

А. В. ФОМИЧЕВ

ОЦЕНКА И КОМПЕНСАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ СЧИСЛЕНИЯ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, ВЫЗВАННЫХ ВЛИЯНИЕМ ЗАПАЗДЫВАНИЙ В ТРАКТАХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ДАТЧИКОВ

Рассматривается влияние запаздывания информации инерциальных датчиков бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) на накопление погрешностей инерциального счисления. В условиях эксплуатации и наземных экспериментов выявляются движения, для которых это влияние существенно. Даются рекомендации по оцениванию и последующей алгоритмической компенсации запаздываний.

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная навигационная система, запаздывания в измерениях датчиков, точность навигационного решения, оценка и компенсация запаздываний.

Введение

Точность БИНС зависит от инструментальных погрешностей инерциальных датчиков и от численных алгоритмов интегрирования уравнений инерциального счисления БИНС. Этим вопросам посвящена обширная литература (см., например, [1–10] и многие другие публикации). Вместе с тем одним из значимых факторов точности БИНС является должный уровень взаимной синхронизации измерений инерциальных датчиков – акселерометров, датчиков угловой скорости (ДУС), или гироскопов [11–18], а для корректируемых БИНС – синхронизация данных корректора и автономного решения БИНС [19–24].

В статье анализируется влияние запаздываний в измерениях инерциальных датчиков – промежутков времени между съемом информации и ее поступлением в навигационный алгоритм – на точность счисления БИНС. Причинами запаздываний

Фомичев Александр Владимирович. Кандидат физико-математических наук, доцент, главный специалист, ПАО «МИЭА» (Москва).

могут быть аппаратные особенности БИНС, методы обработки «сырых» измерений датчиков, задержки при передаче информации по линиям связи и фильтрации измерений в реальном времени.

Влияние запаздываний на погрешности БИНС зависит от траектории движения объекта: в условиях интенсивного маневрирования, вибрации или качки даже небольшие запаздывания могут оказывать значительное воздействие на точность БИНС.

Будем далее считать, что запаздывания в измерениях инерциальных датчиков стабильны, что обусловлено достаточно жесткой циклограммой работы аппаратуры БИНС. Такая модель позволяет выявить уровень и характер эволюции соответствующих навигационных погрешностей и получить некоторые аналитические оценки.

Перечислим основные цели настоящей работы, определяющие ее структуру:

- для запаздываний датчиков получить соответствующие возмущающие составляющие в правых частях линейных дифференциальных уравнений погрешностей БИНС, которые, как известно, хорошо описывают возмущенный режим работы достаточно точных БИНС [1–3];
- найти угловые движения корпуса БИНС, легко воспроизводимые в условиях стендовых экспериментов, с помощью которых можно выявить и оценить величины запаздываний по выходным погрешностям инерциального счисления БИНС и, с другой стороны, объяснить эволюцию последних;
- для коротких в сравнении с периодом Шулера маневров получить аналитические выражения, чтобы оценить влияние запаздываний при произвольном угловом движении в условиях стендовых экспериментов, когда измерительный центр блока акселерометров может считаться неподвижным;
- на основе этих выражений проанализировать влияние на навигационные погрешности запаздываний информации акселерометров, ДУС и между осями датчиков одного типа и предложить способы алгоритмической компенсации запаздываний.

Кроме того, в статье дополнены, обобщены и систематизированы результаты, полученные в работах [11–18].

Модель запаздываний в измерениях инерциальных датчиков

Чувствительными элементами БИНС являются акселерометры и ДУС, или гироскопы. Акселерометры измеряют удельную силу $f = w - g$ – кажущееся ускорение в проекциях на их оси чувствительности. Величина w отвечает абсолютному ускорению чувствительного элемента, g – удельной силе тяготения. ДУС измеряют проекции абсолютной угловой скорости ω на свои оси чувствительности. В настоящей работе будем считать, что датчики измеряют мгновенные значения f и ω , дальнейшие рассуждения будут справедливы и для интегрирующих датчиков.

Оси чувствительности датчиков, как правило, конструктивно или алгоритмически совмещаются с осями некоторого ортогонального трехгранника p , называемого приборным. Примем, что оси чувствительности датчиков и трехгранника p сонаправлены.

Обозначим через $\tau_i^a = \text{const}$ запаздывание измерения по i -й оси акселерометрического тракта, $\tau_i^g = \text{const}$ – по i -й оси тракта ДУС. Показания блоков акселерометров f_p' и гироскопов ω_p' в осях приборного трехгранника p описываются следующими моделями:

$$\begin{aligned} f'_p(t) &= \begin{bmatrix} f_{p_1}(t - \tau_1^a) \\ f_{p_2}(t - \tau_2^a) \\ f_{p_3}(t - \tau_3^a) \end{bmatrix} \approx f_p(t) - \begin{bmatrix} \dot{f}_{p_1}(t)\tau_1^a \\ \dot{f}_{p_2}(t)\tau_2^a \\ \dot{f}_{p_3}(t)\tau_3^a \end{bmatrix}, \\ \omega'_p(t) &= \begin{bmatrix} \omega_{p_1}(t - \tau_1^g) \\ \omega_{p_2}(t - \tau_2^g) \\ \omega_{p_3}(t - \tau_3^g) \end{bmatrix} \approx \omega_p(t) - \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{p_1}(t)\tau_1^g \\ \dot{\omega}_{p_2}(t)\tau_2^g \\ \dot{\omega}_{p_3}(t)\tau_3^g \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь f_p и ω_p – физические значения удельной силы и угловой скорости; t – текущее время; нижний индекс любого вектора здесь и далее обозначает базис, в котором он задан, а разложения выполнены в допущении о малости запаздываний.

Наряду с погрешностями от запаздываний измерения датчиков содержат и другие погрешности, порождаемые, например, смещениями нулевых сигналов и погрешностями масштабных коэффициентов. Однако линейность системы уравнений ошибок БИНС позволяет анализировать парциальный вклад каждого источника навигационных погрешностей независимо от других, и поэтому далее будет рассматриваться только модель погрешности, обусловленной запаздываниями (1).

Формулы (1) допускают компактные индексную и векторно-матричную записи погрешностей датчиков $\Delta f_p^\tau = f'_p - f_p$ и $v_p^\tau = \omega'_p - \omega_p$:

$$\Delta f_{p_i}^\tau = -\tau_i^a \dot{f}_{p_i}, \quad v_{p_i}^\tau = -\tau_i^g \dot{\omega}_{p_i} \Leftrightarrow \Delta f_p^\tau = -T^a \dot{f}_p, \quad v_p^\tau = -T^g \dot{\omega}_p, \quad (2)$$

где $T^a = \text{diag}[\tau_i^a]$, $T^g = \text{diag}[\tau_i^g]$. Поскольку правые части уравнений (2) пропорциональны производным $\dot{f}_p$, $\dot{\omega}_p$, запаздывание информации в трактах чувствительных элементов проявляется при маневрировании объекта, когда измеряемая внешняя удельная сила и угловая скорость заметно меняются во времени.

Влияние запаздываний на навигационные погрешности БИНС

Погрешности БИНС описываются системой линейных дифференциальных уравнений [1–3], которая в осях навигационного географического трехгранника с относительно свободной ориентацией в азимуте имеет вид:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{r}_1 &= \delta V_1 + \beta_3 V_2' - \left(\alpha_2 - \frac{\Delta r_1}{a} \right) V_3' + \Omega_3' \Delta r_2, \\ \Delta \dot{r}_2 &= \delta V_2 - \beta_3 V_1' + \left(\alpha_1 + \frac{\Delta r_2}{a} \right) V_3' - \Omega_3' \Delta r_1, \\ \delta \dot{V}_1 &= -g \alpha_2 + (\Omega_3' + 2u_3') \delta V_2 - (\Omega_2' + 2u_2') \delta V_3 + \Delta f_1, \\ \delta \dot{V}_2 &= g \alpha_1 - (\Omega_3' + 2u_3') \delta V_1 + (\Omega_1' + 2u_1') \delta V_3 + \Delta f_2, \\ \dot{\alpha}_1 &= -\frac{\delta V_2}{a} + \omega_3' \alpha_2 - u_2' \beta_3 - u_3' \frac{\Delta r_1}{a} + v_1, \\ \dot{\alpha}_2 &= \frac{\delta V_1}{a} - \omega_3' \alpha_1 + u_1' \beta_3 - u_3' \frac{\Delta r_2}{a} + v_2, \\ \dot{\beta}_3 &= \omega_3' \left(\alpha_1 + \frac{\Delta r_2}{a} \right) - \omega_1' \left(\alpha_2 - \frac{\Delta r_1}{a} \right) + v_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь: индексы 1, 2 или 3 обозначают составляющую вектора по оси трехгранника y – вычисленного БИНС образа опорного географического трехгранника x [1–3] с азимутально-полусвободной ориентацией; Δr_i – погрешности определения местоположения; δV_i – динамические погрешности [1–3] скорости; α_i – динамические погрешности вертикали; β_3 – азимутальная кинематическая погрешность; a – экваториальный радиус Земли; g – модуль удельной силы тяжести; Δf_i – приведенные погрешности тракта акселерометров в проекциях на оси трехгранника y ; v_i – приведенные погрешности тракта ДУС в проекциях на оси трехгранника y , знаком «'» отмечены параметры, вычисленные в навигационной системе; V'_i – компоненты вектора линейной скорости относительно Земли в трехграннике y ; Ω'_i – компоненты вектора угловой скорости модельного опорного трехгранника y ; u'_i – компоненты вектора угловой скорости Земли в осях трехгранника y ; ω'_i – компоненты вектора абсолютной угловой скорости трехгранника y в собственных осях.

Приведенными погрешностями в осях приборного трехгранника p называются разности между измеренными сигналами датчиков и физическими значениями, которые измерялись бы идеальными датчиками, установленные по ортогональным осям трехгранника p . Для ДУС $v_p = \omega'_p - \omega_p$, где ω'_p – измеренная ими угловая скорость ω_p . Аналогично для акселерометров $\Delta f_p = f'_p - f_p$, где f'_p и f_p – измеренные сигналы акселерометров и физическое значение удельной силы соответственно. Таким образом, величины Δf_i и v_i в правой части (3) – это результат перепроектирования Δf_p и v_p в трехгранник y :

$$\Delta f_y = D'_{zp} \Delta f_p, \quad v_y = -D'_{zp} v_p, \quad (4)$$

для чего используется матрица D'_{zp} , вычисленная БИНС и связывающая приборный трехгранник p с квазиприборным z , являющимся для БИНС образом трехгранника платформы. Более подробное описание перечисленных трехгранников при необходимости можно найти в [1–3].

Формулы (3) и (4) позволяют проанализировать влияние произвольной комбинации запаздываний на любой траектории. Перепишем систему (3) в векторно-матричном виде:

$$\dot{x} = Ax + \delta^T, \quad (5)$$

где $x = [\Delta r_1, \Delta r_2, \delta V_1, \delta V_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_3]^T$ – фазовый вектор системы (3); A – ее матрица; δ^T – приведенные инструментальные погрешности, отвечающие запаздываниям

$$\Delta f_y^T = D'_{zp} \Delta f_p^T, \quad v_y^T = -D'_{zp} v_p^T, \quad (6)$$

при этом $\Delta f_p^T, v_p^T$ вычисляются по формулам (2). Решение $x(t)$ системы (5), соответствующее запаздываниям, получим ее интегрированием с начальными условиями $x(0) = 0$.

Аналитические оценки навигационных погрешностей в случае непродолжительных в сравнении с периодом Шулера маневров

Известно, что система уравнений ошибок БИНС (3) имеет характерный период Шулера $T_0 = 84,4$ минуты. Это позволяет относить воздействия $\Delta f_y, v_y$ в правой части (3) к быстрым или медленным при сопоставлении их с T_0 . С этой точки зрения

большинство маневров в ходе эксплуатации и стендовых экспериментов являются быстрыми.

В случае быстрого маневра векторы приведенных погрешностей (6) будем считать импульсными функциями. Для них приращения компонент фазового вектора системы уравнений ошибок (3) за время маневра можно вычислить приближенно, минуя точное интегрирование. Это качественно объясняет ряд эффектов, наблюдаемых в экспериментах, и позволяет получить аналитические выражения, связывающие навигационные погрешности и запаздывания в измерениях датчиков. Точность оценок зависит от длительности маневра и при необходимости может быть оценена путем сравнения с численным решением уравнений (5).

Известно, что для БИНС с погрешностями инерциального счисления порядка мили при определении местоположения в течение часа функционирования характерны смещения нулевых сигналов акселерометров $\Delta f \sim 10^{-3}$ м/с² и дрейфы гироскопов $v \sim 10^{-2}$ °/ч, где знак $\sim$ означает порядок величины. Оценим порядки обусловленных запаздываниями погрешностей на фоне этих характерных значений.

Если вектор f_p задан в подвижном базисе p , имеющем угловую скорость ω_p , то из теоретической механики известна его абсолютная производная $df_p/dt = \dot{f}_p + \omega_p \times f_p$ [25–28], где точкой обозначена локальная производная вектора, составленная из производных каждой компоненты вектора по времени. Если считать все составляющие этой формулы величинами одного порядка, то $|\dot{f}_p| \sim |\omega_p| |f_p|$. Для вектора угловой скорости $\omega_p \times \omega_p = 0$ и $d\omega_p/dt = \dot{\omega}_p$. Заметим также, что f_p при мгновенном механическом воздействии на БИНС также изменяется мгновенно, и в этот момент $|\dot{f}_p| \rightarrow \infty$, однако на практике действующие силы меняются непрерывно, поэтому примем, что $|\dot{f}_p| \sim |\omega_p| |f_p|$. Отсюда

$$|\Delta f_p^T| \sim \tau^a |\dot{f}_p| \sim \tau^a |\omega_p| |f_p|, \quad |v_p^T| \sim \tau^g |\dot{\omega}_p|$$

Рассмотрим случай запаздываний датчиков на уровне $\tau^i \sim 10^{-3}$ с при параметрах движения $|f_p| \sim 50$ м/с², $|\omega_p| \sim 60^\circ$ с⁻¹, $|\dot{\omega}_p| \sim 200^\circ$ с⁻², вполне типичных, например, для БИНС авиационного применения. Тогда $|\Delta f_p^T| \sim 10^{-2}$ м/с², $|v_p^T| \sim 0,1$ °/ч. Отсюда видно, что погрешность, вызванная запаздываниями $\tau^i \sim 10^{-3}$ с, может на порядок превышать характерные инструментальные погрешности БИНС миллионного класса точности.

Импульсным погрешностям акселерометров соответствуют $\Delta f_1, \Delta f_2$ в правой части системы уравнений ошибок (3). Можно заметить, что за период их воздействия T существенно изменяются только динамические погрешности определения скорости δV_p , а остальные компоненты фазового вектора (3) меняются мало. В этом нетрудно убедиться, если исходить из оценок правых частей уравнений ошибок, а также путем моделирования. Таким образом, приращения динамических погрешностей скорости выражаются формулами

$$\delta V_1(T) \approx \int_0^T \Delta f_1^T(t) dt, \quad \delta V_2(T) \approx \int_0^T \Delta f_2^T(t) dt. \quad (7)$$

Рассмотрим влияние импульсных дрейфов гироскопов на навигационные погрешности. Напомним, что в теории инерциальной навигации угловые погрешности разделяются на динамические и кинематические [1–3]. Кинематическая погрешность инерциального счисления характеризуется вектором малого поворота β , который,

в свою очередь, определяется погрешностями начальной выставки БИНС и ДУС, в том числе дрейфами, обусловленными запаздываниями. Вектор β_y в трехграннике y удовлетворяет кинематическим уравнениям ошибок:

$$\dot{\beta}_y = \hat{\omega}'_y \beta_y + v_y, \quad \hat{\omega}'_y = \begin{bmatrix} 0 & \omega'_3 & -\omega'_2 \\ -\omega'_3 & 0 & \omega'_1 \\ \omega'_2 & -\omega'_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь и далее надстрочным знаком « $\wedge$ » обозначен оператор, соответствующий векторному умножению слева с обратным знаком, например $\hat{\omega}'_y \beta_y = -\omega'_y \times \beta_y$; v_y – введенный дрейф ДУС. Линейность (8) позволяет исследовать парциальный вклад β_y^τ запаздывания данных ДУС, описываемый уравнением

$$\dot{\beta}_y^\tau = \hat{\omega}'_y \beta_y^\tau + v_y^\tau, \quad \beta_y^\tau(0) = 0.$$

Угловая скорость ω'_y трехгранника y соразмерна угловой скорости Земли (15°/ч) даже при движении со скоростью порядка сотен м/с и умножается на малый по модулю вектор β_y . В связи с этим для импульсного дрейфа, вызванного запаздыванием данных ДУС при быстром маневре, первым членом уравнения (8) можно пренебречь, тогда оно упрощается до

$$\dot{\beta}_y^\tau = v_y^\tau. \quad (9)$$

Если отбросить $\hat{\omega}'_y \beta_y^\tau$, то это будет равносильно допущению о неподвижности трехгранника y , верному на интервале времени, на котором ориентация трехгранника y меняется мало.

Опишем качественно воздействие импульсных дрейфов гироскопов на навигационные погрешности. Составляющие v_y^τ входят в правые части уравнений для α_i и β_i и ведут к их быстрому изменению. При этом известно [1–3], что любые погрешности в трактах ДУС влияют только на кинематическую погрешность β , входящую в динамическую погрешность α : $\alpha = \beta + \gamma$, где γ – вектор малого поворота, который соответствует погрешности положения [1–3] и мало изменяется за период быстрого маневра. Изменение β влияет на члены $g\alpha_i$ в уравнениях для динамических погрешностей скоростей, которыми нельзя пренебречь, поскольку множитель g достаточно велик. Соответствующие формулы имеют вид

$$\dot{\beta}_y^\tau = v_y^\tau, \quad \beta_y^\tau = \int_0^T v_y^\tau(t) dt, \quad (10)$$

$$\delta \dot{V}_y = \hat{\beta}_y g_y = -\hat{g}_y \beta_y, \quad \delta V_y(T) = \hat{g}_y \int_0^T \beta_y^\tau(t) dt.$$

В развернутом виде:

$$\beta_1^\tau = \int_0^T v_1^\tau(t) dt, \quad \beta_2^\tau = \int_0^T v_2^\tau(t) dt, \quad (11)$$

$$\delta V_1(T) = -g \int_0^T \beta_2^\tau(t) dt, \quad \delta V_2(T) = g \int_0^T \beta_1^\tau(t) dt.$$

Отметим, что если требуется точно вычислить навигационные погрешности, вызванные запаздываниями в ходе маневра, период которого соизмерим с шулеровским (порядка десятков минут и более), то погрешности акселерометров и ДУС для исследуемой траектории должны рассчитываться непрерывно по формулам (1) и (4). Затем их необходимо подставить в численно интегрируемую систему уравнений ошибок (3).

Полученные выше приближенные формулы могут быть полезны для описания навигационных погрешностей, обусловленных запаздыванием информации инерциальных датчиков при быстрых разворотах в стендовых экспериментах или при кратковременных маневрах.

Рассмотрим подробнее быстрые развороты БИНС относительно фиксированных осей с остановками вращения системы в ряде положений, типичных для стендовых экспериментов. Из этих траекторий выберем те, запаздывания на которых приводят к заметным навигационным погрешностям.

Влияние запаздываний информации от акселерометров на навигационные погрешности в стендовых экспериментах

Известно, что измерения блока акселерометров приводятся к некоей точке – измерительному центру. На поворотных стендах скорость и ускорение этой точки обычно достаточно малы, и в измерениях акселерометров доминируют проекции удельной силы тяжести g . В данном приближении точка считается неподвижной, и относительно нее выполняются угловые развороты БИНС. Исходя из этого предположения получим аналитические выражения, которые объясняют ряд экспериментальных наблюдений, связанных с запаздыванием информации инерциальных датчиков, и выполним численные оценки.

Измерения проекций вектора g блоком акселерометров в случае неподвижного измерительного центра и при отсутствии инструментальных погрешностей будут иметь вид $\dot{f}_p = D_{px} g_x$, $g_x = [0 \ 0 \ g]^T = \text{const}$, где D_{px} – матрица ориентации приборного трехгранника p относительно опорного x . В последней формуле учтено, что в географическом трехграннике вектор g направлен по вертикальной – третьей – оси и что акселерометр измеряет проекцию g с обратным знаком. Таким образом, $\dot{f}_p = \dot{D}_{px} g_x$.

Но для пары подвижных трехгранников верны уравнения Пуассона $\dot{D}_{px} = \hat{\omega}_x D_{xp} - D_{xp} \hat{\omega}_p$, в которых на коротком интервале времени членом $\hat{\omega}_x D_{xp}$ при вычислении $\dot{f}_p$ можно пренебречь: для поворотов в условиях стендовых экспериментов $|\omega_p| \sim 1 \text{ c}^{-1}$, а $|\omega_x| \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, т.е. примерно соответствует угловой скорости Земли.

В этом приближении $\dot{D}_{px} = \dot{D}_{xp} \approx -(D_{xp} \hat{\omega}_p)^T = \hat{\omega}_p^T D_{px}$ и

$$\Delta f_z^T = -D_{zp}^T T^a \dot{f}_p \approx -D_{xp} T^a \dot{f}_p = -D_{xp} T^a \dot{D}_{px} g_x = -D_{xp} T^a \hat{\omega}_p^T D_{px} g_x. \quad (12)$$

Отметим, что в формуле (12) вместо приведенных в ней точных значений параметров можно использовать вычисленные в навигационном алгоритме БИНС значения D'_{pz} , $\hat{\omega}'_p$, g'_y . Возникающее при этом отличие от точной формулы (12) имеет второй порядок малости, и в линейном приближении им можно пренебречь.

Рассмотрим важный частный случай, когда измерения акселерометров сдвинуты относительно измерений гироскопов на одинаковое время τ^a по каждой из осей. Тогда $T^a = \tau^a E$ и $\Delta f_x^T = -D_{xp} T^a \hat{\omega}_p^T D_{px} g_x = -\tau^a D_{xp} \hat{\omega}_p^T D_{px} g_x$.

Известно [25, 28], что $D_{xp} \hat{\omega}_p^T D_{px} = [\hat{\omega}_p]_x$, где $[\hat{\omega}_p]_x$ – оператор угловой скорости ω_p трехгранника p в проекциях на оси трехгранника x , что аналогично пересчету вектора $D_{xp} \omega_p = [\omega_p]_x$. Здесь $[\hat{\omega}_p]_x$ обозначает оператор $\hat{\omega}_p$ угловой скорости трехгранника p , заданный в другом трехграннике x . Если базисы x и p совпадают, то $[\hat{\omega}_p]_p = \hat{\omega}_p$.

Из формулы для Δf_x^τ и равенства $[\hat{\omega}_p]_x g_x = -[\omega_p]_x \times g_x$ следует, что

$$\Delta f_x^\tau = \tau^a [\omega_p]_x \times g_x. \quad (13)$$

Если время маневра мало в сравнении с периодом Шулера, то это приводит к накоплению динамической составляющей погрешности скорости (7):

$$\delta V_y = \int_0^T \Delta f_x^\tau(t) dt = \tau^a \left(\int_0^T [\omega_p]_x(t) dt \right) \times g_x. \quad (14)$$

Обозначим $I = \int_0^T [\omega_p]_x(t) dt = \int_0^T D_{xp}(t) \omega_p(t) dt = [I_1, I_2, I_3]^T$. Тогда:

$$\delta V_y = \tau^a I \times g_x = g \tau^a [I_2 \quad -I_1 \quad 0]^T. \quad (15)$$

Формула (12) позволяет исследовать влияние произвольных постоянных запаздываний информации акселерометров. Ввиду ее громоздкости в общем случае целесообразно выполнять численные расчеты. При одинаковых задержках по всем трем осям выражения (12) существенно упрощаются до формулы (15), удобной и для аналитических оценок.

Оценка запаздываний в тракте акселерометров при развороте БИНС относительно горизонтальной оси

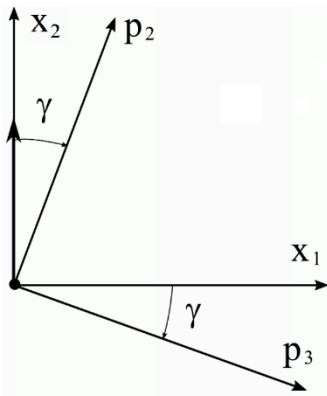


Рис. 1. Поворот БИНС по крену: ориентация приборных и опорных осей и измеряемого вектора удельной силы тяжести g

Практический интерес представляет экспериментальная оценка запаздываний в тракте акселерометров. Рассмотрим некоторые планы таких экспериментов. Предположим, что тракт ДУС идеален, а данные по тракту акселерометров поступают с постоянным запаздыванием τ , одинаковым по всем трем осям. Рассмотрим поворот БИНС относительно оси чувствительности, расположенной в горизонтальной плоскости. Пусть, например, выполняется поворот по крену относительно оси x_2 , ориентированной на север (рис. 1), причем в начальный момент $t_0 = 0$ углы $\psi(0) = \theta(0) = \gamma(0) = 0$, а в момент $t = T$ $\gamma = \gamma(T)$.

Из (12) и (14) получаем:

$$[\omega_p]_x = [0 \quad \dot{\gamma} \quad 0]^T, \quad \Delta f_z^\tau = g \tau^a,$$

$$I_1 = 0, \quad I_2 = \int_0^T \dot{\gamma}(t) dt = I_\gamma(T),$$

$$\delta V_x(T) = g \tau^a [I_\gamma(T) \quad 0 \quad 0]^T.$$

Важно отметить, что $I_\gamma(T) \neq \gamma(T)$: при каждом повороте на 2π к I_γ прибавляется 2π , а угол крена γ возвращается к исходному нулевому значению.

Для оценки запаздывания τ^a удобно использовать поворот БИНС на 2π или целое число поворотов $2\pi n$, что легко реализуемо на любом стенде. Каждый поворот на 2π приводит к накоплению погрешности $\delta V_1 = 2\pi g \tau^a$. При $\tau^a = 1$ мс получим: $\delta V_1 = 0,062$ м/с. Для поворота с постоянной угловой скоростью зависимость $\delta V_1(t)$ на коротком интервале времени представлена на рис. 2. Решение получено интегрированием уравнений ошибок с нулевыми начальными условиями на интервале времени длительностью 100 с.

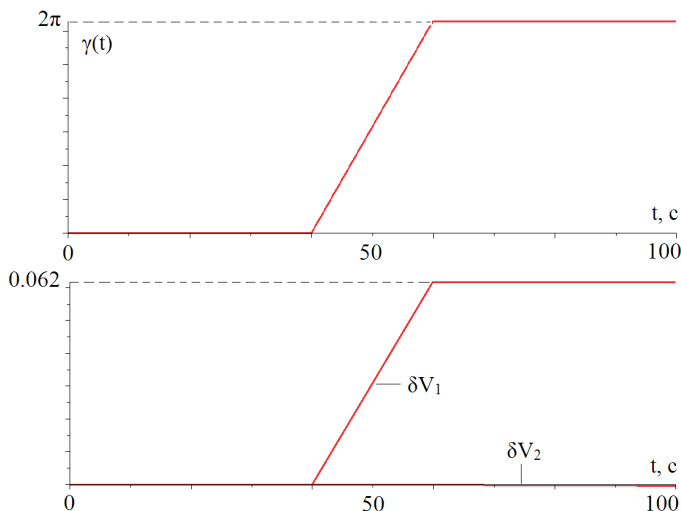


Рис. 2. Угол поворота по крену на 2π с постоянной угловой скоростью и соответствующая погрешность определения линейной скорости

Из этого следует, что запаздывания в акселерометрическом тракте критически влияют на точность БИНС при интенсивном маневрировании. Например, при выполнении самолетом многократных «бочек» или «петель» накопление погрешностей будет кратно числу выполненных фигур, если оси этих поворотов сохраняют примерно одинаковую ориентацию в географических осях. Это же накопление погрешностей при поворотах в одну сторону можно использовать и в стендовом эксперименте для более точной оценки величины запаздываний.

Кроме запаздываний на погрешности инерциального счисления БИНС влияют и другие факторы, прежде всего инструментальные погрешности датчиков и разнесения чувствительных масс акселерометров. В этой связи необходимо принимать их во внимание и, если это существенно, разделять погрешности счисления, обусловленные разнесениями чувствительных масс акселерометров, инструментальными погрешностями и запаздываниями.

Рассмотрим для примера описанный выше быстрый поворот вокруг фиксированной оси на угол 2π при наличии инструментальных погрешностей, описываемых пространственной моделью постоянных инструментальных погрешностей БИНС [1–3]:

$$f'_p = (E + \Gamma)f_p + \Delta f_p, \quad \omega'_p = (E + \Theta)\omega_p + v_p,$$

где f'_p – результат измерения удельной силы акселерометрами, а f_p – ее физическое значение; Γ – матрица, составленная из погрешностей масштабных коэффициентов (на главной диагонали) и перекосов (неортогональностей) осей чувствительности (вне диагонали); Δf_p – вектор смещений нулевых сигналов акселерометров; ω'_p – угловая скорость, измеренная ДУС, ω_p – ее физическое значение; Θ – матрица погрешностей масштабов и перекосов, аналогичная Γ ; v_p – вектор дрейфов (смещений нулей) ДУС.

Известно, что постоянные проекции приведенных смещений нулей акселерометров на горизонтальную плоскость и приведенных дрейфов ДУС на восточное направление компенсируются при начальной выставке БИНС. В этом случае угловые

погрешности выставки БИНС $\alpha_1, \alpha_2, \beta_3$ компенсируют инструментальные погрешности проекциями векторов удельной силы тяжести g и угловой скорости Земли u . В этом случае [1–3]

$$\alpha_1 = -\frac{\Delta f_2}{g}, \quad \alpha_2 = -\frac{\Delta f_1}{g}, \quad \beta_3 = \frac{v_1}{u \cos \varphi'(0)} - \frac{\Delta f_1}{g} \operatorname{tg} \varphi'(0).$$

Как правило, опорный трехгранник БИНС после выставки ориентирован по сторонам света, и тогда индекс 1 соответствует восточному направлению E , а индекс 2 – северному N . Если эти условия выполнены, то у БИНС наблюдаются погрешности инерциального счисления, согласующиеся с «северным» дрейфом v_2 . Если условие компенсации будет нарушено, например при повороте БИНС в другое угловое положение, то сразу после поворота обычно наблюдается увеличение навигационных погрешностей.

Заметим, что после поворота на угол 2π вокруг фиксированной относительно Земли оси условие компенсации по-прежнему будет выполнено для дрейфов ДУС, смещений нулей, неортогональностей осей и погрешностей масштабных коэффициентов акселерометров. Условие компенсации для них нарушается только во время поворота. Но если этот период много меньше шулеровского, а БИНС откалибрована, то навигационные погрешности, связанные с перечисленными выше инструментальными погрешностями, за время поворота изменятся незначительно.

Рассмотрим влияние на навигационное решение оставшихся инструментальных погрешностей при повороте на 2π . Погрешности масштабных коэффициентов ДУС при том же повороте приводят к накоплению погрешностей ориентации α_i . Из системы уравнений ошибок (3) следует, что этому отвечают $\delta V_i(t)$, изменяющиеся на начальном участке пропорционально $\sin \omega_0 t$, где ω_0 – частота Шулера. Эта составляющая $\delta V_i(t)$ отличается от ступенчатого изменения δV_i при повороте, обусловленного запаздыванием, и, следовательно, может быть от него отделена.

Теперь покажем, что перекосы осей чувствительности ДУС приводят к дрейфам в правой части (3) с нулевым средним в географических осях при развороте вокруг любой оси чувствительности ДУС на 2π . Пусть в начальный момент трехгранники x и p совпадают и выполняется поворот относительно некоторой фиксированной оси с направляющим ортом e на угол φ . Поскольку орт оси e фиксирован, а трехгранники x и p совпадают в начальный момент, то $e_x = e_p = \text{const}$. Матрица D_{xp} выражается формулой [28]

$$D_{xp} = E \cos \varphi - \hat{e} \sin \varphi + (1 - \cos \varphi) e e^T.$$

При этом $\omega_p = \dot{\varphi} e$, $v_p = \Theta \omega_p = \dot{\varphi} \Theta e$ и

$$v_x = D_{xp} v_p = [E \cos \varphi - \hat{e} \sin \varphi + (1 - \cos \varphi) e e^T] \dot{\varphi} \Theta e.$$

Интегрирование этой формулы на времени разворота T на 2π с учетом осреднения

$$\int_0^T \sin \varphi \dot{\varphi} dt = \int_0^{2\pi} \sin \varphi d\varphi = \int_0^T \cos \varphi \dot{\varphi} dt = \int_0^{2\pi} \cos \varphi d\varphi = 0$$

дает

$$\beta_x = \int_0^T v_x dt = 2\pi e (e^T \Theta e).$$

Приведенная формула описывает кинематическую погрешность, накопленную при повороте относительно произвольной фиксированной оси за счет погрешностей масштабных коэффициентов или перекосов ДУС, образующих матрицу Θ . При развороте относительно любой из осей чувствительности вектор e имеет единственную ненулевую компоненту, равную единице. Если она находится на позиции i , то $e^T \Theta e = \Theta_{ii}$. Если в матрицу Θ входят только перекосы, то $\Theta_{ii} = 0$, $\Theta_{i \neq j} \neq 0$, $e^T \Theta e = 0$, что и следовало показать.

Допущение, что трехгранники x и p совпадают при $t = 0$, не ограничивает общности: при произвольной начальной ориентации x и p правая часть выражения $v_x = D_{xp} v_p$ умножается слева на постоянную матрицу начальной ориентации x и p , что не влияет на установленный результат.

Подчеркнем, что в стендовом эксперименте акселерометры измеряют проекции g . Однако при движении БИНС, установленной на объекте, могут действовать ускорения, многократно превышающие g . При маневрировании измеряемое ускорение (внешняя удельная сила) уже не ориентировано вдоль вертикальной оси опорного трехгранника x . Ввиду этого вместо выражений (14) и (15) для вычисления навигационных погрешностей требуется полноценное моделирование на траектории. Из (1) следует, что при интенсивном маневрировании с большими и быстро изменяющимися ускорениями следует ожидать увеличения приведенных погрешностей акселерометров, вызванных запаздываниями, и, как следствие, роста навигационных погрешностей БИНС.

Из формулы (12) выводятся погрешности скорости при развороте для разных запаздываний по акселерометрическим осям. Для рассмотренного выше поворота вокруг первой приборной оси p_1 и $\tau_2 \neq \tau_3$ по осям p_2 и p_3 соответственно в формулу (12) подставляются:

$$D_{xp} = \begin{bmatrix} 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \end{bmatrix}, \quad T^a = \text{diag}[0, \tau_2, \tau_3],$$

$$\hat{\omega}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\gamma} \\ 0 & -\dot{\gamma} & 0 \end{bmatrix}, \quad g_x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Интегрирование правой части формулы (12) дает

$$\delta V_1 = \frac{\tau_2 - \tau_3}{2} g \sin 2\gamma - I_\gamma g \frac{\tau_3 + \tau_2}{2}. \quad (17)$$

Таким образом, при полном повороте на 2π накапливается погрешность определения скорости, пропорциональная средней величине $(\tau_3 + \tau_2)/2$. При поворотах на произвольные углы погрешность определения скорости перестает быть пропорциональной углу поворота, однако функция $\sin \gamma$ обнуляется при поворотах на углы, кратные $\pi/2$, и разность $\tau_2 - \tau_3$ по δV_1 тогда обнаружить невозможно.

Повторение эксперимента с поворотами на 2π по всем трем осям чувствительности, которые перед тем устанавливаются в горизонтальную плоскость вдоль северного направления, позволяет оценить суммы запаздываний:

$$\tau_1 + \tau_2 = \bar{\tau}_1, \quad \tau_2 + \tau_3 = \bar{\tau}_2, \quad \tau_3 + \tau_1 = \bar{\tau}_3.$$

В правой части уравнений символами $\bar{\tau}_i$ обозначены оценки, следующие из (17): $\bar{\tau}_k = -(\pi g)^{-1} \delta V_1^k(T)$, где $\delta V_1^k(T)$ – накопление скорости в k -м эксперименте. Решая приведенную систему уравнений относительно τ_p , получаем оценки самих запаздываний:

$$\tau_1 = \frac{1}{2}(\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_3 - \bar{\tau}_2), \tau_2 = \frac{1}{2}(\bar{\tau}_2 + \bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_3), \tau_3 = \frac{1}{2}(\bar{\tau}_3 + \bar{\tau}_2 - \bar{\tau}_1).$$

Отрицательные оценки означают опережение информации акселерометров относительно ДУС.

Таким образом, повороты БИНС относительно осей приборного трехгранника, к которым близки оси чувствительности инерциальных датчиков, с последующей фиксацией приводят к ступенчатому накоплению погрешности определения скорости, обусловленному запаздываниями информации от акселерометров. Наиболее простые выражения для этих погрешностей получаются, если оси поворотов неподвижны относительно Земли и ориентированы по одной из сторон света, например на север. Предложен план из трех поворотов, позволяющий оценить величины запаздываний акселерометров по всем трем осям.

Эффекты от запаздываний в тракте ДУС и их выявление в стендовых экспериментах

Воспользуемся уравнениями (6) и (9), при этом будем полагать, что маневр кратковременный в сравнении с периодом Шулера:

$$\mathbf{v}_z^{\tau} = D'_{zp} T^g \dot{\omega}_p \approx \mathbf{v}_x^{\tau} = D_{xp} T^g \dot{\omega}_p, \dot{\beta}_x^{\tau} = D_{xp} T^g \dot{\omega}_p. \quad (18)$$

Проинтегрируем уравнение для β_x^{τ} по частям, считая, что $\beta_x^{\tau}(0) = 0$:

$$\begin{aligned} \beta_x^{\tau}(t) &= \int_0^t D_{xp}(\tau) T^g \dot{\omega}_p(\tau) d\tau = \int_0^t D_{xp}(\tau) T^g d\omega_p(\tau) = \\ &= D_{xp}(\tau) T^g \omega_p(\tau) \Big|_0^t - \int_0^t \dot{D}_{xp}(\tau) T^g \omega_p(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (19)$$

За время маневра матрица D_{xp} меняется преимущественно из-за «быстрого» движения трехгранника p в инерциальном пространстве, описываемом уравнениями Пуассона $\dot{D}_{xp} = -D_{xp} \hat{\omega}_p$. Таким образом,

$$\beta_x^{\tau}(t) = D_{xp}(t) T^g \omega_p(t) \Big|_0^t + \int_0^t D_{xp}(\tau) \hat{\omega}_p(\tau) T^g \omega_p(\tau) d\tau. \quad (20)$$

Отсюда следует, что если запаздывания во всех трактах одинаковы и равны τ^g , то $T^g = \tau^g E$ и $\hat{\omega}_p T^g \omega_p = \tau^g \hat{\omega}_p \omega_p = 0$. Если при этом движение начинается и заканчивается состоянием покоя относительно Земли, то $\omega_p(0) = \omega_p(t) = 0$ и $\beta_x^{\tau}(t) = 0$. При движении

$$\beta_x^{\tau}(t) = D_{xp}(t) T^g \omega_p(t) = \tau^g [\omega_p(t)]_x, \quad (21)$$

что позволяет предложить следующую интерпретацию: $\tau^g \omega$ в линейном приближении равен вектору эйлерова поворота [25, 28] тела, имеющего угловую скорость ω_p за время запаздывания τ^g .

Если $T^g \neq \tau^g E$, то $D_{xp} \hat{\omega}_p T^g \omega_p \neq 0$, и тогда возможно накопление погрешности ориентации при остановке после разворота.

Заметим также, что произвольная матрица T^g допускает представление

$$T^g = \tau_1 E + \text{diag}[0, \tau_2 - \tau_1, \tau_3 - \tau_1] = \tau_1 E + \delta T^g, \quad (22)$$

в котором выделяются запаздывания относительно акселерометров τ_1 и взаимные запаздывания измерительных трактов, характеризуемые матрицей δT^g . Первая ось для отчета τ_1 выбрана условно и может быть заменена на любую другую. В результате получаем следующее выражение:

$$\beta_x^r(t) = \tau_1 D_{xp}(\tau) \omega_p(\tau) \Big|_0^t + \int_0^t D_{xp}(\tau) \hat{\omega}_p(\tau) \delta T^g \omega_p(\tau) d\tau. \quad (23)$$

Рассмотрим проявления погрешностей БИНС при запаздывании данных ДУС относительно акселерометров и между осями ДУС по отдельности.

Запаздывание данных триады ДУС относительно триады акселерометров

Если движение начинается из состояния покоя, то из формул (10), (11) и (21) следует, что

$$\beta_x^r(t) = \tau^g [\omega_p(t)]_x, \quad \delta V_y(T) = -\hat{g}_x \int_0^T \beta_x^r(t) dt = -\tau^g \hat{g}_x \int_0^T [\omega_p(t)]_x dt. \quad (24)$$

Обозначив $I = \int_0^T [\omega_p(t)]_x dt$, получим

$$\delta V_y(T) = \tau^g I \times g_x = g \tau^g \begin{bmatrix} -I_2 & I_1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (25)$$

что совпадает с (15), если заменить τ^a на $(-\tau^g)$. В связи с этим поворот вокруг горизонтальной оси, совпадающей с одной из осей чувствительности, приводит к погрешности δV_y – такой же, как и при запаздывании тракта акселерометров относительно ДУС, но с противоположным знаком.

Важно подчеркнуть, что в отличие от запаздывания акселерометрического тракта, задержки данных ДУС влекут за собой накопление навигационных погрешностей за счет погрешностей определения проекций g при поворотах, а не удельной силы, измеренной акселерометрами. Однако в ходе наземных экспериментов при поворотах, в которых ускорение измерительного центра блока акселерометров пренебрежимо мало на фоне $g, f \approx -g$, чем и обусловлено совпадение (15) и (25) с точностью до знака.

Отдельно отметим, что формула (25) будет верна не только для стендового эксперимента с малоподвижным измерительным центром акселерометров, но и при произвольном пространственном маневрировании.

Запаздывание информации между осями ДУС

При различных запаздываниях измерений по каждой из осей чувствительности ДУС в формуле (23) интегральный член будет отличен от нуля. При выполнении определенных маневров обусловленные им погрешности ориентации могут накапливаться и быть основной причиной повышенных погрешностей инерциального счисления БИНС.

Ввиду этого целесообразно найти движения, влияющие на запаздывание данных, которые можно было бы воспроизвести в ходе стендовых испытаний. Некоторые из таких движений были выявлены в работах [11–16]. Описанные в них результаты могут быть получены на основе приведенных выше формул.

Предположим, что угловая скорость приборного трехгранника БИНС p определяется его движением относительно географического трехгранника x , который за

время достаточно короткого в сравнении с периодом Шулера эксперимента может считаться неподвижным.

Выполним в формуле (22) замену $\tau_2 - \tau_1 \mapsto \tau_2$, $\tau_3 - \tau_1 \mapsto \tau_3$, тогда

$$T^g = \text{diag}[0 \ \tau_2 \ \tau_3]. \quad (26)$$

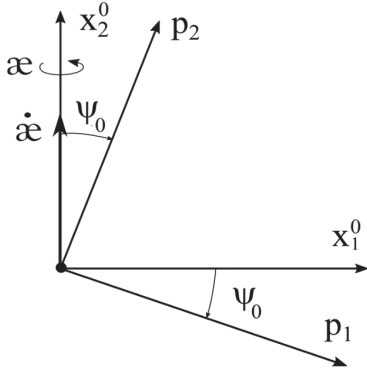


Рис. 3. Качка относительно горизонтальной оси, ориентированной на север

Одно из движений, оказывающее влияние на взаимные запаздывания в трактах ДУС и легко воспроизводимое на стендах, представляет собой качку по гармоническому закону относительно связанной с Землей горизонтальной оси, неколлинеарной одной из осей чувствительности ДУС.

Для получения компактных выражений удобно направить ось качки на север по оси x_2^0 (здесь и далее через x^0 обозначен трехгранник, оси которого ориентированы по сторонам света) согласно рис. 3. Допустим, что в начальный момент углы курса, тангажа и крена [1–3] равны соответственно $\psi(0) = \psi_0$, $\theta(0) = \gamma(0) = 0$, а угол κ задает поворот БИНС относительно x_2^0 и $\kappa(0) = 0$.

Ниже приведены формулы для приборного трехгранника p с осями, совпадающими с осями x^0 при $\psi(0) = \theta(0) = \gamma(0) = 0$.

Для этого движения

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_x^r &= v_{x^0} = D_{x^0 p} v_p = D_{x^0 p} T^g \dot{\omega}_p, \\ D_{x^0 p} &= \begin{bmatrix} \cos \psi_0 \cos \kappa & \sin \psi_0 \cos \kappa & \sin \kappa \\ -\sin \psi_0 & \cos \kappa & 0 \\ -\cos \psi_0 \sin \kappa & -\sin \psi_0 \sin \kappa & \cos \kappa \end{bmatrix}, \quad \dot{\omega}_p = \ddot{\kappa} \begin{bmatrix} -\sin \psi_0 \\ \cos \psi_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ v_{x^0} &= \ddot{\kappa} \tau_2 \cos \psi_0 \begin{bmatrix} \sin \psi_0 \cos \kappa \\ \cos \psi_0 \\ -\sin \psi_0 \sin \kappa \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (27)$$

Для случая гармонической качки, имитируемой на автоматизированных стендах, $\kappa = \kappa_0 \sin \omega t$, тогда

$$v_{x^0} = \kappa_0 \tau_2 \omega^2 \cos \psi_0 \begin{bmatrix} -\sin \psi_0 \cos(\kappa_0 \sin \omega t) \sin \omega t \\ \cos \psi_0 \sin \omega t \\ \sin \psi_0 \sin(\kappa_0 \sin \omega t) \sin \omega t \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Поскольку период качки существенно меньше шулеровского, на погрешности БИНС влияют преимущественно средние значения правой части выражения (28). Первые две компоненты вектора v_{x^0} – нечетные функции, имеющие, следовательно, нулевое среднее. В [11] А. В. Козловым установлено, что среднее от третьей компоненты вычисляется точно для произвольной амплитуды κ_0 :

$$\langle v_{x^0} \rangle = \frac{1}{2} \kappa_0 \tau_2 \omega^2 \sin 2\psi_0 J_1(\kappa_0) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (29)$$

где

$$J_1(\kappa_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin x \sin(\kappa_0 \sin x) dx -$$

функция Бесселя первого рода. Для колебаний достаточно малой амплитуды $\kappa_0 \ll 1$ (в радианах) и

$$\langle v_{x^0} \rangle = \frac{1}{4} \kappa_0^2 \tau_2 \omega^2 \sin 2\psi_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (30)$$

Таким образом, качка при несинхронном съеме информации с ДУС может давать неосредняемые дрейфы в опорном трехграннике и правой части уравнений ошибок. Дрейф максимален, если ось качки образует углы $\psi_0 = \pm\pi/4$ с осями чувствительности ДУС.

Обозначив $v = \left| \langle v_{x^0} \rangle \right|$, из (30) получим

$$\kappa_0 = \frac{2}{\omega} \sqrt{\frac{v}{\tau_2}} = \frac{1}{\pi f} \sqrt{\frac{v}{\tau_2}}, \quad (31)$$

где f – частота, отвечающая угловой частоте ω в герцах. Эта формула удобна для числовых оценок. Зафиксируем дрейф $v = 0,01$ °/ч, характерный для БИНС, точность которой составляет одну морскую милю в час, и допустим, что $\tau_2 = 10^{-6}$ с. Тогда (31) дает зависимость $\kappa_0(f)$, представленную на рис. 4.

Отметим, что при $f = 0,5$ Гц $\kappa_0 = 8^\circ$ и такие колебания можно воспроизвести на поворотном стенде, а при $f = 100$ Гц $\kappa_0 = 2,4'$, что вполне реализуемо при испытаниях БИНС на вибрацию или ее установке на объекты с повышенным уровнем вибрации.

В работе [13] рассматривается движение прецессионного типа с отношением частот прецессии и собственного вращения 1:2, которому также соответствует дрейф, обусловленный запаздываниями измерений ДУС, с ненулевым средним значением в географических осях. Воссоздание такого движения в условиях эксперимента требует использования трехстепенного поворотного стенда.

Это движение позволяет исследовать влияние расстройки частот вращений на дрейфы, связанные с запаздываниями измерений ДУС. Оказывается, что даже небольшая расстройка частот существенно уменьшает дрейф, поскольку в нем уже не появляется постоянная неосредняемая составляющая. Подробности приводятся в [13]. Еще одно движение с отношением частот 1:2, но без монотонных вращений описывается в [11].

Действие расстройки частот на дрейф позволяет сделать вывод, что в большинстве случаев влияние запаздываний измерений ДУС на погрешности БИНС будет существенно меньше, чем при рассмотренных выше специальных движениях. Следует ожидать, что большее воздействие запаздывания информации ДУС на погрешности БИНС будут оказывать при движениях, в которых имеется определенная цикличность.

Формула (30) может использоваться для оценки запаздываний данных между ДУС. При необходимости разделить навигационные погрешности, обусловленные запаздываниями данных между отдельными ДУС, и инструментальные, если последние достаточно велики, нужно задействовать более сложные методики. Некоторые из них рассмотрены в [11].

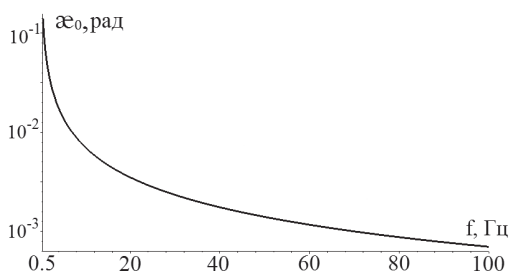


Рис. 4. Зависимость $\kappa_0(f)$ [рад] в логарифмическом масштабе для $v = 0,01$ °/ч, $\tau_2 = 10^{-6}$

Рекомендации по устранению погрешностей, связанных с запаздываниями

Запаздывания информации инерциальных датчиков критически влияют на погрешности БИНС при выполнении некоторых маневров. В связи с этим при обработке измерений инерциальных датчиков БИНС следует уделять пристальное внимание их синхронизации, которая в первую очередь должна обеспечиваться на аппаратном уровне. Однако если по каким-то причинам запаздывания не удастся устранить полностью, то можно попытаться уменьшить их влияние алгоритмически.

Для компенсации запаздываний данных ДУС можно численно интегрировать кинематические уравнения

$$\dot{\beta}_y^{\tau} = \hat{\omega}_y' \beta_y^{\tau} + v_y^{\tau}, \quad \beta_y^{\tau}(0) = 0, \quad v_y^{\tau} = D_{zp}' T^g \dot{\omega}_p,$$

правая часть которых вычисляется по параметрам, определяемым алгоритмами БИНС, а матрица T^g может быть оценена описанным выше методом, например, в процессе эксперимента с качкой. Величину β_y^{τ} (см. раздел «Эффекты от запаздываний в тракте ДУС и их выявление в стендовых экспериментах» настоящей статьи) можно использовать для коррекции матрицы D_{zp}' либо в правой части уравнений $\dot{V}_y' = (2\hat{u}_y' + \hat{\Omega}_y')V_y' + g_y' + f_z'$ для горизонтальных компонент V_1', V_2' вектора V_y' в виде поправки $\hat{\beta}_y^{\tau} g_y'$, вычисленной по формуле (10). Отметим, что интегрирование уравнения для β_y^{τ} сглаживает шумы v_y^{τ} в его правой части.

Погрешности, вызванные запаздываниями в трактах акселерометров, описываются формулой (1). Однако возможность ее применения для компенсации запаздываний зависит от многих факторов: шумов акселерометров, частоты вычислений, величин запаздываний, особенностей конкретных траекторий – и потому требует отдельного исследования для каждой конкретной БИНС и условий ее эксплуатации.

Заключение

В статье проанализировано влияние запаздываний информации в трактах инерциальных датчиков БИНС – ДУС и акселерометров – на погрешности инерциального счисления. Были рассмотрены различные сочетания запаздываний данных как в группе датчиков одного типа, так и между разными датчиками. В каждом случае представлены выражения для приведенных смещений нулевых сигналов или дрейфов в правой части системы уравнений ошибок БИНС.

Проведен качественный анализ зависимости навигационных погрешностей БИНС от запаздываний для типичных кратковременных в сравнении с периодом Шулера маневров. Получены аналитические выражения, позволяющие оценить влияние запаздываний при практически произвольном угловом движении в ходе стендовых экспериментов, когда измерительный центр блока акселерометров может считаться неподвижным. Это, в свою очередь, позволяет решить задачу построения планов экспериментов для выявления запаздываний.

Показано, что запаздывания измерений акселерометров влекут за собой приведенные смещения нулей акселерометров в уравнениях ошибок, пропорциональные производным от измерений акселерометров.

Запаздывание данных от триады ДУС (одинаковое по трем осям) относительно акселерометров также обуславливает приведенные смещения нулей акселерометров, однако они пропорциональны проекциям g и от измерений акселерометров не зависят.

Запаздывания измерений между ДУС по разным осям порядка микросекунды при определенных движениях, заданных на стенде или вызванных качкой либо вибрацией, вызывают существенные приведенные дрейфы. Рассмотрены планы экспериментов, позволяющих выявить и оценить величину запаздываний, и предложены рекомендации по их алгоритмической компенсации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть I. Математические модели инерциальной навигации / 3-е изд., испр. и доп. М.: МАКС Пресс, 2011. 136 с.
2. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Издательство Московского университета, 2020. 164 с.
3. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Краткий курс теории инерциальной навигации. М.: ИПУ РАН, 2022. 148 с.
4. Андреев В.Д. Теория инерциальной навигации. Автономные системы. М.: Наука, 1966. 579 с.
5. Емельянцева Г.И., Степанов А.П. Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации. СПб.: АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. 394 с.
6. Панов А.П. Математические основы теории инерциальной ориентации. Киев: Наукова думка, 1995. 278 с.
7. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
8. Savage, P.G., Strapdown Analytics. Minnesota, USA: Strapdown Associates, Inc. Maple Plain, 2000, 679 p.
9. Litmanovich, Y.A., Use of angular rate multiple integrals as input signals for strapdown attitude algorithms, *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, Germany, 1997.
10. Marc, J.G., Tazartes, D.A., Application of Coning Algorithms to Frequency Shaped Gyro Data, *6th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, RTO meeting proceeding* 43, 1999.
11. Козлов А.В., Капралов Ф.С., Фомичев А.В. Методика калибровки рассинхронизации гироскопических трактов БИНС // XXVI Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. 2019. С. 153–157.
12. Кухтевич С.Е., Рафельсон В.Ф., Фомичев А.В. О погрешностях БИНС, обусловленных несинхронностью трактов измерения угловых скоростей и линейных ускорений и геометрией блока акселерометров // Труды МИЭА. Навигация и управление летательными аппаратами. 2011. №3. С. 86–65.
13. Богданов О.Н., Фомичев А.В. О влиянии задержек в трактах датчиков угловой скорости на точность навигационного решения бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26. №2 (101). С. 15–28. DOI: 10.17285/0869-7035.2018.26.2.015-028.
14. Кузнецов А.Г., Фомичев А.В. О вычислительном дрейфе от рассинхронизации ДУС при вибрационных воздействиях на БИНС // Навигация и управление летательными аппаратами. 2023. Вып. 42. С. 19–28.
15. Слюсарь В.М. Актуальные вопросы проектирования алгоритмов ориентации БИНС. Часть 3. Анализ-синтез алгоритмов с учетом влияния частотных характеристик гироскопов // Гироскопия и навигация. 2006. №4 (55). С. 21–36.
16. Златкин Ю.М., Калногуз А.Н., Воронченко В.Г. и др. Лазерная БИНС для ракеты-носителя «Циклон-4» // Гироскопия и навигация. 2013. №2 (81). С. 61–74.
17. Климович Б.В., Толочко А.М. Определение запаздываний в измерительных каналах при калибровке БИНС в инерциальном режиме // Гироскопия и навигация. 2015. №4. С. 55–66. DOI: 10.17285/0869-7035.2015.23.4.055-066.
18. Jinlong Xing, Gongliu Yang and Tijing Cai, Modeling and Calibration for Dithering of MDRLG and Time-Delay of Accelerometer in SINS, *Sensors*, 2022, 22, 278. DOI: 10.3390/s22010278.
19. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Козлов А.В., Папуша И.А., Зорина О.А., Измайлов Е.А., Кухтевич С.Е., Фомичев А.В. Интеграция спутниковой и инерциальной навигационных систем

- с учетом рассинхронизации данных и смещения спутниковой антенны. Опыт практической реализации // Гироскопия и навигация. 2021. Т. 29. №3 (114). С. 52–68. DOI: 10.17285/0869-7035.0070.
20. **Weina Chen, Zhong Yang, Shanshan Gu, Yizhi Wang & Yajuan Tan**, Adaptive transfer alignment based on observability analysis for airborne pod strapdown inertial navigation system, *Nature Scientific Reports*, 2022, 12, 946. DOI: 10.1038/s41598-021-04732-4.
 21. **Weiwei Lyu and Xianghong Cheng**, A Novel Adaptive H_∞ Filtering Method with Delay Compensation for the Transfer Alignment of Strapdown Inertial Navigation Systems, *Sensors*, 2017, 17, 2753. DOI: 10.3390/s17122753.
 22. **Lee, K. and Johnson, E.N.**, Latency Compensated Visual-Inertial Odometry Agile Autonomous Flight, *Sensors*, 2020, 20, 2209. DOI: 0.3390/s20082209.
 23. **Bo Xu, Xiaoyu Wang, Jiao Zhang, Razzaqi, A.A.**, Maximum correntropy delay Kalman filter for SINS/USBL integrated navigation, *ISA Transactions*. DOI: 10.1016/j.isatra.2021.01.055.
 24. **Kozlov, A., Kapralov, F.**, Angular Misalignment Calibration for Dual-Antenna GNSS/IMU Navigation Sensor, *Sensors*, 2023, 23, 77. DOI: 10.3390/s23010077.
 25. **Журавлев В.Ф.** Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
 26. **Маркеев А.П.** Теоретическая механика. М.: Издательство «ИКИ», 2024. 712 с.
 27. **Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В.** Теоретическая механика. М.: Издательский центр «Академия», 2010. 432 с.
 28. **Фомичев А.В.** Кинематика точки и твердого тела. М.: МФТИ, 2021. 128 с.

Fomichev, A.V. (Moscow Institute of Electromechanics and Automatics, Moscow)
 Estimation and Compensation of Strapdown Inertial Navigation System Errors Caused by the Effect of Inertial Sensor Delays, *Гироскопия и Навигация*, 2025, vol. 33, no. 2 (129), pp. 3–20.

Abstract. The effect of constant delays in the information of inertial sensors on errors of the strapdown inertial navigation system is considered. This effect is especially noticeable for some movements that can be realized during bench tests or during operation. This allows to develop some test plans to detect and evaluate sensor delays.

Key words: strapdown inertial navigation system, elays in the information of inertial sensors, navigation. accuracy, sensor delays detection and evaluation.

Материал поступил 22.12.2024