 1\right) = \frac{3}{2}\frac{\mu}{r_c^2}\Psi\xi, \quad (7)$$

где

$$\Psi \equiv 1 + \psi_1 + \psi_2 + ..., \quad \psi_1 \equiv \frac{\left(\frac{3}{2}+1\right)}{2}\xi, \quad \psi_2 \equiv \frac{\left(\frac{3}{2}+2\right)}{3}\psi_1\xi, ...$$

Тогда, с учетом (6), (7) примет вид:

$$\frac{\mu}{\gamma}r_c - \frac{\mu}{r_c^2} = -\frac{3}{2}\frac{\mu}{r_c^4}\Psi\left(\left(2r_c + x\right)x + y^2 + z^2\right). \quad (8)$$

III. Адаптивное управление

A. Цель управления

В работе рассматривается задача слежения группой спутников-последователей за траекторией, задаваемой свободным движением спутника-лидера вокруг Земли. Пусть целевая траектория задана функциями:

$$\mathbf{x}_d(t) = \begin{bmatrix} x_d(t) \\ y_d(t) \\ z_d(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}}_d(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \dot{y}_d(t) \\ \dot{z}_d(t) \end{bmatrix}, \quad \ddot{\mathbf{x}}_d(t) = \begin{bmatrix} \ddot{x}_d(t) \\ \ddot{y}_d(t) \\ \ddot{z}_d(t) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Введем вектора ошибок слежения за заданной траекторией:

$$\mathbf{e}_1 \triangleq \mathbf{x} - \mathbf{x}_d, \quad \mathbf{e}_2 \triangleq \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d, \quad \mathbf{e} = \left[\mathbf{e}_1, \ \mathbf{e}_2\right] \quad (10)$$

и обозначим выходные сигналы объекта управления как линейную комбинацию этих ошибок:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, \quad (11)$$

где $\boldsymbol{\alpha} = \left[\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z\right]$ – вектор положительных констант.

С учетом новых обозначений система (1) примет следующий общий вид:

$$\dot{\mathbf{e}} = \bar{\mathbf{A}}(\mathbf{e}, \mathbf{t})\mathbf{e} + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{e}, \quad (12)$$

где матрицы:

$$\bar{\mathbf{A}}(\mathbf{e}, t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 & a_{45} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & a_{54} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{1}{m_f}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad (14)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_z & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где

$$a_{41} = \dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{\gamma} + \frac{3}{2}\frac{\mu}{r_c^4}\Psi\left(2r_c + x\right), \quad a_{51} = -\ddot{\theta},$$

$$a_{42} = \ddot{\theta} + \frac{3}{2}\frac{\mu}{r_c^4}\Psi y, \quad a_{52} = \dot{\theta}^2 - \frac{\mu}{\gamma}, \quad a_{43} = \frac{3}{2}\frac{\mu}{r_c^4}\Psi z,$$

$$a_{63} = -\frac{\mu}{\gamma}, \quad a_{54} = -2\dot{\theta}, \quad a_{45} = 2\dot{\theta}.$$

Пусть целевая функция имеет вид:

$$Q_t(\mathbf{e}_1, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_1 + \frac{m_f}{2}\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}. \tag{16}$$

Цель управления может быть сформулирована следующим образом:

$$\lim_{t\to\infty} Q_t(\mathbf{e}_1, \mathbf{y}) = 0. \tag{17}$$

B. Синтез контура управления

Будем искать управления в виде:

$$\begin{aligned} u_1 &= -\hat{m}\left(k_x y_x - \ddot{x}_d(t)\right) + \hat{k}_x y_x, \\ u_2 &= -\hat{m}\left(k_y y_y - \ddot{y}_d(t)\right) + \hat{k}_y y_y, \\ u_3 &= -\hat{m}\left(k_z y_z - \ddot{z}_d(t)\right) + \hat{k}_z y_z, \end{aligned} \tag{18}$$

где $\left(y_x, y_y, y_z\right)$ – компоненты вектора $\mathbf{y}$, $\hat{m}, \hat{k}_x, \hat{k}_y, \hat{k}_z$ – оцениваемые параметры и $k_x > 0, k_y > 0, k_z > 0$ – постоянные параметры.

В работе [5] было показано, что для системы (12) с управлением (18) и с известным значением m_f всегда возможно найти параметры $\hat{m}, \hat{k}_x, \hat{k}_y, \hat{k}_z, k_x, k_y, k_z$ такие, что цель управления (17) будет достигнута, а замкнутая система будет экспоненциально устойчива.

Чтобы получить законы адаптивной настройки параметров закона управления (18), используется метод скоростного градиента [6–7].

Производная целевой функции (16) может быть записана следующим образом:

$$\dot{Q}_t = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{e}_2 + m_f\mathbf{y}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{y}}. \tag{19}$$

Вектор функции (19) имеет градиент по настраиваемым параметрам:

$$\nabla\dot{Q}_t = \begin{bmatrix} -k_x y_x^2 + y_x\ddot{x}_d - k_y y_y^2 + y_y\ddot{y}_d - k_z y_z^2 + y_z\ddot{z}_d \\ y_x^2 \\ y_y^2 \\ y_z^2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Тогда алгоритм настройки параметров:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= -\gamma_m\left(-k_x y_x^2 + y_x\ddot{x}_d - k_y y_y^2 + y_y\ddot{y}_d - k_z y_z^2 + y_z\ddot{z}_d\right), \\ \dot{\hat{k}}_x &= -\gamma_x y_x^2, \ \dot{\hat{k}}_y = -\gamma_y y_y^2, \ \dot{\hat{k}}_z = -\gamma_z y_z^2, \end{aligned} \tag{21}$$

где $\gamma_m, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ – положительные коэффициенты алгоритма адаптации.

IV. Адаптивное управление группой спутников

A. Базовая информация про алгоритм консенсуса

Граф G можно представить как некую пару $\left(V, \ E\right)$, где $V = 1, 2, ..., n$ – множество узлов графа, а $E \in V \times V$ – набор его ребер. Причем каждое ребро показывает, как между собой связана пара различных узлов. Например, ребро $\left(i, \ j\right)$ может показывать способность узла j получать информацию от узла i. Пусть граф G содержит n узлов. Матрица смежности $A = \left[a_{ij}\right] \in \mathbb{R}^{N\times N}$ определяется как: $a_{ii} = 0, \ a_{ij} = 1,$ если $\left(v_i, \ v_j\right) \in E,$ иначе $a_{ij} = 0.$

Пусть $\xi_i \in \mathbb{R}$ содержит информацию о положении i-го агента. Для агентов с динамикой первого порядка фундаментальный алгоритм консенсуса [8]:

$\dot{\xi}_i = u_i, \ u_i = \rho_0 \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\left(\xi_i - \xi_j\right), \ \rho_0 > 0$ – постоянная величина.

Консенсус достигается асимптотически среди всех агентов, если для любых $\xi_i(0)$ верно, что $\left\|\xi_i(t) - \xi_j(t)\right\| \to 0,$ для всех $i \neq j$ при $t \to \infty.$

B. Адаптивное управление формацией БПЛА на основе протокола консенсуса

Расширенный алгоритм управления для i-го агента с дополнительными сигналами управления [8]:

$$\begin{aligned} v_{1i} &= u_1 - \rho_x \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\left(y_{1i} - y_{1i}\right), \\ v_{2i} &= u_2 - \rho_y \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\left(y_{2i} - y_{2i}\right), \\ v_{3i} &= u_3 - \rho_h \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\left(y_{3i} - y_{3i}\right), \end{aligned} \tag{22}$$

где $u_1, \ u_2, \ u_3$ – адаптивные составляющие управления, вычисляемые по формуле (18), $\rho_x > 0, \ \rho_y > 0, \ \rho_h > 0$ – параметры алгоритма консенсуса, a_{ij} – коэффициенты матрицы смежности.

Управление (22) позволяет повысить точность позиционирования формации при адаптивном управлении малыми спутниками с неопределенными массами.

V. Моделирование

Для подтверждения работоспособности разработанного алгоритма управления было проведено моделирование в среде MATLAB/Simulink.

Было рассмотрено движение четырех спутников по РСО-орбите радиуса 1 км. Для расчетов были приняты следующие параметры: $\mu_e = 398.600$ км^3 с$^{-2}$; радиус перигея $R_p = 6971$ км; эксцентриситет $e = 0.2$, $\Omega = \omega = i = M = 0$ рад.

Начальные координаты спутников (км): $x_{10}=1$, $x_{20}=0.7$, $x_{30}=-1$, $x_{40}=-0.5$, $y_{10}=2$, $y_{20}=-2$, $y_{30}=-2$, $y_{40}=1$, $z_{10}=2$, $z_{20}=2$, $z_{30}=-2$, $z_{40}=-2$.

Целевая траектория задается соотношениями:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ y_d \\ z_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r_d/2)\sin(nt+\phi) \\ r_d\cos(nt+\phi) \\ r_d\sin(nt+\phi) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где r_d – радиус РСО-орбиты, n – средняя угловая скорость лидера, $\phi=\pi/2$ – фазовый сдвиг между аппаратами на орбите.

Модель возмущений, включающая гравитационные возмущения, атмосферное сопротивление и влияние солнечного ветра, была задана следующим образом [9]:

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} = 1.2\times10^{-3}\begin{bmatrix} 1-1.5\sin(nt) \\ 0.5\sin(2nt) \\ \sin(nt) \end{bmatrix}, \quad (24)$$

Начальные массы аппаратов составляют 15 кг и убывают линейно со скоростями: -0.68, -0.45, -0.3 и -0.5 (кг/ч), соответственно. Также в течение моделирования второй, третий и четвертый спутники скачкообразно теряют 3, 5 и 2 кг, соответственно. Графики изменения масс аппаратов представлены на рисунке 2.

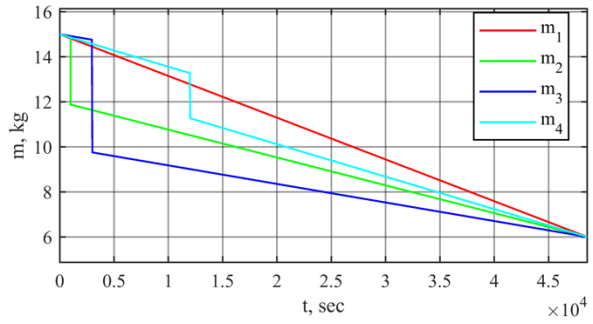


Рис. 2. Графики изменения масс спутников при моделировании

В (11) были использованы следующие параметры выходных сигналов: $\alpha_x=\alpha_y=\alpha_z=8.5\cdot10^{-4}$. Постоянные параметры закона управления (18) были приняты: $k_x=k_y=k_z=0.0255$. Параметры алгоритма адаптации (21) установлены: $\gamma_m=10^6$, $\sigma_m=8\cdot10^{-9}$, $\gamma_x=\gamma_y=\gamma_z=5\cdot10^{-5}$, $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=8\cdot10^{-9}$. Были заданы следующие начальные значения оцениваемых параметров: $m_0=12.5$ кг, $\hat{k}_{x0}=\hat{k}_{y0},=\hat{k}_{z0}=-135$. Сигналы управления ограничивались в пределах ±0.2 Н.

Были установлены параметры протокола консенсуса: $\rho_x=\rho_y=\rho_z=15.5$. Матрица смежности:

$$A=\begin{bmatrix} 0&1&0&1 \\ 1&0&1&0 \\ 0&1&0&1 \\ 1&0&1&0 \end{bmatrix}.$$

Более простые версии информационных графов при динамическом изменении топологии рассмотрены в работе [10].

Траектория полета группы спутников по итогам моделирования представлена на рисунке 3. Проекция траектории полета приведена на рисунке 4.

VI. Заключение

В настоящей работе разработан алгоритм адаптивного управления полетом группы малых спутников переменной массы на проекционных орбитах. Групповое управление реализуется с помощью децентрализованного подхода на основе алгоритма консенсуса. Компьютерное моделирование полученного алгоритма показало эффективность предложенного подхода в условиях переменной массы малых спутников.

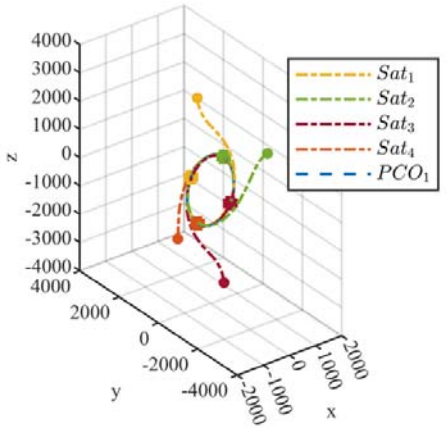


Рис. 3. Траектория полета группы спутников

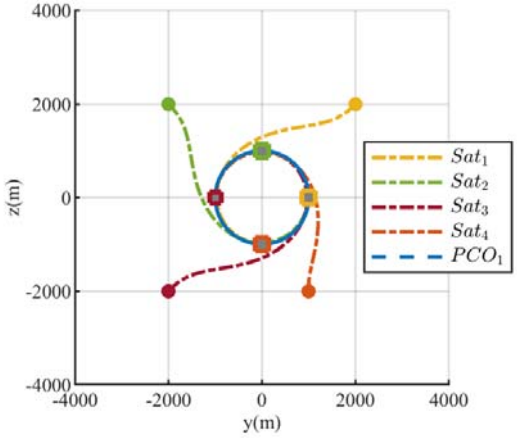


Рис. 4. Проекция траектории полета группы спутников

Литература

[1] Andrievsky, B.; Kuznetsov, N.; Popov, A. Algorithms for aerodynamic control of relative motion two satellites in a near circular orbit. Differencialnie Uravnenia i Protsesy Upravlenia 2020, pp. 28–58. (In Russian).

[2] K. Alfriend, .S. Vadali, P. Gurfil. Spacecraft Formation Flying. Butterworth-Heinemann: Oxford, 2010.

[3] H. E. Park, S. Y. Park, and K. H. Choi, “Satellite formation reconfiguration and station-keeping using state-dependent Riccati equation technique”. Aerospace Science and Technology 2011, vol. 15, pp. 440–452.

[4] A. M. Popov; I. Kostin; J. Fadeeva; B. Andrievsky. Development and Simulation of Motion Control System for Small Satellites Formation. Electronics 2021, 10, 3111. https://doi.org/10.3390/electronics10243111

[5] Popov, A.M.; Kostrygin, D.G.; Shevchik, A.A.; Andrievsky, B. Speed-Gradient Adaptive Control for Parametrically Uncertain UAVs in Formation. Electronics 2022, 11, 4187.

[6] Fradkov, A.L. Speed-gradient scheme and its application in adaptive control problems. Autom. Remote Control 1980, 40, 1333–1342.

[7] Andrievsky, B.R.; Fradkov, A.L. Speed Gradient Method and Its Applications. Autom. Remote Control 2021, 82, 1463–1518.

[8] Ren, W.; Beard, R.W. Distributed Consensus in Multi-Vehicle Cooperative Control; Springer: London, UK, 2008.

[9] Godard; K. Kumar. Fault Tolerant Reconfigurable Satellite Formations Using Adaptive Variable Structure Techniques. J. Guid. Control Dyn. 2010, 33, 969–984.

[10] A. M. Popov, D. G. Kostrygin, P. V. Krashanin and A. A. Shevchik, "Development of Algorithm for Guiding the Swarm of Unmanned Aerial Vehicles," 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815370.

Экспериментальная оценка динамической погрешности навигационных приборов с использованием спектрального метода

Д. Г. Грязин
Отдел метрологии
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Россия, Санкт-Петербург
volnagdg@yandex.ru

О. О. Белова
Отдел метрологии
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Россия, Санкт-Петербург
olga_o_belova@mail.ru

Предложены спектральные методы оценки динамической погрешности приборов и систем в условиях, приближенных к реальным условиям эксплуатации. Методы основаны на воспроизведении колебаний в заданном спектре частот и адаптированы для применения на имеющемся в АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» испытательном оборудовании. Методы применены для экспериментальной оценки динамических погрешностей электронного кренометра и магнитного компаса. Результаты лабораторных исследований согласуются с полученными ранее результатами натурных исследований приборов. Проведена оценка динамической погрешности электронного кренометра традиционным методом – путем последовательного задания гармонических колебаний с известной частотой и амплитудой. Показано, что погрешность, полученная при традиционном подходе, не в полной мере отражает реальную погрешность приборов в условиях их эксплуатации. Сделан вывод о том, что при оценке динамической погрешности приборов в лабораторных условиях целесообразно воспроизводить входное воздействие, соответствующее конкретным условиям эксплуатации приборов.

Разработанные методы позволяют упростить экспериментальную оценку динамической погрешности при контроле характеристик серийных изделий, сократить время испытаний с нескольких часов до 15-20 минут и повысить достоверность получаемых результатов.

Ключевые слова — динамическая погрешность, спектральная плотность, условия эксплуатации, испытания, электронный кренометр, магнитный компас

I. Введение

Динамическая погрешность (ДП) определяется разностью между погрешностью средства измерений в динамическом режиме и его статической погрешностью, соответствующей значению величины в данный момент времени [1]. Для навигационных приборов, работающих в условиях быстроменяющихся внешних условий, зачастую именно ДП является определяющей при их функционировании.

Наиболее полную информацию о ДП прибора можно получить путем экспериментального исследования его динамических характеристик. Однако, классические известные методы определения динамических характеристик систем требуют значительных затрат времени. Кроме того, они не учитывают конкретные режимы эксплуатации приборов на судне. На судовые приборы, решающие задачу ориентации, в большинстве случаев действуют полигармонические возмущения с ограниченным спектром частот. Действительное значение погрешности, при этом, может значительно отличаться от ДП во всём диапазоне рабочих частот, характеризуемой частотными характеристиками прибора.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 23-29-00090.

II. Постановка задачи исследования

Анализ методов контроля характеристик навигационных приборов показывает, что их динамические погрешности, как правило, не нормируются и не исследуются при проведении приёмочных испытаний в связи со сложностью экспериментальных работ, продолжительностью измерений и отсутствием процедур, регламентирующих динамические испытания. Однако именно эти характеристики в большинстве случаев определяют качество разработанной аппаратуры.

В связи с простотой реализации в настоящее время для оценки динамической погрешности приборов наибольшее распространение получил метод, основанный на сопоставлении параметров последовательно зарегистрированных гармонических входных воздействий на выбранной частоте, в интересующей полосе частот, с соответствующими параметрами выходного сигнала прибора [2]. Недостатком этого метода является невозможность оценки динамической погрешности приборов и систем при воздействии на них конкретных возмущений, соответствующих условиям их эксплуатации, например качки конкретного судна на различном волнении с параметрами, характеризующими реальные условия эксплуатации прибора. При этом необходимо задавать гармонические воздействия последовательно на каждой частоте во всём исследуемом диапазоне, что представляется затратным.

Очевидно, что при серийном производстве навигационных приборов для снижения затрат оценка динамических погрешностей должна занимать минимальное время. Для этого целесообразно задавать возмущающие воздействия не последовательно на каждой из частот, а сделать их псевдослучайными, стационарными и соответствующими заданному спектру частот. Задаваемый спектр частот следует выбрать исходя из реальных условий эксплуатации прибора. Расчет спектральных характеристик погрешности необходимо выполнять путем перехода из временной

области в частотную с помощью преобразования Фурье. При этом важно знать, являются ли процессы на входе и выходе системы коррелированными. Случай работы с коррелированными процессами является наиболее распространённым, поскольку при оценке характеристик приборов входная (задающее воздействие) и выходная (сигнал прибора) величины являются зависимы друг от друга. Однако, возможны случаи и некоррелированных сигналов, например сумма полезного сигнала прибора и случайного шума от внешних воздействий.

Задачей работы является разработка методов оценки динамических погрешностей навигационных приборов, позволяющих уточнить значение погрешности в конкретных условиях эксплуатации приборов, а также сократить время экспериментальных работ при серийном производстве.

III. Спектральные методы экспериментальной оценки динамических погрешностей навигационных приборов

В работе предложены спектральные методы экспериментальной оценки динамической погрешности навигационных приборов с учетом степени корреляции процессов на входе и выходе исследуемого прибора.

Рассмотрим разработанный способ оценки динамической погрешности для коррелированных сигналов [3].

Пусть $x(t)$ - входной сигнал испытательного стенда (эталонное входное воздействие), $y(t) = x(t) + \varepsilon(t)$ - выходной сигнал прибора, где $\varepsilon(t)$ - его динамическая погрешность. Тогда $\varepsilon(t) = y(t) - x(t)$.

Поскольку сигналы на входе и выходе прибора являются коррелированными, то корреляционная функция погрешности $R_\varepsilon(\tau)$ определяется в соответствии с выражением (1)

$$R_\varepsilon(\tau) = R_x(\tau) + R_y(\tau) - R_{xy}(\tau) - R_{yx}(\tau), \quad (1)$$

где $R_x(\tau)$ - автокорреляционная функция сигнала со стенда, $R_y(\tau)$ - автокорреляционная функция выходного сигнала прибора, $R_{xy}(\tau)$ и $R_{yx}(\tau)$ - взаимные корреляционные функции сигнала со стенда и прибора, τ - интервал корреляции.

Спектральная плотность погрешности $S_\varepsilon(f)$ определяется как одностороннее преобразование Фурье от корреляционной функции погрешности [4]:

$$S_\varepsilon(\omega) = 2\int_0^\infty R_\varepsilon(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (2)$$

В результате получим спектральную плотность погрешности исследуемого прибора, которая характеризует дисперсию его погрешности во всем частотном диапазоне, которая определяется как площадь под графиком, полученной спектральной плотности (3):

$$D = \sigma^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega) d\omega. \quad (3)$$

Среднеквадратичное отклонение динамической погрешности σ прибора находится как $\sigma = \sqrt{D}$.

В том случае, если входное воздействие не коррелированно с выходным сигналом, то дисперсия погрешности датчика или модуля будет равна разности дисперсий выходного и входного сигналов $D_\varepsilon = D_y - D_x$. Таким образом, дисперсию погрешности датчика или модуля можно определить как разность площадей под графиками спектральных плотностей входного и выходного сигналов.

Отметим, что вид полученного графика спектральной плотности характеризует особенности динамической погрешности исследуемого прибора, и позволяет определить, например, наличие низкочастотного дрейфа или высокочастотных шумов.

IV. Верификация разработанных спектральных методов

В ходе работы проведена верификация предложенных методов. Исследования проводились в лаборатории с помощью стендового оборудования, позволяющего воспроизводить как колебания с заданным периодом и амплитудой, так и полигармонические колебания с заданным спектром частот. При проведении лабораторных исследований оценивалась динамическая погрешность магнитного компаса (МК) по углам рыскания и динамическая погрешность электронного кренодифферентометра (ЭК) [5] при бортовой качке. Исследуемые приборы размещались на платформе стенда. При испытаниях магнитного компаса ось стенда располагалась вертикально для имитации рыскания судна, при испытаниях кренодифферентометра - горизонтально для имитации бортовой качки. Отметим, что при испытаниях МК было необходимо обеспечить исключение дополнительных влияющих магнитных полей на показания прибора. Для этого стенд с установленным МК был размещен внутри электромагнитного стенда, обеспечивающего экранирование и позволяющего воспроизводить в его камере различные значения вертикальной и горизонтальной составляющих магнитного поля Земли.

На первом этапе экспериментальных исследований была проведена оценка динамической погрешности ЭК традиционным методом, предполагающим детерминированный подход к проведению испытаний: последовательное сравнение задаваемых на стенде гармонических колебаний с известной частотой и амплитудой и получаемых результатов измерения прибора. Испытания проводились в диапазоне периодов качки от 3 до 10 с, с амплитудами качки ±2º, ±5º и ±10º. СКО погрешности ЭК в диапазоне задаваемых частот при различных амплитудах качки составляет от 0,028° до 0,32°.

На втором этапе исследований была проведена оценка динамических погрешностей МК и ЭК с помощью предлагаемого спектрального метода и

сравнение результатов лабораторных экспериментов с результатами, полученными при натурных испытаниях приборов. На основе данных натурных экспериментов были построены амплитудные спектры качки и рыскания судна. Далее был выполнен подбор амплитуд и периодов гармонических составляющих колебаний стенда для воспроизведения условий, наиболее приближенных к реальным (рис. 1). Отметим, что остаётся дискуссионным вопрос о методах сглаживания графика спектральной плотности при подборе параметров гармонических составляющих [6]. При построении амплитудных спектров удалось добиться необходимой гладкости кривых, и при этом не сильно исказить дисперсию.

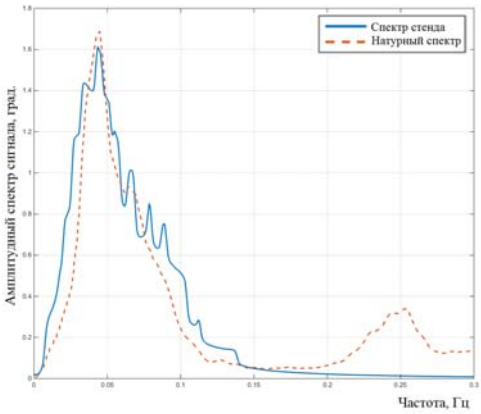
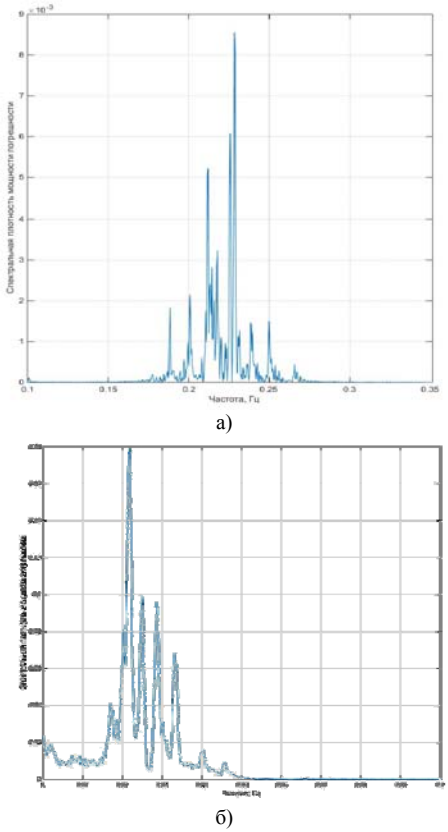


Fig. 1. Амплитудные спектры, построенные по натурным реализациям (пунктирная линия) и по данным стенда (сплошная линия)

Исследуемые приборы устанавливались на стенд, воспроизводились полигармонические колебания в спектре частот с одновременной записью данных со стенда и выходных сигналов ЭК и МК. На основе полученных реализаций были рассчитаны корреляционные функции погрешности с использованием формулы (1). Путем их дальнейшего Фурье преобразования были построены графики спектральной плотности мощности погрешности ЭК и МК (рис. 2).

Дисперсия погрешности исследуемых приборов определялась как площадь под указанными графиками. СКО погрешности ЭК при этом составило 0,36º, СКО погрешности МК – 1,2º. СКО погрешностей, полученные при натурных исследованиях путём сравнения с эталонными приборами, для ЭК составило 0,28º, для МК – 1,68º. Анализ результатов показал хорошую сходимость результатов экспериментов с результатами натурных испытаний приборов. При этом значение динамической погрешности ЭК, рассчитанное с помощью детерминированного подхода, существенно отличается от полученных значений при спектральном подходе и натурном эксперименте, т. е. традиционные методы не позволяют оценить реальную погрешность приборов в условиях их эксплуатации. В связи с этим целесообразно при проведении экспериментальных лабораторных исследований погрешностей навигационных приборов воспроизводить не отдельные гармонические колебания с известными частотой и амплитудой, а задавать колебания в спектре частот.



а)

б)

Fig. 2. Графики спектральной плотности погрешности ЭК (а) и МК(б)

V. Заключение

Предлагаемая экспериментальная оценка динамических погрешностей навигационных приборов, выполняемая на основе спектральных методов, позволяет не только значительно сократить время испытаний (до 15-20 минут), что крайне важно для серийно выпускаемых изделий, но и повышает достоверность получаемых результатов применительно к конкретным условиям эксплуатации приборов.

References

[1] РМГ 29-2013 Государственная система обеспечения единства измерений. Метрология. Термины и определения. М. Стандартинформ, 2014. - 55 с.

[2] Грановский В.А. Динамические измерения: Учеб. пособие. – Л.: СЗПИ, 187, – 86 с.

[3] Грязин Д.Г., Белова О.О. Экспериментальный метод оценки динамической погрешности приборов и датчиков в условиях их эксплуатации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2023. Т. 23, № 3. С. 652–658.

[4] Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свешников. – М.: Наука, 1968. – 449 с.

[5] Грязин Д.Г., Падерина Т.В. Разработка электронного кренодифферентометра на микромеханических датчиках, свободного от действия переносных ускорений // Гирокопия и навигация, 2023, том № 31, № 2 (121), С. 51–64.

[6] Hangfang Zhao, Lin Gui. Nonparametric and parametric methods of spectral analysis. MATEC Web of Conferences 283, 07002 (2019) FCAC 2018/

Алгоритм построения цифровой модели подповерхностного слоя маршрута движения транспортного средства с использованием нейронной сети в модели измерения георадара

Р. Бикмаев
Управление навигационно-геодезических систем
Институт инженерной физики
Серпухов, Россия
naviserp5@iifmail.ru

***Abstract* — Предложена цифровая модель подповерхностного слоя повышающая чувствительность определения ошибки состояния транспортного средства и увеличивающая точность коррекции системы счисления пути.**

Keywords – цифровая модель подповерхностного слоя, георадар,радарограмма, модель измерения.

I. Введение

В системах счисления пути (ССП), применяемых в автономных мобильных транспортных средствах, наибольшее влияния на возрастание ошибки бортовой навигации оказывает дрейф гироазимута с квадратичным законом нарастания по времени [1]. Для коррекции ошибки применяется комплексирование навигационной информации с данными глобального местоположения от спутниковой навигационной системы (СНС). В настоящее время существует много решений для объединения навигационной информации и оценки дрейфа гироазимута. К примеру, одним из подходов является применения фильтра Калмана с оценкой состояния ошибки, который позволяет оценивать смещения акселерометров и гироскопов с медленной динамикой [2]. Коррекция нарастающей ошибки в ССП остается актуальной из-за того, что в автономном режиме данные глобального местоположения определяются из анализа градиента геофизических полей Земли. Радиолокационный контраст подповерхностного слоя Земли обладает градиентом естественного физического поля и стабилен в течение продолжительного времени. Изучением радиолокационного контраста подповерхностного слоя Земли занимается геофизика с целью определения структуры земной поверхности, раскопок подземных объектов, осмотра дорожных конструкций или покрытий. Для этих целей используется георадар с импульсным или ступенчато-частотным излучением электромагнитного сигнала [3].

II. Подходы

В настоящее время для оценки состояния движущегося транспортного средства предложен подход, в котором сравнивался текущий массив радарных разверток радиолокационного контраста, полученные от георадара с антенной решеткой, с априорной картой радарных разверток [4]. В этом подходе для подготовки карты применялись предварительные измерения георадара с одиннадцатью каналами данных, которые были средневзвешены по предыдущему измерению и преобразованы в "сетку". Измерения электромагнитного контраста были привязаны к геодезическим данным местоположения, полученным СНС. Для определения местоположения текущие измерения георадара проходили идентичную обработку сигнала и преобразования в карту "сетки". Для распознавания места на карте определялась область интереса с привязанными данными СНС, в которой с высокой вероятностью находилось транспортное средство. В определенном массиве радарных разверток осуществлялся поиск местоположения путем вычисления коэффициента корреляции (грубый поиск). Далее - для определения трех углов ориентации и уточнения положения применялся алгоритм оптимизации роя частиц, который вычислял положение транспортного средства (точный поиск). Использованный метод позволял получать навигационные данные глобального местоположения каждую секунду при наличии привязки с данными СНС.

В подходе [5], использовавшем этот же георадар с антенной решеткой, данные с датчика комплексировались с измерениями инерциальной системы навигации и одометра путем применения фильтром Калмана. Причем объединение данных от георадара производилось отдельной фильтрацией из-за отсутствия данных глобального местоположения в априорной карте в местах плохого приема спутникового сигнала. При сравнении оценок в различных погодных условиях измерения георадара, полученные в дождь и снег, были менее коррелированны с априорной картой, чем в ясную погоду.

В другом исследовании [6] был предложен метод, в котором данные одноканального георадара использовались для коррекции нарастающей ошибки инерциальной системы путем вычисления корреляции скалярных данных радарограмм, полученных при измерении георадара одного участка пути в разных направлениях. Для получения навигационных данных использовалась нейронная сеть, которая была обучена для прогноза относительного движения робота между непоследовательными парами изображений радарограмм. Коррекция автономной системы навигации осуществлялась как логический вывод максимума апостериорной вероятности путем оптимизации скрытых состояний и ограничений графа факторов. Вкладом данного подхода в представленную работу являются данные, полученные синхронно от датчиков из-

мерения (одометра, ИНС, георадара и тахеометра) и опубликованные в открытом доступе сети Интернет [7].

Главными научными результатами предлагаемого подхода является следующее:

- модель измерения георадара, в которой устанавливается зависимость изменения градиента освещенности радарограмм от данных геодезического местоположения транспортного средства и скорости его движения;
- построение цифровой модели подповерхностного слоя маршрута движения транспортного средства на основе определения параметров комбинированной нейронной сети (сверточной и рекуррентной) машинным обучением с учителем;
- алгоритм коррекции нарастающей ошибки ССП с применением цифровой модели подповерхностного слоя маршрута движения транспортного средства и фильтра Калмана с оценкой состояния ошибки.

III. Постановка задачи

Предположим, что транспортное средство начинает движение с начальной точки в навигационной системе координат $OXYZ$. Бортовая навигационная система определяет приращение пути с помощью одометра и ориентацию инерциальным измерительным модулем (ИИМ). Транспортное средство оборудовано одноканальным георадаром, который принимает отраженный электромагнитный сигнал от подповерхностного слоя Земли в виде отчетов амплитуды. Они преобразуются в радарограмму, которая развернута в двухмерной плоскости изображения по глубине отражения сигнала и пройденному пути. Для опорной оценки траектории движения транспортного средства осуществляются измерения его положения в геодезической системе координат с применением тахеометра в режиме автосопровождения.

A. Особенности оценки состояния

Основная идея использования фильтра Калмана оценки состояния ошибки заключается в том, чтобы представить истинное состояние как композицию номинального состояния $\mathbf{x}$, как большого по значению сигнала, и состояния ошибки δx, как малого по значению сигнала. В номинальное состояние интегрируются навигационные данные ИИМ без учета недостатков модели. Они в виде шумов накапливаются в состоянии ошибки δx, которая оценивается линейно-гауссовой фильтрацией.

B. Номинальное состояние

Номинальное состояние $\mathbf{x}$ представляет собой вектор $\begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z & v_x & v_y & v_z & q_w & q_x & q_y & q_z \end{bmatrix}^T$, который изменяется по положению, скорости и ориентации (в кватернионах) в представленной ниже модели движения:

$$p_k = p_{k-1} + v_{k-1}\Delta t + (R_{GL}a_{k-1} - g)\frac{\Delta t^2}{2}$$

$$v_k = v_{k-1} + (R_{GL}a_{k-1} - g)\Delta t$$

$$q_k = \Omega(q(\omega_{k-1}\Delta t))q_{k-1}$$

где $a = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix}$ - ускорения, а $\omega = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}$ - угловые скорости, измеренные ИИМ.

C. Состояние ошибки

Вектор ошибки состояния $\delta x = \begin{bmatrix} \delta p_x & \delta p_y & \delta p_z & \delta v_x & \delta v_y & \delta v_z & \delta\theta_x & \delta\theta_y & \delta\theta_z \end{bmatrix}^T$ описывает ориентацию в углах Эйлера и изменяется по следующей зависимости:

$\delta x_k = F_{k-1}\delta x_{k-1} + L_{k-1}n_{k-1}$, где матрица перехода $F_{k-1} = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & I_{3\times3}\Delta t & 0 \\ 0 & I_{3\times3} & -\left[R_{GL}a_{k-1}\right]_\times \Delta t \\ 0 & 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix}$, матрица возмущений $L_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I_{3\times3} & 0 \\ 0 & I_{3\times3} \end{bmatrix}$, шум измерений ИИМ $n_k \propto \mathrm{N}\left(0, Q_k = \Delta t^2 \begin{bmatrix} \sigma_{acc}^2 & \\ & \sigma_{gyro}^2 \end{bmatrix}\right)$.

D. Шаг прогноза

Ковариационная матрица ошибок оценки состояния определяется с помощью следующего уравнения:

$$\breve{P}_k = F_{k-1}P_{k-1}F_{k-1}^T + L_{k-1}Q_{k-1}L_{k-1}^T.$$

E. Шаг коррекции

На шаге коррекции определяется вектор состояния ошибки путем вычисления коэффициента усиления Калмана:

$K_k = \breve{P}_k H_k^T (H_k \breve{P}_k H_k^T + R)^{-1}$, где R - матрица ковариации шумов измерения датчиков коррекции.

Вектор состояния ошибки вычисляется как $\delta\hat{x}_k = K_k(y_k - x_k)$, где y_k - вектор измерения датчика. Коррекция шага прогноза определяется по следующим зависимостям:

$$\hat{p}_k = \breve{p}_k + \delta p_k, \hat{v}_k = \breve{v}_k + \delta v_k, \hat{q}_k = \Omega(q(\delta\theta))\breve{q}_k$$

Обновление ковариационной матрицы происходит по формуле: $\hat{P} = (I - K_k H_k)\breve{P}_k(I - K_k H_k)^T + K_k R K_k^T$.

После шага коррекции вектор состояния ошибки обнуляется.

F. Модель измерения

Для системы счисления пути определим вектор измерения y_k в следующем виде:

$$y_k = \begin{bmatrix} p_x & p_y & 0 & v_x & v_y & 0 & \theta_x & \theta_y & 0 \end{bmatrix}.$$

Соответственно матрица измерения будет следующей: $H = Diag\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Георадар принимает отраженный электромагнитный сигнал от подповерхностного слоя Земли в виде отчетов амплитуды, которые преобразуются в 2-х мерное изображение, одна ось которой определяется глубиной отражения сигнала, а вторая - пройденным путем. Глубина отражения сигнала не информативна для определения навигационной модели измерения ввиду движения по поверхности Земли, но влияет на представление градиента освещенности.

Ввиду отсутствия уравнение связи между измерениями георадара и навигационными данными требовалось синтезировать алгоритм построения цифровой модели подповерхностного слоя (ЦМПС) маршрута движения транспортного средства, с помощью которого можно определять требуемый вектор измерения y_k (рис.1).

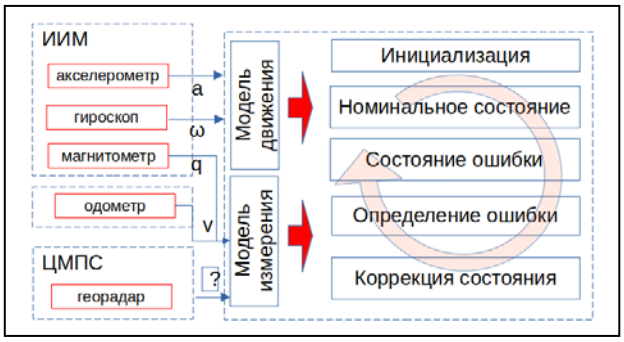


Рис. 1. Постановка задачи

IV. Решение

Алгоритм построения ЦМПС маршрута движения включал три этапа:

- генерация подкарт из отраженных электромагнитных сигналов от подповерхностного слоя Земли;
- распознавание места по подкарте с геодезической привязкой путем использования модели сиамской сверточной нейросети;
- прогнозирование ориентации по последовательности ориентаций транспортного средства с использованием модели вентильной рекуррентной нейросети.

A. Генерация подкарт

Подкарты в виде коротких радарограмм (изображений) (рис. 2) синтезировались из отраженных электромагнитных сигналов от подповерхностного слоя Земли по алгоритму, приведенному в работе [8].

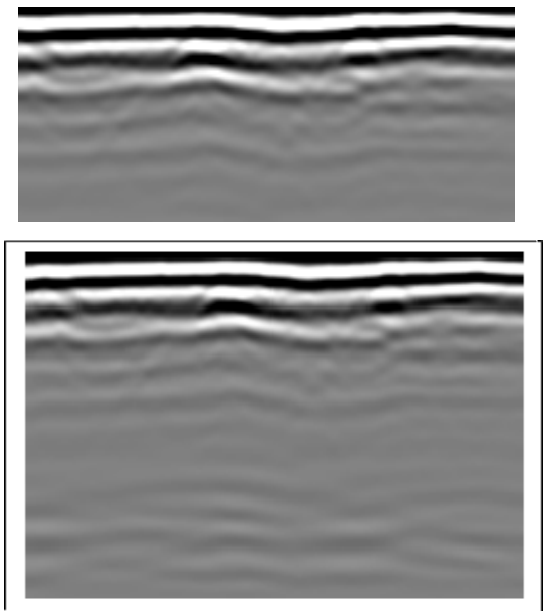


Рис. 2. Изображение подкарты дискретностью в 350 мс, сдвигающее с размером окна в 14 мс (как и частота измерения тахеометра).

Полученные цифровые модели подповерхностного слоя в виде изображения подкарт были привязаны к геодезическим измерениям тахеометра. Каждая подкарта включала в себя в среднем 25 последовательностей из ориентации транспортного средства.

B. Распознавание места

Для распознавания места использовалась функция сходства s, которая определяет расстояние между векторами признаков $g_{1,L-1}$ и $g_{2,L-1}$, получаемых от двух нейронных сетей "близнецов" с применением сигмоиды в активации на выходном слое.

$$s = \sigma(\sum\nolimits_j (g^j_{1,L-1} - g^j_{2,L-1})^2) \qquad (1)$$

где L количество скрытых слоев.

C. Прогноз ориентации

Для прогнозирования ориентации использовалась вентильная рекуррентная нейросеть с 25 модулями по числу анализируемых скрытых состояний ориентаций, которая определяла ориентацию как состояние $c^{<t>}$ по следующей зависимости:

$$c^{<t>} = \Gamma_u \circ \tilde{c}^{<t>} + (1 - \Gamma_u) \circ c^{<t-1>} \qquad (2)$$

где Γ_u - вентиль изменения скрытого состояния, $\tilde{c}^{<t>}$ - промежуточное состояние, $c^{<t-1>}$ - предыдущее состояние.

D. Модель измерения

Синтезированный алгоритм построения ЦМПС (рис.3) позволил определить вектор измерения y_k в следующем виде:

$$y_k = \lfloor p_x \quad p_y \quad p_z \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z \rfloor.$$

Соответственно матрица измерения была следующей:
$H = Diag[1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$.

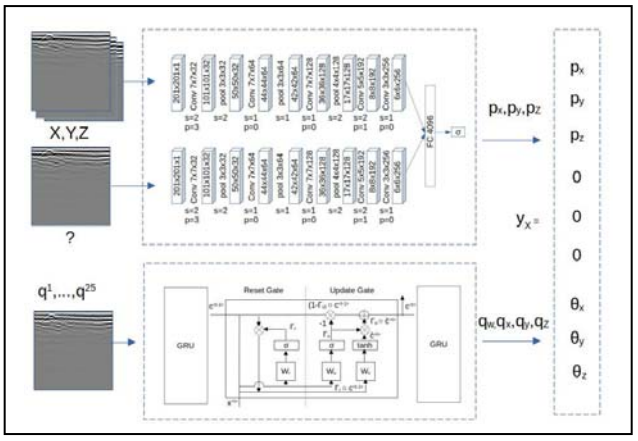


Рис. 3. Цифровая модель подповерхностного слоя

V. Эксперимент

A. Экспериментальные данные

Данные CMU-GPR [7] содержат измерения акселерометров и гироскопов по трем осям, магнитометра, эн-

кодера и георадара, полученные специальной экспериментальной установкой SuperVision. Для эксперимента был отобран набор данных с самой большой одометрической ошибкой.

B. Результаты эксперимента

Для оценки алгоритма построения ЦМПС маршрута движения транспортного средства были получены весовые параметры для двух моделей нейросетей путем машинного обучения с учителем. Качество обучения проверялось на тестовых данных по общеизвестным метрикам: верность, точность и полнота. Отобранные весовые параметры моделей использовались в обработке данных в двух режимах: с применением только системы счисления пути на шаге коррекции в фильтре Калмана и с применением георадара и системы счислении пути в шаге коррекции. Результаты, полученные из двух режимов, приведены на рис.4.

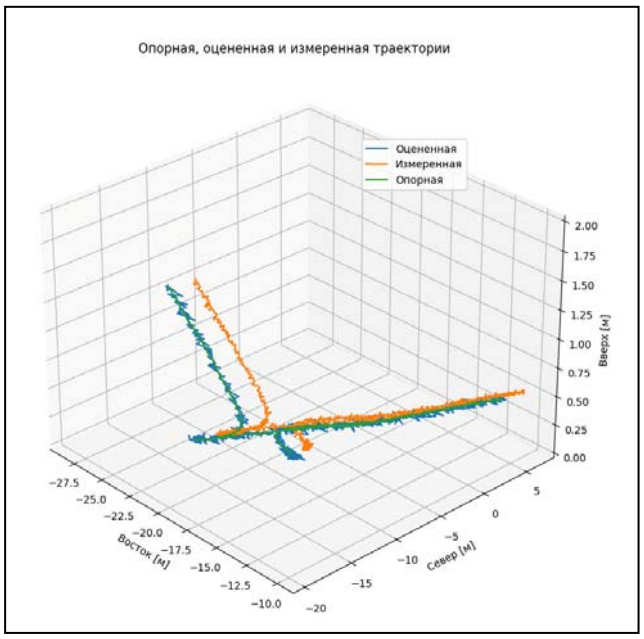


Рис. 4. Сравнение траекторий: измереннной, оцененной и опорной

Для количественной оценки вычислялась среднеквадратическая ошибка по положению транспортного средства в геодезической систем координат. Результаты определения приведены в табл.1.

В виду применения гауссовой фильтрации к состоянию ошибки была проанализирована динамика ошибки положения и ориентации в двух режимах. Сравнительные графики приведены на рис.5 и рис.6.

TABLE I. СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ С И БЕЗ ГЕОРАДАРА

Типы траекторий	**Среднеквадратические ошибки**		
	X	***Y***	***Z***
Без применения георадара	1,11 м	2.13 м	0.33 м
С применением георадара	0.13 м	0.21 м	0.05 м

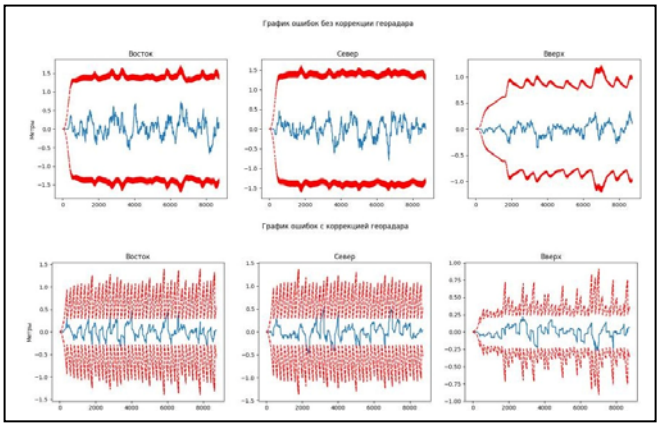


Рис. 5. Сравнение ошибки положения в двух режимах (максимальная ковариация ошибки – красным цветом, амплитуда ошибки – синим цветом)

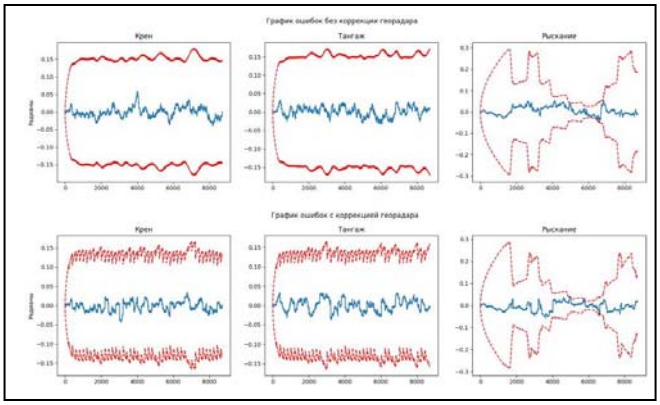


Рис. 6. Сравнение ошибки ориентации в двух режимах (максимальная ковариация ошибки – красным цветом, амплитуда ошибки – синим цветом)

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Добавление в шаг коррекции фильтра Калмана данные георадара, которые были обработаны алгоритмом построения ЦМПС, позволили повысить чувствительность системы к ошибкам по местоположения и ориентации, как показано на рис.5 и рис.6.

REFERENCES

[1] Котов Н.И. Физико-теоретические основы навигации: Тексты лекций. - Серпухов: МО РФ, 2007. - с. 231.

[2] Brigadnov I., Lutonin A., Bogdanova K. “Error State Extended Kalman Filter Localization for Underground Mining Environments”, 2023.

[3] Daniels, D. J. Ground penetrating radar, volume 1, Institution of Engineering and Technology. London, United Kingdom. 2004

[4] M. Cornick, J. Koechling, B. Stanley, and B. Zhang, “Localizing Ground Penetrating RADAR: A Step Toward Robust Autonomous Ground Vehicle Localization,” Journal of Field Robotics, pp. 82–102, 2016.

[5] T. Ort, I. Gilitschenski, and D. Rus, “Autonomous navigation in inclement weather based on a localizing ground penetrating radar,” IEEE Robotics and Automation Letters,pp. 3267–3274, 2020.

[6] A. Baikovitz, P. Sodhi, M. Dille, and M. Kaess, “Ground encoding: Learned factor graph-based models for localizing ground penetrating radar,” in arXiv, 2021.

[7] A. Baikovitz, P. Sodhi, M. Dille, and M. Kaess, “CMU-GPR Dataset: Ground Penetrating Radar Dataset for Robot Localization and Mapping,” in arXiv, 2021

Метод комбинированных микронавигационных измерений в радиолокаторе квазинепрерывного излучения при обзоре воздушного пространства на фоне Земли

В. Коврегин
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
kovregin@mail.ru

Г. Коврегина
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
g_kovregina@mail.ru

Аннотация – Представлен метод измерений в радаре его микронавигационных параметров, совмещенных с обзором воздушного пространства «на фоне земли» при квазинепрерывном излучении. Показана эффективность использования полученных таким методом измерений для коррекции микронавигационной системы радиолокатора при радиопомехах каналам спутниковой навигации.

Ключевые слова – многофункциональный радиолокатор; квазинепрерывное излучение; инерциально-доплеровская микронавигация

I. Введение

В архитектуре современных многофункциональных радаров авиационного базирования (МФР), как правило, предполагается «встроенная» инерциально-спутниковая микронавигационная система (МНС), используемая для определения параметров траектории фазового центра антенны (ФЦА) и ориентации главного луча (ГЛ) МФР на коротких (не более10-15 с) интервалах времени при землеобзоре с синтезируемой апертурой и когерентном накоплении «слабого» сигнала воздушного объекта [1-3]. При помехах спутниковым навигационным системам (СНС) возникает необходимость использования в МНС альтернативных/дополнительных помехоустойчивых и достаточно высокоточных корректирующих датчиков. Например, в работе [4] в этом качестве рассматривался доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС) из состава навигационного комплекса носителя. Однако в ряде практических случаев эффективная интеграция ДИСС и МНС затруднена из-за задержек интерфейса, измерений, асинхронности в комплексных наблюдениях, параметрической/статистической неопределенности в модели ошибок используемой ДИСС, удаленностью центра измерений в ДИСС от ФЦА и ошибками координатных преобразований. В работах [1,5,6 и др.] рассмотрены возможности использования самого радара как датчика (микро) навигационной информации в специальных режимах работы, аналогичных ДИСС. Эти режимы при одном ГЛ в диаграмме направленности применимы только на тех этапах полета, когда радар не задействован для решения его основных задач - обзора земной поверхности и воздушного пространства. В настоящее время активно развиваются методы радиолокационных измерений и их применений в аспекте микронавигации «на фоне» задач землеобзора – с низкой частотой повторения импульсов. Например, в работах [5,6] показаны способы измерения скорости по направлению к центру картографируемого участка с потенциальной точностью до 0.001 м/с и использования таких измерений для дополнительной коррекции МНС. В МФР ряд задач класса «воздух-воздух» решается при обнаружении/ «захвате» траектории/ сопровождении цели (воздушного объекта) «на фоне земли», т.е. при ГЛ, направленном вниз. Известен [7] способ измерения скорости и дальности ФЦА до земли по направлению ГЛ, реализуемый при нескольких пачках импульсов с квазинепрерывным излучением и ЛЧМ несущей волны по пачке импульсов. Но во многих практических случаях такие задачи решаются при типичном квазинепрерывном излучении, без использования ЛЧМ. Указанный способ [7], следовательно, не может быть применен. *Цель работы* – представление: • метода комбинированных (микро)навигационных радиолокационных измерений скорости ФЦА/дальности до земли по направлению ГЛ совместно с обзором воздушного пространства при типовом квазинепрерывном излучении «на фоне земли»; • схем и базовых процедур комплексной обработки инерциально-радиолокационной (микро)навигационной информации с использованием этих измерений и инерциальных данных МНС. *Конечная прагматическая цель* – расширение информативности/ функциональных возможностей МФР в ряде задач «воздух-воздух» за счет совмещенных дополнительных (микро)навигационных измерений при типичном для этих задач излучении; повышение устойчивости и точности (микро)навигации ФЦА радара в условиях радиопомех.

II. Постановка задачи

МНС, начиная с режима начальной выставки и далее в режиме инерциально-спутниковой (микро)навигации функционирует непрерывно, независимо от состояния и режимов работы радара. При этом обеспечен интерфейс для взаимодействия МНС с штатным навигационным комплексом и с радаром (включая модули управления направлением и параметрами излучения, приема, первичной обработки и частотно-временных изменений сигналов). Во время работы МНС в полете возможны продолжительные интервалы, когда СНС-каналы МНС и штатного навигационного комплекса неработоспособны или выдают недостоверные данные из-за радиопомех. Как пример на рис. 1 показано количество спутников, фиксируемых приемником СНС в МНС в реальном полете: с признаками достоверности позиционно-скоростных данных СНС (зеленый цвет); при отсутствии признаков (красный).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда, проект № 22-19-00058.

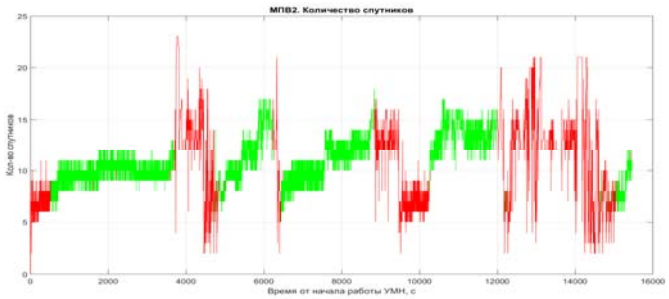


Рис.1. Количество спутников за время работы МНС с признаками (зеленый цвет)/без признаков (красный) достоверности информации

В работе рассматриваются «красные» участки полета, начиная с момента выявления недостоверности данных СНС. Возможны варианты, когда: МФР не задействован по основным функциям, может использоваться до/после этого момента специально в интересах микронавигации при различных излучениях, в т. ч. и квазинепрерывном (далее по тексту – типовое излучение); МФР на момент срыва СНС выполняет обзор воздушного пространства узким ГЛ в режиме типового излучения в X-диапазоне длин волн λ или реализует наблюдение/сопровождения цели. В рамках работы рассматривается излучение с высокой-средней частотой повторения импульсов (ЧПИ) F_r, т. е. в диапазоне 60-100 кГц [1] и меньших ЧПИ, вплоть до верхней границы диапазона средних ЧПИ 10-40 кГц [1]. В первом и во втором варианте (когда в циклограмме РЛС предусмотрено излучение специально выделенных для микронавигационных измерений пачек импульсов) есть возможность управления ориентацией ГЛ, параметрами излучения/приема/обработки сигналов. При этом угол наклона ГЛ превышает половину его ширины по углу места, а облучаемый ГЛ участок земной поверхности («след» ГЛ) – ограниченный. В радаре при обзоре воздушного пространства «на фоне земли» подобная ориентация ГЛ и параметры излучения задаются уже исходя из логики/циклограммы решения основной задачи. Отсутствует возможность управления ими в интересах для улучшения точности/ устойчивости сопутствующих микронавигационных измерений.

На основе пачки импульсов с типовым излучением требуется при обработке/измерении эхосигнала от земли, принимаемого в ГЛ, *требуется* определить скорость или скорость/дальность ФЦА до земли по направлению ГЛ.
В целом, рассматриваются две ситуации: • «встроенная» в циклограмму основной задачи процедура измерения/ оценивания указанных траекторных параметров ФЦА с независимым от основной задачи радара «собственным» управлением параметрами ориентации ГЛ/излучения/ приема/обработки сигнала; • полностью совмещенная с основной задачей процедура измерения/оценивания этих параметров, выполняемая одновременно с задачей, но без вышеуказанного «самостоятельного» управления. Необходимо также оценить точность радиолокационных микронавигационных измерений, целесообразность их использования при дополнительной коррекции МНС в сложной радиопомеховой обстановке, определить схемы и базовые процедуры коррекции на основе комплексной обработки инерциально-радиолокационных измерений.

В общем виде, постановка задачи сводится к разработке методического обеспечения для реализации в радаре дополнительного канала микронавигационных измерений и «углубленной» интеграции радара и МНС.

III. Теоретико-экспериментальное обоснование и суть метода комбинированных микронавигационных измерений

В общем случае, «мощные» отражения от земли по боковым лепесткам и ГЛ проявляются во всех дискретах $d\tau_i$ неоднозначной задержки сигнала (НЗС) τ в рабочей зоне периода повторения импульсов (ППИ) $T_r = 1/F_r$. Сигнал от «точечного» воздушного объекта (цели) на дальности R при НЗС τ будет наблюдаться только в одном дискрете НЗС. Как пример, на рис. 2 показаны результаты спектральной обработки реального сигнала от земли и цели – в виде наложения доплеровских спектров, полученных по всем $d\tau_i$ (i=1, …, n) в «рабочей» зоне ППИ, где $d\tau_i \approx \tau_{pulse}/3$, τ_{pulse} - длительность импульса. При этом на уровне половинной мощности ширина ГЛ в вертикальной плоскости ≈ 8^0, азимутальная ширина ≈ 2^0, а угол наклона оси ГЛ ≈ 6^0.

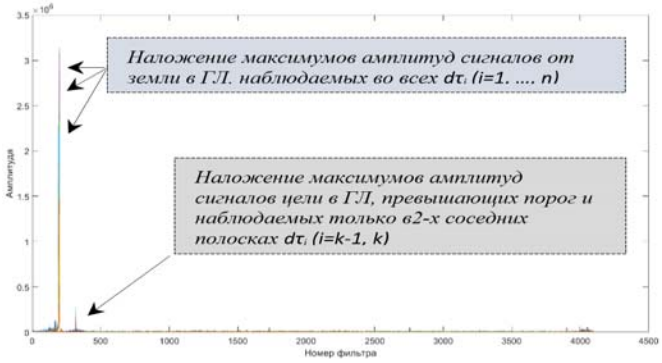


Рис.2. Суперпозиция доплеровских спектров сигналов от земли и цели, полученных во всех дискретах $d\tau_i$ «рабочей» зоны ППИ.

В границах ГЛ по отражениям от его следа на земле в каждом $d\tau_i$ (i=1, …, n) осуществляется суперпозиция спектров сигналов от нескольких (j>1) полос на следе, различных по площади dA_j и соответствующих разным дальностям от ФЦА до центра такой полосы, кратным расстоянию ($c\,T_r$ /2), где c - скорость радиоволн.

Отношение эхосигнала C от одного участка (полосы) площадью dA на дальности R к шуму N [1]:

$$C / N = \frac{P_{AVE} G_T G_R \lambda^2 \sigma^o dA}{(4\pi)^3 R^4 L_C k T_S B_n}, \qquad (1)$$

Где P_{AVE} - средняя мощность передатчика; G_T/G_R - коэффициент усиления передающей/приемной антенны в направлении участка; σ^0- коэффициент обратного рассеяния; L_C - сопутствующие потери; k – постоянная Больцмана; T_S - шумовая температура системы; $B_n = \Delta f$ – ширина доплеровского фильтра. Площадь участка:

$$dA = \frac{c\tau_{pulse}}{2\cos\alpha} R\theta_\alpha, \qquad (2)$$

Где τ_{pulse} - длительность импульса; α - угол скольжения на участке; θ_α - ширина ГЛ по азимуту на уровне половинной мощности. В общем случае, в каждом $d\tau_i$ отношение (C/N) будет определяться как интеграл для уравнения (1) по доплеровской частоте и дальности для каждого положения участка dA_j в пределах ГЛ.

В целом, теоретические аспекты и ряд экспериментов показывают: • максимумы в спектрах всех $d\tau_i$ (i=1, ..., n) в «рабочей» зоне ППИ варьируются в узкой полосе частот (см. рис.2) даже при относительно широком ГЛ по углу места; • среди этих максимумов наличие «явного» глобального амплитудного максимума в некотором $d\tau_k$, предположительно соответствующем дальности по направлению оси (направлению максимума) ГЛ, не обеспечивается. Например, по результатам обработки реального сигнала от земли в направлении ГЛ на рис. 3 показаны максимумы в спектрах для всех $d\tau_i$ (i=1, ..., n при n=13) в «рабочей» зоне ППИ. При этом: • они проявляются только в двух соседних фильтрах; в большинстве случаев (>60%) номера этих фильтров равны расчетному (эталонному) номеру, полученному на основе инерциально-спутниковых оценок скорости в МНС при их пересчете на направление оси ГЛ.

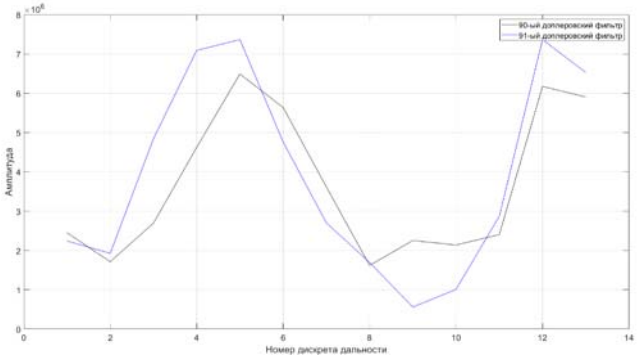


Рис 3. Максимумы в спектрах всех $d\tau_i$ в зависимости от их порядкового номера ***i*** (номера дискрета дальности) в «рабочей» зоне ППИ

Однозначная оценка доплеровской частоты (ДЧ) $F_{D(i)}$ по номеру фильтра с максимумом в спектре сигнала для полосы $d\tau_i$ (и соответствующая скорость $V_{R(i)} = 0.5\lambda F_{D(i)}$) в общем случае не связана с конкретной дальностью/ углом наклона в рамках ГЛ, т. к. является результатом суперпозиции спектров сигнала нескольких разнесенных участков (при j>1). Аналогично и оценка ДЧ/скорости по номеру фильтра с глобальным максимумом среди всех спектров, наблюдаемых в рабочей зоне ППИ. В такой ситуации непосредственное измерение дальности до земли по оси ГЛ невозможно и целесообразно получение непараметрической статистической оценки ДЧ F_D* по выборке $\{F_{D(i)}, i=1, ..., n\}$, например, в виде медианы, среднего, α -усеченного среднего, среднего «по крайним четвертям» и др. При оценке F_D* в виде усредненного значения частоты $F_D^*=F_{DAVE}=ave\{F_{D(i)}, i=1, ..., n\}$ теоретическое среднеквадратическое отклонение (СКО) σ_{fdave} для ошибок оценивания:

$$\sigma_{fdave} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma_{fd}, \qquad (3)$$

где $\sigma_{fd}=\sigma_{fd(i)}\approx 0{,}3\Delta f$ - СКО для инструментальных погрешностей измерения частоты по номеру фильтра с шириной $\Delta f=F_r/N_{БПФ}$; $N_{БПФ}$ - база быстрого преобразования Фурье.

При разных углах наклона ГЛ были выполнены серии экспериментов с излучением/приемом нескольких пачек импульсов, определением по каждой пачке скоростей на основе: *а)* усредненной частоты F_{Dave}; *б)* частоты F_{DGM}, определяемой по фильтру с глобальным максимумом амплитуды в пределах ППИ. При «эталонной» скорости (по данным СНС) получены погрешности определения скорости на основе F_{Dave} и F_{DGM}, их средние значения и СКО - по серии пачек из 2048 импульсов при каждом угловом положении ГЛ. Результаты этих экспериментов показаны на рис. 4. При углах наклона ≈7^0; 9.8^0 и $16{,}2^0$ были наибольшие выборки (≈ 30 реализаций). При этом среднее значение ошибки по скорости, измеренной на основе F_{Dave} находится ≈ в диапазоне от 0,1 м/с до 0,23 м/с, а СКО ≈ в диапазоне от 0,2 м/с до 0,35 м/с.

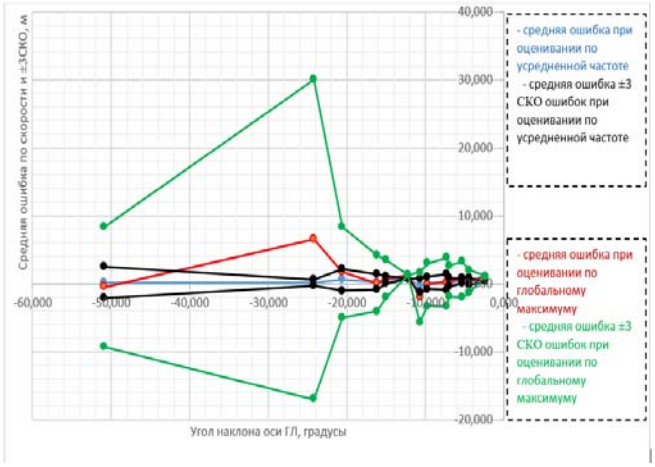


Рис 4. Средние значения и интервалы ±3СКО для ошибок определения скорости на основе усредненной частоты и глобального максимума

Очевидно, что радиолокационный корректор в таком исполнении в несколько раз уступает СНС по точности, но, как показали исследования, в условиях радиопомех он обеспечивает устойчивую работоспособность МНС и при длительном отсутствии достоверных данных СНС. Его потенциальная точность может быть повышена при увеличении ППИ, коэффициента его заполняемости (скважности), числа импульсов в пачке и количества пачек, излучаемых при одном направлении ГЛ. В работе предложен нетрадиционный подход к повышению точности и расширению информативности РЛС-канала микронавигационных измерений – на основе адаптивно-робастного управления направлением ГЛ, параметрами излучения, обработки и частотно-временных измерений сигналов при взаимодействии МНС и РЛС. Кратко, суть предлагаемого метода состоит в том, что текущие данные МНС при известных параметрах диаграммы направленности РЛС позволяют определить: • такую комбинацию параметров ориентации оси ГЛ и ППИ, при которой максимум из спектра сигнала в полосе $d\tau_k$ (для расстояния до земли по оси ГЛ) является глобальным максимумом, а $d\tau_k$ гарантированно находится в рабочей зоне ППИ; • границы режекции эхосигналов от земли, принимаемых по боковым лепесткам при назначенных выше параметрах ориентации ГЛ и излучения.

В зависимости от высоты H, ориентации, ширины ГЛ и параметров излучения размер следа ГЛ может быть таким, что суперпозиция спектров в $d\tau_i$ (i=1, ..., n) отсутствует или не оказывает влияния на проявление глобального максимума в $d\tau_k$. Дальности R_0 по оси ГЛ, по верхней R_{max} и нижней R_{min} границам ГЛ, а также их разность $\Delta R=(R_{max}-R_{min})$ и протяженность следа L:

$$R_0 = \frac{c}{2}(r_0 T_r + \tau_0) = \frac{H}{\sin\beta_0}; \qquad (5)$$

$$R_{\max} = \frac{c}{2}(r_{\max} T_r + \tau_{\max}) = \frac{H}{\sin\beta_{\min}} = \frac{H}{\sin(\beta - \Delta\beta)}; \quad (6)$$

$$R_{\min} = \frac{c}{2}(r_{\min} T_r + \tau_{\min}) = \frac{H}{\sin\beta_{\max}} = \frac{H}{\sin(\beta + \Delta\beta)}; \quad (7)$$

$$\Delta R = \frac{c}{2}[T_r(r_{\max} - r_{\min}) + (\tau_{\max} - \tau_{\min})] =$$

$$= H[\cos ec(\beta - \Delta\beta) - \cos ec(\beta + \Delta\beta)]; \quad (8)$$

$$L = H(\mathrm{ctg}\,\beta_{\min} - \mathrm{ctg}\,\beta_{\max}) =$$

$$= \frac{c}{2}\left[(r_{\max}\cos\beta_{\min} - r_{\min}\cos\beta_{\max})T_r + \tau_{\max}\cos\beta_{\min} - \tau_{\min}\cos\beta_{\max n}\right]$$

где r и τ – индекс ППИ и НЗС; $\beta>0$ и $\Delta\beta>0$ – угол наклона и половина ширины ГЛ по углу места.

Нужны значения НЗС при $r_0=r_{\max}=r_{\min}\rightarrow(\tau_{\min}=0;$ $\tau_{\max}=T_r)$ или при $r_{\max}= r_0+1$, $r_{\min}=r_0 - 1 \rightarrow (\tau_{\min}= T_r - t_{bzr};$ $\tau_{\max}= \tau_{pulst} + t_{bzl})$, где t_{bzr}/t_{bzl} – время бланкирования приемника до/после излучения. Тогда из (8) следует:

$$\Delta R \le \frac{c}{2} T_r \quad (9)$$

$$\text{или } \Delta R \le \frac{c}{2}(T_r + \tau_{pulse} + t_{bzr} + t_{bzl}). \quad (10)$$

Нужно гарантировать положение τ_0 в рабочей зоне ППИ

$$\tau_0 \in [(\tau_{pulce} + t_{bzl}); (T_r - t_{bsr})], \quad (11)$$

учитывая точность данных МНС. Ошибка δR_0 дальности (5) при известном индексе ППИ:

$$\delta R_0 = \frac{c}{2}\delta\tau_0 = R_0 \mathrm{ctg}\beta_0 \delta\beta_0 + \frac{\delta H}{\sin\beta_0}, \quad (12)$$

$$\delta\tau_0 = \frac{2}{c}[R_0 \mathrm{ctg}\beta_0 \delta\beta_0 + \frac{\delta H}{\sin\beta_0}] \approx 3\sigma_{\tau 0}, \quad (13)$$

где $\delta\tau_0$ – ошибка НЗС; $\delta\beta_0$, δH – ошибки по углу наклона и высоте; $\sigma_{\tau 0}$ – СКО ошибок по НЗС. Тогда условие (11) представляется в виде

$$[\tau_0 \pm k(\frac{2}{3c}[R_0 ctg\beta_0 \delta\beta_0 + \frac{\delta H}{\sin\beta_0}])] \in [(\tau_{pulse} + t_{bzl}); (T_r - t_{bzr})], \quad (14)$$

где k –коэффициент доверительной вероятности.

Таким образом, обеспечивается определение номера фильтра f_{Amax} с глобальным максимумом амплитуды и номера $k_{\tau Amax}$ той полосы НЗС $d\tau$ в ППИ, где был выявлен этот максимум. Соответственно формируются непосредственные первичные измерения НЗС τ, частоты F_D и вектор измерений микронавигационных параметров ФЦА: расстояния R до земли в направлении к участку земли, дающему максимальный эхосигнал в рамках ГЛ; скорости V_R в этом направлении. Эти же параметры определяются и на основе инерциальных измерений в МНС. Вектор наблюдения – как разность инерциальных и радиолокационных измерений – обрабатывается на основе процедур фильтрации калмановского типа для оценивания/компенсации ошибок инерциального канала.

IV. Заключение

Предложен метод (микро)навигационных измерений траектории ФЦА РЛС при квазинепрерывном излучении по сигналам от земли в ГЛ. Метод совместим с обзором воздушного пространства «на фоне земли», может быть реализован одновременно или при дополнительной пачке импульсов, «встраиваемой» в циклограмму РЛС при обзоре. В первом случае – нет управления ГЛ и параметрами излучения в аспекте микронавигации. При этом обеспечивается измерение скорости с относительно невысокой точностью, а при выполнении ряда критериев - измерение скорости с повышенной точностью, а также дальности до участка земли с наиболее интенсивным сигналом. Во втором случае выполнение этих критериев и высокоточные дальномерно-скоростные измерения обеспечиваются адаптивно-робастным управлением ГЛ и/или параметрами излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Справочник по радиолокации. В 2-х кн. / Под ред. М.И. Сколника: Пер. с англ. под общ. ред. В.С. Вербы. Кн. 1. М.: Техносфера. 2015. 672 с.

[2] Чернодаров, А.В., Патрикеев, А.П., Коврегин, В.Н, Коврегина, Г.М., Меркулова, И.И. Летная отработка распределенной системы инерциально-спутниковой микронавигации для радиолокатора с синтезированной апертурой //Научный Вестник МГТУ ГА. 2017. т.20. №1. С. 222-231.

[3] Kovregin V, Kovregina G. Adaptive-robust methods for detecting, capturing and tracking hovering, low- and high-speed objects in integrated radar-inertial systems with quasi-continuous radiation. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9470845 (дата обращения: 17.10.2021

[4] Чернодаров А.В., Коврегин В.Н., Коврегина Г.М.Инерциально-спутниковая система микронавигации для радиолокатора с синтезированной апертурой и доплеровским каналом измерения траекторной скорости. Сборник материалов «XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам». 2023. С. 38-40.

[5] Севастьянов, В.Ю. Измерение скорости движения носителя в моноимпульском радиолокаторе с синтезированной апертурой антенны. Радиотехника и электроника. Т. 52 №8, 2007. С. 944-948.

[6] Красильщиков М. М., Козорез Д.А., Сыпало К.И, Самарин О.Ф., Севастьянов В.Ю. К проблеме высокоточного позиционирования фазового центра антенны многофункциональной бортовой РЛС авиационного базирования. Гироскопия и навигация. №2(81). 2013. С. 14-30.

[7] Kovregin V.N., Kovregina G.M. Method for observing a hovering object against the background of the earth in radars with quasi-continuous chirp radiation. *30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51816.2023.10168478.

Методы и алгоритмы активного адаптивно-робастного сопровождения аэрообъекта и сопутствующих (микро)навигационных измерений в радарах квазинепрерывного излучения

В. Коврегин
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
kovregin@mail.ru

Г. Коврегина
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
g_kovregina@mail.ru

Аннотация – Представлены методы и алгоритмические структуры для одновременного решения в РЛС задач: активного сопровождения цели на основе адаптивно- робастных процедур управления квазинепрерывным излучением и калмановской фильтрации неоднозначных измерений; радиолокационного измерения параметров микронавигации фазового центра РЛС по сигналам от земли, принимаемых по боковым лепесткам диаграммы направленности РЛС.

Ключевые слова – квазинепрерывное излучение РЛС; сопровождение цели, микронавигация, радиопомехи

I. Введение

В задачах «воздух-воздух», решаемых современными многофункциональными РЛС, *актуальна проблема* – обеспечение устойчивости, повышение точности при сопровождении воздушной цели в сложной сигнально-шумовой/помеховой обстановке, при маневрировании и длительных интервалах между «опросами» цели при сопровождении. В таких условиях при наблюдении цели (обнаружении/ идентификации/ измерении траекторных параметров («захвате») растет вероятность аномальных измерений, которым относятся: погрешность по индексу/ номеру периода повторения импульсов (ППИ), которому соответствует неоднозначная задержка эхосигнала цели (НЗС) в ППИ; ошибка в оценивании скорости не по «фюзеляжной», а по «вращательной» компоненте при «сложном» доплеровском спектре цели. Традиционные методы сопровождения [1] не являются робастными по отношению к аномальным исходным данным (из этапа наблюдения). Обычно при ППИ T_r=*const* отслеживается «дрейф» НЗС из-за относительного перемещения цели, ППИ меняется эпизодически только для обеспечения наблюдаемости НЗС τ в «рабочей» зоне ППИ, а ошибка по индексу ППИ сохраняется. В измерениях НЗС также возможны уводящие помехи, «выбросы», приводящие к расходимости типовых процедур фильтрации ошибок, например, фильтра Калмана. Такие дестабилизирующие факторы приводят к резкому снижению точности и, в итоге, к «срыву» сопровождения. Есть практическая необходимость в разработке новых методов/алгоритмов сопровождения, эффективных при указанных аномалиях в исходных данных и текущих измерениях. Кроме того, *проблемная ситуация* при сопровождении значительно усугубляется тем, что при организованных помехах спутниковым навигационным системам быстро теряется точность/работоспособность в типовых инерциально-спутниковых системах микронавигации РЛС (СМН). В настоящее время *проблема* обеспечения альтернативной (дополнительной) помехоустойчивой коррекции СМН с достаточным уровнем точности является актуальной. В рамках ее решения в ряде работ [1-5 и др.] рассмотрено применение РЛС как корректора собственной СМН. В целом, все известные методы (микро)навигационных радарных измерений базируются на использовании эхосигналов от участка земной поверхности, облучаемого главным лучом (ГЛ) диаграммы направленности РЛС (ДН). При сопровождении цели в «верхней полусфере» эти методы одновременно с шагом сопровождения не могут применяться, поскольку эхосигналы от земли принимаются только по боковым лепесткам ДН (БЛ), а их информативность в аспекте микронавигации фазового центра антенны РЛС (ФЦА) недостаточно исследована.

Цель работы – представление нетрадиционных методов/алгоритмов:

- активного адаптивно-робастного (АР) сопровождения цели в режиме квазинепрерывного излучения (КНИ);
- совмещенных с сопровождением радиолокационных (микро)навигационных измерений по сигналам от участков земли, облучаемых БЛ.

Конечная *прагматическая цель* – повышение помехоустойчивости, точности, расширение информативности РЛС в задачах сопровождения цели ГЛ в «верхней полусфере» и (микро)навигационного обеспечения РЛС при помехах

II. Суть метода активного адаптивно-робастного сопровождения воздушного объекта

В задачах класса «воздух-воздух» логика работы РЛС обычно включает этап наблюдения с последующим переходом к режиму (этапу) автосопровождения или сопровождения «на проходе». В работах [2, 6, 7 и др.] представлен ряд методов АР наблюдения при КНИ и КНИ с ЛЧМ несущей волны в пачке импульсов (КНИ-

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда, проект № 22-19-00058.

ЛЧМ) – в одно- и многоцелевой ситуации в ГЛ, для целей с узким («точечным») и/или рассредоточенным («сложным») спектром, при ограниченном/расширенном диапазонах относительных скоростей. Для изложения сути предлагаемого в данной работе метода активного АР сопровождения является достаточным рассмотрение одноцелевой ситуация в ГЛ, при типичном КНИ для приближающейся цели с узким доплеровским спектром, расположенным вне спектральной зоны «мешающих» отражений от земли (МОЗ). Все базовые методические положения и соотношения, представленные далее при такой «упрощенной» постановке задачи, тем не менее, могут быть обобщены и для решения более сложных задач АР сопровождения - для множества спектрально-разнотипных разноскоростных целей. При режиме КНИ-ЛЧМ суть и математического содержание предлагаемого метода сопровождения не изменяется.

При АР-наблюдении [2, 6, 7] задачи обнаружения и «захвата» цели по дальности при КНИ сводятся к единой формализованной постановке, решаются на основе унифицированных методов в рамках концепции АР управления излучением и оценивания неоднозначных измерений. Аналогичны постановка и подход к решению задачи сопровождения. В целом, отличия состоят только: • в уровнях априорной неопределенности по дальности (по индексам ППИ) в исходных данных; • в различном «генезисе» используемых оценок НЗС τ, формируемых на основе квазиизмерений и/или реальных измерений НЗС. Например, если по пачке импульсов при ППИ T_r цель не обнаружена, то исходный диапазон [r_{min}; r_{max}] индекса ППИ r для текущей дальности $R = 0.5\ c\ (r\ T_r + \tau)$, где c – скорость радиоволны, будет определяться, исходя из априорного широкого диапазона от минимальной R_{min} до максимальной R_{max} дальностей обнаружения. При этом оценка НЗС базируется на квазиизмерении, предполагая нахождение НЗС цели в «слепой» зоне ППИ. После раскрытия «слепых дальностей» с редукцией неопределенности и «грубой» оценкой дальности в исходных данных для захвата уже будет значительно сокращенный диапазон индексов ППИ и одно реальное измерение НЗС. После захвата в исходных данных для сопровождения также есть реальное измерение НЗС, но диапазон индексов ППИ при этом вырождается - индекс ППИ r теоретически считается точно определенным. В общем случае, АР управление КНИ предполагает максимизацию модуля приращения ППИ, при котором НЗС τ в текущем ППИ T_r будет гарантированно «наблюдаться» в «рабочей» зоне ППИ [t_{BZ1}; $T_r - t_{BZ2}$], где t_{BZ1} и t_{BZ2} – время бланкирования приемника после и до момента начала излучения импульса. Индекс ППИ считается точно определенным, когда в результате нескольких итераций достигается приращение ППИ, которое превышаем максимальную суммарную ошибку для разности двух измерений НЗС и прогноза дрейфа НЗС на интервале между излучениями. Соотношение для прогноза положения НЗС τ^* в ППИ при заданном приращении $\Delta T_{r\,i/i-1} = T_{r\,i} - T_{r\,/i-1} = \Delta T_{r\,SP\,i/i-1}$:

$$\tau^* = \tau_{i/i-1} - \Delta r_{i/i-1} T_{r\,i-1} - r_{i/i-1} \Delta T_{ri/i-1}, \qquad (1)$$

где $\tau_{i/i-1}$, $r_{i/i-1}$ - экстраполированные значения НЗС и индекса ППИ при неизменном ППИ с учетом дрейфа НЗС из-за перемещения цели и носителя на интервале между излучением пачек импульсов; $\Delta r_{i/i-1} = r_i - r_{i/i-1}$ - изменение индекса ППИ, обусловленное приращением ППИ. Расчет приращения ППИ при заданном $\tau^* = \tau^*_{SP}$:

$$\Delta T_{ri/i-1} = \frac{\tau_{i/i-1} - \tau^* - \Delta r_{i/i-1} T_{r\,i-1}}{r_{i/i-1}}. \qquad (2)$$

При аномальном завершении захвата по дальности оценки для индексов ППИ r_{i-1} и $r_{i/i-1}$ характеризуются целочисленной погрешностью $|\delta r| \geq 1$. Устранение таких ошибок при активном АР сопровождении предполагает:

- заданный диапазон [$r_{min\ i/i-1} = r_{i/i-1} - |\delta r|$; $r_{max\ i/i-1} = r_{i/i-1} - |\delta r|$|], который определяет априорно уровень робастности АР сопровождения цели к аномальным ошибкам по индексу ППИ. Как показали модельные/натурные эксперименты [6, 7], ошибки по индексу ППИ при АР захвате в наихудшем случае составляют $\delta r = \pm 1$;
- задание требуемого положения НЗС $\tau^* = \tau^*_{CWZ\ i}$ как центра рабочей зоны в ППИ $T_{r\,i}$ при $\tau_{i/i-1}$, $r_{i/i-1}$;
- поиск на основе выражений (1), (2) максимального по модулю приращения ППИ:

$$\Delta T_{ri/i-1} = \max\{|\Delta T_{ri/i-1}(N dT_r, M \Delta r_{i/i-1})|\},$$
$$N = 1, 2, \ldots; M = 0, 1 \ldots, \qquad (3)$$

где dT_r - дискретность реализации ППИ. При этом все значения из серии прогнозов НЗС вида (1)

$$\tau^*(J) = \tau_{i/i-1} - \Delta r_{i/i-1} T_{r\,i-1} - J \Delta T_{ri/i-1};\ J = r_{\min\ i/i-1}, \ldots, r_{i/i-1}, \ldots, r_{\max\ i/i-1}$$

должны быть в рабочей зоне одного ППИ. Интервал $\Delta\tau^*$ между «соседними» прогнозными оценками НЗС будет равен приращению ППИ (по модулю):

$$\Delta\tau^* = |\tau^*(J+1) - \tau^*(J)| = |\Delta T_{ri/i-1}|. \qquad (4)$$

- определение минимума ошибки прогнозирования НЗС относительно текущего измерения НЗС τ_i и текущего индекса ППИ r_i, соответствующего этому минимуму:

$$|\nu_i|,\ r_i \leftarrow \min\{|\tau_i - \tau^*(J)|\}. \qquad (5)$$

- расчет дисперсий ошибок прогноза, измерение НЗС, невязки ν_i, оценивание НЗС на основе процедуры АР калмановской фильтрации, например, с использованием статистических критериев χ^2- распределения при анализе квадратичной формы нормированной невязки [3], определение текущей однозначной дальности на основе полученных оценок индекса ППИ и НЗС.

Таким образом, активное АР сопровождение цели по дальности осуществляет рассредоточенный прогноз НЗС для нескольких траекторий при разных индексах ППИ, обеспечивая при этом наблюдаемость всех НЗС в рамках рабочей зоны одного ППИ. Соответствие текущего измерения и прогноза НЗС выполняется по критерию минимальной ошибки прогнозной модели НЗС. На основе выбранной прогнозной модели и измерения НЗС реализуется шаг АР фильтрации калмановского типа. В итоге, обеспечивается устойчивость сопровождения к аномальным исходным данным и измерениям и повышение точности оценивания дальности до уровня, превышающего инструментальную точность измерения НЗС. На рис.1 показаны результаты моделирования активного АР сопровождения после обнаружения/ захвата цели с погрешностями по индексу ППИ до ±2 (т. е. до нескольких км), подтверждающие эффективность предлагаемого метода.

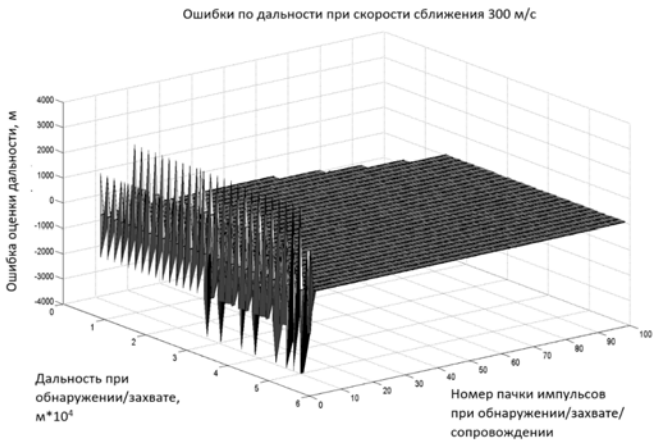


Рис.1 Погрешности активного АР сопровождения цели по дальности при аномальных оценках на этапе ее обнаружения/захвата

III. Суть метода сопутствующих радиолокационных (микро)навигационных измерений

При наблюдении/сопровождении цели ГЛ в «верхней полусфере» в РЛС принимаются сигналы от участков земли, облучаемых только по направлениям БЛ. Эти сигналы, традиционно обозначаемые как МОЗ по БЛ, при КНИ и КНИ-ЛЧМ являются «мощными» даже при больших высотах РЛС и исключаются из обработки путем режекторной фильтрации [2, 6, 7]. Рассматривается активное АР сопровождение при КНИ-ЛЧМ. В работах [2, 6, 7 и др.] для КНИ-ЛЧМ показана технология оценки положения/ширины спектра МОЗ по БЛ, направленным вниз – с использованием данных от СМН и параметров ориентации/угловой ширины БЛ для калиброванной ДН (по уровню и направлениям максимумов). После расчета границ спектра МОЗ по БЛ выполнялась режекция МОЗ. Предлагаемый метод сопутствующих измерений в РЛС, напротив, базируется на «тонком» спектральном анализе именно сигналов МОЗ по БЛ. Их обработка выполняется параллельно с обработкой сигналов, принимаемых по ГЛ при поиске/наблюдении/сопровождении цели. Логике решения этих основных задач РЛС подчиняется АР управление направлением ГЛ и параметрами КНИ-ЛЧМ – ППИ T_{ri}, крутизной ЛЧМ S_i, длительностью τ_{pulse} и количеством импульсов N_{FFT} в пачке импульсов (базой быстрого преобразования Фурье (БПФ)). Для изложения сути предлагаемого метода рассматривается типичная ДН фазированной антенной решетки. На рис. 2 показано распределение амплитуд ГЛ и БЛ в зависимости от углов в азимутальной и угломестной плоскостях при оси ГЛ, направленной перпендикулярно антенному полотну.

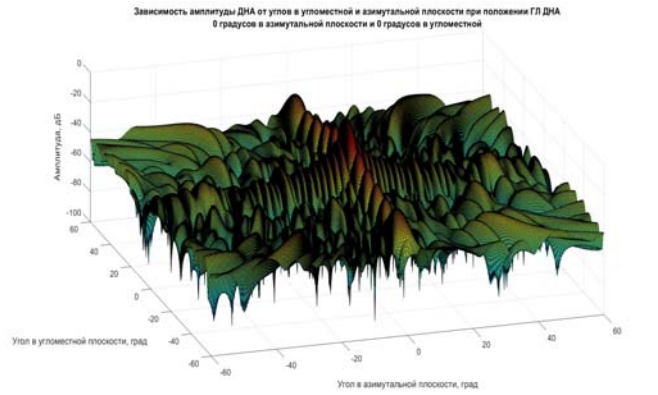


Рис.2 Распределение амплитуд в зависимости от углов

На рис. 3 показан вид пространственной ДН. Для изложения сущности предлагаемого метода вполне достаточно рассмотреть ситуацию, когда МОЗ формируются только по БЛ с направленными вниз осями, расположенными в одной вертикальной плоскости. Ширина БЛ в этой плоскости – единицы градусов, азимутальная ширина – в несколько раз меньше. Для таких «узких и плоских» БЛ влияние азимутальной ширины несущественное и в представляемых далее соотношениях не учитывается.

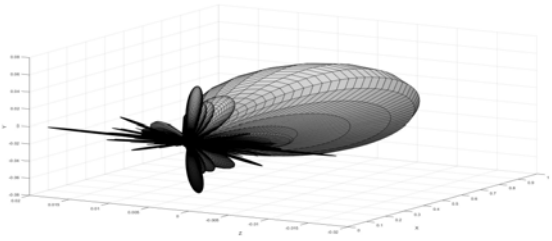


Рис.3. Вид пространственной ДН

В нормальной земной системе координат *OXYZ* фазовый центр РЛС на высоте H перемешается с постоянной горизонтальной скоростью W по направлению оси OX. Азимутальный угол α осей всех рассматриваемых БЛ одинаков. Участки земной поверхности, облучаемые БЛ («следы» БЛ), не пересекаются, их центры расположены на одной прямой. Поверхность земли предполагается плоской и однородной (в аспекте отражения). При известных параметрах КНИ-ЛЧИ и ориентации БЛ для эхосигнала от каждого такого участка с использованием данных СМН могут быть рассчитаны [2, 6, 7]: «центральные» значения доплеровской частоты (ДЧ) $F_{D(0)}$ и дальномерно-доплеровской частоты (ДДЧ) $F_{RD(0)}$, соответствующих направлению оси БЛ (направлению максимума); границы ДЧ- и ДДЧ-спектров в пределах данного БЛ. Для режима КНИ-ЛЧМ:

- спектр мощных МОЗ по БЛ проявляется во всех элементах разрешения НЗС с шириной $\delta\tau$ в рабочей зоне ППИ, являясь при этом результатом суперпозиции ДДЧ-спектров сигналов от нескольких дистанцированных друг от друга полосок земли, пересекающих «след» БЛ;
- в диапазоне дальностей $[R_{min}; R_{max}]$ до ближней и дальней границ «следа» БЛ для каждой j-ой полоски значения ДДЧ $F_{RD(j)}$ и разницы $\Delta F_{RD(k,j)} = F_{RD(k)} - F_{RD(j)}$ для k-ой и j-ой полосок определяются выражениями:

$$F_{RD(j)} = \frac{2}{\lambda} W \cos\alpha \cos\beta_{(j)} + ST_{ri} r_{i(j)} + S\tau; \qquad (6)$$

$$\Delta F_{RD(k,j)} = \frac{2W\cos\alpha}{\lambda}\left[\cos\beta_{(k)} - \cos\beta_{(j)}\right] + ST_{ri}\left[r_{i(k)} - r_{i(j)}\right] =$$

$$= \frac{2W\cos\alpha}{\lambda}\left[2\sin\frac{\beta_{(k)}+\beta_{(j)}}{2}\sin\frac{\beta_{(j)}-\beta_{(k)}}{2}\right] + ST_{ri}\left[r_{i(k)} - r_{i(j)}\right], \qquad (7)$$

где λ – длина волны; τ – НЗС для «серединной» линии рассматриваемой полосы, причем $\tau=\tau_{(k)}=\tau_{(j)}$; $\beta_{(k)}$ и $\beta_{(j)}$ – углы наклона до k-ой и j-ой полос, расположенных на расстояниях $R_{(k)} = 0.5\,c\,(r_{i(k)}T_{ri} + \tau)$ и $R_{(j)} = 0.5\,c\,(r_{i(j)}T_{ri} + \tau)$.

Из (6) и (7) видно, что каждом дискрете НЗС из-за наложения ДДЧ-спектров сигналов от разных полосок в

результирующем ДДЧ-спектре будут наблюдаться локальные максимумы амплитуды, существенно разнесенные по частоте (из-за разницы расстояний и направлений). Например, даже не учитывая скоростную компоненту в выражении (7), при типичных значениях ППИ T_{ri} = 3*10^{-5} с и крутизны ЛЧМ S_i = 20*10^6 Гц/с интервал частот между «соседними» максимумами ($\Delta F_{RD\ (k,\ k-1)}$=$F_{RD(k)}$ - $F_{RD(k-1)}$) будет не менее 600 Гц – не менее 70 фильтров с шириной ≈ 8 Гц при базе БПФ 4096. Этот интервал существенно превышает ширину ДДЧ-спектра сигнала для каждой полоски дальности [1]. Это позволяет достаточно просто выявлять локальные и глобальный максимумы амплитуд при анализе результирующего ДДЧ-спектра в каждом наблюдаемом в ППИ дискрете НЗС. Определяется номер дискрета НЗС *Nd,* в котором проявился наибольший амплитудный максимум и соответствующее значение ДДЧ $F_{RD\max\ (0,\ Nd)}$ вида (6), где: НЗС τ=$\tau_{(0)}$ оценивается по измеренному номеру *Nd*, его положению в ППИ; индекс ППИ $r_{i(j)}$= $r_{i(0)}$ определяется с использованием данных от СМН:

$$r_{i(j)} = r_{i(0)} = \mathrm{int}\left[\frac{2}{c}\frac{H}{\sin\beta_{(0)}T_{ri}}\right], \qquad (8)$$

где $\beta_{(0)}$ – расчетный угол наклона оси БЛ.

По измерению НЗС и оценке индекса ППИ вида (8) определяется дальность $R_{(0)}$, корректируется угол наклона – по направлению к центру «рабочей» полосы на земной поверхности, соответствующей номеру *Nd*:

$$R_{(0)} = \frac{c}{2}\left[T_{ri}r_{i(0)} + \tau_{(0)}\right], \ (8)\ \ \beta_{(0)} = \arcsin\frac{H}{R_{(0)}}. \ (9)$$

По измерениям ДДЧ и НЗС определяется радиальная скорость $V_{R(0)}$ РЛС по данному направлению в БЛ:

$$V_{R(0)} = W\cos\alpha\cos\beta_{(0)} = \frac{\lambda}{2}\left[F_{RD\max(0,Nd)} - ST_{ri}r_{i(0)} - S\tau\right]. \ (10)$$

Кроме того, из (7) следует разностный способ измерения проекции V_α путевой скорости W фазового центра РЛС на известное азимутальное направление оси БЛ и, собственно, оценки значения самой путевой скорости в виде W= (V_α / cos α):

$$V_\alpha = W\cos\alpha = \frac{\lambda}{2}\left[\frac{\Delta F_{RD(k,j)} - ST_{ri}\left[r_{i(k)} - r_{i(j)}\right]}{\cos\beta_{(k)} - \cos\beta_{(j)}}\right] =$$

$$= \frac{\lambda}{4}\left[\frac{\Delta F_{RD(k,j)} - ST_{ri}\left[r_{i(k)} - r_{i(j)}\right]}{\sin 0.5(\beta_{(k)} + \beta_{(j)})\sin 0.5(\beta_{(j)} - \beta_{(k)})}\right]. \qquad (11)$$

IV. Заключение

Предложенный метод активного АР сопровождения обеспечивает устойчивость к аномальным измерениям/ оценкам параметров дальности в исходных данных, (из-за погрешностей захвата траектории), и в процессе сопровождения (из-за ошибок экстраполяции при редких «опросах» цели, интерфейсно-вычислительных сбоев, аномальных первичных измерениях сигнала). Наряду с помехоустойчивостью повышается точность оценивания траекторных параметров цели на основе АР калмановской фильтрации неоднозначных первичных измерений. На фоне реализации данного метода при сопровождении цели в «верхней полусфере» показана возможность выполнения одновременных измерений (микро)навигационных параметров РЛС на каждом шаге сопровождения. Представлен нетрадиционный метод для проведения таких сопутствующих измерений дальности/ скорости РЛС относительно земли – на основе сигналов мешающих отражений от земли, принимаемых РЛС по боковым лепесткам диаграммы направленности. Данный метод обеспечивает расширение информативности РЛС, прежде всего, для использования РЛС в качестве канала помехоустойчивой и достаточно точной коррекции для типовой системы микронавигации при радиопомехах.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Справочник по радиолокации. В 2-х кн. / Под ред. М.И. Сколника: Пер. с англ. под общ. ред. В.С. Вербы. Кн. 1. М.: Техносфера. 2015. 672 с.

[2] Kovregin V.N., Kovregina G.M. Method for observing a hovering object against the background of the earth in radars with quasi-continuous chirp radiation. 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2023, pp. 1-4.

[3] Чернодаров А.В.,, Коврегин В.Н., Коврегина Г.М.Инерциально-спутниковая система микронавигации для радиолокатора с синтезированной апертурой и доплеровским каналом измерения траекторной скорости. Сборник материалов «XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам», Санкт-Петербург, 2023 г., с. 38-40 с

[4] Севастьянов, В.Ю. Измерение скорости движения носителя в моноимпульском радиолокаторе с синтезированной апертурой антенны/ В.Ю. Севастьянов, М.В. Степенов//Радиотехника и электроника. – 2007.-№8. – т.52.- с.944-948

[5] Красильщиков М. М., Козорез Д.А., Сыпало К.И, Самарин О.Ф., Севастьянов В.Ю. К проблеме высокоточного позиционирования фазового центра антенны многофункциональной бортовой РЛС авиационного базирования // Гироскопия и навигация. 2013. №2(81). с. 14-30.

[6] Kovregin V.N., Kovregina G.M., Murzaev A.S. A Unified Method for Observation of an Air Object with a Complex Spectrum in Radar with Quasi-Continuous Radiation // 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, State Research Center of the Russian Federation Concern CSRI Elektropribor. JSC. 2022. P. 56–59.

[7] Коврегин В.Н., Коврегина Г.М., Мурзаев А.С. Адаптивно-робастное всеракурсное наблюдение разнотипных объектов в главном луче радара с квазинепрерывным ЛЧМ-излучением //Радиотехника. 2023. Т. 87 №1. С 69–78.

Моделирование вызванных потенциалов, связанных с движением, с помощью идентификации модели ФитцХью-Нагумо

А. Рыбалко
Институт проблем машиноведения РАН
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0009-0003-9168-0514

А. Сагатдинов
Институт проблем машиноведения РАН
Санкт-Петербург, Россия
https://orcid.org/0009-0000-4654-0537

***Аннотация* — В работе рассматривается важная для разработки интерфейсов мозг-компьютер задача моделирования вызванных потенциалов, связанных с движением. Вызванные потенциалы моделируются с помощью математической модели нейронной активности ФитцХью-Нагумо и алгоритма её идентификации, в основе которого лежит метод скоростного градиента.**

Ключевые слова—идентификация, метод скоростного градиента, моделирование нейронной активности, модель ФитцХью-Нагумо

I. Введение

Одним из основных направлений развития нейронаук на сегодняшний день является разработка интерфейсов мозг-компьютер [1], позволяющих человеческому мозгу взаимодействовать с внешним устройством (компьютер, робот) напрямую, например, через электрическую активность мозга, получаемую с помощью электроэнцефалографа. Однако, за счёт зашумленности и неоднозначности сигнала электроэнцефалографа (ЭЭГ), а также огромной сложности головного мозга, задача выявления паттернов, свидетельствующих о намерениях человека, является крайне непростой. Значительная часть существующих решений основаны на применении методов машинного обучения для распознавания вызванных потенциалов, колебаний в ЭЭГ сигнале определённого вида, которые возникают, когда испытуемый, например, собирается совершить движение или даже просто думает о нём.

В этой работе исследуются возможности математической модели нейронной активности ФитцХью-Нагумо [2, 3] для моделирования вызванных потенциалов. Выбор параметров ФитцХью-Нагумо производится с помощью применения адаптивного алгоритма идентификации [4, 5] на основе метода скоростного градиента [6] к фрагментам сигнала электроэнцефалографа, соответствующим вызванным потенциалам перед движением правой или левой рукой. Биологическая правдоподобность ФитцХью-Нагумо позволяет надеяться, что выявление закономерностей между значениями её параметров и вызванными потенциалами позволит использовать алгоритм [4] для улучшения точности интерфейсов мозг-компьютер.

II. Моделирование вызванных потенциалов

Рассматривается преобразованная модель ФитцХью-Нагумо [4]:

$$y''' = \theta_1^* y' + \theta_2^* (y^2)' + \theta_3^* y + \theta_4^* y^3 + \theta_5^*, \quad (1)$$

где $y(t)$ – электрический потенциал нейрона или группы нейронов, θ_i^*, $i \in 1:5$ – неизвестные параметры. Задача ставится следующим образом: для ЭЭГ сигнала, представляющего из себя разность между показаниями с двух электродов, расположенных на поверхности головы испытуемого, $\hat{y}(t)$, найти такие оценки параметров (1), $\theta_i(t)$, чтобы при их подстановке в (1) выполнялась цель идентификации: : $y(t) - \hat{y}(t) \to 0$ при $t \to \infty$. Для этого будем использовать алгоритм настройки параметров из [4].

В качестве $\hat{y}(t)$ будем рассматривать фрагмент ЭЭГ сигнала за 1,5 секунды до начала движения, то есть когда в записи наблюдается вызванный потенциал [1]. Сильная зашумленность ЭЭГ сигнала, наличие артефактов, связанных, например, с морганием глазами, требует серьезной предварительной обработки, которая подробно описана в [7].

На рис. 1 и 2 представлены результаты применения алгоритма из [4] к сигналу C1-C2 перед движением левой рукой. Графики показывают, что цель идентификации достигается достаточно быстро и с хорошей точностью.

На рис. 3 и 4 изображены аналогичные графики, но уже для сигнала C4-Cz и для вызванного потенциала, соответствующего движению правой рукой. Цель идентификации также достигается быстро. Дальнейшего изучения требует вопрос связи моделируемых процессов и полученных оценок параметров $\theta_i(t)$.

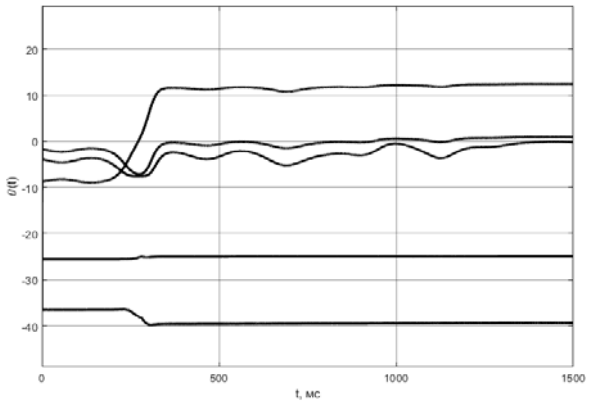


Рис. 1. Адаптивные оценки параметров модели (1), полученные с помощью алгоритма [4] при настройке (1) под ЭЭГ сигнал C1-C2, соответствующий вызванному потенциалу, возникающему перед движением левой рукой.

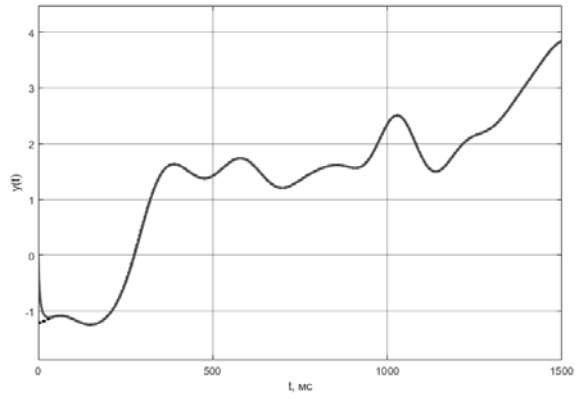


Рис. 2. Фрагмент ЭЭГ сигнала C1-C2, соответствующий вызванному потенциалу, возникающему перед движением левой рукой, (пунктирная линия) и результат его моделирования с помощью (1) и адаптивных параметров (Рис. 1) (сплошная линия).

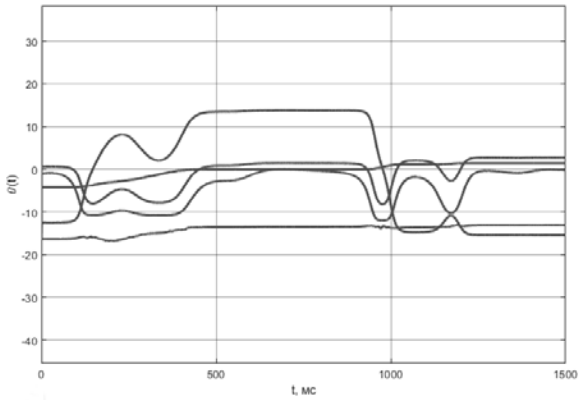


Рис. 3. Адаптивные оценки параметров модели (1), полученные с помощью алгоритма [4] при настройке (1) под ЭЭГ сигнал C4-Cz, соответствующий вызванному потенциалу, возникающему перед движением правой рукой.

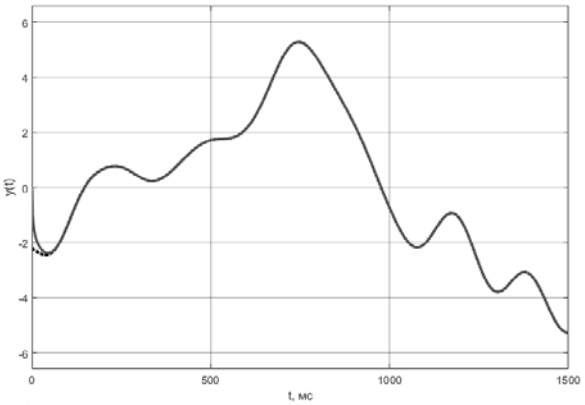


Рис. 4. Фрагмент ЭЭГ сигнала C4-Cz, соответствующий вызванному потенциалу, возникающему перед движением левой рукой, (пунктирная линия) и результат его моделирования с помощью (1) и адаптивных параметров (Рис. 3) (сплошная линия).

III. Заключение

Полученные результаты показывают, что применение алгоритма идентификации, основанного на методе скоростного градиента, [4, 5] к модели ФитцХью-Нагумо является адекватным подходом для моделирования вызванных потенциалов, связанных с движением, в ЭЭГ сигнале. Однако, нужно заметить, что рассматриваемый алгоритм не учитывает помехи в сигнале, то есть для его корректной работы требуется качественная предварительная обработка. Это может затруднить использование данного подхода в режиме реального времени, поэтому дальнейших исследований требует возможность огрубления алгоритма. Также большой интерес представляет поиск зависимости между получаемыми адаптивными оценками и моделируемыми процессами. Существование такого рода зависимости позволит использовать предлагаемый подход в крайне важной для разработки интерфейсов мозг-компьютер задаче распознавания намерения человека совершить определённое действие.

Благодарности

За сбор и предоставление базы данных с записями ЭЭГ испытуемых, совершавших самопроизвольные нажатия на клавишу левой и правой рукой, авторы выражают благодарность кафедре Высшей нервной деятельности и психофизиологии СПбГУ.

Литература

[1] Nicolas-Alonso L. F., Gomez-Gil J. Brain computer interfaces, a review. Sensors. 2012. Vol. 12. №. 2. P. 1211-1279.

[2] FitzHugh R. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. Biophysical Journal. 1961. Vol. 1. P. 445–466.

[3] Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon. Proceedings of the IRE. 1962. Vol. 50. № 10. P. 2061–2070.

[4] A. Fradkov, A. Shepeljavyi, and A. Rybalko. Identification of the FitzHugh-Nagumo neuron model based on the speed-gradient and filtering. 2022 Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN), IEEE. 2022. P. 29–31.

[5] Rybalko A., Fradkov A. Identification of two-neuron FitzHugh–Nagumo model based on the speed-gradient and filtering. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2023. Vol. 33. №. 8. P. 083126.

[6] Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. СПб.: Наука, 1990. 296 с.

[7] Lipkovich M. et al. Evoked Potentials Detection During Self-Initiated Movements Using Machine Learning Approach. 2023 Fifth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN), IEEE. 2023. P. 47-50.

Внедрение оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции в штатную эксплуатацию

А.А. Прутько
ПАО «РКК «Энергия»
г. Королёв, Московская область, Российская Федерация
aleksey.prutko1@rsce.ru

***Аннотация* — В работе представлены результаты внедрения в штатную эксплуатацию оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции (МКС) на двигателях ориентации под управлением российского сегмента. Необходимо было разработать методику выполнения оптимальных разворотов МКС таким образом, чтобы специалисты центра управления полетами (ЦУП) могли самостоятельно планировать и выполнять требуемые развороты без необходимости включения специалистов систем управления движением и навигации, которые разрабатывали, как и бортовое программное обеспечение, так и сами оптимальные траектории разворотов МКС. С момента внедрения в штатную эксплуатацию было выполнено не менее десяти оптимальных разворотов МКС.**

Ключевые слова—Международная космическая станция, оптимальный разворот, расход топлива, космический аппарат, орбитальная станция, управление угловым движением

I. Введение

С 2017-го по 2019-ый годы специалистами ПАО «РКК «Энергии» проводился космический эксперимент «МКС-Разворот», целью которого являлось создание и апробация альтернативных алгоритмов выполнения разворотов МКС [1-5]. Типичными разворотами МКС являются: разворот вокруг местной вертикали на 180° в орбитальной системе координат [6] и обратный разворот, проводимые для обеспечения светотеневых условий перед и после стыковок российских кораблей. В ходе реализации космического эксперимента был разработан и введён в состав бортового программного обеспечения МКС программный компонент отслеживания заданной траектории. Космический эксперимент был успешно завершен, и проведение оптимальных по расходу топлива разворотов МКС методом отслеживания заданной траектории было внедрено в штатную эксплуатацию МКС. В ходе проведения эксперимента было продемонстрировано сокращение расхода топлива на типичный разворот до 5-10 кг вместо 50-60 кг. После стыковки Многоцелевого лабораторного модуля «Наука» и узлового модуля «Причал» в 2021 году строительство российского сегмента было завершено. В связи с этим массово-инерционные характеристики в дальнейшем не должны существенно измениться. Было предложено разработать перечень оптимальных траекторий разворотов для типовых переориентаций МКС, которым специалисты ЦУП могли бы пользоваться в течение продолжительного времени эксплуатации МКС. В этой работе представлены результаты проведенной работы.

II. Разработка оптимальных траекторий разворотов МКС

Поскольку строительство российского сегмента МКС на текущий момент считается завершенным, частный сегмент «Аксиом» находится в разработке, то изменение массово-инерционных характеристик зависит от пристыкованных грузовых и транспортных кораблей: транспортный пилотируемый корабль «Союз МС», транспортный грузовой корабль «Прогресс МС», американские Cygnus, SpaceX Dragon и Dragon Crew, Boeing Starliner, Dream Chaser, японский HTV. Различные всевозможные комбинации пристыкованных кораблей к различным стыковочным узлам приводят к сотням разных конфигураций МКС. Поскольку космические корабли стыкуются к МКС в основном в одной плоскости – плоскости орбиты, то от этого равновесная ориентация МКС изменяется практически только по тангажу. Таким образом, все конфигурации были усреднены в восемь конфигураций с отстоящими друг от друга равновесными ориентациями примерно в полтора градуса. Перечень конфигураций МКС представлен в таблице 1. Перечень равновесных ориентаций, соответствующих конфигурациям МКС, в положениях «на разгон» и «на торможение» представлен в таблице 2.

ТАБЛИЦА I. Усредненные конфигурации МКС для разработки оптимальных траекторий разворотов. J_{XX}, J_{YY}, J_{ZZ} – диагональные элементы тензора инерции МКС, J_{XY}, J_{XZ}, J_{YZ} – центробежные моменты инерции МКС с отрицательным знаком. Размерность моментов инерции – кг·м^2

	J_{XX}	J_{YY}	J_{ZZ}
К1	142256416	191330160	81546568
К2	142046336	194799904	84795616
К3	141949632	198996912	88879448
К4	141505888	200807872	90237440
К5	139817120	199651968	87399136
К6	138726720	199555600	86213552
К7	138701456	200945728	87570016
К8	138723136	201136112	87782240
	J_{XY}	J_{XZ}	J_{YZ}
К1	10711161	4356336	443796
К2	9930085	4320057	441938
К3	9062321	4292516	446268
К4	7753397	4268089	456441
К5	6092651	4205908	520286
К6	4494287	4157578	556886
К7	3004080	4133860	549067
К8	1443159	4114245	530280

ТАБЛИЦА II. РАВНОВЕСНЫЕ ОРИЕНТАЦИИ МКС ДЛЯ КОНФИГУРАЦИЙ МКС ИЗ ТАБЛИЦЫ I. РАВНОВЕСНЫЕ ОРИЕНТАЦИИ ПРЕДСТАВЛЕНЫ В УГЛАХ КРЫЛОВА В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ РЫСКАНЬЕ-ТАНГАЖ-КРЕН В ГРАДУСАХ

	В положении «на разгон»		
	Рысканье	***Тангаж***	***Крен***
К1	-176.0	11.47	-0.85
К2	-176.0	10.11	-0.85
К3	-176.0	8.7	-0.85
К4	-176.0	7.27	-0.85
К5	-176.0	5.76	-0.85
К6	-176.0	4.29	-0.85
К7	-176.0	2.9	-0.85
К8	-176.0	1.52	-0.85
	В положении «на торможение»		
	Рысканье	***Тангаж***	***Крен***
К1	4.0	11.08	-0.85
К2	4.0	9.74	-0.85
К3	4.0	8.34	-0.85
К4	4.0	6.92	-0.85
К5	4.0	5.41	-0.85
К6	4.0	3.94	-0.85
К7	4.0	2.56	-0.85
К8	4.0	1.18	-0.85

Для представленных конфигураций МКС и соответствующим равновесным ориентациям специалистами разработчиков программного обеспечения систем управления движением и навигации были получены оптимальные по расходу топлива траектории разворотов для типовых разворотов МКС из положения «на разгон» в положение «на торможение» и обратно длительностью 5500 секунд. Были получены шестнадцать траекторий переориентаций МКС, которых должно хватить на ближайшие годы эксплуатации. Все траектории были отработаны на наземном комплексе отработки [7] при использовании всех допустимых конфигураций двигателей и были допущены к штатной эксплуатации.

Таким образом, специалистам ЦУП необходимо в общих чертах выполнить следующие шаги:

- заблаговременно выбрать необходимую траекторию разворота, которая наиболее близка к начальной равновесной ориентации МКС из таблицы 2, и загрузить в бортовую память;
- начать выполнение разворота методом отслеживания заданной траектории и дождаться окончания разворота;
- выполнить доворот МКС в дежурную ориентацию стандартным способом по кратчайшей траектории.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗВОРОТОВ МКС

С момента введения оптимальных по расходу топлива разворотов МКС в штатную эксплуатацию было выполнено не менее десяти разворотов. Их результаты по расходу топлива представлены в таблице 3. Все развороты были выполнены успешно и без замечаний. Все результаты по расходу топлива составляют менее восьми килограмм на разворот.

ТАБЛИЦА III. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО РАСХОДУ ТОПЛИВА РАЗВОРОТОВ МКС ЗА 2022 И 2023 ГОДЫ. РАЗВОРОТ ИЗ ПОЛОЖЕНИЯ «НА РАЗГОН» В ПОЛОЖЕНИЕ «НА ТОРМОЖЕНИЕ» ОБОЗНАЧЕН КАК ПРЯМОЙ, И ИЗ ПОЛОЖЕНИЯ «НА ТОРМОЖЕНИЕ» В ПОЛОЖЕНИЕ «НА РАЗГОН», СООТВЕТСТВЕННО, КАК ОБРАТНЫЙ

Дата	**Тип**	**Направление**	**Расход топлива, кг**
09.21.2022	К3	Прямой	7.28
10.27.2022	К5	Прямой	6.58
10.28.2022	К6	Обратный	4.03
02.19.2023	К5	Обратный	3.75
02.25.2023	К5	Прямой	6.12
02.26.2023	К6	Обратный	4.38
05.24.2023	К4	Прямой	4.94
05.25.2023	К4	Обратный	4.1
09.15.2023	К3	Прямой	5.04
09.16.2023	К3	Обратный	4.09

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для штатной эксплуатации были разработаны шестнадцать траекторий для выполнения оптимальных по расходу топлива разворотов МКС. Из них восемь из положения «на разгон» в положение «на торможение» и обратно. Траектории были разработаны на основе восьми усредненных конфигурациях МКС, учитывающих различные комбинации пристыкованных кораблей посещения. Специалисты ЦУП могут использовать предложенный перечень траекторий для выполнения разворотов МКС в ближайшие годы эксплуатации. За 2022 и 2023 годы были успешно проведены оптимальные развороты МКС, обеспечившие благоприятные условия для стыковки и расстыковки космических кораблей.

ЛИТЕРАТУРА

[1] МКС-Разворот / АО «ЦНИИмаш». — URL: https://tsniimash.ru/science/scientific-experiments-onboard- the- is-rs/cnts/experiments/mks_razvorot/ (дата обр. 20.01.2024).

[2] Атрошенков С.Н., Платонов В.Н., Губарев Ф.В., Саратов А.А. Оптимальный по расходу топлива алгоритм разворота МКС с помощью реактивных двигателей с учетом ограничений по нагрузкам на конструкцию // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 4. С. 118–138. DOI 10.18698/0236-3933-2017-4-118-138.

[3] Использование псевдоспектрального метода для поиска траекторий оптимальных по расходу топлива разворотов Международной космической станции / А. А. Прутько, С. Н. Атрошенков, А. В. Богачев, А. Е. Старченко // Космическая техника и технологии. — 2019. — № 4. — С. 121—133.

[4] Моделирование сил и моментов сил набегающего потока атмосферы в целях верификации динамических режимов системы управления движением и навигации МКС и синтеза оптимального управления / С. Н. Атрошенков, А. А. Прутько, А. Н. Крылов [и др.] // Космическая техника и технологии. — 2017. — № 4. — С. 72—88.

[5] Прутько А. А. Результаты проведения маневров крупногабаритной орбитальной станции по траекториям, оптимизирующим расход топлива / А. А. Прутько // Сборник материалов всероссийской молодёжной научно-практической конференции «Орбита молодёжи-2019». — г. СанктПетербург : Балтийский государственный технический университет «Военмех», 2019. — С. 130—132.

[6] Борисенко Н. Ю. Об ускоренном построении орбитальной ориентации грузовых и транспортных кораблей серий «Союз МС» и «Прогресс МС»» / Н. Ю. Борисенко, А. В. Сумароков // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2017. — № 5. — С. 131—141.

[7] Микрин Е. А. Бортовые комплексы управления космических аппаратов / Е. А. Микрин. — М. : Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 245 с.

Комплекс навигации для беспилотного летательного аппарата

Д.Б. Пазычев
ООО «Интеграл»
Москва, Россия
d.pazychev@integral-group.pro

К.С. Бакулев
НИТУ «МИСИС»
Москва, Россия
bakulev.ks.@misi.ru

***Аннотация*—В работе рассматривается комплекс навигации, построенный на базе изделий компании ООО «Интеграл». В статье будет приведен состав комплекса, описан алгоритм его работы, а также приведены результаты испытаний навигационного комплекса на легкомоторном самолете, дающие представление о его точности.**

Ключевые слова—навигационная система, система воздушных сигналов, магнитометр, алгоритм навигации, БПЛА

I. ВВЕДЕНИЕ

Современные беспилотные летательные аппараты (БПЛА) при выполнении задач полета по заданному маршруту не могут обходиться без систем навигации, определяющих их текущее месторасположение. Данные системы навигации, в большинстве случаев, весьма компактны, построены на базе микромеханических (МЭМС) датчиков и, зачастую, входят в состав полетных контроллеров БПЛА, таких как Pixhawk (рис 1), SpeedyBee, BetaFlight и прочих.

Рис. 1. Полетный контроллер Pixhawk с системой навигации Cube Orange

Также в состав подобных контроллеров, как, например, Pixhawk, уже входит трехкомпонентный датчик магнитного поля, а также есть возможность подключить измеритель полного давления воздушного потока (рис. 2)

Рис. 2. Датчик воздушной скорости для контроллера управления Pixhawk

Следует отметить, что не смотря на обилие измерительных датчиков в составе подобных контроллеров, точность решения задачи навигации в случае пропадания сигнала спутниковой навигационной системы (СНС), также входящей в состав контроллера управления, является крайне низкой. Данное обстоятельство объясняется двумя фактами:

- Датчики системы (ДУСы, акселерометры, датчики магнитного поля и датчики давлений) в подобных устройствах обладают крайне низкой точностью и подвергаются лишь простейшей калибровке. В большинстве случаев для них проводится только процедура списания статических нулей датчиков. При этом датчики все равно обладают большими нестабильностями смещений нулей, что никак не компенсируется программным обеспечением.

- Расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter, EKF) в навигационном алгоритме контроллера, в большинстве случаев, реализован в режиме курсовертикали (Attitude and Heading Reference System, AHRS), т.е. используется только для построения углового положения БПЛА.

Низкое качество навигационного решения готовых полетных контроллеров особенно в режиме потери сигнала СНС делает необходимым разработку дополнительного комплекса навигации, способного решать указанную задачу.

В рамках данной статьи предлагается дополнительный (внешний по отношению к полетному контроллеру) комплекс навигации, подключаемый к штатному контроллеру БПЛА по интерфейсу CAN с использованием протокола взаимодействия UAVCAN (droneCAN). Таким образом, при подключении предлагаемого комплекса к контроллеру управления БПЛА алгоритмы и программное обеспечение для управления БПЛА остаются неизменными, а навигационное решение заменяется на более качественное.

II. СОСТАВ КОМПЛЕКСА

Предлагаемый в рамках данной статьи комплекс навигации (рис. 3) состоит сразу из нескольких устройств, объединенных между собой по одному интерфейсу CAN:

- бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС).
- системы воздушных сигналов (СВС)
- датчика магнитного курса.

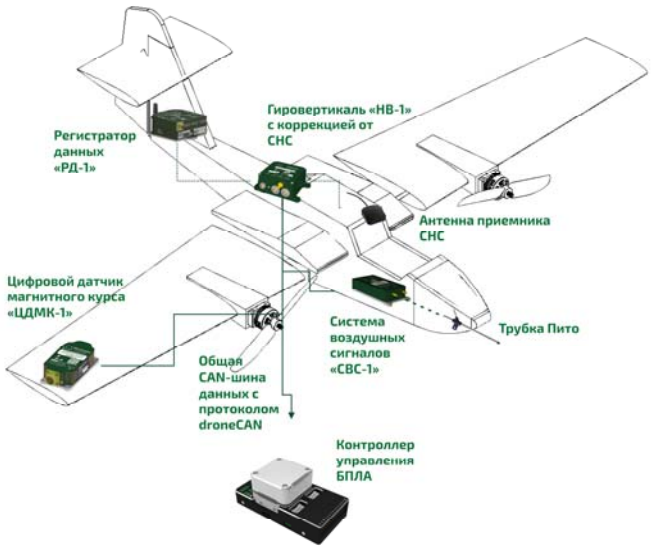


Рис. 3. Комплекс навигации для БПЛА

Основой комплекса является гировертикаль «НВ-1» в вычислителе которой и формируется общее высокочастотное навигационное решение всего комплекса, включающее в себя угловые скорости, ускорения, углы, линейные скорости и географические координаты БПЛА.

Для устранения накопления ошибок линейных скоростей комплекса в его состав включена система воздушных сигналов «СВС-1», обеспечивающая весь комплекс информацией о статическом и полном давлениях, приборной и истинной воздушных скоростях, барометрической высоте БПЛА.

Для устранения накапливающихся ошибок азимутального канала гировертикали «НВ-1» в состав комплекса входит цифровой датчик магнитного курса «ЦДМК-1», который позволяет измерить компоненты магнитного поля, магнитный курс и магнитное склонение БПЛА.

Дополнительно в комплексе возможно использовать регистратор данных «РД-1» для сохранения всех данных со всех устройств на SD-карту для последующего анализа.

Предлагаемый в рамках данной статьи навигационный комплекс имеет ряд отличительных особенностей:

- Гибкость при размещении его компонентов на БПЛА: система навигации размещается вместе с минимально возможным уровнем вибраций (также возможно использование виброизолирующих подставок), СВС располагается в месте максимально близко расположенному к набегающему потоку воздуха, а датчик магнитного курса вместе с уровнем минимальных магнитных возмущений (крыло или хвост для самолетной схемы БПЛА).

- Возможность исполнения отдельных или всех компонентов комплекса в бескорпусном исполнении, что позволяет не только существенно снизить габариты комплекса, но и его вес (до 150 г в бескорпусном исполнении).

- Удобство коммутации между отдельными компонентами комплекса. Обмен данными внутри компонент комплекса и передача сигнала в контроллер БПЛА производится всего по одному интерфейсу CAN с использованием штатного протокола UAVCAN (DroneCAN).

III. ГИРОВЕРТИКАЛЬ «НВ-1»

Как известно, одной из особенностей использования МЭМС датчиков в составе системы навигации на малогабаритных БПЛА является высокое влияние на их показания внешней вибрации и температуры.

Для устранения вибрационных погрешностей в большинстве случаев применяются амортизирующие вибрационные подставки, имеющие определенную частоту среза, ограничивающую попадание высокочастотных вибраций на систему навигации БПЛА.

Для устранения же температурных погрешностей датчиков, опять же, в большинстве случаев, разработчики ограничиваются проведением температурной компенсации погрешностей в соответствии с приведенной ниже температурной моделью датчиков (1):

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_B^{Err} &= \begin{bmatrix}\beta_{XX}(t) & \beta_{XY}(t) & \beta_{XZ}(t)\\ \beta_{YX}(t) & \beta_{YY}(t) & \beta_{YZ}(t)\\ \beta_{ZX}(t) & \beta_{ZY}(t) & \beta_{ZZ}(t)\end{bmatrix}\cdot\vec{\omega}_B^{Tr}+\begin{bmatrix}\beta_X(t)\\ \beta_Y(t)\\ \beta_Z(t)\end{bmatrix}\\ \vec{a}_B^{Err} &= \begin{bmatrix}\alpha_{XX}(t) & \alpha_{XY}(t) & \alpha_{XZ}(t)\\ \alpha_{YX}(t) & \alpha_{YY}(t) & \alpha_{YZ}(t)\\ \alpha_{ZX}(t) & \alpha_{ZY}(t) & \alpha_{ZZ}(t)\end{bmatrix}\cdot\vec{a}_B^{Tr}+\begin{bmatrix}\alpha_X(t)\\ \alpha_Y(t)\\ \alpha_Z(t)\end{bmatrix}\end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta_{ii}(t)$ и $\alpha_{ii}(t)$ - ошибки масштабных коэффициентов ДУСов и акселерометров, соответственно;

$\beta_{ij}(t)$ и $\alpha_{ij}(t)$ - ошибки неортогональностей осей ДУСов и акселерометров, соответственно;

$\beta_i(t)$ и $\alpha_i(t)$ - ошибки смещений нулей ДУСов и акселерометров, соответственно.

$\vec{\omega}_B^{Tr}$ и $\vec{a}_B^{Tr}$ - вектора истинных угловых скоростей и линейных ускорений объекта.

$\vec{\omega}_B^{Err}$ и $\vec{a}_B^{Err}$ - ошибки показаний ДУСов и акселерометров, соответственно.

Каждый из представленных выше коэффициентов модели погрешностей датчика (1) может быть, в свою очередь, представлен в виде степенной функции высокого порядка (2), коэффициенты которой и подлежат определению в процессе калибровки датчика:

$$f_j(T_i) = K_{j,N}\cdot T_i^N + K_{j,N-1}\cdot T_i^{N-1} + \ldots + K_{j,0} \quad (2)$$

Подобная математическая модель погрешностей требует специального технологического оборудования для идентификации ее отдельных коэффициентов – оборудование должно быть способно изменять ориентацию системы (для изменения воздействия ускорения свободного падения Земли на оси чувствительности ДУСов и акселерометров), быть способным вращать систему с разными угловыми скоростями (для идентификации коэффициентов погрешностей ДУСов), а также, самое главное, изменять

температуру системы навигации в широком диапазоне (от -40 °С до +70 °С).

Для исключения подобного сложного комплекса при производстве системы в гировертикали «НВ-1» (рис. 4, таблица 1) используется иной принцип компенсации температурных погрешностей датчиков – температурная стабилизация.

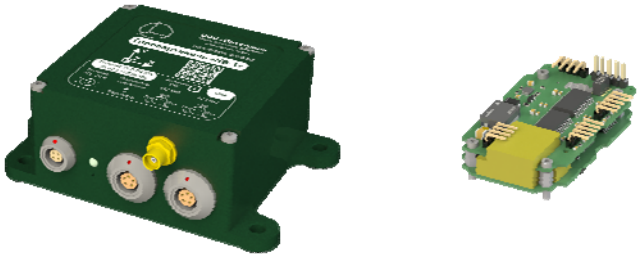


Рис. 4. Корпусное и бескорпусное инсполнение гировертикали «НВ-1»

Особенностью данного контура стабилизации можно признать наличие сразу двух нагревателей (рис. 5), обеспечивающих наилучшее удержание показаний датчика на заданной температуре в +50 ^{0}С.

Рис. 5. Система температурной стабилизации гировертикали «НВ-1»

ТАБЛИЦА I. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИРОВЕРТИКАЛИ «НВ-1»

Параметр	Значение
Габаритные размеры	75 x 102 x 41 мм – в корпусе, 39 x 65 x 16 мм – без корпуса
Вес	200 г - в корпусе, 30 г - без корпуса
Напряжение	= 12 … 36 В
Потребляемая мощность	не более 3 Вт при разогреве датчиков, 350 мВт стабилизация температуры
Выходной интерфейс	1 x RS-422 1 x CAN
Частота расчета	50…400 Гц
Температура окружающей среды	от минус 50 ^{0}С до плюс 70 ^{0}С
Относительная влажность воздуха	от 5% до 98 %
Диапазон измерений ДУСов	± 250 ^{0} / сек (диапазон может быть изменен на ± 500 ^{0} / сек, ± 1000 ^{0} / сек или ± 2000 ^{0} / сек)
Диапазон измерений акселерометров	± 2g (диапазон может быть изменен на ± 4g, ± 8g или ± 16g)
СНС приемник	Одночастотный, одноантенный Входит в состав системы

Использование указанной выше температурной стабилизации датчиков позволяет не только упростить процедуру тарировки системы, но и повысить стабильность показаний датчиков (главным образом смещений нулей и масштабных коэффициентов) во всем температурном диапазоне использования системы.

IV. СИСТЕМА ВОЗДУШНЫХ СИГНАЛОВ «СВС-1»

Система воздушных сигналов «СВС-1» (рис. 6, таблица 2) представляет собой устройство, предназначенное для измерения барометричекой высоты объекта и скорости его движения относительно воздушного потока. Прибор состоит из 2-х датчиков давления: статического и полного, объединенных в единый корпус с вычислителем параметров внутри. Дополнительно к прибору может быть подключен датчик температуры торможения П-104М для улучшения его точностных характеристик.

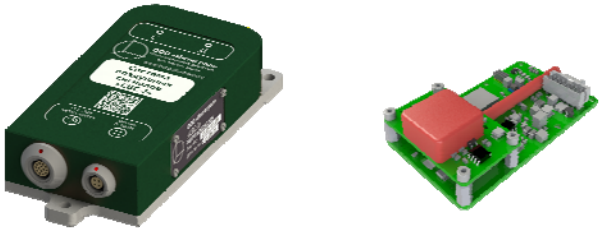


Рис. 6. Корпусное и бескорпусное инсполнение системы воздушных сигналов «СВС-1»

Отличительной особенностью системы следует признать наличие заводской тарировки датчиков системы в соответствии со следующей математической моделью (3):

$$\begin{aligned} P_{St}^{Err} &= \rho_{SS}(t)\cdot P_{St} + \rho_S(t) \\ P_{Dn}^{Err} &= \rho_{DD}(t)\cdot P_{Dn} + \rho_D(t) \end{aligned} \qquad (3)$$

где $\rho_{SS}(t)$ и $\rho_{DD}(t)$ - ошибки масштабных коэффициентов датчиков статического и полного давлений, соответственно;

$\rho_S(t)$ и $\rho_D(t)$ - ошибки смещений нулей датчиков статического и полного давлений, соответственно.

P_{St} и P_{Dn} - истинные значения статического и полного давлений, соответственно.

P_{St}^{Err} и P_{Dn}^{Err} - ошибки показаний датчиков статического и полного давлений, соответственно.

ТАБЛИЦА II. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ ВОЗДУШНЫХ СИГНАЛОВ «СВС-1»

Параметр	Значение
Габаритные размеры	122 x 55 x 26 мм– в корпусе, 70 x 40 x 18 мм– без корпуса
Вес	200 г - в корпусе, 40 г - без корпуса
Напряжение	= 12 … 30 В
Потребляемая мощность	350 мВт
Выходной интерфейс	1 x RS-422 1 x CAN
Частота расчета	50…100 Гц
Температура окружающей среды	от минус 50 ^{0}С до плюс 70 ^{0}С
Относительная влажность воздуха	от 5% до 98 %
Диапазон измерений скоростей	3…750 км/час

По аналогии с гироскопическими датчиками, каждый из коэффициентов модели (3) может быть представлен в

виде степенной функции (2), коэффициенты которой, зависящие от температуры, и подлежат идентификации.

В отличие от гировертикали «НВ-1», где используются сверхкомпактные микромеханические датчики угловой скорости и ускорений, в системе воздушных сигналов «СВС-1» используются весьма габаритные датчики давлений. Данное обстоятельство не позволяет построить качественную и компактную систему температурной стабилизации данных датчиков, что приводит к необходимости к классической температурной компенсации погрешностей датчиков давлений. В рамках представленной математической модели погрешностей датчиков (3) в компании ООО «Интеграл» был разработан технологический стенд для тарировки датчиков давлений, представляющий собой систему задатчиков давлений, трубок и камеры тепла-холода, объединенных в одну общую автоматизированную систему с программным управлением. Используя данный стенд, становится возможным идентифицировать модель погрешностей (3) даже до полиномов высокого порядка, что обеспечивают высокую точность измерений давлений после проведения процедуры тарировки датчиков.

V. ЦИФРОВОЙ ДАТЧИК МАГНИТНОГО КУРСА «ЦДМК-1»

Цифровой датчик магнитного курса «ЦДМК-1» (рис. 7) представляет собой устройство, предназначенное для измерения магнитного курса объекта (угол между продольной осью объекта и направлением на магнитный север Земли, отсчитываемый в плоскости местного горизонта). Дополнительно «ЦДМК-1» измеряет углы крена и тангажа объекта, а также три компоненты магнитного поля вокруг точки его размещения. Прибор состоит сразу из нескольких датчиков: многокомпонентного датчика угловой скорости и ускорений, а также трех магнитоиндукционных датчиков магнитного поля, расположенных ортогонально друг другу.

ТАБЛИЦА III. ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВОГО ДАТЧИКА МАГНИТНОГО КУРСА «ЦДМК-1»

Параметр	Значение
Габаритные размеры	95 х 45 х 25 мм– в корпусе, 50 х 35 х 15 мм– без корпуса
Вес	200 г - в корпусе, 25 г - без корпуса
Напряжение	= 12 … 30 В
Потребляемая мощность	300 мВт
Выходной интерфейс	1 х RS-422 1 х CAN
Частота расчета	20 Гц
Температура окружающей среды	от минус 50 ^{0}C до плюс 70 ^{0}C
Относительная влажность воздуха	от 5% до 98 %
Диапазон измерений магнитного поля	± 800 мкрТесла

Как и в случае гировертикали «НВ-1» данный прибор также подвергается заводской тарировке показаний датчиков. По мимо математической модели погрешностей (1), вводимой для идентификации погрешностей ДУСов и акселерометров, в данном устройстве вводится дополнительная математическая модель (4) для идентификации погрешностей датчиков магнитного поля:

$$\vec{M}_B^{Err} = \begin{bmatrix} \mu_{XX}(t) & \mu_{XY}(t) & \mu_{XZ}(t) \\ \mu_{YX}(t) & \mu_{YY}(t) & \mu_{YZ}(t) \\ \mu_{ZX}(t) & \mu_{ZY}(t) & \mu_{ZZ}(t) \end{bmatrix} \cdot \vec{M}_B^{Tr} + \begin{bmatrix} \mu_X(t) \\ \mu_Y(t) \\ \mu_Z(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

где $\mu_{ii}(t)$ - ошибки масштабных коэффициентов датчиков магнитного поля;

$\mu_{ij}(t)$ - ошибки неортогональностей осей датчиков магнитного поля;

$\mu_i(t)$ - ошибки смещений нулей датчиков магнитного поля.

$\vec{M}_B^{Tr}$ - вектор истинных значений магнитного поля.

$\vec{M}_B^{Err}$ - вектор ошибок измерений магнитного поля.

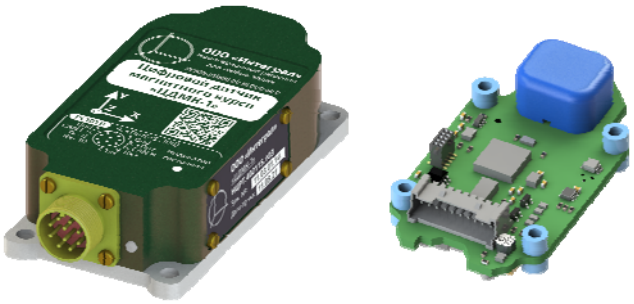


Рис. 7. Корпусное и бескорпусное инсполнение цифрового датчика магнитного курса «ЦДМК-1»

Тарировка датчиков магнитного поля в большинстве случаев проводится методом вращения прибора вокруг трех осей со съёмом информации в момент вращения (рис. 8)

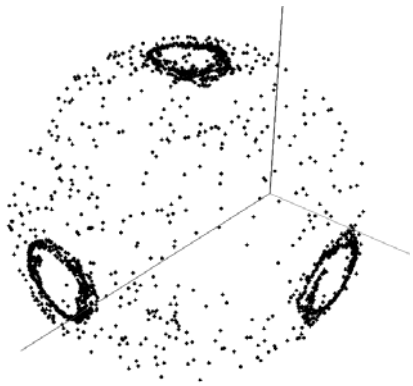


Рис. 8. Показания датчиков магнитного поля в процессе вращения вокруг трех осей

Оцененные в рамках такого метода коэффициенты отличаются высоким уровнем погрешностей и не позволяют производить их оценку в зависимости от меняющейся температуры. Исходя из этого, в компании ООО «Интеграл» был разработан технологический стенд для тарировки датчиков магнитного поля, состоящий из магнитоэкранирующего корпуса и системы из 3-х взаимоортогональных индукторов, позволяющих создавать магнитное поле разной напряжённости и направления. Используя данный стенд, становится возможным идентифицировать модель погрешностей (4) с высокой точностью для обеспечения качественных измерений магнитного поля после проведения процедуры тарировки датчиков.

VI. АЛГОРИТМ КОМПЛЕКСА НАВИГАЦИИ ДЛЯ БПЛА

Комплексирование систем инерциальной навигации с различными внешними системами (такими как глобального позиционирования, датчиками воздушной скорости, магнитометрами и т.д.) в большинстве случаев производится с применением фильтров Калмановского типа. В этом случае в качестве математической модели фильтра рассматривается классическая математическая модель погрешностей инерциальной навигационной системы (5), параметры которой и необходимо идентифицировать для повышения точности выходного сигнала БИНС:

$$\begin{cases} \delta\dot{E} = \delta V_E \\ \delta\dot{N} = \delta V_N \\ \delta\dot{V}_E = -g\Phi_N + a_N\Phi_{up} + B_E + w(t) \\ \delta\dot{V}_N = -g\Phi_E + a_E\Phi_{up} + B_N + w(t) \\ \dot{\Phi}_E = -\dfrac{\delta V_N}{R} + \omega_E^{dr} + w(t) \\ \dot{\Phi}_N = \dfrac{\delta V_E}{R} + \omega_N^{dr} + w(t) \\ \dot{\Phi}_{up} = \dfrac{\delta V_E}{R}tg\varphi + \omega_{up}^{dr} + w(t) \\ \omega_E^{dr} = \omega_{xB}^{dr}\cdot\cos H + \omega_{yB}^{dr}\cdot\sin H \\ \omega_N^{dr} = \omega_{yB}^{dr}\cdot\cos H - \omega_{xB}^{dr}\cdot\sin H \\ \dot{\omega}_{xB}^{dr} = -\beta\omega_{xB}^{dr} + A\sqrt{2\beta}w(t) \\ \dot{\omega}_{yB}^{dr} = -\beta\omega_{xB}^{dr} + A\sqrt{2\beta}w(t) \\ \dot{\omega}_{up}^{dr} = -\beta\omega_{up}^{dr} + A\sqrt{2\beta}w(t) \end{cases} \quad (5)$$

По мимо модели ошибок инерциальной системы (5) в фильтр Калмана в рассматриваемом нами случае в качестве математической модели также следует ввести и погрешности внешних устройств – системы воздушных устройств и датчика магнитного курса, которые сами по себе являются комплексными устройствами и имеют свои весьма сложные и обширные модели погрешностей. Указанное обстоятельство приведет к тому, что введенный фильтр Калмана будет достаточно громоздким и требующим весьма большого количества настроек для его корректной и качественной работы. Нисколько не умаляя такой подход к построению программного обеспечения навигационной системы, в рамках данной статьи предлагается альтернативный вариант, требующий меньшего количества конфидентов настроек.

Основой данного способа является классический алгоритм БИНС, основанный на расчете координат методом двойного интегрирования ускорений акселерометров, пересчитанных в навигационную систему координат с использованием матрицы направляющих косинусов, обновляемой в уравнении Пуассона (рис. 9).

Для устранения накапливающихся ошибок ИНС при расчете углов, скоростей и координат в алгоритм введены три управляющие угловые скорости через коэффициенты обратной связи K_1, K_2 и K_3: коэффициенты K_1 и K_2 вводятся для устранения ошибок линейных скоростей ИНС, а коэффициент К3 – для сброса накапливающейся ошибки курса.

Введение подобных обратных связей приводит к изменению классических уравнений ошибок БИНС (5) к следующему виду (6):

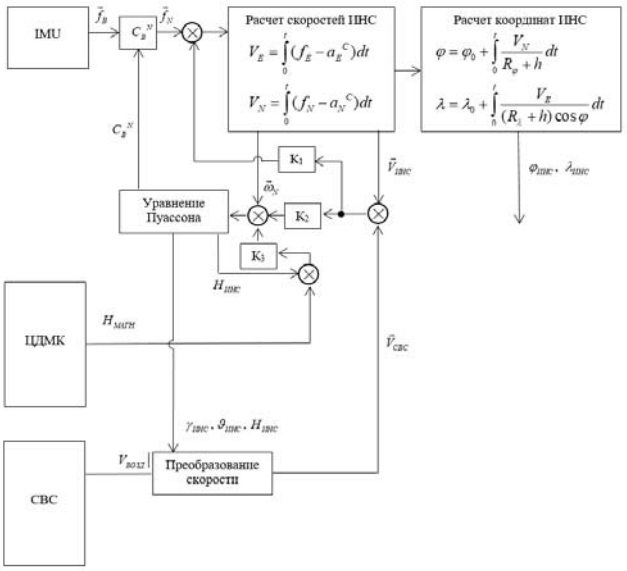


Рис. 9. Алгоритм комплекса навигации

$$\begin{cases} \delta\dot{V}_E^{\ ИНС} = -g\Phi_N + a_N\Phi_{up} + B_E \\ \qquad - K_1(\delta V_E^{\ ИНС} - \delta V_E^{\ СВС}) \\ \delta\dot{V}_N^{\ ИНС} = g\Phi_E + a_E\Phi_{up} + B_N \\ \qquad - K_1(\delta V_N^{\ ИНС} - \delta V_N^{\ СВС}) \\ \dot{\Phi}_E = -\dfrac{\delta V_N^{\ ИНС}}{R} + \omega_E^{dr} - K_2(\delta V_N^{\ ИНС} - \delta V_N^{\ СВС}) \\ \dot{\Phi}_N = \dfrac{\delta V_E^{\ ИНС}}{R} + \omega_N^{dr} + K_2(\delta V_E^{\ ИНС} - \delta V_E^{\ СВС}) \\ \dot{\Phi}_{up} = \dfrac{\delta V_E}{R}tg\varphi + \omega_{up}^{dr} - K_3\cdot(\delta\Phi_{up} - \delta H_{МАГН}) \\ \delta\dot{S}_E^{\ ИНС} = \delta V_E^{\ ИНС} \\ \delta\dot{S}_N^{\ ИНС} = \delta V_N^{\ ИНС} \end{cases} \quad (6)$$

где $\delta V_E^{\ СВС}$ и $\delta V_N^{\ СВС}$ - ошибки проекций воздушной скорости на восточную и северную ось, соответственно.

$\delta H_{МАГН}$ - ошибка измерения магнитного курса датчиком «ЦДМК-1».

Разрешая указанную выше систему уравнений относительно ошибок скоростей и азимутального канала получим следующие уравнения (7):

$$\begin{cases} \ddot{\delta V}_E^{\ ИНС} + K_1\delta\dot{V}_E^{\ ИНС} + (\nu^2 + K_2\,\mathrm{g})\delta V_E^{\ ИНС} = \\ \qquad - g\omega_N^{dr} + \dot{B}_E + (\nu^2 + K_2\,\mathrm{g})\delta V_E^{\ СВС} \\ \ddot{\delta V}_N^{\ ИНС} + K_1\delta\dot{V}_N^{\ ИНС} + (\nu^2 + K_2\,\mathrm{g})\delta V_N^{\ ИНС} = \\ \qquad - g\omega_E^{dr} + \dot{B}_N + (\nu^2 + K_2\,\mathrm{g})\delta V_N^{\ СВС} \\ \dot{\Phi}_{up} + K_3\cdot\delta\Phi_{up} = \dfrac{\delta V_E^{\ ИНС}}{R}tg\varphi + \omega_{up}^{dr} + \delta H_{МАГН} \end{cases} \quad (7)$$

Первые два уравнения представленной системы ошибок представляют собой колебательные звенья второго порядка, в третье уравнение – апериодическое звено первого порядка. Оба представленных звена дают затухающие переходные процессы (при правильном подборе коэффициентов), стремящиеся к следующим установившимся значениям ошибок (8):

$$\begin{cases} \delta V_E^{ИНС} = -g\omega_N^{dr} / K_2 \, g + \delta V_E^{СВС} \\ \delta V_N^{ИНС} = -g\omega_E^{dr} / K_2 \, g + \delta V_N^{СВС} \\ \Phi_{ир} = \omega_{ир}^{dr} / K_3 + \delta H_{МАГН} \end{cases} \quad (8)$$

Как видно из представленных уравнений, ошибки расчета линейных скоростей и угла курса будут определяться точностями внешних систем – системы воздушных сигналов и датчика магнитного курса.

Для получения ошибок скоростей СВС возможно воспользоваться уравнениями описывающими преобразования воздушной скорости (9):

$$\begin{cases} V_E^{СВС} = V_{ВОЗД} \cdot \cos(\vartheta) \cdot \sin(H^{ИНС}) + \mathrm{W}_E \\ V_N^{СВС} = V_{ВОЗД} \cdot \cos(\vartheta) \cdot \cos(H^{ИНС}) + \mathrm{W}_N \end{cases} \quad (9)$$

где $V_{ВОЗД}$ - показания системы воздушных сигналов

W_E и W_N - значения скорости ветра в проекции на восточную и северную оси, соответственно. Данные компоненты учитываются из-за того, что система воздушных сигналов измеряет скорость относительно воздушного потока, а для расчета текущих координат объекта необходимо интегрировать скорости относительно поверхности Земли. Таким образом использование коррекции ИНС от системы воздушных сигналов предполагает первоначальное определение проекций скорости ветра с использованием сигналов о воздушной и земной скоростей, т.е. разрешение треугольника скоростей (рис. 10) при наличии сигналов и СНС, и СВС.

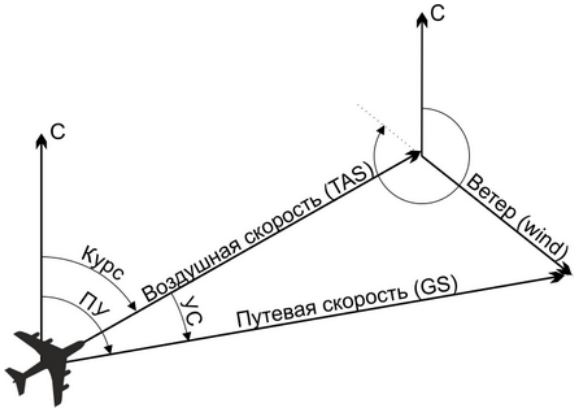


Рис. 10. Скорости движения летатльного аппарата в проекции на плоскость горизонта

Варьируя уравнения (9) от самих проекций воздушной скорости на восточную и северную оси можно перейти к их ошибкам (10):

$$\begin{cases} \delta V_E^{СВС} = \delta V_{ВОЗД} \cdot \sin(H^{ИНС}) + \\ \qquad V_{ВОЗД} \cdot \cos(\delta H^{ИНС}) + \delta \mathrm{W}_E \\ \delta V_N^{СВС} = \delta V_{ВОЗД} \cdot \cos(H^{ИНС}) - \\ \qquad V_{ВОЗД} \cdot \sin(\delta H^{ИНС}) + \delta \mathrm{W}_N \end{cases} \quad (10)$$

Где $\delta V_{ВОЗД}$ - остаточная ошибка в измерении воздушной скорости системой воздушных сигналов после тарировки/

$\delta \mathrm{W}_E$, $\delta \mathrm{W}_N$ - ошибки проекций скорости ветра на восточную и северную оси, соответственно. Вызваны как неверными начальными значениями на этапе их оценки при разрешения треугольника скоростей (рис. 10), так и при изменении скорости и направления ветра в процессе интегрирования.

Таким образом, суммарная ошибка в определении координат будет определяться тремя составляющими:

$$\delta S^{ИНС} \sim \int_0^t \delta V_{ВОЗД} \, dt + \int_o^t V_{ВОЗД} \cdot \delta H^{ИНС} dt + \int_o^t \delta W dt \quad (12)$$

Первая составляющая является интегралом от ошибки воздушной скорости. Она, в свою очередь, определяется как конструктивной точностью сигнала воздушной скорости системы воздушных сигналов, так и потерей точности в процессе передачи давления от прибора воздушного давления (ПВД) до СВС в системе трубок. Вторая составляющая представляет собой боковой уход траектории, вызванный интегрированием скорости с ошибкой курса. Третья составляющая представляет собой интеграл от ошибки расчета скорости ветра или его изменения в процессе интегрирования.

Уравнение (12) имеет весьма большой практический смысл – на основании него можно произвести предварительную теоретическую оценку точности всего комплекса.

Так, остаточная ошибка скорости системы воздушных сигналов «СВС-1» находится на уровне $\delta V_{ВОЗД} \approx 1$ м/с. Ошибка измерения магнитного курса прибором «ЦДМК-1» находится на уровне 1°, однако данный прибор будет расположен в составе БПЛА и на него будет оказывать влияние электроника самого БПЛА. Не смотря на дополнительную процедуру списания магнитных девиаций в составе объекта, практика показывает, что остаточная ошибка измерения магнитного курса может находиться в пределах $\delta H_{МАГН} \approx 2°$. Принимая данные значения постоянными и подставляя их в формулу (12), при скорости движения БПЛА в 100 км/час за первые 10 минут потери связи с СНС можно ожидать следующую ошибку в расчете координат комплекса:

$$\begin{aligned} \delta S^{ИНС} &\approx 600с \cdot 1м/с + 600с \cdot \sin(2^{\circ}) \cdot 27м/с \\ &\approx 1100м \end{aligned} \quad (13)$$

При этом дальность полета в таком режиме составит порядка $600с \cdot 27м/с \approx 16$ км . Таким образом ошибка определения географических координат в таком режиме движения составит порядка 7% от пройденного БПЛА пути.

Данное значение говорит о высокой точности предлагаемого комплекса – эквивалентная точность определения географического положения с использованием исключительно инерциальной навигационной системы возможна лишь при использовании более точных волоконно-оптических ДУСов (ВОГов) и кварцевых акселерометров, что приведет к существенному увеличению габаритов системы, ее веса и, самое главное, цены.

VII. НАТУРНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Натурные испытания навигационного комплекса производились в составе навигационного блока «ВПНП-1М» (рис. 11) компании АО «Навигатор» на летательном аппарате (ЛА) АН-2 ТВС 2МС (рис. 12)

Рис. 11. Внешний вид навигационного блока «ВПНП-1М»

Рис. 12. Летательный аппарат АН-2 ТВС 2МС в ангаре

Данный блок объединяет в своем составе гировертикаль «НВ-1» и систему воздушных сигналов «СВС-1». Дополнительно к блоку возможно подключить цифровой датчик магнитного курса «ЦДМК-1» для организации курсо-воздушного режима счисления координат согласно алгоритму, описанному в данной статье.

В общей сложности было выполнено три полета описанного выше ЛА, в ходе которых выполнялись развороты ЛА с углами крена и тангажа порядка 30 градусов при скорости движения порядка 150…200 км/час (рис. 13, 14).

Для имитации пропадания сигнала СНС в вычислитель гировертикали «НВ-1» отправлялась специальная команда, вызывавшая переход алгоритма в курсо-воздушный режим счисления координат. Система СНС при этом физически не выключалась, что позволило сравнить точность расчета координат комплексом с текущими координатами СНС (рис. 16).

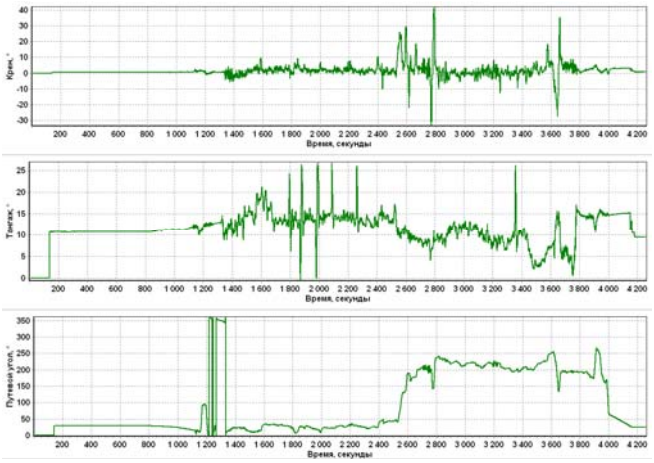


Рис. 13. Поведение углов ориентации в одном из полетов

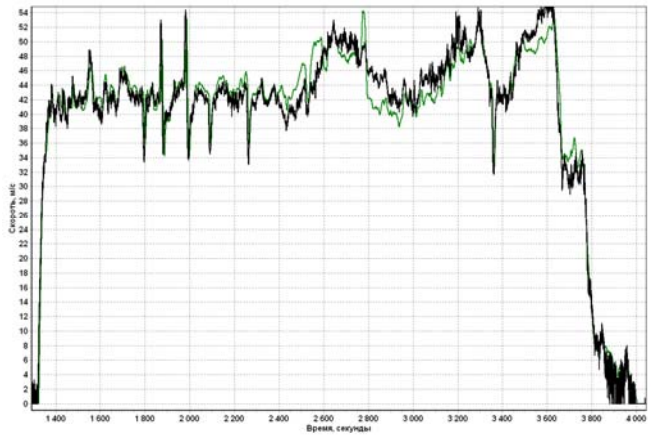


Рис. 14. Поведение воздушной (черный цвет) и земной скорости (зеленый цвет) в одном из полетов

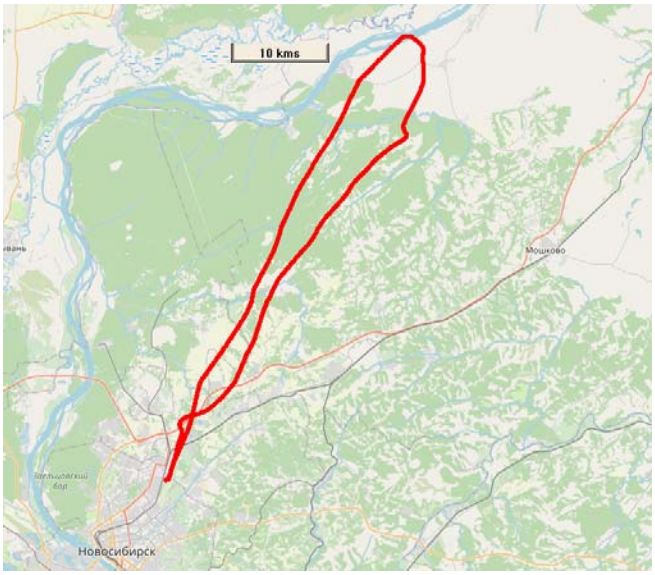


Рис. 15. Траектория движения самолета в одном из полетов

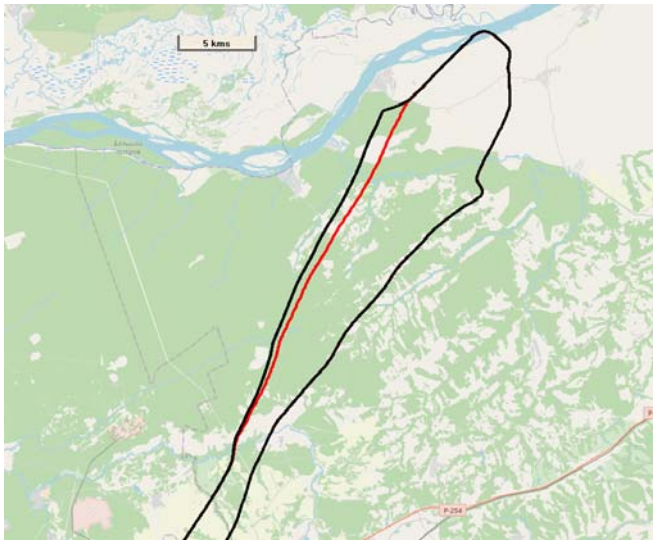


Рис. 16. Поведение ошибки комплекса навигации в расчете координат в сравнении с показаниями СНС в одном из полетов

VIII. РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

Результаты трех полетов сведены в итоговую таблицу 4. Как видно из представленной таблицы, даже при условии выполнения активного пилотажа с большими значениями углов ориентации комплекс навигации показывает приемлемые для выполнения пилотажа точности.

ТАБЛИЦА IV. ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАВИГАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА В ПРОЕЦССЕ НАТРУНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА ЛЕТАТЕЛЬНОМ АППАРАТЕ АН-2 ТВС 2МС

Параметр	**Значения в полете №1**	**Значения в полете №2**	**Значения в полете №3**
Время в курсо-воздушном режиме счисления, сек	605	612	608
Ошибка координат, м	1702	1814	1762
Пройденное расстояние в курсо-воздушном режиме счисления, м	23595	25784	24512
Ошибка пройденного пути, %	7,2	7,0	7,1

Как видно из представленных данных, полученные значения ошибок координат превышают теоретические значения, посчитанные по формуле (13). Данное обстоятельство объясняется тем, что скорость движения ЛА превышала расчетную в 1.5-2 раза. Если же судить о результатах по ошибке в процентном соотношении от пройденного пути, то полученные значения близки к теоретически рассчитанным.

IX. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная в рамках данной статьи навигационный комплекс отличается компактными габаритами и массой и имеет возможности весьма просто быть размещенным на борту практически любого современного БПЛА самолетной схемы компоновки. Навигационный комплекс объединяет в себе сразу несколько устройств и предоставляет системе автоматического пилотирования БПЛА всю необходимую информацию, включая высотно-воздушные параметры и угол магнитного курса.

Алгоритм предложенного навигационного комплекса использует в своем составе классический алгоритм БИНС с управляющими сигналами, пропорциональными разности ошибок БИНС, СВС и датчика магнитного курса. Изменение коэффициентов коррекции сигналов в процессе работы алгоритма позволяет добиваться не только оптимальных с точки зрения точности результатов, но и выполнять расчет параметров навигационного алгоритма с минимальными задержками для получения наиболее высокодинамичных показателей.

Проведенные натурные испытания на легкомоторном летательном аппарате продемонстрировали высокие динамические и точностные характеристики представленного навигационного комплекса в сегменте компактного оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. М.: Макс Пресс, 2011. 136 с.

[2] Дмитриев С.П. Инерциальные методы в инженерной геодезии. СПб: ГНЦ РФ «ЦНИИ «Электроприбор»,

[3] Salychev, O.S., MEMS-based inertial navigation: Expectations and reality, Moscow: Bauman MSTU Press, 2012, 207 p.

[4] Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. М.: Машиностроение, 1978. 222 с.

[5] https://www.integral-group.pro/

Сравнение методов определения аномалии силы тяжести бесплатформенным скалярным морским гравиметром

Е.В. Драницына
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0003-2591-5816

А.А. Краснов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0003-0298-2418

А. В. Моторин
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0002-2093-5079

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
ORCID 0000-0003-3640-3760

***Аннотация*—Проведено сопоставление прямого и косвенного методов при решении задачи оценивания АСТ с использованием бесплатформенного скалярного гравиметра морского применения. Представлены результаты апробация прямого и косвенного методов обработки по данным стендовых испытаний, не показавшие существенных преимуществ какого-либо из рассматриваемых методов для морских приложений. Выявлена изменчивость вертикальной составляющей смещений нулей акселерометров, вызванная вертикальными ускорениями объекта, которую необходимо учитывать в модели погрешностей ИИМ.**

Ключевые слова—бесплатформенный скалярный гравиметр, морская гравиметрия, аномалия силы тяжести, алгоритмы сглаживания

I. Введение

При изучении гравитационного поля все большее применение находят бесплатформенные гравиметры [1–18], которые обладают меньшими массогабаритными характеристиками и энергопотреблением, чем их платформенные аналоги [9, 15-16]. При этом в основном речь идет о скалярной гравиметрии, т.е. определении аномалии силы тяжести (АСТ). Наряду с активным внедрением бесплатформенных гравиметров в авиационной гравиметрии ведутся работы и для их морских применений [8, 11, 16]. При использовании бесплатформенных технологий принято выделять два метода обработки данных, которые, следуя [13], будем называть прямым и косвенным. Суть прямого метода заключается в вычислении матрицы ориентации путем обработки данных инерциального измерительного модуля (ИИМ) и приемной аппаратуры глобальных спутниковых навигационных систем (ПА ГНСС) [4, 8, 10-11, 13, 15, 18], и последующем ее использовании для формирования полного значения кажущегося вертикального ускорения по показаниям акселерометров ИИМ. Здесь можно выделить два этапа. На первом – осуществляется формирование кажущегося вертикального ускорения, а на втором – с его использованием вычисляется оценка АСТ во многом аналогично тому, как это делается при обработке данных в платформенной гравиметрии. В отличие от этого, косвенный метод объединяет все доступные измерения, вырабатываемые бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС), построенной на базе ИИМ и ПА ГНСС, в фильтре Калмана, в котором и вырабатывается оценка АСТ, входящая в модель погрешностей БИНС наряду с погрешностями ИИМ [7]. Заметим, что аналогичный метод, используемый при оценивании горизонтальных компонент вектора возмущения силы тяжести, получил название инерциально-геодезического [19].

В настоящей работе сравниваются прямой и косвенный методы оценивания АСТ при решении задачи бесплатформенной скалярной морской гравиметрии. Во второй и третьей частях приводится постановка задачи и обсуждаются особенности бесплатформенной скалярной гравиметрии по сравнению с платформенной. Здесь же анализируются особенности двух методов оценивания АСТ. В четвертой части обсуждаются результаты апробации методов по результатам моделирования и данных стендовых испытаний. При этом при проведении исследований не предполагается привлечение высокоточной информации о вертикальных перемещениях от ПА ГНСС, поскольку в отличие от авиационной гравиметрии при решении задачи оценивания АСТ на море необходимая точность может быть получена без использования этой информации [9, 20, 21].

II. Прямой метод определения АСТ

Значения проекций вектора возмущения силы тяжести на оси географического сопровождающего трехгранника ENH $\delta \mathrm{g}^{\mathrm{n}} = [\delta g^E \quad \delta g^N \quad \delta g^H]^T$ можно представить в виде [18]:

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/.

$$\delta \mathrm{g}^{\mathrm{n}} = \ddot{r}^{n} - C_b^n f^b + \delta g_{eot}^n - \gamma^n - C_b^n \delta f^b, \quad (1)$$

где $\ddot{r}^n$ – проекции кинематического ускорения носителя в осях географического сопровождающего трехгранника ENH, обычно получаемые по данным ПА ГНСС; f^b – кажущееся ускорение, измеряемое акселерометрами ИИМ, в проекции на оси связанной с объектом системы координат XYZ; C_b^n – матрица ориентации, характеризующая переход из осей связанной с объектом системы координат к географической ENH; $\delta \mathrm{g}^{\mathrm{n}}_{\mathrm{eot}}$ – поправка Этвеша; γ^{n} – проекции вектора нормальной силы тяжести на оси ENH; δf^b - погрешность акселерометров. Уравнение (1) в векторной форме позволяет определить как горизонтальные, так и вертикальную компоненты вектора возмущения силы тяжести. В рассматриваемой здесь задаче скалярной гравиметрии определяется только вертикальная составляющая – АСТ $\delta \mathrm{g}^{\mathrm{H}}$.

В прямом методе предварительно определяется матрица ориентации C_b^n, необходимая для преобразования показаний акселерометров к осям географической системы координат. Для этого реализуется алгоритм БИНС с коррекцией по скоростным и позиционным измерениям ПА ГНСС, основанный на использовании рекуррентного обобщенного фильтра Калмана (ОФК). После этого задача сводится к стандартной обработке скалярных измерений с помощью алгоритмов сглаживания, используемых в платформенной морской или авиационной гравиметрии [4, 8, 10-11, 13, 15, 18, 21]. При решении задачи морской бесплатформенной гравиметрии, аналогично платформенной, для выделения полезного сигнала АСТ не требуется привлечения высокоточных измерений по высоте, что показано далее. Важно учитывать, что в измерениях кажущегося ускорения f^b содержатся также погрешности самих акселерометров ИИМ δf^b. И, если белошумная составляющая погрешности может быть с успехом подавлена с помощью алгоритмов фильтрации и сглаживания, то смещения нулей и погрешность определения масштабного коэффициента акселерометров трудно отделимы от АСТ и, как следствие, требуется их тщательная калибровка до и после проведения съемки [5, 14, 16-18]. Прямой метод в настоящей работе реализован с использованием описанного ниже алгоритма фильтрации БИНС-ПА ГНСС для вычисления матрицы ориентации C_b^n. Оценка АСТ вычислялась с использованием сглаживающего фильтра, используемого при обработке данных платформенной гравиметрии [9, 21].

Возможность применения накопленного опыта в реализации алгоритмов комплексной обработки БИНС и ПА ГНСС и алгоритмов фильтрации и сглаживания АСТ по данным платформенных гравиметров делает такой метод широко распространенным [1, 4, 6, 8-9, 11, 15].

III. Косвенный метод определения АСТ

При использовании косвенного метода [4], называемого также инерциальным навигационным методом [5], АСТ оценивается при решении задачи совместной обработки навигационных параметров, вырабатываемых алгоритмом БИНС и принимаемых ПА ГНСС. Комплексирование данных БИНС и ПА ГНСС, как и в предыдущем методе осуществляется с использованием рекуррентного ОФК [23, 24]. Рис. 1 иллюстрирует блок схему косвенного метода оценивания АСТ.

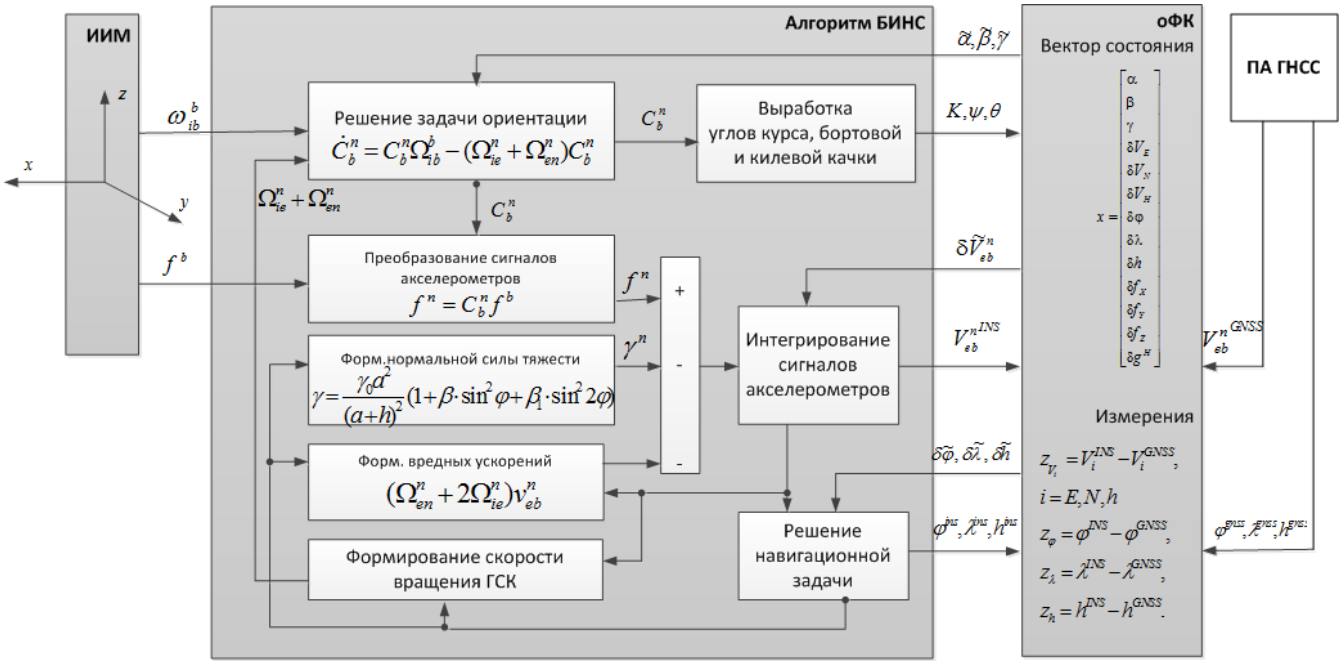


Рис. 1 Блок схема косвенного метода оценивания АСТ.

Алгоритм работы БИНС по информации об угловой скорости ω_{ib}^{b} и кажущемся ускорении f^{b} вырабатывает матрицу C_{b}^{n} ориентации системы координат xyz (обозначается индексом b), связанной с объектом, относительно географического сопровождающего трехгранника ENH (обозначается индексом n), углы ориентации K,ψ,θ, составляющие линейной скорости движения $V_{eb}^{n\,INS}$ и географические координаты $p=\left[\varphi^{INS},\lambda^{INS},h^{INS}\right]^{T}$ (рис. 1). Навигационные параметры (географические координаты и составляющие линейной скорости), выработанные БИНС и принимаемые от ПА ГНСС, поступают в ОФК для формирования разностных скоростных и позиционных измерений. Вектор состояния ОФК включает погрешности аналитического построения ENH $\tilde{\alpha},\tilde{\beta},\tilde{\gamma}$, составляющих линейной скорости движения $\delta\tilde{V}_{eb}^{n}$, координат $\delta\tilde{\varphi},\delta\tilde{\lambda},\delta\tilde{h}$ и смещения нулей акселерометров $\delta f_X,\delta f_Y,\delta f_Z$. Формирование вредных ускорений здесь соответствует вычислению поправки Этвеша $\delta \mathrm{g}_{\mathrm{eot}}^{\mathrm{n}}=(\Omega_{en}^{n}+2\Omega_{ie}^{n})V_{eb}^{n}$. Оценки составляющих вектора состояния системы подаются по обратной связи в соответствующие блоки алгоритма БИНС.

Именно такой ОФК используется в прямом методе.

При реализации косвенного метода в вектор состояния добавляются компоненты, описывающие модель АСТ. В настоящей работе использовалась широко применяемая для этих целей модель Джордана [25].

Для получения лучшей оценки АСТ, в том числе за счет уменьшения фазовой задержки, требуется реализация режима сглаживания. В настоящей работе для этого реализован алгоритм сглаживания, путем взвешенного осреднения оценок вектора состояния, полученных при решении задачи фильтрации в прямом и обратном времени [26, 27]. Для получения оценок в обратном времени требуется инвертировать знак измерений инерциальных датчиков, линейной скорости движения, угловой скорости вращения Земли и силы тяжести. Структура ОФК (рис. 1) при этом полностью сохраняется, однако оценка АСТ будет также иметь инвертированный знак. Предлагаемая схема несколько отличается от сглаживания в [13], однако, в целом аналогична ей по точности [27].

Преимуществом косвенного метода является то, что задача оценивания АСТ решается наряду с задачей оценивания погрешностей БИНС, при этом соответствующим образом учитывается взаимное влияние погрешностей, а расчет поправок Этвеша оценивается по сглаженным навигационным алгоритмом значениям горизонтальной скорости. Недостатком является необходимость реализации вычислительно более сложных калмановских алгоритмов сглаживания с векторным измерением и вектором состояния, включающим не только АСТ, но и ошибки БИНС.

IV. Результаты эксперимента

Для сравнения прямого и косвенного методов оценки была разработана моделирующая программа комплексной обработки показаний ИИМ и ПА ГНСС с привлечением рекуррентных алгоритмов фильтрации на основе обобщенного фильтра Калмана. На первом этапе сравнение методов проводилось на модельной задаче и показало близкие результаты оценивания АСТ обоими методами без использования высокоточной информации о высоте при имитации движения морского объекта. Вторым этапом стала предварительная проверка работы прямого и косвенного методов на стенде вертикальных перемещений. Используемый в эксперименте ИИМ включал в себя точный трехосный акселерометр и триаду волоконно-оптических гироскопов навигационного класса. Данные ПА ГНСС имитировались, для чего к эталонным координатам прибавлялись погрешности, соответствующие кодовым измерениям. В качестве эталонных широты и долготы принимались координаты стенда вертикальных перемещений, а высота регистрировалась лазерным измерителем расстояний. ИИМ устанавливался на платформу стенда, запускалась фиксация данных. Стенд выдерживался неподвижно в течение 0,5 – 1,5 часов. После чего задавались вертикальные перемещения по гармоническому закону с амплитудой перемещения 2 м и различными периодами, присущими морским объектам. Длительность вертикальной качки составляла 1,5 – 2 часа. Затем стенд возвращался в начальное положение и продолжалась фиксация данных ИИМ в неподвижном положении. При этом, очевидно, что АСТ будет постоянна. Поэтому для сопоставления методов была использована оценка изменчивости проекции смещений нулей акселерометров на вертикальную ось, которая имеет схожий характер во временной области, что и оценка АСТ при движении объекта, и практически неотделима от полезного сигнала. Результаты оценивания вертикальной составляющей смещений нулей акселерометров прямым и косвенным методом при перемещениях с периодом 18с и 51с представлены на рис. 2.

Возмущения в оценках, полученные прямым методом, во время начала и окончания движения обусловлены выбором стационарного сглаживающего фильтра. Замена стационарного фильтра рекуррентным фильтром Калмана позволяет устранить возмущения, вызванные сменой режима движения, как показано в [21]. Можно видеть, что оценки, полученные косвенным методом в режиме фильтрации имеют фазовое запаздывание. При решении задачи сглаживания в косвенном методе оценки АСТ не имеют фазового запаздывания, а колебательная составляющая меньше, чем в режиме фильтрации или при использовании прямого метода, что больше соответствует поведению смещений нулей акселерометров.

Испытания на стенде позволили выявить составляющую проекции смещений нулей акселерометров на вертикальную ось, которая зависит от параметров вертикального движения и имеет величину большую, чем у платформенных гравиметров с кварцевым демпфированным чувствительным элементом [22]. Смещение тем больше, чем больше частота качки. Обнаруженная зависимость смещений нулей должна быть в дальнейшем учтена в модели погрешностей используемых в ИИМ акселерометров или устранена технологически.

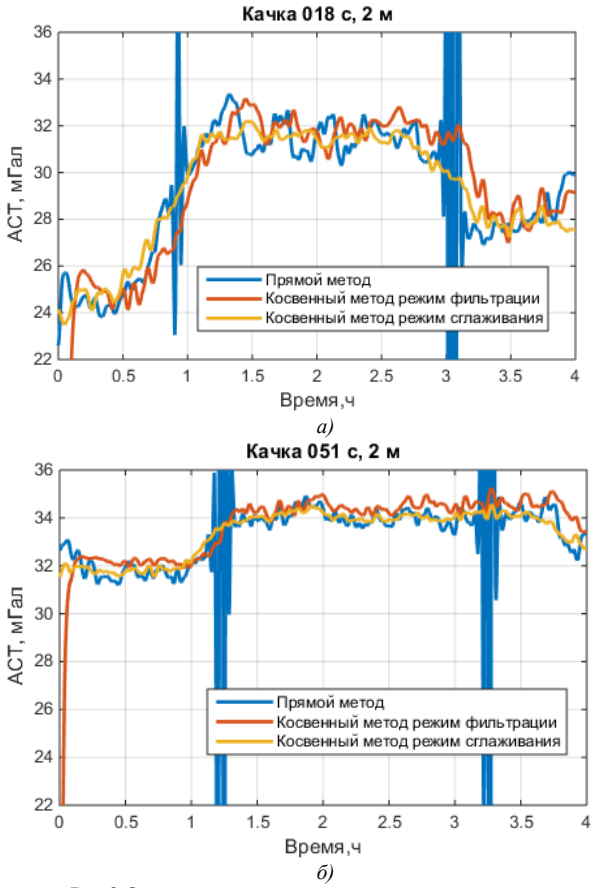


Рис.2 Оценки вертикальной составляющей смещений нулей акселерометров прямым методом в режиме сглаживания и косвенным методом в режимах фильтрации и сглаживания: а) период вертикальной качки 18 с; б) период вертикальной качки 51 с.

V. Заключение

Проведено сопоставление прямого и косвенного методов при решении задачи оценивания АСТ на море с использованием бесплатформенного скалярного гравиметра.

Прямой метод реализован путем комплексной обработки показаний ИИМ и ПА ГНСС с привлечением рекуррентных алгоритмов фильтрации на основе обобщенного фильтра Калмана, что позволяет получать с необходимой точностью данные об ориентации ИИМ и сформировать сигнал вертикального кажущегося ускорения. Оценка АСТ вычислялась в результате обработки вертикального кажущегося ускорения с применением стандартных сглаживающих фильтров, используемых в морской платформенной гравиметрии без привлечения высокоточных решений ПА ГНСС по высоте.

Косвенный метод реализован путем комплексной обработки показаний ИИМ и ПА ГНСС с привлечением алгоритмов сглаживания и опирался на те же данные от ПА ГНСС, что и прямой метод, т.е. без привлечения высокоточных решений по высоте. При этом АСТ включались в оцениваемый вектор состояния.

Проведено компьютерное моделирование и апробация прямого и косвенного методов обработки по данным стендовых испытаний, не показавшие существенных преимуществ какого-либо из рассматриваемых методов для морских приложений. В то же время, по результатам стендовых испытаний выявлена изменчивость вертикальной составляющей смещений нулей акселерометров, вызванная вертикальными ускорениями объекта, которую в дальнейшем планируется описать и учитывать в модели погрешностей ИИМ.

Литература

[1] Jekeli, C., Garcia, R. GPS phase accelerations for moving-base vector gravimetry. In: Journal of Geodesy 71: 1997 С. 630–639. DOI: 10.1007/s001900050130.

[2] Wei, M., Schwarz, K.P. (1998): Flight test results from a strapdown airborne gravity system. In: Journal of Geodesy: 323–332. DOI: 10.1007/s001900050171.

[3] Jekeli, C., Kwon, J.H., Results of Airborne Vector (3-D) gravimetry, *Geoph. Res. Lett.*, 1999, 26(23):3533–3536

[4] Kwon, J.H., Jekeli, C., A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS, J. Geod., 2001,74: 690–700, doi: 10.1007/s001900000130.

[5] Becker, D., Nielsen, J.E., Ayres-Sampaio, D. et al. Drift reduction in strapdown airborne gravimetry using a simple thermal correction, J. Geod., 2015, vol. 89, pp. 1133–1144, https://doi.org/10.1007/ s00190-015-0839-8.

[6] Jekeli, C., Theoretical Fundamentals of Airborne Gradiometry, Airborne Gravity for Geodesy Summer School, 23–27 May 2016.

[7] Becker, D., Advanced Calibration Methods for Strapdown Airborne Gravimetry, Technische Universität Darmstadt, Ph.D. Thesis, 2016.

[8] Cai, S., Tie, J., Zhang, K., Cao, J., and Wu, M., / Marine gravimetry using the strapdown gravimeter SGA-WZ, // Marine Geophysical Research, vol. 38, no. 4, pp. 325–340, 2017. doi:10.1007/s11001-017-9312-9.

[9] Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / под ред. В.Г. Пешехонова, О.А. Степанова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 390 с.

[10] C. A. Lin, K. W. Chiang, C. Y. Kuo Integration of INS and GNSS for gravimetric application with uas // Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci., XLII-1, 263–268, https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLII-1-263-2018, 2018.

[11] Wang W, Gao J, Li D, Zhang T, Luo X, Wang J. / Measurements and Accuracy Evaluation of a Strapdown Marine Gravimeter Based on Inertial Navigation. // Sensors. 2018; 18(11):3902. https://doi.org/10.3390/s18113902

[12] Jensen, T.E., Forsberg, R., Helicopter Test of a Strapdown Airborne Gravimetry System, Sensors, 2018, 18, 3121, doi:10.3390/s18093121.

[13] Johann F., Becker D., Becker M., Forsberg R. and Kadir M. The Direct Method in Strapdown Airborne Gravimetry - a Review. // ZFV 5, 2019. С. 323-333 DOI:10.12902/zfv-0263-2019

[14] Simav, M., Becker, D., Yildiz, H., Hoss, M., Impact of temperature stabilization on the strapdown airborne gravimetry: a case study in Central Turkey, Journal of Geodesy, 2020, 94, 41, https://doi.org/10.1007/ s00190-020-01369-5.

[15] Вязьмин В.С., Голован А.А., Болотин Ю.В. Новые алгоритмы бескарданной аэрогравиметрии: проверка на экспериментальных данных // Сб. материалов XXVIII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2021. С. 48–55.

[16] Пешехонов В.Г., Степанов О.А., Розенцвейн В.Г., Краснов А.А., Соколов А.В. Современное состояние разработок в области бесплатформенных инерциальных аэрогравиметров // Гироскопия и навигация. Т. 30. №4 (119). 2022. С. 3–35. DOI 10.17285/0869-7035.00101.

[17] Вязьмин В.С., Голован А.А., Говоров А.Д. Начальная и конечная выставки бескарданного аэрогравиметра с определением смещений нулевых сигналов акселерометров // Гироскопия и навигация. 2023. Т. 31. №1 (120). С. 76–88.

[18] Голован А. А., Вязьмин В. С. Методика проведения аэрогравиметрических съемок и обработки первичных данных бескарданного аэрогравиметра // Гироскопия и навигация. Том 31. №1 (120), 2023. С. 58-75. EDN: EVVRIE

[19] Моторин А.В., Кошаев Д.А., Степанов О.А., Яшникова О.М. Идентификация модели и сглаживание горизонтальных компонент возмущения силы тяжести для решения задачи векторной гравиметрии // В сборнике: Материалы XXXII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н. Н. Острякова. Санкт-Петербург, 2020. С. 149-152.

[20] O. A. Stepanov, D. A. Koshaev, A. V. Motorin, A. A. Krasnov, and A. V. Sokolov, “Algorithms for Integrated Processing of Marine Gravimeter Data and GNSS Measurements,” IFAC-PapersOnLine, vol. 53, no. 2, pp. 500–505, 2020.

[21] А. В. Соколов, О. А. Степанов, А. В. Моторин, А. А. Краснов Сопоставление винеровскового и калмановского подходов при решении задачи обработки результатов морской гравиметрической съемки // Гироскопия и навигация. Том 32. №1 (124), 2024 С. 15–40

[22] Соколов А.В., Краснов А.А., Железняк Л.К. Методы повышения точности морского гравиметра // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №2. С. 70-81. DOI: 10.17285/0869-7035.2019.27.2.070-081

[23] Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020, 164 с.

[24] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / под общей ред. акад. РАН В.Г. Пешехонова. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.

[25] Jordan, S. K. (1972). Self-consistent Statistical Models for Gravity Anomaly and Undulation of the Geoid. Journal of Geophysical Research, 77/(20), 2156–2202.

[26] S. Sarkka, Bayesian Filtering and Smoothing. Cambridge University Press, 2013. doi: 10.1017/CBO9781139344203.

[27] Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2 Введение в теорию фильтрации. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. – 417 с

Исследование точностных характеристик навигации летательных аппаратов по микрорельефу с искусственным и естественным объектовым составом

Т.В. Сазонова
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро
г. Раменское, Россия
tatsazonova@mail.ru

М.С. Шелагурова
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро
г. Раменское, Россия
marinashell@mail.ru

Е.Г. Корнева
АО «Раменское приборостроительное конструкторское бюро
г. Раменское, Россия
ekorneva@rpkb.ru

***Аннотация* — Статья посвящена описанию результатов математического моделирования корреляционно-экстремальной навигационной системы с использованием реальных карт микрорельефа с искусственным и естественным объектовым составом.**

Ключевые слова – микрорельеф, лазерный дальномер, корреляционно-экстремальная навигационная система

I. Введение

В настоящее время актуальной задачей является обеспечение автономной навигации летательных аппаратов (ЛА), для чего можно использовать корреляционно-экстремальные навигационные системы (КЭНС) по физическим полям Земли. Практическую реализацию получили только КЭНС по рельефу земной поверхности, однако они не работоспособны при полете ЛА над малоинформативным рельефом, и их точность оценивается на уровне 100-200 м. В связи с развитием технологий получения с высоким разрешением данных о микрорельефе (рельефе местности с учетом высот объектового состава искусственного и естественного происхождения) появилась возможность его использования для высокоточной коррекции координат ЛА. В качестве датчика микрорельефа используется лазерный дальномер, обеспечивающий высокоточное измерение геометрической высоты. Для формирования карт микрорельефа используются данные дистанционного зондирования Земли. Это могут быть результаты аэрофотосъемки или космофотосъемки, обработанные методом стереофотограмметрии [1], или результаты воздушно-лазерного сканирования.

II. Цель исследований

Целью исследований являлась оценка точностных характеристик КЭНС по микрорельефу с искусственным и естественным объектовым составом методом математического моделирования.

III. Математическое моделирование КЭНС по микрорельефу

При математическом моделировании использовались реальные карты микрорельефа на участок городской застройки г. Коломна и участок с естественным объектовым составом под г. Нижний Тагил, подготовленные путем обработки космофотоснимков. Информация о микрорельефе была подготовлена в проекции Гаусса-Крюгера и хранилась в файлах формата MTW. Дискрет записи микрорельефа 1 м, погрешность картографирования: в плане 1-2 м, по высоте 2 м.

Микрорельеф на участок г. Коломна (см. рис.1) имел размеры 5100x5900 кв. м.

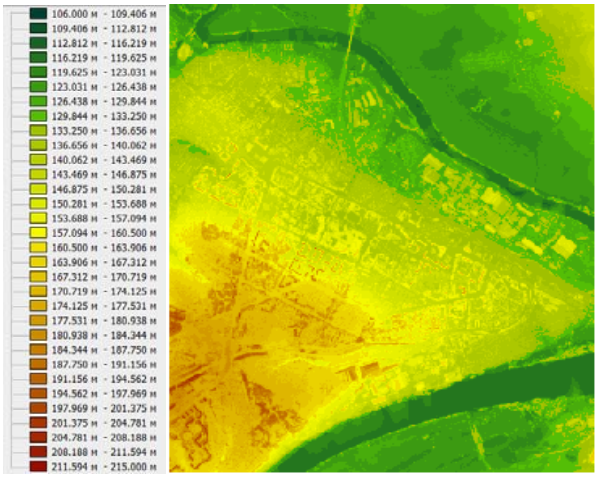


Рис.1. Микрорельеф на участок г. Коломна

Микрорельеф на участок под Нижним Тагилом (см. рис.2) имел размеры 9650x10350 кв. м.

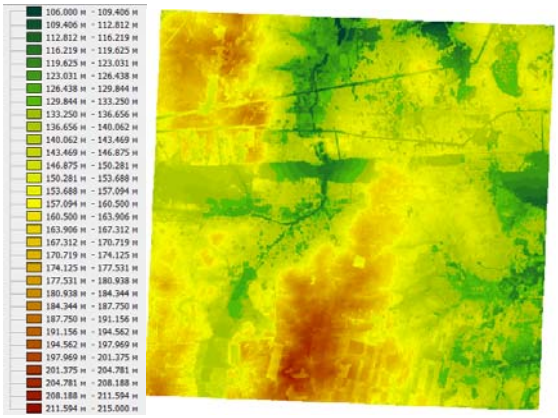


Рис.2. Микрорельеф на участок под г. Нижний Тагил

Оценка информативности навигационного поля показала, что среднеквадратическое отклонение микрорельефа на данных участках практически одинаково - порядка 6 м, а радиусы корреляции отличаются почти вдвое: 38 м г. Коломна и 65 м под Нижним Тагилом.

В качестве датчика микрорельефа рассматривался лазерный дальномер LRF03C01S (поставщик НТЦ "ЛЭМТ" БелОМО) [2], измеряющий профиль подстилающей поверхности с погрешностью 1 м на высотах до 3000 м в простых метеоусловиях (см. рис.3).

Рис.3. Внешний вид лазерного дальномера LRF03C01S

При математическом моделировании имитировался полет ЛА на высоте 500 м со скоростью 65 м/с в условиях неработоспособности спутниковой навигационной системы. При этом среднеквадратические погрешности (СКП) определения параметров навигационной системы принимали следующие значения:

- СКП определения углов ориентации (курса, крена, тангажа) - 1º;
- СКП определения путевой скорости – 3 м/с;
- СКП определения координат σa (априорная погрешность) 100 м и 300 м.

В ходе моделирования оценивались следующие параметры:

- число проведенных коррекций Nc;
- средняя длина зоны коррекции по микрорельефу Lc;
- точность КЭНС по микрорельефу σc (круговая СКП);
- среднее время расчета одного такта коррекции tc.

Алгоритм КЭНС по микрорельефу базируется на функционале, рассчитывающем квадрат разности центрированных эталонного и текущего значений, при этом вводится «затухание» веса функционалов, рассчитанных на предыдущих шагах, что является весьма актуальным при нестационарном микрорельефе. В ходе работы алгоритма проводится селекция грубых ошибок датчика на основе знания минимального и максимального эталонного значений микрорельефа в пределах доверительного квадрата и ошибок лазерного дальномера [3].

При проведении математического моделирования размер доверительного квадрата ограничивался 900x900, а дискреты доверительного квадрата (дискреты считывания) принимали следующие значения:

- di = 2 м, 3 м, 4 м, 5м, 6 м.

В таблицу 1 сведены основные результаты моделирования КЭНС по микрорельефу для участков Коломна (К) и под Нижним Тагилом (НТ).

ТАБЛИЦА 1. Результаты КЭНС по микрорельефу

Уч	σa, м	di, м	Nc	Lc, м	σc, м	tc, мс
К	100	2	228	331	2,6	0,37
		3	225	270	2,8	0,25
		4	225	252	3,1	0,22
		5	148	259	3,8	0,17
		6	115	269	4,2	0,14
	300	3	134	299	4,6	1,48
		4	115	274	4,2	0,91
		5	86	274	4,2	0,62
		6	50	277	4,3	0,51
НТ	100	2	292	582	3,5	0,24
		3	328	432	3,9	0,17
		4	422	358	4,1	0,16
		5	418	313	4,8	0,16
		6	420	274	5,5	0,16
	300	3	294	452	4,3	0,95
		4	295	382	4,6	0,74
		5	275	341	5,5	0,52
		6	249	297	5,0	0.48

IV. Заключение

Таким образом, математическое моделирование показало, что КЭНС по микрорельефу может быть реализована в реальном масштабе времени с точностными характеристиками не хуже точностей спутниковых навигационных систем дифференциальном режиме.

Для практической реализации КЭНС по микрорельефу необходимо решить вопрос о создании и оперативном обновлении базы данных матриц микрорельефа на основе обработки методом стереофотограмметрии космофотоснимков местности высокого разрешения.

Литература

[1] Е.В. Козин, А.Г. Карманов, Н.А. Карманова. «Фотограмметрия». Университет ИТМО. Санкт-Петербург. 2019.

[2] Техническая спецификация лазерного дальномера LRF03C01S.

[3] Монография: Т.В. Сазонова, М.С. Шелагурова «Геоинформация в комплексах бортового оборудования летательных аппаратов». Москва. 2018.

Навигация судна по глубинам с использованием нейронной сети

В.В. Дерябин
ГУМРФ имени адмирала С. О. Макарова
Санкт-Петербург, Россия
deryabinvv@gumrf.ru

***Аннотация* — Предлагается использование многослойной нейронной сети прямого распространения для определения местоположения судна на основе заранее выполненных измерений глубины. Результаты тестирования с использованием модельных и реальных данных говорят в пользу работоспособности предлагаемого метода.**

Ключевые слова—нейронная сеть, судно, глубина, навигация, эталонные данные

I. Введение

Задача определения местоположения по рельефу местности может быть решена в рамках нескольких подходов. К настоящему времени часто используются два подхода: TERCOM и SITAN. TERCOM [1] предполагает поиск текущей последовательности измерений высоты рельефа в общей базе, сформированной на основе предварительных измерений. SITAN [2] использует фильтр Калмана, уравнение измерений которого формируется исходя из идеи линеаризации рельефа в окрестности приближённой точки, полученной, например, при помощи инерциальной навигационной системы. TERCOM требует значительных вычислительных затрат, т.к. поиск осуществляется в режиме реального времени. SITAN не выполняет непосредственно операцию поиска, но для него оказываются актуальными проблемы сходимости, т.к. фильтр Калмана относится к категории линейных алгоритмов оценки.

В целях повышения быстродействия поисковых методов имеет смысл использовать нейронные сети для решения задачи навигации по полю рельефа. Идеи такого использования предлагались. Например, в [3] Adaline прогнозирует местоположение (координаты, направление движения) летательного аппарата на основе принимаемой на вход последовательности высот. В [4] в похожей задаче используются LSTM.

Рассмотренные и многие другие исследования не содержат результаты тестирования в виде числовых характеристик точности, которую следует ожидать в режиме использования нейросетевой системы. Настоящее исследование, являющееся продолжением [5], направлено на устранение указанного выше недостатка.

II. Архитектура сети

A. Входной и выходной сигнал

На вход нейронной сети подаётся вектор размерностью p, каждый элемент которого представляет собой значение последовательно измеренной глубины акватории.

В качестве выхода сети выступают геодезические координаты судна (широта и долгота) на поверхности эллипсоида WGS-84.

Общая схема работы системы представлена ниже на рис.1.

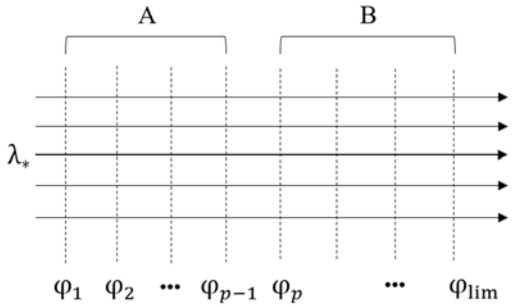


Рис 1. Общая схема работы батиметрической навигационной системы

Двигаясь вдоль одного из опорных меридианов долготой λ_*, судно выполняет измерения глубины в точках его пересечения с опорными параллелями, имеющими широты $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p, \dots, \varphi_{\lim}$, где $\varphi_{\lim}$ – предельное значение широты для района батиметрической навигации. Следует отметить, что точки с широтами $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{p-1}$ относятся к области накопления данных о глубинах (область А на рис. 1), а с широтами $\varphi_p, \varphi_{p+1}, \dots, \varphi_{\lim}$ – к области использования системы (область В на рис. 1).

B. Конфигурация нейронной сети

В качестве базовой конфигурации использовалась многослойная сеть прямого распространения с полными связями. Нейроны скрытых слоёв имеют функцию активации в виде гиперболического тангенса, выходного слоя – тождественную. Известно, что такая сеть обладает способностью выполнять непрерывные многомерные функциональные отображения по типу «вход-выход» [6]. Общий вид архитектуры нейронной сети представлен на рис. 2.

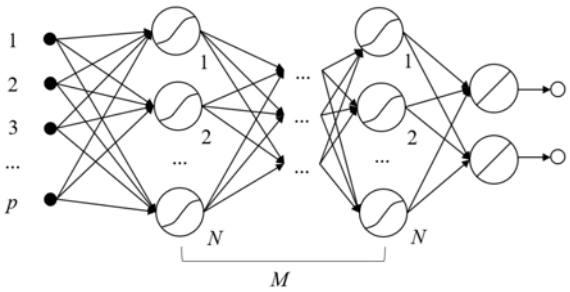


Рис 2. Архитектура нейронной сети (M – количество скрытых слоёв, N – количество нейронов)

III. Набор учебных данных

Батиметрические данные для обучения нейронной сети могут быть получены в результате специально проведённых предварительных измерений, а также извлечены из уже имеющихся баз данных, которые не создавались специально для целей навигации по рельефу дна. Рассмотрим указанные случаи более подробно.

В первом случае при проведении предварительных измерений глубин, которые будут использованы для целей навигации, имеется возможность выполнить промеры в строго заданных точках. Гидрографическое судно обходит упомянутые точки по определённой программе, точнее – маршруту, для которого они являются путевыми.

Во втором случае могут использоваться данные, содержащиеся, например, в векторных электронных навигационных картах (ЭНК). Глубины на них известны, в общем случае, не в узлах регулярной сетки, и для адаптации такого набора данных для задачи батиметрической навигации необходимо использовать методы интерполяции. Помимо ЭНК, данные о глубинах могут быть получены на основе цифровых моделей рельефа GEBCO, ETOPO, IBCAO и др.

В обоих случаях шаг промеров по широте $\Delta\varphi$ и долготе $\Delta\lambda$ являются параметрами алгоритма формирования образцов.

IV. Обучение и тестирование

A. Обучение

После формирования набора учебных данных возникает задача настройки (обучения) нейронной сети для того, чтобы она была способна выполнять требуемое отображение.

Традиционно весь набор учебных пар вида «вход-выход» разделяется на два множества – обучающую и контрольную выборки. Обучающая непосредственно участвует в задаче оптимизации, т.е. по ней корректируются весовые коэффициенты сети. Контрольная же используется для предотвращения переобучения, которое выражается в том, что сеть просто запоминает конкретные данные. В данном случае такой вариант представляется приемлемым, т.к. необходимо отобразить только те данные, которые содержатся в карте, и они представлены достаточно подробно. В связи с указанным, в рамках настоящего исследования контрольная выборка не используется.

В процессе обучения традиционно минимизируется средний квадрат ошибки. На каждой итерации работает метод оптимизации Adamax [7] и выполняется расчёт расстояния (модуля невязки) между прогнозируемым и эталонным местоположением на поверхности эллипсоида WGS-84. Лучшим состоянием сети считается такое, которое соответствует наименьшему значению модуля невязки. Важным параметром алгоритма Adamax является размер мини-пакетов, которые используются в процессе обучения.

B. Тестирование

Основная цель тестирования заключается в том, чтобы проверить, насколько нейронная сеть адекватно прогнозирует координаты судна, если на вход поступают образцы, отличные от тех, которые использовались на этапе обучения. Указанные отличия существуют в силу нескольких причин. Рассмотрим основные из них.

Во-первых, входные образцы могут искажаться на этапе использования модели за счёт ошибок измерений глубины, которые выполняются однолучевым эхолотом. Во-вторых, отличия входных образцов могут объясняться колебаниями уровня моря, точнее теми их составляющими, которые не могут быть учтены в каждом конкретном случае. В-третьих, судно может двигаться не в точности вдоль тех направлений, которые допускаются в рамках используемой системы батиметрической навигации. Последнюю причину рассмотрим более подробно.

Подводный рельеф может быть выражен различно вдоль различных направлений. Например, при движении вдоль меридианов меняться заметно, а при движении вдоль параллелей практически нет. Поэтому на участке акватории, где предполагается навигация по рельефу дна, могут быть установлены рекомендованные направления движения, которых следует придерживаться, т.к. профили рельефа заранее определены только для таких направлений. Понятно, что отклонение от рекомендованного направления при такой организации навигации будет приводить к дополнительному искажению вектора входного сигнала нейронной сети.

V. Моделирование

Для проверки работоспособности предлагаемого метода было проведено моделирование с использованием языка программирования Python и библиотеки TensorFlow, а также некоторых других библиотек. Моделирование происходило следующим образом.

На участке акватории размером примерно 50x50 морских миль была смоделирована зависимость глубины d от координат φ, λ следующим образом: $d = 10 + 30(\varphi - \varphi_S)^2 + 200(\lambda - \lambda_W)$, где нижние индексы у координат «S» и «W» относятся к южной и западной границам района плавания соответственно. Количество значений глубины $p = 51$. Шаг по широте и долготе $\Delta\varphi \approx \Delta\lambda \approx 185$ м. Предполагается, что движение судна осуществляется в направлении строго вдоль меридианов с юга на север.

Было рассмотрено несколько вариантов конфигурации архитектуры нейронной сети, которые отличаются как количеством скрытых слоёв, так и количеством нейронов в них. Каждая такая нейронная сеть была обучена в мини-пакетном режиме с размером мини-пакета 10. Результаты обучения по прошествии 1000 эпох представлены ниже в таблице, в каждой ячейке которой приводится минимальное наибольшее (по всем образцам обучающей выборки) значение модуля невязки (в метрах), которое удалось достичь в ходе обучения.

На основе данных из таблицы выбирается самая перспективная в плане точности конфигурация (4 слоя, 40 нейронов), и обучение для неё продолжается до достижения 10000 эпох. В результате невязка уменьшилась до 912 м.

ТАБЛИЦА РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОСЕТИ

Кол.-во нейронов	**Кол.-во скрытых слоёв**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
10	1219	1102	1037	1058	1000
20	1139	1095	997	975	1024
30	1090	1168	1077	1042	1022
40	1213	1018	1054	966	1044
50	1223	1076	1164	1076	1020
100	1195	1158	1020	1207	1030

После обучения было выполнено тестирование нейронной сети, в ходе которого предполагается, что судно движется вдоль меридианов, не совпадающих в точности с меридианами, для которых имелись измерения глубины на стадии формирования учебных данных. Во-первых, были рассмотрены промежуточные меридианы, долготы которых рассчитываются как средние арифметические долгот опорных меридианов. Во-вторых, было рассмотрено 1000 меридианов, долгота которых выбиралась случайным образом по закону равномерного распределения из диапазона долгот района плавания. В результате тестирования нейронная сеть демонстрирует максимальную погрешность 985 м.

Для формирования набора учебных данных использовалась также ЭНК US3SC10M, из слоя глубин которой при помощи утилиты командной строки ogrinfo, входящей в состав пакета GDAL, был получен массив данных о глубинах. Каждый элемент такого массива содержит три составляющие: широту, долготу точки на поверхности WGS-84, а также глубину акватории в ней.

На карте был выделен участок размером примерно 50x50 морских миль. Образцы были получены на воображаемых промерных галсах с пространственным разрешением приблизительно 1 миля. Количество значений глубины $p = 21$. То есть после прохождения 20 миль в направлении с юга на север возможно получение первого местоположения на основе батиметрической системы навигации. Значение глубины в каждой опорной точке принимается равным глубине в ближайшей к ней точке промера. В результате обучения получено, что нейросетевая система позволяет определять координаты судна с наибольшим модулем невязки 239 м.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложено решение задачи навигации по подводному рельефу акватории на основе нейронной сети. Сеть принимает на вход последовательность глубин, а прогнозирует соответствующие ей широту и долготу. Сеть предварительно проходит обучение на основе заранее известных данных о глубинах в заданном районе плавания. Моделированием рельефа и использованием данных реальной навигационной карты продемонстрирована возможность формирования учебных данных, на основе которых нейронная сеть способна обучаться и показывать приемлемую навигационную точность.

Дальнейшие исследования могут выполняться по направлению совершенствования алгоритмов тестирования нейросетевой батиметрической навигационной системы, оценки пригодности рельефа для целей навигации по глубинам, а также учёта случайных колебаний уровня моря, обусловленных приливными и/или сгонно-нагонными процессами. Важное направление представляется также в области оценки потенциальной точности системы, учитывающей наиболее существенные неопределённости.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Terrain Contour Matching (TERCOM): a cruise missile guidance aid / J.P. Golden // Image processing for missile guidance. – 1980. – Vol. 238. – P. 10–18.

[2] Terrain-aided navigation of an unpowered tactical missile using autopilot-grade sensors /W. E. Longenbaker //Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 1984. – Vol. 7. – №. 2. – P. 175-182.

[3] 2-D TERCOM Guidance – Neural Net Approach / S.J. Chen, L. Luoh // 2009 10th International Symposium on Pervasive Systems, Algorithms, and Networks. – Piscataway: IEEE, 2009. – P.438–441.

[4] Terrain Contour Matching with Recurrent Neural Networks / S. Lee, H. Bang // 2018 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA. – Piscataway: IEEE, 2018. – P.1–9.

[5] Нейросетевой метод определения места судна по рельефу дна / В. В. Дерябин // Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова. – 2023. – Т. 15. – № 5. – С. 723–734.

[6] The generalized Weierstrass approximation theorem / M. H. Stone // Mathematics Magazine. – 1948. – Vol. 21. – № 4. – P. 167–184.

[7] Adam: A method for stochastic optimization / D. P. Kingma, J. L. Ba // 3rd International Conference on Learning Representations, preprint arXiv:1412.6980. — 2014.

Коррекция бесплатформенной инерциальной навигационной системы с использованием информации о геолоцированных ориентирах

Р.М. Антонов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
RAntonov@inertech.ru

А.Н. Пушкин
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
APushkin@inertech.ru

М.О. Калинина
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
MKalinina@inertech.ru

А.В. Некрасов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
ANekrasov@inertech.ru

***Аннотация* — В статье описывается метод коррекции бесплатформенной навигационной системы, основанный на определении пространственного положения и угловой ориентации по информации, полученной от системы технического зрения. Рассматриваемый метод позволяет получить корректирующие поправки с точностью, сопоставимой с точностью поправок от спутниковой навигационной системы. Для отработки метода разработан макет системы, позволяющей фиксировать и обрабатывать информацию, полученную от системы технического зрения. Для формирования поправок были определены требования к геолоцированным ориентирам, на основании этих требований собран обучающий набор и обучена нейронная сеть, позволяющая проводить классификацию ориентиров. Результаты испытаний макета подтвердили точностные характеристики корректирующих поправок и пригодность использования системы в качестве источника комплексируемой информации.**

Ключевые слова—коррекция БИНС, техническое зрение, автономная навигация, нейронные сети, геолоцированные ориентиры

I. Введение

Основным средством определения пространственного положения и угловой ориентации являются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). БИНС позволяют с высокой точностью определять координаты и ориентацию аппаратов, решая задачу автономной навигации. Ввиду интегрирующего характера навигационного алгоритма, для БИНС свойственно накопление с течением времени ошибок, вызванных стохастическими погрешностями гироскопов и акселерометров, ошибок при инициализации алгоритмов на этапе первоначальной выставки, а также погрешностями самих численных методов интегрирования. Как правило, точностные характеристики БИНС обеспечиваются при помощи различных алгоритмов, позволяющих компенсировать ошибки при помощи информации, поступающей от внешних источников. При этом теряется главное достоинство БИНС – автономность [1].

Существует множество источников компенсирующей информации, таких как доплеровские навигационные системы, магнитометрические и спутниковые системы [2]. Применение спутниковых систем дифференциальной коррекции имеет наиболее широкое распространение. Информация от спутниковой навигационной системы, будучи комплексированной с показаниями инерциальной системы, позволяет корректировать БИНС с высокой точностью. В то же время, для спутникового сигнала свойственна низкая устойчивость к помехам, он подвержен «спуфингу» – подмене сигнала, в некоторых районах принимаемый сигнал довольно слаб и неустойчив. Ввиду этого, существует ряд сценариев, в которых формирование корректирующих поправок, построенных на основании информации от спутниковой навигационной системы, представляет проблему, из-за чего возникает необходимость использовать автономные источники информации, входящие в состав комплекса бортового оборудования.

Значительная часть современных технически сложных устройств оснащена входящими в комплекс бортового оборудования системами технического зрения (СТЗ). В авиации находят широкое применение корреляционно-экстремальные навигационные системы с использованием визуальной информации, основанные на вычислении функции взаимной или автокорреляционной функции случайных процессов, характеризующих состояние лоцируемого объекта, и определении координат главного экстремума этой функции [3]. Типовые разработанные методики предполагают, что система технического зрения ориентирована вниз вдоль вертикали местности [4, 5]. При этом использование информации, получаемой от системы технического зрения, направленной под острым углом по отношению к горизонту местности, позволяет получить значительно больше информации о наблюдаемых объектах и решить проблемы, свойственные классическим корреляционно-экстремальным системам. В свою очередь, развитие систем искусственного интеллекта дало возможность обрабатывать информацию, получаемую от подобных систем технического зрения [6]. В то же время, широкое

распространение получило исследование применения методов искусственного интеллекта для повышения точностных характеристик навигационных систем различной природы [7, 8].

Таким образом, возникает задача разработки навигационной системы, основанной на использовании информации от системы технического зрения, направленной под острым углом к горизонту, и позволяющей реализовывать задачу автономной навигации независимо от внешних источников корректирующей информации.

II. Схема построения алгоритма при наличии корректирующей информации от СТЗ

Системы технического зрения обеспечивают получение изображения, его обработку и анализ конфигурации кадра с дальнейшей передачей информации управляющему устройству. Это позволяет создать метод коррекции, основанный на анализе видеоинформации.

Обработка изображения подразумевает выделение уникальных признаков, их классификацию в соответствии с базой известных геолоцированных признаков, определение относительных координат относительно объекта местоположения и вычисление корректирующих измерения координат и курса. В роли таких признаков выступают некоторые объекты естественного и антропогенного происхождения.

Решение задачи подразумевает создание каталога геопространственных данных, каждый объект в котором обладает известными географическими координатами. Решение задачи обнаружения и классификации ориентиров осуществляется с использованием методов машинного обучения, в том числе искусственных нейронных сетей.

Камера, направленная под углом к горизонту, имеет значительно больший охват в отличие от традиционного способа захвата изображения местности. Такая ориентация позволяет взаимодействовать не только с горизонтальной проекцией объектов, но и вертикальной. Применение данного метода позволяет снизить требования к ориентации камеры и высоте её расположения.

При использовании двух камер, направленных в сторону горизонта, становится возможным определить расстояние до ориентира и азимутальный угол относительно него на основании полученных изображений. Каждая из камер обрабатывает свой двумерный образ. На основании известной ориентации камер b и расстояния L между ними вычисляется расстояние d до ориентира и азимутальный угол α относительно него (Рис. 1).

Работа алгоритма основана на последовательном формировании дальностей и азимутальных измерений по информации от СТЗ при движении по траектории. Поток информации, передаваемой СТЗ, является дискретным, скорость передачи информации зависит от частоты смены кадров. По данным СТЗ алгоритм вычисляет корректирующие поправки в области пространства, содержащей геолоцированные ориентиры.

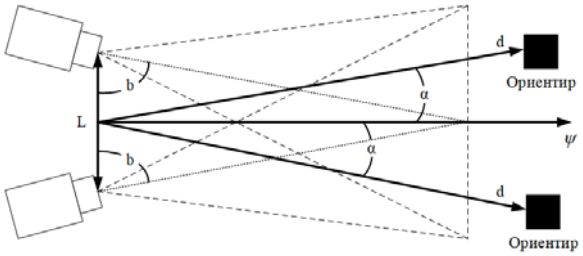


Рис. 1. Определение расстояния до ориентира при помощи двух камер.

Элемент базы ориентиров характеризуется долготой λ_i и широтой φ_i. В разработанном алгоритме в качестве базовой системы координат принята плоская прямоугольная система. Так как решение задачи СТЗ происходит на условном участке земной поверхности площадью не более 10 км на 10 км, то при переходе в плоскую прямоугольную систему координат (ПСК) принимается допущение, что долгота не зависит от широты, а соотношение между линейными перемещениями и изменениями координат остаются постоянными. Переход в прямоугольную систему координат происходит в соответствии с ГОСТ 32453-2017, за систему координат принята ГСК-2011 в проекции Гаусса-Крюгера. Погрешность преобразования координат составляет не более 0,001 м [9].

Рассмотрим ситуацию, когда кадр содержит информацию о нескольких ориентирах (Рис. 2).

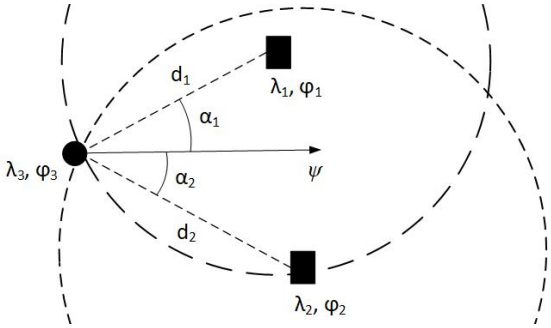


Рис. 2. Кадр, содержащий информацию о нескольких ориентирах

Пусть точка O_1 с координатами λ_1, φ_1 – центр окружности радиусом d_1, точка O_2 с координатами λ_2, φ_2 – центр окружности радиусом d_2. Две эти окружности пересекаются в точке O_3 с координатами λ_3, φ_3, соответствующей координатам объекта. Для того, чтобы найти точку пересечения, необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} (\lambda_3 - \lambda_1)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2 = d_1^2 \\ (\lambda_3 - \lambda_2)^2 + (\varphi_3 - \varphi_2)^2 = d_2^2 \end{cases} \quad (1)$$

В результате решения системы уравнений (1) будет получено две равновероятные точки. Выбор, какая из этих точек содержит координаты объекта, производится на основании текущих показаний БИНС.

Примем координаты полученной точки за [0, 0], отложим относительно нее прямую, перпендикулярную оси на север (Рис 3).

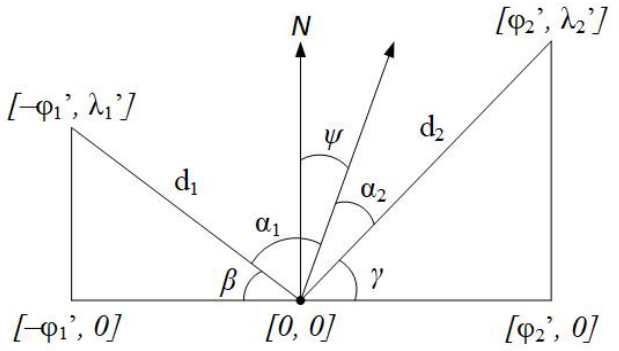


Рис. 3. Определение курса объекта по двум ориентирам.

В соответствии с (2) определим относительные координаты φ_1', λ_1', φ_2', λ_2'.

$$\begin{cases} \varphi_1' = \varphi_1 - \varphi_3 \\ \lambda_1' = \lambda_1 - \lambda_3 \\ \varphi_2' = \varphi_2 - \varphi_3 \\ \lambda_2' = \lambda_2 - \lambda_3 \end{cases} \quad (2)$$

В соответствии с (3) определим углы β и γ.

$$\begin{cases} \beta = \arcsin\left(\dfrac{\lambda_1'}{d_1}\right) \\ \gamma = \arcsin\left(\dfrac{\lambda_2'}{d_2}\right) \end{cases} \quad (3)$$

Тогда курс может быть определен в соответствии с (4):

$$\psi = \frac{\beta + \alpha_1 - \gamma - \alpha_2}{2} \quad (4)$$

В случае, когда кадр содержит только один ориентир, производится последовательное определение координат с некоторым временным интервалом.

При первом измерении определяется расстояние до ориентира d_1 и азимутальный угол α_1, при этом за курс объекта принимается угол $\psi_{БИНС}$, передаваемый БИНС. При втором измерении определяются координаты объекта, интегрируется пройденный им с момента первого измерения путь и определяется, в каких координатах он должен был оказаться при следовании по курсу $\psi_{БИНС}$. Разница между результатом интегрирования и реальными координатами объекта позволяет определить курсовую поправку.

Пусть O – центр окружности с радиусом d с координатами x_O, y_O, соответствующими координатам объекта; d – расстояние до ориентира; L – точка, соответствующая ориентиру с координатами x_L, y_L; OL – прямая между объектом и ориентиром с длиной d; ON – прямая между объектом и направлением на север с длиной d (Рис. 4).

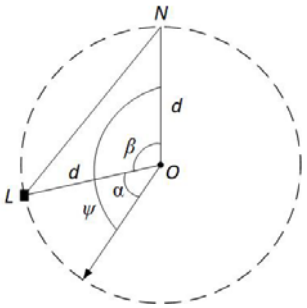


Рис. 4. Определение координат объекта по одному ориентиру.

Угол β между направлением на север и осью на ориентир определяется как:

$$\beta = \psi + \alpha \quad (5)$$

где α – угол между курсом ψ и осью на ориентир. Если ориентир расположен левее оси курса, $\alpha > 0$, в противном случае $\alpha < 0$. Тогда координата y объекта находится в соответствии с (6):

$$y_O = 2d \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - d + y_L \quad (6)$$

Координата x определяется в соответствии с (7). Результатом (7) является две равновероятные точки. Выбор, какая из этих координат соответствует координате объекта, производится на основании текущих показаний БИНС.

$$\begin{cases} x_O = x_L - 2d \sin\left(\dfrac{\beta}{2}\right)\sqrt{1 - \sin\left(\dfrac{\beta}{2}\right)^2} \\ x_O = x_L + 2d \sin\left(\dfrac{\beta}{2}\right)\sqrt{1 - \sin\left(\dfrac{\beta}{2}\right)^2} \end{cases} \quad (7)$$

III. Библиотека геолоцированных ориентиров

В роли геолоцированных ориентиров выступают любые выделяющиеся объекты на местности, обладающие точной географической привязкой, которые возможно обнаружить визуальными методами и однозначно идентифицировать. В их число могут входить как объекты естественного происхождения (водные бассейны, элементы рельефа, лесные массивы и т.п.), так и антропогенного (пути дорожного сообщения, урбанистические сооружения, линии электропередач, просеки, объекты сельского хозяйства).

Решение задачи подразумевает создание специализированной библиотеки, содержащей информацию о множестве геолоцированных ориентиров. Для каждого ориентира в библиотеке создается множество изображений, позволяющих получить о нем так много признаков, насколько это возможно. При этом, благодаря горизонтальной ориентации камеры, каждый элемент библиотеки может описан гораздо подробнее, нежели в случае ее вертикальной ориентации. Вследствие этого возможна классификация ориентиров средствами компьютерного зрения.

IV. Испытания

Основываясь на результатах теоретического исследования, был разработан макет системы навигации по видеоинформации. Макет включает в себя микрокомпьютер NVIDIA Jetson Nano, стереокамеру, а также реализующий описанные алгоритмы программный модуль, написанный на языке Python.

Для отработки алгоритма навигации был собран набор данных, содержащих выделяющиеся объекты города Раменское. Каждый объект набора описывается множеством фотографий с разных ракурсов, а также его географическими координатами. На основании этого набора была обучена нейронная сеть, выполняющая детектирование и классификацию ориентиров. Точность классификации по метрике Precision достигла 0.96. На Рис. 5 представлен пример обнаружения и классификации входящего в набор ориентира, а также определения расстояния до него.

Рис. 5. Обнаружение ориентира, классификация и определение расстояния до него.

Для испытания макета был подготовлен набор данных, включающий:

- видеозапись, содержащую изображение со стереокамеры, установленной на движущемся автомобиле. Ряд кадров содержит ориентиры, по этим кадрам производится формирование корректирующих поправок;
- навигационное решение от установленной на транспортном средстве навигационной системы ЛИНС-100РС, измерения от спутниковой навигационной системы, комплексированное навигационное решение;
- соответствующая движению транспортного средства карта с геолоцированными ориентирами.

По информации от стереокамеры с периодичностью 10-30 секунд формируются корректирующие измерения. Точность корректирующих поправок ограничена точностью карты и составляет 10-20 метров. На Рис. 6 представлен составленный по результатам испытаний график ошибки определения географических координат в метрах относительно комплексированных инерциальных и спутниковых показаний. Точность определения географических координат составила 10-30 метров, при этом наибольшее влияние оказывает ошибка определения расстояния до ориентира. Полученные результаты показывают пригодность разработанного макета системы для решения задачи автономной навигации.

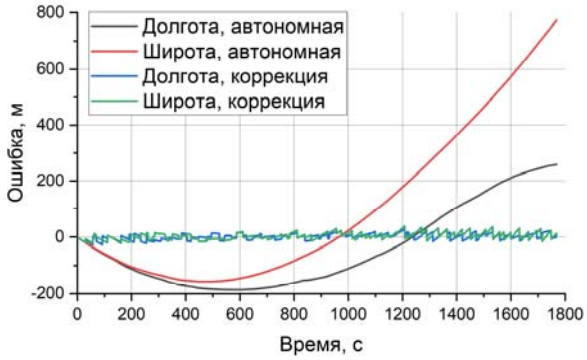


Рис. 6. Результаты испытаний навигационного алгоритма.

V. Заключение

В работе представлен метод, позволяющий создавать корректирующие поправки для БИНС с точностью, зависящей от точности определения расстояния до ориентира, его географической привязки и разрешения системы технического зрения.

Для отработки данного алгоритма был разработан реализующий его макет системы. Испытания показали точность определения географических координат в районе 10-30 метров.

Разработанный метод пригоден для применения в качестве источника корректирующей информации в условиях отсутствия сигнала от внешних источников.

Литература

[1] Августов Л. И., Бабиченко А.В., Орехов М.И. и др. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве. – Москва: Научтехлитиздат, 2015. – 589 с.

[2] Пролетарский А.В., Неусыпин К.А. Способы коррекции навигационных систем и комплексов летательных аппаратов. Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. №3 (3)

[3] Белоглазое И.Н., Тарасенко В.П. Корреляционно-экстремальные системы. М.: Сов. радио, 1974. – 392 с.

[4] Танченко А.П., Федулин А.М., Бикмаев Р.Р., Садеков Р.Н. Алгоритм автономной коррекции навигационной системы беспилотного летательного аппарата на основе распознавания дорожной и речной сети. Гироскопия и навигация. 2020. Том 28. №3 (110). С. 32-42.

[5] Conte, G.; Doherty, P. Vision-Based Unmanned Aerial Vehicle Navigation Using Geo-Referenced Information. EURASIP J. Adv. Signal Process. 2009, 9, 387308.

[6] X. Wang, P. Cheng, X. Liu, and B. Uzochukwu. Fast and Accurate, Convolutional Neural Network Based Approach for Object Detection from UAV. arXiv preprint arXiv:1808.05756, 2018.

[7] Цинь Ю.Х., Хуа П.Ю, Ю Ч.Ф. Обзор методов инерциальной навигации на основе глубокого обучения для навигации АНПА на больших дистанциях. Гироскопия и навигация. 2023. Том 31. №3 (122). С. 122-135.

[8] Голев И.М., Угрюмов Р.Б., Заенцева Т.И., Мандрыкин А.В. Магнитометрическая система локальной навигации с нейросетевой обработкой информации. Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2021. №18.

[9] ГОСТ 32453-2017. Глобальная навигационная спутниковая система. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. Введ. 2018-07-01. 27 с.

Повышение навигационной безопасности автономного необитаемого подводного аппарата при обсервации в ледовой обстановке

Л.А. Мартынова
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
martynowa999@bk.ru

И.В. Пашкевич
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
iv999@bk.ru

***Аннотация*—Рассмотрена задача поиска полыньи в ледовой обстановке автономным необитаемым подводным аппаратом для его обсервации в целях безопасности. Из-за накапливаемой с течением времени погрешности навигационных данных бортовой инерциальной навигационной системы аппарата необходима обсервация по сигналам спутниковых навигационных систем, так как отклонение от заданного маршрута способно привести к попаданию аппарата в зоны навигационной опасности. Сложность поиска полыньи заключается в постоянном дрейфе льда и влиянии внешних условий на ее образование и состояние. При этом время обнаружения аппаратом подходящей по размеру полыньи оказывает влияние на его безопасность. Традиционное использование эхолота малоэффективно из-за узкой осматриваемой полосы. Для поиска полыньи предложено использовать средства технического зрения, расположенные в нижней части корпуса аппарата и предназначенные для обследования дна. Применение этих средств для обследования нижней поверхности льда позволяет существенно увеличить ширину осматриваемой полосы. Приведены алгоритм обследования льда с использованием широкого спектра средств технического зрения и оценка сокращения времени на обнаружение полыньи подходящего размера. На примере показано преимущество предложенного решения, ускорившего более чем в 10 раз обследование льда и пройденный для этого аппаратом путь, что приводит, в свою очередь, к существенной экономии электроэнергии аппарата. Для перевода средств технического зрения из нижней части корпуса аппарата в верхнюю в работе предложен способ управляемого изменения крена с использованием специально оборудованных на борту аппарата четырех балластных цистерн. Приведен алгоритм управляемого изменения крена. На примере аппарата Hugin (Норвегия) по результатам имитационного моделирования показано управляемое изменение крена аппарата и перевод его в положение «оверкиль». Предложенное решение позволяет обследовать, наряду с рельефом дна, нижнюю часть ледовой поверхности, наклонные поверхности препятствий, возникающих перед аппаратом, что способствует повышению его безопасности.**

Ключевые слова—автономный необитаемый подводный аппарат, ледовая обстановка, управление изменением крена, положение «оверкиль», средства технического зрения.

I. Введение

В настоящее время изучение морского льда в Арктической и Антарктической зонах связано с тем, что в Арктической зоне находится шельф с большими запасами углеводородов и Северный морской путь, в Антарктической зоне изменение состояния большой массы льда в связи с потеплением оказывает существенное влияние на климат всей планеты. Проведение морских полярных исследований с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА) позволяет глубже понять и оценить влияние процессов, происходящих в Арктике и Антарктике, на изменение климата Земли и морской экосистемы.

В Арктической зоне для подводного наблюдения одиночным АНПА [1] или группой [2] аппарату необходимо периодически всплывать на поверхность воды для проведения обсервации по сигналам спутниковых навигационных систем (СНС), проведения сеанса связи с береговым пунктом или кораблем сопровождения с целью обеспечения собственной навигационной безопасности. Обсервация АНПА по сигналам СНС в ледовой обстановке возможна только либо путем «приледнения» специальной антенной к нижней кромке льда, либо всплытием в полынье [3].

Проведение обсервации запланировано в маршрутном задании АНПА в целях безопасности АНПА: отклонение его от заданной маршрутной траектории способно привести к попаданию аппарата в зоны навигационной опасности или рыболовных сетей, столкновению с препятствиями и т.д. Своевременное проведение обсервации приводит к повышению навигационной безопасности аппарата.

В связи с этим актуальной является задача обследования льда с целью поиска аппаратом подходящей площадки для приледнения антенной или полыньи в назначенный период времени для обсервации [4-8]. От того, насколько быстро будет найдена подходящая для всплытия АНПА полынья, зависит навигационная безопасность АНПА.

Поиск полыньи заключается в обследовании нижней кромки льда и оценки размеров обнаруженной полыньи для безопасного всплытия АНПА. Минимальные размеры полыньи, которые можно считать безопасными для всплытия АНПА, должны пятидесятикратно превышать его длину, в неблагоприятных условиях – еще больше.

Традиционно [4] для обследования льда АНПА оборудуют в верхней части корпуса однолучевым или многолучевым эхолотом (МЛЭ) или эхоледомером, в результате чего для оценки размера полыньи и определения точки всплытия АНПА требуется маневрирование АНПА несколькими галсами вдоль и поперек обнаруженной полыньи. Это приводит к существенным временным и энергетическим затратам.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00803, https://rscf.ru/project/23-29-00803/.

При обследовании льда также используют профилограф (ПФ) для оценки толщины и структуры льда.

Сложность обсервации заключается в том, что заранее прогнозировать положение полыньи невозможно из-за постоянного дрейфа льда и влияния погодных условий на ее образование и состояние. В то же время обеспечение навигационной безопасности АНПА существенно зависит от времени, затрачиваемого на обнаружение полыньи и ее размеров, поскольку при движении льда ее местоположение быстро меняется. В связи с этим целью работы явилось сокращение времени обнаружения мест проведения обсервации – площадки для приледнения антенны или полыньи для всплытия АНПА

II. Сокращение времени поиска полыньи

В настоящее время для обследования дна АНПА оснащают широким спектром средств технического зрения (СТЗ), работающих на различных физических принципах и применяемых для поиска объектов на морском дне или в его толще [9]. Наряду с МЛЭ и ПФ используют гидролокатора бокового обзора (ГБО) и видеокамеры. Применение ГБО для обследования нижней поверхности льда позволяет существенно увеличить ширину осматриваемой полосы (рис. 1). В дополнение к перечисленным СТЗ предлагается использовать также тепловизор и доплеровский лаг, направленный вертикально вверх в сторону нижней поверхности льда.

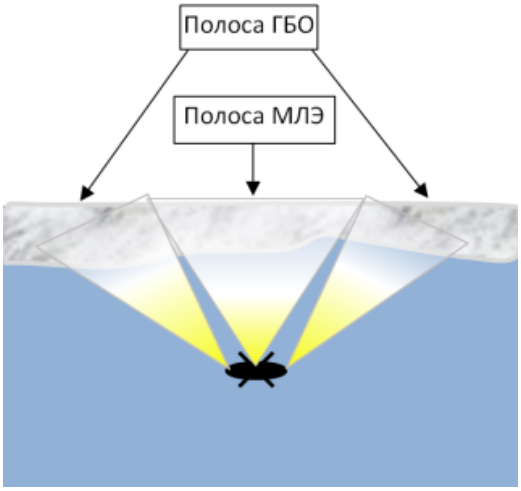


Fig. 1. Взаимное положение осматриваемой полосыс использованием МЛЭ и ГБО

Функционирование МЛЭ и ГБО основано на оценке разницы в задержках высокочастотных и низкочастотных компонент гидроакустических сигналов, отражённых от поверхностей раздела лёд-воздух и вода-лёд. МЛЭ обследует поверхность прямо над собой, ГБО – по бокам (рис.1). Комбинированное использование МЛЭ и ГБО позволяет повысить площадную производительность обследования нижней ледовой поверхности за счет увеличения ширины обследуемой полосы от 160 м до 800 м по сравнению с традиционно используемым эхолотом.

Оптические средства (видеокамеры) способны выявить полынью путем распознавания образов на видеоизображении: яркого пятна на более темном фоне пакового льда в светлое время суток. В темное время возможно использование тепловизора для обнаружения полыньи по разнице температур воды в полынье и окружающего льда.

ПФ по излучению/приему низкочастотных акустических сигналов позволяет оценить толщину и структуру льда (сплоченный/рыхлый) для определения возможности безопасного пробития его корпусом АНПА без повреждений корпуса и выступающих за пределы корпуса забортных приборов и исполнительных механизмов.

В дополнение к перечисленным СТЗ предлагается использовать также доплеровский лаг, направленный вертикально вверх в сторону нижней поверхности льда, для оценки скорости движения льда и учете ее при планировании точки безопасного всплытия АНПА в полынье.

Дополнительное использование профилографа, видеокамеры, тепловизора позволит получить более точную информацию о возрасте льда, его структуре и механических свойствах.

Использование разнородных СТЗ позволит не только существенно сократить время на обследование льда, но и прогнозировать изменение состояния и положения льда с течением времени.

III. Последовательность обследования льда

При необходимости проведения обсервации обследование льда ведется, прежде всего, наиболее производительными по обследуемой площади СТЗ – МЛЭ и ГБО, способными формировать гидроакустический портрет рельефа льда при отстоянии от него на 200 м; ширина полосы обзора при одновременном их использовании составляет от 160 м до 800 м (рис.1).

При обнаружении фрагмента поверхности льда, похожего на площадку или полынью, АНПА приближается к этому фрагменту и включает ПФ, видеокамеру и тепловизор. По данным видеокамеры уточняются классификационные признаки полыньи (светлое пятно, разность температур воды и льда), по данным ПФ оценивается структуру льда: при тонком или рыхлом характере льда пробитие льда будет безопасным для АНПА. Комбинированное использование всех перечисленных СТЗ позволяет также оперативно оценить размеры полыньи. Доплеровский лаг позволит оценить скорость движения льда и обоснованно определить точку всплытия АНПА для безопасного проведения обсервации по алгоритму, приведенному в [3].

Для оценки выигрыша от предложенного решения рассмотрим способ обнаружения полыньи [3] (рис.2).

Из рис. 2 следует, что с применением эхоледомера потребовалось пройти 8 галсов из точки начала поиска и обследовать суммарную полосу шириной 17×8 = 136 м. При использовании предложенного в настоящем докладе решения этот же результат можно получить за один проход АНПА с шириной полосы обзора 200 м, обеспечиваемой комбинированным использованием МЛЭ и ГБО.

Таким образом, выигрыш по пройденному пути с учетом поперечных галсов и маневрирования при переходе с галса на галс можно считать не менее, чем в 10 раз. Экономия пройденного пути приводит к экономии времени на обследование и экономии затрачиваемого на обследование энергоресурса АНПА. Это, в свою очередь, позволяет повысить безопасность всплытия АНПА

для проведения обсервации и, тем самым, повысить навигационную безопасность АНПА.

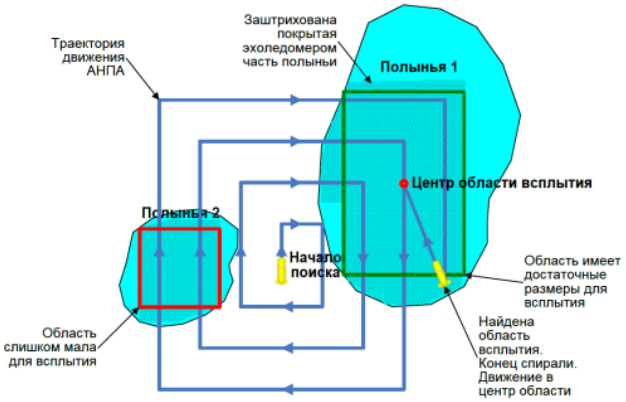


Fig. 2. Траектория движения АНПА при использовании традиционного одиночного эхолота для поиска полыньи

Размещение СТЗ в верхней части корпуса возможно путем дублирования СТЗ, расположенных в нижней части корпуса. Другим способом является управляемое изменение крена АНПА, при котором СТЗ, расположенные в нижней части корпуса АНПА, после изменения крена АНПА окажутся направленными на обследуемую поверхность.

IV. Управляемое изменение крена АНПА

Изменение крена АНПА происходит за счет возникновения момента M_x, показанного на рис. 3 в системе координат O_{xyz} с центром в точке положения центра величины (ЦВ) АНПА, к которой приложена сила плавучести (Архимедова сила).

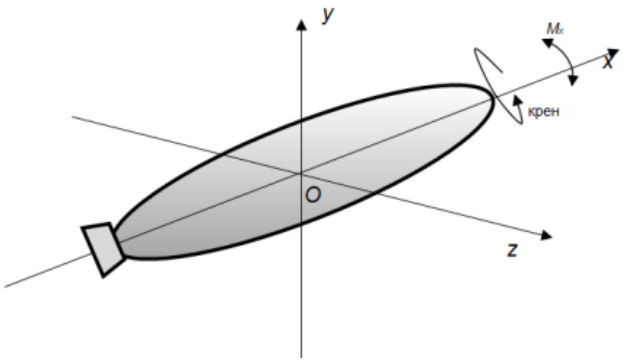


Fig. 3. Положение кренящего моменрта M_x.

Для создания кренящего момента M_x принимаем, что АНПА имеет крестообразные или Х-образные кормовые рули; корпус АНПА представляет собой фигуру вращения вокруг продольной оси для обеспечения равномерного распределения массы корпуса и оборудования АНПА; приборы внутри корпуса АНПА размещают так, чтобы их масса была распределена равномерно в корпусе АНПА.

Рассмотрим АНПА, оборудованный четырьмя балластными цистернами 1,2,3,4 (рис.4), центры тяжести (ЦТ) которых расположены в плоскости, поперечной к диаметральной. Сами балластные цистерны размещены: одна – внизу корпуса, вторая – по правому борту, третья – вверху корпуса, четвертая – по левому борту. Балластные цистерны соединены между собой трубопроводами для перегонки воды из одних цистерн в другие с использованием насосов в целях сохранения постоянной плавучести АНПА. Некоторый груз устанавливают так, чтобы его можно было перемещать по вертикали, например, подвешенным в свободном состоянии в центре АНПА.

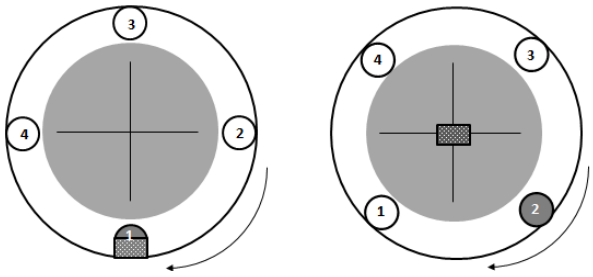


Fig. 4. Положение балластных цистерн (слева – до начала крнения).

Пусть начальное значение угла крена АНПА перед изменением крена $\theta_0 = 0$; заданное значение угла крена $\theta^*=180°$. В начальный момент времени текущее значение угла крена совпадает с начальным.

Алгоритм управляемого изменения крена АНПА заключается в выполнении действий в следующей последовательности.

1. Расчет рассогласования $\Delta\theta$ между текущим углом крена θ и заданным θ^*.
2. Расчет требуемого значения кренящего момента M_x^*.
3. Определение балластных цистерн для перегонки воды для того, чтобы создать заданный кренящий момент M_x^* в заданном направлении..
4. Перегонка воды между цистернами с учетом ограничений на скорость перегонки.
5. Расчет кренящего момента M_x, который возникает под действием: гидродинамических сил, силы начальной (эксплуатационной) избыточной плавучести и силы плавучести, возникающей в результате обжатия корпуса АНПА[11], плавучести балластных цистерн.
6. Расчет координат нового положения ЦТ АНПА.
7. Расчет метацентрической высоты АНПА.
8. Расчет момента инерции АНПА.
9. Расчет изменения угловой скорости вращения корпуса АНПА.
10. Расчет скорости изменения крена.
11. Определение текущего угла крена θ.
12. Переход к шагу 1.

Описанный алгоритм изменения крена АНПА повторяется системой управления АНПА [12,13] до тех пор, пока текущее значение θ не совпадает с заданным θ^*.

На рис.5 приведены результаты имитационного моделирования [14] перегонки воды в цистернах для управляемого изменения крена АНПА по предложенному алгоритму.

При проведении расчетов за прототип АНПА принят «Hugin» (Норвегия) со следующими характеристиками [15]: масса 750 кг; длина H = 4,50 м; диаметр D = 0,75 м. Объем каждой балластной цистерны принимался равным 0,008 м^3.

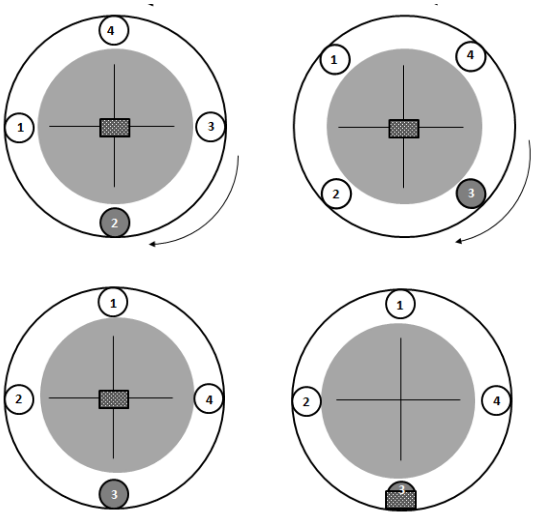


Fig. 5. Последоваительность наполнения-осушения балластных цистерн в результате перегонки воды.

В начальный момент времени АНПА находится в устойчивом состоянии, заполнение цистерн представлено на рис. 4. Момент инерции АНПА составил I_x=52,7 кг·м^2, полное подводное водоизмещение составило V=5,3 м^3. По мере перекачки воды из балластной цистерны 1 в балластную цистерну 2, а затем – из балластной цистерны 2 в балластную цистерну 3 – происходит управляемое изменение крена АНПА. После перевода АНПА в положение «оверкиль» для придания АНПА устойчивого состояния груз из ЦВ АНПА перемещается в крайнее нижнее положение (рис.5).

По результатам имитационного моделирования получены зависимости изменения кренящего момента M_x с течением времени (рис. 6 слева) и изменение угла крена с течением времени (рис. 6 справа).

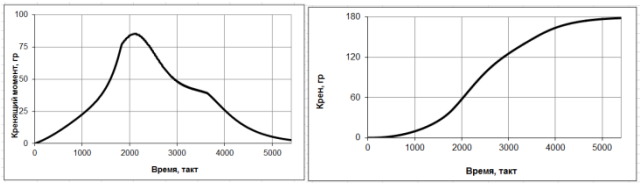


Fig. 6. Изменения кренящего момента (слева) и угла крена (справа) с течением времени

Из приведенных на рис. 6 результатов видно, что изменение момента M_x сначала плавно возрастает, затем достигает своего максимума и после этого плавно убывает. Вследствие этого крен постепенно увеличивается от 0° до +180°, и при θ = +180° кренящий момент и угловая скорость принимают нулевые значения (рис.6 слева). Зависимость изменения крена от 0° до +180° близка к форме гистерезиса (рис.6 справа). Время изменения крена от 0° до +180° составило 1,5 часа.

Полученные результаты имитационного моделирования подтверждают реализуемость и достоверность предлагаемого способа управляемого изменения крена АНПА.

V. Заключение

Разработан метод обследования льда посредством использования широкого спектра разнородных средств технического зрения, применяемых для обследования дна и поиска объектов на дне и в его толще. Определен порядок использования средств технического зрения для обследования льда. Проведена оценка выигрыша от предложенного решения по сравнению с существующим подходом к поиску и обследованию полыньи с использованием одно- или многолучевого эхолота. Полученное десятикратное сокращение времени обследования и пройденного пути приводит в повышении навигационной безопасности автономного необитаемого подводного аппарата и экономии его электроэнергии. Для перевода средств технического зрения из килевой области АНПА в верхнюю область предложен способ управляемого изменения крена АНПА до заданного значения угла крена с обеспечением устойчивого положения АНПА.

Литература

[1] Мартынова Л.А. Решение задачи подводного наблюдения в условиях применения интеллектуальных помех // Информационно-управляющие системы. 2018. № 1 (92). С. 31-41.

[2] Мартынова Л.А., Розенгауз М.Б. Определение эффективного поведения группы анпа в сетецентрической системе освещения подводной обстановки // Информационно-управляющие системы. 2017. № 3 (88). С. 47-57.

[3] Лаптев К.З., Багницкий А.В. Задача для АНПА дальнего радиуса действия по поиску полыней при плавании в Арктических районах // Известия ЮФУ. Технические науки. №1 (203) . 2019. с1-28-38, DOI 10.23683/2311-3103-2019

[4] Боженов Ю.А. Использование автономных необитаемых подводных аппаратов для исследования Аркики и Антарктики// Фундаментальная и прикладная гидрофизика, 2011, том 4, № 1, с.47-68.

[5] Багницкий А.В., Инзарцев А.В., Панин М.А. Алгоритмическое обеспечение работы АНПА подо льдом в приполярных районах // Морские интеллектуальные технологии. № 3 часть 1, 2023. с.98-109.

[6] Подводные робототехнические комплексы: системы, технологии, применение / А.В. Инзарцев, Л.В. Киселев, В.В. Костенко, Ю.В. Матвиенко, А.М. Павин, А.Ф. Щербатюк; [отв.ред.Л.В. Киселев]; ФГБУН Ин-т проблем морских технологий ДВО РАН. – Владивосток, 2018.– 368 с.

[7] Пяткин В.П., Салов Г.И. Обнаружение полыней // Сборник статей по материалам международного научного конгресса «Интерэкспо ГеоСибирь». 13-25 апр., 2015. Новосибирск. 2015. с.77-82.

[8] Лаптев К.З., Багницкий А.В. Алгоритмы выбора полыней и мест для приледнения анпа при работе в высоких широтах // Восьмая Всероссийская научно-техническая конференция «Технические проблемы освоения мирового океана» ТОПОМО-8, 30 сентября – 3 октября 2019 г. Материалы конференции, ИПМТ. 2019. с 43-49.

[9] Безрук Г.Г., Мартынова Л.А., Саенко И.Б. Динамический метод поиска антропогенных объектов в морском дне с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов // Труды СПИИРАН. 2018. № 3 (58). С. 203-226.

[10] Подводные технологии и средства освоения Мирового океана. - М.: Издательский дом «Оружие и технологии», 2011, 780с.

[11] Агеев М.Д., Киселев Л.В., Матвиенко Ю.В. и др. / под общ. ред. М.Д. Агева. Автономные подводные роботы: системы и технологии // М.: Наука. 2005. 398 с.

[12] Мартынова Л.А., Киселев Н.К., Мысливый А.А. Метод выбора архитектуры мультиагентной системы управления автономного необитаемого подводного аппарата // Информационно-управляющие системы. 2020. № 4 (107). С. 31-41.

[13] Мартынова Л.А., Машошин А.И., Пашкевич И.В., Соколов А.И. Алгоритмы, реализуемые интегрированной системой управления АНПА // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 1. С. 50-58.

[14] Мартынова Л.А., Гриненков А.В., Пронин А.О., Куликовских Ю.В. Имитационное моделирование функционирования мультиагентной системы управления автономного необитаемого подводного аппарата // В сборнике: Имитационное моделирование. Теория и практика. Восьмая Всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности. 2017. С. 474-479.

[15] Крафт А. Ничего не будет: ни тральщиков, ни водолазов – одни сплошные роботы [Электронный ресурс]. URL: https://andrej-kraft.livejournal.com/142900.html.

ЗАСЕДАНИЕ III – ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И ДАТЧИКИ

Экспериментальные исследования основных параметров волнового твердотельного гироскопа в режиме свободной волны*

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
119526, Москва, Россия
Проспект Вернадского, 101-1
e-mail: *ipm@ipmnet.ru*

Б.П.Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН»
Россия, 456320, Челябинская обл.,
Миасс г., ул. Менделеева,31
e-mail: *mdcn@medicon-miass.ru*

С.Б.Бодунов
АО «НПП «МЕДИКОН»
Россия, 456320, Челябинская обл.,
Миасс г., ул. Менделеева,31
e-mail: *mdcn@medicon-miass.ru*

***Аннотация* — Развитие современных систем автономной инерциальной навигации и ориентации в значительной мере зависит от прогресса в части создания гироскопических приборов на новых физических принципах, к которым, в частности относится весьма перспективный волновой твердотельный гироскоп (ВТГ). Настоящий доклад посвящен опыту разработки нового поколения гироскопа для современных авиационно-космических объектов. Представлены инженерно-конструкторские решения в современных разработках волновых твердотельных гироскопов нового поколения на основе высокодобротных кварцевых полусферических резонаторов для низкодинамичных и высокодинамичных объектов авиационно-космического назначения.**

Ключевые слова — полусферический кварцевый резонатор, волновой твердотельный гироскоп, испытания инерциальных датчиков, наклонно-динамический стенд.

1. Введение

Экспериментальные исследования основных точностных параметров датчика ВТГ-30 в известных режимах функционирования - точного датчика угловой скорости (ДУС) и интегрирующего гироскопа (режим свободной волны) были выполнены в 2023 г. и 2024 г. на прецизионном трехосном динамическом стенде с термокамерой специалистами АО «НПП «Медикон».

Режим высокоточного ДУС: выполнялась проверка дрейфа инерциального датчика ВТГ новой конструкции с применением опытного образца прибора децимальный № Д013. Исследования выполнены при контрольной температуре +40°С. При этом датчик ВТГ не был предварительно термостатирован и откорректирован.

Угол поворота волны равен 1,2 град. Полоса пропускания 1,5 Гц, частота опроса параметров датчика составляла 4Гц. Выполнен дневной запуск ВТГ длительностью по времени Т=480 мин (порядка восьми час). Измерения систематического дрейфа датчика ВТГ проводились через Т=2 час после включения термокамеры трехосного динамического стенда. Параметры ВТГ №Д013: Начальная температура порядка 22°С, температура при измерении основных параметров составляла 40°С, угол поворота волны 1,1 град. Разогрев гироскопа, измерение приборного дрейфа, частота резонатора f_0=6550 Гц, температура 42°С, температура блока управления 52°С. Для указанных выше климатических условий систематический дрейф ВТГ (ДУС) составил *0,00327 град/ч*., среднеквадратическое стандартное отклонение (СКО) шума угловой скорости составляет величину $\sigma\omega$ = *3,3 град/ч*.

Выполнен ночной запуск длительностью порядка Т=15ч. Перед измерением в течение времени Т=5ч выполнен прогрев ВТГ. Выходной сигнал ТВГ №Д013 по оси ординат Y=5,738 град/ч, среднеквадратичное значение шума std(w0)=1,56 град/ч, систематический дрейф нуля ВТГ равен *0,00073 град/ч*, диапазон измерения угловой скорости 5 град/с. Шум и случайное блуждание угла (ARW) в режиме ДУС составили: SIGMA(1с) σ=0,23 град/ч, ARW=σ/60=*0,00383 °/√ч*.

Режим свободной волны: ВТГ- 30ИГ интегрирующий гироскоп является перспективным инерциальным датчиком и используется для высоко-динамичных объектов. ВТГ-30ИГ имеет цифровой выход и многоканальную «пушпульную» схему эффективного управления по алгоритму, разработанному академиком РАН В.Ф.Журавлевым [1,2,3]. Цифровая часть электронного модуля управления содержит специализированный процессор обработки сигналов, буферы аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синтезатор частот, асинхронный микроконтроллер последовательного интерфейса. Цифровой процессор по специальным алгоритмам обработки определяет углы ориентации волны, амплитуду и квадратную составляющую колебаний резонатора и, используя эту информацию, вычисляет соответствующие весовые коэффициенты для управления стоячей волной прибора. Программная реализация нового алгоритма [2,3] обработки информационных и формирования управляющих сигналов выполняется параллельно в отдельном аппаратно-реализованном процессоре на платформе быстродействующей программируемой логической интегральной схемы на кристалле нового поколения. Каждый из каналов формирователей сигналов управления содержит ряд цифроаналоговых преобразователей (ЦАП), на вход которых в цифровом виде поступает информация о весовых коэффициентах управления, и как опорные, сигналы синусов и косинусов и их производные [3] с электродов информационных сигналов, т.е. с выходов аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Алгоритм управления и обработки данных от каждого АЦП реализован в современной системе на кристалле ПЛИС (FPGA) типа “Kintex-7” с уровнем технологической топологии 28 нм.[4].

2. РЕЖИМ СВОБОДНОЙ ВОЛНЫ

Режим свободной волны: Интегрирующий гироскоп ВТГ-ИГ является перспективным инерциальным датчиком и используется для высокодинамичных объектов. Прибор имеет цифровой выход и многоканальную «пушпульную» схему управления по алгоритму [3] разработанному академиком РАН В.Ф.Журавлевым. Цифровая часть электронного модуля управления содержит специализированный процессор обработки сигналов, буферы аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синтезатор частот, асинхронный микроконтроллер последовательного интерфейса. Цифровой процессор по специальным алгоритмам обработки определяет углы ориентации волны, амплитуду и квадратную составляющую колебаний резонатора и, используя эту информацию, вычисляет соответствующие весовые коэффициенты для управления стоячей волной прибора [4,5]. Программная реализация алгоритма обработки информационных и формирования управляющих сигналов выполняется параллельно в отдельном аппаратно-реализованном процессоре на платформе быстродействующей программируемой логической интегральной схемы на кристалле нового поколения. Алгоритм управления и обработки данных [5,7] от каждого АЦП реализован в современной микросхеме ПЛИС/FPGA типа «Artix-7» [4,5].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

3.1 *Оценка масштабного коэффициента Брайана*

Масштабный коэффициент Брайана [3,8] экспериментально определялся и рассчитывался как отношение угловой скорости прецессии волны, определённой по всему массиву информации (значение коэффициента аппроксимации при первой степени времени), к абсолютной угловой скорости стенда [9].

Входная угловая скорость (абсолютная угловая скорость стенда) рассчитывалась как сумма относительной угловой скорости стенда и вертикальной угловой скорости вращения Земли, которая для нашей широты составляет известную величину 12,3423°/час.

Результаты расчёта коэффициента Брайана приведены ниже в таблице 1.

Таблица 1

Абсолютная угловая скорость стенда °/час (°/с)	СКО угловой скорости стенда (°/час)	Угловая скорость прецессии волны (°/час)	СКО угловой скорости прецессии волны (°/час)	Коэф-фициент Брайана
18012,207 (5)	$5*10^{-5}$	4941,329 8	0,00072	0,2743323
7212,288 (2)	$2*10^{-5}$	1978,571	0,00034	0,2743333
3612,314 (1)	$1*10^{-5}$	990,979	0,00049	0,2743337
1812,329 (0,5)	$5*10^{-6}$	497,453	0,0012	0,2744830
732,337 (0,2)	$3*10^{-6}$	201,044	0,00096	0,2745247
372,3395 (0,1)	$0,7*10^{-6}$	102,229	0,0019	0,2745579
192,341 (0,05)	$0,5*10^{-7}$	52,814	0,00068	0,2745861
-167,656 (-0,05)	$0,9*10^{-7}$	-45,965	0,0012	0,2741591
-347,655 (-0,1)	$0,7*10^{-6}$	-95,408	0,0017	0,2744324
-707,652 (-0,2)	$3*10^{-6}$	-194,259	0,0014	0,2745125
-1787,644 (-0,5)	$5*10^{-6}$	-490,665	0,0022	0,2744757
-3587,630 (-1)	$1*10^{-5}$	-984,279	0,0014	0,2743535
-7187,603 (-2)	$2*10^{-5}$	-1971,738	0,001	0,2743248
-17987,523 (-5)	$5*10^{-5}$	-4934,542	0,00043	0,2743314

Примечание. В первом столбце в скобках указаны значения относительной угловой скорости стенда.

3.2 *Оценка зависимости амплитуды угла и угловой скорости прецессии волны от угловой скорости.*

Результаты выделения гармонических составляющих в информации детектора угла приведены в таблице 2.

Таблица 2

Относитель-ная входная скорость °/сек	Первая гармоника		Вторая гармоника	
	Частота рад/сек	Амплитуда угл. мин	Частота рад/сек	Ампли-туда угл. мин
5	0,096	0,97	0,01755	0,8
2	0,03875	0,37	-	-
1	0,01922	1,275	-	-
0,5	0,0096465	3,54	0,0118	0,62
0,2	0,003899	7,95	-	-
0,1	0,001979	19,77	0,004	0,62
0,05*	0,0010238	29,7	0,00207	1,1
-0,05*	0,0008915	55,09	0,00176	1,16
-0,1	0,00185	25,19	0,00365	0,61
-0,2	0,00376	11,59	-	-
-0,5	0,009503	6,41	0,0118	0,62
-1	0,0191	4,11	-	-
-2	0,03825	2,83	-	-
-5	0,09586	2,02	-	-

Примечания. При входных угловых скоростях больших |0,05|°/сек. остальные гармоники отброшены ввиду их малости по сравнению с первой гармоникой.

Как видно из приведённых выше данных, вторая и дополнительные гармоники проявляется только при относительно малых входных скоростях, и имеют на порядок меньшую амплитуду, чем первая. Поэтому основное влияние на нестабильность угла поворота волны относительно резонатора оказывает именно первая гармоника. Дальнейший анализ будет проведён именно для неё. Следует заметить, что полная фаза этой гармоники, включающая начальный угол отсчёта положения волны и произведение частоты на время, соответствует текущему углу поворота волны относительно резонатора, что даёт принципиальную возможность учёта и компенсации этой составляющей.

График зависимости амплитуды первой гармоники угла поворота волны от входной угловой скорости представлен на рис. 1.

Рис.1

Анализ данных таблицы 2 и графика, приведённого ниже на рис.2 показал, что первая гармоника угла волны имеет явную несимметрию относительно положительных и

отрицательных значений входной угловой скорости. Кроме того, при малых значениях входной скорости её амплитуда резко возрастает.

Рассмотрим зависимость амплитуды первой гармоники угловой скорости волны от входной угловой скорости. Выделить гармонические составляющие угловой скорости из исходной информации можно двумя способами: первый – получить из исходной информации приращения угла поворота волны и подвергнуть их аппроксимации. Второй способ подразумевает оценку амплитуды первой гармоники угловой скорости путем умножения частоты на амплитуду угла поворота волны. Расчёты показали, что оценки совпадают с точностью до 0,11°/час, что представляется вполне достаточным.

График зависимости амплитуды первой гармоники угловой скорости поворота волны от входной угловой скорости представлен на рис.2. Также на этом рис.2. представлен график аппроксимации амплитуды первой гармоники угловой скорости волны от входной угловой скорости в следующем виде: $A\omega=10.53-6.097\cdot\omega_{вх}$

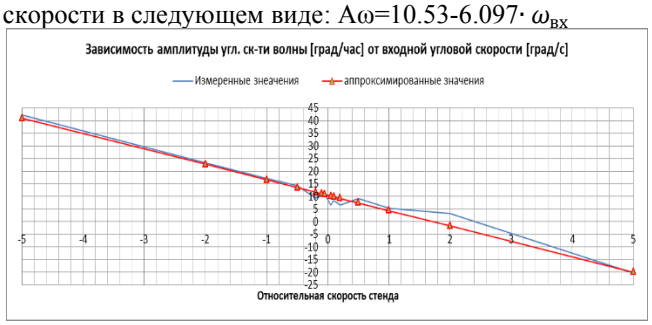


Рис. 2

Таким образом, амплитуда первой гармоники угловой скорости поворота волны имеет постоянную составляющую, что соответствует теоретическим представлениям, и составляющую, линейно зависящую от входной угловой скорости, причина возникновения которой пока не известна. Точность аппроксимации в отрицательном диапазоне входных угловых скоростей выше, чем в положительном. Наличие зависимости амплитуды от входной скорости может являться причиной несимметрии амплитуды гармоники угла поворота волны. Очевидно, что этот факт значительно усложняет компенсацию погрешности. Причину этой зависимости необходимо исследовать дополнительно.

3.3 *Точностные характеристики прибора в режиме «свободной волны».*

Результаты испытаний прибора приведены в таблице 3.

Таблица 3

Абсолютная угловая скорость (°/час)	Измеренная угловая скорость (^{0}/час)	Аппроксимированная угловая скорость (^{0}/час)	Разность между аппр. и измер. значением
-72	-73,289	-72,549	0,74
-36	-36,621	-36,422	0,199
-21,6	-21,987	-21,971	0,016
-10,8	-10,986	-11,133	-0,148
-7,2	-7,288	-7,520	-0,232
-3,6	-3,594	-3,908	-0,314
0	0,104	-0,295	-0,398
3,6	3,639	3,318	-0,321
7,2	7,192	6,931	-0,262
10,8	10,864	10,543	-0,320
21,6	21,339	21,381	0,043
36	35,557	35,832	0,275
72	71,237	71,960	0,723

Аппроксимация измеренной угловой скорости проведена в виде: $\omega_{изм}$=-0,295+1,00353 $\omega_{вх}$ во всём диапазоне измерений, $\omega_{изм} = 0{,}0898 + 0{,}9874\omega_{вх}$ только в положительном диапазоне измерений, $\omega_{изм}$=0,056+ 1,0189· $\omega_{вх}$ в отрицательном диапазоне измерений.

Аппроксимация для положительного и отрицательного диапазона измерений проведена, потому что ошибка в полном диапазоне имеет вид, указывающий на несимметрию измерительной характеристики. График ошибок для приведенных аппроксимаций представлен ниже на рис.3.

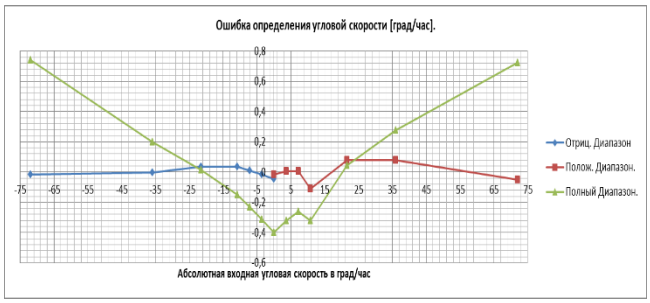


Рис. 3

Из приведённых выше результатов следует, что измерительная характеристика прибора в диапазоне измерения ±0,02°/сек имеет несимметрию масштабного коэффициента, составляющую величину 0,0157°/час относительно среднего значения. Несимметрия нулевого сигнала (полуразность между нулевыми сигналами для отрицательного и положительного диапазонов измерений), составляет 0,0165°/час.

3.4 *Оценка наличия или отсутствия зоны нечувствительности.*

Результаты обработки информации двух запусков прибора, проведённых с целью обнаружения зоны нечувствительности, приведены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4

Угол по оси стенда [°]	Измерен-ная угл. скорость [^{0}/час]	Составляю щая дрейфа нулевого сигнала [^{0}/час]	Расчёт-ное прираш. угл. скор. [^{0}/час]	Измер. прираш. угл. скорости [^{0}/час]	Ошибка измерен. угл. скор. [^{0}/час]
55,15	0,161972	0	0	-	-
55,3	0,106	-0,01289	-0,04	-0,04308	0,003082
55	0,148788	-0,02578	0,04	0,012597	0,027403
55,45	0,031181	-0,03867	-0,08	-0,09212	0,012119
54,85	0,161685	-0,05156	0,08	0,051276	0,028724
55,15	0,084628	-0,07734	-	-	-

Таблица 5

Угол по промежу точной оси стенда[°]	Измерен-ная угл. скорость [°/час]	Составляющ ая дрейфа нулевого сигнала [^{0}/час]	Измеренное приращение угл скорости [^{0}/час]	Ошибка измерения угл. скорости [^{0}/час]
55,15	-0,05626	0	-	-
55,3	-0,09013	0,002907	-0,03677	-0,00323
55	-0,04391	0,005814	0,006542	0,033458
55,45	-0,1368	0,008721	-0,08926	0,009256
54,85	0,025514	0,011628	0,070151	0,009849
55,6	-0,13311	0,014535	-0,09138	-0,02862
54,7	0,072464	0,017442	0,111287	0,008713
55,15	-0,03301	0,023256	-	-

По информации приведённых выше таблиц обработки запусков ВТГ эффекта зоны нечувствительности не обнаружено. Ошибка определения угловой скорости не превосходит значения 0,033 ^{0}/час.

3.5 *Результаты обработки информации*

Проведён анализ сигналов широтно-импульсной модуляции (ШИМ) систем управления амплитудой колебаний волны и подавления квадратурных колебаний в зависимости от входной угловой скорости. Методика проведения анализа аналогична методике анализа информации детектора угла. Состав гармонических составляющих сигнала ШИМ системы управления амплитудой отличается от состава сигнала ШИМ системы подавления квадратуры, хотя частоты первых гармоник совпадают с аналогичными частотами информации детектора угла. Если в системе управления амплитудой во всём диапазоне входных угловых скоростей значимыми являются первая и вторая гармоники, то в системе подавления квадратуры состав значимых гармоник меняется в зависимости от скорости. При входной угловой скорости ±0,1°/сек, значимыми являются гармоники на основной, удвоенной, учетверённой и промежуточных частотах. При повышении входной скорости исчезают гармоники на промежуточных частотах, затем свыше ±0,2°/сек – гармоника на учетверённой частоте, а при превышении ±1°/сек и гармоника на удвоенной частоте. СКО полного разложения сигнала ШИМ системы подавления квадратуры при увеличении входной угловой скорости увеличивается с 0,04-0,07 условных единиц до 0,38. Вид исходной информации и соответствующих невязок представлены ниже графиках.

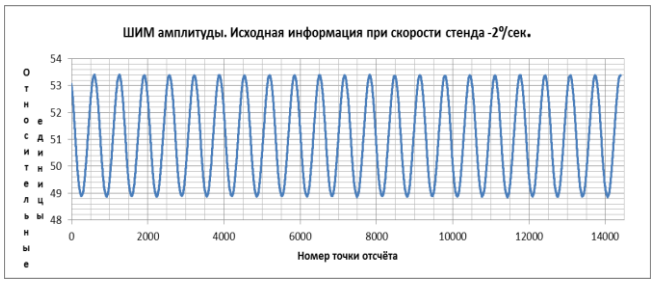


Рис. 4

Рис. 5

Рис. 6

Остаточная невязка сигнала ШИМ системы управления амплитудой близка к белому шуму. Её вид типичен для входной угловой скорости из исследуемого диапазона.

Рис. 7

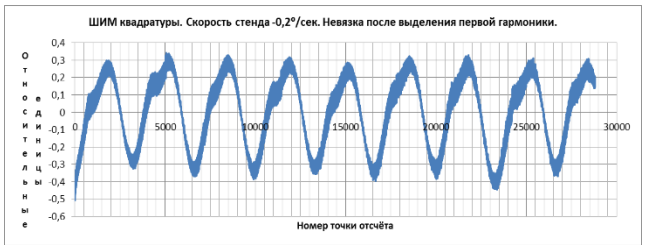


Рис. 8

Рис. 9

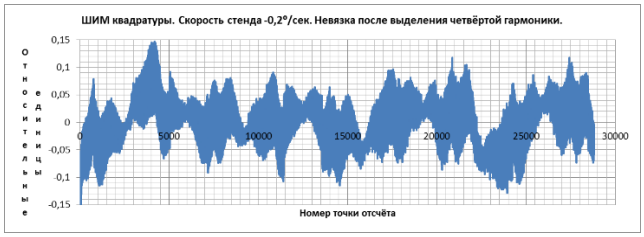


Рис. 10

Даже после выделения гармоники на учетверённой частоте невязка сигнала ШИМ системы подавления квадратуры не имеет вид белого шума.

Рис. 11

Рис. 12

Вид невязки, которая показана на рис.12, говорит о том, что присутствует модуляция сигнала. То есть нарушается соотношение об аддитивности помех, поэтому дальнейшее снижение СКО аппроксимации в рамках применяемой методики невозможно. Эффект модуляции присутствует и при меньших входных скоростях, чем очевидно объясняется далёкий от «белого шума» вид конечной невязки. Зависимость амплитуды первой гармоники обеих систем от входной угловой скорости представлена на рис.13 и рис.14.

Рис.13

Рис. 14

Из графиков видно, что первая гармоника ШИМ системы управления амплитудой имеет явную несимметрию в отрицательном и положительном диапазоне входных угловых скоростей. Увеличение амплитуды при снижении входной скорости, по-видимому, объясняется тем, что произведение частоты гармоники на её амплитуду (аналог амплитуды угловой скорости) стремится к постоянной величине. Имеется корреляция с поведением амплитуды первой гармоники угла поворота волны. Амплитуда первой гармоники ШИМ системы подавления квадратуры снижается при увеличении абсолютной величины входной угловой скорости. Возможное объяснение этому факту – влияние фильтров, ограничивающих полосу пропускания системы. Зависимость СКО аппроксимации обеих систем от входной угловой скорости представлена на рис.15 и 16.

Рис. 15

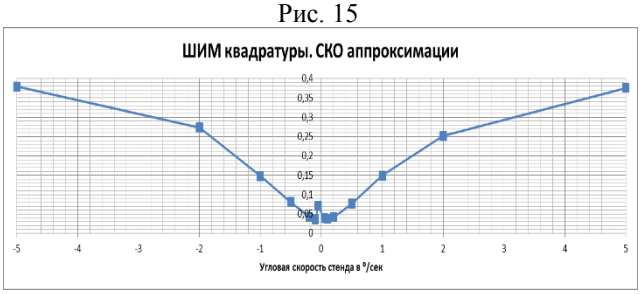


Рис. 16

Из приведённых выше графиков следует, что СКО аппроксимации информации системы управления амплитудой меньше, чем СКО аппроксимации информации системы подавления квадратуры.

С увеличением входной угловой скорости отношение СКО квадратуры к СКО амплитуды достигает 12,3. Из рис.15 следует, что точность аппроксимации информации ШИМ системы управления амплитудой при входной угловой скорости, большей $|0{,}5|^0$/сек, выше при задании положительных воздействий, чем при отрицательных воздействиях (СКО при положительном воздействии меньше, чем при отрицательном).

Выводы и рекомендации по разделу

Основной целью проведённых работ является конкретизация технического облика прибора с целью выбора режима его работы и, в частности, предложения по реализации конструкции в режиме свободной волны и во всём диапазоне входных угловых скоростей.

Эксперименты проводились на макете, разработанном для использования в режиме ДУС с узкой полосой пропускания (менее 1 Гц) и в диапазоне измерения $1{,}5^0$/сек, поэтому окончательные выводы можно будет сделать только после проведения аналогичных работ на гироскопе, удовлетворяющем все технические требованиям конкретного Заказчика.

По результатам проведения экспериментов и анализа полученных данных можно сделать следующие выводы:

1.Зоны нечувствительности, то есть диапазона угловых скоростей, в котором отсутствует пропорциональная связь между входной и выходной информацией, на фоне имеющихся шумов не обнаружено;

2.Амплитуда первой гармоники угла прецессии стоячей волны зависит от величины входной угловой скорости;

3.Амплитуда первой гармоники угловой скорости прецессии стоячей волны аппроксимируется линейной зависимостью от величины входной угловой скорости. Постоянная компонента этой зависимости имеет ясное теоретическое обоснование - влияние разнодобротности резонатора на стабильность скорости прецессии волны.

При этом первоначальное формирование информации о колебаниях рабочей зоны резонатора осуществляется с помощью пачек импульсов амплитудой 15 В, подаваемых на электроды оси *X* и оси *Y* резонатора ВТГ поочередно с последующим усилением. При этом часть периода колебаний резонатора электроды используются для формирования первичной информации, как электроды съема, а вторая часть периода колебаний они используются как электроды управления. Схемы, поясняющие работу модуля управления ВТГ-ДУС космического применения, приведены на рис. 17–19 [10].

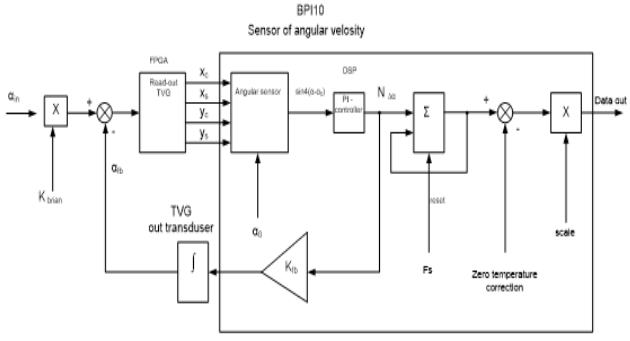


Рис. 1**7.** Функциональная схема прибора ВТГ-ДУС

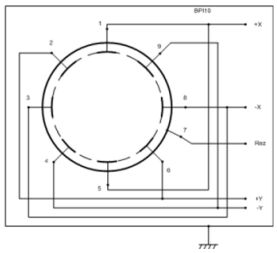


Рис. 18. Схема электродов ВТГ.

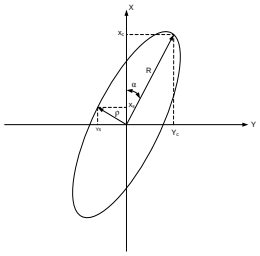


Рис. 19. Выход ВТГ-ДУС.

Выходной сигнал колебаний кромки кварцевого полусферического резонатора (ПСР) наблюдаемый на экране прецизионного цифрового осциллографа представлен на рис.19. Здесь обозначены: R – синфазная (амплитудная) составляющая колебаний резонатора, ρ – квадратурная составляющая колебаний резонатора.

4. ГИРОСКОП АВИАЦИОННОГО ПРИМЕНЕНИЯ

Гироскоп авиационного применения — это классический инерциальный датчик, который является интегрирующим ВТГ - угол поворота волны равен интегралу проекции угловой скорости на его ось чувствительности. Поэтому диапазон измеряемых угловых скоростей интегрирующего гироскопа практически неограничен, что делает прибор особенно удобным для использования в перспективных БИНС.

Для высоко-динамичных объектов реализована принципиально новая конструкция ВТГ-30иг на базе точного инерциального датчика разработки «НПП «Медикон». Гироскоп ВТГ-30иг имеет цифровой выход и многоканальную цифровую «пушпульную» схему управления по алгоритму [3,4], разработанному и реализованному сотрудниками «Лаборатории Механики Систем» (Института Проблем Механики им. А.Ю.Ишлинского РАН). Академиком РАН В.Ф.Журавлевым и проф.С.Е.Переляевым. Цифровая часть электронного модуля управления содержит процессор обработки сигналов, буферы аналого-цифровых преобразователей (АЦП), синтезатор частот, асинхронный микроконтроллер последовательного интерфейса. Цифровой процессор по специальным алгоритмам определяет углы ориентации волны, амплитуду и квадратную составляющую колебаний резонатора и вычисляет необходимые коэффициенты для регуляторов управления механической стоячей волной. Программная реализация алгоритма обработки информационных и формирования управляющих сигналов производится параллельно в процессоре современной быстродействующей программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС/FPGA).

Каждый из каналов сигналов управления содержит ряд цифро-аналоговых преобразователей (ЦАП), на вход которых в цифровом виде поступает информация о весовых коэффициентах управления, и как опорные, сигналы синусов и косинусов и их производные с электродов информационных сигналов, т.е. с выходов аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Алгоритм управления и приема данных от каждого АЦП реализован в ПЛИС/FPGA типа «*Artix-7*» с помощью отдельного «конечного автомата» (*finite state machine*) [4,5]. Результаты преобразования каждого входного АЦП преобразуются «конечным автоматом» в параллельный 16-битный код, сопровождаемый признаком готовности. Данная информация поступает на входы быстродействующего цифрового процессора (ЦП) реального времени. В этом машинном ЦП по синтезированному алгоритму формируются специальные законы прямого цифрового управления, которые в виде напряжений с выходов ЦАП подаются на управляющие электроды гироскопа, расположенные на плате кварцевого узла возбуждения, съема и управления (ВСУ) прибора. Новый цифровой модуль электроники – модуль контроллеров гироскопов (МКГ-1) включает трехпроцессорную структуру обработки выходных аналоговых сигналов трех датчиков (гироскопов). Модуль МКГ-1 реализован на базе современной программируемой системы на кристалле ПЛИС/FPGA типа «*Artix-7*» [4,5] с встроенными контроллерами, последовательным интерфейсом и главным 64-битным цифровым процессором. Программа, реализующая алгоритм обработки информационных и формирования управляющих сигналов каждого из трех каналов, выполняется параллельно в каждом отдельном процессоре. Такая параллельная многопроцессорная структура обеспечивает одновременный опрос всех трех гироскопов. Контроллер последовательной линии связи опрашивает выходные устройства каждого процессора, преобразует информацию в последовательные пакеты и выдает их в стандартную линию связи типа RS-422.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

5.1. Цель и условия испытаний: Выполнены исследования синусоидальных составляющих погрешности смещения нуля образца ВТГ-30 в режиме свободной волны при больших входных угловых скоростях. Испытания проводились на образце ТВГ № Е005 с целью определения состава синусоидальных гармоник в выходном сигнале образца датчика ВТГ и зависимости их амплитуд и фаз от входной угловой скорости. Основные параметры инерциального датчика ТВГ№Е005 при проводимых лабораторных испытаниях:

- режим функционирования – «свободная волна»;
- полоса пропускания максимальная 25 Гц при угловой скорости 400°/с и уменьшалась пропорционально входной угловой скорости;
- входная угловая скорость: ±2, ±5, ±10, ±20, ±50, ±100, ±200, ±400 °/с;
- частота опроса: 5, 5, 10, 25, 25, 25, 50, 50 Гц соответственно входной угловой скорости;
- количество точек опроса в каждом файле 1502, 1502, 1204, 1202, 1798, 956, 1904, 1329 соответственно входной угловой скорости;
- среднеквадратичное значение шума при полосе пропускания 25 Гц и частоте опроса 50 Гц (для максимальной угловой скорости 400 °/с) равно 433 °/ч, погрешность измерения амплитуды гармоник не более 11,9 °/ч (с учетом усреднения по 1329 точкам).

Расчет амплитуд и фаз гармоник проводился по приложению «Curve Fitting» компьютерной программы «Matlab 2020», модель гармоник имеет вид:

$$y = a_1 \cdot \sin(2\pi/180a + b_1) + a_2 \cdot \sin(4\pi/180a + b_2) + a_3 \cdot \sin(8\pi/180a + b_3) \quad (1)$$

где соответственно: a – угол поворота оси колебаний резонатора, [градусов]; a_1, a_2, a_3 – амплитуды гармоник, [°/ч]; b_1, b_2, b_3 – начальные фазы гармоник, [рад].

5.2. Результаты испытаний гироскопа

5.2.1 Спектральный состав гармоник

Типичный вид выходного сигнала (отклонение угловой скорости от среднего значения 400 °/с) показан на рис.1. Спектр выходного сигнала для угловой скорости 400 °/с показан на рис. 2 (в линейном масштабе) и рис.3 (в специальном полулогарифмическом масштабе).

На спектрах гармоники с частотами более 5 Гц создаются поворотно-динамическим стендом. Гармониками тестируемого ВТГ являются три первые:

- a_1 на частоте 0,5859 Гц, период180° по углу поворота оси колебаний резонатора. Гармоника создается в ВТГ под действием постоянного высокого напряжения 200 В;

- a_2 на частоте 1,2205 Гц, период 90°, создается разнодобротностью полусферического резонатора и неравномерностью зазора ВТГ;

- a_3 на частоте 2,441 Гц, период 45°, создается в ВТГ нелинейностью колебаний емкости электродов и погрешностями углов нарезки электродов.

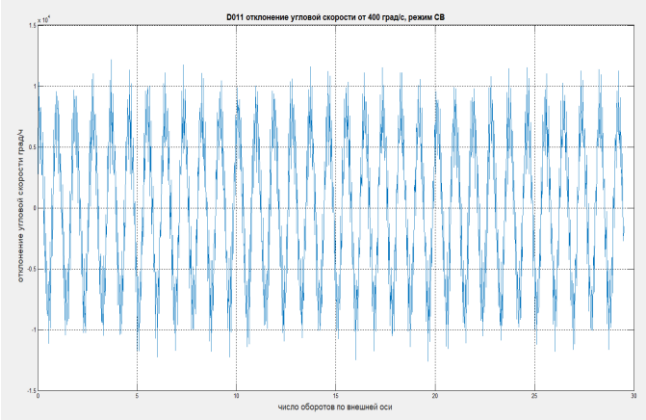


Рис.1

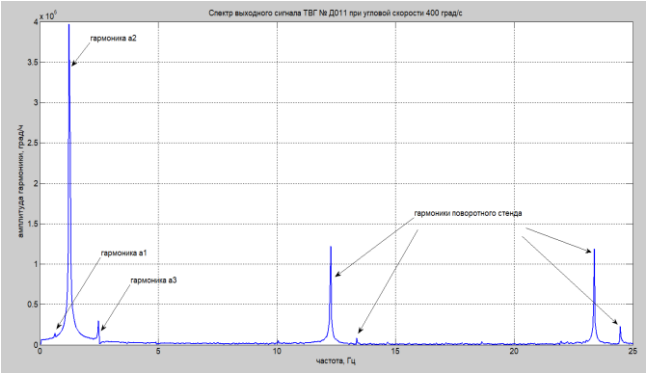


Рис.2

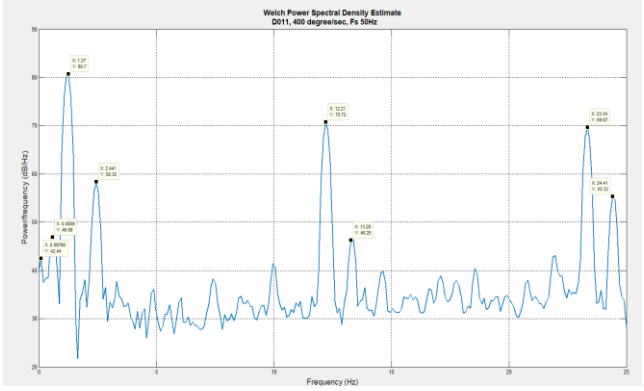


Рис. 3

5.2.2 Зависимость амплитуд гармоник от угловой скорости

Амплитуда первой гармоники a_1 (рис.4) практически не зависит от угловой скорости. Отклонение от среднего значения 151,3°/с не превышает 3 °/с и находится в пределах погрешности измерения.

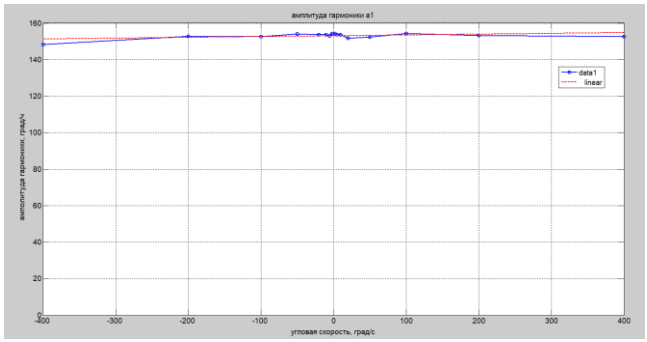


Рис. 4

Амплитуда второй гармоники a_2 (рис.5, рис.6) линейно зависит от входной угловой скорости.

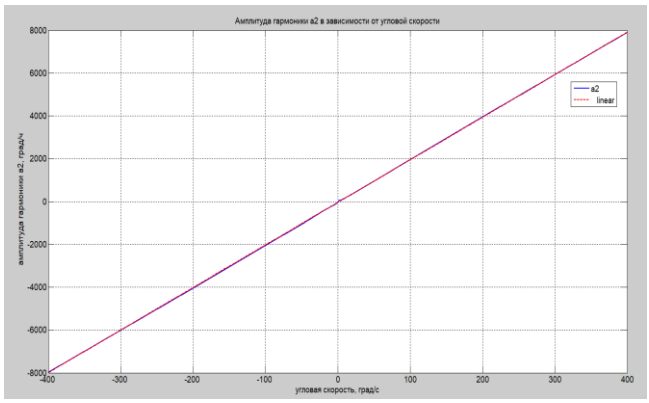


Рис.5

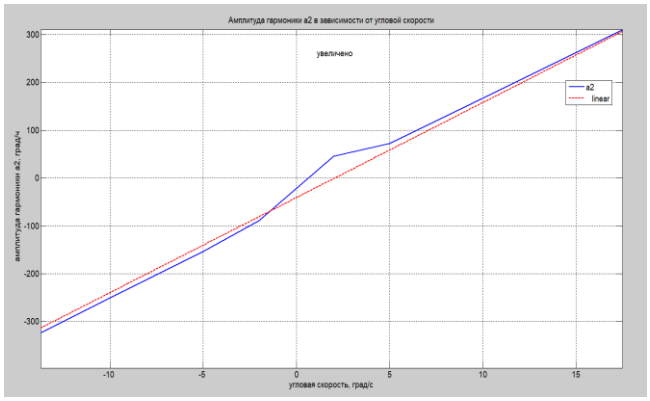


Рис.6

Линейность нарушается только в области малых угловых скоростей ω < 5°/с. При остальных скоростях отклонение от линейной зависимости не более 20 °/ч.

Амплитуда третьей гармоники a_3 (рис.5, рис.6) так же линейно зависит от угловой скорости.

Отклонение от линейности происходит в области малых угловых скоростей ω < 5°/с и в крайних точках диапазона (до 10 °/ч). При остальных угловых скоростях отклонение от линейной зависимости не более 4 °/ч.

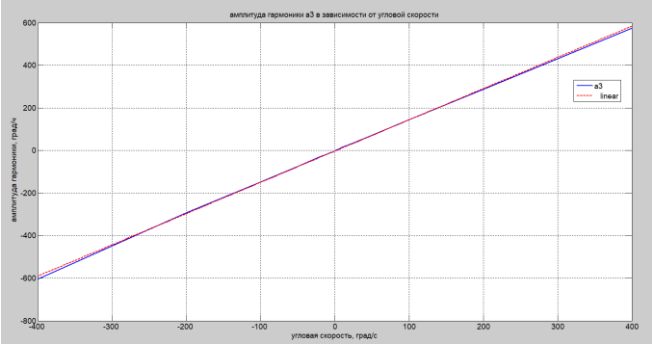


Рис. 7

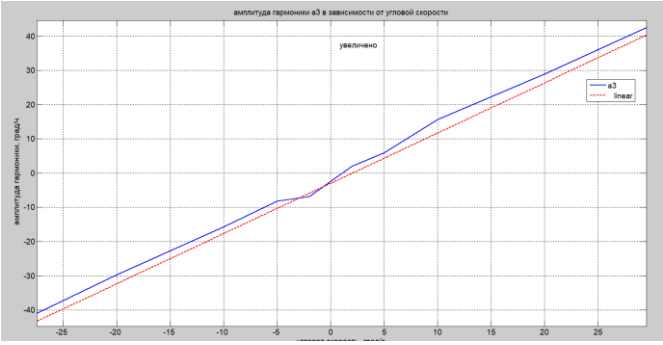


Рис. 8

5.2.3 Зависимость начальных фаз гармоник от угловой скорости

Зависимость начальных фаз гармоник от входной угловой скорости показана на рис.9, рис.10, рис.11.

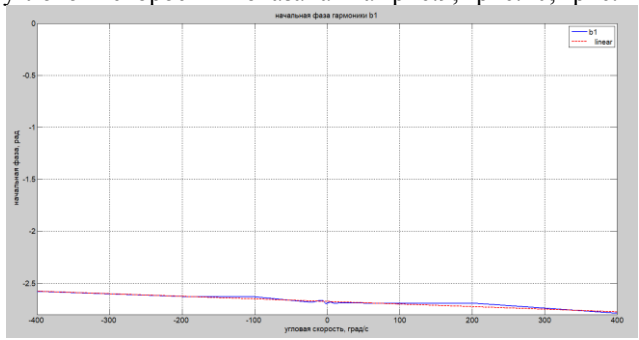


Рис. 9

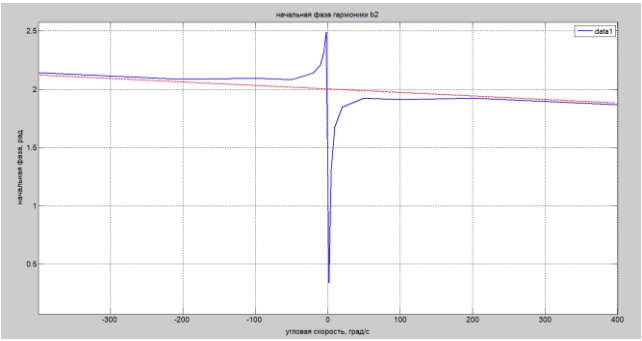


Рис. 10

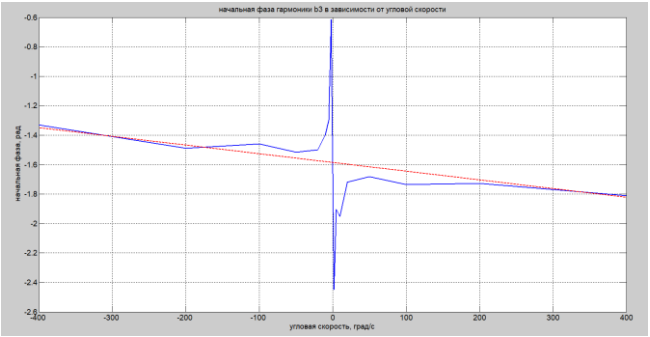


Рис. 11

Графики на всех трех приведенных выше рис.9,10,11 показывают наличие некоторого постоянного значения и небольшой линейной зависимости от входной угловой скорости. Начальные фазы второй b_2 и b_3 третьей гармоник сильно отклоняются от линейности в области малых угловых скоростей ω<20°/с.

5.3 Анализ полученных данных гироскопа

5.3.1 Амплитуды первых гармоник

Амплитуда первой гармоники a_1 с периодом 180° не зависит от входной угловой скорости в пределах точности измерений. Гармоника представляет собой погрешность смещения нуля из-за влияния высокого напряжения 200В на кварцевом резонаторе ВТГ и должна быть откорректирована обычными методами при процедуре регулировки гироскопа. Какой-либо дополнительной коррекции этой гармоники не требуется. Вторая и третья гармоники a_2 и a_3 при больших угловых скоростях (ω> 5°/с) линейно зависят от угловой скорости. Нарушение линейности при малых угловых скоростях объясняется тем, что сигналы с периодами 90° и 45° содержат по две составляющих:

- зависящие от входной угловой скорости, возникающие от действия неравномерности зазора, погрешности углов нарезки электродов и нелинейности колебания емкостей самих электродов;
- не зависящие от входной угловой скорости, возникающие от действия разнодобротности и разночастотности полусферического резонатора ВТГ.

После того, как амплитуды второй a_2 или третьей a_3 гармоник уменьшатся до уровня составляющих, не зависящих от угловой скорости, они перестают зависеть от входной угловой скорости, что и нарушает линейность. Составляющие гармоник a_2 и a_3 , не зависящие от угловой скорости, должны быть откорректированы обычными методами при технологической регулировке прибора.

Для коррекции составляющих, зависящих от угловой скорости, система коррекции должна вырабатывать специальный сигнал коррекции следующего вида:

$$\omega_{\text{кор}} = \omega K_{a2} \sin(2a + b_2) + \omega K_{a3} \sin(2a + b_3) \quad (2)$$

где: ω – угловая скорость, [°/ч]; a – угол поворота оси колебаний резонатора, [рад]; b_2, b_3 – начальные фазы, [рад]; K_{a2}, K_{a3} – коэффициенты коррекции.

Для измерения коэффициентов K_{a2}, K_{a3} достаточно измерить амплитуду гармоник a_2 и a_3 только на двух скоростях, например минус 200 °/с и плюс 200 °/с.

5.3.2 Начальные фазы гармоник

Начальные фазы содержат некоторое постоянное значение и небольшую добавку, линейно зависящую от угловой скорости:

$$b_2 = b_{02} + \omega K_{b2}\,; \; b_3 = b_{03} + \omega K_{b3} \quad (3)$$

где: b_{02} , b_{03} – постоянные значения; ω – угловая скорость; K_{b2}, K_{b3} – коэффициенты коррекции.

Начальная фаза гармоники a_1 линейна во всем диапазоне угловых скоростей. Эта гармоника корректируется в процессе регулирования прибора, поэтому ее не рассматриваем.

Линейность начальных фаз b_2 , b_3 нарушается в области малых угловых скоростей по тем же причинам, что и для соответствующих амплитуд этих гармоник.

При коррекции погрешности смещения нуля обычными методами при регулировании нелинейность начальных фаз при малых угловых скоростях устраняется.

Для измерения коэффициентов K_{b2}, K_{b3} достаточно измерить фазы двух гармоник a_2 и a_3 только на двух скоростях, например минус 200 °/с и плюс 200 °/с.

6. ВЫВОДЫ

1. В спектре выходного сигнала ВТГ при его вращении дополнительно появляются две гармонические составляющие с периодами 90° и 45° по углу поворота оси колебаний резонатора. Амплитуда этих гармоник пропорциональна входной угловой скорости.
2. Для коррекции этих гармоник необходимо вырабатывать соответствующие корректирующие сигналы по приведенным формулам (2), (3).
3. Для измерения коэффициентов коррекции достаточно измерить амплитуды и фазы гармоник при угловых скоростях минус 200°/с и плюс 200°/с. Измерения следует проводить для образца ВТГ, прошедшего полный цикл регулирования прибора.
4. В настоящем исследовании приведены данные измерений и формулы сигналов коррекции для нормальных климатических условий (НКУ).

7.ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИРОСКОПА

Демонстрационный образец инерциального датчика ВТГ-30иг новой конструкции тестировался на прецизионном трехосном динамическом стенде “ACUTRONIC” (Швейцария). Совместно с заказчиком выполнены многочисленные эксперименты, которые подтвердили основные характеристики высокоточного ВТГ-30иг нового поколения и позволили получить динамический диапазон измерения прибора ±1500 град/с при сохранении требований навигационного класса точности (СКО≤0.015 град/ч) функционирования гироскопа. Контрольные запуски ВТГ-30иг также были выполнены на двухосном наклонно-поворотном динамическом стенде типа “ACTIDYN” (Франция) и подтвердили, что интегрирующий гироскоп эффективно функционирует в режиме свободной волны, имеет практически неограниченный диапазон измерения максимальной угловой скорости и углового ускорения, при этом прибор соответствует требованиям навигационного класса точности (СКО≤0.015 град/ч) [6,10]. Результаты лабораторных испытаний нового инерциального датчика ВТГ-30иг на стенде НПП «Медикон» при комнатной температуре окружающего воздуха подтвердили высокую стабильность смещения нуля гироскопа в запуске и от запуска к запуску [11,12]. Стандартное среднее квадратичное отклонение (СКО) в запуске прибора ТВГ-№Д013 не превысило значение *СКО=0,005град/ч*, а случайный уход по углу (ARW) составил менее *0,003*$\text{град}/\sqrt{\text{ч}}$. В результате разработки и опытной реализации новой полностью цифровой функциональной схемы модуля управления ВТГ-30иг для высоко-динамичных объектов и увеличения частоты опроса *f*=1000 Гц, уменьшен угловой шум до величин:

$$\sigma_{\text{а}} = 0{,}11'' \text{ и } \varepsilon_{\text{а}} = 0{,}009''/\sqrt{\text{Гц}}\,.$$

Для существенного повышения точностных характеристик нового гироскопа разработан способ автокалибровки прибора. Применение процедуры автокалибровки промышленного инерциального датчика при его динамических и тепловых испытаниях, позволяет говорить об исключительно положительных результатах нового способа компенсации инструментальных и технологических погрешностей. Для минимизации времени запуска и сокращения точностной готовности инерциального датчика ВТГ-30иг реализован алгоритм ускоренного запуска кварцевого резонатора прибора на паспортную резонансную частоту. Одновременно синтезирован алгоритм минимизации точностной готовности гироскопа, который значительно снизил время выхода амплитуды стоячей волны кромки резонатора на заданное рабочее значение и обеспечил ускоренное подавление ее квадратурной составляющей [13]. Все это позволило реально минимизировать время разгона ВТГ-30иг до требуемой величины, не превышающей Т=3с. Диапазон измеряемых при данных тестовых испытаниях прибора максимальных угловых скоростей (±400град/с) достигнут при заданных разработчиком гражданских областей применений и ограниченных возможностях функциональной системы управления ВТГ-30иг и программируемой системы на кристалле макетного образца широкого промышленного применения, а не потенциальными возможностями измерений самого нового интегрирующего гироскопа [14]. Малое время готовности, за которое гироскоп достигает заданной точности функционирования, показывает способность прибора обеспечивать измерение угловой скорости вращения Земли и заданную точность автономной ориентации и навигации БИНС-ВТГ в течение длительного (более 1ч) времени без коррекции от глобальных спутниковых систем [15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Высоконадежный миниатюрный интегрирующий гироскоп ВТГ-30иг с цифровым выходом и полностью цифровым управлением является высокоточным прибором автономной ориентации, разработанным российскими специалистами на основе опытного образца инерциального датчика типа ТВГ№Д013 новой конструкции [13]. В датчике реализован принципиально новый способ крепления ножки «беззубцового» полусферического кварцевого резонатора диаметром 30мм. Применен новый модуль функциональной обслуживающей электроники (многоканальной системы прямого цифрового управления, съема и обработки сигналов). Такой прибор способен весьма успешно конкурировать с современными волоконно-оптическими (ВОГ) и кольцевыми лазерными гироскопами (КЛГ) по цене, точности, потребляемой энергии, превосходя последние по показателю надежности функционирования в самых различных климатических условиях и весьма жестких внешних воздействиях и возмущениях.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Журавлев В.Ф. Принципиальные вопросы теории новых гироскопических датчиков семейства «обобщенный маятник Фуко». Проблемы механики: Сб. статей. К 90-летию со дня рождения А.Ю.Ишлинского / Под ред.Д.М.Климова. – М.:Физмазлит, 2003.-832с.

[2] Журавлёв В.Ф. О дрейфе волнового твердотельного гироскопа на вращающемся основании при управлении квадратурой в режимах быстрого и медленного времени. // Механика твердого тела. РАН. № 3. 2003. С.13-18.

[3] Климов Д.М., Журавлёв В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017. 194 с.

[4] Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Волновой твердотельный гироскоп – инерциальный датчик нового поколения // Материалы XXIV Санкт-Петербургской межд. конференции по интегрированным навигационным системам.

/Гл.редактор В.Г.Пешехонов СПб.:ОАО«Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 287–290.

[5] Журавлев В.Ф., Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Миниатюрный волновой твердотельный гироскоп нового поколения для бескарданных инерциальных навигационных систем беспилотных летательных аппаратов. // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. - С. 250-254.

[6] Переляев С.Е., Журавлев В.Ф., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Принципиальные вопросы теории новых гироскопических датчиков семейства «обобщенный маятник Фуко» и прикладные аспекты ее реализации в инженерной практике современной гироскопии. // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С.262-272.

[7] Журавлёв В.Ф. О формировании обратных связей в пространственном осцилляторе Вае-дер-Поля. // Прикладная математика и механика. Т.84. № 2. 2020. С. 151–157.

[8] Bryan G. H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell // Proc. Camb. Phil. Soc., Vol VII, Nov. 24, pp. 101–111, 1890.

[9] Бодунов Б.П., Lynch D.D, Voros A. Недорогой полусферический резонатор для малогабаритных ВТГ навигационных систем гражданского назначения // Материалы II Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам, 1995.- С. 89-92.

[10] Бодунов Б.П. Разработка волнового твердотельного гироскопа для низкодинамичных и высокодинамичных объектов. Доклад на XIII Всероссийском совещании по проблемам управления (ВСПУ-2019), Материалы XIII Всероссийского совещания по проблемам управления. Россия, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 17-20 июня 2019 г., С.1336-1341.

[11] Пешехонов В.Г. Перспективы гироскопии. Доклад на секции «Состояние и перспективы развития современных систем навигации». Материалы XIII Всероссийского совещания по проблемам управления. Россия, Москва, Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 17-20 июня 2019 г.

[12] Бодунов Б.П., Бодунов С.Б., Котельников С.В. Патент №2362121 Российская Федерация, МПК G-01C 19/56. Малогабаритный твердо-тельный волновой гироскоп. - №2007125894A; опубл. 27.07.2009.

[13] Бодунов Б.П., Бодунов С.Б., Владимиров В.А., Игонин А.Н., Костенок Н.А. Твердотельный волновой гироскоп двухрежимной работы космического применения // Материалы XX Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013.- С. 173-178.

[14] Переляев С.Е., Журавлев В.Ф., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б.Теория двумерного осциллятора Ван-дер-Поля. Технические приложения в новых волновых твердотельных гироскопах. // Материалы XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», Санкт-Петербург, 2021. С. 307-311.

[15] Волновой твердотельный гироскоп авыационно-космического применения навигационного класса точности. // XXIX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 185-188.

Диссипация энергии колебаний в клеевых соединениях механических резонаторов волновых твердотельных гироскопов

Б. Лунин

МГУ им. М.В. Ломоносова
Москва, Россия
luninboris@yandex.ru

М. Басараб

МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
basarab@bmstu.ru

***Аннотация* — Рассмотрены диссипативные процессы, протекающие в типовых клеевых соединениях ВТГ: склейке резонатора с основанием и в клеевых соединениях пьезоэлементов с поверхностью механических резонаторов. Часть энергии колебаний резонатора рассеивается за счет объемного и термоупругого внутреннего трения в клеевых слоях, что ухудшает характеристики приборов. Проанализировано влияние конфигурации клеевых соединений и свойств его материала на рассеяние энергии колебаний.**

Ключевые слова— клей, диссипация, внутреннее трение

I. Введение

Волновые твердотельные гироскопы (ВТГ) – большой класс современных навигационных приборов, применяемых в различных областях техники. Однако существует ряд технических проблем, которые ограничивают широкое использование ВТГ. Наиболее важная из них – высокие требования к осевой симметрии и добротности механического резонатора. Отклонение формы резонатора от осесимметричной приводит к появлению массового дефекта, который формирует силы и моменты, действующие на центр масс резонатора при колебаниях, и ухудшающие характеристики ВТГ [1-5]. Для механического резонатора, работающего на нижней изгибной моде колебаний, 1-я и 3-я формы массового дефекта вызывают поперечные (относительно оси симметрии) силы, а 2-я форма – продольную силу. Кроме того, неоднородное распределение массы по высоте резонатора формирует моменты сил. Это приводит к поперечным и продольным колебаниям ножки резонатора и к рассеянию части энергии колебаний в клеевом слое, соединяющем ножку резонатора с основанием. Если диссипация в этом соединении зависит от направления и величины вектора колебаний центра масс, то и добротность резонатора будет зависеть от ориентации волновой картины, при этом появится систематический дрейф стоячей волны со скоростью [6]

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega \sin 4(\theta - \varphi_0)}{8}(\xi_1 - \xi_2), \qquad (1)$$

где θ – текущее угловое положение волновой картины; ξ_1 и ξ_2 – максимальное и минимальное внутреннее трение в закрепленном резонаторе; φ_0 – угол ориентации диссипативного дефекта; ω – круговая частота колебаний резонатора.

Величины ξ_1 и ξ_2 определяются как характеристиками самого резонатора, так и конфигурацией соединения *резонатор–основание*, а также внутренним трением в отвержденном клее.

В недорогих ВТГ с металлическими резонаторами для измерения параметров колебаний и их возбуждения обычно используют пьезоэлектрические датчики и актюаторы, приклееенные к поверхности резонатора [7]. Каждый из таких пьезоэлементов вносит дополнительные потери энергии, которые складываются из потерь в самой пьезокерамике и потерь в соединительном клеевом слое. Учитывая, что потери энергии, вносимые восемью приклеенными пьезоэлементами, составляют до 50% общих потерь энергии в резонаторе, влияние диссипации в клеевых соединениях *пьезоэлемент–резонатор* на точностные характеристики ВТГ оказывается высоким. Амплитуда скорости систематического дрейфа волновой картины (1), связанная с диссипативными процессами в клеевых соединениях ВТГ, может достигать нескольких десятков градусов в час, а ее стабильность зависит от постоянства внутреннего трения в этих соединениях. По существу, именно массовый дисбаланс резонатора и рассеяние энергии колебаний в клеевых соединениях являются основной причиной ошибок ВТГ.

Цель настоящей работы состоит в рассмотрении основных факторов, влияющих на диссипативные характеристики клеевых соединений *резонатор–основание* и *пьезоэлемент–резонатор,* которые являются типичными в большинстве описанных в литературе конструкций ВТГ.

II. Диссипация энергии колебаний в месте крепления резонатора ВТГ

На рис.1 показано типовое соединение полусферического резонатора ВТГ с основанием. Геометрические отклонения оболочки резонатора радиуса R могут быть произвольно распределены по поверхности полусферы. Для выбранного сечения оболочки толщина стенки h описывается рядом Фурье

$$h(\varphi) = h_0 + \sum_{k=1}^{\infty} h_k \cos k(\varphi - \varphi_k). \qquad (2)$$

Неодинаковая толщина стенки резонатора приводит к неравномерному распределению массы (на единицу азимутального угла φ)

$$m(\varphi) = m_0 + \sum_{k=1}^{\infty} m_k \cos k(\varphi - \varphi_k), \qquad (3)$$

где $m_k=\rho R^2 h_k$, и ρ – плотность материала резонатора.

Для простоты на рис.1 показан только дефект 1-й формы величиной m_1, расположенный на небольшом удалении от кромки, определяемым углом α. При колебаниях резонатора этот массовый дефект вызывает поперечную силу F, момент силы, связанный с креплением резонатора вне центра масс $M_{11} \approx F \cdot L$, и момент силы, связанный с вертикальным движением кромки оболочки $M_{12} = F \cdot R$. Приложение этих сил и моментов сил к клеевому слою вызывает его деформацию и рассеяние энергии, то есть уменьшает добротность механического резонатора. Движение резонатора вдоль оси X под действием силы F описывается уравнением

$$\ddot{x} + \xi_a \omega \dot{x} + \frac{SY}{d_a M} x = \frac{F}{M} \cos \omega t, \qquad (4)$$

где M – масса резонатора; ξ_a – объемное внутреннее трение в клеевом слое; d_a – толщина клеевого слоя; S – деформируемая площадь клеевого слоя; Y – модуль упругости отвержденного клея.

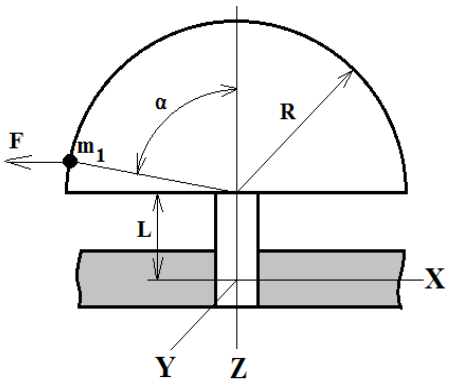


Рис.1. Типовое соединение резонатор–основание в ВТГ

В стационарном режиме амплитуда колебаний ножки

$$x_0 = \frac{F}{M\sqrt{\left(\frac{SY}{d_a M} - \omega^2\right)^2 + \xi_a^2 \omega^4}}. \qquad (5)$$

В подавляющем большинстве случаев справедливо неравенство $\xi_a^2 \omega^4 << \left(\frac{SY}{d_a M} - \omega^2\right)$, поэтому $x_0 \approx \frac{F d_a}{2SY}$.

Энергия деформации клеевого слоя

$$W_a = \frac{F^2 d_a}{2SY}. \qquad (6)$$

Часть энергии деформации клеевого слоя (ΔW) необратимо рассеивается в нем, она зависит от объемного внутреннего трения в отвержденном клее

$$\Delta W = 2\pi \xi_a W_a. \qquad (7)$$

Вносимое в резонатор дополнительное внутреннее трение

$$\xi = \frac{\xi_a W_a}{W}, \qquad (8)$$

где W–энергия колебаний резонатора.

Для полусферического резонатора по формуле Релея [6]

$$W = \frac{1{,}52961 \pi R^2 h_0 \rho a^2 \omega^2}{8}, \qquad (9)$$

где a – амплитуда колебаний резонатора.

Полагая для 1-й формы массового дефекта $\alpha = \pi/2$ и $F=m_1 a\omega^2$, получаем

$$\xi = \frac{4\xi_a d_a m_1^2 \omega^2}{1{,}52961 SY \pi R^2 h_0 \rho}. \qquad (10)$$

Эти потери входят в виде дополнительного слагаемого в общее внутреннее трение в резонаторе. Если резонатор сбалансирован, то есть $m_1 = 0$, то, согласно (10), ξ=0. В несбалансированном резонаторе в том случае, если величина силы, деформирующей клеевой слой, не зависит от ориентации стоячей волны (это имеет место при наличии только 1-й или только 3-й форм массового дефекта), ξ=const. Тогда внутреннее трение вдоль собственных диссипативных осей резонатора ξ_1 и ξ_2 увеличится на одну и ту же величину ξ. Добротность резонатора уменьшится, но разность (ξ_1 - ξ_2), входящая в виде сомножителя в (1), останется той же, то есть скорость систематического дрейфа стоячей волны не изменится. Наличие 2-й формы массового дефекта, а также одновременное присутствие его 1-й и 3-й форм, приводят к зависимости силы F от азимутальной ориентации стоячей волны, при этом и величина ξ является функцией азимутального угла φ, вызывая изменение разности (ξ_1 - ξ_2), и скорости систематического дрейфа.

Рассмотрим влияние неоднородностей клеевого слоя на диссипацию энергии колебаний. Пусть отверстие в основании диаметром D и сама ножка резонатора идеально круглые, но ножка закреплена несимметрично, то есть толщина клеевого слоя с противоположных сторон ножки разная, с одной стороны ($d_a + \delta$), а с другой ($d_f - \delta$). При действии на резонаторную ножку переменной силы F соединительный слой с обеих сторон будет деформирован на одну и ту же величину Δd, но характер деформации будет разным: с одной стороны слой будет сжиматься, а с другой – растягиваться. При этом силы упругости, возникающие с противоположных сторон ножки из-за разной толщины соединительного слоя будут неодинаковы, разными будут и энергии деформации клеевого слоя с противоположных сторон ножки. Полная энергия деформации клеевого слоя при этом равна

$$W_a = \frac{\Delta d}{d_a} SY \left(1 - \frac{\delta^2}{d_a^2}\right)^{-1}. \qquad (11)$$

Последний сомножитель в (11) учитывает несимметрию заклейки. При соотношении δ / d_a=0.1 возникнет неоднородность потерь в закреплении, равная примерно 1 %, что приведет к соответствующему изменению амплитуды скорости систематического дрейфа (1). Пусть теперь, ножка резонатора идеально

круглая, вклеена в основание симметрично, но само отверстие в основании имеет овальность, из-за чего зазор изменяется от d_a (вдоль оси X) до ($d_a+\delta$) вдоль оси Y. При одинаковой силе F, создаваемой массовым дефектом резонатора, энергии деформации клеевого слоя вдоль направлений X и Y будут различны

$$\frac{\Delta W_y}{\Delta Wx} = \frac{d_a + \delta}{d_a}. \qquad (12)$$

Так, если зазор вдоль оси Y превышает зазор вдоль оси X на 10 %, то и рассеиваемая энергия в направлении Y на 10 % больше по сравнению с потерями в направлении X. Приведенный пример показывает, что овальность отверстия оказывает гораздо большее влияние на систематический дрейф ВТГ, чем несимметрия закрепления ножки резонатора.

При склейке резонатора с основанием возможно образование воздушных пузырей в слое. Они также влияют на рассеяние энергии в соединении, так как изменяют площадь деформации материала слоя S. Если в клеевом слое есть воздушный пузырь площадью s, то согласно (6), энергия деформации клеевого слоя увеличивается в $S/(S-s)$ раз, приводя к изменению скорости систематического дрейфа.

В формулах (4), (5), (7), (8) фигурирует величина объемного внутреннего трения в отвержденном клее ξ_a, характеризующая ту часть энергии деформации соединительного слоя, которая необратимо переходит в тепло при периодической деформации материала. Это внутреннее трение определяется структурой отвержденного клея, разного рода дефектами и т. п. Теоретические представления о природе внутреннего трения в твердых телах позволяют понять неупругое поведение отвержденного клея, однако теоретический расчет ξ_a крайне затруднителен. Поэтому при определении потерь в клеевом слое следует использовать экспериментальные данные, получаемые методом динамического термомеханического анализа в достаточно широком диапазоне температур, в ходе которых определяют температурные зависимости модуля упругости, внутреннего трения и коэффициента расширения отвержденного клея (примеры таких измерений см. например, в [8]).

III. Диссипация энергии колебаний в склейке пьезоэлемент-резонатор

Рассмотрим диссипацию энергии колебаний резонатора в склейке *пьезоэлемент-резонатор*. При этом слой отвержденного клея между пьезоэлементом и резонатором деформируется вместе с изгибом поверхности и часть энергии деформации клеевого слоя необратимо рассеивается. При изгибной деформации тонкого слоя отвержденного клея, помимо объемного внутреннего трения в структуре клея, имеют место термоупругие потери. Общее внутреннее трение в таком слое представляет собой сумму двух величин: объемного (ξ_a) и термоупругого (ξ_{TE}) внутреннего трения. Механизм термоупругих потерь описан Зинером [9]. При изгибных колебаниях тонкой пластины деформация отдельных участков ее поверхностного слоя имеет разные знаки: на выпуклой стороне пластины материал расширяется, а на вогнутой сжимается и наоборот. Если термический коэффициент линейного расширения материала отличен от нуля, то при деформации будет локально изменяться температура материала, причем это изменение в зависимости от знака деформации может быть как положительным, так и отрицательным. Таким образом при изгибных колебаниях тонкой пластины, изменения локальных температур на ее выпуклой и вогнутой сторонах в каждый момент времени имеют противоположные знаки, из-за чего между этими сторонами возникает тепловой поток, выравнивающий эти температуры и преобразующий энергию механических колебаний в тепло. Оценку термоупругих потерь в тонком слое отвержденного клея можно сделать по формуле [9]

$$\xi_{TE} = \frac{\alpha^2 YT}{\rho C_p} \cdot \frac{\omega\gamma}{1+\omega^2\gamma^2}, \text{ где } \gamma = \frac{\rho C_p d_a^2}{\pi^2 \kappa}, \qquad (13)$$

где α - тепловой коэффициент линейного расширения отвержденного клея; C_p – удельная теплоемкость; γ - характерное время теплопередачи сквозь клеевой слой; κ - удельная теплопроводность; T – температура.

Термоупругие потери могут быть достаточно большими для материалов с большими коэффициентами теплового расширения, при этом их максимум имеет место при толщине, соответствующей условию $\omega\gamma=1$.

Энергию деформации клеевого слоя W_a между пьезоэлементом и резонатором можно рассчитать по следующей формуле, учитывающей размеры слоя и модуль упругости материала [10]

$$W_a = \frac{bx_0^2}{3L^3} nYd_a^3, \qquad (14)$$

где n – постоянный коэффициент; b и L – ширина и длина клеевого слоя; x_0 – амплитуда деформации.

Дополнительное внутреннее трение ξ, вносимое в механический резонатор слоем клея, соединяющем пьезоэлемент с поверхностью, можно найти по формуле

$$\xi = \left[\frac{bx_0^2 n}{3L^3 W}\right] \cdot \left[Yd_a^3\left(\xi_a + \xi_{TE}\right)\right], \qquad (15)$$

где W – полная энергия колебаний резонатора.

Пусть W=const. Так как в (15) первый сомножитель не зависит от свойств клея и его толщины, то вносимые клеевым слоем потери пропорциональны $Yd_a^3(\xi_a+\xi_{TE})$. На рис.2 приведены результаты расчета этих потерь в слое клея К-400 и, для сравнения, в слое припоя ПОС в относительных единицах. Нормирование проводилось на величину потерь, рассчитанных для отвержденного эпоксидного клея с толщиной слоя 5 мкм для комнатной температуры, при этом величина объемных потерь в клее принята равной ξ_a=0.05, а в припое ξ_a=0.005.

Из графика видно, что энергия, рассеянная в слое припоя и клея отличается по величине на порядок. Это связано с тем, что модуль упругости припоя значительно превышает модуль упругости отвержденного эпоксидного клея. При одинаковой амплитуде деформации соединительного слоя, энергия, затраченная на деформацию припоя, оказывается

гораздо больше, и поэтому величина рассеянной в припое энергии значительно выше, чем в клеевом слое. Это показывает, что использование клеев для установки пьезоэлементов на поверхность механических резонаторов предпочтительно. С другой стороны, не всегда возможно создать тонкий клеевой слой из-за наличия в клее частиц наполнителя относительно большого размера, тогда как минимальная толщина слоя припоя вполне может составлять единицы микрон. В этом случае применение пайки для крепления пьезоэлементов оправдано.

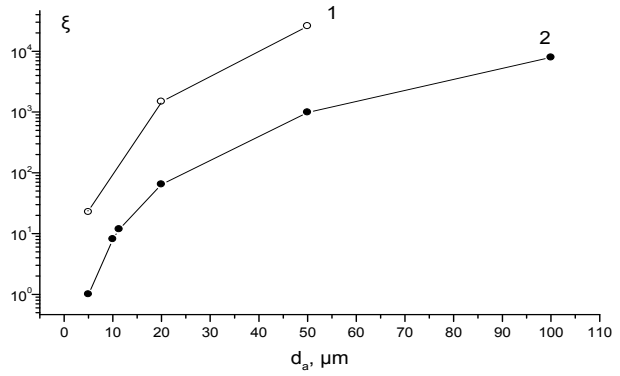


Рис.2. Потери (отн. ед.), вносимые в резонатор слоем отвержденного эпоксидного клея и припоя: *1* – припой; *2* – клей

IV. Заключение

Массовый дисбаланс резонатора приводит к вибрации его ножки и рассеянию энергии в клеевом слое, соединяющим резонатор с основанием. Вносимые потери пропорциональны толщине клеевого слоя и обратно пропорциональны диаметру ножки и толщине основания ВТГ. Несимметричное закрепление ножки в отверстии основания, овальность отверстия или ножки, наличие пузырей в клеевом слое влекут азимутальную зависимость потерь и создают дополнительный систематический дрейф ВТГ. Объемное внутреннее трение в отвержденном клее является сложной функцией температуры, поэтому связанный с этими потерями систематический дрейф стоячей волны в ВТГ также будет температурозависимым.

Приклейка пьезоэлементов на поверхность механических резонаторов также вносит в резонатор дополнительное внутреннее трение, которое вызвано диссипацией как в пьезокерамике, так и в клеевом слое. Оно обусловлено как объемным, так и термоупругим внутренним трением, и при одинаковой толщине слой клея вносит гораздо меньшее внутреннее трение, чем слой припоя. Применение пайки для крепления пьезоэлементов с точки зрения вносимых в резонатор потерь оправдано лишь при малых толщинах слоя (несколько мкм).

Литература

[1] Ю.К. Жбанов, Н.В. Каленова «Поверхностный дебаланс волнового твердотельного гироскопа», Изв. РАН. Механика твердого тела, 2001, №3, с. 11-18.

[2] Ю.К. Жбанов, В.Ф. Журавлев «О балансировке волнового твердотельного гироскопа», Изв. РАН. Механика твердого тела, 1998, №4, с. 4-16.

[3] М.А. Басараб, В.А. Матвеев, Б.С. Лунин, С.В. Фетисов «Влияние неоднородности толщины оболочки волнового твердотельного гироскопа на параметры дебаланса», Гироскопия и навигация, 2016, №4, с. 14-24.

[4] Н.Г. Шарма, Т. Сундарараджан, Г.С. Сингх «Влияние геометрических дефектов на процессы диссипации энергии колебаний и характеристики резонатора твердотельного волнового гироскопа с высокой добротностью», Гироскопия и навигация. 2020, т.28, №3, с. 18-31.

[5] D.D. Gerrard, E.J Ng, C.H. Ahn, V.A. Hong, T.W. Kenny “Modeling the effect of anchor geometry on the quality factor of bulk mode resonators”, 2015 Transducers - 2015 18th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS), Anchorage, AK, USA, 2015, pp. 1997-2000.

[6] N.E. Egarmin, V.E. Yurin “Introduction to theory of vibratory gyroscopes”, Moscow, Binom, 1993, 112 p.

[7] В.Я. Распопов, В.В. Лихошерст «Волновые твердотельные гироскопы с металлическим резонатором», Гироскопия и навигация, 2023, т.31, №1, с.26-44.

[8] L. Qiao, A.J. Eastel, C.J. Bolt, P.K. Coveny, R.A. Franich “Thermomechanical analysis and performance test of some EPI wood adhesives”, Pigment and Resin Technology, 2000, v.29, No.4, pp.229-237.

[9] C. Zener “Internal Friction in Solids. II. General Theory of Thermoelastic Internal Friction” Phys. Rev. 1938, V.53, No.1, pp.90-99.

[10] В.И. Феодосьев «Сопротивление материалов», т.2., МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999, 592 с.

Разработка методики анализа амортизации блока твердотельных волновых гироскопов

Д.И. Мартыненко
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
DMartynenko@inertech.ru

С.В. Фетисов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
SFetisov@inertech.ru

А.С. Малюгин
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
AMalyugin@inertech.ru

Л.Е. Кочегизова
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
LKochegizova@inertech.ru

***Аннотация*—В статье описывается подход к оценке характеристик системы амортизации блока твердотельных волновых гироскопов. Рассматриваемая методика позволяет определить механические характеристики резинометаллических амортизаторов с использованием стендового оборудования и программного обеспечения. На основе набора экспериментальных данных идентифицированы нелинейные характеристики, параметры несжимаемости и коэффициента демпфирования резины. На основании полученных данных был произведен расчет параметров блока чувствительных элементов на твердотельных волновых гироскопах при действии внешней вибрации. Проведенные натурные испытания позволили верифицировать расчетную модель. Конечно-элементная модель привела к упрощению подхода к определению собственных частот и перемещений конструкции на этапе разработки конструкции с целью достижения соответствия требованиям технического задания.**

Ключевые слова—ТВГ, твердотельный волновой гироскоп, амортизация, блок чувствительных элементов

I. Введение

Твердотельные волновые гироскопы (ТВГ) являются актуальными автономными датчиками параметров углового движения летательных аппаратов. Наиболее ответственными характеристиками инерциальных датчиков являются малая величина скорости дрейфа, его долговременная стабильность, а также обеспечение надежности и длительного срока эксплуатации при действии внешних возмущающих факторов в условиях эксплуатации объекта применения.

Действие ударных и вибрационных нагрузок на аппаратуру может вызвать многочисленные отказы, связанные с возникновением шумов, напряжений, резонансов и накоплением повреждений в элементах конструкций [1]. ТВГ, будучи датчиком вибрационного типа, подвержен влиянию внешних вибраций в силу неидеальности чувствительного элемента – резонатора, а также ввиду наличия собственных резонансов элементов конструкции гироскопа. Достижение стабильных повторяемых выходных характеристик возможно только при обеспечении защиты блока чувствительных элементов (БЧЭ) ТВГ от таких воздействий, как вибрация и удары.

II. Постановка задачи

Актуальной проблемой при разработке БЧЭ ТВГ является обеспечение виброустойчивости. Наличие первой, второй и третьей гармоник распределения массы по окружному углу резонатора при действии внешней вибрации вызывает возникновение паразитной составляющей, искажающей полезный сигнал [2]. Уменьшение данного эффекта достигается при балансировке резонаторов по первым трем гармоникам дефекта плотности. Удары и вибрации основания не оказывают влияния на динамику полностью сбалансированного резонатора по второй основной форме колебаний [3]. Реальный резонатор невозможно изготовить без инструментальных погрешностей сборки, которые приводят к связям между модами колебаний и вибрационной чувствительности. Снижение точности измерения волновой картины приводит к возникновению дополнительной скорости дрейфа выходного сигнала гироскопа.

Система виброизоляции необходима также и для случая наличия вибраций конструкции на частотах, близких к рабочей частоте резонатора ТВГ. Влияние резонансов на собственной частоте зависит от амплитуды внешнего воздействия. При малых уровнях вибрации система съема и возбуждения переходит в зону неустойчивости, при значительных – к возникновению значительных напряжений в клеевых и сварных соединениях под действием сил инерции.

Таким образом, система виброизоляции позволяет снизить величину вибрационных погрешностей ТВГ, стабилизировать выходные характеристики, предотвратить возникновение резонансов и снизить уровень поступающих на БЧЭ воздействий. Целью данной работы является разработка методики анализа системы амортизации, отличающейся низкой информационной нагрузкой разработчиков и малыми производственными затратами.

III. Решение задачи

В рамках проведенных работ была поставлена задача обеспечения стойкости БЧЭ к механическим воздействиям. Малые габариты корпуса инерциального измерительного блока и заданный уровень заданных

воздействий являются обоснованием выбора способа защиты с применением амортизаторов.

Система амортизации представляет собой систему упругих опор и защищаемый объект, образующих колебательное звено [4]. Наиболее простыми амортизаторами являются резинометаллические. Достоинством амортизаторов данного типа является возможность испытывать пластические деформации сжатия, растяжения, сдвига и кручения в широком диапазоне температур [5].

В настоящее время все большее распространение приобретают «цифровые двойники» изделия. Математическая модель должна иметь соответствие реальному изделию, достоверно отражать поведение конструкции [6]. В качестве расчетной модели БЧЭ рассматривается конечно-элементная модель. Использование верифицированных моделей позволяет производить оценку характеристик изделия на этапе разработки. Применение сред моделирования позволяет визуализировать интересующую информацию и упростить задание граничных условий. Результаты исследования являются достоверными только в случае правильно построенных матриц масс, жесткости и демпфирования [7].

В рамках работы выбрана серийно выпускаемая модель амортизатора. Демпфирующий элемент изготовлен из резиновой смеси ИРП-1347. Технические условия на данную смесь не отражают нелинейные свойства и характеристики демпфирования данного материала. В отсутствие параметров рассеяния энергии расчет приводит к бесконечно большой оценке перемещений в области собственных частот. Имеющиеся исследования по оценке характеристик резины [8] требуют дорогостоящего оборудования для растяжения-сжатия резиновых образцов. Стоит отметить, что характеристики резины при действии динамических нагрузок могут отличаться от параметров, определенных в статических экспериментах.

Данных недостатков лишена методика определения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) конструкции. Нагруженный амортизатор 2 закрепляется через приспособление 3 на арматуре стола вибростенда 4. На грузе 1 устанавливается датчик 5, измеряющий виброускорение на выходе колебательной системы. Датчик 6, измеряющий виброускорение входного воздействия, устанавливается на основание стола вибростенда (Рис. 1).

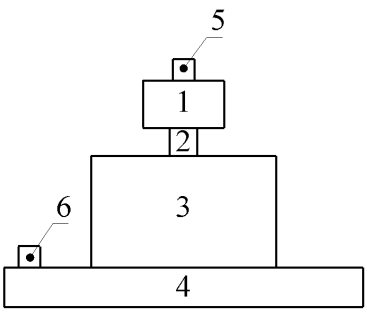


Рис. 1. Схема установки по определению АЧХ амортизатора

Амплитуда синусоидальных вибрационных воздействий поддерживалась постоянной системой автоматического управления стенда в режиме сканирования частоты с постоянной скоростью в диапазоне от 50 до 2000 Гц. Разработанная оснастка позволяет производить вертикальное и горизонтальное закрепление нагружаемого амортизатора с целью оценки АЧХ при действии осевой и поперечной вибрации.

В процессе выполняемых работ было замечено, что величина деформации нелинейно зависит от величины нагружения амортизатора, поэтому исходя из величины массового распределения предполагаемого БЧЭ были выбраны грузы трех номиналов – 0.1, 0.2 и 0.3 кг.

Получение АЧХ амортизатора велось в среде конечно-элементного моделирования. Целью исследования было установление соответствия экспериментальной и расчетной характеристик для каждого нагружения. Необходимость моделирования эластомеров представляет собой нетривиальную задачу. Резину относят к гиперупругим материалам. Поведение таких материалов описывают как нелинейно упругое, изотропное, несжимаемое и не зависящее от скорости деформации [9]. Одним из наиболее простых и популярных методов описания гиперупругих материалов в нелинейном анализе конечных элементов является двухпараметрическая модель Муни-Ривлина. Исходя из характеристики резины как несжимаемого материала, коэффициент Пуассона был принят ν = 0.48 м/м. Согласно исследованию [10], для рассматриваемой резиновой смеси значение модуля сдвига при малых деформациях G = 0.97 МПа. Данное значение позволяет получить значение модуля Юнга E благодаря соотношению из теории сопротивления материалов [11]:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (1)$$

где ν – коэффициент Пуассона, м/м; G – модуль сдвига, МПа; E – модуль Юнга, МПа.

Исходя из значения модуля сдвига, возможно получить диапазон параметров C_{10} и C_{01} [12]:

$$G = 2 \cdot (C_{10} + C_{01}) \quad (2)$$

где C_{10}, C_{01} -материальные константы модели Муни-Ривлина, МПа.

Значение материального параметра несжимаемости K для практически несжимаемых гиперупругих материалов согласно [13] определяют в диапазоне от 10^3 до 10^4 МПа. Полученные значения послужили начальными для конкретизации и уточнения параметров при их подборе согласно экспериментальным АЧХ (Табл. I).

ТАБЛИЦА I. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ АМОРТИЗАТОРА ПОД НАГРУЗКОЙ

Масса груза, кг	Усредненное значение собственной частоты колебаний, Гц	Усредненное значение максимальной амплитуды перемещений груза, мм
0.1	226	0.08815
0.2	153	0.21209
0.3	121	0.31798

Параметры C_{10}, C_{01}, K и коэффициент демпфирования η были подобраны с условием достижения моделью резонансной частоты и максимальной амплитуды перемещений, равных экспериментальным (Табл. II).

ТАБЛИЦА II. МАТЕРИАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ РЕЗИНОВОЙ СМЕСИ АМОРТИЗАТОРА ПОД НАГРУЗКОЙ

Параметр	**Масса груза, кг**		
	0.1	**0.2**	**0.3**
Резонансная частота, Гц	226	153	121
K, МПа	1505	1260	1135
C_{10}, МПа	0.602	0.504	0.454
C_{01}, МПа	0.1505	0.1260	0.1135
η, м/м	0.295	0.215	0.235

Нелинейные характеристики зависимости параметров материала от нагружения возможно описать полиномом вида (3):

$$P(m) = a + b \cdot m + c \cdot m^2 \qquad (3)$$

где $P(m)$ – рассматриваемый параметр, зависимый от массы нагружения m, кг; a, b, c – коэффициенты полинома.

Коэффициенты параметров материала представлены в Табл. III.

ТАБЛИЦА III. КОЭФФИЦИЕНТЫ ПОЛИНОМА ЗАВИСИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ОТ НАГРУЗКИ

Параметр	**Коэффициент полинома**		
	a	***b***	***c***
K, МПа	$1.87 \cdot 10^9$	$-4.25 \cdot 10^9$	$6.00 \cdot 10^9$
C_{10}, МПа	$7.58 \cdot 10^5$	$-1.70 \cdot 10^6$	$2.40 \cdot 10^6$
C_{01}, МПа	$1.87 \cdot 10^5$	$-4.25 \cdot 10^5$	$6.00 \cdot 10^5$
η, м/м	0.18	0.20	0.00

На Рис. 2, Рис. 3, Рис. 4 представлены совместно экспериментальные и расчетные АЧХ амортизатора под нагрузкой.

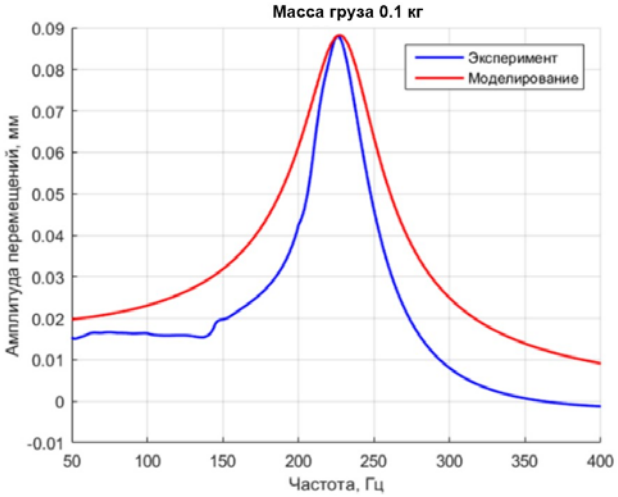


Рис. 2. Сравнение модельной и экспериментальной АЧХ амортизатора под нагрузкой 0.1 кг

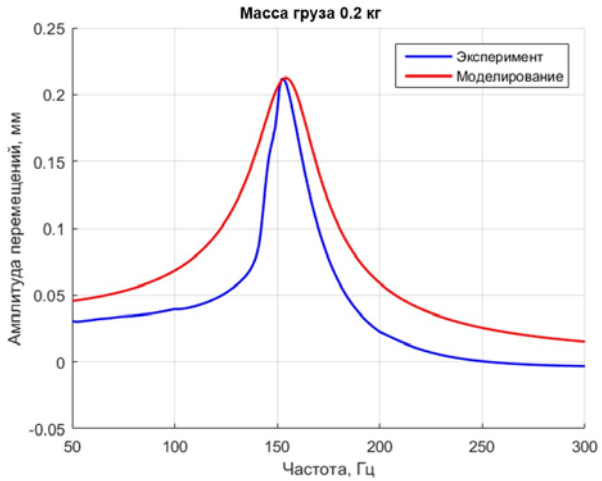


Рис. 3. Сравнение модельной и экспериментальной АЧХ амортизатора под нагрузкой 0.2 кг

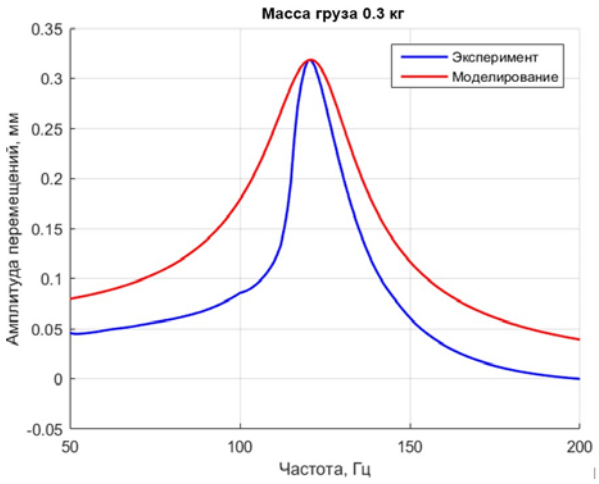


Рис. 4. Сравнение модельной и экспериментальной АЧХ амортизатора под нагрузкой 0.3 кг

Недостатком рассматриваемой модели Муни-Ривлина в данном случае является разность крутизны в околорезонансной области – реальная АЧХ характеризуется более резким характером возрастания и затухания амплитуды колебаний в резонансной области. В данной задаче необходимо оценить максимальные перемещения точек БЧЭ в области значительных резонансов конструкции, следовательно, данная модель является применимой.

IV. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

С целью защиты БЧЭ на ТВГ от внешних возмущающих факторов разработана конструкция системы амортизации, состоящая из четырех амортизаторов по схеме «тетраэдра». Данная схема обладает хорошей устойчивостью, отвечает требованиям по удобству монтажа и замены, не требует разработки дополнительных крепежных узлов и обеспечения жестких требований по соответствию допусков баз и угловых присоединительных размеров. Центр масс БЧЭ совпадает с центром жесткости системы амортизации (Рис. 5).

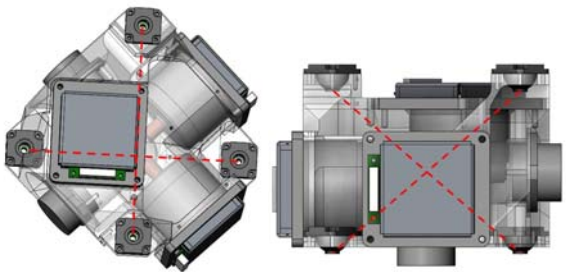


Рис. 5. Конструкция БЧЭ ТВГ

По результатам разработки была произведена сборка макетного образца БЧЭ на ТВГ и проведен эксперимент по определению АЧХ точек БЧЭ. На основании корпуса БЧЭ был закреплен датчик виброускорения, в постобработке данные были пересчитаны в виброперемещение.

Для модели были построены габаритно-весовые макеты БЧЭ и его составных частей, производилось уточнение свойств амортизаторов с учетом прикладываемой к ним нагрузки. Результаты представлены на Рис. 6. Оценка уровня выходного воздействия приведена в качестве коэффициента усиления действующей вибрации.

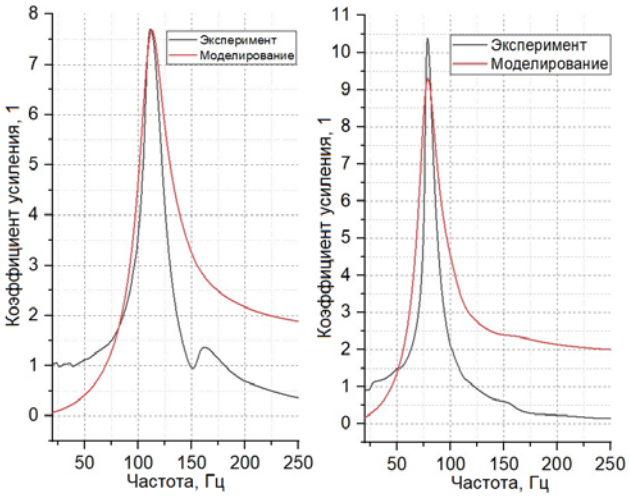


Рис. 6. Сравнение вычисленной и экспериментальной АЧХ точек БЧЭ под действием вибрации в двух направлениях

Расчеты показывают достаточную достоверность результатов, модель может быть использована при оценке максимальных перемещений БЧЭ.

V. Заключение

В работе представлен подход к оценке характеристик системы амортизации, подтвержденный результатами натурных испытаний и имитационных исследований. Проведенные эксперименты по разработанной методике позволили уточнить характеристики резины. Применение модели системы амортизации позволяет значительно снизить информационную нагрузку разработчиков БЧЭ, упростить испытания и оценить характер реакций конструкции на приложенное воздействие. Верификация конечно-элементной модели позволила внедрить ее на этапе разработки конструкции БЧЭ для оценки максимальных перемещений и коэффициента усиления системы амортизации.

Модель амортизатора отвечает требованиям по точности оценки перемещений в области значимых резонансов. Недостатком данного метода является недостоверность определения коэффициента усиления для маломощных резонансов системы. Модель Муни-Ривлина была принята за счет простоты (2 связанных параметра) и отсутствия необходимости проведения сложных исследований на сжатие, растяжение и кручение. Для получения более качественного результата необходимо использовать более сложные модели гиперупругого или вязкоупругого материала, в том числе производить подбор свойств с большим количеством материальных констант, что является трудоемкой задачей. Одним из возможных решений является представление дополнительных свойств амортизатора как передаточного звена в рамках колебательной системы.

Литература

[1] Беляев Ю.К., Богатырев В.А., Болотин В.В. Надежность технических систем: Справочник - М.: Радио и связь, 1985.— 608 с.

[2] Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. - М.: Радиотехника, 2014. – 176 с.

[3] Меркурьев И.В., Подалков В.В. Влияние вибраций и ударов на динамику микромеханического вибрационного гироскопа // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. Т. 1. - М.: ИНФРА-М, 2015. - С. 109—119

[4] Касперович А.В., Шашок Ж.С., Вишневский К.В. Технология производства резинотехнических изделий. - Минск: БГТУ, 2014. — 108 с.

[5] Суровцев Ю.А. Амортизация радиоэлектронной аппаратуры. - М.: Советское радио, 1974. — 176 с.

[6] Цифровой двойник – элемент, которого так не хватало! // CAD/CAM/CAE Observer. 2017. № 6(114). С. 56. URL: http://www.cadcamcae.lv/N114/56.pdf (дата обращения 02.04.2024)

[7] Казакова О.И., Смолин И.Ю., Безмозгий И.М. Анализ амплитудно-зависимых демпфирований и возможности их применения при расчете численными методами. Вестник Томского государственного университета. Математика и механика, 2018, № 54, с. 66–78.

[8] Ucar, H., Basdogan, I. *Dynamic characterization and modeling of rubber shock absorbers: A comprehensive case study.* Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, vol. 37, issue 3, 2018, pp. 509-518.

[9] Суконкина М.Л. Обзор методов и устройств виброзащиты приборных платформ/ М.Л. Суконкина, С.И. Гайнов // Труды Нижегородского государственного университета им. Р.Е. Алексеева. – 2013. – № 4 (101). – С. 311-319.

[10] Ефремов С.К. Решение пространственной краевой задачи нелинейной теории упругости для комбинированного резинометаллического пакета цилиндрической формы/С.К. Ефремов, Е.В. Михайленко // Научные ведомости БелГУ. Сер. Математика. Физика. - 2018. - Т.50, №4.-С. 498-506.

[11] Беляев Н.М. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1965. – 856 с.

[12] Марченко Е.С., Козулин А.А., Ветрова А.В., Байгонакова Г.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния при оценке механического поведения конструкций из никелида титана : учеб.-метод. пособие. – Томск: Издательство Томского государственного университета, 2021. – 80 с.

[13] Bonet J., Wood R.D. Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1997. 268 p.

Электрическая балансировка волнового твердотельного гироскопа с плоскими электродами

Маслов А.А.
НИУ “МЭИ”, Россия
Maslov954@ya.ru

Маслов Д.А.
НИУ “МЭИ”, Россия

Меркурьев И.В.
НИУ “МЭИ”, Россия
MerkuryevIV@ya.ru

***Аннотация*—Рассматривается волновой твердотельный гироскоп с плоскими электродами и электростатическими датчиками управления. Построена математическая модель гироскопа, описывающая колебания резонатора при электрической балансировке, предназначенной для компенсации разночастотности. Проведено исследование динамики резонатора с учетом нелинейных эффектов, вызванных электрической балансировкой. Показано, что балансировка резонатора с помощью восьми электродов не позволяет полностью скомпенсировать разночастотность. Рекомендуется использовать для электрической балансировки шестнадцать электродов.**

Ключевые слова—волновой твердотельный гироскоп, плоские электроды, опорное напряжение, нелинейные колебания, дрейф, электрическая балансировка

I. Введение

Одним из наиболее перспективных гироскопов для инерциальных навигационных систем является волновой твердотельный гироскоп (ВТГ). Анализ публикаций [1-3] показывает, что масштаб исследований и разработок ВТГ в ближайшее время будет расширяться, способствуя повышению точности гироскопов. Благодаря своим характеристикам и возможности повышения точности, ВТГ становится наиболее перспективным типом гироскопа для навигационных систем различных сфер применения [2,4,5]. Принцип функционирования ВТГ основан на эффекте инертности упругих волн колебаний полусферического резонатора, который изготавливается из кварцевого стекла, обладающего высокими изотропными свойствами и добротностью. Металлизированная поверхность резонатора вместе с электродами образуют электростатические датчики управления и съема информации. ВТГ с полусферическим резонатором относится к гироскопам высоких и средних точностей. Достижение высокой точности для ВТГ возможно в случае, если полусферический резонатор имеет высокую добротность ($Q\sim10^7$), а также качественное изготовление и точную балансировку, которые значительно снижают влияние анизотропии свойств резонатора на получаемые измерения. К недостаткам ВТГ относят сложность изготовления кварцевого полусферического резонатора и его высокую стоимость, которая связана с использованием ряда прецизионных технологических операций [6]. Поэтому в последнее время проводятся работы по совершенствованию конструкции ВТГ, которое связано с упрощением электродного узла. Известно, что кромка полусферического резонатора при колебаниях перемещается не только перпендикулярно оси резонатора, но и параллельно ей. Это обстоятельство позволяет разместить все электроды на плоском электродном узле, расположив его параллельно торцевой кромки полусферической оболочки резонатора. В новом варианте конструкции ВТГ металлическое покрытие наносится только на торцевую кромку полусферы, что значительно уменьшает внутреннее трение в резонаторе и упрощает технологию его изготовления. Металлическое покрытие кромки полусферы вместе с электродами основания образуют электростатические датчики управления и съема информации. В этой конструкции значительно проще обеспечить равномерность плоского зазора между торцевой поверхностью резонатора и плоским электродным узлом [6]. Используя эту конструктивную схему, французская компания Safran Electronics&Defence разработала и наладила производство высокоточного ВТГ [4] с кварцевым полусферическим резонатором диаметром 20 мм.

Из публикаций следует, что наиболее эффективным методом повышения точности ВТГ является балансировка резонатора, однако, это одна из наиболее трудоемких и дорогих операций сборки и регулировки ВТГ. Необходимость в ней возникает из-за небольших отклонений от идеальной осесимметричной формы реального резонатора и появления дисбаланса, приводящего к расщеплению собственных частот резонатора и снижению его добротности за счет рассеяния энергии колебаний в опорах. От качества балансировки во многом зависят точностные характеристки прибора [4,6]. В [6] приведены экспериментальные данные, демонстрирующие эффективность балансировки полусферических резонаторов путем ионного распыления. Дрейф ВТГ снизился на два порядка, а добротность увеличилась на порядок. При этом остаточная разночастотность составила 0,004 Гц. Французская компания Safran Electronics&Defence [4] разработала процедуру, обеспечивающую балансировку резонатора и снижение рассогласования частот. Ее продолжительность составила несколько часов. В результате разночастотность не превышала 0,0005 Гц, добротность составляла 10^7, а дрейф – менее 0,01 град/ч вне зависимости от механических воздействий, которым подвергается объект.

В рассматриваемых конструкциях кварцевых резонаторов ВТГ остаточные расщепления собственной

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00546.

частоты, оставшееся после механической балансировки, составляли 0,004 Гц и 0,0005 Гц. Для дальнейшей коррекции остаточных дисбалансов без удаления материала в рабочем режиме гироскопа применяется электростатическая балансировка, основанная на подаче постоянного напряжения различной величины на отдельные электроды [4,6,7].

Управление колебаниями резонатора в том числе и балансировка осуществляется путем подачи напряжения на плоские электроды, образующие с резонатором систему электрических конденсаторов. Математическая модель ВТГ с электродами на сферической поверхности резонатора, описывающая линейные электрические и механические колебания во взаимосвязанной форме, в том числе и при электрической балансировке, получена в [7]. Линейная математическая модель ВТГ с плоскими электродами представлена в [8].

В работах [10-11] учитывается влияние нелинейных свойств электростатических датчиков управления на динамику ВТГ с кольцевым и цилиндрическим резонатором. В [12-16] показано, что опорное напряжение вызывает дрейф ВТГ при учете нелинейных слагаемых в уравнениях динамики. В данной работе поставлена цель исследовать динамику полусферического резонатора ВТГ с плоскими электродами при электрической балансировке с учетом нелинейности, обусловленной электрическими процессами в контуре управления гироскопа.

II. Уравнения малых вынужденных колебаний резонатора

Рассмотрим тонкий упругий полусферический резонатор 1 (рис. 1), металлизированная кромка 3 которого вместе с плоскими электродами 4 расположенными на основании 2 образует датчики управления и съема информации. Резонатор ВТГ изготавливаются из плавленого кварцевого стекла. Предполагается, что упругие свойства материала резонатора изотропны, инструментальные погрешности изготовления не учитываются.

Пусть полусферическая оболочка вращается вокруг своей оси симметрии с угловой скоростью Ω, которую в дальнейшем будем считать малой по сравнению с частотой собственных колебаний ω, т.е. $\Omega/\omega \ll 1$.

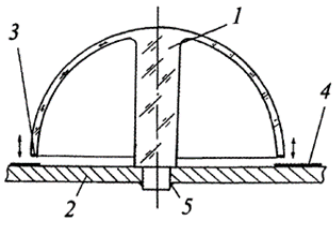


Рис. 1. ВТГ с плоским узлом электродов: 1 - резонатор; 2 – основание гироскопа; 3 – металлизированная поверхность резонатора; 4 - электрод; 5 - место соединения резонатора с основанием

В качестве модели будем использовать уравнения динамики ВТГ с плоскими электродами [16]:

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + cf - \frac{C_0}{2d^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i^2\cos 2\theta_i}{(1 - f\cos 2\theta_i - g\sin 2\theta_i)^2} = 0, \\ m\ddot{g} + cg - \frac{C_0}{2d^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i^2\sin 2\theta_i}{(1 - f\cos 2\theta_i - g\sin 2\theta_i)^2} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $f = f_*/d$, $g = g_*/d$ – безразмерные обобщённые координаты, f_* и g_* – обобщенные координаты основной второй формы изгибных колебаний, равные смещениям в направлении оси ВТГ в двух фиксированных точках торцевой поверхности резонатора, отстоящих друг от друга под углом π/4; d – зазор между недеформированным резонатором и электродами; m – приведенная масса резонатора, соответствующего основной форме колебаний, равная для полусферического резонатора $m = 4.8\rho hR^2$; h – толщина резонатора; R – радиус полусферы; $c = m\omega^2$ – приведенная жесткость; $\omega = 2.62\frac{h}{R^2}\sqrt{\frac{E}{3(1+\sigma)\rho}}$ – частота свободных колебаний полусферического резонатора [15]; E – модуль Юнга; σ – коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала резонатора; $C_0 = \varepsilon_0 S/d$ – емкость электрода при недеформированном резонаторе; ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф/м – электрическая постоянная S – площадь электрода; d – номинальный зазор между недеформированным резонатором и электродами; U_i – разность потенциалов между резонатором и управляющими электродами; $\theta_i = 2\pi(i-1)/n$ – угол, определяющий положение i-го электрода (i = 1,2,…,n). В уравнениях (1) и далее точкой обозначено дифференцирование по времени t.

Отметим, что уравнения динамики ВТГ со сферическими резонаторами [7,16] имеют такой же вид. Отличаются только тем, что обобщенные координаты основной второй формы колебаний, равны радиальным смещениям, а не смещениям в направлении оси симметрии ВТГ. Кроме того, в [7,16] при нормализации обобщенных координат использовались коэффициенты, зависящие от геометрических параметров сферических электродов.

Перепишем уравнения системы, учитывая только один из основных дефектов резонатора – разночастотность:

$$\begin{aligned} m\ddot{f} + cf = fb\cos 4\alpha + gb\sin 4\alpha + \frac{F_1}{d}, \\ m\ddot{g} + cg = fb\sin 4\alpha - gb\cos 4\alpha + \frac{F_2}{d}, \end{aligned} \quad (2)$$

где b – модуль разночастотности, α – угол ориентации главных осей жесткости, F_1 и F_2 – управляющие силы, определяемые формулами:

$$\begin{aligned} F_1 = \frac{1}{2dC_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i^2}{(1 - f\cos 2\theta_i - g\sin 2\theta_i)^2}\cos 2\theta_i, \\ F_2 = \frac{1}{2dC_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{U_i^2}{(1 - f\cos 2\theta_i - g\sin 2\theta_i)^2}\sin 2\theta_i. \end{aligned} \quad (3)$$

III. Электрическая балансировка резонатора

Напряжения U_i, подаваемые на электроды, определяются конкретным законом управления. Рассмотрим гироскоп с шестнадцатью электродами. Для электрической балансировки подается напряжение вида [7]:

$$U_i = U\cos 2(\theta_i - \alpha), \quad (i = 1,2,\ldots,16) \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), найдем управляющие силы

$$\begin{aligned} F_1 &= \mu(2f + 3f^3 + 3fg^2 + (f + 2f^3)\cos 4\alpha + \\ &\quad + (g + 3f^2 g + g^3)\sin 4\alpha), \\ F_2 &= \mu(2g + 3f^2 g + 3g^3 - (g + 2g^3)\cos 4\alpha + \\ &\quad + (f + f^3 + 3fg^2)\sin 4\alpha), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\mu = 2U^2/(dC_0)$ – коэффициент, характеризующий электростатические силы.

В (5) отброшены слагаемые содержащие f и g в степенях выше третьей. Пренебрегая в (5) нелинейными членами относительно f и g, получим

$$\begin{aligned} F_1 &= \mu(2f + f\cos 4\alpha + g\sin 4\alpha), \\ F_2 &= \mu(2g + f\sin 4\alpha - g\cos 4\alpha). \end{aligned} \tag{6}$$

Таким образом, формируются силы F_1 и F_2, которые при $\mu = -bd$ компенсируют разночастотность в уравнениях (2). При этом появляются слагаемые bf и bg, вызывающие изменение частот колебаний резонатора.

Существуют конструкции ВТГ, в которых используют не только шестнадцать электродов управления, но и восемь. Поэтому рассмотрим гироскоп с восьмью электродами. В этом случае $\theta_i = \pi(i-1)/4$ – угол, определяющий положение i-го электрода (i = 1, 2,…, 8).

Подставляя напряжение вида (4) $U_i = U\cos 2(\theta_i - \alpha)$, ($i$ = 1, 2,…, 8) в (3) и проводя линеаризацию выражений по f и g будем иметь

$$\begin{aligned} F_1 &= \mu(f + f\cos 4\alpha), \\ F_2 &= \mu(g - g\cos 4\alpha). \end{aligned} \tag{7}$$

Силы F_1 и F_2, как следует из (7), могут компенсировать разночастотность в уравнениях (2) частично.

Рассмотрим влияние нелинейности, которая появляется при электрической балансировке гироскопа с шестнадцатью плоскими электродами. Подставим выражения силы (5) в уравнения (2), компенсируя разночастотность (т.е. при $\mu = -bd$). Переходя к безразмерному времени $\tau = \omega t$, получим

$$\begin{aligned} \ddot{f} + f &= \varepsilon(2f + 3(f^2 + g^2)f + 2f^3\cos 4\alpha + \\ &\quad + (3f^2 g + g^3)\sin 4\alpha), \\ \ddot{g} + g &= \varepsilon(2g + 3(f^2 + g^2)g - 2g^3\cos 4\alpha + \\ &\quad + (f^3 + 3fg^2)\sin 4\alpha), \end{aligned} \tag{8}$$

где $\varepsilon = -bd/(m\omega^2)$.

Из уравнений (8) следует, что опорное напряжение вызывает снижение частоты собственных колебаний. Эти выводы согласуются с результатом, полученным в [7]. Систему (8) будем исследовать методом осреднения Крылова–Боголюбова [18]. Для этого приведем ее к стандартному виду посредством перехода от переменных $f, g, \dot{f}, \dot{g}$ к медленно изменяющимся переменным r, k, θ, χ, называемых в механике элементами орбиты [7]

$$\begin{aligned} f &= r\cos(\tau + \chi)\cos 2\theta - k\sin(\tau + \chi)\sin 2\theta, \\ g &= r\cos(\tau + \chi)\sin 2\theta + k\sin(\tau + \chi)\cos 2\theta, \\ \frac{df}{d\tau} &= -r\sin(\tau + \chi)\cos 2\theta - k\cos(\tau + \chi)\sin 2\theta, \\ \frac{dg}{d\tau} &= -r\sin(\tau + \chi)\sin 2\theta + k\cos(\tau + \chi)\cos 2\theta. \end{aligned} \tag{9}$$

Отметим, что в электронном контуре гироскопа физически реализуется схема осреднения Крылова – Боголюбова. Измеряемые с помощью емкостной системы электродов высокочастотные функции времени f, g представляются в виде двух нормальных форм колебаний с амплитудами r и k. Ориентация волновой картины колебаний на плоскости f, g определяется углом прецессии θ, изменение фаз колебаний двух нормальных форм зависит от медленной переменной χ.

При равенстве амплитуд основной и квадратурной волны колебаний ($r = k$), угол прецессии не определен, поэтому этот режим в дальнейшем не рассматривается.

Уравнения движения в медленных переменных r, k, θ, χ в первом приближении метода осреднения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\tau} &= -\frac{3}{8}k(r^2 + k^2)\,\varepsilon\sin 4(\theta - \alpha), \\ \frac{dk}{d\tau} &= \frac{3}{8}r(r^2 + k^2)\,\varepsilon\sin 4(\theta - \alpha), \\ \frac{d\theta}{d\tau} &= \frac{3}{8}\varepsilon kr + \frac{3}{8}\varepsilon kr\frac{r^2 + k^2}{r^2 - k^2}\cos 4(\theta - \alpha), \\ \frac{d\chi}{d\tau} &= -\varepsilon - \frac{9}{8}\varepsilon(r^2 + k^2) - \frac{3}{4}\varepsilon\frac{r^4 + k^4}{r^2 - k^2}\cos 4(\theta - \alpha). \end{aligned} \tag{10}$$

Из первых двух уравнений (10) следует, что полная энергия резонатора не изменяется $E = (r^2 + k^2)/2 = const$. Слагаемые $\frac{3}{8}\varepsilon kr$ и $-\frac{9}{8}\varepsilon(r^2 + k^2)$ в третьем и четвертом уравнениях системы (10) указывают на изменение дрейфа и характерной частоты колебаний резонатора при подаче опорного напряжения [16]. Это можно объяснить тем, что на электроды подается напряжение $U_i = U\cos 2(\theta_i - \alpha)$ (i = 1, 2,…, 16), а сила, действующая на резонатор пропорциональна квадрату этого напряжения $U_i^2 = \frac{U^2}{2} + \frac{U^2}{2}\cos 4(\theta_i - \alpha)$. То есть сила имеет постоянную составляющую, не зависящую от угла θ, которая вызывает дрейф и смещение частоты, такие же, как при подаче опорного напряжения. Составляющая силы, зависящая от угла θ, и пропорциональная $\cos 4(\theta_i - \alpha)$, вызывает дрейф

$\frac{3}{8}\varepsilon kr\frac{r^2+k^2}{r^2-k^2}\cos 4(\theta-\alpha)$ и смещение частоты $-\frac{3}{4}\varepsilon\frac{r^4+k^4}{r^2-k^2}\cos 4(\theta-\alpha)$, пропорциональный $\cos 4(\theta_i-\alpha)$. Согласно (10), угловая скорость дрейфа ВТГ изменяется прямо пропорционально амплитудам основной и квадратурной волн колебаний r, k, что согласуется с [19]. Для устранения погрешности, вызываемой нелинейностью, в гироскопах данного класса амплитуду колебаний r поддерживают постоянной, а квадратуру k стремятся уменьшить до нуля [19].

IV. Заключение

Исследование показало, что подача напряжения рассматриваемого вида может применяться для электрической балансировки резонатора ВТГ с плоскими электродами. При этом уменьшается средняя частота колебаний резонатора. Однако, кроме балансировки приложенное напряжение приводит к дополнительному нежелательному эффекту - дрейфу гироскопа, который прямо пропорционально амплитудам основной и квадратурной волн колебаний. Показано так же, что балансировка резонатора с помощью восьми электродов не позволяет полностью скомпенсировать разночастотность. Поэтому для электрической балансировки рекомендуется использовать шестнадцать электродов.

Литература

[1] Пешехонов В.Г. Перспективы развития гироскопии // Гироскопия и навигация. Том 28. №2 (109), 2020. С. 3-10. DOI 10.17285/0869-7035.0028

[2] Переляев С.Е. Современное состояние и научно-технический прогноз перспектив применения зарубежных волновых твердотельных гироскопов (Аналитический обзор по зарубежным материалам) // Новости навигации. 2020. № 3. С. 14–28.

[3] Маслов А. А., Маслов Д. А., Ниналалов И. Г., Меркурьев И. В. Волновые твердотельные гироскопы: обзор публикаций // Гироскопия и навигация. Том 31. №1 (120), 2023. С. 3-25. EDN: BJLSLM, DOI: 10.1134/S2075108723010054

[4] Жанруа А., Буве А., Ремиллье Ж. Волновой твердотельный гироскоп и его применение в морском приборостроении // Гироскопия и навигация. 2013. № 4. С. 24–34.

[5] Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В. Проектирование волнового твердотельного гироскопа. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1997. 167 с.

[6] Лунин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. Радиотехника, 2014, 176 с.

[7] Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 1995. №5. С. 12–24

[8] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). М.: Изд-во «Ким Л.А.», 2017. 194

[9] Wei, Z., Yi, G., Huo, Y.; Qi, Z., Xu, Z. The Synthesis Model of Flat-Electrode Hemispherical Resonator Gyro. Sensors 2019, 19, 1690. DOI 10.3390/s19071690

[10] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Нелинейные эффекты в динамике цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа с электростатической системой управления // Гироскопия и навигация. 2015. №2 (88) С. 71-80. DOI 10.1134/S2075108715030104

[11] Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Влияние нелинейных свойств электростатических датчиков управления на динамику цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 2021. № 6. С. 88-110. DOI: 10.3103/S002565442106011X

[12] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Методы устранения нелинейности электростатических датчиков управления волнового твердотельного гироскопа // Юбилейная XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2018. С. 201-203.

[13] Денисов Р.А., Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Влияние опорного напряжения электромагнитных датчиков управления на дрейф волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24. № 1 (92). С. 60-71. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.1.060-071

[14] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Михайлов Д.В. Об уходе волнового твердотельного гироскопа при наличии опорного напряжения на управляющих электродах // Вестник МЭИ, № 2, с. 11-14Денисов Р.А., Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Влияние опорного напряжения электромагнитных датчиков управления на дрейф волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24. № 1 (92). С. 60-71. DOI: 10.17285/0869-7035.2016.24.1.060-071

[15] Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Влияние опорного напряжения на дрейф волнового твердотельного гироскопа с плоскими электродами // Юбилейная XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 258-262. https://doi.org/10.23919/ICINS51816.2023.10168316

[16] Маслов А. А., Маслов Д. А., Меркурьев И. В. Нелинейные эффекты в динамике волнового твердотельного гироскопа с плоскими электродами // Гироскопия и навигация. Том 31. №4 (123), 2023 С. 64-77. EDN BPZTEA, DOI: 10.1134/S2075108724700044

[17] Стретт Дж.В.(лорд Релей) Теория звука. –М.: ГИТТЛ, 1955. т.1–484 с.

[18] Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974, 503с.

[19] Журавлёв В.Ф. Управляемый маятник Фуко как модель одного класса свободных гироскопов. // Изв. РАН. МТТ. 1997. №6. С. 27–35.

Оценка резонансной частоты вибраций волнового твердотельного гироскопа

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
119526, Москва, Россия,
+7(903)771-20-48;
e-mail: *sergei-perelyaev@mail.ru*

А.В.Алехин
АО *«Инерциальные технологии технокомплекса»,*
г. Раменское, Россия,
+7(903)129-09-18;
e-mail: *aalehin@itts.ru*

***Аннотация* — Рассмотрено решение актуальной задачи – оценки частоты рабочих вибраций полусферического кварцевого резонатора волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) в режиме коммутации информационных и управляющих сигналов. Для непрерывного процесса съема информации алгоритм поиска частоты успешно разработан, но в условиях коммутации информационных и управляющих сигналов он не работоспособен. В режиме коммутации временной интервал наблюдения за первичными сигналами ограничен несколькими периодами, что вносит коррективы в алгоритм обработки информационных сигналов.**

Ключевые слова — волновой твердотельный гироскоп, информационно-измерительные каналы ВТГ, коммутация сигналов, частота вибраций.

I. ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматривается важная проблема - определения частоты вибраций волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Знание частоты вибраций дает возможность контроля погрешностей, связанных с изменением температуры. Частота вибраций резонатора не входит в число параметров вектора состояния прибора, поэтому академический подход, основанный на решении уравнений движения, в данном случае не дает успеха [1]. В данном случае требуется отдельная разработка, основанная на анализе первичного сигнала ВТГ с позиции известных цифровых методов обработки первичных информационно-измерительных сигналов гироскопа.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть первичный сигнал информационно – измерительной системы прибора имеет вид [2]:

$$z(t) = A\sin(\frac{2\pi t}{T} + \alpha) + kt + b\,, \qquad (1)$$

где: A-амплитуда, T – период, α - фаза сигнала; $к$, b – коэффициенты линейного тренда, t – временной интервал длительностью N периодов.

Для гироскопов с кварцевым полусферическим резонатором класса ВТГ обычно несколько информационных каналов, можно рассматривать любой, частота сигнала всех каналов одинакова.

Наличие линейного тренда свойственно режиму коммутации. Период T считаем известным (в первом приближении). С течением времени на интервале наблюдения находится не целое число периодов N. Причина этого – смещение частоты вибраций. Интервал наблюдения представим в виде $N(T+\delta)$, где δ погрешность изменения периода. Задача состоит в определении параметра δ. Управление механической стоячей волной в кварцевом полусферическом резонаторе, представляющем собой чувствительный элемент волнового твердотельного гироскопа, осуществляется посредством подачи напряжения на систему электродов, образующих совместно с напыленным резонатором систему электрических конденсаторов. Управление этими напряжениями осуществляется с помощью сигналов, снимаемых с другой системы электродов - информационных (измерительных) электродов. Влияние электродов управления и информационных электродов на динамику кварцевого полусферического резонатора достаточно подробно изучено в работах академика В.Ф. Журавлева [1,3]. Динамическая модель основной рабочей (второй) формы колебаний как электромеханической системы, представляющей собой полусферический резонатор с электродами управления и электродами съема информации в деталях рассмотрена в известной совместной публикации Д. Линча и В.Ф. Журавлева [3].

Информационные электроды позволяют измерять обобщенные координаты $w1$ и $w2$ основной (второй) формы упругих колебаний, равные радиальному смещению резонатора в двух фиксированных точках, отстоящих друг от друга на угол 45° в угловом измерении по экватору полусферического резонатора. Динамические уравнения полусферического кварцевого резонатора относятся как к случаю электродов съема информации, так и к случаю электродов управления.

В известных конструкциях ВТГ электродов съема информации обычно восемь (n=8), а радиальные перемещения кварцевого резонатора $w1$ и $w2$ представляют собой реальные перемещения в месте расположения электродов с номерами i = 1, 2.

В случае электродов управления равных n=16 либо n=8, сопротивление R мало и его можно считать равным нулю. Распределение напряжения по электродам коррекции и управления зависит от конкретных технических целей задачи управления. При этом амплитуда упругих колебаний (вибраций) кромки резонатора электродами управления поддерживается постоянной. Амплитуды двух измерительных каналов пропорциональны синусу и косинусу угла ориентации стоячей волны относительно корпуса прибора.

III. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ

Считаем, начальное значение периода T нам известно. Линейный тренд $kt+b$ мы ввели, так как данная погрешность свойственна режиму коммутации, и сильно искажает расчет рабочей частоты (периода). Мы предлагаем перед началом обработки первичного сигнала вычесть из него линейный тренд. Хотя методика расчета линейного тренда хорошо известна, мы предлагаем более простой алгоритм, пользуясь гармоничностью первичного сигнала.

Рассмотрим две свертки исследуемого нами гармонического сигнала:

$$S_1 = \int_0^{NT} z(x)dx \qquad (2)$$

$$S_2 = \int_0^{NT} z(x)\sin\frac{4\pi x}{T}dx.$$

С одной стороны, левые части выражений (2) вычисляются из экспериментальных данных численно, а правые части после преобразований запишем в виде:

$$S_1 = \frac{1}{2}T^2N^2k + TNb, \qquad (3)$$

$$S_2 = \frac{1}{4\pi}T^2Nk.$$

Из системы (3) легко найти параметры линейного тренда k и b. После вычитания линейного тренда исследуемый сигнал запишем, как чисто гармонический:

$$z(t) = A\sin(\frac{2\pi t}{T} + \alpha). \qquad (4)$$

Начальное значение периода T нам известно. Пусть на интервале выборки сигнала (4) оказалось нецелое количество периодов, например $N(T+\delta)$ (N- целое, δ - небольшая погрешность, связанная с изменением периода сигнала). Рассмотрим следующие свертки сигнала (4):

$$R_s = \int_0^{N(T+\delta)} z(x)\sin(\frac{2\pi x}{T})dx, \qquad (5)$$

$$R_c = \int_0^{N(T+\delta)} z(x)\cos(\frac{2\pi x}{T})dx.$$

Левые части формул (5) вычисляют цифровыми методами по экспериментальным (измеренным) отсчетам сигнала, правые части преобразуем к виду (удерживая вторую степень погрешности δ):

$$\frac{R_s}{NA} = \frac{T}{2}\cos(\alpha) + \frac{\pi N}{T}\sin(\alpha)\delta^2, \qquad (6)$$

$$\frac{R_c}{NA} = \frac{T}{2}\sin(\alpha) + \sin(\alpha)\delta + \frac{\pi N}{T}\cos(\alpha)\delta^2.$$

Отметим, что удержание лишь одной первой степени δ в системе уравнений (6) приводит к вырожденной системе, поэтому необходимо удержать вторую степень.

В системе уравнений (6) неизвестные A, α, δ, в аналитическом виде подобную систему решать весьма сложно. Поэтому применим метод последовательных приближений. Пусть $\delta = 0$ - нулевое приближение, в полученной нами невозмущенной системе (6) находим значения неизвестных A_*, α_*. Из системы полученных уравнений (6) при условии $\delta = 0$ находим следующие необходимые нам переменные параметры:

$$\sin(\alpha_*) = \frac{2}{NTA_*} R_c,$$

$$\cos(\alpha_*) = \frac{2}{NTA_*} R_s, \qquad (7)$$

$$A_* = \frac{2}{NT}\sqrt{R_s^2 + R_c^2}.$$

Подставляя (7) в возмущенную систему (6), получаем уравнение для первого приближения:

$$\frac{\pi N}{T}\delta^2 + \frac{1}{2}\sin(2\alpha_*)\delta + \frac{T}{4}\sin(2\alpha_*) - \frac{1}{NA_*}(R_s \sin(\alpha_*) + R_c \cos(\alpha_*)) = 0 \qquad (8)$$

Представим решение уравнения (8) в следующем виде:

$$\delta = \frac{T}{2\pi N}\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{2}\sin(2\alpha_*) \\ +\sqrt{\frac{1}{4}\sin^2(2\alpha_*) - \pi N \sin(2\alpha_*) + \frac{4\pi}{TA_*}(R_s \sin(\alpha_*) + R_c \cos(\alpha_*))} \end{array}\right]. \qquad (9)$$

Полученная формула (10) дает значение (в первом приближении) для изменения периода сигнала δ, таким образом, полностью решая поставленную задачу.

Новое значение периода T_1 можно найти, как $T_1 = T + \delta$. Значение T_1 можно брать в качестве нового начального значения для обработки следующей выборки сигнала. Напомним, что N – это целое число периодов в начальной выборке первичного сигнала.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача оценки частоты рабочих вибраций резонатора ВТГ в режиме коммутации сигналов измерения и управления полностью решена. Отметим важность выражений (7) для расчета фазы сигнала α, расчет фазы сигнала необходим для разработки систем слежения за частотой (ФАПЧ и аналогичных). При необходимости решение по формуле (9) можно подставить в систему (6) и найти следующее приближение, однако, практика обработки результатов эксперимента показывает, что первого приближения по формуле (9) вполне достаточно для достоверной оценки частоты сигнала. Практические исследования на реальных образцах ВТГ показали: влияние температуры на изменение собственной скорости дрейфа составляет величину 10^0/ч, однако после введения модели по резонансной частоте - дрейф составил не более 0.05^0/ч.

Результаты доклада могут быть использованы не только в исследовании различного класса ВТГ, но и в любых задачах, связанных с оценкой частоты гармонического сигнала цифровыми методами в условиях низкочастотных помех и ограниченного количества данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К.* Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). - М.: Ким Л.А., 2017.

2. *Матвеев В.А., Липатников В.И., Алехин А.В.* Разработка волнового твердотельного гироскопа. МГТУ им. Баумана, 1998 г., 167 с.

3. *Журавлев В.Ф., Линч Д.Д.* Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа. // Изв. РАН, МТТ, №5, 1995.

Исследование точностных характеристик матричных методов линейно-угловых измерений

Александр Королев
Санкт-Петербургский Электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
al_korolev@mail.ru

Павел Иванов
Санкт-Петербургский Электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
ivanov_etu@mail.ru

Юрий Филатов
Санкт-Петербургский Электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
yvfilatov@etu.ru

Александр Лукин
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия
alexander_lukin@inbox.ru

Евгений Бохман
Санкт-Петербургский Электротехнический университет «ЛЭТИ»
Санкт-Петербург, Россия
edbokhman@mail.ru

Проведены экспериментальные исследования точностных характеристик матричных измерителей длины и угла с реальными оценками случайной погрешности измерения. Угловые измерения проводились на базе поворотной платформы гониометра с датчиком угла ЛИР4200. Линейные измерения проводились на двухканальном стенде с двумя идентичными матричными измерителями перемещений. В обоих экспериментах в качестве анализатора изображения использовались КМОП цифровые камеры 1.3 Мпикс. Сделан вывод о том, что случайная погрешность исследованных матричных измерителей не превышает 0.06 угл.с для измерения углов и 15 нм для измерения перемещений.

Ключевые слова – линейно-угловые измерения, 2D шкала, цифровая камера, оптическая марка.

I. ВВЕДЕНИЕ

Создание моделирующих стендов для испытания и калибровки навигационной аппаратуры требует использования прецизионных методов линейно-угловых измерений. Для реализации этих методов необходимо измерять линейные перемещения на уровне долей микрометров и угловые повороты на уровне долей угловой секунды. Наиболее часто используемым подходом к проведению линейных и угловых перемещений является использование энкодеров или интерференционных систем на дифракционных решетках. Использование данных систем позволяет достичь весьма высоких точностей как при измерении линейных, так и угловых перемещений [1,2]. Применение КМОП- и ПЗС-камер для решения задач измерения линейного перемещения и/или вращения широко распространено в различных областях техники. Рассматриваемая в данной работе технология матричных измерений основана на использовании измерительной марки с десятками тысяч элементов. Проведенные ранее предварительные исследования были посвящены решению задач восстановления периодической структуры изображения марки и устранению искажений, связанных с дисторсией объектива и ошибками изготовления марки. Прогнозируемая погрешность данной технологии находится на уровне долей нанометра в линейной шкале и тысячных долей угловой секунды в угловой шкале. [3,4].

В данной работе использовалась марка (Рис.1) с периодом 50 мкм и диаметром элементов 30 мкм. Для выполнения исследований был использован макет матричной измерительной системы с теплоотводом и термостатированием. Как указано в [3] важнейшим параметром матричных измерителей, определяющим их разрешающую способность, является размер шкалы, которая, в свою очередь, ограничивается размерами фотоприемной матрицы цифровой камеры. В данных исследованиях использовался матричный измеритель угла (МИУ) с фотоприемной матрицей 1.3 Мпикс.

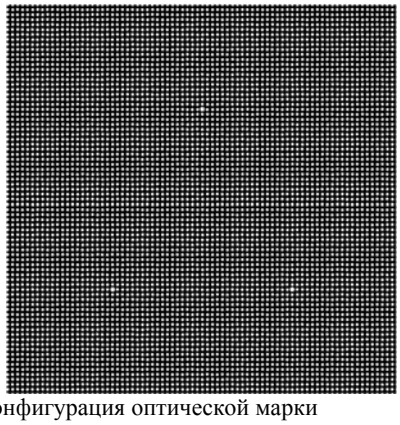


Рис.1. Конфигурация оптической марки

В конструкции МИУ был использован защитный корпус с системой водяного охлаждения, а теплозащита выполнена в виде дополнительного кожуха, покрытого фольгированным изолоном. Поскольку камера 1.3 Мпикс имеет небольшое тепловыделение, предложенная конструкция позволила удерживать температуру измерителя на уровне 25 °С.

Проведенные исследования имели финансовую поддержку в рамках гранта РНФ № 20-19-00412.

Использованный МИУ характеризуется следующими параметрами.
Цифровая КМОП камера BR-1341LM-U [4]
1.3 Мпикс, размер матрицы 6.6x5.3 мм, размер пиксела 5.2 мкм,
1280x1024 пикс
Объектив: увеличение $\Gamma=1^{x}$.

Марка: фотошаблон хром на стекле, диаметр элементов 30 мкм, период 50 мкм. Диаметр шкалы (области анализа) 5 мм. Число элементов изображения марки в области анализа – 10 000.

II. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 2D ШКАЛ

Исследования матричного измерителя угла проводились на поворотной платформе гониометра СГ-03 [6] ООО «ИНЕРТЕХ». Поворотная платформа снабжена датчиком ЛИР-3200 СКБ ИС [7]. В датчике использована голографическая радиальная шкала диаметром 120 мм. Шаг шкалы 1 мкм. Разрешающая способность датчика 0.01 угл.с.

При измерениях угла, как правило, имеют место совокупность детерминированной циклической ошибки, которая может быть подробно исследована и скорректирована, и случайной погрешности. Именно последняя ограничивает точность измерения угла. Причинами циклической ошибки для МИУ могут служить неполная коррекция дисторсии объектива и ошибок изготовления марки, влияние неравномерности освещения, дефекты изготовления марки. Причинами таких ошибок для ЛИР являются в первую очередь погрешности шкалы.

При отсутствии эталона нужной точности удобной процедурой исследований измерителей угла является использование двух измерителей угла, устанавливающихся на ротор поворотной платформы. В процессе вращения ротора измеряются разности значений угла по 2 шкалам. Взаимный фазовый сдвиг шкал позволяет при необходимости выявить систематические погрешности обеих датчиков.

В таблице 1 приведены фрагменты протокола синхронных измерений для датчиков МИУ и ЛИР в диапазоне от 0 до 360° при шаге угла поворота ротора поворотной платформы 10°.

В таблице 1 использованы следующие обозначения:

U1 - отсчет угла в градусах для матричного измерителя МИУ,
U0 - отсчет угла в градусах для датчика ЛИР-3200 поворотной платформы,
R01 - разность U1-U0 в угловых секундах,
dS - СКО отклонений измеренных координат элементов изображения марки от координат соответствующих элементов математической матрицы в пикселах,

Значения измеренных углов в столбцах 2 и 3 представлены в градусах до 7 знака после запятой при этом $1\cdot10^{-7}$ градуса соответствует 0.0004 угл.с.

Таблица 1.

№	U1	U0	R01	ds	*B*
из	град	град	угл.с.	пикс	пикс
1	0.23741006	229.5189222	470586.55	0.014	9.40366
2	10.23976333	239.5218348	470584.54	0.016	9.40367
3	20.23906938	249.5210825	470584.75	0.016	9.40367
4	30.24244671	259.5244471	470584.79	0.015	9.40368
5	40.24271586	269.5247328	470584.73	0.016	9.40368
..					
32	310.2347521	179.5171854	470583.24	0.016	9.40366
33	320.2317531	189.514114	470583.50	0.016	9.40366
34	330.2327544	199.515056	470583.71	0.015	9.40367
35	340.2356453	209.5178908	470583.91	0.016	9.40367
36	350.2342324	219.5164	470584.19	0.016	9.40367

СКО результатов измерения периода *B* между изображениями элементов марки составляет $1\cdot10^{-5}$ пиксела = 0.05 нм. В данном случае *B* есть усредненное значение периода между элементами математической матрицы, полученной в каждом эксперименте в результате усреднения. Столь малая величина СКО отражает высокую эффективность матричной технологии и в линейных измерениях, позволяя рассчитать для масштабирования результатов измерений точное значение увеличения объектива

$$V = B*5.2/50 = 1.245086^{x},$$

с уровнем точности, недостижимым в любых оптических приложениях

Величина dS является показателем качества измерений координат изображения элементов марки, включая высокий уровень коррекции оптических искажений изображения, включая наклон изображения, дисторсию, ошибки изготовления марки и качество освещения. Значение ds=0.017 пикс соответствует 0.1 мкм.

На рис. 2 приведен график нормированной (за вычетом среднего значения) разности результатов измерения R01. Предельные отклонения разности составляют 1.2 ".

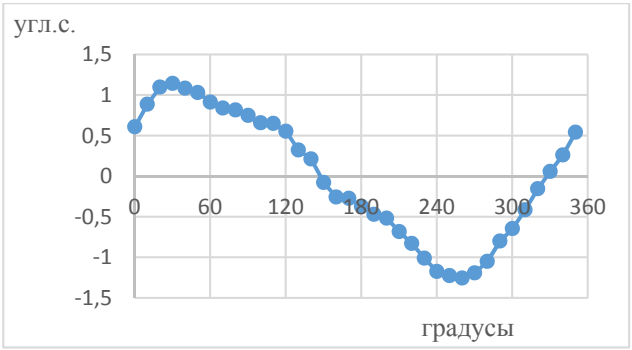


Рис. 2. Зависимость R01 от угла поворота

Очевидно, что циклическая компонента, присутствующая в функционале на рис. 3, есть не что иное как сумма систематических погрешностей двух датчиков.

В [8] был описан опыт использования методов нелинейного программирования для вычисления параметров циклической функции, включающей ряд гармоник, используя опцию Excel «Поиск решения» при минимизации суммы квадратов невязки.

При ограничении 4 гармониками были определены коэффициенты a_n и b_n циклической функции, с использованием «Поиск решения» при условии

$$S1_n = R01 - \sum_1^4 (a_n \sin(nx) + b_n \cos(nx)) \qquad (1)$$
$$\sum_N (S1_n)^2 \to min$$

где n – номер измерения.

Циклическая функция, определенная как сумма 4 гармоник, приведена на рис. 3.

Вычитание циклической функции из разности отсчетов по формуле (1) тождественно тому, что было выполнено разделение систематических погрешностей обоих датчиков (циклы измерений при взаимном фазовом сдвиге между шкалами), и в программу датчиков встроены корректоры, исключающие влияние систематических погрешностей на результаты измерения.

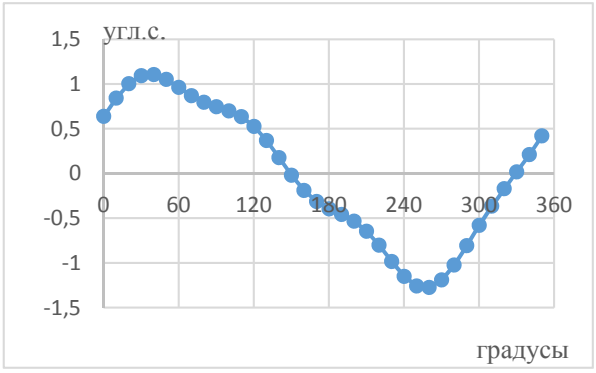


Рис. 3. Сумма четырех гармоник

На рис. 4 представлен график невязки $S1_n$, который представляет собой сумму случайных погрешностей датчиков МИУ и ЛИР. Ее максимальные значения не превышают ±0.06 угл.с. Поскольку, случайные погрешности, в отличие от систематических циклических погрешностей разделить по датчикам невозможно, то очевидным является следующий вывод: случайная погрешность матричного измерителя МИУ не может превышать ±0.05 угл.с. Это удивительный уровень точности измерения угла для прибора с диаметром шкалы 5 мм.

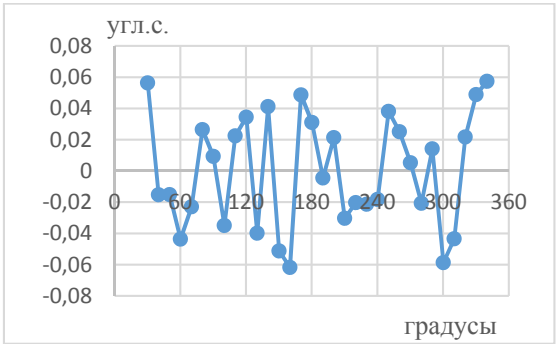


Рис. 4. Сумма случайных погрешностей датчиков МИУ и ЛИР

Прогноз погрешности измерения угла для конфигурации матричного измерителя угла при больших размерах фотоприемной матрицы может составлять менее ± 0.01 угл.с [1]. Очевидно, что для подтверждения подобного уровня точности требуется использовать в качестве эталона как минимум на порядок более точный прибор. Однако такого эталона мы не имеем. Для подтверждения указанных прогнозных значений авторы предполагают использовать в ближайшее время другую технологию измерений.

III. ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Метрологические исследования матричного измерителя перемещений на уровне единиц нанометров являются еще более сложной задачей. В этом случае в качестве эталонного средства измерений можно было бы использовать интерферометр, но создавать для такого эксперимента интерферометр с разрешением в несколько нанометров и с диапазоном измерения в десятки мм является слишком дорогим вариантом.

Поэтому было принято решение использовать два идентичных матричных измерителя, выполняя с их помощью синхронно измерения перемещений. В этом случае выполняется сравнение двух независимых приборов. Схема измерительного стенда приведена на рис. 5.

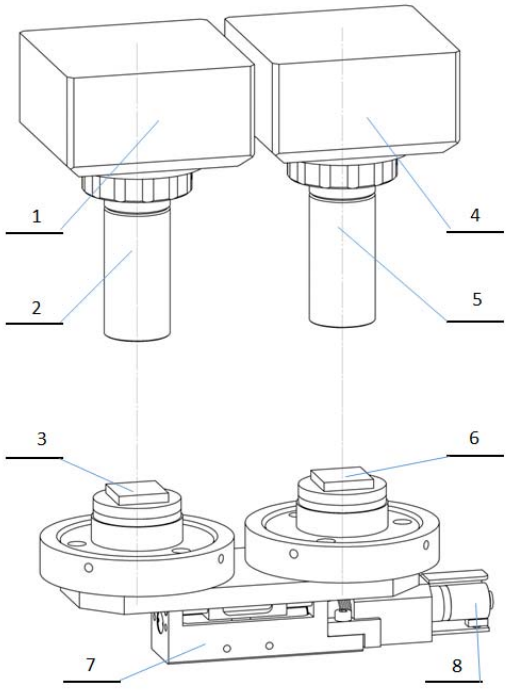


Рис. 5. Схема измерительного стенда линейных перемещений

На рис. 5 представлены 2 измерительных канала с идентичными камерами (1,4), объективами (2,5), измерительными марками (3,6). Марки закреплены на площадке линейного транслятора 7 с шаговым двигателем 8 для программной реализации перемещений.

Использован линейный миниатюрный транслятор 8MT18-13 [9] с диапазоном перемещения 13 мм и разрешающей способностью на 1 шаг - 1 мкм.

Программа обеспечивает одновременную работу двух каналов, формируя два протокола результатов измерений при каждом перемещении платформы с марками. Программа позволяет выводить в протокол «измеренные координаты, соответствующие любому элементу марки». Определение, взятое в кавычки необходимо разъяснить. В данном случае с помощью камеры

формируется изображение марки и производится вычисление координат каждого элемента марки в системе координат фотоприемной матрицы. Затем методом наименьших квадратов производится поиск параметров математической матрицы, ближайшей к совокупности координат всех анализируемых элементов в изображении марки. Индексы в описании элементов математической матрицы совпадают с индексами соответствующих элементов в изображении марки. Величина dS составляет порядка 0.1 мкм. Переход к математической матрице, это способ усреднения координат всей совокупности анализируемых элементов. А СКО среднего значения составляет $1/\sqrt{N}$ от СКО единичного измерения. При N=10000 получаем повышение точности на 2 порядка. Таким образом вместо привычного физически реального штриха, по координатам которого определяется перемещение, в матричном измерителе используется виртуальная координата, вычисляемая по всей совокупности элементов, но привязанная к конкретному элементу. Далее будем называть для сокращения эти виртуальные координаты координатами элементов марки.

В протоколе измерений выводятся X и Y координаты «центрального» (условно) элемента, расположенного на середине высоты равнобедренного треугольника, соединяющего опорные точки (рис. 1). И если начальной точкой матрицы является точка при вершине треугольника с индексами (0,0), то «центральная» точка имеет индексы (0,18).

В связи с невозможностью привести полные протоколы измерений, тем более для 2 каналов, приведем некоторые основные данные по эксперименту: число измерений - 52, диапазон перемещений – 320 мкм, средний шаг перемещения – 6.3 мкм, длительность эксперимента около 6 минут. Главный показатель, определяющий точность измерения линейных перемещений – СКО измерения координат элементов марки. Среднее значение этой величины составило 0.0002 пиксела ≈ 1 нм.

На основании данных протокола величина смещения на каждом шаге эксперимента вычисляется по формуле

$$L_n = \sqrt{(X_n - X_1)^2 + (Y_n - Y_1)^2}$$

где разности в скобках – это разности измеренных координат по осям X и Y в текущей и начальной точках эксперимента. После вычисления массивов приращений *L1* и *L2* для обоих каналов производилось вычисление разностей величины приращения в каждой точке измерения.

Полученный результат приведен на рис. 6.

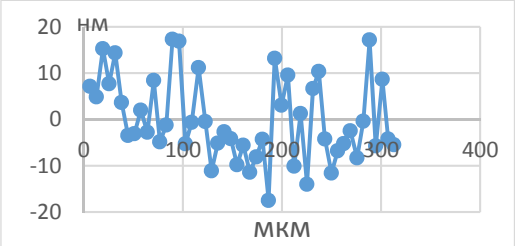


Рис. 6. Случайная погрешность измерения линейных перемещений

Этот график, как и в предыдущем эксперименте по измерению угла, представляет суммарную случайную погрешность использованных матричных измерителей длины. Максимальное отклонение не превышает ± 15 нм, а СКО суммарной погрешности составляет 8 нм.

Очевидно, что случайная погрешность измерения каждого из этих измерителей не может превышать указанных значений.

Таким образом подтверждена реальная возможность измерения перемещений на уровне единиц нм достаточно простыми средствами. Интересно, что такой уровень точности измерения длины реализуется с помощью шкалы (измерительная марка) для которой погрешность координат элементов составляет ± 1 мкм.

Совершенно очевидно, что при столь высоком уровне точности практическое использование матричных измерителей возможно лишь при наличии высокоэффективных систем теплоотвода, теплоизоляции и виброзащиты.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены исследования матричных измерителей, выполненных в виде макетов с теплоотводом и теплозащитой. На основании проведенных экспериментов сделан вывод о том, что случайные погрешности измерения угловых и линейных перемещений для использованных матричных измерителей не превышают ±0.06 угл.с и ±15 нм, соответственно. Учитывая, что в экспериментах были использованы камеры с малыми размерами фотоприемных матриц и с малым полем анализа (N≈10000), авторы убеждены в возможности значительного повышения точности измерения при наличии фотоприемных матриц большой размерности с полем анализа, обеспечивающим возможность измерения от сотен тысяч до 1 млн элементов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Bridges A., Yacoot A., Kissinger T., Humphreys D.A., Tatam R.P. “Correction of periodic displacement non-linearities by two-wavelength interferometry”, Measurement Science and Technology, vol.32, №12, p. 125202, 2021,

[2] Changhai Zhao, Qiuhua Wan, Lihui Liang, “Compensation for Dynamic Subdivision Error When the Grating Displacement Sensor Code Disk is Stained”, IEEE Sensors Journal, vol.23. №3. p.2403, 2023.

[3] Королев А.Н., Лукин А.Я., Филатов Ю.В., Венедиктов В.Ю., “Матричная технология линейно-угловых измерений”, Оптический журнал, т. 89, №12, с. 54-64, 2022.

[4] Королев А.Н., Лукин А.Я., Филатов Ю.В., Венедиктов В.Ю., “Матричная технология измерений. Точность измерения координат элементов и контроль фотошаблонов”, Оптический журнал, т. 91, №3, с. 115-123, 2024.

[5] http://www.es-exp.ru/

[6] http://inertech-ltd.com/

[7] https://skbis.ru/

[8] Королев А.Н., Лукин А.Я., Бохман Е.Д., Венедиктов В.Ю., Иващенко Е.М., “Исследование методов регрессионного анализа и нелинейного программирования в задачах калибровки на гониометре”, Оптический журнал, №6, с. 53-63, 2022.

[9] https://www.standa.lt/products/catalog/motorised_positioners?item=674&prod=miniature-motorized-linear-stage&print=1

Синтез программ калибровки триады акселерометров

С.В. Смирнов
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
1410@cniiag.ru

Ю.Г. Егоров
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
1412@cniiag.ru

Г.Ю. Кирячeнко
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
1412@cniiag.ru

Г.С. Тараненко
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
grigoriy1702@list.ru

***Аннотация* — В работе проводится синтез и оценки точностных характеристик программ калибровки триады акселерометров с применением ортогональных рядов и генетического алгоритма.**

Ключевые слова — калибровка, триада акселерометров, генетический алгоритм, инструментальные погрешности

I. Введение

Задача оценивания инструментальных погрешностей триады акселерометров (ТА) в процессе калибровки в классической постановке предполагает получение оценок: смещений нулей, относительных ошибок масштабных коэффициентов, направляющих косинусов входных осей акселерометров. Всего 15 параметров, которые принимаются постоянными за время калибровки. В алгоритмах калибровки ТА используются условия нормировки [1] (сумма квадратов направляющих косинусов входных осей акселерометров равна единице).

Для решения задач синтеза программ калибровки ортогональной ТА построена рациональная математическая модель измерений ТА. Математическая модель включает три линейные задачи оценивания с одинаковыми матрицами наблюдений и независимыми векторами состояния размерности 4 в каждой задаче. Использование условий нормировки позволяет в дальнейшем по 12 полученным оценкам решить задачу калибровки ортогональной ТА с вычислением случайных оценок всех 15 инструментальных погрешностей.

В процессе синтеза программ калибровки ТА на основе ортогональных рядов на число измерительных положений и кинематические параметры, задающие ориентацию ТА, накладываются ограничения, а при использовании генетического алгоритма таких ограничений нет.

II. Математическая модель измерений триады акселерометров

Уравнение измерений триады акселерометров в процессе калибровки на испытательном стенде можно представить в следующем векторно-матричном виде:

$$\bar{J}_a = \bar{\Delta} + gE_{\delta k} \cdot C_a \cdot \bar{\eta} + \bar{\omega}_a; \quad (1)$$

где $\bar{J}_a = \left[J_{aX}\ J_{aY}\ J_{aZ}\right]^T$ – измерения i-го акселерометра (i = X, Y, Z);

$\bar{\Delta} = \left[\Delta_X\ \Delta_Y\ \Delta_Z\right]^T$ – смещение нуля i-го акселерометра (i = X, Y, Z);

g – ускорение силы тяжести в месте проведения испытаний;

$E_{\delta k} = \begin{bmatrix} 1+\delta_{kX} & 0 & 0 \\ 0 & 1+\delta_{kY} & 0 \\ 0 & 0 & 1+\delta_{kZ} \end{bmatrix}$ – матрица, заданная относительными ошибками масштабных коэффициентов ТА;

δ_{ki} – относительная ошибка масштабного коэффициента i-го акселерометра (i = X, Y, Z);

$C_a = \begin{bmatrix} a_X & b_X & c_X \\ a_Y & b_Y & c_Y \\ a_Z & b_Z & c_Z \end{bmatrix}$ – матрица перехода от приборного трёхгранника, связанного с планшайбой испытательного стенда к трёхграннику, совпадающему со входными осями ТА;

a_i, b_i, c_i – направляющие косинусы входной оси i-го акселерометра (i = X, Y, Z);

$\bar{\eta} = \left[\eta_X\ \eta_Y\ \eta_Z\right]^T$ – вектор, состоящий из направляющих косинусов вертикали в осях приборного трёхгранника, задаваемых испытательным стендом, например, следующим образом: $\eta_X = \sin\alpha_3 \cos\alpha_2$, $\eta_Y = \cos\alpha_2 \cos\alpha_3$, $\eta_Z = -\sin\alpha_2$ (α_2, α_3 – углы поворота по осям испытательного стенда);

$\bar{\omega}_a = \left[\omega_{aX}\ \ \omega_{aY}\ \ \omega_{aZ}\right]$ – вектор ошибок измерений ТА, где ω_{ai} – ошибка измерения i-го акселерометра (i = X, Y, Z);

Для построения рациональной математической модели введём следующие векторы:

$$\begin{gathered}\overline{X}=\begin{bmatrix}\Delta X & X_1 & X_2 & X_3\end{bmatrix}^T;\\ \overline{Y}=\begin{bmatrix}\Delta Y & Y_1 & Y_2 & Y_3\end{bmatrix}^T;\\ \overline{Z}=\begin{bmatrix}\Delta Z & Z_1 & Z_2 & Z_3\end{bmatrix}^T;\\ X_1=(1+\delta k_x)a_X g;\\ X_2=(1+\delta k_x)b_X g;\\ X_3=(1+\delta k_x)c_X g;\\ Y_1=(1+\delta k_Y)a_Y g;\\ Y_2=(1+\delta k_Y)b_Y g;\\ Y_3=(1+\delta k_Y)c_Y g;\\ Z_1=(1+\delta k_Z)a_Z g;\\ Z_2=(1+\delta k_Z)b_Z g;\\ Z_3=(1+\delta k_Z)c_Z g;\end{gathered} \tag{2}$$

где $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ – векторы, образованные калибруемыми инструментальными погрешностями акселерометров X, Y и Z соответственно.

Справедливы следующие соотношения, задающие условие нормировки:

$$\begin{gathered}\sum_{i=1}^{3}X_i^2=(1+\delta k_X)^2 g^2;\\ \sum_{i=1}^{3}Y_i^2=(1+\delta k_Y)^2 g^2;\\ \sum_{i=1}^{3}Z_i^2=(1+\delta k_Z)^2 g^2.\end{gathered} \tag{3}$$

В результате, имеем рациональную математическую модель измерений ТА в процессе калибровки:

$$\begin{gathered}J_{aX}=\begin{bmatrix}1 & \overline{\eta}^T\end{bmatrix}\overline{X}+\overline{\omega}_{aX};\\ J_{aY}=\begin{bmatrix}1 & \overline{\eta}^T\end{bmatrix}\overline{Y}+\overline{\omega}_{aY};\\ J_{aZ}=\begin{bmatrix}1 & \overline{\eta}^T\end{bmatrix}\overline{Z}+\overline{\omega}_{aZ}.\end{gathered} \tag{4}$$

Математическая модель (4) и соотношения (3) позволяют провести синтез программ и алгоритмов калибровки ТА с использованием ортогональных рядов и генетического алгоритма.

III. Синтез программ калибровки ортогональной триады акселерометров

Задача синтеза программ калибровки ТА предполагает определение числа измерительных положений (ИП) в программе калибровки – N и значений кинематических параметров (углов стенда α_2,α_3), задающих ориентацию ТА относительно вертикали в каждом ИП.

Матрицы измерений H в задачах оценивания промежуточных векторов $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ при N ИП в программе калибровки ТА будут одинаковыми:

$$H=\begin{bmatrix}1 & \overline{\eta}^T(1)\\ \dots & \\ 1 & \overline{\eta}^T(i)\\ \dots & \\ 1 & \overline{\eta}^T(N)\end{bmatrix}; \tag{5}$$

В результате, оптимальные оценки промежуточных векторов $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ находятся по следующим алгоритмам с одинаковыми операторами А:

$$\begin{gathered}\hat{\overline{X}}=A\cdot\overline{J}_{aX},\quad \hat{\overline{Y}}=A\cdot\overline{J}_{aY},\quad \hat{\overline{Z}}=A\cdot\overline{J}_{aZ};\\ A=\left(H^TH\right)^{-1}H^T;\end{gathered} \tag{6}$$

где $\overline{J}_{aj}=\begin{bmatrix}J_{aj}(1) & \dots & J_{aj}(i) & \dots & J_{aj}(N)\end{bmatrix}^T$ – вектор измерений j-го акселерометра в программе калибровки из N ИП (j = X, Y, Z);

$J_{aj}(j)$ – измерение j-го акселерометра (j = X, Y, Z) в i-м ИП программы калибровки (i = 1..N).

Ковариационные матрицы P ошибок оценки $\Delta\overline{X},\Delta\overline{Y},\Delta\overline{Z}$ векторов $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ будут одинаковыми:

$$P=\sigma_{uu}^2\left(H^TH\right)^{-1}; \tag{7}$$

где σ_{uu}^2 – дисперсия ошибок измерений векторов $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$.

Синтез программ калибровки ТА с использованием ортогональных рядов проводился для случая, когда ИП задаются путём поворота попеременно вокруг всех осей приборного трёхгранника (ТГ). Каждая из осей, относительно которой осуществляется поворот, находится номинально в плоскости горизонта. Углы разворота отсчитываются от вертикального положения каждой из осей приборного ТГ. В этом случае матрица измерений H для оценивания векторов $\overline{X},\overline{Y},\overline{Z}$ имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}H=\begin{bmatrix}\overline{e}_1 & \overline{e}_s & \overline{e}_c & \overline{e}_0\\ \overline{e}_1 & \overline{e}_c & \overline{e}_0 & \overline{e}_s\\ \overline{e}_1 & \overline{e}_0 & \overline{e}_s & \overline{e}_c\end{bmatrix};\\ \overline{e}_0=\begin{bmatrix}1\dots1\dots1\end{bmatrix}^T;\quad \overline{e}_0=\begin{bmatrix}0\dots0\dots0\end{bmatrix}^T;\\ \overline{e}_s=\begin{bmatrix}\sin(\alpha_1)\dots\sin(\alpha_i)\dots\sin(\alpha_n)\end{bmatrix}^T;\\ \overline{e}_c=\begin{bmatrix}\cos(\alpha_1)\dots\cos(\alpha_i)\dots\cos(\alpha_n)\end{bmatrix}^T;\\ \overline{e}_0,\overline{e}_1,\overline{e}_s,\overline{e}_c\in R^n;\end{gathered} \tag{8}$$

где α_i – значения углов разворота ТА в ИП путём вращений попеременно вокруг осей приборного ТГ (i = 1..n);

n – число ИП, задаваемых вращением вокруг каждой оси приборного ТГ;

Общее число ИП в программе калибровки N в данном случае кратно трём:

$$N = 3n. \tag{9}$$

Строки матрицы H представляют собой элементы ортогонального ряда $1, \sin\alpha, \cos\alpha$. Максимальное подавление влияния измерительного шума на оценивание коэффициентов ортогонального ряда достигается путём разбиения полного оборота на равные интервалы [2]. В этом случае, ковариационная матрица ошибок оценивания будет диагональной.

Таким образом, вся совокупность программ калибровки ТА, синтезированных на основе ортогональных рядов определяется так:

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{n}(i-1); \quad (n = 2,3,4,5...), (N = 6,9,12) \tag{10}$$

Ковариационные матрицы P ошибок оценивания имеют вид:

$$P = \sigma_ш^2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{N} \end{bmatrix}; \tag{11}$$

где $\sigma_ш^2$ – дисперсии ошибок измерений векторов $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$.

Из (4) следует, что число ИП в программах калибровки ТА может быть от четырёх и более. Для синтеза полной совокупности программ калибровки с числом измерительных положений N = 4, 5, 6, 7 и т.д. был применён генетический алгоритм [3]. Программы калибровки синтезированы по критериям минимального следа ковариационной матрицы и её определителя, что соответствует максимальному подавлению влияния измерительного шума на результаты калибровки. Результаты синтеза программ калибровки ТА для N = 4, 6 и 12 приведены в таблице 1.

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ СИНТЕЗА ПРОГРАММ КАЛИБРОВКИ ТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

№ ИП	N = 4		N = 6		N = 12	
	α_2, °	α_3, °	α_2, °	α_3, °	α_2, °	α_3, °
1	4,85	185,56	28,64	64,79	156,46	284,51
2	32,26	302,25	204,17	168,98	185,99	295,60
3	159,96	252,79	287,17	245,99	256,29	467,09
4	253,97	521,92	188,44	667,28	34,32	-2,28
5			50,92	292,53	-106,47	283,95
6			165,16	35,02	6,87	247,73
7					23,20	-10,50
8					-141,80	36,99
9					348,09	52,44
10					52,89	190,21
11					356,67	-47,43
12					139,94	13,20

Ковариационные матрицы ошибок оценивания $\Delta\bar{X}, \Delta\bar{Y}, \Delta\bar{Z}$ синтезированных программ калибровки при N кратных трём и с минимальным числом ИП N = 4 соответствуют выражению (11), задающему соответствующие ковариационные матрицы программ калибровки, синтезированных на основе ортогональных рядов.

Таким образом, программы калибровки, синтезированные с использованием генетического алгоритма, не уступают по точности программам калибровки, синтезированных на основе ортогональных рядов.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезированы оптимальные программы калибровки ТА на основе ортогональных рядов, состоящие из кратного трём числа ИП (N = 6, 9, 12 и т. д.) с диагональной матрицей ошибки оценки калибруемых параметров.

Использование генетического алгоритма позволило синтезировать полную совокупность программ калибровки ТА с любым числом измерительных положений (N = 4, 5, 6, 7… и т. д.), не уступающих по точности программам калибровки ТА, синтезированных на основе ортогональных рядов.

Проведённые исследования показали высокую эффективность обоих способов для синтеза оптимальных программ калибровки блоков акселерометров.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Тарановский Д.О. Стендовая калибровка блока маятниковых поплавковых акселерометров корабельной инерциальной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2008. №4 (63). С. 56 – 65.

[2] Егоров Ю.Г., Дзуев А.А., Попов Е.А. Синтез программ калибровки блока акселерометров БИНС при инвариантном подходе // Гироскопия и навигация. 2019. Т. 27. №1. С. 61 – 71.

[3] Егоров Ю.Г., Киряченко Г.Ю., Попов Е.А. Синтез субоптимальных программ калибровки блока акселерометров численными методами // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. №2 (113). С. 47 – 58.

Методика расчета нестационарного профиля температуры во внутрикорпусном объеме прибора БИНС

А.В. Фролов
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
frolov@frolov.moscow

Ю.В. Михайлов
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
mikhaylov.yu@gmail.com

П.А. Шаповалов
АО «ЦНИИАГ»
Москва, Россия
kinik.keni@yandex.ru

Аннотация — В данной работе описывается методика расчета нестационарного теплообмена в замкнутом внутрикорпусном объёме прибора БИНС. Представленная методика расчета теплообмена основана на итерационном решении задачи теплопроводности в ANSYS Mechanical, в ходе которого вычисляется средняя температура воздуха на каждом временном шаге заданного нестационарного процесса. Произведена оценка адекватности и точности результатов расчетов, получаемых при помощи разработанной методики. Было показано, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными измерениями и качественно описывают характер рассматриваемых тепловых нестационарных процессов, при этом максимальное количественное расхождение не превышает 6%.

Ключевые слова—БИНС, численное моделирование, ANSYS, теплообмен

I. Введение

Тенденция увеличения точности современных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) [1, 2] требует повышения детализации расчетных исследований, выполняемых при проектировании и доводке приборов.

Значимыми причинами возникновения и накапливания ошибок в показаниях чувствительных элементов БИНС являются инерционные и тепловые нагрузки.

Расчетный анализ инерционных нагрузок достаточно прямолинеен, учитывая наличие современных программных расчетных комплексов, в то время как для учета тепловых расширений деталей прибора БИНС вследствие внутренних тепловыделений электронных компонентов, теплообмена внутри прибора и внешних тепловых воздействий требуется тщательное рассмотрение тепловых граничных условий ввиду их сильного влияния на конечный результат [3, 4, 5].

Наибольшую сложность представляют явления теплообмена в замкнутом пространстве прибора, поскольку для традиционно используемых для тепловых расчетов граничных условий 3-го рода неизвестными являются обе величины: температура и коэффициент теплоотдачи, в случае нестационарных тепловых процессов неизвестно также их изменение во времени.

Наиболее точным подходом к моделированию теплообмена во внутрикорпусном пространстве является использование средств вычислительной гидродинамики и сопряженного теплообмнена. Применительно к БИНС такой подход представлен, например, в работе [6], где было показано, что интенсивность теплообмена невысока, а средний коэффициент теплоотдачи можно принять постоянным. Таким образом, для решения рассматриваемой задачи необходимо определить изменение во времени температуры внутри прибора, что предлагается сделать при помощи метода последовательных приближений.

II. Описание методики

При помощи разработанной методики возможно выполнить нестационарный расчет теплового состояния прибора БИНС методом последовательных приближений, решая уравнения теплопроводности в ANSYS Mechanical. При этом итерационно вычисляется средняя температура воздуха во внутрикорпусном пространстве прибора БИНС при фиксированном значении коэффициента теплоотдачи.

Итерационный пересчет температуры воздуха во внутрикорпусном пространстве прибора производится на основе закона Ньютона-Рихмана методом последовательных приближений со степенным законом релаксации с целью стабилизации сходимости. Методика позволяет рассчитывать одновременно несколько изолированных полостей.

Система уравнений приведена ниже:

$$\begin{cases} T_{i+1}^{t} = \begin{cases} T_i^t + \beta_i \cdot Q_i^t \big/ A_j \cdot \alpha_j, & Q_i^t < 0 \\ T_i^t - \beta_i \cdot Q_i^t \big/ A_j \cdot \alpha_j, & Q_i^t > 0 \end{cases}, \\ \beta_i(i) = \beta_0 \cdot \gamma^{i-1} \end{cases}$$

где T_i^t – температура воздуха во внутрикорпусном пространстве прибора в момент времени t нестационарного теплового процесса на i-ой итерации расчета;

T_{i+1}^t - температура воздуха на (i+1) - ой итерации расчета;

$\beta_i(i)$ – степенной закон релаксации, где принято $\beta_0 = 0{,}001;\ \gamma = 0{,}8;$

Q_i^t – тепловой поток через поверхности на j-ой внутрикорпусной полости в момент времени t нестационарного теплового процесса на i-ой итерации расчета;

A_j – площадь поверхностей j-ой внутрикорпусной полости;

α_j – коэффициент теплоотдачи от поверхностей j-ой внутрикорпусной полости.

Методика реализована в виде скрипта на языке Python, использующего возможности API (Application Programming Interface) ANSYS Mechanical. На рис. 1 представлен алгоритм разработанной методики, показывающий последовательность операций в ходе вычислений.

Рис. 1. Алгоритм методики расчета

III. Верификация и валидация методики

Для оценки адекватности и точности разработанной методики выполнена верификация на основе сравнения результатов расчета с результатами, полученными методами вычислительной гидродинамики и сопряженного теплообмена [7, 8], а также валидация на основе сравнения результатов расчета с экспериментальными замерами температур.

Верификация проводится на основе решения тестовой задачи – моделирования теплообмена для двух кубических полостей с тепловыделяющими элементами внутри них (см. рис. 2) двумя разными способами:

- при помощи разработанной методики;
- с помощью решения сопряженной задачи гидродинамики и теплообмена внутри этих полостей в ANSYS Fluent и, при этом, решения задачи теплопроводности в ANSYS Mechanical; итерационная передача данных производится по средствам модуля System Coupling.

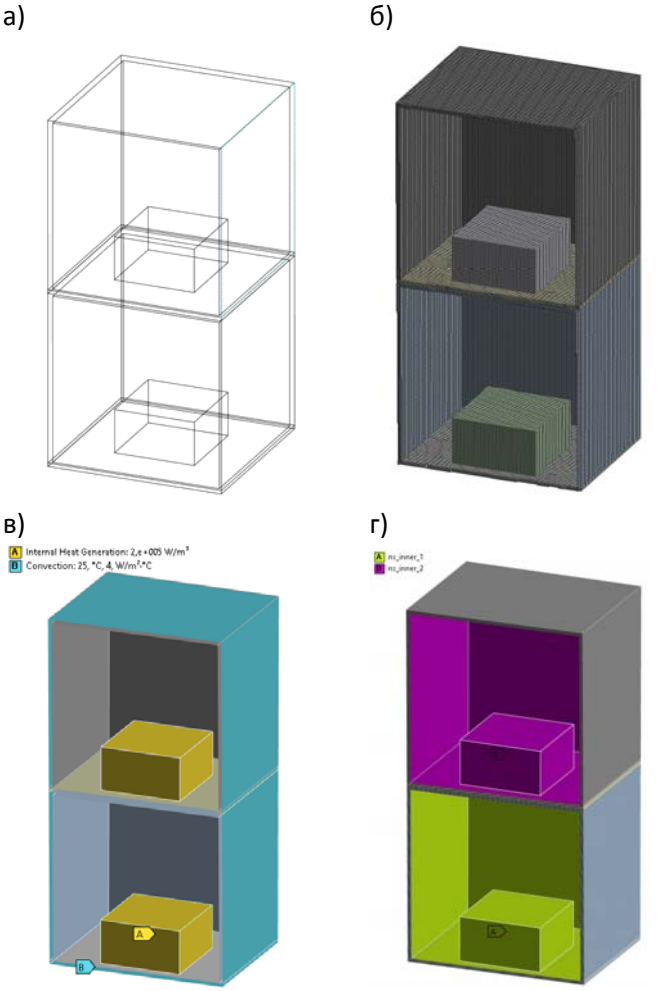


Рис. 2. Расчетная модель для тестовой задачи: а) твердотельная модель; б) конечно-элементная модель; в) тепловые ГУ; г) именованные наборы внутрикорпусных поверхностей

Для корректного расчета нестационарного температурного поля прибора БИНС при помощи описываемой методики необходимо создать расчетную модель, содержащую конечно-элементную сетку рассматриваемых деталей, назначенные свойства материалов, контактные пары, а также все значимые

тепловые граничных условия, помимо внутрикорпусной конвекции, граничные условия для которой генерируются в ходе решения при помощи скрипта.

Результаты расчета при помощи вычислительной гидродинамики показаны на рис. 3 - 5, которые демонстрируют хорошее качественное и количественное совпадение температурных полей, полученных разными способами.

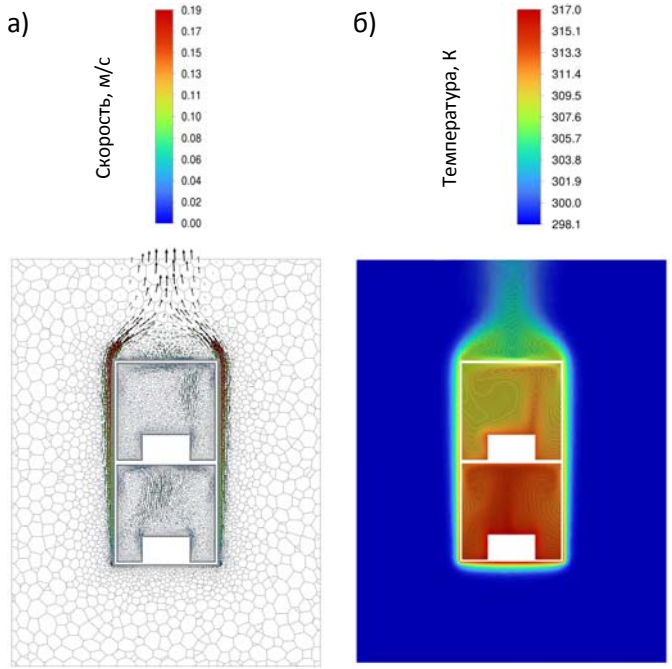


Рис. 3. Результаты расчета при помощи вычислительной гидродинамики: а) векторы скорости циркуляции воздуха; б) температура воздуха в расчетной области

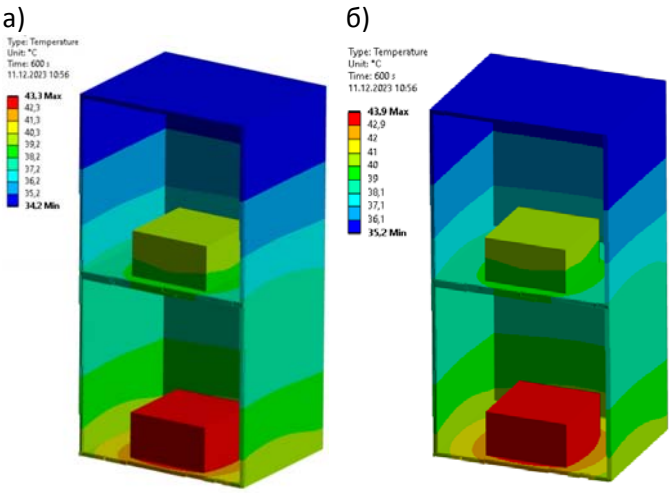


Рис. 4. Сравнение температурных полей: а) расчет по разработанной методике; а) расчет по верификационной модели

С целью валидации разработанной методики проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными замерами температур прибора БИНС, представленными в работе [6].

В качестве граничных условий использовались тепловыделения электронных компонентов блока акселерометров и блока гироскопов, принятые в соответствии с паспортными данными, а также граничные условия конвективного теплообмен с окружающей средой, заданные на наружных поверхностях прибора БИНС. Как и в случае тестовой задачи граничные условия конвективного теплообмена внутри корпуса блока акселерометров не задавались, а генерировались и итерационно пересчитывались в ходе решения задачи.

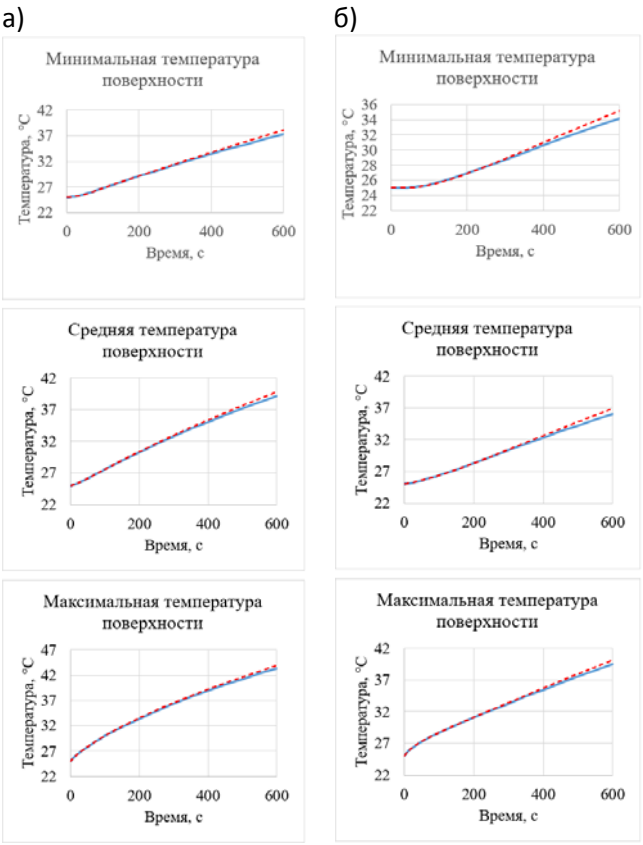


Рис. 5. Сравнение результатов расчетов: а) в полости 1; б) в полости 2

Рассматривался нестационарный тепловой процесс продолжительностью 6000 с, для которого был рассчитан профиль средней температуры воздуха внутри корпуса блока акселерометров.

Экспериментальное исследование температурного состояния БИНС производилось путем установки термопар на поверхностях деталей блока акселерометров и последующим измерением температур после включения прибора. Поскольку для целей данной работы наибольший интерес представляет температурное состояние акселерометров и деталей, на которые они установлены, то достаточно ограничится рассмотрением результатов по четырем точкам замеров: Т1, Т2, Т3 – на акселерометрах и Т4 – на кронштейне (см. рис. 6).

Термопары закреплены в точках измерений при использовании теплопроводящего двухстороннего скотча. Значения измеряемых температур выводились и записывались в память термометров. Все каналы имеют погрешность ± 1 °С.

Графики сравнения результатов расчетов и экспериментальных замеров в точках установки термопар для Т1-Т4 представлены на рис. 7.

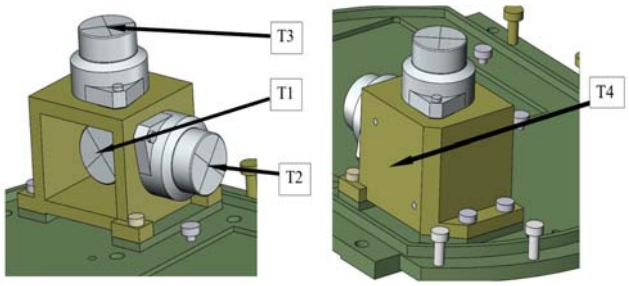
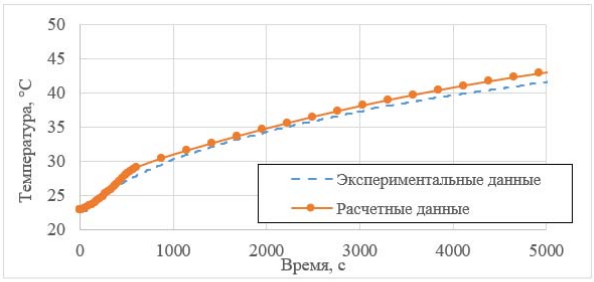
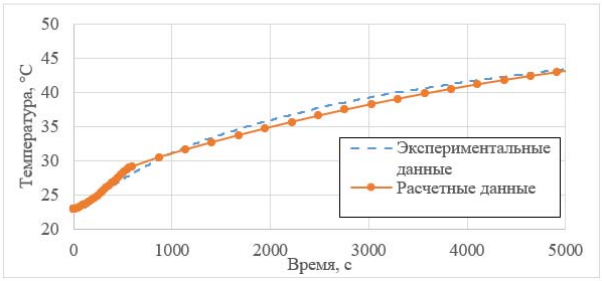


Рис. 6. Схема установки термопар на кронштейне акселерометров

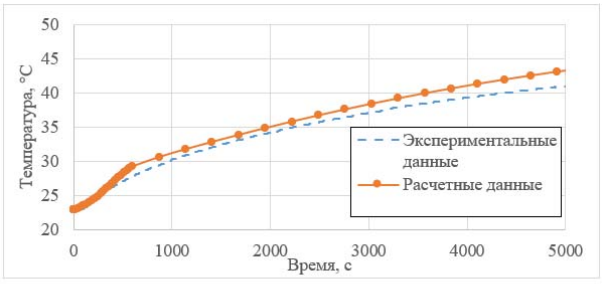
а)



б)



в)



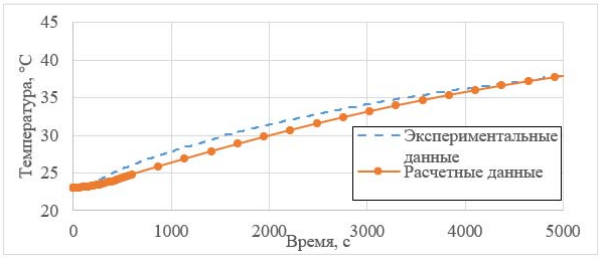


Рис. 7. Сравнение результатов расчетов и экспериментальных замеров: а) в точке T1; б) в точке T2; в) в точке T3; г) в точке T4

Как видно из графиков результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными измерениями и качественно описывают характер рассматриваемых тепловых нестационарных процессов.

Для количественного анализа результатов вычислена максимальные погрешности в течении всего оцениваемого нестационарного процесса для соответствующих термопар T1-T4: T1 – 3,7%, T2 – 3,0%, T3 – 5,8%, T4 – 4,7%.

Распределение температур в кронштейне и акселерометрах в конце расчета показано на рис. 8.

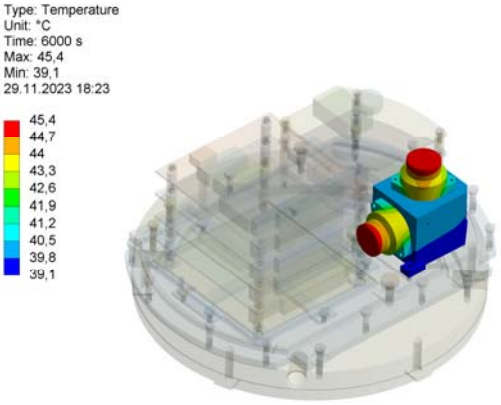


Рис. 8. Температурное поле в кронштейне акселерометров

IV. Заключение

Таким образом, была успешно выполнена верификация и валидация разработанной методики, на основании чего можно сделать вывод о возможности использования данной методики в расчетах нестационарного теплового состояния приборов БИНС.

Также целесообразно отметить существенное ускорение расчетов при помощи описанной методики по сравнению с методикой [6] при сопоставимой точности вычисления средних температур деталей. Однако для повышения точности вычисления локальных температур по методике из данной работы требуется ее доработка в части учета локальности коэффициента теплоотдачи и его изменения во времени нестационарного теплового процесса.

Литература

[1] Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. 280 с.

[2] Пешехонов В.Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем // Гироскопия и навигация, 2011. N1 - С.3-16.

[3] Джашитов В.Э. Панкратов В.М. Коффер К.В. и др. Иерархические тепловые модели бесплатформенной инерциальных навигационной системы на волоконно-оптических гироскопах / Гироскопия и навигация. № 1 (80), 2013, С. 49 – 63.

[4] Громов Д.С. Тепловая защита и термостабилизация волоконно-оптического гироскопа в составе современных бесплатформенной инерциальной навигационной системы / Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, 2014, №2 (90), с 137-142.

[5] Фролов А.В., Смирнов С.В., Попов Е.А. Исследования влияния теплоты на стабильность осей несущей системы блока акселерометров БИНС // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2020.

[6] Фролов А.В., Михайлов Ю.В., Смирнов С.В. Разработка и валидация методики моделирования теплового и деформированного состояния деталей бесплатформенной инерциальной навигационной системы. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение, 2022, № 1 (138), с. 32–48.

[7] Menter F. CFD Best Practice Guidelines for CFD Code Validation for Reactor Safety Applications // Evaluation of Computational Fluid Dynamic Methods for Reactor Safety Analysis (ECORA), European Commission, 5th EURATOM framework programme. - Berlin: GRS, 2004. – 53 p.

[8] Sosnovwski M., Krzywanski J, Grabowska K., Gnatowska R. Polyhedral meshing in numerical analysis of conjugate heat transfer. EPJ Web Conferences 180, 02096, 2018.

Модель уравнений движения системы амортизации с нелинейным ДГК для бесплатформенной инерциальной навигационной системы

С. Топильская
Отдел разработки и сопровождения инерциальных систем
Московское опытное конструкторское бюро «Марс»
Москва, Российская Федерация
office@mokb-mars.ru

Аннотация **– На основании проведенного анализа преимуществ и недостатков известных способов виброзащиты определено, что наиболее подходящими амортизационными элементами для инерциальных приборов и систем являются стальные упругие элементы и нелинейные динамические гасители колебаний. В работе представлена модель уравнений системы амортизации блока чувствительных элементов гироскопического прибора, позволяющая определять параметры упругих и демпфирующих элементов при конструировании гироскопических приборов, а также проводить моделирование механического движения объекта амортизации во время эксплуатационных воздействий. Описание этого движения может быть использовано в математической модели точностных параметров инерциального прибора.**

Ключевые слова – система амортизации, механические воздействия, инерциальные приборы, упругие элементы, динамический гаситель колебаний.

I. Введение

Чувствительные элементы гироскопических приборов являются основой построения систем ориентации и навигации в изделиях авиакосмической отрасли. При создании высокоточных инерциальных приборов, входящих в состав систем управления воздушных и космических летательных аппаратов, большое значение имеет вибропрочность и виброустойчивость чувствительных элементов во всем времени эксплуатации (при старте ракеты-носителя, орбитальном полете и т.д.) [1], [6].

Целью данной работы является определение наиболее подходящего варианта системы амортизации для гироскопического прибора и создание расчетной модели предложенной системы амортизации, позволяющей проводить практические инженерные расчеты.

II. Система виброзащиты инерциального прибора

Проведенный анализ преимуществ и недостатков известных способов защиты от вибраций показал, что широко используемые резиновые амортизаторы, обладающие рядом достоинств (простота конструкции, удобство монтажа, технологичность изготовления, высокое внутреннее демпфирование, широкий диапазон характеристик и большой ассортимент материалов), не всегда приемлемы из-за свойственных им недостатков: зависимость характеристик резиновых материалов от температуры, изменения состава окружающей среды и радиационного фона, деградация свойств материала с течением времени. Поэтому в качестве материала упругих амортизирующих элементов предпочтительнее использовать специальные сплавы со стабильными характеристиками в условиях эксплуатации инерциального прибора [5]. Однако упругие свойства стальных упругих элементов определяют высокую добротность амортизируемой системы на резонансе, приводящую к недопустимому вибрационному воздействию для чувствительных элементов.

Известные методы подавления резонансных амплитуд колебаний имеют недостатки, связанные с повышением амплитуд вибрации в частотном диапазоне, удаленном от резонансной частоты системы амортизации, т.е. в области высоких частот (зоне критичных частот гироскопов) [3], [4]. В результате анализа преимуществ и недостатков известных способов виброзащиты определено, что для инерциальных приборов авиакосмической отрасли одним из подходящих способов виброзащиты является совместное использование стальных упругих элементов и динамических гасителей колебаний (ДГК) с нелинейными характеристиками упругости и демпфирования [5].

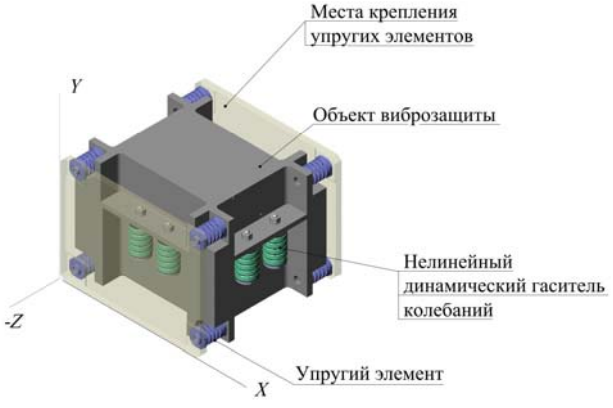


Рис.1. Система амортизации инерциального прибора

На Рис.1 представлена предложенная система амортизации с нелинейным ДГК, на Рис.2 - ее элементы

Особенность работы предложенной системы амортизации заключается в проявлении демпфирующих свойств системы амортизации только при наличии критичных амплитуд колебаний, позволяющих включить в работу системы амортизации инерционную, упругую, демпфирующую силу только на собственной частоте системы амортизации [2]. Таким образом с помощью нелинейных характеристик в ДГК обеспечивается отсутствие влияния демпфирующего устройства на уровень подавления колебаний стального упругого элемента в зоне опасной частоты чувствительного элемента.

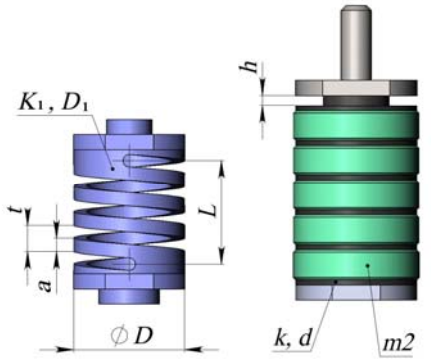


Рис.2. Упругий элемент и нелинейный динамический гаситель колебаний, где K_1 и k – коэффициенты упругости; D_1 и d – коэффициенты демпфирования; h – зазор; m_2 – масса грузов; t, a, L – параметры пружины.

III. Модель уравнений движения системы амортизации

Нелинейные уравнения движения элементов предложенного варианта виброзащиты представлены системой уравнений (1).

$$\begin{cases} M_1\ddot{x}_1 + D_1(\dot{x}_1-\dot{x}_0) + K_1(x_1-x_0) + \\ + \begin{cases} 0, \ при \ (x_2-x_1) < \dfrac{h}{2} \\ d(\dot{x}_1-\dot{x}_2) + k(x_1-x_2), \ при \ (x_2-x_1)^3 \dfrac{h}{2} \end{cases} = 0 \\ m_2\ddot{x}_2 + \\ + \begin{cases} 0, \ при \ (x_2-x_1) < \dfrac{h}{2} \\ d(\dot{x}_2-\dot{x}_1) + k(x_2-x_1), \ при \ (x_2-x_1)^3 \dfrac{h}{2} \end{cases} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

На Рис.3 показана кинематическая схема системы амортизации, описанная уравнениями движения (1), где M_1 и m_2 – массы объекта амортизации и груза ДГК; K_1 и k – коэффициенты упругости амортизатора и ДГК; D_1 и d – коэффициенты демпфирования амортизатора и ДГК; h – зазор; x_0, x_1, x_2 – перемещения мест крепления амортизаторов в инерциальном приборе, основания объекта амортизации и грузов ДГК, соответственно, относительно неподвижной системы координат.

Для удобства проведения практических инженерных расчетов составлена модель уравнений движения, позволяющая проводить моделирование динамического поведения системы при различных параметрах системы амортизации.

На Рис. 4 представлена модель нелинейных уравнений движения. В нелинейной модели наличие зазора h динамического гасителя колебаний реализовано с помощью блока Switch. Упругие и демпфирующие характеристики гасителя k и d оказывают свое влияние на вибродинамические характеристики системы амортизации только при выполнении условия $\Delta x_2 \geqslant h/2$. В остальных случаях при отсутствии критичных амплитуд колебаний упругие и демпфирующие характеристики гасителя не оказывают влияния на амплитуды колебаний объекта амортизации. Данная модель позволяет проводить моделирование динамического поведения объекта амортизации при различных параметрах M_1, K_1, D_1, m_2, K_2, D_2, k, d, h.

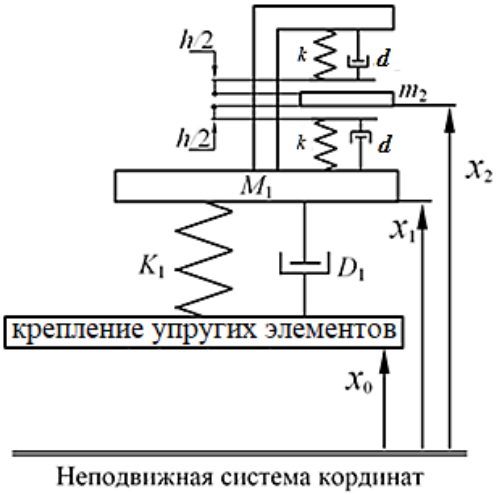


Рис.3. Кинематическая схема системы амортизации

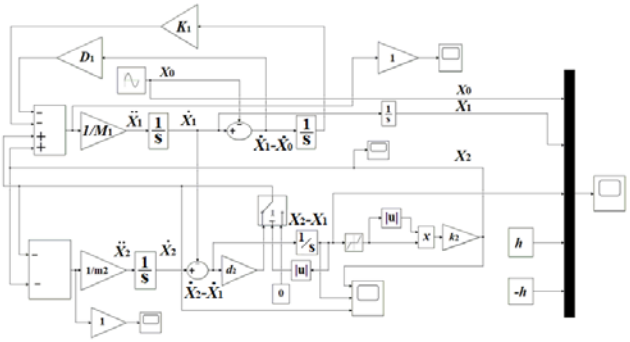


Рис.4. Модель уравнений движения системы амортизации

IV. Результаты моделирования

На Рис. 5 представлены результаты моделирования перемещений x_1 объекта амортизации (M_1) и x_2 груза ДГК (m_2) при резонансных амплитудах колебаний. Из графика видно, что при выполнении условия $\Delta x_2 \geqslant h/2$ груз m_2 ДГК начинает совершать колебания в зазоре h, снижающие амплитуду колебаний объекта виброзащиты. Также в результате проведенного моделирования определено, что в области частот, удаленных от резонанса системы амортизации упругие k и

демпфирующие d характеристики ДГК не оказывают влияния на амплитуды колебаний объекта амортизации (Рис. 6). То есть благодаря наличию зазора h в конструкции ДГК оказывается возможным обеспечивать положительное влияние упругих и демпфирующих характеристик со стороны ДГК на амплитуды колебаний объекта амортизации.

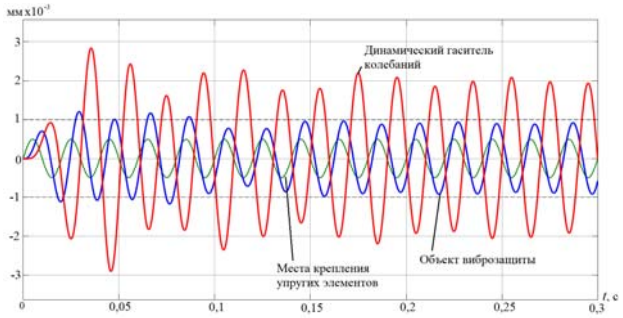


Рис.5. Результаты моделирования перемещений системы амортизации при $\Delta x_2 \geq h/2$.

V. Выводы

На основании проведённого анализа известных способов виброзащиты в различных областях техники и предложен вариант системы амортизации для инерциального прибора, состоящий из объекта амортизации, упругих элементов, нелинейных ДГК. Основной результат работы заключаются в составлении модели уравнений движения предложенной системы амортизации, позволяющая проводить практические инженерные расчеты при конструировании инерциальных приборов изделий авиакосмической отрасли.

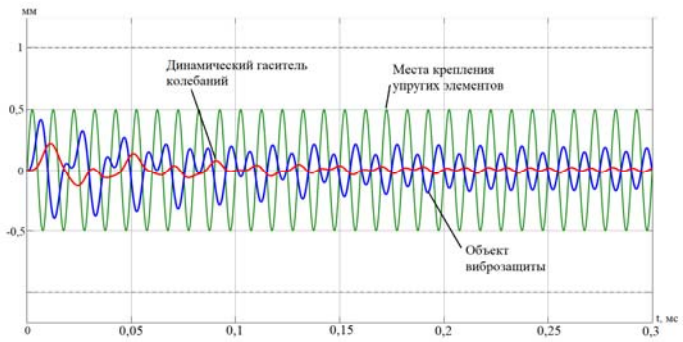


Рис.6. Результаты моделирования перемещений системы амортизации при $\Delta x_2 < h/2$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Тимошенко С. П., Колебания в инженерном деле / Тимошенко С. П.; перераб. Д. Х. Янгомпер ; пер. с англ. Я. Г. Пановко с 3-го американского изд.. – Изд. 2-е, стер. Москва : URSS, 2006. 439 с.

[2] Пановко Я. Г. Присоединенные динамические системы как гасители колебаний / Пановко Я. Г. // Прочность, устойчивость, колебания, Справочник. М.: Машиностроение, 1968. С. 331-346.

[3] Ден-Гартог Якоб Механические колебания / Ден-Гартог Якоб // М.: «Физматгиз», 1960. 574 с.

[4] Крендалл С. Случайные колебания / Крендалл С. // М.: «Мир», 1967. 356 с.

[5] Нашиф, А. Демпфирование колебаний / Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. ; Пер. с англ. // М.: «Мир», 1988. 448 с.

[6] Ильинский, В. С. Защита аппаратов от динамических воздействий / Ильинский В. С. // М.: «Энергия», 1970. 320 с.

Оптимизация алгоритма разгона твердотельного волнового гироскопа

Л.Е. Кочегизова
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
larisakochegizova@gmail.com

С.В. Фетисов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
SFetisov@inertech.ru

А.С. Малюгин
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
AMalyugin@inertech.ru

Д.И. Мартыненко
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
DMartynenko@inertech.ru

***Аннотация*—В статье представлено исследование различных методов внешнего воздействия, оказывающих влияние на разгон твердотельного волнового гироскопа, с применением цифровой модели датчика. Проведенные исследования позволяют сформировать требования и определить подходы к оптимизации алгоритма разгона прибора, с целью снижения времени функциональной готовности. На основе набора итераций моделирования определены закономерности возрастания амплитуды колебаний резонатора. В работе проведен анализ существующего алгоритма разгона. Исходя из результатов исследований, разработан алгоритм, позволивший снизить время выхода на рабочую амплитуду. Оценка результатов произведена с помощью цифрового моделирования.**

Ключевые слова—ТВГ, твердотельный волновой гироскоп, разгон, алгоритм, модель

I. Введение

В современном мире в сфере разработки навигационных приборов и систем основными тенденциями являются миниатюризация, увеличение точности, а также уменьшение времени готовности приборов и систем. Одним из активно развивающихся направлений является разработка твердотельных волновых гироскопов (ТВГ) [1]. Ключевым требованием для гироскопов данного типа является обеспечение высоких динамических характеристик. Одной из главных динамических характеристик ТВГ является время функциональной готовности, определяемое временем выхода амплитуды колебаний полусферического резонатора ТВГ на рабочее значение.

II. Постановка задачи

Проблема оптимизации разгона твердотельного волнового гироскопа является актуальной, так как в настоящее время к навигационным системам, использующим в качестве датчиков первичной информации ТВГ, предъявляются все более жесткие требования по готовности, а следовательно, необходимо обеспечить минимально возможное время готовности каждого из элементов системы.

Основное внимание научных исследований уделяется точностным характеристикам, в то время как вопросы возбуждения и готовности освещены в меньшей степени. Существующие способы возбуждения [2] твердотельного волнового гироскопа можно разделить на две группы: параметрическое возбуждение стоячей волны в тонкостенной полусферической оболочке и позиционное возбуждение стоячей волны в полусферической оболочке. Позиционное возбуждение используется при работе ТВГ режиме ДУС. В этом случае стоячая волна возбуждается в заданном угловом положении, удерживаемом системой управления на протяжении всей работы прибора. Параметрической возбуждение [3] используется при работе ТВГ в режиме интегрирующего гироскопа. В этом случае стоячая волна возбуждается в произвольном угловом положении и свободно вращается пропорционально угловой скорости основания. Съем информации осуществляется при помощи емкостных датчиков, полезный сигнал которых генерируется при изменении рабочего зазора.

В связи с тем, что в данной работе рассматривается ТВГ в режиме интегрирующего гироскопа, проблема оптимизации разгона сводится к минимизации времени поиска резонансной частоты, а также реализации наиболее эффективного воздействия на чувствительный элемент.

Целью работы является исследование методов внешнего воздействия, влияющих на разгон, а также оптимизация его алгоритма.

III. Решение задачи

Исследование проводилось с использованием цифровой модели твердотельного волнового гироскопа [4]. Цифровая модель была верифицирована методом сравнения поведения стоячей волны и технологических параметров резонатора с теоретическими [5]. Состоит из нескольких математических блоков, позволяющих полноценно моделировать работу прибора с учетом:

- Технологических параметров гироскопа: резонансной частоты, добротности, разночастотности, разнодобротности;
- Внешней угловой скорости;
- Управляющего воздействия.

Параметры моделирования, общие для всех исследований, представлены в Таблице I. Модель чувствительного элемента была принята идеальной, т.к. при наличии технологических погрешностей при разгоне энергия

уходит не только на возбуждение полезных синфазных колебаний, но и на возбуждение квадратурных, что усложняет последующую оценку эффективности данного метода воздействия. Остальные параметры были приняты близкими к реальным, время воздействия было выбрано исходя из экономии затрачиваемого времени.

ТАБЛИЦА I. ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗГОНА

Параметр	Значение
Резонансная частота $f_{рез}$, Гц	5000.0
Время воздействия на резонатор, с	5.0
Технологические погрешности резонатора	Отсутствуют
Реализация возбуждающего воздействия	По двум каналам управления
Амплитуда возбуждающего воздействия, В	1.4
Рабочая амплитуда, В	1.0

A. Исследование влияния ошибки определения резонансной частоты

Эффективность разгона зависит от величины ошибки попадания возбуждающего воздействия в резонансный пик. Исследование воздействия разгона при ошибке определения резонансной частоты проводилось с параметрами, указанными в Таблице I, а также для добротностей резонатора 10 млн. ед., 1 млн. ед. Значения добротностей резонатора были выбраны исходя из опыта разработки ТВГ, так как охватывают наиболее вероятный диапазон распределения добротностей в реальном резонаторе.

Результаты моделирования представлены в Таблице II.

ТАБЛИЦА II. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗГОНА ПРИБОРА С ОШИБКОЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ

Добротность, ед.	Частота воздействия, Гц	Ошибка относительно резонансной частоты, Гц	Амплитуда по окончании разгона, В
10 млн.	4999.9	0.1	1.16377
	4999.0	1.0	0.02196
	4990.0	10.0	0.00123
1 млн.	4999.9	0.1	1.12360
	4999.0	1.0	0.02155
	4990.0	10.0	0.00120

Как видно из данных, представленных выше, при ошибке частоты воздействия в 0.1 Гц относительно резонансной частоты чувствительного элемента эффективность разгона составляет 116% от величины рабочей амплитуды, при ошибке частоты воздействия в 1 Гц эффективность разгона составляет почти 2.2%. Таким образом, необходимо определять частоту воздействия точнее, чем 1 Гц.

B. Исследование разгона прибора при синусоидальном воздействии переменной частоты

Известные методики разгона предполагают последовательный перебор частот в заданном диапазоне. При вхождении в резонансный пик внешнего воздействия происходит накопление кинетической энергии колебаний. Исследование эффективности разгона от ширины диапазона возбуждающего воздействия проводилось в условиях, указанных в Таблице I. Частота синусоидального воздействия изменяется линейно, непрерывно, симметрично относительно резонансной частоты. Диапазоны частот моделирования составляли $f_{рез} \pm 2$ Гц, $f_{рез} \pm 5$ Гц, $f_{рез} \pm 7$ Гц. В результате моделирования была выявлена линейная зависимость величины амплитуды по окончании разгона и величины диапазона. На Рис. 1 представлен график полученной зависимости для добротностей резонатора 10 млн. ед. и 1 млн. ед.

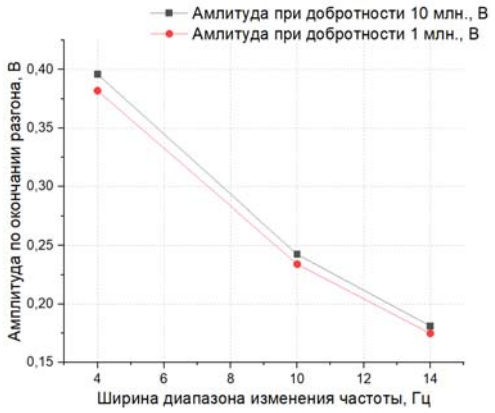


Рис. 1 Зависимость амплитуды по окончании разгона от ширины диапазона изменения частоты

Было проведено дополнительное исследование разгона при несимметричном диапазоне частот относительно резонансной частоты синусоидального воздействия. Ширина диапазона изменения частот выбрана равной 4 Гц, так как данный диапазон показал наибольшую эффективность в предыдущем исследовании. Соотношение поддиапазонов относительно резонансной частоты составляет 3 к 1. Добротность резонатора принята равной 10 млн. Сравнительный график изменения амплитуды при обоих видах воздействия представлен на Рис. 2.

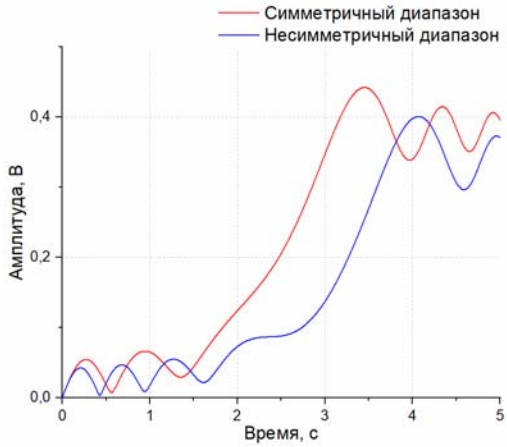


Рис. 2 Сравнение изменения амплитуды при симметричном и несимметричном диапазонах изменения частот

Как видно из графика, эффективность разгона снижается, но незначительно, примерно на 0.02 В, из чего можно сделать вывод, что даже при ошибке определения

резонансной на начальном этапе эффективность разгона падает несущественно.

C. Исследование разгона при воздействии меандра переменной частоты

Возбуждающее воздействие на резонатор может быть представлено в виде меандра [6]. Сигнал меандра может быть интерпретирован как переменное воздействие заданной частоты. Моделирование проводилось при условиях, указанных в Таблице I. Частота воздействия изменяется линейно, дискретно, величина шага 1 Гц, симметрично относительно резонансной частоты. Диапазон изменения частот был выбран $f_{рез} \pm 2$ Гц, так как согласно результатам исследования *B* более широкий диапазон мало эффективен.

В Таблице III приведены сравнительные данные при использовании разгона меандром и синусом переменной частоты.

ТАБЛИЦА III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ МЕАНДРОМ И СИНУСОМ ПЕРЕМЕННОЙ ЧАСТОТЫ

Добротность, ед.	**Амплитуда при воздействии меандра, В**	**Амплитуда при синусоидальном воздействии, В**
10 млн.	0.4329	0.39592
1 млн.	0.4125	0.38189

Как можно заметить из полученных результатов, эффективность разгона меандром составляет более 40% относительно рабочей амплитуды за счет более длительного воздействия на резонансной частоте, в то время как эффективность разгона синусоидальным воздействием составляет менее 40%. С целью понимания, насколько сильно влияет следование дискретных частот при разгоне, было проведено моделирование при случае непопадания дискретного шага в резонансную частоту. Параметры моделирования: добротность – 10 млн. ед., диапазон изменения частот от 4997.5 Гц до 5001.5 Гц, шаг дискретизации меандра 1 Гц. Графики изменения амплитуды при воздействиях с попаданием в резонанс и без приведены на Рис. 3.

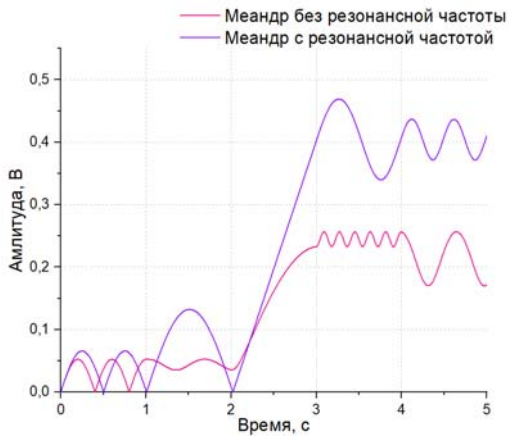


Рис. 3 Сравнение изменения амплитуды ТВГ при воздействии меандром с попаданием в резонанс и без

Как можно увидеть из графика, эффективность разгона без попадания в резонанс падает практически в 2 раза по сравнению со случаем попадания в резонанс внешнего воздействия. Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что при ошибке в определении диапазона следования частот и выборе слишком большого шага дискретизации частот меандр значительно уступает в эффективности синусоидальному воздействию переменной частоты.

IV. РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РАЗГОНА

Оптимальным является разгон гироскопа на резонансной частоте, но точное определение резонансной частоты гироскопа в эксплуатационных условиях невозможно, так как резонансная частота изменяется в зависимости от температуры. Целью является разработка алгоритма разгона, обеспечивающего достижение рабочей амплитуды колебаний чувствительно элемента, равной 1 В. Существующий алгоритм разгона твердотельного волнового гироскопа реализует параметрический принцип возбуждения. Алгоритм состоит из нескольких этапов:

1. Поиск резонансной частоты в широком диапазоне частот.
2. Уточнение резонансной частоты.
3. Синусоидальное воздействие на найденной резонансной частоте.
4. Включение контура управления для поддержания амплитуды колебаний по достижении 60% от рабочей амплитуды (0.6 В).

На рис. 4 представлен график изменения амплитуды при использовании существующего алгоритма.

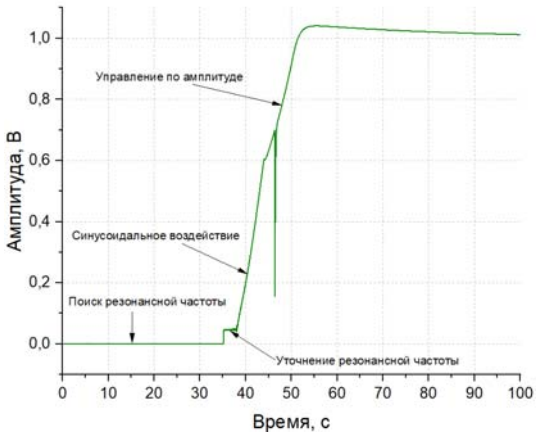


Рис. 4 Изменение амплитуды при использовании существующего алгоритма

Суммарное время установления амплитуды составляет более 60 секунд. Исходя из описанных выше этапов можно сделать вывод, что разрабатываемый алгоритм должен удовлетворять следующим требованиям:

1. Осуществлять поиск резонансной частоты.
2. Обеспечить амплитуду по окончании воздействия не менее 80% от рабочей.
3. Ограничить время внешнего воздействия 5 секундами.
4. Суммарное время установления амплитуды не более 60 секунд.

Руководствуясь вышеуказанными требованиями, был разработан следующий алгоритм разгона ТВГ:

1. Воздействие на резонатор синусоидальным воздействием с переменной частотой в течение 2 секунд. Перебор полного диапазона частот осуществляется за 1 секунду.
2. Оценка собственной резонансной частоты прибора по полученным сигналам в течение 1 секунды с последующей фиксацией определенной частоты.
3. Воздействие на резонатор синусоидальным воздействием с величиной частоты, определенной в пункте 2, в течение 2 секунд.
4. Включение контура управления для поддержания рабочего значения амплитуды.

На Рис. 5 представлен график изменения амплитуды, при использовании алгоритма, разработанного в данной работе.

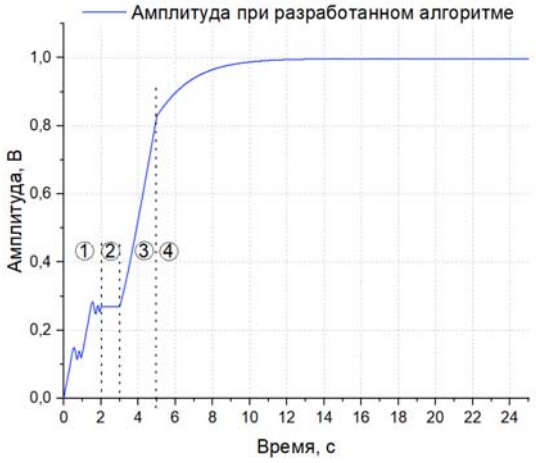


Рис. 5 График изменения амплитуды при использовании разработанного алгоритма

Таким образом, суммарное время возбуждающего воздействия на резонатор составляет 5 секунд. За счет оценки частоты во время разгона можно с достаточно высокой точностью оценить резонансную частоту и далее возбуждать резонансные колебания уже на ней, что позволяет за малый промежуток времени достичь 80% рабочей амплитуды колебаний, оставшиеся 20% достигаются с помощью контура управления. Суммарное время разгона составляет менее 30 секунд.

V. Заключение

В работе представлены исследования влияния различных типов внешнего воздействия и их погрешностей на твердотельный волновой гироскоп при разгоне с использованием цифровой модели. Результаты моделирования позволили сформировать требования к оптимизации алгоритма разгона, а также определиться с типом внешнего воздействия, необходимого для обеспечения минимального времени разгона. Проанализирован существующий алгоритм разгона, выявлены его недостатки, которые были скомпенсированы в разработанном алгоритме. Разработан алгоритм, протестированный на цифровой модели. Полученные результаты полностью удовлетворяют требованиям, следующим из анализа проведенных исследований.

Литература

[1] Лунин Б.С., Физико-химические основы разработки полусферических резонаторов волновых твердотельных гироскопов. - М.:Изд-во МАИ, 2005.

[2] Z. Wei, G. Yi, Y. Han, Z. Qi, Z. Xu, “The synthesis model of fla-electrode hemispherical resonator gyro”, Sensors, vol. 19, issue 7, 2019, p.1690.

[3] W. Zhao, H. Yang, F. Lui, Y. Su, L. Song, “The energy compensation of th HRG based on double-frequency parametric excitation of the discrete electrode”, Sensors, vol. 20, 2020.

[4] Кочегизова Л.Е., Фетисов С.В, Малюгин А.С., Мартыненко Д.И., Вахлярский Д.С. “Модель твердотельного волнового гироскопа в среде SIMULINK”, Навигация и управление движением материалы XXV юбилейной конференции молодых ученых с международным участием. - СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2023. - с. 88-90.

[5] Лунин Б.С., Матвеев В.А., Басараб М.А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. - М.: Радиотехника, 2014. - 176 с.

[6] X. Xu, X. Lui, Y. Zhang, “A quick start method for MEMS disk resonant gyroscope”, Sensors (Basel), 2021 no.23: 7986.

Подавление шумов в выходном сигнале твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+} при работе систем регулирования периметра и частотной подставки в режиме синхронизации мод

Ю.Ю. Брославец
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

Е.А. Полукеев
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
epolukeev2105@yandex.ru

Д.С. Редичкина
МФТИ, Физтех
г. Долгопрудный, Россия
dariaredichkina@gmail.com

А.А. Фомичев
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

В.Г. Семенов
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
valerii.semenov.g@gmail.com

А.Р. Покровская
МФТИ, Физтех
г. Долгопрудный, Россия
pokrovskaya3113@gmail.com

***Аннотация*— В работе представлены результаты исследования влияния конфигурации резонатора, параметров кольцевого лазера, обеспечивающих формирование фемтосекундных импульсов, системы регулирования периметра и создания подставки на шумы в выходном сигнале биений твердотельного лазерного гироскопа при синхронизации мод. Керровская синхронизация мод требует сильной фокусировки и высокой стабильности излучения, в свою очередь сужая спектр излучения отдельных мод и, тем самым, улучшая точность. Определен резонатор, обеспечивающий стабильность излучения при внешних возмущениях с обнулением первых производных этих зависимостей. Найдено влияние системы стабилизации периметра кольцевого лазера гироскопа, основывающейся на поглощающей ячейке с ацетиленом, на амплитудные и фазовые шумы в выходном сигнале. Представлено влияние системы формирования подставки с использованием электрооптического фазового модулятора на работу твердотельного лазерного гироскопа.**

Ключевые слова — твердотельный лазерный гироскоп, кольцевой лазер, синхронизация мод, захват частоты.

I. Введение

В настоящее время практически все лазерные гироскопы построены на основе кольцевого He-Ne лазера [1] и обладают рядом положительных качеств. Тем не менее достижения в области создания твердотельных лазерных систем [2, 9, 11, 13], нанесения диэлектрических покрытий, изготовления кристаллических зеркал, обладающих рекордно высокими коэффициентами отражения, создания чирпированных зеркал, появление новых активных сред [2, 4, 5, 11], в том числе обладающих неоднородным уширением, например на основе структурно разупорядоченных кристаллов, широкополосных активных сред, лазеров на парах щелочных металлов с полупроводниковой накачкой, новых полупроводниковых лазеров, стимулируют поиск новых физических решений для создания лазерного гироскопа следующего поколения. Одним из таких перспективных решений может быть твердотельный лазерный гироскоп на основе фемтосекундного кольцевого лазера, имеющего активную среду YAG:Cr^{4+}, обладающую слабой конкуренцией встречных волн и возможностью генерации широкополосного фемтосекундного излучения [11]. Работая в многочастотном режиме, когда колебания мод синхронизированы, происходит существенное подавление шумов ввиду синфазности колебаний продольных мод, несущих информацию о вращении. Необходимо отметить, что в ряде работ фирмы THALES уже сейчас достигнуты точности для твердотельного лазерного гироскопа на основе YAG:Nd^{3+} соответствующие He-Ne гироскопу [9, 12]. Создан фемтосекундный лазерный гироскоп с керровской синхронизацией мод с твердотельной активной средой Ti^{3+}:Al_2O_3 в университете University of New Mexico, в котором преодолены фундаментальные препятствия для успешной работы твердотельных лазерных гироскопов [2].

Необходимо отметить, что в уже созданных твердотельных лазерных гироскопах пока что не использовались системы стабилизации периметра резонатора [2, 9, 12], а частотная подставка чаще всего создавалась за счет вращения гироскопа, либо наложением магнитного поля на активную среду, используя эффект Фарадея и не позволяя проводить ее вычитание с хорошей точностью. Системы стабилизации периметра и создания частотной подставки играют существенную роль в работе лазерного гироскопа и во многом определяют его точность. Поэтому наша работа и направлена на создание этих систем на основе новых физических принципов для твердотельного лазерного гироскопа и определение их влияния на шумы и точностные параметры гироскопа.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00234, https://rscf.ru/project/23-22-00234/.

В работе отражены результаты, полученные при создании лазерного гироскопа на широкополосной активной среде YAG:Cr^{4+}. Представлены системы стабилизации периметра резонатора и создания частотной подставки с использованием электрооптического фазового модулятора на основе ниобата лития. Выполнен анализ влияния использованных физических принципов создания частотной подставки и метода стабилизации частоты на шумы и стабильность частоты биений встречных волн в режиме керровской синхронизации мод. Проведена оптимизация параметров оптической схемы, обеспечивающей требуемую фазовую модуляцию при создании частотной подставки, определена ориентация кристалла ниобата лития с учетом расположения под углом Брюстера для входящих импульсов излучения, найдено положение модулятора в резонаторе относительно активной среды. Определена оптимальная оптическая конфигурация и параметры ПИД регулятора в электронном блоке для работы поглощающей ячейки на основе ацетилена в системе стабилизации частоты.

Проведено численное моделирование влияния системы стабилизации частоты и частотной подставки на стабильность генерации и флуктуации частоты биений встречных волн в многочастотном режиме генерации при синхронизации мод. Определены основные параметры, влияющие на стабильность сигнала биений. Показано, что наличие амплитудной модуляции, обусловленной керровским механизмом, а также связь между волнами одного направления, моделирующая механизм фазирования волн при синхронизации мод, приводит к появлению области захвата между волнами одного направления, что вызывает их фазирование и, тем самым, синхронизацию мод и формирование сверхкоротких импульсов. Определена величина оптимальной связи.

II. Численное моделирование динамики генерации в многочастотном режиме при синхронизации мод

Известно, что синхронизация продольных мод [10, 11, 14] приводит к сильному сужению естественной и технической ширины линии генерации каждой моды, что при использовании такого режима в лазерном гироскопе увеличивает его предельную чувствительность и точность. С другой стороны, использование фемтосекундных импульсов [2, 11] уменьшает связь встречных волн и, тем самым, нелинейность выходной частотной характеристики лазерного гироскопа. Было проведено исследование многочастотной генерации в твердотельном лазерном гироскопе на YAG:Cr^{4+} в различных режимах работы. Широкая линия усиления YAG:Cr^{4+} позволяет генерировать большое количество продольных мод, при синхронизации которых возможно получение фемтосекундных импульсов.

При моделировании динамики генерации в многочастотном режиме генерации в качестве исходного уравнения использовалось волновое уравнение для поля в резонаторе в пренебрежении поперечной структуры [8]:

$$\nabla\vec{E} - grad(div\vec{E}) = \frac{4\pi\sigma}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\vec{E} + \frac{4\pi\vec{P}}{\varepsilon}\right), \qquad (1)$$

где σ - проводимость, отражающая наличие объемных потерь в среде (при синхронизации мод потери модулируются на частоте межмодовых биений), ε - диэлектрическая проницаемость среды. При этом поле в твердотельном кольцевом лазере записывалось как суперпозиция полей встречных волн, каждое из которых, в свою очередь, было представлено в виде разложения по продольным модам резонатора:

$$\vec{E}(z,t) = \mathrm{Re}\sum_j\left(e_{j1}\widetilde{E}_{j1}(t)\exp\left(i\left(\omega_{j1}t + k_{j1}z\right)\right) + e_{j2}\widetilde{E}_{j2}(t)\exp\left(i\left(\omega_{j2}t - k_{j2}z\right)\right)\right), \qquad (2)$$

$$\vec{P}(z,t) = \mathrm{Re}\sum_j\left(e_{j1}\widetilde{P}_{j1}(t)\exp\left(i\left(\omega_{j1}t + k_{j1}z\right)\right) + e_{j2}\widetilde{P}_{j2}(t)\exp\left(i\left(\omega_{j2}t - k_{j2}z\right)\right)\right). \qquad (3)$$

Комплексные амплитуды встречных волн можно записать через амплитуду и фазу:

$$\widetilde{E}_{j1}(t) = E_{j1}\exp\left(i\varphi_{j1}\right), \quad \widetilde{E}_{j2}(t) = E_{j2}\exp\left(i\varphi_{j2}\right). \qquad (4)$$

Решение системы уравнений (5) проводилось в предположении, что частоты продольных мод при генерации существенно больше их межмодового интервала частоты. Взаимодействие волн на решетках инверсии для различных продольных мод не учитывалось. Синхронизация продольных мод осуществлялась вследствие возникновения боковых частот на частоте соседних мод при модуляции потерь на частоте межмодовых биений. Связь мод одного направления, возникающая в результате модуляции потерь на межмодовой частоте, введена через коэффициенты $\tilde{m}l_{j\mathrm{m}}$, определяемые глубиной модуляции. Боковые частоты играют роль вынуждающей силы, захватывая частоту соседней моды и, тем самым, обеспечивая постоянный фазовый сдвиг между частотами продольных мод каждого направления генерации. В первом приближении можно считать, что частоты встречных волн каждой продольной моды расщепляются (за счет вращения гироскопа или создания невзаимности каким-либо иным способом) на одну и ту же величину. Таким образом, укороченные уравнения для комплексных амплитуд [8] встречных волн и инверсной населенности, описывающие многомодовую генерацию в твердотельном кольцевом лазере, имеют вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{d\widetilde{E}_{11}}{dt} = -\frac{\omega_{11}}{2Q_{11}}\widetilde{E}_{11} + i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{11} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{11}\widetilde{E}_{11} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{11}\widetilde{E}_{21} + \Delta\omega r\widetilde{E}_{11} + \frac{\sigma_1 l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{11} + N_-\widetilde{E}_{11}\right)\\
&\frac{d\widetilde{E}_{12}}{dt} = -\frac{\omega_{12}}{2Q_{12}}\widetilde{E}_{12} - i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{12} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{12}\widetilde{E}_{12} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{12}\widetilde{E}_{22} + \Delta\omega r\widetilde{E}_{12} + \frac{\sigma_1 l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{12} + N_+\widetilde{E}_{12}\right)\\
&T_1\frac{dN_{1+}}{dt} = -N_{1+}\left(1 + a_1\left(|E_{11}|^2 + |E_{12}|^2\right)\right) - N_0 a_1 E_{11}^* E_{12}\\
&\\
&T_1\frac{dN_0}{dt} = N_{th}(1+\eta) - N_0\left(1 + a_1\left(|E_{11}|^2 + |E_{12}|^2\right) + a_2\left(|E_{21}|^2 + |E_{22}|^2\right) + \ldots + a_n\left(|E_{n1}|^2 + |E_{n2}|^2\right)\right)\\
&\\
&\frac{d\widetilde{E}_{21}}{dt} = -\frac{\omega_{21}}{2Q_{21}}\widetilde{E}_{21} + i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{21} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{21}\widetilde{E}_{21} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{21}\left(\widetilde{E}_{11} + \widetilde{E}_{31}\right) + \Delta\omega r\widetilde{E}_{21} + \frac{\sigma_2 l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{21} + N_-\widetilde{E}_{21}\right)\\
&\frac{d\widetilde{E}_{22}}{dt} = -\frac{\omega_{22}}{2Q_{22}}\widetilde{E}_{22} + i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{22} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{22}\widetilde{E}_{22} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{22}\left(\widetilde{E}_{12} + \widetilde{E}_{32}\right) + \Delta\omega r\widetilde{E}_{22} + \frac{\sigma_2 l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{22} + N_+\widetilde{E}_{22}\right)\\
&T_1\frac{dN_{2+}}{dt} = -N_{2+}\left(1 + a_2\left(|E_{21}|^2 + |E_{22}|^2\right)\right) - N_0 a_2 E_{21}^* E_{22}\\
&\ldots\\
&\frac{d\widetilde{E}_{n1}}{dt} = -\frac{\omega_{n1}}{2Q_{n1}}\widetilde{E}_{n1} + i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{n1} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{n1}\widetilde{E}_{n1} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{n1}\widetilde{E}_{(n-1)1} + \Delta\omega r\widetilde{E}_{n1} + \frac{\sigma_n l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{n1} + N_-\widetilde{E}_{n1}\right)\\
&\frac{d\widetilde{E}_{n2}}{dt} = -\frac{\omega_{n2}}{2Q_{n2}}\widetilde{E}_{n2} - i\frac{\Omega}{2}\widetilde{E}_{n2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{n2}\widetilde{E}_{n2} + \frac{i}{2}\tilde{m}l_{n2}\widetilde{E}_{(n-1)2} + \Delta\omega r\widetilde{E}_{n2} + \frac{\sigma_n l}{2T}(1 - i\delta)\left(N_0\widetilde{E}_{n2} + N_+\widetilde{E}_{n2}\right)\\
&T_1\frac{dN_{n+}}{dt} = -N_{n+}\left(1 + a_n\left(|E_{n1}|^2 + |E_{n2}|^2\right)\right) - N_0 a_n E_{n1}^* E_{n2}
\end{aligned} \qquad (5)$$

Здесь j - номер продольной моды, $\tilde{m}_{j\mathrm{m}} = m_{jm}\exp\left(\pm i\Theta_{jm}\right)$ - комплексные коэффициенты связи встречных волн продольных мод,

$\tilde{m}l_{jm} = ml_{jm}\exp(\pm i\Psi_{jm})$ - комплексные коэффициенты связи продольных мод, T_1 - время релаксации инверсной населенности, $\Delta\omega r$ – коэффициент, определяющий случайные флуктуации, N_{th} – пороговая инверсия населенности, L - длина резонатора, l - длина кристалла, $\delta_j = (\omega_j - \omega_0)/\Delta\omega_g$ - относительная отстройка частоты генерации моды j от центра линии усиления, $\sigma_j = \sigma/(1+\delta_j^2)$ - сечение перехода, различное для разных продольных мод, $a_j = (\sigma_j c T_1)/(4h\omega)$ - параметр насыщения, $\Omega = \omega_{j1} - \omega_{j2}$ - разность собственных частот резонатора для встречных волн, Q_j- добротность резонатора, $k_j = 2\pi n_j/L$ - волновое число, n_j- число длин волн на длине резонатора, $N_0 = \frac{1}{l}\int_0^l N dz$, $N_{j\pm} = \frac{1}{l}\int_0^l N\exp(\pm i2kz)dz$ - пространственные гармоники инверсной населенности.

Разность частот встречных волн для каждой продольной моды j может быть получена через изменяющиеся со временем фазы полей:

$$\Delta\omega_j = \omega_{j1} - \omega_{j2} = \frac{d\varphi_{j1}(t)}{dt} - \frac{d\varphi_{j2}(t)}{dt}. \qquad (6)$$

При численном моделировании были рассмотрены случаи j=1..4 (генерация от одной до четырех продольных мод в каждом направлении). На рис. 1-3 приведены полученные зависимости разности частот пары встречных волн от невзаимности Ω, аналогичные по смыслу выходной характеристике газового лазерного гироскопа.

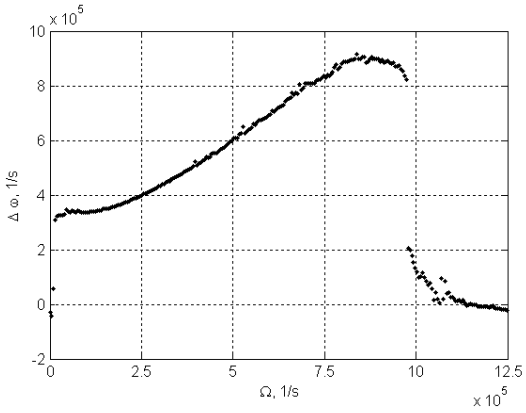


Рис. 1. Выходная частотная характеристика для кольцевого лазера с двумя продольными модами, при больших невзаимностях наблюдается вторая зона захвата.

В результате расчетов показано, что наличие синхронизированных продольных мод приводит к уменьшению зоны захвата (рис. 2, 3). При этом вблизи области захвата увеличена нелинейность характеристики (рис. 1), а вторая зона захвата, проявляющаяся при больших невзаимностях, смещается в область их меньших величин. Таким образом, существенное сужение ширины линий продольных мод при их синхронизации в широкополосных средах, когда возможна генерация сотен тысяч продольных мод и в соответствующее число раз получение более узкой линии моды [10, 11, 14], а также уменьшение зоны захвата способствует использованию широкополосных сред в лазерных гироскопах.

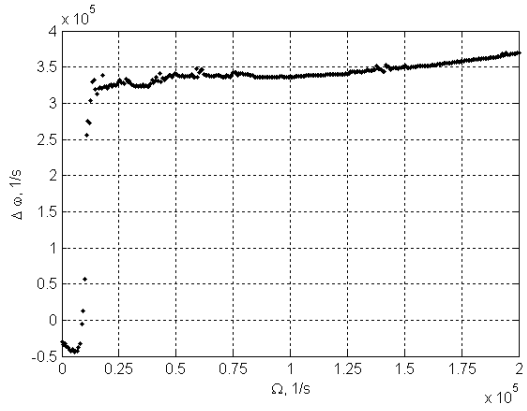


Рис. 2. Выходная частотная характеристика с двумя продольными модами при их сфазированности.

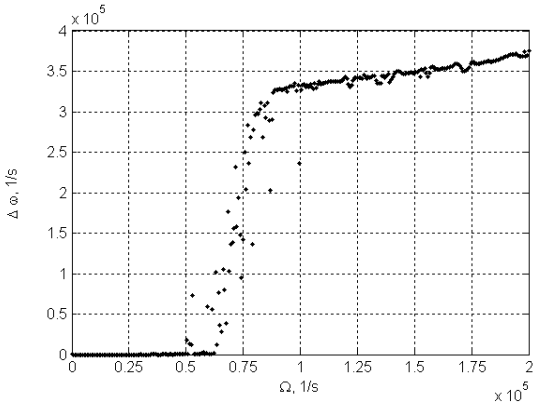


Рис. 3. Выходная частотная характеристика с одной продольной модой.

На рисунке 4 представлены результаты численного моделирования генерации встречных волн в режиме биений, представлена возникающая в активной среде нестационарная решетка инверсии населенностей. Частота биений соответствует величине частотной невзаимности.

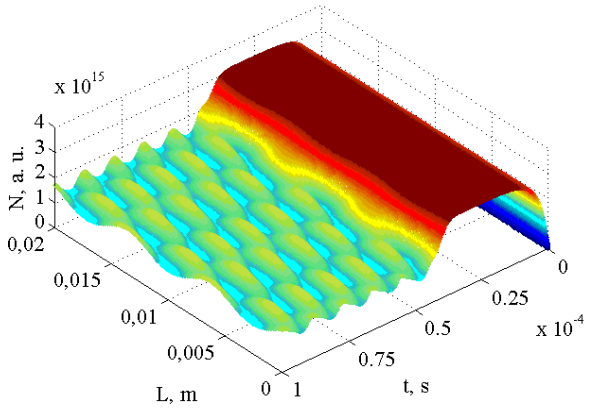


Рис. 4. Решетка инверсии населенностей в режиме биений. Частота биений определяется частотной невзаимностью.

Режим бегущей волны фактически представляет собой режим однонаправленной генерации. Основная причина перехода в этот режим - это однородное уширение линии усиления. В этом случае решетки инверсии не возникает (рис. 5). Этот режим представляет большую проблему для использования твердотельных кольцевых лазеров в гироскопии, так как определение часто-

ты вращения невозможно, однако может быть полезен для использования в других целях, например, в спектроскопии для создания источника монохроматического излучения. Бороться с ним можно, введя потери для волн, пропорциональные их интенсивности.

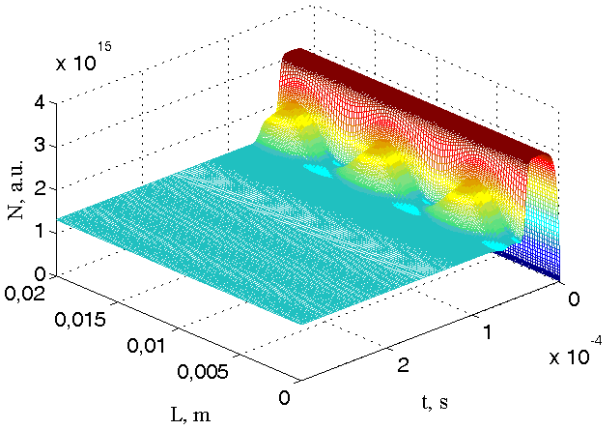


Рис. 5. Решетки инверсии не возникает. Режим бегущей волны фактически представляет собой режим однонаправленной генерации.

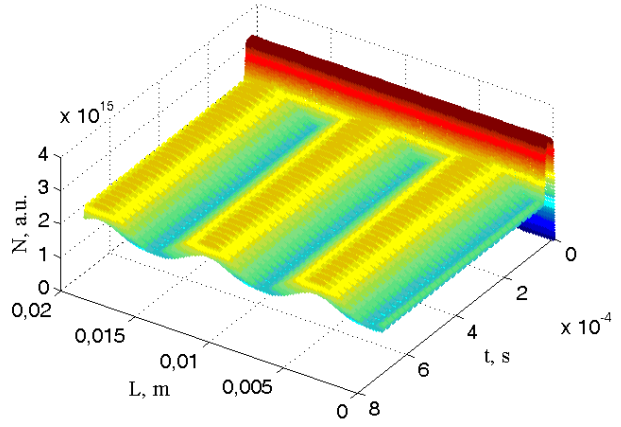


Рис. 6. Решетка инверсии населенностей при захвате частоты встречных волн.

В режиме захвата, частоты встречных волн одинаковые, что приводит к формированию стационарной решетки инверсии (рис. 6)

III. Расчет астигматичного кольцевого резонатора, обеспечивающего керровскую синхронизацию мод

Существенное подавление шумов в спектре излучения лазера в режиме синхронизации мод требует определенной конфигурации астигматичного кольцевого резонатора. Это обеспечивает как сильную фокусировку излучения в активной среде для формирования керровской линзы, так и равенство нулю первых производных от величин возмущения астигматичного гауссового пучка при внешнем воздействии: смещения и отклонения зеркал и активной среды, флуктуации параметров активной среды. При этом резонатор должен обеспечивать максимально возможное сокращение длительности формируемых импульсов при прохождении гауссовых импульсов астигматичного гауссового пучка через формируемую керровскую линзу и затем диафрагму. Наклонное падение гауссового пучка на активную среду под углом Брюстера, обеспечивающее малые потери и генерацию линейной поляризации приводит к астигматичности гауссова пучка и смещению вдоль оптической оси положения перетяжек для плоскости падения и перпендикулярной плоскости в кольцевом резонаторе. Таким образом, для обеспечения указанных характеристик кольцевого резонатора было проведено численное моделирование и расчет параметров астигматичных гауссовых мод в соответствии с известным “ABCD” преобразованием для комплексных параметров, описывающих пучок в плоскости падения на зеркала и активную среду и в перпендикулярной плоскости.

Резонатор кольцевого лазера гироскопа был построен по z - образной кольцевой схеме, обеспечивающей сильную фокусировку излучения в активной среде и широкий пучок в дисперсионном плече (рис. 7). Сферические зеркала М3 и М4 обеспечивают фокусировку излучения моды в активной среде для возможности керровской синхронизации мод. Между фокусирующими зеркалами установлен активный элемент длиной 2 см с гранями, вырезанными под угол Брюстера, что приводит к астигматизму пучка. В активной среде образуются объемные керровская и тепловая линзы, при этом среда должна находиться на определенном расстоянии от середины между фокусирующими зеркалами, обеспечивая наибольшее изменение размера пучка за счет керровской линзы. Это должно увеличить глубину модуляции излучения и, тем самым, стабильность керровской синхронизации мод, что в свою очередь уменьшает шумы излучения, сужая линию генерации отдельных мод. Важным аспектом при синхронизации мод являются шумы амплитудной модуляции, обеспечивающей синхронизацию мод. Поэтому выбор оптимальной конфигурации положения активной среды и расстояния между фокусирующими зеркалами, определяющие параметры керровской амплитудной модуляции, имеет важнейшее значение для сужения линии генерации отдельных мод.

Для каждого элемента астигматичного резонатора (рис. 7) для p и s плоскостей было составлено по две соответствующие лучевые матрицы, описывающие прохождение пучка. Затем вычислялись две соответствующие p и s матрицы, описывающие резонатор за обход пучка, и вычислялись размеры перетяжек для p и s плоскостей в активной среде при симметричном изменении расстояния между фокусирующими зеркалами. При расчете влияние призмы считалось малым, поскольку поперечный размер и кривизна волнового фронта пучка в этом месте большие.

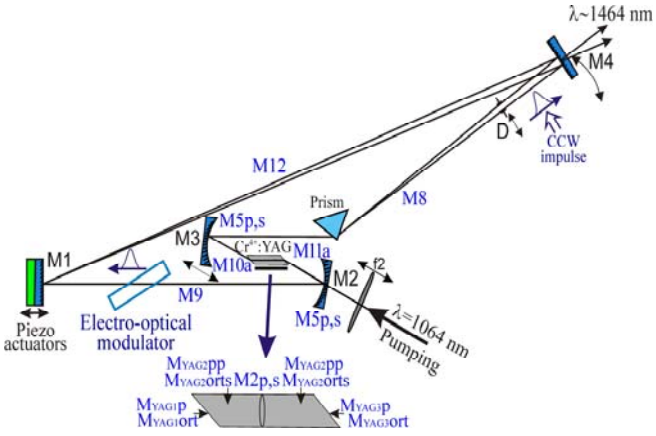


Рис. 7. Оптическая схема астигматичного кольцевого резонатора, обеспечивающего керровскую синхронизацию мод.

Для сагиттальной плоскости s для сечения в середине активной среды, лучевая матрица обхода резонатора может быть получена как:

MMMLs=M2s*MYAG2orts*MYAG1ort*M10a*M5s*M8*M12*M9*M5s*M11a*MYAG3ort*MYAG2orts, (7)

где лучевые матрицы для элементов резонатора представлены ниже:

$M2s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_s & 1 \end{pmatrix}$ - тепловая или керровская линза,

$MYAG2orts = \begin{pmatrix} 1 & Lyag/ng/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - участок активной среды,

$MYAG1ort = \begin{pmatrix} ng & 0 \\ 0 & nv \end{pmatrix}$ - граница раздела,

$M10a = \begin{pmatrix} 1 & Lo/2+lo-loo \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M11a = \begin{pmatrix} 1 & Lo/2-lo-loo \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - участок между сферическим зеркалом и активной средой, $M5s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\cos(\alpha)/R_m & 1 \end{pmatrix}$ - сферическое зеркало,

$M8 = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M12 = \begin{pmatrix} 1 & a_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M9 = \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - матрицы свободного пространства, $MYAG3ort = \begin{pmatrix} nv & 0 \\ 0 & ng \end{pmatrix}$ - граница раздела.

Для плоскости падения на зеркала и активную среду p для сечения в середине активной среды, лучевая матрица обхода резонатора может быть получена как:

MMMLp=M2p*MYAG2pp*MYAG1p*M10a*M5p*M8*M12*M9*M5p*M11a*MYAG3p*MYAG2pp, (8)

$M2p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_p & 1 \end{pmatrix}$ - тепловая или керровская линза,

$MYAG2pp = \begin{pmatrix} 1 & Lyag/ng/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - участок активной среды,

$MYAG1p = \begin{pmatrix} A1 & 0 \\ 0 & D1 \end{pmatrix}$ - граница раздела,

$M10a = \begin{pmatrix} 1 & Lo/2+lo-loo \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M11a = \begin{pmatrix} 1 & Lo/2-lo-loo \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - участок между сферическим зеркалом и активной средой,

$M5p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/(R_m\cos(\alpha)) & 1 \end{pmatrix}$ - сферическое зеркало,

$M8 = \begin{pmatrix} 1 & a_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M12 = \begin{pmatrix} 1 & a_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $M9 = \begin{pmatrix} 1 & a_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ - матрицы свободного пространства, $MYAG3p = \begin{pmatrix} D1 & 0 \\ 0 & A1 \end{pmatrix}$ - граница раздела.

Для матриц границы раздела коэффициенты находились через углы падения и преломления в активной среде:

A1=ng*cos(φ_{B2})/cos(φ_{B1}), D1=nv*cos(φ_{B1})/cos(φ_{B2}),

где углы падения (угол Брюстера) и преломления:

φ_{B1}=arctg(ng/nv), φ_{B2}=arcsin(nv/ng*sin(φ_{B1})).

Из полученных матриц, описывающих обход резонатора для сечения в середине активной среды, находились элементы A, B, C, D:

$$MMMLp,s = \begin{pmatrix} A_{p,s} & B_{p,s} \\ C_{p,s} & D_{p,s} \end{pmatrix}.$$

Радиус пучка и радиус кривизны волнового фронта находились из решения квадратного уравнения для преобразования комплексного параметра согласно:

$$\omega_{p,s} = \sqrt{\frac{2\cdot\lambda\cdot B_{p,s}}{\pi\sqrt{4-(A_{p,s}+D_{p,s})^2}}} \quad (9.a), \quad R_{p,s} = \frac{2B_{p,s}}{D_{p,s}-A_{p,s}} \quad (9.b)$$

В целом, положение перетяжек между фокусирующими зеркалами для плоскости падения p и в перпендикулярной плоскости s определяется наклонным падением гауссова пучка на активную среду под углом Брюстера и углом падения на сферические зеркала.

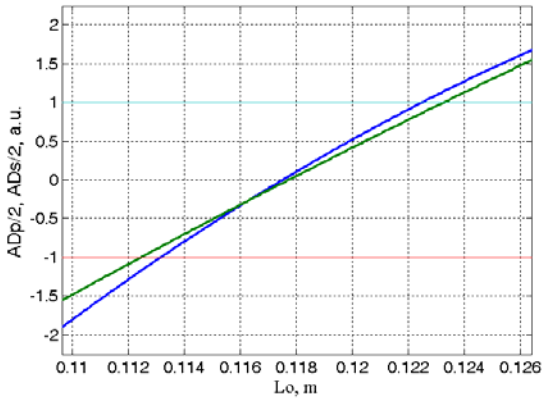


Рис. 8. Зависимость параметров устойчивости для p (*синяя*) и s (*зеленая*) плоскостей при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo (устойчив при |(A+D)/2|<1).

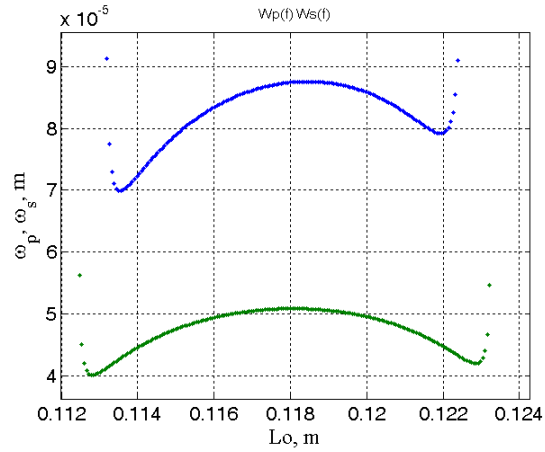


Рис. 9. Зависимость размеров пучка в активной среде для плоскости падения на зеркало ω_p (*вверху*) и в перпендикулярной плоскости ω_s (*внизу*) при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo.

В результате проведенных расчетов оптимальных параметров резонатора, определен угол падения 15° на зеркала, обеспечивающий наибольшее перекрытие областей устойчивости пучка для плоскости падения и в перпендикулярной плоскости при изменении расстояния между фокусирующими зеркалами и обнуление первых производных зависимости размеров перетяжек от смещения зеркал. Найдено оптимальное расстояние между фокусирующими зеркалами ~0.118 м, при котором первые производные зависимости размеров пучка

от смещения зеркал близки к нулю одновременно для плоскости падения p и в перпендикулярной плоскости s. Это обеспечивает устойчивость керровской синхронизации мод, определяемой стабильностью и плотностью мощности в активной среде, а также мощность генерации, поскольку изменение размеров пучка в активной области меняет ряд параметров, в частности количество используемых для усиления активных центров. Также проведена оптимизация резонатора по углам падения на сферические зеркала и расстояния между ними для обеспечения требуемых размеров перетяжек в активной среде для астигматичного пучка моды. Размеры пучка вблизи выходного зеркала во многом определяют керровскую амплитудную модуляцию, поскольку в этой области находится диафрагма, обеспечивающая сокращение длительности формируемых импульсов.

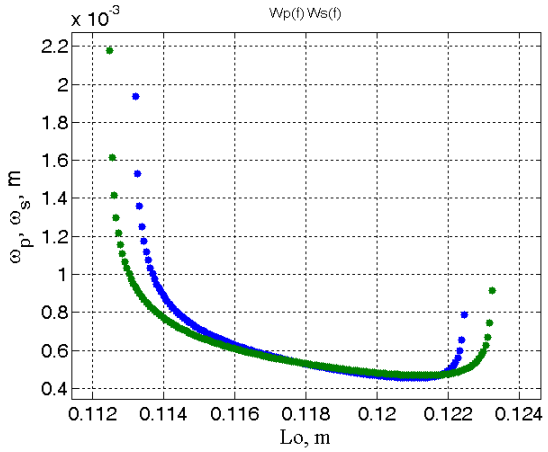


Рис. 10. Зависимость размеров пучка на выходном зеркале для плоскости падения на зеркало ω_p (*синяя*) и в перпендикулярной плоскости ω_s (*зеленая*) при изменении расстояния между сферическими зеркалами Lo.

IV. Экспериментальная установка

В работе был создан лазерный гироскоп на основе кольцевого лазера с усиливающей средой на YAG:Cr^{4+}, (рис. 11), обладающей широкой линией усиления (1.3-1.6 мкм), что позволяет настроить длину волны в область оптимальных параметров генерации, а так же, генерировать фемтосекундные импульсы при синхронизации мод. Также, в результате оптимизации и настройки параметров резонатора YAG:Cr^{4+} лазера была получена стабильная двунаправленная генерация в кольцевом лазере в режиме синхронизации мод. Полученная выходная мощность в каждом направлении достигала 100 мВт. В основу установки положен перестраиваемый по длине волны лазер на YAG:Cr^{4+} с накачкой волоконным иттербиевым лазером или лазером на YAG:Nd^{3+} с синхронизацией мод. Для создания невзаимности встречных волн использован электрооптический фазовый модулятор. Для перестройки длины волы и создания отрицательной дисперсии групповой задержки использовалась призма из ИК кварца, обладающая малым поглощением в рабочем диапазоне длин волн. Ширина спектра генерации и длина волны подстраивались путем изменения ширины и положения диафрагмы D, а также поворотом зеркал M3 и M4 (рис. 11).

В качестве активного элемента лазерной системы использован кристалл YAG:Cr^{4+} длиной 2 см и диаметром 6 мм с гранями, ориентированными под углом Брюстера. Концентрация ионов Cr^{4+} составляла 5×10^{17} *см*$^{-3}$. Характерные параметры кристалла [5, 11]: время жизни верхнего состояния 3.6 *мкс*, сечение усиления на длине волны 1.42 *мкм* - $(7\text{-}8)\times10^{-19}$ *см*^{2}. Центр линии поглощения приходится на длину волны 1 *мкм* и соответствует переходу ${}^3B_1\left({}^3A_2\right)\rightarrow{}^3A_2\left({}^3T_1\right)$. Коэффициент поглощения на длине волны 1.06 *мкм* – около 2.5 *см*$^{-1}$. Таким образом, поглощение накачки на длине кристалла составляет 90%. Работа лазера происходит между двумя широкими полосами $^3T_2$ и $^3A_2$, состоящими из набора энергетических колебательных подуровней. Благодаря этому лазер работает по четырехуровневой схеме.

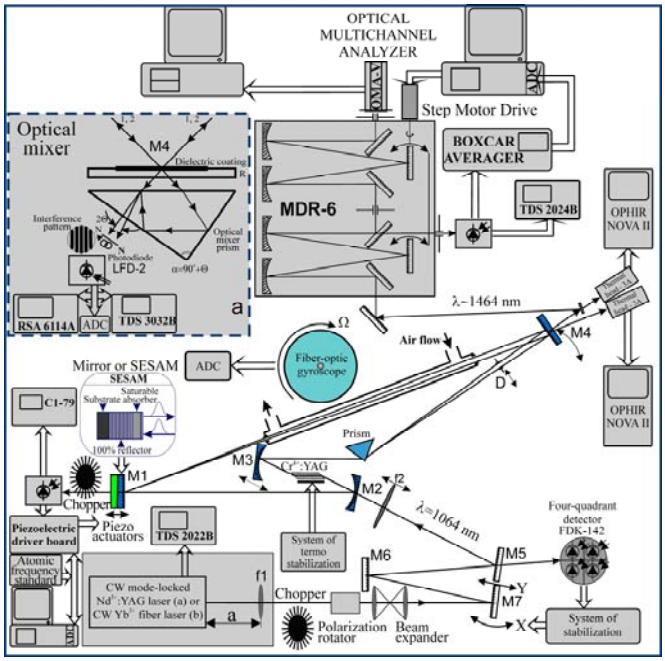


Рис. 11. Схема экспериментальной установки лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+}.

При работе активный элемент помещался в прецизионный термостат и охлаждался до 10-12 градусов Цельсия, что существенно уменьшает многофононную релаксацию и увеличивает эффективность генерации (рис. 12). Более сильное охлаждение ограничено появлением конденсата в открытом резонаторе, но может быть получено при герметизации оптического контура.

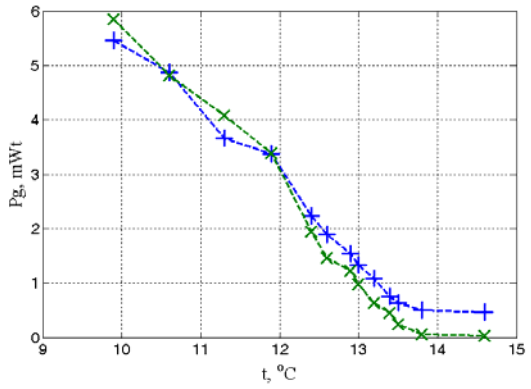


Рис. 12. Мощность генерации лазера при изменении температуры кристалла и минимальной мощности накачки.

Экспериментальные исследования показали, что конкуренция встречных волн в кольцевом лазере на YAG:Cr^{4+} существенно ослаблена (рис. 12). Это возможно благодаря таким особенностям среды, как спо-

собность к генерации фемтосекундных импульсов, а также особенностям взаимодействия при генерации активных центров четырехвалентных ионов Cr^{4+} с поляризованным излучением, связанными с ориентацией и размещением ионов в кристалле граната.

Для синхронизации мод использовался керровский механизм. В этом случае в активной среде благодаря сильной фокусировке излучения, формируется керровская линза, приводящая к расширению пучка на переднем и заднем фронтах импульса. Затем, когда импульс с таким поперечным пространственным распределением проходит через ограничивающую диафрагму, то передний и задний фронт сокращаются, обладая большими потерями ввиду большего поперечного размера. Это и приводит к формированию более коротких импульсов.

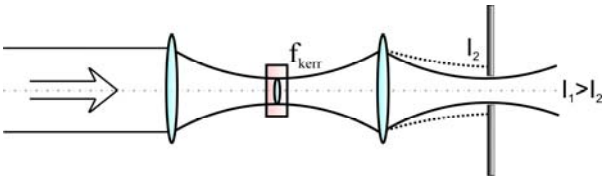


Рис. 13. Механизм керровской модуляции потерь.

С другой стороны, амплитудная модуляция излучения, происходящая за счет формирования керровской линзы в активной среде и затем обрезания переднего и заднего фронта на диафрагме, приводит к появлению боковых компонент излучения на частотах соседних мод, так как частота модуляции соответствует периоду обхода импульсом резонатора. И это приводит к захвату частоты соседних мод боковыми компонентами, что делает моды синхронизированными, то есть спектр становится совершенно эквидистантным, а разность фаз межу модами равной константе. При этом, ввиду сфазированности мод, ширина спектра каждой моды существенно сокращается, фактически в количество синхронизированных мод [14]. Но это может быть в случае, если частота модуляции потерь очень стабильная и ширина ее спектра существенно уже ширины спектра самих мод. Поэтому важным фактором получения узких спектров продольных мод и подавления шума является стабильность керровской амплитудной модуляции.

В результате синхронизации мод в лазере генерируется последовательность фемтосекундных импульсов. Керровская линза в активной среде формируется благодаря гауссовому распределению поперечной структуры поля основной моды и оптическому эффекту Керра. Для ее создания требуется очень сильная фокусировка излучения и сверхкороткие импульсы, обеспечивающие большие интенсивности ввиду малости эффекта. Этот факт и потребовал более детального рассмотрения конфигурации кольцевого резонатора обеспечивающего выполнение ряда противоречивых условий, когда требуется большая величина отклика на изменение керровской линзы и в то же время высокая стабильность параметров моды при изменении тепловой линзы. В результате, при соответствующей настройке лазера в режим синхронизации мод была получена длительность импульсов порядка 400 фс. При этом наблюдалось уменьшение флуктуаций интенсивности, сужение спектра отдельных мод генерируемого излучения и флуктуаций частоты биений встречных волн.

Другим важным фактором, определяющим стабильность керровской синхронизации мод и соответственно генерации фемтосекундных импульсов, является величина внутрирезонаторной дисперсии, обеспечивающая солитонный режим распространения импульсов. Были проведены расчеты (рис. 14) величины внутрирезонаторной дисперсии групповой задержки для активной среды YAG:Cr^{4+} длиной 2 см и участка в кварцевой призме длиной 7.1 мм в зависимости от длины волны генерации. Найдено, что определенная длина участка среды в призме из кварца и активная среда в совокупности обеспечивает нулевую дисперсию при длине волны генерации в кольцевом лазере 1.46 мкм. Это позволяет использовать только одну призму, тем самым уменьшив потери и искажение гауссова пучка в лазере.

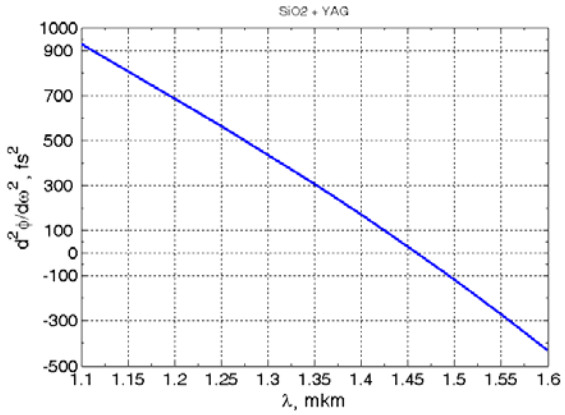


Рис. 14. Зависимость дисперсии групповой задержки для активной среды YAG:Cr^{4+} длиной 2 см и участка в кварцевой призме длиной 7.1 мм от длины волны генерации. Нулевая дисперсия наблюдается при длине волны 1.46 мкм.

V. Подавление шумов при синхронизации мод

Синхронизация продольных мод в многомодовом режиме генерации приводит к существенному подавлению шумов для каждой моды. Физически это связано со связью колебаний в модах и происходит в результате их фазирования и некоррелированностью шумов в самих модах [14, 15]. Для анализа и моделирования влияния параметров генерации в кольцевом лазере при синхронизации мод на ширину спектра мод и соответственно шумы в сигнале биений использовался подход и система уравнений [14]:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{dt}} &= S_1 + \nabla_\nu - \frac{\alpha E_2}{E_1}\sin(\varphi_2-\varphi_1) + \frac{F_1}{E_1} + \omega_{\mathrm{El}} \\
\frac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{dt}} &= S_2 + \frac{\alpha}{E_2}\left(E_3\sin(\varphi_2-\varphi_3) + E_1\sin(\varphi_2-\varphi_1)\right) + \frac{F_2}{E_2} + \omega_{\mathrm{El}} \\
\frac{\mathrm{d}\varphi_3}{\mathrm{dt}} &= S_3 - \nabla_\nu - \frac{\alpha E_2}{E_3}\sin(\varphi_2-\varphi_3) + \frac{F_3}{E_3} + \omega_{\mathrm{El}}
\end{aligned} \tag{10}$$

Здесь $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – фазы центральной и двух соседних мод, E_1, E_2, E_3 – амплитуды мод, F_k – источники шума (для разных мод не коррелированы), $\nabla_\nu = \omega_m - \Omega$, ω_m – частота модуляции, $\alpha=\omega_m\rho_m/(4\pi)$- коэффициент связи между модами за счет модуляции потерь: $\rho=\rho_0-\rho_m.\cos(\omega_m t)$, Ω - разность частот между соседними модами, S_1, S_2, S_3 – вклад вносимый поляризацией активной среды (предполагается зависимость только от амплитуд мод), сигнал модулирующий потери монохрома-

тический, ω_{El} – смещение частоты фазовым электрооптическим модулятором. Решая систему уравнений, получено выражение [14] для спектральной плотности флуктуаций частоты в приближении равенства добротностей мод (параметры *D* будут одинаковыми у всех мод) и для малых частот ($\omega<<\alpha$):

$$g_{\nu k}(0)=\frac{2}{2+1/x^2}\frac{D}{E_1^2},\ \text{где } x=E_1/E_2=E_3/E_2.$$

В этом случае спектральная ширина моды выражается как: $\Delta\omega_k=\frac{1}{2}g_{\nu k}(0)$, и при $x\approx1$ получается при синхронизации мод:

$$\Delta\omega_k\approx\frac{1}{3}\Delta\omega_{k0}, \qquad (11)$$

где $\Delta\omega_{k0}=D/E_1^2$ - естественная ширина при свободной генерации. Таким образом, происходит сокращение ширины линии генерации моды в количество синхронизированных мод.

Для многочастотного режима генерации в режиме синхронизации мод можно получить систему уравнений аналогично (12) в приближении равенства амплитуд всех мод ($E_k=E_0$) [14]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi_1}{dt}&=-\alpha\sin(\varphi_2-\varphi_1)+\frac{F_1}{E_0}+\omega_{El},\\
\frac{d\varphi_n}{dt}&=-\alpha\sin(\varphi_{n+1}-\varphi_n)-\alpha\sin(\varphi_n-\varphi_{n-1})+\frac{F_n}{E_0}+\omega_{El},\\
\frac{d\varphi_N}{dt}&=-\alpha\sin(\varphi_{N+1}-\varphi_N)+\frac{F_N}{E_0}+\omega_{El},\quad (n=2,3,...N-1)
\end{aligned} \qquad (12)$$

Решая систему, для случая некоррелируемого шума в разных модах для малых частот, когда моды синхронизированны и $\omega<<\alpha$. Спектральная плотность флуктуаций частоты может быть выражена:

$$g_{\nu k}(0)=\frac{2}{N^2E_0^2}\sum_{i=1}^{N}D_i$$

Для ширины линии моды, в результате получается $\Delta\omega_k=\frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\Delta\omega_i^0$ и, если естественные ширины мод при свободной генерации считать близкими, получаем сокращение ширины моды в *N* раз:

$$\Delta\omega_k=\frac{1}{N}\Delta\omega^0 \qquad (13)$$

Используя системы уравнений (10, 12), было проведено моделирование динамики установления спектральных параметров мод при различном характере возмущений F_k, вносимых при генерации в лазере. В частности, рассмотрено влияние системы подставки на основе электрооптического фазового модулятора, вносящего сдвиг фазы для встречных волн и влияние системы регулирования периметра на основе стабилизации частоты по сигналу, получаемому на поглощающей ячейке. Определено, что переменный сдвиг фазы, вносимый фазовым модулятором должен быть существенно меньше, чем коэффициент связи между модами α.

VI. Создание знакопеременной частотной подставки с помощью электрооптического фазового модулятора

Связь встречных волн через рассеяние на элементах резонатора и на решетках инверсии в твердотельном лазерном гироскопе делает важным вопрос выбора механизма создания частотной подставки. Нелинейность выходной частотной характеристики, обусловленная связью волн, приводит к дополнительным шумам в выходном сигнале биений встречных волн в лазерном гироскопе, работающем в режиме синхронизации мод, несмотря на существенное подавление этой связи, обусловленное поочередным прохождением импульсов рассеивающих элементов.

Использование знакопеременной частотной подставки на основе фазового модулятора лазера в режиме синхронизации мод приводит к периодическому сдвигу фазы генерируемой волны за время меньшее времени обхода резонатор. Это приводит к необходимости учета этих возмущений синхронизации мод и, если скорость изменения фазы будет превышать величину связи волн, то это может приводить к нарушению синхронизации мод и требует изучения возникающих при этом шумов.

Поэтому для твердотельного лазерного гироскопа проведено исследование работы системы создания подставки с использованием фазовой задержки импульсов в электрооптическом модуляторе. Моделирование шумов, возникающих при периодическом изменении фазы, проводилось на основе уравнений (10, 12). Периодическое изменение оптической длины резонатора с помощью модулятора таким образом, чтобы для импульса, распространяющегося по часовой стрелке, оптическая длина увеличивалась, а импульс против часовой стрелки проходил модулятор, когда оптическая длина уменьшается, будет приводить к изменению частоты биений встречных волн, регистрируемых при совпадении импульсов на выходе оптического смесителя. Поэтому, для создания знакопеременной частотной подставки в резонатор лазера устанавливался фазовый электрооптический модулятор, управляемый от сигнала со скоростного фотоприемника, регистрирующего выходные импульсы излучения, получаемые при синхронизации мод. Затем сигнал поступает на усилитель и регулируемую линию задержки. После широкополосного высокочастотного усилителя мощности с нагрузкой 50 Ом, включенной параллельно электродам электрооптического затвора, усиленный сигнал создает переменную напряженность поля на электрооптическом кристалле LiNbO3 с возможностью регулировки амплитуды поля. Подача управляющего напряжения на модулятор во время прохождения импульса в модуляторе приводит к изменению показателя преломления и к сдвигу частоты генерируемого излучения относительно встречной волны согласно (14, 15).

$$\Delta\varphi(U)=\frac{\pi n_e^3 r_{33} l U}{\lambda D},\qquad r_{ij}=\begin{pmatrix}0&-r_{22}&r_{13}\\0&r_{22}&r_{13}\\0&0&r_{33}\\0&r_{51}&0\\r_{51}&0&0\\-r_{22}&0&0\end{pmatrix}, \qquad (14)$$

где n_e – показатель преломления необыкновенной волны, r_{ij} – тензор электрооптических коэффициентов,

r_{33}=30.8*10^{-12} м/В – электрооптический коэффициент для выбранного направления в кристалле $LiNbO_3$), U – напряжение на кристалле, l – длина кристалла, λ – длина волны, D – толщина кристалла. Кристалл $LiNbO_3$ ориентирован так, чтобы излучение проходило под углом Брюстера. Для изменения частоты генерации при изменении фазы в кольцевом лазере (рис. 16) можно записать:

$$\Delta\nu(U) = \frac{c}{2\pi L}\Delta\varphi(U)\,. \qquad (15)$$

Таким образом, возникает разность частоты между встречными пучками, формируя подставку (рис. 15). Для регистрации импульсов на выходе кольцевого лазера использовался скоростной InGaAs PIN-фотодиод с усилителем (рис. 16).

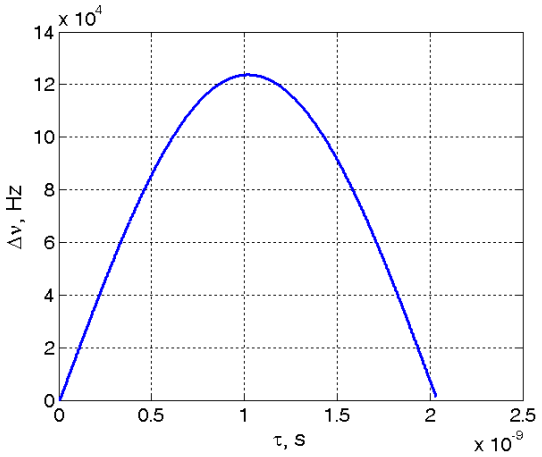


Рис. 15. Зависимость частоты подставки от задержки сигнала с фотоприемника регистрирующего импульсы на выходе лазера (U_0 ~ 25 В).

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\pi L}\Delta\varphi\left(U(\tau)\right),\ \text{где}\ U(\tau) = \left|U_0 \sin\left(\frac{2\pi c}{L}\tau - \varphi_0\right)\right|. \qquad (16)$$

Далее, для формирования управляющего напряжения, сигнал с фотоприемника задерживался таким образом, чтобы напряжение на модуляторе достигало максимальной величины в момент его прохождения импульсом одного направления и максимальной противоположной полярности для импульса противоположного направления.

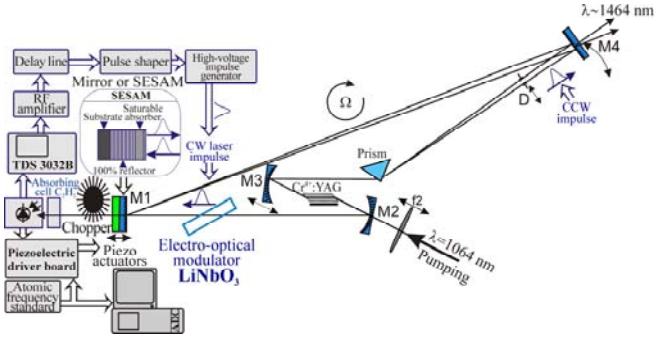


Рис. 16. Оптическая схема кольцевого лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+}, обеспечивающая создание частотной подставки с помощью электрооптического фазового модулятора.

Для получения знакопеременной подставки необходимо изменять фазу управляющего сигнала так, чтобы в начале при прохождении импульса одного направления сдвиг фазы увеличивался, а противоположного уменьшался (рис. 16), а потом наоборот. Для этого генерируемые встречные импульсы должны проходить модулятор противофазно.

VII. Стабилизация частоты кольцевого лазера при синхронизации мод с использованием поглощающей ячейки

Генерация фемтосекундных импульсов при синхронизации мод происходит в многочастотном режиме генерации, когда моды отстоят друг от друга по частоте на интервал ~ 283 МГц и при ширине линии усиления 76 ТГц. Может быть ~2.7*10^5 мод. Из них в линию поглощения ацетилена (4 ТГц) (рис. 17) попадает 1.4*10^4. Таким образом, часть мод перекрывается с линиями поглощения ацетилена, создавая возможность стабилизации частоты по этим линиям поглощения многочастотного излучения. Оптимизация межмодового интервала по частоте может увеличить величину поглощения, делая систему стабилизации частоты лазера более точной. Одним из важных факторов, обеспечивающих точность лазерного гироскопа, является высокая стабильность периметра резонатора кольцевого лазера.

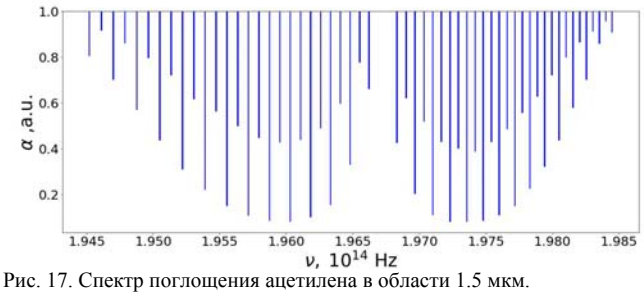


Рис. 17. Спектр поглощения ацетилена в области 1.5 мкм.

Моделировалась система стабилизации частоты на основе поглощающей ячейки на ацетилене с двумя полосами дискретных линий поглощения в области длины волны 1.5 мкм (рис. 16 - 18) в лазере, работающем в режиме синхронизации мод. Моделирование показало, что, оптимизировав межмодовый интервал по частоте, получаются узкие линии поглощения ~ 0.5% с шириной ~ 250 МГц, обеспечивающие стабилизацию периметра лазерного гироскопа в многочастотном режиме. Ввиду малости изменения поглощения, в работе используется модуляция излучения перед поглощающей ячейкой и синхронный усилитель, позволяющий получить необходимый сигнал для системы управления пьезодвигателями. Линии поглощения ацетилена лежат в диапазоне 1510-1540 нм, что потребовало перестройки длины волны лазера на YAG:Cr^{4+} в этот диапазон.

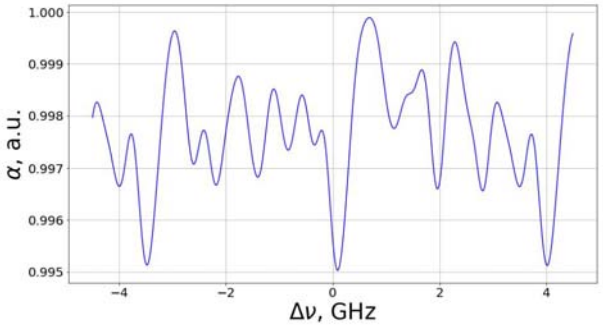


Рис. 18. Зависимость коэффициента пропускания излучения лазера α в ячейке с ацетиленом от перестройки его частоты Δν при генерации в многочастотном режиме. Ширина линии максимума поглощения ~250 МГц (линия вблизи Δν~0).

Для стабилизации периметра кольцевого лазера был использован электронный блок LIHV162 и ячейка с ацетиленом фирмы VitaWave. Длина ячейки с ацетиленом

$^{12}C_2H_2$ - 12 см, диаметр 8 мм. При давлении 20 торр ширина резонансной линии P9 ~ 5 пм (~666.2 МГц). Температурная зависимость <0.01 пм/°С (1.33 МГц/°С). Электронный блок позволяет привязать частоту перестраиваемого лазера к резонансам, формируемым поглощающей средой. Блок состоит из генератора треугольного сигнала, синусоидального генератора, фазовращателя, аналогового перемножителя, ПИД контроллера с регулируемыми полосами усиления и блока питания. Также имеется высоковольтный выход для управления пьезодвигателями. Принцип действия блока стабилизации частоты основывается на том, что величина произведения двух синусоидальных сигналов одинаковой частоты определяется разностью фаз этих сигналов: $2*\sin(\omega t+\alpha)*\sin(\omega t) = \cos(\alpha) - \cos(2\omega t+\alpha)$, если отфильтровать переменную составляющую на удвоенной частоте. В точке экстремума фаза детектируемого сигнала модуляции меняет знак, а это возможно зарегистрировать. Для этого высокочастотная компонента отфильтровывается, а оставшийся сигнал дисперсионной формы позволяет обеспечить взаимную привязку лазера и источника опорного резонанса. Таким образом, многочастотный режим сужает линию поглощения более чем в два раза, улучшая точность стабилизации периметра. При этом температурный дрейф линии поглощения ацетилена приведет к дрейфу нуля гироскопа за счет наличия дисперсии в материале усиливающей среды и за счет аномальной дисперсии связанной с усилением. Но поскольку резонатор настраивается на дисперсию групповой скорости близкую к нулевой, влияние смещения частоты на дрейф нуля будет незначительным.

В режиме синхронизации мод для стабилизации частоты использовалась модуляция излучения, получаемая во время создания знакопеременной частотной подставки электрооптическим модулятором и синхронный детектор, выделяющий сигнал с фотоприемника установленного после прохождения излучением поглощающей ячейки с ацетиленом (рис. 16).

VIII. Заключение

В результате расчетов и численного моделирования динамики генерации для кольцевого лазера в многомодовом режиме на основе уравнений для комплексных амплитуд и уравнений для фаз синхронизированных мод определено, что при синхронизации мод происходит сокращение спектральной ширины каждой моды в количество синхронизированных мод, существенно уменьшая шум и флуктуации излучения каждой моды. Определено, что переменный сдвиг фазы, вносимый фазовым модулятором должен быть существенно меньше, чем коэффициент связи между модами, обусловленный модуляцией излучения. Моделирование динамики генерации показало, что решетки инверсии для кольцевого лазера на YAG:Cr^{4+} существенно уменьшены по сравнению с лазером на YAG:Nd^{3+}, что значительно ослабляет связь встречных волн. В результате моделирования формирования астигматичного гауссового пучка определен резонатор, обеспечивающий стабильность излучения при внешних возмущениях с обнулением первых производных этих зависимостей.

Определены параметры системы стабилизации периметра, обеспечивающие стабильность частоты генерации в многочастотном режиме на уровне 0.01 пм/°С, при этом, поскольку внутрирезонаторная дисперсия групповой скорости подбирается близкой к нулю, то смещение частоты будет приводить к незначительным сдвигам частот встречных волн и соответственно дрейфу нуля гироскопа. Так же, изучено влияние системы стабилизации периметра кольцевого лазера гироскопа на амплитудные и фазовые шумы в его выходном сигнале.

Определено влияние системы формирования подставки с использованием электрооптического фазового модулятора на шумы в твердотельном лазерном гироскопе, связанные с возмущениями фазы генерируемых мод.

В целом, проведенные исследования показали возможность стабильной работы твердотельного лазерного гироскопа на YAG:Cr^{4+} в режиме синхронизации мод с системой стабилизации периметра и частотной подставкой, создаваемой электрооптическим модулятором фазы.

Литература

[1] Aronowitz, F., Laser gyros, In: Lasers Applications. Russian edition, M: «Mir», 1974. p. 182-269.

[2] M.J. Bohn**,** The TI:Sapphire Ring Laser Gyroscope, dissertation, University of New Mexico, 1998**.**

[3] Sorokin, E. Solid-State Materials for Few-Cycle Pulse Generation and Amplification. In: Kärtner, F.X. (eds) Few-Cycle Laser Pulse Generation and Its Applications. Topics in Applied Physics, vol 95. Springer, Berlin, Heidelberg.. https://doi.org/10.1007/978-3-540-39849-3_1

[4] H. Eilers et al., "Performance of a Cr:YAG laser", in IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 29, no. 9, pp. 2508-2512, Sept. 1993.

[5] A.G. Okhrimchuk and A.V. Shestakov, "Absorption saturation mechanism for YAG:Cr^{4+}crystals", Phys. Rev. B 61, 988, 2000.

[6] G.M. Zverev and A.V. Shestakov, "Tunable Near-Infrared Oxide Crystal Lasers," in Advanced Solid State Lasers, M. Shand and H. Jenssen, eds., Vol. 5 of OSA Proceedings Series (Optical Society of America, 1989), paper BB5.

[7] I.T. Sorokina, S. Naumov, E. Sorokin, E. Wintner, and A.V. Shestakov, Directly diode-pumped tunable continuous-wave room-temperature Cr^{4+}:YAG laser, Opt. Lett. 24, 1578-1580 (1999).

[8] Н.В. Кравцов, Е.Г. Ларионцев, Автомодуляционные колебания и релаксационные процессы в твердотельных кольцевых лазерах, Квантовая электроника, 1994, том 21, номер 10, 903–918.

[9] Schwartz, S., Lauprêtre, T., Goldfarb, F., Bretenaker, F., Ghosh, R., Carusotto, I., Feugnet, G., Gutty, F., Pocholle, J.-P., The solid-state ring laser gyro: current and future trends, Proc. SPIE 8636, Advances in Slow and Fast Light VI, 86360M (March 6, 2013).

[10] Malakhov, A.N. and Mal'tsev, A.A., Width of the spectral lines of an N-mode system which has an equidistant spectrum of natural frequencies and operates in a self-synchronous mode, Radiofizika, 1973. Vol. 16, No. 8, p. 1211-1220.

[11] Y.Y. Broslavets, E.A. Polukeev, V.P. Surovtseva, A.A. Fomichev and V. G. Semenov, "Multifrequency YAG:Cr^{4+} Solid-State Laser Gyroscope, Perimeter Control and Dither Creation System, Operating Regimes", *29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*, Saint Petersburg, Russian Federation, 2022, pp. 1-4, doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815385.

[12] Schwartz, S., Gutty, F., Feugnet, G., Loil, É., and Pocholle, J.-P., Solid-state ring laser gyro behaving like its helium–neon counterpart at low rotation rates, OPTICS LETTERS. 2009 .Vol. 34, № 24, p. 3884-3886.

[13] Н.В. Кравцов, Б.В. Львов, В.Ю. Петрунькин, К.Б. Самусев, А.Н. Шелаев, В.И. Шокало "Синхронизация продольных мод в твердотельном кольцевом лазере с полупроводниковой накачкой", — Автометрия, №4, Ленинград, 1987.

[14] Я.З. Вирник, А.С. Ковалев, Е.Г. Ларионцев "Естественные флуктуации частоты в лазере с синхронизированными модами" Известия высших учебных заведений, Радиофизика, том XIII, №12, 1970, 1769-1774.

[15] V. Arzt, H. Haken, H. Risken, H. Sauermann, Ch. Schmid, and W. Weidlich " Quantum Theory of Noise in Gas and Solid State Lasers with an Inhomogeneously Broadened Line" Zeitschrift fur Physik 197, 207-227 (1966).

Исследование шумовых характеристик сигналов приборов навигационных систем с использованием вейвлетоподобных обобщенных вариаций Аллана

М. Басараб
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия
basarab@bmstu.ru

Б. Лунин
МГУ им. М.В. Ломоносова
Москва, Россия
luninboris@yandex.ru

***Аннотация*— Предложены принципиально новые подходы к построению новых классов «двухточечных» вариаций, аналогичных вариации Аллана. Один подход основан на вейвлетоподобных свойствах бесконечно дифференцируемых атомарных функций как обобщения финитных B-сплайнов. Эта вариация предназначена для анализа нестабильности фазы и частоты сигналов, возникающих в системах, требующих высококачественных источников времени и частоты. В отличие от обычной вариации Аллана и ее известных обобщений и модификаций, предложенная вариация подходит для анализа сигналов в присутствии произвольных степенных флуктуаций благодаря уникальным временным и спектральным свойствам атомарной функции. Второй подход базируется на оконном синусном преобразовании и позволяет организовать быстрые процедуры оценки нестабильности частоты. Теоретический анализ модельных сигналов с известными степенными спектрами, а также проведенный вычислительный эксперимент на реальных данных продемонстрировали преимущества новых математических средств исследования нестабильности частоты.**

Ключевые слова—вариация Аллана, спектральная плотность мощности, оконное преобразование Фурье, вейвлет, атомарная функция, волновой твердотельный гироскоп.

I. Введение

Вариация Аллана (AVAR), или квадратный корень из нее (ADEV), предложенные Д. Алланом в 1960-х гг. [1,2], в настоящее время широко используется в качестве меры стабильности показаний навигационных приборов, характеризующихся колебательным поведением [3]. Несмотря на свою широкую распространенность, вариация Аллана имеет теоретические ограничения на детектируемые типы степенных шумов, спектр мощности которых должен быть пропорционален степени частоты с показателем в узком диапазоне от -2 до 0. Для показателей степени, меньших чем -2, вариация Аллана не определена и требует введения нижней границы отсечки по частоте. Данная проблема для показателей шума в диапазоне от -4 до -2 в частности может быть решена с помощью так называемой вариации Адамара (HVAR) [4-6]. В то же время, для анализа шумов со спектрами мощности с положительными показателями, как для AVAR, так и для HVAR практически требуется введение верхней границы отсечки по частоте. Таким образом, данные типы дисперсий не очень эффективны в случае быстрых зашумленных процессов. В ряде работ упоминалось о возможном присутствии в сигналах шумов, природа которых отлична от традиционных типов: WPM (фазовая модуляция белым шумом), FPM (фазовая модуляция фликер-шумом), WFM (частотная модуляция белым шумом), FFM (частотная модуляция фликер-шумом), RWFM (частотная модуляция броуновским шумом). К таковым следует отнести, например, синусоидальный шум, марковский шум и др. [7]. В связи с этим кроме AVAR и HVAR были введены некоторые другие усовершенствованные методы оценивания: модифицированная дисперсия Аллана (MVAR, Λ-дисперсия [8]), Ω-дисперсия (параболическая дисперсия, PVAR) [8-11] и др. Была установлена тесная связь между дисперсией Аллана и ее обобщениями с вейвлет-преобразованием на основе и вейвлет-дисперсией [12, 13]. В то же время, в целом проблема, связанная с ограничением полосы частот исследуемых типов шумов не была снята, что особенно актуально при исследовании сложных ансамблей шумов сигналов чувствительных элементов приборов инерциальных навигационных систем: микроэлектромеханических гироскопов и акселерометров, волновых твердотельных гироскопов (ВТГ), волоконно-оптических гироскопов и др.

Целью данной работы является рассмотрение новых универсальных оценок нестабильности частоты, позволяющих решать указанные выше проблемы. Один из возможных подходов основан на вейвлетоподобных свойствах финитных бесконечно-дифференцируемых атомарных функций [14], которые являются решениями специальных классов функционально-дифференциальных уравнений и используются в задачах цифровой обработки сигналов различной физической природы. Семейства таких функций и дисперсии на их основе могут служить основой для построения банков дифференцирующих фильтров высокого порядка, что позволяет детектировать шумы со спектральной плотностью мощности с показателями, изменяемыми в широком диапазоне, включая дробные показатели. В работе подробнее рассмотрена дисперсия upVAR [15] на основе наиболее известной атомарной функции up(x).

Кроме того, с использованием связи между вейвлет-анализом и оконным преобразованием Фурье [16] был выведен принципиально новый тип оконной косинусной дисперсии (CVAR) на основе оконного сегмента функции sin(x). Данная разновидность дисперсии обладает широкими перспективами оптимизации вычислений за

счет использования дискретных преобразований [17] и применения быстрых алгоритмов фурье-анализа.

В качестве примера в работе демонстрируются применимость и эффективность нового семейства дисперсий Аллана для анализа профилей неоднородности (шероховатость) поверхности чувствительного элемента (резонатор ВТГ) до и после различных типов технологической обработки (шлифование, балансировка химическим травлением) [18]. Проводится сравнение с классической вариацией Аллана и показана большая чувствительность обобщенной дисперсии Аллана на основе бесконечно-дифференцируемой атомарной функции, позволяющей выполнять тонкий анализ неоднородных структур.

Обсуждаются вычислительные аспекты оценки предложенных дисперсий. Делается вывод о целесообразности использования новых классов дисперсий при исследовании процессов в чувствительных элементах инерциальных навигационных приборов, характеризуемых сложной нелинейной динамикой, а также при анализе пространственных структур с шероховатостями фрактальной геометрии.

II. Классическая вариация Аллана

Рассмотрим общий подход к анализу частотных флуктуаций непрерывных сигналов на основе аппарата аналоговой фильтрации [4, 6]. Пусть y(t) представляет собой непрерывный временной сигнал с нулевым средним значением. Его автокорреляционная функция имеет вид

$$R_y(\tau) = \langle y(t)y(t+\tau)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(t)y(t+\tau)\,\mathrm{d}t.$$

Двусторонняя спектральная плотность мощности (СПМ) сигнала, $S_y^{\text{II}}(f)$, и его автокорреляционная функция связаны преобразованием Фурье:

$$S_y^{\text{II}}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y(\tau)\mathrm{e}^{-i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}\tau,$$

$$R_y(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_y^{\text{II}}(f)\mathrm{e}^{i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}f.$$

В измерительной практике чаще используется односторонняя СПМ:

$$S_y(f) = \begin{cases} 2S_y^{\text{II}}(f), & f \ge 0, \\ 0, & f < 0. \end{cases}$$

Будем изучать модельные шумовые сигналы степенного спектра, СПМ которых можно записать в виде

$$S_y(f) = A_\alpha f^\alpha, \tag{1}$$

где A_α – амплитуда, α – показатель типа шума.

В силу того, что дисперсия сигнала не определена для целых значений $\alpha < 0$, для различных типов шумов применяются иные оценки нестабильности частоты.

Для описания сигналов, определяемых компонентами СПМ на низких частотах, необходимо исследовать дисперсию сигнала $y(t)$, усредненного за интервал τ, с помощью фильтра скользящего среднего с импульсной характеристикой

$$g(t,\tau) = g_{\Pi}(t,\tau) = \frac{1}{\tau}\Pi_\tau\left(t-\frac{\tau}{2}\right), \tag{2}$$

где

$$\Pi_\tau(t) = \begin{cases} 1, & |t| \le \tau/2, \\ 0 & |t| > \tau/2. \end{cases}$$

Таким образом, усредненный сигнал $z(t,\tau)$ определяется сверткой

$$z(t,\tau) = g(t,\tau) * y(t) = \frac{1}{\tau}\int_{t-\tau}^{t} y(t)\,\mathrm{d}t. \tag{3}$$

Частотная характеристика фильтра скользящего среднего имеет вид

$$G(f) = G_{\Pi}(f) = \operatorname{sinc}(\pi\tau f)\,\mathrm{e}^{i\pi\tau f}, \tag{4}$$

где $\operatorname{sinc}(x) \equiv x^{-1}\sin x$.

Спектральная плотность мощности усредненной функции профиля

$$S_z(f) = |G(f)|^2\, S_y(f). \tag{5}$$

Обычная дисперсия усредненного сигнала,

$$\sigma_z^2 = \int_0^{\infty} \operatorname{sinc}^2(\pi\tau f) S_y(f)\,\mathrm{d}f, \tag{6}$$

не определена для степенного закона (1) при $\alpha < 0$, поэтому последовательно с G необходимо ввести дополнительный дифференцирующий фильтр D. Дисперсия результирующего выходного сигнала $u(t,\tau)$ имеет спектр

$$\sigma_u^2 = A_\alpha \int_0^{\infty} \operatorname{sinc}^2(\pi\tau f)\,|D(f)|^2\, f^\alpha\,\mathrm{d}f. \tag{7}$$

Для сходимости интеграла (7) амплитудно-частотная характеристика нового фильтра должна иметь вид $D(f) = f^\beta$ с показателем $\beta > -\alpha/2$ при асимптотическом стремлении f к нулю. Такие фильтры можно получить используя несколько непрерывных производных сигнала $z(t,\tau)$ во времени, поскольку производная во временной области соответствует умножению СПМ на f^2. СПМ сигнала $z^{(n)}(t,\tau)$, равна

$$\begin{aligned} S_u^{(n)}(f) &= (2\pi f)^{2n} S_z(f) = \\ &= (2\pi f)^{2n} \operatorname{sinc}^2(\pi\tau f) S_y(f). \end{aligned} \tag{8}$$

Дисперсия результирующего сигнала:

$$\sigma_u^2(\tau;n) = \int_0^{\infty} (2\pi f)^{2n} \operatorname{sinc}^2(\pi\tau f) S_y(f)\,\mathrm{d}f. \tag{9}$$

Практически реализовать (9) невозможно, так как соответствующая частотная характеристика должна быть линейной. Поэтому следует использовать фильтры D, аппроксимирующие частотную характеристику вблизи нулевой частоты. Простейшее семейство разностных фильтров n-го порядка имеет импульсную характеристику

$$d^{(n)}(\tau;n) = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} \delta(t-k\tau), \tag{10}$$

где $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

Преобразование Фурье (10) дает импульсную характеристику фильтра:

$$D^{(n)}(f) = (2i)^n \sin^n(\pi\tau f)\,\mathrm{e}^{-i\pi n\tau f}. \quad (11)$$

Выход фильтра

$$u^{(n)}(t,\tau) = \frac{1}{\mu_n}\left[d^{(n)}(t,\tau) * g(t,\tau)\right] * y(t), \quad (12)$$

где μ_n – коэффициент нормализации, используемый для сохранения неизменной дисперсии белого шума, произведенной фильтром, или обеспечения неизменной реакции на дрейф частоты.

Дисперсия $u^{(n)}(t,\tau)$ может быть записана как

$$\sigma_u^2(\tau;n) = \frac{1}{\mu_n^2}\int_0^\infty \left|D^{(n)}(f)G(f)\right| S_y(f)\,\mathrm{d}f = \\ = \frac{2^{2n}}{\mu_n^2}\int_0^\infty \sin^{2n}(2\pi f)\,\mathrm{sinc}^2(\pi\tau f)S_y(f)\,\mathrm{d}f. \quad (13)$$

Эта дисперсия сходится при $\alpha > -(n+2)$. Для обеспечения сходимости $\sigma_u^2(\tau;n)$ при положительных значениях α верхний предел интегрирования в (13) должен быть ограничен частотой среза.

Комбинация фильтра нижних частот $G(f)$ с фильтром верхних частот $D^{(n)}(f)$ дает нам полосовой фильтр. Варьируя параметр фильтра τ, получаем банк различных полосовых фильтров, аналогично кратномасштабному вейвлет-анализу.

Большинство известных дисперсий стабильности генерируются уравнением (13). При этом дисперсия Аллана (AVAR) соответствует случаю $n = 1$:

$$\sigma_u^2(\tau;1) = 2\int_0^\infty \sin^2(2\pi f)\,\mathrm{sinc}^2(\pi\tau f)S_y(f)\,\mathrm{d}f. \quad (14)$$

AVAR определяется для степенного спектра с $-2 \le \alpha \le 0$. Для $\alpha > 0$ необходимо учитывать высокую частоту среза f_{high}, а для степенного закона с $\alpha = -3$ или $\alpha = -4$ – низкую частоту среза f_{low}. Вариация Аллана также называется двухвыборочной дисперсией в отличие от одновыборочной истинной дисперсии σ_y^2. Импульсная характеристика дисперсионного фильтра Аллана представляет собой базисную функцию вейвлета Хаара [12].

Вводились также другие разновидности вариации Аллана, такие как модифицированная вариация Аллана (MVAR), параболическая вариация (PVAR) и др. Имея более сложный вид по сравнению с AVAR и HVAR, они по-прежнему имеют аналогичные ограничения на степенной параметр α вследствие того, что все рассмотренные импульсные характеристики представляют собой ограниченное число раз непрерывно дифференцируемые финитные полиномиальные или кусочно-полиномиальные функции. Так, наиболее общий подход к построени двухточечных вариаций различного порядка основан на следующей схеме [8]:

$$\mathrm{xxx}\,\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \left[\int_{-\infty}^{\infty} y(t')w_{\mathrm{xxx}\,\sigma}(t'-t)\,\mathrm{d}t'\right]^2 \right\rangle; \\ w_{\mathrm{xxx}\,\sigma}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[w_{\mathrm{xxx}}(t+\tau/2) - w_{\mathrm{xxx}}(t-\tau/2)\right]. \quad (15)$$

Здесь xxx обозначает тип вариации в зависимости от функции $w_{\mathrm{xxx}}(t)$. Некоторые типы весовых функций $w_{\mathrm{xxx}}(t)$ и их спектры $W_{\mathrm{xxx}}(f)$ приведены в табл. I. Соответствующие спектры функций $w_{\mathrm{xxx}\,\sigma}(t)$ имеют вид

$$W_{\mathrm{xxx}\,\sigma}(f) = -i\sqrt{2}\sin(\pi f\tau)W_{\mathrm{xxx}}(f). \quad (16)$$

ТАБЛИЦА I. ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ РАСПРОСТРАНЕННЫХ ТИПОВ ВАРИАЦИЙ АЛЛАНА

Тип	**Весовая функция** $w_{\mathrm{xxx}}(t)$	**Преобразование Фурье** $W_{\mathrm{xxx}}(f)$
AVAR	$w_{\Pi}(t) = \frac{1}{\tau}$, $\lvert t\rvert \le \tau/2$	$W_{\Pi}(f) = \mathrm{sinc}(\pi f\tau)$
MVAR	$w_{\Lambda}(t) = 1 + \frac{\lvert t\rvert}{\tau^2}$, $\lvert t\rvert \le \tau$	$W_{\Lambda}(f) = \mathrm{sinc}^2(\pi f\tau)$
PVAR	$w_{\Omega}(t) = \frac{3}{\tau}\left(\frac{1}{2} - \frac{2t^2}{\tau^2}\right)$, $\lvert t\rvert \le \tau/2$	$W_{\Omega}(f) = 3\frac{\mathrm{sinc}(\pi f\tau) - \cos(\pi f\tau)}{(\pi f\tau)^2}$

Выбор различных функций $w_{\mathrm{xxx}}(t)$ не обеспечивает достаточную гладкость функции (15) в нуле, а также на краях носителя. Это негативно сказывается на спектральных характеристиках, разрешающей способности и чувствительности обобщенных фильтров Аллана. В данной работе предлагается новый подход к непосредственному построению функции (15) на основе функций высокой и даже бесконечной гладкости. В следующем разделе будет впервые описана вариация на основе периодических сегментов функции синуса кратной частоты (CVAR), которая по своим свойствам близка к Ω-дисперсии (параболической вариации PVAR) [9-11]. Далее будет представлена вариация на основе наиболее известной базовой функции up(t) из широкого семейства бесконечно-дифференцируемых атомарных функций с финитным носителем [15]. Новый тип вейвлетоподобной вариации (upVAR), позволит анализировать шумовые сигналы с произвольными показателями α.

III. Вариация CVAR

Нетрудно видеть, что, в то время как импульсная характеристика фильтра AVAR терпит разрыв, у MVAR и PVAR разрывными являются первая и вторая производные соответственно. Дальнейшее повышение степени гладкости возможно за счет использования в качестве импульсных характеристик кусочно-полиномиальных функций старших степеней (в частности, производных соответствующих B-сплайнов Шенберга [19]), однако такое повышение степени полиномов может повлечь за собой потерю устойчивости и большие погрешности при вычислениях, что является критичным при обработке зашумленных данных.

Альтернативным способом является использование неполиномиальных порождающих функций, в частности, гармонических. Пусть

$$w_{\text{xxx}}(t) = w_{\cos}(t) = \frac{a}{2}\cos\left(\frac{\pi}{\tau}t\right) \quad (|\,t\,| \le \tau/2). \tag{17}$$

Легко видеть, что

$$w_{\text{xxx}\,\sigma}(t) = w_{\cos\sigma}(t) = a_\tau \sin\left(\frac{\pi}{\tau}t\right) \quad (|\,t\,| \le \tau). \tag{18}$$

Таким образом, импульсная функция представляет собой один период синусоиды, вырезанный прямоугольным окном ширины 2τ . Поскольку порождающей функцией фактически является полупериод функции косинуса, данный тип вариации назовем CVAR (cos-variance).

Коэффициент

$$a_\tau = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\tau} \tag{19}$$

находится из условия обеспечения стандартного отклика на частотный дрейф:

$$\left(2a_\tau D_y \int_0^\tau t w_{\cos\sigma}(t)\,\mathrm{d}\,t\right)^2 = \frac{D_y^2\tau^2}{2}. \tag{20}$$

Преобразование Фурье (16) имеет вид

$$W_{\cos\sigma}(f) = -i2\pi\tau a_\tau \frac{\sin 2\pi f\tau}{\pi^2 - (2\pi f\tau)^2}. \tag{21}$$

В задачах цифровой обработки сигналов важен выбор интервала усреднения τ . Если ограничиться вариацией без перекрытия, то для дискретного сигнала $y_k = y(t_k)$, $k = 0,1,...,N-1$, длины $N = 2^p$ отсчетов естественным выглядит выбор двоичных интервалов усреднения

$$\tau_l = \frac{1}{2^l}, \quad l = 1,2,...,p. \tag{22}$$

При таком выборе параметров выражение для нахождения соответствующей вариации вычисляется как

$$\sigma_y^2(\tau_{l-1}) = \frac{\pi^2}{2^{1-2l}} \sum_{j=0}^{2^l-1} \left\{ \sum_{k=j2^{p-l}}^{(j+1)2^{p-l}-1} y_k \sin\left[\frac{2\pi}{2^{p-l}}\left(k+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}^2. \tag{23}$$

и оказывается связанным с коэффициентами дискретного оконного синусного преобразования Фурье [17].

IV. Вариация upVAR

Импульсная характеристика CVAR (18) является бесконечно-дифференцируемой в начале координат. Вместе с тем, на обоих краях интервала образуется разрыв первого рода (недифференцируемость), что также приводит к ограничениям с точки зрения спектрального разрешения различных типов шумов. Чтобы избежать этого, можно воспользоваться искусственными приемами, подбирая более сложные комбинации тригонометрических функций (например, непрерывности первой производной можно достичь, взяв вместо весовой функции $\cos t$ ее квадрат $\cos^2 t$). Далее приведем пример функции особого вида, обеспечивающей непрерывность как импульсной характеристики фильтра, так и всех ее производных на всем интервале усреднения.

Атомарная функция $\mathrm{up}(t)$ является финитным решением следующего функционально-дифференциального уравнения [14]:

$$\frac{1}{2}\mathrm{up}'(t) = \mathrm{up}(2t+1) - \mathrm{up}(2t-1). \tag{24}$$

Из важных свойств функции $\mathrm{up}(t)$ следует отметить, что она четная, бесконечно дифференцируема, $\operatorname{supp}\mathrm{up}(t) = (-1,1)$, $\mathrm{up}(0) = 1$, и

$$\int_{-1}^{1} \mathrm{up}(t)\,\mathrm{d}\,t = 1.$$

Как первая, так и все старшие производные $\mathrm{up}(t)$ подобны исходной функции и могут быть вычислены рекуррентно с использованием (24). Все производные функции $\mathrm{up}(t)$ на концах носителя и в начале координат равны нулю (идеально плоская кривая в точках –1, 0, 1).

Графики атомарной функции $\mathrm{up}(t)$ и ее первой производной показаны на рис. 1.

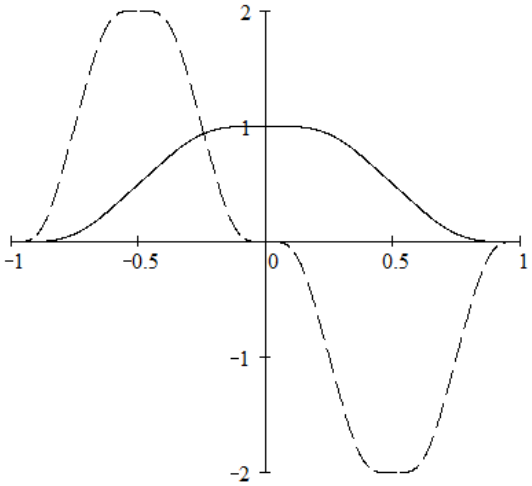


Рис. 1. Атомарная функция $\mathrm{up}(t)$ (сплошная линия) и ее первая производная (пунктирная линия)

Несмотря на бесконечную гладкость, как и другие атомарные функции, функция $\mathrm{up}(t)$ не является аналитической, т.е. ее разложение в ряд Тейлора не сходится к самой функции. Однако, для нахождения значений $\mathrm{up}(t)$ в произвольных точках интервала [0,1] можно использовать ряд Фурье, а также другие быстросходящиеся ряды и разложения. Кроме того, функция $\mathrm{up}(t)$ может быть точно вычислена в двоично-рациональных точках $k2^{-n}$ через свои моменты [14, 15], что важно при дискретной реализации.

Фурье-преобразование $\mathrm{up}(t)$ представляет собой быстросходящееся бесконечное произведение

$$\widehat{\mathrm{up}}(f) = \prod_{k=1}^{\infty} \operatorname{sinc}\frac{f}{2^k}. \tag{25}$$

В дальнейшем необходимо также знать величину

$$\chi = 2\int_0^1 \mathrm{up}^2(t)\,\mathrm{d}\,t = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\mathrm{up}}^2(f)\,\mathrm{d}\,f, \qquad (26)$$

которую можно приближенно оценить с помощью Фурье-разложения $\mathrm{up}(t)$:

$$\chi = \frac{1}{2} + \sum_{j=1}^{\infty}\prod_{k=1}^{\infty} \mathrm{sinc}^2\,\frac{\pi(2j-1)}{2^k} \approx 0.809. \qquad (27)$$

Могут быть также вычислены двусторонние моменты любого четного порядка $\widehat{\mathrm{up}}^2(f)$ (двусторонние нечетные моменты равны нулю):

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f^{2n}\widehat{\mathrm{up}}^2(f)\,\mathrm{d}\,f = 2^{n(n+1)}\chi. \qquad (28)$$

Интеграл (28) сходится для любого n в силу того, что спектр $\widehat{\mathrm{up}}(f)$ затухает быстрее любого степенного закона.

Вычисление нечетных моментов $\widehat{\mathrm{up}}^2(f)$ можно реализовать численно с использованием разложения [15]:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty} f^{2n-1}\widehat{\mathrm{up}}^2(f)\,\mathrm{d}\,f = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=1}^{\infty} k^{2n-1}\widehat{\mathrm{up}}^2(k). \qquad (29)$$

Введем импульсную характеристику фильтра на основе производной атомарной функции $\mathrm{up}(t)$:

$$w_{\mathrm{up}\sigma}(t,\tau) = -\frac{1}{\tau\sqrt{2}}\mathrm{up}'\left(\frac{t}{\tau}\right). \qquad (30)$$

Соответствующая частотная характеристика имеет вид

$$W_{\mathrm{up}\sigma}(f,\tau) = -i\sqrt{2}\pi\tau f\,\widehat{\mathrm{up}}(2\pi\tau f). \qquad (31)$$

Очевидно,

$$\left|W_{\mathrm{up}\sigma}(f,\tau)\right|^2 = 2(\pi\tau f)^2\sin^2(\pi\tau f)\prod_{k=1}^{\infty}\mathrm{sinc}^2\,\frac{\pi\tau f}{2^k}. \qquad (32)$$

В частности, при стремлении f к нулю имеем

$$\left|W_{\mathrm{up}\sigma}(f,\tau)\right| \approx \sqrt{2}\pi\tau\,|f|, \qquad (33)$$

что соответствует FM-шумовой зависимости с характеристикой f^{-2}.

По СПМ $S_y(f)$ можно вычислить новую вариацию upVAR как

$$\sigma^2_{\mathrm{upVAR}}(\tau) = \int_0^{\infty}\left|W_{\mathrm{up}}(f)\right|^2 S_y(f)\,\mathrm{d}\,f. \qquad (34)$$

Заменив $S_y(f)$ на любую полиномиальную степенную зависимость четного порядка, $S_y(f) = A_{2\alpha}f^{2\alpha}$, получим следующее выражение:

$$\sigma^2_{\mathrm{upVAR}}(\tau) = \frac{2^{\alpha(\alpha+1)}\chi A_{2\alpha}}{\pi^{2\alpha}\tau^{2\alpha+1}}. \qquad (35)$$

Для случая полиномиальных степенных законов нечетного порядка можно использовать разложение (29), удержав небольшое количество первых членов. Дискретизация может быть осуществлена на двоично-рациональной сетке, аналогично CVAR.

В табл. II приведена сводка некоторых известных двухточечных вариаций (AVAR, MVAR, PVAR) и новых (CVAR, upVAR). Здесь для CVAR использованы следующие тригонометрические интегралы:

$$\mathrm{Si}(t) = \int_0^t \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}\,x, \quad \mathrm{Cin}(t) = \int_0^t \frac{1-\cos x}{x}\,\mathrm{d}\,x.$$

Все вариации нормированы из условия обеспечения одинакового отклика $D_y^2\tau^2/2$ на дрейф частоты $\dot{y} = D_y$, аналогично (20).

ТАБЛИЦА II. ЗНАЧЕНИЯ ИЗВЕСТНЫХ И НОВЫХ ТИПОВ ВАРИАЦИЙ ДЛЯ РАСПРОСТРАНЕННЫХ ТИПОВ ШУМОВ (τ_0 – ЧАСТОТА НАЙКВИСТА, $\gamma \approx 0.577$ – ПОСТОЯННАЯ ЭЙЛЕРА – МАСКЕРОНИ)

Типы шумов	$S_y(f)$	**Типы вариаций**				
		$\sigma^2_{\mathrm{AVAR}}(\tau)$	$\sigma^2_{\mathrm{MVAR}}(\tau)$	$\sigma^2_{\mathrm{PVAR}}(\tau)$	$\sigma^2_{\mathrm{CVAR}}(\tau)$	$\sigma^2_{\mathrm{upVAR}}(\tau)$
WPM	$A_2 f^2$	$\frac{3A_2}{8\pi^2\tau_0\tau^2}$	$\frac{3A_2}{8\pi^2\tau^3}$	$\frac{3A_2}{2\pi^2\tau^3}$	$\frac{\pi^2 A_2}{64\tau^3}$	$\frac{4\chi A_2}{\pi^2\tau^3}$
FPM	$A_1 f^1$	$\frac{\left(3\gamma - \ln 2 + 3\ln\frac{\pi\tau}{\tau_0}\right)A_1}{4\pi^2\tau^2}$	$\frac{(24\ln 2 - 9\ln 3)A_1}{8\pi^2\tau^2}$	$\frac{3(\ln 16 - 1)A_1}{2\pi^2\tau^2}$	$\frac{\pi A_1}{16\tau^2}\mathrm{Si}(2\pi)$	$\frac{1.383A_1}{\pi\tau^2}$
WFM	$A_0 f^0$	$\frac{A_0}{2\tau}$	$\frac{A_0}{4\tau}$	$\frac{3A_0}{5\tau}$	$\frac{\pi^2 A_0}{16\tau}$	$\frac{\chi A_0}{\tau}$
FFM	$A_{-1} f^{-1}$	$2A_{-1}\ln 2$	$\frac{(27\ln 3 - 32\ln 2)A_{-1}}{8}$	$\frac{2(7-\ln 16)A_{-1}}{5}$	$\frac{[\pi\,\mathrm{Si}(2\pi) + \mathrm{Cin}(2\pi)]A_{-1}}{4}$	$0.643\pi A_{-1}$
RWFM	$A_{-2} f^{-2}$	$\frac{2\pi^2 A_{-2}\tau}{3}$	$\frac{11\pi^2 A_{-2}\tau}{20}$	$\frac{26\pi^2 A_{-2}\tau}{35}$	$\frac{3\pi^2 A_{-2}\tau}{4}$	$\chi\pi^2 A_{-2}\tau$

V. Численный эксперимент

В работе [18] были приведены основные теоретические предпосылки для применения метода вариации Аллана в анализе шероховатости профилей поверхностей. Классическая непрерывная вариация Аллана описывается в терминах непрерывных во времени сигналов с нулевым средним значением. При этом осуществляется формальный переход от временного сигнала к пространственной функции высоты профиля поверхности и, соответственно, от временной координаты к пространственной координате. Понятие «сигнал» формально используется для обозначения высоты профиля. В качестве примера рассмотрим анализ профиля шероховатости участка поверхности кварцевого резонатора до и после до и после проведения нескольких циклов химического травления (рис. 2).

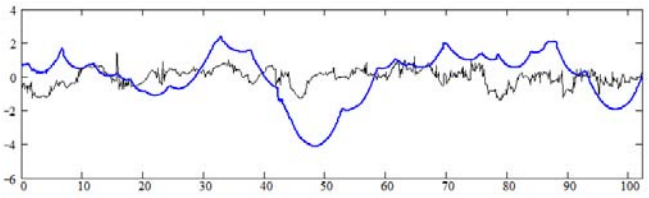


Рис. 2. Высота профилей поверхности (мкм) до (тонкая линия) и после обработки (полужирная линия) по длине (мкм)

Хорошо видно качественное изменение характера рельефа поверхности: концентрация мелкомасштабных поверхностных дефектов уменьшилась, а крупномасштабных – увеличилась. Средняя шероховатость поверхности (Ra) при этом увеличилась от 0,5 мкм до 1,5 мкм, однако поскольку этот параметр не описывает всех изменений поверхности в ходе химической обработки, проводился количественный анализ с использованием классической вариации Аллана.

Опуская количественную сторону вопроса, приведем результаты оценки профилей тремя типами вариаций: AVAR, CVAR, upVAR (рис. 3). Оцифрованная длина профиля составляла 1024 отсчета, шаг усреднения выбирался двоичный.

Из графиков видно, что поведение кривой классической вариации Аллана практически не зависит от масштаба и соответствует одной и той же шумовой составляющей (своей для ситуаций до и после химической обработки). На графиках вариации CVAR уже заметны незначительные отличия в угле наклона при малых масштабах. Но все же наиболее заметны эти отличия становятся при использовании вариации upVAR.

Заключение

Несмотря на то, что предложенные в данной работе вариации (CVAR, upVAR) относятся к так называемым неперекрывающимся двухточечным оценкам, нетрудно получить и обобщения более высокого уровня (3-х точечные оценки и др.) с различной степенью перекрытия. При этом в случае CVAR необходимо взять большее, чем 2, количество полуволн гармонической функции, а для upVAR – производные исходной функции выше 1-го порядка. Результаты численных экспериментов показывают большую чувствительность upVAR к анализу зашумленных структур временных рядов и шероховатостей профилей поверхностей. В то же время следует отметить, что вычислительные затраты при этом существенно выше, чем у традиционных вариаций типа AVAR, MVAR или PVAR. Если для анализа данных профилей поверхностей подобный недостаток не является критичным, то для обработки данных временных рядов гироскопических датчиков в реальном масштабе времени следует разработать более оптимальные схемы вычислений атомарных функций, аналогичные быстрым алгоритмам типа «разделяй и властвуй» в спектральном и вейвлет-анализе (БПФ и др.). Вариация CVAR, в свою очередь, будучи сопоставимой с указанными классическими вариациями, обладает большими возможностями в плане быстродействия и реализации быстрых схем вычислений.

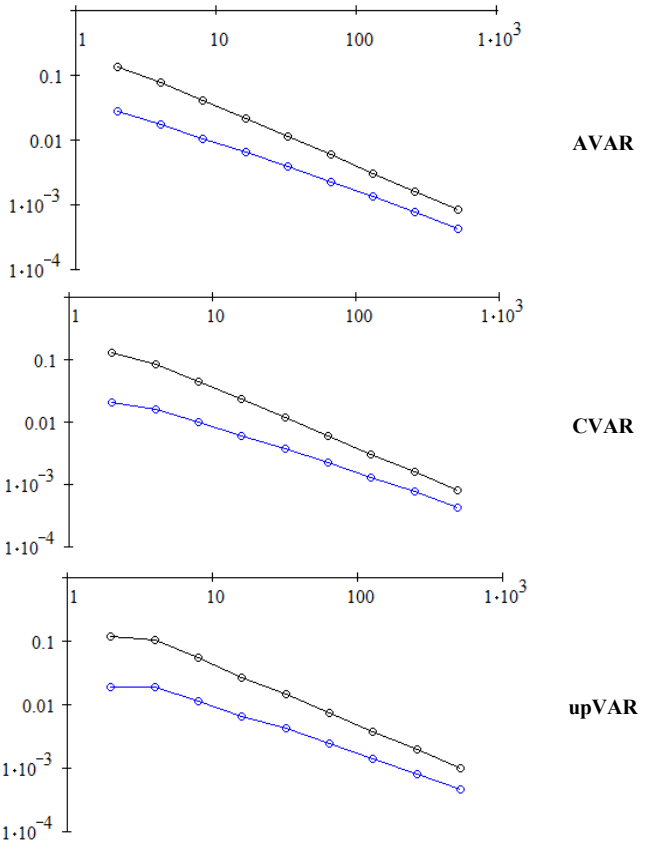


Рис. 3. Различные типы вариаций для профилей до обработки (верхний график) и после обработки (нижний график)

Литература

[1] D. W. Allan, “Statistics of atomic frequency standards,” Proc. of the IEEE, vol. 54, no. 2, pp. 222-231, 1966.

[2] IEEE 1554-2005. IEEE recommended practice for inertial sensor test equipment, instrumentation, data acquisition and analysis. IEEE, 2005.

[3] D. W. Allan, “Historicity, strengths, and weaknesses of Allan variances and their general applications,” Gyroscopy Navig., 2016, vol. 7, no. 1, pp. 1-17. doi: 10.1134/S2075108716010028

[4] J. Rutman, “Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources: Fifteen years of progress,” Proc. IEEE, vol. 66 (9), pp. 1048-1075, 1978, doi: 10.1109/PROC.1978.11080.

[5] W. Riley, Handbook of frequency stability analysis, NIST special publication 1065, Washington, 2008.

[6] A. Makdissi, F. Vernotte, and E. De Clerq, “Stability variances: A filter approach,” IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 57 (5), pp. 1011-1028, 2010, doi: 10.1109/tuffc.2010.1513.

[7] Б. С. Лунин, В. А. Матвеев, М. А. Басараб, Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Изд. «Радиотехника», 2014.

[8] S. T. Dawkins, J. J. McFerran, and A. N. Luiten, “Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters,” IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 54 (5), pp. 918-925, 2007, doi: 10.1109/tuffc.2007.337.

[9] E. Benkler, C. Lisdat, and U. Sterr, “On the relation between uncertainties of weighted frequency averages and the various types of Allan deviations,” arXiv:1504.00466v3, April 2015.

[10] E. Rubiola, M. Lenczner, P.-Y. Bourgeois, and F. Vernotte, “The Ω counter, a frequency counter based on the linear regression,” arXiv:1506.05009v1, June 2015.

[11] F. Vernotte, M. Lenczner, P.-Y. Bourgeois, and E. Rubiola, “The parabolic variance (PVAR), a wavelet variance based on the least-square fit,” IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 63 (4), pp. 611-623, 2016, doi: 10.1109/tuffc.2015.2499325.

[12] D. B. Percival, “A wavelet perspective on the Allan variance,” IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 63 (4), pp. 538-554, 2016, doi: 10.1109/TUFFC.2015.2495012.

[13] D. B. Percival, “On estimation of the wavelet variance,” Biometrika, 82, pp. 619–631, 1995, doi: 10.1093/biomet/82.3.619.

[14] V. A. Rvachev, “Compactly supported solutions of functional-differential equations and their applications,” Russian Math. Surveys, vol. 45 (1), pp. 87-120, 1990.

[15] M. A. Basarab, “The new wavelet-like Allan variance based on the atomic function,” 2021 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS), Hangzhou, China, 2021, pp. 2870-2877, doi: 10.1109/PIERS53385.2021.9694896.

[16] C. K. Chui. An Introduction to Wavelets. San Diego, CA: Academic Press, 1992.

[17] B. G. Sherlock and Y. P. Kakad, “Windowed discrete cosine and sine transforms for shifting data,” Signal Processing, 81 (7), pp. 1465-1478, 2001, doi:10.1016/S0165-1684(01)00033-0.

[18] B. S. Lunin, M. A. Basarab, N. S. Konnova, and I. S. Stroganov, “Introduction of the Allan variance method in studying the physical and chemical processes on the solid body surface,” Herald of the Bauman MSTU, Series Natural Sciences, 2023, vol. 108 (3), pp. 20-36, doi: 10.18698/1812-3368-2023-3-20-36.

[19] M. Unser, A. Aldroubi, and M. Eden, “Polynomial spline signal approximations: Filter design and asymptotic equivalence with Shannon’s sampling theorem,” IEEE Trans. on Information Theory, vol. 38 (1), pp. 95-103, 1992, doi: 10.1109/18.108253.

Четырехчастотный зеемановский лазерный гироскоп: система разделения сигналов биений встречных волн для ортогональных поляризаций и стабилизация периметра резонатора по сигналу биений сонаправленных волн

Ю.Ю. Брославец
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laseruu@mail.ru

Е.А. Полукеев
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
epolukeev2105@yandex.ru

Д.С. Редичкина
МФТИ, Физтех
г. Долгопрудный, Россия
dariaredichkina@gmail.com

А.А. Фомичев
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
laser@mail.mipt.ru

В.Г. Семенов
МФТИ, Физтех
АО «Лазекс»
г. Долгопрудный, Россия
valerii.semenov.g@gmail.com

А.Р. Покровская
МФТИ, Физтех
г. Долгопрудный, Россия
pokrovskaya3113@gmail.com

***Аннотация*— В работе представлены результаты создания для зеемановского четырехчастотного лазерного гироскопа системы разделения сигналов биений встречных волн для ортогональных круговых поляризаций на основе математической обработки сигналов биений после неполяризационного оптического смесителя в электронном блоке. Определено, что для малого проникновения сигналов из одного канала в другой необходимо, чтобы частота подставки была существенно больше, чем при оптическом разделении при тех же угловых скоростях. Для стабилизации периметра резонатора в четырехчастотном лазерном гироскопе и математическом разделении сигналов биений лучше всего подходит система, основывающаяся на выведении на максимум частоты биений сонаправленных волн ортогональной поляризации.**

Ключевые слова — лазерный гироскоп, четырехчастотный лазерный гироскоп, захват частоты, непланарный резонатор, зеемановская подставка.

I. Введение

Зеемановские He-Ne лазерные гироскопы получили широкое применение благодаря высокой механической прочности и способности работать с высокой точностью при больших ускорениях и ударах [1-5]. При этом они обладают высокой магнитной чувствительностью. Сейчас используются последние достижения технологий в области изготовления диэлектрических покрытий, подложек с суперполировкой, физики горения разряда, создания электронных блоков, включающих в себя скоростную обработку данных на ПЛИС, разработок методов компенсации ошибок. Это позволяет создавать новое поколение зеемановских лазерных гироскопов, работающих в четырехчастотном режиме и позволяющих вычитать влияние внешних магнитных полей, одновременно увеличивая чувствительность. Использование четырехчастотного режима работы на ортогональных круговых поляризациях требует разделения сигналов биений встречных волн от ортогональных поляризаций. Но, излучение с круговой поляризацией, при наклонном прохождении многослойного зеркала становится эллиптичным, что затрудняет оптическое разделение сигналов. В работе представлены четырехчастотные зеемановские лазерные гироскопы, основывающиеся на резонаторе в виде равногранного тетраэдра и на основе правильного тетраэдра. Такие гироскопы имеют разные углы падения на выходное зеркало и соответственно разную эллиптичность выходного излучения. Для разделения сигналов биений встречных волн ортогональных поляризаций использованы как оптические методы, так и математические. Математические методы реализовывались как в виде электронного блока обработки сигналов в реальном времени, так и виде алгоритмов в постобработке. Поддержание длины периметра резонатора осуществлялось новым методом, основывающимся на измерении сигналов биений сонаправленных волн и выведением частоты биений в максимум. Это приводит к стабилизации периметра лазерного гироскопа по линии перехода неона. При этом достигнуто подавление влияния внешних магнитных полей более чем в ~1000 раз при обработке данных сигналов биений встречных волн ортогональных поляризаций.

Численное моделирование поведения разности частот сонаправленных волн ортогональной поляризации в четырехчастотном лазерном зеемановском гироскопе при изменении периметра резонатора и величины наложенного на активную среду магнитного поля, а также вариации других параметров кольцевого лазера, проводилось на модели, в основу которой заложены подходы, развитые в работах [1, 5]. Но при этом рассмотрение частоты биений сонаправленных мод ортогональной

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-22-00234, https://rscf.ru/project/23-22-00234/.

поляризации как источника сигнала для системы регулирования периметра рассматривается впервые. В результате моделирования определен оптимальный угол излома резонатора и др. параметры, обеспечивающие наибольшую крутизну регулировочной характеристики для наилучшей стабилизации периметра резонатора.

В исследованиях использовались созданные четырехчастотные зеемановские лазерные гироскопы [2] двух видов, один с периметром 28 см имел конфигурацию резонатора в виде правильного тетраэдра. При этом угол падения на выходное зеркало в 30° приводит к эллиптичности выходного пучка. Это, тем не менее, позволяет, используя компенсирующее диэлектрическое покрытие и поляризатор в смесителе, разделить сигналы биений от ортогональных поляризаций оптическим методом. Но при этом, оптический смеситель получается очень сложным, требует высокой точности изготовления составляющих элементов, что приводит еще и к высокой стоимости. Кроме того, получение малых степеней проникновения сигнала из одного канала в другой вызывает большие сложности, требуя высокоточного нанесения диэлектрических покрытий и точной геометрии оптических элементов. Поэтому нами были проведены исследования по разделению сигналов биений встречных волн ортогональной поляризации с использованием неполяризационного оптического смесителя и математического разделения сигналов в аналоговых электронных цепях. Для разделения сигналов биений волн ортогональной поляризации использовались сигналы от двух фотоприемников со сдвигом фазы на 90 градусов. В этом случае интерференционные полосы для волн ортогональной поляризации двигаются во встречных направлениях. Это и позволило разделить сигналы. После сдвига фазы в аналоговых электронных блоках и суммирования выделялся сигнал биений встречных волн, отдельно для каждой поляризации. Выбранный угол излома резонатора приводит к неэквидистантному спектру частот для собственных мод с левой и с правой круговой поляризацией. В этом случае работа гироскопа может происходить либо на паре волн с ортогональной поляризацией с большим расщеплением частоты (~606.5 МГц) или с меньшим (~462.5 МГц).

Периметр второго используемого четырехчастотного гироскопа ~20 см, а резонатор имеет конфигурацию в виде равногранного тетраэдра. Для обеспечения работы в четырехчастотном режиме использовалась ~53/47% смесь изотопов ^{20}Ne и ^{22}Ne неона в активной среде. В этом гироскопе на каждом зеркале происходил поворот плоскости падения на 22.5°. Благодаря большему межмодовому интервалу по частоте (~756.365 МГц) в этом гироскопе, чем в гироскопе с периметром 28 см (~462.5 МГц и ~606.5 МГц), в нем обеспечивался как устойчивый четырехчастотный режим генерации, так и двухчастотный при соответствующей настройке периметра. Рабочая точка, соответствующая частотам генерации мод излучения с левой и правой поляризацией относительно контура усиления, устанавливалась с помощью системы регулирования периметром, основываясь сначала на равенстве мощностей генерации волн с левой и правой поляризацией. Затем происходила более тонкая настройка периметра резонатора. Частоты генерации ортогональных мод излучения устанавливались таким образом, чтобы их подставки были равны (рис. 5). Это делает чувствительность к воздействию магнитного поля на расщепление частот генерации ортогонально поляризованных мод излучения одинаковой по величине, но с противоположным знаком. Для двухчастотного режима генерации периметр настраивался на максимум частоты подставки. Поскольку угол падения излучения на выходное зеркало для этого гироскопа составляет ~43.866°, приводя к сильной эллиптичности излучения на выходе лазера, это вызывает большие сложности при оптическом разделении сигналов биений встречных волн для ортогональных круговых поляризаций, поэтому был использован метод математической обработки сигналов в электронных блоках. Хотя суммарные сигналы и левой и правой круговых поляризаций биений встречных волн и получались благодаря неполяризационному оптическому смесителю.

II. Выделение сигналов биений встречных волн ортогональных поляризаций зеемановского лазерного гироскопа электронным методом

При работе зеемановского лазерного гироскопа с двухизотопной активной средой и надлежащим выбором угла поворота в поперечном сечении пучка за обход резонатора возникает возможность генерации одновременно на двух ортогональных поляризациях. В этом случае возникает задача разделения сигналов биений встречных волн для ортогональных поляризаций. При выделении сигналов необходимо обеспечивать обработку сигналов биений, поступающих от двух фотоприемников, один из которых со сдвигом фазы на $\pi/2$, выделяя согласно математическому описанию (1-17) и блок схемы на рис. 1 сигналы биений ортогональных поляризаций. При этом на выходе формируются кроме синфазных сигналов cos(x) и сигналы, сдвинутые на $\pi/2$ – sin(x). Для выделения сигналов были использованы усилители, фазосдвигающие электронные схемы, сумматоры и вычитатели (рис. 1). При разделении сигналов (рис. 1) использовалась постоянная частотная подставка до ~30кГц. Рассмотрена возможность увеличения частотной подставки до полутора мегагерц, а также работа со знакопеременной частотной подставкой.

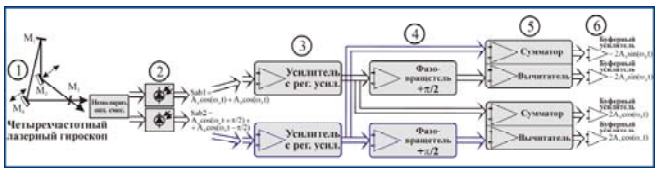


Рис. 1. Блок схема разделения сигналов биений встречных волн зеемановского лазерного гироскопа по ортогональным поляризациям.

Сигналы биений встречных волн ортогональной поляризации можно представить как:

$$\mathrm{Sa} = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a \mathrm{t} - \pi/2)\,; \quad \mathrm{Sb} = \mathrm{A}_b\cos(\omega_b \mathrm{t} + \pi/2) \quad (1)$$

- исходный сигнал одной оптической поляризации и исходный сигнал ортогональной оптической поляризации. Каждый из фотоприемников будет регистрировать сумму сигналов биений встречных волн для двух оптических поляризаций:

$$\mathrm{Sab1} = \mathrm{Sa} + \mathrm{Sb}, \quad \mathrm{Sab2} = \mathrm{Sa}(+\pi/2) + \mathrm{Sb}(-\pi/2)\,. \quad (2)$$

На выходе первого фотоприемника:

$$\mathrm{Sab1} = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a \mathrm{t}) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b \mathrm{t})\,. \quad (3)$$

На выходе второго фотоприемника:

$$\mathrm{Sab2} = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a \mathrm{t} + \pi/2) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b \mathrm{t} - \pi/2) = \mathrm{A}_a\sin(\omega_a \mathrm{t}) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b \mathrm{t}) \quad (4)$$

После сдвига фазы на +π/2 электроникой от второго фотоприемника:

$$\mathrm{Sab2}_{\pi/2} = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a t + \pi) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t) = \\ = -\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t) \quad (5)$$

Сумма сигналов от первого фотоприемника и после сдвига фазы на +π/2 от второго:

$$\mathrm{Sab1} + \mathrm{Sab2}_{\pi/2} = \\ = (\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t)) + (-\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t)) = \\ = 2\mathrm{A}_b\cos(\omega_b t) \quad (6)$$

Получаем исходный сигнал одной поляризации:

$$\mathrm{Bb} = \mathrm{Sab1} + \mathrm{Sab2}_{\pi/2} = 2\mathrm{A}_b\cos(\omega_b t). \quad (7)$$

Разность сигналов от первого фотоприемника и после сдвига фазы на +π/2 от второго:

$$\mathrm{Sab1} - \mathrm{Sab2}_{\pi/2} = \\ = (\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t)) - (-\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t)) = \\ = 2\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) \quad (8)$$

Получаем исходный сигнал ортогональной поляризации:

$$\mathrm{Aa} = \mathrm{Sab1} - \mathrm{Sab2}\pi/2 = 2\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t). \quad (9)$$

Для сигнала с первого фотоприемника (3):

$$\mathrm{Sab1} = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t); \quad (10)$$

После сдвига фазы на +π/2 электроникой сигнала от первого фотоприемника получаем:

$$\mathrm{Sab1} = \\ = \mathrm{A}_a\cos(\omega_a t + \pi/2) + \mathrm{A}_b\cos(\omega_b t + \pi/2) = \\ = -\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b t) \quad (11)$$

Сумма двух сигналов биений (от первого фотоприемника Sab1 после сдвига на +π/2 (11) и от второго Sab2 (4)) дает:

$$\mathrm{Sab1}_{\pi/2} + \mathrm{Sab2} = \\ = (-\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b t)) + (\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b t)) = \\ = -2\mathrm{A}_b\sin(\omega_b t) \quad (12)$$

Разность двух сигналов биений (от первого фотоприемника Sab1 после сдвига на +π/2 (11) и от второго Sab2 (4)) дает:

$$\mathrm{Sab1}_{\pi/2} - \mathrm{Sab2} = \\ = (-\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b t)) - (\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) - \mathrm{A}_b\sin(\omega_b t)) = \\ = -2\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t) \quad (13)$$

Таким образом, возможно получение четырех разделенных по поляризации исходных сигналов и исходных сигналов со сдвигами фазы на π/2: (7),(9),(12),(13).

Исходные сигналы:

$$\mathrm{Sab1} + \mathrm{Sab2}_{\pi/2} = 2\mathrm{A}_b\cos(\omega_b t) \quad (14)$$

$$\mathrm{Sab1} - \mathrm{Sab2}_{\pi/2} = 2\mathrm{A}_a\cos(\omega_a t) \quad (15)$$

Исходные сигналы со сдвигом фазы на π/2:

$$\mathrm{Sab1}_{\pi/2} + \mathrm{Sab2} = -2\mathrm{A}_b\sin(\omega_b t), \quad (16)$$

$$\mathrm{Sab1}_{\pi/2} - \mathrm{Sab2} = -2\mathrm{A}_a\sin(\omega_a t). \quad (17)$$

Полученные сигналы, сдвинутые по фазе на π/2, фактически дают возможность определить направление вращения только, если знать заранее поляризацию излучения или наоборот, зная направление вращения можно определить поляризацию.

III. Стабилизация периметра по сигналам биений сонаправленных волн

Один из основных методов стабилизации периметра резонатора в четырехчастотном зеемановском лазерном гироскопе основывается на выравнивании подставок, что дает одновременно и одинаковые магнитные чувствительности. С другой стороны, для суммы частот зеемановских биений пучков ортогональных поляризаций [1, 5] можно записать: $f_1 + f_2 = \mathrm{K}\xi$, где $\mathrm{K} = \Delta\nu\eta\mu\delta K(\mu,\delta)$, ξ – расстройка частоты, $\Delta\nu$ – ширина полосы резонатора, η – превышение усиления над потерями, μ – зеемановское расщепление подуровней, δ – межмодовый интервал, $K(\mu, \delta)$ – функция магнитной чувствительности к расстройке. В случае управления периметром по сигналам изменения частоты мод ортогональных поляризаций, вследствие зависимости их частоты от изменения показателя преломления согласно дисперсионной кривой [4], определяемой для частоты каждой из мод ортогональных поляризаций без учета зеемановского расщепления, для частот мод можно записать: $\mathrm{f}(\xi) = \mathrm{mc}/Ln(\xi)$, где $\mathrm{n}(\xi) = \mathrm{n}_0 - 2s\xi e^{-\xi^2}$, $\mathrm{m} = L/\lambda$, $\xi = (f - f_0)/\Delta\mathrm{F}$, где L – длина резонатора, ΔF – ширина контура усиления, λ - длина волны излучения, n(ξ) – изменение показателя преломления, обусловленное аномальной дисперсией активной среды, f – частота 'холодного' резонатора. Таким образом, разность частот f=f1–f2 (частота биений) между модами правой и левой поляризации, каждая из которых f1 и f2 изменяется согласно приведенному выражению, представлена на рис. 2. Эта зависимость имеет максимум, показанный на рис. 2, соответствующий минимуму на рис. 4. Он соответствует симметричному относительно центра контура усиления расположению мод ортогональной поляризации.

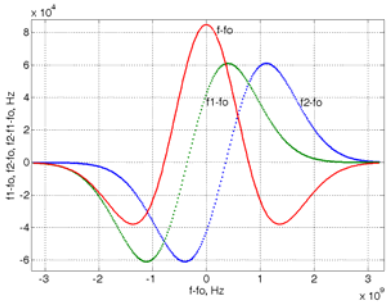


Рис. 2. Зависимости изменения частоты генерации для моды с одной круговой поляризацией f1, ортогональной поляризацией f2 и их разность частот при перестройке длины резонатора (отстройке частот резонатора) f=f1 – f2.

IV. Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования проводились на установках (рис. 3), включающих в себя четырехчастотные зеемановские гироскопы с двумя разными углами излома, блоки управления и питания гироскопов, радиоэлектронные схемы, обеспечивающие управление периметром (СРП), компьютеры с платами АЦП и ЦАП, комплекс контрольно-измерительной аппаратуры: осциллографы, мультиметры, блоки питания, радиотехнический спектроанализатор и другие приборы. Для стабилизации периметра резонатора (рис. 3) использовалось два метода. Первый базируется на измерении частоты знакопеременной подставки для каждой из ортогонально поляризованных мод для выведения путем изменения длины резонатора пьезодвигателями в точку равенства этих подставок (рис. 5). В этом случае величины подставок для ортогональных поляризаций выделялись либо поляризационным оптическим смесителем, либо неполяризационным смесителем и математической обработкой сигналов в аналоговом электронном блоке.

Другой метод стабилизации периметра резонатора не требует сигналов биений встречных волн и наличия оптического смесителя. Он основывается на измерении частоты биений сонаправленных волн ортогональной поляризации (~462.5 МГц, ~606.5 МГц или ~756.365 МГц) и выведение длины резонатора в максимум частоты. После одного из зеркал кольцевого лазера установлен высокочастотный лавинный фотоприемник с усилителем и далее, используя гетеродин, частота сигнала понижается до ~10.7 МГц, и затем измеряется в блоке обработки, вычисляющем управляющий сигнал для пьезодвигателей (рис. 3). При этом ввиду сдвига частоты в радиотехническом смесителе максимум частоты может преобразовываться в минимум (рис. 2, 4).

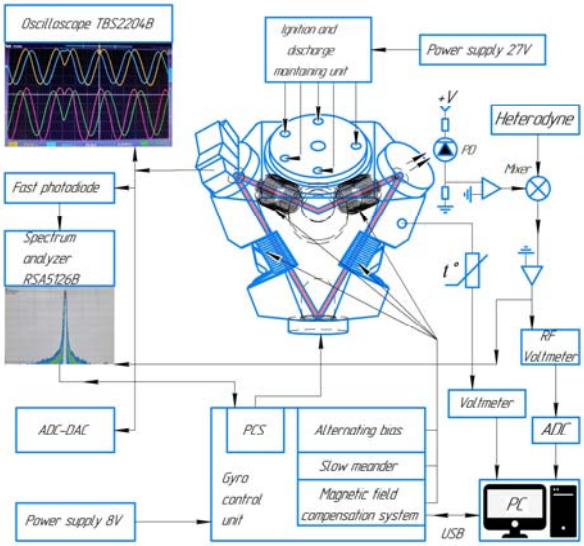
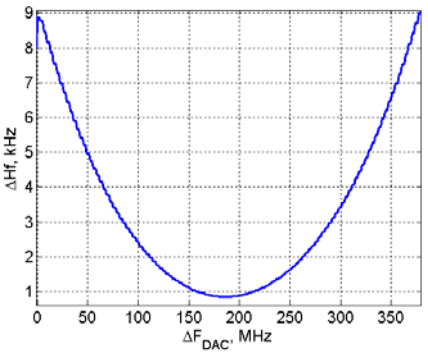
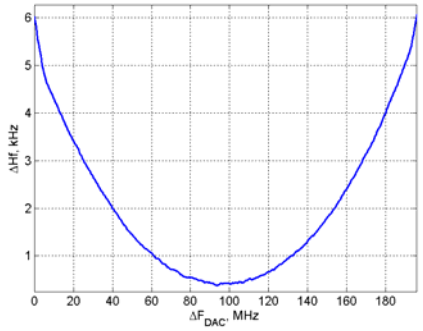


Рис. 3. Экспериментальная установка.



а.



б.

Рис. 4. Зависимости частоты сигнала биений ортогональных поляризаций от перестройки частоты резонатора для лазерного гироскопа (а - периметр 20 см, два пьезодвигателя, б - периметр 28 см, один пьезодвигатель).

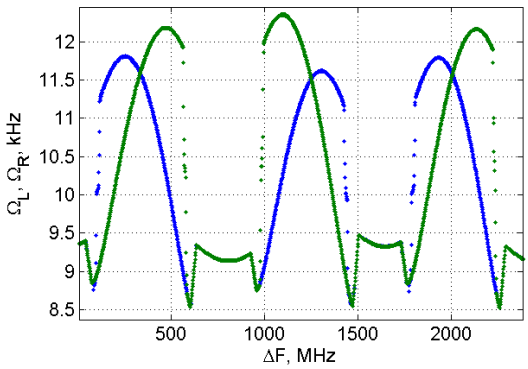


Рис. 5. Зависимость величин подставок сигналов биений ортогональных поляризаций Asin и Bsin при перестройке частоты генерации в лазерном гироскопе с помощью пьезодвигателей. Разделение сигналов ортогональных поляризаций выполнялось электронной системой.

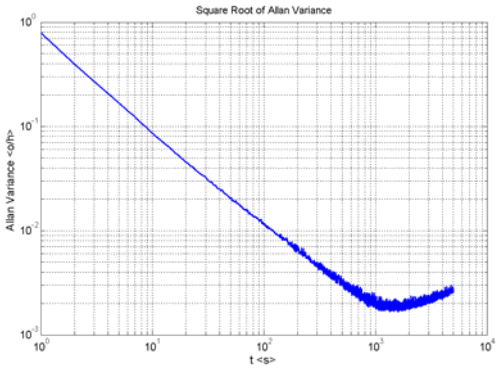


Рис. 6. Вариация Аллана зеемановского четырехчастотного лазерного гироскопа при разделении сигналов биений для ортогональных поляризаций электронным методом.

Используя разделение сигналов с помощью математической обработки в аналоговом электронном блоке, были получены данные для гироскопа и построена вариация Аллана рис. 6, показавшая, что при определенных условиях математическое разделение может работать лучше, чем оптическое.

V. Заключение

В целом, в результате исследований создана система разделения сигналов биений встречных волн для ортогональных круговых поляризаций на основе математической обработки сигналов биений после неполяризационного оптического смесителя в электронном блоке. Несущественное проникновение сигналов из одного канала в другой может быть достигнуто при частоте подставки намного большей, чем при оптическом разделении при тех же угловых скоростях. Стабилизацию периметра резонатора в четырехчастотном лазерном гироскопе с математическим разделением сигналов биений можно осуществить выведением в максимум частоты биений сонаправленных волн ортогональной поляризации.

Авторы выражают особую благодарность А.Е. Вайншенкеру, А.И. Варенику и В.С. Суслину за создание электронных блоков для лазерного гироскопа.

Литература

[1] Назаренко, М.М., Савельев, И.И., Скулаченко, С.С., Хромых, А.М., Юдин, И. И. Исследование зеемановских биений в

двухмодовом лазере бегущей волны, Квантовая электроника, 1977, том 4, номер 8, 1738–1746.

[2] Yu. Yu. Broslavets et al., "New Four-Frequency Zeeman Laser Gyroscope with a Nonplanar Symmetric Cavity, its Parameters and Operation", 2021 28th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2021, pp. 1-8, doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470859.

[3] Азарова, В.В., Голяев, Ю.Д., Дмитриев, В.Г. Кольцевые газовые лазеры с магнитооптическим управлением в лазерной гироскопии //Квантовая электроника. 2000. 30. №2. С. 96–104.

[4] Кудрявцев А. С., Савченко Н. А., Савельев И. И. Исследование невзаимного устройства на основе постоянного магнита для зеемановского лазерного гироскопа // Труды МАИ, №111, 2020. DOI: 10.34759/trd-2020-111-18.

[5] Назаренко, М.М., Савельев, И.И., Скулаченко, С.С., Хромых, А.М., Юдин, И.И. Взаимодействие мод с ортогональными круговыми поляризациями в кольцевом зеемановском лазере, Квантовая электроника, 1979, том 6, номер 8, 1698–1704.

Метод измерения, статистика и источники зоны захвата в зеемановском лазерном гироскопе

И.Н. Хохлов
АО «НИИ «Полюс»
им. М.Ф. Стельмаха»
Москва, Россия
orcid.org/0000-0002-2676-4880

Ю.Д. Голяев
АО «НИИ «Полюс»
им. М.Ф. Стельмаха»
Москва, Россия
bereg@niipolyus.ru

Е.А. Петрухин
АО «НИИ «Полюс»
им. М.Ф. Стельмаха»
Москва, Россия
petruhin53@mail.ru

***Аннотация*—Предложен метод измерения величины зоны захвата лазерного датчика угловой скорости. Метод основан на использовании данных измерения нелинейности масштабного коэффициента, и позволяет контролировать величину зоны захвата на всех этапах производства.**

Ключевые слова—лазерный гироскоп, зона захвата, частотная подставка, масштабный коэффициент, выходная характеристика.

I. Введение

Одним из основных источников погрешности лазерных гироскопов (ЛГ) является обратное рассеяние света на неоднородностях зеркал кольцевого резонатора. Это явление приводит к синхронизации частот встречных волн при малых угловых скоростях [1].

Использование знакопеременной частотной подставки позволяет существенно уменьшить нелинейные искажения выходной характеристики и не снижать чувствительность ЛГ при малых скоростях вращения [2, 3].

В зеемановском ЛГ [4, 5] в основном используется прямоугольная подставка. Главной отличительной особенностью такой подставки являются значительные нелинейные искажения выходной характеристики ЛГ при скорости вращения, близкой к амплитуде подставки. Характер этих искажений определяется величиной порога захвата (Ω_L).

При совпадении скорости вращения с амплитудой подставки ($\Omega \approx \Omega_0$), в одном из полупериодов подставки ЛГ находится в состоянии синхронизации частот встречных волн. Вблизи амплитуды подставки также присутствуют динамические зоны параметрического резонанса, обнаруженные сравнительно недавно [6]. Зона значительных нелинейных искажений выходной характеристики зеемановского ЛГ составляет примерно 2°/с.

II. Теоретическая часть

В работе [7] было показано, что нелинейные искажения (ΔK) выходной характеристики ЛГ с прямоугольной подставкой адекватно описываются соотношением (1), полученным в режиме слабой связи встречных волн [8] (когда $|\Omega - \Omega_0| >> \Omega_L$):

$$\Delta K(\Omega) = 0.5(S_+^2 / A + S_-^2 \cdot B / C / D)10^6 \text{ [ppm]} \qquad (1)$$

Где:

- $A = \Omega_0^2 - \Omega^2$ [°/с];
- $B = \Omega_g^2 + \Omega^2 - \Omega_0^2$ [°/с];
- $C = (\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_g^2$ [°/с];
- $D = (\Omega + \Omega_0)^2 + \Omega_g^2$ [°/с].

В соотношении (1) величина (Ω_g) называется прочностью предельного цикла и характеризует инерционность активной среды кольцевого лазера, зависит от ширины полосы оптического резонатора и величины превышения уровня накачки (α) над уровнем потерь (δ). Параметры (S_+ и S_-) представляют собой следующие комбинации коэффициентов связи встречных волн из-за обратного рассеяния:

$$S_\pm = K(r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 \pm 2\, r_{cw}\, r_{ccw}\, cos\,(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw}))^{1/2} \text{ [°/с]} \qquad (2)$$

Где:

K – масштабный коэффициент ЛГ;

$r_{cw,\ ccw}$ – части поля собственного колебания, рассеянного во встречном направлении;

$\varphi_{cw,\ ccw}$ – фазовые сдвиги, возникающие при обратном рассеянии от зеркал кольцевого резонатора при распространении волн по (CW) и против (CCW) часовой стрелки.

Параметры (S_+ и S_-) представляют собой диссипативную и консервативную составляющие обратного рассеяния. Они отличаются величиной фазового сдвига. Величина суммарного фазового сдвига ($\varphi = \varphi_{cw} + \varphi_{ccw}$) составляет: 2π для диссипативной и π для консервативной составляющих. Величина порога захвата ЛГ определяется диссипативной составляющей (S_+).

В работе [9] показано, что отношение средних значений параметров ($\langle S_- \rangle$ / $\langle S_+ \rangle$) для массива датчиков ЛГ, собранных из зеркал примерно одинакового качества, составляет от 3 до 7. При этом среднее значение параметра (S_-) определяется коэффициентом интегрального рассеяния зеркал. Также отмечается, что корреляционная связь между составляющими обратного рассеяния отсутствует.

На рис. 1. соотношение (1) представлено в графическом виде, при $S_+ = 0.1$; $S_- = 0.8$; $\Omega_0 = 30$; $\Omega_g = 65$; выраженных в размерности [°/с].

Как видно из рис. 1, резкий всплеск нелинейности выходной характеристики наблюдается при угловой скорости ($\Omega = 30$°/с), равной амплитуде частотной подставки (Ω_0). Его величина характеризуется параметром (S_+). Величина положительной составляющей выходной характеристики в основном определяется параметром (S_-). Серым цветом обозначена зона выходной характеристи-

ки, которая не описывается соотношением (1). В выходных характеристиках реальных приборов ширина данной зоны составляет около 2°/с.

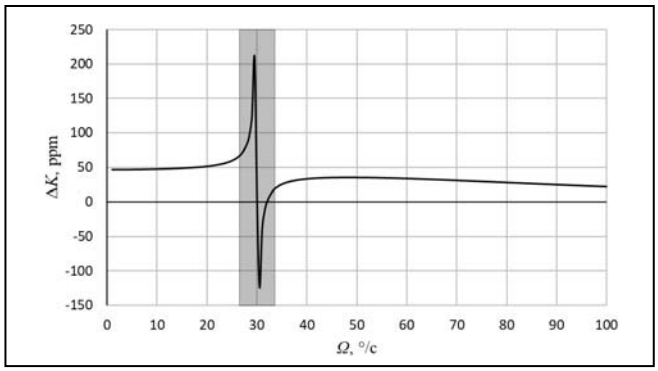


Fig. 1. Типичный вид выходной характеристики лазерного гироскопа.

На рис. 2 представлены два вида выходных характеристик. При этом в первом случае параметр (S_-) равен нулю, а во втором случае параметр (S_+) равен нулю (оба случая исключены в реальных приборах). Таким образом первое слагаемое соотношения (1) графически показано под номером 1, а второе – под номером 2. Их суммирование даст выходную характеристику реального прибора, показанную на рис. 1.

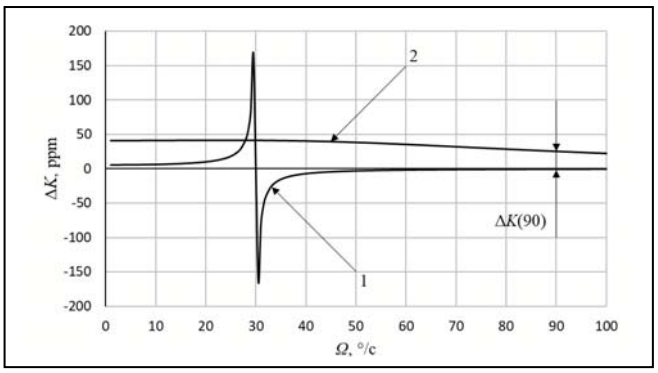


Fig. 2. Частный вид выходной характеристики лазерного гироскопа; вид 1: $S_- = 0$; вид 2: $S_+ = 0$.

Как видно из рис. 2, относительное отклонение масштабного коэффициента (ΔK) при угловой скорости (Ω = 90°/с) определяется, главным образом, величиной параметра (S_-).

В настоящей работе представлен анализ статистики величин порога захвата (датчиков типа К-5), полученной методом, основанном на измерениях нелинейности масштабного коэффициента.

III. Экспериментальная часть

Измерения масштабного коэффициента ЛГ проводились на одноосевом испытательном стенде с вертикальной осью вращения.

Далее проводился расчет нелинейных поправок ($\Delta K(\Omega)$) масштабного коэффициента для каждого значения угловой скорости по формуле:

$$\Delta K(\Omega) = (K(\Omega) \ / \ K(180) - 1)10^6 \text{ [ppm]} \qquad (3)$$

Где:

$K(180)$ – масштабный коэффициент, измеренный при угловой скорости 180°/с. При такой угловой скорости выходная характеристика практически не имеет искажений, что позволяет принять $K(180)$ как эталонное значение;

$K(\Omega)$ – масштабный коэффициент, измеренный при определенной угловой скорости.

Угловые скорости были подобраны таким образом, чтобы получить подробную зависимость нелинейности масштабного коэффициента от угловой скорости, не превышающей амплитуду частотной подставки (рис. 1).

Аппроксимация полученной зависимости при помощи формулы (1) позволила вычислить диссипативную (S_+) и консервативную (S_-) составляющие обратного рассеяния, что подробно рассмотрено в работах [7, 10-12].

Таким образом были получены массивы экспериментальных данных, содержащие параметры (S_+), (S_-) и нелинейные поправки масштабного коэффициента ($\Delta K(\Omega)$) при различных угловых скоростях.

Измерения масштабного коэффициента датчиков типа К-5 и гироскопов на их основе проводятся на трех угловых скоростях: 18, 90 и 180°/с. Как было показано ранее (рис. 2), при угловой скорости 90°/с нелинейная поправка масштабного коэффициента ($\Delta K(90)$) определяется параметром (S_-). Статистическая обработка массивов экспериментальных данных позволила установить между двумя этими параметрами следующую функциональную зависимость:

$$S_- = 0.0215\Delta K(90) + 0.353 \text{ [°/c]} \qquad (4)$$

Нелинейная поправка при угловой скорости 18°/с ($\Delta K(18)$) определяется величинами параметров (S_+ и S_-), как показано на Fig. 2. Таким образом, замена параметра (S_-) на формулу (4) в формуле (1) и ее преобразование позволяет вычислить параметр (S_+) или величину порога захвата (Ω_L) через следующее соотношение:

$$S_+ = \Omega_L = (A[2\Delta K(18) - (0.0215\Delta K(90) + 0.353)^2 \cdot \cdot B \ / \ C \ / \ D])^{1/2} \text{ [°/c]} \qquad (5)$$

IV. Обсуждение результатов

Количество испытанных датчиков составило 175 штук. С учетом того, что испытания проводятся на четырех соседних модах каждого датчика, общее количество измеренных величин порога захвата (Ω_L) составило 700 штук.

Измеренные величины порога захвата (Ω_L) были переведены из размерности [°/с] в [Гц]. Гистограмма их распределения с шагом 5 Гц представлена на рис. 3.

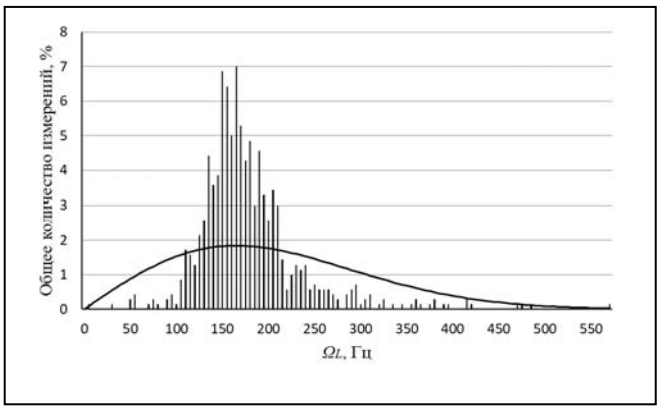


Fig. 3. Гистограмма распределения величин порога захвата.

Среднее значение величины порога захвата составило 177 Гц. Здесь же представлена плотность распределения Рэлея, которое описывает результирующее поле массива когерентных осцилляторов со случайным значением фазы [13]. Плотность вероятности этого распределения описывается следующим соотношением:

$$f(\Omega_L) = \Omega_L / \sigma^2 exp(-\Omega_L^2 / 2 / \sigma^2) \quad (6)$$

Где:

Ω_L – случайный параметр (порог зоны захвата);

σ – параметр масштаба, примерно равный среднему значению порога зоны захвата.

Сравнение гистограммы измеренных значений порога захвата с плотностью распределения Рэлея выявило их заметное различие. Можно указать на две причины такого различия.

Первая – это вклад в обратное рассеяние источников, не подчиняющихся распределению Рэлея. К ним можно отнести обратное рассеяние от фотоприемных устройств ЛГ и наличие крупных (субмикронного размера) дефектов в рабочей зоне зеркал. Также можно объяснить такое различие обратным рассеянием апертуры селектирующей диафрагмы.

Второй, более существенной (на наш взгляд) причиной, является ограничение, возникающее при использовании режима слабой связи для описания нелинейных поправок масштабного коэффициента ЛГ с прямоугольной подставкой.

Как показано в работе [7], прочность предельного цикла (Ω_g) в соотношении (1) значительно ниже величины, рассчитанной исходя из модели кубической нелинейности поляризуемости активной среды.

Чтобы разрешить это противоречие, вместо зависимости ($\Omega_g \propto \alpha / \delta - 1$) в исходное соотношение (1) была введена зависимость ($\Omega_g \propto 1 - \delta / \alpha$). При такой замене соотношение (1) более-менее адекватно описывает выходную характеристику ЛГ.

V. Выводы

В данной работе описан метод измерения величины порога захвата ЛГ с прямоугольной подставкой. Метод основан на анализе нелинейных поправок масштабного коэффициента. Приведены результаты статистической обработки данных.

Применение данного метода в технологическом цикле испытаний лазерных датчиков (и гироскопов на их основе) позволит существенно повысить осведомленность о состоянии технологических процессов на производстве, и несколько сократить время и трудоемкость испытаний.

Отмечается, что для корректного использования модели частотной характеристики ЛГ, полученной в режиме слабой связи, необходимо изменить вид функциональной зависимости прочности предельного цикла.

Также является актуальным применение данного метода на этапе испытаний инерциальных навигационных блоков с целью уточнения причин возможных отказов приборов из-за превышения допустимой нелинейности масштабного коэффициента.

Литература

[1] Ароновиц Ф. В. кн. Применения лазеров. Под ред. В.П. Тычинского (М.: Наука, 1974, с.184–271).

[2] Aronowitz, F., Optical Gyros and their Applications, RTO AGARDograph, 1999, 339, p.3.1.

[3] Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. Под ред. Ю.Л. Климонтовича (М.: Наука, 1974).

[4] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. Квантовая электроника, 30, 96 (2010) [Quantum Electron., 30, 96 (2010)].

[5] Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. Квантовая электроника, 45, 171 (2015) [Quantum Electron., 45, 171 (2015)].

[6] Горшков В.Н., Грушин М.Е., Ларионцев Е.Г., Савельев И.И., Хохлов Н.И. Квантовая электроника, 46, 1061 (2016) [Quantum Electron., 46, 1061 (2016)].

[7] Бекетов С.Е., Бессонов А.С., Петрухин Е.А., Хохлов И.Н., Хохлов Н.И. Квантовая электроника, 49, 1059 (2019) [Quantum Electron., 49, 1059 (2019)].

[8] Хошев И.М. Канд. дис. (М.: МГУ им. М.В.Ломоносова, 1978).

[9] Петрухин Е.А., Хохлов И.Н., Хохлов Н.И. Квантовая электроника, 51, 351 (2021) [Quantum Electron., 51, 351 (2021)].

[10] Хохлов И.Н., Синельников А.О. Сравнительный анализ методов измерения ширины зоны захвата частот встречных волн в зеемановских лазерных датчиках угловой скорости // Физическое образование в ВУЗах. 2021. Т. 27. № S4. С. 76-80.

[11] Khokhlov I., Sinelnikov A. A Method for Measuring the Lock-In Zone in Laser Gyro Sensors, 2021 28th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russia, 2021, pp. 1-3, doi: 10.23919/ICINS43216.2021.9470854.

[12] Khokhlov I.N., Sinelnikov A.O., Fetisova N.E. Scale Factor Correction Model for Zeeman Laser Gyroscopes, 2022 29th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), Saint Petersburg, Russian Federation, 2022, pp. 1-4. doi: 10.23919/ICINS51784.2022.9815382

[13] Rayleigh, Lord. Phylos. Mag., 10, 73 (1880).

Результаты натурных испытаний магнитного компаса с применением новой системы коррекции

Д.Г. Грязин
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
volnagdg@yandex.ru

Т.В. Падерина
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Санкт-Петербург, Россия
paderinata@gmail.com

Доклад посвящен исследованию работы магнитного компаса с новой системой коррекции на основе комплементарного фильтра по снижению влияния динамических погрешностей, проявляющихся в условиях качки судна и обусловленных воздействием на компас перераспределенных судовых магнитных масс (креновой девиации), а также воздействием переносных ускорений при установке компаса на некотором расстоянии от центра качания судна.

Представлены результаты стендовых и натурных испытаний данного магнитного компаса (акватория Ладожского озера), подтверждающие эффективность рассматриваемой системы коррекции

Keywords—магнитный компас, система коррекции, креновая девиация, переносные ускорения, микромеханический гироскоп

I. Введение

Под действием качки судна возникают погрешности магнитного компаса (МК), обусловленные двумя факторами. Во-первых, влиянием перераспределенных магнитных масс судна на магнитную систему картушки компаса, что вызывает креновую девиацию [1], которая может быть уничтожена только для конкретной широты места. Во-вторых, влиянием на картушку, представляющую собой короткопериодный маятник, тангенциальных и центростремительных (переносных) ускорений, вызванных установкой МК на некотором расстоянии от центра качания судна [2].

В наибольшей степени эти погрешности проявляются при работе МК в высоких широтах, что является дополнительным отрицательным фактором при решении задачи курсоуказания в этих широтах, поскольку направляющий магнитный момент картушки, возникающий от горизонтальной составляющей магнитного поля Земли, имеет и так малое значение. Учитывая сегодняшнюю тенденцию к увеличению количества судов, в том числе рыболовецких, работающих в северных морях, что связано с нарастающей интенсивностью использования Северного Морского пути, задача подавления динамических погрешностей МК приобретает особую актуальность.

На предыдущей международной конференции (май 2023 г) был представлен доклад, в котором рассказывалось о разработке нового способа компенсации динамической погрешности МК на качке путем применения в его схеме микромеханического гироскопа (ММГ) и разработке комплементарного фильтра, позволяющего согласовать показания датчика магнитного курса, формирующего сигнал с картушки, и сигнал ММГ для получения качественно новых характеристик прибора. Возможность комплексирования показаний ММГ и датчика магнитного курса (ДМК) основана на том, что оба измерителя имеют разные динамические характеристики: ММГ, в отличие от чувствительного элемента МК, не только не чувствителен к действию переносных ускорений, но также и к действию перераспределенных магнитных масс при крене судна.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ N 23-29-00090

II. Система коррекции МК на основе комплементарного фильтра

Блок-схема системы коррекции МК на основе комплементарного фильтра представлена на рис. 1 [3].

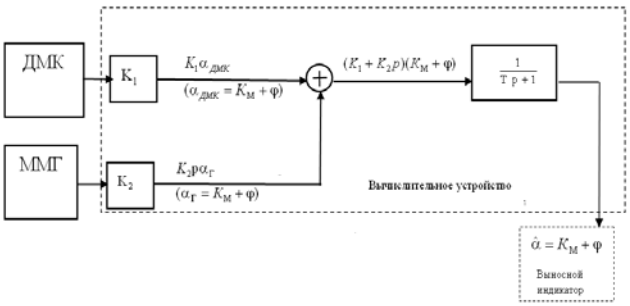


Рис.1 Блок – схема системы коррекции МК на основе комплементарного фильтра

Суть работы комплементарного фильтра состоит в том, чтобы компенсировать появление динамических ошибок, обусловленных действием переносных ускорений и судового магнетизма на качке с помощью ММГ и ошибок от действия низкочастотных составляющих дрейфа ММГ с помощью показаний ДМК. При этом для ММГ комплементарный фильтр является фильтром высоких частот (ФВЧ), а для ДМК – фильтром низких частот (ФНЧ) [4]. Уравнение комплементарного фильтра имеет вид [5]:

$$\hat{\alpha} = W_{ФВЧ}(p) \cdot \alpha_г + W_{ФНЧ}(p) \cdot \alpha_{дмк} \qquad (1)$$

где: $W_{ФВЧ}(p)$ - передаточная функция ФВЧ, $W_{ФНЧ}(p)$ - передаточная функция ФНЧ,

$\alpha_г$, $\alpha_{дмк}$ - соответственно суммарные углы курса и рыскания, выработанные по информации ММГ и ДМК, $\hat{\alpha}$ - оценка суммарного угла курса и рыскания, выработанная фильтром.

В простейшем случае в качестве ФВЧ и ФНЧ можно воспользоваться соответствующими звеньями с передаточными функциями:

$$W_{ФВЧ}(p)=\frac{Tp}{Tp+1}, W_{ФНЧ}(p)=\frac{1}{Tp+1}, \quad (2)$$

где T - постоянная времени ФВЧ и ФНЧ.

Разностное уравнение для нахождения текущей оценки угла курса и рыскания $\hat{\alpha}$ можно представить следующим образом:

$$\hat{\alpha}_t=\frac{T}{T+\Delta t}\left[\hat{\alpha}_{t-1}+\omega_г\Delta t\right]+\frac{\Delta t}{T+\Delta t}\alpha_{дмк} \quad (3)$$

где $\hat{\alpha}_{t-1}$ - оценка суммарного угла курса и рыскания в предыдущий момент времени;

$\omega_г$ - угловая скорость по показаниям ММГ;

$\alpha_{дмк}$ -значение угла курса и рыскания, полученное по показаниям ДМК;

Δt - интервал дискретизации.

Для обеспечения условия инвариантности выбор коэффициентов K_1 и K_2, рис. 1 должен производиться из условия: $T=\frac{K_2}{K_1}$, в случае, если выбирается K_1=1, то значение коэффициента K_2 должно быть равно постоянной времени $K_2=T$. Таким образом, выработку суммарного угла курса и рыскания $K_М+\varphi$ ($K_М$ - курс магнитный, φ - угол рыскания) в соответствии с рис. 1 следует производить по следующему алгоритму:

1. Выходной сигнал с датчика ДМК поступает на звено с коэффициентом усиления K_1, а выходной сигнал с ММГ на звено с коэффициентом усиления K_2.

2. Сигнал с ДМК $K_1\cdot\alpha_{ДМК}$ (где $\alpha_{ДМК}=K_M+\varphi$) суммируется с сигналом с ММГ - $K_2 p\alpha_г$ (где $\alpha_г=K_M+\varphi$);

3. Полученная сумма сигналов подаётся на вход апериодического звена $\frac{1}{T\,p+1}$. Сигнал с выхода апериодического звена $\hat{\alpha}=K_M+\varphi$, представляющий оценку суммарного угла курса и рыскания, в которой отсутствует динамическая погрешность МК от качки, подаётся на выносной индикатор.

ММГ, применяемый в системе коррекции МК, имеет следующие характеристики: диапазон измерения угловой скорости от 75°/с до 900°/с (настраивается); нестабильность смещения нуля - не более 24°/час, ARW – не более 0,28°/√час, ширина полосы пропускания до 160 Гц. С учетом технических характеристик этого ММГ, интервала дискретизации Δt =0,01с, а также на основе результатов имитационного моделирования выбрано значение постоянной времени T фильтра T =10 с.

III. Результаты стендовых и натурных испытаний МК с новой системой коррекции

Эффективность работы системы коррекции МК построенной на основе комплементарного фильтра с постоянной времени T = 10с для снижения динамической погрешности МК на качке, была экспериментально оценена с помощью специализированного стенда (рис.2) [6]. Стенд состоит из привода переменного тока, платформы для монтажа котелка МК и двух постоянных магнитов, расположенных на некотором расстоянии от оси разворота привода. Котелок МК установлен на плече l относительно этой же оси разворота.

При развороте котелка МК на ограниченный угол, на картушку МК наводится дополнительное магнитное поле, приводящее к тому, что при воспроизведении углового движения по рысканию картушка компаса будет отклоняться от значения физического рыскания на дополнительный угол. Такая конструкция стенда позволяет приложить к магнитной системе картушки МК дополнительный магнитный момент, что приводит к дополнительному развороту картушки. Указанный дополнительный магнитный момент и имитирует влияние судовых магнитных сил, вызванных качкой. Система коррекции МК, при этом, должна компенсировать воздействие дополнительной погрешности.

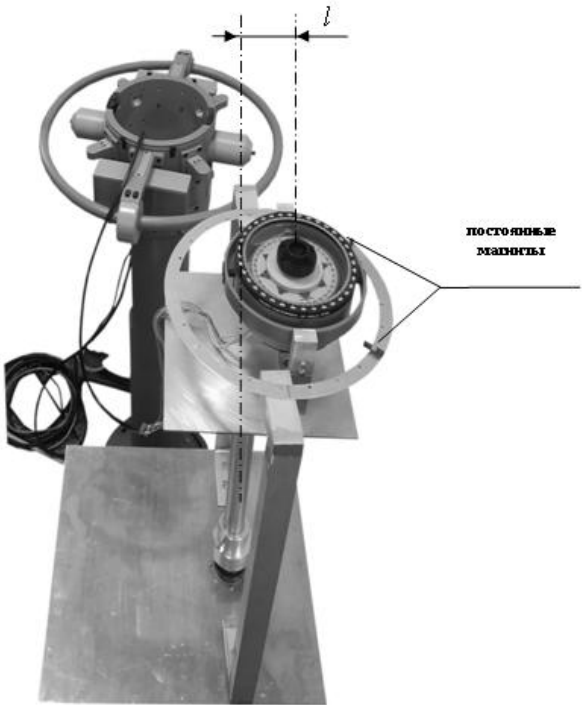


Рис.2 Стенд рыскания

Проверка функционирования МК с системой коррекции проводилась на широте 60°с.ш. (горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля (15±1)мкТл) при задании стендом углового движения по рысканию в диапазоне углов ±10º с разными периодами от 4 с до 30 с. При этом постоянными магнитами, размещенными вблизи

котелка, в крайних (10º и минус 10º) положениях при угловом движении создавалось воздействие, имитирующее появление креновой девиации, приводящее к дополнительному развороту картушки приблизительно в два раза - в диапазоне углов ±20º. Система коррекции МК должна возвращать показания МК к углам рыскания, заданным стендом, т.е. к углам в диапазоне ±10º. В качестве показателя эффективности работы системы коррекции МК использовался коэффициент эффективности, который рассчитывается следующим образом:

$$K_{эф} = \left|DK^{M}_{без\ кор}\right| / \left|DK^{M}_{с\ кор}\right| \qquad (4)$$

где $DK^{M}_{без\ кор}$, $DK^{M}_{с\ кор}$ - погрешности МК, представляющие предельные значения разностей соответственно выходных сигналов МК без системы коррекции и с системой коррекции и истинных значений углов рыскания.

На рис.3 приведен график зависимости $K_{эф}$ от периодов возмущающих воздействий (при проведении стендовых испытаний – это периоды заданных гармонических колебаний углов рыскания). Значения $K_{эф}$ находятся в диапазоне от 3,7 до 9,8 при изменении периодов углов рыскания от 4 с до 30 с, при этом максимальное значение $K_{эф}$ соответствует периоду 18 с.

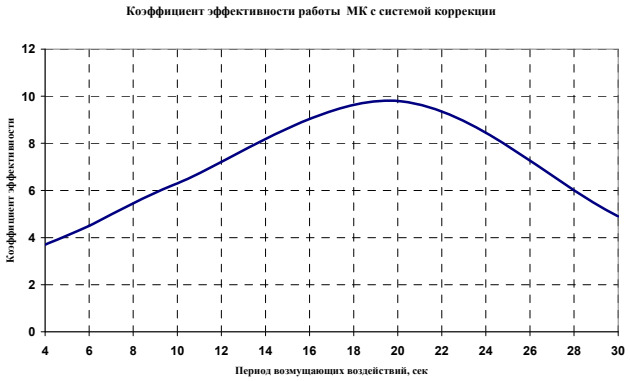


Рис. 3 Зависимость коэффициента эффективности работы системы коррекции МК от значений периодов возмущающих воздействий

Натурные испытания МК с системой коррекции проводились на судне «Азимут» водоизмещением 100 т в акватории Ладожского озера. Для проведения испытаний МК был установлен на верхнем мостике судна. В качестве дополнительного оборудования использовались: бесплатформенная система ориентации с приемником СНС – сигналов для определения углов качек судна и судовой гирокомпас в качестве источника эталонного курса. Для проверки влияния нескомпенсированной креновой девиации на эффективность системы коррекции МК проведение измерений выполнялось при снятых с нактоуза дополнительных вертикальных магнитах, которые в штатном режиме используются для компенсации креновой девиации.

На рис. 4 в качестве иллюстрации представлен фрагмент одной из записанных реализаций погрешностей МК, полученных с помощью соответствующих разностей выходных сигналов МК с работающей и отключенной системой коррекции и показаний судового гирокомпаса при движении судна прямым курсом.

Натурные испытания МК показали, что в условиях бортовой качки с амплитудой до 17º и килевой качки с амплитудой до 4,5º и периодами обеих качек, близкими 4 сек, применение в измерительной схеме МК системы коррекции приводит к снижению погрешности МК, при этом коэффициент эффективности работы системы коррекции $K_{эф}$, зависящий от периодов качки, находится в пределах от 2,4 до 3,5. Это согласуется с полученными результатами испытаний на стенде рыскания с дополнительными магнитами, имитирующими влияние креновой девиации, где $K_{эф}$ для периодов рыскания около 4с составил $K_{эф} = 3{,}7$.

Рис.4 Погрешности МК с работающей и отключенной системой коррекции (курс судна K = 0º).

IV. Заключение

В докладе представлены результаты стендовых и натурных испытаний магнитного компаса (МК) с новой системой коррекции по снижению влияния динамических погрешностей, проявляющихся в условиях качки судна, и обусловленных воздействием на МК перераспределенных магнитных масс судна (креновой девиации), а также переносных ускорений при установке МК на некотором расстоянии от центра качания судна.

Полученные в процессе исследования результаты стендовых испытаний МК с системой коррекции подтвердили эффективность построения системы коррекции на основе комплементарного фильтра, позволяющего уменьшить динамические погрешности МК в 3,5 - 9,8 раз в зависимости от преобладающих частот (периодов) качки судна.

Результаты натурных испытаний МК, проводимые в акватории Ладожского озера, где периоды качки не превышают 4 с, показали, что динамические погрешности МК снижаются в 2,4 - 3,5, что согласуется с полученными результатами стендовых испытаний.

Результаты работы могут найти применение при разработке современных МК, обеспечивающих за счет использования данной системы коррекции более высокую точность курсоуказания. Применение этой системы коррекции обеспечивает также повышение стабильности текущего показания курса и рыскания

судна при использовании МК в контуре управления авторулевого.

Литература

[1] Кожухо В.П., Воронов В.В., Григорьев В.В. Девиация магнитного компаса, М.Транспорт 1981

[2] Рыбалтовский Н.Ю. Магнитно-компасное дело. Государственное издательство водного транспорта, Л., 1954.

[3] Матвеев Ю.В., Грязин Д.Г, Падерина Т.В. Способ измерения магнитного курса с использованием системы коррекции, патент RU 2804444, дата регистрации 29.09. 2023г.

[4] Ивойлов А.Ю. О применении МЭМС-датчиков при разработке системы автоматической стабилизации двухколесного робота // Сборник научных трудов НГТУ. 2017. №3 (89). С.32–51.

[5] Степанов О.А., Мансур М. Алгоритмы комплексной обработки в задаче коррекции показаний навигационных систем при наличии нелинейных измерений // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. № 6. С. 89–102.

[6] Грязин Д.Г Способ определения динамической погрешности магнитного компаса с системой коррекции от качки и устройство для его реализации, патент RU 2783479, дата регистрации 14.11.2022

Кватернионный алгоритм построения бесплатформенной гировертикали

Владимир Смирнов
Тульский государственный университет
Тула, Россия
veld071@rambler.ru

Алексей Прохорцов
Тульский государственный университет
Тула, Россия
ProxAV@rambler.ru

Виталий Зарубин
АО «ВНИИ «Сигнал»
Ковров, Россия
Zarubin@gmail.com

Аннотация — Рассмотрены уравнения гировертикали в формализме кватернионов. В дополнение к интегральной коррекции, не обеспечивающей демпфирования колебаний с периодом Шулера, предложен алгоритм приведения в горизонт и демпфирования колебаний, практически инвариантный к линейным ускорениям.

Ключевые слова — бесплатформенная гировертикаль, кватернионы, бесплатформенная инерциальная навигационная система

I. Введение

Для навигации на поверхности Земли широко применяются бесплатформенные инерциальные навигационные системы (БИНС). Наиболее часто используемым алгоритмом определения ориентации в таких БИНС является интегрирование кинематических уравнений, также называемых уравнениями Пуассона [1,2]. При этом в БИНС средней и высокой точности необходимо компенсировать угловые скорости, обусловленные суточным вращением Земли и тем, что движение вдоль поверхности Земли происходит по дуге, радиус которой определяется размером Земли. Недостатком такого алгоритма является достаточно быстрое нарастание во времени ошибок определения углового положения. Для устранения указанных ошибок в алгоритм интегрирования угловых скоростей вводится коррекция по сигналам акселерометров, также входящих в состав БИНС. В зависимости от алгоритма коррекции можно устранить нарастание ошибок по крену и тангажу (гировертикаль), по курсу (гирокомпас) или по всем трем углам (гирокурсовертикаль). Указанные алгоритмы широко известны, однако их обоснование базируется на математическом аппарате углов Эйлера-Крылова [3,4], что представляет некоторые неудобства при их практической реализации в современных навигационных системах, использующих аппарат кватернионов.

II. Математическая модель определения параметров ориентации гировертикали

Рассмотрим систему координат *OENH*, центр которой связан с центром масс подвижного объекта, ось *ON* направлена по меридиану на север, ось *OH* направлена по местной вертикали, а ось *OE* дополняет систему до правой. С инерциальным измерительным блоком связана система координат *OXYZ*, повернутая относительно *ONHE* на углы Эйлера-Крылова (рис. 1).

Уравнение вычисления кватерниона ориентации по угловым скоростям, как известно [1,2,5], имеет вид:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\Lambda \circ \overline{\omega}_{\text{с}}, \qquad (1)$$

где $\overline{\omega}_{\text{с}}$ – вектор абсолютной угловой скорости в связанной системе координат; Λ – кватернион преобразования из связанной в базовую систему координат; $\circ$ – операция умножения кватернионов.

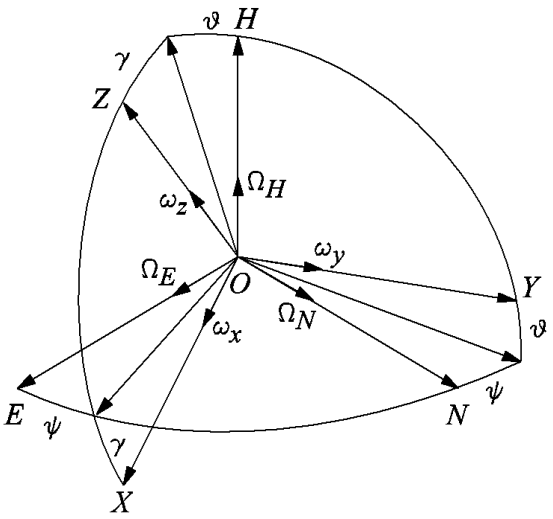


Рис. 1. Используемые системы координат

При движении вдоль поверхности Земли вектор абсолютной угловой скорости $\overline{\omega}_{\text{б}}$ включает в себя вектор угловой скорости облета Земли и вектор скорости вращения Земли:

$$\overline{\omega}_{\text{б}} = \overline{\Omega}_{g\text{б}} + \overline{\Omega}_{\text{з}} + \overline{\Omega}_{V}, \qquad (2)$$

где $\overline{\Omega}_{g\text{б}} = [\Omega_{E_g} \quad \Omega_{N_g} \quad \Omega_{H_g}]^T$ – вектор угловой скорости ПО относительно поверхности земного эллипсоида в системе координат *OENH*; $\overline{\Omega}_{\text{з}} = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_{\text{з}}\cos\varphi & \Omega_{\text{з}}\sin\varphi \end{bmatrix}^T$ – вектор угловой скорости вращения Земли в системе координат *OENH*; $\overline{\Omega}_{V} = \left[-\frac{V_N}{R_\varphi + H} \quad \frac{V_E}{R_\lambda + H} \quad \frac{V_E \operatorname{tg}\varphi}{R_\lambda + H} \right]^T$ – вектор угловой скорости, обусловленной облетом земного эллипсоида; V_E, V_N – проекции линейной скорости ПО на восточную и северную оси сопровождающего географического трехгранника, соответственно; R_φ, R_λ – радиусы кривизны нормальных сечений общеземного эллипсоида; φ – широта; H – высота.

Для устранения нарастания ошибок по углам ориентации к угловым скоростям $\overline{\omega}_{\text{б}}$ добавляют угловые скорости коррекции ω_N^k, ω_E^k, ω_H^k вычисляемые по сигналам акселерометров и обеспечивающие приведение виртуального сопровождающего географического трехгранника *ONHE* в горизонт и азимут.

Корректирующие угловые скорости ω_N^k, ω_E^k, ω_H^k формируются по сигналам акселерометров в соответствии с формулами:

$$\overline{\Omega}_k = K \cdot \overline{a}_{\text{б}} + \int_0^t K_I \cdot \overline{a}_{\text{б}} dt \qquad (3)$$

где $\overline{\Omega}_k = [\omega_E^k \quad \omega_N^k \quad \omega_H^k]^T$ – вектор угловых скоростей коррекции в системе координат *ONHE*; K – матрица коэффициентов передачи пропорциональной составляющей коррекции; K_I – матрица коэффициентов передачи интегральной составляющей коррекции; $\overline{a}_{\text{б}} = [a_E \quad a_N \quad a_H]$ – вектор кажущегося ускорения в системе координат *OENH*.

Переводя (1) в базовую систему координат и подставляя (3) и (2), найдем:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\left(\overline{\Omega}_{g\text{б}} + \overline{\Omega}_{\text{з}} + \overline{\Omega}_V - K \cdot \overline{a}_{\text{б}} - \int_0^t K_I \cdot \overline{a}_{\text{б}} dt \right) \circ \Lambda \qquad (4)$$

Вектор $\overline{\Omega}_V$ представим в виде $\overline{\Omega}_V = K_V V_{\text{б}}^{\text{ист}}$, где

$$K_V = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{1}{R_\varphi + H} & 0 \\ \dfrac{1}{R_\lambda + H} & 0 & 0 \\ \dfrac{\text{tg}\varphi}{R_\lambda + H} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{V}_{\text{б}}^{\text{ист}} = \begin{bmatrix} V_E \\ V_N \\ V_H \end{bmatrix}.$$

Учитывая, что вектор кажущегося ускорения $\overline{a}_{\text{б}} = \overline{a}_{\text{б}}^{\text{ист}} + \overline{a}_{\text{б}}^{\text{вр}}$, где $\overline{a}_{\text{б}}^{\text{ист}} = \dot{\overline{V}}_{\text{б}}^{\text{ист}}$ – вектор ускорения относительно базовой системы координат; $\overline{a}_{\text{б}}^{\text{вр}} = K_{Va}\overline{V}_{\text{б}}^{\text{ист}} + K_{\Omega a}\overline{V}_{\text{б}}^{\text{ист}} + \overline{g}$ – «вредная» составляющая вектора кажущегося ускорения;

$$K_{\Omega a} = \Omega_{\text{з}} \begin{bmatrix} 0 & -2\sin(\varphi) & 2\cos(\varphi) \\ 2\sin(\varphi) & 0 & 0 \\ -2\cos(\varphi) & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$K_{Va} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{V_E \text{tg}(\varphi)}{R_\lambda + H} & \dfrac{V_E}{R_\lambda + H} \\ \dfrac{V_E \text{tg}(\varphi)}{R_\lambda + H} & 0 & \dfrac{V_N}{R_\varphi + H} \\ -\dfrac{V_E}{R_\lambda + H} & -\dfrac{V_N}{R_\varphi + H} & 0 \end{bmatrix}; \quad \overline{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \text{–вектор}$$

гравитационного ускорения, преобразуем уравнение (4) к виду:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \overline{\Omega}_{g\text{б}} - K \cdot \overline{a}_{\text{б}} + \overline{\Omega}_{\text{з}} + (K_V - K_I)\int_0^t \overline{a}_{\text{б}} dt - \\ - K_V \int_0^t (K_{Va}\overline{V}_{\text{б}}^{\text{ист}} + K_{\Omega a}\overline{V}_{\text{б}}^{\text{ист}} + \overline{g}) dt \end{pmatrix} \circ \Lambda \qquad (5)$$

При $K = 0$, $K_V = K_I$ уравнение (4) примет вид

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\left(\overline{\Omega}_{g\text{б}} + \overline{\Omega}_{\text{з}} - K_V \int_0^t (K_{Va}V_{\text{ист}} + K_{\Omega a}V_{\text{ист}}) dt \right) \circ \Lambda \qquad (6)$$

Вид уравнения (6) подтверждает известный результат [1–4, 7, 8], что при интегральной коррекции, настроенной на период Шулера, линейные ускорения не будут влиять на параметры ориентации.

Получим уравнение ошибок, учитывая, что при наземной навигации интерес ориентация относительно общеземной системы координат, кватернион которой можно вычислить по уравнению

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\overline{\Omega}_{g\text{б}} \circ \Lambda, \qquad (7)$$

В этом случае, вычитая (6) из (5) и пренебрегая слагаемыми высших порядков малости, уравнение ошибок ориентации можно записать в виде:

$$\begin{aligned} &\Delta\dot{\Lambda} + \frac{1}{2}K_V \int_0^t (\overline{g} \circ \Lambda \circ \Delta\widetilde{\Lambda} + \Delta\Lambda \circ \widetilde{\Lambda} \circ \overline{g}) dt \circ \Lambda = \\ &= \frac{1}{2}\left(\overline{\Omega}_{\text{з}} - K_V \int_0^t (K_{Va}V_{\text{ист}} + K_{\Omega a}V_{\text{ист}}) dt \right) \circ \Lambda + \\ &+ \frac{1}{2}\overline{\Omega}_{g\text{б}} \circ \Delta\Lambda + \frac{1}{2}(\overline{\Omega}_{g\text{б}} \circ \Lambda \circ \Delta\widetilde{\Lambda} + \Delta\Lambda \circ \widetilde{\Lambda} \circ \overline{\Omega}_{g\text{б}}) \circ \Lambda \end{aligned}, \qquad (8)$$

Уравнение (11) подтверждает известный результат [1-4, 7, 8], что в случае интегральной коррекции при $\Delta\Lambda \neq 0$ вектор гравитационного ускорения $\overline{g}$ создает нарастающую во времени составляющую, стремящуюся уменьшить величину ошибки ориентации.

Хорошо известно, интегральная коррекция, настроенная на период Шулера, не обеспечивает демпфирования колебаний с периодом Шулера. Для демпфирования колебаний и ускорения приведения виртуальной платформы в горизонт используют либо внешние источники навигационной информации (как правило – скорость от допплеровских или других измерителей) либо используют не только интегральную, но и пропорциональную коррекцию по сигналам акселерометров [10, 11, 12] что нарушает инвариантность к линейным ускорениям.

Один из вариантов коррекции по акселерометрам предложен в работе [13], где кватернион ориентации определяется по вектору ускорения как решение задачи минимизации:

$$\min_{\Lambda_a}\left(\widetilde{\Lambda}_a \circ \overline{g} \circ \Lambda_a - \overline{a}_{\text{с}}\right) \qquad (9)$$

где Λ_a – кватернион ориентации, определяемый по ускорениям; $\overline{a}_{\text{с}}$ – измеряемый вектор ускорения в связанной системе координат.

При этом для численного решения данной задачи предлагается использовать метод градиентного спуска. Однако данная задача минимизации имеет точное решение [8]:

$$\Lambda_a = \begin{cases} \dfrac{1 + \overline{g} \cdot \overline{a}_{\text{с}} + \overline{g} \times \overline{a}_{\text{с}}}{\left|1 + \overline{g} \cdot \overline{a}_{\text{с}} + \overline{g} \times \overline{a}_{\text{с}}\right|} \text{ при } \left|1 + \overline{g} \cdot \overline{a}_{\text{с}} + \overline{g} \times \overline{a}_{\text{с}}\right| \neq 0; \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{при } \left|1 + \overline{g} \cdot \overline{a}_{\text{с}} + \overline{g} \times \overline{a}_{\text{с}}\right| = 0. \end{cases} \qquad (10)$$

Для получения результирующего кватерниона ориентации кватернион, определяемый по формуле (10) суммируется с кватернионом, определяемым по датчикам угловой скорости. При этом весовые коэффициенты, рассчи-

тываются в зависимости от того, насколько измеренный вектор ускорения отличается от ускорения силы тяжести:

$$\Lambda_\Sigma = (1-\gamma)\Lambda_a + \Lambda \cdot \gamma\,, \qquad (11)$$

где $\gamma = \dfrac{g}{g + \left\| \Lambda_\Sigma \circ \overline{a}_c \circ \widetilde{\Lambda}_\Sigma - \overline{g} \right\|}$.

Для подтверждения работоспособности полученных алгоритмов коррекции параметров ориентации по сигналам акселерометров были проведены экспериментальные исследования. В качестве блока инерциальных чувствительных элементов использован блок АИСТ-350 производства ООО "Айсенс", построенный на базе микромеханических гироскопов и акселерометров, параметры которого можно посмотреть в работе [14].

Для проверки инвариантности предлагаемого алгоритма к линейным ускорениям блок устанавливался на центрифугу, где задавалось вращение с постоянной скоростью. Как видно из графиков параметров ориентации, уходы по крену и тангажу отсутствуют (рис. 2 и 4). Уход по углу курса также практически отсутствует (рис. 3 и 5).

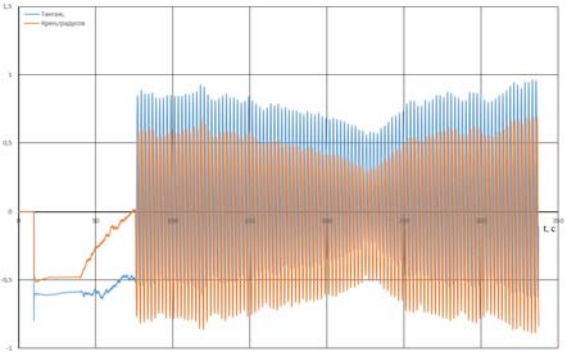


Рис. 2. Углы крена и тангажа при вращении с ускорением 0,2g

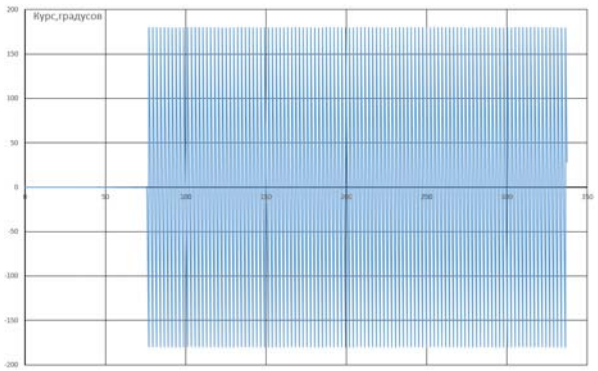


Рис. 3. Угол курса при вращении с ускорением 0,2g

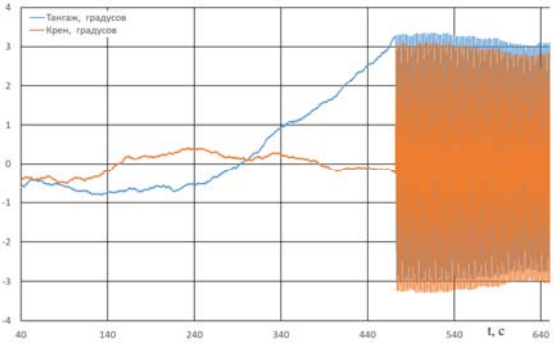


Рис. 4. Углы крена и тангажа при вращении с ускорением 1g

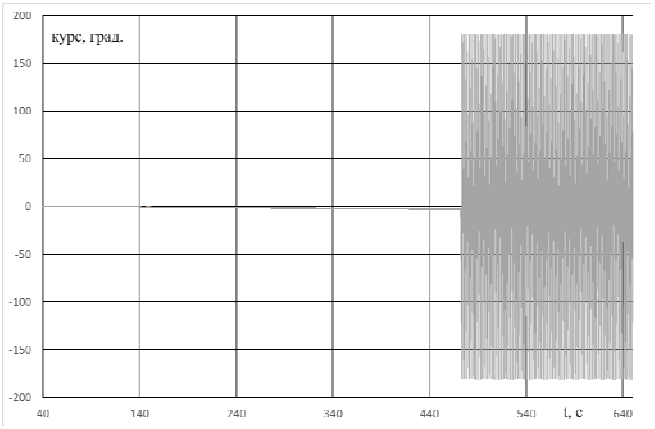


Рис. 5. Угол курса при вращении с ускорением 1g

Отметим, что первые десять секунд осуществляется подготовка к начальной выставке и данные не передаются. Следующие 30 секунд осуществляется начальная выставка. На рис.4 и рис.5 работа в режиме подготовки и начальной выставки не показаны.

Приведенные в работе результаты экспериментальных исследований подтвердили работоспособность предложенных алгоритмов гировертикали.

III. Заключение

Полученные в работе обобщенные уравнения работы бесплатформенной гировертикали в кватернионах могут быть полезны для исследования и построения новых алгоритмов навигационных систем. Предложенный способ ускоренного приведения в горизонт также показал свою работоспособность.

Литература

[1] Анучин О.Н., Емельянцев Г.И. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / под общей редакцией В.Г. Пешехонова. 2-е. изд., доп. – СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», 2003 – 390 с.

[2] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / под общей редакцией акад. РАН В.Г. Пешехонова. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016.– 394 с.

[3] Плотников П.К. Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. № 3. С. 23–35.

[4] Плотников П.К. О сопоставлении уравнений движения и свойств корректируемого гирокомпаса с алгоритмами функционирования и свойствами его бесплатформенно-компьютерного аналога // Вестник СГТУ. 2011. № 4 (60). Выпуск 2, с. 151 – 156.

[5] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1973. – 320 с.

[6] Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии. / Под ред. Б.С.Алешина, К.К. Веремеенко, А.И. Черноморского – М.: ФИЗМАТЛИТ. 2006.– 424 с.

[7] Salychev O. Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions / O. Salychev. – M.: BMSYU Press, 2004. – 304 pp.

[8] Paul G. Savage. Strapdown analytics. Part 1 // Strapdown associates, Inc Maple Plain, Minnesota, 2000. – 817 pp.

[9] Челноков Ю.М. Определение местоположения и ориентации подвижных объектов по показаниям чувствительных элементов БИНС посредством решения на бортовом вычислителе кватернионных уравнений движения гироскопических систем / Ю.Н. Челноков // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1991. №4. С. 3-12.

[10] Патент RU 2647205 C2 Адаптивная бесплатформенная инерциальная курсовертикаль // 14.03.2018 Бюл. № 8

[11] Патент на полезную модель 96235 РФ. Бесплатформенная инерциальная гировертикаль / А.П. Шведов, Ю.В. Иванов, В.Я. Распопов; заявитель и патентообладатель ГОУ ВПО «Тульский государственный университет»; заявл. 04.03.2010; опубл. 20.07.2010.

[12] Матвеев В. В. Анализ комплементарных фильтров при построении бескарданной гировертикали // Известия ТулГУ. Технические науки. 2019. Вып. 8 с.153-164.

[13] Madgwick S., Harrison A., & Vaidyanathan R. Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm. Proceedings of the IEEE Int. Conf. Rehabil. Robot. 2011. P. 179 – 185.

[14] Bogdanov M.B. Inertial measurement unit AIST-350t: results of mechanical investigation tests // Gyroscopy and Navigation. 2014. Т. 5. № 4. С. 238-244.

Оценка возможностей построения блока чувствительных элементов на основе массива микромеханических инерциальных датчиков

Д.В. Фуртас
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
DFurtas@inertech.ru

А.В. Некрасов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
ANekrasov@inertech.ru

И.Х. Шаймарданов
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
IShaimardanov@inertech.ru

Е.В. Бабаев
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
EBabaev@inertech.ru

А.А. Дзуев
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
ADzuev@inertech.ru

А.Н. Косторной
АО «ИТТ»
Раменское, Россия
AKostornoi@inertech.ru

***Аннотация*—Использование кластера микромеханических датчиков позволяет снизить шумовые характеристики, повысить точность измерительной информации, точность результирующего навигационного решения, повысить уровень надежности и контроля отказов.**

Работа посвящена проблематике построения навигационных систем на основе кластерного БЧЭ, анализу точностных и шумовых характеристик навигационной системы в зависимости от количества датчиков, анализу основных факторов, ограничивающих точность современных микромеханических систем, и поиску путей повышения точности микромеханических навигационных систем.

Ключевые слова — Микромеханические системы, вариация Аллана, ARW, Микромеханический БЧЭ

I. Введение

Особенностью современных микромеханических гироскопов (ММГ) является большой дрейф от запуска к запуску и значительно меньший дрейф в запуске [1]. В отличие от погрешности гироскопов, микромеханические акселерометры (ММА), как в запуске, так и от запуска к запуску имеют сопоставимые значения дрейфа [2].

В последние годы появились работы, где рассматривается возможность построения блока чувствительных элементов (БЧЭ) на основе кластера дешевых и грубых датчиков с возможностью конфигурирования для создания навигационной системы. Это позволяет в зависимости от требований по стоимости и точности конфигурировать состав навигационной системы за счет изменения числа датчиков внутри БЧЭ. Использование кластера датчиков позволяет снизить шумовые характеристики, повысить точность измерительной информации, точность результирующего навигационного решения, повысить уровень надежности и контроля отказов.

Работа посвящена проблематике построения навигационных систем на основе кластерного БЧЭ, анализу точностных и шумовых характеристик навигационной системы в зависимости от количества датчиков, анализу основных факторов, ограничивающих точность современных микромеханических систем, и поиску путей повышения точности микромеханических навигационных систем.

II. Основные подходы построения кластерного решения

Основываясь на плотности распределения погрешностей каждого измерительного модуля и на допущении о независимости погрешностей измерительных модулей объединение нескольких инерциальных модулей обеспечивает снижение шумов решения на основе массива датчиков. Также за счёт возможности дополнительного контроля измерений повышается его надежность [3].

Для построения БЧЭ могут быть использованы МЭМС потребительского класса (стоимость составляет несколько долларов США за измерительный модуль). Согласно теории вероятности, принимая допущение о независимости погрешностей измерительных модулей, при проведении измерений на N инерциальных датчиках погрешность итогового измерения может быть уменьшена в √N раз [4]. Шумовые характеристики массива измерительных модулей также должны быть уменьшены.

На рисунке 1 приведена теоретическая зависимость повышения точности блока чувствительных элементов по мере увеличения количества используемых измерительных МЭМС-модулей. Усреднение выходных данных измерительных модулей приводит к снижению шумов в соответствии со следующим выражением:

$$ARW_N = \frac{ARW_1}{\sqrt{N}} \qquad (1)$$

График зависимости случайного блуждания угла (Angle Random Walk (ARW))массива измерительных модулей от их количества (N) при $ARW_1 = 0.3\,°/\sqrt{ч}$ представлен на Рисунке 1.

Экспериментальные данные подтверждают теоретические подходы построения данных решений. Однако реальное улучшение точности блока чувствительных элементов меньше ожидаемого теоретически:

$$ARW_N^{эксп} \leq \frac{ARW_1}{\sqrt{N}} \quad (2)$$

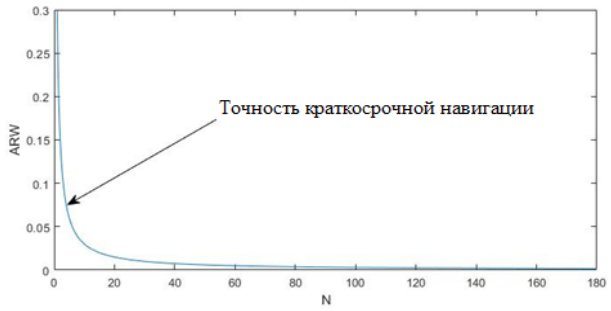


Рис. 1. График зависимости случайного блуждания угла массива измерительных модулей от их количества (N) при $ARW_1 = 0.3\,^{\circ}/\sqrt{ч}$

Из-за большого количества инерциальных модулей в БЧЭ могут происходить случаи, когда один или несколько модулей выходит из строя. Например, у модулей может увеличиться шум или произойти скачкообразное изменение сигнала датчика на определённой температуре. Это может сильно повлиять на точностные характеристики БЧЭ. Поэтому важным является применение фильтрации показаний инерциальных модулей при построении решения.

Основными вариантами фильтрации являются медианный фильтр и фильтрация по 3 сигмам. Преимуществом первого варианта является малая трудозатратность, но при этом всегда отфильтровывается постоянное количество каналов, что ограничивает потенциальную точность. Преимуществом второго варианта является варьируемое количество отфильтрованных каналов, но при этом данный метод более трудозатратный, что не позволяет использовать его при большой частоте построения решения.

III. Проведение исследования погрешностей кластерного БЧЭ при увеличении количества инерциальных модулей с использованием вариации Аллана

Для оценки возможного повышения точностных характеристик и уменьшения шумов был изготовлен ряд БЧЭ на основе 32, 64, 128, 256 инерциальных модулей. С помощью технологического программного обеспечения проводилась запись данных на неподвижном основании каждого из образцов. С целью оценки достижимых точностных и шумовых характеристик выполнялось построение вариации Аллана. Также для сопоставления результатов была проведена запись данных одного инерциального модуля.

Для оценки вариации Аллана использовались записи БЧЭ длительностью не менее 650 секунд с частотой 500 Гц. БЧЭ при этом было установлено в горизонтальном положении на наклонно-поворотном столе. Сравнительные характеристики шумовых характеристик БЧЭ полученные во время экспериментов для разного количества инерциальных модулей приведены в таблице 1.

ТАБЛИЦА I. Характеристики БЧЭ в зависимости от количества инерциальных модулей

N	VRW Acc, м /(с 2 √ ч)	ARW Gyr, ° / √ ч	Bias Acc, м / с 2	Bias Gyr, ° / ч
1	3.49E-4	7.86	1.76E-4	2.49
32	5.377E-5	2.048	3.78E-5	1.34
64	3.03E-5	1.366	2.57E-5	0.75
128	2.78E-5	0.88	1.78E-5	0.67
256	2.24E-5	0.659	1.71E-5	0.45

В соответствии с исследованиями характер экспериментально полученной зависимости Angle Random Walk(ARW), Velocity Random Walk (VRW) и нестабильностей нулей акселерометров и гироскопов совпадают с теоретически обоснованной зависимостью. Так, по мере увеличения количества инерциальных модулей в БЧЭ ARW гироскопов снижается в 4 раза для 32 модулей и до 12 раз для 256 модулей, VRW акселерометров снижается до 6.5 раз для 32 модулей и до 15.5 раз для 256 модулей. При этом в соответствии с теорией ARW, VRW должны снизиться в 5.6 и 16 раз для 32 и 256 модулей соответственно.

Также увеличение количества измерительных модулей позволяет снизить погрешности нулей акселерометров до 4.65 и 10.3 раз для 32 и 256 модулей соответственно, нестабильность нуля гироскопов - до 1.85 и 5.5 раз для 32 и 256 модулей соответственно.

IV. Заключение

Проведен анализ основных подходов к формированию кластерного БЧЭ и показаны точностные и шумовые характеристики БЧЭ на основе вариации Аллана с использованием 1, 32, 64, 128 и 256 инерциальных модулей. Анализ экспериментальных данных подтвердил теоретически прогнозируемые погрешности БЧЭ на основе кластерного решения.

Использование кластера из 256 инерциальных модулей позволяет значительно повысить время автономной работы микромеханической навигационной системы и позволяет в ряде применений использовать кластер датчиков как более дешевый аналог с меньшими массагабаритными характеристиками навигационных систем на основе лазерных, волоконно-оптических и твердотельно-волновых гироскопов.

Литература

[1] Матвеев В.А.: Гироскоп – это просто, изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012.

[2] Гуртов В.А., Беляев М.А. и др Микроэлектромеханические системы. - М.: ПетрГУ, 2016.

[3] Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов, изд-во «Электроприбор», Санкт-Петербург, 2015.

[4] J.-O. Nilsson and I. Skog, “Inertial sensor arrays—A literature review”, in Proc. Eur. Navigat. Conf. (ENC), May/Jun. 2016

Трехкомпонентный датчик угловой скорости на модуляционном микромеханическом гироскопе

В.М. Боголюбов
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева
Казань, Россия
bvm200@yandex.ru

О.В. Цыганов
Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева
Казань, Россия
modelistrocky@mail.ru

Л.У. Бахтиева
Казанский федеральный университет
Казань, Россия
lbakhtie@yandex.ru

***Аннотация* — Построена математическая модель гироскопа гибридного типа на основе модуляционного ММГ. В модели для устранения «нулевого смещения» использован принцип модуляции первичной информации в механическом контуре и ее съема во вращающейся системе координат. Указанный подход позволяет без вмешательства в механический контур прибора, наделить его способностью к измерению абсолютной угловой скорости вращения объекта. На основе численных экспериментов, проведенных в математических пакетах высокоуровневого программирования, сформулированы два алгоритма определения третьей компоненты угловой скорости, совпадающей по направлению с вектором кинетического момента гироскопа.**

Ключевые слова—гироскоп, датчик угловой скорости, колебания биений

I. Введение

Микромеханические гироскопы (ММГ), широко используемые в современных системах управления летательными аппаратами [1-5], в большинстве своем являются однокомпонентными датчиками угловой скорости. При решении задач навигации (ориентации) подвижных объектов требуется установка на борту трех таких датчиков, измерительные оси которых должны быть ориентированы с достаточно высокой точностью относительно осей объекта, что требует соответствующих конструктивных решений и временных затрат. Кроме того, эксплуатация такой приборной компоновки в условиях температурных полей, достигающих перепада в 1000С и более приводит к погрешностям в ориентации измерительных осей приборов, не говоря уже о решении вопроса взаимовлияния гироскопов и их электромагнитной совместимости. Поэтому разработчики датчиков первичной информации стремятся на этапе их создания совместить в одном приборе комплексный набор метрологических возможностей [6-8].

Отметим также, что малые размеры чувствительного элемента (ЧЭ) ММГ создают проблему сверхвысокой чувствительности системы съема его колебаний, что ограничивает точность определения местоположения объекта. Кроме того, чувствительность ММГ к неточности изготовления упругого подвеса ЧЭ и отсутствие возможности его доводки приводят к значительному «нулевому смещению», компенсация которого является одной из главных проблем рассматриваемого класса приборов [9-10].

Ниже предложено решение перечисленных проблем на основе гибридных ММГ [11] с учетом наработок приборостроительных предприятий. К числу таких приборов относится модуляционный ММГ, отличающийся достаточно высокой точностью, большим арсеналом метрологических возможностей и не требующий при изготовлении высокого уровня технологического обеспечения.

При разработке современных датчиков первичной информации оказывается перспективным подход, основанный на использовании новых методов улучшения их характеристик на основе схемотехнических решений, без вмешательства в механический контур прибора.

Настоящее исследование базируется на результатах работ [12-14] и построенной авторами математической модели гироскопа гибридного типа на основе модуляционного ММГ. Для устранения «нулевого смещения» использован хорошо отработанный в роторных вибрационных гироскопах принцип модуляции первичной информации в механическом контуре и ее съема во вращающейся системе координат.

Указанная модель позволяет, без вмешательства в механический контур прибора, наделить его способностью к измерению трех компонент угловой скорости вращения основания, т.е. создать датчик абсолютной угловой скорости. Условия реализации способности прибора к определению третьей компоненты угловой скорости, совпадающей по направлению с вектором кинетического момента гироскопа, сформулированы на основе симуляции модели в пакетах Maple и Matlab+Simulink [15-17].

II. Постановка задачи

Известно, что в случае углового движения основания модуляционного ММГ относительно оси вращения вала привода возникает резонансная расстройка прибора, что приводит к изменению амплитуды и фазы колебаний ротора гироскопа, а также к появлению колебаний биений. Наличие этих колебаний позволяет с высоким уровнем точности определить третью компоненту угловой скорости вращения основания гироскопа.

На рисунке 1 приведена кинематическая схема модуляционного ММГ, чувствительный элемент которого RR-типа (rotary-rotary) выполнен на основе кремния по планарной технологии. Схема включает в себя: 1 – основание прибора, 2 – электропривод ротора, 3 – ротор-чувствительный элемент, 4 – торсионный

подвес, 5 – датчик момента, 6 – элементы крепежа ротора к валу привода, 7 – датчик угла.

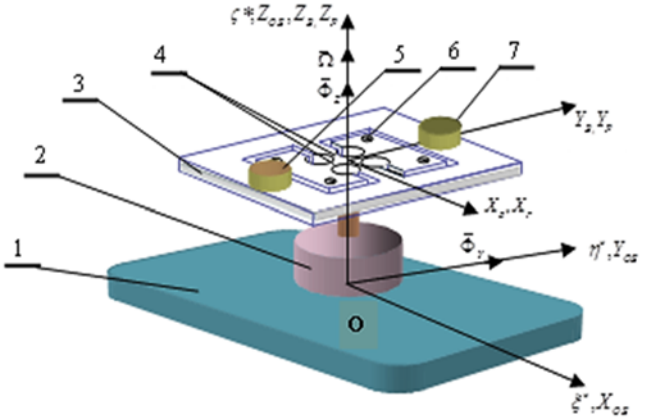


Рис. 1. Кинематическая схема модуляционного ММГ

В приведенной конструкции ЧЭ упругость подвеса ротора по оси OY_p существенно больше упругости подвеса ротора по оси $OX_\text{р}$ что обеспечивает две степени свободы ротору (вращение с валом электропривода и угловые колебания вокруг оси $OX_\text{в}$).

На рисунке 2 показана система координат $OX_\text{об}Y_\text{об}Z_\text{об}$, жестко связанная с объектом, ее начало совпадает с его центром масс.

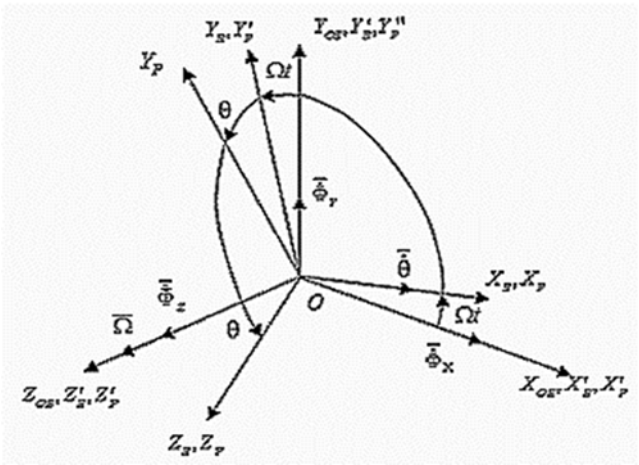


Рис. 2. Системы координат

Проекции угловой скорости $\overline{\dot{\Phi}}$ вращательного движения основания относительно начала координат обозначены $\dot{\Phi}_x, \dot{\Phi}_y, \dot{\Phi}_z$. Система координат $OX_\text{в}Y_\text{в}Z_\text{в}$, связанная с валом привода, вращается с угловой скоростью Ω вокруг оси $OZ_\text{об}$. Система координат $OX_\text{р}Y_\text{р}Z_\text{р}$, связанная с ЧЭ, наряду с вращением вместе с валом, поворачивается вокруг торсионного подвеса на угол θ с угловой скоростью $\dot{\theta}$.

Определим параметры движения гироскопа в указанных системах координат. Проекции угловых скоростей движения основания на оси системы $OX_\text{в}Y_\text{в}Z_\text{в}$ после поворота вала на угол Ωt определяются выражениями

$$\omega'_x = \dot{\Phi}_x \cos\Omega t + \dot{\Phi}_y \sin\Omega t,$$
$$\omega'_y = \dot{\Phi}_y \cos\Omega t + \dot{\Phi}_x \sin\Omega t,$$
$$\omega'_z = \Omega + \dot{\Phi}_z.$$

Проекции угловых скоростей на оси системы $OX_\text{р}Y_\text{р}Z_\text{р}$ после поворота на угол θ можно записать в виде

$$\omega_{px} = \omega'_x \cos\theta - \omega'_z \sin\theta,$$
$$\omega_{py} = \omega'_y + \dot{\theta},$$
$$\omega_{pz} = \omega'_z \cos\theta + \omega'_x \sin\theta.$$

Для вывода дифференциального уравнения движения гироскопической системы воспользуемся методом Лагранжа [18], выбирая в качестве обобщенной координаты угол поворота $\theta(t)$, определяющий положение ЧЭ, а в качестве обобщенных сил момент демпфирования и момент упругости торсиона. После линеаризации уравнений с помощью матрицы Якоби получим математическую модель модуляционного ММГ для случая движения основания прибора с постоянной угловой скоростью

$$\ddot{\theta} + 2a\dot{\theta} + {\omega_0}^2\left(1 + \frac{2\kappa\dot{\Phi}_z}{\omega_0}\right) = $$
$$= (1+\kappa)\Omega\sqrt{\dot{\Phi}_x^2 + \dot{\Phi}_y^2}\sin(\Omega t + \psi),$$

$\dot{\Phi}_x, \dot{\Phi}_y, \dot{\Phi}_z$ – проекции угловой скорости движения основания, a – коэффициент затухания колебаний ЧЭ, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k+(C-A)\Omega^2}{B}}$ – частота собственных колебаний ЧЭ, $k-$ коэффициент упругости торсионного подвеса, A, B, C – соответственно экваториальные и полярный моменты инерции ЧЭ, $\Omega = \sqrt{\frac{k}{A+B-C}}$ – резонансное значение угловой скорости вращения ЧЭ, $\kappa = \frac{C-A}{B} \approx 1$ – коэффициент центробежно-маятниковой жесткости $\psi = \text{arctg}(\dot{\Phi}_x/\dot{\Phi}_y)$.

Начальные условия для модели можно принять в виде

$$\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0.$$

Особенностью приведенной математической модели является наличие в свободном члене уравнения составляющей $2\kappa\dot{\Phi}_z/\omega_0$, обусловленной проекцией угловой скорости вращения основания $\dot{\Phi}_z$ на ось вращения ЧЭ (обычно это слагаемое в уравнении при линеаризации не учитывается, поскольку имеет второй порядок малости). С целью исключения помехи, связанной с влиянием угловой вибрации основания с удвоенной частотой вращения ротора на точность прибора, соотношение его моментов инерции выбирается таким образом, чтобы коэффициент κ был близок к единице [17].

Наличие в уравнении указанного слагаемого равносильно изменению величины ω_0 – частоты собственных колебаний ЧЭ, что приводит к расстройке прибора и, следовательно, изменению амплитуды и фазы колебаний ротора гироскопа. По величине этих изменений можно судить о величине и направлении вызвавшей их угловой скорости $\dot{\Phi}_z$.

Из теории колебаний известно [20], что если на слабо демпфированную колебательную систему действует силовая функция с частотой, незначительно отличающейся от частоты ее свободных (собственных)

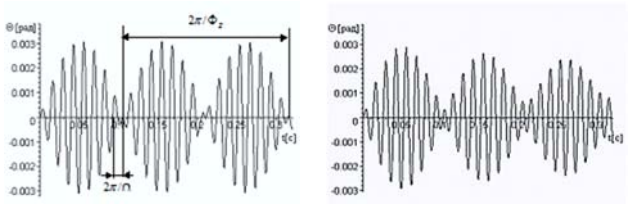
колебаний, то наблюдаемая реакция системы на это воздействие приводит к возникновению колебаний биений. Причем частота колебаний биений оказывается равной величине разноса частот собственных колебаний системы и силовой функции. Следовательно, измеряя величину фазового сдвига собственных колебаний системы относительно резонансного значения или величину частоты биений можно судить о близости частоты силовой функции к частоте свободных колебаний этой системы.

Решение задачи можно представить в следующем виде [20]

$$\theta(t) = K_g((1-e^{-at})\dot{\Phi}_X - 2e^{-at}\dot{\Phi}_Y \sin\dot{\Phi}_z t \sin\Omega t)$$
$$-(1-e^{-at})\dot{\Phi}_Y + 2e^{-at}\dot{\Phi}_X \sin\dot{\Phi}_z t\cos\Omega t\,, \qquad K_g = \frac{1+\kappa}{2a}.$$

Формула описывает движение модуляционного ММГ в случае вращения основания прибора с абсолютной угловой скоростью, оно состоит из незатухающих вынужденных колебаний, вызванных угловыми скоростями $\dot{\Phi}_X, \dot{\Phi}_Y$, и затухающих колебаний биений, созданных третьей компонентой $\dot{\Phi}_z$.

Вид колебаний биений в слабо демпфированном и демпфированном гироскопах представлен на рисунках 3а и 3б.



а б

Рис. 3. Характер колебаний биений слабо демпфированного (а) и демпфированного (б) модуляционного ММГ

С учетом высокодобротных свойств модуляционного ММГ колебания биений имеют значительную продолжительность, что обеспечивает их наблюдаемость. Это обстоятельство позволяет использовать их для измерения третьей компоненты угловой скорости $\dot{\Phi}_z$ слабо демпфированным ММГ.

После демодуляции выходные напряжения демодуляторов для соответствующих измерительных каналов можно представить в следующей форме

$$U_X(t) = \frac{K_g}{2}((1-e^{-at})\dot{\Phi}_X - 2e^{-at}\dot{\Phi}_Y \sin\dot{\Phi}_z t,$$

$$U_Y(t) = \frac{K_g}{2}((1-e^{-at})\dot{\Phi}_Y + 2e^{-at}\dot{\Phi}_X \sin\dot{\Phi}_z t.$$

Полученные выражения и характер колебаний биений, представленный на рисунке 3, показывают, что, зная частоту биений, можно определить величину проекции угловой скорости основания прибора$\dot{\Phi}_z$.

Таким образом, информацию о третьей компоненте угловой скорости $\dot{\Phi}$ можно получить двумя способами: измерением фазы колебаний ротора ММГ, а также измерением частоты колебаний биений. Алгоритмы реализации этих методов представлены ниже.

III. Методы измерения третьей компоненты угловой скорости

A. Определение третьей компоненты по величине изменения фазы колебаний ЧЭ

Реализация первого метода проводилась путем решения уравнения движения гироскопа в среде *Maple*.

Из приведенных на рисунке 4 частотных характеристик ЧЭ видно, что изменение фазы его колебаний в большую или меньшую сторону относительно резонансного значения, равного –90°, определяется величиной расстройки, вызванной угловой скоростью $\dot{\Phi}_z$, а характер изменения фазы – ее направлением.

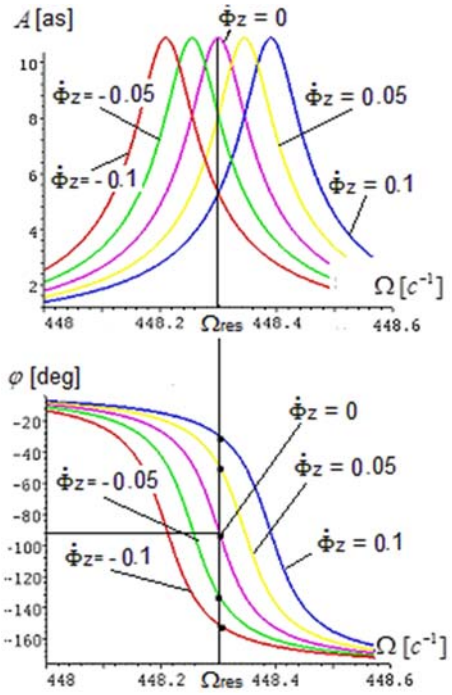


Рис. 4. Частотные характеристики ММГ

Разностное значение фазового сдвига определяется выражением

$$\Delta\Phi = \Phi_{res} - \Phi_c,$$

где $\Phi_{res} = \pi/2$ – резонансное значение фазы, Φ_c – текущее значение фазы, вызванное параметром $\dot{\Phi}_z$.

Выделение сигнала, пропорционального величине фазового сдвига, осуществляется путем фазового детектирования, где в качестве опорного сигнала используется сигнал генераторов опорного напряжения.

Следует заметить, что поскольку модуляционный ММГ является высокодобротной колебательной системой, настроенной в резонанс, его частотная характеристика имеет значительную крутизну, что позволяет создать канал измерения угловой скорости $\dot{\Phi}_z$ с высокой разрешающей способностью.

При реализации рассматриваемого метода необходимо иметь в виду, что в плоскости чувствительности прибора измеряются две компоненты угловой скорости $\dot{\Phi}_X$ и $\dot{\Phi}_Y$, поэтому, в зависимости от их соотношения и знака, в информационный канал измерения фазового сдвига, создаваемого угловой

скоростью $\dot{\Phi}_z$, вносится дополнительный фазовый сдвиг, соответствующий полярному углу ψ. Для исключения этого фазового сдвига необходимо применить дополнительный канал, выделяющий текущее значение полярного угла, как это показано, например, в работе [21], а затем, проводя алгебраическое суммирование выходных сигналов обоих каналов, получить искомую информацию о величине и направлении угловой скорости $\dot{\Phi}_z$.

B. Определение третьей компоненты по информации о частоте колебаний биений

Реализация метода выделения информации о третьей компоненте по информации о частоте колебаний биений проводилась на основе имитационного моделирования в среде Matlab+Simulink. Структурная схема модели, построенная на основе уравнения движения гироскопа, приведена на рисунке 5.

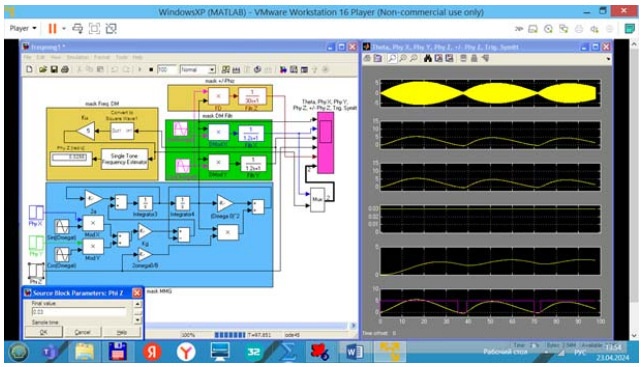


Рис. 5. Структурная схема имитационной модели ММГ

Схема имитационной модели состоит из четырех блоков:

- модуляционный ММГ – блок *mask MMG*,
- демодулятор с фильтрами низких частот – блок *mask DM Filtr*,
- схема выделения знака $\dot{\Phi}_z$ – блок *mask +/-PhiZ*,
- частотный демодулятор с частотомером – блок *mask Freq. DM*.

При моделировании входные воздействия в виде скачка проекций угловых скоростей основания *PhiX* и *PhiY*, задаваемых генераторами *Step*, подавались на входы модуляторов *ModX*, *ModY*, вторые входы которых подключались к генераторам опорных напряжений *Sin(Omegat)* и *Cos(Omegat)*, формирующим синусоидальные сигналы с частотой вращения ротора гироскопа Ω и сдвинутые по фазе на 90^0. Сигнал, пропорциональный проекции угловой скорости $\dot{\Phi}_z$, с выхода генератора *Step PhiZ* подавался отдельно на вход усилителя *2omega0/B*.

Разделение информации о проекциях угловых скоростей основания по соответствующим измерительным осям осуществлялось демодуляторами *DModX, DmodY*, а фильтрация полезного сигнала от продукта демодуляции (напряжения частоты 2Ω – фильтрами *FiltrX*, *FiltrY*. Осциллограф отображал сигналы биений (*Theta*), вызванные расстройкой ММГ входной угловой скоростью $\dot{\Phi}_z$, отфильтрованные сигналы *PhiX*, *PhiY*, сигнал знака *PhiZ*, а также преобразованный в прямоугольную форму выходной сигнал с выхода фильтра *FiltrY*, используемый для измерения величины $\dot{\Phi}_z$частотным демодулятором.

Выделение информации о третьей компоненте $\dot{\Phi}_z$ осуществлялось сигналом с выхода фильтра *FiltrY,* который преобразовывался в начале в импульсную последовательность блоком «*Convert to Square Wave»* (триггер Шмитта), а далее блоком «*Single Tone Frequency Estimator»* (преобразователь временного интервала в частоту) в частоту, соответствующую величине скорости $\dot{\Phi}_z$, отображаемую частотомером «*PhiZ* (*rad/c*)». Информация о знаке угловой скорости $\dot{\Phi}_z$ формировалась каналом знака *mask+/-PhiZ* и определялась полярностью отфильтрованного фильтром *FiltrZ* выходного сигнала фазового детектора *FD.*

Отметим, что для расширения диапазона измеряемой угловой скорости$\dot{\Phi}_z$ необходимо обеспечить достаточный уровень амплитуды колебаний биений, снижающийся при расстройке. Для этого целесообразно расширить полосу пропускания частот прибора. В работе [19] показано, что для расширения полосы пропускания частотной характеристики ЧЭ целесообразно путем выбора соотношения его моментов инерции, обеспечить значение коэффициента центробежно-маятниковой жесткости подвеса $\kappa \approx 1$, тем самым приближая форму ротора к параллелепипеду. На рисунке 6 приведены частотные характеристики гироскопа при различных значениях κ.

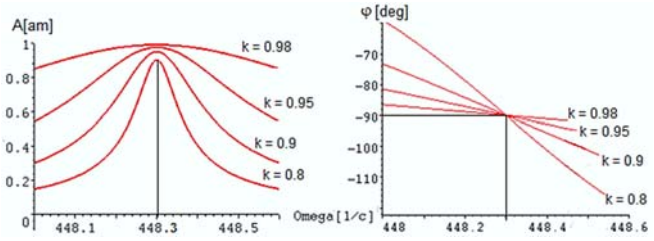


Рис. 6. Частотные характеристики при различных значениях κ

Из рисунка 6 видно, что при увеличении κ расширяется полоса пропускания амплитудно-частотной характеристики прибора и тем самым обеспечивается необходимый уровень амплитуды колебаний биений в условиях расширенного диапазона измеряемой угловой скорости $\dot{\Phi}_z$, однако при этом снижается крутизна фазо-частотной характеристики. Поэтому величину центробежно-маятниковой жесткости ЧЭ необходимо выбирать в соответствии областью применения прибора.

IV. Заключение

Построенная авторами математическая модель, а также предложенные алгоритмы определения третьей компоненты угловой скорости позволяют:

- реализовать на основе модуляционного ММГ датчик абсолютной угловой скорости;
- обеспечить сохранение резонансного режима работы прибора путем введения контура автонастройки с использованием измеренной угловой скорости $\dot{\Phi}_z$;
- используя принцип модуляции первичной информации в механическом контуре и ее съема во вращающейся системе координат, устранить так

называемое «нулевое смещение», свойственное обычным ММГ;

- обеспечить по третьей оси чувствительности диапазон измерений абсолютной угловой скорости, значительно превышающий диапазон измерений по двум другим осям, что позволяет применять прибор во вращающихся объектах;
- обеспечить стабильную пространственную ориентацию подвижного объекта одним трехкомпонентным прибором в условиях его эксплуатации в широком диапазоне температурных полей, достигающих перепада в 100^0 С и более.

Все выше перечисленные возможности могут быть реализованы без вмешательства в механический контур прибора.

Благодарности

Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета (“ПРИОРИТЕТ-2030”).

Литература

[1] Матвеев В.В., Распопов В.Я. Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации на МЭМС датчиках // XXIV санкт-петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2017. № 24. С. 264-266.

[2] Peshekhonov V. G., Nekrasov Y. A., Pfluger P., Kergueris C., Haddara H., Elayed A. The results of an RR-type micromechanical gyroscope // IEEE Aerospace and electronic systems magazine. 2011. № 1. С. 14-21. DOI: 10.1109/MAES.2011.5719651.

[3] Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов: учебник для вузов. 2015. 315 с.

[4] Ковалев А. С., Евстифеев М. И., Елисеев Д. П. Анализ электромеханической модели микромеханического гироскопа RR-типа // Рефераты докладов. Материалы XXVIII конференции памяти выдающегося конструктора гироскопических приборов Н.Н. Острякова. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2012. 13 с.

[5] Елисеев Д. П. Классификация методов повышения стойкости микромеханических гироскопов к инерционным воздействиям // Навигация и управление движением. Материалы XVII конференции молодых ученых. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». Под общей редакцией В.Г. Пешехонова. 2015. С. 569−577.

[6] Лян Ц., Литвиненко Ю.А., Степанов О.А. Метод обработки измерений от двух блоков микромеханических гироскопов при решении задачи ориентации // Гироскопия и навигация. 2018. №2 (101). С. 29-42. DOI 10.17285/0869-7035.2018.26.2.029-042.

[7] Пономарёв Ю.А., Майоров Д.В., Полынков А.В., Чулков В.Е., Коновалов С.Ф., Андреев А.Г. Триада акселерометров с общей магнитной системой на базе кварцевых компенсационных акселерометров // В книге: XLVI Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства. Королёвские чтения 2022. XLVI Академические чтения по космонавтике. Москва, 2022. С. 375-377.

[8] Лысенко И.Е., Науменко Д.В., Синютин С.А., Ежова О.А.. Интегральный микромеханический гироскоп. Патент РФ № 2778622 C1, .2022.

[9] Коновалов С.Ф., Пономарев Ю.А., Майоров Д.В. Магнитная компенсация нулевого сигнала в гибридном двухкоординатном мэмс-гироскопе R-R-R-типа // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Приборостроение. 2013. № 4 (93). С. 122-131.

[10] Коновалов С. Ф., Подчезерцев В. П., Пономарев Ю. А. Моделирование процессов компенсации нулевого сигнала в МЭМС гироскопе, 2012. http://technomag.edu.ru/doc/476265.html.

[11] Коновалов С.Ф., Пономарев Ю.А., Майоров Д.В. Гибридные микроэлектромеханические гироскопы и акселерометры // Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. № 10. С. 1-23.

[12] Bakhtieva L., Bogolyubov V. Modulation of Damping in the Rotor Vibratory Gyroscopes // Russian Aeronautics. 2019. №. 61. P. 599-604. DOI: 10.3103/S1068799818040141.

[13] Bogolyubov V., Bakhtieva L. Astatic Gyrocompass Based on a Hybrid Micromechanical Gyroscope // IEEE East-West Design and Test Symposium (EWDTS). 2021. P. 1-5. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9580982.

[14] Bakhtieva L., Bogolyubov V., Tumakov M. Simulation of a multifunctional micromechanical gyroscope // Program Systems: Theory and Applications. 2022. Vol. 13. № 3 (54), 3. 17-27. DOI: 10.25209/2079-3316-2022-13-3-17-27.

[15] В.Н.Говорухин, В.Г.Цибулин. Компьютер в математическом исследовании (Matlab, Maple, LaTex). – https://studfile.net/preview/878182

[16] Кирсанов М.Н. Математика и программирование в Maple. – Москва, 2020, 164 с.

[17] Моделирование в среде MATLAB-Simulink: метод. указания к лабораторным работам / сост.: А. И. Герасимов, В. В. Регеда, О. Н. Регеда. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2017, 104 с.

[18] Канаков О.И., Мотова М.И. Методы Лагранжа и Гамильтона в исследовании колебательных систем: Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016 – 39 С.

[19] Суханов Б.Н. О повышении точности двумерного одноканального измерителя угловых скоростей. В кн. Прикладная гироскопия. Под ред. В.А. Павлова. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1974. 206 с.

[20] Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

[21] Маслов А.А., Гергица Ю.В. Устройство для вычисления полярного угла. Патент РФ № 980107, .1981.

Использование дифференциальных оптических измерений для взаимной привязки навигационных приборов по угловому положению

С.Ю. Перепелкина
АО «НПО автоматики
имени академика Н.А. Семихатова»
г. Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

А.А. Федотов
АО «НПО автоматики
имени академика Н.А. Семихатова»
г. Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

***Аннотация*—Рассмотрен способ бесконтактной взаимной угловой привязки навигационных приборов в составе распределенной системы управления объекта ракетно-космической техники. Реализация способа предполагает дооснащение каждого навигационного прибора дополнительным оптическим оборудованием – лазерным модулем и оптической камерой. В основе способа лежит идеологически простая и быстрая процедура отслеживания взаимного дрейфа лазерных меток в процессе эксплуатации объекта управления. Приведены экспериментальные результаты по взаимной угловой привязке двух имитаторов навигационных приборов с задействованием маломощных лазерных модулей и электронного эндоскопа.**

Ключевые слова—взаимная угловая привязка, бесплатформенная инерциальная навигационная система, дифференциальные оптические измерения, лазерный модуль крест, малые деформации объекта управления

I. Введение

Задача взаимной угловой привязки различных приборов и устройств имеет множество разнообразных, в том числе запатентованных, технических решений в области геодезии, строительства, машиностроения и, конечно, ракетно-космической техники [1 – 8]. В патентном реестре следует отметить авторское свидетельство [9], которое является наиболее близким к излагаемой в настоящей статье концепции взаимной привязки приборов по угловому положению с использованием современного оптического оборудования.

Обеспечение высокоточной взаимной угловой привязки является весьма востребованной задачей при использовании различных гироскопических приборов и устройств. Особенно актуальна данная задача для систем управления, построенных на базе бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Это обусловлено тем, что для БИНС из-за жесткого крепления в составе объекта ракетно-космической техники отсутствует возможность полноценного решения задачи тарировки. По той же причине начальная привязка БИНС по угловому положению выполняется с существенными издержками. В таких условиях для повышения основных технических характеристик БИНС может привлекаться более точная навигационная система, например, платформенная ИНС [10].

Способ взаимной угловой привязки, основанный на векторном согласовании измерительной информации БИНС и платформенной ИНС, описан в технической литературе [11]. Такой способ может использоваться для уточнения ориентации БИНС относительно вертикальной оси. При этом требуется специальный измерительный участок с разворотом продольной оси объекта управления на 90 угл.град. Данный способ позволяет снизить погрешности БИНС, но имеет ограничения на использование в виде необходимости высокоточной взаимной привязки БИНС и платформенной ИНС в составе объекта управления.

Стабильное взаимное угловое положение приборов может быть обеспечено механическим способом путем их размещения на одном кронштейне или на одной установочной плите. Однако на практике такой подход не всегда оправдан из-за деформаций корпуса (конструкции) объекта управления или его составных частей при изменении условий функционирования. Это, в частности, может быть связано с внешними механическими или климатическими воздействиями. Кроме того, в навигационных приборах, как правило, используются собственные системы амортизации с индивидуальными характеристиками, которые обусловлены особенностями построения чувствительных элементов измерительных блоков и прочими конструктивными решениями [12]. В таких условиях требуется контролировать и алгоритмически учитывать изменения взаимного углового положения навигационных приборов. В первую очередь это востребовано для распределенных систем управления с пространственно разнесенными измерительными блоками.

В работе рассматривается бесконтактный способ решения задачи угловой привязки навигационных приборов с задействованием встречно направленных лазерных модулей типа «крест». Используется идеологически простая и быстрая процедура взаимной угловой привязки навигационных приборов за счет отслеживания взаимного дрейфа лазерных меток в

процессе эксплуатации объекта управления. Приведены некоторые экспериментальные оценки, позволяющие говорить о возможности практического использования дифференциальных оптических измерений и способа в целом. Получены некоторые характеристики по разбросу оценок угловой привязки.

II. Взаимная привязка по угловому положению с использованием лазерных модулей

Технически для получения дифференциальных оптических измерений два навигационных прибора должны быть разнесены между собой относительно некоторой линии (далее – ось угловой привязки). В направлении друг к другу на корпусе каждого навигационного прибора размечается (или устанавливается дополнительно) площадка, номинально ортогональная оси угловой привязки. На рис. 1 представлен типовой вид размеченной площадки, где на мелкую сетку зеленого цвета нанесена более крупная разметка синего цвета.

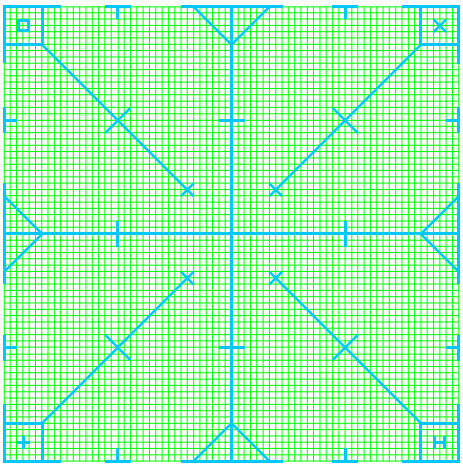


Рис. 1. Внешний вид размеченной площадки

К каждому навигационному прибору жестко крепится лазерный модуль, номинально сонаправленный оси угловой привязки и смотрящий на размеченную площадку смежного прибора. Две оптические камеры, расположенные в стороне от оси угловой привязки, синхронно фиксируют изображения соответствующих размеченных площадок до и после включения лазерных модулей. Используемая при этом разметка должна обеспечивать требуемую точность привязки к ней экранных координат лазерной метки. Взаимные отклонения лазерных меток от оси угловой привязки предназначены для контроля взаимной ориентации навигационных приборов между собой и уточнения их взаимной привязки по угловому положению.

Опишем примерный порядок обеспечения взаимной угловой привязки двух навигационных приборов НП1 и НП2 с использованием лазерных модулей типа «крест». Считаем, что приборы относятся к одному объекту управления и расположены на расстоянии ($d \pm 0{,}3\%$) друг относительно друга. При этом взаимные угловые отклонения посадочных мест не превышают ~1 угл.град. Необходимую последовательность действий функционально разделим на три основных этапа.

На первом этапе осуществляется начальная взаимная привязка НП1 и НП2 (паспортизация начального положения). Данный этап включает в себя юстировку оптических камер, подключение лазерных модулей и начальную привязку лазерных меток. Юстировка каждой оптической камеры проводится по видеоизображению соответствующей размеченной площадки и заключается в стандартной процедуре определения поправочных коэффициентов (включая коэффициенты масштабирования, смещение по осям, изменение перспективы и пр.) [13, 14] для корректного пересчета экранных координат оптической камеры в эталонные координаты размеченной площадки. Начальная привязка лазерных меток характеризует исходное взаимное положение приборов. Каждая лазерная метка изначально фиксируется в экранных координатах с последующим пересчетом в плоскость размеченной площадки. Получаемые при этом исходные положения центров лазерных меток обозначим как $(X1, Y1)$ и $(X2, Y2)$ для второй и первой размеченных площадок соответственно. При этом для расчета центра каждой метки берем пересечение кривых, которые аппроксимируют вертикальную и горизонтальную линии лазерной метки типа «крест». Полученные координаты, а также юстировочные поправочные коэффициенты оптических камер сохраняем в памяти вычислителя.

На втором этапе оценивается изменение во взаимном угловом положении приборов НП1 и НП2 по сравнению с исходным. Новые положения лазерных меток $(X1n, Y1n)$ и $(X2n, Y2n)$ рассчитываются по той же схеме, что и на первом этапе. Отметим, что на данном этапе также может быть частично повторен процесс юстировки оптических камер для уточнения / подтверждения соответствующих поправочных коэффициентов.

Третий этап включает в себя совместную обработку пар $(X1, Y1), (X1n, Y1n)$ и $(X2, Y2), (X2n, Y2n)$. Результатом являются плоские углы α и β, характеризующие изменение взаимного положения НП1 и НП2 в продольной (см. рис. 2) и поперечной плоскостях:

$$\alpha \approx \alpha_1 + \alpha_2 \approx Arctg\left(\frac{\Delta Y1 + \Delta Y2}{d}\right),$$

$$\beta \approx Arctg\left(\frac{\Delta X1 + \Delta X2}{d}\right),$$

где $\Delta Y1 = Y1 - Y1n$, $\Delta Y2 = Y2 - Y2n$ – смещения центров лазерных меток в продольной плоскости относительно исходного (паспортного) значения для НП1 и НП2 соответственно,

$\Delta X1 = X1 - X1n$, $\Delta X2 = X2 - X2n$ – смещения центров лазерных меток в поперечной плоскости относительно исходного (паспортного) значения для НП1 и НП2 соответственно.

Предполагая, что углы α и β являются малыми (до ~3 угл.град), можно вычислить пространственный угол изменения взаимного углового положения НП1 и НП2 как $\gamma \approx \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.

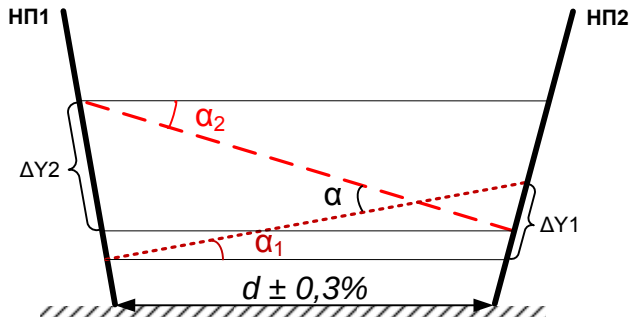


Рис. 2. Изменение взаимного углового положения НП1 и НП2 в продольной плоскости

III. Описание результатов практического эксперимента

Практическое исследование рассмотренного способа взаимной привязки двух навигационных приборов по угловому положению проводилось на экспериментальной рабочей позиции. Позиция оснащена следующим типовым оборудованием: размеченная площадка 100×100 мм (2 шт.), красный лазерный модуль 14,5×48 мм с фокусировкой 650 нм 5 мВт (крест) с блоком питания и кронштейном (2 шт.), электронный эндоскоп Орбита OT-SME12 (8 мм, 1280×720 5м) (2 шт.), ноутбук (1 шт.). Размеченные площадки разнесены друг относительно друга на 2 м. Лазерные модули расположены в непосредственной близости к оси угловой привязки для снижения методических погрешностей. Эндоскопы установлены перед соответствующими размеченными площадками под углом до 30 угл.град, чтобы не затенять лазерную метку.

Для выделения и последующей привязки лазерных меток в обработку были взяты изображения размеченных площадок до и после включения лазерных модулей. При этом использовались два режима встроенной подсветки эндоскопа и режим без подсветки. Отметим, что соблюдение баланса яркости оказалось важным с точки зрения процедуры нахождения центра лазерной метки. Примеры обрабатываемых изображений в различных режимах подсветки показаны на рис. 3.

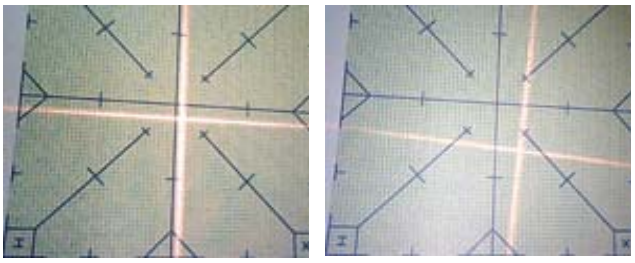


Рис. 3. Примеры изображений лазерных меток в различных режимах подсветки эндоскопа

Для первичного выделения линий лазерных меток рассматривалось несколько направлений по сторонам размеченной площадки. Такие направления номинально ортогональны линиям лазерных меток. Положение перекрестия лазерных меток определялось с использованием аппроксимации линий лазерных меток и последующим пересчетом в координаты размеченной площадки. При первичной обработке снимков выполнялась цветовая фильтрация и нормализация изображений по данным до и после включения лазерного модуля. Соответствующий пример цветовой фильтрации и нормализации показан на рис. 4.

Получаемый разброс линий яркости и перекрестий лазерных меток позволяет оценить характеристики рассчитываемых углов α и β . По продольному и поперечному направлениям получаемый разброс углов не превышает ~2 угл.мин.

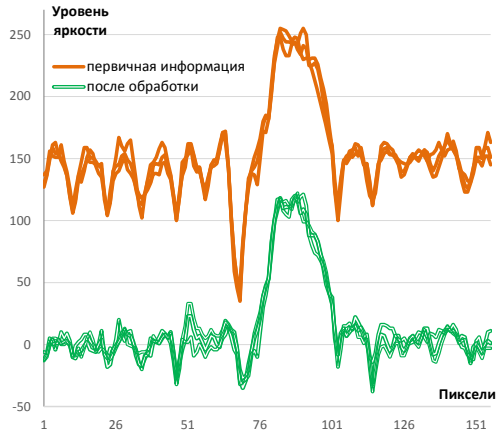


Рис. 4. Выделение линии яркости лазерного модуля до и после первичной обработки

Особо отметим, что использование лазерного модуля типа «крест» позволяет дополнительно получить оценку угла скручивания, характеризующего поворот относительно оси угловой привязки. Несмотря на то, что точность определения угла скручивания ниже (по предварительным оценкам на уровне ~30 угл.мин), он важен для использования в диагностических целях,

IV. Заключение

Рассмотрена экспериментальная реализация известной схемы взаимной угловой привязки двух навигационных приборов с использованием современного оптического оборудования. Данная схема позволяет отследить изменения во взаимной угловой ориентации путем расчета углов в продольном и поперечном направлениях. Получаемая при этом точность может представлять практический интерес. В варианте использования лазерного модуля типа «крест» дополнительно может быть рассчитан угол скручивания относительно оси угловой привязки, хотя и с меньшей точностью. Тем не менее для этих условий можно говорить о трехмерной оценке взаимной угловой ориентации.

Несмотря на необходимость учета стабильности луча лазерного модуля при внешних воздействиях, использование подобной схемы может обеспечить выигрыш по ряду эксплуатационных характеристик. Так, в одну навигационную систему можно объединить несколько разнотипных приборов, что позволит, в частности, естественным образом разделить задачи, решаемые в процессе предполетной подготовки и в полете. При реализации подобной схемы отпадает надобность в высокоточной установке оборудования в составе объекта управления, а также значительно

ослабляются требования по допустимому уровню деформаций объекта управления в процессе эксплуатации.

Таким образом, представленное исследование может рассматриваться как перспективное направление развития распределенных систем управления объектов ракетно-космической техники.

Литература

[1] Сазонникова, Н.А. Лазерные измерительные системы для контроля углового положения элементов конструкции / Н.А. Сазонникова, А.С. Нонин, А.С. Ткаченко, Д.Н. Вобликов // Ползуновский вестник. 2015. № 3. С. 53–57.

[2] Строилов, Н.А. Методики наземной взаимной привязки систем координат звездных датчиков / Н.А. Строилов, А.В. Никитин, А.Н. Куркина, Р.В. Бессонов, Е.В. Белинская, С.В. Воронков // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2017. Т. 14. № 4. С. 52–66.

[3] Raissouni, F.Z., De-La-Llana-Calvo, Á, Lázaro-Galilea, J.L., Gardel-Vicente, A., Cherkaoui, A., and Bravo-Muñoz, I., Vehicular Visible Light Positioning System Based on a PSD Detector, Sensors, 2024, 24, 2320. https://doi.org/10.3390/s24072320

[4] Xu, X., Dai, Z., and Tan, Y., Noncontact measurement method of linear and angular displacement based on dual-beam feedback interferometric system, 2022. https://doi.org/10.48550/arXiv:2204.03488

[5] Zhang, P., Liu, J., Yang, H., and Yu, L., Position Measurement of Laser Center by using 2-D PSD and Fixed-axis Rotating Device, IEEE Access, 2019, vol. 7, pp. 140319–140327, doi: 10.1109/access.2019.2943910

[6] Liang, X., Lin, J., Yang, L., Wu, T., Liu, Y., and Zhu, J., Simultaneous Measurement of Absolute Distance and Angle Based on Dispersive Interferometry, IEEE Photonics Technology Letters, 2020, vol. 32, no. 8, pp. 449–452.

[7] Brunner, D., Meier, R., Weber, J., Measuring Device for Measuring the 3D Movement Between Two Objects, Measuring Device for a Maritime Observation and Defence Platform, and Platform, WO 2012/123405 A3, 2012.

[8] Бохман, Е.Д. Автоматизированная углоизмерительная система для передачи направлений / Е.Д. Бохман, П.А. Иванов, Р.А. Ларичев, М.С. Николаев, П.А. Павлов, Ю.В. Филатов, С.Б. Беркович, Н.И. Котов // Гироскопия и навигация. 2019. № 2(105). С. 95–105.

[9] Авт. свидетельство SU 1472762, МПК G01B 21/22. Устройство для измерения взаимного углового перемещения двух объектов / Алексеев В.Е., Орловский В.П.; приор. 04.11.1987; заявитель и патентообладатель Опытно-конструкторское бюро Новгородского политехнического института ; опубл. 15.04.1989, Бюл. № 14.

[10] Водичева, Л.В. Сравнительный анализ алгоритмов начальной выставки БИНС с помощью платформенной ИНС / Л.В. Водичева, Ю.В. Парышева, Я.С. Савельева // XXX юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2023.

[11] Вдовин, М.В. Метод векторного согласования БИНС с высокоточной ИНС / М.В. Вдовин, В.Д. Гохфельд, В.К. Гурьева // Ракетно-космическая техника: научно-технический сборник – Сер. XI "Системы управления ракетных комплексов". Вып. 1. – Екатеринбург. 2011. С. 71–78.

[12] Подчезерцев, В.П. К обоснованию выбора параметров системы амортизации инерциальной системы ориентации / В.П. Подчезерцев, С.В. Топильская // Вестник московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». 2021. № 3 (136). С. 113–128.

[13] Remondino, F., and Fraser, C., Digital Camera Calibration Methods: Considerations and Comparisons, IAPRS, 2006, no. 36(5), pp. 266–272,

[14] Rongfu Tang, Mathematical Methods for Camera Self-Calibration in Photogrammetry and Computer Vision, Dr.-Ing., University of Stuttgart Munchen, 2013.

Оценка температурной стабильности баланса мощностей в волоконно-оптическом гироскопе с компенсацией избыточного шума интенсивности источника излучения

М. Белоусов
Научно-технический центр
ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания»
г. Пермь
BelousovMA@pnppk.ru

А.Кривошеев
Научно-технический центр
ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания»
г. Пермь
KrivosheevAI@pnppl.ru

В работе рассмотрены результаты испытаний волоконно-оптического гироскопа с компенсацией избыточного шума интенсивности источника излучения. Выполнена оценка работоспособности макета волоконно-оптического гироскопа в расширенном диапазоне температур. Показано снижение эффективности предложенного способа компенсации в расширенном диапазоне температур окружающей среды. Выполнен разбор возможных путей решения задачи по повышению эффективности предложенного способа компенсации избыточного шума интенсивности источника излучения в расширенном диапазоне рабочих температур.

Ключевые слова – волоконно-оптический гироскоп, шумовая составляющая, источник излучения, температурная стабильность

I. Введение

На сегодняшний день волоконно-оптические гироскопы (ВОГ) все чаще находят свое применение в составе высокоточных бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) [1-4]. В связи с этим, к точности ВОГ предъявляется высокий уровень требований.

Существует ряд показателей, характеризующих точность ВОГ, такие как случайное блуждание угла (англ.: Angle random walk – ARW), нестабильность смещения нуля (англ.: Bias instability – BI), масштабный коэффициент (англ.: Scale factor – SF) и другие. В частности, ARW является важным параметром, связанным с шумовой составляющей показаний ВОГ, который необходимо уменьшать для снижения времени готовности и повышения точности определения углов ориентации БИНС.

С этой целью ранее специалистами ПАО «ПНППК» была проведена работа по снижению уровня ARW с помощью компенсации избыточного шума интенсивности источника излучения (англ.: Relative intensity noise – RIN) [5,6]. За основу был использован способ компенсации, описанный в работе [7]. Схема ВОГ с компенсацией RIN была модернизирована для повышения ее эффективности в части снижения ARW [8]. По результатам отработки предложенного способа было отмечено, что эффективность компенсации RIN зависит от баланса оптических мощностей между измерительным каналом и каналом RIN [7,9]. Предлагаемый доклад посвящен исследованию стабильности баланса мощностей в расширенном диапазоне температур (от 0°С до +60°С).

II. Начальные условия эксперимента

На рисунке 1 показана оптическая схема ВОГ с компенсацией RIN для которой проводились исследования температурной стабильности баланса мощностей.

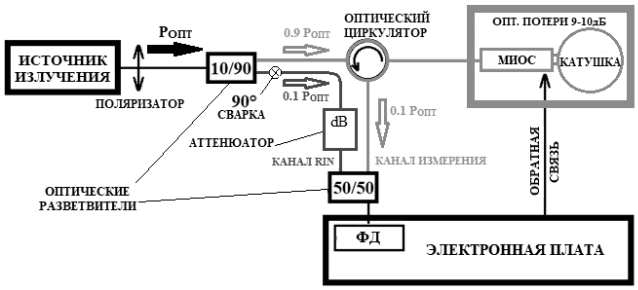


Рис. 1. Схема ВОГ с компенсацией избыточного шума интенсивности источника излучения

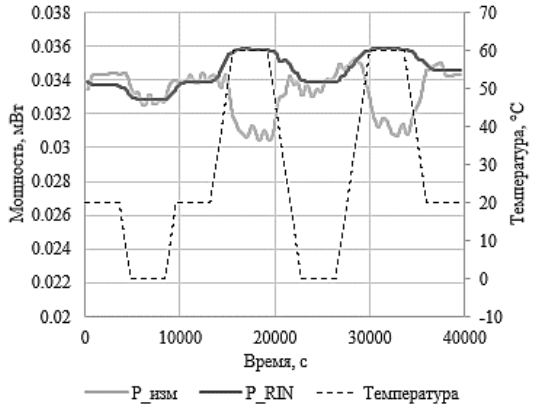
При постановке эксперимента оптические компоненты ВОГ (кроме источника излучения и электронной платы обработки) были помещены в температурную камеру. Выходы обоих каналов были подключены к двухканальному анализатору сигналов ERM-202. Выравнивание баланса мощностей выполнено с помощью аттенюатора в начале эксперимента при нормальных условиях. В ходе эксперимента задавался температурный цикл, показанный на рисунке 2.

III. Результаты эксперимента

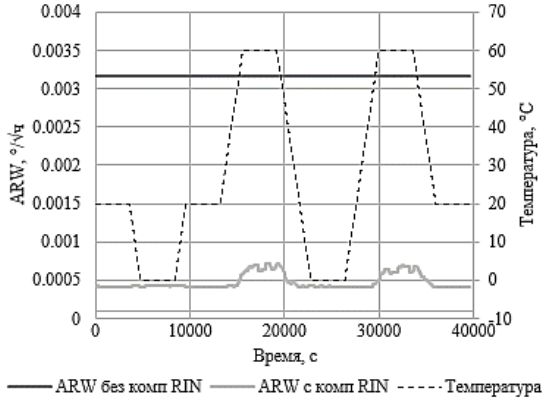
На рисунке 2а показано изменение мощностей каналов при изменении температуры. Наблюдаемое изменение мощностей может быть вызвано изменением коэффициента деления балансного разветвителя 90/10 и изменением уровня оптических потерь в волоконной катушке.

На рисунке 2б показано расчётное изменение уровня ARW показаний ВОГ с учетом изменения мощностей каналов ВОГ и температуры. На повышенной

температуре 60 °C, где наблюдается максимальная разбалансировка мощностей ($P_{ИЗМ}/P_{RIN}$ = 0,85), уровень ARW увеличился в 1.5 раза. Это связано со снижением уровня компенсации RIN. Общий уровень ARW определяется, в соответствии с источником [10], как квадратный корень суммы квадратов, оставшихся составляющих ARW: дробового шума фотоприемника (англ.: Shot noise), теплового шума усилителя фотоприемника (англ.: Thermal noise), шума темнового тока фотоприемника (англ.: Dark current noise) и остаточного уровня RIN.



(а)



(б)

Рис. 2. Графические результаты эксперимента по измерению зависимости (а) выходных мощностей каналов схемы ВОГ с компенсацией RIN и (б) расчетного уровня ARW от температуры

Графически, зависимость остаточных составляющих ARW от температуры показана на рисунке 3.

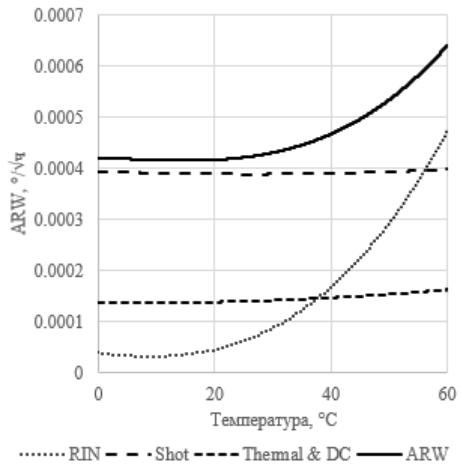


Рис. 3. Зависимость составляющих ARW от ТЕМПЕРАТУРЫ

Как видно из результатов оценки, эффективность схемы компенсации RIN снижается при работе ВОГ в расширенном диапазоне температур из-за нарушения баланса мощностей. Остаточный уровень ARW_{RIN} определяется в соответствии с формулой 1.

$$ARW_{RIN_{ост}} = ARW_{RIN} \cdot \left| \frac{P_{изм}}{P_{RIN}} - 1 \right|, \quad (1)$$

где ARW_{RIN} – уровень составляющей ARW избыточного шума интенсивности источника излучения, $P_{изм}$ – мощность измерительного канала, P_{RIN} – мощность канала RIN.

Для сохранения эффективности компенсации RIN во всем диапазоне температур может быть реализована температурная компенсация баланса мощностей в ВОГ с замкнутой схемой обратной связи.

IV. ОБЕСПЕЧЕНИЕ БАЛАНСА МОЩНОСТЕЙ

Подстройка баланса мощностей осуществляется в два этапа. На первом этапе, по паспортным характеристикам оптических потерь волоконной катушки, подбирается балансный оптический разветвитель (например: 90/10 или 95/5). На втором этапе осуществляется точная подстройка баланса. В качестве примера в этой работе, с помощью оптического аттенюатора. Как было отмечено в источнике [7], существует альтернативный способ точной подстройки баланса мощностей за счет изменения глубины фазовой модуляции (φ_m) в алгоритме работы платы ВОГ. Поправка $\Delta\varphi(T)$ к рабочей глубине фазовой модуляции от температуры определяется по формуле 2.

$$\Delta\varphi(T) = \arccos\left[\frac{2 \cdot P_{RIN}(T)}{P_0(T)} - 1\right] - \arccos\left[\frac{2 \cdot P_{ИЗМ}(T)}{P_0(T)} - 1\right], \quad (2)$$

где P_0 (T) – оптическая мощность измерительного канала без вспомогательной фазовой модуляции.

Схематически, принцип изменения рабочей глубины фазовой модуляции сигнала обратной связи ВОГ для подстройки уровня мощности измерительного канала $P_{ИЗМ}$ к уровню P_{RIN} показан на рисунке 4. В сигнал обратной связи формируемый платой обработки ВОГ, добавляется составляющая $\Delta\varphi(T)$ полученная на основе, ранее описанной температурной зависимости.

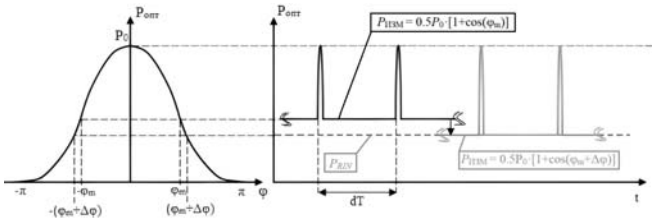


Рис. 4. Схема подстройки баланса мощностей в ВОГ с компенсацией RIN за счет глубины фазовой модуляции

ЛИТЕРАТУРА

[1] S. Sanders, A. Taranta, S. Mosor, M. Alden, L. Hendry, R. DeMaio, N. Giere, and J. Sewell. “Fiber optic gyros in a high-performance, highreliability inertial reference unit for commercial satellites”. Proc. SPIE, 2012, vol.8421, OFS2012 22nd International Conference on Optical Fiber Sensors.

[2] U. Probst, M. Deck, S. Voigt. LFK-150: Development of a high-accuracy Marine Inertial Reference System. Proc. DGON Inertial

Sensors and Systems - Symposium Gyro Technology 2017, Karlsruhe, Germany, 19-20 September 2017.

[3] Y. Paturel, V. Rumoroso, A. Chapelon, and J. Honthaas. “MARINS, the first FOG navigation system for submarines”. Symposium Gyro Technology, 2006.

[4] Yu.N. Korkishko, V.A. Fedorov, V.E. Prilutskiy, V.G. Ponomarev, I.V. Fedorov, S.M. Kostritskii, I.V. Morev, D.V. Obuhovich, S.V. Prilutskiy, A.I.Zuev, V.K.Varnakov. High-precision inertial measurement unit IMU-5000. 5th IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems, Lake Como, Italy, 26-29 March 2018.

[5] М. А. Белоусов, А.И. Кривошеев. Компенсация избыточного шума интенсивности источника излучения в показаниях волоконно-оптического гироскопа. Материалы XXIII конференции молодых ученых «Навигация и управление движением», 2021.

[6] M. Belousov, A. Krivosheev. Compensation of Excess Intensity Noise of a Light Source in a Fiber-Optic Gyroscope. 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS) 2023.

[7] Guattari F., Chouvin S., Moluçon C., Lefèvre. «A Simple Optical Technique to Compensate for Excess RIN in a Fiber-Optic Gyroscpe». IXBlue France - Karlsruhe 2014.

[8] В.С. Ермаков, А.В. Субботин, А.И. Кривошеев, М.А. Белоусов. Оптическая схема ВОГ для снижения шумов источника излучения. Патент на полезную модель RU 203287 U1, 30.03.2021.

[9] Xudong Hu, Wei Hong, Zerun Zang, Zijun Pan, Xiong Yang, Kaixu Liang, Mianzhi Zhang, Xinliang Jia, Hanrui Yang. Theoretical Analysis and a New Optical Scheme for RIN Subtraction. 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2023.

[10] Jin Jing , Wang XueQin, Song NingFang, Zhang ChunXi. Effect of 60Co-gamma radiation on the random walk error of interferometric fiber optic gyroscopes. Science China Technological Sciences 53(11), November 2010.

Метод гирокомпасирования для бесплатформенного инерциального измерительного блока с двумя датчиками угловой скорости

Л.В. Водичева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
г. Екатеринбург, Россия
avt@npoa.ru

Ю.В. Парышева
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
г. Екатеринбург, Россия

В.Л. Якимов
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
г. Екатеринбург, Россия

Д.И. Кабанова
АО НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова
г. Екатеринбург, Россия

Аннотация — Рассматривается метод определения угла элевации и азимутального угла продольной оси неподвижного измерительного прибора (в частности, оптического) с помощью бесплатформенного инерциального измерительного блока (БИИБ), включающего триаду акселерометров и два датчика угловой скорости. Приводится описание алгоритмов, результаты теоретической оценки точности и результаты стендовых испытаний макета такого БИИБ, созданного на базе микромеханического измерительного модуля MPU-9250 и двух волоконно-оптических гироскопов (ВОГ) FOGS170B.

Ключевые слова—бесплатформенный инерциальный измерительный блок, угол элевации, азимут, оценка точности.

I. Введение

Традиционный бесплатформенный гироскопический прибор для определения угла элевации и азимутального угла включает триаду акселерометров и триаду датчиков угловой скорости (ДУС), измеряющих соответственно векторы нормальной реакции опоры на ускорение силы тяжести (далее – ускорение силы тяжести) и скорости вращения Земли. Акселерометры, измеряющие ускорение силы тяжести с достаточной точностью, являются относительно недорогими приборами, тогда как для обеспечения соответствующей точности измерения скорости вращения Земли требуются точные ДУС, стоимость каждого из которых может существенно превышать стоимость остальной части БИИБ. Уменьшение количества ДУС в приборе позволит заметно снизить его стоимость.

Очевидно, что с помощью одного ДУС, даже если его ось чувствительности идеально выставлена в горизонтальную плоскость, в одной ориентации однозначно определить азимутальный угол в общем случае невозможно. Введение второго ДУС в состав БИИБ позволяет решить задачу.

Задача определения азимутального угла по информации двух ДУС, т.е. в условиях неполной измерительной информации, рассматривалась в ряде работ, в частности, в фундаментальной работе [1] применительно к гироскопическим инклинометрам. Однако каждое практическое приложение имеет свою специфику, а каждый разработчик – свои подходы к построению алгоритмов и методам оценки точности, поэтому излагаемые в работе результаты представляются оригинальными.

II. Постановка задачи и модель погрешностей

Инерциальными измерителями, с помощью которых решается задача являются:

– триада MEMS-акселерометров, входящих в состав инерциального измерительного модуля MPU-9250;

– два одноосных волоконно-оптических гироскопа (ВОГ) FOGS170B.

Для описания постановки задачи будем использовать следующие системы координат:

ONHE – географическая система координат (ГСК): *ON* – на север, *OH* – вертикально вверх, *OE* – на восток;

OXYZ – правая ортогональная система координат, связанная с корпусом прибора (КСК): *OX* направлена вдоль продольной оси прибора, *OY* при отсутствии наклона лежит в плоскости, проходящей через ось *OX* и вертикальную ось; *OZ* дополняет систему координат до правой;

$OX_IY_IZ_I$ – правая ортогональная приборная система координат (ПСК) БИИБ, привязанная к осям чувствительности (ОЧ) акселерометров БИИБ.

Переход от ГСК к КСК задается с помощью трех углов последовательных поворотов: 1) вокруг оси *OH* на азимутальный угол *A* по часовой стрелке; 2) вокруг оси *OE* на угол элевации θ против часовой стрелки; 3) вокруг оси *OX*

на угол наклона ψ против часовой стрелки. Матрица перехода от ГСК к КСК имеет вид:

$$M_{KCK \Leftarrow ГСК} = \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta\cos A & \sin\theta & \cos\theta\sin A \\ -\cos A\sin\theta\cos\psi - \sin A\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & -\sin A\sin\theta\cos\psi + \cos A\sin\psi \\ \cos A\sin\theta\sin\psi - \sin A\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin A\sin\theta\sin\psi + \cos A\cos\psi \end{bmatrix}$$

Задаваемые диапазоны углов:

$$1)\ A \in [0;360^\circ);\ 2)\ \theta \in [45^\circ;80^\circ];\ 3)\ \psi \in [-5^\circ;+5^\circ].$$

Рассогласование между осями ПСК и КСК определяется тремя малыми углами последовательных поворотов $\Delta\alpha_x, \Delta\alpha_y, \Delta\alpha_z$.

Оси ПСК номинально совпадают с осями чувствительности акселерометров. Модель погрешностей акселерометров типична и включает смещения нуля, погрешности масштабных коэффициентов и углы неортогональности осей чувствительности.

Оси чувствительности ВОГ номинально ориентированы вдоль осей КСК OY и OZ. Отклонение ОЧ от номинального положения параметризуется углами неортогональности $\Delta\xi_y, \Delta\zeta_y, \Delta\xi_z, \Delta\eta_z$ относительно осей КСК:

$$\vec{l}_y^{KCK} = \left[-\sin\Delta\xi_y, \sqrt{1-\sin^2\Delta\xi_y - \sin^2\Delta\zeta_y}, -\sin\Delta\zeta_y\right] \quad (2)$$

$$\vec{l}_z^{KCK} = \left[-\sin\Delta\xi_z, -\sin\Delta\eta_z, \sqrt{1-\sin^2\Delta\xi_z - \sin^2\Delta\eta_z}\right],$$

где $\vec{l}_y^{KCK}$, $\vec{l}_z^{KCK}$ – единичные векторы, направленные вдоль ОЧ ВОГ в осях КСК.

Модель погрешностей ВОГ включает смещения нуля и погрешности масштабных коэффициентов.

Задача заключается в определении угла элевации и азимутального угла продольной оси прибора и оценке точности полученного решения.

При трехосном измерителе вектора кажущегося ускорения определение угла элевации проблемы не представляет. Показания акселерометров БИИБ имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \hat{g}_x \\ \hat{g}_y \\ \hat{g}_z \end{bmatrix} = M_{KCK \Leftarrow ГСК} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta\cos\psi \\ -\cos\theta\sin\psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

Из выражения (3) однозначно и без методических погрешностей определяются углы элевации и наклона. Выражение для дисперсии погрешности оценки угла элевации, обусловленной погрешностями акселерометров, при нулевом угле наклона, некоррелированности составляющих погрешностей и одинаковых величинах дисперсий погрешностей одного и того же типа имеет вид:

$$D[\delta\theta]_{акс} = \frac{D_{\tau_A}}{g^2} + 2\sin^2\theta\cdot\cos^2\theta\cdot D_{\rho_A} + \sin^4\theta\cdot D_{\beta_A}, \quad (4)$$

где D_{τ_A}, D_{ρ_A}, D_{β_A} – дисперсии соответственно смещений нуля, погрешностей масштабных коэффициентов и углов неортогональности.

Угол рассогласования между осями ПСК и КСК, приведенный к горизонтальной оси, входит в погрешность оценки угла элевации с коэффициентом единица, т.е.

$$D[\delta\theta]_{\Delta\alpha} = D_{\Delta\alpha} \quad (5)$$

При определении азимутального угла рассмотрим два варианта метода: 1) прямой, в котором азимут определяются непосредственно по показаниям датчиков [1] (сначала осуществляется горизонтирование, затем гирокомпасирование), 2) с использованием показаний виртуального ВОГ, что позволяет применить метод TRIAD, имеющий при наличии всех трех проекций скорости вращения Земли минимальные инструментальные погрешности [2].

III. Прямой метод определения азимутального угла

Проекции скорости вращения Земли на оси КСК имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_N\cos A\cos\theta + \Omega_H\sin\theta \\ -\Omega_N\cos A\sin\theta\cos\psi - \Omega_N\sin A\sin\psi + \Omega_H\cos\theta\cos\psi \\ \Omega_N\cos A\sin\theta\sin\psi - \Omega_N\sin A\cos\psi - \Omega_H\cos\theta\sin\psi \end{bmatrix} \quad (6)$$

где $\Omega_N = \Omega\cdot\cos\varphi$, $\Omega_H = \Omega\cdot\sin\varphi$, Ω – величина скорости вращения Земли, φ – широта места.

Из (6) получаем:

$$\cos A = \frac{\Omega_H\cdot\cos\theta + \left(-\Omega_y\cdot\cos\psi + \Omega_z\cdot\sin\psi\right)}{\Omega_N\cdot\sin\theta} \quad (7)$$

$$\sin A = -\frac{\left(\Omega_y\cdot\sin\psi + \Omega_z\cdot\cos\psi\right)}{\Omega_N}$$

С помощью соотношений (7), используя определенные по показаниям акселерометров углы элевации и наклона, можно при $\theta \neq 0$ однозначно определить азимутальный угол. Из (6), (7), можно получить аналитические выражения для погрешностей оценки азимутального угла. С точностью до членов первого порядка погрешность, обусловленная аддитивными погрешностями ВОГ, имеет вид:

$$\delta A^{(1)}_{BOГ} = \left(-\cos A\cdot\sin\psi + \frac{\sin A\cdot\cos\psi}{\sin\theta}\right)\cdot\frac{\delta\Omega_y}{\Omega_N} - \left(\cos A\cdot\cos\psi + \frac{\sin A\cdot\sin\psi}{\sin\theta}\right)\cdot\frac{\delta\Omega_z}{\Omega_N} \quad (8)$$

Погрешность, обусловленная аддитивными погрешностями акселерометров, включая углы привязки их ОЧ к корпусу, имеет вид (при угле наклона, равном нулю):

$$\delta A^{(1)}_{акс} = \left(\tan\varphi \cdot \sin A \cdot \cos\theta + \frac{\sin A \cdot \cos A \cdot \cos^2\theta}{\sin\theta} \right) \cdot \frac{\delta g_x}{g} - \\ - \left(\tan\varphi \cdot \sin A \cdot \sin\theta + \sin A \cdot \cos A \cdot \cos\theta \right) \cdot \frac{\delta g_y}{g} + \\ + \left(\tan\varphi \cdot \cos A + \frac{\cos^2 A \cdot \cos\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{\sin\theta \cdot \cos\theta} \right) \cdot \frac{\delta g_z}{g} \quad (9)$$

Из (2), (6), (8) можно получить выражение для зависимости погрешности оценки азимутального угла от погрешностей углов привязки ОЧ ВОГ к корпусу прибора.

Очевидно, что при значениях угла элевации, близких к нулю, метод не работает. Понятно также, что при $\theta \to \frac{\pi}{2}$ метод также не работает, поскольку в этом случае азимутальный угол становится неопределенным.

IV. Использование виртуального ВОГ

Величину третьей проекции скорости вращения Земли можно однозначно определить по известному модулю вектора и двум измеренным проекциям:

$$\left|\hat{\Omega}_x\right| = \sqrt{\Omega^2 - \hat{\Omega}_y^2 - \hat{\Omega}_z^2} \quad (10)$$

Знак третьей проекции совпадает со знаком соотношения $\Omega_N \cos A \cos\theta + \Omega_H \sin\theta$, в которое входит оцениваемый азимутальный угол. Знак третьей проекции (как и саму проекцию) можно определить из соотношения для скалярного произведения векторов ускорения силы тяжести и скорости вращения Земли:

$$\hat{\Omega}_x = \frac{g \cdot \Omega_H - \hat{g}_y \cdot \hat{\Omega}_y - \hat{g}_z \cdot \hat{\Omega}_z}{\hat{g}_x} \quad (11)$$

При условии, что $\cos A > 0$ или $\theta + \varphi > \frac{\pi}{2}$, знак третьей, виртуальной, проекции будет заведомо положительным.

При наличии всех трех проекций угловой скорости и кажущегося ускорения можно построить матрицу перехода от ГСК к КСК $\hat{M}_{КСК \Leftarrow ГСК}$ по методу TRIAD [2] и использовав ее элементы m_{11}, m_{13} (соотношение 1), однозначно определить азимутальный угол:

$$\hat{A} = \operatorname{arctg} \frac{\hat{g} \cdot \left(\hat{\Omega}_y \cdot \hat{g}_z - \hat{\Omega}_z \cdot \hat{g}_y \right)}{\hat{\Omega}_x \cdot \hat{g}^2 - \hat{g}_x \cdot \left(\hat{\vec{\Omega}}, \hat{\vec{g}} \right)}, \text{ где} \quad (12)$$

$$\hat{g} = \sqrt{\hat{g}_x^2 + \hat{g}_y^2 + \hat{g}_z^2}\ , \ \left(\hat{\vec{\Omega}}, \hat{\vec{g}} \right) = \hat{\Omega}_x \cdot \hat{g}_x + \hat{\Omega}_y \cdot \hat{g}_y + \hat{\Omega}_z \cdot \hat{g}_z \quad (13)$$

Найдем погрешности метода, проварьировав соотношение (12). Погрешность, обусловленная погрешностями ВОГ, имеет более сложный вид, чем для первого метода:

$$\delta A^{(2)}_{БОГ} = \frac{\tan\varphi \cdot \left(\sin A \cdot \cos\psi - \cos A \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi \right) - \cos\theta \cdot \sin\psi}{\cos A \cdot \cos\theta + \tan\varphi \cdot \sin\theta} \cdot \frac{\delta\Omega_y}{\Omega_N} - \\ - \frac{\tan\varphi \cdot \left(\sin A \cdot \sin\psi + \cos A \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi \right) + \cos\theta \cdot \cos\psi}{\cos A \cdot \cos\theta + \tan\varphi \cdot \sin\theta} \cdot \frac{\delta\Omega_z}{\Omega_N} \quad (14)$$

Погрешность, обусловленная погрешностями акселерометров, имеет более простой вид и совпадает с погрешностями физического гирокомпасирования [2]; при $\psi = 0$:

$$\delta A^{(2)}_{акс} = \tan\varphi \cdot \sin A \cdot \cos\theta \cdot \frac{\delta g_x}{g} - \tan\varphi \cdot \sin A \cdot \sin\theta \cdot \frac{\delta g_y}{g} + \\ + \left(\tan\varphi \cdot \cos A - \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \right) \cdot \frac{\delta g_z}{g} \quad (15)$$

Выражение для зависимости погрешности определения азимута от погрешностей углов привязки ОЧ ВОГ к корпусу можно получить из соотношений (2), (6), (14).

Этот метод также не работает при $\theta \to \frac{\pi}{2}$. Вторая особая точка (поверхность) для этого метода определяется соотношением $\cos A \cdot \cos\theta + \tan\varphi \cdot \sin\theta = 0$, при котором ось *OX* параллельна экваториальной плоскости.

V. Оценка точности

Верификация алгоритмов и теоретическая оценка точности определения азимутального угла осуществлялись методом математического моделирования двумя способами: методом весовых функций и методом статистического моделирования.

В методе весовых функций предполагается, что погрешности измерения, задаваемые как случайные величины, некоррелированы, поэтому влияние каждого фактора на точность оценивается отдельно, а дисперсия суммарной погрешности рассчитывается как сумма дисперсий составляющих. Этот метод позволяет верифицировать результаты расчетов с помощью аналитических соотношений. Погрешности, рассчитанные моделирующей программой, совпали с результатами расчетов по формулам с точностью до трех значащих цифр.

Поскольку при эксплуатации прибора будет осуществляться калибровка акселерометров в запуске эллиптическим методом [3], погрешности акселерометров задавались на уровне (3σ): по смещениям нуля $5 \cdot 10^{-3}$ м/с^2, по погрешностям масштабных коэффициентов $5 \cdot 10^{-2}$%, по углам неортогональности 1′. Смещения нуля ВОГ задавались в соответствии со спецификацией на прибор на уровне 0.06°/ч; углы привязки ОЧ акселерометров к корпусу 0.5°, ОЧ ВОГ к корпусу 1°. Погрешности оценки азимутального угла для обоих методов с помощью весовых функций в зависимости от азимута приведены на рисунке 1, в зависимости от угла элевации – на рисунке 2.

Как видно из рисунка 1, при $A \in [-90°; +90°]$ погрешности второго метода несколько меньше, чем первого; при $A \in [90°; 270°]$ преимущество в точности имеет первый метод. Рисунок 2 показывает, что при $\theta \to 0$ первый метод перестает работать, тогда как погрешности второго метода не возрастают.

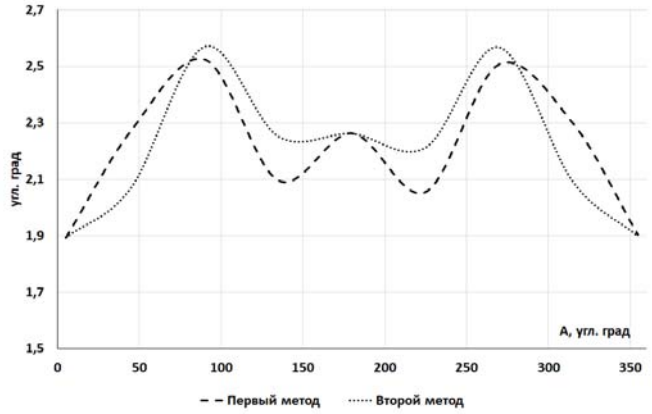


Рис. 1. Погрешности оценки азимутального угла в зависимости от азимута при φ = 56.8°, θ = 45°, ψ = 0°

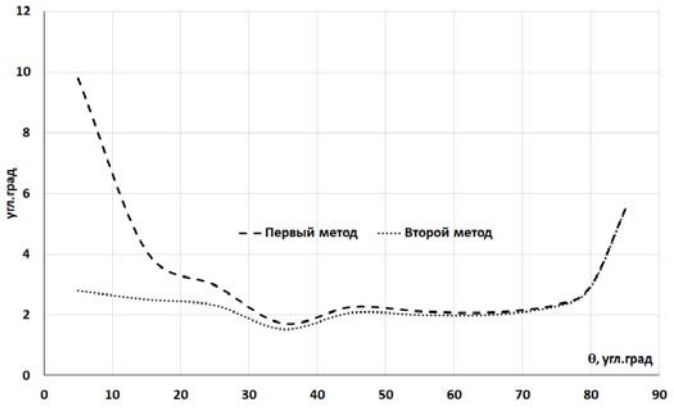


Рис. 2. Погрешности оценки азимутального в зависимости от угла элевации при φ = 56.8°, A = 45°, ψ = 0°

Для оценки точности использовался также метод статистического моделирования. Широта и углы ориентации задавались как равномерно распределенные случайные величины, инструментальные погрешности – как нормально распределенные случайные величины с нулевыми мат ожиданиями. Было проведено несколько серий прогонов по 15 000 прогонов в каждой. Оценивались числовые характеристики (3σ) погрешностей оценки азимутального угла, обусловленные смещениями нуля ВОГ, которые задавались (3σ) на уровне 0.06°/ч. Соответствующие серии прогонов задавались 1) для заданных диапазонов углов ориентации; 2) для всех углов элевации (кроме близких к нулю); 3) для особых точек первого метода (углов элевации, близких к нулю); 4) для особых точек второго метода ($\Omega_x = \Omega_N \cdot \cos A \cdot \cos\theta + \Omega_H \cdot \sin\theta = 0$). Результаты оценки приведены в таблице I.

Как видно из таблицы, при заданных диапазонах угла элевации методы близки по точности. При расширении диапазона угла элевации преимущество имеет второй метод. Интересно, что в особых точках второго метода оба метода имеют одинаковую точность.

ТАБЛИЦА I

Погрешности оценки азимутального угла при статистическом моделировании (3σ), °			
№ серии прогонов	**Условия прогонов**	**Первый метод**	**Второй метод**
1	$\varphi: [10°, 80°]$; $A: [3°, 355°]$; $\theta: [45°, 80°]$; $\psi: [-5°, +5°]$	0.52	0.53
2	$\varphi: [0°, 80°]$; $A: [0°, 90°]$; $\theta: [0°, 87°]$; $\psi = 0°$	9.31	0.96
3	$\varphi: [0°, 70°]$; $A: [0°, 90°]$; $\theta: [0°, 3°]$; $\psi = 0°$	47.5	2.17
4	$\Omega_N \cdot \cos A \cdot \cos\theta + \Omega_H \cdot \sin\theta = 0$, $\varphi: [0°, 70°]$, $\psi = 0°$	0.365	0.358

Экспериментальная оценка точности проводилась на стендах АО "НПО Электромеханики" (г. Миасс). Базовое азимутальное направление было привязано к осям прибора с точностью единиц угловых минут. Предварительно прибор был откалиброван, чему предполагается в дальнейшем посвятить отдельную работу. Результаты оценки точности приведены в Таблице II. Как видно из таблицы, по результатам испытаний второй метод является более точным.

ТАБЛИЦА II

Погрешности оценки азимутального угла при испытаниях, °				
Эталонный азимут	**До калибровки**		**После калибровки**	
	1 метод	**2 метод**	**1 метод**	**2 метод**
140°	–6.7	–5.3	–1.17	–0.48
230°	–2.6	–1.9	1.86	0.84
320°	3.1	2.2	1.58	0.20

VI. Заключение

Результаты проведенных исследований показали возможность гирокомпасирования с помощью БИИБ, включающего триаду акселерометров и два ДУС. Рассмотренные в докладе методы близки по точности, но имеют свои особые точки, что необходимо учитывать при выборе метода. В принципе, методы могут быть использованы параллельно для контроля работы прибора и повышения точности определения азимута.

Литература

[1] Падерина, Т.В. Разработка бесплатформенного инклинометра с датчиком угловой скорости для скважин произвольной ориентации: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: Санкт-Петербург, 2005, 153 с.

[2] Водичева, Л.В. Начальная выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы на неподвижном основании: методы и их погрешности / Л.В. Водичева, Л.В., Е.Л. Алиевская, Ю.В. Парышева // XX Санкт Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С. 71–74.

[3] DT0059 Design tip. ST life augmented. Ellipsoid or sphere fitting for sensor calibration. October 2018. www.st.com

Принципы разработки программно-математического обеспечения для контроля параметров блоков чувствительных элементов БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей

Д.М. Калихман
СГТУ имени Гагарина Ю.А.
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
lidkalihman@yandex.ru

А.А. Акмаев
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
aleks.akmaev@yandex.ru

В.А. Туркин
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
tyrkinba@mail.ru

В.В. Скоробогатов
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
vvskorobogatov@yandex.ru

***Аннотация* — В докладе рассмотрены принципы разработки программно-математического обеспечения при контроле блоков чувствительных элементов с неортогональной ориентацией измерительных осей при применении методики с использованием комплексного параметра в условиях производства на предприятии-изготовителе и на входном контроле на предприятии-потребителе перед установкой в систему управления космического корабля. Как сама методика, так и разработанное программно-математическое обеспечение подтверждены многолетними результатами летных испытаний космических кораблей «Союз» и «Прогресс».**

Ключевые слова — методика, комплексный параметр, блок измерителей угловой скорости, блок измерителей линейного ускорения, гироскоп, акселерометр, летные испытания, программно-математическое обеспечение.

I. Введение

Блоки чувствительных элементов (БЧЭ) для бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС), содержащие в качестве инерциальных чувствительных элементов (ИЧЭ) измерители угловых скоростей (ИУС) и измерители кажущихся ускорений (ИКУ), оси чувствительности (ОЧ) которых ориентированы неортогонально, т.е. расположены под определенными углами к осям системы координат, связанной с подвижным объектом, получили широкое распространение в системах управления (СУ) ракетно-космической техники, что нашло отражение в фундаментальных научных работах, посвящённых данной тематике [3–10, 12].

На ПО «Корпус» была предложена методика контроля БЧЭ для БИНС с применением комплексного параметра, о чем докладывалось представителями предприятия на Международной конференции по интегрированным навигационным системам и нашло отражение в работах [13–16], в которых отмечалось, что разработанная методика успешно применяется с 2002 года по настоящее время и опробована более чем на 86 космических кораблях (КК) «Союз» и «Прогресс». Вместе с тем, как отмечалось в тех же работах, невозможно применять разработанную методику без соответствующего программно-математического обеспечения (ПМО) [1, 2, 11, 15, 16]. Но за указанный выше срок ПМО несколько раз переписывалось и менялось, вследствие прогресса в компьютерной технике и развития контрольно-измерительной аппаратуры (КИА). Как отмечалось в работах [13–16], разработанная методика может использоваться не только для приборов – ИУС и ИКУ, применяемых в БИНС на КК типа «Союз» и «Прогресс», но и в любых иных СУ, где возникнет необходимость применения БЧЭ с неортогональной ориентацией измерительных осей. И, если производство БЧЭ для КК «Союз» и «Прогресс» относится к типу мелкосерийного, то в случае применения БЧЭ с неортогональной ориентацией ОЧ в иных системах, где нужно серийное производство, потребуется резкое увеличение рабочих мест в цехах на заводах-изготовителях для контроля достаточно большого количества произведенных приборов.

Предлагаемый доклад посвящен формированию новых подходов при разработке ПМО для контроля БЧЭ с неортогональной ориентацией измерительных осей с применением архитектуры «Клиент–Сревер» с использованием микросервисов.

II. Основная часть

До внедрения микросервисов, ПМО создавалось преимущественно на базе монолитной архитектуры, где каждое приложение представляло собой самостоятельную единицу. Такой подход был применим до тех пор, пока приложения не становились слишком сложными. Чтобы изменить небольшой участок кода в монолитной системе, приходилось заново собирать всю систему, тестировать ее и развертывать новую версию приложения.

С появлением микросервисов, ПМО разбивается на небольшие элементы, которые можно разрабатывать и развертывать независимо друг от друга. Микросервисная архитектура – это подход к созданию ПМО в виде набора независимо развертываемых сервисов, которые являются децентрализованными и разрабатываются независимо друг от друга. Эти сервисы слабо связаны, независимо развертываются и легко обслуживаются.

Структурная схема клиентской части ПМО изображена на рис. 1.

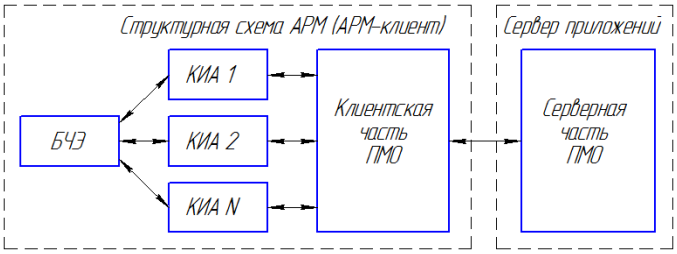


Рис. 1. Структурная схема клиентской части ПМО

Клиент – минимальный набор ПМО (средства для работы с конкретной КИА, средства визуализации проводимых проверок и средства отправки и приема данных с сервера). Сервер – службы приема запросов и отправки ответов, а также хранилище математической логики, построенной по принципу микросервисов (один рассчитываемый параметр – один микросервис) и хранилище данных проведенных испытаний. Структурная схема серверной части ПМО изображена на рис. 2.

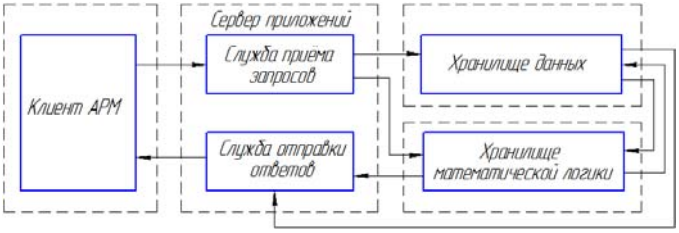


Рис. 2. Структурная схема серверной части ПМО

Большим преимуществом применения такой архитектуры (рис. 2) является простота сопровождения и независимость отдельных блоков ПМО. Количество клиентов ограничено только пропускной способность сети и мощностью серверного оборудования. Клиенты могут быть совершенно разными: клиенты АРМ, клиент управления и мониторинга (рис. 3), клиент запроса статистики (рис. 4) по данным всех приборов одного типа (например, за год) и т.п.

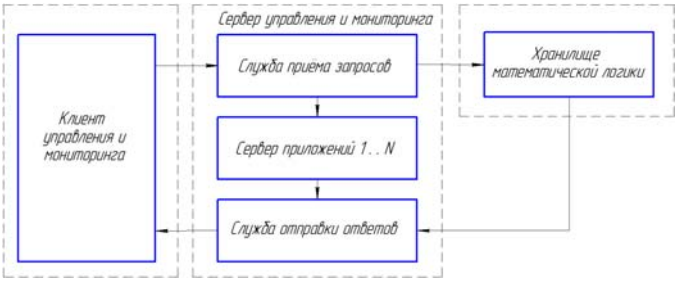


Рис. 3. Структурная схема «Клиент управления – сервер».

Клиент управления и мониторинга предназначен для администрирования сервера (одного или нескольких), а именно – останавливать, запускать, перезапускать, выключать для проведения плановых профилактических работ, а также получать статистику о работе каждого сервера приложений и количестве подключенных клиентов.

Как видно из схемы, клиент управления получает доступ к хранилищу математической логики. Доступ к математической логике позволяет добавлять и изменять математику на «ходу», т.е. не прерывая работу сервера приложений.

Иногда возникают ситуации, когда нужно собрать статистику по конкретному вычисляемому параметру у всех изделий производства за определенный период времени. Для таких целей будет свой клиент, схема взаимодействия с сервером которого изображена на рис. 4.

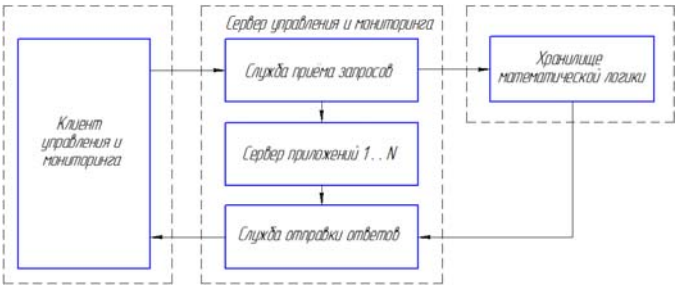


Рис. 4. Структурная схема «Клиент сбора статистики – сервер»

Как видно из выше изложенного, количество и характер выполняемых задач клиентов могут быть самыми разными. Алгоритмический язык, на котором будет реализован клиент, может свободно выбираться, исходя из требований к архитектуре АРМ (операционная система, разрядность и т.п.), самое главное, чтобы формирование запросов и декодирование ответов происходило по заранее оговоренному байт-протоколу.

Для кодирования и декодирования передаваемых запросов и ответов целесообразно использовать «пакетную» передачу данных. Схема пакета передаваемых данных изображена на рис. 5.

Маркер начала и конца пакета служат для синхронизации приёма, иными словами, принимающая сторона, получив маркер начала, инициирует приём данных до тех пор, пока не придёт маркер конца пакета.

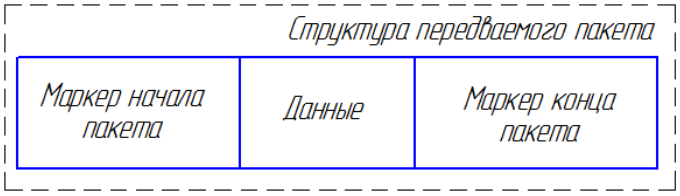


Рис. 5. Схема пакета передаваемых данных

Применение такой архитектуры на производстве обеспечит: **масштабируемость** (простота введения в эксплуатацию новых АРМ), **гибкость** (возможность в кратчайшие сроки: произвести замену или усовершенствование КИА, менять порядок и вводить новые проверки изготавливаемого прибора), **эффективность управления** (за счет использования микросервисов – простота сопровождения ПМО, кроссплатформенность и защиту от возможной потери информации).

III. Заключение

Предлагаемый подход особенно эффективен при контроле АРМ для БЧЭ для БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей, учитывая сложность алгоритмов их контроля при наземных испытаниях, но, в принципе, он может быть применен на производстве в комплексе с другими гироскопическими приборами, проверка которых также необходима в рамках наземных испытаний. В перспективе при развитии данного подхода планируется применение алгоритмов и программ «искусственного интеллекта».

Литература

[1] Туркин, В.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2018663845 Российская Федерация. Программа для проверки параметров блока измерителей линейных ускорений / В.А. Туркин, А.А. Акмаев, С.Ф. Нахов; заявитель и правообладатель ФГУП «НПЦАП». – № 2018661045; заявл. 12.10.2018; опубл. 06.11.2018. – 1 с.

[2] Туркин, В.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2017662856 Российская Федерация. Программа для проверки параметров блока измерителей угловых скоростей / В.А. Туркин, С.Ф. Нахов, А.А. Акмаев; заявитель и правообладатель ФГУП «НПЦАП». – № 2017619489; заявл. 12.09.2017; опубл. 17.11.2017. – 1 с.

[3] Бранец, В.Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. М.: Наука, 1992.

[4] Бранец, В.Н. Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации / В.Н. Бранец, Н.Н. Севастьянов, Р.В. Федулов. Томск: Изд-во Томского университета, 2013. 309 с.

[5] Водичева, Л.В. Инерциальные измерительные блоки перспективных изделий ракетно-космической техники: обеспечение отказоустойчивости / Л.В. Водичева, Л.Н. Бельский [и др.] // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. Т. 17. № 1. 2018. С. 28–44.

[6] Водичева, Л.В. Повышение надёжности и точности бесплатформенного инерциального измерительного блока при избыточном количестве измерений // Гироскопия и навигация. №1. 1997. С. 55–67.

[7] Епифанов, А.Д. Избыточные системы управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение. 1978. 144 с.

[8] Измайлов, Е.А. Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП». № 1. 2010. С. 27–35.

[9] Нахов, С.Ф. Опыт проектирования и изготовления блоков измерителей линейного ускорения на кварцевых маятниковых акселерометрах с аналоговой и цифровой системами управления. Монография / С.Ф. Нахов, Д.М. Калихман [и др.]. Саратов: Изд-во СГТУ им. Гагарина Ю.А. 2021. 240 с.

[10] Калихман, Д.М. Результаты лётных испытаний шестиосного блока измерителей кажущегося ускорения на основе прецизионного кварцевого маятникового акселерометра с цифровой обратной связью в составе космического корабля «Союз МС-14» / Д.М. Калихман, Р.М. Самитов [и др.] // Материалы XXVII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2020. С. 184–187.

[11] Калихман, Д.М. Принципы разработки цифровых помехоустойчивых регуляторов каналов измерения угловой скорости и кажущегося ускорения в современных БИНС и программно-математического обеспечения для их контроля/ Д.М. Калихман, В.А. Туркин [и др.] // Материалы XX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2013. С. 285–291.

[12] Негри, С. Новое поколение инерциальных навигационных систем на основе ВТГ для аппаратов, обеспечивающих запуск спутников / С. Негри, К. Линьон [и др.] // Гироскопия и навигация. № 1. 2016. С. 49–59.

[13] Туркин, В.А. Результаты разработки методики контроля блоков чувствительных элементов для БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 2. Тула: Изд-во ТулГУ, 2023. С. 257–264.

[14] Туркин, В.А. Применение математического моделирования при разработке методики проектирования блоков чувствительных элементов для БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей. // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 4. Тула: Изд-во ТулГУ, 2023. С. 326–334.

[15] Калихман, Д.М. Универсальная методика контроля блоков чувствительных элементов с неортогональной ориентацией измерительных осей. / В.А. Туркин // Гироскопия и навигация, № 4. 2023. С. 44–63.

[16] Калихман, Д.М. Универсальная методика контроля параметров блоков чувствительных элементов БИНС с неортогональной ориентацией измерительных осей. / В.А. Туркин [и др.] // Материалы XXX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2023. С. 244–248.

Исследование влияния нежесткости конструкции прецизионного стенда с инерциальными чувствительными элементами для контроля измерителей угловой скорости на его точностные характеристики

Д. М. Калихман
СГТУ имени Гагарина Ю.А.,
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
lidkalihman@yandex.ru

Н. В. Тараканов
СГТУ имени Гагарина Ю.А.,
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
Nikolaytarakanov87@gmail.com

Е. А. Депутатова
СГТУ имени Гагарина Ю.А.,
Филиал АО «НПЦАП» – «ПО «Корпус»
Саратов, Россия
deputatova@bk.ru

С. В. Пчелинцева
Российский государственный аграрный университет –
МСХА имени К.А. Тимирязева
Москва, Россия
pchelintseva@inbox.ru

Аннотация — В докладе исследуется влияние нежёсткости конструкции и крепления испытуемых приборов к платформе прецизионного поворотного стенда с инерциальными чувствительными элементами для контроля гироскопических приборов на его точностные характеристики. Приводятся результаты математического моделирования работы стенда при действии возмущающих моментов при введении амортизирующей прокладки для крепления испытуемых приборов к платформе стенда.

Ключевые слова — прецизионный поворотный стенд, нежесткость конструкции, погрешность, точностные характеристики, амортизирующий узел.

I. Введение

Технологии БИНС (бесплатформенных инерциальных навигационных систем) находят все более широкое распространение во всех областях развития навигационной техники, начиная от авиационных, космических и морских систем и заканчивая пешеходной навигацией [1, 2]. В свою очередь развиваются и инерциальные чувствительные элементы – первичные измерители БИНС, причём все более серьезное распространение получают измерители угловой скорости на новых физических принципах, но и электромеханические измерители угловой скорости также находят широкое применение в БИНС различного назначения [3–7]. В любом случае для испытания приборов различного типа необходимы прецизионные стенды для точного контроля погрешности масштабного коэффициента измерителей угловой скорости. На международных конференциях и в ряде публикаций авторов рассматривались принципы построения прецизионных стендов с инерциальными чувствительными элементами [8–14].

В работах [12, 13] была предложена концепция построения прецизионных стендов с инерциальными чувствительными элементами для контроля гироскопических приборов, причем было показано, что на основе предложенной концепции можно сформировать как государственный первичный эталон задания и хранения угловой скорости, так и создавать иерархически подчиненные ему эталоны. В качестве инерциальных чувствительных элементов могут применяться измерители угловой скорости и линейного ускорения различного класса и принципа действия, высокоточные оптические угловые энкодеры, а также вспомогательные датчики, типа датчиков Холла. Прецизионные стенды могут иметь как аналоговую, так и цифровую систему управления, как главной обратной связью, так и обратными связями ИЧЭ [11, 15]. Однако, чем более прецизионным является стенд, чем более высокоточными – его ИЧЭ, тем более значительным фактором является влияние разнообразных погрешностей в конструкции стенда, которые могут оказывать влияние на его точностные характеристики. Дело в том, что все ИЧЭ (в рамках рассматриваемой конструкции стенда) включены в систему главной обратной связи системы автоматического управления стендом, а, так как они являются прецизионными датчиками, то они будут измерять любые искаженные сигналы, обусловленные погрешностями конструкции стенда. Искажённые сигналы будут поступать в систему обратной связи стенда и, соответ-

ственно, влиять на его точностные характеристики негативным образом. К одной из таких погрешностей конструкции относится нежесткость крепления главной оси вращения платформы к корпусу стенда и крепления испытуемых приборов к его платформе. Кроме того, при задании гармонических колебаний платформы стенда вокруг оси вращения, могут возникать вибрационные погрешности, также влияющие на оценку точностных характеристик поверяемого прибора [5–7, 16–21]. В настоящем докладе исследуется влияние нежесткости конструкции на точностные характеристики прецизионного поворотного стенда, предназначенного для контроля гироскопических приборов.

II. Основные элементы в структуре стенда, влияющие на его точностные характеристики

На рис. 1 приведена функционально-кинематическая схема исследуемого стенда, где введены обозначения: ω_α – угловая скорость; ИП – испытуемый прибор; УМ – усилитель мощности; УЭ – угловой энкодер; ВОГ – волоконно-оптический гироскоп; ЛГ – лазерный гироскоп; ИЛУ – измерители линейного ускорения; τ – тангенциальное ускорение; $ц$ – центростремительное ускорение; n – количество ИЛУ; ЦСУ – цифровая система управления; БПИ – блок преобразования информации.

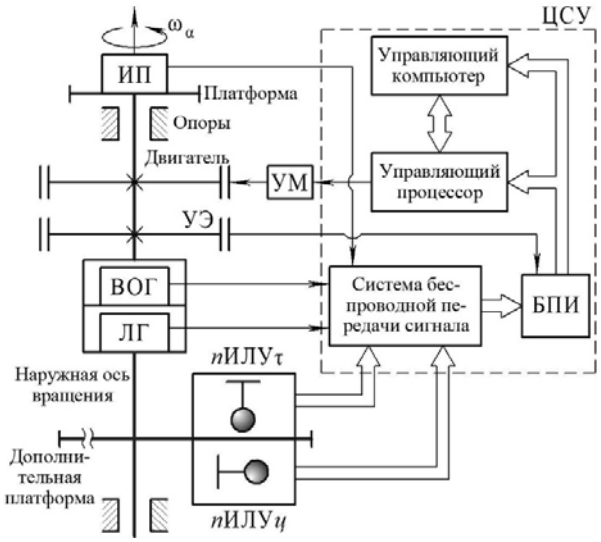


Рис. 1. Функционально-кинематическая схема прецизионного поворотного стенда

Рассматриваемый стенд содержит платформу для установки испытуемых приборов. Его система управления двигателем является цифровой и построена по разностному принципу с применением различных инерциальных чувствительных элементов. В качестве датчика угла стенда используется оптический угловой энкодер. Выходные сигналы всех измерителей стенда передаются в систему управления и систему измерения бесконтактным способом передачи информации [13].

На рис. 2 приведены основные элементы в структуре стенда, влияющие на его точностные характеристики, а именно:

I – инерциальные чувствительные элементы (ИЧЭ) – измерители угловой скорости (ИУС) и измерители линейного ускорения (ИЛУ);

II – наружная ось вращения, подвешенная на опорах в корпусе стенда и жестко соединенная с платформой для крепления испытуемых приборов;

III – испытуемый прибор (ИП) – датчик угловой скорости (ДУС) любого типа и принципа действия;

IV – система крепления корпуса ИП к платформе.

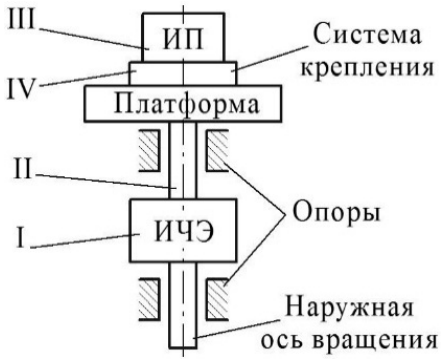


Рис. 2. Основные элементы в структуре стенда, влияющие на его точностные характеристики

В качестве инерциальных чувствительных элементов при учете исключения их взаимовлияния рассмотрены 2 безроторных гироскопа – лазерный и волоконно-оптический с наилучшими характеристиками по стабильности масштабного коэффициента и нулевого сигнала [2], соответственно, а также прецизионные измерители тангенциального и центростремительного ускорений, в качестве которых используются кварцевые маятниковые акселерометры [22–24].

Для определения нестабильности угловой скорости вращения стенда запишем функции плотности распределения вероятности соответствующих погрешностей указанных приборов, в частности, для $\Delta U_{вог}$, $\Delta U_{лг}$ – для нестабильностей нулевых сигналов ВОГ, ЛГ и для M_φ – для изменения момента тяжения, действующего вокруг оси чувствительности кварцевой пластины акселерометра, приводящее к изменению во времени его нулевого сигнала. Для ВОГ и ЛГ в качестве ИЧЭ с величинами нестабильности нулевых сигналов 0,005 °/ч = $2{,}4\cdot10^{-8}$ *рад*/*с* и 0,01 °/ч = $5\cdot10^{-8}$ *рад*/*с*, соответственно, среднеквадратическое отклонение (СКО) составит $1{,}2\cdot10^{-8}$ *рад*/*с* и $2{,}5\cdot10^{-8}$ *рад*/*с*, тогда законы распределения запишутся как

$$\phi(\Delta U_{вог}) = \frac{1}{1{,}2\cdot10^{-8}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(\Delta U вог)^2}{2\cdot(1{,}2\cdot10^{-8})^2}}, \quad (1)$$

$$\phi(\Delta U_{лг}) = \frac{1}{2{,}5\cdot10^{-8}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(\Delta U лг)^2}{2\cdot(2{,}5\cdot10^{-8})^2}}. \quad (2)$$

Математическую модель помехи M_φ можно представить случайной функцией с математическим ожиданием равным нулю и СКО, соответствующим случайной составляющей

дрейфа в запуске, которая для рассматриваемого акселерометра [24] равна $0{,}5\cdot10^{-6}\,g$, т.е. СКО составляет $7{,}5\cdot10^{-7}\,g$, тогда закон распределения запишется как

$$\phi(M_\varphi)=\frac{1}{7{,}5\cdot10^{-7}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(M_\varphi)^2}{2\cdot(7{,}5\cdot10^{-7})^2}}. \qquad (3)$$

Рассмотрим влияние испытуемого прибора и системы его крепления. Если испытаниям подвергаются безроторные гироскопы, тогда виброизоляция от платформы с испытуемым прибором не требуется. Если же испытывается прибор с гиромотором, возбуждающим вибрации, которые могут передаваться на чувствительные элементы стенда, вызывая нежелательное снижение их точности, тогда испытуемый прибор следует крепить через амортизирующий узел.

Амортизирующий узел, содержащий упругую прокладку, вводится в конструкцию платформы стенда (рис. 3) в соответствии с правилами виброизоляции [17] для того, чтобы эффективно изолировать объект от источника вибраций.

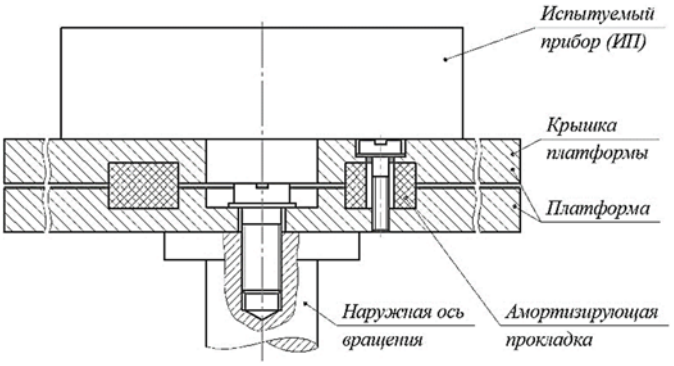


Рис. 3. Конструктивная схема амортизирующего узла платформы стенда

Амортизатор должен иметь собственную частоту в 3–5 раз меньшую, чем нижняя граница спектра возбуждаемых частот. Работающие гиромоторы ИП и ИЧЭ возбуждают спектры частот, основная (несущая) частота которых равна круговой частоте вращения соответствующего гиромотора, все остальные частоты спектра кратны несущей частоте. Выбор жесткости амортизирующего узла осуществляется на основании условия эффективной амортизации [17]:

$$\bar{C}_{12}\le n_{\min}^2\cdot M_\Sigma/1600, \qquad (4)$$

где $n_{\min}$ – наименьшее значение из значений скоростей вращения роторов гиромоторов ИП и ИЧЭ (в *об*/*мин*); M_Σ – суммарная масса элементов, нагружающих платформу стенда, например, таких как ИП, крышка платформы, амортизирующий узел.

Если в качестве испытуемого прибора рассмотреть поплавковый датчик угловой скорости со случайной составляющей нулевого сигнал в запуске 0,06 °/*ч* [8], то функция плотности распределения вероятности этой погрешности будет подчинена закону:

$$\phi(M_\beta)=\frac{1}{5{,}5\cdot10^{-6}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(M_\beta-1{,}1\cdot10^{-6})^2}{2\cdot(5{,}5\cdot10^{-6})^2}}, \qquad (5)$$

где M_β – нестабильность момента тяжения по оси прецессии гироузла ДУС, определяющая случайную составляющую дрейфа в запуске, не зависящего от перегрузки.

Нежесткость наружной оси вращения рассмотрим для случаев применения шарикоподшипниковых и аэростатических опор, которая входит в выражение для нестабильности момента сопротивления по оси вращения стенда в виде момента $M_{тр}$, определяемого по кулоновской модели трения:

$$M_\alpha=M_{тр}+\Delta M_{дв}-H\cdot\omega_{Зем.}\cdot\cos\varphi\cdot\sin\omega_0 t, \qquad (6)$$

где H – кинетический момент ИП; ω_0 – действительная угловая скорость вращения стенда.

В этом же выражении учтена составляющая, связанная с погрешностью воспроизведения угловой скорости двигателем $\Delta M_{дв}$. Кроме того, на точностные характеристики стенда могут влиять внешние условия, но т.к. стенд – это наземное оборудование, устанавливающееся в специализированном помещении на «развязанной» платформе, то наибольшее влияние может оказать горизонтальная составляющая скорости вращения Земли $\omega_{Зем.}\cdot\cos\varphi$, которая может быть компенсирована на базе цифровой системы управления стенда.

Функции плотности вероятности при этом примут вид:

- в случае применения шарикоподшипниковых опор:

$$\phi(M_\alpha)=\frac{1}{13{,}8\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(M_\alpha-10{,}35)^2}{2\cdot13{,}8^2}}; \qquad (7)$$

- в случае применения аэростатических опор:

$$\phi(M_\alpha)=\frac{1}{0{,}01\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(M_\alpha-0{,}3)^2}{2\cdot0{,}01^2}}. \qquad (8)$$

Также на точностные характеристики стенда окажет влияние нестабильность источника входного напряжения $\Delta U_{вх}$. Эта помеха носит характер ступенчатой функции с амплитудой 15,5 *мкВ* и возникает в количестве 2-3 скачков за 10 *мин* [8]. Закон распределения помехи $\Delta U_{вх}$ примет вид:

$$\phi(\Delta U_{вх})=\frac{1}{3{,}5\cdot10^{-6}\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(\Delta U_{вх}-5\cdot10^{-6})^2}{2\cdot(3{,}5\cdot10^{-6})^2}}. \qquad (9)$$

III. Результаты исследования

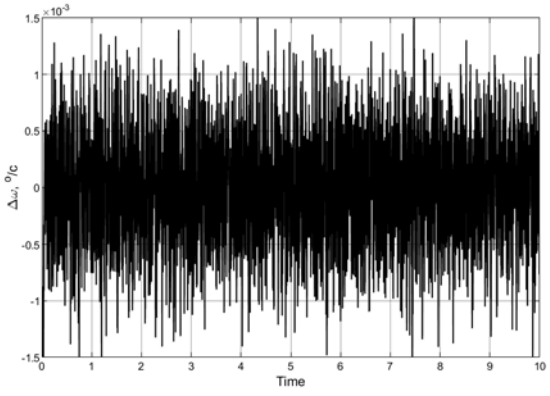


Рис. 4. Нестабильность угловой скорости стенда при одновременном действии помех M_α, $\Delta U_{вх}$, M_β, $\Delta U_{вог}$ и M_φ (в случае применения шарикоподшипниковых опор)

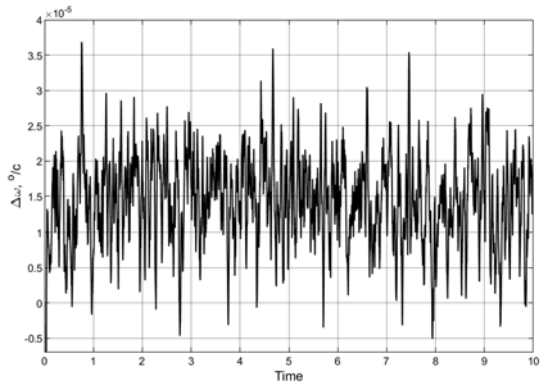


Рис. 5. Нестабильность угловой скорости стенда при одновременном действии помех M_α, $\Delta U_{вх}$, M_β, $\Delta U_{вог}$ и M_φ (в случае применения аэростатиченких опор и амортизирующего узла)

На рис. 4 и рис. 5 приведены результаты исследования нежесткости конструкции стенда при одновременном действии всех рассмотренных помех с ВОГ в качестве ИЧЭ (с ЛГ – ИЧЭ результаты идентичны) в случае применения шарикоподшипниковых опор и в случае применения аэростатических опор и амортизирующего узла для крепления ИП, соответственно.

Таким образом, нестабильность скорости вращения стенда в первом случае (рис. 4) составит $5 \cdot 10^{-4}$ °/с, во втором (рис. 5) – $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ °/с.

Литература

[1] **Измайлов, Е.А.** Современные тенденции развития технологий инерциальных чувствительных элементов и систем летательных аппаратов // Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. 2010. № 3. С. 27–35.

[2] **Ривкин, Б.С.** Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом. Выпуски 1–8. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2017–2023.

[3] **Решетников, В.И.** Гироскопические чувствительные элементы для систем управления ориентацией и стабилизации орбитальных космических аппаратов / В.П. Доронин [и др.] // Материалы VIII Санкт-Петербургской МКИНС. СПб.: Изд.-во ЦНИИ «Электроприбор», 2001. С. 17–30.

[4] **Решетников, В.И.** Опыт создания высокоточных поплавковых гироприборов, применяемых в системах угловой ориентации и стабилизации космических аппаратов и станций / А.А. Волынцев [и др.] // Материалы X Санкт-Петербургской МКИНС. СПб.: Изд.-во ЦНИИ «Электроприбор», 2003. С. 226–234.

[5] **Андрейченко, К.П.** Динамика поплавковых гироскопов и акселерометров. М.: Машиностроение, 1987.

[6] **Пельпор, Д.С.** Гироскопические системы. В 3 т. М.: Высшая школа, 1986.

[7] **Пельпор, Д.С.** Гироскопические приборы и системы / И.А. Михалёв, В.А. Бауман [и др.]. М.: Высшая школа, 1988. 424 с.

[8] **Калихман, Д.М.** Прецизионные управляемые стенды для динамических испытаний гироскопических приборов / Под общ ред. акад. В.Г. Пешехонова СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2008. 296 с.

[9] **Депутатова, Е.А.** Цифровая стабилизация движений прецизионных управляемых оснований с инерциальными чувствительными элементами. I. Применение поплавкового измерителя угловой скорости / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 1. С. 120–132.

[10] **Депутатова, Е.А.** Цифровая стабилизация движений прецизионных управляемых оснований с инерциальными чувствительными элементами. II. Применение поплавкового измерителя угловой скорости и маятниковых акселерометров / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. 2011. № 2. С. 131–146.

[11] **Депутатова, Е.А.** Прецизионные поворотные стенды нового поколения с инерциальными чувствительными элементами и цифровым управлением / Д.М. Калихман [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 2. С. 130–146.

[12] **Калихман, Д.М.** Разработка концепции проектирования класса прецизионных мехатронных стендов, использующих инерциальные чувствительные элементы, скомплексированные с высокоточными датчиками угла / Е.А. Депутатова [и др.] // Материалы XXIX Санкт-Петербургской МКИНС. СПб.: Изд-во ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 212–217.

[13] **Калихман, Д.М.** Концепция проектирования класса прецизионных поворотных стендов с инерциальными чувствительными элементами в цепи обратной связи / Е.А. Депутатова [и др.] // Гироскопия и навигация. 2022. Том 30. № 3 (118). С. 41–64.

[14] **Калихман, Д.М.** Разработка алгоритмов управления прецизионным стендом с инерциальными чувствительными элементами и цифровой системой управления и анализ его погрешностей / Е.А. Депутатова [и др.] // Известия ТулГУ. Технические науки. 2023. № 9. С. 66–80.

[15] **Депутатова, Е.А.** Широкодиапазонные поворотные стенды с цифровыми системами управления и навигационными приборами в качестве чувствительных элементов для контроля измерителей угловой скорости. Диссертация на соискание уч. ст. канд. техн. наук / СГТУ имени Гагарина Ю.А., Саратов, 2012.

[16] **Блехман, И.И.** Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 894 с.

[17] **Ильинский, В.С.** Защита аппаратов от динамических воздействий. М.: Энергия, 1970. 320 с.

[18] **Ригли, У.** Теория, проектирование и испытания гироскопов / У. Холлистер, У. Денхард. М.: Мир, 1972. 372 с.

[19] **Ишлинский, А.Ю.** Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1981.

[20] **Калихман, Д.М.** Исследование влияния нежесткости конструкции прецизионного поворотного стенда с инерциальными чувствительными элементами и нежесткости крепления испытуемых приборов к платформе стенда на его точностные характеристики / Е.А. Депутатова, В.О. Горбачев // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Вып. 9. Тула: Изд-во ТулГУ, 2023. С.507–519.

[21] **Калихман, Д.М.** Универсальный прецизионный стенд с инерциальными чувствительными элементами и аэростатическим подвесом для контроля измерителей угловой скорости / Е.А. Депутатова [и др.] // Сборник материалов XXX Юбилейной Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. 2023. С. 304–309.

[22] **Калихман, Д.М.** Кварцевый маятниковый акселерометр с цифровой обратной связью как система автоматического управления: результаты синтеза регуляторов и программно-математического обеспечения. Перспективы дальнейшего развития / В.В. Скоробогатов [и др.] // Навигация и управление летательными аппаратами. 2019. № 3 (26). С. 2–37.

[23] **Гребенников, В.И.** Маятниковый акселерометр с цифровым управлением и новыми функциональными возможностями / Е.А. Депутатова [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. 2021. № 2. С. 71–93.

[24] **Нахов, С.Ф.** Опыт проектирования и изготовления блоков измерителей линейного ускорения на кварцевых маятниковых акселерометрах с аналоговой и цифровой системами управления / Д.М. Калихман [и др.]. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2021. 240 с.

Повышение точностных характеристик и функциональных возможностей поворотного стола для испытаний навигационных приборов и их элементов

А.В. Полушкин
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия
korpus_otd231@npcap.ru

А.А. Иванов
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

А.К. Герте
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

И.А. Назаров,
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

А.В. Пуговкин
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

И.В. Слистин
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

В.Ф. Васильев
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

С.О. Горелов
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

Н.А. Калдымов
Филиал АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» - «ПО «Корпус», Саратов, Россия

Аннотация **- В работе рассматривается опыт создания прецизионного поворотного стола, пути повышения его точностных характеристик и обеспечения расширенных функциональных возможностей. Показана аналитическая модель погрешностей задания и измерения плоского угла. Приведены результаты расширения функциональных возможностей поворотного стола, используемые при испытаниях навигационных приборов и их элементов: задание и измерение угловой скорости, введение стробирования для синхронизации с прибором и его контрольно-испытательной аппаратурой, измерение временных интервалов для приборов с фазовым кодированием выходной информации. Двум образцам прецизионного поворотного стола СПП-19.001 во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» проведены испытания с целью утверждения типа средств измерений. Испытания подтвердили высокую точность и расширенные функциональные возможности.**

Ключевые слова — измерение угла, позиционирование, углозадающий поворотный стол, алгоритмы управления, испытательная аппаратура, навигационные приборы, измерение угловой скорости, прецизионный стол, синхронизация, стробирование, измерение временных интервалов, математическое моделирование, автоматическое задание, систематические погрешности, модель погрешностей, алгоритмическая компенсация

I. ВВЕДЕНИЕ

АО «НПЦАП» с 80-х годов прошлого века занимается разработкой и производством прецизионных углозадающих поворотных столов (ПС) для испытаний приборов, выпускаемых предприятием. Системы управления ракетоносителей и космических аппаратов, а, следовательно, и приборы, входящие в них, постоянно совершенствуются, также приходится совершенствовать измерительную и испытательную аппаратуру для их контроля. В поворотных столах, выпускаемых предприятием, уже были достигнуты предельные для рабочих средств измерений точности задания и измерения угловых положений (менее 0,5″). В последнее время появились высокоточные приборы, которые требуют при проверках задание углов на уровне десятых долей угловой секунды и нестандартных методов контроля. К таким приборам относятся прецизионные гироскопы (уход менее 0,1°/ч) и акселерометры (порог чувствительности 10^{-6}…10^{-7}g), наклономеры, инклинометры, блоки определения координат звезд (звездные датчики), гирокомпасы, прецизионные датчики угла (индукционные, оптические, голографические) и т.д. [1, 2, 3]. Анализ реестра СИ РФ показал, что поворотные столы столь высокого класса точности серийно не выпускаются. В 2014г. АО «НПЦАП им. академика Н.А. Пилюгина» были разработаны и внесены в реестр СИ РФ две модели прецизионных столов: углозадающий комплекс УК с погрешностью не более ±0,5"

(номер в Госреестре СИ №58244-14 [4]) и цифровой поворотный стол СПЦ-383 с погрешностью не более ±0,35" (номер в Госреестре СИ №56458-14 [5]) [6]. Столы успешно эксплуатируются на производственных участках АО «НПЦАП» и поставлены ведущим научным центрам РФ. Десятилетний опыт их использования [7] позволил выявить недочеты конструкции, а также отсутствие некоторых функциональных возможностей, обеспечивающих проведения испытаний более широкой номенклатуры приборов. В результате полученного опыта были найдены технические решения, позволившие создать более точный и совершенный прецизионный поворотный стол СПП-19.001.

II. МОДЕЛЬ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПОВОРОТНОГО СТОЛА. ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ

В столе поворотном прецизионном СПП-19.001 используется датчик угла (ДУ) высокого разрешения (~0,01″), дискретность которого в 5 раз выше, чем у предшествующих моделей ПС. Модели погрешностей СПЦ и УК рассмотрены в [8, 9]. Модель погрешностей СПЦ-383 может быть применена к СПП-19.001 с некоторыми уточнениями и другими значениями весовых коэффициентов. Подробнее рассмотрим пути снижения отдельных погрешностей в новом поворотном столе.

В СПП-19.001 существенно переработаны компоновка и кинематика стола, конструкция шпинделя и привода, увеличена жесткость корпуса, снижены трение и люфты. Введены аппаратные и программные средства для уменьшения случайных погрешностей измерения плоского угла и повышение плавности вращения шпинделя. Для исключения систематических погрешностей введена калибровка и их алгоритмическая компенсация.

Графическое представление модели погрешностей поворотного стола СПП-19.001 показано на рисунке 1.

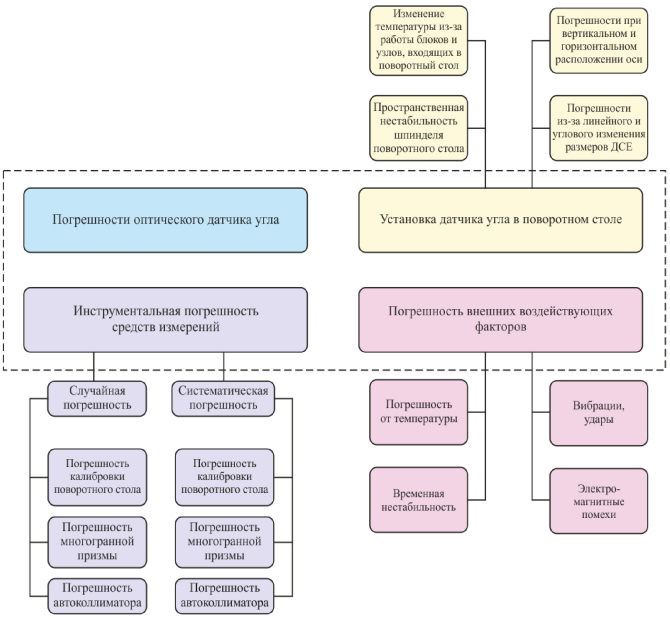


Рис. 1. Модель погрешностей поворотного стола

Аналитическая модель погрешности прецизионного поворотного стола СПП-19.001 может быть представлена выражением:

$$\Delta\alpha(\alpha,t) = \Delta\alpha_{ДУ}(\alpha) + \Delta\alpha_{У}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{СИ}(\alpha) + \Delta\alpha_{В}(\alpha,t);$$

$$\Delta\alpha_{У}(\alpha,t) = \Delta\alpha_{НШ}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{ТР}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{ГВ}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{ИР}(\alpha,t);$$

$$\Delta\alpha_{СИ}(\alpha) = \Delta\alpha_{К}^{случ}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{МП}^{случ}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{АК}^{случ}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{К}^{сист}(\alpha) + \Delta\alpha_{МП}^{сист}(\alpha) + \Delta\alpha_{АК}^{сист}(\alpha);$$

$$\Delta\alpha_{В}(\alpha,t) = \Delta\alpha_{Т}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{ВН}(\alpha,t) + \Delta\alpha_{ВУ}(\alpha) + \Delta\alpha_{ЭМ}(\alpha,t).$$

где:

$\Delta\alpha$	результирующая погрешность СПП-19.001;
$\Delta\alpha_{ДУ}$	погрешность оптического датчика угла (ДУ);
$\Delta\alpha_{У}$	погрешность установки датчика угла в ПС;
$\Delta\alpha_{НШ}$	погрешность, вызванная пространственной нестабильностью шпинделя ПС;
$\Delta\alpha_{ТР}$	погрешность, вызванная нагревом элементов конструкции вследствии работы узлов и блоков ПС;
$\Delta\alpha_{ГВ}$	погрешность, зависящая от положения шпинделя ПС (горизонтально/вертикально) [10];
$\Delta\alpha_{ИР}$	погрешность, вызванная изменением линейных и угловых размеров деталей;
$\Delta\alpha_{СИ}$	инструментальная погрешность средств измерений;
$\Delta\alpha_{К}^{случ}$	Случайная составляющая погрешности калибровки;
$\Delta\alpha_{МП}^{случ}$	случайная составляющая погрешности многогранной призмы ;
$\Delta\alpha_{АК}^{случ}$	Случайная составляющая погрешности автоколлиматора;
$\Delta\alpha_{К}^{сист}$	систематическая составляющая погрешности калибровки;
$\Delta\alpha_{МП}^{сист}$	систематическая составляющая погрешности многогранной призмы;
$\Delta\alpha_{АК}^{сист}$	систематическая составляющая погрешности автоколлиматора;
$\Delta\alpha_{В}$	погрешность, вызванная влиянием внешних воздействующих факторов;
$\Delta\alpha_{Т}$	температурная погрешность;
$\Delta\alpha_{ВН}$	временная нестабильность;
$\Delta\alpha_{ВУ}$	погрешность, вывзанная колебаниями, вибрациями или ударами;
$\Delta\alpha_{ЭМ}$	погрешность, вызванная влиянием электромагнитных полей.

Состав погрешностей оптического датчика угла аналогичен составу погрешностей ДУ, детально рассмотренному в [11]. Погрешности, зависящие от конструкции ПС и условий его эксплуатации, поддаются контролю и минимизации. Погрешности средств измерений, применяемых для контроля точности измерения углов ПС, имеют особое значение.

Уровень погрешностей СПП-19.001 при задании и измерении плоского угла, равный ±0,25″, приближается к эталонным средствам измерения плоского угла. При калибровке и проверке его параметров в процессе изготовления, требуется метрологическое оборудование с суммарным значением инструментальных погрешностей измерений менее 0,08″ (верхняя граница для призм, соответствующих вторичным эталонам плоского угла), которое отсутствует на предприятиях приборостроения. Поэтому, в ходе проведения ОКР, был найден

оригинальный способ и разработано устройство, позволяющие, используя высокую стабильность углов многогранной кварцевой призмы, повысить достоверность вводимых поправок калибровочной кривой СПП-19.001 и автоматизировать процесс проверки точности измерения углов ПС (способ запатентован [12], на устройство оформляется заявка в ФИПС). В 2022-2023гг с использованием данного способа и устройства на предприятии проведены исследования на рабочем месте автоматизированного углоизмерительного комплекса (АУИК) с имеющейся образцовой 24-гранной призмой [13]. Результаты сравнения экспериментальных данных с результатами её поверки с первичным эталоном плоского угла ГЭТ22-2014 во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» приведены в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1.

Поправки смежных углов 24-гранной призмы, найденные на рабочем месте АУИК, ..."						Свидетельство о поверке №2511-11/338, ..."
№ граней	Зам.1 06.06.22	Зам.2 13.06.22	Зам.3 15.02.23	Зам.4 20.02.23	Сред.	
1-2	-1,20	-1,20	-1,18	-1,19	-1,19	-1,18
2-3	3,15	3,13	3,08	3,08	3,11	3,15
3-4	1,48	1,48	1,50	1,52	1,5	1,52
4-5	-2,28	-2,26	-2,31	-2,33	-2,3	-2,29
5-6	0,34	0,32	0,35	0,39	0,35	0,36
6-7	1,93	1,92	1,96	1,97	1,95	1,89
7-8	-5,18	-5,19	-5,18	-5,2	-5,19	-5,16
8-9	1,86	1,87	1,86	1,86	1,86	1,85
9-10	-1,41	-1,42	-1,38	-1,39	-1,4	-1,44
10-11	1,30	1,30	1,24	1,27	1,28	1,35
11-12	2,33	2,34	2,34	2,37	2,35	2,33
12-13	0,00	-0,02	0,03	0,01	0,01	0,01
13-14	-0,52	-0,51	-0,46	-0,49	-0,5	-0,51
14-15	-1,18	-1,18	-1,22	-1,23	-1,2	-1,15
15-16	0,75	0,75	0,71	0,71	0,73	0,71
16-17	-0,36	-0,36	-0,35	-0,35	-0,36	-0,45
17-18	-2,68	-2,69	-2,71	-2,7	-2,7	-2,70
18-19	3,72	3,73	3,63	3,63	3,68	3,79
19-20	-2,53	-2,53	-2,48	-2,48	-2,51	-2,60
20-21	3,80	3,79	3,84	3,8	3,81	3,84
21-22	-1,94	-1,93	-1,90	-1,92	-1,92	-1,99
22-23	0,76	0,78	0,72	0,72	0,75	0,83
23-24	0,20	0,21	0,23	0,23	0,22	0,18
24-1	-2,31	-2,31	-2,30	-2,28	-2,3	-2,33

При разработке конструкции стола была повышена жесткость корпуса и введена оригинальная компоновка силовых узлов ПС, что снизило угловые деформации корпуса и другие погрешности, обусловленные упругой податливостью. Также применен оригинальный способ контроля деформации корпуса, описанный в патенте [14].

Систематические погрешности поворотного стола носят периодический характер и могут быть представлены в виде гармонического ряда. Для построения компенсационной кривой был применен Фурье анализ результатов проверки при использовании 24-гранной образцовой призмы и автоколлиматора. Результаты разложения в ряд Фурье полученных кривых для вертикального и горизонтального положений оси вращения поворотного стола приведены в таблице 2.

Кривые алгоритмической компенсации для соответствующего положения оси поворотного стола определяются путем подстановки коэффициентов, приведенных в таблице 2, в формулу:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k))$$

ТАБЛИЦА 2.

Ось вертикально			Ось горизонтально		
№ гармоники	Амплитуда, ..."	Фаза, ...°	№ гармоники	Амплитуда, ..."	Фаза, ...°
0	-0,413	-	0	-0,557	-
1	0,011	18,605	1	0,099	46,871
2	0,386	16,750	2	0,468	-4,740
3	0,015	-9,340	3	0,053	5,752
4	0,131	112,416	4	0,050	-142,344
5	0,025	-149,992	5	0,030	-150,395
6	0,155	46,145	6	0,038	144,045
7	0,024	49,006	7	0,039	88,715
8	0,068	51,779	8	0,040	-76,333
9	0,017	-67,423	9	0,026	-46,098
10	0,075	176,570	10	0,039	-47,544
11	0,024	78,488	11	0,032	51,654
12	0,008	-180,000	12	0,008	-180,000

Долговременные наблюдения при производстве прецизионных поворотных столов типа СПЦ-383 и СПП-19.001 показали, что амплитуды более высоких гармоник вносят меньший вклад в результирующую кривую погрешностей. Поэтому испытания с целью снижения трудоемкости оптимально и достаточно проводить с 24-гранной призмой, а в анализе использовать только первые 12 гармоник.

График погрешности измерения угла поворотного стола СПП-19.001 после введения алгоритмической компенсации (построенный по 10 реверсивным оборотам), приведен на рисунке 2.

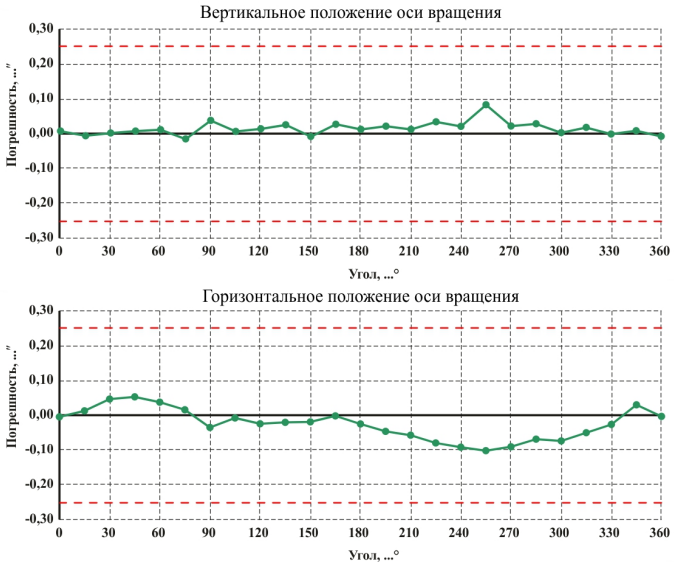


Рис.2. Графики погрешностей поворотного стола после компенсации

Первые два образца повторных столов СПП-19.001 (зав. № Н201001, № Н201002) были направлены во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» для испытаний с целью утверждения типа СИ. Результаты испытаний в ведущем метрологическом институте РФ, по утвержденной методике [15], подтвердили заявленную точность. Графики погрешности измерения плоского угла на эталонной призме, полученные при этих испытаниях, приведены на рисунке 3.

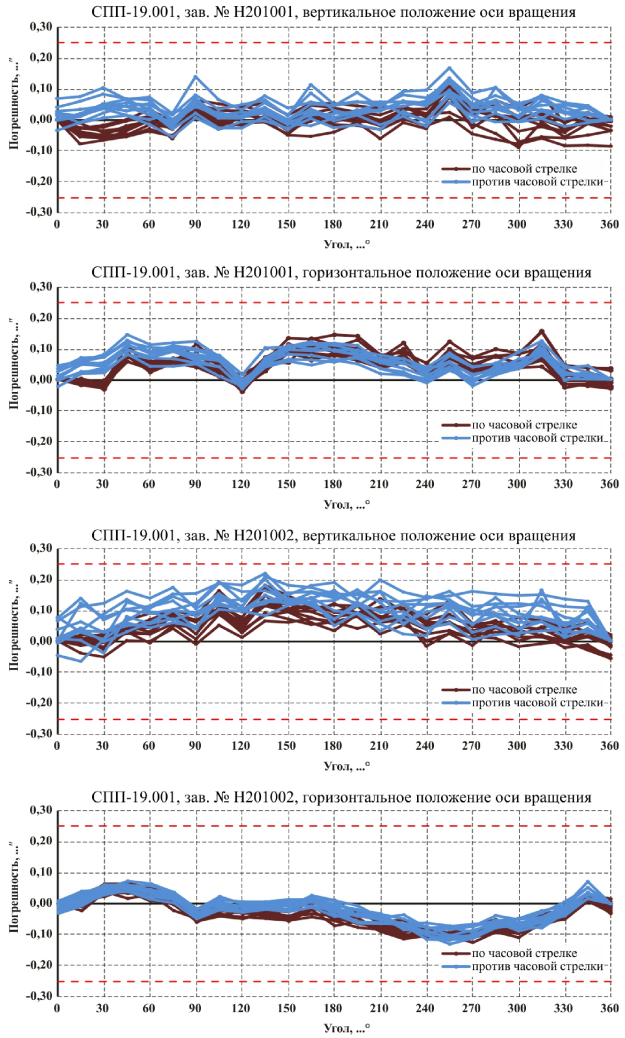


Рис.3 Графики погрешностей двух поворотных столов, полученные во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева»

На графиках, представленных на рисунке 4, отображены наблюдения за временной нестабильностью погрешности измерения угла у двух образцов поворотного стола СПП-19.001.

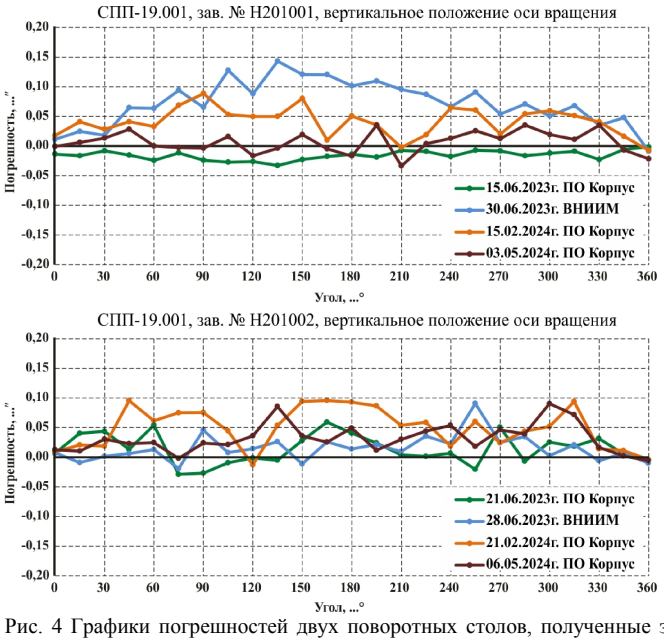


Рис. 4 Графики погрешностей двух поворотных столов, полученные за год наблюдения

Серия испытаний двум образцам СПП-19.001, проведенных в течение 11 месяцев, подтвердила достаточно высокую сходимость результатов. При этом следует учитывать, что контроль на предприятии и во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» проводился с использованием разных средств измерения, до и после транспортных испытаний (Саратов – Санкт-Петербург, Санкт-Петербург – Саратов, по 1580 км туда и обратно). По результатам анализа документации и проведенным испытаниям СПП-19.001 был назначен межповерочный интервал 2 года.

III. РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ

СПП-19.001 создавался для испытаний широкой номенклатуры приборов, выпускаемых АО «НПЦАП», а также с учетом возможности поставки другим предприятиям ракетно-космической, авиационной и др. отраслей промышленности. На предприятии выпускается более 10 разновидностей высокоточных индукционных датчиков угла и синусно-косинусных вращающихся трансформаторов, являющихся важными элементами гиростабилизированных платформ, гирокомпасов и др. изделий РКТ. В ДУ таких типов угол поворота ротора относительно статора пропорционален временному интервалу между сформированными сервисной электроникой импульсами СТАРТ и СТОП. Учитывая это, было важно дополнить поворотный стол метрологически аттестованной функцией измерения временных интервалов. Результаты аттестации поворотного стола по этому параметру сведены в таблицу 3.

ТАБЛИЦА 3.

Частота, Гц	Частотомер		БПУ-17.001 (канал 1)		БПУ-17.001 (канал 2)	
	Период, мкс	Интервал, мкс	Период 1, мкс	Интервал 1, мкс	Период 2, мкс	Интервал 2, мкс
0,1	9999999,938	4999999,9717	9999999,94	4999999,97	9999999,94	4999999,98
1	999999,993	499999,9942	999999,99	499999,98	999999,99	499999,99
10	99999,9994	49999,9967	100000,00	49999,99	99999,99	50000,00
100	9999,99996	4999,9972	10000,00	5000,00	10000,00	5000,00
1000	999,999996	499,9972	1000,00	500,00	999,99	500,00
5000	199,9999992	99,9972	200,00	100,00	199,99	100,00
10000	99,9999996	49,9972	100,00	50,00	100,00	50,00

Таким образом, СПП-19.001 может быть внедрен в состав автоматизированного рабочего места проверки параметров индукционных датчиков угла, что позволит исключить из состава рабочего места дорогостоящие стандартные измерители временных интервалов и значительно сократить время проведения испытаний. СПП-19.001 также может быть использован при контроле других приборов с выходным сигналом пропорциональным времени.

При контроле ряда навигационных приборов и их элементов, в процессе изготовления проводятся не только статические испытания по развороту в точные угловые положения, но и динамические испытания, требующие задание угловых скоростей и синхронизации данных с испытательного оборудования и с проверяемого прибора. В СПП-19.001 реализована такая возможность. Диапазон воспроизводимых угловых скоростей от 0,005 до 10°/с выбирался с учетом параметров приборов, применяемых в космических кораблях и разгонных блоках (прецизионных датчиках угловых скоростей, интегрирующих гироскопах и т.п.) Заявленная высокая точность угловой скорости подтверждена результатами испытаний по утверждению типа СИ, проведённых во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» (см. табл. 4).

ТАБЛИЦА 4.

$\omega_{зад}$, °/с	$\delta_{изм}$, %		$\Delta_{откл}$, %		$\delta_{нестаб}$, %	
	+	-	+	-	+	-
10,0	0,00073	0,00090	0,00158	0,00093	0,00276	0,00135
5,0	0,00090	0,00090	0,00172	0,00358	0,00017	0,00275
1,0	0,00090	0,00089	0,00610	0,00583	0,00307	0,00199
0,5	0,00088	0,00088	0,00990	0,00933	0,00048	0,00111
Допуск	0,005		0,01		0,01	

$\omega_{зад}$, °/с	$\delta_{изм}$, %		$\Delta_{откл}$, %		$\delta_{нестаб}$, %	
	+	-	+	-	+	-
0,1	0,00091	0,00091	0,02072	0,01272	0,00904	0,02469
0,05	0,00091	0,00092	0,02198	0,00933	0,02735	0,03233
Допуск	0,005		0,05		0,05	

$\omega_{зад}$, °/с	$\delta_{изм}$, %		$\Delta_{откл}$, %		$\delta_{нестаб}$, %	
	+	-	+	-	+	-
0,01	0,00092	0,00092	0,01314	0,01530	0,01687	0,02905
0,005	0,00090	0,00091	0,02137	0,03458	0,02505	0,01860
Допуск	0,005		0,1		0,1	

В СПП-19.001 реализована еще одна функция, позволяющая упростить его интеграцию с вновь разрабатываемой и уже внедренной контрольно-испытательной аппаратуры (КИА) – это функция синхронизации и стробирования, которая позволяет пользователю назначать ведущего и ведомого в процессе испытаний. Ведущим может быть назначен СПП-19.001, тогда он будет формировать стробирующие импульсы по событиям (при достижении заданного угла или серии угловых положений, через равные промежутки времени и т.п.), а ведомый по принятым стробам фиксирует значения выходного сигнала с проверяемого прибора. Если ведущим назначена КИА прибора, то стол принимает стробы от неё и фиксирует собственные значения об угле, времени и т.п. по фронту стробирующего импульса. Результаты проверки стробирования при достижении заданного углового положения, проведенной во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева», представлены в таблице 5.

ТАБЛИЦА 5.

№ строба	Шаг строба, …°	Угловая скорость, ...°/с	Угловое положение	Время, с
1	360	10	000° 00′ 00,00″	0
2			359° 59′ 59,98″	36,0011
3			360° 00′ 00,12″	36,0013
4			359° 59′ 58,18″	36,0014
5			359° 59′ 58,92″	36,0013
6			359° 59′ 57,91″	36,0014
1	15	0,1	000° 00′ 00,00″	0
2			015° 00′ 00,30″	150,6656
3			015° 00′ 00,04″	150,6876
4			014° 59′ 59,90″	150,7113
5			015° 00′ 00,44″	150,7007
6			014° 59′ 59,97″	150,6483
1	5	0,005	000° 00′ 00,00″	0
2			005° 00′ 00,11″	916,7797
3			005° 00′ 00,06″	916,2312
4			005° 00′ 00,04″	915,9768
5			004° 59′ 59,93″	917,0102
6			004° 59′ 59,88″	916,4354

Для расширения функциональных возможностей существенно переработаны алгоритмы управления и программное обеспечение (далее – ПО) СПП-19.001. Благодаря новым алгоритмам управления приводом, вращение стало мягче и бесшумнее, быстрее достигается разгон до требуемой скорости, обеспечивается более точное позиционирование [16]. В СПП-19.001 введено четкое разделение функций между двумя блоками контроллеров и одноплатным компьютером. Блок контроллера управления приводом и обработки информации с ДУ специально разрабатывался специалистами «ПО «Корпус» под эту задачу, он установлен в механической части поворотного стола. Прием команд и обмен данными с одноплатным компьютером, встроенным в блок управления стола, производится по высокоскоростному последовательному интерфейсу с уникальным протоколом обмена. Второй блок контроллера размещен в блоке управления, он разработан для приема и обработки импульсов СТАРТ-СТОП. Информация с него тоже передается одноплатному компьютеру по интерфейсу с уникальным протоколом обмена.

В СПП-19.001 используется встроенное, оригинальное ПО собственной разработки, предназначенное для управления процессом задания параметров вращения шпинделя и измерений. Все ПО имеет уровень защиты «Высокий» в соответствии с рекомендациями по метрологии Р 50.2.077-2014. В поворотном столе исключена возможность несанкционированного влияния на программное обеспечение и измерительную информацию. В ПС предусмотрена возможность подключение внешних приборов по стандартным интерфейсам связи с использованием динамических библиотек, а также дистанционное управление режимами работы СПП-19.001 через стандартную процедуру Клиент-Сервер по специально разработанному протоколу обмена предоставляемого потребителю. Предприятие оказывает техническую поддержку при использовании СПП-19.001 в составе КИА потребителя.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной ОКР был создан более совершенный поворотный стол, который может быть использован при создании автоматизированных рабочих мест контроля параметров навигационных приборов и их элементов, а также в других областях науки и техники, в которых необходимо высокоточное задание и измерение плоского угла и угловой скорости. Внешний вид прецизионного поворотного стола СПП-19.001 приведен на рисунке 5, технические характеристики приведены в табл. 6.

Учитывая опыт использования ранее разработанных поворотных столов УК и СПЦ-383, которые хорошо себя зарекомендовали в эксплуатации, усовершенствованная модель стола найдет широкое применение на промышленных предприятиях и в ведущих научных центрах РФ.

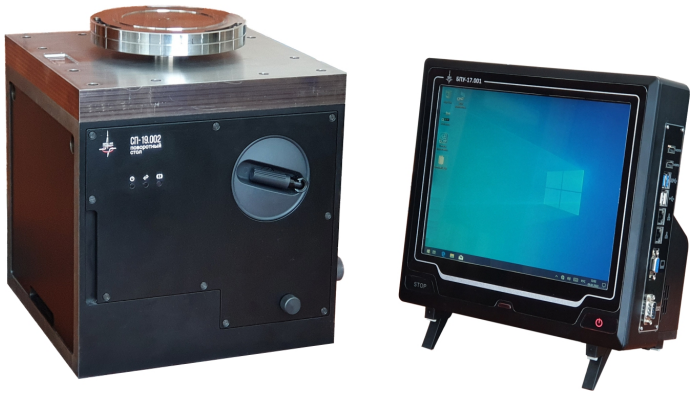


Рис. 5 Внешний вид СПП-19.001

ТАБЛИЦА 6.

Наименование характеристики	Значение
Диапазон измерений угловой скорости, °/с	от 0,005 до 10
Пределы допускаемой относительной погрешности измерений угловой скорости на угле 360° ($\delta_{изм}$), %	±0,005
Диапазон задания угловой скорости, °/с	от 0,005 до 10
Относительное отклонение угловой скорости от заданного ($\Delta_{откл}$), %, не более: - при угловом перемещении, равном 360° - при угловом перемещении, равном 15° - при угловом перемещении, равном 5°	±0,01 ±0,05 ±0,1
Относительная нестабильность угловой скорости ($\delta_{нестаб}$), %, не более: - при угловом перемещении, равном 360° - при угловом перемещении, равном 15° - при угловом перемещении, равном 5°	±0,01 ±0,05 ±0,1
Диапазон измерений углов поворота	±360°
Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений углов поворота	±0,25"
Максимальное отклонение от заданного угла поворота - в автоматическом режиме - в ручном режиме	±0,5" ±0,1"
Диапазон измерений интервала между сигналами СТАРТ-СТОП и периода следования этих сигналов, с	от $1 \cdot 10^{-5}$ до 10
Пределы допускаемой абсолютной погрешности измерений интервала между сигналами СТАРТ-СТОП и периода следования этих сигналов, мкс	±0,01
Диапазон измерений периода следования импульсов синхронизации, с	от $1 \cdot 10^{-5}$ до 10
Масса испытуемого прибора, кг, не более - при вертикальном положении оси вращения - при горизонтальном положении оси вращения	50 35
Габариты, мм, не более: - поворотный стол ДхШхВ - блок управления ДхШхВ	320x330x320 320x210x325
Масса, кг, не более: поворотный стол/блок управления	85/10
Периодичность поверки, месяцев	24
Регистрационный номер Госреестра СИ [17]	№ 91991-24

ЛИТЕРАТУРА

[1] А.В. Полушкин, Н.А. Калдымов, Н.В. Дмитриев, С.Ф. Нахов, Р.В. Бессонов, Н.Н. Брысин, И.В. Полянский / Методы и средства для оценки технических характеристик звездных датчиков при наземных испытаниях // XXIII МКИНС СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. С. 401–406.

[2] С. Ф. Коновалов / Навигационные акселерометры: учебное пособие // Издательство: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2023. – 328 с.

[3] В.Г. Пешехонов / Перспективы развития гироскопии // Европейская конференция по управлению (European Control Conference – ECC 2020). Гироскопия и навигация. Том 28. №2 (109), 2020. С. 3-10.

[4] Госреестр СИ №58244-14 «Комплексы углозадающие УК», электронный ресурс https://grmetr.ru/gosreestr/371242-58244-14-uk

[5] Госреестр СИ №56458-14 «Столы поворотные цифровые СПЦ-383», электронный ресурс https://grmetr.ru/gosreestr/369164-56458-14-spts-383

[6] А.В. Полушкин, Н.А. Калдымов, И.В. Слистин, Д.Г. Борчанинов, С.Ф. Нахов, А.А. Полушкин, А.А. Янковский / Выбор оптимального метода алгоритмической компенсации систематических погрешностей в прецизионном углозадающем поворотном столе // Измерения и испытания в судостроении и смежных отраслях судометрика-2016 / Материалы Шестой международной научно-технической конференции. Под общей редакцией В.А. Грановского. 2016. С. 16-27

[7] А.В. Полушкин, Д.Г. Борчанинов, И.В. Слистин, Н.В. Дмитриев, С.Ф. Нахов / Использование механизмов сценария для быстрой адаптации автоматизированных рабочих мест под задачи пользователя // Новые технологии, материалы и оборудование российской авиакосмической отрасли - АКТО-2016 / Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием: в 2-х томах. 2016. С. 182-195.

[8] Н.А. Калдымов, А.В. Полушкин, С.Ф. Нахов, Р.В. Ермаков, И.В. Слистин, С.Н. Шацков / Исследование точностных характеристик прецизионного полноповоротного углозадающего стола для испытаний элементов инерциальных приборов. алгоритмы управления автоматическим приводом, обеспечивающие повышение точности задания угловых положений // Труды Международной научно-технической конференции (МНТК) «Системы и комплексы автоматического управления летательных аппаратов», посвященной 105-летию со дня рождения академика АН СССР Н.А. Пилюгина М. ФГУП «НПЦАП», 2013, С. 169 -178.

[9] И.В. Слистин / Аспекты конструирования универсального углозадающего поворотного стола для целей приборостроения // Навигация и управление движением / Материалы XVI конференции молодых ученых. Научный редактор: О.А. Степанов; под общей редакцией В.Г.Пешехонова. 2014. С. 357-364.

[10] Исследование влияния пространственной нестабильности оси вращения платформы поворотного стола при измерениях на результаты проверок различных типов навигационных приборов и их элементов / Полушкин А.В., Калдымов Н.А., Дмитриев Н.В., Нахов С.Ф., Ленский Ю.В., Юмагузин Р.М., Плотников П.К., Янковский А.А. // XXIII Санкт-петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов. Главный редактор В. Г. Пешехонов. 2016. С. 198-210.

[11] Р.В. Ермаков, А.А. Львов / Анализ погрешностей углоизмерительного стенда на основе оптического бесконтактного датчика угла // Проблемы управления, обработки и передачи информации / Сборник трудов IV Международной научной конференции: в 2 томах. Том 2. 2015. С 116-123.

[12] Н.А. Калдымов, И.В. Слистин, А.В. Полушкин / Способ проверки погрешностей круговой шкалы поворотного стола / Патент на изобретение 2790074 C1, 14.02.2023. Заявка № 2022114614 от 30.05.2022.

[13] А.В. Полушкин, Р.В. Ермаков, Н.А. Калдымов, С.Ф. Нахов, Д.Б. Пухов, А.А. Янковский / Разработка и практическое применение автоматического углоизмерительного комплекса для проверки поворотных столов // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. 2014. С. 171-176

[14] Н.А. Калдымов, И.В. Слистин, А.В. Полушкин / Способ определения погрешности угломерного поворотного стола / Патент на изобретение 2779239 C1, 05.09.2022. Заявка № 2021127527 от 17.09.2021.

[15] Методика поверки МП 253-0114-2023 «Столы поворотные прецизионные СПП-19.001», электронный ресурс https://grmetr.ru/gosreestr/1416098-91991-24-spp-19-001

[16] Повышение точности позиционирования платформы прецизионного поворотного стола путем введения алгоритмов управления трением / Полушкин А.В., Ермаков Р.В., Калдымов Н.А., Нахов С.Ф., Плотников П.К., Лисицкий Л.А. // XXI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. 2014. С. 177-182.

[17] Госреестр СИ №91991-24 «Столы поворотные прецизионные СПП-19.001», электронный ресурс https://grmetr.ru/gosreestr/1416098-91991-24-spp-19-001

Алгоритм оптимальной оценки зоны нечувствительности волоконно-оптического гироскопа

А.Е. Морозов
ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания»
Пермь, Россия
Andrew_Morozov_@mail.ru

Основная цель данной работы – разработать метод определения оценки зоны нечувствительности волоконно-оптических гироскопов на этапе производства для контроля целевого параметра, влияющего на качество конечного изделия. Предложенный алгоритм может быть использован как на стадии регулировки по подбору коэффициента обратной связи, снижающий величину зоны нечувствительности, так и на стадии контрольных испытаний в рабочем диапазоне температур для оценки качества изготовленного датчика. Исследование алгоритма показало предельную точность получаемых результатов, которую можно повысить, изменив методику испытания. В качестве основы предлагаемого алгоритма используется метод наименьших квадратов, от которого наследуются все преимущества: отсутствие в предварительной фильтрации сигнала и робастность к выбросам. В ходе работ показан способ оптимизации вычислений и способ автоматизации процесса регулировки.

Ключевые слова — зона нечувствительности, мертвая зона, волоконно-оптический гироскоп, метод наименьших квадратов, автоматизация.

I. ВВЕДЕНИЕ

В интерференционном волоконно-оптическом гироскопе (ВОГ) с замкнутой обратной связью наблюдается, явление известное как «зона нечувствительности» (ЗН). Большинство исследований [1,2,3] сосредоточены на разработке методов для устранения или компенсации этой погрешности в выходном сигнале ВОГ. Тем не менее, при серийном производстве все же требуется измерение величины ЗН для проверки отсутствия погрешности на конкретных изделиях. Для минимизации влияния этого эффекта применяется регулировка параметров обратной связи ВОГ с измерением текущей ЗН. Это приводит к необходимости автоматизированной обработки испытаний и разработке надежного метода расчета значений ЗН. Испытания по наблюдению ЗН заключаются в медленном и равномерном изменении направления оси чувствительности вблизи нулевой проекции угловой скорости Земли. В данной работе предлагается алгоритм расчета величины ЗН на основе метода наименьших квадратов (МНК).

II. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

Предлагаемый метод расчета зоны нечувствительности ВОГ основывается на методе МНК, только вместо нахождения коэффициентов линейной регрессии, задача интерпретируется в нахождение вектора состояния. Для этого необходимо определить модель поведения погрешности ЗН, обнулив оценку в предполагаемой области захвата:

$$\begin{cases} \hat{\omega}(t) = \varepsilon t + \omega_0, npu \left| t - \dfrac{\omega_0}{\varepsilon} \right| > t_{Zn} - t_{Sm} \\ \hat{\omega}(t) = 0 \qquad , npu \left| t - \dfrac{\omega_0}{\varepsilon} \right| \le t_{Zn} - t_{Sm} \end{cases} \quad (1)$$

где: $\hat{\omega}(t)$ – оценка сигнала ВОГ в зоне малых угловых скоростей [°/ч], ε – скорость изменения проекции вращения Земли на ось чувствительности [°/ч^2]; ω_0 – проекция вращения Земли на ось чувствительности в начальном положении [°/ч]; t – время с момента начала испытания [ч]; t_{Zn} – время захвата ЗН ВОГ [ч]; t_{Sm} – время смещения области захвата от «центра» [ч].

Хотя в реальности поведение сигнала ВОГ в зоне нечувствительности может иметь немного другой вид [4], данное представление является достаточно хорошим приближением для оценки величины зоны нечувствительности (Рисунок I). В случае, когда с испытательного оборудования предусмотрена запись текущего положения синхронизированной с изделием возможно построение графика ЗН в области эталонной проекции угловой скорости Земли. В таком случае коэффициенты линейной регрессии заранее будут определены как ε=1 и $\omega_0 = 0$.

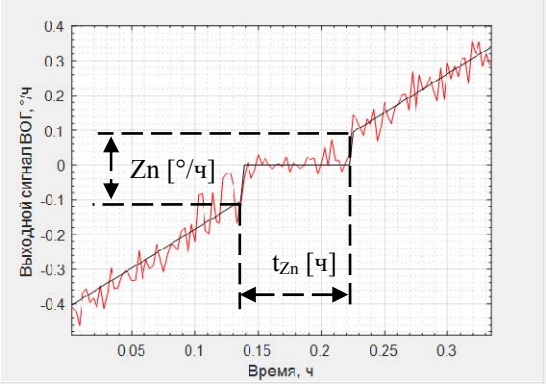


Рис. 1. Визуализация результата работы алгоритма

Ввиду определения кусочно-гладкой функции (1) для поведения сигнала ВОГ в области ЗН, нарушаются основные свойства линейности, следовательно,

необходимы новые подходы к нахождению оптимального решения. Один из таких способов – численное решение искомых переменных [5], при этом можно сохранить критерий оптимальности МНК $(\omega-\hat{\omega})^2 \to \min$ или подобрать аналогичный для сокращения времени вычислений. С целью оптимизации алгоритма так же можно применить скользящие методы обработки данных. Пример основного цикла алгоритма после определения всех начальных условий и начальной оценки сигнала ВОГ $\hat{\omega}$ с нулевыми искомыми переменными представлен в виде блок-схемы на рис. 2.

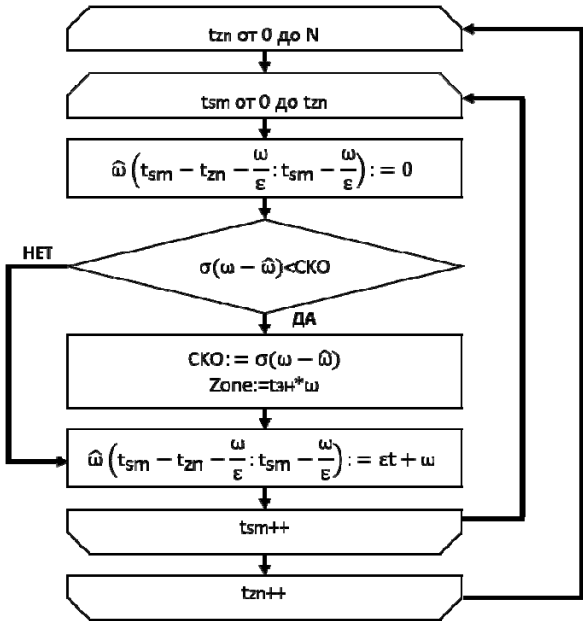


Рис. 2. Блок-схема основного цикла алгоритма

III. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМА

Основные погрешности расчета зоны нечувствительности по предложенной методике можно разделить на методические (одна реализация при разном предварительном осреднении сигнала дает разный результат) и инструментальные (разные реализации при определенном предварительном осреднении сигнала дают разный результат). Чаще всего для визуализации проявления ЗН используют осреднение сигнала с определенным окном сглаживания, однако любая фильтрация искажает границы вхождения в зону нечувствительности и вносит методическую погрешность при дальнейшем анализе данных. Предлагаемая методика не нуждается в предварительном сглаживании сигнала и может быть применена к исходным данным. На Рисунке III изображена зависимость искажения в определении значения ЗН от времени предварительного осреднения сигнала с несколькими различными шумовыми характеристиками исходного сигнала.

К инструментальным погрешностям относятся точность измерения сигнала, для ВОГ точность в основном определяется шумовой характеристикой, которая имеет нормальное распределение. Путем математического моделирования (Рисунок IV) установлено, что стандартное отклонение величины зоны нечувствительности прямо пропорционально стандартному отклонению измеренного сигнала и обратно пропорционально корню от скорости изменения положения $\sigma_{Zn} \sim \sigma_{изм}/\sqrt{t} \sim \sigma_{изм}\sqrt{\omega}$. Шумовая характеристика датчика, как правило, заранее определена и не может быть изменена для проведения испытания, поэтому для повышения точности расчета необходимо задавать наименьшую скорость изменения положения ВОГ. Однако, в некоторых ситуациях минимальной скорости испытательного оборудования может быть недостаточно, в таком случае допускается рассчитывать среднее значение за k повторов испытаний, что будет эквивалентно снижению скорости изменения положения ВОГ в k раз до некоторого порогового уровня, определяемого мерой разброса измеренного сигнала.

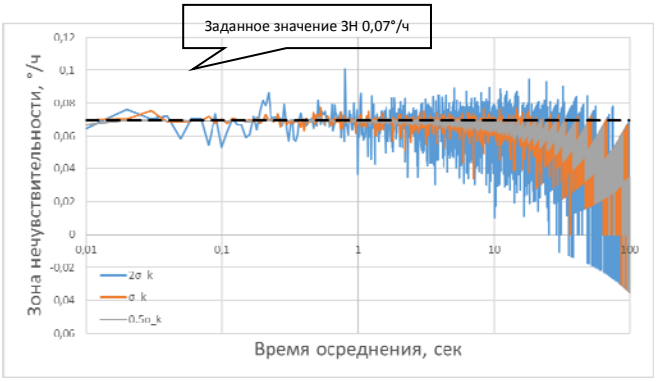


Рис. 3. Зависимость погрешности определения величины зоны нечувствительности от осреднения

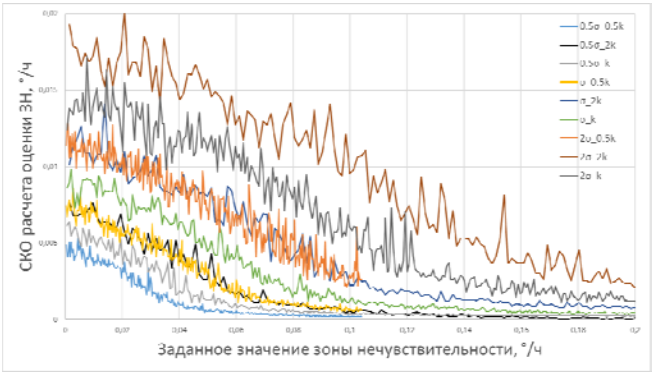


Рис. 4. Точность определения величины зоны нечувствительности при различных условиях

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получен достаточно качественный и оптимизированный алгоритм расчета зоны нечувствительности, позволяющий определять целевые показатели с результатов испытаний. Описана точность получаемых величин: методические погрешности сведены к минимуму и выданы рекомендации по получению требуемых точностей с текущими инструментальными погрешностями. Использование предложенной методики в производстве позволит автоматизировать расчет испытания и сократить риски, связанные с человеческим фактором.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Xiao-Feng, Z. Research on Dead Zone Error Reduction Technique in Closedloop Fiber Optic Gyroscope / Z. Xiao-Feng, Z. Gui-cai // Piezoelectrics & Acoustooptics. — 2009. — №31 (2)

[2] Ning-Fang, S. Method For Eliminating The Deadband Of FOG / S. Ning-Fang, W. X. Xiao, W. Zhan-Jun // Journal of chinese inertial technology. — 2006. —№14 (4) . — С. 177-179.

[3] А.М. Курбатов, Р.А. Курбатов, А.М. Горячкин «Повышение точности волоконно-оптического гироскопа за счет подавления паразитных эффектов в интегрально-оптических фазовых модуляторах» Гироскопия и навигация. Том 27, №2 (105). 2019.

[4] Алейник А. С. «Исследование и повышение точностных параметров волоконно-оптического гироскопов», Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук, СПбУ ИТМО, Санкт-Петербург – 2012. С. 69-98.

[5] Вержбицкий В.М. «Основы численных методов: учебник для вузов»», М.:Высш. Шк., 2002. – 840с.

Рекуррентные и нерекуррентные алгоритмы в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами оптимизации на графах

Степанов О.А.
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

Моторин А.В.
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
motorin.a@mail.ru

Золотаревич В.П.
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
zolotarevich@yandex.ru

Исаев А.М.
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
itmo_student@mail.ru

Литвиненко Ю.А.
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
ya_litvinenko@mail.ru

***Аннотация*—В рамках байесовского подхода рассматривается нелинейная задача оценивания и обсуждаются алгоритмы ее решения, основанные на линеаризации и использующие рекуррентные и нерекуррентные схемы обработки измерений. Предложен рекуррентный итерационный линеаризованный сглаживающий алгоритм, обладающий достоинствами нерекуррентной схемы обработки, обеспечивающий точность, близкую к потенциальной, и обладающий свойством состоятельности. Обсуждается связь синтезированного алгоритма с алгоритмами оптимизации на фактор-графах.**

***Ключевые слова*—**нелинейное оценивание, байесовский подход, фактор-граф, оптимизация, рекуррентные алгоритмы, нерекуррентные алгоритмы, фильтр Калмана

I. Введение

При решении задач обработки навигационной информации широкое применение получили алгоритмы, основанные на байесовской теории оценивания. В области построения таких алгоритмов достигнуты значительные успехи, особенно применительно к линейным задачам оценивания, для решения которых применяются рекуррентные алгоритмы калмановского типа, носящие, по сути, универсальный характер. Что касается задач нелинейного оценивания, то, в силу отсутствия такого универсального алгоритма, актуальность разработки эффективных алгоритмов, в том числе и применительно к навигационным приложениям, сохраняется. В последнее время в литературе, посвященной обработке навигационной информации, значительное внимание уделяется нерекуррентным алгоритмам, основанным на использовании методов оптимизации на фактор-графах, называемых также алгоритмами фактор-граф оптимизации (АФГО) (Factor-graph optimiztion algorithms – FGOA) [1–14]. Методы оптимизации на фактор-графах достаточно активно внедряются в алгоритмы комплексной обработки навигационной информации, особенно применительно к робототехническим системам [1,3,5,7–14], и в алгоритмы решения задач локализации и картографирования (Simultaneous Localization and Mapping - SLAM) [2,4,5,10–12].

Суть АФГО заключается в том, что задача оценивания сводится к минимизации функционала, представляющего собой квадратичную форму вектора высокой размерности с разреженной матрицей, т.е такой, число отличных от нуля элементов в которой мало. Среди достоинств АФГО по сравнению с рекуррентными методами фильтрации калмановского типа, в первую очередь обобщенным фильтром Калмана (ОФК), обычно отмечают их более высокую точность [1,3,7,9], робастность по отношению к возможным пропускам и помехам измерений с негауссовским характером [3, 9, 13] и снижением вычислительной сложности алгоритмов за счет учета разреженного характера матриц [2,7]. Однако, следует отметить, что в большинстве работ, касающихся применения АФГО, не уделяется должного внимания реальным причинам, порождающим упомянутые достоинства получаемых алгоритмов с точки зрения точности и робастности по сравнению с алгоритмами оценивания, синтезируемыми в рамках байесовского подхода, ограничиваясь, как правило, сопоставлением с ОФК. Вместе с тем такое сравнение было бы полезным, поскольку и ОФК, и

Работа подготовлена при поддержке гранта РНФ 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

АФГО представляют собой приближенное решение задачи оптимального оценивания, формулируемой в рамках байесовского подхода. Иными словами, и те и другие алгоритмы с позиций байесовского подхода являются субоптимальными, причем оба основаны на линеаризации. При этом следует иметь в виду, что основная отличительная особенность алгоритмов оценивания, реализуемых с помощью программного обеспечения, ориентированного на применение алгоритмов оптимизации на графах, связана с нерекуррентной (пачечной) схемой обработки измерений. В этом случае, при нахождении оценки, в отличие от ОФК, предполагается, что на текущем шаге одновременно используется весь набор измерений (пачка измерений), накопленных к текущему времени.

Принимая во внимание сказанное, обсуждение особенностей алгоритмов решения задач оценивания, основанных на методах оптимизации на графах, целесообразно провести, опираясь на постановку задачи оценивания в рамках байесовского подхода, с учетом значительного опыта, накопленного здесь при решении задач синтеза и исследования эффективности алгоритмов, не ограничиваясь при этом сравнением только с ОФК, что и является целью настоящего доклада.

II. Постановка исследуемой задачи нелинейного оценивания в рамках байесовского подхода и рекуррентные и нерекуррентные схемы ее решения

A. Постановка задачи

Рассматривается задача нелинейного оценивания n-мерного случайного вектора, описываемого с помощью формирующего фильтра

$$x_k = f_k\left(x_{k-1}\right) + \Gamma_k w_k + u_k \qquad (1)$$

по m-мерным измерениям следующего вида:

$$y_k = h_k(x_k) + v_k. \qquad (2)$$

В этих соотношениях предполагается, что k – индекс дискретного времени; $u_k = (u_{1k},\ldots,u_{nk})^T$ – n-мерный вектор известных входных сигналов (при использовании двойной индексации в подстрочных индексах здесь и далее первый индекс соответствует номеру компоненты, второй – времени); x_0 – n-мерный случайный гауссовский вектор с заданной функцией плотности распределения вероятности (ф.п.р.в.) $p(x_0) = N(x_0;\overline{x}_0, P_0)$; w_k – n_w-мерный центрированный дискретный гауссовский белый шум, не зависящий от x_0, с известной матрицей ковариаций Q_k размерности $n_w \times n_w$; Γ_k – матрица размерности $n \times n_w$; v_k – m-мерный центрированный дискретный гауссовский белый шум, не зависящий от x_0 и w_k, с ковариационной матрицей R_k. Специфика рассматриваемой задачи нелинейной фильтрации заключается в том, что $f_k(\bullet)$, $h_k(\bullet)$ – известные нелинейные n- и m-мерные вектор-функции, описывающие динамику для вектора состояний и модели измерений.

Суть решения задачи оценивания в рамках байесовского подхода заключается в получении оптимальной в некотором смысле оценки вектора состояний $\hat{x}_k^{opt}(Y_k)$ по измерениям $Y_k = (y_1^T,\ldots,y_k^T)^T$ и по возможности соответствующей ей условной матрицы ковариаций погрешностей оценивания $P_k^{opt}(Y_k)$, характеризующей ее текущую (соответствующую конкретному набору измерений Y_k) точность.

В теории оценивания принято выделять три группы задач: фильтрации, прогноза и сглаживания [16,17]. В настоящей работе речь пойдет об алгоритмах, используемых при решении задач фильтрации и сглаживания. Особенность задачи фильтрации заключается в том, что при получении оценки в некоторый j-ый момент времени привлекаются только измерения с индексами $i \le j$. При решении же задачи сглаживания используется весь имеющийся набор измерений $i = \overline{1.k}$.

Известно, что оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $\hat{x}_k^{opt}(Y_k)$ определяется следующим образом [16,17]:

$$\hat{x}_k^{opt}\left(Y_k\right) = \int x_k\, p\left(x_k / Y_k\right) dx_k, \qquad (3)$$

где $p\left(x_k / Y_k\right)$ – апостериорная (условная) к измерениям ф.п.р.в.

Заметим, что наряду с оптимальной в среднеквадратическом смысле оценкой (3) нередко в рамках байесовского подхода отыскивается оценка (4), соответствующая максиму апостериорной ф.п.р.в.

$$\hat{x}_k\left(Y_k\right) = \arg\max_{x_k} p\left(x_k / Y_k\right). \qquad (4)$$

Ясно, что для нахождения оценок вида (3), (4) необходимо располагать апостериорной ф.п.р.в. $p\left(x_k / Y_k\right)$.

B. Рекуррентные алгоритмы

Как правило, при обсуждении предлагаемых алгоритмов решения, нередко, по умолчанию, предполагается, что используется рекуррентная схема обработки, т.е. речь идет о построении рекуррентных по отношению к измерениям алгоритмов. При синтезе таких алгоритмов широко используются рекуррентные соотношения для апостериорной ф.п.р.в., имеющее следующий вид [16,17]:

$$p\left(x_k / Y_k\right) = \frac{p\left(y_k / x_k\right) p\left(x_k / Y_{k-1}\right)}{\int p\left(y_k / x_k\right) p\left(x_k / Y_{k-1}\right) dx_k}, \qquad (5)$$

$$p\left(x_k / Y_{k-1}\right)=\int p\left(x_k / x_{k-1}\right) p\left(x_{k-1} / Y_{k-1}\right) dx_{k-1}, \quad (6)$$

где $p(y_k/x_k)$ – функция правдоподобия; $p(x_k/Y_{k-1})$ – ф.п.р.в. прогноза; $p(x_k/x_{k-1})$ – переходная ф.п.р.в.

Принимая во внимание (1), (2) и сделанные предположения, можем записать:

$$p\left(y_k / x_k\right)=N\left(y_k ; h_k(x_k), R_k\right), \quad (7)$$

$$p\left(x_k / x_{k-1}\right)=N\left(x_k ; f_k\left(x_{k-1}\right)+u_k, \Gamma_k Q_k\left(\Gamma_k\right)^T\right). \quad (8)$$

Построение эффективных субоптимальных алгоритмов предполагает разработку экономичных в вычислительном отношении процедур, которые обеспечивают получение оценки $\hat{x}_k^{sub}\left(Y_k\right)$, незначительно отличающейся по точности от нелинейной оптимальной оценки (3), так и адекватной, т.е. согласованной с действительной, расчетной характеристикой точности в виде матрицы ковариаций погрешностей оценивания. Алгоритмы, отвечающие последнему требованию, как отмечалось во введении, называются состоятельными [18].

Еще одна востребованная группа алгоритмов, представляющая интерес для целей настоящей работы, предназначена для решения упомянутых выше задач сглаживания. Применительно к таким задачам также получены рекуррентные соотношения для ф.п.р.в., облегчающие построение соответствующих алгоритмов, а для линейных задач разработаны экономичные в вычислительном отношении алгоритмы, основанные на использовании фильтра Калмана (ФК) и последующей обработке соответствующих оценок в обратном времени [16, 19].

C. Нерекуррентные алгоритмы

Наряду с рекуррентными алгоритмами искомая оценка вектора состояния в произвольный момент времени может быть получена путем ее нахождения в составе оценки для вектора $X_k=(x_1^T,....x_k^T)^T$, включающего значения x_i для всех моментов времени $i=\overline{1.k}$, по векторному измерению $Y_k=(y_1^T,....y_k^T)^T$. Для получения этой оценки необходимо решить задачу, формулируемую так. Оценить постоянный вектор X_k с априорной ф.п.р.в. $p(X_k)$ по $m\times k$ измерениям

$$Y_k=H(X_k)+V_k, \quad (9)$$

в которых $H(X_k)=(h_1^T(x_1),.....h_k^T(x_k))^T$, $V_k=(v_1^T,....v_k^T)^T$ – составной вектор ошибок измерений с блочно-диагональной матрицей ковариаций $\mathbf{R}_k$ с матрицами R_i, $i=\overline{1.k}$ на главной диагонали. Для получения искомой оценки надо располагать апостериорной ф.п.р.в. $p(X_k / Y_k)$, определяемой как

$$p(X_k / Y_k)=cp(X_k)p(Y_k / X_k), \quad (10)$$

где c – нормирующий множитель.

В силу марковского характера оцениваемой последовательности, легко убедиться, что выражение $p(X_k)p(Y_k / X_k)$ может быть представлено в виде

$$p(X_k)p(Y_k / X_k)=p(x_0)\prod_{i=1}^{k}p(x_i / x_{i-1})\prod_{i=1}^{k}p(y_i / x_i). \quad (11)$$

Принимая во внимание гауссовский характер вектора начальных условий и векторов порождающих и измерительных шумов, можем записать выражения

$$p(X_k)=c_1\exp\left\{\frac{1}{2}J_1(X_k)\right\}, \quad (12)$$

$$p(Y_k / X_k)=c_2\exp\left\{\frac{1}{2}J_2(X_k)\right\}, \quad (13)$$

в которых

$$J_1(X_k)=-\begin{pmatrix} x_0^{\mathrm{T}}P_0^{-1}x_0+\sum_{i=1}^{k}(x_i-f_i\left(x_{i-1}\right)-u_i)^{\mathrm{T}}\times \\ \times\left(\Gamma_i^{\mathrm{T}}Q_i\Gamma_i\right)^{-1}(x_i-f_i\left(x_{i-1}\right)-u_i) \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$J_2(X_k)=-\left(\sum_{i=1}^{k}(y_i-h_i(x_i))^{\mathrm{T}}R_i^{-1}(y_i-h_i(x_i))\right) \quad (15)$$

где c_1, c_2 – нормирующие множители.

Таким образом

$$p(X_k)p(Y_k / X_k)=c\exp\left\{\frac{1}{2}J(X_k)\right\}, \quad (16)$$

где

$$J(X_k)=-\begin{pmatrix} x_0^{\mathrm{T}}P_0^{-1}x_0+\sum_{i=1}^{k}(x_i-f_i\left(x_{i-1}\right)-u_i)^{\mathrm{T}}\times \\ \times\left(\Gamma_i^{\mathrm{T}}Q_i\Gamma_i\right)^{-1}(x_i-f_i\left(x_{i-1}\right)-u_i)+ \\ +\sum_{i=1}^{i}(y_i-h_i(x_i))^{\mathrm{T}}R_i^{-1}(y_i-h_i(x_i)) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

При реализации нерекуррентной схемы оценка всего составного вектора X_k определяется как

$$\hat{X}_k^{opt}\left(Y_k\right)=\int X_k p\left(X_k / Y_k\right) dX_k. \quad (18)$$

Если требуется оценка только в момент $j \le k$, то вместо (3) при нерекуррентной схеме можем записать

$$\hat{x}_{j/k}^{opt}\left(Y_k\right) = \int x_j p\left(X_k / Y_k\right) dX_k, \qquad (19)$$

где $\hat{x}_{j/k}^{opt}$ – оценка, полученная по *k* измерениям.

Обычно при $j = k$ используется обозначение $\hat{x}_{j/j}^{opt} = \hat{x}_j^{opt}$. Отсюда с очевидностью следует, что при найденной оценке составного вектора (18) фактически для всех его компонент $j < k$ определена оценка, соответствующая решению задачи сглаживания. Можно отметить два частных случая нелинейных задач. Один из них касается оценивания гауссовских марковских последовательностей, когда уравнения формирующего фильтра линейны, а нелинейны лишь уравнения измерений (2). В этом случае нет проблем нахождения ф.п.р.в. $p(X_k)$, поскольку она будет гауссовской. В другом частном случае линейны измерения, а уравнения (1) нелинейны. При такой ситуации нет проблем с вычислением $p(Y_k / X_k)$ и основная трудность связана с определением $p(X_k)$. Причем даже нахождение гауссовской аппроксимации этой плотности представляет собой нетривиальную задачу [23].

Нетрудно убедиться, что для решения линейной гауссовской задачи, в которой в уравнениях (1) и (2) $f_k\left(x_{k-1}\right) = \Phi_k x_{k-1}$, $h_k(x_k) = H_k x_k$, где Φ_k и H_k – известные матрицы размерностей $n \times n$ и $m \times n$, для оптимальной оценки составного вектора X_k и соответствующей ему матрицы ковариаций будут справедливы следующие соотношения

$$\hat{X}_k^{opt}\left(Y_k\right) = \bar{X} + \mathbf{P}_k \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1}\left(Y_k - \mathbf{H}_k \bar{X}\right), \qquad (20)$$

$$\mathbf{P}_k\left(Y_k\right) = (\mathbf{P}_X^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k)^{-1}, \qquad (21)$$

где $\mathbf{H}_k$ – блочно-диагональная матрица с матрицами H_i, $i = \overline{1.k}$ на главной диагонали, $\mathbf{P}_X$ – матрица ковариаций, соответствующая составному вектору $X_k = (x_0^T, ...x_k^T)^T$ [17, с. 337].

Хорошо известно, что линейная гауссовская задача, согласно рекуррентной схеме, может быть решена с использованием известных соотношений для дискретного рекуррентного фильтра Калмана в режиме фильтрации. Если же необходимо решить задачу сглаживания, то для этого следует использовать экономичные в вычислительном отношении алгоритмы сглаживания. Суть этих алгоритмов заключается в том, что после решения задачи фильтрации с помощью ФК полученные оценки обрабатываются с помощью соотношений, аналогичных ФК, в обратном времени [16,19,25]. В контексте настоящей работы отличительная особенность рекуррентной схемы обработки заключается в том, что при реализации алгоритмов оценивания обращению подлежат лишь матрицы размерности *n*, в отличии от матриц размерности $n \times k$ в нерекуррентном случае.

III. Субоптимальные рекуррентные и нерекуррентные байесовские алгоритмы решения задачи, основанные на линераизации

Важно подчеркнуть, что оптимальная в том или ином смысле оценка при фиксированном числе используемых измерений не зависит от того, согласно какой схемы обработки она вычисляется – рекуррентной или нерекуррентной. Иная ситуация складывается при использовании субоптимальных алгоритмов, особенно тех, которые основаны на линеаризованном представлении нелинейных функций. Именно такие алгоритмы и рассматриваются далее, т.е. считается что

$$\begin{aligned} f_i(x_{i-1}) &\approx f_i(x_i^{\eta_1}) + \Phi_i(x_{i-1} - x_i^{\eta_1}), \\ h_i(x_i) &\approx h_i(x_i^{\eta_2}) + H_i(x_i - x_i^{\eta_2}), \end{aligned} \qquad (22)$$

где Φ_i, H_i, – матрицы Якоби функций $f_i(x_{i-1}), h_i(x_i)$, рассчитанные в точках линеаризации $x_i^{\eta_1}, x_i^{\eta_2}$.

Простейший рекуррентный алгоритм, основанный на линеаризации, это так называемый рекуррентный линеаризованный ФК (Алг.1) и соответствующий рекуррентный линеаризованный сглаживающий ФК. Их отличительная особенность заключается в выборе в качестве точек линеаризации значений априорных математических ожиданий, т.е. $x_i^{\eta_1} = \bar{x}_{i-1}, x_i^{\eta_2} = \bar{x}_i$. Указанный в скобках номер алгоритма - Алг.1 используется для его обозначения в разделе моделирования. Аналогичная нумерация используется и для остальных алгоритмов.

При решении прикладных задач широкое применение получил Алг. 2, представляющий собой рекуррентный обобщенный фильтр Калмана (ОФК) и соответствующий рекуррентный обобщенный сглаживающий ФК. Их отличительная особенность заключается в том, что $x_i^{\eta_1} = \hat{x}_{i-1}, x_i^{\eta_2} = \hat{x}_{i/i-1}$, т.е. в качестве точек линеаризации выбирается оценка с предыдущего шага и значения её прогноза, сформированного на текущем шаге.

Еще один класс алгоритмов – это так называемые фильтры с локальными итерациями, такие как рекуррентный итерационный обобщённый фильтр Калмана (Алг. 3), в которых одно и то же измерение на текущем шаге обрабатывается неоднократно (итерационно) и при этом при очередной итерации точки линеаризации корректируется с учетом результатов обработки на предыдущей итерации.

Заметим, что в настоящей работе исследуются алгоритмы, предназначенные для решения задач, специфика которых заключается в том, что апостериорная ф.п.р.в. оцениваемого вектора состояния в процессе накопления измерений изменяет свой характер – от многоэкстремальной плотности до

одноэкстремальной, нередко близкой к гауссовскому виду. Понятно, что применение алгоритмов, использующих гауссовскую аппроксимацию апостериорной ф.п.р.в. на каждом шаге и привлекающих для расчёта точек линеаризации оценку с предыдущего шага, в таких задачах будет неэффективным, поскольку на начальном этапе, при малом числе измерений, вид апостериорной ф.п.р.в. существенно отличается от гауссовского, что ведет к существенным погрешностям линеаризации.

В то же время, как отмечалось еще в [21, с 263], логично ожидать, что, начиная с момента, когда апостериорная ф.п.р.в будет приобретать одноэкстремальный характер, эффективными окажутся нерекуррентные алгоритмы, такие как сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр (Алг. 4), в которых обработка осуществляется с использованием набора (пачки) измерений, накопленных к текущему времени. Очевидно, что наибольший эффект будет от использования нерекуррентного итерационного пачечного линеаризованного фильтра (Алг. 5). Особенность этого алгоритма в том, что одновременная обработка всех накопленных к текущему моменту времени измерений осуществляется в нем неоднократно (итерационно) при линеаризации в фиксированных точках и на каждой итерации точки линеаризации корректируются одновременно с учетом результатов, полученных на предыдущей итерации. При этом под итерацией понимается повторная обработка всех накопленных к текущему моменту измерений. В тоже время понятно, что применение такого алгоритма окажется затратным с точки зрения вычислительных ресурсов. Однако при реализации этого алгоритма с целью сокращения объема вычислений предлагается использовать рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр (Алг. 6). На каждой итерации такого алгоритма можно выделить два этапа: первый – решение задачи фильтрации для всех моментов времени с использованием рекуррентного линеаризованного ФК, с запоминанием полученных оценок $\hat{x}_i$ и матриц ковариаций $\hat{P}_i$, $i=\overline{1.k}$, а второй – вычисление оценок в режиме сглаживания и соответствующих им матриц ковариаций в обратном времени с использованием выражений, аналогичных ФК [16,19,25]. Очевидно, что полученные оценки будут полностью совпадать с оценками (19) для Алг. 5, поскольку они также соответствуют решению задачи сглаживания при одинаково выбранных точках линеаризации. Эти оценки, используются затем в качестве новых точек линеаризации на следующей итерации и все, накопленные к текущему моменту времени, измерения обрабатываются повторно.

IV. Пример

Рассмотрим пример. Будем полгать, что требуется оценить экспоненциально-коррелированную последовательность x_k , описываемую с помощью линейного формирующего фильтра:

$$x_k = \Phi x_{k-1} + \Gamma w_k + u \ , \qquad (23)$$

где $\Phi = e^{-\alpha\Delta t}$, $\Gamma = \frac{\sqrt{2\sigma^2\alpha}}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha\Delta t}\right)$, σ^2 – дисперсия процесса, α – величина, обратная интервалу корреляции τ_k а u – постоянное во времени известное входное воздействие. Нелинейные измерения (2) имеют вид:

$$y_k = h_1 + h_2 x_k + h_3 x_k^2 + h_4 x_k^3 + v_k , \qquad (24)$$

где h_1, h_2, h_3, h_4 – известные величины. Проведем сопоставительное моделирование с использованием метода статистических испытаний согласно методике, описанной в [26]. Сравнение алгоритмов проведем путем сопоставления с алгоритмом, направленным на вычисление оптимальных в среднеквадратическом смысле оценок и реализованным с помощью фильтра частиц (ОПТ) с количеством частиц $N = 20000$ [16, 21, 30].

Моделирование проводилось при следующих параметрах: $\sigma = 1.5,\ \alpha = 0.1,\ r = 0.1,\ h_1 = 0.0875,$ $h_2 = -0.1825,\ h_3 = 0.01,\ h_4 = 0.01,\ u = 1,\ L = 10000$, где L – количество реализаций в методе статистических испытаний, интервал дискретизации $\Delta t = 1\,c$, время моделирования $T = 20\,c$. Количество итераций повторной обработки измерений в итерационных алгоритмах принималось равное 3 . На рис. 1 слева синей сплошной линией показан вид нелинейной функции (24), чёрными пунктирными линиями обозначена априорная область $\pm 3\sigma$, красной линией – значение одной реализации оцениваемой последовательности в момент времени $k = 1$, а фиолетовой линией – соответствующее ей измерение. По середине и справа представлены графики апостериорной ф.п.р.в. $p\left(x_k / Y_k\right)$, построенные для этой реализации с использованием последовательных методов Монте-Карло в моменты времени $k = 1$ и $k = 10$.

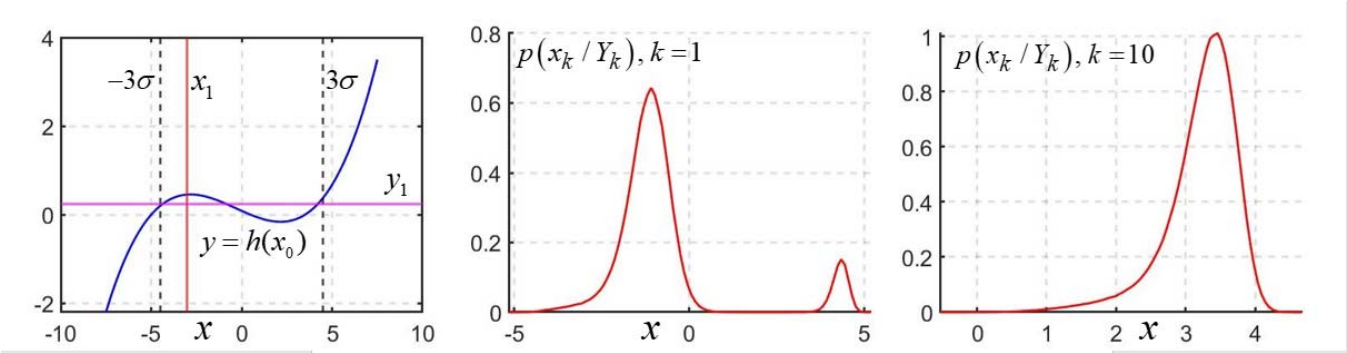


Рис. 1 Вид нелинейной функции измерений и апостериорные ф.п.р.в. для $k = 1$ и $k = 10$.

При моделировании для каждого μ -го алгоритма рассчитывались безусловные и осреднённые расчётные дисперсии

$$G_k^\mu \approx \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}(x_k^{(j)} - \hat{x}_k^\mu(Y_k^{(j)}))^2,\ \tilde{G}_k^\mu \approx \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}P_k^\mu(Y_k^{(j)}). \qquad (25)$$

Все приведённые на рис. 2 графики на момент времени k получены с использованием измерений с индексами $i \le k$. Результаты моделирования, приведённые на рис. 2, показывают, что Алг. 2 и Алг. 3 оказываются неработоспособными, что вполне объясняется показанным на рис. 1 характером эволюции апостериорной ф.п.р.в., которая в начальный момент времени является многоэкстремальной, а при $k = 10$ – одноэкстремальной. Точности и уровень выполнения свойств состоятельности Алг. 1 и Алг. 4, также, как и Алг. 5 и Алг. 6 совпадают. При этом результаты Алг. 5 и Алг. 6 при $k \ge 10$ близки к потенциальной точности, соответствующей ОПТ.

Результаты анализа вычислительных затрат показали, что Алг. 1 $\approx 4{,}5$ раза проще, чем Алг. 4, а Алг. 6 $\approx 6{,}5$ раза проще, чем Алг. 5.

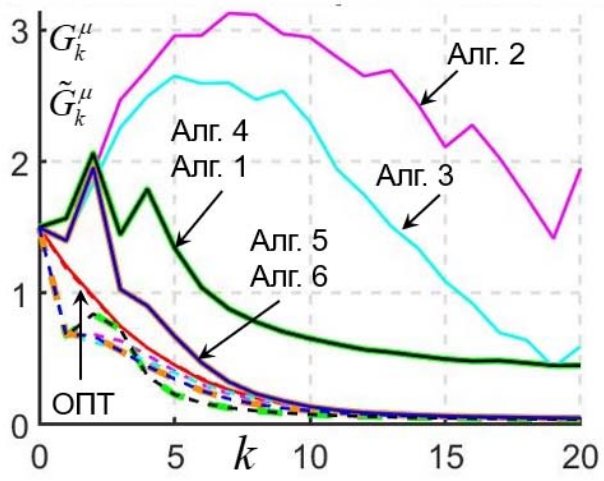


Рис. 2 Безусловные и осреднённые расчётные значений среднеквадратических погрешностей.

Отметим, что полученные результаты полностью подтверждают выводы, сделанные в предыдущем разделе: рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр (Алг. 6) совпадает с итерационным пачечным линеаризованным фильтром (Алг. 5), однако обладает гораздо меньшей вычислительной сложностью. Весьма важно, что оба они обеспечивают точность, близкую к потенциальной, начиная с некоторого момента времени. Заметим, что аналогичные результаты, подтверждающие эффективность Алг. 5 и Алг. 6 получены и в задаче траекторного слежения [15].

V. Алгоритмы решения задач с использованием фактор-граф оптимизации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами байесовского оценивания.

Заметим, что с учетом линеаризованного представления функций (22), критерий (17) может быть представлен в виде квадратичной формы:

$$J(X) = -(AX + b)^T \mathbf{S}(AX + b), \qquad (27)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\Phi_1 & E & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\Phi_k & E \\ 0 & -H_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -H_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -H_k \end{bmatrix};\ b = \begin{bmatrix} x_0 \\ -\tilde{u}_1 \\ \dots \\ -\tilde{u}_k \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \\ \dots \\ \tilde{y}_k \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} P_0^{-1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \left(\Gamma_1^\tau Q_1 \Gamma_1\right)^{-1} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \left(\Gamma_k^\tau Q_k \Gamma_k\right)^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & R_2^{-1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & R_k^{-1} \end{bmatrix},$$

а $\tilde{u}_i = u_i + f_i(x_i^{л_1}) - \Phi_i x_i^{л_1}$, $\tilde{y}_i = y_i - h_i(x_i^{л_2}) + H_i x_i^{л_2}$. Задача оценивания таким образом может быть сведена к задаче оптимизации, т.е. отысканию значения X, обеспечивающего минимум квадратичной формы (27). Ее решение в свою очередь сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений [27]:

$$A^T \mathbf{S} A X = A^T \mathbf{S} b, \qquad (28)$$

в чем легко убедиться, взяв производную от критерия (27) по X и приравняв ее нулю. Заметим, что получение решения системы (28) путем непосредственного обращения матрицы $A^T \mathbf{S} A$ во многих случаях затруднительно по причине ее большой размерности. В то же время следует иметь в виду, что эта матрица, как и матрицы A и $\mathbf{S}$, является разреженной. При этом матрица $A^T \mathbf{S} A$, кроме того, трехдиагональная, т.е. имеет ненулевые блоки только на главной и побочных диагоналях. Сведение задачи оценивания к задаче оптимизации квадратичной формы для вектора высокой размерности при разреженном характере упомянутых матриц и является, по сути, причиной обращения к АФГО.

Отметим, что исторически необходимость минимизации квадратичных критериев вида (27) при разреженном характере матриц возникала в различных задачах, не связанных с теорией оценивания. Такая потребность возникает, в частности, при решении дифференциальных уравнений в частных производных, включающих расчеты упругости, гидродинамики, акустики [27].

Из сказанного следует, что задачи, решаемые с помощью АФГО, аналогичны задачам, решаемым в рамках байесовского подхода с использованием субоптимальных нерекуррентных алгоритмов, основанных на линеаризации. Их общими отличительными особенностями являются: минимизируемый критерий в виде квадратичной формы для вектора высокой размерности и разреженный характер формирующих эту форму матриц. Именно эти особенности и объясняют популярность применения таких алгоритмов при решении задач оценивания. Учет нелинейного характера критерия как в АФГО, так и в алгоритмах, синтезируемых в рамках байесовского подхода, в принципе одинаков и основан на итерационной схеме обработки пачки измерений, позволяющей уточнять точки линеаризации. В терминологии АФГО в этом случае говорят об ре-линеаризации [13]. При этом в решении линеаризованных задач многое зависит от выбора точки линеаризации, но в целом АФГО будут соответствовать рекуррентному итерационному сглаживающему пачечному линеаризованному фильтру (Алг. 6), объединяющему в себе преимущества нерекуррентного уточнения точки линеаризации и рекуррентной обработки измерений. Отсюда следует, что результаты, достигаемые с использованием АФГО и нерекуррентных алгоритмов с точки зрения точности будут одинаковыми. Преимущество вычислительного характера АФГО перед нерекуррентными алгоритмами проявляется в учете разреженного характера матриц. Вместе с тем, следуя [28], можно показать, что АФГО в этом смысле не дают какого-либо выигрыша по сравнению с алгоритмами, разработанными в рамках теории оценивания для решения линейных задач фильтрации и сглаживания. Это означает, что при построении предложенного рекуррентного итерационного линеаризованного сглаживающего ФК, синтезированного в рамках байесовского подхода, в полной мере учитывается факт разреженности матриц.

Таким образом, из сказанного следует, что для рассматриваемого класса задач АФГО не обладают какими-либо преимуществами ни в части точности, ни в части вычислительной загрузки по сравнению с алгоритмами, синтезируемыми в рамках байесовского подхода. Вместе с тем использование программного обеспечения (ПО), реализующего АФГО, (такого, например, как библиотека с открытым исходным кодом GTSAM – Georgia Tech Smoothing and Mapping [29]) оказывается полезным при отработке бортовых алгоритмов. Кроме того, это ПО позволяет разработчиками, не имеющим значительного опыта в создании алгоритмов оценивания в рамках байесовского подхода, с успехом синтезировать такие алгоритмы для решения стоящих перед ними прикладных задач, связанных с комплексной обработкой информации [10,11]. Нередко при этом при использовании АФГО привычная постановка задачи в виде (1) (2) не приводится. Например, если имеется m наборов измерений типа (9), задаваемых в виде

$$Y_k^{\mu} = H^{\mu}(X_k) + V_k^{\mu},\ \mu = \overline{1.m},$$

то, считая ошибки измерения независимыми между собой и раскладывая АП на множители (факторизуя ее), можно записать следующее представление

$$p(X_k / Y_k^1, .. Y_k^m) = cp(X_k) \prod_{\mu=1}^{m} p(Y_k^{\mu} / X_k). \qquad (29)$$

Нетрудно убедиться, что, полагая дополнительно ошибки в каждом из наборов измерений центрированными и гауссовскими с заданными матрицами ковариаций, критерий типа (9) можно представить в виде суммы

$$J(X_k) = J^0(X_k) + \sum_{\mu=1}^{m} J^{\mu}(X_k), \qquad (30)$$

в которой слагаемые $J^0(X_k) = N(X_k; \bar{X}_k, \mathbf{P}_x)$ $J^{\mu}(X_k) = N(Y_k; \mathbf{H}^{\mu}(X_k), \mathbf{R}_{\mu}))$ называются фактором априорной (начальной) неопределенности и факторами соответствующих измерений, поступающих, например, от спутниковой навигационной системы, инерциального измерительного модуля и т.п. [3, 11, 13]. Именно с постановки задачи, направленной на минимизацию критерия (30), и начинается нередко рассмотрение

задачи в работах, предполагающих использование АФГО.

Стоит также заметить, что апостериорная ф.п.р.в. может быть факторизована по-разному. В частности представление (11), основанное на марковском характере оцениваемой последовательности, тоже является факторизацией. Факт использования того или иного типа факторизации, особенно при решении нелинейных задач, представляется очень важным с точки зрения построения экономичных и эффективных алгоритмов ее решения. В частности, широко применяемый метод частичного аналитического интегрирования [30, 31], по сути, основан на факторизации, в которой выделяется сомножитель (фактор), порождающий нелинейный блок в алгоритме, и сомножитель, порождающий банк ФК. Важной также представляется особенность задачи, в составе оцениваемого вектора которой может быть выделен постоянный во времени подвектор, что имеет место, например, при решении задач SLAM. Учет этого обстоятельства также является важным при построении экономичных в вычислительном отношении алгоритмов SLAM. Однако стоит заметить, что вопросы, касающиеся этой темы, заслуживают отдельного рассмотрения, выходящего за рамки настоящего доклада.

VI. Заключение.

Исследована эффективность основанных на линеаризации алгоритмов решения нелинейных задач оценивания, сформулированных в рамках байесовского подхода и основанных на рекуррентной и нерекуррентной итерационных схемах обработки используемых измерений.

Показано, что нерекуррентные итерационные схемы обработки в отличие от традиционных рекуррентных схем, предполагающих использование обобщенного ФК и фильтра с локальными итерациями, позволяют обеспечить точность, близкую к потенциальной при решении задач, в которых апостериорная ф.п.р.в. оцениваемого вектора состояния по мере накопления измерений изменяет свой характер – от многоэкстремальной до одноэкстремальной.

Предложен рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр (Алг. 6), в котором на каждой итерации все накопленные к текущему моменту времени измерения обрабатываются сначала в линеаризованном ФК, а затем полученные оценки обрабатываются в обратном времени. При этом на каждой итерации точки линеаризации корректируются одновременно для всех измерений, что обеспечивает получение таких же оценок, как и при использовании нерекуррентной схемы. Иными словами, этот алгоритм, также как и нерекуррентный, обеспечивает более высокую точность по сравнению с фильтром с локальными итерациями, близкую к потенциальной, и обладает свойством состоятельности. Наряду с этим при реализации предложенного алгоритма не требуется обращать матрицы высокой размерности $nk \times nk$, а достаточно обращать только матрицы размерности n, что позволяет существенным образом сократить объем вычислений по сравнению с нерекуррентным алгоритмом.

Обсуждены взаимосвязь и отличия АФГО и алгоритмов, основанных на линеаризации и синтезируемых в рамках байесовского подхода. При этом отмечается, что при решении линейных задач оценивания применение АФГО не даёт каких-либо преимуществ по сравнению с традиционными алгоритмами ФК.

VII. Список литературы

[1] Q. Zeng, W. Chen, J. Liu, and H. Wang, “An Improved Multi-Sensor Fusion Navigation Algorithm Based on the Factor Graph,” Sensors, vol. 17, p. 641, Mar. 2017.

[2] E. Olson, "AXLE: Computationally-efficient trajectory smoothing using factor graph chains," 2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Xi'an, China, 2021, pp. 7443-7448, doi: 10.1109/ICRA48506.2021.9561823.

[3] Weisong Wen, Tim Pfeifer, Xiwei Bai Li-Ta Hsu1. Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter.. *NAVIGATION* 2021;68:315–331.

[4] А. Ю. Филатов Масштабируемые алгоритмы одновременного построения карты и локализации стаи мобильных роботов. Автореферат дисс. на соискание ученой степени кандидата технических наук, Спб 2021.

[5] Xiwei WU, Bing XIAO, Cihang WU, Yiming GUO, Lingwei LI. Factor graph based navigation and positioning for control system design: A review. Chinese Journal of Aeronautics. Volume 35, Issue 5, May 2022, Pages 25-39

[6] Yanwu Zhai and Songyuan Zhang. A Novel LiDAR–IMU–Odometer Coupling Framework for Two-Wheeled Inverted Pendulum (TWIP) Robot Localization and Mapping with Nonholonomic Constraint Factors. Sensors 2022, 22, 4778. https://doi.org/10.3390/s22134778.

[7] Jun Dai, Songlin Liu, Xiangyang Hao, Zongbin Ren and Xiao Yang. UAV Localization Algorithm Based on Factor Graph Optimization in Complex Scenes. Sensors 2022, 22, 5862.

[8] Mingxing Chen , Zhi Xiong , Jun Xiong,d Rong Wang. A hybrid cooperative navigation method for UAV swarm based on factor graph and Kalman filter. International Journal of Distributed Sensor Networks 2022, Vol. 18(1).

[9] Shiji Xin, Xiaoming Wang , Jinglei Zhang, Kai Zhou 1 and Yufei Chen A Comparative Study of Factor Graph Optimization-Based and Extended Kalman Filter-Based PPP-B2b/INS Integrated Navigation. Remote Sens. 2023, 15, 5144. https://doi.org/10.3390/rs15215144.

[10] А.А.Пеньковский, М.Мохрат, Ж.Махмуд, С.А. Колюбин Робастная визуально-инерциальная одометрия наземных роботов для работы в динамическом окружении. В сборнике: XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2023. С. 49-53.

[11] Д.А. Чергинец, А.А. Ведяков. Разработка алгоритма визуально-инерциальной одометрии для шагающего четвероногого робота со стереокамерой. В сборнике: Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2024.

[12] А.Р. Абдрашитов. Относительная навигация группы беспилотных летательных аппаратов с применением байесовских оценок. Труды XIX Всероссийской научно-практическая конференции «Перспективные системы и задачи управления» 2024.

[13] S.H. Quan, S.H. Chen, Y.L. Zhou S. Zhao, H.Z. Hu, Q. Zhu A Robust IMU/GNSS/ODO Integrated Navigation System Based On Factor Graph. 31th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2024 - Proceedings. 27. 2024

[14] В.Г. Караулов, А.М. Грузликов, О.А.Степанов, Ю.А. Литвиненко Решение задачи позиционирования АНПА относительно стационарной посадочной платформы с применением алгоритма оптимизации на фактор-графе. В сборнике: Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2024.

[15] О.А. Степанов, В.П. Золотаревич, А.В. Моторин, М.С. Иванов. Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов оценивания в задаче траекторного слежения с использованием измерений пеленга В сборнике: Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2024.

[16] Särkkä, S., Bayesian Filtering and Smoothing, Cambridge University Press, 2013.

[17] О.А.Степанов Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивани СПб:: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2017-509 с.

[18] Bar-Shalom Y., Li, X., Kirubarajan, T. Estimation with applications to tracking and navigation, New York, Wiley–Interscience, 2001, 581 p.

[19] О.А.Степанов Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 2. Введение в теорию фильтрации СПб:: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 2017-428 с.

[20] О.А. Степанов, Ю.А.,Литвиненко А.М., Исаев. Сравнение рекуррентных и нерекуррентных схем построения алгоритмов, основанных на линеаризации, при решении одного класса задач нелинейного оценивания. В сборнике: XIV Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-24 Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2024. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2024.

[21] О.А. Степанов Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации // СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор". 2003. 370 с

[22] В.А.Васильев, Ю.А., Литвиненко О.А Степанов., А.Б. Торопов Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов фильтрации при решении задачи навигации по геофизическим полям В сборнике: XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления МКПУ-2021. материалы XIV мультиконференции : в 4 т.. Ростов-на-Дону, 2021. С. 125-127.

[23] О.А.Степанов, Ю.А., Литвиненко, В.А Васильев., А.Б. Торопов, М.В. Басин Алгоритм полиномиальной фильтрации в задачах обработки навигационной информации при квадратичных нелинейностях в уравнениях динамики и измерений. Часть 1. Описание и сопоставление с алгоритмами калмановского типа. // Гироскопия и навигация. — 2021. — Т. 29. — № 3 (114). — С. 3-33. DOI 10.17285/0869-7035.0068

[24] Gibbs, Bruce P. Advanced Kalman Filtering, Least-Squares and Modeling: A Practical Handbook, John Wiley&Sons, Inc., 2011.

[25] Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управления. М. Изд-во Энергия. 1973г. 440с

[26] О.А. Степанов, А.М. Исаев. Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования. // Гироскопия и навигация. Том 31. №3 (122), 2023. С. 48-65.

[27] А. Джордж, Дж. Лю.Численное решение больших разреженных систем уравнений.«Численное решение больших разреженных систем уравнений» //М.: Мир, 334 страниц; 1984.

[28] Aravkin Aleksandr, Bell Bradley, Burke James, Pillonetto Gianluigi. . Kalman smoothing and block tridiagonal systems: new connections and numerical stability results. Journal of Machine Learning Research 14, 2013

[29] F. Dellaert and GTSAM Contributors, “Georgia Tech Smoothing and Mapping library”, https://github.com/borglab/gtsam, 2022.

[30] Doucet, A., Freitas, N., Gordon, N. Sequential Monte Carlo Methods in Practice // Springer. 2001. 590 p

[31] Степанов О.А., Торопов А.Б. Применение последовательных методов Монте-Карло с использованием процедур аналитического интегрирования при обработке навигационной информации. В сборнике: XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2014. С. 3324-3337.

.

Уравнения упругих колебаний в базисе собственных форм. Трехосный волновой твердотельный гироскоп

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им.А.Ю. Ишлинского РАН
119526, Москва, Россия
e-mail: ipm@ipmnet.ru

В.Ф. Журавлев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
119526, Москва, Россия
e-mail: ipm@ipmnet.ru

А.А.Скрипкин
СГТУ им.Ю.А.Гагарина
410054, Саратов, Россия,
e-mail: alskr@yandex.ru

***Аннотация* — В рассмотренных известных публикациях посвященных принципиальной- теории волновых твердотельных гироскопов применительно к тонкому кольцу, цилиндру, полусфере эффект инертности упругих волн Брайана имеет одномерный характер: угловая скорость тела есть скаляр, характеризующий вращение упругого твердого тела вокруг неподвижной в пространстве оси. Рассмотрено и исследовано обобщение этого эффекта на пространственный случай – исследуется упругое сферически симметричное твердое тело со свободной границей, на которое действуют массовые силы. Плоский поворот сферического резонатора заменяется пространственным поворотом. При таком эксперименте пространственным оказывается и обобщенный эффект инерции Брайана.**

Ключевые слова: маятник Фуко, полусферический волновой твердотельный гироскоп, 3-D резонансный гироскоп, 3-D сферический резонансный гироскоп.

I. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время, появился целый класс новых гироскопических приборов, в которых фактически реализована идея известного классического маятника Фуко [1].

К этому классу относятся: струнный гироскоп, кольцевой волновой твердотельный гироскоп [2], полусферический кварцевый резонатор (HRG) [3…6] или волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) [7,8], «квапазон» [9].

В известных публикациях [11…14] представлена теория ВТГ с полусферическим кварцевым резонатором.

Играющий роль маятника Фуко, осциллятор с двумя степенями свободы реализован в виде одной из рабочих форм собственных колебаний упругой среды, обладающей осевой симметрией. При этом, в отличие от классического маятника Фуко, вращение упругой среды вокруг оси симметрии вовлекает реализованную форму собственных колебаний во вращение относительно инерциального пространства (исключение составляет струнный гироскоп), однако, отношение угловой скорости формы относительно упругого тела к угловой скорости твердого тела относительно пространства является постоянной константой, зависящей только от номера формы (моды) колебаний и почти не зависящей от основных конструкционных свойств материала. Этот коэффициент получил название масштабного коэффициента, или коэффициента Брайана [10], по имени первого исследователя колебаний упругого тела с учетом его непрерывного вращения в абсолютном пространстве с постоянной угловой скоростью.

В соответствующем выбранной форме колебаний собственном подпространстве все вопросы теории подобного датчика инерциальной информации могут рассматриваться в рамках одних и тех же уравнений, аналогичных уравнениям классического маятника Фуко. По этой причине весь этот класс приборов назван [13] обобщенным маятником Фуко. В данной работе решается вопрос о том, как эффективно наблюдать за таким маятником, чтобы сделать его точным интегрирующим гироскопом.

Следует отметить, что и в случае упругого кольца, и в случае упругой полусферической оболочки физический эффект инертности механических стоячих волн имеет одномерный характер: угловая скорость $\omega(\tau)$ есть скаляр, характеризующий вращение упругого твердого тела вокруг неподвижной в пространстве оси.

Предлагается рассмотреть обобщение этого эффекта на произвольный пространственный случай. Например, возбуждая в неподвижном упругом твердом теле (кварцевом тонкостенном, полным и упругом сферическом резонаторе) стоячую волну колебаний с каким-нибудь рабочим чистым тоном. После чего, необходимо привести трехмерное твердое тело во вращение с произвольной угловой скоростью $\omega(\tau)$ и определить угловую скорость возбужденной на поверхности сферического резонатора пространственной стоячей волны (например, эллипсоида вращения). Такой эллипсоид вращения при пространственном повороте сферического резонатора будет поворачиваться относительно тела, отставая от его движения строго по определенному закону, при котором и наблюдается обобщенный пространственный эффект инертности Брайана упругих стоячих волн на поверхности полной высокодобротной сферической оболочки.

II. ЭФФЕКТ ИНЕРТНОСТИ УПРУГИХ ФОРМ НА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Эффект инертности упругих волн Брайана во вращающемся осесимметричном твердом теле был открыт на тридцать лет раньше эффекта Саньяка, но исследования возможности создания гироскопа на этом принципе начались на двадцать лет позже [3-5] реализации первого образца кольцевого лазерного гироскопа (КЛГ). С тех пор созданы не только точные КЛГ, но и волновые твердотельные гироскопы (ВТГ) средней и высокой точности на основе высокодобротного кварцевого полусферического резонатора и низкой точности с использованием цилиндрических металлических резонаторов. Разработку и производство ВТГ высокой точности ведут фирмы США и Франции. Первый высокоточный ВТГ был создан фирмой «Northrop Grumman» (США) для авиационных применений [2,3]. Сочетание высоких точностных и уникальных эксплуатационных характеристик космического прибора ВТГ-130Р является неоспоримым преимуществом ВТГ, однако высокая стоимость гироскопа пока ограничивает его массовое применение. Вероятно поэтому не получила развития практика использования этого типа гироскопа в гироинклинометрах, обеспечивающих буровые работы. Важным достижением ведущих разработчиков ВТГ стало обеспечение способа автокалибровки дрейфа нуля и масштабного коэффициента в процессе эксплуатации гироскопа. Сенсацией последних лет стало создание высокоточного малогабаритного ВТГ французской фирмой «Safran Electronics & Defence». Точностные параметры серийного прибора «Ragys-20», нашедшего применение в инерциальной навигационной космической системе типа «Space Naute», пока уступают параметрам прецизионного прибора ВТГ-130Р [16], но конструкторами уже заявлены значительно более высокие точностные параметры.

По принципу действия и применению в различного рода гироскопических системах волновые твердотельные гироскопы (ВТГ) подразделяются на ВТГ, работающие в режиме ДУС – датчика угловой скорости (ВТГ-ДУС), и ВТГ, функционирующего в режиме ИГ – интегрирующего гироскопа (ВТГ-ИГ). Интегрирующие ВТГ имеют сравнительно высокую точность (случайная составляющая скорости ухода достигнута на уровне 0.001 град/ч и точный масштабный коэффициент Брайана). Более подробно эффект Брайана и известный эксперимент Линча-Скотта изложены в монографии [15].

Функционирование интегрирующего волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) основано на использовании уникальных свойств инерции механических стоячих волн, возбуждённых в подвижной осесимметричной высокодобротной оболочке. В настоящее время основные производители ВТГ расширяют область применения этого гироскопа. Уже разработаны современные ИНС на ВТГ разного класса точности для авиационно-космических, сухопутных и морских применений.

Сообщается [17] о подтверждении достижимости дрейфа нуля на уровне 10–4 град/ч. Подобная БИНС безусловно выигрывает по сравнению с БИНС на ВОГ по критерию известному критерию стоимости, габаритам и точности, но остается вопрос о соотношении стоимости.

III. УРАВНЕНИЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ СФЕРИЧЕСКОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Перейдем к рассмотрению упругих колебаний тонкой сферической оболочки. Возьмем упругое сферически симметричное твёрдое тело $\boldsymbol{x} = (x_1 x_2 x_3)$ со свободной границей, на которое действуют массовые силы плотности $\boldsymbol{f}$. Главный вектор, всех сил, действующих на упругое объемное тело, $\int_V \boldsymbol{f}\mathrm{d}m$ без ограничения общности будем полагать равным нулю. Под действием главного момента $\int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f} dm$ рассматриваемое тело меняет свою ориентацию в пространстве ($\boldsymbol{r}$ - радиус–вектор произвольной точки тела, dm - элемент массы, V- область, занятая телом). Для описания упругих деформаций тонкой сферической оболочки введём систему координат $x_1 x_2 x_3$ связанную с рассматриваемым упругим телом так, чтобы выполнялись следующие условия

$$\int_V \boldsymbol{x} dm = 0, \quad \int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{x} dm = 0 \tag{3.1}$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1 x_2 x_3)$ - упругое смещение материальной точки, в недеформированном состоянии занимавшей положение $\boldsymbol{r}$. Условия (4.1) характеризуют координатный трехгранник, относительно которого упругое тело в среднем (по всем частицам) не перемещается и не поворачивается. Ставится следующая задача: зная абсолютную угловую скорость $\boldsymbol{\omega}(t)$ трехгранника $x_1 x_2 x_3$ в проекциях на его же оси, определить, как ведут себя волны упругих деформаций. Запишем принцип Даламбера-Лагранжа для рассматриваемого тела следуя [11]

$$\int_V \Big[\ddot{x} + \boldsymbol{\omega} \times \big(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{x})\big) + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{x}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{x}} + \frac{1}{\boldsymbol{\rho}} \boldsymbol{\nabla}\Pi - f\Big] \delta \boldsymbol{x} \times dm = 0 \tag{3.2}$$

Здесь ρ- плотность, зависящая только от модуля радиуса $|\boldsymbol{r}|$, $\boldsymbol{\nabla}\Pi$ - градиент квадратичного функционала линейной теории упругости. Координаты, определяющие угловое положение тела как целого, не варьируются, предполагается, что угловая скорость $\omega(t)$ - известная функция времени. Для выбора обобщённых координат рассмотрим частный случай $\omega = 0$. В монографии [15] показано, что спектр собственных колебаний свободного твёрдого тела при выполнении, введенных выше условий (3.1) дискретен. Это означает, что возрастающая последовательность частот собственных колебаний $\nu_1 \le \nu_2 \le \nu_3 \ldots$ неограниченна, а собственные элементы $h_1(r), h_2(r), \ldots$ соответствующие этим последовательностям частот, образуют ортонормированную систему функций, полную в конфигурационном пространстве рассматриваемой задачи:

$$\int_V h_n(r)\, h_1(r) dm = \delta_n^l \tag{3.3}$$

Это позволяет ввести независимые Лагранжевы координаты, описывающие степени свободы при деформировании тела, в общем случае $\omega(t) \neq 0$ следующим образом:

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) h_n(r) \tag{3.4}$$

Задача о собственных колебаниях сферически симметричного свободного тела допускает группу $SO(3)$, поэтому спектр собственных частот вырожден и состоит из последовательности, по крайней мере, трехкратных частот: $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 \le \nu_4 = \nu_5 = \nu_6 \le \cdots$. Конфигурационное пространство при этом представляет собой прямое произведение трёхмерных собственных подпространств:

$$\{h_1, h_2, h_3\} \times \{h_4, h_5, h_6\} \times \ldots$$

Фиксируем номер m произвольного собственного подпространства и введём обозначения для соответствующих обобщённых координат: $q_{3m-1} = u,\ q_{3m-2} = v,\ q_{3m} = w$ $(m = 1,2\ldots)$. Подставляя формулу (3.4), а также выражение $\delta x = \sum_{n=1}^{\infty} \delta q_n h_n(r)$ в формулу (3.2) и приравнивая нулю коэффициенты при независимых вариациях δq_n, получаем бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно координат q_n следующего вида:

$$\begin{aligned} &\ddot{u} + au + bv + cw - v(\dot{\omega}, k_3) + w(\dot{\omega}, k_2) - \\ &-2\dot{v}(\omega, k_3) + 2\dot{w}(\omega, k_2) + F_1 + L_1 = 0 \\ &\ddot{v} + bu + bv + ew + u(\dot{\omega}, k_3) - w(\dot{\omega}, k_1) + \\ &+2\dot{u}(\omega, k_3) - 2\dot{w}(\omega, k_1) + F_2 + L_2 = 0 \\ &\ddot{w} + cu + ev + fw - u(\dot{\omega}, k_2) + v(\dot{\omega}, k_1) - \\ &-2\dot{u}(\omega, k_2) + 2\dot{v}(\omega, k_1) + F_3 + L_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

В системе дифференциальных уравнений (3.5) скалярные коэффициенты имеют следующий вид:

$$a = \int_V (h_{3m-2}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$b = \int_V (h_{3m-2}, \omega)(h_{3m-1}, \omega) dm,$$

$$c = \int_V (h_{3m-2}, \omega)(h_{3m}, \omega) dm,\ d = \int_V (h_{3m-1}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$e = \int_V (h_{3m-1}, \omega)(h_{3m}, \omega) dm,\ f = \int_V (h_{3m}, \omega)^2 dm - \omega^2,$$

$$F_1 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m-2})\, dV, \quad F_2 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m-1})\, dV,$$

$$F_3 = \int_V (\nabla\Pi, h_{3m})\, dV.$$

L_1, L_2, L_3 представляют собой линейные функции обобщённых координат, соответствующих другим собственным подпространствам. Присутствие этих членов характеризует тот факт, что системы типа (3.5) для различных подпространств не являются независимыми друг от друга. При получении уравнений (3.5) было предположено для простоты, что массовые силы $\boldsymbol{f}$ ортогональны всем собственным функциям:

$$\int_V \boldsymbol{f} h_n(r) dm = 0.$$

Это означает, что в силах $\boldsymbol{f}$ присутствует лишь постоянная составляющая $\left(\int_V \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f} dm \neq 0\right)$, обеспечивающая вращение тела со скоростью $\omega(t)$. В выражении (3.5) векторные коэффициенты k_1, k_2, k_3 имеют вид

$$\boldsymbol{k_1} = \int_V h_{3m-1} \times h_{3m} dm, \quad \boldsymbol{k_2} = \int_V h_{3m} \times h_{3m-2} dm,$$

$$\boldsymbol{k_3} = \int_V h_{3m-2} \times h_{3m-1} dm.$$

В силу сферической симметрии выбор собственных векторов $(\boldsymbol{h}_{3m-2}, \boldsymbol{h}_{3m-1}, \boldsymbol{h}_{3m})$ можно осуществить так, чтобы выполнялись следующие тождества:

$$k_1 = \upsilon(1,0,0), k_2 = \upsilon(0,1,0), k_3 = \upsilon(0,0,1) \quad (3.6)$$

где: $\upsilon = \pm|k_1| = \pm|k_2| = \pm|k_3| = \pm\left|\int_V h_{3m-1} \times h_{3m} dm\right|$.

Используя неравенство Коши-Буняковского для (3.6), получим $0 \leq \upsilon \leq 1$. Если теперь ввести обозначения:

$$z = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix},\ \omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix},\ L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix},\ G = \begin{pmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix},$$

то уравнения (3.5) можно переписать в следующей компактной векторной форме [11,15]:

$$\ddot{z} + Az + \upsilon\dot{G}z + 2\upsilon G\dot{z} + L = 0 \quad (3.7)$$

где A - симметрическая матрица позиционных сил, состоящая из коэффициентов упругих сил F_1, F_2, F_3 и соответственно скалярных коэффициентов a, b, c, d, e, f.

IV. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ПРЕЦЕССИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Векторное дифференциальное уравнение (3.7) определяет пространственную эволюцию m-ой формы (моды) колебаний свободного сферического упругого твердого тела, вызванную наличием вращения. Эта эволюция определяется двумя обстоятельствами. Во-первых, сама форма колебаний непосредственно реагирует на вращение тела, что определяется наличием в (3.7) членов G и $\dot{G}$. Во-вторых, рассматриваемая форма колебаний подвергается воздействию со стороны других форм. Сразу отметим, что это воздействие является незначительным, поскольку, к примеру, при решении уравнений (3.7) методом осреднения все члены, определяемые линейными функциями обобщенных координат L, в первом приближении исчезают. Кроме того, имеет место следующий факт. Заметим, что существует такая система координат $z \to y$: $z = My$, где M - зависящая от времени ортогональная матрица преобразования координат, в которой уравнение (3.7) при выполнении тождества $L = 0$ имеет самосопряжённую форму. В этой системе координат уравнение (3.7) допускает решение типа стоячей волны. Покажем это. Подставляя уравнение $z = My$, в полученное выше выражение (3.7), найдём

$$\ddot{y} + 2M^T(\dot{M} + \upsilon GM)\dot{y} + M^T(\ddot{M} + 2\upsilon G\dot{M} + \upsilon\dot{G}M + AM)y = 0 \quad (4.1)$$

Потребуем выполнения следующего дифференциального уравнения первого порядка, которое получено из уравнения (4.1):

$$\dot{M} = -\upsilon GM \quad (4.2)$$

В результате получим дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$\ddot{M} = -\upsilon\dot{G}M + \upsilon^2 G^2 M$$

и, подставляя его в (4.1), найдём следующее уравнение второго порядка

$$\ddot{y} + M^T(A - \upsilon^2 G^2)My = 0 \quad (4.3)$$

Таким образом, если в неподвижном полом сферическом теле возбудить механическую стоячую волну упругих колебаний с каким-нибудь чистым тоном и после этого привести тело во вращение с произвольно меняющейся во времени угловой скоростью $\omega(t)$, то стоячая волна будет поворачиваться относительно самого тела по закону вида (4.2). Следует заметить, что дифференциальное уравнение первого порядка (4.2) есть известное кинематическое уравнение Пуассона. Сравним уравнение (4.2) с известным классическим кинематическим уравнением Пуассона для самого твердого тела $\dot{N} = -GN$, в котором ортогональная матрица N определяет ориентацию твёрдого тела в абсолютном (инерциальном) пространстве. Откуда очевидно следует, что угловая скорость механической стоячей волны относительно тела пропорциональна ее угловой скорости относительно пространства:

$$\Omega_0(t) = -\upsilon\omega(t), \qquad (4.4)$$

или для угловой скорости механической стоячей волны относительно абсолютного пространства имеем вид:

$$\Omega(t) = (1-\upsilon)\omega(t) \qquad (4.5)$$

Соотношение (4.4) и представляет собой обобщение известного скалярного выражения Линча-Журавлева [3,4,11] на пространственный случай. Подчеркнём, что для полной сферической упругой оболочки коэффициент Брайана носит пространственный характер. Он определяет пропорциональность друг другу векторов угловых скоростей, в отличие от случая тонкого кольца, когда рассматривались угловые скорости плоского вращения.

Пространственная механическая стоячая волна, возбужденная на поверхности упругого высокодобротного сферического твердого тела в виде трехмерного эллипсоида вращения, прецессирует относительно тела с вектором угловой скорости, пропорциональным вектору угловой скорости самого тела относительно абсолютного и/или неподвижного (инерциального) пространства.

V. СЛУЧАЙ ПОЛНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Вычисление коэффициента υ Брайана полной замкнутой сферической оболочки осуществляется при конкретных предположениях о распределении плотности по радиусу *ρ(r)*. Рассмотрим случай тонкой сферической оболочки.
В проекциях на традиционно принимаемые в теории оболочек оси u, v, w направленные по меридиану, параллели и нормали к поверхности сферы, собственные векторы $\boldsymbol{U}_1, \boldsymbol{U}_2$ имеют следующий вид [15]:

$$\boldsymbol{U}_1 = \begin{pmatrix} A_n\left(\frac{dP_n^k}{d\theta}\right)\cos k\varphi \\ -A_n k \sin^{-1}\theta\, P_n^k \sin k\varphi \\ P_n^k \cos k\varphi \end{pmatrix}; \boldsymbol{U}_2 = \begin{pmatrix} A_n(dP_n^k/d\theta)\sin k\varphi \\ A_n \sin^{-1} k\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.1)$$

где P_n^k - присоединённые функции Лежандра, φ, θ - сферические координаты, A_n - коэффициент, зависящий от числа волн по меридиану и от частоты колебаний ν.
Для коэффициентов A_n и частоты колебаний ν в приближении Лэмба имеем следующие соотношения (μ - коэффициент Пуассона):

$$A_n = \left[-2(1+\mu) + \frac{(1-\mu)\nu^2}{2}\right][(1+\mu)n(n+1)]^{-1}$$

Частотное уравнение Лэмба имеет вид :

$$(1-\mu)\nu^4 - 2\nu^2(1+3\mu+n(n+1)+ \\ +4(1+\mu)(n^2+n-2) = 0 \qquad (5.2)$$

Векторы (5.1) представляют собой два собственных вектора из трёх, определяющих трёхмерное собственное подпространство (при фиксированных n и k). Третий может быть получен из выписанных при помощи преобразования осей, однако для вычисления коэффициента k в этом уже нет необходимости. Переход от переменных u, v, w к принятым в настоящей работе переменным x_1, x_2, x_3 выражается известной формулой преобразования координат

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi & \sin\theta \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\sin\theta\cos\varphi & -\sin\theta\cos\varphi & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$$

Откуда имеем аналитическое выражение первого вектора

$$\boldsymbol{h}_1 = \frac{1}{\|\boldsymbol{U}_1\|}\cdot \\ \cdot\begin{pmatrix} A_n\frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\cos\theta\cos\varphi - \frac{A_n k}{\sin\theta}P_n^k\cos k\varphi\cos\theta\sin\varphi + \\ +P_n^k\cos k\varphi\sin\theta \\ -A_n\frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\sin\varphi - A_n\frac{k}{\sin\theta}P_n^k\sin k\varphi\cos\varphi \\ -A_n\frac{dP_n^k}{d\theta}\cos k\varphi\sin\theta\cos\varphi + \frac{A_n k}{\sin\theta}P_n^k\sin k\varphi\sin\theta\sin\varphi + \\ +P_n^k\cos k\varphi\cos\theta \end{pmatrix}$$

Аналогичное аналитическое выражение можно получить и для второго собственного вектора $\boldsymbol{h}_2$. После чего вычисляем коэффициент Брайана υ тонкой замкнутой (полной) сферической оболочки для использования ее в качестве инерциального датчика трех квазиуглов поворота основания гироскопа относительно инерциального пространства

$$\upsilon = \left|\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \boldsymbol{h}_1 \times \boldsymbol{h}_2 \sin\theta\, d\theta d\varphi\right| =$$

$$= \frac{2\pi k A_n}{\|\boldsymbol{U}_1\|^2}\left|\left\{\int_0^{\pi}\frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \sin\theta\, d\theta, 0, \frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \cos\theta\, d\theta\right\}\right|$$

Интеграл, определяющий первую компоненту написанного вектора, равен нулю. Для второго интеграла получим аналитическое выражение

$$\int_0^{\pi}\frac{dP_n^k}{d\theta}P_n^k \cos\theta\, d\theta = -\frac{(n+k)!}{(2n+1)(n-k)!}$$

Учитывая, что норма $\boldsymbol{U}_1$ имеет вид

$$\|\boldsymbol{U}_1\|^2 = \frac{2\pi}{(2n+1)}[1+n(n+1)A_n^2]\frac{(n+k)!}{(n-k)!} \quad (k\neq 0)$$

окончательно находим аналитическое выражение для коэффициента Брайана

$$\upsilon = kA_n^2[1+n(n+1)A_n^2]^{-1}$$

Рассмотрим в качестве примера случай, когда $k = n = 2$, $\mu = 0$. По выше выведенным формулам (5.2) имеем

$$\nu^2 = 7+\sqrt{33}, \qquad A_n = (7+\sqrt{33})/12 - 1/3$$

Для тонкой полной сферической оболочки коэффициент Брайана [15], равный примерно одной четверти (*υ=0,25*), оказывается меньше, чем он получен для кольца (или цилиндра), равного 2/5. Подчеркнём, что для полной сферической оболочки коэффициент Брайана носит пространственный характер. Он определяет пропорциональность друг другу векторов угловых скоростей вида (4.4), в отличие от случая кольца, когда рассматривались угловые скорости плоского вращения. Механическая стоячая волна в виде, трехмерного эллипсоида, прецессирует относительно самого тела с вектором угловой скорости, пропорциональным вектору угловой скорости тела относительно абсолютного (инерциального) пространства.

VI. ТРЕХОСНЫЙ ВОЛНОВОЙ ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ ГИРОСКОП

В публикациях [11,13,15] было показано, что полная упругая сферическая оболочка может служить датчиком инерциальной информации. Использование волновых явлений в пространственных упругих средах для определения угловых движений твердого тела, мы покажем на конкретном примере трехстепенного ВТГ. Действительно, пусть подвижный объект вращается с угловой скоростью $\omega_0(t)$ относительно инерциального пространства. Эта угловая скорость в проекциях на оси, связанные с подвижным объектом, и подлежит определению инерциальными средствами, расположенными на этом объекте.

Пусть на объекте имеется упругая сферическая оболочка, вращающаяся с угловой скоростью $\omega_1(t)$ относительно объекта (скорость ω_1 задана в осях объекта). Помимо наблюдаемой (известной) скорости $\omega_1(t)$ наблюдается скорость прецессии стоячей волны в проекциях на его же оси - $\omega_2(t)$. Угловую скорость такой волны относительно оболочки обозначим $\omega_2^*(t)$. На основе полученных результатов предыдущего параграфа найдем связь между угловыми скоростями $\omega_0(t)$, $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$.

Напомним, что преобразование координат от осей, связанных с объектом к осям, связанных со сферической оболочкой задается ортогональной матрицей $N(t)$, которая определяет положение твердого тела в инерциальном пространстве. Преобразование координат от осей связанных с сферической оболочкой, к осям, связанных с упругой волной – матрицей $M(t)$. Из приведенной выше формулы (4.4) вытекает, что скорость прецессии пространственной механической стоячей волны относительно сферической оболочки в осях самой оболочки пропорциональна скорости оболочки плюс скорости оболочки относительно самого объекта в осях оболочки:

$$MN\omega_2^* = -\chi N(\omega_1+\omega_2)$$

Откуда, в осях, связанных с подвижным объектом, имеем следующее выражение:

$$\omega_2^* = -\chi N^T M^T N(\omega_1 + \omega_2)$$

Угловая скорость стоячей волны относительно подвижного объекта есть:

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_2^* = \omega_1 - \chi N^T M^T N(\omega_1 + \omega_0)$$

Откуда находится угловая скорость подвижного объекта:

$$\omega_0 = \frac{1}{\chi} N^T \mathrm{M} N(\omega_1 - \omega_2) - \omega_1 \qquad (6.1)$$

Для вычисления угловой скорости объекта ω_0 по формуле (6.1), помимо предполагаемых известными скоростей $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$, требуется знать матрицы $N(t)$ и $M(t)$, которые связаны с угловыми скоростями следующими известными кинематическими уравнениями Пуассона:

$$\dot{M}=-M[N(\omega_2 - \omega_1)]^{\nu}, \quad \dot{N}=-N\omega_1^{\nu} \qquad (6.2)$$

где символом ω_1^{ν} условно обозначено матричное представление угловой скорости вращения.

Последовательность решения кинематических дифференциальных уравнений вида (6.1) и (6.2) такова:

а) вначале решается следующее уравнение

$$\dot{N}=-N\omega_1^{\nu}$$

б) находится искомая ортогональная матрица $N(t)$.

Последующая подстановка этого решения в уравнение

$$\dot{M}=-M[N(\omega_2 - \omega_1)]^{\nu},$$

позволяет найти матрицу $M(t)$. После чего подстановка в выражение (6.1) позволяет найти искомую скорость ω_0. Если система выдает не скорости вращения $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$, а матрицы $N(t)$ и $S(t) = M(t)N(t)$, то вначале находится матрица угловых скоростей $\omega_1^{\nu} = -N^T\dot{N}$ и после подстановки в (6.2) находится искомая угловая скорость ω_0. Наиболее просто задача определения угловой скорости ω_0 решается, если обеспечить для сферической оболочки угловую нулевую скорость ($\omega_1 \equiv 0$).

Тогда ортогональная матрица $N = E$ – единичная матрица. Следовательно, из выражения (6.1) получаем:

$$\omega_0 = -\frac{1}{\chi} M\omega_2$$

Обеспечить условие $\omega_1 \equiv 0$ можно посредством закрепления сферы в точках, в которых она касается вершин вписанного в нее тетраэдра. Тогда, если рассматривать форму упругих колебаний, при которой сфера превращается в трехосный эллипсоид, то расстояния между указанными точками изменяются на величины второго порядка малости по отношению к амплитуде упругих колебаний и в линейной постановке закрепление в них не стесняет колебаний оболочки. Все вышесказанное рассматривалось в предположении, что оболочка обладает сферической симметрией и никаких посторонних возмущений нет. Если отклонения от этих предположений невелики, то компенсировать возникающие при этом новые эффекты (например, разрушение стоячей волны, и/или уменьшение ее амплитуды) можно введением соответствующего управления. Физически такое управление посредством приложения к поверхности оболочки электрических сил посредством введения специально расположенных электродов. Вычисление этих сил в зависимости от формы и количества электродов и от распределения потенциала на них в деталях приведено в монографии [15].

В данной публикации мы ограничимся лишь тем замечанием, что после вычисления необходимых сил и проектирования на выбранную собственную форму (в смысле вычисления интеграла $\int_v f\, h_n(r)dm$) в правых частях системы дифференциальных уравнений упругих колебаний оболочки сферы [11,15] появятся члены, которые можно считать зависящими от фазового состояния рассматриваемой формы, поскольку зная это состояние и используя принцип обратной связи мы можем управлять величинами потенциалов на соответствующих электродах по своему усмотрению. Тем самым мы сводим поставленную выше задачу к выяснению тех эволюций формы упругих колебаний, которые возникают при возмущении рассмотренной выше идеальной схемы [19].

Информационно 3D-ВТГ представляет собой трехмерный инерциальный датчик, работа которого основана на следующих базовых принципах:

- резонатор имеет идеальную осесимметричность для обеспечения высоких характеристик при балансировке;

• управление упругой стоячей волной осуществляется за счет электростатических сил, формируемых электродами, которые находятся в непосредственной близости от поверхности сферического резонатора;

• резонатор выполнен в форме полной (замкнутой) сферы, при такой конструкции каждый грамм материала резонатора наиболее эффективно участвует в сохранении энергии изгибных колебаний;

• высокодобротный резонатор из аморфного плавленого кварца обеспечивает оптимальную изотропию (отсутствие кристаллографической оси) и минимальное рассеяние энергии (низкое внутреннее трение);

В результате выполненной оптимизации получены расчетные характеристики трехосного ВТГ, которые, самое удивительное, не зависят от размеров резонатора. Они связаны с качеством резонатора, показателем которого является добротность (или время затухания), а также с качеством управления волновой картиной, то есть с характеристиками управляющей электроники [20,21].

Главным недостатком трехосного ВТГ является высокая стоимость, обусловленная в основном чрезвычайно высокой точностью изготовления сферического резонатора и сборки сложных деталей и узлов, которые должны точно соответствовать геометрии сферической оболочки резонатора для формирования однородного зазора между этими двумя прецизионными частями гироскопа [22].

VII. ФАЗОВОЕ МНОГООБРАЗИЕ УПРУГИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СТОЯЧИХ ВОЛН

Весь дальнейший анализ делается в рамках первого приближения метода осреднения, поэтому относительно полученных в публикациях [11,15] трех дифференциальных уравнений второго порядка упругих колебаний оболочки сферы будем считать выполненными следующие предположения. Угловая скорость тела относительно пространства $\boldsymbol{\omega}(t)$ считается малой в сравнении с частотой собственных упругих колебаний оболочки сферы. Одновременно малыми считаем и коэффициенты связи, входящими в члены $L(L_1, L_2, L_3)$, представляющие собой линейные функции обобщенных координат, соответствующие другим собственным подпространствам.

Эти члены появляются в результате вычисления интегралов типа

$$\int_v h_k \times h_i dm = 0$$

где: h_k , h_i – принадлежат разным собственным подпространствам, и они действительно малы по сравнению с такими же интегралами, но в которых h_k и h_i берутся из одного собственного подпространства. Кроме того, добавим к системе дифференциальных уравнений упругих колебаний сферы члены, определяемые разнообразными возмущениями и управляющими воздействиями, которые будем считать также малыми.

Присутствие этих членов характеризует тот факт, что дифференциальные системы упругих колебаний полной сферической оболочки для различных подпространств не являются независимыми друг от друга. При получении этих уравнений было предположено, что массовые силы f ортогональны все собственным функциям

$$\int_v f\, h_n(r) dm = 0$$

Данное условие означает, что в самих силах f присутствует лишь постоянная составляющая

$$\int_v f \times h_n(r) dm \neq 0,$$

Обеспечивающая вращение самого тела с угловой скоростью $\omega(t)$. В дальнейшем это ограничение будет снято. Учитывая вышесказанное, полученную в монографиях [11,15] бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно обобщенных координат можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{u} + u &= \varepsilon U \\ \ddot{v} + v &= \varepsilon V \\ \ddot{w} + w &= \varepsilon W \end{aligned} \qquad (7.1)$$

Общее решение системы дифференциальных уравнений (7.1) при отсутствии соответствующего управления ($\varepsilon = 0$) имеет следующий аналитический вид:

$$\begin{aligned} u &= x_1 cost + x_4 sint \\ v &= x_2 cost + x_5 sint \\ w &= x_3 cost + x_6 sint \end{aligned} \qquad (7.2)$$

Скорости движения по траекториям (7.2) - изменения исходных координат u,v,w получим, дифференцируя выражения (7.2) и имеем

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -x_1 sint + x_4 cost \\ \dot{v} &= -x_2 sint + x_5 cost \\ \dot{w} &= -x_3 sint + x_6 cost \end{aligned} \qquad (7.3)$$

Далее рассмотрим в качестве замены переменных $(u, v, w, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}) \rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ в системе уравнений (7.1), приводящую ее к следующему общему виду (после осреднения по времени t) уравнения:

$$\dot{x} = \varepsilon X(x) \qquad (7.4)$$

в котором x – новая фазовая переменная, а сама система (7.4) определяет эволюцию в фазовом пространстве тех форм колебаний, которые наблюдаются в системе (7.1) при условии отсутствия управления $\varepsilon = 0$.

При выполнении условия $\varepsilon = 0$ любой траектории в системе (7.1) соответствует неподвижная точка в системе (7.4). Сами траектории при этом определяются параметрическими уравнениями (7.2) и представляют собой плоскую кривую, являющуюся в общем случае эллипсом. Уравнение плоскости, в которой лежит данный эллипс легко получить, если заметить, что для исключения $cost$ и $sint$ из системы (7.2) требуется выполнение условий линейной зависимости:

$$det \begin{Vmatrix} u & x_1 & x_4 \\ v & x_2 & x_5 \\ w & x_3 & x_6 \end{Vmatrix} = 0 \qquad (7.5)$$

На основании (7.5) получаем искомое нами уравнение

$$\begin{aligned} u(x_2 x_6 - x_3 x_5) + v(x_3 x_4 - x_1 x_6) + \\ + w(x_1 x_5 - x_2 x_4) = 0 \end{aligned} \qquad (7.6)$$

Стоячие волны на поверхности сферической оболочки характеризуются одновременным прохождением всех ее точек в процессе колебаний через положение равновесия, что соответствует одновременному обращению в нуль

функций вида (7.2), а это, в свою очередь, означает, что эллиптическая траектория в пространстве параметров (u, v, w) превращается в отрезок прямой линии.

Плоскость (7.6) в этом случае не определена, что приводит к следующим условиям на фазовый вектор:

$$k_1 = (x_3x_4 - x_1x_6) = 0,\ k_2 = (x_1x_5 - x_2x_4) = 0,$$
$$k_3 = (x_2x_6 - x_3x_5) = 0 \qquad (7.7)$$

Таким образом, множество упругих стоячих волн произвольно выбранной формы колебаний сферической оболочки, находящееся во взаимно-однозначном соответствии с множеством прямолинейных форм колебаний в системе (7.1) изображается в фазовом пространстве системы (7.4) квадратичным многообразием (7.7), представляющим собой пересечение трех пространственных конических цилиндров.

VIII. ЭВОЛЮЦИОННЫЙ БАЗИС НА МНОГООБРАЗИИ МЕХАНИЧЕСКИХ СТОЯЧИХ ВОЛН

Если в системе вида (7.1) выбрать начальные условия так, чтобы при отсутствии управления $\varepsilon = 0$ реализовалась прямолинейная форма колебаний (этим условиям соответствует положение начальной точки в системе (7.4)) на многообразии (7.7), то при выполнении условия $\varepsilon \neq 0$ эта прямолинейная форма, будет претерпевать одну из следующих эволюций: разрушение формы, прецессия формы, изменение частоты колебаний и изменение амплитуды колебаний. Всем этим типам эволюции прямолинейной формы соответствуют определенные направления в фазовом пространстве, нахождению которых мы уделяем особое внимание в данном разделе статьи.

Направление наискорейшего разрушения стоячей волны определяется нормалью к многообразию (7.7):

$$\boldsymbol{e_1} = \frac{dk_1}{dx} = \{-x_6, 0, x_4, x_3, 0, -x_1\}$$
$$\boldsymbol{e_2} = \frac{dk_2}{dx} = \{x_5, -x_4, 0, -x_2, x_1, 0\} \qquad (8.1)$$
$$\boldsymbol{e_3} = \frac{dk_3}{dx} = \{0, x_6, -x_5, 0, -x_3, x_2\}$$

Если правая часть системы (11) принадлежит линейной оболочке трех векторов вида (15), то эволюция стоячей волны состоит в ее разрушении.

Для определения направлений в фазовом пространстве системы (7.4) по которым происходит прецессия стоячей волны введем в пространстве исходных переменных (u, v, w) сферическую систему координат:

$$u = r\cos\varphi\cos\psi$$
$$v = r\cos\varphi\sin\psi \qquad (8.2)$$
$$w = r\sin\varphi$$

Рассмотрим вариацию положения, соответствующую изменению угла ψ:

$$\delta u = -r\cos\varphi\sin\psi\delta\psi = -v\delta\psi$$
$$\delta v = r\cos\varphi\cos\psi\delta\psi \qquad (8.3)$$
$$\delta w = 0$$

Тогда, с другой стороны, вариация положения может быть вычислена исходя из формул (7.2):

$$\delta u = \delta x_1 cost + \delta x_4 sint$$
$$\delta v = \delta x_2 cost + \delta x_5 sint \qquad (8.4)$$
$$\delta w = \delta x_3 cost + \delta x_6 sint$$

Приравнивая эти соотношения (8.4) аналитическим выражениям (7.7), получим

$$-v\delta\psi\,\delta u = \delta x_1 cost + \delta x_4 sint = -(x_2 cost + x_5 sint)\delta\psi$$
$$u\delta\psi = \delta x_2 cost + \delta x_5 sint = (x_1 cost + x_4 sint)\delta\psi$$
$$0 = \delta x_3 cost + \delta x_6 sint$$

Устремляя $\delta\psi \to 0$ и приравнивая отдельно в полученных равенствах коэффициенты при $sint$ и $cost$, находим:

$$\frac{dx_1}{d\psi} = -x_2;\ \frac{dx_2}{d\psi} = x_1;\ \frac{dx_3}{d\psi} = 0;\ \frac{dx_6}{d\psi} = 0;\ \frac{dx_5}{d\psi} = x_4;\ \frac{dx_4}{d\psi} = -x_5$$

Иными словами, искомое направление прецессии задается следующим вектором:

$$\boldsymbol{e_4} = \{-x_2, x_1, 0, -x_5, x_4, 0\}$$

Для двух других направлений прецессии (заметим, что всего у эллипса, как у твердого тела три направления элементарных вращений) введем сферическую систему координат, используя циклическую перестановку осей:

Для нахождения направления $\boldsymbol{e_5}$:

$$u = r\cos\varphi\sin\psi$$
$$v = r\sin\varphi$$
$$w = r\cos\varphi\cos\psi$$

Соответственно, для нахождения направления $\boldsymbol{e_6}$:

$$u = r\sin\varphi$$
$$v = r\cos\varphi\cos\psi$$
$$w = r\cos\varphi\sin\psi$$

Выполняя последовательно оба раза аналогичные выкладки, находим искомые единичные векторы:

$$\boldsymbol{e_5} = \{x_3, 0, -x_1, x_6, 0, -x_4\}$$
$$\boldsymbol{e_6} = \{0, -x_3, x_2, 0, -x_6, x_5\}$$

Для построения направления изменения частоты вариации (8.4) приравняем этим же вариациям, полученным варьированием по времени в общем аналитическом выражении системы (7.2):

$$\delta u = -x_1 sint\delta t + x_4 cost\delta t$$
$$\delta v = -x_2 sint\delta t + x_5 cost\delta t$$
$$\delta w = -x_3 sint\delta t + x_6 cost\delta t$$

В результате чего, получим следующий искомый единичный вектор:

$$\boldsymbol{e_7} = \{x_4, x_5, x_6, -x_1, -x_2, -x_3\}$$

Для нахождения направления вариации амплитуды введем уравнение шестимерной сферы единичного радиуса:

$$S = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 - 1) = 0$$

Тогда направление изменения амплитуды определяется градиентом S:

$$\boldsymbol{e_8} = \frac{dS}{dx} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$$

Сведем все полученные выше результаты вместе. Направления в фазовом пространстве, определяющие основные эволюции прямолинейной формы колебаний в конфигурационном пространстве, задаются следующими векторами:

$$\boldsymbol{e_1} = \{-x_6, 0, x_4, x_3, 0, -x_1\}$$
$$\boldsymbol{e_2} = \{x_5, -x_4, 0, -x_2, x_1, 0\} \qquad (8.5)$$

$$\boldsymbol{e_3} = \{0, x_6, -x_5, 0, -x_3, x_2\}$$

Которые определяют разрушение прямолинейной формы упругих колебаний

$$\boldsymbol{e_4} = \{-x_2, x_1, 0, -x_5, x_4, 0\}$$
$$\boldsymbol{e_5} = \{x_3, 0, -x_1, x_6, 0, -x_4\} \quad (8.6)$$
$$\boldsymbol{e_6} = \{0, -x_3, x_2, 0, -x_6, x_5\}$$

Которые определяют прецессию прямолинейной формы упругих колебаний.

Изменение частоты колебаний задает единичный вектор

$$\boldsymbol{e_7} = \{x_4, x_5, x_6, -x_1, -x_2, -x_3\}$$

Изменение амплитуды колебаний задает следующий единичный вектор: $\boldsymbol{e_8} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$.

IX. ВАРИАНТ КОНСТРУКЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИНТЕГРИРУЮЩЕГО ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА

Пространственный интегрирующий волновой твердотельный гироскоп относится к новому типу трехмерных гироскопических датчиков и предназначен для определения параметров ориентации подвижных объектов различных классов. Для этого в конструкции гироскопа в качестве чувствительного элемента - резонатора используется высокодобротная упругая полая сферическая оболочка.

Волновой твердотельный гироскоп (ВТГ) основан на новом физическом явлении - инерциальных свойствах упругих стоячих волн в твердом осесимметричном упругом теле, которое проявляется в виде отставания угла поворота стоячей волны от поворота основания. В основе функционирования трехмерного волнового твердотельного гироскопа (3D-ВТГ) лежит совершенно новое физические явление, основанное на свойствах инерции пространственных стоячих волн, возбужденных в сферическом осесимметричном упругом теле. Исходя из этого, авторами рассматривается полый сферический резонатор, для которого плоский поворот резонатора заменяется пространственным. В этом случае обобщенный эффект Брайана, проявляющий себя в виде отставания трех углов поворота пространственной стоячей волны от поворота основания, также оказывается пространственным. Поэтому конструкция 3D-ВТГ содержит резонатор в виде осесимметричного тонкостенного элемента, способного к вибрации, а также электроды возбуждения стоячей волны и управления, датчики съема информации и электронный блок управления, содержащий устройство вычисления основных параметров гироскопа (угла, стабилизации амплитуды колебаний, минимизации квадратуры и другие маятниковые параметры).

Ранее в публикациях авторов [23,24] были рассмотрены два варианта конструкции такого пространственного ВТГ.

В одном варианте конструкции 3D-ВТГ резонатор выполнен в виде пространственного вакуумированного модуля, состоящего из концентрически размещенных одна внутри другой наружной и внутренней полых сфер из магнитного материала с взаимно-противоположным направлением намагничивания /патент РФ № 2763688, 2021 г./.

Во внутренней сфере размещен источник питания, обмотки электромагнитного центрирования и блок управления. На наружной стороне внутренней сферы размещены электроды управления и вспомогательный электрод; на внутренней стороне наружной сферы размещены датчики измерения положения стоячей волны и на наружной стороне наружной сферы размещены обмотки электромагнитного центрирования. Пространственная стоячая волна возбуждается в тонкостенной сфере, выполненной из материала с малыми параметрами внутреннего трения, охватывающей снаружи внутреннюю сферу через немагнитные втулки. Однако такой вариант конструкции пространственного ВТГ обладает определенными недостатками, к которым относится малая перегрузочная способность трехосного гироскопа в осевом и радиальном направлениях, обусловленная большой технологической сложностью и трудоемкостью изготовления наружной и внутренней полых сфер из выбранного магнитного материала с взаимно-противоположным направлением намагничивания.

В следующем варианте конструкции 3D-ВТГ резонатор выполнен в виде пространственного вакуумированного модуля, состоящего из концентрически размещенных одна внутри другой наружной и внутренней полых сфер, на наружную и внутреннюю поверхности которых соответственно нанесены слои моноэлектрета, имеющие заряд одного знака и величины. При этом электроды управления и вспомогательный электрод расположены на слое моноэлектрета, размещенном на наружной поверхности внутренней сферы, а датчики измерения положения стоячей волны расположены на слое моноэлектрета, размещенном на внутренней поверхности наружной сферы [24] /патент РФ № 216 847, 2022 г./. Во внутренней сфере размещен источник питания, обмотки электромагнитного центрирования и блок управления 3D-ВТГ. Все электроды управления и один вспомогательный электрод расположены на напыленном слое моноэлектрета, размещенном на наружной поверхности внутренней сферы гироскопа.

Датчики измерения положения пространственной стоячей волны расположены на слое моноэлектрета, размещенном на внутренней поверхности наружной сферы, а сама пространственная стоячая волна возбуждается в тонкостенной сфере, выполненной из материала с малыми параметрами внутреннего трения, охватывающей снаружи внутреннюю сферу через немагнитные втулки. Этому варианту конструкции пространственного ВТГ также присущи определенные недостатки. Поскольку размещение тонкостенной сферы вокруг внутренней сферы осуществляется через контактное соединение посредством немагнитных втулок, то твердотельный волновой гироскоп с подобным резонатором фактически способен функционировать на подвижном объекте как датчик угловой скорости, что ограничивает потенциальные возможности указанного прибора,

возникающие при реализации свободного пространственного перемещения создаваемой стоячей волны.

Для устранения указанных недостатков предложен принципиальный вариант новой конструкции сферического резонатора пространственного интегрирующего волнового твердотельного гироскопа, позволяющий расширить функциональные возможности прибора – путем реализации бесконтактного подвеса тонкостенной сферы, в которой возбуждается пространственная стоячая волна [25]. Предложенная конструкция резонатора пространственного интегрирующего волнового твердотельного гироскопа также содержит концентрически размещенные одна внутри другой наружную и внутреннюю полые сферы, тонкостенную сферу, размещенную с наружной стороны внутренней сферы и выполненную охватывающей внутреннюю сферу с ее наружной стороны, обмотки электромагнитного центрирования, электроды управления и вспомогательный электрод, датчики измерения положения стоячей волны, а также размещенный в самой внутренней сфере источник питания. На наружную и внутреннюю поверхности внутренней и наружной сфер соответственно нанесены слои моноэлектрета, имеющие заряд одного знака и величины. При этом электроды управления и вспомогательный электрод расположены на слое моноэлектрета, размещенном на наружной поверхности внутренней сферы, а датчики измерения положения стоячей волны расположены на слое моноэлектрета, размещенном на внутренней поверхности наружной сферы. На наружную и внутреннюю поверхность тонкостенной сферы нанесены слои моноэлектрета, имеющие заряд одного знака и величины, соответствующие заряду и величине слоев моноэлектрета внутренней поверхности наружной сферы и наружной поверхности внутренней сферы [25].

X. РЕЗОНАТОР ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИНТЕГРИРУЮЩЕГО ВОЛНОВОГО ГИРОСКОПА

Как обычно, для создания принципиально нового работоспособного инерциального датчика ориентации, использующего пространственный эффект инертности упругих волн на сфере, необходимо создать условия устойчивого наблюдения этого явления в подвижной системе координат. Следуя патенту [25] во внутренней сфере размещено устройство бесконтактной передачи энергии /патент РФ № 2792218, 2023 г./ и на внутренней поверхности тонкостенной сферы установлены устройство возбуждения стоячей волны и электроды управления /решение о выдаче патента РФ от 09.01.2024 г. по заявке № 2023131830, 2023 г./. Дополнительно укажем, что под бесконтактной передачей электрической энергии понимается способ передачи электрической энергии без использования токопроводящих элементов в электрической цепи, то есть, при отсутствии проводного электрического контакта между источником и потребителем. При этом для передачи на небольшое расстояние в настоящее время используется явление электромагнитной индукции и резонансный режим работы приемного и передающего устройств, а также ближнее электромагнитное поле на расстояниях не более одной шестой длины волны для исключения излучения ее в свободное пространство.

В качестве устройства бесконтактной передачи электроэнергии 10 с передающими элементами 7 может быть использована, например, беспроводная зарядная система (патент РФ авторов № 2781948, 2022 г.).

Благодаря использованию в данном устройстве бесконтактной передачи энергии "суперлинзы" на основе специальных пластин из метаматериала с высокой анизотропией, в которых магнитная проницаемость отрицательна в одном направлении, но положительна во всех других и ее расположению в направлении приемника с внешней стороны передающей спиральной катушки параллельно плоскости ее витков обмотки - при взаимодействии с магнитными полями передающей катушки передача энергии осуществляется в узком конусе с максимальной интенсивностью, которая позволяет значительно увеличить расстояние, на котором возможна беспроводная передачи энергии. На внутренней поверхности тонкостенной сферы установлены устройство возбуждения стоячей волны и электроды управления /патент РФ № 222947, 2024 г./.

Принципиальная конструкция нового сферического резонатора поясняется ниже рис.1, на котором он схематично представлен в виде пространственного вакуумированного модуля. На рисунке позициями обозначено: 1 - наружная полая сфера; 2 - внутренняя полая сфера; 3 - тонкостенная сфера; 4 - обмотки электромагнитного центрирования; 5 - источник питания; 6 - слой моноэлектрета; 7 - передающие элементы; 8 - вспомогательный электрод; 9 - датчики измерения положения стоячей волны; 10 - устройство бесконтактной передачи электроэнергии; 11 - устройства возбуждения стоячей волны и электроды управления.

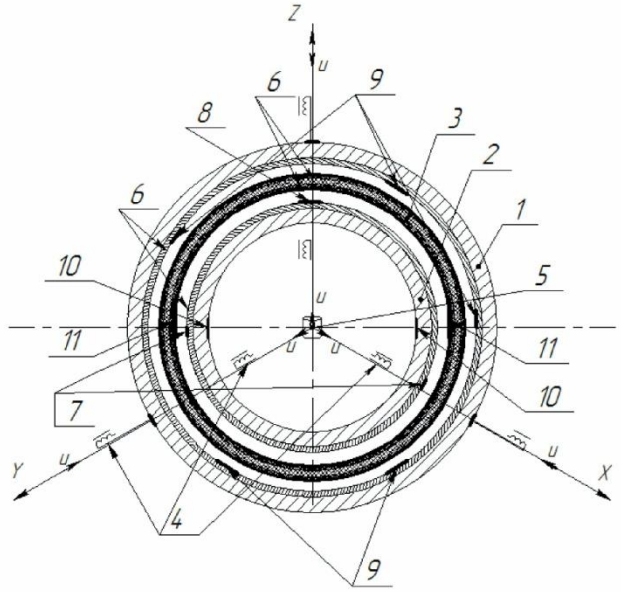


Рис.1

Резонатор выполнен в виде пространственного вакуумированного модуля и содержит концентрически размещенные одна внутри другой наружную 1 и

внутреннюю 2 полые сферы, тонкостенную сферу 3, размещенную с наружной стороны внутренней сферы 2 и выполненную охватывающей внутреннюю сферу 2.

Тонкостенная сфера 3 выполнена из материала с малыми параметрами внутреннего трения (то есть, высокой добротностью), например, из аморфного или нанокристаллического металла/сплава. На наружную и внутреннюю поверхность тонкостенной сферы 3 нанесены слои моноэлектрета 6, имеющие заряд одного знака и величины, соответствующие заряду и величине слоев моноэлектрета 6 внутренней поверхности наружной сферы 1 и наружной поверхности внутренней сферы 2, представляющие собой, например, моноэлектретную пленку. На наружную и внутреннюю поверхности внутренней 2 и наружной 1 сфер нанесены слои моноэлектрета 6, имеющие заряд одного знака и величины, представляющие собой, например, моноэлектретную пленку. Во внутренней сфере 2 размещен источник питания 5 с преобразователем DC-AC для питания обмоток электромагнитного центрирования 4, установленных во внутренней сфере 2, а также устройство бесконтактной передачи электроэнергии 10 с передающими элементами 7.

Передающие элементы 7 устройства бесконтактной передачи электроэнергии 10 и вспомогательный электрод 8 расположены на слое моноэлектрета, размещенном на наружной поверхности внутренней сферы, а датчики измерения положения стоячей волны 9 расположены на слое моноэлектрета, размещенном на внутренней поверхности наружной сферы 1. [25].

На внутренней поверхности тонкостенной сферы 3 установлены устройства возбуждения стоячей волны, например, пьезоэлектрического типа и электроды управления 11. Внутренняя 2 и наружная 1 сферы изготовлены из немагнитного материала, например, из высокопрочных композитных материалов малой плотности (ρ=1,45…1,6 г/см3) на основе, например, углепластиков; либо полидициклопентадиена.

Резонатор ВТГ новой конструкции работает следующим образом. При подаче напряжения питания (включении гироскопа) на обмотки электромагнитного центрирования 4 активируется пространственный вакуумированный модуль резонатора, обеспечивая бесконтактный подвес внутренней полой сферы 2 и тонкостенной сферы 3. Для параметрического возбуждения пространственной механической стоячей волны к тонкостенной сфере 3 прикладываются две диаметрально противоположные силы, создаваемые устройствами возбуждения стоячей волны и электродами управления 11, размещенными на внутренней поверхности тонкостенной сферы 3. Устройства возбуждения стоячей волны с электродами управления 11, размещенными на внутренней поверхности тонкостенной сферы 3, функционируют с помощью устройства бесконтактной передачи энергии 10 и его передающих элементов 7, размещенных соответственно во внутренней сфере 1 и на ее наружной поверхности.

Количество электродов управления обусловлено особенностями конструкции ВТГ и параметрами создаваемой стоячей волны в резонаторе, поскольку эти электроды задают генерацию стоячей волны.

Под действием приложенных сил тонкостенная сфера 3 примет эллипсоидальную форму. Приложенные силы в заданные моменты времени становятся равными нулю, а тонкостенная замкнутая сфера 3, обладающая определенной жесткостью, проходя через недеформированное состояние, под действием сил инерции будет деформироваться в ортогональном направлении. Возбуждение пространственной стоячей волны в тонкостенной сфере 3 происходит в режиме автогенератора на собственной частоте колебаний [25].

По достижении заданной амплитуды колебаний тонкостенной сферы 3 передающие элементы 7 устройства бесконтактной передачи электроэнергии 11 отключаются, и включается вспомогательный электрод 8, поддерживающий постоянство амплитуды колебаний в тонкостенной сфере 3 для любого положения стоячей волны относительно основания. При колебаниях тонкостенной сферы 3 изменяется площадь перекрытия электродов датчиков 9, выполняющих функцию измерения положения стоячей волны. Выходные сигналы электродов датчиков 9, соответствующие трем компонентам вектора входной угловой скорости самого подвижного объекта, подаются на блок управления ВТГ. После программной математической обработки первичного сигнала в электронном блоке вычислителя определяется угол поворота/угловая скорость подвижного объекта, на котором установлен ВТГ.

Предложенная принципиально новая конструкция бесконтактного подвеса тонкостенного замкнутого сферического резонатора [25] пространственного интегрирующего волнового твердотельного гироскопа обеспечивает прямую возможность параметрического возбуждения на внешней поверхности самой сферы пространственной механической стоячей волны, что позволяет определять необходимые три компоненты поворотного и/или вращательного движения подвижного объекта.

XI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для полной упругой сферической оболочки получен теоретический масштабный коэффициент Брайана, который равен одной четверти ($k = 0.25$). Данное значение масштабного коэффициента оказывается несколько меньше, чем он был ранее получен для кольца (или цилиндра), равного 0.4, или для полусферы ($k = 0.312$).

Особенно подчеркнем, что для полной сферической оболочки коэффициент Брайана носит пространственный

характер. Он определяет пропорциональность векторов угловых скоростей друг другу, в отличие от случая кольца (цилиндра, полусферы), когда учитываются угловые скорости вращения плоскости. В трехмерном пространстве трехмерная механическая стоячая волна, реализованная в виде, например, эллипсоида вращения перемещается относительно упругого твердого тела с вектором угловой скорости, пропорциональным с коэффициентом Брайана ($k = 0.25$) вектору вращения самого упругого тела относительно абсолютного пространства. При этом пространственная механическая стоячая волна, реализованная на поверхности упругой двумерной сферы в виде, например, эллипсоида вращения, перемещается относительно тела с вектором угловой скорости, пропорциональным (вектору угловой скорости самого тела относительно абсолютного пространства. Таким образом, для многочисленных практических применений мы имеем в одном гироскопическом устройстве весьма компактный трёхмерный инерциальный датчик угловой скорости, позволяющий одновременно измерять приращения трёх квазикоординат, входящие в кинематические дифференциальные уравнения, интегрируя которые решаем классическую задачу Дарбу пространственной ориентации движущегося объекта в трёхмерном пространстве с использованием известных по измерениям 3-D датчика ВТГ угловых скоростей тела.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Foucault L. Demonstration physique du mouvement de la Terre au moyen du pendule // C.r. Acad. sci. Paris, 1851. V. 32. P. 135-138.

[2] Scott W.B. Delco makes low-cost gyro prototype // Aviat. Week. 1982. V. 117. № 17. P. 64–72.

[3] Loper E.J., Lynch D.D. Sonic Gyro Fabrication and Testing, Delco Electronics Division, report R77-64, August 1977.

[4] Loper E.J., Lynch D.D. The HRG: A new low-nose inertial rotation sensor. Proc. 16 Jt. Services Data Exchange For Inertial Systems. Los Angeles, CA, 1982.

[5] Loper, E.J., Lynch D.D. Projected system performance based on recent HRG test results // Paper S83–105, IEEE/AIAA 5th Digital Avionics Systems Conference, 31 Oct.-3 Nov., 1983.

[6] Loper E.J., Lynch D.D. Vibratory rotational sensor. Patent EU, no.0141621 A2. 1984.

[7] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. О динамических эффектах в упругом вращающемся кольце // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 5. С. 17–24.

[8] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 125 с.

[9] Leger P. Quapason − a new low-cost vibrating gyroscope // 3nd Saint-Petersburg Intern. Conf. On Integrated Navigation Systems. Saint-Petersburg, 1996. Pt. 1. P. 143‑149.

[10] Bryan G. H. On the beats in the vibrations of a revolving cylinder or bell // Proc. Camb. Phil. Soc., Vol VII, Nov. 24, pp. 101–111, 1890.

[11] В.Ф.Журавлев, Д.М.Климов. «Прикладные методы в теории колебаний». ISBN:5-02-006627-3, - М.: Наука. 1988. – 325с.

[12] Журавлёв В.Ф. Теоретические основы волнового твердотельного гироскопа. // Изв.РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 15–26.

[13] Журавлев В.Ф. Принципиальные вопросы теории новых гироскопических датчиков семейства «обобщенный маятник Фуко». Проблемы механики: Сб. статей. К 90-летию со дня рождения А.Ю.Ишлинского / Под ред.Д.М.Климова. – М.:Физмазлит, 2003.-832с.

[14] Журавлёв В.Ф. Волновой твердотельный гироскоп. Современное состояние, некоторые аспекты // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем: проблемы, модели, эксперимент. Казань, № 2(33), том.16, 2011.

[15] Климов Д.М., Журавлёв В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (Волновой твердотельный гироскоп). М.: Ким Л.А., 2017. 194 с.

[16] Переляев С.Е., Бодунов Б.П., Бодунов С.Б. Волновой твердотельный гироскоп - инерциальный датчик нового поколения // Материалы XXIV Санкт-Петербургской межд. конф. по интегрированным навигационным системам. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017.- С. 287–290.

[17] A. Matthews. «The Operation and Mechanization of the Hemispherical Resonator Gyroscope», 978-1-5386-1647-5/18/©2018 IEEE. – pp. 7 – 14.

[18] V.F. Zhuravlev. On the Formation of Feedbacks in the Spatial Oscillator of Van der Pol., Mechanics of Solids, vol.55, p.926-931 (2020).

[19] Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Пространственный эффект инертости упругих волн на сфере // Известия РАН. МТТ. 2021. № 3. С. 3-6.

[20] S.E. Perelyaev, V.P. Zhuravlev, S.B. Bodunov, B.P. Bodunov. «New Gyroscopes of the “Generalized Foucault Pendulum” Family: Some Fundamental Issues of Theory and Applied Aspects of Its Implementation in the Engineering Practice of Modern Gyroscopy». 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, IEEE, Publication Year: 2020.

[21] V.F. Zhuravlev. On the Formation of Feedbacks in the Spatial Oscillator of Van der Pol. // Прикладная математика и механика. 2020, том 84, № 2, с. 151–157.

[22] V. Zhuravlev, S. Perelyaev. The Generalized Foucault Pendulum is a 3D Integrating Gyroscopes Using the Three-Dimensional Precession of Standing Waves in a Rotating Spherically Symmetric Elastic Solid. DGON Inertial Sensors and Systems Symposium. IEEE. Publication Year: 2019, Page(s): 1 – 12.

[23] Переляев С.Е., Скрипкин А.А Патент №2763688 Российская Федерация, МПК G01C 19/56 (2021.08). Пространственный интегрирующий твердотельный волновой гироскоп.- №2020132742; заявл. 05.10.2020; опубл.30.12.2021.

[24] Переляев С.Е., Скрипкин А.А , Черкасова О.А. Патент №216847 RU Российская федерация, МПК G01.C 19/58 (2006/01). Резонатор пространственного интегрирующего твердотельного волнового гироскопа. Заявл. 14.11.2022, Опубл. 03.03.2023 г.

[25] Черкасова О.А, Переляев С.Е., Скрипкин А.А Патент №222947 Российская Федерация, СПК G01C 19/58 (2023.08). Резонатор пространственного интегрирующего твердотельного волнового гироскопа.- №2023131830; заявл. 05.12.2023; опубл.24.01.2024.

Квазиоптимальное угловое ускорение космического аппарата, полученное на основе концепции Пуансо

А.В. Молоденков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
molalexei@yandex.ru

Я.Г. Сапунков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
SapunkovYaG@mail.ru

Т.В. Молоденкова
Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина
Саратов, Россия
moltw@yandex.ru

***Аннотация* — Рассматривается кинематическая задача поиска оптимального программного углового ускорения космического аппарата (КА) при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА. В качестве критерия оптимальности используется квадратичный функционал энергии затраченной на маневр КА с фиксированным временем переходного процесса. На основе концепции Пуансо, представляющей произвольное угловое движение твердого тела вокруг неподвижной точки как обобщенное коническое движение, с использованием принципа максимума Понтрягина получено квазиоптимальное аналитическое решение задачи, которое доведено до алгоритма. Доклад представляет теоретически и численно обоснованный аналитический квазиоптимальный алгоритм построения программного углового ускорения КА, который по результатам близок к оптимальному.**

Ключевые слова — космический аппарат, твердое тело, угловое ускорение, произвольные граничные условия, квазиоптимальное управление, явное решение, алгоритм

I. Введение

При решении многих задач наведения и управления КА требуется знать оптимальное в том или ином смысле угловое ускорение КА при произвольных заданных граничных условиях. Как правило, в литературе такое ускорение ищется либо численно, либо строится аналитически на основе полиномов (сплайнов) посредством представления кватерниона ориентации КА полиномами и выражения вектора угловой скорости через этот кватернион. Однако никаких гарантий (доказанных теорем или соображений из теоретической механики), что на всей совокупности угловых движений КА, при любых граничных условиях эти аналитические решения будут достаточно хорошо аппроксимировать оптимальную траекторию углового движения КА, не приводится.

В докладе исследуется классическая задача поиска оптимального углового ускорения КА при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА. В качестве критерия оптимальности используется квадратичный функционал энергии затраченной на маневр КА с фиксированным временем переходного процесса. Точное решение задачи нахождения ориентации твердого тела по его известной угловой скорости (задачи Дарбу) в общем случае не известно. В рамках классической концепции Пуансо, интерпретирующей произвольное угловое движение твердого тела в терминах конусов прецессии, или иначе обобщенного конического движения, проведена модификация задачи оптимального управления угловым движением КА, а его траектория задана явными выражениями в этом классе движений, содержащими произвольные постоянные и две произвольные скалярные функции (параметры обобщенного конического движения). Относительно этих функций и их производных формулируется и решается оптимизационная задача, в которой в качестве управлений выступают вторые производные от этих двух функций. При этом общность исходной задачи практически не нарушается: точные решения классической задачи оптимального углового движения в известном случае плоского поворота КА или новом, представленном в докладе, случае регулярной прецессии КА и аналогичные решения задачи в рамках рассматриваемой концепции полностью совпадают; в других случаях в числовых расчетах решения исходной задачи и предлагаемого аналитического решения относительная погрешность между значениями функционала оптимизации, который является определяющей характеристикой задачи, составляет не более одного процента, включая угловые маневры КА на большие углы. Поэтому предлагаемое аналитическое решение задачи может трактоваться как квазиоптимальное по отношению к классической задаче поиска оптимального углового ускорения КА. Приведены явные выражения для кватерниона ориентации и вектора угловой скорости КА, посредством дифференцирования выражения вектора угловой скорости получена явная формула углового ускорения КА; записан аналитический алгоритм решения задачи, который может быть использован на борту КА.

Предлагаемый в докладе аналитический метод решения ранее был успешно применен в динамических задачах оптимальных разворотов КА различных конфигураций с различными критериями оптимизации при произвольных граничных условиях [1–7].

II. Постановка классической задачи

Угловое движение КА как твердого тела вокруг центра масс описывается уравнениями [8]:

Исследование выполнено в рамках темы FFNM-2022-0007

$$2\dot{\mathbf{\Lambda}} = \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}(t) \tag{2.1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.2}$$

где $\mathbf{\Lambda}(t) = \lambda_0(t) + \lambda_1(t)i_1 + \lambda_2(t)i_2 + \lambda_3(t)i_3$ – кватернион описывающий положение КА в инерциальном пространстве; $\boldsymbol{\omega}(t) = \omega_1(t)\mathbf{i}_1 + \omega_2(t)\mathbf{i}_2 + \omega_3(t)\mathbf{i}_3$ – вектор угловой скорости, заданный своими проекциями в связанной с КА системе координат; i_1, i_2, i_3 – орты гиперкомплексного пространства (мнимые единицы Гамильтона), которые можно идентифицировать с ортами трехмерного векторного пространства $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$, символ " $\circ$ " означает кватернионное умножение; $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = [\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \varepsilon_3(t)]^T$ – вектор углового ускорения. Фазовые координаты $\mathbf{\Lambda}, \boldsymbol{\omega}$ и управление $\boldsymbol{\varepsilon}$ удовлетворяют требованиям задачи оптимального управления [9]: ($\mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega}(t)$ – непрерывные функции, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ – кусочно-непрерывная функция); кватернион $\mathbf{\Lambda}(t)$ нормирован, т.е. $\|\mathbf{\Lambda}\| = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$.

Заданы произвольные граничные условия по угловому положению

$$\mathbf{\Lambda}(0) = \mathbf{\Lambda}_0,\ \mathbf{\Lambda}(T) = \mathbf{\Lambda}_T \tag{2.3}$$

и угловой скорости КА

$$\boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0,\ \boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T \tag{2.4}$$

Ставится задача найти оптимальное управление $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}}(t)$, доставляющее минимум квадратичному критерию энергозатрат с фиксированным временем T:

$$J = \int_0^T \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}\, dt \tag{2.5}$$

III. Переход к безразмерным переменным

Так как основная переменная задачи кватернион $\mathbf{\Lambda}$ является безразмерной величиной, с использованием формул

$$t^{\text{безраз}} = t^{\text{раз}} / T,\ \boldsymbol{\omega}^{\text{безраз}} = \boldsymbol{\omega}^{\text{раз}} T,\ \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{безраз}} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{раз}} T^2,\ J^{\text{безраз}} = J^{\text{раз}} T^3$$

переформулируем задачу в безразмерных переменных, при этом все выражения постановки задачи кроме функционала оптимизации

$$J = \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\varepsilon}\, dt \tag{3.1}$$

не изменятся. Далее рассмотрим безразмерную постановку задачи (2.1)–(2.4), (3.1) при T=1.

IV. Применение принципа максимума

Применяя принцип максимума Понтрягина [8, 9], введем сопряженные переменные $\mathbf{\Psi}(t)$ (кватернион), $\boldsymbol{\varphi}(t)$ (вектор) к фазовым переменным $\mathbf{\Lambda}(t), \boldsymbol{\omega}(t)$ соответственно. Функция Гамильтона-Понтрягина

$$H = -(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\mathbf{\Psi}, \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega})/2 + (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \tag{4.1}$$

где "(. , .)" – скалярное произведение векторов.

Уравнения для сопряженных переменных

$$\begin{cases} 2\dot{\mathbf{\Psi}} = \mathbf{\Psi} \circ \boldsymbol{\omega}, \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\,\mathbf{vect}\left(\widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}\right)/2 \end{cases} \tag{4.2}$$

где "**vect**(.)"– векторная часть кватерниона, а символ "~" означает сопряжение кватерниона.

Кватернионные уравнения для переменных $\mathbf{\Psi}$ и $\mathbf{\Lambda}$ совпадают, следовательно, их решения различаются на постоянный кватернион $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{C} \circ \mathbf{\Lambda} \tag{4.3}$$

В силу этого и учитывая обозначение [8]

$$\mathbf{p}=\mathbf{vect}(\widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{\Psi}) = \widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_v \circ \mathbf{\Lambda} \tag{4.4}$$

где $\mathbf{c}_v$ – векторная часть кватерниона $\mathbf{C}$, выражения (4.2) примут вид

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \widetilde{\mathbf{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_v \circ \mathbf{\Lambda}, \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\,\mathbf{p}/2 \end{cases} \tag{4.5}$$

Таким образом, в силу самосопряженности линейной дифференциальной системы уравнений (2.1), размерность краевой задачи принципа максимума понижается на четыре [8]. Из условия максимума (4.1) получим непрерывную структуру оптимального управления:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}} = \boldsymbol{\varphi}/2 \tag{4.6}$$

Из (2.1), (2.2), (4.5), (4.6) имеем:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varphi}/2,\quad \ddot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{p}/4,\quad \dddot{\boldsymbol{\omega}} = -\dot{\mathbf{p}}/4 = \ddot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{\omega}$$

где символ "$\times$" означает векторное произведение.

Следовательно, на всем интервале времени движения оптимальная угловая скорость КА должна удовлетворять векторному дифференциальному уравнению третьего порядка

$$\dddot{\boldsymbol{\omega}} = \ddot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{\omega} \tag{4.7}$$

Решение поставленной задачи оптимального управления сводится, тем самым, к решению краевой задачи (2.1), (4.7), (2.3), (2.4).

С учетом переменной $\mathbf{p}$ (4.4) функция Гамильтона-Понтрягина (4.1) запишется так:

$$H = -(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}) + (\mathbf{p}, \boldsymbol{\omega})/2 + (\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varepsilon}) \tag{4.8}$$

V. Точное решение задачи поиска оптимального углового ускорения КА в частном случае

Будем искать решение уравнений (2.1), (4.7) в классе конических движений. Для этого оптимальную угловую скорость КА представим в виде

$$\boldsymbol{\omega} = \widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \alpha \sin \Omega t + \mathbf{i}_2 \alpha \cos \Omega t + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K} \tag{5.1}$$

где $\mathbf{K}$ (кватернион) и α, Ω – неизвестные постоянные; при этом

$$\|\mathbf{K}\| = K_0^2 + K_1^2 + K_2^2 + K_3^2 = 1 \tag{5.2}$$

Отметим, что кватернион $\mathbf{K}$ позволяет поворачивать вектор в круглой скобке в формуле (5.1) вокруг

некоторой постоянной оси, проходящей через неподвижную точку КА.

Последовательно дифференцируя (5.1) три раза по переменной *t*, получим:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \alpha\Omega\widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \cos\Omega t - \mathbf{i}_2 \sin\Omega t) \circ \mathbf{K} \qquad (5.3)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\omega}} = -\alpha\Omega^2\widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \sin\Omega t + \mathbf{i}_2 \cos\Omega t) \circ \mathbf{K} \qquad (5.4)$$

$$\dddot{\boldsymbol{\omega}} = \alpha\Omega^3\widetilde{\mathbf{K}} \circ (-\mathbf{i}_1 \cos\Omega t + \mathbf{i}_2 \sin\Omega t) \circ \mathbf{K} \qquad (5.5)$$

Подставляя (5.1), (5.4), (5.5) в (4.7) можно убедиться в выполнении равенства. При этом отметим, что

$$\dddot{\boldsymbol{\omega}} = \ddot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{\omega} = (\ddot{\boldsymbol{\omega}} \circ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \circ \ddot{\boldsymbol{\omega}})/2$$

Траектория движения КА при угловой скорости (5.1) из (2.1) находится явно и имеет вид регулярной прецессии

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha t/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3\Omega t/2\} \circ \mathbf{K} \qquad (5.6)$$

где "$\mathbf{exp}\{.\}$" обозначает кватернионную экспоненту [8].

В выражения (5.1)–(5.6) входят пять произвольных постоянных $K_0, K_1, K_2, \alpha, \Omega$. Удовлетворим граничные условия задачи (2.3), (2.4). Из-за недостаточного количества произвольных постоянных в решении (5.1), на величины $|\boldsymbol{\omega}_0|$ и $\boldsymbol{\omega}_T$ будут наложены требования в ходе дальнейшего решения задачи. Направление единичного вектора начальной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_0^e = \boldsymbol{\omega}_0 / |\boldsymbol{\omega}_0|$ произвольно и задано. При *t*=0 из (5.1):

$$\boldsymbol{\omega}_0 = |\boldsymbol{\omega}_0| \boldsymbol{\omega}_0^e = \widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_2\alpha + \mathbf{i}_3\Omega) \circ \mathbf{K} \qquad (5.7)$$

$$\|\boldsymbol{\omega}_0\| = \|\widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_2\alpha + \mathbf{i}_3\Omega) \circ \mathbf{K}\| = \|\widetilde{\mathbf{K}}\| \|\mathbf{i}_2\alpha + \mathbf{i}_3\Omega\| \|\mathbf{K}\| = \alpha^2 + \Omega^2 \qquad (5.8)$$

При *t*=1 (конечный момент времени) из (5.6) имеем

$$\boldsymbol{\Lambda}_T = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3\Omega/2\} \circ \mathbf{K} \qquad (5.9)$$

при этом

$$\mathrm{scal}(\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T) = \mathrm{scal}(\mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3\Omega/2\}) \qquad (5.10)$$

где "scal(.)" обозначает скалярную часть кватерниона. Из (5.2), (5.7) – (5.9) найдем величины $|\boldsymbol{\omega}_0|$, α, Ω, $\mathbf{K}$.

Представим (5.7), (5.9) в виде:

$$(\mathbf{i}_2\alpha + \mathbf{i}_3\Omega) \circ \mathbf{K} - \mathbf{K} \circ \boldsymbol{\omega}_0 = 0$$

$$\mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3\Omega/2\} \circ \mathbf{K} - \mathbf{K} \circ \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T = 0$$

или в векторно-матричной форме с использованием кватернионных матриц m- и n- типов [10]:

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\alpha & -\Omega \\ 0 & 0 & -\Omega & \alpha \\ \alpha & \Omega & 0 & 0 \\ \Omega & -\alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{01} & -\omega_{02} & -\omega_{03} \\ \omega_{01} & 0 & \omega_{03} & -\omega_{02} \\ \omega_{02} & -\omega_{03} & 0 & \omega_{01} \\ \omega_{03} & \omega_{02} & -\omega_{01} & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.11)$$

$$\left(\begin{bmatrix} m_0 & -m_1 & -m_2 & -m_3 \\ m_1 & m_0 & -m_3 & m_2 \\ m_2 & m_3 & m_0 & m_1 \\ m_3 & -m_2 & m_1 & m_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} n_0 & -n_1 & -n_2 & -n_3 \\ n_1 & n_0 & n_3 & -n_2 \\ n_2 & -n_3 & n_0 & n_1 \\ n_3 & n_2 & -n_1 & n_0 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.12)$$

где элементы матрицы коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (5.12) определяются компонентами кватернионов:

$$\mathbf{m} = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3\Omega/2\},$$

$$m_0 = \cos(\alpha/2)\cos(\Omega/2),\ m_1 = \sin(\alpha/2)\sin(\Omega/2), \qquad (5.13)$$

$$m_2 = \sin(\alpha/2)\cos(\Omega/2),\ m_3 = \cos(\alpha/2)\sin(\Omega/2)$$

и

$$\mathbf{n} = \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T \qquad (5.14)$$

При этом

$$\|\mathbf{m}\| = 1 \qquad (5.15) \qquad\qquad \|\mathbf{n}\| = 1 \qquad (5.16)$$

Отметим, что ранги матриц коэффициентов систем (5.11), (5.12) равны двум.

Выбирая из (5.11), (5.12) по два линейно независимых уравнения, получим СЛАУ

$$\begin{bmatrix} 0 & \omega_{01} & \omega_{02}-\alpha & \omega_{03}-\Omega \\ -\omega_{01} & 0 & -(\omega_{03}+\Omega) & \omega_{02}+\alpha \\ m_1-n_1 & 0 & -(m_3+n_3) & m_2+n_2 \\ 0 & n_1-m_1 & n_2-m_2 & n_3-m_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (5.17)$$

Для существования ненулевых решений этой однородной СЛАУ определитель матрицы коэффициентов СЛАУ должен быть равен нулю. Отсюда с учетом (5.8), (5.9), (5.12), (5.13) получим

$$|\boldsymbol{\omega}_0| = (m_2\alpha + m_3\Omega)/(n_1\omega_{01}^e + n_2\omega_{02}^e + n_3\omega_{03}^e) \qquad (5.18)$$

Из (5.8), (5.10), (5.18) с учетом (5.13) следует два уравнения для определения величин α, Ω

$$\begin{cases} (\alpha^2+\Omega^2)(n_1\omega_{01}^e + n_2\omega_{02}^e + n_3\omega_{03}^e)^2 - (m_2\alpha + m_3\Omega)^2 = 0, \\ \mathrm{scal}(\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T) - \cos(\alpha/2)\cos(\Omega/2) = 0 \end{cases} \qquad (5.19)$$

Величина $|\boldsymbol{\omega}_0|$ определяется по формуле (5.18) после решения системы (5.19).

В системе (5.17) нижнее уравнение заменим уравнением (5.2). Из первых трех уравнений системы (5.17) выражаются величины K_0, K_1, K_2 через величину K_3:

$$K_0 = A_0K_3/D,\ \ K_1 = A_1K_3/D,\ \ \ K_2 = A_2K_3/D \qquad (5.20)$$

где

$$A_0 = \omega_{01}\left[-(\omega_{03}+\Omega)(m_2+n_2) + (\omega_{02}+\alpha)(m_3+n_3)\right] \qquad (5.21)$$

$$A_1 = \omega_{01}\left[(\Omega-\omega_{03})\frac{D}{\omega_{01}^2} - (m_2+n_2)(\omega_{02}-\alpha) - (m_1+n_1)\frac{\omega_{02}^2-\alpha^2}{\omega_{01}}\right] \qquad (5.22)$$

$$A_2 = \omega_{01}\left[(m_1-n_1)(\omega_{02}+\alpha) + (m_2+n_2)\omega_{01}\right] \qquad (5.23)$$

$$D = \omega_{01}\left[(m_1-n_1)(\omega_{03}+\Omega) + (m_3+n_3)\omega_{01}\right] \qquad (5.24)$$

Из (5.2), (5.21)-(5.24) имеем

$$K_3 = \left[1 + (A_0/D)^2 + (A_1/D)^2 + (A_2/D)^2\right]^{1/2} \qquad (5.25)$$

После определения K_3 из (4.25) K_0, K_1, K_2 определяются по формуле (5.20). Граничное условие по угловой скорости КА в конечный момент времени *T* в безразмерных переменных (*T=1*) должно иметь вид

$$\boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T = \widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \alpha \sin\Omega + \mathbf{i}_2 \alpha \cos\Omega + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K} \qquad (5.26)$$

Таким образом, в случаях, когда на граничные условия по угловой скорости КА наложены ограничения вида (5.18), (5.26) (это означает, что вектор $\boldsymbol{\omega}$ на всем интервале времени движения принадлежит некоторой конической поверхности, определяемой в пространстве произвольными заданными граничными условиями по угловому положению КА $\boldsymbol{\Lambda}_0$ $\boldsymbol{\Lambda}_T$ и произвольным заданным направлением вектора начального значения угловой скорости КА $\boldsymbol{\omega}_0^e$), траектория углового движения КА находится в классе конических движений и определяется явными аналитическими выражениями (5.1), (5.6).

Оптимальное угловое ускорение из (2.2), (5.1)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} = \alpha\Omega\widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \cos\Omega t - \mathbf{i}_2 \sin\Omega t) \circ \mathbf{K} \qquad (5.27)$$

$$\left|\boldsymbol{\varepsilon}\right|^2 = \alpha^2\Omega^2 = const \qquad (5.28)$$

Оптимальное значение функционала качества в безразмерных переменных составляет величину

$$J = \int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^2 dt = \alpha^2\Omega^2 \qquad (5.29)$$

Из выражений (5.27), (4.5) и (4.4) можно найти сопряженные переменные $\boldsymbol{\varphi}$ и $\mathbf{p}$. Тем самым, задача при существующих ограничениях решена полностью.

Приведем алгоритм решения задачи поиска оптимального ускорения КА (твердого тела) в классе конических движений в безразмерных переменных:

1) по заданным кватернионам $\boldsymbol{\Lambda}_0, \boldsymbol{\Lambda}_T$ (2.3), единичному вектору $\boldsymbol{\omega}_0^e$ из (2.4), времени T=1 и формулам (5.19), (5.18) (с учетом (5.13), (5.14)) определяются величины α, Ω , $\left|\boldsymbol{\omega}_0\right|$;

2) используя $\boldsymbol{\Lambda}_0, \boldsymbol{\Lambda}_T$, α, Ω , $\left|\boldsymbol{\omega}_0\right|$ по формулам (5.20)–(5.25) находим компоненты кватерниона $\mathbf{K}$;

3) по формуле $\boldsymbol{\omega}_0^{выч} = \left|\boldsymbol{\omega}_0\right| \boldsymbol{\omega}_0^e$ и формуле (5.26)

$$\boldsymbol{\omega}_T^{выч} = \widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \alpha \sin\Omega + \mathbf{i}_2 \alpha \cos\Omega + \mathbf{i}_3 \Omega) \circ \mathbf{K}$$

вычисляются значения векторов $\boldsymbol{\omega}_0^{выч}, \boldsymbol{\omega}_T^{выч}$;

4) вычисленные значения $\boldsymbol{\omega}_0^{выч}, \boldsymbol{\omega}_T^{выч}$ сравниваются с заданными в (2.4) величинами $\boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_T$;

5) если равенство в п. 4 алгоритма выполняется, то оптимальное решение задачи находится в классе конических движений; при этом угловая скорость КА, траектория его углового движения, вектор углового ускорения и значение функционала оптимизации находятся по формулам (5.1), (5.6), (5.27), (5.29);

6) сопряженные переменные задачи $\boldsymbol{\varphi}$, $\mathbf{p}$ находятся по формулам (4.4), (4.5), (5.27).

Полученное в классе регулярных конических движений оптимальное решение задачи и известное ранее [8] точное решение в классе плоских эйлеровых разворотов (при условии $\boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_T \parallel \mathbf{vect}(\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T)$) для частных случаев граничных условий по угловой скорости КА будут использованы как аналитические подтверждения при построении квазиоптимального решения задачи поиска углового ускорения КА в классе обобщенных конических движений.

VI. Модифицированная задача поиска оптимального углового ускорения КА

Движение КА по-прежнему описывается соотношениями (2.1)–(2.4), при этом начальное и конечное значения по угловому положению и угловой скорости КА произвольны и заданы. Одной из основных проблем при построении аналитического решения в задаче оптимального поворота твердого тела является разрешимость классической задачи Дарбу–определения кватерниона $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ по известному вектору угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$. Для кватернионного дифференциального уравнения (2.1), при условии, что вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$ задается выражением

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{i}_1 \dot{f}(t) \sin g(t) + \mathbf{i}_2 \dot{f}(t) \cos g(t) + \mathbf{i}_3 \dot{g}(t) \qquad (6.1)$$

в котором $f(t)$ и $g(t)$ произвольные функции времени, известно решение [11] удовлетворяющее начальному условию (2.3):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_2 f(0)/2\} \circ \\ \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 f(t)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(t)/2\} \end{aligned} \qquad (6.2)$$

Выражение (6.1) и решение (6.2) можно дополнительно обобщить, добавив поворот на постоянный угол вокруг некоторой оси. Такой поворот задается с помощью кватерниона $\mathbf{K}$, $\left\|\mathbf{K}\right\| = 1$. Тогда вектор $\boldsymbol{\omega}$ и кватернион $\boldsymbol{\Lambda}$ будут определяться соотношениями

$$\boldsymbol{\omega} = \widetilde{\mathbf{K}} \circ (\mathbf{i}_1 \dot{f}(t) \sin g(t) + \mathbf{i}_2 \dot{f}(t) \cos g(t) + \mathbf{i}_3 \dot{g}(t)) \circ \mathbf{K} \qquad (6.3)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{K}} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_2 f(0)/2\} \circ \\ \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 f(t)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(t)/2\} \circ \mathbf{K} \end{aligned} \qquad (6.4)$$

Как видно, выражения (6.3), (6.4) включают в себя выражения для угловой скорости и траектории КА в точном решении задачи поиска оптимального углового ускорения КА, когда вектор его угловой скорости сохраняет постоянное направление на всем интервале времени движения КА [8] или совершает регулярную прецессию (разд. V). Как ещё одно подтверждающее соображение, следует отметить, что с помощью взаимно-однозначных замен переменных [11] задачу Дарбу в общем случае можно свести к решению уравнения типа (1.3), где угловая скорость примет вид

$$\boldsymbol{\omega}^*(t) = -(\mathbf{i}_1 \dot{f}(t) \sin g(t) + \mathbf{i}_2 \dot{f}(t) \cos g(t) + \mathbf{i}_3 \dot{g}(t))$$

отличающейся от (6.1) только знаком. При этом явное аналитическое решение этой задачи, как и при произвольном векторе $\boldsymbol{\omega}(t)$, не известно. Другими словами, предлагаемая структура угловой скорости (6.1) ((6.3)) хорошо соотносится с концепцией Пуансо, что всякое произвольное угловое движение твердого тела вокруг неподвижной точки можно рассматривать как некоторое обобщенное коническое движение твердого тела [12].

Будем рассматривать вторые производные от функций f и g в качестве управляющих параметров. Тогда если ввести обозначения

$$\dot f = f_1, \quad \dot g = g_1 \tag{6.5}$$

то можно составить систему дифференциальных уравнений, описывающих управляемую систему:

$$\dot f = f_1, \ \dot g = g_1, \ \dot f_1 = u_1, \ \dot g_1 = u_2 \tag{6.6}$$

где f , f_1 , g , g_1 – фазовые координаты, u_1 , u_2 – управляющие параметры. Ограничимся случаем, когда кватернион $\mathbf{K}$ представляется в виде произведения:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1, \ \ \mathbf{K}_1 = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_1\alpha_1/2\}, \\ \mathbf{K}_2 = \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2\alpha_2/2\} \tag{6.7}$$

где α_1 , α_2 – некоторые постоянные. Отметим, что кватернионы $\mathbf{K}_1$ и $\mathbf{K}_2$ определяют поворот вектора $\boldsymbol{\omega}$ (6.1) вокруг осей $\mathbf{i}_1$ и $\mathbf{i}_2$. Поворот вокруг оси $\mathbf{i}_3$ уже включен в формулу, если учесть, что в функцию $g(t)$ входит аддитивная постоянная.

Условия того, что выражения для $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\Lambda}$ (6.3), (6.4) удовлетворяют граничным условиям (2.3), (2.4) с учетом (6.7), запишутся как

$$\widetilde{\mathbf{K}}_1 \circ \widetilde{\mathbf{K}}_2 \circ (\mathbf{i}_1 f_1(0)\sin g(0) + \mathbf{i}_2 f_1(0)\cos g(0) + \\ + \mathbf{i}_3 g_1(0)) \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\omega}_0 \tag{6.8}$$

$$\widetilde{\mathbf{K}}_1 \circ \widetilde{\mathbf{K}}_2 \circ (\mathbf{i}_1 f_1(T)\sin g(T) + \mathbf{i}_2 f_1(T)\cos g(T) + \\ + \mathbf{i}_3 g_1(T)) \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\omega}_T \tag{6.9}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{K}}_1 \circ \widetilde{\mathbf{K}}_2 \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 (f(T) \\ - f(0))/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(T)/2\} \circ \mathbf{K}_2 \circ \mathbf{K}_1 = \boldsymbol{\Lambda}_T \tag{6.10}$$

Управляющее угловое ускорение КА, соответствующее решению модифицированной задачи оптимального управления, определяется из (2.2) по формуле

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \tag{6.11}$$

Тогда для управляемой системы (6.6) можно сформулировать следующую задачу оптимального управления. Требуется найти оптимальные управления $u_1(t)$, $u_2(t)$, которые переводят управляемую систему (6.6) из начального состояния

$$f = f(0), \ f_1 = f_1(0), \ g = g(0), \ g_1 = g_1(0) \tag{6.12}$$

в конечное состояние

$$f = f(T), \ f_1 = f_1(T), \ g = g(T), \ g_1 = g_1(T) \tag{6.13}$$

и удовлетворяющие соотношениям (6.9)–(6.10), в которых α_1, α_2 выступают как параметры, подлежащие определению, и доставляют минимум функционалу

$$J = \int_0^T (u_1^2 + u_2^2)dt \tag{6.14}$$

Такую задачу оптимального управления будем называть модифицированной задачей поиска оптимального углового ускорения КА.

VII. Аналитическое решение задачи (6.6)–(6.14)

Функция Гамильтона-Понтрягина для поставленной задачи оптимального управления [9]

$$H = -(u_1^2 + u_2^2) + \psi_1 f_1 + \psi_2 g_1 + \psi_3 u_1 + \psi_4 u_2 \tag{7.1}$$

Здесь $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$ - сопряженные переменные, удовлетворяющие системе уравнений

$$\dot\psi_1 = 0, \ \dot\psi_2 = 0, \ \dot\psi_3 = -\psi_1, \ \dot\psi_4 = -\psi_2 \tag{7.2}$$

общее решение которой содержит произвольные константы $c_1, \ldots, c_4$:

$$\psi_1 = c_1, \ \psi_2 = c_2, \ \psi_3 = -c_1 t + c_3, \psi_4 = -c_2 t + c_4 . \tag{7.3}$$

Условие максимума для (7.1) дает оптимальные управления

$$u_1 = (-c_1 t + c_3)/2, \quad u_2 = (-c_2 t + c_4)/2 \tag{7.4}$$

Подставляя (7.4) в (7.3), получаем выражения для фазовых координат, содержащие восемь неопределенных констант $c_1, \ldots, c_8$:

$$f = -c_1 t^3/12 + c_3 t^2/4 + c_5 t + c_6, \ \ g = -c_2 t^3/12 + c_4 t^2/4 + c_7 t + c_8$$
$$f_1 = -c_1 t^2/4 + c_3 t/2 + c_5, \quad g_1 = -c_2 t^2/4 + c_4 t/2 + c_7. \tag{7.5}$$

В силу того, что в выражение для функции f константа c_6 входит аддитивно, из (6.4) видно, что она не оказывает влияния, и поэтому c_6 можно не учитывать. Тогда для поиска девяти неизвестных $c_1, \ldots, c_5, c_7, c_8, \alpha_1, \alpha_2$ имеется девять уравнений (6.8)–(6.10) (из-за наличия условия $\|\boldsymbol{\Lambda}\| = 1$ в кватернионном уравнении (6.10) независимыми являются только три скалярных уравнения). Подставляя формулы (7.5) в (6.3), (6.4), получим выражения для вектора угловой скорости и кватерниона ориентации КА. Эти выражения определят оптимальный в смысле минимума функционала (6.14) угловой маневр КА, построенный в классе обобщенных конических движений. Управляющее угловое ускорение КА, на основе (6.3), (6.11)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} = \widetilde{\mathbf{K}} \circ [(\mathbf{i}_1 (u_1 \sin g + f_1 g_1 \cos g) + \\ + \mathbf{i}_2 (u_1 \cos g - f_1 g_1 \sin g) + \mathbf{i}_3 u_2] \circ \mathbf{K}. \tag{7.6}$$

Скалярный квадрат вектора управляющего углового ускорения КА выражается через переменные модифицированной задачи так:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^2 = u_1^2 + u_2^2 + f_1^2 g_1^2 \tag{7.7}$$

Модифицированная задача поиска оптимального углового ускорения КА тем самым решена полностью.

Если в модифицированной задаче поиска оптимального углового ускорения КА граничные условия по угловой скорости КА положить такими же, как в разд. V, то решения классической и модифицированной задач полностью совпадут. То же самое можно сказать, когда векторы граничных условий по угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_T$ (2.4) коллинеарны $\mathbf{vect}(\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_0 \circ \boldsymbol{\Lambda}_T)$ (плоский эйлеров поворот [8]), в этом случае слагаемое $f_1^2 g_1^2$ в (7.7) обращается в нуль и критерий (6.14) соответствует критерию (2.5) ((3.1)) классической задачи. В задаче поиска углового ускорения КА при произвольных граничных условиях,

полагая, что $\int_0^1 f_1^2 g_1^2 dt$ мало по сравнению с $\int_0^1 \boldsymbol{\varepsilon}^2 dt$, в (7.7) можно опустить последнее слагаемое. Тогда модифицированная задача оптимального управления в переменных f, g, f_1, g_1, u_1, u_2 с функционалом (6.14) и выражениями (6.3), (6.4), (6.8)–(6.10), (7.5), (7.6) будет соответствовать классической задаче поиска оптимального углового ускорения КА в классе обобщенных конических движений. При этом модифицированная задача может рассматриваться в качестве квазиоптимальной задачи поиска углового ускорения КА при произвольных граничных условиях.

VIII. Аналитический квазиоптимальный алгоритм

Квазиоптимальный алгоритм углового ускорения КА при произвольных краевых условиях в безразмерных переменных имеет следующий вид:

1) по заданным величинам $\boldsymbol{\Lambda}_0, \boldsymbol{\Lambda}_T, \boldsymbol{\omega}_0, \boldsymbol{\omega}_T$ (2.3), (2.4) и T=1 из (6.7)–(6.10) вычисляются девять неопределенных констант $c_1, \ldots, c_5, c_7, c_8, \alpha_1, \alpha_2$ и выражаются функции f, f_1, g, g_1;

2) используя (6.7), рассчитываем кватернион $\mathbf{К}$;

3) определяем вектор угловой скорости КА

$$\boldsymbol{\omega} = \widetilde{\mathbf{К}} \circ (\mathbf{i}_1 \dot{f}(t) \sin g(t) + \mathbf{i}_2 \dot{f}(t) \cos g(t) + \mathbf{i}_3 \dot{g}(t)) \circ \mathbf{К}$$

4) находим кватернион ориентации КА

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \widetilde{\mathbf{К}} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_3 g(0)/2\} \circ \mathbf{exp}\{-\mathbf{i}_2 f(0)/2\} \circ \\ \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_2 f(t)/2\} \circ \mathbf{exp}\{\mathbf{i}_3 g(t)/2\} \circ \mathbf{К}$$

5) Вектор углового ускорения КА

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}} = \widetilde{\mathbf{К}} \circ [(\mathbf{i}_1 (u_1 \sin g + f_1 g_1 \cos g) + \\ + \mathbf{i}_2 (u_1 \cos g - f_1 g_1 \sin g) + \mathbf{i}_3 u_2] \circ \mathbf{К}.$$

6) Из выражений (3.1), (7.7) находится значение безразмерного критерия оптимизации задачи оптимальной переориентации КА.

IX. Числовые примеры

Рассматриваются сравнительные результаты численных решений исходной (классической) и модифицированной задач поиска оптимального углового ускорения КА.

Краевая задача принципа максимума, полученная в разд. IV для исходной классической задачи, имеет вид:

$$\begin{cases} 2\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}, \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\varepsilon}, \\ \dot{\boldsymbol{\varphi}} = -\mathbf{p}/2, \\ \mathbf{p} = \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}} \circ \mathbf{c}_v \circ \boldsymbol{\Lambda}, \quad \mathbf{c}_v = \mathbf{const} \end{cases} \tag{9.1}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}(0) = \boldsymbol{\Lambda}_0, \quad \boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0 \tag{9.2}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}(T) = \boldsymbol{\Lambda}_T, \quad \boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T \tag{9.3}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}} = \boldsymbol{\varphi}/2 \tag{9.4}$$

откуда необходимо найти $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{опт}}, \boldsymbol{\Lambda}^{\text{опт}}, \boldsymbol{\omega}^{\text{опт}}, \mathbf{c}_v$. Условия в конечный момент времени (9.3) необходимо переписать в семимерном фазовом пространстве $\boldsymbol{\Lambda} \times \boldsymbol{\omega}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{vect}(\boldsymbol{\Lambda}(T) \circ \widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}_T) = 0, \\ \boldsymbol{\omega}(T) = \boldsymbol{\omega}_T. \end{aligned} \tag{9.5}$$

Метод численного решения подобных краевых задач оптимальной переориентации КА (твердого тела) описан в [13].

В первой строке табл. 1 приводятся значения кватерниона ориентации и вектора угловой скорости при t=0.5 (в середине промежутка времени оптимального движения $[0, T]$, $T = 1$) для граничных условий по угловому положению и угловой скорости КА

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}_0 &= (0.7951, 0.2981, -0.3975, 0.3478), \\ \boldsymbol{\omega}_0 &= (0.2739, -0.2388, -0.3) \end{aligned} \tag{9.6}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Lambda}_T &= (0.8443, 0.3984, -0.3260, 0.1485), \\ \boldsymbol{\omega}_T &= (0.0,\ 0.0, -0.59) \end{aligned} \tag{9.7}$$

При тех же граничных условиях в первой строке табл. 2 рассмотрены компоненты вектора углового ускорения для начала, середины и конца процесса оптимального управления. Также в таблицах во вторых строках для сравнения приводятся данные, полученные при решении модифицированной задачи поиска углового ускорения КА по аналитическому алгоритму разд. VIII. При этом значения констант $\alpha_1, \alpha_2, c_1, \ldots, c_5, c_7, c_8$, входящих в аналитическое решение модифицированной задачи, таковы;

$$\alpha_1 = -0.0421,\ \alpha_2 = -0.2226,\ c_1 = 3.2902$$
$$c_2 = -1.4885,\ c_3 = 2.2113,\ c_4 = -1.45$$
$$c_5 = -0.4156,\ c_7 = -0.2221,\ c_8 = -0.9216$$

Табл.1

λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	ω_1	ω_2	ω_3
0.8096	0.3625	-0.3768	0.2668	-0.0502	-0.0114	-0.4937
0.8099	0.3627	-0.3756	0.2673	-0.0488	-0.0098	-0.4938

Табл. 2

$\varepsilon_1(0)$	$\varepsilon_2(0)$	$\varepsilon_3(0)$	$\varepsilon_1(0.5)$	$\varepsilon_2(0.5)$	$\varepsilon_3(0.5)$	$\varepsilon_1(1)$	$\varepsilon_2(1)$	$\varepsilon_3(1)$
-0.9854	0.7259	-0.4892	-0.2917	0.2087	-0.2878	0.5077	-0.1272	-0.0985
-0.9647	0.7634	-0.4932	-0.3103	0.1687	-0.2847	0.5350	-0.0220	0.1024

Результаты решений двух задач близки. Значение функционала (3.1) исходной задачи в рассматриваемом примере составляет 0.4782. Значение того же функционала вычисленного на основе решения модифицированной задачи составляет 0.4797. То есть, в рассматриваемом примере расхождение между величинами функционала (3.1) для классической и модифицированной задачи составляет 0.3%. Следует отметить, что значение функционала оптимизации является определяющей характеристикой задачи оптимального управления.

Также проводились численные решения задачи оптимального управления угловым движением для

случаев, когда начальное состояние КА определялось соотношениями (9.6). Конечное положение КА задавалось поворотом КА из начального положения на некоторый угол вокруг эйлеровой оси, единичный вектор которой определялся координатами:

$$(0.0450, -0.0752, -0.9962) \qquad (9.8)$$

В табл. 3 приводятся компоненты кватернионов конечного положения КА для поворотов на различные величины эйлерова угла φ в градусах вокруг вектора (9.8).

ТАБЛ. 3

φ°	$\lambda_0(T)$	$\lambda_1(T)$	$\lambda_2(T)$	$\lambda_3(T)$
30	0.8464	0.4065	-0.3185	0.1298
60	0.8401	0.4872	-0.2178	-0.0970
90	0.7766	0.5346	-0.1023	-0.3173
120	0.6601	0.5456	0.0202	-0.5159
150	0.4986	0.5195	0.1414	-0.6794
180	0.3032	0.4579	0.2529	-0.7965

В табл. 4 представлены значения функционала (3.1) в классической и модифицированной задачах поиска оптимального углового ускорения при переводе КА из начального состояния (9.6) в конечные состояния $\mathbf{\Lambda}_T$ по табл. 3 и при $\boldsymbol{\omega}_T = (0.0,\ 0.0,\ -0.59)$, с указанием разности между значениями этих функционалов $\Delta J = J^{\text{модиф}} - J^{\text{классич}}$ и процентного расхождения $(\Delta J\ / J^{\text{классич}}) \cdot 100\%$.

ТАБЛ. 4

Функционалы и расхождения их величин	$\varphi = 30^\circ$	$\varphi = 60^\circ$	$\varphi = 90^\circ$	$\varphi = 150^\circ$	$\varphi = 180^\circ$
$J^{\text{классич}}$	0.52385	4.63277	15.31437	56.39081	86.78094
$J^{\text{модиф}}$	0.52510	4.63724	15.32882	56.52086	87.51533
ΔJ	0.00125	0.00447	0.01445	0.13005	0.73439
%	0.24	0.10	0.09	0.23	0.85

В табл. 5 приводятся подобные показатели, когда конечная угловая скорость КА определяется вектором

$$\boldsymbol{\omega}_T = (0.0,\ 0.0,\ 0.0)$$

т.е. в этом случае КА переводится в состояние покоя.

ТАБЛ. 5

Функционалы и расхождения их величин	$\varphi = 90^\circ$	$\varphi = 120^\circ$	$\varphi = 150^\circ$	$\varphi = 180^\circ$
$J^{\text{классич}}$	24.25074	45.17597	72.66431	106.71186
$J^{\text{модиф}}$	24.28745	45.19513	72.77169	107.40843
ΔJ	0.03672	0.01916	0.10738	0.69657
%	0.15	0.04	0.15	0.65

Из многочисленных экспериментов для различных параметров задачи управления угловым движением КА следует близость решений классической и модифицированной задач поиска углового ускорения КА, что позволяет рассматривать решение модифицированной задачи как квазиоптимальное решение классической задачи поиска углового ускорения КА.

X. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Аналитический квазиоптимальный алгоритм решения кинематической задачи поиска оптимального углового ускорения КА с произвольными краевыми условиями имеет теоретическое обоснование и с хорошими точностями решает задачу оптимальной переориентации КА. При этом он не требует численного решения краевой задачи принципа максимума или иного сложного численного решения и являет собой готовые аналитические законы квазиоптимального программного управления и изменения программной траектории, которые могут быть установлены на борт КА. Полученные результаты могут быть применены для КА наноклассa, которые имеют ограничения на вычислительные мощности.

ЛИТЕРАТУРА

[1] А.В.Молоденков, Я.Г.Сапунков, “Аналитическое квазиоптимальное решение задачи разворота произвольного твердого тела при произвольных граничных условиях,” Известия РАН. Механика твердого тела, № 2, С. 160–173, 2019.

[2] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“Аналитическое решение задачи оптимального разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 6, С. 129-145, 2016.

[3] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков, “Аналитическое решение задачи оптимального по быстродействию разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 2, С. 131-147, 2018.

[4] Я.Г. Сапунков, А.В. Молоденков, “Аналитическое решение задачи оптимального в смысле комбинированного функционала разворота осесимметричного космического аппарата,“ Автоматика и телемеханика, № 7, С. 86-106, 2021.

[5] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитическое квазиоптимальное решение задачи минимального по времени поворота космического аппарата,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 4, С. 142-156, 2021.

[6] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитический квазиоптимальный алгоритм программного управления угловым движением космического аппарата,” Известия РАН. Теория и системы управления, №4, С. 125-136, 2023.

[7] Y.G. Sapunkov, A.V. Molodenkov, “Quasioptimal Spacecraft Attitude Control Constructed According to the Poinsot Concept,” Aerospace, vol. 10, no. 5, 2023, p. 402.

[8] В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973.

[9] Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961.

[10] Ю.Н. Челноков. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006.

[11] А.В. Молоденков, “К решению задачи Дарбу,“ Известия РАН. Механика твердого тела, №2, С. 3-13, 2007.

[12] A.V. Molodenkov, S.E. Perelyaev, “Solution of approximate equation for modified rodrigues vector and attitude algorithm design,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 44, no. 6, 2021, pp. 1224-1227.

[13] Я.Г. Сапунков, А.В. Молоденков, “Численное решение задачи оптимальной переориентации вращающегося космического аппарата,” Мехатроника, автоматизация, управление, 2008, №6, С. 66-70.

Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов оценивания в задаче траекторного слежения с использованием измерений пеленга

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

В.П. Золотаревич
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
zolotarevich@yandex.ru

М.С. Иванов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
msivanovitmo@itmo.ru

А.В. Моторин
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
motorin.a@mail.ru

В докладе рассматривается задача оценивания координат и параметров движения подвижного объекта по измерениям пеленга, поступающих с датчика, установленного на маневрирующем наблюдателе. С использованием метода статистических испытаний сравнивается точность решения задачи итерационным пачечным линеаризованным фильтром и рекуррентным итерационным сглаживающим пачечным линеаризованным фильтром, а также итерационным сглаживающим обобщенным фильтром Калмана.

Ключевые слова—нерекуррентный алгоритм, рекуррентный алгоритм, фильтр Калмана

I. Введение

Системы освещения обстановки широко применяются в различных сферах деятельности для обнаружения различного рода объектов. В системах освещения обстановки на море основным режимом работы при траекторном слежении является шумопеленгационный режим. Достоинством этого режима является малое энергопотребление, а недостатком – невозможность измерения дистанции и использование при решении задачи слежения только измерений пеленга. Отличительная особенность задачи слежения с использованием только измерений пеленга заключается в ее существенно нелинейном характере, порожденным нелинейной зависимостью значений пеленга от оцениваемых координат, и проблемой их наблюдаемости. Последняя проблема решается за счет маневрирования наблюдателя. Наличие же нелинейности при значительной априорной неопределенности оцениваемых параметров приводит к тому, что классический обобщенный фильтр Калмана (ОФК) оказывается неэффективным [1]. Поэтому вопрос синтеза устойчивых алгоритмов оценивания координат и параметров движения объекта по измерениям пеленга остается актуальным и по сей день. В частности, интерес представляет исследование возможностей нерекуррентных алгоритмов при решении таких задач.

Целью настоящей работы является сравнение эффективности представленных в работе [2] нерекуррентных и рекуррентных алгоритмов оценивания при решении поставленной задачи слежения по пеленгам. Вторая часть посвящена математической постановке задачи. В третьей части приводится описание итерационного пачечного линеаризованного фильтра и его результаты. В четвертой части он сравнивается с рекуррентным итерационным сглаживающим пачечным линеаризованным фильтром. В пятой части приводится сравнение решения нерекуррентного алгоритма с итерационным сглаживающим обобщенным фильтром Калмана.

II. Постановка задачи

За объектом, который движется с квазипостоянной скоростью, ведется слежение по измерениям пеленга с подвижного наблюдателя. Предполагается, что движение объекта представляет собой марковскую последовательность, которая описывается формирующим фильтром вида:

$$x_i^o = \Phi x_{i-1}^o + \Gamma w_i,\ i = \overline{1.N}, \qquad (1)$$

где x_i^o – 4×1 вектор состояния, включающий декартовы координаты объекта и проекции абсолютной скорости на оси локальной системы координат, w_i – 2×1 вектор дискретных нормальных центрированных белошумных ускорений с известной матрицей ковариаций Q. Матрицы динамики Φ (4×4) и порождающих шумов Γ (4×2) соответствуют модели Зингера [3–5].

Движение наблюдателя задается детерминировано с помощью последовательности:

$$x_i^н = \Phi x_{i-1}^н + \Gamma u_i,\ i = \overline{1.N}, \qquad (2)$$

Работа подготовлена при поддержке гранта РНФ 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

где $x_i^н$ – 4×1 вектор состояния, включающий в себя декартовы координаты наблюдателя и проекции его абсолютной скорости, u_i – 2×1 вектор известных управляющих воздействий. Матрицы $Ф$, $Г$ в моделях (1), (2) одинаковы, что позволяет легко перейти к относительной модели движения, задав $x_i = x_i^o - x_i^н$, таким образом:

$$x_i = Фx_{i-1} + Гw_i - Гu_i,\ i = \overline{1.N}. \qquad (3)$$

Измерения пеленга на объект в каждый момент времени y_i представляются в виде:

$$y_i = s(x_i) + v_i = arctg\left(\frac{x_i^{(1)}}{x_i^{(2)}}\right) + v_i, \qquad (4)$$

где $x_i^{(1)}$, $x_i^{(2)}$ – относительные координаты объекта, задаваемые 1-м и 2-м элементами вектора x_i, v_i – нормальная центрированная белошумная погрешность измерений с известной дисперсией R. В начальный момент времени вектор x_i считается распределнным по нормальному закону с известными математическим ожиданием $\bar{x}_0$ и матрицей ковариаций P_0.

Требуется найти оценку вектора $X_N = \left(x_0^T, x_1^T, \ldots, x_N^T\right)^T$ по накопленным к текущему моменту времени измерениям $Y_N = \left(y_1, y_2, \ldots, y_N\right)^T$ при известных управляющих воздействиях $\left(u_1^T, u_2^T, \ldots, u_N^T\right)^T$, учитывая, что вектор состояния в начальный момент времени, ошибки измерений и порождающие шумы не коррелированы между собой.

III. Итерационный пачечный линеаризованный фильтр

Линеаризуя измерения (4) можно записать:

$$\tilde{y}_i = y_i - s\left(x_{i(л)}\right) + H_i^{x_{i(л)}} x_{i(л)} = H_i^{x_{i(л)}} x_i + v_i \qquad (5)$$

где $x_{i(л)}$ – точка линеаризации, $H_i^{x_{i(л)}} = \left.\frac{ds(x_i)}{dx_i^T}\right|_{x_i = x_{i(л)}}$ – матрица Якоби (1×4), рассчитанная для соответствующей точки линеаризации. Можно показать, что алгоритм вычисления оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки вектора $\hat{X}_N$ и соответствующей ей матрицы ковариаций $\boldsymbol{P}_N$ может быть реализован в виде [2]:

$$\hat{X}_N^{(j)} = \boldsymbol{P}_N^{(j)}\left(\boldsymbol{F}^T \boldsymbol{D} U_N + \left(\boldsymbol{H}^{(j-1)}\right)^T \boldsymbol{L} \tilde{Y}_N^{(j-1)}\right), \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{P}_N^{(j)} = \left(\boldsymbol{F}^T \boldsymbol{D} \boldsymbol{F} + \left(\boldsymbol{H}^{(j-1)}\right)^T \boldsymbol{L}\left(\boldsymbol{H}^{(j-1)}\right)\right)^{-1}, \qquad (7)$$

где j – номер итерации, $\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{L}$ – известные блочные матрицы:

$$\boldsymbol{F} = \begin{vmatrix} E & 0 & \cdots & 0 \\ -Ф & E & \ddots & \vdots \\ \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -Ф & E \end{vmatrix};\ \boldsymbol{D} = \begin{vmatrix} P_0^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Delta Q^{-1} & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \Delta Q^{-1} \end{vmatrix};$$

$$\boldsymbol{L} = \begin{vmatrix} R^{-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R^{-1} & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & R^{-1} \end{vmatrix};\ \boldsymbol{H}^{(j-1)} = \begin{vmatrix} 0 & H_1^{\hat{x}_1^{j-1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & H_N^{\hat{x}_N^{j-1}} \end{vmatrix};$$

составной вектор $U_N = \left(\bar{x}_0^T, (Гu_1)^T, (Гu_2)^T, \ldots, (Гu_N)^T\right)^T$, вектор $\tilde{Y}_N^{(j-1)} = \left(\tilde{y}_1^{(j-1)}, \tilde{y}_2^{(j-1)}, \ldots, \tilde{y}_N^{(j-1)}\right)^T$, где индекс j–1 указывает, что измерения получены с использованием левой части соотношения (5) и оценок $\hat{X}_N^{(j-1)}$ с предыдущей итерации алгоритма. Блочная матрица $\boldsymbol{D}$ включает $\Delta Q = ГQГ^T + E\alpha$, где $0 < \alpha << 1$. Добавление фиктивного шума $E\alpha$ необходимо для преодоления вырожденности матрицы $ГQГ^T$. На первой итерации в качестве точки линеаризации используются априорные математические ожидания вектора состояния X_N, вычисленные согласно $\bar{x}_0$ и модели (3). Итерации необходимы для уточнения значений точек линеаризации. Критерий остановки итераций рассчитывался в виде:

$$\Delta_N = \left(\hat{X}_N^{(j)} - \hat{X}_N^{(j-1)}\right)^T \left(\hat{X}_N^{(j)} - \hat{X}_N^{(j-1)}\right). \qquad (8)$$

Моделирование показало, что алгоритм сходится за 8–10 итераций.

На рисунке 1 приведен результат работы нерекурентного алгоритма в условиях циркуляции наблюдателя на 360°. Оценки координат практически полностью совпадают с траекторией движения объекта. Нетрудно также заметить, что область неопределенности местоположения объекта значительно уменьшается, т.е. апостериорные эллипсы неопределенности значительно меньше, чем априорные.

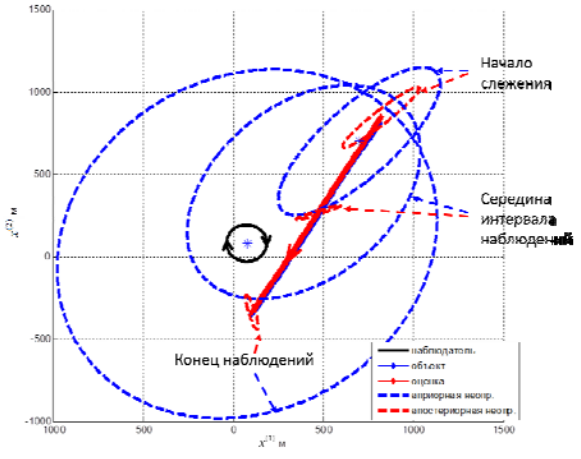


Рис. 1. Моделирование работы нерекурентного алгоритма при полной циркуляции наблюдателя

IV. Рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр

Оценки $\hat{X}_N$ нерекуррентного алгоритма соответствуют решению задачи сглаживания, так как используют весь набор накопленных измерений. В то же время реализация алгоритма (6), (7) связана с необходимостью многократно обращать матрицу в правой части (7), которая имеет размерность $4(N+1)\times4(N+1)$, что вычислительно сложно. Отметим, что идентичные оценки можно получить с помощью рекуррентного итерационного сглаживающего пачечного линеаризованного фильтра, настроенного на модели (3), (5) [2, 6–9]. Особенность реализации такого алгоритма сглаживания состоит в том, что точки линеаризации не уточняются на каждом шаге, как в рекуррентном обобщенном сглаживающем фильтре Калмана или итерационном сглаживающем обобщенном фильтре Калмана (ИС-ОФК) [6–9]. Точки линеаризации выбираются аналогично нерекуррентному алгоритму, т.е. на первом этапе используются априорные математические ожидания вектора состояния X_N, далее в качестве точек линеаризации используются оценки, полученные при решении задачи на предыдущем шаге. Таким образом, рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр требует столько же итераций для уточнения точек линеаризации, сколько и нерекуррентный алгоритм, то есть обрабатывает измерения в прямом и полученные оценки в обратном времени также 8–10 раз. Однако, для получения оценок и соответствующих им матриц ковариаций такой алгоритм, реализованный в MATLAB, затрачивает примерно в 25 раз меньше времени, чем рассмотренный выше нерекуррентный. Совпадение оценок рекуррентного итерационного сглаживающего пачечного линеаризованного фильтра и нерекуррентного алгоритма в условиях моделирования приведено на рисунке 2.

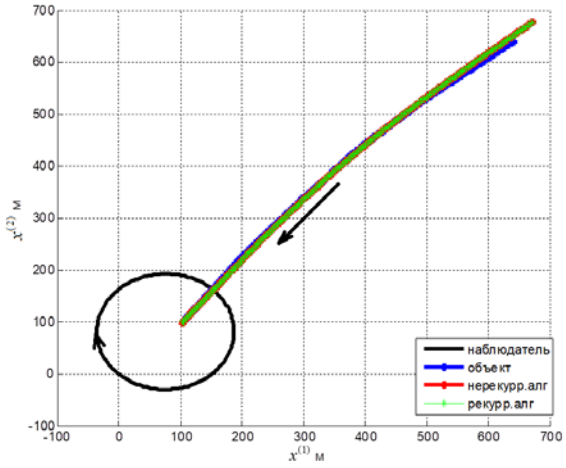


Рис. 2. Оценки координат нерекуррентного алгоритма и рекуррентного итерационного сглаживающего пачечного линеаризованного фильтра

V. Итерационный сглаживающий обобщенный фильтр Калмана

Кажется, что отсутствие уточнения точки линеаризации в процессе измерений лишь существенно усложняет алгоритм решения. Так ИС-ОФК является популярным алгоритмом при решении нелинейных задач [2, 6–9], поскольку позволяет уточнять точку линеаризации на каждом шаге, обеспечивая в конечном счете более точную оценку за один этап обработки измерений в прямом и полученных оценок в обратном времени. Для сопоставления результатов решения рассматриваемой задачи был реализован ИС-ОФК, настроенный на модели (3), (5). С использованием метода статистических испытаний получены безусловные (действительные) и расчетные среднеквадратические погрешности (СКП) оценивания координат местоположения наблюдателя для рассматриваемых нерекуррентного и рекуррентного алгоритмов. На рисунках 3, 4 представлены графики СКП, а также рассчитанная нижняя граница точности по Рао-Крамеру для координат [10] в настоящей задаче.

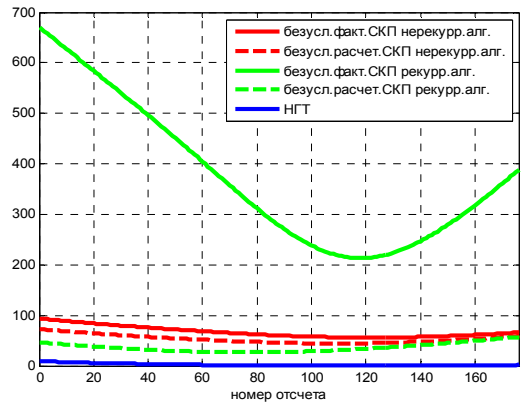


Рис. 3. СКП оценивания горизотальной координаты

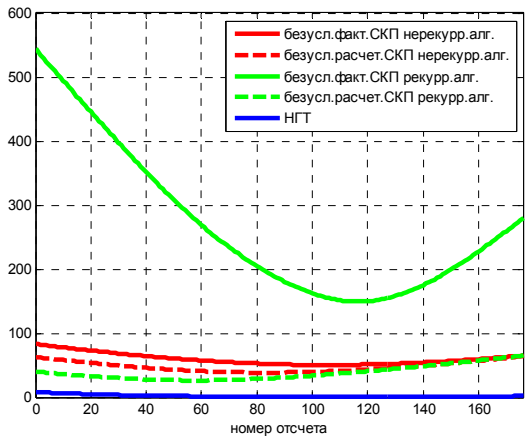


Рис. 4. СКП оценивания вертикальной координаты

Рисунки наглядно показывают, что ИС-ОФК проигрывает в точности нерекуррентному алгоритму. При этом расчетная и действительная СКП ИС-ОФК не совпадают, т.е. этот рекуррентный алгоритм, в отличие нерекуррентного, не является состоятельным [11]. Это объясняется многоэкстремальным характером апостериорной плотности. Рекуррентный алгоритм формирует гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности при каждом измерении, что ведет к кумулятивному накоплению ошибки линеаризации [12–14]. Преимущества в вычислительной сложности не окупаются в данном случае проигрышем в точности. Следует, однако, отметить, что нижняя граница точности остается недостижимой и для нерекуррентного алгоритма.

VI. Заключение

В работе проведено сопоставление нерекуррентных и рекуррентных алгоритмов для решения задачи оценивания координат и параметров движения объекта по измерениям пеленга. Показано, что итерационный пачечный линеаризованный фильтр и рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр обеспечивают получение одинаковых оценок, при этом последний существенно выигрывает в вычислительном отношении. В то же время итерационный сглаживающий обобщенный фильтр Калмана, в котором точка линеаризации уточнятся на каждом шаге, существенно проигрывает нерекуррентному алгоритму по точности решения рассматриваемой задачи из-за кумулятивного накопления ошибок линеаризации. Отмечается, что по результатам статистических испытаний итерационный пачечный линеаризованный фильтр и рекуррентный итерационный сглаживающий пачечный линеаризованный фильтр являются состоятельными, т.е. их безусловные фактические и расчетные матрицы ковариаций совпадают. В результате проведения исследования разработано программное обеспечение для моделирования траекторий движения объекта и наблюдателя, а также программное обеспечение, реализующее работу каждого из рассмотренных алгоритмов.

Литература

[1] K. Jahan, Naga Lakshmi M.M., P. Suresh, R.L.L. Praveenya, P. Swarjan, (2022). Extended Kalman Filter for Bearings-Only Tracking. Journal of Engineering Sciences, 13(7), 792–795.

[2] О.А. Степанов, В.П. Золотаревич, Ю.А. Литвиненко, А.М. Исаев, А.В. Моторин, Алгоритмы оптимизации на графах в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с байесовскими алгоритмами оценивания // Материалы XXXI Санкт-Петербургской международной конференция по интегрированным навигационным системам. 2024

[3] О.А. Степанов, Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации. – СПб: ГНЦ РФ - ЦНИИ «Электроприбор», 1998. – 370 с. ISBN 5-900780-45.

[4] Р.А. Зингер, Оценка характеристик оптимального фильтра при слежении за пилотируемой целью // Зарубежная радиоэлектроника, – 1971. – №8. – С. 40 – 57.

[5] Y. Bar-Shalom, P.K. Willet, X. Tian, Tracking and Data Fusion: A Handbook of Algorithms. YBS Publishing, 2011.

[6] О.А. Степанов, Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания / Изд. 3-е, исправленное и дополненное / О.А. Степанов. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор».

[7] Г. Ван Трис, Теория обнаружения оценок и модуляции. Т. 1. Теория обнаружения, оценок и линейной модуляции. – М.: Сов. радио, 1972 – 744 с.

[8] Э. Сэйдж, Дж. Мелс, Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. – М.: Связь, 1976.

[9] Simo Sarkka and Lennart Svensson (2023). Bayesian Filtering and Smoothing. Second Edition. Cambridge University Press.

[10] Степанов О.А., Кошаев Д.А. Применение неравенства Рао-Крамера в задачах нелинейного оценивания. Теория и системы управления // Изв. АН СССР.-1997.- №2.- С65-72

[11] О.А. Степанов, А.М. Исаев, Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования // Гироскопия и навигация. Том 31. №3 (122), 2023. С. 48-65.

[12] А. Б. Торопов, Алгоритмы фильтрации в задачах коррекции показаний морской навигационной системы с использованием нелинейных измерений: дисс. ... канд. техн. наук: 05.13.01. Санкт-Петербург, 2013.

[13] Васильев В.А., Литвиненко Ю.А., Степанов О.А., Торопов А.Б. Сравнение рекуррентных и нерекуррентных алгоритмов фильтрации при решении задачи навигации по геофизическим полям // В сборнике: XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления МКПУ-2021. материалы XIV мультиконференции : в 4 т.. Ростов-на-Дону, 2021. С. 125-127.

[14] О.А. Степанов, А.М. Исаев, Ю.А. Литвиненко, Сравнение рекуррентных и нерекуррентных схем построения алгоритмов, основанных на линеаризации, при решении одного класса задач нелинейного оценивания // Труды XIV Всероссийского совеещняи по проблемам управления. М.: Институт проблем управления имени В.А. Трапезникова РАН, 2024. – в печати

Разработка алгоритма визуально-инерциальной одометрии для шагающего четвероногого робота со стереокамерой

Д.А. Чергинец
Факультет Систем Управления и Робототехники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
cherginetsda@itmo.ru

А.А. Ведяков
Факультет Систем Управления и Робототехники
Университет ИТМО
Санкт-Петербург, Россия
vedyakov@itmo.ru

В работе рассматривается задача оценивания перемещения относительно некоторого начального положения для мобильного шагающего четвероногого робота. Представлен требующий меньших вычислительных ресурсов и основанный на оптимизации фактор-графа алгоритм визуально-инерциальной одометрии, учитывающий кинематику ног шагающего робота. Предложенный алгоритм является модификацией алгоритма VILO, в котором в визуальной части вместо упора на использование монокамеры, используется модель стереокамеры, что позволяет уменьшить оцениваемый вектор состояния и исключает необходимость проведения дополнительной идентификации в начале работы алгоритма. В алгоритме осуществляется комплексная обработка изображений со стереокамеры, измерений линейных ускорений и угловых скоростей робота, тензодатчиков, установленных на конечностях робота, а также углов и угловых скоростей сочленений робота. Работоспособность представленного алгоритма продемонстрирована на данных, полученных с реального робота. При сравнении с показаниями системы захвата движения, использованной в качестве эталона, ошибка алгоритма одометрии составила менее 2% от пройденного пути.

Ключевые слова—одометрия, мобильная робототехника, оценивание положения, фактор-граф

I. Введение

Развитие мобильной робототехники особенно заметно в последние годы, что открывает большие возможности автоматизации задач в промышленности. Для навигации робота при автономном выполнения задач требуется знать его положение и ориентацию, для чего используются алгоритмы одновременной локализации и картирования, неотъемлемой частью которых является алгоритм одометрии. Предлагаемая работа направлена на построение алгоритма визуально-инерциальной одометрии для четвероногого шагающего робота. По сути, речь идет о синтезе алгоритма комплексной обработки всей имеющейся информации. В настоящее время, наряду с алгоритмами, основанными на байесовском подходе, особенно применительно к задачам одометрии (алгоритмы оценивания перемещения относительно некоторого начального положения) для робототехнических систем, применяются алгоритмы, основанные на использовании методов оптимизации на фактор-графах (factor graph optimization) [1]. По сравнению с подходами на основе рекуррентного обобщенного фильтра Калмана, такие алгоритмы обладают большей точностью, хотя и требуют значительно больших вычислительных ресурсов. Наиболее популярными являются алгоритмы VILOfDL [2], VILENS [3], WALK-VIO [4], STEP [5] и VILO [6], которые в свою очередь основаны на визуально-инерциальной навигационной системе MONO-VINS [7]. В работе [6] показано, что VILO имеют наибольшую точность по сравнению с аналогами, поэтому он был взят за основу разрабатываемого алгоритма. Однако MONO-VINS, на котором основан алгоритм VILO, при использовании стереокамеры рассматривает ее как две монокамеры, что увеличивает размерность оцениваемого вектора состояния и, как следствие, приводит к росту вычислительной сложности алгоритма. Также стоит отметить, что для достижения высокой точности требуется произвести процесс инициализации, что не всегда возможно.

Целью доклада является разработка алгоритма одометрии для мобильного шагающего четвероногого робота, который сводится к комплексной обработке изображений, получаемых с бортовой стереокамеры, измерений инерциального измерительного блока (ИИБ), энкодеров в сочленениях и тензодатчиков, расположенных на стопах для измерения силы контакта ног с поверхностью.

II. Основной результат

В процессе работы алгоритма одометрии основанного на факторном графе вырабатывается N оценок состояния робота $\hat{X}_k$ и M оценок положений особых точек $\hat{\lambda}_k$, отслеживаемых при помощи камеры.

Оценки состояния имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \begin{bmatrix}\hat{X}_1 & \hat{X}_2 & \cdots & \hat{X}_N\end{bmatrix},\\ \hat{X}_k &= \begin{bmatrix}\hat{p}_k & \hat{v}_k & \hat{q}_k & \hat{b}_{a,k} & \hat{b}_{\omega,k} & \hat{\theta}_k\end{bmatrix}, \quad k \in [1, N],\end{aligned}$$

где $\hat{p}_k$ – оценка положения робота, $\hat{v}_k$ – оценка линейной скорости робота, $\hat{q}_k$ – оценка ориентации робота, выраженная кватернионом, $\hat{b}_{a,k}$ – оценка смещения измерений акселерометра, $\hat{b}_{\omega,k}$ – оценка смещений

Исследования выполнено за счёт гранта РНФ 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/. Авторы благодарят Центр робототехники Сбера за предоставленного мобильного робота Unitree A1 для проведения экспериментального исследования.

гироскопа, $\hat{\theta}_k$ – оценка кинематических параметров робота.

Оценки положений особых точек имеют следующий вид:

$$\hat{\Lambda} = \begin{bmatrix} \hat{p}_{\lambda,1} & \hat{p}_{\lambda,2} & \cdots & \hat{p}_{\lambda,M} \end{bmatrix},$$

где $\hat{p}_{\lambda,k}$ – оценка положения особой точки λ_k.

Используемые датчики, а именно энкодеры, акселерометр, гироскоп и стереокамера, периодически формируют набор измерений:

$$\begin{aligned} Z_t &= \begin{bmatrix} a_{c,t} & \omega_{c,t} & \phi_{s,t} & \dot{\phi}_{s,t} & f_{s,t} \end{bmatrix}, \\ \Lambda_t &= \begin{bmatrix} v_{\lambda,1,t} & v_{\lambda,2,t} & \cdots \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где $a_{c,t}$ – набор измерений линейных ускорений ИИБ, $\omega_{c,t}$ – набор измерений угловых скоростей робота, $\phi_{s,t}$ и $\dot{\phi}_{s,t}$ набор измерений углов и угловых скоростей всех сочленений робота, $f_{s,t}$ – набор измерений силы контакта стопы робота с поверхностью, $v_{\lambda,i,t}$ – координаты особой точки, обнаруженной на изображениях.

Обозначим через X множество всех оценок состояния робота $\hat{X}$ и множество всех оценок положений особых точек, полученных во время работы алгоритма $\hat{\Lambda}$, а через Z множество измерений Z_t и Λ_t полученных за это время. Полагая ошибки измерения независимыми между собой и распределёнными по гауссовскому закону с нулевым математическим ожиданием, задачу оценивания положения робота можно свести к минимизации критерия, соответствующему нелинейному методу наименьших квадратов:

$$X^* = \min_X \left\{ \sum_k \left\| r_k(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_k} \right\},$$

где $\left\| \cdot \right\|^2_{\Sigma_k}$ – расстояние Махаланобиса.

Задаваясь матрицами ковариаций ошибок измерения используемых средств, для рассматриваемой задачи этот критерий можно представить в виде:

$$\begin{aligned} X^* = \min_X \sum_k \Big(& \left\| r_{0,k}(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_{0,k}} + \left\| r_{p\lambda,k}(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_{p\lambda,k}} + \\ & + \left\| r_{p\lambda,0,k}(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_{p\lambda,0,k}} + \left\| r_{pb,k}(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_{pb,k}} + \\ & + \left\| r_{plo,k}(X,Z) \right\|^2_{\Sigma_{plo,k}} \Big), \end{aligned}$$

где $r_{0,k}(X,Z)$ – целевая функция фактора предварительной информации состояния робота, $r_{p\lambda,k}(X,Z)$ и $r_{p\lambda,0,k}(X,Z)$ – целевые функции фактора визуальной части, $r_{pb,k}(X,Z)$ – целевая функция фактора предварительного интегрирования инерционной части, $r_{plo,k}(X,Z)$ – целевая функция фактора предварительного интегрирования одометрии кинематики ног, $\Sigma_{0,k}$, $\Sigma_{p\lambda,k}$, $\Sigma_{p\lambda,0,k}$, $\Sigma_{pb,k}$, $\Sigma_{plo,k}$ – матрицы ковариации соответствующих ошибок измерения.

A. *Фактор предварительной информации состояния робота*

Фактор предварительной информации необходим для привязки величин подлежащих оцениванию к фиксированной системе отсчета. Целевая функция фактора предварительной информации определятся как ошибка между оценкой состояния $\hat{X}_0$ и его начальным значением X_{init}:

$$r_0(X,Z) = \begin{bmatrix} \Phi(T_0^{-1} T_{init}) \\ v_0 - v_{init} \\ b_{a,0} - b_{a,init} \\ b_{\omega,0} - b_{\omega,init} \end{bmatrix},$$

где T – матрица трансформации, образованная из ориентации, выраженной кватернионом q, и положения p, Φ – оператор репараметризации “lifting” описанный в [8].

Матрица ковариации $\Sigma_{0,k}$ задается исходя из неопределенностей, соответствующих способу получения априорной информации.

B. *Фактор визуальной части*

Стереокамера состоит из двух жестко закрепленных камер (рисунок 1). Преимущественно такие камеры закреплены вдоль горизонтальной оси и расстояние между ними называется базовой линией b. Проекции точки $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}$ на изображениях левой и правой камеры обозначаются $\begin{pmatrix} u_l & v \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} u_r & v \end{pmatrix}$ и отличаются лишь вдоль оси u. Выделим зависимость между координатами точки на изображении и координатами этой точки в пространстве:

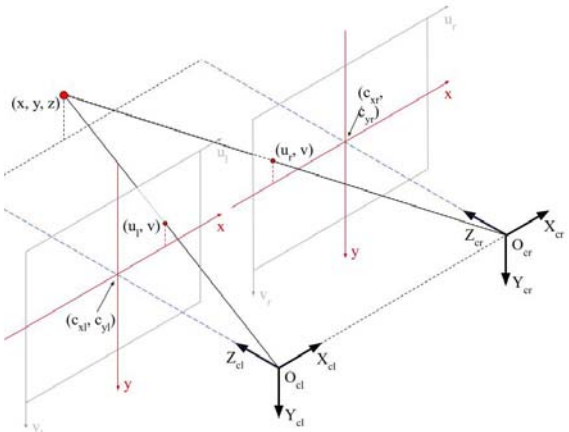


Рисунок 1. Модель стереокамеры

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{b u_{d,l}}{u_{d,l} - u_{d,r}} \\ \dfrac{b v_d}{u_{d,l} - u_{d,r}} \\ \dfrac{fb}{u_{d,l} - u_{d,r}} \end{bmatrix},$$

где $u_{d,l}$ и $u_{d,r}$ – координаты с учетом дисторсии для левого и правого изображения соответственно, f – фокусное расстояние.

Положение оценки на левом изображении можно получить с использованием следующих уравнений:

$$u_l = \frac{fx}{z} + c_x, \quad v_l = \frac{fy}{z} + c_y,$$

где $\begin{pmatrix} c_x & c_y \end{pmatrix}$ – координата оптического центра.

Фактор визуальной части включает в себя две целевые функции:

- разницу между местоположением особой точки $\begin{pmatrix} u & v \end{pmatrix}$ измеренным непосредственно на изображении и проекцией оценки ее местоположения:

$$r_{b\lambda}(X,Z) = \begin{bmatrix} u - \hat{u} \\ v - \hat{v} \end{bmatrix}.$$

- разницу между измеренным положением особой точки и его оценкой:

$$r_{b\lambda,0}(X,Z) = p_\lambda - \hat{p}_\lambda.$$

C. *Фактор предварительного интегрирования инерционной части*

Поскольку частота добавления новых оценок состояния соответствует частоте получения новых изображений с камеры, а частота измерений проприоцептивных датчиков гораздо выше, то эти измерения требуется проинтегрировать. Чтобы уменьшить используемые вычислительные мощности применяется метод предварительного интегрирования [9], который позволяет получить уравнения для итеративного подсчета, использующие лишь измерения акселерометра a и гироскопа ω, а также их смещения b_a и b_ω:

$$\begin{aligned} p_{l,i+1} &= p_{l,i} + v_{l,i}\delta t_i + \frac{1}{2} R(q_{l,i})(a_i - b_{a,k})\delta t_i^2, \\ v_{l,i+1} &= v_{l,i} + R(q_{l,i})(a_i - b_{a,k})\delta t_i, \\ q_{l,i+1} &= q_{l,i}\left(\frac{1}{2}\Omega(\omega_i - b_{\omega,k})\delta t_i\right), \end{aligned}$$

где i соответствует конкретному измерению ИИБ в промежутке $t \in [t_k, t_{k+1}]$, δt_i - промежуток времени между измерениями i и $i+1$, $\Omega(\cdot)$ – кососимметричная матрица.

Итерационная процедура расчета матрицы ковариации $\Sigma_{pb,k}$ и корректировка p_l, v_l, q_l при изменении оценок смещений b_a и b_ω описаны в работе [9].

Целевая функция фактора предварительного интегрирования инерционной части рассматривает оценки двух последовательных состояния робота и измерения ИИБ, полученные между ними:

$$r_{pb}(X,Z) = \begin{bmatrix} R(\hat{q}_k)\left(\hat{p}_k - \hat{p}_{k-1} + \frac{1}{2} g\Delta t_k^2 - \hat{v}_{k-1}\Delta t_k\right) - p_l \\ R(\hat{q}_k)(\hat{v}_k - \hat{v}_{k-1} + g\Delta t_k) - v_l \\ 2\varpi\left(\hat{q}_{k-1}^{-1}\hat{q}_k q_l\right) \\ b_{a,k} - b_{a,k-1} \\ b_{a,k} - b_{a,k-1} \end{bmatrix},$$

где $\varpi(\cdot)$ – функция, выделяющая векторную часть кватерниона, Δt_k – промежуток времени между состояниями $k-1$ и k.

D. *Фактор предварительного интегрирования одометрии кинематики ног*

Измерения энкодеров сочленений робота используются для расчета оценки скорости тела $\hat{v}_{b,i}$ [10] исходя из допущения что контакт стопы с окружением является точечным и без проскальзывания. Как и в инерционной части можно рассчитать:

$$p_{lo,i+1} = p_{lo,i} + R(q_{l,i})\hat{v}_{b,i}\delta t_i.$$

Целевая функция предварительного интегрирования одометрии кинематики ног использует оценки двух последовательных состояний робота, а также измерения энкодеров сочленений и датчиков силы контакта стопы с поверхностью:

$$r_{lo}(X,Z) = \begin{bmatrix} R(\hat{q}_{k-1})(\hat{p}_{1,k} - \hat{p}_{1,k-1}) - p_{lo,1,k} \\ R(\hat{q}_{k-1})(\hat{p}_{2,k} - \hat{p}_{2,k-1}) - p_{lo,2,k} \\ R(\hat{q}_{k-1})(\hat{p}_{3,k} - \hat{p}_{3,k-1}) - p_{lo,3,k} \\ R(\hat{q}_{k-1})(\hat{p}_{4,k} - \hat{p}_{4,k-1}) - p_{lo,4,k} \\ \hat{\theta}_k - \hat{\theta}_{k-1} \end{bmatrix},$$

где Δt_k – промежуток времени между состояниями $k-1$ и k.

III. Апробация результатов. Эксперименты

Апробация описанного метода производилась на персональном компьютере по заранее сформированным измерениям, которые были получены с четвероногого шагающего робота Unitree A1 и со стереокамеры Realsense D435i, которая была установлена на передней части робота. У робота использовались измерения линейного ускорения и угловой скорости ИИБ, углового положения и угловой скорости сочленений предоставляемые энкодерами, а также тензодатчики, расположенные на стопах, для детекции контакта ног с поверхностью. Камера предоставляла только стереоизображения. Кроме того, были проведены калибровка камеры для получения ее внутренних параметров, а также начальных значений для оценок внешних параметров, и калибровка параметров ИИБ, описанная в работе [11], и параметров шумов ИИБ посредством метода вариации Аллана.

Для получения эталонных измерений положения и ориентации робота использовалась система захвата движения Motive OptiTrack, включающая в себя каскад из 8-ми камер, которые отслеживают светоотражающие маркеры и выделяют геометрические связи между

маркерами для определения положения и ориентации тела, на котором эти маркеры установлены. Стоит отметить, что помещение, в котором установлена система захвата не удовлетворяет условиям, описанным производителем для достижения наименьшей ошибки положения, однако и с использованием поворотной платформы с известным размером удалось выяснить что ошибка позиционирования не превышает 5 мм.

Система захвата движения позволяет отслеживать робота в области 3м×2м×2,5м. Для однозначного определения местоположения робота использовался массив из шести маркеров (в 3 ряда по 2 маркера), расположенных таким образом, чтобы пересечение осей X и Y соответствовали кинематическому центру робота.

На рисунке 2 представлен путь робота, отснятый системой захвата движения, и оценка положения, полученная с использованием предложенного алгоритма одометрии для четвероногого шагающего робота на плоскости XY. Как видно из рисунка форма оценки совпадает с реальным путем робота, однако стоит отметить, что в трехмерном пространстве наблюдается дрейф по оси Z, что не видно на представленном рисунке.

Рисунок 3 содержит относительные ошибки оценок положения совместно с линией, соответствующей 2% от пройденного расстояния. Относительная ошибка получена как разность оцененного и реального пути, отнесенная к длине пути, для соответствующего конкретного момента времени.

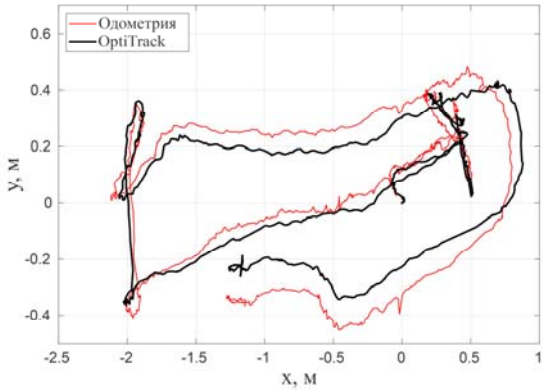


Рисунок 2 . Реальный путь робота и его оценка в плоскости XY

IV. Заключение

В работе представлена модификация алгоритма одометрии шагающего четвероногого робота, которая заключается в использовании модели стереокамеры, вместо нескольких моделей монокамер. Алгоритм обеспечивает комплексную обработку изображений стереокамеры, измерений ИИБ, энкодеров сочленений и тензодатчиков на стопах робота. Апробация алгоритма проводилась в лабораторных условиях, по заранее записанным измерениям. Для получения действительного положения робота использовалась система захвата движения. В результате апробации было показано, что относительная ошибка оценки положения от пройденного пути не превышала двух процентов. Дальнейшие исследования будут направлены на сравнительный анализ разработанного метода с его аналогами в различных условиях.

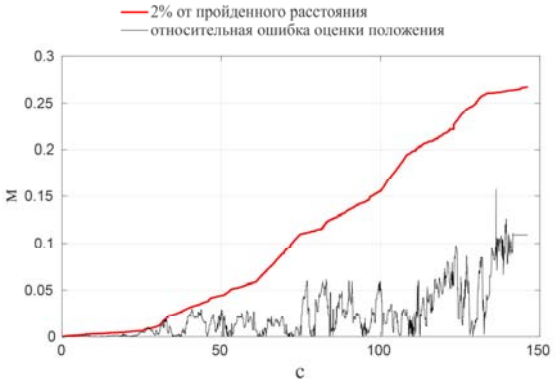


Рисунок 3. Относительная ошибка оценки положения

Литература

[1] О.А.Степанов, А.М. Исаев, А.В. Моторин, Ю.А. Литвиненко, В.П. Золоторевич Рекуррентные и нерекуррентные алгоритмы в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с алгоритмами оптимизации на графах. В сборнике: Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. сборник материалов конференции. Санкт-Петербург, 2024

[2] Dhedin V., Li H. et al. Visual-Inertial and Leg Odometry Fusion for Dynamic Locomotion // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). 2023

[3] David W., Marco C. et al. Robust Legged Robot State Estimation Using Factor Graph Optimization // Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). 2019

[4] Hyunjun L., Byeong-Uk Y. et al. WALK-VIO: Walking-motion-Adaptive Leg Kinematic Constraint Visual-Inertial Odometry for Quadruped Robots // ArXiv. 2021.

[5] Yeeun K., Byeongho Y. et al. STEP: State Estimator for Legged Robots Using a Preintegrated foot Velocity Factor // ArXiv. 2022.

[6] Shuo Y., Zixin Z. et al. Cerberus: Low-Drift Visual-Inertial-Leg Odometry For Agile Locomotion // ArXiv. 2022.

[7] Qin T., Li P. et al. VINS-Mono: A Robust and Versatile Monocular Visual-Inertial State Estimator // IEEE Transactions on Robotics. 2018, pp. 1004-1020.

[8] On-Manifold Preintegration for Real-Time Visual–Inertial Odometry / Christian Forster, Luca Carlone, Frank Dellaert, Davide Scaramuzza // IEEE Transactions on Robotics. — 2017. — feb. — Vol. 33, no. 1.

[9] Forster C., Carlone L. et al. IMU Preintegration on Manifold for Efficient Visual-Inertial Maximum-a-Posteriori Estimation. // 2015.

[10] P. Lin, H. Komsuoglu and D. E. Koditschek, "A leg configuration measurement system for full-body pose estimates in a hexapod robot," in IEEE Transactions on Robotics, vol. 21, no. 3, pp. 411-422, June 2005

[11] D. Tedaldi, A. Pretto and E. Menegatti, "A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments," 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Hong Kong, China, 2014

Решение задачи позиционирования АНПА относительно стационарной посадочной платформы с применением оптимизации на фактор-графе

В.Г. Караулов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
vladkar0707@gmail.com

Ю.А. Литвиненко
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
ya_litvinenko@mail.ru

О.А. Степанов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Университет ИТМО,
Санкт-Петербург, Россия
soalax@mail.ru

А. М. Грузликов
АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»,
Санкт-Петербург, Россия
agruzlikov@yandex.ru

***Аннотация* — Доклад посвящен задаче определения координат и углов ориентации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) относительно стационарной посадочной платформы (СПП) с использованием высокочастотной гидроакустической системы ближнего радиуса действия. В работе предлагаются и исследуются нерекуррентный алгоритм комплексной обработки измерений, реализуемый с использованием методов оптимизации на графах, называемые также алгоритмами фактор граф оптимизации (Factor – Graph Optimization, FGO). Описывается математическая постановка задачи в рамках байесовского подхода и алгоритм ее решения с применением FGO. Приводятся результаты оценки среднеквадратических погрешностей (СКП) оценивания координат и углов ориентации АНПА, полученных с использованием предсказательного имитационного моделирования.**

Ключевые слова — автономный необитаемый подводный аппарат, байесовский подход, нерекуррентный алгоритм, фактор-граф оптимизация, стационарная посадочная платформа.

I. Введение

Работа посвящена вопросу определения координат и углов ориентации автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА) относительно стационарной посадочной платформы (СПП) с использованием высокочастотной гидроакустической системы ближнего радиуса действия.

Задача определения координат и углов ориентации АНПА относительно СПП ранее уже была рассмотрена группой авторов в [1-4]. Так, в [1-3] был предложен двухэтапный алгоритм решения поставленной задачи, в котором на первом этапе используется метод машинного обучения для уменьшения области априорной неопределенности знания начальных координат и углов ориентации, а на втором этапе решается система нелинейных алгебраических уравнений псевдодальномерного метода с учетом результатов, полученных на первом этапе. В [4] также приводится алгоритм решения рассматриваемой задачи, но в отличие от [1-3] начальное приближение предлагается находить за счет решения уравнений без учета помех измерений, а дальнейшее решение реализуется на основе алгоритма, синтезируемого в рамках байесовского подхода.

В упомянутых работах используется измерения о псевдодальностях между гидрофонами на АНПА и излучающими маяками на СПП, полученными только в одном цикле измерений. В настоящей работе предлагается решать задачу с учетом измерений, накапливаемых во время всего движения аппарата.

II. Постановка исследуемой задачи в рамках байесовского подхода

Предполагается, что на борту АНПА имеется группа из n=10 гидрофонов, работающих в единой шкале времени и расположенных в носовой и кормовой частях, также на СПП размещается m=4 гидроакустических маяка, размещенных по краям базы (рис. 1). Маяки излучают тональный сигнал в соответствии с известной циклограммой излучения. По принятым сигналам требуется определить относительные координаты и ориентацию АНПА. При этом необходимо учитывать, что шкала времени на АНПА и СПП не совпадает.

Рассматриваемую задачу можно сформулировать в рамках байесовского подхода как задачу рекуррентной фильтрации [5, 6]. Для этого введем восьмимерный вектор состояния $x_k = \left(x_{0,k}, y_{0,k}, z_{0,k}, K_k, \psi_k, \theta_k, \delta_k, \Delta \mathrm{c}_k\right)^T$, в котором k – индекс дискретного момента времени; $\left(x_{0,k}, y_{0,k}, z_{0,k}\right)$ – координаты центра АНПА относительно СПП (контрольная точка АНПА); $\left(K_k, \psi_k, \theta_k\right)$ – углы курса, крена, дифферента АНПА относительно СПП;

Работа подготовлена при поддержке гранта РНФ 23-19-00626, https://rscf.ru/project/23-19-00626/

δ_k – погрешность измерения псевдодальности из-за расхождения шкал времени; Δc_k – ошибка знания скорости распространения звука в воде.

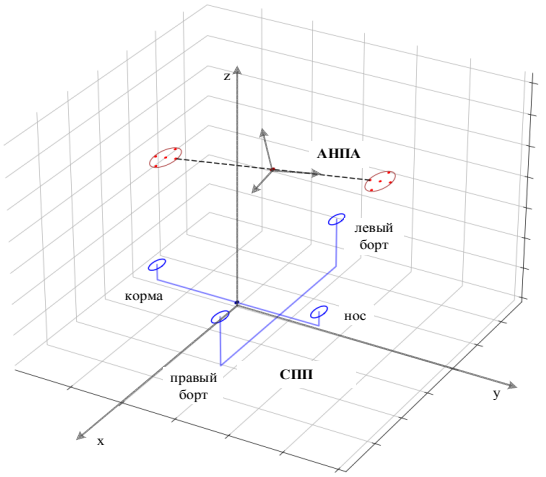


Рис. 1. Схема размещения гидроакустической системы АНПА и СПП

С целью постановки задачи фильтрации введем линейное уравнение, описывающее динамику изменения вектора состояния x_k в виде

$$x_k = \Phi x_{k-1} + \Gamma w_k + B u_k, \tag{1}$$

где $\Phi = E_{8\times 8}$ – матрица динамики; $\Gamma = E_{8\times 8}$ – матрица порождающих шумов; $B = diag(\Delta t, \Delta t, \Delta t, 0, 0, 0, 0)$ – матрица при входных воздействиях; $u_k = \left(\upsilon_{k-1,x}, \upsilon_{k-1,y}, \upsilon_{k-1,z}, 0, 0, 0, 0\right)^T$ – вектор входных сигналов; Δt – время между k и k-1 моментом времени; $\left(\upsilon_{k-1,x}, \upsilon_{k-1,y}, \upsilon_{k-1,z}\right)$ – скорость АНПА по каждой из координат, которые, после пересчета, выдаются из навигационного комплекса уставленного на АНПА; w_k – восьмимерный центрированный белый гауссовский шум, не зависящий от x_0, с известной матрицей ковариацией Q.

Цель решаемой задачи заключается в получении оценки вектора состояния x_k по M-мерным ($M = m \times n$ *m, n* – число маяков и число гидрофонов) нелинейным измерениям псевдодальностей между маяками и гидрофонами, представляемыми как:

$$y_k = h(x_k) + v_k, \tag{2}$$

где

$$h(x_k) = \left[D_{1,k}(x_k) \quad D_{2,k}(x_k) \quad D_{3,k}(x_k) \quad D_{4,k}(x_k)\right]^T;$$

$$D_{i,k}(x_k) = \left[d^i_{1,k}(x_k) \quad d^i_{2,k}(x_k) \quad \ldots \quad d^i_{j,k}(x_k)\right]^T;$$

$$T_k = \left[T_{1,k} \quad T_{2,k} \quad T_{3,k} \quad T_{4,k}\right]^T; \quad T_{m,k} = \left[t^m_{1,k} \quad t^m_{2,k} \quad \ldots \quad t^m_{10,k}\right]^T;$$

$$d^i_{j,k}(x_k) = \sqrt{\left(x_{0,k} + \tilde{x}_{j,k} - x^i\right)^2 + \left(y_{0,k} + \tilde{y}_{j,k} - y^i\right)^2 + \left(z_{0,k} + \tilde{z}_{j,k} - z^i\right)^2} + \hat{c}_{0,k}\delta_k + \Delta c_k t^i_{j,k}.$$

В соотношении (2) $y_k = \hat{c}_{0,k} T_k$; T_k – M-мерный вектор измеренных времен обнаружения сигнала на гидрофоне; $i = \overline{1,m}$ – номер маяка; $j = \overline{1,n}$ – номер гидрофона; $h(x_k)$ – нелинейная M-мерная функция; $d^i_{j,k}$ – истинные значения дальностей; v_k – M-мерный центрированный белый гауссовский шум, не зависящий от w_k и x_0, с известной матрицей ковариации R; $\hat{c}_{0,k}$ – априорная оценка скорости звука в воде, $x^i, y^i, z^i, i = \overline{1,m}$ – известные координаты маяков в прямоугольной системе координат (СК), связанной с СПП $x_j, y_j, z_j, j = \overline{1,n}$ – известные координаты гидрофонов в прямоугольной СК, связанной с АНПА; $\tilde{x}_j, \tilde{y}_j, \tilde{z}_j, j = \overline{1,n}$ - координаты гидрофонов после перехода из СК, связанной с АНПА, в СК, связанную с СПП; $A(K, \psi, \theta)$ – матрица перехода [5] от осей x, y, z к осям $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$.

III. Алгоритм нерекуррентного оценивания

Предварительный анализ показал, что рекуррентный алгоритм решения задачи фильтрации типа обобщенного фильтра Калмана в ряде случаев расходится. Для преодоления этого недостатка, по аналогии с тем, как это сделано в [15], перейдем от рекуррентной к нерекуррентной постановке задачи. Для этого введем вектор состояния $X_k = \left(x^T{}_1, \ldots, x^T{}_k\right)^T$, который включает значения x_i для всех моментов времени $i = \overline{1,k}$, и аналогичный вектор измерений $Y_k = \left(y^T{}_1, \ldots, y^T{}_k\right)^T$.

Задачу нерекуррентного оценивания можно сформулировать в рамках байесовского подхода как задачу получения оценки, максимизирующей апостериорную плотность распределения вероятностей (МАВ) [6]:

$$\hat{X}_k = \arg\max_{X_k} p\left(X_k | Y_k\right) = \arg\max_{X_k} p\left(Y_k | X_k\right) p(X_k) = \\ = \arg\max_{\mathbf{x}} p_0\left(x_0\right) \prod_{k=1}^{N} p_k\left(y_k | x_k\right) \prod_{k=1}^{N} p_k\left(x_k | x_{k-1}\right), \tag{3}$$

где $p_0\left(x_0\right)$ – априорная функция плотности распределения вероятности (ф.п.р.в.) вектора состояния x_0, $p_k\left(y_k | x_k\right)$ – функция правдоподобия, $p_k\left(x_k | x_{k-1}\right)$ – переходная ф.п.р.в. вектора состояния x, N – количество моментов времени.

С учетом введенного предположения о гауссовском характер случайных величин можем записать:

$$p_k\left(y_k | x_k\right) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left\|y_k - h(x_k)\right\|^2_{R_k}\right); \tag{4}$$

$$p_k\left(x_k | x_{k-1}\right) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left\|x_k - \Phi x_{k-1} - B u_k\right\|^2_{Q_k}\right). \tag{5}$$

Априорная ф. п. р. в. вектора состояния также полагается гауссовской, т.е.:

$$p_0\left(x_0\right) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\left\|x_0 - \mu\right\|^2_P\right), \tag{6}$$

где P, μ – априорные матрица ковариаций и математическое ожидание для вектора состояния АНПА в начальный момент времени.

Подставляя (4), (5) и (6) в (3) и взяв логарифм, имеем:

$$\hat{X}_k = \arg\min_{X_k} \left[\left\| x_0 - \mu \right\|_P^2 + \sum_{k=1}^{N} \left[\begin{array}{l} \left\| y_k - h(x_k) \right\|_{R_k}^2 \\ + \left\| x_k - \Phi x_{k-1} - B u_k \right\|_{Q_k}^2 \end{array} \right] \right] \quad (7)$$

или

$$\hat{X}_k = \arg\min_{X_k} J\left(X_k\right), \quad (8)$$

где

$$J(X_k) = \left[\begin{array}{l} \mu^T P \mu + \\ \sum_{k=1}^{N} \left[\begin{array}{l} \left(y_k - h(x_k)\right)^T R_k^{-1} \left(y_k - h(x_k)\right) \\ + \left(x_k - \Phi x_{k-1} - B u_k\right)^T \left(\Gamma^T Q_k \Gamma\right)^{-1} \left(x_k - \Phi x_{k-1} - B u_k\right) \end{array} \right] \end{array} \right]. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что критерий (7) совпадает с критерием, который минимизируется в алгоритмах FGO [7-9]. Согласно терминологии, традиционно используемой в FGO, заметим, что $f_k^{pr} = y_k - h(x_k)$ может трактоваться как фактор псевдодальности, $f_k^{mm} = x_k - \Phi x_{k-1} - B u_k$ – как фактор модели движения, а $f_0^{prior} = x_0 - \mu$ – как фактор, учитывающий априорные знания о векторе состояния.

Тогда можем записать критерий (7) в обозначениях, принятых в алгоритмах FGO:

$$\hat{X}_k = \arg\min_{X_k} \left[\left\| f_0^{prior} \right\|_P^2 + \sum_{k=1}^{N} \left[\left\| f_k^{pr} \right\|_{R_k}^2 + \left\| f_k^{mm} \right\|_{Q_k}^2 \right] \right]. \quad (10)$$

Решение задачи состоит в нахождении оценок X_k путем решения задачи (10).

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ АПРОБАЦИИ НА МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Принимая во внимание эквивалентность критериев (3) и (10) для решения задачи нерекуррентного байесовского оценивания можем воспользоваться алгоритмами, используемыми в FGO, такими как: алгоритм инкрементального сглаживания (ISAM2) [10], алгоритм dogleg [11] и алгоритм Левенберга-Марквардта [12, 13]. И сравним с разработанным авторами ранее двухэтапным алгоритмом [1-3], обрабатывающим одномоментные измерения.

С целью оценки ожидаемой точности, достигаемой с помощью указанных алгоритмов и ее сравнения с точностью ранее разработанного двухэтапного алгоритма, проведем предсказательное имитационное моделирование задачи посадки АНПА на СПП согласно методики описанной в [14].

Будем полгать, что АНПА движется вертикально вниз со скоростью 14 см/с (скорость по координатам x, y равна 0) из начальной точки с координатами (0, 0, 40) м.; углы крена и дифферента не изменяются и равны нулю; курсовой угол не изменяется и равен 90 градусов.

Также считаем, что среднеквадратическое отклонение (СКО) априорного знания вектора состояния x0 в начальный момент времени $x_0 = \left(x_{0,0}, y_{0,0}, z_{0,0}, K_0, \psi_0, \theta_0, \delta_0, \Delta c_0\right)^T$ для координат – 5 м, для углов – 5 градусов; для псевдодальностей из-за несогласованности шкал времени – 5 см; для ошибки знания скорости звука – 1 м/с.

СКО для порождающих шумов принимаем: для координат – 0.25 м, для углов – 1 градус, для псевдодальностей из-за несогласованности шкал времени – 1 см; для неточности знания скорости звука – 1 см/с.

Время Δt между измерениями 0.5 с.

Среднеквадратическая погрешность (СКП) для измерения псевдодальностей – 15 см.

При проведении предсказательного моделирования всего получено 100 реализаций по 200 измерений в каждой.

По результатам моделирования с помощью четырех алгоритмов (двухэтапного алгоритма, ЛМ (алгоритма Левенберга-Макрквардта), DL (алгоритма dogleg) и ISAM2) были рассчитаны СКП оценки координат и углов ориентации АНПА (рис. 2).

При решении задачи нерекуррентного оценивания с помощью указанных алгоритмов использовалась библиотека с открытым исходным кодом GTSAM (Georgia Tech Smoothing and Mapping) [16].

В таблице 1 приведены результаты расчетов по точности и по времени вычисления для четырех алгоритмов.

ТАБЛИЦА 1.СКП ДЛЯ КООРДИНАТ И УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХ АЛГОРИТМОВ

	Двухэтапный алгоритм	**ЛМ**	**DL**	**ISAM2**
СКП X, м	0,09	0,19	0,18	0,17
СКП Y, м	0,13	0,21	0,23	0,22
СКП Z, м	0,49	0,97	0,31	0,29
СКП K, град	1,47	0,67	0,61	0,56
СКП ψ, град	5,98	1,06	1,07	1,09
СКП θ, град	0,77	0,55	0,52	0,48
Время работы алгоритма, сек	28,23	785,58	903,21	20,25

Состоятельность алгоритмов на этом этапе не анализировалась. Из полученных результатов следует, что нерекуррентные алгоритмы обладают более высокой точностью по сравнению с алгоритмом, обрабатывающим одномоментные измерения, но являются вычислительно затратными. Также стоит отметить, что алгоритм Левенберга-Марквардта проигрывает по точности алгоритму dogleg. Это может быть вызвано тем, что алгоритм Левенберга-Марквардта на каждом итерационном шаге использует линейное приближение, в то время как алгоритм dogleg использует кусочно-линейное приближение, что приводит к более эффективной сходимости. Лучший результат показывает алгоритм ISAM2, он использует алгоритм dogleg в части оптимизации графа, но благодаря инкрементальному подходу позволяет при поступлении новых измерений не пересчитывать весь граф, т.е. не требуется снова проводить разложение якобиана для всего набора накопленных измерений. Это позволяет оптимизировать вычислительную нагрузку.

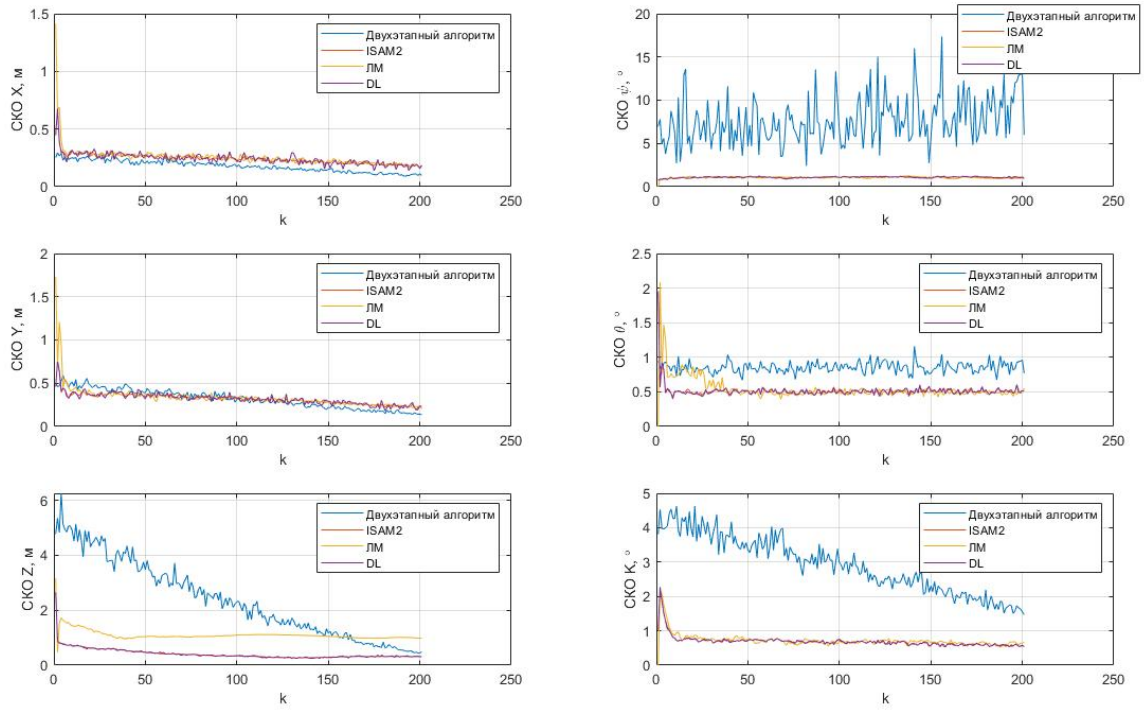


Рис. 2. Зависимость СКП координат и углов ориентации АНПА от моментов времени *k*.

V. Заключение

В работе рассмотрена задача позиционирования и определения углов ориентации АНПА относительно СПП. Приведена постановка решаемой задачи в рамках байесовского подхода как для рекуррентной, так и для нерекуррентной схем обработки измерений. Для решения задачи в рамках нерекуррентной схемы использованы алгоритмы, применяемые в задачах FGO.

Разработана программа для моделирования, использующая библиотеку GTSAM. Приведены результаты СКП оценивания координат и углов ориентации АНПА с помощью трех алгоритмов (ISAM2, dogleg и Левенберга-Марквардта). Полученные оценки сравниваются с алгоритмом, обрабатывающим только одномоментные измерения.

Показано что, решая задачу с использованием всех накапливаемых данных, точность значительно повышается, однако также повышается и вычислительная сложность, что затрудняет решение задачи в реальном времени. Однако использование алгоритма ISAM2 для оптимизации фактор-графа позволяет преодолеть эту проблему и работать в реальном времени.

В дальнейшем предполагается проанализировать состоятельность алгоритмов и показать возможность сокращения объема вычислений за счет применение рекуррентных итерационных алгоритмов сглаживания, используемых в задачах байесовского оценивания.

Литература

[1] A. M. Gruzlikov, ‘Short and Ultra-Short Baseline Navigation of the AUV for Bringing It to the Bottom Docking Device’, in 2022 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS), 2022, pp. 1–3.

[2] Грузликов А.М., Караулов В.Г., Мухин Д.А., Шалаев Н.А. Результаты апробации алгоритма позиционирования и определения ориентации подводного аппарата по данным от гидроакустических маяков // Известия ЮФУ. Технические науки. 2023. № 1. С. 265-275.

[3] Karaulov, V.G., Gruzlikov, A.M., Zolotarevich V.P. ‘Recursive Algorithm for AUV Positing and Determining its Orientation’, 30th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). 2023. P. 1-4.

[4] D. A. Koshaev, ‘AUV Relative Position and Attitude Determination Using Acoustic Beacons’, Gyroscopy and Navigation, vol. 13, no. 4, pp. 262–275, Dec. 2022.

[5] Емельянцев Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2016.

[6] Степанов О.А. Применение теории нелинейной фильтрации в задачах обработки навигационной информации СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", 1998. 370 с.

[7] Loeliger H.-A. ‘An Introduction to Factor Graphs’, IEEE Signal Processing Magazine. 2004. Vol. 21, No. 1. P. 28-41.

[8] F. Dellaert, M. Kaess ‘Factor Graphs for Robor Perceprion’, Foundations and Trends in Roborics, vol. 6, no. 1-2, pp. 1-139, 2017.

[9] Wen W, Pfeifer T, Bai X,Hsu L-T. ‘Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter’, NAVIGATION. 2021. Vol. 68. P. 315-331.

[10] M. Kaess, H. Johannsson, R. Roberts, V. Ila, J.J. Leonard, and F. Dellaert ‘iSAM2: Incremental Smoothing and Mapping Using the Bayes Tree’, Intl. J. of Robotics Research (IJRR), vol. 31, Feb. 2012, pp. 217-236

[11] Powell M.J.D. "A hybrid method for nonlinear equations". In Robinowitz, P. (ed.). Numerical Methods for Nonlinear Algebraic Equations. London: Gordon and Breach Science. 1970, pp. 87–144.

[12] K. Levenberg, “A method for the solution of certain non-linear problems in least squares”, Quarterly of Appl. Math., 2 (1944), 164–168.

[13] D.W. Marquardt, “An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters”, J. SIAM, 11 (1963), 431–441.

[14] Степанов О.А., Исаев А.М. Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования // Гироскопия и навигация. Том 31. №3 (122), 2023. С. 48-65.

[15] Степанов О.А., Золотаревич В.П., Литвиненко Ю.А., Исаев А.М., Моторин А.В. Алгоритмы оптимизации на графах в задачах обработки навигационной информации. Отличия и взаимосвязь с байесовскими алгоритмами оценивания // Материалы XXXI Санкт-Петербургской международной конференция по интегрированным навигационным системам. 2024.

[16] F. Dellaert and GTSAM Contributors, “Georgia Tech Smoothing and Mapping library”, https://github.com/borglab/gtsam, 2022

Бикватернионное квазиоптимальное аналитическое решение задачи минимального по времени программного управления пространственным движением космического аппарата

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com

А.В. Молоденков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
molalexei@yandex.ru

М.Ю. Логинов
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
mike.loginov@gmail.com

***Аннотация* — В докладе изложено аналитическое решение задачи построения квазиоптимального по быстродействию программного управления пространственным движением космического аппарата (КА) произвольной динамической конфигурации в инерциальной системе координат с использованием дуальных параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) и бикватернионов Клиффорда (дуальных кватернионов). Для решения задачи использована новая модель пространственного движения КА, состоящая из дифференциальных уравнений для дуальных параметров Эйлера и дуальных скоростей КА, а также из динамических алгебраических соотношений для формирования векторов управляющей силы и управляющего момента. Краевые условия по угловому и линейному положениям КА и по его угловой и линейной скоростям в инерциальном пространстве произвольны, дуальные управления ограничены по модулю; требуется найти взаимосвязанное управление угловым и орбитальным движениями КА, квазиоптимальное по быстродействию. Решение задачи получено в классе обобщенных дуальных конических движений с использованием метода решения обратных задач динамики, принципа перенесения Котельникова–Штуди и принципа максимума.**

Ключевые слова: космический аппарат, программное квазиоптимальное управление, пространственное движение, дуальные параметры Эйлера (Родрига–Гамильтона), бикватернион Клиффорда, угловое (вращательное) и поступательное (орбитальное) движения.

I. Введение

Как известно, общее пространственное перемещение свободного твердого тела эквивалентно его винтовому перемещению (теорема Шаля: всякое перемещение свободного твердого тела может быть осуществлено одним винтовым перемещением вдоль некоторой винтовой оси, называемой осью винтового конечного перемещения). Поэтому движение свободного твердого тела (в нашем случае КА) представляет собой непрерывную последовательность мгновенных винтовых движений. При этом ориентация оси мгновенного винтового движения совпадает с ориентацией оси мгновенного вращения твердого тела, а поворот тела вокруг этой оси и поступательное перемещение тела вдоль этой оси образуют (с помощью комплексности Клиффорда) так называемый дуальный угол поворота: комплексную композицию вращательного и поступательного перемещений тела.

В докладе в нелинейной динамической постановке с использованием дуальных параметров Эйлера (Родрига–Гамильтона) и бикватернионов Клиффорда (дуальных кватернионов) построено квазиоптимальное аналитическое решение задачи минимального по времени программного управления пространственным движением КА произвольной динамической конфигурации в инерциальной системе координат при произвольных граничных условиях. Решение получено в классе обобщенных дуальных конических движений с использованием метода решения обратных задач динамики, принципа перенесения Котельникова-Штуди и принципа максимума. Для решения задачи использована новая бикватернионная модель пространственного движения КА, предложенная в работах [1-4], где также приводятся другие новые бикватернионные модели пространственного движения твердого тела и даются их приложения к решению задач управления пространственным движением твердого тела по принципу обратной связи. Приводимое нами решение является бикватернионным аналогом кватернионного решения задачи построения квазиоптимального по быстродействию программного управления вращательным движением КА, полученного в [5, 6].

II. Математическая модель движения КА и постановка задачи программного управления

Введем обозначения: **r** и **v** – радиус-вектор и вектор скорости центра масс КА в инерциальной системе

Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (проект № 22-21-00218) и в рамках темы FFNM-2022-0007

координат ξ, **λ** – кватернион ориентации КА в этой системе координат, компонентами которого являются параметры Родрига–Гамильтона (Эйлера) λ_j (j = 0, 1, 2, 3), **ω** и **ε** – векторы абсолютной угловой скорости и абсолютного углового ускорения КА, $\mathbf{F}_c$ и $\mathbf{M}_c$ – векторы управляющей силы и управляющего момента, приложенных к КА, **F** = **F**(t, **r**, **v**) и **M** = **M**(t, **λ**, **ω**) – главный вектор других внешних сил, действующих на КА (сил гравитации, сопротивления движению и других сил взаимодействия КА с внешней средой) и главный момент этих сил, вычисленный относительно центра масс КА, полагаемые известными функциями времени t и переменных **r**, **v** и **λ**, **ω**.

Дифференциальные уравнения движения КА, рассматриваемого как свободное твердое тело, имеют вид

$$m\left[\dot{\mathbf{v}}_x + \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{v}_x\right] = \mathbf{F}_x\left(t, \mathbf{r}_x, \mathbf{v}_x\right) + \mathbf{F}_{cx},$$
$$\dot{\mathbf{r}}_x + \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{r}_x = \mathbf{v}_x; \qquad (2.1)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x = \mathbf{J}^{-1}\left[\mathbf{M}_x\left(t, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\omega}_x\right) - \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_x + \mathbf{M}_{cx}\right], \qquad (2.2)$$

$$2\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda} \circ \boldsymbol{\omega}_x; \qquad (2.3)$$

$$\mathbf{r}_x = x_1\mathbf{i} + x_2\mathbf{j} + x_3\mathbf{k}, \quad \dot{\mathbf{r}}_x = \dot{x}_1\mathbf{i} + \dot{x}_2\mathbf{j} + \dot{x}_3\mathbf{k},$$
$$\mathbf{v}_x = v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k}, \quad \dot{\mathbf{v}}_x = \dot{v}_1\mathbf{i} + \dot{v}_2\mathbf{j} + \dot{v}_3\mathbf{k};$$
$$\boldsymbol{\lambda} = \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}_v = \lambda_0 + \lambda_1\mathbf{i} + \lambda_2\mathbf{j} + \lambda_3\mathbf{k},$$
$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \dot{\lambda}_0 + \dot{\boldsymbol{\lambda}}_v = \dot{\lambda}_0 + \dot{\lambda}_1\mathbf{i} + \dot{\lambda}_2\mathbf{j} + \dot{\lambda}_3\mathbf{k};$$
$$\boldsymbol{\omega}_x = \omega_1\mathbf{i} + \omega_2\mathbf{j} + \omega_3\mathbf{k}, \quad \dot{\boldsymbol{\omega}}_x = \dot{\omega}_1\mathbf{i} + \dot{\omega}_2\mathbf{j} + \dot{\omega}_3\mathbf{k},$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_x = \varepsilon_1\mathbf{i} + \varepsilon_2\mathbf{j} + \varepsilon_3\mathbf{k};$$

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_{11} & -J_{12} & -J_{13} \\ -J_{21} & J_{22} & -J_{23} \\ -J_{31} & -J_{32} & J_{33} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right) = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь в уравнениях (2.1) и (2.2) $\mathbf{r}_x$, $\mathbf{v}_x$, $\boldsymbol{\omega}_x$, $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, $\mathbf{F}_x$, $\mathbf{M}_x$, $\mathbf{F}_{cx}$, $\mathbf{M}_{cx}$ – вектор-столбцы размерами 3×1 или, далее, кватернионы с нулевыми скалярными частями, составленные из проекций x_k, v_k, ω_k, ε_k, F_k, M_k, F_{ck}, M_{ck} (k = 1, 2, 3) векторов **r**, **v**, **ω**, **ε**, **F**, **M**, $\mathbf{F}_c$, $\mathbf{M}_c$ на оси связанной с КА системы координат X; m – масса тела, **J** – постоянная матрица инерции твердого тела; **K**($\boldsymbol{\omega}_x$) – кососимметрическая матрица угловых скоростей тела, сопоставляемая вектору **ω**; **i**, **j**, **k** – векторные мнимые единицы Гамильтона; $\mathbf{a}_y$ – отображение вектора **a** на базис Y (Y = ξ, X), определяемое как кватернион $\mathbf{a}_y = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$, компоненты которого – проекции a_k вектора **a** на базис Y; верхняя точка означает производную по времени t, знак "∘" – кватернионное умножение.

Первое матричное уравнение (2.1) и матричное уравнение (2.2) являются динамическими, а второе матричное уравнение (2.1) и кватернионное уравнение (2.3) – кинематическими уравнениями пространственного движения КА, представляющего собой композицию поступательного (траекторного) и углового (вращательного) движений. Они образуют систему нелинейных, нестационарных дифференциальных уравнений тринадцатого порядка относительно переменных x_k, v_k и λ_j, ω_k.

Поставим следующую задачу: построить программные управления

$$\mathbf{F}_{cx} = \mathbf{F}_{cx}(t), \quad \mathbf{M}_{cx} = \mathbf{M}_{cx}(t), \qquad (2.4)$$

обеспечивающие программный перевод КА из его произвольного заданного начального состояния

$$\mathbf{r}_x = \mathbf{r}_x(0), \quad \mathbf{v}_x = \mathbf{v}_x(0), \quad \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(0), \quad \boldsymbol{\omega}_x = \boldsymbol{\omega}_x(0) \qquad (2.5)$$

в его заданное конечное состояние

$$\mathbf{r}_x = \mathbf{r}_x(t_1), \quad \mathbf{v}_x = \mathbf{v}_x(t_1), \quad \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda}(t_1), \quad \boldsymbol{\omega}_x = \boldsymbol{\omega}_x(t_1) \qquad (2.6)$$

за минимальное время в классе оптимальных обобщенных дуальных конических движений.

Поставленную задачу будем решать, учитывая действующие гравитационные силы $\mathbf{F}_{xgr}$ и пренебрегая действующими возмущающими силами и моментами, с использованием концепции решения обратных задач динамики. Законы формирования управляющей силы и управляющего момента в соответствии с этой концепцией получаются на основе уравнений (2.1), (2.2) и имеют вид

$$\mathbf{F}_{cx} = m\left[\dot{\mathbf{v}}_x + \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{v}_x\right] - \mathbf{F}_{xgr}\left(t, \mathbf{r}_x\right), \qquad (2.7)$$

$$\mathbf{M}_{cx} = \mathbf{J}\boldsymbol{\varepsilon}_x + \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_x. \qquad (2.8)$$

Входящие в первые слагаемые законов управления (2.7) и (2.8) требуемая составляющая $\dot{\mathbf{v}}_x = \mathbf{w}_x$ абсолютного линейного ускорения и требуемое абсолютное угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ могут быть построены на основе матричных (2.9) и кватернионных (2.10) уравнений:

$$\dot{\mathbf{v}}_x = \mathbf{w}_x, \quad \dot{\mathbf{r}}_x + \mathbf{K}\left(\boldsymbol{\omega}_x\right)\mathbf{r}_x = \mathbf{v}_x; \qquad (2.9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x, \quad 2\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda} \circ \boldsymbol{\omega}_x, \qquad (2.10)$$

получающихся из уравнений (2.1)–(2.3).

Фигурирующие в этих уравнениях величины $\mathbf{w}_x$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ рассматриваются нами в дальнейшем как новые управления.

Таким образом, задача построения управляющей силы $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющего момента $\mathbf{M}_{cx}$ в рассматриваемой постановке сводится к построению требуемой составляющей $\mathbf{w}_x$ абсолютного линейного ускорения и требуемого абсолютного углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, входящих в качестве управлений в уравнения (2.9) и (2.10). Задача построения управлений $\mathbf{w}_x$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ носит общий характер для всех движущихся объектов, рассматриваемых как твердое тело, так как уравнения (2.9) и (2.10) справедливы для любого такого движущегося объекта. Специфика объекта (его массово–инерционные характеристики, действующие гравитационные силы) учитываются при построении управляющей силы $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющего момента $\mathbf{M}_{cx}$ на основе конечных соотношений (2.7) и (2.8).

Введем в рассмотрение кинематический винт **U** КА, отображение которого $\mathbf{U}_x$ на связанный с КА базис X определяется бикватернионом

$$\mathbf{U}_x = U_1\mathbf{i} + U_2\mathbf{j} + U_3\mathbf{k} = \boldsymbol{\omega}_x + s\mathbf{v}_x, \quad U_k = \omega_k + sv_k, \qquad (2.11)$$

где s – символ (комплексность) Клиффорда, обладающий свойством $s^2 = 0$; $U_k = \omega_k + sv_k$, $k = 1,2,3$ – дуальные ортогональные проекции кинематического винта $\mathbf{U}$ на базис X.

Тогда векторно-матричные (2.9) и кватернионные (2.10) дифференциальные уравнения можно заменить двумя следующими бикватернионными дифференциальными уравнениями:

$$\dot{\mathbf{U}}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x = \mathbf{H}_x, \tag{2.12}$$

$$2\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \mathbf{U}_X; \tag{2.13}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_x = \varepsilon_1\mathbf{i} + \varepsilon_2\mathbf{j} + \varepsilon_3\mathbf{k}, \quad \mathbf{w}_x = w_1\mathbf{i} + w_2\mathbf{j} + w_3\mathbf{k},$$

$$\mathbf{H}_x = H_1\mathbf{i} + H_2\mathbf{j} + H_3\mathbf{k} = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x, \tag{2.14}$$

$$H_k = \varepsilon_k + sw_k,$$

$$\boldsymbol{\Lambda} = \Lambda_0 + \boldsymbol{\Lambda}_v = \Lambda_0 + \Lambda_1\mathbf{i} + \Lambda_2\mathbf{j} + \Lambda_3\mathbf{k} = \boldsymbol{\lambda} + s\boldsymbol{\lambda}^0,$$

$$\Lambda_j = \lambda_j + s\lambda_j^0; \ \mathbf{U}_X = \boldsymbol{\omega}_X + s\mathbf{v}_X, \tag{2.15}$$

в которых фазовыми переменными являются бикватернион $\mathbf{U}_X$ (отображение кинематического винта $\mathbf{U}$ КА на связанный базис X) и бикватернион $\boldsymbol{\Lambda}$ конечного перемещения КА в инерциальном пространстве, главная часть которого (кватернион $\boldsymbol{\lambda}$) характеризует ориентацию КА в инерциальной системе координат, а моментная (кватернион $\boldsymbol{\lambda}^0$) – местоположение КА в этой системе координат (декартовые координаты ξ_k (k = 1, 2, 3) центра масс КА в этой системе координат), а дуальным управлением является бикватернион $\mathbf{H}_x$, являющийся дуальной композицией требуемого абсолютного углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ и требуемой составляющей $\mathbf{w}_x$ абсолютного линейного ускорения КА.

Декартовые координаты ξ_k центра масс тела (т.е. проекции радиус-вектора $\mathbf{r}$ центра масс КА на оси инерциальной системы координат ξ) и проекции x_k этого вектора на оси связанной с КА системы координат X находятся через компоненты кватернионов $\boldsymbol{\lambda}$ и $\boldsymbol{\lambda}^0$ по формулам (в них верхняя черта – символ сопряжения)

$$\mathbf{r}_\xi = \xi_1\mathbf{i} + \xi_2\mathbf{j} + \xi_3\mathbf{k} = 2\boldsymbol{\lambda}^0 \circ \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \quad \mathbf{r}_x = x_1\mathbf{i} + x_2\mathbf{j} + x_3\mathbf{k} = \overline{\boldsymbol{\lambda}} \circ \lambda^0.$$

Задачу построения требуемой составляющей $\mathbf{w}_x$ абсолютного линейного ускорения и требуемого абсолютного углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, входящих в качестве управлений в уравнения (2.9) и (2.10), сформулируем в бикватернионной постановке следующим образом: необходимо построить ограниченное по модулю бикватернионное программное управление $\mathbf{H}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x$, обеспечивающее минимальный по времени программный перевод КА, движение которого описывается уравнениями (2.12) и (2.13) из его произвольного заданного начального состояния

$$\boldsymbol{\Lambda}(0) = \boldsymbol{\lambda}(0) + s\boldsymbol{\lambda}^0(0), \quad \mathbf{U}_x(0) = \boldsymbol{\omega}_x(0) + s\mathbf{v}_x(0) \tag{2.16}$$

в его заданное конечное состояние

$$\boldsymbol{\Lambda}(t_1) = \boldsymbol{\lambda}(t_1) + s\boldsymbol{\lambda}^0(t_1), \quad \mathbf{U}_x(t_1) = \boldsymbol{\omega}_x(t_1) + s\mathbf{v}_x(t_1). \tag{2.17}$$

Краевые условия $\boldsymbol{\lambda}^0(0)$ и $\boldsymbol{\lambda}^0(t_1)$ находятся через заданные начальные и конечные значения кватернионов $\boldsymbol{\lambda}$ и $\mathbf{r}_\xi$ по формуле

$$\boldsymbol{\lambda}^0 = (1/2)\mathbf{r}_\xi \circ \boldsymbol{\lambda} =$$

$$= (1/2)\left(\xi_1\mathbf{i} + \xi_2\mathbf{j} + \xi_3\mathbf{k}\right) \circ (\lambda_0 + \lambda_1\mathbf{i} + \lambda_2\mathbf{j} + \lambda_3\mathbf{k}).$$

После решения поставленной задачи в построенном управлении $\mathbf{H}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x$ необходимо выделить главную $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ и моментную $\mathbf{w}_x = \dot{\mathbf{v}}_x$ части. После этого выделения законы формирования управляющей силы $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющего момента $\mathbf{M}_{cx}$ получаются в соответствии с концепцией решения обратных задач динамики по формулам (2.7) и (2.8).

III. Решение задачи квазиоптимального программного управления

С использованием принципа перенесения Котельникова-Штуди, позволяющего распространить кватернионные формулы, описывающие управление угловым движением, на бикватернионные формулы, описывающие управление общим пространственным движением твердого тела, получен квазиоптимальный по времени алгоритм программного управления пространственным движением КА. Этот алгоритм строится путем обобщения приближенного аналитического решения кватернионной задачи оптимального по быстродействию разворота КА при произвольных граничных условиях по угловому положению и угловой скорости КА [5, 6], которое, в свою очередь, получено на основе точного решения введенной Я.Г. Сапунковым модифицированной задачи оптимального разворота твердого тела [7, 8]. Кратко опишем этот подход.

В случае, когда свободное твердое тело совершает пространственное обобщенное винтовое коническое движение, для которого кинематический винт $\mathbf{U}_x$ тела имеет вид

$$\mathbf{U}_x = U_1\mathbf{i} + U_2\mathbf{j} + U_3\mathbf{k} = \boldsymbol{\omega}_x + s\mathbf{v}_x =$$

$$= \left(\dot{F}(t)\sin G(t)\right)\mathbf{i} + \left(\dot{F}(t)\cos G(t)\right)\mathbf{j} + \dot{G}(t)\,\mathbf{k} \tag{3.1}$$

где $F(t)$, $G(t)$, $\dot{F}(t)$, $\dot{G}(t)$ (дуальные параметры обобщенного винтового конического движения) – произвольные дифференцируемые функции времени, бикватернионное кинематическое уравнение (2.13) имеет установленное нами аналитическое решение

$$\boldsymbol{\Lambda}(t) = \boldsymbol{\Lambda}_0 \circ \mathbf{exp}\{-\left(G(0)/2\right)\mathbf{k}\} \circ \mathbf{exp}\{-\left(F(0)/2\right)\mathbf{j}\} \circ$$

$$\circ\, \mathbf{exp}\{\left(F(t)/2\right)\mathbf{j}\} \circ \mathbf{exp}\{\left(G(t)/2\right)\mathbf{k}\} \tag{3.2}$$

– дуальный аналог кватернионного решения [5-8], "**exp{.}**" обозначает бикватернионную экспоненту.

Винтовое движение свободного твердого тела (КА), описываемое соотношениями (3.1), (3.2) можно дополнительно обобщить, добавив произвольный дуальный поворот в инерциальной системе координат на дуальный постоянный угол вокруг некоторой оси. Такой поворот задается с помощью произвольного постоянного бикватерниона $\mathbf{K} = \boldsymbol{\kappa} + s\boldsymbol{\kappa}^0$, $\|\mathbf{K}\| = 1$ (в правые части формула (3.1), (3.2) добавятся умножения слева и справа на бикватернионы $\overline{\mathbf{K}}$ и $\mathbf{K}$ соответственно, где $\overline{\mathbf{K}} \circ \mathbf{K} = \mathbf{K} \circ \overline{\mathbf{K}} = 1$).

Формулы (3.1), (3.2) включают в себя все известные точные кватернионные аналитические решения классической задачи оптимального разворота твердого тела при его динамической симметрии, когда вектор угловой скорости на всем интервале времени движения твердого тела постоянен по направлению или описывает в пространстве круговой конус [9,10] и их дуальные аналоги. Предлагаемая структура кинематического винта (3.1), в кватернионном случае – вектора угловой скорости КА, хорошо соотносится с обобщением концепции Пуансо о том, что всякое произвольное угловое движение твердого тела вокруг неподвижной точки можно рассматривать как некоторое обобщенное коническое движение твердого тела, на произвольное пространственное движение свободного твердого тела в классе винтовых конических движений.

С использованием выражений (3.1), (3.2) в начальный и конечный моменты движения удовлетворяются граничные условия задачи (2.16), (2.17).

Относительно дуальных функций $F(t), G(t)$ и их первых и вторых производных (которые рассматриваются в качестве новых дуальных управлений) нами ставится оптимизационная задача, в которой учтены дуальные ограничения, наложенные на вторые производные от этих функций. Эта задача решается аналитически на основе принципа максимума Понтрягина; управляющая сила $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющий момент $\mathbf{M}_{cx}$ получаются с использованием построенных бикватернионов $\boldsymbol{\Lambda}(t)$ и $\mathbf{U}_X(t)$ на основе решения обратной задачи динамики движения свободного твердого тела. Построенное аналитическое решение является квазиоптимальным в смысле быстродействия решением задачи оптимального пространственного движения (маневрирования) КА. Для проведения математического моделирования управляемого движения КА с построенными законами управления были разработаны программы моделирования, реализующие дуальную алгебру. Проведенное моделирование показало эффективность разработанной теории квазиоптимального программного управления пространственным движением КА.

Литература

[1] Ю.Н. Челноков, “Управление пространственным движением твердого тела с использованием бикватернионов и дуальных матриц,” Известия РАН. Механика твердого тела, № 1, С. 17–43, 2021.

[2] Yu.N. Chelnokov, “Controlling the Spatial Motion of a Rigid Body Using Biquaternions and Dual Matrices,” Mechanics of Solids, vol. 56, no. 1, 2021, pp. 13–33.

[3] Ю.Н. Челноков, “Синтез управления пространственным движением твердого тела с использованием дуальных кватернионов,” Прикладная математика и механика, Т. 83, № 5-6, С. 704–733, 2019.

[4] Yu.N. Chelnokov, “Synthesis of Control of Spatial Motion of a Rigid Body Using Dual Quaternions,” Mechanics of Solids, vol. 55, no. 7, 2020, pp. 59–80.

[5] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитическое квазиоптимальное решение задачи минимального по времени поворота космического аппарата,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 4, С. 142-156, 2021.

[6] A.V. Molodenkov, Y.G. Sapunkov, “Analytical Quasi-Optimal Solution of the Problem of the Time-Optimal Rotation of a Spacecraft,” Journal of Computer and Systems Sciences International, vol. 60, no. 4, 2021, pp. 639-653.

[7] А.В.Молоденков, Я.Г.Сапунков, “Решение задачи оптимального разворота сферически симметричного твердого тела при произвольных граничных условиях в классе обобщенных конических движений,” Известия РАН. Механика твердого тела, № 5, С. 22-34, 2014.

[8] A.V. Molodenkov, Y.G. Sapunkov, “Solutions of the Optimal Turn Problem for a Spherically Symmetric Body under Arbitrary Boundary Conditions in the Class of Generalized Conical Motion,” Mechanics of Solids, vol. 49, no. 5, 2014, pp. 495-505.

[9] А.В.Молоденков, Я.Г. Сапунков,“ Аналитическое решение задачи оптимального по быстродействию разворота осесимметричного космического аппарата в классе конических движений,” Известия РАН. Теория и системы управления, № 2, С. 131-147, 2018.

[10] A.V. Molodenkov, Y.G. Sapunkov, “Analytical Solution of the Minimum Time Slew Maneuver Problem for an Axially Symmetric Spacecraft in the Class of Conical Motions,” Journal of Computer and Systems Sciences International, vol. 57, no. 2, 2018, pp. 302-318.

Бикватернионное решение задачи оптимального в смысле минимума энергозатрат управления пространственным движением космического аппарата

И.А. Панкратов
Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
PankratovIA.mechanic@gmail.com

Ю.Н. Челноков
Институт проблем точной механики и управления РАН
Саратов, Россия
ChelnokovYuN@gmail.com

***Аннотация*—В докладе с использованием новых бикватернионных дифференциальных уравнений пространственного движения твёрдого тела решена в нелинейной постановке задача оптимального в смысле минимума энергозатрат программного управления пространственным движением космического аппарата (КА) в инерциальной системе координат. КА рассматривается как свободное твёрдое тело произвольной динамической конфигурации, совершающее пространственное движение, эквивалентное композиции углового (вращательного) и поступательного (орбитального) движений. Граничные условия по угловому и линейному положениям аппарата, а также по его угловой и линейной скоростям произвольны. Время управления фиксировано и задано, дуальная вектор-функция управления (композиция углового и линейного ускорений) не ограничена по дуальному модулю. В рамках концепции решения обратных задач динамики с использованием принципа максимума Понтрягина получена дифференциальная краевая задача двадцать восьмого порядка. Приведены примеры численного решения краевой задачи для случаев, когда распределение масс КА соответствует сферически-симметричному твердому телу или международной космической станции (МКС). При этом отличие между начальной и конечной ориентациями КА велико в угловой мере и мало по линейному перемещению (задача пространственного маневрирования КА). Дан анализ полученных численных решений, выявлены их характерные свойства и закономерности.**

Ключевые слова—космический аппарат, пространственное движение, обратная задача динамики, принцип максимума, оптимальное в смысле минимума энергозатрат управление, кватернион, бикватернион.

I. Постановка задачи

Рассмотрим свободное твердое тело, например, КА, способное совершать относительно инерциальной системы координат произвольное пространственное движение, эквивалентное пространственному винтовому движению (композиции поступательного движения тела вместе с произвольно выбранной его точкой и вращения тела вокруг этой точки). Тело находится под действием произвольного главного вектора и главного момента внешних сил, включающих в себя вектор управляющей силы и вектор управляющего момента. Бикватернионные уравнения пространственного движения твердого тела, используемые для решения задачи с помощью концепции решения обратных задач динамики и принципа максимума имеют вид [1-3]:

$$\dot{\mathbf{U}}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x = \mathbf{H}_x, \qquad 2\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \boldsymbol{\Lambda} \circ \mathbf{U}_x;$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\varepsilon}_x = \varepsilon_1\mathbf{i} + \varepsilon_2\mathbf{j} + \varepsilon_3\mathbf{k}, \qquad \mathbf{w}_x = w_1\mathbf{i} + w_2\mathbf{j} + w_3\mathbf{k}, \\ &\mathbf{H}_x = H_1\mathbf{i} + H_2\mathbf{j} + H_3\mathbf{k}, \quad H_k = \varepsilon_k + sw_k; \\ &\boldsymbol{\Lambda} = \Lambda_0 + \boldsymbol{\Lambda}_v = \Lambda_0 + \Lambda_1\mathbf{i} + \Lambda_2\mathbf{j} + \Lambda_3\mathbf{k} = \boldsymbol{\lambda} + s\boldsymbol{\lambda}^0, \\ &\Lambda_j = \lambda_j + s\lambda_j^0. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь фазовыми переменными являются бикватернион $\mathbf{U}_x = \boldsymbol{\omega}_x + s\mathbf{v}_x$ (отображение кинематического винта $\mathbf{U}$ КА на связанный базис X) и бикватернион $\boldsymbol{\Lambda} = \boldsymbol{\lambda} + s\boldsymbol{\lambda}^0$ конечного перемещения КА в инерциальном пространстве, главная часть которого (кватернион $\boldsymbol{\lambda}$) характеризует ориентацию КА в инерциальной системе координат, а моментная (кватернион $\boldsymbol{\lambda}^0$) – местоположение КА в этой системе координат (декартовые координаты ξ_k (k = 1, 2, 3) центра масс КА в этой системе координат), а дуальным управлением – бикватернион $\mathbf{H}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x$, являющийся дуальной композицией требуемого абсолютного углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ и требуемой составляющей $\mathbf{w}_x$ абсолютного линейного ускорения КА.

Необходимо построить бикватернионное программное управление $\mathbf{H}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_x + s\mathbf{w}_x$, обеспечивающее программный перевод КА, движение которого описывается уравнениями (1) из его произвольного заданного начального состояния

$$\boldsymbol{\Lambda}(0) = \boldsymbol{\lambda}(0) + s\boldsymbol{\lambda}^0(0), \qquad \mathbf{U}_x(0) = \boldsymbol{\omega}_x(0) + s\mathbf{v}_x(0) \qquad (2)$$

в его заданное конечное состояние

$$\boldsymbol{\Lambda}(T) = \boldsymbol{\Lambda}_к = \boldsymbol{\lambda}_к + s\boldsymbol{\lambda}_к^0, \qquad \mathbf{U}_x(T) = \mathbf{U}_x^к = \boldsymbol{\omega}_x^к + s\mathbf{v}_x^к. \qquad (3)$$

При этом необходимо минимизировать функционал

$$J = \int_0^T \left[\alpha_1\left(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2\right) + \alpha_2\left(w_1^2 + w_2^2 + w_3^2\right)\right]dt, \qquad (4)$$

характеризующий затраты энергии на перевод КА в конечное состояние (3). Время окончания процесса T в

функционале (4) фиксировано и задано. На компоненты векторов требуемого углового и линейного ускорений (управления) ограничений не наложено.

Известно, что нормы кватерниона $\boldsymbol{\lambda}$ и бикватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ равны единице (они являются первыми частными интегралами задачи). Поэтому правое краевое условие, наложенное первым из соотношений (3) на бикватернион ориентации и местоположения КА $\boldsymbol{\Lambda}$, заменим на равенства нулю векторных частей от главной и моментной частей бикватернионного произведения $\widetilde{\boldsymbol{\Lambda}}(T)\circ\boldsymbol{\Lambda}_{\text{к}}$:

$$\operatorname{vect}\left[\widetilde{\boldsymbol{\lambda}}(T)\circ\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}\right]=\mathbf{0},\qquad \operatorname{vect}\left[\widetilde{\boldsymbol{\lambda}}(T)\circ\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}^{0}+\widetilde{\boldsymbol{\lambda}}^{0}(T)\circ\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}\right]=\mathbf{0}, \quad (5)$$

эквивалентные шести скалярным (в (5) и далее верхняя волна означает сопряженный кватернион, а $\operatorname{vect}[...]$ – векторная часть кватерниона). Такая замена правого кватернионного краевого условия повышает эффективность численного решения задачи.

Декартовые координаты ξ_k центра масс КА (т.е. проекции радиус-вектора **r** центра масс КА на оси инерциальной системы координат ξ) и проекции x_k этого вектора на оси связанной с КА системы координат X находятся через компоненты кватернионов $\boldsymbol{\lambda}$ и $\boldsymbol{\lambda}^0$ по формулам [4, 5]

$$\mathbf{r}_{\xi}=\xi_1\mathbf{i}+\xi_2\mathbf{j}+\xi_3\mathbf{k}=2\boldsymbol{\lambda}^0\circ\widetilde{\boldsymbol{\lambda}},\quad \mathbf{r}_x=x_1\mathbf{i}+x_2\mathbf{j}+x_3\mathbf{k}=\widetilde{\boldsymbol{\lambda}}\circ\boldsymbol{\lambda}^0.$$

После решения поставленной задачи в построенном управлении $\mathbf{H}_X=\boldsymbol{\varepsilon}_X+s\mathbf{w}_X$ необходимо выделить главную $\boldsymbol{\varepsilon}_X$ и моментную $\mathbf{w}_X=\dot{\mathbf{v}}_X$ части.

После этого выделения законы формирования управляющей силы $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющего момента $\mathbf{M}_{cx}$ получаются в соответствии с концепцией решения обратных задач динамики по известным аналитическим формулам.

Заметим, что задача построения управлений $\mathbf{w}_x$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_x$ носит общий характер для всех движущихся объектов, рассматриваемых как твердое тело, так как уравнения (1) справедливы для любого такого движущегося объекта. Специфика объекта (его массово–инерционные и другие характеристики, действующие внешние возмущающие силы и их моменты) учитываются при построении управляющей силы $\mathbf{F}_{cx}$ и управляющего момента $\mathbf{M}_{cx}$ на основе конечных соотношений (в их правые части в общем случае включаются главный вектор $\mathbf{F}=\mathbf{F}(t,\ \mathbf{r},\ \mathbf{v})$ других внешних сил, действующих на твердое тело (сил гравитации, сопротивления движению и других сил взаимодействия тела с внешней средой) и главный момент $\mathbf{M}=\mathbf{M}(t,\ \boldsymbol{\lambda},\ \boldsymbol{\omega})$ этих сил, вычисленный относительно центра масс тела, полагаемые известными функциями времени t и переменных **r**, **v** и $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\omega}$).

II. Переход к безразмерным переменным

Перейдем от размерных переменных задачи к безразмерным по формулам (кватернион $\boldsymbol{\lambda}$ является безразмерным) [6]:

$$I^{\text{масш}}=\left(\left(I_1^2+I_2^2+I_3^2\right)/3\right)^{1/2},\quad I_k^{\text{безраз}}=I_k\,/\,I^{\text{масш}};$$
$$\boldsymbol{\omega}_x^{\text{безраз}}=T\boldsymbol{\omega}_x,\qquad t^{\text{безраз}}=t/T,$$
$$\mathbf{M}^{\text{безраз}}=\left(T^2/I^{\text{масш}}\right)\mathbf{M};\qquad \boldsymbol{\lambda}^{0\text{безраз}}=\boldsymbol{\lambda}^0/L,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}_x^{\text{безраз}}=T^2\boldsymbol{\varepsilon}_x,\qquad \boldsymbol{w}_x^{\text{безраз}}=\left(L/T^2\right)\boldsymbol{w}_x.$$

Тогда безразмерные кватернионные фазовые уравнения, соответствующие бикватернионным фазовым уравнениям (1), примут вид (верхние индексы «безраз» здесь и далее опущены, а точка обозначает производную по безразмерному времени):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_x=\boldsymbol{\varepsilon}_x,\qquad \dot{\mathbf{v}}_x=\mathbf{w}_x,$$
$$2\dot{\boldsymbol{\lambda}}=\boldsymbol{\lambda}\circ\boldsymbol{\omega}_x,\qquad 2\dot{\boldsymbol{\lambda}}^0=\boldsymbol{\lambda}\circ\mathbf{v}_x+\boldsymbol{\lambda}^0\circ\boldsymbol{\omega}_x. \quad (6)$$

Отметим, что размерные и безразмерные уравнения совпадают по своей форме, а время окончания управляемого процесса есть $T=1$.

Положим, что в выражении для управляющей силы главный вектор других внешних сил обусловлен силой гравитационного притяжения КА к Земле, а главный момент других внешних сил равен нулю. Тогда выражения для управляющей силы и момента в безразмерном виде запишутся так

$$\mathbf{F}_{cx}=\mathbf{w}_x+\mathbf{K}(\boldsymbol{\omega}_x)\mathbf{v}_x+N_G\cdot\mathbf{r}_x/r^3,$$
$$\mathbf{M}_{cx}=\mathbf{J}\boldsymbol{\varepsilon}_x+\mathbf{K}(\boldsymbol{\omega}_x)\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_x. \quad (7)$$

Здесь $N_G=G\cdot M_0\cdot T^2/L^3$ – безразмерный параметр задачи, G – гравитационная постоянная, а M_0 – масса притягивающего тела (Земли).

Заметим, что безразмерное выражение для управляющей силы в (7) с учётом того, что кватернион $\boldsymbol{\lambda}$ является нормированным, можно переписать так

$$\mathbf{F}_{cx}=\mathbf{w}_x+\mathbf{K}(\boldsymbol{\omega}_x)\mathbf{v}_x+N_G\cdot\widetilde{\boldsymbol{\lambda}}\circ\boldsymbol{\lambda}^0/\left\|\boldsymbol{\lambda}^0\right\|^{3/2}. \quad (8)$$

III. Закон оптимального управления

Поставленную задачу будем решать с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина. Для этого введем дополнительные безразмерные бикватернионные переменные $\boldsymbol{\Psi}=\boldsymbol{\varphi}+s\boldsymbol{\chi}$ и $\mathbf{M}=\boldsymbol{\mu}+s\boldsymbol{\mu}^0$, сопряженные по отношению к безразмерным фазовым переменным $\mathbf{U}_X=\boldsymbol{\omega}_X+s\mathbf{v}_X$ и $\boldsymbol{\Lambda}=\boldsymbol{\lambda}+s\boldsymbol{\lambda}^0$ соответственно. Здесь $\boldsymbol{\varphi}$, $\boldsymbol{\chi}$ – это векторы (кватернионы с нулевыми скалярными частями), а $\boldsymbol{\mu}$ и $\boldsymbol{\mu}^0$ – это кватернионы с ненулевыми скалярными частями. В этом случае функция Гамильтона-Понтрягина примет вид

$$H=-\left[\alpha_1\left(\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\varepsilon_3^2\right)+\alpha_2\left(w_1^2+w_2^2+w_3^2\right)\right]+(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\varepsilon})+(\boldsymbol{\chi},\mathbf{w})+$$
$$+(\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\lambda}\circ\boldsymbol{\omega}_x)/2+\left(\boldsymbol{\mu}^0,\boldsymbol{\lambda}\circ\mathbf{v}_x+\boldsymbol{\lambda}^0\circ\boldsymbol{\omega}_x\right)/2,$$

где «(. , .)» – скалярное произведение соответствующих трехмерных и четырехмерных переменных.

Система уравнений для сопряженных переменных примет вид (нижний индекс «*v*» обозначает векторную часть кватерниона):

$$2\dot{\boldsymbol{\varphi}}=\operatorname{vect}\left[\left(\boldsymbol{\lambda}_v-\lambda_0\right)\circ\boldsymbol{\mu}+\left(\boldsymbol{\lambda}_v^0-\lambda_0^0\right)\circ\boldsymbol{\mu}^0\right],$$
$$2\dot{\boldsymbol{\chi}}=\operatorname{vect}\left[\boldsymbol{\lambda}\circ\boldsymbol{\mu}^0\right],$$
$$2\dot{\boldsymbol{\mu}}=\boldsymbol{\mu}^0\circ\mathbf{v}_X+\boldsymbol{\mu}\circ\boldsymbol{\omega}_X,\qquad 2\dot{\boldsymbol{\mu}}^0=\boldsymbol{\mu}^0\circ\boldsymbol{\omega}_X. \quad (9)$$

Закон оптимального в смысле минимума энергозатрат управления (т.е. закон управления, удовлетворяющий необходимому условию оптимальности) находится

из условий максимума функции Гамильтона-Понтрягина по переменным $\boldsymbol{\varepsilon}_x$, $\mathbf{w}_x$ и имеет вид:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_x^{\text{opt}} = \boldsymbol{\varphi}/(2\alpha_1), \qquad \mathbf{w}_x^{\text{opt}} = \boldsymbol{\chi}/(2\alpha_2). \tag{10}$$

Условия трансверсальности, не содержащие неопределенных множителей Лагранжа, имеют вид:

$$\begin{aligned} &t = 1, && \left(\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}, \boldsymbol{\mu}^0\right) = 0, \\ &-\lambda_{\text{к}0}^0\left(\text{vect}\,\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}, \text{vect}\,\boldsymbol{\mu}^0\right) + \lambda_{\text{к}0}\left(\text{vect}\,\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}^0, \text{vect}\,\boldsymbol{\mu}^0\right) + \\ &+\lambda_{\text{к}0}\left(\text{vect}\,\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}}, \text{vect}\,\boldsymbol{\mu}\right) = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Таким образом, задача оптимального в смысле минимума энергозатрат управления пространственным движением КА сведена в рассматриваемой постановке к краевой задаче с подвижным правым концом траектории, описываемой системой нелинейных дифференциальных уравнений (6), (9), (10) двадцать восьмого порядка и двадцатью шестью краевыми условиями (2), (3), (5), которые необходимо дополнить двумя условиями трансверсальности (11).

IV. Примеры численного решения задачи

Предложенный нами алгоритм численного решения задачи основан на методе Левенберга–Марквардта. Он реализует комбинацию метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности и двух методов решения краевых задач: модифицированного метода Ньютона и метода градиентного спуска [7].

Для твердых тел (КА) с различным распределением масс сравним результаты полученного решения задачи на минимум энергозатрат с граничными условиями, приведенными в [6]:

$$\boldsymbol{\lambda}(0) = (0.7951,\, 0.2981,\, -0.3975,\, 0.3478),$$

$$\boldsymbol{\omega}_x(0) = (0.2739,\, -0.2388,\, -0.3);$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{\text{к}} = (0.8443,\, 0.3984,\, -0.3260,\, 0.1485), \quad \boldsymbol{\omega}_x^{\text{к}} = (0,\, 0,\, -0.59).$$

Тело 1. Сферически-симметричное твердое тело: $I_1 = I_2 = I_3 = 1.0$ (безразмерные величины).

Тело 2. Международная космическая станция (МКС) (ранняя версия [8]) как произвольное твердое тело: I_1=4853000 кг·м^2, I_2=23601000 кг·м^2, I_3=26278000 кг·м^2, (размерные моменты инерции) или $I_1 = 0.2358$, $I_2 = 1.1466$, $I_3 = 1.2766$ (безразмерные величины).

Для того чтобы результаты расчётов можно было сравнить с тем, что получено в работе [6], нужно положить начальное и конечное значения вектора линейной скорости КА равными нулевому вектору.

При этом начальные и конечные значения компонент радиус-вектора центра масс КА (в инерциальной системе координат) также должны совпадать. Пусть безразмерные компоненты радиус-вектора соответствуют [9]: $\xi_1^0 = \xi_1^{\text{к}} = 23399727.8$ м, $\xi_2^0 = \xi_2^{\text{к}} = 23962416.6$ м, $\xi_3^0 = \xi_3^{\text{к}} = -18801552.4$ м.

Также нужно принять $\mathbf{w}_x^{\text{opt}} = \mathbf{0}$, тогда линейная скорость КА будет равна нулю во всё время его движения, т.е. КА будет совершать только вращательное движение. Коэффициенты в функционале (4) положим равными $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_2 = 0$.

В данной постановке задачи вид распределения масс КА учитывается только в самом конце, при вычислении управляющего момента, и не участвует в формировании оптимального управления. Поэтому результаты расчётов в безразмерных переменных соответствуют расчётам, приведённым в [6] для случая сферически-симметричного тела.

При отсутствии поступательного перемещения для случая сферического распределения масс значения компонент кватерниона ориентации $\boldsymbol{\lambda}$, а также векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ в середине интервала движения и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ в начале, середине и конце движения близки к тем, что указаны в табл. 1, 2 работы [6; с. 102]. Значение интеграла от квадрата управляющего момента (минимизируемый функционал в [6]) оказалось равным 0.4779, что близко к указанному в табл. 8 статьи [6] числу 0.4782.

Пусть масштабные множители для расстояния и времени соответствуют работе [10]: $L = 37000000.0$ м, $T = 11272.855470$ сек. Тогда, с учётом известных значений для массы Земли $M_0 = 5.9722 \cdot 10^{24}$ кг, и гравитационной постоянной $G = 6.67408 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$, безразмерный параметр задачи будет равен $N_G = 0.99997 \approx 1.0$.

Аналогичные расчёты были проведены для случая, когда распределение масс КА соответствует МКС. При этом значение интеграла от квадрата управляющего момента оказалось равным 0.35778, что меньше чем на процент превышает указанное в табл. 8 работы [6] число 0.35522.

Заметим, что при отсутствии поступательного перемещения значения компонент безразмерного радиус-вектора не влияют на законы изменения фазовых переменных и оптимального управления. При этом лишь моментная часть бикватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ умножается на постоянный кватернион (дифференциальные уравнения для главной и моментной частей бикватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ совпадают с точностью до обозначений), и меняются начальные значения сопряжённых переменных. Также в этом случае радиус-вектор КА в неподвижной системе координат будет постоянным как по модулю, так и по направлению. Управляющая сила будет постоянным вектором в инерциальной системе координат ξ. В этой системе координат управляющая сила – это вектор, равный по модулю, но противоположный по направлению к вектору силы гравитационного притяжения. При этом проекции гравитационной силы на связанные координатные оси будут изменяться в процессе углового движения КА.

Рассмотрим теперь общий случай, когда начальные и конечные значения компонент радиус-вектора КА и вектора его скорости не совпадают. Пусть коэффициенты в функционале (4) равны $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_2 = 1$ соответственно, а безразмерные компоненты радиус-вектора и вектора скорости отвечают размерным параметрам орбиты из книги [11]: для начального положения КА

$\xi_1^0 = -12194795.0$ м, $\xi_2^0 = 21779195.0$ м, $\xi_3^0 = 8278547.0$ м, $\dot{\xi}_1^0 = -1080.750$ м/сек, $\dot{\xi}_2^0 = -1849.256$ м/сек, $\dot{\xi}_3^0 = 3274.225$ м/сек; для конечного положения КА $\xi_1^к = -12110249.0$ м, $\xi_2^к = 21643438.0$ м, $\xi_3^к = 8744787.0$ м, $\dot{\xi}_1^к = -1063.392$ м/сек, $\dot{\xi}_2^к = -1905.728$ м/сек, $\dot{\xi}_3^к = 3247.462$ м/сек.

В случае сферического распределения масс законы изменения компонент кватерниона поворота и вектора угловой скорости КА при наличии поступательного перемещения практически не изменились ввиду малости линейного перемещения КА.

Отметим, что компоненты радиус-вектора КА, вектора его линейной скорости и моментной части бикватерниона $\boldsymbol{\Lambda}$ являются гармоническими функциями времени. При этом каждая из компонент вектора линейной скорости дважды меняет знак примерно при $t = 0.21$ и $t = 0.78$ (моменты смены знака каждой из трёх компонент указанного вектора близки друг к другу, но не совпадают между собой). Моменты времени, в которые та или иная компонента вектора линейной скорости КА равна нулю, являются точками экстремума соответствующей компоненты радиус-вектора КА.

Каждая из компонент оптимального вектора углового ускорения КА по модулю меньше единицы (их численное значение совпадает с величиной соответствующей компоненты оптимального управляющего момента), но при этом модуль указанного вектора больше единицы в течение первых 20% времени движения КА. При этом законы изменения первой и третьей компонент указанного вектора близки к линейным законам. При $t = 0.715$ эти компоненты практически совпадают друг с другом, эта точка является точкой минимума модуля вектора оптимального углового ускорения КА. Модуль вектора оптимального линейного ускорения КА линейно уменьшается практически до нуля в течение первой половины времени активного движения КА и также линейно возрастает далее, превышая шесть безразмерных единиц, как в начале, так и в конце движения. При этом компоненты оптимального вектора линейного ускорения близки к линейным функциям. Первая и вторая компоненты указанного вектора убывают на всём промежутке активного движения КА, а третья возрастает. Первая компонента вектора управляющей силы является убывающей функцией, а третья компонента – возрастающей (обе близки к линейным). Обе эти компоненты один раз меняют знак в процессе движения. При этом вторая компонента вектора управляющей силы меняется по гармоническому закону, оставаясь положительной во всё время движения КА. Момент смены знака второй компоненты вектора оптимального ускорения является точкой перегиба второй компоненты вектора управляющей силы.

Также в работе приведены результаты расчётов для случая, когда распределение масс КА соответствует МКС. Законы изменения искомых величин при этом остались такими же, как и в предыдущем случае, за исключением управляющего момента. Начальные значения первой и третьей компонент вектора управляющего момента увеличились по модулю, а начальное значение второй компоненты уменьшилось. Начальное значение модуля управляющего момента уменьшилось на 12%, его конечное значение уменьшилось в 2.3 раза.

Отметим выявленную неединственность численного решения краевой задачи оптимального управления пространственным движением КА, связанную с нелинейностью дифференциальных уравнений задачи. При одних и тех же граничных условиях в постановке краевой задачи оптимального управления получены различные решения для законов движения, управления и поведения сопряженных переменных. Из них было выбрано то, которое соответствует меньшему значению функционала (4).

V. Заключение

Нами построена бикватернионная теория оптимального в смысле минимума энергозатрат управления пространственным движением КА под действием неограниченного управления при условии, что время окончания движения фиксировано и задано; даны примеры численного решения этой задачи управления для случая сферической симметрии КА и случая, когда распределение масс КА соответствует МКС. Выявлены характерные свойства и закономерности процесса управления. Комбинирование двух методов решения краевых задач позволило повысить точность и эффективность их численного решения.

Литература

[1] Челноков Ю.Н. Управление пространственным движением твердого тела с использованием дуальных кватернионов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 20–24 августа 2019 г.): Сборник трудов в 4 томах. Т. 1: Общая и прикладная механика. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. С. 288-290. DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v1

[2] Chelnokov Yu.N. Synthesis of Control of Spatial Motion of a Rigid Body Using Dual Quaternions // Mechanics of Solids, 2020, Vol. 55, No. 7, pp. 59–80. DOI: 10.3103/S0025654420070080

[3] Chelnokov Yu.N. Controlling the Spatial Motion of a Rigid Body Using Biquaternions and Dual Matrices // Mechanics of Solids, 2021, Vol. 56, No. 1, pp. 13-33.

[4] Челноков Ю.Н. Об интегрировании кинематических уравнений винтового движения твердого тела // Прикладная математика и механика. 1980. Т. 44. Вып. 1. С. 32-39.

[5] Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения: Геометрия и кинематика движения. М.: Физматлит, 2006. 512 с.

[6] Сапунков Я.Г., Молоденков А.В. Новый алгоритм квазиоптимальной переориентациикосмического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2023. Т. 23. Вып. 4. С. 95–112.

[7] Моисеев Н.Н., Численные методы в теории оптимальных систем, М.: Наука, 1971.

[8] Банит Ю.Р., Беляев М.Ю., Добринская Т.А., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Определение тензора инерции международной космической станции по телеметрической информации. Препринт № 57. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2002. 19 с.

[9] Бордовицына Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. М.: Наука, 1984. 136 с.

[10] Панкратов И.А., Сапунков Я.Г., Челноков Ю.Н. Кватернионные модели и алгоритмы решения общей задачи оптимальной переориентации орбиты космического аппарата // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 20. Вып. 1. С. 93–104.

[11] Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы. Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. 254 с.

Исследование стабилизирующих свойств реактивной струи в угловом движении космического аппарата

А.В. Дорошин

Самарский университет им. Королева
Самара, Россия
https://orcid.org/0000-0001-6310-0963

М.М. Крикунов

Самарский университет им. Королева
Самара, Россия
https://orcid.org/0000-0002-0379-7372

***Аннотация* — С целью изучения качественного поведения космического аппарата (КА) как тела переменной массы можно использовать метод анализа кривизны фазовой траектории, которую очерчивает апекс продольной оси аппарата, вдоль которой выдается тяга реактивного двигателя, и изучать эволюцию величины кривизны. В настоящей работе изучаются свойства реактивной струи в угловом движении ракеты с учётом эффекта К. Магнуса, и осуществляется модификация метода анализа кривизны фазовой траектории для случая, когда моменты сил, приложенных к аппарату, зависят от компонент вектора угловой скорости, в частности, когда моменты создаются кориолисовыми силами, возникающими от реактивной струи.**

Ключевые слова—космический аппарат, переменный состав, качественный анализ, метод анализа кривизны фазовой траектории

I. Введение

Исследование динамики углового движения космического аппарата переменного состава с изменением массы и моментов инерции во времени по-прежнему является одной из важных задач механики космического полёта. Данная задача рассматривалась ранее в фундаментальном плане [1–6], в направлении прикладных разработок [7–9], а также в рамках изучения дополнительных аспектов динамики [10].

В настоящей работе на основе фундаментальных результатов и полученных ранее известных моделей анализируется динамика углового движения космического аппарата (КА) переменного состава на активном участке траектории с учетом динамического эффекта, создаваемого движением частиц реактивной струи из сопел и каналов горения реактивных двигателей, что ранее рассматривалось К. Магнусом [5]. Как показано в работе [5] этот динамический эффект (эффекта Магнуса) порождает кориолисовы силы и моменты оказывающие, как правило, демпфирующее воздействие на пространственные колебания, приводящие к уменьшению раствора конуса прецессии, что является позитивным стабилизирующим фактором в динамике движения ракет и КА переменного состава. Однако, отмеченный эффект Магнуса может приводить к дестабилизации углового движения КА, когда происходит увеличение нутационных колебаний и разворачивание конуса прецессии. Демонстрация и изучение подобных «отрицательных» проявлений эффекта Магнуса является главной целью настоящей статьи и характеризует новизну исследований в аспекте выявления новых свойств движения, следующих из известных моделей. Более того, необходимо отметить важность и актуальность изучаемой в статье проблемы анализа и синтеза прецессионного движения, которая по-прежнему привлекает внимание известных специалистов динамики твердого тела [11–15].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (№ 19-19-00085).

II. Математическое моделирование динамики движения КА переменного состава

Рассмотрим движение КА переменного состава на активном участке траектории. Уравнения движения в связанной с аппаратом системе координат (СК) записываются следующим образом [9]:

$$\begin{cases} A(t)\dot{p} + (C(t) - B(t))qr = M_x, \\ B(t)\dot{q} + (A(t) - C(t))rp = M_y, \\ C(t)\dot{r} + (B(t) - A(t))pq = M_z, \end{cases} \quad (1)$$

где $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ — главные моменты инерции в связанной с аппаратом системе координат; p, q, r — компоненты вектора угловой скорости; M_x, M_y, M_z — компоненты момента внешних и реактивных сил, приложенных к КА.

В своей монографии [5] К. Магнус рассмотрел в качестве примера весьма важное для ракетной техники явление, обнаруживающее демпфирующее действие реактивной струи, а именно рассмотрены уравнения (1) для свободного гироскопа переменного состава (систему с реактивным двигателем) с учётом моментов реактивных сил и при отсутствии иных внешних воздействий. Для расширенного описания эффекта Магнуса и его возможного отрицательного дестабилизирующего влияния запишем дифференциал силы Кориолиса от малой частицы реактивной струи, движущейся вдоль канала горения относительной скоростью $\vec{v}_r = [0, 0, V]^{\mathrm{T}}$ на связанные оси $Cxyz$ (рис. 1):

$$d\vec{F}_{coriolis} = -2dm \cdot \vec{\omega}_e \times \vec{v}_r = -dm \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ 0 & 0 & V \end{vmatrix} =$$

$$= -\left[\vec{i}(qV) + \vec{j}(-pV) + \vec{k} \cdot 0\right] \cdot 2dm.$$

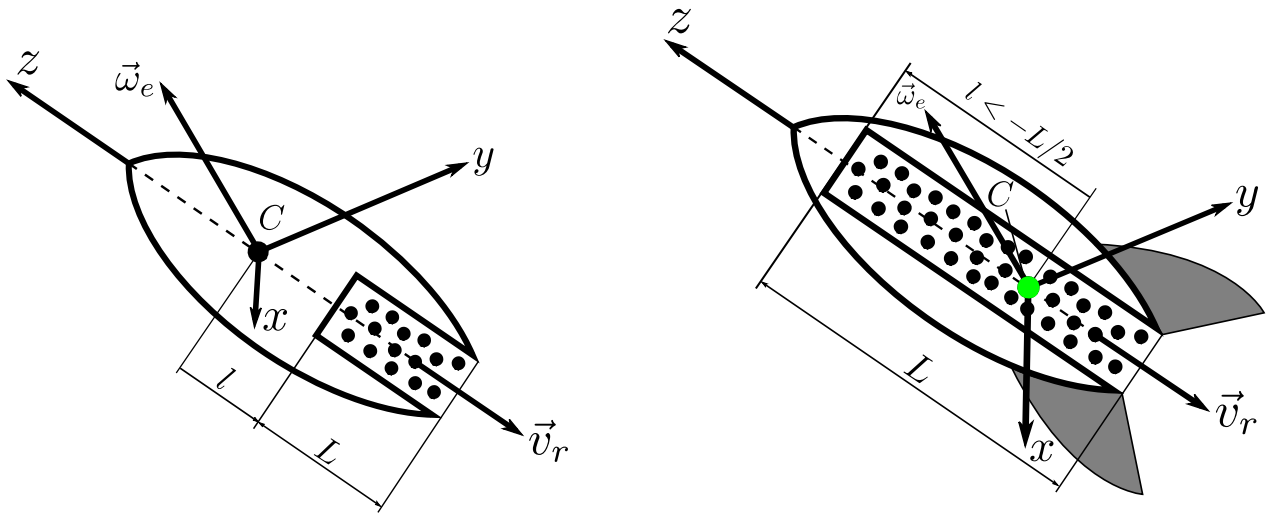
Запишем дифференциал момента сил Кориолиса:

$$d\vec{M}_{coriolis} = \vec{r} \times d\vec{F}_{coriolis} =$$

$$= [0, 0, -(l+\xi)]^{\mathrm{T}} \times [-qV, pV, 0] \cdot 2dm = \quad (2)$$

$$= -2\underbrace{\gamma d\xi}_{dm}\left[-\vec{i}pV(l+\xi), -\vec{j}qV(l+\xi), 0\right]^{\mathrm{T}},$$

где γ — линейная плотность массы реактивной струи, величина l — расстояние от верхнего среза канала горения до положения центра масс (рис. 1а).



а) б)

Рис. 1. К определению демпфирующего действия реактивной струи

Проинтегрировав (2) вдоль всего канала горения, получим интегральный момент от кориолисовых сил:

$$\vec{M}_{coriolis} = -\int_0^L 2\gamma V \begin{bmatrix} -p(l+\xi) \\ -q(l+\xi) \\ 0 \end{bmatrix} d\xi = $$

$$= -2\gamma V \begin{bmatrix} -p \\ -q \\ 0 \end{bmatrix} \frac{(l+\xi)^2}{2}\Bigg|_{\xi=0}^{\xi=L} =$$

$$= -2\gamma V \begin{bmatrix} -p \\ -q \\ 0 \end{bmatrix} \left((l+L)^2 - l^2\right) = -D \begin{bmatrix} -p \\ -q \\ 0 \end{bmatrix} V,$$

где

$$D = \gamma\left((l+L)^2 - l^2\right) \tag{3}$$

С учётом того, что выброс частиц происходит противоположно оси z, компонента скорости V будет отрицательной, что можно записать $V = -v_r$, $v_r > 0$.

Таким образом момент сил Кориолиса от частиц реактивной струи будет иметь вид:

$$\vec{M}_{coriolis} = Dv_r\left[-p, -q, 0\right]^T. \tag{4}$$

Подставим (4) в (1) и запишем уравнения движения для тела/КА переменного состава:

$$\begin{cases} A(t)\dot{p} + (C(t) - B(t))qr = -Dv_r p, \\ B(t)\dot{q} + (A(t) - C(t))rp = -Dv_r q, \\ C(t)\dot{r} + (B(t) - A(t))pq = 0. \end{cases} \tag{5}$$

По аналогии с [5] рассмотрим базовый случай Магнуса. Пусть $A \equiv B$, тогда, выполняя элементарные преобразования, уравнения (5) можно записать $\left(r = r_0\right)$:

$$\begin{cases} \dot{p} + \dfrac{Dv_r}{A(t)} p - r_0\left(1 - \dfrac{C(t)}{A(t)}\right) q = 0, \\ \dot{q} + \dfrac{Dv_r}{A(t)} q - r_0\left(1 - \dfrac{C(t)}{A(t)}\right) p = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Введём обозначения:

$$\mu(t) = Dv_r / A(t), \qquad \nu(t) = r_0\left(1 - C(t)/A(t)\right),$$

тогда уравнения (6) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{p} + \mu(t)p - \nu(t)q = 0, \\ \dot{q} + \mu(t)q + \nu(t)p = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Следуя К. Магнусу [5], на основе ввода комплексной переменной $\omega^* = p + iq$, можно свести систему (7) к уравнению относительно новой комплексной переменной с точным решением:

$$\omega^* = \omega_0^* \exp\left[-\int_0^t (\mu + i\nu)dt + \varphi_0\right].$$

Из последнего решения видно, что в рассматриваемом случае поперечные компоненты вектора угловой скорости (p, q) монотонно уменьшаются, а сам вектор угловой скорости приближается к оси Cz связанной СК, что означает сворачивание внутрь конуса прецессии с затуханием нутационных колебаний в предположении, что величина $\mu(t)$ всегда остается положительной. Другими словами, гироскоп Магнуса переменного состава (КА переменного состава) демпфируется реактивной струёй двигателя, стремится подавить нутационные колебания и свернуть конус прецессии к оси z.

Для сравнения выводов воспользуемся результатами работы [9], в которой были записаны следующие динамические уравнения:

$$\begin{cases} \dot{F} = -\dfrac{r}{AB}\Big[B\left(C - B\right)\cos^2 F + \\ \quad + A\left(C - A\right)\sin^2 F\Big] + \dfrac{M_x}{A}\cos F - \dfrac{M_y}{B}\sin F, \\ \dot{G} = -G\dfrac{r}{AB}\sin F\cos F\left(B - A\right)\left(C - A - B\right) + \\ \quad + \dfrac{M_x}{A}\sin F + \dfrac{M_y}{B}\cos F, \\ \dot{r} = -G^2\dfrac{B - A}{C}\sin F\cos F + \dfrac{M_z}{C}, \end{cases} \tag{8}$$

где использовалась полярная замена переменных [7–9]:

$$p = G\left(t\right)\sin F\left(t\right), \quad q = G\left(t\right)\cos F\left(t\right). \tag{9}$$

Рассмотрим случай динамической симметрии тела $A \equiv B$, тогда:

$$\dot{G} = \frac{f_G}{A(t)}, \quad \dot{F} = \frac{\big(C(t) - A(t)\big)r + f_F}{A(t)}, \quad \dot{r} = 0, \quad (10)$$

где

$$f_G = M_x^e \sin F + M_y^e \cos F, \;\; f_F = M_x^e \cos F - M_y^e \sin F. \; (11)$$

В качестве моментов сил будем использовать лишь моменты от кориолисовых сил частиц реактивной струи (4), поэтому запишем:

$$M_x^e = -Dv_r p, \qquad M_y^e = -Dv_r q. \qquad (12)$$

Подставляя (12) и (9) в (11), получим:

$$f_G = -Dv_r G, \qquad f_F = 0, \qquad (13)$$

а после подстановки (13) в (10) будем иметь:

$$\dot{G} = -Dv_r G / A(t), \quad \dot{F} = \big(1 - C(t)/A(t)\big) r_0, \quad r = r_0. \quad (14)$$

Проинтегрируем первое уравнение (14):

$$G = G_0 \exp\left[-\int_0^t Dv_r / A(t)\, dt \right]. \qquad (15)$$

Из решения (15) очевидно следует тот же динамический факт, что амплитуда угловых скоростей p и q убывает со временем при положительности величины D. Это в предположениях Магнуса полностью подтверждает выводы о стабилизирующих свойствах реактивной струи [5].

В более детализированном варианте для учета нюансов, связанных с видом зависимостей от времени моментов инерции, необходимо воспользоваться методом оценки эволюции кривизны фазовой траектории [9], следуя которому запишем функцию *P(t)*:

$$P(t) = \frac{\dot{F} - r_0}{G} \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{F} - r_0}{G} \right). \qquad (16)$$

Осуществляя дифференцирование и подстановку выражений для $\dot{F}$, $\dot{G}$ и $\ddot{F}$, получим:

$$P(t) = \frac{Cr_0^2}{AG^2} \cdot \left(\frac{d}{dt}\left(\frac{C}{A} \right) + \frac{Dv_r C}{A^2} \right).$$

Легко видеть, что знак функции *P(t)* определяется выражением в скобках, поэтому условием для положительности функции *P(t)* является:

$$\dot{C}A + C(Dv_r - \dot{A}) > 0 \;\; \text{или} \;\; \dot{C}/C > \big(\dot{A} - Dv_r\big)/A. \qquad (17)$$

Положительность функции P(t) свидетельствует о том, что кривизна апекса продольной оси тела/КА постоянно возрастает, т.е. осуществляется движение апекса по скручивающейся спирали со сворачивающимся конусом прецессии. В условиях (17) учтено влияние кориолисовых сил частиц реактивной струи. При исключении из учета этого фактора, когда $Dv_r = 0$, условия (17) полностью согласуются с условиями, записанными ранее [7–9].

Иными словами, при выполнении условия

$$D = \gamma\big((l+L)^2 - l^2\big) > 0 \qquad (18)$$

результат (17) совпадает с известным случаем, рассмотренным К. Магнусом [5] для гироскопов переменной массы (в приложениях к ракетам), когда свойства реактивной струи таковы, что создают внутри канала горения стабилизирующие и демпфирующие моменты кориолисовых сил инерции, посредством дополнительного давления на стенки канала от относительного движения частиц. Стоит отметить, что подобный анализ демпфирующих моментов сил в правых частях (5) изучались также в аспектах динамики соосных систем тел переменного состава [7].

Указанное положительное влияние на динамику частиц реактивной струи с подавлением конуса прецессии [5,7], как мы уже отметили, будет иметь место в случаях инерционно-массовой геометрии тела переменного состава, удовлетворяющей условию (18). Подобный случай визуализирован на рисунке 1а.

Более того, условие (18), а также условия $A(t) > C(t)$, $\dot{A} < 0$, $\dot{C} < 0$ будут выполняться для вытянутых форм тел с предпочтительно продольной геометрией конструкции и каналом горения, размещенным сзади от центра масс. Именно эта ситуация изучалась в [5], и именно она, как правило, характерна для жидкостных ракет, когда топливные частицы сгорают в нижней части ракеты (в камере сгорания), а сопло ракеты вполне короткое и размещено внизу. Также здесь считается, что в топливных трубопроводах движение частиц в камеру сгорания можно рассматривать как медленное по сравнению с их движением в сопле при сгорании, и поэтому в трубопроводах не создается заметных кориолисовых эффектов.

Однако условие (18) может и не выполняться. Так новые подходы к проектированию ракетно-космических систем и возникновение новых идей для типов и компоновок ракетных двигателей, например [16], позволяют предположить что, центр масс геометрически может смещаться внутри корпуса в направлении вниз, что может создавать сразу, либо в процессе изменения инерционно-массовой геометрии отрицательные плечи для распределенных моментов кориолисовых сил, когда величина *D* становится отрицательной (рис. 1б). Такая ситуация также вполне распространена в твердотопливных ракетах, где весь канал горения — практически единое сопло, в котором частицы движутся от носовой части к хвостовой с большим давлением и скоростями, создавая распределенные кориолисовы моменты сил, как «ниже» центра масс, так и «выше» центра масс, когда могут иметь место отрицательные интегральные эффекты, создающие раскачку угла нутации вместо демпфирования прецессионных колебаний.

В связи с вышеуказанным, рассмотрим эффект от действия момента кориолисовых сил в более общей постановке с учётом того, что величина *D* может становиться отрицательной, а также когда моменты инерции *A* и *B* не равны. Приведём пример расчёта для случая горения твёрдотопливного заряда, когда $l < -L/2$, например, для $l = -0{,}52L$, когда $A \neq B$, например, $B = 0{,}9A$. При этом центр масс КА и центр масс заряда будут в разных точках (рис. 2).

Остальные параметры системы такие: $L = 2$; $H = 2$; $V_r = 100$; $t_k = 12$; $R_1 = 0{,}4$; $R_2(t) = 0{,}025t$; $\rho = 780$.

На рис. 2 показан годограф апекса продольной оси и вектора тяги для полной системы с учётом кориолисо-

вых эффектов относительного движения частиц реактивной струи. Как это следует из интегрирования полной системы, в этом случае имеет место «отрицательный» эффект Магнуса, когда конус прецессии увеличивает свой раствор и мы видим раскручивающуюся спираль годографа продольной оси.

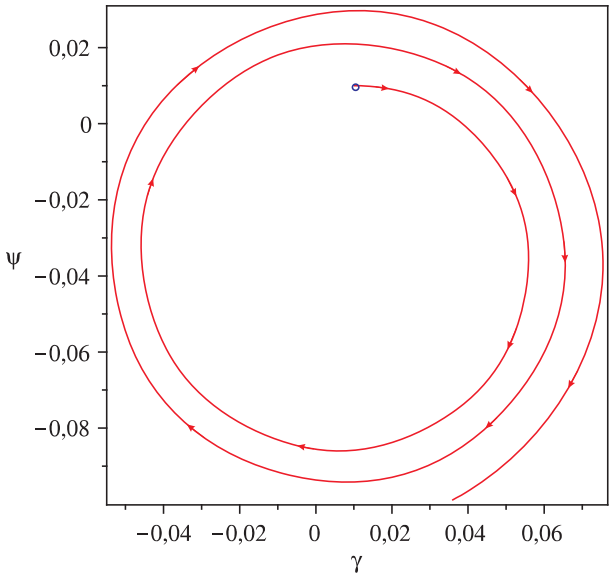


Рис. 2. Годограф вектора тяги для твердотопливного цилиндрического заряда

III. Аналитический синтез

Осуществим запись функции $\langle P\rangle$. Будем, как и в работе [9], использовать систему:

$$\begin{cases} \dot F = (1/2)\, r\left(\alpha - \beta\cos 2F\right) + \eta_1, \\ \dot G = (1/2)\, Gr\beta \sin 2F + \eta_2, \\ \dot r = (1/2)\, G^2 \xi_3 \sin 2F + \eta_3, \end{cases} \tag{19}$$

где

$$\begin{gathered} \alpha = \xi_1 + \xi_2,\ \beta = \xi_1 - \xi_2; \\ \xi_1 = \frac{B}{A} - \frac{C}{A},\ \xi_2 = \frac{A}{B} - \frac{C}{B},\ \xi_3 = \frac{A}{C} - \frac{B}{C}; \\ \eta_1 = \frac{M_x}{A}\cos F - \frac{M_y}{B}\sin F, \\ \eta_2 = \frac{M_x}{A}\sin F + \frac{M_y}{B}\cos F,\ \eta_3 = \frac{M_z}{C}. \end{gathered} \tag{20}$$

Подставляя (12) и (9), в (20), получим:

$$\begin{gathered} \eta_1 = -\frac{1}{2} D v_r G \sin 2F, \quad \eta_3 = \frac{M_z}{C}, \\ \eta_2 = -\frac{1}{2} D v_r G\left[\left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right) + \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)\cos 2F\right]. \end{gathered} \tag{21}$$

После подстановки (21) в (19) и усреднения по F будем иметь:

$$\begin{cases} \langle \dot F\rangle = (1/2)\, r\alpha, \\ \langle \dot G\rangle = -(1/2)\, D v_r G\left(1/A + 1/B\right), \\ \langle \dot r\rangle = M_z / C. \end{cases} \tag{22}$$

В этом случае можно скомпоновать усредненную функцию кривизны, которую и требуется записать явно:

$$\langle P\rangle = \frac{\langle \dot F\rangle - \langle r\rangle}{\langle G\rangle} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\langle \dot F\rangle - \langle r\rangle}{\langle G\rangle}\right), \tag{23}$$

Для явной записи функции (23), подставим (22) в (23) и получим следующий уточненный вид, учитывающий также и эффект Магнуса:

$$\langle P\rangle = \frac{r^2(\alpha-2)^2}{4G^2}\left(\frac{M_z}{Cr} + \frac{\dot\alpha}{\alpha - 2} + \frac{1}{2} D v_r \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B}\right)\right). \tag{24}$$

Из выражения (24) в сравнительном варианте с известными результатами можно заключить следующие утверждения:

1) Формула (24) в отличии от аналогичного выражения, полученного в [9], содержит дополнительное слагаемое $(1/2) D v_r \left(1/A + 1/B\right)$, определяющее действие эффекта Магнуса.
2) Случай, изученный Магнусом [5] с демпфирующим действием реактивной струи, оказывается частным случаем динамики, следующим из выражения (24).
3) Случай Магнуса [5] описан только, когда изменение инерционно-массовой геометрии системы таково, что величина D остаётся положительной в течение всего времени движения системы. Однако, как показано, могут иметь место ситуации, когда $D < 0$, и соответствующий эффект Магнуса уже не будет оказывать демпфирующее действие на динамику углового движения, наоборот, раствор конуса нутации при этом будет увеличиваться.
4) Уточненная динамика системы с моментами сил, зависящими от компонент вектора угловой скорости, в фундаментальном смысле изучалась ранее [7] в предположении динамической симметрии твердых тел. В настоящей же работе осуществлен учёт этих особенностей в ракурсе прикладного исследования в привязке к анализу/синтезу динамики ракетно-космических систем с обобщением на случай динамической асимметрии.
5) Формула (24) также применима для случая, когда динамическая симметрия отсутствует.

IV. Заключение

Таким образом, для детализированного изучения влияния переменной инерционно-массовой геометрии тела/КА переменного состава с твердотопливными ракетными двигателями с учётом эффекта Магнуса в любой его реализации (положительной или отрицательной) можно воспользоваться формулой (24). На её основе можно осуществлять анализ и/или синтез динамики системы, отталкиваясь от способов и типов внутреннего размещения зарядов твердого топлива, и законов его выгорания (объёмного, поверхностного, торцевого, канального и пр. горения), что позволит в итоге получить требуемые зависимости моментов инерции от времени в связанных осях, способствующие реализации позитивной динамики выдачи реактивных импульсов с последующей естественной фокусировкой направления рабо-

ты реактивного двигателя при сворачивающемся внутрь конусе прецессии.

Литература

[1] Grammel R. Der Kreisel: seine theorie und seine Anwendungen. Vieweg+ Teubner Verlag, 1920.

[2] Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы. 2nd ed. М.: Гостехтеоретиздат, 1952.

[3] Gantmakher F.R., Levin L.M. The Flight of Uncontrolled Rockets. Oxford: Pergamon Press, 1964.

[4] Космодемьянский А.А. Курс теоретической механики. Часть 2. М.: Просвещение, 1966. 398 с.

[5] Магнус К. Гироскоп: теория и применение (пер. с немецкого). М.: Мир, 1974.

[6] Cveticanin L. Dynamics of bodies with time-variable mass. Springer, 2016.

[7] Дорошин А.В. Эволюции прецессионного движения неуравновешенных гиростатов переменного состава // Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72, № 3. С. 385–598.

[8] Doroshin A. V. Analysis of attitude motion evolutions of variable mass gyrostats and coaxial rigid bodies system // Int. J. Non. Linear. Mech. Pergamon, 2010. Vol. 45, № 2. P. 193–205.

[9] Doroshin A. V., Krikunov M.M. The generalized method of phase trajectory curvature synthesis in spacecraft attitude dynamics tasks // Int. J. Non. Linear. Mech. Pergamon, 2022. Vol. 147. P. 104246.

[10] Wolny J., Strzałka R. Momentum in the dynamics of variable-mass systems: Classical and relativistic case // Acta Phys. Pol. A. 2019. Vol. 135, № 3. P. 475–479.

[11] Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д. Эволюция движений твердого тела относительно центра масс. М.-Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2015, 308 с.

[12] Aslanov V.S. Rigid Body Dynamics for Space Applications // Rigid Body Dynamics for Space Applications. Butterworth-Heinemann, 2017.

[13] Маркеев А.П. Об устойчивости регулярной прецессии несимметричного гироскопа в критическом случае резонанса четвёртого порядка // Доклады Академии наук. 2018. Т. 481, № 2. С. 151–155.

[14] Leshchenko D., Ershkov S., Kozachenko T. Evolution of a heavy rigid body rotation under the action of unsteady restoring and perturbation torques // Nonlinear Dyn. 2021. Vol. 103, № 2. P. 1517-1528.

[15] Leshchenko D., Ershkov S., Kozachenko T. Rotations of a Rigid Body Close to the Lagrange Case under the Action of Nonstationary Perturbation Torque // J. Appl. Comput. Mech. Shahid Chamran University of Ahvaz, 2022. Vol. 8, № 3. P. 1023–1031.

[16] Елькин А.В. [и др.] Ракетный двигатель на гранулированном твердом топливе // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2021. № 64. С. 16–24.

Управление чувствительным элементом маятникового компенсационного акселерометра с использованием статического модального комбинированного регулятора H_2/H_∞

В.М. Никифоров
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.В. Соловьев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

М.Л. Симаков
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.А. Гусев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

К.А. Андреев
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

А.В. Шевченко
АО «НПЦАП имени академика Н.А. Пилюгина»
г. Москва, Россия

***Аннотация* — Статья рассматривает обеспечение качества управления чувствительным элементом компенсационного маятникового акселерометра на основе минимизации норм, представляющих меру затраченной на управление энергии и наихудший коэффициент передачи от возмущающего воздействия до регулируемого параметра. Синтезированы законы управления чувствительным элементом, который входит в состав обратной связи акселерометра. Представлены результаты математического моделирования с синтезированными регуляторами. Сделаны выводы об обеспечении параметров качества управления с различными регуляторами.**

Ключевые слова — маятниковый компенсационный акселерометр, минимизация норм, модальный комбинированный регулятор, статический регулятор, динамический регулятор, линейные матричные неравенства.

I. Введение

В условиях увеличения эксплуатационных требований к выполняемым функциям технических объектов существует тенденция к увеличению требований к оборудованию систем управления. Качество управления чувствительными элементами командных приборов систем управления различных технических объектов существенно влияет на качество выполнения функций, возложенных на технические объекты. В свою очередь повышение качества управления чувствительными элементами приводит к применению законов управления на основе современных альтернативных подходов, таких как минимизация норм H_2 и H_∞.

Качество функционирования систем управления технических объектов характеризуется различными функционалами, накладывающими ограничения на управляющие воздействия, переменные вектора состояния и время управления. В ряде случаев, когда пространства параметров управления нормированы, нормы можно использовать в качестве применяемых функционалов.

Нормы передаточных матриц позволяют оценивать влияние величины входного сигнала на величину выходного сигнала. В случае, когда входным сигналом является возмущающее воздействие, качество можно оценить, основываясь на величине нормы, то есть, чем меньше норма, тем больше подавляется возмущающее воздействие и, соответственно, выше качество управления. Синтез регулятора выполняется, исходя из минимизации нормы передаточной функции.

Целью работы является повышение качества управления чувствительным элементом компенсационного маятникового акселерометра на основе минимизации норм передаточных функций от входных воздействий H_2 и H_∞.

Объектом исследования является маятниковый компенсационный акселерометр, представленный расширенной математической моделью [1, 2].

Предметом исследования является синтез законов управления на основе минимизации норм H_2 и H_∞ чувствительным элементом маятникового компенсационного акселерометра, который входит в состав обратной связи акселерометра при воздействии внешних возмущающих факторов.

II. Постановка задачи

Задачу работы можно сформулировать следующим образом: для маятникового компенсационного акселерометра, представленного расширенной математической моделью, необходимо синтезировать регулятор в обратной связи акселерометра на основе минимизации норм H_2 и H_∞, обеспечивающий параметры качества время установления $13 \cdot 10^{-3} \leq t_y \leq 15 \cdot 10^{-3}$ с и перерегулирование $\sigma \leq 6.5$ %, а также степень устойчивости, степень быстродействия и т.д.

III. Синтез регуляторов

Методы оптимизации линейных систем управления по нормам Харди пространства H_2 и H_∞ применяются для построения регуляторов в различных технических системам. Модели в пространстве состояний для

замкнутой системы используются для решения задач синтеза статического или динамического регуляторов с функционалом качества в виде норм H_2 и H_∞. Синтез регулятора выполняется на основе минимизации нормы H_2, на основе минимизации нормы H_∞ или на основе минимизации нормы H_2/H_∞. Значение нормы H_2 представляет меру затраченной на управление энергии, значение нормы H_∞ является наихудшим коэффициентом передачи от возмущающего воздействия до регулируемого параметра.

Норма H_2 определяется как затраченная энергия реакции на сигнал в виде дельта-функции через частотную характеристику по формуле:

$$\|\mathrm{W}\|_{H_2}^2 = \frac{1}{2\pi} trace \int_{-\infty}^{\infty} W(\sigma + j\omega) W(\sigma + j\omega)^* \, d\omega.$$

Норма H_∞ определяется как максимальное значение по частоте ω максимального сингулярного числа частотной характеристики по формуле:

$$\|\mathrm{W}\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathrm{R}} \sigma_{\max}\left(W(j\omega)\right).$$

Одним из способов синтеза регулятора является применение линейных матричных неравенств [3, 4]. Состав системы линейных матричных неравенств зависит от минимизируемой нормы.

Другим способом синтеза регулятора является алгоритм на основе решения уравнений Риккати (метод II-Риккати).

Уравнения Рикатти I и Рикатти II в матричном виде при минимизации H_2 имеют вид:

$$A^T P + PA + C_2^T C_2 - \left(PB + C_2^T D_2\right)\left(D_2^T D_2\right)^{-1}\left(D_2^T C_2 + B^T P\right) = 0,$$
$$QA^T + AQ + EE^T - \left(QC_1^T + ED_1^T\right)\left(D_1 D_1^T\right)^{-1}\left(D_1 E^T + C_1 Q\right) = 0.$$

Уравнения Рикатти I и Рикатти II в матричном виде при минимизации H_∞ имеют вид:

$$A^T P + PA + C_2^T C_2 + PEE^T P/\gamma^2 - \left(PB + C_2^T D_2\right)\left(D_2^T D_2\right)^{-1}\left(D_2^T C_2 + B^T P\right) = 0,$$
$$QA^T + AQ + EE^T + QC_2^T C_2 Q/\gamma^2 - \left(QC_1^T + ED_1^T\right)\left(D_1 D_1^T\right)^{-1}\left(D_1 E^T + C_1 Q\right) = 0.$$

При синтезе модального закона управления на основе минимизации нормы H_2/H_∞ с использованием линейных матричных неравенств необходимо, чтобы корни характеристического уравнения были расположены в D-области. D-область ограничена кривыми, определенными на основе линейных матричных неравенств.

В результате синтеза для статических регуляторов получены:

- коэффициенты усиления регулятора,
- значения норм H_2 и H_∞.

В результате синтеза динамического регулятора получены:

- матрицы сопровождения регулятора,
- значения норм H_2 и H_∞.

IV. Результаты моделирования

Проведено математическое моделирование маятникового компенсационного акселерометра в среде динамического моделирования с синтезированными статическими и динамическими регуляторами. Получены графики изменения угла поворота чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра, изменение угловой скорости чувствительного элемента и изменения сингулярного значения замкнутой системы маятникового компенсационного акселерометра.

На рис. 1-3 представлены изменение угла поворота чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра, изменение угловой скорости чувствительного элемента и изменения сингулярного значения замкнутой системы маятникового компенсационного акселерометра с динамическим модальным комбинированным регулятором H_2/H_∞.

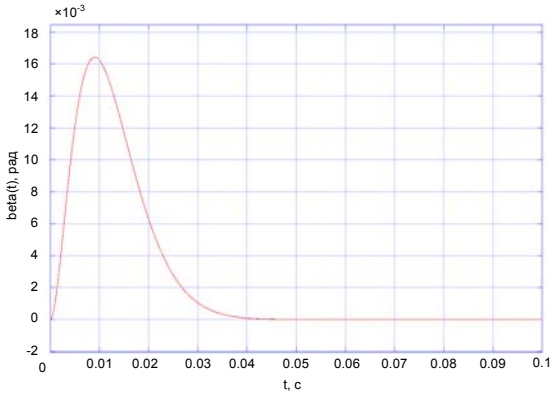


Рис. 1. Изменение угла поворота чувствительного элемента

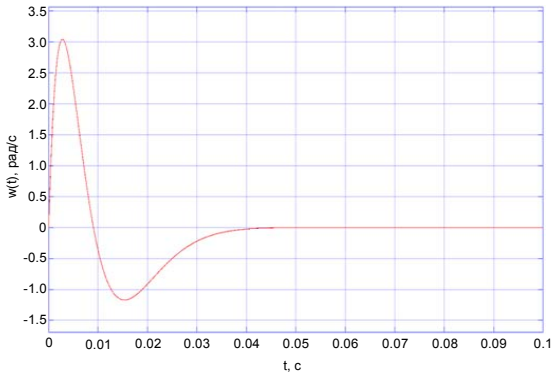


Рис. 2. Изменение угловой скорости чувствительного элемента

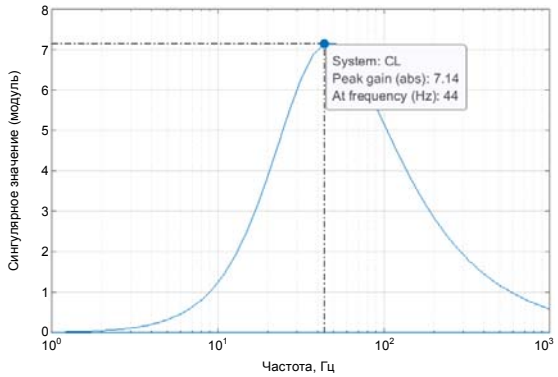


Рис. 3. Изменение сингулярного значения замкнутой системы

На рис. 4-6 представлены изменение угла поворота чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра, изменение угловой скорости чувствительного элемента и изменения сингулярного значения замкнутой системы маятникового компенсационного акселерометра со статическим модальным комбинированным регулятором H_2/H_∞.

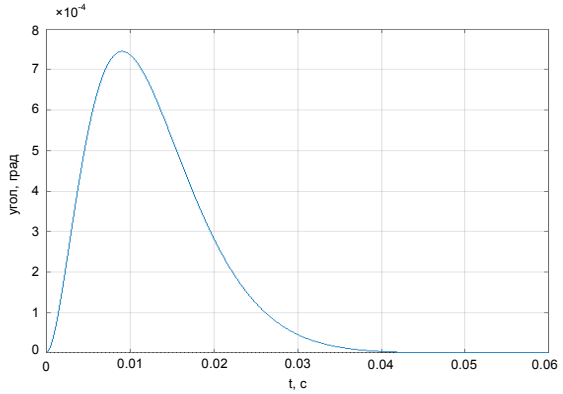


Рис. 4. Изменение угла поворота чувствительного элемента

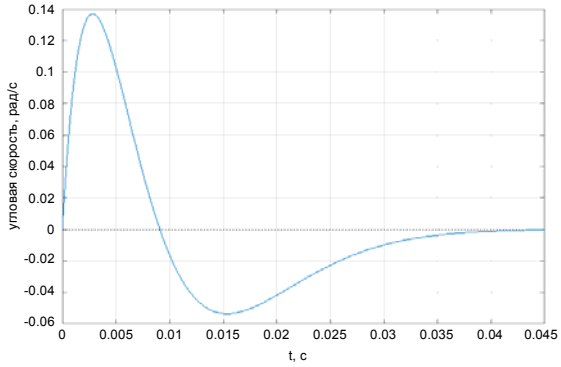


Рис. 5. Изменение угловой скорости чувствительного элемента

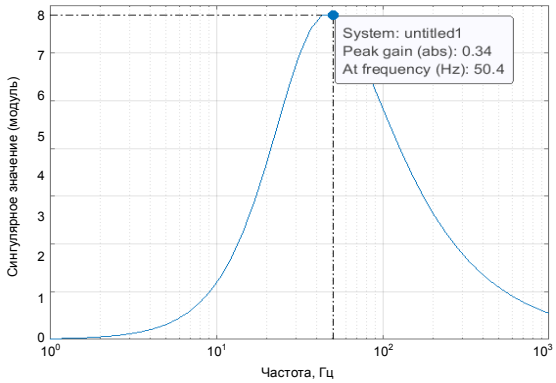


Рис. 6. Изменение сингулярного значения замкнутой системы

Для динамического модального комбинированного регулятора норма H_2 = 113.80. Для статического модального комбинированного регулятора норма H_2 = 43.89.

В случае синтеза регулятора на основе минимизации нормы H_2/H_∞ получены полюса замкнутой системы маятникового компенсационного акселерометра, лежащие в требуемой D-области.

Статический модальный комбинированный регулятор H_2/H_∞ обеспечивает быстродействие и требования к параметрам качества с минимальными затратами энергии по сравнению с другими регуляторами.

V. Заключение

В результате работы можно сделать следующие выводы:

– статический модальный комбинированный регулятор на основе H_2/H_∞ обеспечивает быстродействие и требования к параметрам качества управления чувствительным элементом маятникового компенсационного акселерометра с минимальными затратами энергии по сравнению с другими регуляторами;

– регуляторы, синтезированные на основе минимизации отдельных норм H_2 и H_∞, не обеспечивают быстродействие и требования к параметрам качества управления чувствительным элементом маятникового компенсационного акселерометра;

– наиболее требовательными к ресурсам при синтезе являются динамический регулятор при минимизации нормы H_2 и динамический регулятор при минимизации нормы H_∞, полученный на основе решения уравнения Риккати II;

– полюса замкнутой системы МКА с регуляторами, синтезированными на основе минимизации нормы H_2/H_∞, расположены в требуемой D-области;

– уменьшение нормы H_2 приведёт к увеличению нормы H_∞ и наоборот, что является следствием противоречия между затраченной энергией на подавление внешнего возмущения и наихудшим коэффициентом передачи от возмущающего воздействия до регулируемого параметра.

Литература

[1] Никифоров, В.М. Расширенная математическая модель маятникового акселерометра с кремневым подвесом / В.М. Никифоров, Е.С. Смирнов, Ф.А. Юрлов, М.М. Чайковский, С.С. Золотухин // Труды ФГУП "НПЦАП" Системы и приборы управления, 2016, № 1 (35). С. 27-35.

[2] Никифоров, В.М. Идентификация математической модели маятникового акселерометра с учётом параметрической неопределённости / А.А. Гусев, С.С. Золотухин, Т.А. Жукова, А.А. Нижегородов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. С. 329-332.

[3] Никифоров, В.М. Синтез регулятора обратной связи маятникового акселерометра с применением линейных матричных неравенств и построением инвариантных эллипсоидов / А.А. Гусев, С.С. Золотухин, Т.А. Жукова, А.А. Нижегородов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2017. С. 326-328.

[4] Никифоров, В.М. Повышение качества переходного процесса компенсационного маятникового акселерометра при LMI-управлении. / М.М. Чайковский, А.А. Гусев, К.А. Андреев, А.С. Анохин, Н.П. Стихарева // XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: АО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2020. с. 310-312.

Вывод уравнений динамики полусферического резонатора волнового твердотельного гироскопа методом Даламбера-Суслова*

В.М. Котлов
ФАУ Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
125319, Москва, Россия
e-mail: vadimkot366@yandex.ru

С.Е. Переляев
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН
119526, Москва, Россия
e-mail: pers2030@yandex.ru

***Аннотация*—Рассмотрен переход от теории кольцевого волнового твердотельного гироскопа развитого [1], к теории полусферического волнового твердотельного гироскопа, опираясь на монографию [2], включая условие нерастяжимости срединной поверхности кварцевой полусферы. Для получения инерциальной информации введенный [1] новый физический принцип инертных свойства упругих волн заменяем на более общий принцип инерциального движения упругих деформаций полусферического резонатора. Инерциальные движения упругих деформаций полусферического кварцевого резонатора следуют из решения синтезированных дифференциальных уравнений динамики.**

Ключевые слова — голономная система,* неголономная система*, волновой твердотельный гироскоп (ВТГ), датчик угловой скорости (ДУС), интегрирующий ВТГ.

I. Введение

В представленном исследовании поставлена и решена задача синтеза динамических уравнений одноосного полусферического кварцевого резонатора волнового твердотельного гироскопа (ВТГ).

С целью вывода динамических уравнений используется известный метод В.Ф. Журавлева [1], модифицированный для ВТГ с кольцевым резонатором и представленный в совместном докладе на XXX Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам [3].

В данном исследовании получена система модифицированных дифференциальных динамических уравнений движения полусферического резонатора, использующая новый вид волн (солитонов) как изгибных колебаний самого полусферического резонатора ВТГ, которые могут служить датчиком инерциальной информации, как и обычное инертное твердое тело.

Известный классический метод В.Ф. Журавлева применительно к теории полусферического резонатора ВТГ рассматривается в той же постановке, что в классической работе по теории тонкого кольцевого резонатора [1], т.е., при условии нерастяжимости срединной поверхности полусферического резонатора на основе линейной теории оболочек С.П. Тимошенко [4].

Уравнения динамики движения полусферического ВТГ получены на основе классической голономной механики, используя простой закон Гука - материал резонатора упруго прогибается пропорционально приложенной силе и описывается системой шести дифференциальных уравнений второго порядка каждое.

Из решения уравнений движения, полученных для кинетической энергии полусферического резонатора следует, что упругие деформации перемещаются по резонатору с постоянной скоростью относительно неподвижных осей как жёсткое тело, не меняя своей конфигурации. Это явление в сплошных средах получило название «солитон», или уединенная волна. Движущиеся упругие деформации под действием перегрузок ведут себя как точечные твердые тела.

Моменты времени пересечения «солитонов» с точками вращающегося резонатора, отстоящие от его центра на известном расстоянии, характеризуют угол разворота основания резонатора относительно неподвижной оси. Для получения инерциальной информации введенный в классической работе физический принцип (инертные свойства упругих волн) можно заменить на более общий - принцип инерциальных свойств нового вида волн упругих деформаций резонатора (солитонов).

II. Постановка проблемы

Целью данной работы является синтез системы динамических уравнений движения полусферического резонатора, использующего новый вид механических волн (солитонов). В классических работах Д.М.Климова и В.Ф. Журавлева [1,2] уравнения динамики движения полусферического ВТГ получены в форме известных уравнений механика В.В. Новожилова, использующего теорию тонкостенных упругих оболочек. Оболочкой будем называть упругое тело, размер которого, называемый толщиной оболочки, по одному из направлений существенно меньше двух остальных.
Поверхность оболочки, проходящую через середину ее толщины, назовем срединной поверхностью. Наличие у тонкой пластины вырожденной координаты, то есть координаты, размеры упругого тела вдоль которой малы,

позволяет синтезировать приближенные математические модели, имеющие число независимых переменных на единицу меньше, чем обычно принято в исходной задаче классической теории упругости.

В классической линейной теории оболочек механика С.П.Тимошенко: ”Векторную функцию *R*, определяющую положение точки на эквидистантной поверхности, разлагаем в ряд Тейлора в окрестности срединной поверхности” [4]. При переходе от тонкого кольца к полусфере можно использовать вариационное уравнение Гамильтона – Остроградского, что позволяет применить наработки, полученные авторами [3] для тонкого упругого кольца.

III. Вывод уравнений движения полусферического резонатора методом Лагранжа

Для синтеза уравнений движения полусферического резонатора методом Лагранжа необходимо определить плотности кинетической *T* и потенциальной энергий *U* полусферического кварцевого резонатора и выписать соответствующее уравнение связи (Приложение 2). Уравнения движения полусферы следуют из условия равенства нулю вариации интеграла от полученной плотности функции Лагранжа *L*:

$$\int_{\theta 1}^{\theta 2}\int_{\varphi 1}^{\varphi 2}\int_{t1}^{t2}\delta[L]dtd\varphi\, d\theta = \\ = \int_{\theta 1}^{\theta 2}\int_{\varphi 1}^{\varphi 2}\int_{t1}^{t2}\delta[T-U]dtd\varphi\, d\theta = 0 \qquad (3.1)$$

где: $d[\ ]$ - операция взятия дифференциала, $\delta[\ ]$- операция взятия вариации; $L= T-U$, плотность *T*– кинетической, *U* – плотность потенциальной энергий полусферического резонатора.

В соответствии с принципом стационарного действия Гамильтона [5], уравнения движения полусферы следуют из условия равенства нулю вариации интеграла от полученной плотности функции Лагранжа (3.1).

Распишем выражения для плотности кинетической и потенциальной энергий исследуемого полусферического резонатора:

$$2T = (\dot{r} - v\,\Omega\,cos[\theta])^2 + \\ +(\dot{v} + (r+R)\,\Omega\,cos[\theta] - u\,\Omega\,sin[\theta])^2 + \\ +(\dot{u} + v\,\Omega\,sin[\theta])^2 \qquad (3.2)$$

$$2U=((\mathrm{rs} - v\,cos[\theta]) + \\ +(vs + ((r+R)\,cos[\theta] - u\,sin[\theta]))^2 + (us + \\ v\,sin[\theta])^2) \qquad (3.3)$$

где: $\dot{v} = \frac{\partial}{\partial\tau}v$, $\dot{r} = \frac{\partial}{\partial\tau}r$, $\dot{u} = \frac{\partial}{\partial\tau}u$, $vs = \frac{\partial}{\partial\varphi}v$, $rs = \frac{\partial}{\partial\varphi}r$, $us = \frac{\partial}{\partial\varphi}u$; R, φ, θ – радиус и угловые координаты полусферы; r, v, u – малые деформации точки полусферы вдоль радиуса и перпендикулярно к нему (см. Приложение 1, рис.1); $\tau = \kappa t$– нормализованное время; $\kappa^2 = \frac{EI}{\rho SR^4}$, ρ, E – плотность и модуль Юнга материала полусферы; Здесь I – момент инерции поперечного сечения оболочки полусферического резонатора относительно нейтральной оси; *S* – площадь поперечного сечения оболочки полусферического резонатора.

Применяя простой закон Гука, можно показать, что материал полусферического резонатора упруго прогибается пропорционально приложенной к нему силе. При этом, уравнение связи есть классическое кинематическое условие нерастяжимости срединной поверхности рассматриваемого полусферического резонатора:

$$(rs - v\,cos[\theta])^2 + (vs + ((r+R)\,cos[\theta] - \\ -u\,sin[\theta]))^2 + (us + v\,sin[\theta])^2 = (R\,cos[\theta])^2 \qquad (3.4)$$

где

$$rs = \frac{\partial r[\tau,\varphi,\theta]}{\partial\varphi}, vs = \frac{\partial v[\tau,\varphi,\theta]}{\partial\varphi}, us = \frac{\partial u[\tau,\varphi,\theta]}{\partial\varphi}$$

Путем введения новых переменных $\{I_1, J_1, K_1\}$ представим условие нерастяжимости в следующей линейной форме:

$$\begin{gathered}(rs - v\,cos[\theta]) = I_1 \\ vs + \big((r+R)\,cos[\theta] - u\,sin[\theta]\big) = J_1 \\ us + v\,sin[\theta] = K_1\end{gathered} \qquad (3.5)$$

В введенных выше новых переменных условие нерастяжимости (3.4) будет выглядеть в виде

$$I_1{}^2 + J_1{}^2 + K_1{}^2 = (R\,cos[\theta])^2 \qquad (3.6)$$

Это условие будет выполняться тождественно при любых величинах новых углов $\Psi = \Psi[\varphi], Q = Q[\varphi,\theta]$ связанных с переменными $\{I_1, J_1, K_1\}$ следующим образом:

$$\begin{cases} I_1 \to \rho_1\,sin[\Psi]sin[Q] \\ J_1 \to \rho_1\,sin[\Psi]cos[Q] \\ K_1 \to \rho_1\,cos[\Psi] \end{cases} \qquad (3.7)$$

где: $\rho_1 = R\,cos[\theta]$.

В соответствии с классической линейной теорией оболочек С.П.Тимошенко разлагаем выражение (3.3) для потенциальной энергии *U* в ряд Тейлора в окрестности срединной поверхности. При отклонении от срединной поверхности самого полусферического резонатора плотность потенциальной энергии *U* изменится по углу φ:

$$\begin{cases} r_{s\varphi} - v_\varphi\,cos[\theta] = I_{1\varphi} \\ v_{s\varphi} + \big(r_\varphi\,cos[\theta] - u_\varphi\,sin[\theta]\big) = J_{1\varphi} \\ u_{s\varphi} + v_\varphi\,sin[\theta] = K_{1\varphi} \end{cases} \qquad (3.8)$$

где соответственно: $r_{s\varphi} = \frac{\partial rs}{\partial\varphi}$, $v_{s\varphi} = \frac{\partial vs}{\partial\varphi}$, $u_{s\varphi} = \frac{\partial us}{\partial\varphi}$;

$$I_{1\varphi} = \frac{\partial}{\partial\varphi}I_1, J_{1\varphi} = \frac{\partial}{\partial\varphi}J_1, \ K_{1\varphi} = \frac{\partial}{\partial\varphi}K_1$$

При отклонении от срединной поверхности полусферического резонатора плотность потенциальной энергии *U* изменится по углу θ:

$$\begin{cases} r_{s\theta} - v_\theta\,cos[\theta] + v_\theta\,sin[\theta] = I_{1\theta} \\ v_{s\theta} + (r_\theta\,cos[\theta] - u_\theta sin[\theta]) - \\ -(r_\theta\,sin[\theta] + u_\theta cos[\theta]) = J_{1\theta} \\ u_{s\theta} + v_\theta sin[\theta] + v_\theta cos[\theta] = K_{1\theta} \end{cases} \qquad (3.9)$$

где: $r_{s\theta}=\frac{\partial rs}{\partial\theta}$, $v_{s\theta}=\frac{\partial vs}{\partial\theta}$, $u_{s\theta}=\frac{\partial us}{\partial\theta}$,
$I_{1\theta}=\frac{\partial}{\partial\theta}I_1$, $J_{1\theta}=\frac{\partial}{\partial\theta}J_1$, $K_{1\theta}=\frac{\partial}{\partial\theta}K_1$.

В окрестности срединной поверхности оболочки полусферического резонатора потенциальная энергия *U* будет иметь следующий аналитический вид:

$$2U=\delta^2(R\cos[\theta])^2+\kappa^2\left({I_s}^2+{J_s}^2+{K_s}^2\right)+ +\kappa^2(I_\theta^2+J_\theta^2+K_\theta^2) \quad (3.10)$$

где: $\delta^2=\frac{E}{\rho R^2}$, $\kappa^2=\frac{EI}{\rho SR^4}$.

IV. **Уравнения динамики полусферического резонатора.**

Методом Даламбера, модифицированным механиком Сусловым [6] для систем с неинтегрируемыми связями, получим искомую систему уравнений динамики полусферического резонатора. Уравнения динамики такого резонатора представляют собой систему шести дифференциальных уравнений второго порядка каждое (см. Приложение 2). Первые три дифференциальных уравнения системы - уравнения второго порядка при условии постоянства углов θ, φ имеют следующий вид:

$$\begin{cases}\frac{\ddot r}{\cos[\theta]}=\left(2\dot v\Omega+v\dot\Omega+\Omega^2\left((r+R)\cos[\theta]-u\sin[\theta]\right)\right)\\ \frac{\ddot u}{\sin[\theta]}=-\left(2\dot v\Omega+v\dot\Omega+\Omega^2\left((r+R)\cos[\theta]-u\sin[\theta]\right)\right)\\ \ddot v=\left(v\Omega^2-2\Omega\left(\dot r\cos[\theta]-\dot u\sin[\theta]\right)-\dot\Omega\begin{pmatrix}(r+R)\cos[\theta]\\ -u\sin[\theta]\end{pmatrix}\right)\end{cases} \quad (4.1)$$

где: $\ddot r=\frac{\partial}{\partial\tau}\dot r$, $\ddot u=\frac{\partial}{\partial\tau}\dot u$, $\ddot v=\frac{\partial}{\partial\tau}\dot v$, $\dot\Omega=\frac{\partial}{\partial\tau}\Omega$

Вторые два дифференциальных уравнения второго порядка при условии постоянства переменных *τ*, *θ* будут выглядеть так:

$$\begin{cases}\frac{d}{d\varphi}Q=\mathrm{Q}_s,\ \ \frac{d}{d\varphi}\Psi=\Psi_s\\ \frac{d}{d\varphi}(\mathrm{Q}_s sin[\Psi]^2)=0,\frac{d}{d\varphi}\left({\Psi_s}^2+{\mathrm{Q}_s}^2 sin[\Psi]^2\right)=0\end{cases} \quad (4.2)$$

Третье дифференциальное уравнение второго порядка при постоянных значениях переменных *τ*, *φ* имеет вид:

$$\begin{cases}\frac{d}{d\theta}Q=Q_\theta,\\ \frac{d[Q_\theta\cos[\theta]^2]}{d\theta}=0\end{cases} \quad (4.3)$$

V. **Решение системы уравнений динамики полусферического резонатора**

Решение системы уравнений вида (4.1), (4.2), (4.3) дает волновое движение полусферического резонатора:

$$\{r[\tau,\Delta\varphi,\Delta\theta]+R,v[\tau,\Delta\varphi,\Delta\theta],u[\tau,\Delta\varphi,\Delta\theta]\}= =\left\{\Delta X_{\mathrm{no}}+V_{\mathrm{xn}}\tau,\Delta Y_{\mathrm{no}}+V_{\mathrm{yn}}\tau,\Delta Z_{\mathrm{no}}+V_{\mathrm{zn}}\tau\right\}\cdot \cdot\begin{pmatrix}cos\left[\varphi+\psi[t]\right] & -sin\left[\varphi+\psi[t]\right] & 0\\ sin\left[\varphi+\psi[t]\right] & \cos\left[\varphi+\psi[t]\right] & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\boldsymbol{C}+ +f[\Delta\varphi,\Delta\theta] \quad (5.1)$$

где: $f[\Delta\varphi,\Delta\theta]=\{r_o+R_o,v_o,u_o\}\cdot Exp[C\,\Delta\varphi\,]+$

$$+\rho_1\int_0^{\Delta\varphi}(\{sin[\Psi]sin[Q],sin[\Psi]cos[Q],cos[\Psi]\}\cdot \cdot Exp[C\,\Delta\varphi_2\,])\cdot d\Delta\varphi_2 \quad (5.2)$$

$$\rho_1=R\,Cos[\theta],\ \boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}0 & -cos[\theta] & 0\\ cos[\theta] & 0 & -sin[\theta]\\ 0 & sin[\theta] & 0\end{pmatrix}$$

здесь: $\Psi=\Psi[\Delta\varphi-\Delta\varphi_2],Q=Q[\Delta\varphi-\Delta\varphi_2,\Delta\theta]$;
r_o,v_o,u_o – начальные значения параметров;
$\{\Delta X_{\mathrm{no}},\Delta Y_{\mathrm{no}},\Delta Z_{\mathrm{no}},V_{\mathrm{xn}},V_{\mathrm{yn}},V_{\mathrm{zn}}\}$ – постоянные величины.

ВЫВОДЫ

Из синтезированных в данном исследовании дифференциальных уравнений динамики движения полусферического резонатора следует:

- ❖ возможность разработки как инерциального датчика угла поворота (интегрирующего гироскопа), так и ДУС без возбуждения механических стоячих волн упругих колебаний кромки полусферического резонатора;
- ❖ возможность использования полученных аналитических выражений с целью обработки измеряемых параметров для определения угловой скорости и/или интеграла от угловой скорости основания гироскопа;
- ❖ возможность формирования уединенных механических стоячих волн (солитонов) как изгибных колебаний кромки полусферического резонатора ВТГ, которые могут служить датчиком инерциальной информации, как и обычное инертное твердое тело.

К новым результатам теории одноосного полусферического резонатора ВТГ следует отнести:

а) доказательство интегрируемости кинематического условия нерастяжимости срединной поверхности полусферического резонатора и упрощение подхода к выводу дифференциальных уравнений динамики движения одноосного инерциального датчика;

в) подтверждение голономности условия нерастяжимости срединной поверхности полусферического резонатора, что дает возможность получить уравнения динамики движения с помощью пакета программы символьной математики для инженерных вычислений «Wolfram Research Mathematica» 5.2.0 (Приложение 1);

с) получение уравнений динамики движения одноосного полусферического ВТГ в виде шести обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, независимых между собой по времени и углам, что позволяет практически использовать обыкновенные дифференциальные уравнения типа Линча-Журавлева;

д) инерциальная информация, определяющая гироскопический эффект, зависит от инерциального движения деформаций полусферического резонатора, что дает обоснование инертных свойств стоячих волн.

Из анализа полученных в данном исследовании дифференциальных уравнений динамики движения полусферического резонатора следует:

- возможность разработки нового инерциального датчика угла поворота (интегрирующего гироскопа) и датчика угловой скорости (ДУС) без возбуждения механических стоячих волн упругих колебаний кромки резонатора;
- возможность формирования уединенных механических волн (солитонов) как изгибных колебаний кромки полусферического резонатора, которые могут служить датчиком инерциальной информации, как и обычное инертное твердое тело.

Литература

[1] Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. - М.: Наука, 1985.
[2] Климов Д.М., Журавлев В.Ф., Жбанов Ю.К. Кварцевый полусферический резонатор (волновой твердотельный гироскоп). - М.: Ким Л.А., 2017.
[3] Котлов В.М., Переляев С.Е. Вывод уравнений динамики движения кольцевого волнового твердотельного и маятникового гироскопов методом голономной механики // XXX Международная конференция по интегрированным навигационным системам. сб.: Матер. конференции. Санкт-Петербург, 2023. с. 395-398.
[4] Рикардс Р.Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин — Рига: Зинатне, 1988.
[5] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Наука, 1965.
[6] Суслов Г.К. Теоретическая механика. М.,Л: ГИТТЛ, 1946.

Приложение 1

Вывод системы уравнений динамики резонатора (4.1) при применении компьютерной системы аналитических преобразований [*Wolfram Research Mathematica* 5.2.0].

Подставляя в компьютерную программу вычисления уравнения Эйлера «Euler Equations» кинетическую энергию

$$2T = (r1 - v\,\Omega\,\mathrm{Cos}[\theta])^2 + \Big(v1 + \Omega\big((r + R)\mathrm{Cos}[\theta] - u\mathrm{Sin}[\theta]\big)\Big)^2 + (u1 + v\Omega\mathrm{Sin}[\theta])^2$$

при замене переменных:

$$r \to r[t, \varphi, \theta],\ v \to v[t, \varphi, \theta],\ u \to u[t, \varphi, \theta],$$
$$r1 \to r^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta],\ v1 \to v^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta],\ u1 \to u^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta]$$

задействуем программу вычисления уравнения Эйлера:

«Calculus`Variational Methods`Euler Equations»

$$\frac{1}{2}\Big(\big(r^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] - v[t, \varphi]\Omega[t]\mathrm{Cos}[\theta]\big)^2 + (v^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] + \Omega[t]((r[t, \varphi, \theta] + R)\mathrm{Cos}[\theta] - u[t, \varphi, \theta]\mathrm{Sin}[\theta]))^2 + (u^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] + v[t, \varphi, \theta]\Omega[t]\mathrm{Sin}[\theta])^2\Big),$$
$$\{r[t, \varphi, \theta], v[t, \varphi, \theta], u[t, \varphi, \theta]\}, \{t, \varphi, \theta\}]$$

получим три дифференциальные уравнения, которые при замене переменных:

$$r[t, \varphi, \theta] \to r, v[t, \varphi, \theta] \to v, u[t, \varphi, \theta] \to u$$
$$r^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to r1, v^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to v1, u^{(1,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to u1$$
$$r^{(2,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to r2, v^{(2,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to v2, u^{(2,0,0)}[t, \varphi, \theta] \to u2$$

дают искомые три выражения уравнений Эйлера:

$$\{-r2 + 2v1\Omega\mathrm{Cos}[\theta] + v\Omega1\mathrm{Cos}[\theta] + \Omega^2\mathrm{Cos}[\theta](r\mathrm{Cos}[\theta] + R\mathrm{Cos}[\theta] - u\mathrm{Sin}[\theta]) = 0;$$
$$-u2 - 2v1\Omega\mathrm{Sin}[\theta] - v\Omega1\mathrm{Sin}[\theta] - \Omega^2\mathrm{Sin}[\theta](r\mathrm{Cos}[\theta] + R\mathrm{Cos}[\theta] - u\mathrm{Sin}[\theta]) = 0\};$$
$$-v2 + v\Omega^2 - 2r1\Omega\mathrm{Cos}[\theta] + 2u1\Omega\mathrm{Sin}[\theta] - \Omega1(r\mathrm{Cos}[\theta] + R\mathrm{Cos}[\theta] - u\mathrm{Sin}[\theta]) = 0$$

Полученные три уравнения рассматриваются при условии

$$\varphi = \mathrm{Const}, \theta = \mathrm{Const}$$

при котором они имеют следующий аналитический вид:

$$\frac{d}{dt1}r = r1, \frac{d}{dt1}v = v1, \frac{d}{dt1}u = u1$$
$$\frac{1}{\mathrm{Cos}[\theta]}\frac{d}{dt1}r1 = (2v1\,\Omega + v\,\Omega1 + (r + R)\Omega^2),$$
$$\frac{1}{\mathrm{Sin}[\theta]}\frac{d}{dt1}u1 = -(2v1\,\Omega + v\,\Omega1 + (r + R)\Omega^2)$$
$$\frac{d}{dt1}v1 = (v\Omega^2 - 2\Omega(r1\mathrm{Cos}[\theta] - u1\mathrm{Sin}[\theta]) - \Omega1((r + R)\mathrm{Cos}[\theta] - u\mathrm{Sin}[\theta]))$$

где (см. Журавлев [1] стр.16 ф. (1.23) и ф. (1.24)):

$$t1 = \kappa1\,t, \qquad \Omega[t1] = \frac{\Omega[t]}{\kappa1},\ \Omega'[t1] = \frac{d}{dt1}\Omega[t1]$$

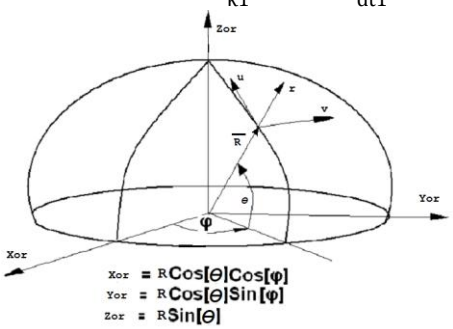


Рис. 1

Приложение 2.

Вывод аналитического выражения кинетической энергии движения деформаций полусферического резонатора

$\overline{\mathrm{Ror}}$ – радиус-вектор точек полусферического резонатора в проекциях на оси основания резонатора:

$$\overline{\mathrm{Ror}} = \{\underset{\mathrm{Xor}}{\mathrm{RCos}[\theta]\mathrm{Cos}[\varphi]}, \underset{\mathrm{Yor}}{\mathrm{RCos}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi]}, \underset{\mathrm{Zor}}{\mathrm{RSin}[\theta]}\} \quad (\text{П2.1})$$

В соответствии с рис.1 деформация $\overline{\mathrm{dRor}}$ резонатора вдоль осей $\{\bar{r}, \bar{v}, \bar{u}\}$ будет:

$$\overline{\mathrm{dRor}} = \{r, v, u\}.\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Cos}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Sin}[\theta] \\ -\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\varphi] & 0 \\ -\mathrm{Cos}[\varphi]\mathrm{Sin}[\theta] & -\mathrm{Sin}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix} \quad (\text{П2.2})$$

Полагая, что радиус-вектор деформированного резонатора по осям основания резонатора будет:

$$\overline{\mathrm{Rr}} = \overline{\mathrm{Ror}} + \overline{\mathrm{dRor}} \quad (\text{П2.3})$$

И, учитывая, что (П2.1) можно представить как

$$\overline{\mathrm{Ror}} = \{R, 0, 0\}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Cos}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Sin}[\theta] \\ -\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\varphi] & 0 \\ -\mathrm{Cos}[\varphi]\mathrm{Sin}[\theta] & -\mathrm{Sin}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix} \quad (\text{П2.4})$$

получим в правой части (П2.3) выражение:

$$\overline{\mathrm{Rr}} = \{R + r, v, u\}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Cos}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Sin}[\theta] \\ -\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\varphi] & 0 \\ -\mathrm{Cos}[\varphi]\mathrm{Sin}[\theta] & -\mathrm{Sin}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix} \quad (\text{П2.5})$$

Вращение осей основания резонатора $\{\mathrm{Xor}, \mathrm{Yor}, \mathrm{Zor}\}$ относительно инерциальных осей $\{\mathrm{Xn}, \mathrm{Yn}, \mathrm{Zn}\}$ вокруг оси Zn задается матрицей:

$$\begin{array}{cccc} \backslash & \mathrm{Xn} & \mathrm{Yn} & \mathrm{Zn} \\ \mathrm{Xor} & \mathrm{Cos}[\psi[t]] & \mathrm{Sin}[\psi[t]] & 0 \\ \mathrm{Yor} & -\mathrm{Sin}[\psi[t]] & \mathrm{Cos}[\psi[t]] & 0 \\ \mathrm{Zor} & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad (\text{П2.6})$$

Пусть радиус-вектор деформированного резонатора в проекциях на инерциальные оси есть:

$$\overline{\mathrm{Rn}} = \{\underset{\mathrm{Xn}}{\Delta\mathrm{Xn}}, \underset{\mathrm{Yn}}{\Delta\mathrm{Yn}}, \underset{\mathrm{Zn}}{\Delta\mathrm{Zn}}\} \quad (\text{П2.7})$$

Связь между $\overline{\mathrm{Rn}}$ и $\overline{\mathrm{Rr}}$ согласно формулам (П2.3, П2.7) есть:

$$\overline{\mathrm{Rn}} = \overline{\mathrm{Rr}}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\psi[t]] & \mathrm{Sin}[\psi[t]] & \mathrm{Sin}[\theta] \\ -\mathrm{Sin}[\psi[t]] & \mathrm{Cos}[\psi[t]] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \{R + r, v, u\}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\psi[t]] & \mathrm{Sin}[\psi[t]] & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\psi[t]] & \mathrm{Cos}[\psi[t]] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{П2.8})$$

Учитывая, что матрица

$$\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Cos}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Sin}[\theta] \\ -\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\varphi] & 0 \\ -\mathrm{Cos}[\varphi]\mathrm{Sin}[\theta] & -\mathrm{Sin}[\theta]\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta] & 0 & \mathrm{Sin}[\theta] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\theta] & 0 & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\varphi] & \mathrm{Sin}[\varphi] & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\varphi] & \mathrm{Cos}[\varphi] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

получим, что $\overline{\mathrm{Rn}}$ согласно (П2.7, П2.8) будет:

$$\overline{\mathrm{Rn}} = \{\Delta\mathrm{Xn}, \Delta\mathrm{Yn}, \Delta\mathrm{Zn}\} =$$
$$\{R + r, v, u\}.\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta] & 0 & \mathrm{Sin}[\theta] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\theta] & 0 & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{П2.9})$$

Скорость движения точек деформированного резонатора относитльно инерциальных осей получим, дифференцируя $\overline{\mathrm{Rn}}$ по времени:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overline{\mathrm{Rn}} = \left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\Delta\mathrm{Xn}, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\Delta\mathrm{Yn}, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\Delta\mathrm{Zn}\right\} = \{\mathrm{Vxn}, \mathrm{Vyn}, \mathrm{Vzn}\} \quad (\text{П2.10})$$

Учитывая аналитическое выражение (П2.10), получим:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overline{\mathrm{Rn}} = \{r1, v1, u1\}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta] & 0 & \mathrm{Sin}[\theta] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\theta] & 0 & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix}.$$
$$\cdot\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} +$$
$$+\{R + r, v, u\}.\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\theta] & 0 & \mathrm{Sin}[\theta] \\ 0 & 1 & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\theta] & 0 & \mathrm{Cos}[\theta] \end{pmatrix}.$$
$$\begin{pmatrix} \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ -\mathrm{Sin}[\varphi + \psi[t]] & \mathrm{Cos}[\varphi + \psi[t]] & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\cdot\begin{pmatrix} 0 & \Omega & 0 \\ -\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Откуда искомое выражение кинетической энергии будет равно:

$$2\mathrm{T} = \mathrm{Vxn}^2 + \mathrm{Vyn}^2 + \mathrm{Vzn}^2 = (r1 - v\,\Omega\,\mathrm{Cos}[\theta])^2 +$$
$$+(v1 + \Omega\,((r + R)\,\mathrm{Cos}[\theta] - u\,\mathrm{Sin}[\theta]))^2 +$$
$$+(u1 + v\,\Omega\,\mathrm{Sin}[\theta])^2$$

Относительная навигация летательных аппаратов с использованием оптической системы наблюдения

А. Княжский
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
knjagskij@mail.ru

А. Небылов
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
nebylov@aanet.ru

В. Небылов
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Санкт-Петербург, Россия
vladnebylov@gmail.com

Аннотация – предложен принцип относительной навигации летательных аппаратов, позволяющий определять взаимное расположение летательных аппаратов за счет обработки изображения с учетом заранее известной геометрии расположения источников света на корпусе наблюдаемого летательного аппарата. Работоспособность предложенного принципа подтверждена путем компьютерного моделирования.

Keywords—наблюдение, оптическая система, стыковка, летательные аппараты, относительное движение

I. Введение

Предлагается принцип работы оптической системы наблюдения для осуществления относительной навигации летательных аппаратов, заключающийся в установке светодиодов различных цветов на корпусе наблюдаемого летательного аппарата (ЛА), задании геометрии расположения данных светодиодов и их цветов в систему управления наблюдающим ЛА, получении видеоизображения, выделении из него координат и цветов светодиодов (в системе координат двумерного изображения), сопоставлении геометрии наблюдаемого расположения светодиодов с заданным и вычислении на основе их отклонений и масштаба координат положения наблюдающего ЛА относительно наблюдаемого ЛА.

II. Принцип работы оптической системы наблюдения

Предлагаемый принцип возможно реализовать следующим образом:

1. задать цвета и другие характеристики свечения светодиодов, по которым определяется местоположение наблюдающего ЛА, относительно наблюдаемого ЛА, и геометрию их расположения, например, таким образом, чтобы все точки имели разные цвета и интенсивность свечения, частоту мерцания, либо другие характеристики свечения, определяемые инфракрасной камерой. Для упрощения идентификации цвета светодиода оптической камерой используются цвета радуги;

2. получить видеоизображение наблюдаемого ЛА, например, комплексируя изображения, полученные с использованием видеокамер, работающих в оптическом и инфракрасном диапазонах;

3. определить цвета и координаты светодиодов на изображении ЛА, например, используя нейросетевые алгоритмы обработки изображений;

4. вычислить расстояния на изображении между светодиодами и углы наклона отрезков между ними, относительно горизонтальной оси;

5. по вычисленным углам наклона отрезков между светодиодами на изображении найти расстояние до наблюдаемого ЛА и углы поворота наблюдающего ЛА относительно наблюдаемого ЛА.

С учетом того, что видеокамера должна генерировать взаимно однозначную связь между объектом и изображением, расстояние между ЛА вычисляется как произведение фокусного расстояния на отношение эталонного расстояния к наблюдаемому. Эталонное расстояние вычисляется с учетом углов наклона на изображении, вычисляемых по известным тригонометрическим формулам, исходя из взаимного и наблюдаемого расположения светодиодов.

III. Описание устройства

На рис. 1 и 2 представлено устройство для реализации способа стыковки ЛА с использованием оптической системы наблюдения и введены следующие обозначения: 1 - платформа; 2 - стыковочные элементы ЛА-носителя; 3 - демпферы; 4 - система управления ЛА-носителем; 5 - пульт управления; 6 - система автоматического управления стыковкой пристыковывающегося ЛА с ЛА-носителем; 7 – приемо-передатчик сигналов ЛА-носителя; 8 - стыковочные элементы пристыковывающегося ЛА; 9 – системы управления пристыковывающегося ЛА; 10 – приемо-передатчик сигналов на пристыковывающемся ЛА; 11 - светодиоды, излучающие заданные цвета; 12 - системы контроля и управления светодиодами; 13 - оптическая видеокамера; 14 - инфракрасная видеокамера; 15 - модуль комплексной обработки видеоизображений.

В качестве стыковочных элементов на ЛА-носителе и пристыковывающемся ЛА можно использовать, например, высокопрочные термостойкие металлические захваты, производящие автоматический взаимный захват при

сближении друг с другом с заданной точностью с определенного направления. Между корпусом аппарата и захватом стыковочного элемента должен быть расположен демпфер, гасящий удар от стыковки ЛА. Фиксация пристыковывающегося ЛА на корпусе ЛА-носителя должна проводиться таким образом, чтобы трение и нагрев между корпусами и стыковочными элементами не разрушали их конструкции. Система автоматического управления стыковкой может представлять собой вычислительное устройство, которое после поступления сигнала запуска стыковки с пульта управления, начинает принимать сигнал о положении пристыковывающегося ЛА, о местоположении ЛА-носителя и при попадании пространственных и угловых координат пристыковывающегося ЛА относительно ЛА-носителя в установленные диапазоны, автоматически производит его захват с использованием стыковочных элементов ЛА-носителя. Светодиоды должны светиться разными цветами, таким образом, чтобы по ним возможно было однозначно определить положение пристыковывающегося ЛА относительно ЛА-носителя.

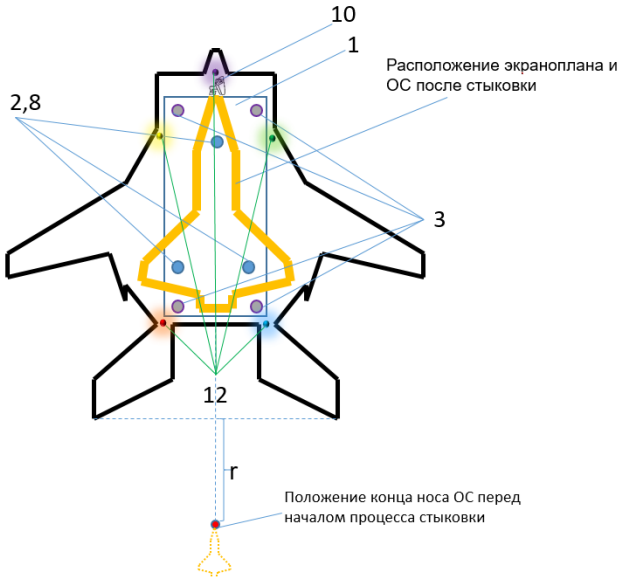


Рис. 1. Устройство для реализации способа стыковки летательных аппаратов с использованием оптической системы наблюдения

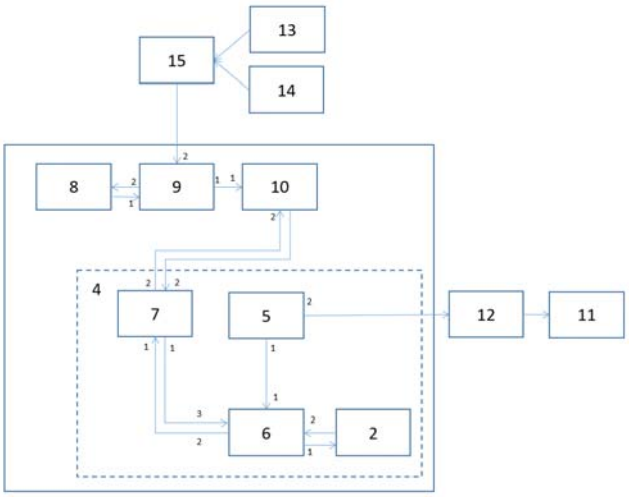


Рис. 2. Схема взаимодействия устройства для реализации способа стыковки летательных аппаратов с использованием оптической системы наблюдения

IV. Моделирование

Для оценки возможности применения предлагаемого принципа работы оптической системы наблюдения для осуществления относительной навигации ЛА было проведено компьютерное моделирование на языке Python. При моделировании решалась задача посадки воздушно-космического самолета на ЛА с динамическим принципом поддержания, например, экраноплана. Четыре светодиода были расположены в хвостовой части ЛА, еще два на верхней передней части фюзеляжа, и два по бокам. При этом светодиоды, расположенные в правой части, были продублированы для возможности их распознавания инфракрасной камерой без определения цвета. Моделирование проводилось с учетом принципов движения ЛА, изложенных в [1-3].

Динамические характеристики ЛА задавались путем ограничения их угловых скоростей и первых производных от них, а также ускорения при аэродинамическом торможении ЛА и временем запаздывания реакции органов управления. Необходимость в установлении верхних пределов путевых скоростей и ускорений ЛА отсутствовала по причине того, что допускалось только их уменьшение, за исключением случайных колебаний, вызванных погрешностями управления.

Были приняты следующие допущения: суммарная погрешность управления и внешнего воздействия для путевого угла, угла наклона траектории и путевой скорости распределена по гауссовскому закону распределения с нулевым математическим ожиданием. Колебания траектории пристыковывающегося ЛА больше по мощности и частоте колебаний траектории ЛА-носителя, по причине меньшей массы пристыковывающегося ЛА. Поскольку ветер воздействует на оба ЛА практически одинаково, погрешностью управления пристыковывающегося ЛА относительно ЛА-носителя, вызываемой ветром, можно пренебречь.

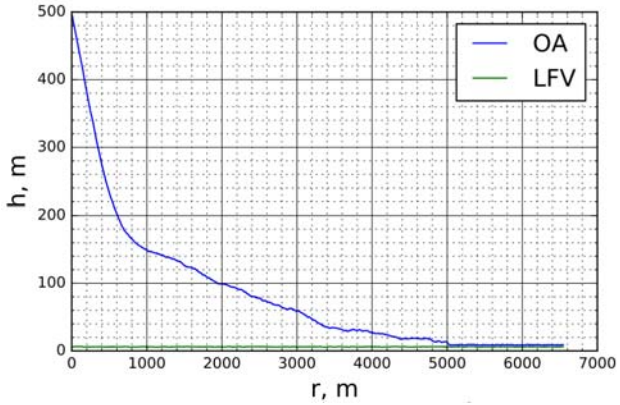
Относительно центра масс ЛА-носителя были заданы координаты расположения светодиодов и их цвета (коды). Предполагалось, что система наблюдения достоверно определяет расположение светодиодов с вероятностью 90%.

Параметры модели: путевая скорость ОС и НЛА во время стыковки 90 – 120 м/с; высота движения НЛА 5-8 м с колебанием высоты в 1 м; скорость сближения ОС и НЛА перед стыковкой 2-4 м/с; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия ОС по путевому углу имеет среднеквадратическое отклонение 1-4 град; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия ОС по путевой скорости имеет среднеквадратическое отклонение 0.5-2 м/с; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия НЛА по путевому углу имеет среднеквадратическое отклонение 1-4 град; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия НЛА по путевой скорости имеет среднеквадратическое отклонение 0.5-2 м/с; заданный угол наклона траектории ОС на основном участке посадки 20 - 40 град; заданный угол наклона траектории ОС при посадке перед выходом на горизонтальную траекторию 2-5 град.

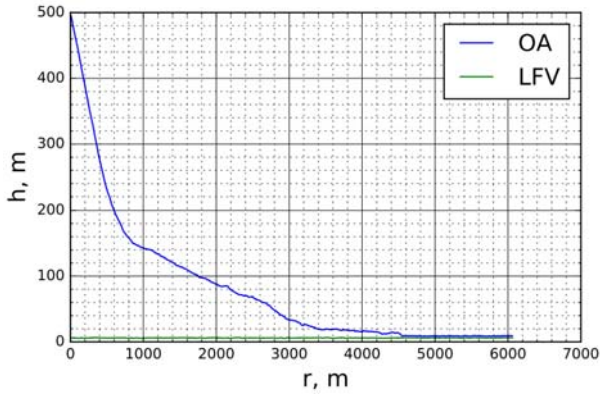
Моделирование проводилось путем последовательного поочередного изменения указанных параметров модели с шагом 0.1 град по путевому углу и 0.1 м/с по

путевой скорости. Таким образом модель дискретно прошла через все пространство состояний.

На рис. 3-6 представлены графики, описывающие реализации траектории посадки ОС и движения НЛА при следующих параметрах: путевая скорость ОС и НЛА во время стыковки 100 м/с; скорость сближения ОС и НЛА перед стыковкой 2 м/с; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия ОС по путевому углу имеет среднеквадратическое отклонение 3 град; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия ОС по путевой скорости имеет среднеквадратическое отклонение 1 м/с; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия НЛА по путевому углу имеет среднеквадратическое отклонение 3 град; суммарная погрешность управления и внешнего воздействия НЛА по путевой скорости имеет среднеквадратическое отклонение 1 м/с; заданный угол наклона траектории ОС на основном участке посадки 30 град; заданный угол наклона траектории ОС при посадке перед выходом на горизонтальную траекторию 3 град.



а)



б)

Рис. 3. Зависимости высот ОС (OA – orbital aircraft) и НЛА (low-flying vehicle) от пройденного расстояния

На рис. 3а и рис 3б приведены примеры изменения высот траекторий НЛА и ОС для осуществления их стыковки. НЛА движется прямо с заданными путевым углом, путевой скоростью и высотой полета. До выхода на высоту начала маневра стыковки (около 200 м) ОС опускается под углом 30 град, после чего, с целью повышения точности стыковки и увеличения времени на прицеливание уменьшает угол до 3 град. После выхода на высоту стыковки ОС догоняет НЛА со скоростью большей скорости НЛА на 2-4 м/с, стараясь выдерживать высоту стыковки. После захвата ОС манипулятором и осуществления стыковки, высота ОС стабилизируется на заданную величину, относительно высоты НЛА. В первом варианте реализации (рис. 1а) догон НЛА ОС и стыковка осуществились в течении 10 с. За это время НЛА и ОС прошли порядка 1000 м (на интервале r = [3200,4200] м). Во втором варианте (рис. 1б) приведен догон НЛА ОС и их стыковка осуществлялись примерно 5 сек, за это время было пройдено расстояние около 500 м (на интервале r = [4200,4800] м). Таким образом, время стыковки и траектория подлета являются вероятностными величинами. Время стыковки зависит от точности управления ОС, НЛА и устройством осуществления стыковки, в первую очередь манипулятором. Наиболее легко осуществлять захват крупным манипулятором.

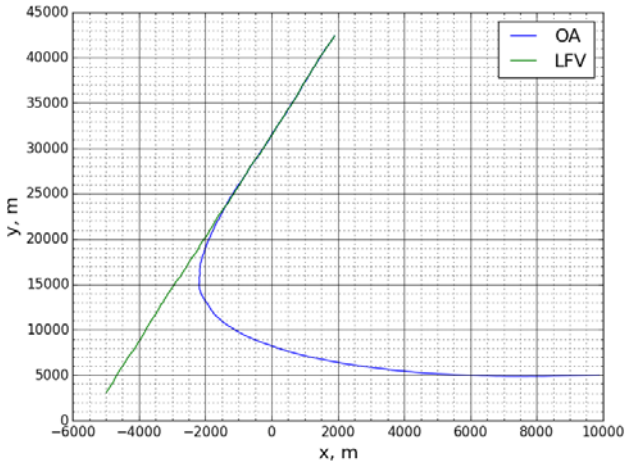


Рис. 4. Двумерные траектории ОС и НЛА при сближении и стыковке

На рис. 4 показаны двумерные траектории ОС и НЛА в горизонтальной плоскости. Из масштаба графика видно, что перед выходом ОС на высоту начала маневра стыковки, ОС совершает поворот таким образом, чтобы путевые углы ОС и НЛА, и их координаты в горизонтальной плоскости были максимально близки. Также ОС принимает скорость близкую скорости НЛА, таким образом, чтобы перед началом стыковки занять позицию за НЛА и начать его догон с относительной скоростью 2-4 м/с. После стыковки ОС с НЛА их путевые углы и скорости равняются, поскольку ОС находится на палубе НЛА.

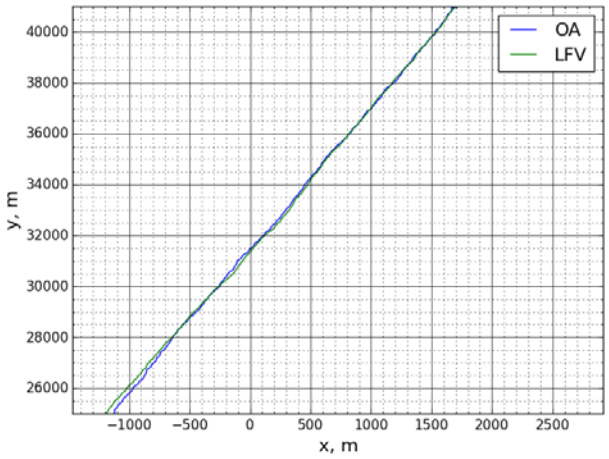


Рис. 5. Двумерные траектории ОС и НЛА при сближении и стыковке (увеличенный фрагмент)

На рис. 5 приведен увеличенный фрагмент траекторий ОС и НЛА в горизонтальной плоскости.

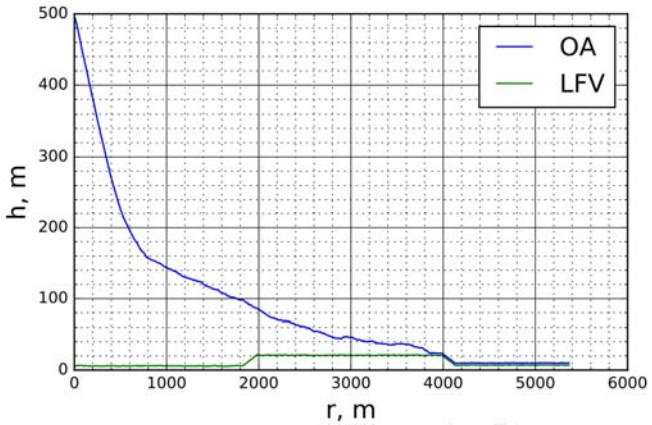


Рис. 6. Пример изменения высот траекторий НЛА и ОС при подлете НЛА перед стыковкой

На рис. 6 приведен пример изменения высот траекторий НЛА и ОС при подлете НЛА на высоту 20 м перед стыковкой, с целью демпфирования удара об подстилающую поверхность под НЛА. Данный маневр целесообразно осуществлять, когда есть риск аварии при касании подстилающей поверхности. Например, в случае, если НЛА движется над заболоченной поверхностью или не водной.

Моделирование показало возможность осуществления посадки ОС с использованием НЛА с помощью предлагаемого принципа, при указанных диапазонах параметров движения ОС и НЛА, и их погрешностей. Для успешного осуществления стыковки колебания траектории ОС относительно траектории НЛА с вероятностью 95% в течение 10 сек должны находиться в пределах диапазона, равному расстоянию между захватами манипулятора. Например, при расстоянии между захватами манипулятора 5 м, максимально допустимое СКО погрешности управления ОС по углам траектории составляет 3 град.

Выводы

Предварительная логическая обработка результатов позволила в 99% случаях достоверно определить взаимное расположение светодиодов. Путем компьютерного моделирования подтверждена возможность использования предложенного принципа работы оптической системы наблюдения для осуществления стыковки летательных аппаратов. Использованием оптической системы наблюдения вместо тяжелой и дорогостоящей радиотехнической позволяет уменьшить вес и стоимость бортового оборудования.

Литература

[1] А. Небылов, “Измерение параметров полета вблизи морской поверхности”, ГААП. СПб., 1994. 307 с.

[2] A. Nebylov, “Aerospace Sensors”, Encyclopedia. Momentum Press, New Jersey, USA, 2009, 560 p.

[3] A.Nebylov, J. Watson, “Aerospace Navigation Systems”, J. Wiley & Sons. UK, 2016, 371 p

Особенности синтеза робастного радиоинерционного интегрального измерителя скорости

А.В. Небылов
Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия
nebylov@aanet.ru

В.А. Небылов
Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия
vladnebylov@gmail.com

Абстракт **— Возможность достаточно точного измерения путевой скорости необходима для любого управляемого летательного аппарата, поскольку позволяет производить счисление пути и контролировать координаты даже при отсутствии по какой-либо причине информации от спутниковой навигационной системы. Типовым решением этой проблемы является совместная обработка информации от доплеровского радиотехнического датчика (ДД) и акселерометра с продольной осью чувствительности.**

Ключевые слова — летательный аппарат, акселерометр, радиодатчик, инвариантный интегральный измеритель скорости, робастность.

Для погрешности ДД, приведенной к его входу и измеряемой в м/с, известна спектральная плотность $S_{v1}(\omega)=S_{v1}$, измеряемая в м2/с. Для погрешности акселерометра как измерителя производной от скорости, приведенной к его входу и имеющей размерность скорости, известна максимальная величина дисперсии первой производной т.е. ускорения D_1, измеряемая в м^2/с^4.

Измеряемая скорость полета $V(t)$ имеет дисперсию, ограниченную сверху заданной величиной D_v при некотором математическом ожидании, принятом за условный нуль шкалы скорости и не влияющем на точность измерения. Действительно, известное математическое ожидание легко скомпенсировать (обнулить) априори.

Рассмотрим задачу оптимизации описанного измерителя путевой скорости (Рис. 1) по критерию наивысшей гарантируемой точности.

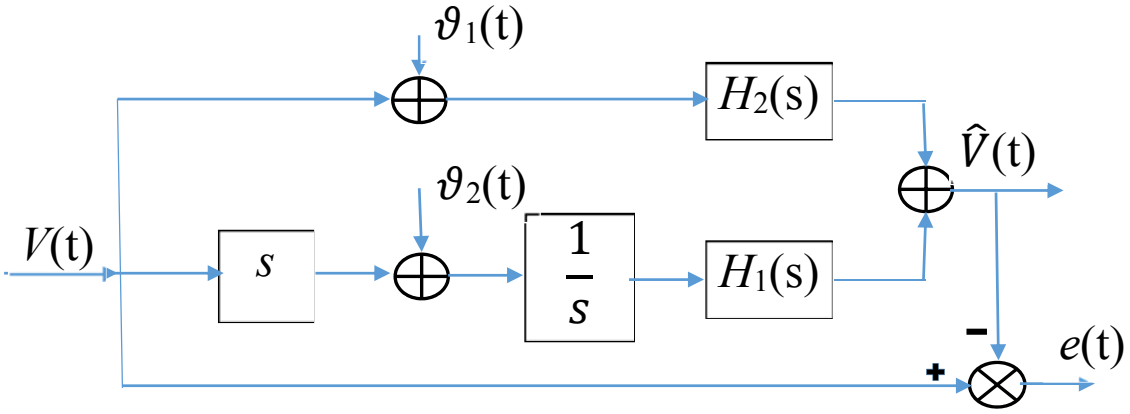


Рис. 1 Измеритель путевой скорости

Критерием оптимальности в этом случае является минимум верхней границы дисперсии центрированной ошибки измерения $e(t) = V(t) - \hat{V}(t)$, где $\hat{V}(t)$ — результат измерения.

Поскольку наивысший из порядков ограниченных производных воздействий равен единице, следуя [1,3,4] выбираем порядок знаменателей передаточных функций $H_1(s)$ и $H_2(s)$ единичным, т.е. n=1. Этим определяется вид передаточных функции канала ДД $H_1(s)$ и канала акселерометра $H_2(s)$:

$$H_1(s) = b_{10} / (1 + a_1 s),\ H_2(s) = b_{21} s / (1 + a_1 s).$$

Тогда передаточная функция, связывающая изображения по Лапласу измеряемой скорости и динамической ошибки измерения, составит

$$H_3(s) = 1 - H_1(s) - H_2(s) = \left[1 - b_{10} + (a_1 - b_{21})s\right] / /(1 + a_1 s).$$

Целевую функцию оптимизации принимаем в виде

$$\overline{D}_e = D_{e1} + \overline{D}_{e2} + \overline{D}_{eg} \to \min,$$

где $$D_{e1} = S_{v1} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(j\omega)|^2 \, d\omega = \frac{b_{10}^2 S_{v1}}{2a_1}$$

дисперсия ошибки e_1 по каналу локационного датчика,

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-29-00320).

$\overline{D_{e2}}$ и $\overline{D_{eg}}$ - верхние границы дисперсий ошибки по каналу акселерометра e_2 и динамической ошибки e_g, для которых, следуя теории робастных систем [1,2], запишем формулы

$$\overline{D}_{e2} = b_{21}^2 D_{v2}, \overline{D}_{eg} =$$

$$= D_g \left[\max \left\{ 1 - b_{10}, 1 - b_{21}/a_1 \right\} \right]^2 .$$

Подвергнув аналитическому исследованию на минимум полученную функцию трех переменных $\overline{D_e}$ (a_1, b_{10}, b_{21}), можно найти выражения для оптимальных значений параметров измерителя

$$a_1^0 = \left(\frac{S_{v1}}{4 D_{v2}} \right)^{1/3},$$

$$b_{10}^0 = \left(\frac{3 D_{v2}^{1/3} S_{v1}^{2/3}}{4^{2/3} D_g} + 1 \right)^{-1},$$

$$b_{21}^0 = a_1^0 b_{10}.$$

Например, при S_{v1}=1м^2/с, D_{v2}=10^{-3}м^2/с^4, D_g=0,5м^2/с^2 получим a_1^0 =6,30с, b_{10}^0 =0,808, b_{21}^0 =5,09с, $\overline{D_e}$ (a_1^0 , b_{10}^0 , b_{21}^0)=0,096 м/с. Для сравнения найдем минимальную возможную величину $\overline{D_e}$ в случае априорного наложения условия инвариантности $H_1(s) + H_2(s) = 1$: $\overline{D_e}$ (a_1^0 ,1, a_1^0)=1,19 $D_{v2}^{1/3} S_{v1}^{2/3}$ = 0,119 м^2/с^2. Видно, что принятие условия инвариантности приводит к проигрышу в потенциальной точности, поскольку это (и любое другое дополнительное условие) вызывает отклонение от основного требования при оптимизации.

Заметим, что оптимальные значения параметров приводят передаточную функцию $H_3(s)$ к виду $H_3(s) = 1 - b_{10}^0$ ($0 < b_{10} \le 1$ всегда), соответствующему безынерционному звену. Физически это объясняется отсутствием априорной информации о частотном составе случайного процесса $V(t)$, в связи с чем целесообразно сделать все его спектральные составляющие равноправными при формировании динамической ошибки измерения. Если $D_g \to \infty$, то есть вообще отсутствует какая-либо информация об измеряемой координате, то $b_{10}^0 \to 1, H_3(s) \to 0$ и выполняется условие инвариантности. Такой же результат, но при ограниченно высокой точности измерения, получается при $S_{v1} \to 0$, когда отсутствует погрешность локационного датчика (в этом случае используется только локационный датчик), и при $D_{v2} \to 0$, когда погрешность акселерометра квазипостоянна. В последнем случае оптимальные параметры обеспечивают нулевую установившуюся ошибку лишь при бесконечно большом наблюдательном времени.

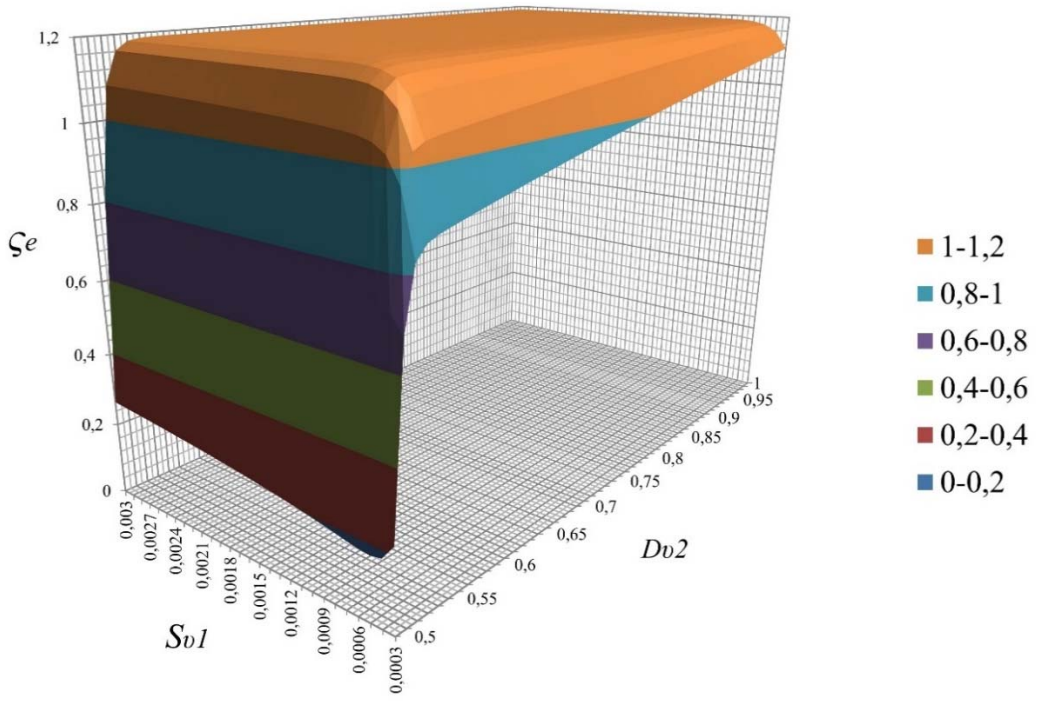


Рис.2. График результирующей среднеквадратической ошибки в инвариантной измерительной системе

Трехмерный график зависимости результирующей среднеквадратичной ошибки в инвариантной измерительной системе ς_e = корень из $\overline{D_e}$ от величин S_v и D_1 показан на Рис. 2. Видно, что зависимость точности интегрированного измерителя от погрешности акселерометра более сильная, чем от погрешности ДД.

Найденные в статье показатели точности являются гарантированными, а сам измеритель – робастным. В этом состоит практическая ценность статьи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Рассмотрен типовой пример синтеза двухкомпонентного робастного измерителя параметра

полета при неполной априорной информации. Показано, что делать, если для одного из датчиков (обычно инерциального) спектральное описание отсутствует, но можно оценить дисперсию производной погрешности. Введено понятие верхней оценки результирующей среднеквадратической ошибки. Минимальное значение этого показателя удобно сделать критерием оптимальности. Показано, что при слабой динамике изменения измеряемого параметра полета требуют выполнения условий инвариантности нецелеобразно.

При высоком порядке рассматриваемой системы исследование можно провести численно.

Литература

[1] Небылов А. В. Гарантирование точности управления. М. На ука –Физматлит, 1994, 304 с.

[2] Ватсон Д., Небылов А. В.(редакторы). Аэрокосмические системы навигации. J. Wiley and Sons. UK, 2016, 371 p.

[3] Бесекерский В.А. и др. Радиоавтоматика. М., Высшая школа, 1985, 271 с.

[4] Tupysev V.A., Stepanov O.A., Loparev A.V., Litvinenko Yu.A. Guaranteed Estimation in the Problems of Navigation Information 3rd IEEE Multi-conf. on Systems and Control. Saint Petersburg. 2009. Pp. 1672–1677.

Численно-аналитическое определение положений равновесия наноспутника стандарта CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов

Е.В. Баринова
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва
Самара, Россия
L5545@yandex.ru

И.А. Тимбай
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва
Самара, Россия
timbai@mail.ru

Е. Миронов
Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королёва
Самара, Россия
mironovevgeniy01@gmail.com

***Аннотация*—Для выполнения многих целевых задач полёта требуется обеспечение заданной ориентации наноспутников в пространстве. При этом важным вопросом является определение положений равновесия относительно центра масс. Одним из важных отличий динамики наноспутников формата CubeSat является то, что аэродинамическая сила лобового сопротивления зависит от двух углов ориентации - угла атаки и собственного вращения, что обусловлено формой прямоугольного параллелепипеда. В работе предложен алгоритм численно-аналитического определения положений равновесия динамически несимметричного наноспутника стандарта CubeSat при смещении его центра давления относительно центра масс по трём осям связанной системы координат.**

***Ключевые слова*—наноспутник формата CubeSat, аэродинамический момент, гравитационный момент, угол атаки, угол прецессии, угол собственного вращения**

I. Введение

Для успешного выполнения большинства целевых задач полёта требуется определённая ориентация наноспутника (НС). Ввиду малых размеров НС и низких энергетических запасов, целесообразно обеспечивать необходимую ориентацию с помощью пассивных или комбинированных систем стабилизации [1-3]. Большинство наноспутников запускаются на низкие околоземные орбиты, где преобладающими являются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты, потому целесообразно использовать оба момента для обеспечения пассивной стабилизации движения относительно центра масс. При создании систем стабилизации важным вопросом является определение положений равновесия наноспутников относительно центра масс и изучение характера неуправляемого движения в их окрестностях.

В литературе подробно изучены положения равновесия относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов для спутников, имеющих форму близкую к сферической [4-6]. Для таких спутников сила аэродинамического сопротивления не зависит от ориентации аппарата относительно набегающего потока. В работе [6] предложен символьно-численный метод определения всех положений равновесия сферического спутника в орбитальной системе координат, когда его центр давления смещён относительно центра масс по трём координатам и три главные моменты инерции не равны друг другу.

Важной особенностью НС стандарта CubeSat является то, что они имеют форму прямоугольного параллелепипеда и, как следствие, аэродинамическая сила лобового сопротивления зависит от ориентации спутника относительно набегающего потока (углов атаки и собственного вращения).

В работах [7-8] авторами были получены аналитические выражения для определения положений равновесия для двух частных случаев: смещения центра давления динамически симметричного НС от его центра масс по трём координатам; смещения центра давления НС с тремя разными главными моментами инерции от его центра масс по одной из главных осей инерции. Также было показано, что для динамически симметричного НС возможно 8, 12 или 16 положений равновесия, а для динамически несимметричного 8, 12, 16, 20 или 24.

В развитие проведённых ранее исследований в данной работе рассматривается задача определения положений равновесия для более общего случая, когда центр давления динамически несимметричного НС смещён относительно центра масс по трём координатам. Кроме того, поскольку для компоновки НС, в том числе и для размещения полезной нагрузки, используется связанная система координат, ориентированная по строительным осям НС, важно учитывать наличие центробежных моментов инерции.

В данной работе разработан алгоритм численно-аналитического определения положений равновесия НС стандарта CubeSat под действием аэродинамического и гравитационного моментов, при движении по круговым орбитам, с учётом центробежных моментов инерции. В работе рассматриваются НС, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда, например, CubeSat 1–3U, 6U.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/.

II. Математическая модель

Для описания движения наноспутника относительно центра масс введены две системы координат (СК): траекторная *OXYZ* (совпадающая с орбитальной в случае круговой орбиты) и связанная *Oxyz* СК, ось *Ox* которой направлена по продольной оси аппарата, оси *Oy* и *Oz* перпендикуляры его боковым сторонам. Связь между траекторной и связанной СК определяется с помощью углов Эйлера, где α – пространственный угол атаки, ψ – угол прецессии, φ – угол собственного вращения. Коэффициенты матрицы перехода от траекторной системы координат к связанной определяется следующим образом:

$$b_{11}=\cos\alpha,\ b_{12}=\sin\alpha\sin\psi,\ b_{13}=-\sin\alpha\cos\psi,$$
$$b_{21}=\sin\alpha\sin\varphi,\ b_{22}=\cos\varphi\cos\psi-\cos\alpha\sin\varphi\sin\psi,$$
$$b_{23}=\cos\varphi\sin\psi+\cos\alpha\sin\varphi\cos\psi,\ b_{31}=\sin\alpha\cos\varphi,$$
$$b_{32}=-\sin\varphi\cos\psi-\cos\alpha\cos\varphi\sin\psi,$$
$$b_{33}=-\sin\varphi\sin\psi+\cos\alpha\cos\varphi\cos\psi.$$

Гравитационный момент в связанной с наноспутником системе координат имеет следующие проекции:

$$\begin{aligned}M_{gx}&=3\frac{\mu}{R^3}(J_{xy}b_{13}b_{33}+J_{yz}(b_{33}^2-b_{23}^2)-\\&-J_{xz}b_{13}b_{23}+(J_z-J_y)b_{23}b_{33}),\\M_{gy}&=3\frac{\mu}{R^3}(-J_{xy}b_{23}b_{33}+J_{xz}(b_{13}^2-b_{33}^2)+\\&+J_{yz}b_{13}b_{23}+(J_x-J_z)b_{13}b_{33}),\\M_{gz}&=3\frac{\mu}{R^3}(J_{xy}(b_{23}^2-b_{13}^2)+J_{xz}b_{23}b_{33}-\\&-J_{yz}b_{13}b_{33}+(J_y-J_x)b_{13}b_{23}),\end{aligned}\qquad(1)$$

где J_x, J_y, J_z – осевые моменты инерции НС; J_{xy}, J_{xz}, J_{yz} – центробежные моменты инерции НС; μ – гравитационная постоянная Земли; R – расстояние центра масс спутника от центра притяжения.

Аэродинамический момент для наноспутников, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда, в связанной с наноспутником системе координат можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}M_{ax}&=-c_0qS\cdot\tilde{S}(\alpha,\varphi)\cdot(\Delta y b_{31}-\Delta z b_{21}),\\M_{ay}&=-c_0qS\cdot\tilde{S}(\alpha,\varphi)\cdot(\Delta z b_{11}-\Delta x b_{31}),\\M_{az}&=-c_0qS\cdot\tilde{S}(\alpha,\varphi)\cdot(\Delta x b_{21}-\Delta y b_{11}),\end{aligned}\qquad(2)$$

где c_0 – коэффициент, который может принимать значения от 2 до 3 в зависимости от физических свойств газа и поверхности наноспутника, для проектных проработок принимается равным 2,2; $q=\rho V^2/2$ – скоростной напор; ρ – плотность атмосферы на данной высоте; V – скорость полёта НС; $\tilde{S}(\alpha,\varphi)=|\cos\alpha|+\sin\alpha\left(\frac{l_x}{l_z}|\sin\varphi|+\frac{l_x}{l_y}|\cos\varphi|\right)$ – площадь проекции НС на плоскость перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесённая к характерной площади НС S [9]; $(\Delta x,\Delta y,\Delta z)$ – положение центра давления (геометрического центра), относительно центра масс; l_x, l_y, l_z – длины соответствующих граней НС.

Уравнения пространственного движения наноспутника относительно центра масс под действием аэродинамического и гравитационного моментов на круговой орбите можно записать в следующим виде:

$$\begin{aligned}&J_x\dot{\omega}_x-J_{xy}\dot{\omega}_y-J_{xz}\dot{\omega}_z-J_{yz}(\omega_y^2-\omega_z^2)-\\&-J_{xz}\omega_x\omega_y+J_{xy}\omega_x\omega_z+(J_z-J_y)\omega_y\omega_z=M_{gx}+M_{ax},\\&J_y\dot{\omega}_y-J_{xy}\dot{\omega}_x-J_{yz}\dot{\omega}_z-J_{xz}(\omega_z^2-\omega_x^2)+\\&-J_{xy}\omega_y\omega_z+J_{yz}\omega_x\omega_y+(J_x-J_z)\omega_z\omega_x=M_{gy}+M_{ay},\\&J_z\dot{\omega}_z-J_{xz}\dot{\omega}_x-J_{yz}\dot{\omega}_y-J_{xy}(\omega_x^2-\omega_y^2)+\\&-J_{yz}\omega_x\omega_z+J_{xz}\omega_y\omega_z+(J_y-J_x)\omega_x\omega_y=M_{gz}+M_{az},\end{aligned}\qquad(3)$$

$$\begin{aligned}\omega_x&=\dot{\psi}\cos\alpha+\dot{\varphi}+\omega_0 b_{12},\\\omega_y&=\dot{\psi}\sin\varphi\sin\alpha+\dot{\alpha}\cos\varphi+\omega_0 b_{22},\\\omega_z&=\dot{\psi}\cos\varphi\sin\alpha-\dot{\alpha}\sin\varphi+\omega_0 b_{32}.\end{aligned}\qquad(4)$$

Здесь ω_x, ω_y, ω_z – проекции абсолютной угловой скорости на оси связанной СК; $\omega_0=\sqrt{\mu/R^3}$ – орбитальная угловая скорость при движении по круговой орбите.

Положением равновесия называется такое положение НС, в котором НС будет находиться всё время, если в начальный момент времени он находился в этом положении и скорости всех его точек были равны нулю [10]. Из определения следует, что скорости изменения углов равны нулю ($\dot{\alpha}=0$, $\dot{\psi}=0$, $\dot{\varphi}=0$), тогда уравнения (4) примут вид:

$$\begin{aligned}\omega_x&=\omega_0\cdot b_{12},\\\omega_y&=\omega_0\cdot b_{22},\\\omega_z&=\omega_0\cdot b_{32}.\end{aligned}\qquad(5)$$

Подставив (5) в систему (3) и дополнив шестью условиями ортогональности направляющих косинусов, получим систему для определения положений равновесия в элементах матрицы поворота:

$$\begin{aligned}&\omega_0^2(-J_{yz}(b_{22}^2-b_{32}^2)-J_{xz}b_{12}b_{22}+J_{xy}b_{12}b_{32}+\\&+(J_z-J_y)b_{22}b_{32})=M_{gx}+M_{ax},\\&\omega_0^2(-J_{xz}(b_{32}^2-b_{12}^2)-J_{xy}b_{22}b_{32}+J_{yz}b_{12}b_{32}+\\&+(J_x-J_z)b_{32}b_{12})=M_{gy}+M_{ay},\\&\omega_0^2(-J_{xy}(b_{12}^2-b_{22}^2)-J_{yz}b_{12}b_{32}+J_{xz}b_{22}b_{32}+\\&+(J_y-J_x)b_{12}b_{22})=M_{gz}+M_{az},\\&b_{11}^2+b_{21}^2+b_{31}^2=1,\\&b_{12}^2+b_{22}^2+b_{33}^2=1,\\&b_{13}^2+b_{23}^2+b_{33}^2=1,\\&b_{22}b_{23}+b_{32}b_{33}+b_{12}b_{13}=0,\\&b_{22}b_{21}+b_{32}b_{31}+b_{12}b_{11}=0,\\&b_{21}b_{23}+b_{33}b_{31}+b_{13}b_{11}=0.\end{aligned}\qquad(6)$$

Найти аналитическое решение системы (6) в общем виде не представляется возможным. Для её решения в данной работе разработан численно-аналитический ал-

горитм определения положений равновесия НС стандарта CubeSat под действием аэродинамического и гравитационного моментов. Ниже приводится описание этапов работы данного алгоритма.

Сначала в программу вводятся исходные данные такие как характеристики НС, то есть его масса, длины сторон, координаты центра масс относительно геометрического центра, компоненты тензора инерции, вводится высота круговой орбиты и выбирается модель атмосферы, по которой будет произведен расчет плотности, из предложенных в алгоритме.

Если характеристики НС соответствуют частным случаям, для которых найдены аналитические решения, положения равновесия определяются по формулам, полученным в [7-8]. Если частных случаев не обнаружено, производится численное решение системы (6) относительно направляющих косинусов b_{ij} .

Полученное решение имеет следующий вид:

$$\left(b_{11}^k \quad b_{12}^k \quad b_{13}^k \quad b_{21}^k \quad b_{22}^k \quad b_{23}^k \quad b_{31}^k \quad b_{32}^k \quad b_{33}^k\right).$$

Здесь $k = \overline{(1, K)}$ – номер комбинации направляющих косинусов; K – порядковый номер крайней из полученных комбинаций направляющих косинусов.

Затем производится перевод полученных комбинаций элементов матрицы поворота в углы Эйлера по следующим формулам:

$$\alpha_n^k = \arccos(b_{11}^k),$$
$$\varphi^k = arctg\left(\frac{b_{21}^k}{b_{31}^k}\right) + \frac{\pi}{2}\left[1 - sign\left(b_{31}^k\right)\right], \qquad (7)$$
$$\psi^k = arctg\left(-\frac{b_{12}^k}{b_{13}^k}\right) + \frac{\pi}{2}\left[1 - sign\left(-b_{13}^k\right)\right].$$

Поскольку исходная система уравнений существенно нелинейная и включает в себя абсолютные значения величин, полученные по формулам (7) комбинации углов, подставляются в исходную систему (6) для проверки соответствия условию равновесия. Так как все вычисления производятся численно, условием равновесия считается случай, когда разность левых и правых частей уравнений системы (6) меньше машинного ноля.

Данный алгоритм был реализован в математическом пакете Wolfram Mathematica 12, за машинный ноль для данного математического пакета принято считать $\varepsilon = 10^{-16}$.

III. Вычисление положений равновесия для наноспутника формата CubeSat 3U

В качестве примера с использованием разработанного алгоритма определены положения равновесия для НС формата CubeSat 3U со следующими характеристиками:

$$m = 3,6\ кг;\ l_x = 0,34\ м;\ l_y = 0,1\ м;\ l_z = 0,1\ м;\ S = 0,01\ м^2;$$
$$J_x = 0,0081\ кг\cdot м^2;\ J_y = 0,0379\ кг\cdot м^2;\ J_z = 0,0371\ кг\cdot м^2;\ c_0 = 2,2;$$
$$J_{xy} = -0,00008\ кг\cdot м^2;\ J_{xz} = 0,00034\ кг\cdot м^2;\ J_{yz} = 0,00006\ кг\cdot м^2;$$
$$\Delta x = -0,01165\ м;\quad \Delta y = -0,00046\ м;\quad \Delta z = 0,00397\ м.$$

На рисунках 1 – 3 приведены графики зависимости положений равновесия по углам атаки, прецессии и собственного вращения в зависимости от высоты полёта. Плотность атмосферы рассчитывалась согласно ГОСТ 4401-81 [11]. По данным графикам можно определить высоты, на которых происходит переход между количествами положений равновесия для данного аппарата.

В таблице 1 приведены все положения равновесия НС формата CubeSat 3U на высоте 500 км, полученные по разработанному алгоритму.

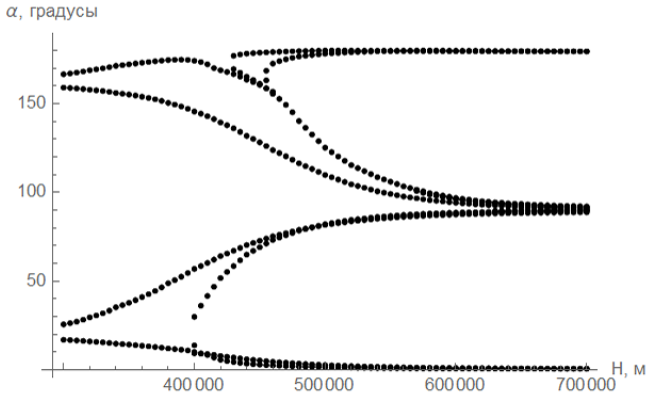


Рис. 1. Положения равновесия по углу атаки α для различных высот

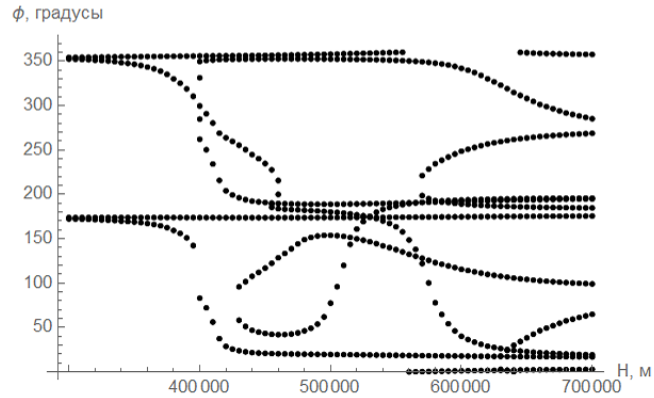


Рис. 2. Положения равновесия по углу собственного вращения φ для различных высот

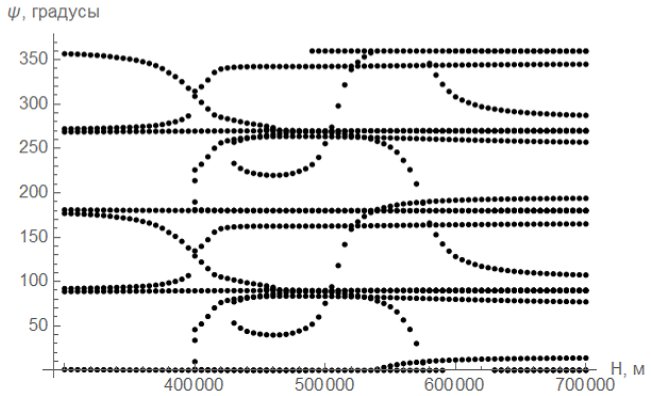


Рис. 3. Положения равновесия по углу прецессии ψ для различных высот

ТАБЛИЦА 1. ПОЛОЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ НАНОСПУТНИКА НА ВЫСОТЕ H=500 КМ

№	ψ ,°	φ ,°	α ,°	№	ψ ,°	φ ,°	α ,°
1	255,6	77,4	179,8	**9**	180,1	352,2	82,1
2	75,6	77,4	179,8	**10**	0,1	352,2	82,1
3	268,3	180,2	178,1	**11**	360	173,8	81,7
4	88,3	180,2	178,1	**12**	180	173,8	81,7
5	269,5	153,8	125,2	**13**	263,5	188,8	2,8
6	89,5	153,8	125,2	**14**	83,5	188,8	2,8
7	270	357,8	109,8	**15**	342,6	19,7	1,6
8	90	357,8	109,8	**16**	162,6	19,7	1,6

Таким образом, в данной работе был разработан алгоритм численно-аналитического определения положений равновесия динамически несимметричного НС стандарта CubeSat, когда его центр давления смещён относительно центра масс по трём координатам, под действием аэродинамического и гравитационного моментов при движении по круговой орбите. Данный алгоритм может быть полезен при разработке систем стабилизации и управления угловым движением, так как позвляет более полно увидеть картину неуправляемого движения НС под действием моментов внешних сил.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Белоконов, И.В., Тимбай, И.А., Николаев, П.Н., Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизирован-ных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat, Гироскопия и навигация, 2018, Т. 26, № 3 (102), с. 69-91.

[2] Rawashdeh, S.A., Attitude analysis of small satellites using model-based simulation, International Journal of Aerospace Engineering, 2019, vol. 2019.

[3] Chesi, S., Gong, Q., Romano, M., Aerodynamic three-axis attitude stabilization of a spacecraft by center-of-mass shifting, J. Guid. Control. Dyn., 2017, vol. 40, no. 7, pp. 1613–1626.

[4] Сарычев, В.А., Гутник, С.А., Динамика осесимметричного спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов, Космические исследования, 2012, том 50, № 5, с. 394–402.

[5] Sarychev, V.A., Mirer, S.A., Degtyarev, A.A., Duarte, E., Investigation of equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques, Celestial. Mech. Dyn. Astron., 2007, vol. 97, no. 4, pp. 267–287.

[6] Сарычев, В.А., Гутник, С.А., Динамика спутника под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Исследование устойчивости положений равновесия, Космические исследования, 2015, Т. 54, №. 5, с. 415–426.

[7] Баринова Е. В., Тимбай И. А., Определение положений равновесия наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов, XXVII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2020, С. 148-151.

[8] Баринова Е.В., Тимбай И.А., Исследование положений относительного равновесия динамически симметричного наноспутника формата CubeSat под действием гравитационного и аэродинамического моментов, XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2019, С. 123-126.

[9] Barinova E.V., Belokonov I.V., Timbay I.A., Choice of Design Parameters of a CubeSat 6U for Providing Three-axis Passive Stabilization, Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC, 2022, Vol. 2022-September.

[10] Гантмахер, Ф.Р., Лекции по аналитической механике, Москва: Наука, 1966.

[11] ГОСТ 4401-81 Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1981-02-27. М.: Изд- во стандартов. 1981.

Исследование эффективности использования технологии предварительной закрутки наноспутника для повышения точности маневрирования

Л.И. Синицын
Самарский университет
Самара, Россия
sinicyn.li@ssau.ru

И.В. Белоконов
Самарский университет
Самара, Россия
belokonov.iv@ssau.ru

***Аннотация*—В работе рассматривается задача обеспечения одноосной стабилизации наноспутника, оснащённого реактивным двигателем, во время выдачи корректирующего импульса. Выполнено исследование влияния предварительной закрутки наноспутника на точность формирования инспекционного движения в вероятностной постановке. В качестве объекта исследования выбран наноспутник SamSat-M с электротермической двигательной установкой, разрабатываемый в Самарском университете.**

Ключевые слова — наноспутник, маневрирование, погрешность коррекции орбиты, инспекционное движение, одноосная стабилизация, метод Монте-Карло

I. Введение

Современный уровень развития космической техники характеризуется резким возрастанием интереса к наноспутникам, оснащённым двигательными установками. К началу 2024 года в базе данных Nanosats имеется статистика о более 2,5 тысяч запущенных наноспутников, из них около 220 имеют бортовую двигательную установку. При этом наблюдается ежегодное увеличение в геометрической прогрессии количества проектов наноспутников с двигательными установками: в 2019 году зафиксировано менее 20 проектов, в 2021 году около 40 проектов и в 2023 году более 80 проектов.

Вместе с количеством миссий маневрирующих наноспутников возрастает и их сложность, а следовательно, повышаются требования к точности совершаемых манёвров. Погрешность маневрирования, или погрешность коррекции траектории, связана с движением наноспутника относительно центра масс в процессе выдачи корректирующего импульса, что приводит к «размазыванию» вектора тяги. При этом только часть импульса тратится на ускорение наноспутника в требуемом для совершения манёвра направлении.

Главная причина погрешности реализации корректирующего импульса связана с изменением угловой ориентации вектора тяги во время работы двигательной установки. Изменение угловой ориентации вектора тяги обусловлено тем, что сила тяги не проходит через центр масс наноспутника и во время формирования корректирующего импульса возникает возмущающий момент [1].

Уменьшение возмущающего момента силы тяги за счёт доработки конструкции наноспутника и обеспечения прохождения силы тяги через центр масс не всегда является достижимой целью в условиях недоступности технологий и ограничений на стоимость и сроки изготовления наноспутника. По этой причине для повышения точности коррекции траектории целесообразным является использование активной системы управления угловым движением, позволяющей поддерживать требуемую ориентацию вектора тяги на протяжении всего корректирующего импульса. При этом с точки зрения надёжности и простоты управления предпочтительным является использование маховика, который, раскручиваясь, придаёт наноспутнику вращение вокруг оси, направленной по вектору выдачи импульса. В результате движения такого космического аппарата, называемого спутником с двойным вращением, происходит осреднение поперечных моментов силы тяги, что положительно сказывается на точности корректирующего импульса.

II. Постановка задачи

В работе рассматривается манёвр, обеспечивающий движение наноспутника, оснащённого двигательной установкой и выступающего в роли активного космического аппарата, относительно другого, пассивного космического аппарата. Предполагается, что пассивный космический аппарат движется по круговой орбите радиуса R, называемой опорной орбитой. Наноспутник движется таким образом, что его движение относительно пассивного космического аппарата образует замкнутую траекторию, называемую инспекционным эллипсом [2-3]. Орбита наноспутника может отличаться от опорной как за счёт начального рассогласования между орбитами, так и за счёт действия возмущающего ускорения. В данной работе влияние возмущающего ускорения не учитывается.

В предположении центральности гравитационного поля Земли, малости дальности между наноспутником и пассивным космическими аппаратами по сравнению с величиной R, отсутствия возмущающего ускорения,

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 23-67-10007, https://rscf.ru/project/23-67-10007/

линеаризованная система уравнений движения активного космического аппарата имеет вид [4]:

$$\ddot{x}+2\omega_o\dot{y}=0,\ \ddot{y}-2\omega_o\dot{x}-3\omega_o^2y=0,\ \ddot{z}+\omega_o^2z=0, \qquad (1)$$

где *x, y, z* – координаты наноспутника в орбитальной системе координат, начало которой совпадает с центром масс пассивного космического аппарата, её ось *Ox* направлена вдоль орбитальной скорости пассивного космического аппарата, ось *Oy* – вдоль геоцентрического радиуса-вектора пассивного космического аппарата, а ось *Oz* дополняет систему до правой; ω_o – угловая скорость орбитального движения.

Решение системы (1) имеет вид [5]:

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{pmatrix}=A\times\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{pmatrix}, \qquad (2)$$

где $\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{pmatrix}$ – соответственно текущий и начальный вектор-столбец координат $\boldsymbol{r}(x,y,z)$ и скорости $\boldsymbol{v}(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$; *A* – матрица размерности 6×6 с элементами:

$$A_{11}=1,\ A_{12}=6\left(\sin(\omega_o t)-\omega_o t\right),\ A_{14}=\frac{4}{\omega_o}\sin(\omega_o t)-3t,$$

$$A_{15}=-\frac{2}{\omega_o}\left(1-\cos(\omega_o t)\right),\ A_{22}=4-3\cos(\omega_o t),$$

$$A_{24}=\frac{2}{\omega_o}\left(1-\cos(\omega_o t)\right),\ A_{25}=\frac{1}{\omega_o}\sin(\omega_o t),$$

$$A_{33}=\cos(\omega_o t),\ A_{36}=\frac{1}{\omega_o}\sin(\omega_o t),$$

$$A_{42}=-6\omega_o\left(1-\cos(\omega_o t)\right),\ A_{44}=4\cos(\omega_o t)-3,$$

$$A_{45}=-2\sin(\omega_o t),\ A_{52}=3\omega_o\sin(\omega_o t),\ A_{54}=2\sin(\omega_o t),$$

$$A_{55}=\cos(\omega_o t),\ A_{63}=-\omega_o\sin(\omega_o t),\ A_{66}=\cos(\omega_o t),$$

остальные элементы матрицы $A_{ij}=0$, где *i* – номер строки, *j* – номер столбца.

Необходимо оценить влияние погрешности реализации импульса наноспутника (активного космического аппарата), формирующего инспекционное движение, на отклонение от невозмущённой траектории за один период обращения. В этом случае матрица системы (2) приводится к виду:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -12\pi & 0 & -\frac{6\pi}{\omega_o} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

В качестве начального вектора состояния $\begin{pmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{pmatrix}$ выступает случайный вектор, получаемый в результате численного моделирования движения центра масс в процессе маневрирования с учётом основных источников погрешностей реализации корректирующего импульса, к которым относятся радиус критического сечения сопла, радиус выходного сечения сопла, угловое и линейное отклонения сопла от продольной оси. Предполагается, что все элементы вектора состояния являются взаимно некоррелированными случайными величинами.

Математическое ожидание и дисперсия вектора состояния наноспутника после одного периода обращения определяются с помощью линейных преобразований векторных случайных величин [6]:

$$\begin{aligned}\mathrm{M}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix}&=A\times\mathrm{M}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{bmatrix},\\ K\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix}&=A\times K\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{bmatrix}\times A^T,\end{aligned} \qquad (3)$$

где $\mathrm{M}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix}$, $\mathrm{M}\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{bmatrix}$, $K\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}\\ \boldsymbol{v}\end{bmatrix}$, $K\begin{bmatrix}\boldsymbol{r}_0\\ \boldsymbol{v}_0\end{bmatrix}$ – соответственно математические ожидания и корреляционные матрицы вектора состояния после одного периода обращения и в начальный момент времени, A^T – транспонированная матрица системы.

III. Методика оценки эффективности использования предварительной закрутки наноспутника

Для оценки влияния предварительной закрутки наноспутника определяются вероятностные характеристики движения центра масс наноспутника в результате выдачи импульса тяги с учётом основных источников погрешностей реализации корректирующего импульса для двух случаев: с предварительной закруткой и без неё.

Предварительная закрутка наноспутника может быть обеспечена различными способами, например, с помощью маховика [7] или магнитных катушек [8]. В данной работе механизм закрутки не рассматривается.

Модель движения для определения вектора состояния включает в себя уравнения движения центра масс и относительно центра масс в неподвижной системе координат:

$$\begin{pmatrix}\dot{\boldsymbol{r}}_A\\ \dot{\boldsymbol{v}}_A\\ \dot{\boldsymbol{\omega}}\\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{v}_A\\ \boldsymbol{u}\\ I^{-1}\left(\boldsymbol{\omega}\times I\boldsymbol{\omega}+\boldsymbol{M}\right)\\ \frac{1}{2}\Omega\boldsymbol{\lambda}\end{pmatrix}, \qquad (4)$$

где $\boldsymbol{r}_A(x_A,y_A,z_A)$, $\boldsymbol{v}_A(\dot{x}_A,\dot{y}_A,\dot{z}_A)$ – соответственно векторы-столбцы координат и скоростей центра масс наноспутника в неподвижной системе координат; *I* – диагональная матрица осевых моментов инерции наноспутника; $\boldsymbol{\omega}(\omega_x,\omega_y,\omega_z)$ – угловая скорость наноспутника относительно неподвижной системы координат; $\boldsymbol{u}$ – ускорение, возникающее в результате работы двигательной установки, выраженное в неподвижной системе координат; $\boldsymbol{M}$ – возмущающий момент силы тяги в связанной с наноспутником системе

координат; $\boldsymbol{\lambda}(\lambda_0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)$ – кватернион ориентации связанной системы координат относительно неподвижной системы координат, Ω – матрица размерности 4×4:

$$\Omega=\begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Предварительная закрутка учитывается посредством задания начальной угловой скорости движения связанной системы координат ω_{0x} относительно продольной оси наноспутника, вдоль которой формируется реактивная сила.

Ускорение, возникающее в результате работы двигательной установки в неподвижной системе координат, определяется с помощью выражения

$$\boldsymbol{u}=-C^T\boldsymbol{F}/m,$$

где C^T – транспонированная матрица направляющих косинусов для перехода из связанной в неподвижную систему координат; m – масса наноспутника; $\boldsymbol{F}$ – сила тяги в связанной системе координат.

Матрица направляющих косинусов C для перехода из неподвижной в связанную систему координат определяется следующим образом:

$$C=\begin{pmatrix} \lambda_0^2+\lambda_1^2-\lambda_2^2-\lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2+\lambda_0\lambda_3) & 2(-\lambda_0\lambda_2+\lambda_1\lambda_3) \\ 2(-\lambda_0\lambda_3+\lambda_1\lambda_2) & \lambda_0^2-\lambda_1^2+\lambda_2^2-\lambda_3^2 & 2(\lambda_2\lambda_3+\lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3+\lambda_0\lambda_2) & 2(-\lambda_0\lambda_1+\lambda_2\lambda_3) & \lambda_0^2-\lambda_1^2-\lambda_2^2+\lambda_3^2 \end{pmatrix}.$$

Проекции силы тяги $\boldsymbol{F}$ определяются с учётом фаз выхода на режим и последействия тяги, геометрии сопла и его углового отклонения от продольной оси по формулам, приведённым в [9].

Возмущающий момент силы тяги в модели движения (4) определяется векторным произведением $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{d}\times\boldsymbol{F}$, где $\boldsymbol{d}$ – смещение центра выходного сечения сопла относительно центра масс наноспутника.

Для определения вероятностных характеристик движения центра масс методом Монте-Карло проводится многократное интегрирование уравнений (4) на интервале времени формирования тяги. При проведении моделирования движения случайными параметрами выступают радиус критического сечения сопла, радиус выходного сечения сопла, угловое отклонение сопла от продольной оси. Предполагается, что эти параметры являются равномерно распределёнными случайными величинами. Границы распределений задаются с учётом технологических возможностей изготовления наноспутника с двигательной установкой [9].

С использованием преобразований (3) проводится оценка эффективности предварительной закрутки наноспутника.

IV. Оценка эффективности использования предварительной закрутки наноспутника для повышения точности маневрирования

В качестве объекта исследования выбран наноспутник SamSat-M формата CubeSat-3U, который разрабатывается в Самарском университете. SamSat-M оснащён электротермической двигательной установкой, способной формировать тягу порядка 0,1 Н длительностью 3 секунды. Для оценки вероятностных характеристик движения центра масс, приобретаемого наноспутником в результате выдачи импульса тяги, проводится моделирование с объёмом выборки 4000, с вероятностью 0,95 обеспечивающим погрешность оценок не более 2%. Параметры моделирования движения приведены в Таблице I.

ТАБЛИЦА I. Параметры моделирования движения наноспутника SamSat-M

Параметр	Значение
Объем выборки	4000
Шаг интегрирования, с	0,1
Вектор смещения центра выходного сечения сопла относительно центра масс наноспутника в связанной системе координат, мм	(-185; 4; 0)
Угловые отклонения сопла от продольной оси наноспутника в двух плоскостях, градусы	-0,5 … +0,5
Радиус критического сечения сопла, мм	0,15 … 0,25
Радиус выходного сечения сопла, мм	2,03 … 2,05
Масса наноспутника, кг	4

При формировании инспекционного движения предполагалось, что импульс тяги выдавался в точке с координатами $\boldsymbol{r}_0=\left(\mathrm{M}[x_0],-\mathrm{M}[\dot{x}_0]/(2\omega_o),\mathrm{M}[z_0]\right)^T$ орбитальной системы координат, при этом скорость наноспутника задавалась в виде вектора $\boldsymbol{v}_0=\left(\mathrm{M}[\dot{x}_0],\mathrm{M}[\dot{y}_0],\mathrm{M}[\dot{z}_0]\right)^T$. В случае идеально выдаваемого импульса эта точка соответствует начальным условиям невозмущённого движения следующего вида: $\boldsymbol{r}_0=\left(0,-\dot{x}_0/(2\omega_o),0\right)^T$, $\boldsymbol{v}_0=\left(\dot{x}_0,0,0\right)^T$.

На Рис. 1 приведена схема выдачи импульса наноспутником SamSat-M для формирования движения по инспекционной траектории относительно пассивного космического аппарата.

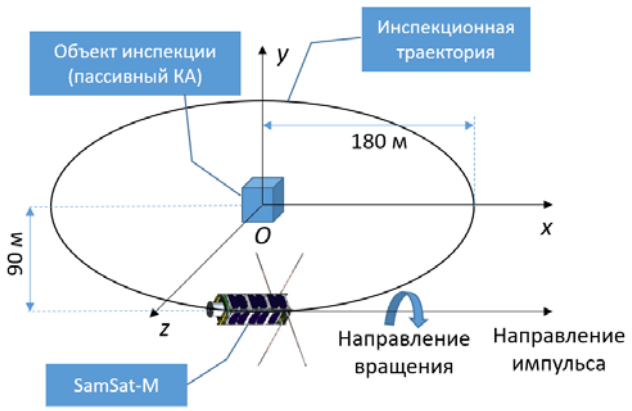


Рис. 1. Схема выдачи импульса для формирования инспекционного движения

Гистограмма значений приращения скорости в требуемом направлении приведена на Рис. 2.

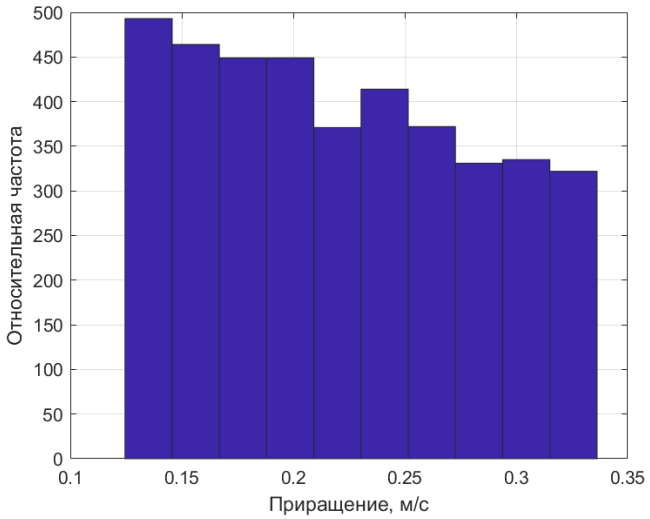


Рис. 2. Гистограмма значений приращения скорости наноспутника в требуемом направлении при отсутствии предварительной закрутки

В результате проведённого моделирования получены следующие оценки вероятностных характеристик: при отсутствии предварительной закрутки математическое ожидание приращения скорости в требуемом направлении составило 0,196 м/с, среднеквадратическое отклонение $\sigma = 0{,}055$ м/с. Если перед выдачей импульса тяги наноспутнику придавалось вращение один оборот в секунду относительно оси выдачи тяги, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение составляли 0,197 м/с и $\sigma = 0{,}053$ м/с соответственно. В то же самое время среднеквадратическое отклонение нежелательного приращения скорости в направлении, отличном от требуемого, уменьшается на порядок.

V. Заключение

Точность реализации импульса тяги является фактором, влияющим на эффективность выполнения того или иного манёвра. Закручивание наноспутника относительно оси, вдоль которой происходит выдача импульса тяги, позволяет усреднить возникающие возмущающие моменты силы тяги, тем самым уменьшить погрешность реализации импульса тяги.

В работе исследовано влияние предварительной закрутки наноспутника перед выдачей импульса тяги на эффективность манёвра формирования инспекционного движения. Оценка эффективности предварительной закрутки проводится на основе определения вероятностных характеристик движения центра масс наноспутника, участвующего в относительном движении в качестве активного космического аппарата, на интервале времени, равном одному периоду обращения.

Влияние предварительной закрутки на эффективность формирования инспекционного движения исследовано на примере наноспутника с электротермической двигательной установкой SamSat-M формата CubeSat-3U, разрабатываемого в Самарском университете. Показано, что отсутствие специальных средств, позволяющих уменьшить эффект размазывания корректирующего импульса, не позволяет проводить высокоточное маневрирование с целью формирования инспекционного движения. Предварительная закрутка до одного оборота в секунду позволяет уменьшить среднеквадратические отклонения параметров вектора состояния практически на порядок.

Литература

[1] Khromov A.V. Interaction of the corrective propulsion system with the spacecraft orientation system, Electromechanical Issues, 2012, vol. 127, pp. 27-32.

[2] Shcherbakov M.S., Medvedev S.A. Study of the possibility of application of osculating ellipses of relative motion in the inspection problem, Mathematical modeling, computer and natural experiment in natural sciences, 2022, no. 4, mathmod.esrae.ru/40-157

[3] Shcherbakov M.S., Uskova E.A. Choosing the motion initial conditions and sustainability research inspection motion in small elliptic orbits, Proceedings of young scientists and specialists of Samara University, 2020, no. 1 (16), pp. 44-50.

[4] Аппазов Р.Ф., Сытин О.Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 440 с.

[5] Нариманов Г.С., Тихонравов М.К. Основы теории полёта космических аппаратов. М.: «Машиностроение», 1972. 608 с.

[6] Лебедев А.А., Бобронников В.Т., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985. 280 с.

[7] Belokonov I.V., Sinitsin L.I. Analysis of Reaction Wheel Control Strategies to Provide Gyroscopic Stabilization of the Thrust Direction During Nanosatellite Maneuvering, Cosmonautics and rocket Engineering, 2022, no 3 (126), pp. 17-29.

[8] Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S. Recent advances in the active magnetic control of satellites, Spacecrafts and technologies, 2019, no. 2 (28), pp. 73-86.

[9] Sinitsin L.I., Belokonov I.V. Influence of deviations in manufacturing of electrothermal propulsion system on nanosatellite maneuvering accuracy, Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering, 2021, vol. 20, no. 1, pp. 29-45.

О повышении точности гидроакустической навигационной системы с короткой базой для обеспечения навигации группы АНПА

Дубровин Ф.С.
ИПМТ ДВО РАН
Владивосток, Россия
f_dubrovin@mail.ru

Родионов А.Ю.
ИПМТ ДВО РАН
Владивосток, Россия
deodar1618@yandex.ru

Щербатюк А.Ф.
ИАПУ ДВО РАН
Владивосток, Россия
alex-scherba@yandex.ru

***Аннотация* — В докладе рассмотрен подход пассивного синтезирования акустической апертуры в навигационной системе с короткой базой, при котором вместо формирования луча выполняется прямая оценка координат АНПА и косвенная оценка пеленга на маяк. Предполагается, что синхронизация часов маяка и АНПА отсутствует. Процесс синтезирования использует модель движения АНПА. В докладе приведено описание предложенного и реализованного алгоритма оценивания на основе фильтра частиц, а также некоторые результаты компьютерного моделирования его работы.**

Ключевые слова — гидроакустическая навигационная система с короткой базой, групповая навигация, автономный необитаемый подводный аппарат

I. Введение

Гидроакустическая навигационная система с короткой базой (ГАНС КБ) используется для решения задачи определения координат мобильного объекта (в данном случае – автономного необитаемого подводного аппарата (АНПА)) относительно точки расположения маяка. Линейные размеры короткой базы, расположенной вдоль корпуса АНПА и включающей минимум два приемника ГАНС КБ, ограничены размерами корпуса АНПА и не превышают 3 - 5 метров. На борту АНПА фиксируются моменты приема сигналов приемниками (t_1, t_2). Интервал времени $\Delta t_{12} = t_1 - t_2$ пропорционален разности расстояний между приемниками и маяком. Разность расстояний связана с пеленгом θ на маяк и значением базового расстояния a между приемниками ГАНС КБ на АНПА соотношением:

$$\Delta t_{12} = (a*\cos\theta)/c \quad \text{или} \quad \theta = \arccos(c*\Delta t_{12}/a) \qquad (1)$$

где c - скорость распространения звукового сигнала в воде, θ - угол между линией, направленной вдоль корпуса АНПА, и линией, направленной на маяк [1].

При предположении, что a измеряется с высокой точностью, ошибка в определении пеленга определяется в соответствии с выражением:

$$\delta\theta = -(\delta c*\Delta t_{12}+c*\delta\Delta t_{12})/(a*\sin\theta), \qquad (2)$$

откуда следует, что ошибка определения пеленга уменьшается с увеличением базового расстояния a между приемниками. Также она зависит от значения пеленга θ и при углах кратных π неограниченно возрастает.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, https://rscf.ru/project/23-61-10024/ (постановка задачи, алгоритм групповой навигации АНПА на основе ГАНС КБ) и государственного задания ИПМТ ДВО РАН (моделирование работы алгоритма на основе фильтра частиц).

В соответствии с (2) увеличение базового расстояния a между приемниками приводит к уменьшению ошибки определения пеленга, однако оно ограничено размерами АНПА. Для его искусственного увеличения можно использовать прием пассивного синтезирования акустической апертуры, который состоит в следующем. Допустим, что движение подводного аппарата на некотором участке траектории можно считать равномерным и прямолинейным. Виртуальная линейная решетка формируется за счет движения АНПА с постоянной скоростью в течении нескольких тактов работы ГАНС КБ. При этом виртуальные гидрофоны формируются с помощью фазовой коррекции. Этот прием называется методом расширенной буксируемой антенной решетки - Extended Towed Array Method (ETAM).

Хотя было доказано, что ETAM работает хорошо [2], у него есть два ограничения. Во-первых, поскольку поправки основаны непосредственно на измерениях гидрофона, они не работают при очень низком отношении сигнал/шум (SNR). Второе ограничение заключается в том, что даже при благоприятном SNR максимальная достижимая апертура ограничена тем фактом, что погрешность коэффициента фазовой коррекции растет с увеличением числа повторений.

В предположении, что синхронизация часов маяка и АНПА отсутствует, предложен алгоритм пассивного синтезирования акустической апертуры для прямой оценки координат АНПА и косвенной оценки пеленга на маяк. Как и в случае с ETAM, это рекурсивный процесс, который использует модель движения АНПА. В части 2 доклада описан предложенный алгоритм оценивания с использованием фильтра частиц, а в части 3 приведены некоторые результаты компьютерного моделирования его работы.

II. Описание алгоритма

Рассмотрим оценивание координат одного АНПА из группы. С учетом того, что вертикальная координата (глубина) измеряется с требуемой точностью, для простоты изложения предположим, что АНПА движется в горизонтальной плоскости прямолинейно и равномерно. В начальный момент времени $t=0$ он находится на поверхности и его положение известно с требуемой точностью. Без ограничения общности можно полагать, что маяк находится в фиксированной точке с координатами (x_a, y_a, z_a). Предполагается, что часы АНПА и маяка не синхронизированы, но известен период τ излучения навигационных сигналов маяком.

Задача заключается в получении оценок местоположения АНПА, при условии, что измерения времен распространения и скорости распространения гидроакустических сигналов, а также измерения курса движения содержат ошибки, которые предполагаются случайными. Рассмотрим использование фильтра частиц (Particle Filter) /ФЧ/ для решения данной задачи.

Сформируем облако из N частиц, равномерно распределенных в 3-х мерном пространстве (x, y, v), где x и y – горизонтальные координаты, а v – скорость движения в горизонтальной плоскости. Веса всех частиц в начальный момент времени принимаются одинаковыми и равными $\omega_i = 1/N$. Предположим, что АНПА движется прямолинейно и равномерно известным курсом φ.

АНПА совершает перемещение на интервале между тактами работы ГАНС КБ, τ – известный период ее работы. Каждая частица представляет собою модель АНПА и движется, как АНПА. Так как счисление местоположения происходит с погрешностями, ошибка определения местоположения со временем может неограниченно возрастать.

На этапе экстраполяции работы фильтра частиц выполняется расчет предсказываемого вектора состояния (x^e_k, y^e_k). Для этого используются полученные на предыдущем шаге оценки (x^p_{k-1}, y^p_{k-1}), а также предполагаемое перемещение АНПА:

$$x^e_k = x^p_{k-1} + \tau * v * \cos(\varphi), \qquad y^e_k = y^p_{k-1} + \tau * v * \sin(\varphi), \quad (3)$$

где $v = const$ неизвестная оцениваемая скорость, а φ – измеряемый курс движения АНПА.

Имеются следующие измерения в k-ом такте работы ГАНС КБ:

- разность времени прихода сигнала в k-ом такте на первый и второй приемники ГАНС КБ на АНПА:

$$\Delta t_{12} = (d_{1k} - d_{2k})/c, \quad (4)$$

где d_{1k} и d_{2k} – расстояния от маяка до первого и второго приемника ГАНС КБ на АНПА в k-ом такте работы системы, соответственно;

- разность $\Delta t_{k,k-1}$ времени прихода сигнала в $(k-1)$-ом и k-ом тактах на первый приемник ГАНС КБ на АНПА:

$$t_k = t^s_k + d_{1k}/c, \; t_{k-1} = t^s_{k-1} + d_{1k-1}/c, \; t^s_k - t^s_{k-1} = \tau, \quad (5)$$

где t^s_k и t_k – моменты времени излучения и приема сигнала в k-ом такте, t^s_{k-1} и t_{k-1} – моменты времени излучения и приема (k -1)-ом такте, откуда вычитанием получаем:

$$\Delta t_{k,k-1} = (d_{1k} - d_{1k-1})/c + \tau. \quad (6)$$

На этапе коррекции для формирования оценки местоположения АНПА, используются измеренные разности времени прихода сигналов (Δt_{12}, $\Delta t_{k,k-1}$) и вычисленные разности времени прихода сигналов (ΔT_{12}, $\Delta T_{k,k-1}$) для всех частиц с учетом их текущих координат.

III. Некоторые результаты моделирования навигации АНПА на основе данных ГАНС КБ

Оценка точности и работоспособности навигационного алгоритма определения местоположения АНПА выполнена в рамках численного моделирования с применением фильтра частиц /ФЧ/. Модельные эксперименты выполнены в среде IDLE (Python). В процессе моделирования период работы ГАНС КБ составлял 10 секунд. Скорость распространения звукового сигнала принималась равной 1500 м/с. При моделировании использовалось облако из 1000 частиц.

Моделирование выполнялось методом Монте-Карло, при этом каждый эксперимент выполнялся в цикле по 100 раз с разными случайными ошибками и на основе полученных результатов рассчитывались среднее значение и дисперсия ошибок оценивания местоположения и скорости АНПА. Начальная область неопределенности местоположения АНПА представляла собой квадрат со стороной 20 м, а начальная область неопределенности скорости движения представляла собой интервал (0, 2.0) м/с. Полагалось, что скорость течения в районе работ отсутствует.

Полагалось, что измерения курса и времен прихода сигналов содержали случайные ошибки. В ситуации, когда при моделировании случайные ошибки измерения курса АНПА находились в диапазоне (-0.5, 0.5) град., а случайные ошибки в измерениях времен прихода сигналов лежали в диапазоне (-10^{-4}, 10^{-4}) секунд, среднее значение ошибки определения местоположения АНПА составило 6.88 м, среднеквадратическое отклонение – 2.26 м, среднее значение ошибки определения скорости составило 0.014 м/с и ее среднеквадратическое отклонение – 0.011 м/с. В случае, когда случайные ошибки измерения курса АНПА находились в диапазоне (-0.5, 0.5) град., а случайные ошибки в измерениях времен прихода сигналов лежали в диапазоне (-10^{-3}, 10^{-3}) секунд, среднее значение ошибки определения местоположения АНПА составило 34.36 м, среднеквадратическое отклонение – 5.01 м, среднее значение ошибки определения скорости составило 0.094 м/с и ее среднеквадратическое отклонение – 0.031 м/с.

На рис. 1 показана модельная траектория движения АНПА в течении 50 тактов работы системы, которая была получена в одном из экспериментов. АНПА стартовал из точки с координатами (-3000, -2000, 500) м. Маяк был расположен в точке с координатами (0, 0, 0) м. Параметры движения АНПА в горизонтальной плоскости: скорость 1 м/с, курс 45 град. Пройденный путь составил около 500 метров и время в пути – около 8.3 минут.

Ошибки оценивания траектории движения АНПА в течении 50 тактов работы системы с использованием описанного алгоритма показаны на рисунке 2. В указанном эксперименте случайные ошибки в измерениях времен прихода сигналов лежали в диапазоне (-10^{-4}, 10^{-4}) секунд.

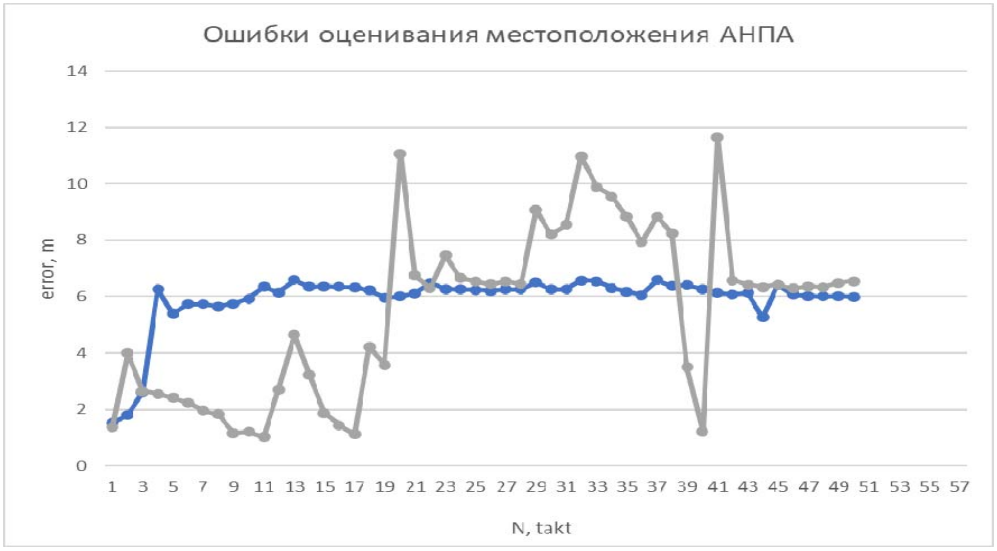
Ошибка счисления местоположения АНПА без коррекции за указанное время движения, с оцениванием скорости по измерениям упоров винтов с погрешностью около 20% от реального значения скорости и случайной ошибкой измерения курса в 0.5 град., превышает 100 метров. При этом в данном случае из-за отсутствия синхронизации часов АНПА и маяка отсутствует возможность непосредственного определения местоположения АНПА с помощью ГАНС КБ.

Литература

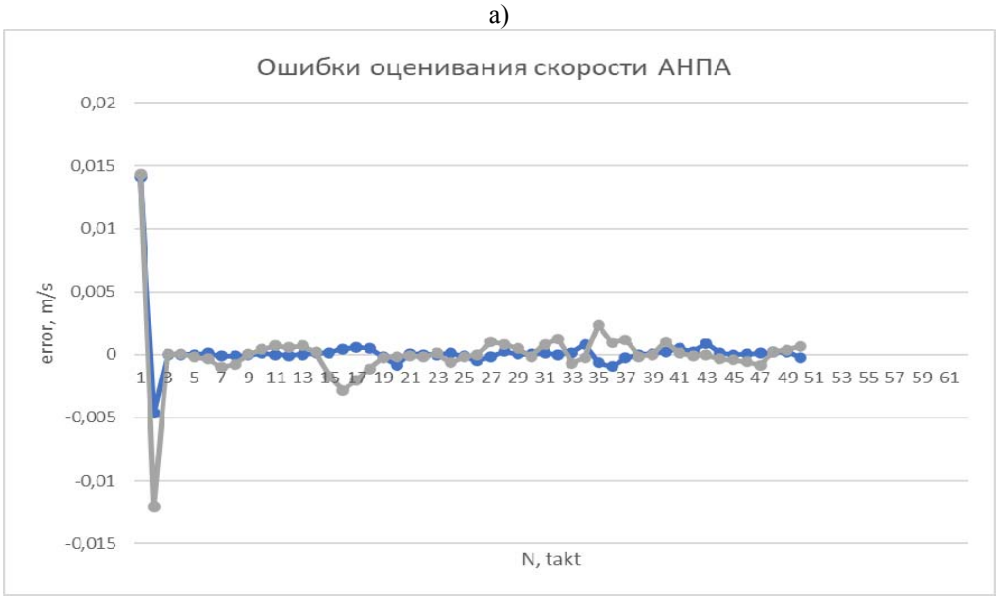
[1] Бородин В., Смирнов Г., Толстякова Н. и др. Гидроакустические навигационные средства. Л: Судостроение, 1983, 263 с.

[2] YuWang; ZaiXiaoGong; RenheZhang. Phase correction in extended towed array method. J. Acoust. Soc. Am. 141, 3916 (2017).

Рис. 1. Траектория движения АНПА (маяк расположен в точке с горизонтальными координатами 0.0, 0.0)



а)



б)

Рис. 2. Ошибки оценивания местоположения (а) и скорости (б) АНПА (синяя кривая – при ошибках измерения курса в диапазоне ±0.1 град, серая кривая – при ошибках измерения курса в диапазоне ±0.5 град.).

XXXI САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ИНТЕГРИРОВАННЫМ НАВИГАЦИОННЫМ СИСТЕМАМ, 2024

Верстка *А.А. Зуева*

Государственный научный центр Российской Федерации АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»
197046, С.-Петербург, ул. Малая Посадская, 30.
Тел. (812) 499-82-93, факс (812) 232 33 76,
e-mail: editor@eprib.ru
http://www. elektropribor.spb.ru